

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

**DEPARTAMENTO DE COMUNICACIÓN AUDIOVISUAL,
DOCUMENTACIÓN E HISTORIA DEL ARTE**



**UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA**



Departamento de Comunicación Audiovisual, Documentación e Historia del Arte

Máster Universitario en Música

**La sección áurea en los ciclos románticos para piano solo:
un estudio de proporción y estructura**

Alejandro Antón Cámara

Tutor

Joaquín Cerdà Boluda

Valencia, julio de 2019

« *La sensualidad de la música va siempre precedida de la penitencia intelectual.
Los flamencos primitivos compusieron [...] los más rebuscados ejercicios
musicales, ejercicios concebidos al margen de toda sensualidad,
puras operaciones de cálculo. »*

THOMAS MANN, *Doktor Faustus*

RESUMEN

El propósito del presente trabajo es analizar el papel que cumple la proporción áurea en la macroestructura de la música. Específicamente, se centra en dos ciclos para piano solo vinculados a la música del siglo XIX: las *Fantasiestücke*, Opus 12 (1837), del compositor alemán Robert Schumann (1810-1856), y los 10 Preludios, Opus 23 (1901-1903), del ruso Serguei Rachmaninov (1873-1943).

Para ello, una primera aproximación teórica tratará de definir los fundamentos del análisis y la estructura musical, así como una breve aproximación matemática hacia la proporción áurea y su aplicación en el arte. Además, se efectuará una breve revisión de los estudios realizados hasta la fecha sobre el tema y se propondrán diversos métodos de análisis de estructura y proporción y de representación de resultados.

Por último, el análisis desprenderá una serie de datos, a partir de los cuales se podrán inferir las implicaciones de la proporción áurea sobre la estructura musical y sobre las ideas fundamentales de las obras estudiadas, así como obtener información acerca del contenido narrativo y dramático de estas. Este trabajo se puede aplicar para conocer estrategias, técnicas y recursos compositivos e interpretativos, así como para aumentar la comprensión de las obras propuestas y del discurso musical en general, enriqueciendo la capacidad auditiva y abordando la complejidad conceptual de la música.

Palabras clave: análisis musical, estructura musical, sección áurea, proporción áurea, número áureo, Φ , Robert Schumann, Serguei Rachmaninov.

ABSTRACT

The aim of this Masters Degree Project is to analyse the role of Golden Section throughout musical macro-structure. Specifically, it focuses two piano solo collections related to XIX-century music: *Fantasiestücke*, Opus 12, written by the German composer Robert Schumann (1810-1856) and 10 Preludes, Opus 23, by the Russian composer Serguei Rachmaninov (1873-1943).

First of all, a theoretical approach will determine the main concepts of analysis, musical structure, and a brief mathematical explanation towards the Golden Mean and its application in art. Also, a general review of previous projects will be stated, whereas various structural and proportional analysis methods in addition to representational systems will be exposed.

Eventually, the analysis will spread some data, which will show the relations between the Golden Mean and the musical structure and their implications on the main ideas of the works analysed. The results of this project can be helpful in order to be acquainted with compositional and performance strategies, techniques and tools, as well as to increase the understanding of the underlying structure of the analysed work and musical discourse as a whole, enriching hearing and approaching conceptual complexity of music.

Keywords: musical analysis, musical structure, Golden Mean, Golden Proportion, Golden Section, Φ , Robert Schumann, Serguei Rachmaninov.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo resume y cierra mi aventura de un año en Valencia, y me gustaría agradecer su apoyo y cariño a todas las personas que han hecho posible que ambos proyectos hayan sido un éxito y que hayan convertido mi estancia en la capital del Turia en una experiencia inolvidable. El número de personas que han contribuido a ello es muy grande y, aunque no pueda mencionar a todos, les doy un cariñoso agradecimiento.

En primer lugar, a aquellos a los que he dejado atrás: mis padres, con su apoyo siempre incondicional, sus valiosos consejos y sus cariñosas visitas, a mis amigos de Atocha, a todos aquellos que, con sus visitas ocasionales, han contribuido a edificar la idea de este trabajo: Héctor, Isabel, Patri, Iván y Mónica y David, y a los que, no pudiendo venir, se han interesado por mí.

Después, a mis compañeros de piso, Iván, Alex, Ponce y Dominika, por haber hecho de un piso de estudiantes un hogar acogedor, y haber instaurado tradiciones milenarias como el Q12 nocturno.

A todos mis compañeros del máster, por haberme acogido como a uno más a pesar de ser el único de fuera, por su cercanía y por las desesperaciones conjuntas para entregar los trabajos en plazo. También a los profesores, que, en muchos casos, nos han atendido con desinterés y complicidad. Especialmente a Ximo, mi tutor, por aceptar la propuesta, esperar con paciencia mis envíos y mandarme siempre los ánimos y la energía que necesitaba.

A la gente del Liceu de Mislata, en el que me he reafirmado en una pasión por la docencia que ya sospechaba, por acogerme también con una sonrisa en plena mitad del curso. Especialmente a Rosana por esos viajes en metro que me despejaban y desconectaban después de un largo día.

Al equipo FNESMUSICA, porque aunque somos un equipo de trabajo os he conocido y apreciado en lo personal. Especialmente a Pascual, que me ha acogido dos veces y me ha enseñado los entresijos de la Comunitat Valenciana y a Pepe por su confianza y su sinceridad.

A los *warlords* Pablo y Mario, porque hemos tenido la increíble oportunidad de vivir en la misma ciudad y no la hemos desaprovechado. Desde los nerviosos primeros días en los que no encontraba piso, hasta las últimas jornadas maratonianas en la biblioteca de la Universidad, habéis sido un apoyo fundamental y me habéis dado un *feedback* necesario, haciéndome mantener la mente despierta y los pies en el suelo.

Por último, a la Orquesta Sinfónica de Ruzafa por haber sido mi familia en Valencia. Especialmente, a Laura, Elvira y Sofía, por su acogida y aprecio desde el primer día.

Contenido

Introducción	1
Capítulo 1. Marco teórico.....	4
1. Análisis y estructura musical	4
El análisis musical. Definición y paradigma intelectual.....	5
La estructura musical	6
Divisiones formales	8
Puntos culminantes o clímax	8
Macroestructura o superestructura.....	10
2. Paradigma estético y racional de la composición	12
Tiempo.....	13
Sistema.....	14
Control	15
3. La proporción áurea y la sucesión de Fibonacci. Fundamentos matemáticos.	16
Breve reseña histórica.....	17
Definición y características generales.....	18
La sucesión de Fibonacci.....	23
Capítulo 2. La investigación sobre la sección áurea en la estructura musical.	
Estado de la cuestión.....	25
1. Resumen y revisión general.....	25
2. Método.....	28
3. Resultados	30
Capítulo 3. El análisis estructural y el análisis de proporción. Metodología. 33	
1. Análisis estructural	33
Divisiones formales	34

Puntos culminantes	35
La representación de la estructura	35
2. Análisis de proporción	37
Análisis temporal	38
Análisis de unidades de pulso	42
La representación de las proporciones	43
3. Otras consideraciones metodológicas.....	44
Piezas individuales contra colecciones completas	44
Capítulo 4. La estructura y las proporciones en las Fantasiestücke, Opus 12 de R. Schumann y los Preludios, Opus 23 de S. Rachmaninov. Resultados y discusión.....	46
1. Fantasiestücke, Opus 12 de R. Schumann (1837).....	46
Des Abends	46
Aufschwung	48
Warum?.....	50
Grillen	51
In der Nacht	54
Fabel.....	57
Traumes Wirren	60
Ende vom Lied.....	62
Fantasiestücke, Op. 12. Ciclo completo	64
2. 10 Preludios, Opus 23, de Serguei Rachmaninov.....	68
Preludio Op. 23 nº I	69
Preludio Op. 23 nº II	70
Preludio Op. 23 nº III.....	72
Preludio Op. 23 nº IV	74

Preludio Op. 23 nº V	76
Preludio Op. 23 nº VI	78
Preludio Op. 23 nº VII	79
Preludio Op. 23 nº VIII.....	81
Preludio Op. 23 nº IX	83
Preludio Op. 23 nº X.....	84
10 Preludios, Opus 23. Ciclo completo	86
Conclusiones	88
Bibliografía	92
ANEXOS	101
ANEXO I. BREVE COMENTARIO SOBRE OBRAS Y EDICIONES..	102
ANEXO II. RELACIÓN DE ESQUEMAS GRÁFICOS FORMALES...	103
1. Schumann: Fantasiestücke, Opus 12	103
2. Rachmaninov: 10 Preludios, Opus 23	114

Introducción

El discurso musical constituye una de las formas de comunicación más sofisticadas y complejas que existen. A pesar de no tratarse de un lenguaje concreto sino de un sistema de comunicación holístico y abstracto, tiene también una sintaxis propia y un núcleo conceptual, con ideas principales que se aplican al global de un objeto musical y con desarrollos lógicos, que dotan de detalles, matices y complejidad a dichas ideas principales.

Estos principios fundamentales narrativos y dramáticos tienen una correspondencia en la estructura: la construcción material en la que dicho contenido se hace concreto y se materializa. La forma musical establece los distintos elementos que conforman el texto, así como las relaciones y la lógica que opera entre ellos. Así, aparecen nociones necesarias para que el discurso musical pueda tener la complejidad y organización conveniente, como la de movimiento (el desarrollo de la música en el paso del tiempo), el equilibrio (las correspondencias entre distintas ideas), la lógica, la coherencia o la cohesión.

Aunque, intuitivamente, se interiorizan todos estos elementos a través de la escucha, es tan solo cuando se aplica un análisis consciente cuando se pueden discernir todas las implicaciones que estos conceptos aportan a la idea musical y se puede valorar en consecuencia el núcleo conceptual que atesora un texto musical.

El presente trabajo, por lo tanto, pretende acercarse a dicho origen, discernir cuál es el papel que la proporción matemática tiene en dichos elementos fundamentales de la estructura desde el análisis y el estudio concreto del número áureo.

Efectuar este tipo de análisis es pertinente ya que permite obtener información teórica sobre las estrategias y las herramientas que se utilizan en la construcción de la música, así como puede aproximar también hacia la síntesis de elementos originarios en el concepto del objeto musical.

Estas estrategias y herramientas se pueden utilizar como recurso y guía para la toma de decisiones creativas y para el establecimiento de un bagaje teórico, técnico y de oficio, en el caso de un músico, ya sea profesional o aficionado, que quiera mejorar en su práctica musical. También desde la mera escucha este conocimiento aumenta la comprensión, la capacidad de síntesis y la percepción de los detalles, enriqueciendo el proceso comunicativo entre el objeto artístico y el oyente.

El objetivo fundamental del trabajo es analizar el propósito que cumple la proporción áurea en la organización macroestructural de la música. De aquí se derivan otros objetivos complementarios:

- Relacionar las implicaciones estructurales de la proporción con los conceptos narrativos y dramáticos del discurso musical, hallando posibles patrones, correspondencias y vínculos.
- Estudiar la relevancia de los mecanismos racionales y cuantitativos en la creación musical vinculada estéticamente al Romanticismo, para evidenciar que en este período histórico la creación se fundamenta en un proceso de planificación riguroso y fundamentado.
- Buscar la unidad y cohesión interna en colecciones de textos distintos.

Los dos últimos objetivos se encuentran fuertemente vinculados a los estudios previos acerca de este tema, que se centran en periodos históricos caracterizados por el cientifismo en el arte (Edad media, renacimiento, ilustración y siglo XX) y analizan obras musicales individuales, sin abordar las posibles relaciones entre varias obras pertenecientes a un mismo ciclo.

Las obras propuestas para analizar son las *Fantasiestücke*, Opus 12 de Robert Schumann (1837) y los 10 Preludios, Opus 23 de Serguei Rachmaninov (1901-1903). Se trata de dos ciclos, de una duración similar (aproximadamente 30 minutos cada uno), formados por varias piezas (respectivamente, ocho y diez),

para piano solo, que presentan un discurso característico de la estética musical del siglo XIX.

La diferencia temporal entre ambos ciclos permite encuadrar la tradición musical del Romanticismo desde una obra temprana hasta una tardía, pudiendo encontrar elementos comunes pero diferencias derivadas del desarrollo de la música a lo largo de tal periodo de tiempo. Esto permite obtener una perspectiva general del siglo XIX, atendiendo especialmente a las características comunes, que por inducción es posible que sean aplicables a la mayoría de obras de la apertura histórica propuesta, y, en el caso de no poder serlo, ofrecer indicios hacia los que dirigir posteriores análisis.

A su vez, las dos obras tienen diferencias que podrán ofrecer elementos de comparación. La primera de ellas es la nacionalidad (Schumann es un compositor alemán y Rachmaninov, ruso), elemento que incluirá diferencias estilísticas entre ambos.

A su vez, los dos ciclos presentan presupuestos conceptuales diferentes: en el caso de Schumann las piezas cuentan con títulos extramusicales y descriptivos, adivinando una suerte de *programa* o narrativa que vertebra y justifica la obra, mientras que los Preludios de Rachmaninov presentan un texto abstracto que se justifica por sí mismo. Estas diferencias son de gran utilidad a la hora de comparar el papel que cumple la proporción en la estructura.

En cualquier caso, se trata de colecciones de piezas y no de una pieza constituida en varios movimientos o secciones. Este hecho da pie a la posibilidad de estudiar cada pieza por separado, así como el conjunto global, pudiendo discernir a su vez cuál de las dos identidades (la individual o la global) tiene más peso, estableciendo el grado de autonomía o dependencia de cada pieza dentro del ciclo.

Capítulo 1. Marco teórico

En este capítulo se definen los paradigmas y presupuestos sobre los que se inscribe la presente investigación. Estos conceptos de partida hacen referencia a tres disciplinas o ramas de conocimiento diferenciadas. En primer lugar, se exponen las nociones de análisis y de estructura musical, así como sus características principales, su importancia para la comprensión teórica y la actividad práctica de la música y el vínculo que existe entre ambas.

Posteriormente, se definen una serie de conceptos teóricos procedentes de la estética y la teoría de la composición, que explican el marco conceptual sobre el que se entiende el texto y el discurso musical y sobre el que los compositores despliegan sus recursos técnicos y artísticos.

Por último, se explica el número áureo y sus conceptos derivados como fenómeno matemático, detallando algunas de sus propiedades, sus manifestaciones en la naturaleza y la cultura y algunas de sus aplicaciones más comunes en diversos ámbitos, especialmente en el entorno del arte.

1. Análisis y estructura musical

En tanto aproximación teórica a la construcción racional de un objeto musical, los principales conceptos que se manejan en el presente trabajo son el análisis -como disciplina teórica de comprensión del texto musical- y la estructura -como modelo constructivo de la música-.

Así, los dos primeros apartados del presente apartado desgranar a nivel global dichos conceptos: en primer lugar, el de análisis y, en segundo lugar, el de estructura.

