



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

GRADO EN INGENIERÍA AEROESPACIAL

TRABAJO FINAL DE GRADO

Modelos simplificados de carril con soportes discretos para el estudio de problemas relativos a la dinámica ferroviaria

Alumno: Ricardo Bayona Salvador

Tutores:

Dr. D. Juan Giner Navarro

Dr. D. José Martínez Casas

Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales

Valencia, Julio 2019

RESUMEN

El objetivo principal de este estudio es la obtención de resultados de las deformaciones verticales que se producen debido al contacto rueda-carril mediante el método de viga de Timoshenko y compararlo con el método MEM 1D con base Winkler como primera aproximación al modelado de la vía. Se compararán ambos métodos y se verán los puntos fuertes y débiles de cada uno.

En el estudio se prescinde de utilizar modelos de contacto complejos y se considera que sobre el carril se sitúa una fuerza (la cual puede ser una fuerza constante, una fuerza armónica definida por el usuario o un registro de una fuerza real) que en el caso de Timoshenko se desplaza sobre el carril con el tiempo y en el caso del MEM 1D se mantiene en un punto espacial fijo mientras que es el carril el que se desplaza.

Para todo el planteamiento (tanto Timoshenko como MEM 1D) se consideran condiciones de vía cíclica de forma que el problema se simplifica bastante. Esto hace que se impongan unas condiciones de contorno cíclicas para así reducir el estudio a un tramo de longitud L .

Se explicará también como el método MEM 1D es más compatible con base Winkler que con traviesas, al ser estas elementos discretos en un planteamiento euleriano. Por lo tanto, se optará por estudiar el caso con base Winkler como primera aproximación puesto que con traviesas lo que se gana por fijar el contacto se pierde al desplazarse las traviesas.

Palabras clave: Timoshenko, Moving Element Method, traviesas, elementos finitos, dinámica ferroviaria, vía cíclica, interacción tren-vía

ABSTRACT

The main objective of this study is to obtain results of the vertical deformations that occur due to the wheel-track contact with the Timoshenko beam model and to compare it with the MEM 1D method with Wnkler base as a first approximation to the track modelling. Both methods will be compared and the strong and weak parts of each method will be stated.

In the study complex contact models are not going to be used and it is supposed that a force (which can be a constant force, an harmonic force defined by the user or a register of a real force) is placed on the rail that in the case of Timoshenko it moves along the rail with the time and in the case of the MEM 1D is fixed at an spatial point while the rail is moving.

For all the approach (both Timoshenko and MEM 1D), cyclic track conditions are considered so that the problem is quite simplified. This means that boundary cyclic conditions are imposed to reduce the study to a section of length L .

It will be also explained that the MEM 1D method is more compatible with a Winkler base rather than with sleepers, being these discrete elements in an eulerian approach. Because of this, the Winkler base case will be the one chosen as a first approximation because with sleepers what is achieved by fixing the contact is lost by the movement of the sleepers.

Key words: Timoshenko, Moving Element Method, sleepers, finite elements, railway dynamics, cyclic track, train-track interaction.

RESUM

L'objectiu principal d'aquest estudi es l'obtenció de resultats de les deformacions verticals que es produeixen degut al contacte roda-carril mitjançant el mètode de viga de Timoshenko y comparar-lo amb el mètode MEM 1D amb base Winkler com a primera aproximació al modelat de la vía. Es compararan ambdós mètodes i es voran els punts forts y els dèbils de cadascun d'ells.

En el estudi es prescindeix d'utilitzar models de contacte complexos i es considera que sobre el carril es situa una força (la qual pot ser una força constant, una força harmònica definida per l'usuari o un registre de una força real) que en el cas de Timoshenko es desplaça sobre el carril amb el temps i en el cas del MEM 1D es manté en un punt espacial fix mentre que el carril es el que es desplaça.

Per a tot el plantejament (tant Timoshenko com MEM 1D) es consideren condicions de via cíclica de forma que el problema es simplifica bastant. Açò fa que se imposen unes condicions de contorn cícliques per a així reduir l'estudi a una secció de longitud L .

S'explicarà també com el mètode MEM 1D és més compatible amb base Winkler que amb traveses, al ser aquestes elements discrets en un plantejament eulerià. Per tant, s'optarà per estudiar el cas amb base Winkler com a primera aproximació posat que amb traveses el que es guanya per fixar el contacte es perd al desplaçar-se les traveses.

Paraules clau: Timoshenko, Moving Element Method, traveses, elements finits, dinàmica ferroviària, via cíclica, interacció tren-via.

I.

MEMORIA



Contenido

- 1. Introducción 9
 - 1.1. Motivación del estudio..... 9
 - 1.2. Objetivos del estudio 9
 - 1.3. Organización del documento 10
- 2. Modelado de las estructuras ferroviarias 11
 - 2.1. Introducción 11
 - 2.2. Modelo del vehículo..... 11
 - 2.3. Modelo de vía..... 13
 - 2.3.1. Introducción a modelos de carril 13
 - 2.3.2. Métodos de elementos finitos 14
 - 2.3.3. Moving Element Method 14
- 3. Modelo de viga de Timoshenko 17
 - 3.1. Introducción 17
 - 3.2. Teoría de Euler-Bernoulli..... 17
 - 3.3. Timoshenko 18
 - 3.3.1. Obtención de la ecuación del movimiento 19
 - 3.3.2. Enfoque cíclico de la vía 20
 - 3.3.3. Planteamiento modal..... 21
 - 3.3.4. Dinámica total del subsistema de carriles..... 24
- 4. Resultados 25
 - 4.1. Introducción 25
 - 4.2. MEM 1D Winkler 27
 - Barrido en velocidad con fuerza constante..... 27
 - Fuerza sinusoidal 1000 Hz (Comparación excitación-respuesta)..... 27
 - 4.3. Timoshenko 28
 - Barrido en velocidad con fuerza constante..... 28
 - Fuerza constante a 300 km/h..... 28
 - Fuerza sinusoidal 1000Hz 100 km/h 29
 - Rolling 300 km/h 30
 - Roughness 300 km/h..... 31
 - Rolling vs Roughness ISO..... 33
 - Roughness vs Roughness ISO 33

5.Conclusiones y trabajos futuros	34
5.1. Conclusiones.....	34
5.2. Trabajos futuros	34
Referencias de la memoria.....	36

1. Introducción

1.1. Motivación del estudio

Los primeros modelos de interacción vehículo-vía se basaban en un eje montado rígido que descansaba sobre una vía con rigidez Hertziana, lo cual limitaba el rango de validez de la frecuencia de estudio [1].

Con la incorporación de la flexibilidad para permitir un aumento del rango de frecuencia de análisis se pasa a introducir los modelos de elementos finitos (FEM) [2, 3], en los cuales se puede extender la frecuencia de análisis por encima de 1 kHz para tratar estudios como el *rolling noise* [4].

Posteriormente se pasaría a mejorar los modelos, considerando los efectos inerciales de rotación del eje montado [5, 6], lo cual era crítico para el estudio de la dinámica ferroviaria con *rail corrugation* [7].

Se puede ver que los modelos de interacción evolucionan acorde a las necesidades de mayor precisión en el modelado para permitir predecir mejor el comportamiento de los vehículos ferroviarios. Esto es de especial interés al perseguirse una mejora continua del transporte en el sector y así maximizar beneficios y reducir costes mediante la inversión en modelado y cálculo computacional.

Teniendo todo esto en cuenta, se decide plantear este trabajo como un estudio del modelo de vía de Timoshenko y compararlo con el método MEM 1D con traviesas, puesto que es interesante comparar ambos métodos al tener los dos estos elementos discretos e incluir la flexibilidad. También se decide plantear cómo afectaría el tener *rail corrugation* con un modelo de vehículo con masas y muelles.

1.2. Objetivos del estudio

El objetivo principal del trabajo es el estudio mediante software Matlab de las diversas respuestas del contacto vehículo-vía con el modelo de vía de Timoshenko ante distintos inputs y compararlo con el modelo MEM 1D con traviesas. Será interesante comparar ambos métodos y ver las cosas buenas y las malas de cada uno tanto a nivel de fiabilidad de resultados como a nivel de implementación y cálculo computacional.

Uno de los inputs a considerar será la fuerza que el vehículo ejerce sobre la vía. Esta podrá ser una fuerza constante (el valor de la cual será el peso del vehículo por la gravedad), una fuerza obtenida de un registro real del fenómeno de *rolling contact*, o una fuerza armónica del tipo:

$$f(t) = F \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \quad (1.1)$$

donde f es la frecuencia de vibración de la fuerza, la cual se cambiará de valor para ver su efecto en la respuesta.

Otros inputs a considerar serán la velocidad de desplazamiento de la fuerza de contacto o la introducción del *rail roughness* que se estudiará con un modelo de vehículo de masas y amortiguamientos viscoelásticos.

Las respuestas del contacto vehículo-vía serán los desplazamientos w del nodo de contacto, tanto en su contenido temporal como su contenido en frecuencia. Será muy interesante hacer un estudio de las frecuencias pinned-pinned para ver el efecto que introducen las traviesas.

1.3. Organización del documento

El documento está estructurado en 4 grandes partes: la memoria, los planos, el presupuesto y el pliego de condiciones. La memoria es la parte más extensa del documento e incluye:

- En el *Apartado 2* se describen los modelos teóricos del sistema ferroviario estudiado. Incluye el modelo teórico del eje montado y algunos enfoques de tipo de vía (FEM y MEM).
- En el *Apartado 3* se incluye las hipótesis y el desarrollo teórico del modelo de vía de Timoshenko presentando inicialmente la teoría de Euler-Bernoulli.
- En el *Apartado 4* se presentan los resultados de Timoshenko obtenidos con el software Matlab, se explican y se comparan con los obtenidos con el método MEM 1D con traviesas.
- En el *Apartado 5* se exponen las conclusiones obtenidas del estudio (las cuales van ligadas a los objetivos) y se presentan ideas para posibles próximos trabajos desarrollados a partir de este.

2. Modelado de las estructuras ferroviarias

2.1. Introducción

Las estructuras ferroviarias son sistemas complejos los cuales disponen de muchos elementos que interactúan entre sí y que crean un problema con un gran número de grados de libertad.

Para poder entender el estudio realizado con mayor claridad, primero se explicará los modelos teóricos de cada uno de los sistemas.

2.2. Modelo del vehículo

Para simplificar el problema, el vehículo se modelará como un solo eje montado representado como un cuerpo elásticamente flexible y con una suspensión primaria representada con elementos viscoelásticos. Esto es posible porque, al ser las frecuencias de vibración que recibe el eje predominantemente superiores a 20 Hz (frecuencias que corresponden a imperfecciones geométricas en la rueda o el raíl con una longitud de onda corta y a casos de *wheelflat* y *rail dips*), la dinámica del eje montado puede ser aislada de la del vagón del vehículo [8].

Para representar la cinemática del eje montado, se adoptará un enfoque Euleriano en el cual se distinguen 2 configuraciones [8]:

- Sin deformar: Esta configuración tiene en cuenta solo la velocidad angular de giro (la cual tiene un valor Ω constante), como si el eje montado se tratase de un sólido rígido.
- Deformada: Esta configuración tiene en cuenta la flexibilidad y los pequeños desplazamientos respecto a la configuración de cuerpo rígido.

Esto se puede ver de forma más visual con la ecuación:

$$r = u + w(u, t) \quad (2.1)$$

donde r representa la posición final de una partícula del eje, u la posición sin deformar y w el desplazamiento de la partícula (respecto a la posición u) debido a la flexibilidad. Es muy importante esta introducción de la flexibilidad en el modelado del eje montado, ya que es la que permite el estudio de fenómenos de alta frecuencia como pueden ser el *squeal* y el *rolling noise* [9].

Para el modelado del eje montado sobre la vía se consideran dos sistemas de referencia [10]:

- El sistema $X_0Y_0Z_0$: Fijado en un punto arbitrario.
- El sistema $X_TY_TZ_T$: Sigue el movimiento del eje montado sobre la vía. Está centrado en la configuración sin deformar, con el eje X_T paralelo a la velocidad de avance, el eje Y_T paralelo al eje montado y el eje Z_T hacia arriba.

Esto se puede observar de forma más visual en la *Figura 2.1*:

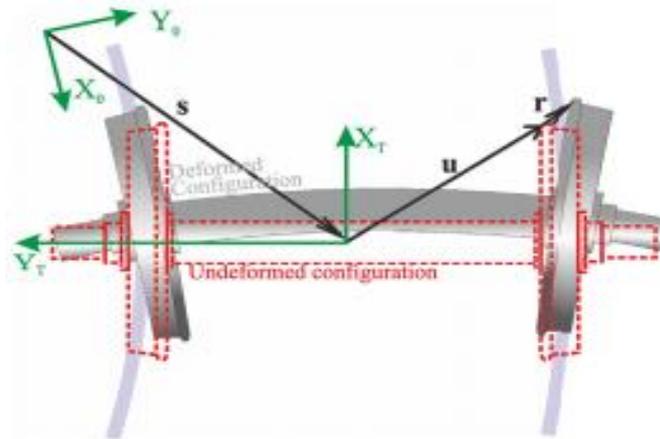


Figura 2.1. Sistemas de referencia para el modelado del eje montado sobre la vía

Para el estudio de las deformaciones y las fuerzas sobre el eje montado, sobre este se realiza un mallado, para estudiar su comportamiento mediante técnicas de elementos finitos como se aprecia en la Figura 2.2.

