



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Clasificación cinemática de las estructuras

Apellidos, nombre	Basset Salom, Luisa (lbasset@mes.upv.es)
Departamento	Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Centro	Escuela Técnica Superior de Arquitectura Universitat Politècnica de València



1 Resumen de las ideas clave

En este artículo se clasificará cinemáticamente las estructuras en función de su grado de indeterminación cinemática, partiendo de la definición de éste y de su determinación.

2 Introducción

En el cálculo de estructuras intervienen tres componentes: la estática, la cinemática y las leyes de comportamiento, que relacionen las dos primeras entre sí.

Toda estructura debe cumplir con las condiciones derivadas de estas tres componentes que se traducen en ecuaciones de equilibrio, ecuaciones de compatibilidad y ecuaciones constitutivas.

Para abordar el cálculo debe decidirse, en primer lugar, qué incógnitas son las principales: las estáticas o las cinemáticas, por lo que es importante saber el número de incógnitas estáticas o cinemáticas independientes y de qué tipo de estructura se trata. Las estructuras se pueden clasificar cinemáticamente según su grado de indeterminación cinemática (GIC).

3 Objetivos

EL alumno, tras la lectura de este documento, será capaz de:

- determinar el número de movimientos independientes de la estructura o grado de indeterminación cinemática
- identificar cinemáticamente una estructura
- proponer ejemplos de estructuras con distintos grados de libertad

4 Clasificación cinemática de las estructuras

4.1 Grado de indeterminación cinemática

El grado de indeterminación cinemática o número de grados de libertad es el número de movimientos independientes de la estructura (tanto los asociados a nudo como los asociados a extremo de barra, cuando en éstas hay una desconexión, es decir, un movimiento diferente del movimiento del nudo)

El GIC se obtiene descontando del número total de movimientos desconocidos (incógnitas) el número de movimientos dependientes.

El número total de movimientos desconocidos o capacidad cinemática de la estructura (CC) lo forman todos los movimientos de nudos y extremos de barra con desconexiones que no sean nulos o prescritos.



Llamamos:

$N = n^{\circ}$ nudos

$Dt_b = n^{\circ}$ de desconexiones totales en extremo de barra

$Dp_b = n^{\circ}$ de desconexiones parciales en extremo de barra (muelles)

$NCC = n^{\circ}$ de coordenadas cinemáticas, es decir, número de componentes de movimiento asociadas a nudo (tomando como origen la posición inicial de éste) y a extremo de barra (si difiere del movimiento nudo).

$$NCC = 3N + Dt_b + Dp_b$$

$MN = n^{\circ}$ de movimientos nulos o prescritos (en los apoyos)

Se obtiene la capacidad cinemática descontando del número de coordenadas cinemáticas los movimientos nulos o prescritos: $CC = NCC - MN$

El número de movimientos dependientes coincidirá con el número de condiciones de dependencia (CD) o relaciones entre movimientos que se establezcan, ya que cada condición de dependencia expresa un movimiento dependiente en función de uno o más movimientos independientes. Estas condiciones de dependencia aparecen cuando haya apoyos inclinados, nudos dobles o modos rígidos (una condición para modo rígido axial, MRA, y dos para modo rígido a flector/cortante, MRF/C).

Por tanto el grado de indeterminación cinemática se obtiene descontando de la capacidad cinemática de la estructura el número de condiciones de dependencia.

$$GIC = CC - CD$$

4.2 Clasificación

Las estructuras, según el GIC, pueden clasificarse en:

- 1.- Estructuras isocinemáticas: $GIE = 0$
- 2.- Estructuras hiperkinemáticas: $GIE > 0$
- 3.- Estructuras hiperrestringida: $GIE < 0$

4.3 Estructuras isocinemáticas

Una estructura es isocinemática cuando el $GIC = 0$. En ese caso el número de vínculos cinemáticos (movimientos nulos o prescritos más condiciones de rigidez o dependencia) coincide con el número de coordenadas cinemáticas.

Una estructura isocinemática tiene una única configuración cinemática admisible posible y está cinemáticamente determinada



Ejemplos:

Ejemplo 1 (figura 1): En este ejemplo, los movimientos de los nudos y, por tanto, de los extremos de las barras están impedidos. No hay desplazamientos ni giros.

Sólo habrá deformación en las barras en función de las cargas que actúen sobre ellas.

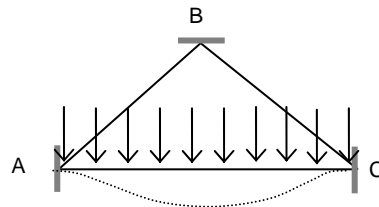


Figura 1: Estructura isocinématica

$$NCC = 3 \cdot 3 = 9$$

$$MN = 9$$

$$CC = NCC - MN = 0$$

$$CD = 0$$

$$\mathbf{GIC = 0}$$

Ejemplo 2 (figura 2): Una estructura puede ser isocinématica por las condiciones de rigidez de las barras