Posteriormente, tres apartados se centran en aquellas propiedades de la estructura musical de interés para el presente trabajo: las divisiones formales (secciones constitutivas del discurso musical con identidad propia), los puntos culminantes (instantes de máxima dramaticidad) y las nociones de macroestructura y superestructura (aquella que afecta a la globalidad del objeto).

El análisis musical. Definición y paradigma intelectual.

Fuera de la propia práctica artística musical, es decir, de la interpretación o la composición, el análisis constituye la forma de aproximación a las obras artísticas más extendida y generalizada, además de la forma de trabajo fundamental desde el punto de vista teórico en cuanto dicha aproximación a los objetos artísticos -en este caso concreto, musicales-.

El concepto de análisis musical toma formas muy variadas en función del contexto histórico, académico y social de los autores implicados (Igoa, s. f.), aunque cuando se trata de hacer una definición genérica se producen muchos puntos en común. Los principales diccionarios establecen que “el análisis musical es la interpretación de las estructuras de la música, su resolución en elementos constitutivamente simples y la investigación de las funciones relevantes que cumplen dichos elementos” (Bent, NG 1980: vol. I, 340; 1990: 1), o que “el análisis musical es la detección de las conexiones existentes dentro de una obra o un conjunto de ellas (incluso de diferentes compositores) dentro de un género, un estilo, una época u otros límites” (Erpf, MGG 1949/1989: vol. I, 449).

Nicholas Cook (1992) menciona una serie de elementos comunes a esta disciplina: la especulación intelectual y científica sobre la música, el estudio del objeto musical de forma individual y la concepción de la música como un fenómeno propio e independiente.

Así, en términos generales, se puede afirmar que el análisis musical constituye un conjunto de prácticas de carácter, si no científico, al menos racional e intelectual, que responden a una aproximación teórica hacia los objetos artísticos - las obras musicales- y su comprensión, global o de sus partes, atendiendo a los elementos que los forman, las posibles relaciones, funciones y estructuras que estos puedan producir.

Todas estas prácticas, que se pueden englobar dentro del paraguas del análisis musical, pueden adquirir diversas tipologías y tener alcances muy dispares en función de su contexto y finalidad. Así, el ejercicio de la interpretación requiere, en el caso de pretender llevarse a cabo con rigor, de un ejercicio previo de

análisis, que puede ser muy somero y regularmente ni siquiera requiere de su elaboración escrita, pero permite, a través de la toma de conciencia de los distintos elementos que conforman la obra, la toma de decisiones interpretativas y, por tanto, la realización de una auténtica interpretación y no una mera ejecución.

En la composición también se ponen en juego mecanismos racionales muy similares a los que se exhiben en el ejercicio analítico, hasta el punto de que se puede considerar que el proceso de conceptualización y planificación de la obra supone un cierto “análisis sobre lo no escrito” en un procedimiento, en cierto modo, inverso. Asimismo, los análisis previos pueden dotar al compositor de herramientas, recursos y elementos que utilizará en su propio proceso compositivo (Adorno & Paddison, 1982). En este caso es común llevar a cabo ciertos “mapas” o esquemas escritos dirigidos a la futura composición, sin pretensión de llegar más allá que los bocetos que puede llevar a cabo un artista plástico.

Por último, el análisis se puede llevar a cabo de forma independiente, y es en estos casos cuando el alcance suele ser mayor, pudiendo llevarse a cabo, generalmente, de forma escrita y con ánimo de ser, si no publicable, al menos legible y disponible para otras personas. En estos casos, además de cumplir con los dos propósitos comentados anteriormente (la práctica musical), aparecen otras posibles metas, entre las que destaca el retorno a la obra musical, en este caso como oyente, buscando un grado de comprensión mayor que ofrecerá una experiencia distinta de la escucha, más consciente y con un mayor grado de implicación en la dimensión intelectual y racional del discurso musical.

La estructura musical

Uno de los problemas fundamentales que acontecen cuando se aborda el estudio de la música es, precisamente, el de su organización, y, en concreto, cuáles son los mecanismos que dotan a una obra de ésta.

De forma general, se entiende que la forma de la música es el conjunto de relaciones y la coherencia que se establece entre los elementos que constituyen una obra musical (Kühn, 2003: 17); y se dirige a la consecución de dicha obra como un fenómeno unitario -es decir, con identidad propia y distinguible de todo

lo que no es él mismo- y orgánico -en el que todos los elementos cumplen un cometido lógico- (Blanco, 2011).

Estas relaciones se establecen, independientemente de los códigos en los que se inscriba la obra musical, a través de una serie de procesos en la memoria¹ generales, que obran sobre distintos niveles de significación textual y conceptual y que definen ideas como conformación, coherencia, movimiento, equilibrio o lógica (Kühn, 2003: 9-16).

Los recursos generadores de forma (Kühn, 200: 17-18) son la repetición, la variación, la diferencia, el contraste y la carencia de relación. Los elementos que conforman la música se van a relacionar entre sí siguiendo estos patrones, dejando tras de sí una combinación de factores de unidad y variedad (Blanco, 2011).

Un tratamiento más específico, procedente de la propia materia musical, definirá y desarrollará los procesos estructurales desde una perspectiva estrictamente musical, tipificando los modelos formales convencionales y una terminología técnica propia del estudio académico tradicional de la teoría musical, con una amplia trayectoria histórica, pero cuestionada ante la imposibilidad de enfrentarse a aquellos objetos artísticos que escapan de dichas especificidades².

¹ [...] debemos reconocer que una secuencia de vicisitudes sonoras no es suficiente por sí misma para determinar la gnosis del tiempo, al menos la del tiempo musical. Se debe producir [...] una trama de relaciones entre las distintas inserciones sonoras, una secuencia equilibrada de elementos y funciones, para hacernos conscientes de que el tiempo forma parte del lienzo en que se presentan las proporciones, y concluir la visión de ese tiempo como un estado vital. Las artes plásticas permiten la contemplación del objeto a voluntad [...] pero en música la información se recibe *progresivamente*, desde el entramado construido, y de esa combinación de elementos y funciones resulta la percepción del tiempo, que debemos significarlo en música dándole forma. De ahí la belleza, pero también, de ahí, la exigencia, la necesidad de la memoria, que así transforma el tiempo cronológico en tiempo psicológico. (Catalán, 2010)

² Una buena muestra de ello es el *Curso de formas musicales* de Zamacois (1959), que constituye el modelo conceptual típico de la enseñanza musical académica de la segunda mitad del siglo XX.

Sin embargo, cabe destacar que todos los elementos caracterizados tradicionalmente son reducibles y clasificables desde los procesos en la memoria y los recursos generadores de forma.

De todos los elementos formales categorizados, tan solo algunos de ellos son de interés para el presente trabajo, ya sea por hacer referencia a la secuenciación y al movimiento temporal de la música, por manifestarse a gran escala sobre el conjunto de la obra o por involucrar elementos mensurables. Estos se pueden catalogar en dos grandes grupos.

Divisiones formales

Constituyen las articulaciones del discurso musical. Se trata de fronteras que separan dos secuencias temporales cuyo contenido es distinguible el uno del otro y que se formalizan, como norma general, en una pausa.

La relevancia y longitud de dicha pausa y la duración y el nivel de caracterización de los elementos que dicha pausa separa suponen las dos características que inscribirán dicha división formal dentro de un nivel de significado u otro.

Así, no es lo mismo la separación entre la exposición y el desarrollo en una sonata, ubicada en el nivel superior de la estructura y haciendo referencia al global de la obra musical -prácticamente abarca la obra completa-, que la división que pueda establecerse entre las dos primeras frases de la misma obra, que opera en un nivel mucho más detallado y vertebrada acontecimientos a pequeña escala.

Puntos culminantes o clímax

Se trata de eventos concretos que suponen un grado máximo de desarrollo³ o el alcance de un máximo o un mínimo en uno o varios parámetros del discurso musical. El efecto de un clímax es destacar ese punto en la atención del oyente de

³ Entendido este como derivación del discurso a través de la transformación y elaboración a través de procedimientos lógicos, de los materiales planteados (Kühn, 2003, 94).

tal forma que es considerado como el *objetivo narrativo o dramático* de la obra (o uno de ellos, en caso de haber varios).

Esto se debe al establecimiento del discurso musical en base a sucesiones de pasajes de tensión y distensión⁴ (Blanco, 2011). En los lenguajes del período de la práctica común (ca. 1700-1900) esta idea llega a constituir el motor que sostiene el discurso musical en el tiempo, y permite extenderlo a duraciones temporales de una gran magnitud, sin la presencia de texto, imágenes ni ningún otro elemento extramusical.

Este fenómeno se ve complementado con el uso de la dialéctica: es decir, la oposición entre elementos, si no opuestos, al menos diferentes, como motor del desarrollo de un discurso musical (Igoa, s. f.: 83).

Al igual que en las divisiones formales, las tensiones y clímax aparecen también a distintas escalas dentro de una misma obra: así, normalmente cada frase tiene su propio clímax, vertebrando el juego de tensiones a nivel microestructural, y, a su vez, existe algún⁵ punto estructural de gran calado que funciona como instante de máxima tensión de toda la obra.

Algunos elementos que pueden contribuir a la generación de tensión son los siguientes:

- **Volumen:** normalmente el clímax de la obra es el punto en el que se alcanza un mayor volumen. En algunos casos también puede ser el punto de mínimo volumen, o incluso constituirlo un silencio⁶.

⁴ El concepto de tensión aplicado a la música hace referencia a cuestiones como la noción de expectativa, al mecanismo psicológico de implicación-realización y a otros derivados de la teoría de la información. Para obtener información más detallada, véase Bent & Drabkin (1987); Meyer, (1996, 2008, 2010) y Meyer, Narmour, & Solie (1988).

⁵ En el período de la práctica común lo normal es que haya únicamente un clímax, aunque, excepcionalmente, pueden aparecer varios. Esto se hace más común en músicas temporalmente más avanzadas (fundamentalmente el siglo XX).

⁶ Para profundizar en los valores del silencio en la música, véase *Cuatro silencios de la música* (Barce, 1990).

- **Altura:** usualmente el clímax de la obra corresponde con el punto en el que se alcanza el sonido más agudo de toda la obra. Esto constituye una herencia de lo vocal, entorno en el que alcanzar un sonido agudo requiere un esfuerzo mayor por parte del cantante, que se traduce en un aumento del volumen y en la producción de un sonido más tenso.
- **Otros elementos:** tales como la densidad contrapuntística, la tensión armónica, la figuración, la agógica (aceleración o deceleración) o la compresión y dilatación de acontecimientos.

Macroestructura o superestructura

En la definición de la estructura musical, un término que adquiere una importancia especial es el de la coherencia. En cualquier tipo de texto, sea este de naturaleza musical, lingüística o de cualquier otra, este se debe entender como una unidad de sentido global. Hace referencia al significado del texto en su totalidad, respecto del contexto y de sí mismo, obteniendo estabilidad y consistencia temática (Blancafort & Tusón, 2007: 221).

Así, esta propiedad se asocia, por una parte, a la macroestructura del texto. Este término hace referencia al contenido global que representa el sentido de un texto (Martín Peris (coord.), 2009). Ante cualquier texto que ofrece una estructura semántica compleja, dicha información debe reducirse y organizarse en tratamiento y memoria y dicha reducción constituye la macroestructura (van Dijk, 1980: 213).

Por otra parte, la coherencia también se dirige hacia el esquema formal del texto; es decir, a la organización y las partes en las que se divide el contenido de un texto (van Dijk, 1983: 141-142). A este esqueleto se le denomina superestructura.

Macroestructura y superestructura tienen elementos de relación y también de divergencia: ante dos textos con la misma macroestructura (tema o asunto) la variación en la superestructura, en la construcción, supone un cambio en su función comunicativa y también en el género o tipo de discurso generado (van Dijk, 1983: 141-142). Así, por ejemplo, un texto cuya macroestructura es la

exposición de un robo podrá presentarse bajo diferentes prismas en función de si se muestra a través de una novela o de un informe policial; es decir, si presentan diferentes superestructuras.

En el caso de la música estos presupuestos también se cumplen con los matices propios del uso de un lenguaje distinto del verbal. La macroestructura consistiría en la idea principal de un discurso musical, que no se puede traducir a un concepto concreto como el del lenguaje verbal –a menos que se cuente con referencias extramusicales asociadas, tales como un texto o imágenes- sino que alude, fundamentalmente, a conceptualizaciones abstractas o contenidos de carácter emocional, entre otros.

Las superestructuras, a su vez, consisten en los esquemas formales de organización, división y secuenciación de los contenidos musicales de una obra en su conjunto. El desarrollo histórico y estético ha cristalizado en el establecimiento de una serie de estructuras o esquemas formales convencionales o típicos, tales como la forma sonata, la forma de *suite*, la forma *Lied*, etc. (Blanco, 2011). No obstante, toda obra musical cuenta con una estructura propia, independientemente de si se ajusta o no a dichos esquemas formales categorizados. Dicha estructura se establecerá a través de la presencia de divisiones formales y de las relaciones entre los distintos elementos que constituyen la obra musical.

La música es un arte que se desarrolla en el tiempo. Este principio obliga, por tanto, a cualquier discurso musical a regirse de tal forma que sus elementos queden circunscritos dentro de este. Así, el uso consciente de las duraciones de los sonidos genera el ritmo, rasgo fundamental de la música. Asimismo, la organización de las distintas ideas musicales debe llevarse a cabo necesariamente de forma secuencial, contando con el tiempo como sustrato fundamental -de la misma forma que las artes plásticas manejan el espacio- (Catalán, 2010). En relación con esto, uno de los recursos de los que se valen los compositores para organizar este discurso es, precisamente, el uso de proporciones temporales para establecer dicha estructura. Esto tiene sentido ya que la música se escucha de manera lineal y desde una perspectiva continua, cronométrica, del tiempo, al igual

que en el cine y al contrario de la literatura, en la que el tiempo actúa como eje secuenciador pero no hay dicha necesidad.

Por tanto, se puede concluir que uno de los factores que forman parte de la superestructura en una obra musical es la gestión de las duraciones y las proporciones temporales.

2. Paradigma estético y racional de la composición

El uso de proporciones numéricas como estrategia de organización se adscribe en el ámbito de la composición musical: es el creador el que, a través de sus decisiones, conforma el objeto artístico. Por esto, en función de la cosmovisión en la que dicho creador se encuentre inmerso, se van a producir distintos matices sobre el papel de los distintos elementos implicados en el proceso comunicativo, la variabilidad u homogeneidad del objeto resultante y otros elementos que alteran la naturaleza del objeto musical y la perspectiva desde la que lo estudiemos.

Por ejemplo, músicas realizadas desde perspectivas diferentes pueden llevar a distintas consideraciones sobre cuál es el objeto artístico definitivo. En el caso de una obra clásica, el texto musical (la notación o partitura) constituye la base desde la cual se establece la identidad o núcleo de la identidad de la obra: cada interpretación sucesiva constituirá una versión o matización de la misma. En cambio, en un *standard* de jazz la notación constituye una plantilla a partir de la cual, con los mismos elementos, cada intérprete o grupo de intérpretes elaborará una obra propia. En este caso, cada interpretación constituye una obra nueva, aunque esté construida con las mismas piezas. Por último, en una obra conceptual de los años 60, por ejemplo, del entorno de *Fluxus*, apenas existen estos condicionantes previos y además la propia acción del público contribuirá a establecer la identidad definitiva de la obra artística.