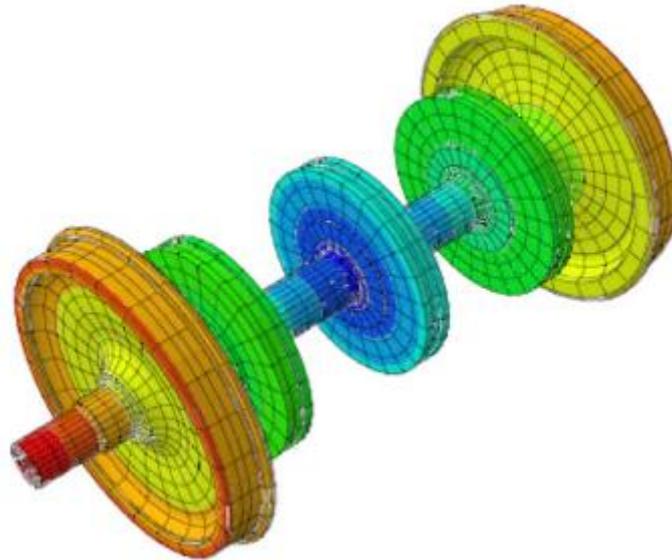


Figura 2.2. Mallado del eje montado

Dejando el desarrollo matemático de lado (puesto que no es el objetivo principal de este trabajo), la ecuación modal del movimiento del eje montado es [8]:

$$\ddot{q}^w + 2 \cdot \Omega \cdot \tilde{V}^w \cdot \dot{q}^w + (\Omega^2 \cdot (\tilde{A}^w - \tilde{C}^w) + \tilde{D}^w) \cdot q^w = \Omega^2 \cdot \tilde{c}^w + \tilde{Q}_c^w + \tilde{Q}_s^w \quad (2.2)$$

donde q^w es el vector de coordenadas modales, Ω es la velocidad del eje montado, \tilde{V}^w es la matriz de fuerza debido a la aceleración de Coriolis asociada a la velocidad convectiva, \tilde{A}^w está relacionada con la aceleración convectiva, \tilde{C}^w con las fuerzas centrífugas que aparecen después de la deformación del sólido, \tilde{D}^w es la matriz diagonal de rigidez que tiene como términos en la diagonal los cuadrados de las frecuencias naturales sin amortiguar, \tilde{c}^w es el vector columna que corresponde a las fuerzas centrífugas, \tilde{Q}_c^w es el vector columna de las fuerzas modales generalizadas que resultan del contacto rueda-carril y \tilde{Q}_s^w es el vector columna de las fuerzas modales generalizadas que resultan de la suspensión primaria.

2.3. Modelo de vía

2.3.1. Introducción a modelos de carril

Existen diferentes tipos de modelos de carril, cada uno de ellos con sus ventajas e inconvenientes frente a los demás y que se escogen dependiendo del caso y de lo que se quiera conseguir en ellos.

En cuanto al sistema de referencia, a grandes rasgos cabe dividir los modelos en dos grandes enfoques:

- **Enfoque lagrangiano:** En este enfoque la fuerza se desplaza sobre el raíl, lo que hace que se tenga que calcular en cada posición por la que pasa la fuerza. Algunos métodos que usan este enfoque son Timoshenko y FEM (Finite Elements Method).
- **Enfoque euleriano:** En este enfoque la fuerza está fija y es el raíl el que se desplaza con el tiempo. Un método que tiene este tipo de enfoque es el MEM (Moving Element Method).

Otra clasificación posible de modelos de carril sería de acuerdo a los soportes de la vía. Cabe mencionar principalmente dos modelos distintos:

- **Traviesas:** Los soportes de la vía se pueden ver en la *Figura 2.3* en la cual el raíl se halla descansando sobre amortiguamientos viscoelásticos sobre las traviesas, las cuales a su vez se hallan sobre otros amortiguamientos viscoelásticos repartidos sobre el terreno [8]. Al tratarse de elementos discretos tienen cierta dificultad respecto a bases continuas. Timoshenko hace uso de estos elementos.

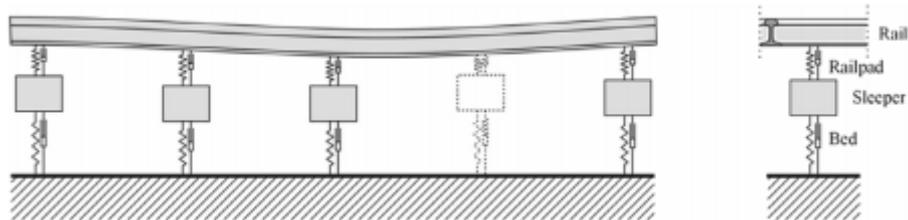


Figura 2.3. Soportes de la vía: modelo con traviesas

- **Base Winkler:** Este método se basa en que el vehículo, en lugar de ir sobre elementos discretos como en el modelo con traviesas, se desplaza sobre un terreno el cual tiene un amortiguamiento y una rigidez homogéneas en toda la vía [11]. Esto es equivalente a decir que en el terreno debajo de la vía se encuentran muelles y amortiguadores iguales entre sí (misma rigidez y mismo amortiguamiento) equiespaciados como puede verse en la *Figura 2.4*.

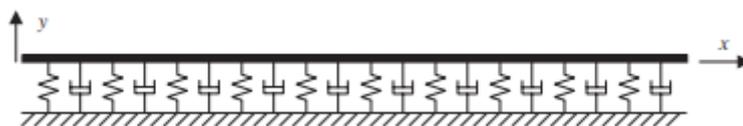


Figura 2.4. Soportes de la vía: base Winkler

Al tener la base Winkler un amortiguamiento y una rigidez homogéneos, la resolución del problema se hace más fácilmente respecto del modelo con traviesas como

elementos discretos. En este trabajo no se desarrollará el método con base Winkler por dicha razón, más adelante se explicará de forma más detallada el problema con las traviesas.

Otra posible clasificación sería entre vía finita o vía infinita. En nuestro caso se tratará de una vía dividida en tramos de longitud L con condiciones cíclicas, como se explicará más adelante.

2.3.2. Métodos de elementos finitos

Los conocidos como métodos de elementos finitos o Finite Elements Methods (FEM) en inglés son métodos donde se realiza un mallado sobre las estructuras a estudiar para dividirlos en elementos finitos y estudiar diversas características físicas en cada uno de los elementos. Esto permite dividir un sistema de infinitos grados de libertad en un sistema con un número finito de grados de libertad definido por el número de elementos.

Un problema de usar este método es que por donde pasa la fuerza se debe refinar la malla (reduciendo el tamaño de los elementos para así tener más elementos y calcular más fielmente la realidad en la zona de contacto de la fuerza, que es la que más se deforma y sobre la que es más interesante hacer cálculos con mayor precisión) y, al desplazarse esta fuerza con el tiempo a lo largo del carril con una velocidad V (la velocidad que lleve el vehículo), eso significa que se debe refinar toda la sección L de la vía. Este problema será solucionado usando un método conocido en inglés como Moving Element Method (MEM), el cual se explicará más adelante.

La evolución de los métodos puramente FEM ha sido en derivar a métodos MEM en los cuales el coste computacional se reducirá drásticamente. Esto ha permitido que los métodos FEM se sigan usando en el presente, pero ya con enfoques eulerianos principalmente.

2.3.3. Moving Element Method

El problema que surgía en FEM de que se debía refinar todo el raíl porque la fuerza se desplazaba a lo largo de él con el tiempo se soluciona aplicando un método conocido en inglés como Moving Element Method (MEM), el cual es un método con planteamiento euleriano. Este método lo que hace es, en lugar de desplazar la fuerza a lo largo del raíl refinado, deja fija la fuerza en un nodo de la malla (se escoge el nodo central del tramo de longitud L por conveniencia) y lo que se desplaza es el raíl por dentro de la malla. Esto permite refinar solamente la malla alrededor de donde se aplica la fuerza, lo cual disminuye el coste computacional en gran medida.

MEM 1D

Un modelo simple del MEM es el MEM 1D, donde la viga se simplifica de tal forma que la única dimensión a considerar sea la longitud del tramo de vía. En este modelo la viga de una dimensión se trunca y se discretiza en un número finito de elementos, tal y como se aprecia en la *Figura 2.5*. Se puede observar como los nodos de los extremos tanto aguas arriba como aguas abajo se eligen lo suficientemente alejados de la fuerza de contacto para que en ellos las fuerzas y los momentos sean nulos [11].

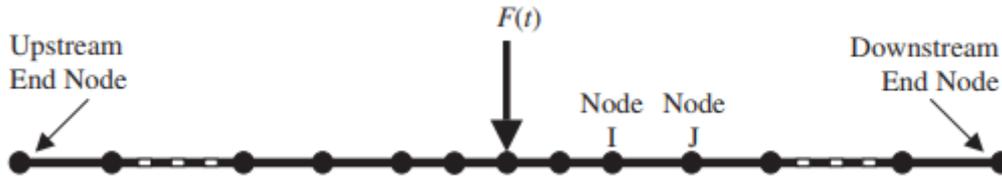


Figura 2.5. Discretización de la viga en elementos móviles

Al discretizar la viga en elementos finitos unidimensionales, cada uno de ellos tendrá cuatro grados de libertad como se aprecia en la Figura 2.6. Estos grados de libertad son los desplazamientos y_1 y y_2 y los giros θ_1 y θ_2 de los nodos del elemento.

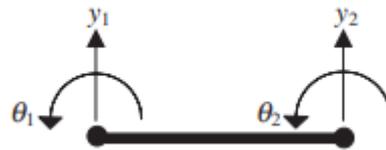


Figura 2.6. Elemento con 4 grados de libertad

La ecuación del elemento en movimiento es [11]:

$$EI \left(\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \right) + \bar{m} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) + \bar{c} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) + \bar{k} y = F(t) \delta(x - Vt) \quad (2.3)$$

donde E es el módulo de Young, I es el momento de inercia, y es el desplazamiento vertical del punto material, \bar{m} es la masa por unidad de longitud, \bar{c} es el amortiguamiento por unidad de longitud, \bar{k} es la rigidez por unidad de longitud, $F(t)$ es la fuerza externa aplicada, δ es la función Delta de Dirac, V es la velocidad a la que se desplaza el vehículo y x es una coordenada en la dirección longitudinal fijada de tal forma de que en $t = 0$ sea $x = 0$.

Planteamiento modal y desacoplamiento

El planteamiento modal se hace necesario para reducir la dimensión del problema y así el coste computacional. El desacoplamiento de las ecuaciones tras pasar a coordenadas modales también es de gran utilidad puesto que se obtienen ecuaciones diferenciales con solución analítica.

Se tiene inicialmente un sistema de $N \times N$ ecuaciones siendo N un número bastante elevado en esta clase de problemas. Cada una de las ecuaciones generales del movimiento tendrían la forma [12]:

$$M_{eq} \cdot \ddot{w} + C_{eq} \cdot \dot{w} + K_{eq} \cdot w = F \quad (2.3)$$

donde M_{eq} , C_{eq} y K_{eq} son las matrices equivalentes de masa, amortiguamiento y rigidez, w es la coordenada real y F es el vector de fuerzas externas.

Para reducir el número de ecuaciones se opta por utilizar un planteamiento modal donde se transforman las coordenadas y las matrices de reales a modales mediante una matriz de transformación ϕ :

$$\tilde{K}_{eq} = \phi^T \cdot K_{eq} \cdot \phi \quad (2.4)$$

$$\tilde{C}_{eq} = \phi^T \cdot C_{eq} \cdot \phi \quad (2.5)$$

$$\tilde{Q} = \phi^T \cdot F \quad (2.6)$$

Con lo cual la ecuación en modales queda [12]:

$$\ddot{q} + \tilde{C}_{eq} \cdot \dot{q} + \tilde{K}_{eq} \cdot q = \tilde{Q} \quad (2.7)$$

donde q es la coordenada modal.

Cuando se pasa a modales se obtiene un sistema truncado de *trunc x trunc* ecuaciones, siendo *trunc* un valor natural (con un valor mucho menor que N normalmente) escogido para reducir el número de ecuaciones. Ahora bien, si bien es cierto que al truncar se reduce drásticamente la dimensión del sistema, al truncar se limita el estudio de ciertas frecuencias, ya que contra menor es el valor de *trunc*, menor será el valor máximo de frecuencia que se podrá estudiar con fiabilidad. Efectivamente este problema se basa en las prioridades del estudio puesto que hay que evaluar el coste computacional asumible y la precisión requerida.

Tras pasar a modales y tener un sistema de dimensiones *trunc x trunc* con las ecuaciones acopladas, se realiza un desacoplamiento modal tras lo cual las ecuaciones pasan a estar desacopladas y tener una solución analítica, lo cual reduce el coste computacional.

Para obtener las soluciones en coordenadas reales basta con simplemente deshacer las transformaciones realizadas.

Dificultad de las traviesas

Al tratarse del modelo MEM un modelo con planteamiento euleriano en el cual lo que se desplaza es la vía, se tiene el problema de que las traviesas se convertirán en elementos móviles que se desplazarán con ella. Esto dificulta el modelado puesto que se debe imponer el desplazamiento de estos elementos discretos con la vía. El desplazamiento de las traviesas entonces implica que se deba optar o bien por refinar toda la zona inferior del raíl para poder modelar correctamente la fuerza que ejercen las traviesas, o bien por ir desplazando el refinamiento de malla junto con el desplazamiento de las traviesas. Se opta por la primera opción debido a su mayor simplicidad.

Esta razón hace que el método sea más compatible con una base Winkler que con traviesas, por lo cual finalmente se opta por la primera opción.

3. Modelo de viga de Timoshenko

3.1. Introducción

La vía históricamente se ha modelado con la teoría de Euler-Bernoulli pero debido a que no se incluían algunos fenómenos físicos sobre ella estaba limitada a menores rangos de frecuencia de estudio.

Con el desarrollo de Timoshenko y la inclusión del esfuerzo cortante y la inercia rotatoria se extiende este rango de frecuencia de estudio. Cuando la relación entre la longitud de la viga y la dimensión de la sección comienza a ser pequeña y/o la frecuencia de excitación es superior a 500 Hz, Timoshenko permite una mejor respuesta que la teoría de Euler-Bernoulli [13].

3.2. Teoría de Euler-Bernoulli

Esta teoría no considera los efectos sobre el giro de la sección de la viga que ejercen el esfuerzo cortante y la inercia rotatoria. Esto hace que la teoría esté limitada a usarse cuando el contenido en frecuencia de las fuerzas sea menor a 500 Hz [14].

Las hipótesis en las que se basa esta teoría son [15]:

- Se supone planitud de la sección transversal antes y después de la deformación.
- Se supone la presencia de un único estado uniaxial de tensiones en la dirección del eje, lo cual implica la existencia de flexión pura.
- El material es isótropo, homogéneo y verifica la ley de Hooke.
- La viga es recta, con sección constante y doble simetría en todo el dominio.

Para obtener la ecuación diferencial de la viga sometida a flexión nos fijaremos en la *Figura 3.1*, la cual muestra el diagrama de sólido libre de un elemento diferencial de viga sometido a flexión en un plano $x-u$.