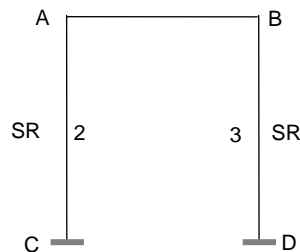


Figura 2: Estructura isocinématica

$$NCC = 3 \cdot 4 = 12$$

$$MN = 6$$

$$CC = NCC - MN = 6$$

$$CD = 6$$

$$\mathbf{GIC = 0}$$

Al ser los dos soportes sólidos rígidos (SR), es decir no deforman ni por axil ni por flector/cortante tendremos 3 condiciones de dependencia por soporte, es decir 6. Los nudos y, por tanto, los extremos de barra permaneces fijos. Sólo habría deformación en la barra superior si estuviese cargada, como ocurría en el ejemplo anterior



4.4 Estructuras hipercinemáticas

Una estructura es hipercinemática cuando el $GIC > 0$. En ese caso el número de vínculos cinemáticos es menor que el número de coordenadas cinemáticas

Una estructura hipercinemática tiene infinitas configuraciones cinemáticamente admisibles. Será, por lo tanto, cinemáticamente indeterminada (para obtener la configuración cinemática real tendríamos que considerar las condiciones de equilibrio y las leyes de comportamiento)

Ejemplos:

Ejemplo 1 (figura 3):

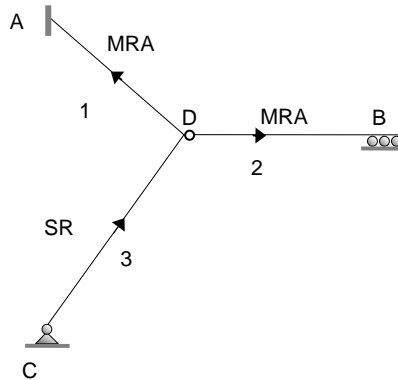


Figura 3: Estructura hipercinemática

$$NCC = 3 \cdot 4 + 1 = 13$$

$$MN = 7$$

$$CC = NCC - MN = 6$$

$$CD = 5$$

$$GIC = 1 \quad (\text{el movimiento independiente es el giro } \theta_{i2})$$

Ejemplo 2 (figura 4):

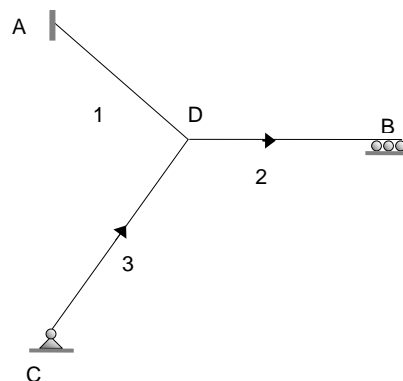


Figura 4: Estructura hipercinemática



$$\begin{aligned}NCC &= 3 \cdot 4 = 12 \\MN &= 7 \\CC &= NCC - MN = 5 \\CD &= 0\end{aligned}$$

$$\mathbf{GIC = 5}$$

(los movimientos independientes son dx_B , θ_C , dx_D , dy_D , θ_D)

Estos dos ejemplos difieren entre sí en los modos rígidos asignados y en las condiciones de vínculo del extremo i de la barra 2 que, en el primer caso, tiene una desconexión de giro

4.5 Estructuras hiperrestringidas

Una estructura es hiperrestringida cuando el $GIC < 0$. En ese caso el número de vínculos cinemáticos es excesivo ya que supera el número de coordenadas cinemáticas. El número negativo es el número de restricciones en exceso.

El cálculo de una estructura hiperrestringida no sería factible salvo que se detectaran, de antemano, las condiciones de rigidez redundantes. Estará mal modelizada

Ejemplo 1 (figura 5):

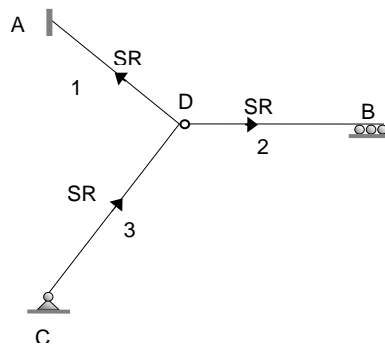


Figura 5. Estructura hiperrestringida

$$\begin{aligned}NCC &= 3 \cdot 4 + 1 = 13 \\MN &= 7 \\CC &= NCC - MN = 6 \\CD &= 9\end{aligned}$$

$$\mathbf{GIC = - 3}$$

5 Resumen

A lo largo de este tema hemos definido el grado de indeterminación cinemática de una estructura, hemos determinado su valor, hemos clasificado las estructuras en función de éste y hemos planteado diferentes ejemplos.

Proponer ejemplos de los tres tipos de estructuras desde el punto de vista cinemático (con y sin modos rígidos en las barras) y determinar en cada caso el valor del grado de indeterminación cinemática.



6 Bibliografía

6.1 Libros:

[1] Basset, L.; Cálculo matricial de estructuras. Desconexiones y vínculos

6.2 Figuras:

Figura 1. Estructura isocinemática. Autora: Luisa Basset

Figura 2. Estructura isocinemática. Autora: Luisa Basset

Figura 3. Estructura hipercinemática. Autora: Luisa Basset

Figura 4. Estructura hipercinemática. Autora: Luisa Basset

Figura 5. Estructura hiperrestringida. Autora: Luisa Basset