Así, el paradigma bajo el que se encuadra cada obra hace variar necesariamente los parámetros bajo los que debe estudiarse. Así, por ejemplo, en el caso de la obra conceptual no cabe llevar a cabo el estudio de proporción que se plantea, ya que la noción de objeto artístico unitario desaparece, y es condición necesaria para poder realizar un análisis estructural como el que se plantea.

Por estos motivos, es necesario establecer algunos presupuestos de carácter estético que definan en qué casos se puede llevar a cabo un estudio estructural y aclaren bajo qué perspectiva están planteadas las obras que se pretenden analizar.

Tiempo

Toda definición de la música consta de dos componentes esenciales: el sonido y la organización temporal.⁷ Esta segunda cumple, por tanto, una parte fundamental en la estructura musical (Barce, 1965b).

Al hablar de organización temporal se entiende, por tanto, que el tiempo en el que transcurre la música tiene que estar controlado y responder a una planificación y sistematización. En el período de la práctica común (1700-1900)⁸ esto se lleva a cabo a través de un sistema sofisticado de estructuración del tiempo en base a criterios matemáticos. Se establece una unidad de medida constante -pulso-, que divide el tiempo en partes iguales (New Grove Dictionary, 2001). A partir de esta base, se introducen los sonidos que constituyen el discurso musical mayoritariamente a través de duraciones temporales proporcionales de tal forma que se mantiene una regularidad y una relación matemática a lo largo de toda la obra. A este proceso, a pequeña escala, se le denomina ritmo métrico.

La gestión de estas duraciones temporales genera lo que se denomina tiempo musical o *tempo* (Barce, 1965b). En la música basada en el pulso y el ritmo métrico, se establecen equivalencias temporales similares a escalas mayores, generando estructuras temporales medibles y comparables entre sí y dando lugar a

⁷ Se hace referencia, en este caso, a definiciones convencionales de la música. Existen, no obstante, diversas corrientes, fundamentalmente basadas en algunos movimientos vanguardistas del siglo XX, en las cuales el tiempo ha ganado importancia progresivamente a costa del sonido, hasta el punto de que en algunas manifestaciones este ha acabado por desaparecer (músicas visuales, teatro de acción, *happening*).

⁸ Esta sistematización tiene su origen en los pies métricos de la Antigua Grecia, y se desarrolla en la polifonía medieval y renacentista. También se puede encontrar en la inmensa mayoría de la música del siglo XX, si bien en este caso se encuadra el ámbito temporal del objeto de estudio.

frases, semifrases, períodos, secciones y movimientos completos. Según las relaciones temporales que se produzcan entre las distintas secciones de una obra, se producirán diferentes efectos sobre la atención del oyente. Así, al igual que en geometría se habla de rectángulos estáticos -si las relaciones métricas entre sus lados son racionales- o dinámicos -si estas son irracionales- (Toledo Agüero, 2013), en música se habla de composiciones estáticas -si sus divisiones formales responden a proporciones numéricas racionales- o dinámicas -si dichas proporciones son irracionales-. Esta división haría referencia a los efectos sobre la atención de dichas proporciones: de estabilidad y desactivación en caso de composiciones estáticas y de inestabilidad y activación en caso de las dinámicas.

En resumen, se puede hablar de la noción de escucha cuantitativa (Warner, 2006) a través de la cual nuestro oído tiene la capacidad de percibir las proporciones temporales de los distintos acontecimientos que está captando y de inferir a través de dicha información temporal ciertos equilibrios o simetrías entre ellos.

Sistema

La noción de sistema hace referencia al bagaje mental con la que el compositor se enfrenta a la obra, es decir, al conjunto de elementos teóricos con los que cuenta cuando escribe. Estos elementos conforman, en conjunto, un marco y una normativa que establece una serie de mecanismos, de límites y de condicionantes a través de los cuales dirigir el discurso musical (Barce, 1988).

El uso de sistemas ofrece unas directrices a través de las cuales dirigir el discurso musical. No se trata, por lo tanto, de un algoritmo cerrado. Por otra parte, los compositores se ven obligados a echar mano de los sistemas para llevar a cabo el proceso de creación de una obra. Ante la posibilidad de escribir música sin sistema, se da la consecuencia de que las obras resultantes se reducen a una mera acumulación de ideas arbitrarias (Kühn, 2003).

Aplicado en un ámbito estructural, el desarrollo histórico ha propiciado la aparición de unos esquemas formales que, con el paso del tiempo, se han establecido como modelos teóricos que juegan también un papel dentro del bagaje

previo de un compositor. Es decir, estos esquemas y presupuestos formales y estructurales también constituyen parte del sistema. Estas estructuras responden a necesidades de la audición: los procesos en la memoria (repetición, contraste, etc.) permiten dar consistencia al código utilizado y posibilitan la comunicación (Barce, 1988).

Control

En la creación se pueden distinguir tres fases. En primer lugar, la fase de concepto supone la ideación explícita, organizada y sistematizada, de la obra. El compositor, primeramente, imagina la obra. Después tiene lugar la fase de proceso, que constituye la realización de dicha o dichas ideas. El creador materializa la obra de forma gráfica a través del conocimiento técnico de sonidos y formas que se correspondan a la imagen original. Por último, el resultado final es un objeto, definido y con identidad propia, que se presenta en el tiempo a través de una interpretación (Barce, 1965a).

Las tres fases se encuentran en concordancia, de tal manera que los distintos actores implicados (el compositor consigo mismo entre concepto y proceso, y el compositor con el intérprete entre proceso y objeto) son capaces de ajustar las fases para que se produzca una correspondencia, de tal forma que las ideas se plasman en los resultados definitivos. A este ajuste, que se realiza con consciencia, es a lo que se denomina control.

Esta consciencia por parte del compositor de los procesos que está poniendo en juego a la hora de componer se cumple en la mayor parte de la música, y de hecho en toda la música anterior al siglo XX. Es en este período en el que se pone en duda la noción de control debido a diversos acontecimientos de índole social y cultural⁹. En la música de este siglo aparecen algunos casos en los que dicho

⁹ El historicismo con su relativización, los cambios profundos de la ciencia desdiciéndose de su anterior suficiencia y precisión (la teoría de los cuanta de Planck, la relatividad de Einstein, las geometrías no euclídeas de Riemann y Lobachewsky, los trabajos de Heisenberg y Schrödinger), los logros de la *Gestaltpsychologie*, el psicoanálisis, la planificación económica, los movimientos futuristas, surrealistas y dadá, la pintura

tratamiento convencional del control se difumina. Esta difusión tiene lugar en varios sentidos, ya sea hacia una exacerbación de la exactitud consciente de la correspondencia entre idea y objeto o hacia una reducción de dicha consciencia. A la primera se le denomina supercontrol y se dirige fundamentalmente a la música construida exclusivamente en base a procesos matemáticos (serialismo integral y música estocástica). La segunda sería un proceso de infracontrol, cuyos principales exponentes son la música aleatoria y, más avanzada en el tiempo, la música conceptual, el happening y otros fenómenos de vanguardia.

Sin embargo, fuera de estos movimientos concretos se considera que la producción musical responde a un fenómeno de control por parte del compositor y, por tanto, el resultado definitivo parte de la planificación y de la consciencia en aquello que se ha compuesto.

3. La proporción áurea y la sucesión de Fibonacci. Fundamentos matemáticos.

El número áureo y sus manifestaciones derivadas constituyen un fenómeno matemático con una naturaleza y unas propiedades que lo dotan de una identidad propia y diversas aplicaciones en el entorno de la cultura. En el presente apartado se va a desgranar este hecho matemático atendiendo a varios criterios.

En primer lugar, se va a establecer una breve cronología, apuntando el conocimiento adquirido sobre este fenómeno a lo largo de la Historia. Más adelante se definirá y detallará desde el punto de vista estrictamente matemático, explicando sus características generales y propiedades, así como sus manifestaciones en la cultura y la naturaleza. Por último, se especificará la sucesión de Fibonacci, derivada de la proporción áurea y especialmente utilizada como caso concreto de esta.

abstracta y la escultura no figurativa, la importancia creciente de la estadística, e, incluso, la desintegración del átomo y los viajes espaciales, con sus secuelas literarias a cualquier nivel, incluida la ciencia – ficción. (Barce, 1965)

Breve reseña histórica

No se conoce una fecha exacta de definición de la proporción áurea, si bien las primeras fuentes conocidas provienen de la antigua Grecia. La escuela pitagórica (siglo VI a. C.) dio una gran importancia en su doctrina a la estrella pentagonal, figura en la cual la proporción áurea está presente en muchos de sus elementos (Cruz, 2007: 3).

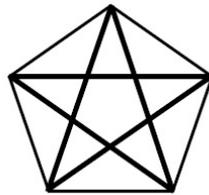


Figura 1. Estrella pentagonal

Más adelante, Euclides (ca. 400 a. C.) define por primera vez dicha proporción desde una perspectiva geométrica. Esta sigue siendo una de las proposiciones más usadas a día de hoy. Poco después, Platón (428-347 a. C.) se refiere en el *Timeo* a una relación que podría ser, por sus características, la proporción áurea (Toledo Agüero, 2013: 8).

Una nueva sistematización y ampliación de esta proporción se manifiesta en el Renacimiento italiano a través del trabajo de Leonardo de Pisa “Fibonacci” (1170-1240), primero en describir la sucesión homónima, íntimamente emparentada con la proporción áurea; y de Luca Pacioli (1445-1517), que en el libro *La divina proporción* (1498), en el que sistematiza el conocimiento existente sobre dicha proporción, además de describir su presencia en el arte, la arquitectura y la geometría de la época (Di Teodoro, 2014).

Algunos autores posteriores recibieron importantes influencias del conocimiento de esta proporción y la aplicaron al arte o la ciencia, entre los que se puede destacar a Leonardo da Vinci (1452-1519) o Albrecht Dürer (1471-1528) en la pintura, a Andrea Palladio (1508-1580) en la arquitectura, o a Johannes Kepler (1571-1630) en la ciencia.

Nuevas aportaciones relevantes al respecto de la proporción áurea tienen lugar en los siglos XIX y XX. Es en 1835 cuando obtiene su denominación actual, propuesta por el matemático alemán Martin Ohm. Posteriormente, en 1900 fue propuesto el símbolo ϕ para representarla. Asimismo en el siglo XX se descubren nuevas propiedades matemáticas y expresiones del número áureo (Ghyka, 1977), como por ejemplo su representación a través de raíces cuadradas consecutivas, deducible a partir de una demostración matemática de Nathan Altshiller-Collier en 1917 (Ginsburg & Altshiller, 1917).

Por otra parte, en el arte se siguió empleando el número áureo en los siglos XIX y, especialmente, XX. En el entorno pictórico destacan Georges Pierre Seurat (1859-1891), Paul Cézanne (1839-1906), y, en la arquitectura, Le Corbusier (1887-1965). A lo largo del siglo XX el uso en el arte de dicha proporción se extiende y generaliza (Toledo Agüero, 2013).

Definición y características generales

La proporción áurea, también denominada sección áurea o número áureo, es la proporción que cumplen dos segmentos de una misma línea tal que la relación entre el segmento menor y el mayor es la misma que la que se produce entre el segmento mayor y el total de la línea.

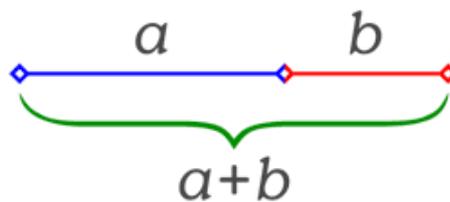


Figura 2. Representación geométrica de la proporción áurea

El punto de la línea en el que se produce tiene que cumplir la siguiente condición:

$$\frac{b}{a} = \frac{a}{a+b}$$

Desarrollando esta expresión tenemos el siguiente resultado:

$$\frac{b}{a} = \frac{a}{a+b} \rightarrow b(a+b) = a^2$$

$$ba + b^2 = a^2 \rightarrow b^2 + ab - a^2 = 0$$

Despejando dicha ecuación en torno a b resulta lo siguiente:

$$b = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 + 4a^2}}{2} = \frac{-a \pm \sqrt{5a^2}}{2} = \frac{-a \pm \sqrt{5}a}{2} =$$

$$b_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}a \rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0,618$$

$$b_2 = -\frac{\sqrt{5}+1}{2}a \rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)_2 = -\frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx -1,618$$

Este segundo valor se suele considerar en valor absoluto. Estos valores, especialmente el primero de ellos, ya que es el que está expresado en términos propios de una proporción (entre 0 y la unidad), son los que se conocen como número áureo.

Este número tiene diversas propiedades matemáticas (Toledo Agüero, 2013), como por ejemplo el hecho de que sí mismo más la unidad es igual a su cuadrado.

$$\phi + 1 = \phi^2$$

Asimismo, otras muchas de sus propiedades están basadas en la recursividad (Ginsburg & Altshiller, 1917). Desarrollando la expresión anterior:

$$\phi^2 = \phi + 1 \rightarrow \phi = \sqrt{1 + \phi} \rightarrow \phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \phi}} \dots}}$$

$$\phi = \lim \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}} \dots}}$$

Análogamente a la anterior, a través de recursividad se obtiene también el siguiente desarrollo:

$$\phi^2 = \phi + 1 \rightarrow \phi = 1 + \frac{1}{\phi} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\phi}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\phi}}} \dots$$

$$\phi = \lim \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\dots}}}}$$

El número áureo se manifiesta en diversos elementos de la naturaleza y las creaciones humanas. Por una parte, está presente en diversos elementos geométricos (Toledo Agüero, 2013), pues es la relación entre la diagonal y el lado de un pentágono regular. También cumple papeles significativos en ciertos tipos de triángulos, como el conocido como triángulo de Pitágoras (aquel triángulo rectángulo cuyos lados corresponden a relaciones 3:4:5), y relaciona entre sí la longitud del lado de un hexágono y un decágono regulares.

Aparece también en fenómenos físicos como los cuasi-cristales o el movimiento periódico de los planetas (Stakhov, 1998: 394).

Se manifiesta en desarrollos biológicos y orgánicos, tales como la filotaxis vegetal, es decir, la disposición de hojas sobre el tallo, y sobre los patrones en espiral que se producen en las hojas, flores y brácteas¹⁰ (Mitchison, 1977). A pesar de la creencia popular, las conchas de los Nautilus no constituyen espirales áureas sino desarrollos de orden logarítmico (Sharp, 2002).