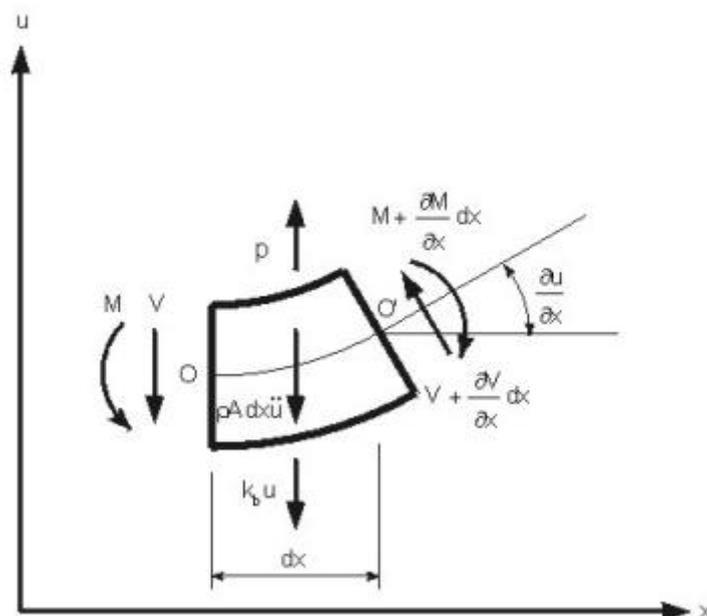


Figura 3.1. Diagrama de sólido libre de un elemento diferencial de una viga sometida a flexión

Las ecuaciones de equilibrio de las fuerzas en la dirección u y momentos en dirección normal al plano $x-u$ respecto del punto O son, tras simplificar:

$$\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} + p(x,t) - k_b \cdot u(x,t) = \rho \cdot A(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial x} - V(x,t) = 0 \quad (3.2)$$

donde $V(x,t)$ es la fuerza cortante sobre el elemento diferencial de la viga, $p(x,t)$ es la fuerza exterior por unidad de longitud sobre este, k_b es la rigidez de la base elástica sobre la cual se encuentra la viga, ρ es la densidad del material, $A(x)$ es el área de la sección normal a x , $\rho A(x) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$ es la fuerza de inercia que actúa sobre el elemento diferencial y $M(x,t)$ es el momento flector sobre él, el cual se puede expresar como:

$$M(x,t) = -E I(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.3)$$

Combinando las Ecuaciones 3.1, 3.2 y 3.3 se obtiene la ecuación de la vibración lateral forzada de una viga no uniforme:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[E I(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right] + \rho \cdot A(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + k_b \cdot u(x,t) = p(x,t) \quad (3.4)$$

Para una viga de sección uniforme (área $A(x)$ e inercia $I(x)$ constantes), la Ecuación 3.4 queda:

$$E I \cdot \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + k_b \cdot u(x,t) = p(x,t) \quad (3.5)$$

La solución total de la Ecuación 3.5 es la suma de la solución homogénea con $p(x,t) = 0$ y la solución particular. No se pasa a desarrollar la solución puesto que no es el objetivo estudiar la teoría de Euler-Bernoulli con profundidad, sino simplemente presentarla mínimamente como introducción a un método anterior a Timoshenko.

3.3. Timoshenko

La teoría de Timoshenko sí que considera los efectos sobre el giro de la sección recta de una viga que ejercen la inercia rotatoria y el esfuerzo cortante, a diferencia de la teoría de Euler-Bernoulli. Esto permite que se pueda usar la teoría con frecuencias superiores a 500 Hz o cuando las dimensiones de la sección no sean despreciables. Más concretamente, inicialmente, Timoshenko tiene su rango de validez limitado a 1,5 kHz para la dinámica lateral y a 2 kHz para la dinámica vertical [2].

Las hipótesis en las que se basa esta teoría son las mismas que para la teoría de Euler-Bernoulli ya enumeradas en el apartado anterior y, además [15]:

- Se supone la presencia de un estado de tensiones cortantes en la sección de la viga
- La rotación flexional se considera como una variable independiente no asociada con los desplazamientos flexionales.

La teoría presenta una solución analítica, con lo cual el coste computacional se reduce frente a otros métodos con solución numérica. Una característica interesante de Timoshenko es que se puede pasar mediante las matrices de transformación de la fibra neutra a la superficie del raíl.

3.3.1. Obtención de la ecuación del movimiento

Para obtener la ecuación diferencial de la viga sometida a flexión nos fijaremos en la *Figura 3.2*, que representa el diagrama de sólido libre de un elemento diferencial de una viga sometida a flexión incluyendo el esfuerzo cortante y la inercia rotatoria.

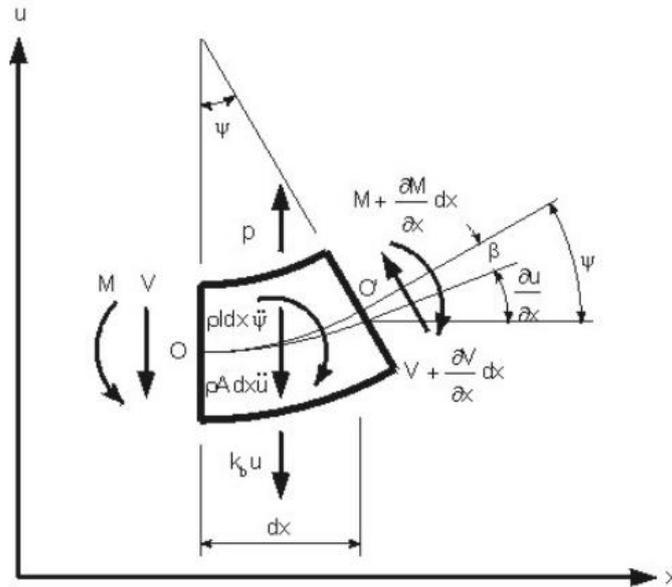


Figura 3.2. Diagrama de sólido libre de un elemento diferencial de una viga sometida a flexión (incluyendo el esfuerzo cortante y la inercia rotatoria)

La deflexión lateral de la viga $w(x, t)$ se puede expresar como:

$$w(x, t) = w_M(x, t) + w_S(x, t) \quad (3.6)$$

donde $w_M(x, t)$ es la componente asociada a la flexión y $w_S(x, t)$ es la componente asociada al cortante.

Observando la *Figura 3.2* y realizando el equilibrio de fuerzas en la dirección w y de equilibrio de momentos en la dirección perpendicular al plano se obtiene:

$$\rho A \cdot \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} + k_b w(x, t) = p(x, t) \quad (3.7)$$

$$-\frac{\partial M(x, t)}{\partial x} + V(x, t) - \rho I \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.8)$$

donde:

$$\psi(x, t) = \frac{\partial w_M(x, t)}{\partial x} \quad (3.9)$$

$$V(x, t) = k'G \cdot A \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} - \psi(x, t) \right) \quad (3.10)$$

$$M(x, t) = -E \cdot I \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} \quad (3.11)$$

donde k' es la constante de Timoshenko (que depende de la forma de la sección recta) y G es el módulo de rigidez transversal.

Combinando las Ecuaciones 3.7, 3.8, 3.10 y 3.11 se obtiene el sistema:

$$\rho A \cdot \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} - k' G \cdot A \left(\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} \right) + k_b w(x, t) = p(x, t) \quad (3.12)$$

$$E \cdot I \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + k' G \cdot A \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} - \psi(x, t) \right) - \rho I \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.13)$$

Considerando las relaciones:

$$r^2 = \frac{I}{A} \quad (3.14)$$

$$m = \rho \cdot A \quad (3.15)$$

y reordenando un poco, el sistema queda de esta forma:

$$m \cdot \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + k' G \cdot A \left(\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) + k_b w(x, t) = p(x, t) \quad (3.16)$$

$$-E \cdot I \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + k' G \cdot A \left(\psi(x, t) - \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) + m \cdot r^2 \cdot \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.17)$$

La solución de este sistema a la vibración de la viga se obtiene con las condiciones de contorno y condiciones iniciales en cada caso.

3.3.2. Enfoque cíclico de la vía

Para modelar la vía (la cual tiene un perfil UIC60) se opta por un enfoque cíclico [8] en el cual la vía infinita se divide en tramos de longitud L recorridos cada uno de ellos por un vehículo que lleva una velocidad V , tal y como se puede observar en la Figura 3.3.

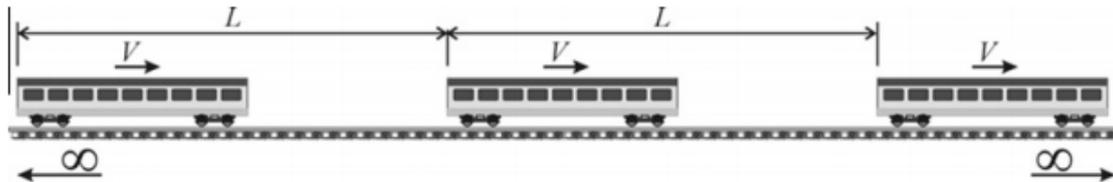


Figura 3.3. Enfoque cíclico de la vía

Esta longitud L se obtiene con un valor lo suficientemente elevado para que no exista interacción entre los vehículos de cada tramo, de esta forma el estudio se puede simplificar a

simplemente un tramo de longitud L en lugar de a toda la vía, lo cual se traduce en una reducción notable del coste computacional [8]. En este enfoque se imponen unas condiciones de contorno cíclicas, de forma que se tienen los mismos desplazamientos y las mismas derivadas en los bordes de cada tramo de longitud L.

Para resolver el sistema formado por las *Ecuaciones 3.16 y 3.17*, se asumen las siguientes condiciones de contorno cíclicas [15]:

Condición de Contorno		Expresión matemática
Extremo fijo	Desplazamiento nulo	$w(x, t) _{x_{extremo}} = 0$
	Giro nulo	$\theta(x, t) _{x_{extremo}} = 0$
Extremo libre	Momento nulo	$M(x, t) _{x_{extremo}} = 0$
	Cortante nulo	$V(x, t) _{x_{extremo}} = 0$

Tabla 3.1. Condiciones de contorno de las vigas

3.3.3. Planteamiento modal

Considerando vibraciones libres (no se tiene fuerza externa que excite el sistema, $p(x, t) = 0$) el sistema de las *Ecuaciones 3.16 y 3.17* queda:

$$m \cdot \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + k'G \cdot A \left(\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) + k_b w(x, t) = 0 \quad (3.18)$$

$$-E \cdot I \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + k'G \cdot A \left(\psi(x, t) - \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) + m \cdot r^2 \cdot \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.19)$$

donde $w(x, t)$ es el desplazamiento transversal y $\psi(x, t)$ es el giro de la sección recta.

Mediante el método de separación de variables se puede obtener la solución del sistema formado por las *Ecuaciones 3.18 y 3.19*, definiendo la solución con las expresiones:

$$w(x, t) = W(x) \cdot q(t) \quad (3.20)$$

$$\psi(x, t) = \Psi(x) \cdot q(t) \quad (3.21)$$

Suponiendo una respuesta armónica $q(t) = \bar{q} \cdot e^{i\omega t}$, las *Ecuaciones 3.18 y 3.19* quedan:

$$k'G \cdot A \left(\frac{\partial \Psi(x)}{\partial x} - \frac{\partial^2 W(x)}{\partial x^2} \right) + (k_b - m\omega^2)W(x) = 0 \quad (3.22)$$

$$-E \cdot I \frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + k'G \cdot A \left(\Psi(x) - \frac{\partial W(x)}{\partial x} \right) - \omega^2 m \cdot r^2 \cdot \Psi(x) = 0 \quad (3.23)$$

Derivando la *Ecuación 3.22* respecto de x y despejando la segunda derivada de Ψ respecto de x se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 W(x)}{\partial x^3} + \frac{\omega^2 m}{k'G \cdot A} \cdot \frac{\partial W(x)}{\partial x} \quad (3.24)$$

Con lo cual, sustituyendo la *Ecuación 3.24* en la *Ecuación 3.23*, se obtiene una expresión para Ψ :

$$\Psi = \frac{1}{k'G \cdot A - m \cdot r^2 \omega^2} \left[\left(EI \cdot \frac{m\omega^2 - k_b}{k'G \cdot A} + k'G \cdot A \right) \frac{\partial W}{\partial x} + EI \cdot \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} \right] \quad (3.25)$$

Y sustituyendo la *Ecuación 3.25* en la *Ecuación 3.23* y en la *Ecuación 3.22* derivada respecto de x y combinando ambas en una sola ecuación se obtiene la ecuación del movimiento del sistema:

$$EI \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \left(EI \frac{m\omega^2 - k_b}{k'G \cdot A} + m \cdot r^2 \omega^2 - EI \frac{k_b}{k'G \cdot A} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \dots + \left(k_b - m\omega^2 + \frac{mr\omega^2(mr\omega^2 - k_b)}{k'G \cdot A} \right) W = 0 \quad (3.26)$$

cuya solución es del tipo:

$$W(x) = A \cdot \sin\left(\frac{\lambda x}{L}\right) + B \cdot \cos\left(\frac{\lambda x}{L}\right) + C \cdot \sinh\left(\frac{\lambda x}{L}\right) + D \cdot \cosh\left(\frac{\lambda x}{L}\right) \quad (3.27)$$

donde A , B , C y D son constantes de integración el valor de las cuales se obtiene mediante las condiciones de contorno del modelo de vía cíclico expuesto en el apartado anterior. Se debe cumplir la restricción:

$$W^{(j)}(0) = W^{(j)}(L) , \quad j = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (3.28)$$

donde (j) es la j -ésima derivada de W en función de x . Esto sólo se puede cumplir en el caso de que C y D sean nulas, con lo cual la *Ecuación 3.27* queda de la siguiente forma:

$$W(x) = A \cdot \sin\left(\frac{\lambda x}{L}\right) + B \cdot \cos\left(\frac{\lambda x}{L}\right) \quad (3.29)$$

la solución en λ de la cual es del tipo:

$$\lambda_n = 2\pi n , \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (3.30)$$

Las funciones modales de W son:

$$W_{2n-1} = A_n \sin\left(\frac{\lambda x}{L}\right) \quad (3.31)$$

$$W_{2n} = B_n \cos\left(\frac{\lambda x}{L}\right) \quad (3.32)$$

Las ecuaciones de las rotaciones expresadas a través de las funciones modales Ψ se obtienen combinando las *Ecuaciones 3.31* y *3.32* con la *Ecuación 3.25*:

$$\Psi_{2n-1} = \frac{A_n}{k'G \cdot A - m \cdot r^2 \omega_n^2} \left[\left(EI \cdot \frac{m\omega_n^2 - k_b}{k'G \cdot A} + k'G \cdot A \right) \frac{\lambda_n}{L} - EI \cdot \frac{\lambda_n^3}{L^3} \right] \cos \frac{\lambda_n x}{L} \quad (3.33)$$

$$\Psi_{2n} = \frac{B_n}{k'G \cdot A - m \cdot r^2 \omega_n^2} \left[- \left(EI \cdot \frac{m\omega_n^2 - k_b}{k'G \cdot A} + k'G \cdot A \right) \frac{\lambda_n}{L} + EI \cdot \frac{\lambda_n^3}{L^3} \right] \sin \frac{\lambda_n x}{L} \quad (3.34)$$