Ya entre los diseños biológicos y las cuestiones estéticas y artísticas, cabe destacar la importancia que se le da al número áureo en el ámbito de la odontología, pues se toma dicha proporción como referencia para establecer las relaciones ideales de la composición geométrica de la cara, los dientes entre sí y los diversos elementos que conforman el entramado bucodental (Levin, 1978).

¹⁰ Órganos foliáceos que se sitúan en la proximidad de las flores, con propiedades distintas de las hojas y que constituyen el cáliz y la corola (Font Quer, 1970: 148)

También en el campo de la tecnología se aplica, como por ejemplo en la industria de la automoción, en la que el número áureo cumple una doble función; por una parte se tiene en cuenta con el objetivo de reducir la fricción entre los materiales y optimizar estos (Lu, 2003), y por otra parte se utiliza en los diseños estéticos, en relación a la apariencia externa del vehículo (Levin, 1978: 250). Igualmente se utiliza en otros muchos ámbitos como el diseño gráfico, el márketing, la publicidad y la tecnología audiovisual o la construcción de instrumentos (Baginsky, s. f.).

Por último, el número áureo se ha aplicado recurrentemente en el arte en general y, concretamente y con una incidencia especial, en la arquitectura. En música, aparte de en la gestión de las duraciones -objeto de estudio del presente trabajo, tema que se desarrollará detalladamente con posterioridad-, también ha tenido aplicaciones sobre la construcción de las escalas y armonías musicales, ya sea en su vertiente histórica y convencional (Cartwright, González, Piro, & Stanzial, 2002), como en la creación de escalas y conjuntos sintéticos por parte de compositores del siglo XX (Halász, 1995).

En las artes visuales, se manifiesta en la pintura en torno a las relaciones espaciales en las que se ubican los distintos elementos de un cuadro. Los períodos históricos en los que se evidencia su aplicación con mayor claridad son el Renacimiento italiano y el siglo XX, si bien aparece también desde la Edad Media. Existen múltiples ejemplos de aplicaciones del número áureo en la composición pictórica, efectuados por artistas como Leonardo da Vinci, Miguel Ángel, Rafael, Botticelli, Seurat, Burne Jones o Dalí, entre otros muchos (Meisner, 2014).



Figura 3. Composición de Georges Seurat basada en el número áureo (Meisner, 2014)

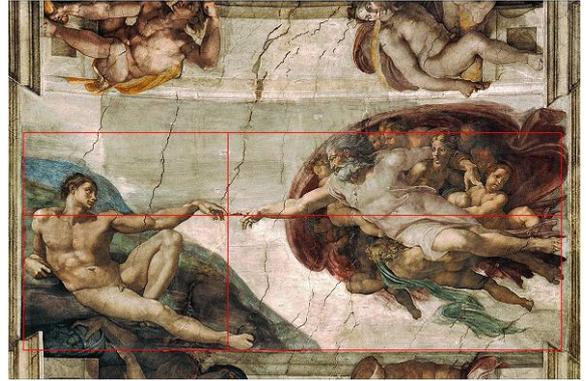


Figura 4. Composición geométrica a través del número áureo en los frescos de la Capilla Sixtina (Meisner, 2014)

En la arquitectura, el número áureo ha cumplido preferentemente un papel estructural, rigiendo las proporciones espaciales de los distintos elementos que conforman el diseño arquitectónico. Su uso se extiende a la práctica totalidad del desarrollo histórico, desde las Pirámides de Giza en Egipto hasta modernos rascacielos como la CN Tower de Toronto, pasando por otras muchas edificaciones históricas como el Partenón de Atenas, la Catedral de Notre Dame en París o el Taj Mahal (Meisner, 2013).

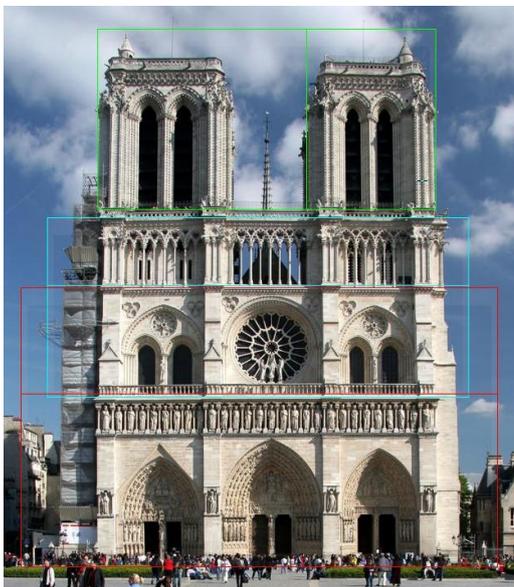


Figura 5. Composición de la fachada de la Catedral de Notre-Dame en París (Meisner, 2013)



Figura 6. Proporciones entre los elementos estructurales de la CN Tower, Toronto (Meisner, 2013)

También encontramos usos del número áureo en el cine, cumpliendo este un papel estructural, situando puntos relevantes de la película en momentos temporales proporcionales según el número áureo respecto de la duración total de la película, como ocurre por ejemplo en *El acorazado Potemkin* de Sergei Eisenstein (Casans Arteaga, 2004: 19).

La sucesión de Fibonacci

Una sucesión matemática es una aplicación de los números naturales sobre otro conjunto numérico (normalmente, los números reales). Normalmente las sucesiones responden a una regla a partir de la cual se establece una identidad o correspondencia con cada número del conjunto de los números naturales. Se diferencia en una función en que esta segunda suele adscribirse al conjunto de los números reales mientras que la sucesión tan solo asigna valores para el conjunto de números naturales.

$a_n = a_1, a_2, a_3, \dots$ donde a_n es el término general, en ocasiones definido a través de una regla o progresión.

Por ejemplo, en la sucesión $a_n = 2n + 1$ cada valor de la sucesión corresponderá a multiplicar por 2 el número natural n y sumar 1. Así

$$a_1 = 2 \times 1 + 1 = 3; a_2 = 5; a_3 = 7, \text{ etc.}$$

La sucesión de Fibonacci es una sucesión recursiva, esto es, la regla que define los términos depende de los términos anteriores. En concreto, su recurrencia es de orden 2, ya que son los dos términos anteriores los que definen el siguiente. Recibe su nombre de Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci (1170-1240), matemático italiano que fue el primero en descubrirla con exactitud, a través de la descripción de la evolución de una población de conejos (Toledo Agüero, 2013).

La sucesión de Fibonacci se enuncia de la siguiente manera:

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

Es decir, cada valor es la suma de los dos valores precedentes. Si se toma como referencia $a_0 = 1$; entonces los primeros valores de la sucesión son los siguientes:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 ...

Esta sucesión tiene, a su vez, diversas propiedades características, de las cuales la más relevante es su vinculación con el número áureo. Cada término de la sucesión se relaciona con el siguiente en una proporción tendente a este número precisamente, de la siguiente forma:

$$\frac{1}{2} = 0,5; \frac{2}{3} = 0,66; \frac{3}{5} = 0,6; \frac{5}{8} = 0,625; \frac{8}{13} = 0,615 \leftrightarrow \phi = 0,618$$

De tal forma que se cumple que: $\lim_{\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \phi$

Esta propiedad ha resultado de gran utilidad para su aplicación en la composición musical, ya que ha permitido a los compositores utilizar valores de la sucesión de la Fibonacci, números naturales fácilmente traducibles a unidades de duración o intervalos, para construir relaciones áureas entre los distintos elementos. Los ejemplos son muy numerosos y, en ocasiones, explícitos, especialmente en la música del siglo XX.

Figura 7. Fragmento del Klavierstück IX de K. Stockhausen (1962). En recuadros, las duraciones de los compases, siempre en valores de la sucesión de Fibonacci.

Capítulo 2. La investigación sobre la sección áurea en la estructura musical. Estado de la cuestión.

En este capítulo se revisa la literatura que ha estudiado la presencia de la proporción áurea en el discurso musical. Esta revisión se lleva a cabo en tres niveles. El primero de ellos es una enumeración de los distintos estudios llevados a cabo a este respecto, explicando algunas características de estos y especificando aquellos que han tenido una mayor relevancia o incidencia.

Posteriormente, la revisión se centra en los métodos utilizados por dichos estudios, nombrando y explicando los más comunes, así como sus principales similitudes y diferencias. Por último, se resumen brevemente algunos de los resultados más sobresalientes de dichos estudios, con especial atención a las conclusiones globales que se pueden extraer de todos ellos en su conjunto.

1. Resumen y revisión general

El estudio analítico de la estructura musical toma la consideración de disciplina académica dentro del paraguas de la musicología sistemática, rama de conocimiento surgida fundamentalmente en Alemania a lo largo del siglo XIX. La musicología sistemática tendrá como fin en su concepción originaria la investigación sobre la teoría musical, las leyes armónicas, rítmicas y melódicas, la pedagogía y didáctica de la música, su estética y filosofía y aspectos psicológicos y fisiológicos (Igoa, s. f.: 28). Además, se incluye dentro de esta el estudio de la lógica, gramática, poética y métrica musical, así como el papel que cumplen las matemáticas dentro de esta y la etnomusicología (Adler, 1885: 17).

Así, la musicología sistemática se distingue de otras disciplinas como la musicología histórica, cuyos objetos de estudio son paleografía, estilos históricos, interpretación históricamente informada y estudio de instrumentos históricos (Adler, 1885: 16) y la musicología aplicada, consistente en labores como la musicoterapia, construcción de instrumentos, crítica musical o informática musical (Igoa, s. f.: 28).

Con el paso de los años estas disciplinas se han ido modificando. En la actualidad, la musicología sistemática se centra fundamentalmente en el estudio de la teoría de la música (leyes de la armonía, contrapunto, ritmo, melodía y estructura), la lógica y gramática de la música y su estética y filosofía.

En relación a la estructura musical, existen diversos teóricos del siglo XIX y principios del XX que elaboraron estudios sistemáticos y muy detallados respecto de la estructura de la música, especialmente en referencia al lenguaje tonal y a las funciones estructurales que cumple la armonía en este lenguaje. Algunos de los nombres más importantes al respecto son Hugo Riemann (1849-1919) o Heinrich Schenker (1868-1935).

La preocupación por el papel que cumplen las proporciones temporales, en este periodo histórico, es aún menor, y se reduce a ciertas menciones en algunos tratados de la importancia de la proporción en el sentido de equilibrio y balance entre enunciados (Hadow, 1896; Prout, 1893).

Así, los primeros estudios centrados en la proporción en la forma musical (y, estrictamente, en la proporción áurea) son esfuerzos individuales y esporádicos. J. H. Douglas Webster ejemplifica en un breve artículo de 1950 la presencia del número áureo como elemento estructural en obras de MacDowell, Beethoven, Schumann, Scarlatti, Bach y otros autores. Otros artículos importantes al respecto son *The Fibonacci Series in Twentieth-Century Music* (Kramer, 1973), que ejemplifica el uso por parte de los compositores del siglo XX de los números de la serie de Fibonacci como recurso compositivo para obtener proporciones áureas en una composición, y *Brunelleschi's Dome and Dufay's Motet* (Warren, 1973) que relaciona las proporciones de la cúpula de la catedral de Florencia con aquellas que vertebran el motete *Nuper rosarum flores*, del compositor francés Guillaume Dufay, compuesto a propósito para la inauguración de dicha catedral.

Sin embargo, el análisis de proporción comienza a tomar protagonismo a través del trabajo de dos autores en los años 80, dedicados a la música de dos compositores: el musicólogo y teórico musical húngaro Ernő Lendvai (1925 –

1993), especialista en la música de Bártok, y el pianista y musicólogo británico Roy Howat (1951 -), estudioso de la música francesa, especialmente de Debussy.

Lendvai trató de explicar el lenguaje compositivo del compositor húngaro, formulando distintos sistemas tonales y estructurales. Además, descubrió la presencia de la proporción áurea y la sucesión de Fibonacci en múltiples elementos estructurales, armónicos y motivicos de la música de Bártok. Estos estudios se plasmaron en diversas publicaciones explicando las técnicas compositivas del músico húngaro en relación a su lenguaje musical y sus estrategias gramaticales, lógicas y estructurales (Lendvai, 1971a, 1971b, 1982, 1983, 1993, 2017).

Por su parte, Howat trabajó análogamente las obras de los compositores franceses de principios del siglo XX. En relación a la música de Debussy describió también el papel estructural del número áureo en diversas obras, así como su aparición en obras de Ravel junto a otras sucesiones proporcionales y a diversas estrategias rítmicas y formales. Este trabajo cristaliza en el libro monográfico *Debussy in proportion* (Howat, 1986), dedicado en exclusiva al papel estructural de las proporciones en la música del compositor francés, así como en múltiples artículos y publicaciones sobre Debussy, Ravel y otros compositores, entre los que también se encuentra Bártok (Howat, 1977, 1983, 1993, 2009).

Partiendo de estos estudios, los teóricos y analistas han estudiado profusamente el uso de esta proporción en compositores tan diversos como Barber, Hindemith, Schoenberg, Bartok, Webern, Berg, Prokofiev, Debussy, Ravel, Delius, Wagner, Tchaikovsky, Schumann, Mendelssohn, Chopin, Beethoven, Schubert, Mozart, Haydn, Bach, Haendel, Sermisy, Jannequin, Gibbons, Binchois, Dunstable, Ockeghem, Obrechy, Dufay y Machaut (Warner, 2006).

Cabe destacar que la inmensa mayoría de los estudios se centran en la música del siglo XX (Bouvré, 2016; De Sanctis de Benedictis, 2008; Green, 1987; Halász, 1995; Hoffman, 2002; Howat, 1983, 1986, 1993, 2009; Kiš Žuvela, 2011; Kramer, 1973; Lendvai, 1971a, 1971b, 1982, 1983, 1993, 2017; Lewis, 1998;

Perle, 1989; Post, 2007, 2014; Routley, 1992; Saggau, 2003; Solomon, 1978; Yog-Sothoth, 2014), aunque también existen estudios para la música antigua (Atlas, 1987; Bent, 1991; Escot, 1991; Lewis, 1998; Powell, 1979), el Barroco - especialmente la figura de J. S. Bach- (Cruz, 2007; Friddle, s. f.; Harper, 2007; Mariottini, 2018; Saggau, 2003; Tatlow, 2015) y el clasicismo (Friddle, s. f.; Gheyse, 2014; Haylock, 1978, 2014; Putz, 1995; Roberts, 2012; Saikia, 2011; Warner, 2006; Zhao, s. f.). Por lo tanto, hay una cantidad considerable de estudios previos pero su aplicación en la etapa histórica propuesta es prácticamente nula. No obstante, existen algunos estudios concretos que se centran en ella (Atlas, 2003; Newbould, 2017; Rogers, 1981).

2. Método

La inmensa mayoría de los estudios que abordan la presencia de la proporción áurea en la música llevan a cabo la investigación a través del análisis de la partitura, identificando aquellos elementos estructurales significativos, tales como los cambios de sección, puntos culminantes, patrones rítmicos, numéricos o de cualquier otra naturaleza.

Posteriormente, se lleva a cabo un recuento o cálculo en el que se verificará la presencia de la proporción áurea en la estructura de los materiales seleccionados. Este recuento se puede llevar a cabo a partir de la duración temporal total de la obra o estableciendo su equivalencia temporal en medidas de tiempo propias del discurso musical (normalmente, compases o unidades de pulso, tales como número de corcheas u otras figuras, etc.).

Usualmente, este análisis se culmina con la elaboración de gráficos o líneas temporales en los que se muestran de una forma sintética los acontecimientos fundamentales de la obra musical propuesta, de tal forma que se visualice el papel de la sección áurea en la organización de la pieza. En ocasiones, el análisis de la partitura tan solo se explica a través de la redacción, indicando los puntos de referencia para que el lector, acudiendo a la partitura, confirme la presencia de la proporción indicada.

En algunos casos, cuando el análisis se lleva a cabo sobre un conjunto de obras o secciones, se lleva a cabo un estudio estadístico en el que se comparan los resultados de cada una de ellas. En este caso, destaca la realización de tablas, en las que se muestran todos los resultados, y de gráficas, que comparan dichos resultados entre sí, cotejan la cercanía de éstos frente al resultado teórico e incluso incluyen el margen de error detectado.

Algunos trabajos, esporádicamente, en lugar de trabajar sobre la partitura recurren directamente a las grabaciones de la obra. En este caso, la medida se toma sobre las duraciones temporales que tienen lugar en la interpretación -que normalmente sufrirán pequeñas variaciones frente a las duraciones teóricas indicadas en la partitura-. En este caso, se confrontan varias grabaciones de distintos intérpretes y se lleva a cabo un estudio nuevamente estadístico en el que se comparan en qué puntos de referencia temporal tienen lugar los acontecimientos significativos de la obra y hasta qué punto se ajustan a la proporción áurea.

De entre todos estos modelos, el más común es el del gráfico, que consiste la exposición redactada de los puntos significativos y su relación con la sección áurea, complementado con gráficos secuenciales explicativos (Atlas, 1987, 2003; Frey, s. f.; Friddle, s. f.; Gheyse, 2014; Halász, 1995; Haylock, 2014; Hoffman, 2002; Howat, 1977, 1993; Kramer, 1973; Lewis, 1998; Powell, 1979; Rogers, 1981; Saggau, 2003; Solomon, 1978; Yog-Sothoth, 2014). Otros modelos con cierta importancia son aquellos que recurren a la partitura (Atlas, 1987, 2003; Cruz, 2007; Mariottini, 2018; Post, 2014; Powell, 1979; Saggau, 2003; Solomon, 1978), los que llevan a cabo estudios estadísticos a través de tablas (Gheyse, 2014; Putz, 1995; Roberts, 2012; Zhao, s. f.) o el análisis de las grabaciones (Warner, 2006). En muchos de estos casos, como se puede advertir, se combinan varios de estos métodos.

Cabe destacar el hecho de que los trabajos elaborados por músicos, especialmente músicos prácticos, tal y como ellos mismos manifiestan en los textos, suelen centrarse en el modelo de la partitura (Cruz, 2007; Mariottini, 2018), mientras que los firmados por expertos del mundo de las ciencias,

ingenierías y matemáticas suelen preferir modelos estadísticos o el uso de gráficos (De Sanctis de Benedictis, 2008; Putz, 1995; Roberts, 2012).

3. Resultados

En general, los resultados que tienen los estudios previos son concluyentes: se demuestra que la proporción áurea tiene un papel relevante y que acontecimientos musicalmente significativos se encuadran en torno al punto temporal que corresponde a dicha proporción. En algunos casos se advierte incluso la presencia de una organización altamente sofisticada a través del uso, precisamente, de la proporción áurea. Un ejemplo de esto se encuentra en el motete *Resveillies vous*, del compositor medieval francés Guillaume Dufay. Atlas (1987) sintetiza toda la estructura de la obra atendiendo a la sección áurea en el siguiente gráfico:

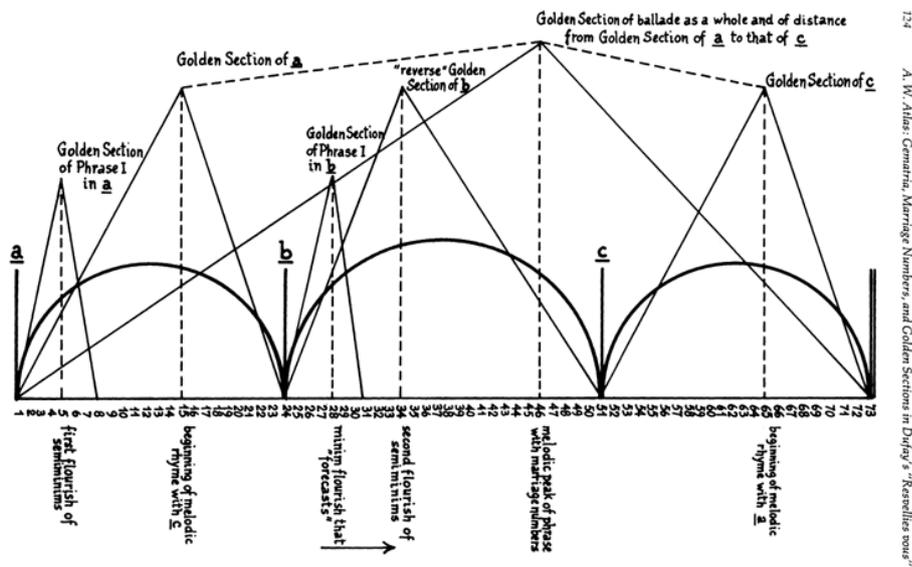


Figura 8. Gráfico explicativo de la estructura de Reveilles vous (Atlas, 1987)

En esta representación, se indican en la parte inferior los acontecimientos estructurales significativos y, por encima, se dibujan las secciones de la obra y los distintos puntos de sección áurea, así como las relaciones entre ellos y su significado en la conformación y equilibrio de la obra. En algunos otros casos, el gráfico es aún mucho más sintético:

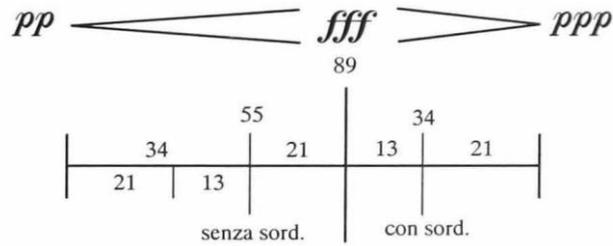


Figura 9. Gráfico sobre la Música para cuerdas, percusión y celesta de Bartók
(Halász, 1995)

Aquí tan solo se muestran las distintas secciones, destacando su importancia relativa y su duración (en número de compases), y se añaden informaciones sobre el volumen (en la parte superior) y el uso de sordina en los instrumentos de cuerda (en la parte inferior). De esta forma se expresa el hecho de que estos dos parámetros se gestionan en base a la proporción áurea, llegando el volumen, de forma lineal, al máximo en ese punto y, además, prescindiendo los instrumentos de cuerda de la sordina en la sección delimitada por la proporción áurea.

Estos dos elementos son los principios estructurales en los que, según los estudios ya realizados, va a estar presente la sección áurea. El primero de ellos, que se podría denominar como divisiones formales, se basa en la presencia de cambios en la textura, pausas, cesuras o variaciones en el discurso musical de cualquier naturaleza y de una cierta importancia. El segundo de ellos, clasificable en torno a la noción de tensión, supone la presencia de un máximo o mínimo, que puede ser de volumen, densidad contrapuntística, alejamiento armónico u otros procesos musicales de desarrollo y generación de tensión.

En el caso de los estudios estadísticos, además de confirmar los resultados anteriores, se pueden sacar algunas otras conclusiones. Por ejemplo, el hecho de que en algunos géneros musicales su estructura arquetípica ya contenga la sección áurea, de tal forma que varias obras compuestas bajo el mismo esquema formal tenderán a contar con la presencia de dicha proporción.

En este último caso se confrontan las duraciones temporales de las divisiones formales principales en el esquema formal de la sonata, tomando como muestra cada movimiento de las 18 sonatas para piano de Mozart.

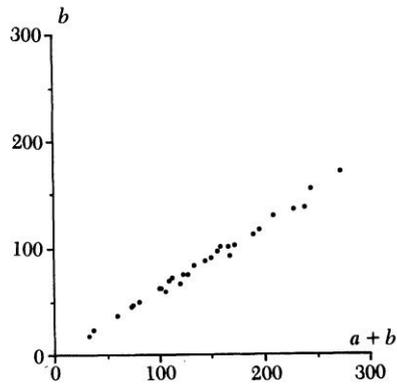


FIGURE 4
Scatter plot of b against $a+b$.

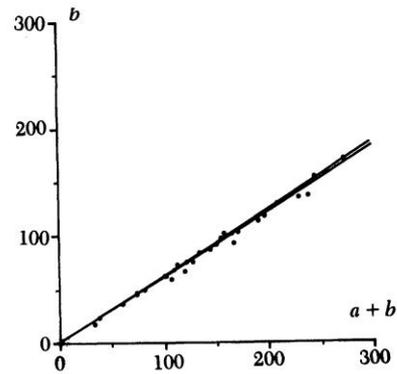


FIGURE 5
Scatter plot of b and $a+b$ with the line $y = \varphi x$ (top) and the regression line (bottom).

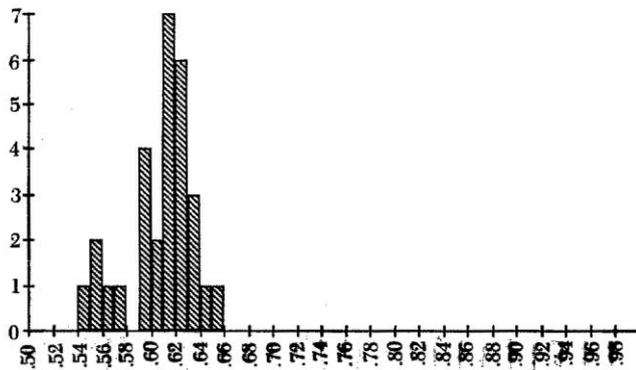


FIGURE 6
Frequency distribution of $\frac{b}{a+b}$.

Figura 10. Gráficos estadísticos sobre los movimientos de sonata de Mozart (Putz, 1995)

Capítulo 3. El análisis estructural y el análisis de proporción. Metodología.

Este capítulo detalla las herramientas con las que se lleva a cabo el análisis. Esto implica, por una parte, detallar cuáles son los mecanismos del análisis estructural, esto es, del estudio teórico de la organización constructiva de un objeto musical, así como las posibilidades de identificación y representación de los principales elementos que lo conforman.

Análogamente, se especifican los mecanismos del estudio de las proporciones, especialmente aplicado a un discurso secuencial como es el musical, y se nombran igualmente las posibilidades de representación de dichas proporciones.

Por último, se añaden algunas consideraciones complementarias, explicando fenómenos concretos que se aplican en el presente trabajo y que requieren de un tratamiento específico por su posible incidencia sobre los resultados.

1. Análisis estructural

En primer lugar, es necesario conocer la forma de las obras analizadas. Este análisis se lleva a cabo en abstracto, partiendo normalmente del estudio de la partitura y, excepcionalmente, con ayuda de la audición. Para comprender dicha estructura se identificarán los distintos materiales constituyentes del discurso musical -material temático, armónico, rítmico o dinámico- y se determinarán cuáles son las funciones de dichos elementos y las relaciones que se producen entre ellos.

Dado que el objetivo del presente trabajo se centra en cuestiones macroestructurales este análisis no tendrá un nivel muy grande de detalle, sino que describirá los elementos que muestren carácter global, vertebrando las obras en su conjunto.

Los elementos formales que se estudiarán serán, por una parte, las divisiones formales -es decir, los distintos fragmentos o secciones, conceptualmente diferentes y reconocibles, en los que se secuencia temporalmente la obra- y, en

segundo lugar, los puntos culminantes -momentos temporales de especial relevancia para la atención o el desarrollo narrativo de la obra-.

Divisiones formales

Dado que la música es un arte temporal, su discurso requiere de una secuenciación en la que los distintos acontecimientos se suceden en el tiempo. Así, al igual que un texto se divide en capítulos, párrafos, frases, sintagmas y demás formantes, una obra musical se divide en movimientos, secciones, frases, períodos y otros formantes de menor tamaño.

En este caso, debido al foco del presente trabajo en el aspecto macroestructural tan solo se identificarán las secciones de mayor tamaño, dando lugar a un esquema formal global. Habitualmente, las estructuras musicales se agrupan en torno a ideas formales más o menos convencionalizados, en los que se pueden producir pequeñas variaciones pero se mantiene un núcleo conceptual común.

En cuanto a la nomenclatura, se suelen representar las secciones con letras mayúsculas, de tal forma que secciones diferentes o contrastantes reciben letras diferentes (A, B, C, etc.), variaciones de una misma sección reciben el apelativo de *sección prima* (A') y repeticiones literales o prácticamente literales se nombran con la misma letra (A A).

Las formas más habituales son las siguientes:

- Forma bipartita: A B. Se suceden dos secciones diferentes o contrastantes entre sí.
- Forma tripartita: A B A'. Una sección inicial es seguida por una segunda sección central diferente o contrastante, y por último se repite nuevamente la sección inicial, normalmente de manera no literal, añadiendo pequeñas variaciones.
- Forma rondó: A B A' C A'' etc. Consiste en una sección principal que se repite tras intercalar distintos fragmentos contrastantes con ella y entre sí. La mayor parte de las canciones de la música popular urbana son

variaciones de la forma rondó, tomando la sección A el nombre de estribillo y, el resto, estrofas.

La combinación, variación y superposición de estas formas u otras permiten la construcción de estructuras de mayor complejidad.

Puntos culminantes

Al igual que otras artes temporales, como el cine o la literatura, la música suele contar con una estructura narrativa o dramática. Este hecho impone la necesidad de que los distintos acontecimientos se desarrollen o se dirijan hacia un punto concreto de máxima atención o de máxima tensión. Estos puntos se denominan puntos culminantes.

Habitualmente, los puntos culminantes se pueden situar en varios instantes. En primer lugar, pueden presentarse inmediatamente antes de la repetición o reexposición del tema principal o de algún tema que ya haya sido presentado previamente. El acontecimiento de la reexposición supone a la vez un poderoso elemento de atracción de la atención, ya que el oyente reconoce un material que ya ha aparecido, y a la vez es un acontecimiento que genera desactivación, ya que un material ya escuchado no requiere ser descifrado y comprendido nuevamente. Otro posible lugar de colocación de un punto culminante es el momento de la obra más alejado, contrastante o complejo frente al discurso principal o al más consolidado -ya sea armónicamente, rítmicamente o conceptualmente-. Estos puntos contrastantes suponen un pico de activación para el oyente, puesto que al ser material nuevo o excesivamente complejo requieren de un esfuerzo mayor para ser procesado y gestionado.