Substituyendo cualquiera de las *Ecuaciones 3.31* o *3.32* en la *Ecuación 3.26* se obtiene una ecuación algebraica en ω_n :

$$\left(\frac{m^2 r^2 L^4}{k'G \cdot A}\right) \omega_n^4 - \left(\frac{EI\lambda_n^2 L^2 m + k_b r^2 L^4 m}{k'G \cdot A} + m r^2 \lambda_n^2 L^2 + mL^4\right) \omega_n^2 + \dots + \left(\frac{EI k_b L^2 \lambda_n^2}{k'G \cdot A} + k_b L^4 + EI\lambda_n^4\right) = 0 \quad (3.35)$$

mediante la resolución de la cual se obtienen dos familias de frecuencias naturales:

$$\begin{aligned} \widehat{\omega}_n &= \sqrt{\frac{L^4 m(k'GA + k_b r^2) + L^2 m(EIk'GA r^2) \lambda_n^2 - \dots}{2m^2 r^2 L^4}} \\ &= \sqrt{\frac{\dots k'GA \sqrt{\frac{L^4 m^2 [-2k'GA(L - r\lambda_n)(L + r\lambda_n)(k_b L^2 r^2 - EI\lambda_n^2) + (k_b L^2 r^2 - EI\lambda_n^2)^2 + \dots]}{k'^2 G^2 A^2}}}{2m^2 r^2 L^4}} \\ &= \sqrt{k'GA \sqrt{\frac{\dots + k'^2 G^2 A^2 (L^2 + r^2 \lambda_n^2)^2}{2m^2 r^2 L^4}}} \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\omega}_n &= \sqrt{\frac{L^4 m(k'GA + k_b r^2) + L^2 m(EIk'GA r^2) \lambda_n^2 + \dots}{2m^2 r^2 L^4}} \\ &= \sqrt{\frac{\dots k'GA \sqrt{\frac{L^4 m^2 [-2k'GA(L - r\lambda_n)(L + r\lambda_n)(k_b L^2 r^2 - EI\lambda_n^2) + (k_b L^2 r^2 - EI\lambda_n^2)^2 + \dots]}{k'^2 G^2 A^2}}}{2m^2 r^2 L^4}} \\ &= \sqrt{k'GA \sqrt{\frac{\dots + k'^2 G^2 A^2 (L^2 + r^2 \lambda_n^2)^2}{2m^2 r^2 L^4}}} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Las *Ecuaciones 3.36* y *3.37* de las frecuencias naturales junto a las *Ecuaciones 3.31*, *3.32*, *3.33* y *3.34* de las funciones modales definen completamente el planteamiento modal del problema.

Lo único que falta es obtener el valor de las constantes A_n y B_n . Evaluando la integral de la *Ecuación 3.38* (que define la propiedad de ortogonalidad de los modos de vibración de una viga de Timoshenko) se puede obtener una expresión para las constantes A_n y B_n .

$$\int_0^L (mW^2 + m r^2 \psi^2) dx = 1 \quad (3.38)$$

$$A_n = B_n = \frac{\sqrt{2mL(1 + D_n^2 r^2)}}{mL(1 + D_n^2 r^2)} \quad (3.39)$$

donde:

$$D_n = \frac{1}{k'GA - m \cdot r^2 \omega_n^2} \left[\left(EI \cdot \frac{k_b - m \omega_n^2}{k'GA} - k'GA \right) \frac{\lambda_n}{L} + EI \cdot \frac{\lambda_n^3}{L^3} \right] \quad (3.40)$$

3.3.4. Dinámica total del subsistema de carriles

La dinámica total del subsistema de carriles sobre base elástica se puede separar en tres partes [15]:

- **Dinámica lateral:** Se trata del desplazamiento en la dirección del eje x_2 (eje en el plano horizontal perpendicular a la dirección de avance) de los puntos de la fibra neutra junto con el correspondiente giro de la sección recta:

$$w^y(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} W_r^y(x) q_r^y(t) \quad (3.41)$$

$$\Psi^y(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \Psi_r^y(x) q_r^z(t) \quad (3.42)$$

- **Dinámica vertical:** Se trata del desplazamiento en la dirección del eje x_3 (eje perpendicular al plano horizontal) los puntos de la fibra neutra junto con el correspondiente giro de la sección recta:

$$w^z(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} W_r^z(x) q_r^z(t) \quad (3.43)$$

$$\Psi^z(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \Psi_r^z(x) q_r^y(t) \quad (3.44)$$

- **Dinámica torsional:** Torsión de la sección alrededor del eje x_1 (eje que se corresponde con la dirección de avance):

$$\Psi^x(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \Psi_r^x(x) q_r^x(t) \quad (3.45)$$

donde $W_r^y(x)$, $W_r^z(x)$, $\Psi_r^x(x)$, $\Psi_r^y(x)$, $\Psi_r^z(x)$ son las r-ésimas funciones modales de la viga cíclica de Timoshenko, y $q_r^x(t)$, $q_r^y(t)$ y $q_r^z(t)$ son respectivamente las coordenadas modales asociadas a la dinámica torsional, lateral y vertical.

Finalmente, la ecuación del movimiento del carril en coordenadas modales es [15]:

$$\ddot{q}_r + 2\xi_r \omega_r \dot{q}_r + \omega_r^2 q_r = f_r \quad (3.46)$$

donde ξ_r es el amortiguamiento modal, ω_r es la r-ésima frecuencia no amortiguada y f_r es la r-ésima fuerza modal.

4. Resultados

4.1. Introducción

Los resultados principales a presentar y explicar en este apartado son los obtenidos mediante el modelo de Timoshenko implementado a partir de fuerzas. Estas fuerzas pueden ser constantes, sinusoidales definidas por el usuario y registros de simulaciones de rolling contact y squeal.

Además de los distintos tipos de fuerzas a explotar mediante este método, se variarán algunas variables como la velocidad de desplazamiento del vehículo o en el caso de la fuerza sinusoidal la frecuencia. En cuanto al squeal, se estudiarán diversos registros de simulaciones con radios y coeficientes de fricción distintos.

También se estudiará el caso de una vía con corrugación recorrida por un vehículo representado como tres masas con amortiguamientos viscoelásticos, como se puede ver en la *Figura 4.1*.

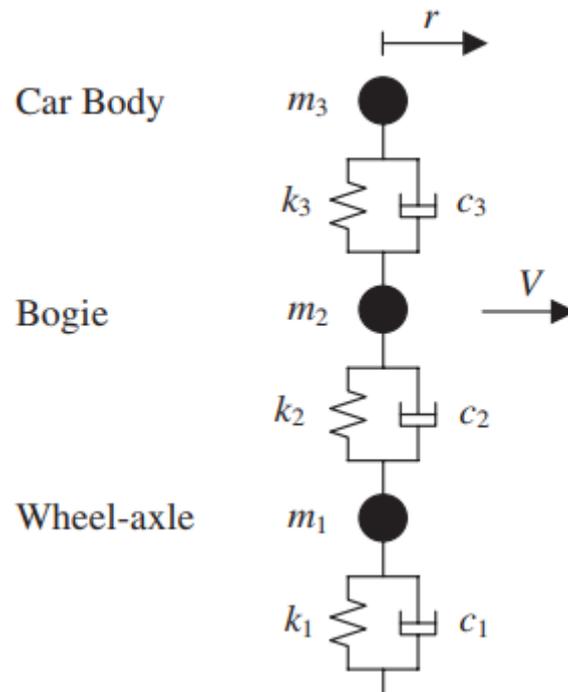


Figura 4.3. Representación del modelo de vehículo con tres masas y amortiguamientos viscoelásticos

Para estudiar el caso de la vibración vertical en esta configuración, se puede obtener que la fuerza de contacto es:

$$F(t) = c_1(\dot{u}_1 - \dot{y}_0 - \dot{y}_c) + k_1(u_1 - y_0 - y_c) \quad (4.1)$$

donde y_c es la corrugación del raíl expresada como función del tiempo y $y_0 = y|_{r=0}$ es el desplazamiento del raíl, ambos en el punto de contacto. u_1 es el desplazamiento de la masa y k_1 y c_1 son la rigidez y el amortiguamiento que acompañan a la masa. En este caso la ecuación que gobierna el modelo del vehículo es:

$$m_1\ddot{u}_1 + c_2(\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + k_2(u_1 - u_2) = m_1g - F(t) \quad (4.2)$$

$$m_2\ddot{u}_2 + c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + k_2(u_2 - u_1) + c_3(\dot{u}_2 - \dot{u}_3) + k_3(u_2 - u_3) = m_2g \quad (4.3)$$

$$m_3\ddot{u}_3 + c_3(\dot{u}_3 - \dot{u}_2) + k_3(u_3 - u_2) = m_3g \quad (4.4)$$

Donde los valores de las masas, rigideces y amortiguamientos vienen dados en la *Tabla 4.1*:

	1	2	3
<i>m</i>	350 kg	250 kg	3500 kg
<i>k</i>	$8 \cdot 10^9 \text{ N/m}$	$1,26 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	$1,41 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
<i>c</i>	$6,7 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{s/m}$	$7,1 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{s/m}$	$8,87 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{s/m}$

Tabla 4.1. Valores masas, rigideces y amortiguamientos en modelo de las 3 masas.

Se obtienen las gráficas de cómo se deforma el raíl y la evolución de un punto material con el tiempo. También se obtiene el contenido en frecuencia de los desplazamientos verticales que se producen en el raíl y el contenido en frecuencia de la fuerza con la que se excita este.

Es importante tener en cuenta que para la resolución del sistema se usa el integrador ode45 ya implementado en Matlab (es muy usado en la resolución de ecuaciones diferenciales no rígidas [16]) el cual tiene un paso temporal variable, lo cual hace que se deba interpolar para tener un paso temporal constante con lo cual poder representar el contenido en frecuencia.

Dentro del apartado del contenido en frecuencia será interesante poder observar la conocida como frecuencia pinned-pinned. Las vibraciones se transmiten mejor cuando su longitud de onda es el doble de la distancia entre traviesas (la conocida en inglés como *sleeper bay length*) lo que se conoce como frecuencia pinned-pinned. Para determinar su valor se usará la ecuación:

$$\omega_{pp} = \frac{V}{b_l} \quad (4.5)$$

donde V es la velocidad del vehículo y b_l es la distancia entre traviesas.

Este fenómeno se puede observar mejor con la *Figura 4.2*:

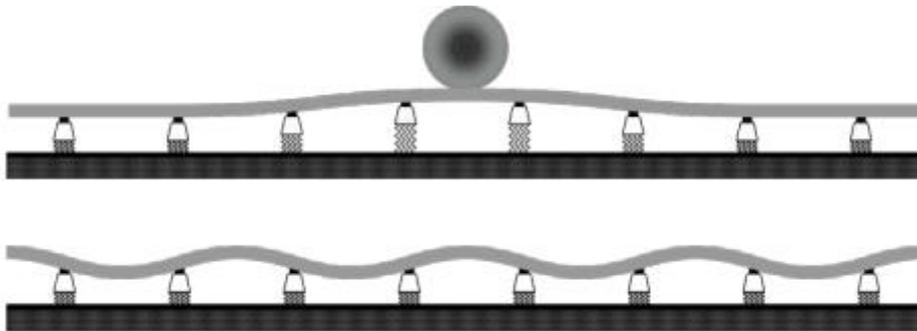


Figura 4.2. Fenómeno de la frecuencia pinned-pinned

Para los casos de velocidad estudiados, se puede ver en la siguiente tabla los valores de la frecuencia pinned-pinned, calculados con la *Ecuación 4.5* teniendo en cuenta que el $b_l = 0,6 \text{ m}$:

Velocidades	Frecuencias pinned-pinned
100 km/h	46,3 Hz
200 km/h	92,6 Hz
300 km/h	138,9 Hz

Tabla 4.2. Frecuencias pinned-pinned

4.2. MEM 1D Winkler

Barrido en velocidad con fuerza constante

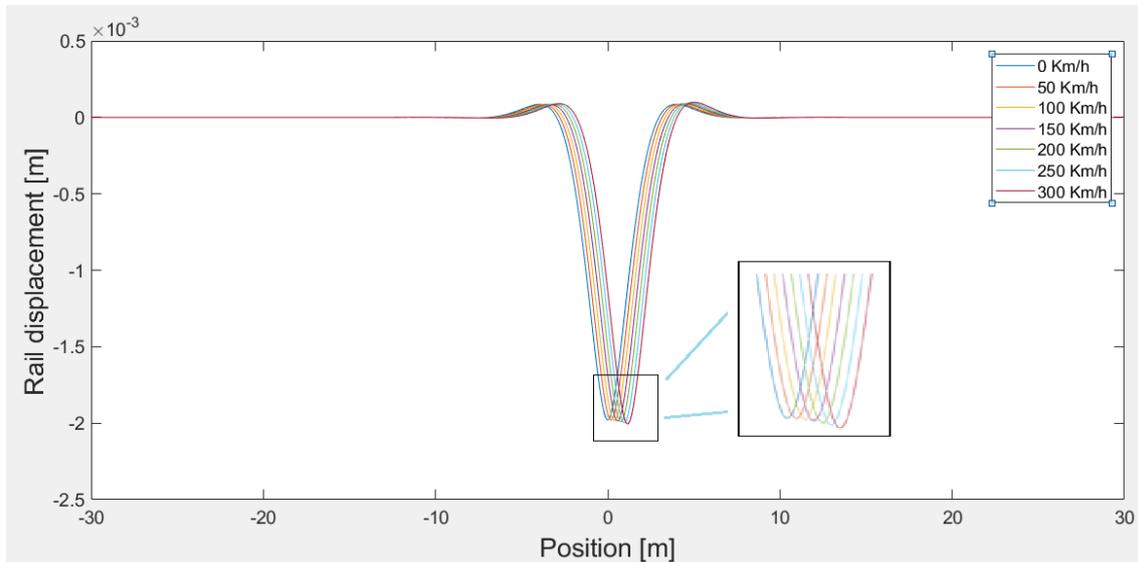


Figura 4.3. Barrido en velocidad con fuerza constante

Se puede observar que a mayor velocidad, la deformación se produce más hacia a la derecha, es decir, se produce en una posición más lejana. Pensándolo detenidamente es intuitivo, ya que al desplazarse más rápido, el punto del carril donde se deforma se encuentra más alejado.

Fuerza sinusoidal 1000 Hz (Comparación excitación-respuesta)

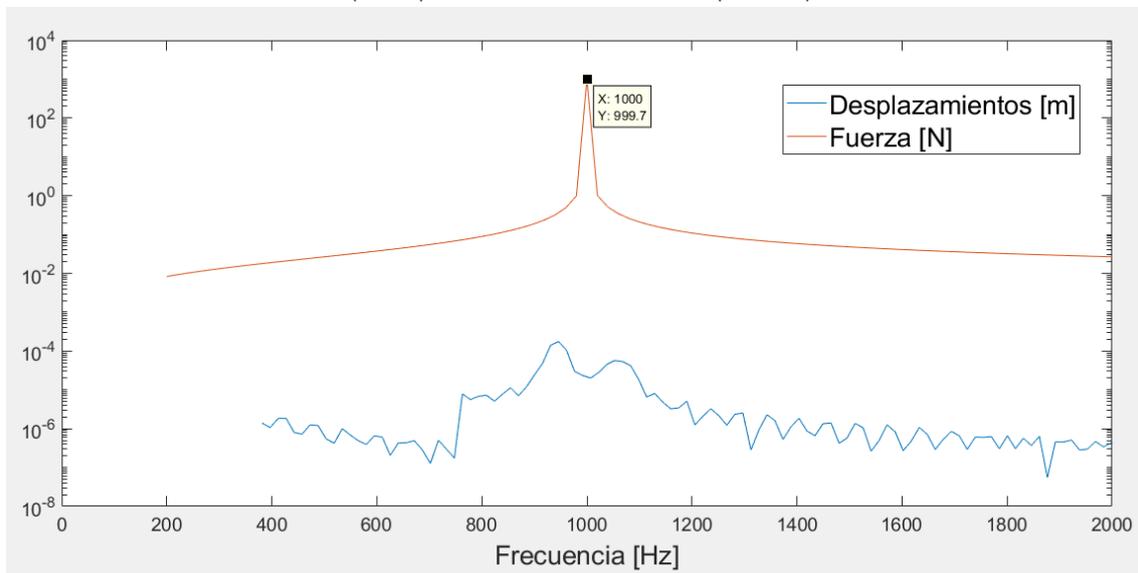


Figura 4.4. Efecto Doppler en fuerza sinusoidal de 1000 Hz

Se puede observar que se ha excitado la fuerza a 1000 Hz, ya que es una fuerza sinusoidal con este valor de frecuencia. La respuesta se puede apreciar como se desdobra en dos valores de frecuencia de 960 Hz y 1040 Hz, con lo cual se observa que se produce el efecto Doppler.

4.3. Timoshenko

Para la obtención de resultados en Timoshenko se han usado las siguientes características:

Nº de modos verticales	30
Número de traviesas	70
Número de traviesas que calcula	10

Tabla 4.3. Algunas características de los cálculos con Timoshenko

Barrido en velocidad con fuerza constante

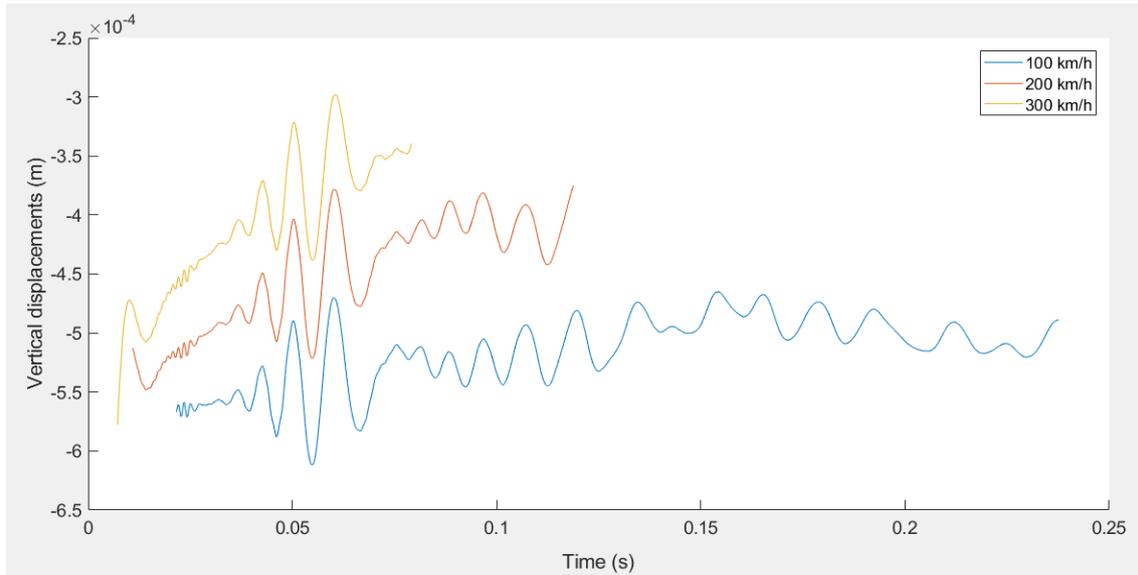


Figura 4.5. Barrido en velocidad con fuerza constante

Se puede apreciar como al ser mayor la velocidad, la gráfica se desplaza hacia arriba. Esto es debido a que, al tener mayor velocidad, se pasa más deprisa por el punto material, de forma que los desplazamientos son menores. También se observa que al tener mayor velocidad, los valores representados terminan antes, ya que se llega antes a la traviesa final calculada.

Fuerza constante a 300 km/h

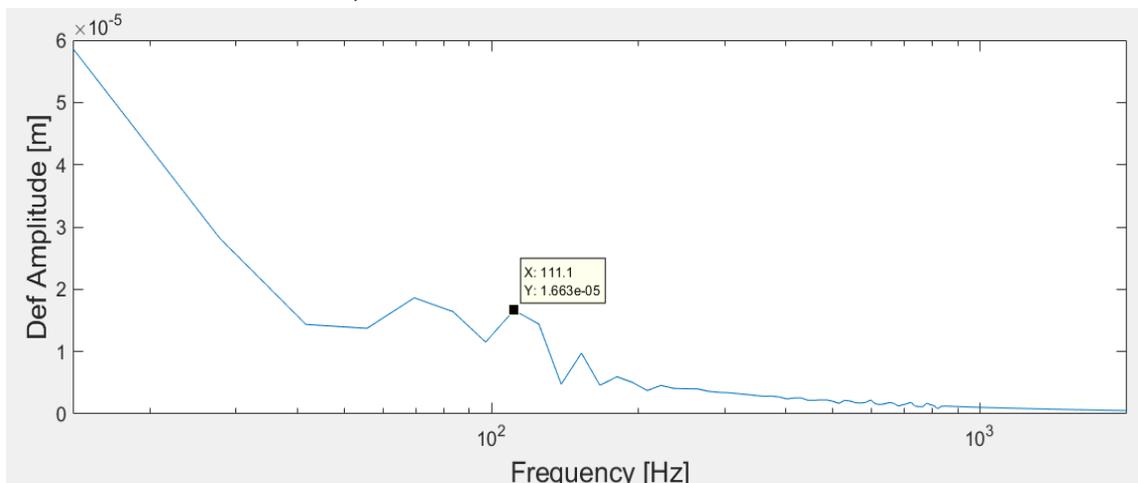


Figura 4.6. Contenido en frecuencia fuerza constante

El valor de la fuerza es de 98 kN. Se puede observar la frecuencia pinned-pinned de forma no muy aproximada si se compara con el valor obtenido para 300 km/h de forma teórica en la *Tabla 4.2*, lo cual puede ser debido a errores introducidos por la FFT. Lo que sí que se aprecia de forma bastante realista es el desdoblamiento en dos del pico debido al desplazamiento de la fuerza (fenómeno conocido como efecto Doppler), los cuales están prácticamente equiespaciados:

n	ω_{pp}	$\omega_{Pico n}$	$\omega_{pp} - \omega_{Pico n}$
1	111,1 Hz	152,8 Hz	-41,7 Hz
2	111,1 Hz	69,44 Hz	41.66 Hz

Tabla 4.4. Observación del efecto Doppler para fuerza constante

Fuerza sinusoidal 1000Hz 100 km/h

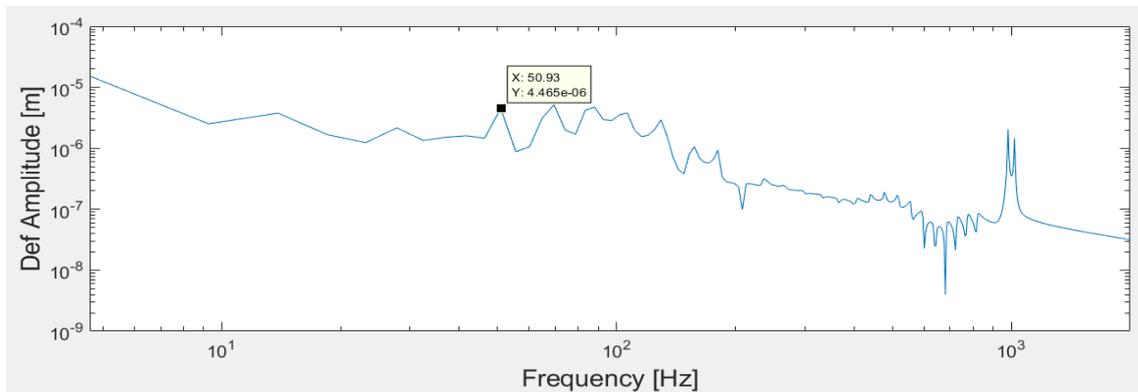


Figura 4.7. Contenido en frecuencia fuerza sinusoidal

Se aprecia que aparece un pico en un valor de frecuencia de 50,93 Hz el cual se acerca al valor de la frecuencia pinned-pinned calculada teóricamente en la *Tabla 4.2* y luego se desdobla en dos picos por el efecto Doppler ya mencionado. En la gráfica también se observan dos picos, uno a 981,5 Hz y el otro a 1019 Hz, con lo cual se encuentran prácticamente equiespaciados, lo cual es señal del efecto Doppler. Se ve de forma más visual el caso del efecto Doppler en la frecuencia sinusoidal en la siguiente tabla:

n	$\omega_{Sinusoidal}$	$\omega_{Pico n}$	$\omega_{Sinusoidal} - \omega_{Pico n}$
1	1000 Hz	1019 Hz	-19 Hz
2	1000 Hz	981,5 Hz	18,5 Hz

Tabla 4.5. Observación del efecto Doppler para fuerza sinusoidal

El resto del contenido en frecuencia se podría explicar en base a la reflexión de ondas de un modelo finito como el de Timoshenko al que se le aplican condiciones cíclicas.

Rolling 300 km/h

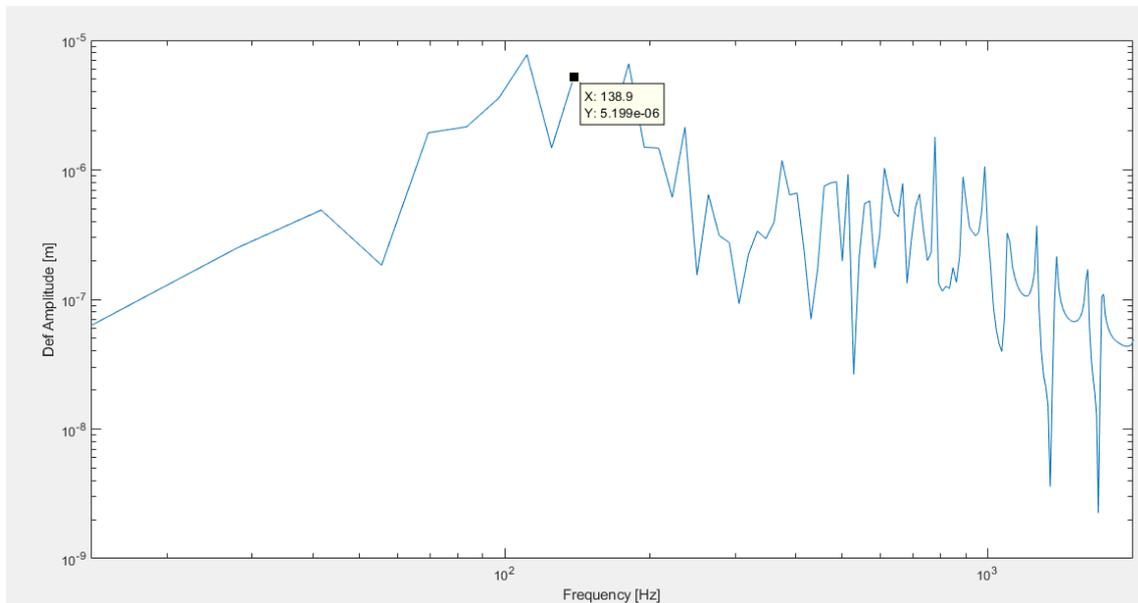


Figura 4.8. Contenido en frecuencia del rolling

En esta gráfica del contenido en frecuencia se puede apreciar como se encuentra un pico en 138,9 Hz, lo cual se puede identificar que es la frecuencia pinned-pinned, ya que como se ha calculado en la Tabla 4.2, para el valor de velocidad de 300 km/h. Se puede apreciar como aparece un pico a cada lado de esta frecuencia, lo cual es debido al efecto Doppler que aparece por ser una fuerza en movimiento. El resto del contenido en frecuencia se debe a las frecuencias introducidas por la rugosidad del carril.