La representación de la estructura

Existen diversas maneras de representar los elementos estructurales de una obra musical.

- Directamente sobre la partitura: se añaden al texto musical indicaciones sobre las divisiones formales y los elementos estructuralmente relevantes de la obra. Esto incluye el uso de líneas identificativas de diferentes

llegado sobre los propósitos que cumplen y los vínculos que se producen entre ellos.

Normalmente, estos tres sistemas no son excluyentes, y se pueden combinar en mayor o menor medida: por ejemplo, realizando un esquema gráfico al cual se le añaden comentarios redactados sobre cuestiones difícilmente representables o que requieren una aclaración especial, o complementando un análisis sobre la partitura con un esquema gráfico en el cual las ideas se presentan con mayor claridad.

En el caso del presente trabajo, el método más completo es el de los esquemas gráficos, ya que permiten centrar el contenido de la representación en el análisis realizado y exponen las ideas con claridad visual y conceptual. La partitura, en cambio, incluye demasiada información -el texto musical en sí- accesoria para el cometido actual. Por último, la redacción, aunque permita un amplio grado de detalle es también más complicado de descifrar y hace más difícil la visualización global de un concepto organizativo y estructural como el que trata este trabajo. No obstante, es posible que algunos aspectos deban comentarse a través de un texto escrito por la imposibilidad o inconveniencia de incluirse directamente en el esquema gráfico.

2. Análisis de proporción

Análogamente a la estructura, se deben hallar los puntos de la obra en los que se produce una división proporcional de esta. Esto se puede llevar a cabo sobre cualquier proporción matemática, hallando la mitad de la obra, sus tercios, sus cuartos y así sucesivamente. En el caso actual, este análisis se limitará a hallar los puntos en los cuales se producen secciones proporcionales áureas.

Para poder realizar este cálculo, hay que tomar como referencia una unidad de medida, que en el caso del discurso musical no es única. Se puede tomar como unidad de medida el tiempo objetivo: es decir, la minutación, y realizar el cálculo en unidades de tiempo, obteniendo el instante temporal.

Sin embargo, la música cuenta con sus propias unidades de medida, el pulso y el compás. Así, se podría efectuar el cálculo respecto del número total de compases, respecto del número total de pulsos o incluso respecto del número total

de una figura concreta (por ejemplo, el número de negras, de corcheas y así sucesivamente) ya que una figura se define como una entidad rítmica de la misma duración.

Estas posibilidades tienen ambas sus ventajas y sus inconvenientes, y en función de distintos aspectos podrán llevar a resultados iguales o a resultados radicalmente diferentes.

Análisis temporal

Consiste en llevar a cabo los cálculos y obtener los valores proporcionales en unidades de tiempo. Por ejemplo, si una obra tiene una duración de 100 segundos, se aplica la operación

$$100 * \phi \approx 61,8$$

de tal forma que la sección áurea de la obra se encuentra aproximadamente en el segundo 61,8. Así, la obra quedará dividida en dos secciones proporcionales, la primera ocupando los primeros 61,8 segundos, y, la segunda, los 38,2 restantes.

Existiría un segundo punto áureo a este nivel: aquel en el que la sección corta es la inicial y la larga la final. Es decir, la primera sección ocuparía los iniciales 38,2 segundos y la final los 61,8 restantes. A estos dos puntos se les conoce con el nombre de sección áurea corta y sección áurea larga o general. Dependiendo de los autores y las obras se manifiesta una o la otra. Por ejemplo, en las sonatas para piano de Mozart (Putz, 1995), la división entre la exposición y el resto de secciones se encuentra en la sección corta, mientras que en la Música para cuerda, percusión y celesta de Bártok (Halász, 1995), la sección áurea larga determina el punto culminante de la obra.

Asimismo, si se pretende hacer un análisis más detallado es viable efectuar subdivisiones proporcionales: es decir, hallar la proporción áurea de los segmentos resultantes, y así sucesivamente. Estas subdivisiones podrían corresponderse a elementos estructurales de niveles más bajos, alcanzando un mayor nivel de detalle. En el presente caso, dado que el estudio tiene lugar sobre la estructura global, no cabe un gran número de subdivisiones, reduciéndose el

análisis al primer nivel y, excepcionalmente, al segundo. De la misma forma, es posible que en ocasiones la división áurea no se haga sobre la totalidad de la obra, sino sobre secciones de gran tamaño suficientemente relevantes como para que se pueda considerar tal acción.

En cualquier caso, estas decisiones corresponderán a la interpretación de los datos obtenidos en el análisis estructural y deberán estar convenientemente sustentadas en el desarrollo y la lógica de la obra analizada.

Obtener la duración de una obra, aunque no esté indicado de forma explícita en la partitura, es considerablemente factible. En algunos casos, especialmente en música del siglo XX, sí aparece reflejada una indicación con la duración debajo del último compás. Sin embargo, esto no es habitual y la duración se obtiene a través de métodos indirectos. Es necesario mencionar aquí que se tomará la duración en abstracto, dado que se está trabajando sobre la concepción compositiva *a priori* de la obra. Evidentemente, cada interpretación dará lugar a una duración diferente, ya que en la práctica no se pueden recrear al completo las condiciones ideales de una obra por motivos interpretativos, acústicos o por el mero error inherente a cualquier manifestación de la realidad, especialmente aquellas en manos de seres humanos.

Existen, fundamentalmente, dos métodos indirectos para obtener la duración de una obra, que dependen de la regularidad o irregularidad del pulso de la misma:

- a) Obras de pulso regular. Este caso es el más sencillo de todos, puesto que no es necesario contar con equivalencias métrico-temporales¹¹. Dado que existe una unidad de medida común para toda la obra, los puntos proporcionales se van a encontrar en el mismo lugar relativo, independientemente del tiempo que dure cada unidad temporal.

¹¹ Indicaciones que explican la equivalencia en tiempo de cada unidad métrica musical. Se suele expresar en unidades por minuto. Se denomina también marca metronómica (M. M.) ya que se expresa a partir de los valores de un metrónomo.

Por ejemplo, tenemos una obra formada por 55 corcheas de igual valor temporal desconocido x . Por tanto, el tiempo total de la obra será

$$t = 55 * x$$

Dado que la sección áurea de la obra se obtiene multiplicando el tiempo total por el número áureo:

$$t_{\phi} = 55x * \phi \approx 34x$$

Este tiempo t_{ϕ} se puede expresar en número de corcheas usando una proporción básica, ya que el pulso es regular.

$$\frac{t_{\phi}}{t} = \frac{n^{\circ} \text{ de corcheas}_{\phi}}{n^{\circ} \text{ total de corcheas}} \rightarrow \frac{34x}{55x} = \frac{n^{\circ} \text{ de corcheas}_{\phi}}{55}$$

$$n^{\circ} \text{ de corcheas}_{\phi} = \frac{55 * 34x}{55x} = 34$$

Como se puede comprobar, la sección áurea se encuentra siempre en la corchea nº 34, independientemente de cuánto tiempo x dure cada corchea.

- b) Obras con cambios de pulso. En este caso ya no se puede aplicar la técnica anterior, ya que el tiempo x que dura cada unidad de medida no es el mismo en toda la obra. Así, es necesario conocer la equivalencia temporal de la unidad de medida básica en cada sección para poder calcular sus duraciones. Como mínimo hay que conocer la relación matemática entre el tiempo que dura cada unidad de medida para poder obtener medidas temporales válidas.

Así, hay que dividir la obra en fragmentos que cuenten con una unidad de medida común y obtener el tiempo de cada uno de ellos por separado. Posteriormente, se agregarán los tiempos de cada fragmento y se obtendrá la sección áurea del tiempo total. Finalmente se encontrará el punto concreto de la partitura situado en ese momento temporal, realizando los ajustes necesarios.

Existen tres casos particulares que requieren de ajustes especiales:

- 1) Obras con cambios de tempo en las que no hay indicaciones referentes a la equivalencia métrico-temporal. En este caso no existen parámetros objetivos con los que relacionar la duración de unas y otras secciones y solo se puede entrar al terreno de las aproximaciones. No obstante, se tratarán de ofrecer equivalencias en base a indicios que ofrezca la partitura.
- 2) Indicaciones especiales de cambio de *tempo*: calderones, *ritardandos* y *accelerandos*. Según los tratados, los calderones (♩) consisten en añadir a la figura rítmica sobre la que se encuentran la mitad de su valor. En cambio, los *ritardando* (disminución progresiva del valor temporal de la unidad de medida) y los *accelerando* (aumento progresivo de dicho valor) no corresponden a una equivalencia métrica definida.

Con el objetivo de poder alcanzar una viabilidad teórica, se considerará que un *ritardando*, y sus derivados, serán considerados despreciables si su duración es menor a dos compases. En caso contrario, aumentarán la duración del fragmento al que afecta a razón de $\frac{1}{4}$ del tiempo total si se mantuviese la unidad de tiempo, y el *accelerando*, y sus derivados, disminuirán su duración en la misma razón. En el caso de la indicación *molto ritardando* o *molto accelerando*, o sus derivados, la razón será de $\frac{1}{2}$, y en el caso de *poco accelerando*, *poco ritardando* o cualquiera de sus derivados, la razón será de $\frac{1}{8}$.

En el caso de que el *ritardando* o el *accelerando* se dirijan a una nueva indicación de tempo, se considerará que la variación es lineal. En el caso de que se den situaciones concretas de otra naturaleza se explicará convenientemente el criterio usado para caracterizar temporalmente estas indicaciones.

- 3) Obras con repeticiones: en algunos casos, existen indicaciones para repetir literalmente pasajes completos. Existen casos en los que dichas

repeticiones se omiten por cuestiones históricas, interpretativas o conceptuales.

En el presente trabajo se considerarán todas las repeticiones como parte de pleno derecho del discurso musical. No obstante, si en algún momento se produce un resultado relevante considerando la eliminación de alguna de las repeticiones se mencionará como posibilidad, especialmente en el caso de que el análisis con las repeticiones ofrezca resultados inconcluyentes.

A su vez, la numeración añadirá los compases repetidos como compases nuevos, en lugar de mantener la numeración usual, que no considera dichos compases como nuevos. Esto supondrá que la numeración propuesta no se corresponderá con la que aparece en las partituras.

Análisis de unidades de pulso

En este caso no se toma como referencia en ningún caso la duración temporal, sino que se considera que la unidad de tiempo es la unidad métrica musical, que puede ser un compás, un pulso o una figura.

En el caso de obras sin cambios de tempo o tomando una unidad de medida estable, este análisis es análogo al temporal y dará los mismos resultados, ya que se ha demostrado que si la unidad de medida es estable funciona como unidad de tiempo a efectos de proporción.

En cambio, si la unidad de medida que se toma no es constante, se van a producir enormes variaciones respecto del análisis temporal. Por ejemplo, si se toma como unidad de medida la corchea, en una obra de dos minutos, y en una sección la duración de una corchea es de 1 segundo durante el primer minuto de música y de 10 segundos durante el segundo minuto de música, es evidente que la sección áurea del total de corcheas se encontrará mucho antes que en tiempo.

$$t_{\phi} = 120s * \phi \approx 74,16$$

La sección áurea temporal está en el segundo 74,16 de la obra.

$$n^{\circ} \text{ de corcheas}_{\phi} = (60 + 6) * \phi \approx 40,8$$

La sección áurea en unidad de tiempo está cerca de la corchea nº 41. Dado que las primeras 60 corcheas duran 1 segundo, este punto está exactamente en el segundo 40,8 de la obra, más de 30 segundos distorsionado respecto al momento temporal base.

Este tipo de análisis solo es sólido si se trata de analizar la proporción temporal desde el paradigma del tiempo subjetivo (Barce, 1965b). Según esta doctrina, la percepción del tiempo varía según el ritmo de la música de tal forma que cuanto más rápido es este más rápida es también nuestra percepción del tiempo. Así, aunque en la hipotética obra descrita el punto temporal sobre el que se produce la sección áurea está cerca del segundo 74, como nuestra percepción del tiempo ha sido distinta en cada una de las distintas secciones la sección áurea percibida se encontrará también en un punto radicalmente distinto.

Esta vía abre nuevas posibilidades pero también requiere de una demostración práctica a través de los estudios psicológicos que correspondan. Dado que el presente trabajo se enfrenta a las obras musicales en abstracto y desde la concepción del compositor, se afrontará el análisis de las proporciones desde un punto de vista estrictamente temporal, atendiendo al tiempo objetivo y utilizando unidades de medida musical solo en el caso de que su equivalencia sea total.

La representación de las proporciones

Análogamente al análisis estructural, los resultados del cálculo proporcional se pueden indicar de las tres formas anteriormente descritas: directamente sobre la partitura, a través de esquemas gráficos y a través de texto redactado. En este caso concreto se llevará a cabo el mismo criterio que en el caso estructural. De hecho, se tratará de imbricar el análisis proporcional sobre el estructural usando una misma gráfica para indicar y superponer ambos apartados.

En el caso de consideraciones especiales se añadirá un texto redactado con las aclaraciones necesarias.

3. Otras consideraciones metodológicas

Piezas individuales contra colecciones completas

El análisis de proporción habitual toma como marco máximo para su estudio la obra individual, ya sea una pieza completa o un movimiento -en el caso de las obras con varios movimientos-. Es decir, se considera como objeto de estudio aquel texto musical que tiene una frontera sonora delimitada, empieza desde aquello que no es la obra y, cuando termina, la obra deja de ser (Barce, 1967).

Esta consideración sería equivalente en los textos escritos a considerar como unidad máxima para un análisis de esta naturaleza al capítulo, o al libro completo en el caso de un libro con varios tomos, desechando la posibilidad de considerar un conjunto de capítulos o el conjunto de todos los tomos al existir entre unos y otros una frontera, una separación física que delimita la identidad de unos y otros.

Dado que, tanto en las obras literarias con varios tomos o capítulos como en las obras musicales consistentes en una colección de varias piezas o movimientos, se considera que existe una unidad conceptual o narrativa superior, el análisis se puede extender al conjunto de la obra. Esto supone únicamente que, al igual que sobre un movimiento se producen divisiones formales estableciendo una estructura interna en función de divisiones formales reconocibles en el texto, se puede establecer un mismo análisis sobre un nivel textual superior, considerando cada movimiento o pieza dentro de la colección como una de sus secciones constitutivas, o incluso incluyendo más niveles en el caso de que estén indicados explícitamente. En el caso del presente trabajo, tan solo una de las obras analizadas propone una división de las piezas que lo contienen en dos niveles. Se trata de las *Fantasiestücke*, Op. 12 de Robert Schumann, cuyas ocho piezas están divididas por el compositor a su vez en un primer cuaderno (las cuatro primeras) y un segundo cuaderno (las cuatro últimas). Mientras tanto, los 10 *preludios*, Op. 23 de Serguei Rachmaninov no presentan ninguna división interna y por lo tanto se considerarán todas las piezas formantes en un mismo nivel conceptual. En este momento surge la problemática de cómo considerar dichas fronteras o espacios intermedios entre unas partes y otras de la obra, puesto que, en el caso de la

música, ese tiempo intermedio de hecho existe y podría alterar el análisis realizado, en tanto que es fundamentalmente un análisis temporal.

Dado que el análisis planteado se realiza en abstracto y tiene como objetivo rastrear el trabajo del compositor, se considerará que dicho espacio intermedio es siempre de la misma duración y entidad entre cada una de las piezas constitutivas. De esta forma, además, se produce un equilibrio, dado que el tiempo añadido a ambos lados es similar, siendo la deformación de las proporciones mínima. En cualquier caso, cuanto menor sea el tiempo añadido entre movimientos menor será también la desviación que se genere sobre las proporciones.

$$desviación = \frac{t_{\phi 2}}{t_{\phi 1}} = \frac{(t + x) * \phi}{t * \phi} = \frac{t + x}{t}$$

Siendo t el tiempo total sin espacios intermedios, x el tiempo extra incluido al hacer separaciones entre movimientos; $t_{\phi 1}$ el instante de sección áurea obtenido sin espacios intermedios y $t_{\phi 2}$ el instante con espacios intermedios. Para que el error sea mínimo, se debe considerar por lo tanto que ese espacio intermedio x es lo más pequeño posible en relación a la duración total de la obra. Considerando como desviación máxima posible un 3% se obtendrían los siguientes valores:

$$\begin{cases} \frac{t + x}{t} > 0,97 \rightarrow t + x > 0,97t \rightarrow x > -0,03t \rightarrow x < 0,03t \\ \frac{t + x}{t} < 1,03 \rightarrow t + x < 1,03t \rightarrow x < 0,03t \rightarrow x < 0,03t \end{cases}$$

En cualquier caso se concluye que el tiempo añadido x debe ser siempre menor de un 3% del tiempo total de la obra para que la desviación sea mínima y las proporciones se puedan seguir considerando válidas. En el caso de las obras propuestas, se encuadran entre los 27 y 35 minutos de duración, por lo que el tiempo total de separación entre piezas no puede exceder, aproximadamente, el minuto. Tratándose de obras de 8 o 10 piezas cada una, esto implica una separación entre piezas aproximada de 5 o 6 segundos.

Por lo tanto, considerando esta separación, los cálculos se pueden realizar en abstracto, sin añadir un tiempo intermedio entre movimientos que en cualquier caso sería arbitrario.

Capítulo 4. La estructura y las proporciones en las *Fantasiestücke*, Opus 12 de R. Schumann y los Preludios, Opus 23 de S. Rachmaninov. Resultados y discusión.

Por último, se plasman los análisis llevados a cabo, especificando los datos obtenidos, explicando aquellos detalles convenientes para la interpretación y comprensión de estos y comentando las implicaciones y conclusiones que dicho análisis ofrece sobre la unidad, el equilibrio y la estructura de los objetos musicales estudiados.

En primer lugar se analizan las *Fantasiestücke*, Opus 12 de Robert Schumann, incluyendo un estudio de cada pieza por separado y, finalmente, un estudio del ciclo de forma global. Cada uno de los análisis incluye un comentario general sobre cada pieza, consideraciones métricas y temporales, una exposición de los datos obtenidos y una valoración de la identidad y naturaleza estructural, dramática y conceptual a la luz de dichos datos.

Posteriormente se estudian los 10 Preludios, Opus 23 de Serguei Rachmaninov, siguiendo el mismo criterio.

1. *Fantasiestücke*, Opus 12 de R. Schumann (1837)

Des Abends

El primer movimiento del ciclo, titulado *Des Abends* (al atardecer) ofrece una apertura de carácter íntimo y sereno. Con un discurso rítmico, textural y de carácter homogéneo durante toda la pieza, el compositor alemán ofrece una introducción atmosférica, ambiental y descriptiva al ciclo.

Destaca el hecho de que *Des Abends* propone un discurso no narrativo, en contraposición a la inmensa mayoría de la música de este período, con un componente narrativo o dramático como sustento básico, en el cual la acción musical avanza a través del desarrollo lógico de los materiales, transformándose y modificándose atendiendo a una lógica lineal temporal.

En este caso, sin embargo, y anticipando corrientes futuras como el impresionismo, la homogeneidad del discurso, la relativa ausencia de desarrollo temático y armónico y las frecuentes repeticiones de secciones completas hacen de esta pieza un fragmento de tipo descriptivo, en el que no se produce un desarrollo lineal de acontecimientos, sino que se produce una suspensión virtual del tiempo, un ambiente estable y estático.

Así, con estos condicionantes no tiene sentido hablar de puntos culminantes o puntos de tensión, que son características propias de discursos con una linealidad muy marcada. No obstante, existen procesos de tensión y distensión aunque de una relevancia estructural menor. Por lo tanto, los principales ejes de articulación del discurso en esta pieza son las divisiones formales.

Des Abends consta de dos secciones fundamentales. La primera sección A, de 16 compases de duración y de tipo expositiva, presenta los materiales temáticos, armónicos y rítmicos de la pieza en un entorno de estabilidad discursiva. La segunda sección B, de 22 compases, supone un cierto desarrollo debido a los cambios armónicos, fomentando una cierta inestabilidad pero manteniendo en lo esencial (ritmo, melodías, textura) el carácter de la sección A, por lo cual no pasa de ser una variación de esta. Finalmente, una breve coda de 12 compases cierra la pieza presentando una nueva variación de los materiales de A.

Estas secciones se alternan siguiendo el esquema gráfico de la Figura 12 (A A B A B Coda). Se propone que, además, dichas secciones se organizan en torno a una estructura de nivel superior de tipo bipartito: una primera sección o sección 1 de exposición con los primeros 54 compases (A A B), en la cual se presentan por primera vez las dos secciones que constituyen la obra, y una segunda de reexposición (A B Coda) en la cual se repite, más o menos literalmente, el material anterior.

Toda la pieza mantiene un ritmo estable y homogéneo, por lo tanto sus proporciones se pueden medir tanto en tiempo como en unidades de medida musical.

Respecto a la proporción áurea, no tiene una especial relevancia, ya que la división entre las dos grandes secciones delimitadas se encuentra en el punto 0,52 (52%), más cercano a la mitad que a la división áurea ($\approx 62\%$). Tan solo en dos divisiones de menor nivel se encuentran dos posibles secciones de tipo áureo:

- En la primera sección, la proporción áurea se corresponde con la división formal entre la segunda repetición de A y la primera aparición de B.
- En la segunda sección, la sección áurea corta¹² se aproxima nuevamente a la división entre la tercera presentación de A y la segunda presentación de B.¹³

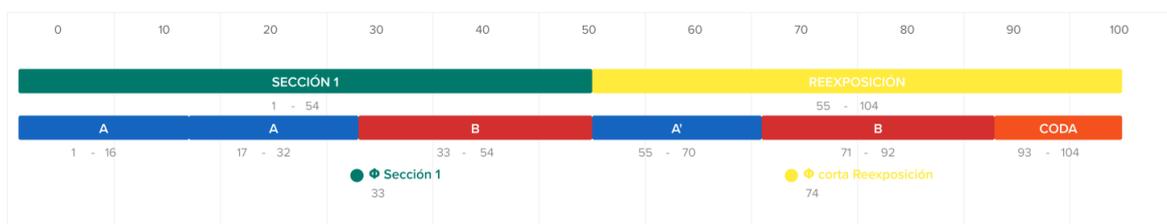


Figura 13. Esquema formal de *Des abends*

Aufschwung

La segunda pieza del ciclo, que se puede traducir como *Elevación, impulso, despegue*, supone un fuerte contraste respecto a la anterior. Se trata de una pieza de gran dinamismo, con un marcado carácter narrativo y secciones contrastantes entre sí, con cambios bruscos y repentinos de carácter, textura, ritmo y otros materiales.

La unidad de medida se mantiene también constante a lo largo de toda la pieza, por lo cual se puede tomar como referencia tanto datos temporales como unidades de medida musical. Tan solo aparecen dos indicaciones de *ritard.* en sendos puntos estructurales equivalente, cuyo efecto es, a niveles de duración, despreciable.

¹² Es decir, aquella por la cual el fragmento corto se produce primero y el fragmento largo después.

¹³ El margen de error de dicha aproximación es del 4%.

La estructura general es, en este caso, más compleja. Se trata de una pieza de forma tripartita (A B A), en la cual cada sección tiene a su vez divisiones internas propias.

En concreto, la sección A cuenta a su vez con otra forma tripartita interna ($a_1 a_2 a_1$). La frase a_1 constituye el tema principal de la pieza: acordal, rítmico y enérgico, y la frase a_2 presenta un nuevo tema contrastante, más melódico, de un discurso menos vertical sino con una figuración con movimiento rítmico más horizontal, y con un volumen más bajo.

Por otra parte, la sección B, de un carácter nuevamente contrastante y con un movimiento interno más dinámico, de tipo desarrollo, consta de una frase principal (b_1) acompañada de una sección más inestable de desarrollo b_2 y de una frase de puente o transición hacia la reexposición de la sección A (puente). Estas secciones se alternan siguiendo el esquema $b_1 b_2 b_1$ puente.

Finalmente, la reexposición de la sección A mantiene la misma forma tripartita, con pequeñas modificaciones: el primer a_1 es más corto, a_2 tiene lugar con los ajustes armónicos correspondientes para que tenga lugar el equilibrio de la tonalidad, y el último a_1 presenta una cadencia final conclusiva frente a los finales abiertos que siempre habían tenido lugar.

A su vez, respecto de los procesos de tensión, en esta pieza no cabe destacar los puntos culminantes, ya que, directamente, el tema principal supone un pasaje de gran tensión debido a la complejidad armónica y la energía rítmica y de volumen que se pone en juego.

Así, el hecho que más llama la atención en un entorno tan dinámico y enérgico es, precisamente, el anticlímax que tiene lugar en el puente de la sección B, en el que se baja el volumen y se produce un fragmento en el que el discurso se estabiliza, a través de la repetición de un único patrón, sin apenas movimiento armónico ni temático y con una densidad de acontecimientos muy baja en comparación con el resto de la pieza.

Precisamente este anticlímax está situado en la proporción áurea de la pieza (compás 96). A su vez, la sección áurea corta se encuentra situada aproximadamente en la división formal entre el tema b_1 y la sección de desarrollo b_2 (compás 60), un punto en el que se puede considerar que empieza el fragmento más alejado conceptualmente y discursivamente del tema principal de la pieza.

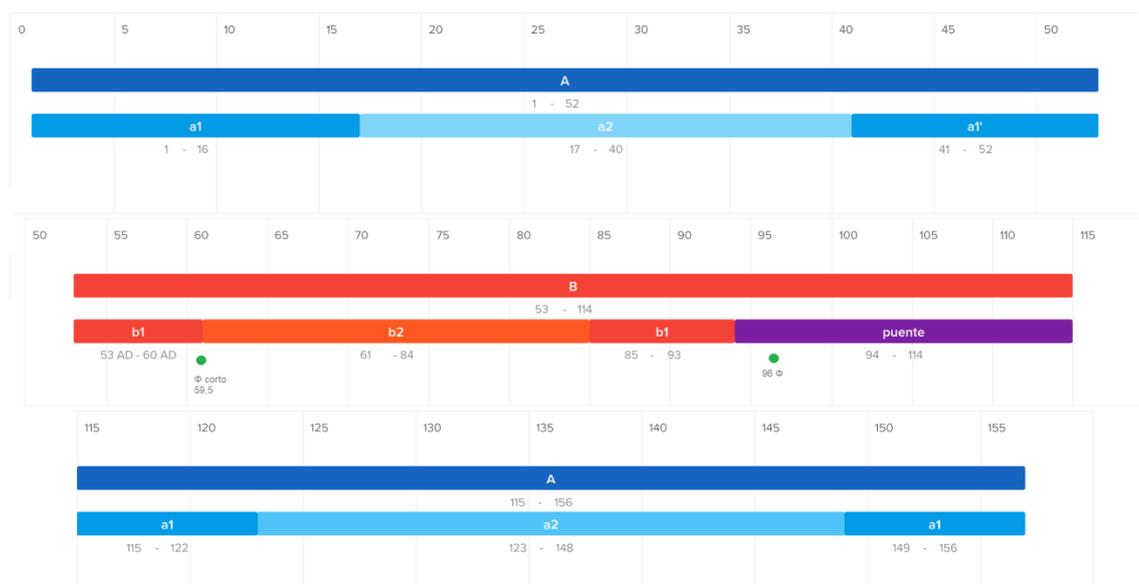


Figura 14. Esquema formal de *Aufschwung*

Warum?

La tercera pieza de la serie, *Warum?* (¿Por qué?), retoma un carácter lento, íntimo y especulativo, aunque con un mayor contenido dramático que *Des Abends*, debido más a la presencia de algunos puntos especialmente tensivos que a la presentación de materiales contrastantes o heterogéneos, ya que se trata de una pieza también bastante homogénea en cuanto a su textura y su discurso.

Notablemente más corta que sus predecesoras (apenas se extiende una página frente a las 4 y 6 páginas de las anteriores) su estructura es también más simple: consta únicamente de dos secciones (A y A'), de las cuales la segunda es una variación de los materiales de la primera y se subdivide a su vez en otras dos frases: una de desarrollo, con un mayor dinamismo y otra con función simultánea de reexposición del material principal y de coda.

De estas, la segunda sección A' se repite una vez literalmente, dando lugar a un esquema global A A' A'.

Nuevamente, tanto la sección áurea larga como la corta coinciden con puntos estructuralmente relevantes:

- La sección áurea larga se encuentra en el compás 42, coincidiendo con el punto en el que termina la primera repetición de A' y comienza la segunda.
- La sección áurea corta se encuentra en el compás 26, en pleno desarrollo, en el punto de mayor volumen, densidad contrapuntística, tensión armónica y uno de los más agudos de la pieza, es decir, en el punto culminante de la obra (concretamente, la primera vez que aparece dicho punto).

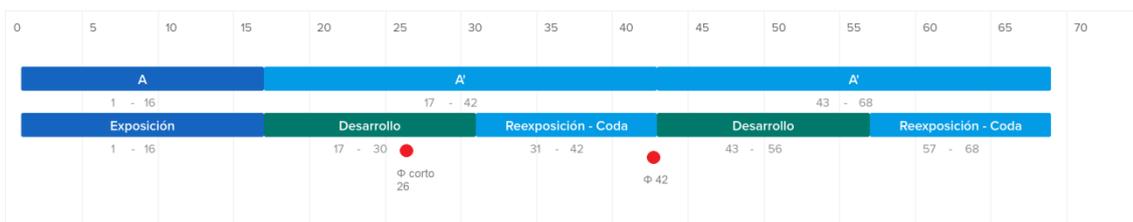


Figura 15. Esquema formal de *Warum?*

Grillen

La cuarta pieza del ciclo, *Grillen* (caprichos, antojos), tiene muchas características en común con la segunda *-Aufschwung-*. Ambas recuperan un carácter enérgico, rápido y con abundantes contrastes, aunque en el primer caso se dirigía a una idea expresiva de grandilocuencia y en este caso es más frívolo y humorístico.