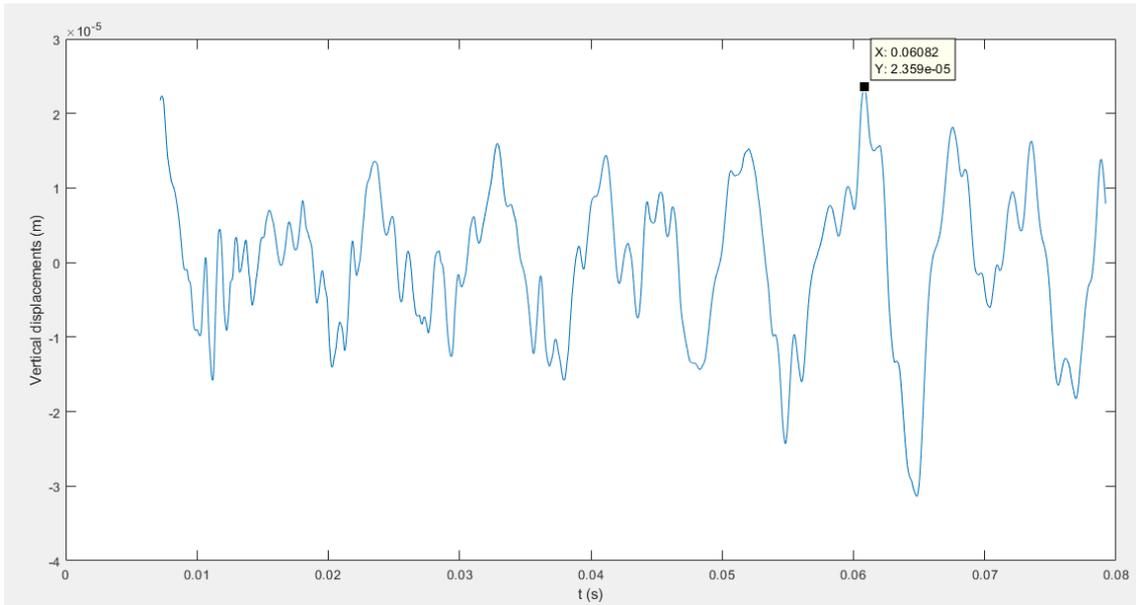


Figura 4.9. Recorrido temporal de un punto x en caso rolling

En esta gráfica del registro temporal de un punto espacial determinado se puede calcular la frecuencia pinned-pinned haciendo la inversa de la resta de los valores del tiempo de dos picos consecutivos. Queda más claro visualmente en la siguiente ecuación:

$$\omega_{pp} = \frac{1}{t_{pico\ 1} - t_{pico\ 2}} \quad (4.6)$$

En este caso:

$t_{pico\ 1}$	$t_{pico\ 2}$	ω_{pp}
0,06755 s	0,06082 s	148,59 Hz

Se puede por lo tanto apreciar como en este caso la frecuencia pinned-pinned calculada a partir de este método da también similar al valor calculado teóricamente sabiendo la velocidad y la longitud entre traviesa y traviesa.

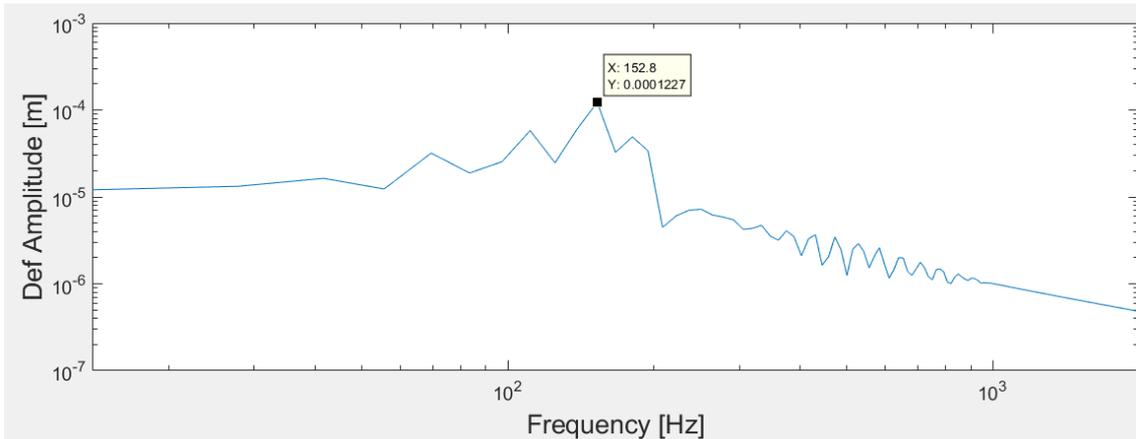


Figura 4.10. Contenido en frecuencia del roughness

En la gráfica se aprecia como la frecuencia pinned-pinned es de 152,8 Hz, y también se desdobra en 2 picos prácticamente equiespaciados (que se deben como ya se ha comentado al efecto Doppler que se genera al desplazarse la fuerza). El valor de esta frecuencia pinned-pinned no se acerca tanto como en el caso del rolling al valor teórico calculado. Esto puede ser debido a la selección de la rugosidad o del modelo de las 3 masas.

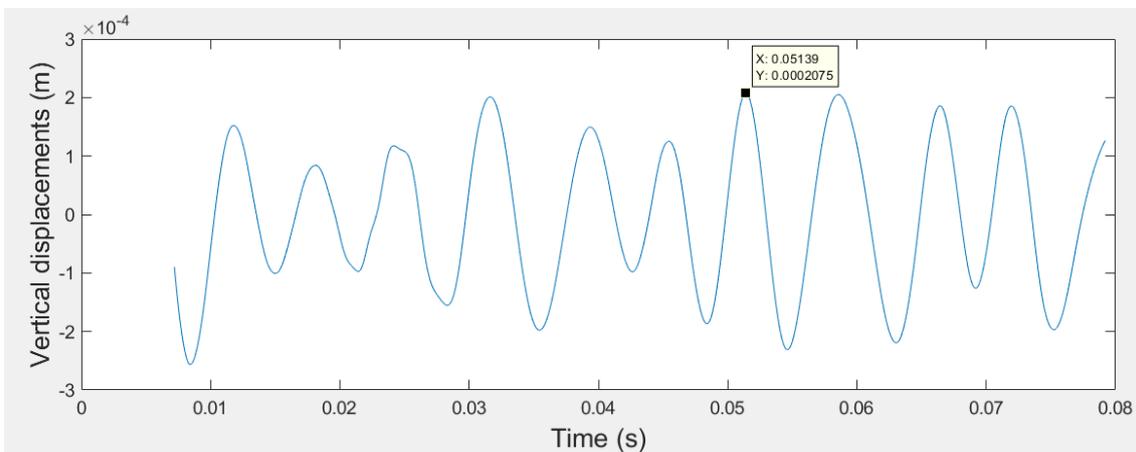


Figura 4.11. Recorrido temporal de un punto x en el caso de roughness

Si se procede de forma análoga al caso del Rolling, observando los picos en esta gráfica del registro temporal de un punto espacial determinado:

$t_{pico 1}$	$t_{pico 2}$	ω_{pp}
0,05858 s	0,05139 s	139,08 Hz

Este resultado supone que la frecuencia pinned-pinned tiene un valor muy similar al teórico, con lo cual el modelo de roughness es muy fiable. El problema de obtener dicho valor en el contenido en frecuencia por tanto podría deberse a errores a la hora de la función FFT calcular los valores.

Rolling vs Roughness ISO

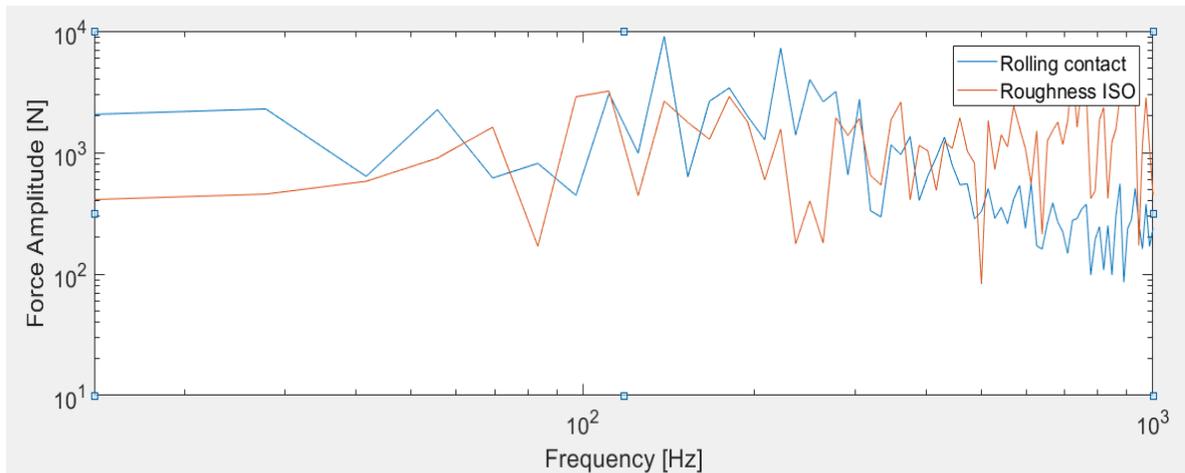


Figura 4.12. Comparación de la fuerza de contacto que genera el Rolling y el roughness ISO

Se aprecia como en bajas frecuencias los dos modelos tienen un comportamiento similar, mientras que a altas frecuencias el modelo *roughness ISO* empieza a separarse del comportamiento del Rolling contact (el cual es un registro de una simulación de fuerza real). Esto es debido a que en el modelo *roughness ISO* el modelo de masas no incluye flexibilidad, con lo cual la rigidez falsea los resultados especialmente en frecuencias elevadas.

Roughness vs Roughness ISO

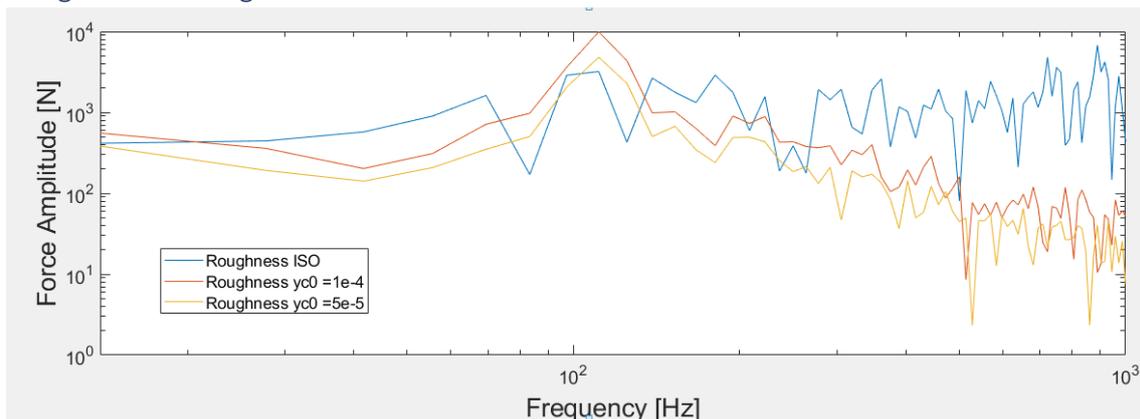


Figura 4.13. Comparación de la fuerza de contacto en el caso de roughness ISO y en dos casos de roughness

Se puede apreciar como al aumentar el valor de $\gamma c0$ (la amplitud de la rugosidad), el valor del pico de amplitud de las gráficas de roughness aumenta. En cuanto a la *roughness* se puede observar que tiene mayor contenido en frecuencia que las otras.

5. Conclusiones y trabajos futuros

5.1. Conclusiones

- Las traviesas, al estar actuando sobre la fuerza que se desplaza sobre el raíl, introducen la conocida como frecuencia pinned-pinned, la cual se ha podido observar que depende del valor de la velocidad de desplazamiento y de la longitud de la traviesa
- Los desplazamientos de las fuerzas generan un efecto conocido como efecto Doppler, donde un pico de frecuencia se divide en dos picos que están equiespaciados a cada lado respecto del pico original. Este efecto se ha podido observar que afecta tanto a la
- La metodología de trabajo empleada tal vez no ha sido la más correcta, sobre todo en el modelo de Timoshenko, ya que se ha partido de programas muy complejos no completamente implementados y se han ido simplificando para adaptarlos. Un modo de proceder más correcto podría haber sido empezar por programas más sencillos que funcionasen correctamente e ir construyendo poco a poco modelos más complejos sobre estos programas.
- Timoshenko es un método que se sigue usando en la actualidad debido a que, al incluir el efecto del cortante, presenta mejores resultados que otros métodos a un coste computacional asequible.

5.2. Trabajos futuros

En la realización del presente trabajo, como en cualquier otro, se han tenido que sesgar algunas ideas puesto que no existía tiempo material para su realización. A continuación, se exponen algunas de ellas que podrían servir como continuaciones lógicas al trabajo.

Un posible estudio interesante sería usar un método de elementos finitos (FEM o Finite Elements Method, en inglés) donde sea la fuerza la que se desplace sobre el carril con una velocidad V que es la velocidad del vehículo. Esto contrasta con el método MEM (Moving Element Method) donde se mantiene la fuerza fija en un punto espacial y es el carril el que se desplaza a través del mallado de elementos finitos. Sería interesante comparar ambos casos tanto a nivel de resultados como, sobre todo, a nivel de coste computacional, para demostrar porqué en el presente se opta por métodos MEM frente a métodos FEM. Se podría confirmar que los métodos FEM, al tener que refinar la malla por toda zona por donde pase la fuerza, respecto a los MEM, donde el refinamiento sólo se realiza en una zona al estar la fuerza fija en un punto espacial, pierden interés en cuanto a coste computacional.

Otro posible estudio interesante en cuanto a tipo de modelado de la vía sería el modelado 3D del método MEM pero por su alto coste computacional respecto al MEM 1D no compensa en muchos casos.

Se puede observar que en el trabajo se ha optado por modelar el contacto rueda-vía mediante fuerzas constantes, sinusoidales, registros de fuerzas de squeal y rolling contact, y mediante una vía con corrugación donde el vehículo se representa como una masa con amortiguamiento viscoelástico (una posible continuación de este último caso sería introducir una segunda masa con su amortiguamiento viscoelástico, lo cual conllevaría un aumento de los grados de libertad). Una continuación lógica a esto sería modelar el contacto mediante métodos de contacto rueda-carril simples como pueden ser el modelo FASTSIM o el modelo Kalker lineal.

También sería interesante, para no centrarse simplemente en el estudio de la vía, estudiar cómo le afecta el contacto a la rueda. Sería interesante estudiar las deformaciones que sufre la rueda y cómo algunos fenómenos como el wheelflat afectan al contacto rueda-raíl.

Se puede observar como el trabajo se ha basado en el estudio de los desplazamientos y contactos verticales, así que una opción sería el estudio de los laterales para poder estudiar con más profundidad fenómenos como el squeal.

Referencias de la memoria

- [1] Grassie SL, Gregory RW, Harrison D, Johnson KL. *Dynamic response of railway track to high frequency vertical excitation. J Mech Eng Sci.* 1982;24:77-90
- [2] Thompson DJ. *Railway Noise and Vibration: Mechanisms, Modelling and Means of Control.* Oxford, UK: Elsevier; 2009.
- [3] Popp K, Kaiser I. *Interaction of elastic wheelsets and elastic rails: modelling and simulation, Vehicle Syst Dyn.* 2006;44(Suppl.):S932-S939.
- [4] Thompson DJ, Jones CJC. *A Review of the Modelling of Wheel/Rail Noise Generation. J Sound Vib.* (2000;231(3):519-536.
- [5] Baeza L, Fayos J, Roda A, Insa R. *High frequency railway vehicle-track dynamics through flexible rotating wheelsets. Vehicle Syst Dyn.* 2008;46(7):647-662.
- [6] Martínez-Casas J, Fayos J, Denia FD, Baeza L. *Dynamics of damped rotating solids of revolution through an Eulerian modal approach. J Sound Vib.* 2012;331:868-882.
- [7] Vila P, Baeza L, Martínez-Casas J, Carballeira J. *Rail corrugation growth accounting for the flexibility and rotation of the wheel set and the non-Hertzian and non-steady-state effects at contact patch. Vehicle Syst Dyn.* 2014;52:92-108.
- [8] J. Martínez Casas, L. Mazzola, L. Baeza, S. Bruni, *Numerical estimation of stresses in railway axles using a train-track interaction model, International Journal of Fatigue* 47 (2013), 18-30.
- [9] J. Martínez Casas, J. Giner-Navarro, F.D. Denia, L. Baeza, *Improved railway wheelset-track interaction model in the high-frequency domain, Journal of Computational and Applied Mathematics* 309 (2017), 642-653.
- [10] J. Giner-Navarro, J. Martínez-Casas, F.F. Denia, L. Baeza, *Study of railway curve squeal in the time domain using a high-frequency vehicle/track interaction model, Journal of Sound and Vibration* 431 (2018), 177-191.
- [11] C. G. Koh, J. S. Y. Ong, D. K. H. Chua, J. Feng, *Moving element method for train-track dynamics, International Journal for Numerical Methods in Engineering* 56 (2003), 1549-1567.
- [12] J. Giner-Navarro, J. Martínez-Casas, F. D. Denia, L. Baeza. *Efficient decoupling technique applied to the numerical time integration of advanced interaction models for railway dynamics.*
- [13] J. Giner-Navarro, *PhD Thesis. Advanced techniques for the time domain modelling of high frequency train-track interaction.*

[14] K. Knothe, S.L. Grassie. *Modelling of railway track and vehicle/track interaction at high frequencies*. *Vehicle System Dynamics*, 22:209–262, 1993.

[15] Diego Martínez Colón de Carvajal, TFG. *Análisis exhaustivo de modelos dinámicos de vía, de contacto rueda-carril y de eje montado para la predicción de chirridos en curva de vehículos ferroviarios en entornos urbanos*.

[16] Página web de MathWorks. Julio 2019. Extraído de:
<https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/ode45.html>

II. PLANOS

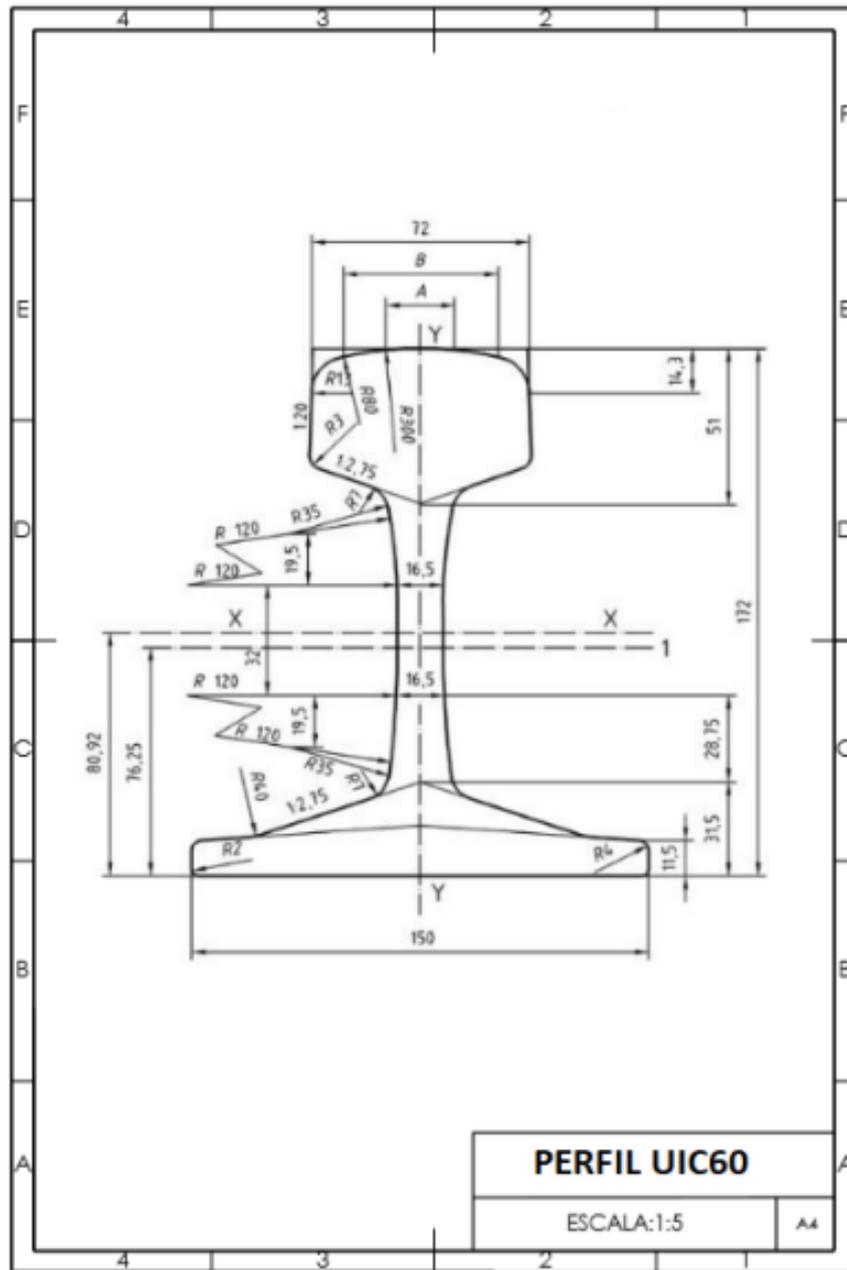


Figura 1. Plano del perfil del raíl utilizado para la vía en este trabajo

III.

PRESUPUESTO

1. Introducción

Se calculará el precio de realización de este trabajo como si este fuese a ser realizado por una empresa privada. Al tratarse de un proyecto donde se estudia teórica y computacionalmente modelos de interacción vehículo-vía, el coste principalmente se deberá al desarrollo e implementación de estos.

Para el desarrollo de todo el trabajo se tendrá en cuenta el coste de la mano de obra, el coste del hardware y del software informático, el coste de la búsqueda y adquisición de material bibliográfico y el coste de las instalaciones acondicionadas para realizar el trabajo.

2. Costes

2.1. Costes de la mano de obra

En la realización de este trabajo se asume que participan tres personas:

- Alumno: Es el autor principal del trabajo. Se asume que se trata de un Ingeniero Técnico Junior con un sueldo por hora (incluyendo el coste de la seguridad social) de 12 €.
- Tutor 1: Se asume que es un Ingeniero Superior con dos años de experiencia y un sueldo por hora (incluyendo el coste de la seguridad social) de 19 €.
- Tutor 2: Se asume que es un Ingeniero Superior con diez años de experiencia y un sueldo por hora (incluyendo el coste de la seguridad social) de 25 €.

Se pasa a exponer en una tabla los costes:

Descripción	Coste por hora	Número de horas	Coste total
Alumno	12 €	300	3600 €
Tutor 1	20 €	60	1200 €
Tutor 2	25 €	5	125 €
Coste total			4925 €

Tabla 1. Costes de la mano de obra

Con todo esto el coste de la mano de obra asciende a **4925 euros**.

2.2. Costes del hardware

Para la realización del trabajo se han usado 2 ordenadores, uno de sobremesa (principalmente para la realización de los cálculos con Matlab) y uno portátil:

Equipo	Coste
Ordenador portátil	700 €
Ordenador de sobremesa (incluyendo teclado, ratón y pantalla)	1200 €
Total	1900 €

Tabla 2. Costes del hardware

Esto da un coste total del hardware de 1900 euros que se estima que tiene una vida útil de 5 años así que, al haberse realizado en 3 meses, el coste debido al hardware para este proyecto asciende a **95 euros**.

2.3. Costes del software

Para la realización del trabajo se han usado mayoritariamente 3 programas distintos, los cuales son, junto con los precios de sus licencias:

Programa	Coste
Wolfram Mathematica 10.4	795 €/año [1]
Matlab R2017b	800 €/año [2]
Microsoft Word	69 €/año [3]

Tabla 3. Costes del software

Esto da un total de 1664 €/año, pero el trabajo sólo ha durado 3 meses, con lo cual el coste total del software para realizar el trabajo es de **416 euros**.

2.4. Costes de búsqueda y adquisición de material bibliográfico

Se considera un coste de 15 euros por ejemplar bibliográfico.

Descripción	Coste
Grassie SL, Gregory RW, Harrison D, Johnson KL. <i>Dynamic response of railway track to high frequency vertical excitation. J Mech Eng Sci. 1982;24:77-90</i>	15 €
Thompson DJ. <i>Railway Noise and Vibration: Mechanisms, Modelling and Means of Control. Oxford, UK: Elsevier; 2009.</i>	15 €
Popp K, Kaiser I. <i>Interaction of elastic wheelsets and elastic rails: modelling and simulation, Vehicle Syst Dyn. 2006;44(Suppl.):S932-S939.</i>	15 €
Thompson DJ, Jones CJC. <i>A Review of the Modelling of Wheel/Rail Noise Generation. J Sound Vib. (2000;231(3):519-536.</i>	15 €
Baeza L, Fayos J, Roda A, Insa R. <i>High frequency railway vehicle-track dynamics through flexible rotating wheelsets. Vehicle Syst Dyn. 2008;46(7):647-662.</i>	15 €
Martínez-Casas J, Fayos J, Denia FD, Baeza L. <i>Dynamics of damped rotating solids of revolution through an Eulerian modal approach. J Sound Vib. 2012;331:868-882.</i>	15 €
Vila P, Baeza L, Martínez-Casas J, Carballeira J. <i>Rail corrugation growth accounting for the flexibility and rotation of the wheel set and the non-Hertzian and non-steady-state effects at contact patch. Vehicle Syst Dyn. 2014;52:92-108.</i>	15 €
J. Martínez Casas, L. Mazzola, L. Baeza, S. Bruni, <i>Numerical estimation of stresses in railway axles using a train-track interaction model, International Journal of Fatigue 47 (2013), 18-30.</i>	15 €
J. Martínez Casas, J. Giner-Navarro, F.D. Denia, L. Baeza, <i>Improved railway wheelset-track interaction model in the high-frequency domain, Journal of Computational and Applied Mathematics 309 (2017), 642-653.</i>	15 €
J. Giner-Navarro, J. Martínez-Casas, F.F. Denia, L. Baeza, <i>Study of railway curve squeal in the time domain using a high-frequency vehicle/track interaction model, Journal of Sound and Vibration 431 (2018), 177-191.</i>	15 €
C. G. Koh, J. S. Y. Ong, D. K. H. Chua, J. Feng, <i>Moving element method for train-track dynamics, International Journal for Numerical Methods in Engineering 56 (2003), 1549-1567.</i>	15 €
J. Giner-Navarro, J. Martínez-Casas, F. D. Denia, L. Baeza. <i>Efficient decoupling technique applied to the numerical time integration of advanced interaction models for railway dynamics.</i>	15 €

J. Giner-Navarro, <i>PhD Thesis. Advanced techniques for the time domain modelling of high frequency train-track interaction.</i>	15 €
K. Knothe, S.L. Grassie. <i>Modelling of railway track and vehicle/track interaction at high frequencies. Vehicle System Dynamics, 22:209–262, 1993.</i>	15 €
Diego Martínez Colón de Carvajal, <i>TFG. Análisis exhaustivo de modelos dinámicos de vía, de contacto rueda-carril y de eje montado para la predicción de chirridos en curva de vehículos ferroviarios en entornos urbanos.</i>	15 €

Tabla 4. Costes de búsqueda y adquisición de material bibliográfico

El total de costes de búsqueda y adquisición de material bibliográfico asciende a **225 euros**.

2.5. Costes indirectos de las instalaciones

Estos incluyen los suministros (electricidad, agua, etc.), el mantenimiento de las instalaciones y cualquier otro coste indirecto de las instalaciones donde se realice el trabajo. Se estima que estos serán un 5 % de los costes de la mano de obra, software, hardware y búsqueda y adquisición de material bibliográfico.

Dicho esto, los costes indirectos de las instalaciones ascienden a **283,05 euros**.

3. Presupuesto final

Descripción	Coste
Mano de obra	4925 €
Hardware	95 €
Software	416 €
Búsqueda y adquisición material bibliográfico	225 €
Costes indirectos instalaciones	283,05 €
Total	5944,05 €

Tabla 5. Presupuesto final

Finalmente, el coste de realización del presente trabajo ha sido de **CINCO MIL NOVECIENTOS CUARENTA Y CUATRO EUROS CON CINCO CÉNTIMOS**.

4. Referencias de los presupuestos

[1] Junio 2019. Extraído de: <https://www.wolfram.com/mathematica/pricing/colleges-universities-individuals.php>

[2] Junio 2019. Extraído de: <https://es.mathworks.com/pricing/licensing.html?prodcode=ML&intendeduse=comm>

[3] Junio 2019. Extraído de: <https://products.office.com/es-ES/compare-all-microsoft-office-products?tab=1&icid=CNavSoftwareOffice>

IV.

**PLIEGO DE
CONDICIONES**

1. Introducción

El Pliego de Condiciones del proyecto es, desde el punto de vista legal y contractual, el documento más importante del proyecto a la hora de su ejecución material. Los planos reflejan lo que hay que hacer, pero son las especificaciones de materiales y equipos, y las de ejecución, las que establecen cómo y con que hay que hacerlo.

El pliego de condiciones regula las relaciones entre el propietario, promotor del proyecto, y los contratistas que lo van a ejecutar y deberá contener toda la información necesaria para que esas relaciones sean lo más fructíferas posible, máxime teniendo en cuenta la importancia de la componente económica en las mismas [1].

2. Condiciones generales

Se describen los requisitos necesarios para la realización del trabajo de acuerdo con las disposiciones pertenecientes al Real Decreto 488/1997 de 14 de abril, sobre disposiciones mínimas de seguridad y salud relativas al trabajo con equipos que incluyen pantallas de visualización [2].

También se describen los requisitos necesarios de acuerdo con el Real Decreto 486/1997 de 14 de abril, por el que se establecen las disposiciones mínimas de seguridad y de salud aplicables a los lugares de trabajo [3].

2.1. Condiciones del puesto de trabajo

El Real Decreto 488/1997 de 14 de abril establece las disposiciones mínimas de seguridad y de salud para la utilización por los trabajadores de equipos que incluyan pantallas de visualización.

A efectos de este Real Decreto se entenderá por:

- a) Pantalla de visualización: una pantalla alfanumérica o gráfica, independientemente del método de representación visual utilizado.
- b) Puesto de trabajo: el constituido por un equipo con pantalla de visualización provisto, en su caso, de un teclado o dispositivo de adquisición de datos, de un programa para la interconexión persona/máquina, de accesorios ofimáticos y de un asiento y mesa o superficie de trabajo, así como el entorno laboral inmediato.
- c) Trabajador: cualquier trabajador que habitualmente y durante una parte relevante de su trabajo normal utilice un equipo con pantalla de visualización.

2.1.1. Obligaciones del empresario

El empresario adoptará las medidas necesarias para que la utilización por los trabajadores de equipos con pantallas de visualización no suponga riesgos para su seguridad o salud o, si ello no fuera posible, para que tales riesgos se reduzcan al mínimo.

El empresario deberá evaluar los riesgos para la seguridad y salud de los trabajadores, teniendo en cuenta en particular los posibles riesgos para la vista y los problemas físicos y de carga mental,

así como el posible efecto añadido o combinado de los mismos. La evaluación se realizará tomando en consideración las características propias del puesto de trabajo y las exigencias de la tarea y entre éstas, especialmente, las siguientes:

- a) El tiempo promedio de utilización diaria del equipo.
- b) El tiempo máximo de atención continua a la pantalla requerido por la tarea habitual.
- c) El grado de atención que exija dicha tarea.

Si la evaluación pone de manifiesto que la utilización por los trabajadores de equipos con pantallas de visualización supone o puede suponer un riesgo para su seguridad o salud, el empresario adoptará las medidas técnicas u organizativas necesarias para eliminar o reducir el riesgo al mínimo posible. En particular, deberá reducir la duración máxima del trabajo continuado en pantalla, organizando la actividad diaria de forma que esta tarea se alterne con otras o estableciendo las pausas necesarias cuando la alternancia de tareas no sea posible o no baste para disminuir el riesgo suficientemente.

2.1.2. Disposiciones mínimas

Pantalla

Los caracteres de la pantalla deberán estar bien definidos y configurados de forma clara, y tener una dimensión suficiente, disponiendo de un espacio adecuado entre los caracteres y los renglones.

La imagen de la pantalla deberá ser estable, sin fenómenos de destellos, centelleos u otras formas de inestabilidad.

El usuario de terminales con pantalla deberá poder ajustar fácilmente la luminosidad y el contraste entre los caracteres y el fondo de la pantalla, y adaptarlos fácilmente a las condiciones del entorno.

La pantalla deberá ser orientable e inclinable a voluntad, con facilidad para adaptarse a las necesidades del usuario.

Podrá utilizarse un pedestal independiente o una mesa regulable para la pantalla.

La pantalla no deberá tener reflejos ni reverberaciones que puedan molestar al usuario.

Teclado

El teclado deberá ser inclinable e independiente de la pantalla para permitir que el trabajador adopte una postura cómoda que no provoque cansancio en los brazos o las manos.

Tendrá que haber espacio suficiente delante del teclado para que el usuario pueda apoyar los brazos y las manos.

La superficie del teclado deberá ser mate para evitar los reflejos.

La disposición del teclado y las características de las teclas deberán tender a facilitar su utilización.

Los símbolos de las teclas deberán resaltar suficientemente y ser legibles desde la posición normal de trabajo.

Mesa o superficie de trabajo

La mesa o superficie de trabajo deberán ser poco reflectantes, tener dimensiones suficientes y permitir una colocación flexible de la pantalla, del teclado, de los documentos y del material accesorio.

El soporte de los documentos deberá ser estable y regulable y estará colocado de tal modo que se reduzcan al mínimo los movimientos incómodos de la cabeza y los ojos.

El espacio deberá ser suficiente para permitir a los trabajadores una posición cómoda.

Asiento de trabajo

El asiento de trabajo deberá ser estable, proporcionando al usuario libertad de movimiento y procurándole una postura confortable.

La altura del mismo deberá ser regulable.

El respaldo deberá ser reclinable y su altura ajustable.

Se pondrá un reposapiés a disposición de quienes lo deseen.

Iluminación

La iluminación general y la iluminación especial (lámparas de trabajo), cuando sea necesaria, deberán garantizar unos niveles adecuados de iluminación y unas relaciones adecuadas de luminancias entre la pantalla y su entorno, habida cuenta del carácter del trabajo, de las necesidades visuales del usuario y del tipo de pantalla utilizado.

El acondicionamiento del lugar de trabajo y del puesto de trabajo, así como la situación y las características técnicas de las fuentes de luz artificial, deberán coordinarse de tal manera que se eviten los deslumbramientos y los reflejos molestos en la pantalla u otras partes del equipo.

2.2. Condiciones del lugar de trabajo

El Real Decreto 486/1997 de 14 de abril establece las disposiciones mínimas de seguridad y de salud aplicables a los lugares de trabajo [3].

A efectos del presente Real Decreto se entenderá por lugares de trabajo las áreas del centro de trabajo, edificadas o no, en las que los trabajadores deban permanecer o a las que puedan acceder en razón de su trabajo. Se consideran incluidos en esta definición los servicios higiénicos y locales de descanso, los locales de primeros auxilios y los comedores.

Las instalaciones de servicio o protección anejas a los lugares de trabajo se considerarán como parte integrante de los mismos.

2.2.1. Condiciones constructivas

Los edificios y locales de los lugares de trabajo deberán poseer la estructura y solidez apropiadas a su tipo de utilización. Para las condiciones de uso previstas, todos sus elementos, estructurales o de servicio, incluidas las plataformas de trabajo, escaleras y escalas, deberán:

a) Tener la solidez y la resistencia necesarias para soportar las cargas o esfuerzos a que sean sometidos.

b) Disponer de un sistema de armado, sujeción o apoyo que asegure su estabilidad.

Se prohíbe sobrecargar los elementos citados en el apartado anterior. El acceso a techos o cubiertas que no ofrezcan suficientes garantías de resistencia sólo podrá autorizarse cuando se proporcionen los equipos necesarios para que el trabajo pueda realizarse de forma segura.

Deberán tomarse las medidas adecuadas para la protección de los trabajadores autorizados a acceder a las zonas de los lugares de trabajo donde la seguridad de los trabajadores pueda verse afectada por riesgos de caída, caída de objetos y contacto o exposición a elementos agresivos. Asimismo, deberá disponerse, en la medida de lo posible, de un sistema que impida que los trabajadores no autorizados puedan acceder a dichas zonas.

Las zonas de los lugares de trabajo en las que exista riesgo de caída, de caída de objetos o de contacto o exposición a elementos agresivos, deberán estar claramente señalizadas.

El diseño y las características constructivas de los lugares de trabajo deberán ofrecer seguridad frente a los riesgos de resbalones o caídas, choques o golpes contra objetos y derrumbamientos o caídas de materiales sobre los trabajadores.

Las vías de circulación de los lugares de trabajo, tanto las situadas en el exterior de los edificios y locales como en el interior de los mismos, incluidas las puertas, pasillos, escaleras, escalas fijas, rampas y muelles de carga, deberán poder utilizarse conforme a su uso previsto, de forma fácil y con total seguridad para los peatones o vehículos que circulen por ellas y para el personal que trabaje en sus proximidades.

El diseño y las características constructivas de los lugares de trabajo deberán también facilitar el control de las situaciones de emergencia, en especial en caso de incendio, y posibilitar, cuando sea necesario, la rápida y segura evacuación de los trabajadores.

Según las dimensiones y el uso de los edificios, los equipos, las características físicas y químicas de las sustancias existentes, así como el número máximo de personas que puedan estar presentes, los lugares de trabajo deberán estar equipados con dispositivos adecuados para combatir los incendios y, si fuere necesario, con detectores contra incendios y sistemas de alarma.

La instalación eléctrica no deberá entrañar riesgos de incendio o explosión. Los trabajadores deberán estar debidamente protegidos contra los riesgos de accidente causados por contactos directos o indirectos.

Los lugares de trabajo y, en particular, las puertas, vías de circulación, escaleras, servicios higiénicos y puestos de trabajo, utilizados u ocupados por trabajadores minusválidos, deberán estar acondicionados para que dichos trabajadores puedan utilizarlos.

2.2.2. Orden, limpieza y mantenimiento

Las zonas de paso, salidas y vías de circulación de los lugares de trabajo y, en especial, las salidas y vías de circulación previstas para la evacuación en casos de emergencia, deberán permanecer libres de obstáculos de forma que sea posible utilizarlas sin dificultades en todo momento.

Los lugares de trabajo, incluidos los locales de servicio, y sus respectivos equipos e instalaciones, se limpiarán periódicamente y siempre que sea necesario para mantenerlos en todo momento en condiciones higiénicas adecuadas. A tal fin, las características de los suelos, techos y paredes serán tales que permitan dicha limpieza y mantenimiento.

Los lugares de trabajo y, en particular, sus instalaciones, deberán ser objeto de un mantenimiento periódico, de forma que sus condiciones de funcionamiento satisfagan siempre las especificaciones del proyecto, subsanándose con rapidez las deficiencias que puedan afectar a la seguridad y salud de los trabajadores.

Si se utiliza una instalación de ventilación, deberá mantenerse en buen estado de funcionamiento y un sistema de control deberá indicar toda avería siempre que sea necesario para la salud de los trabajadores.

En el caso de las instalaciones de protección, el mantenimiento deberá incluir el control de su funcionamiento.

2.2.3. Condiciones ambientales

La exposición a las condiciones ambientales de los lugares de trabajo no deberá suponer un riesgo para la seguridad y salud de los trabajadores.

Asimismo, y en la medida de lo posible, las condiciones ambientales de los lugares de trabajo no deben constituir una fuente de incomodidad o molestia para los trabajadores. A tal efecto, deberán evitarse las temperaturas y las humedades extremas, los cambios bruscos de temperatura, las corrientes de aire molestas, los olores desagradables, la irradiación excesiva y, en particular, la radiación solar a través de ventanas, luces o tabiques acristalados.

En los locales de trabajo cerrados deberán cumplirse, en particular, las siguientes condiciones:

a) La temperatura de los locales donde se realicen trabajos sedentarios propios de oficinas o similares estará comprendida entre 17 y 27 °C.

La temperatura de los locales donde se realicen trabajos ligeros estará comprendida entre 14 y 25 °C.

b) La humedad relativa estará comprendida entre el 30 y el 70 por 100, excepto en los locales donde existían riesgos por electricidad estática en los que el límite inferior será el 50 por 100.

c) Los trabajadores no deberán estar expuestos de forma frecuente o continuada a corrientes de aire cuya velocidad exceda los siguientes límites:

1.º Trabajos en ambientes no calurosos: 0,25 m/s.

2.º Trabajos sedentarios en ambientes calurosos: 0,5 m/s.

3.º Trabajos no sedentarios en ambientes calurosos: 0,75 m/s.

Estos límites no se aplicarán a las corrientes de aire expresamente utilizadas para evitar el estrés en exposiciones intensas al calor, ni a las corrientes de aire acondicionado, para las que el límite será de 0,25 m/s en el caso de trabajos sedentarios y 0,35 m/s en los demás casos.

A efectos de la aplicación de lo establecido en el apartado anterior deberán tenerse en cuenta las limitaciones o condicionantes que puedan imponer, en cada caso, las características

particulares del propio lugar de trabajo, de los procesos u operaciones que se desarrollen en él y del clima de la zona en la que esté ubicado. En cualquier caso, el aislamiento térmico de los locales cerrados debe adecuarse a las condiciones climáticas propias del lugar.

2.2.4. Servicios higiénicos y locales de descanso

Los lugares de trabajo dispondrán de agua potable en cantidad suficiente y fácilmente accesible. Se evitará toda circunstancia que posibilite la contaminación del agua potable. En las fuentes de agua se indicará si ésta es o no potable, siempre que puedan existir dudas al respecto.

Los lugares de trabajo dispondrán de retretes, dotados de lavabos, situados en las proximidades de los puestos de trabajo, de los locales de descanso, de los vestuarios y de los locales de aseo, cuando no estén integrados en estos últimos.

2.2.5. Material y locales de primeros auxilios

Los lugares de trabajo dispondrán de material para primeros auxilios en caso de accidente, que deberá ser adecuado, en cuanto a su cantidad y características, al número de trabajadores, a los riesgos a que estén expuestos y a las facilidades de acceso al centro de asistencia médica más próximo. El material de primeros auxilios deberá adaptarse a las atribuciones profesionales del personal habilitado para su prestación.

La situación o distribución del material en el lugar de trabajo y las facilidades para acceder al mismo y para, en su caso, desplazarlo al lugar del accidente, deberán garantizar que la prestación de los primeros auxilios pueda realizarse con la rapidez que requiera el tipo de daño previsible.

Sin perjuicio de lo dispuesto en los apartados anteriores, todo lugar de trabajo deberá disponer, como mínimo, de un botiquín portátil que contenga desinfectantes y antisépticos autorizados, gases estériles, algodón hidrófilo, venda, esparadrapo, apósitos adhesivos, tijeras, pinzas y guantes desechables.

El material de primeros auxilios se revisará periódicamente y se irá reponiendo tan pronto como caduque o sea utilizado.

3. Especificaciones técnicas

3.1. Especificaciones de materiales y equipos

Hardware

Para la realización de este trabajo se han utilizado 2 ordenadores: uno de sobremesa (principalmente para los cálculos con Matlab que requieren más potencia) y otro portátil (para la realización de diversos cálculos y para la redacción del documento).

Software

Para el desarrollo del proyecto se han utilizado los softwares de cálculo Matlab R2017b y Wolfram Mathematica 10.4 (este último en menor medida) y el software Microsoft Office 2016. Además, se han utilizado los sistemas operativos Windows 7 (en el ordenador de sobremesa) y Windows 10 (en el portátil).

Conexión a Internet

Se ha utilizado una conexión estándar para la búsqueda de información bibliográfica principalmente.

Supervisión

Para la supervisión de este trabajo se ha contado con unos tutores que han demostrado con anterioridad tener gran experiencia en el campo de estudio del presente trabajo.

4. Referencias del Pliego de Condiciones

[1] Junio 2019. Extraído de: <http://www.proyectosfindecarrera.com/pliego-condiciones-proyecto.htm>

[2] Junio 2019. Extraído de: http://noticias.juridicas.com/base_datos/Laboral/rd488-1997.html

[3] Junio 2019. Extraído de: http://noticias.juridicas.com/base_datos/Laboral/rd486-1997.html