Análogamente, la estructura de ambas piezas es prácticamente idéntica. Las dos se constituyen en una forma tripartita A B A, y en las dos secciones A hay una sección tripartita interna $a_1 a_{2-3} a_1$. En el caso de *Grillen*, en cambio, se puede advertir un grado aún mayor de complejidad, ya que a_2 se puede dividir a su vez

en otra forma tripartita interna $a_2 a_3 a_2$, ya que en su interior cuenta con una parte central contrastante con el tema principal a_2 .

Por su parte, la sección central presenta un material nuevo, cuyo tema principal aparece dos veces separadas entre sí por una sección de desarrollo (al igual que en *Aufschwung*) y con un puente final, en este caso tratándose más que de un puente de una coda, al mantener el material de la sección B y cerrarla, en contraposición a la segunda pieza, en la que el puente anticipaba nuevamente el material principal.

Destaca también la aparición de algunos signos de repetición, en el primer enunciado del tema principal, el primer enunciado de la frase a_{2a} y, especialmente, las frases b_2 , b_1 y coda de la sección B. Este último es el único signo de repetición que puede alterar significativamente el equilibrio de la obra, al introducir nuevas secciones en nuevas ubicaciones temporales, mientras que las dos repeticiones previas únicamente alargan la sección en la que se encuentran.

Merece la pena señalar el hecho de que la sección B de esta pieza, si se considera el conjunto $b_2 b_1$ coda como un desarrollo o variación de la primera presentación de b_1 , coincide a su vez formalmente con la tercera pieza de la serie (*Warum?*).

A su vez, en cuanto a los puntos culminantes, existen algunos momentos tensivos: uno de relevancia menor, referente a la sección A, en los compases 53 y 172 (aparición de la altura más aguda de la sección A, en un área muy contrastante con el tema principal), y otros dos de mayor alcance, ambos situados en la sección B.

El primero de ellos es un anticlímax en el que se llega a un volumen mínimo (*pp*) en uno de los entornos más graves para todas las voces y tras una progresión armónica muy inestable, situado en los compases 104 y 128. El segundo, un clímax positivo producido por la acumulación de sonidos, densidad, volumen máximo (*sfz*) y presencia de un *ritard.* con un calderón (\frown) sobre el acorde. Esto

implica una parada de tiempo sobre ese instante, remarcando dicho momento. Este punto se alcanza en los compases 112 y 136.

En esta pieza los puntos en los que aparece la proporción áurea son más numerosos y más explícitos que en las piezas anteriores.

- El punto más importante es el anticlímax en su segunda presentación (compás 128), que coincide casi exactamente con la proporción áurea de la pieza completa (ubicada en el compás 126). La desviación respecto al total de la pieza es del 1,5%.
- Otro punto especialmente relevante es el punto de sección áurea de la sección A, ubicado en el compás 52, que coincide con el punto culminante de dicha sección (compás 53).
- A su vez, la sección áurea de la sección B (compás 121) se encuentra ubicada justo en la división formal que se produce al llevarse a cabo la repetición completa del fragmento b' (compás 121). Esta proporción, además, se cumplía literalmente en la anterior pieza *Warum?* con lo cual la similitud formal, ya mencionada anteriormente, es aún más explícita.
- Por último, las dos secciones áureas corta y larga de la última sección A (compases 168 y 181), coinciden con el inicio y final de la frase a₃, generando a su vez una simetría perfecta entre las distintas frases de esta sección.

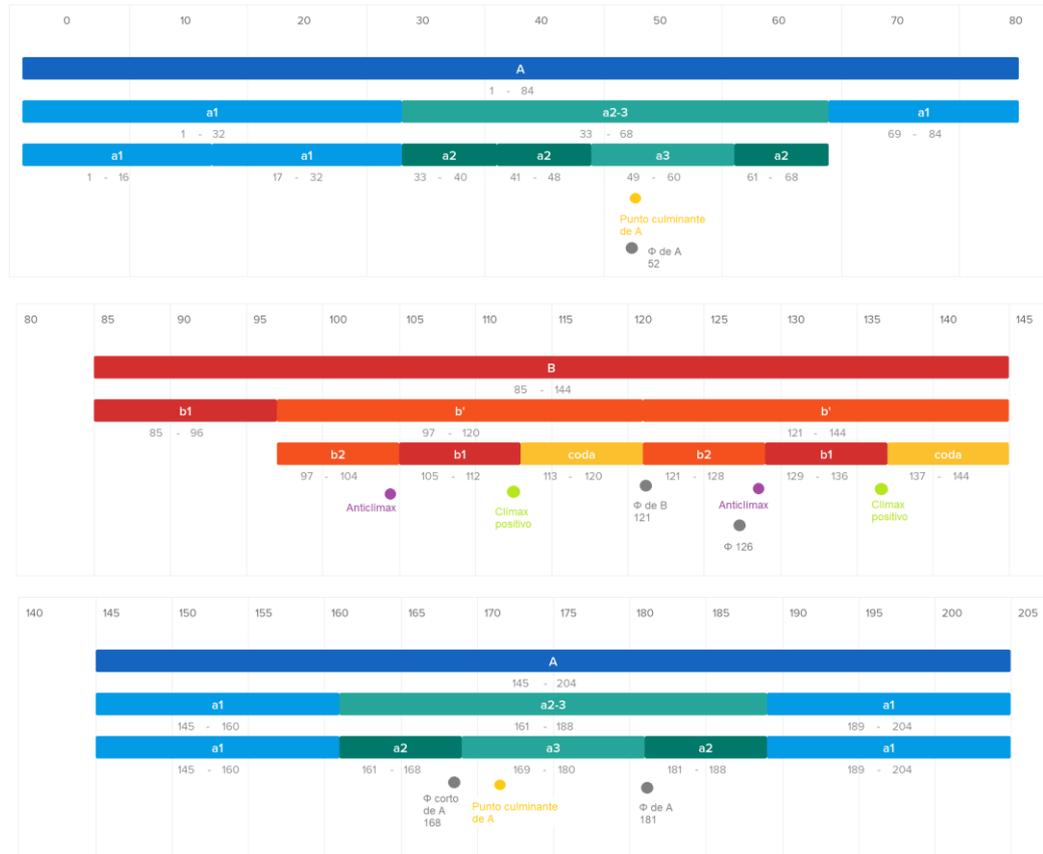


Figura 16. Esquema formal de *Grillen*

In der Nacht

La quinta pieza del ciclo es, además, la más larga y compleja de todas ellas. En este momento el compositor propone una agrupación de las piezas del ciclo en dos grandes grupos: las cuatro primeras piezas, ya comentadas, constituyen el primer cuaderno (*Heft I*) y las cuatro próximas, a su vez, conformarán el segundo cuaderno (*Heft II*).

Este segundo cuaderno se caracteriza por presentar piezas de mayor heterogeneidad, con cambios más bruscos de carácter y de materiales constructivos, además de un viaje retórico a regiones tonales alejadas de las primeras piezas: mientras que las cuatro primeras piezas se encuentran en el entorno de las tonalidades con varios bemoles (4_b y 5_b , todas ellas), la quinta pieza aún se encuentra en fa menor (4_b), aunque su sección central está en fa mayor (1_b) a modo de transición para llegar a una región en las tonalidades centrales: la pieza

6 tiene una armadura sin alteraciones (\natural) y las piezas 7 y 8 están en fa mayor (solamente con un bemol).

Este viaje responde a una necesidad retórica y narrativa de diferenciar las primeras de las últimas piezas, ya sea cambiando las alturas de referencia (regiones tonales) como a través del aumento de la heterogeneidad y complejidad.

La complejidad de *In der nacht* (En la noche) se manifiesta también en su estructura: se trata de la única pieza que presenta tres materiales temáticos diferenciados (en piezas anteriormente descritas, a pesar de constar tres secciones dos de ellas siempre eran la repetición de un mismo material). Además, su longitud propicia la aparición de un mayor número de capas estructurales internas.

En esta pieza surge un primer problema importante de índole temporal. La sección central del movimiento indica un cambio de *tempo* (*Etwas langsamer* - Un poco más lento) frente a la indicación original (*Mit Leidenschaft* - Con pasión). Esto implica un cambio en la unidad de medida de tiempo, ya sea el compás como la figuración, y es necesario hacer los cálculos en unidad de tiempo. Además, no se dan indicaciones metronómicas, con lo cual no se puede saber con certeza la relación entre ambas medidas de tiempo.

Así, para hacer el análisis viable, es necesario establecer una equivalencia hipotética entre ambas velocidades. Dicha equivalencia se va a obtener, en función de la indicación verbal (Un poco más lento) en una reducción del 20%. Así, se obtiene una relación de 4/5 por la cual 5 compases en el *tempo* principal equivalen temporalmente a 4 compases del *tempo* secundario. Por último, aparece un *accelerando* de 8 compases de duración al final de la sección de transición con el tercer material nuevo (*nach und nach immer schneller* - cada vez más rápido). Se entiende como *accelerando* estándar y, por lo tanto, el tiempo se reduce a razón de 1/4, durando dicho fragmento el equivalente a 6 compases en el *tempo* principal.

Una vez tomadas estas consideraciones temporales, se toma como unidad de medida de referencia la figura de negra (\blackd) del *tempo* principal. Así, cada compás

en el *tempo* principal dura 4 unidades de tiempo, y cada compás en el *tempo* secundario durará 5 unidades, obteniéndose una unidad de medida cómodamente manejable.

La estructura de *In der nacht* cuenta con ciertas similitudes con la de *Aufschwung*: en ambos casos la primera sección A tiene una estructura interna tripartita $a_1 a_2 a_1$ -aunque en *In der nacht* es más compleja ya que añade sendos pasajes de coda, destacando especialmente el que se ubica al final de la pieza-, hecho que se invierte en la sección central B, que en *Aufschwung* contaba con un largo puente que anticipaba nuevamente el material de A y en esta quinta pieza no existe como tal, sino que se desarrolla hasta generar una auténtica sección nueva C, con un material nuevo y una longitud y entidad mucho más definida.

A su vez, cada una de estas secciones cuenta con un mayor número de frases y de capas internas subordinadas, hecho que requeriría de un análisis de carácter más detallado y microestructural.

Al respecto de los puntos culminantes, existe un punto culminante general en el compás 140 (unidad de medida 587), con un máximo de volumen y de tensión generado por un pasaje previo altamente dinámico, muy tenso armónicamente y muy denso contrapuntísticamente. Se puede considerar este punto, en cierto modo, como el punto culminante del ciclo completo. La sección A tiene también un punto culminante claramente definido, en el compás 35 (unidad de medida 136) en la primera exposición (punto más agudo, de mayor volumen y mayor densidad y tensión armónica) y en el compás 180 (unidad de medida 747) en la reexposición. Por último, se puede hablar de una región de anticlímax en la sección B, en torno al compás 93 (unidad de medida 392).

Respecto del número áureo, se manifiestan relaciones en diversos puntos, especialmente en las secciones centrales B y C.

La relación áurea más importante es la que se produce entre la sección áurea del conjunto de la pieza, que se encuentra muy cerca (unidad 570) del punto culminante de la misma (unidad 587). La desviación es únicamente del 1,8%.

En la misma sección aparecen otros cuatro números áureos significativos: la sección áurea corta de la pieza completa se encuentra en la división formal entre b_1 y b_2 , las dos secciones áureas del bloque que forman las secciones B y C coinciden parcialmente con el inicio y el final de la segunda exposición de b_1 , y la proporción áurea de la sección B se encuentra ubicada justo en el anticlímax.

La sección A, a pesar de no contar con una abundancia tan fecunda de números áureos, presenta una relación entre la sección áurea larga de la sección y la división formal entre la frase a_2 y la recapitulación de la frase a_1 . Esta relación es más evidente en la primera de las exposiciones de la sección A, al inicio de la pieza, y en la reexposición final la desviación es mayor.

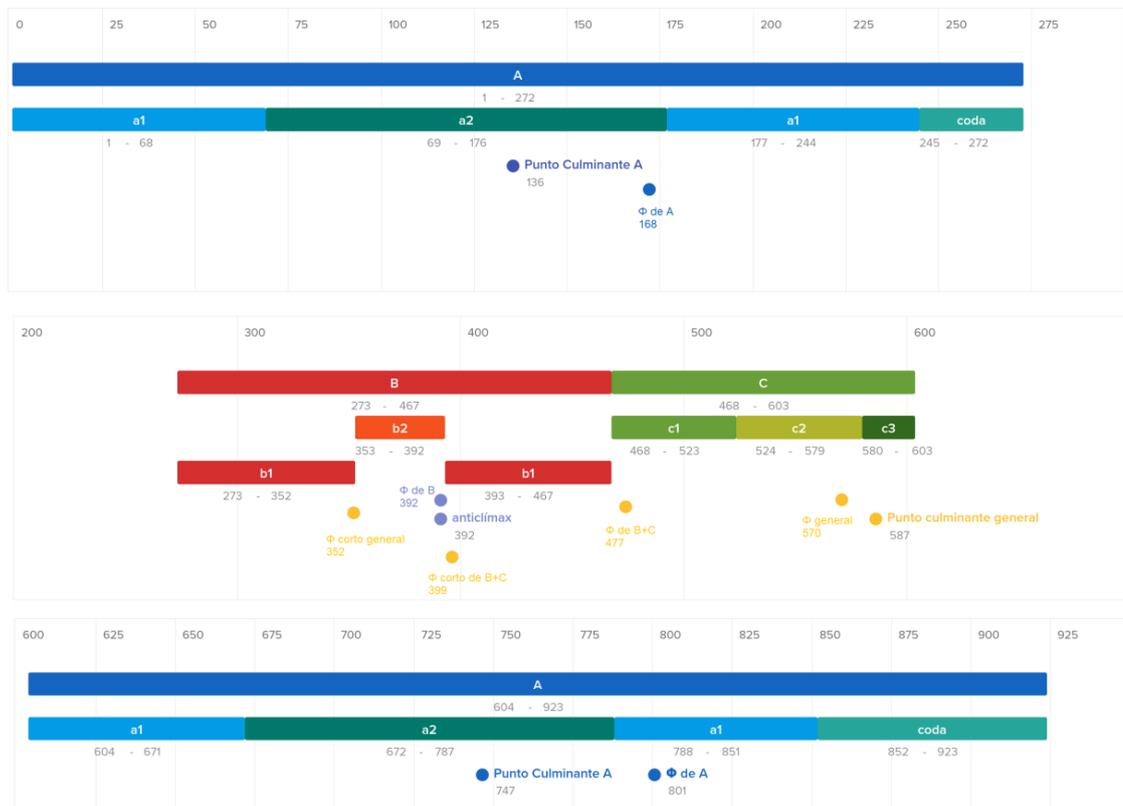


Figura 17. Esquema formal de *In der nacht*

Fabel

La sexta pieza del ciclo, *Fabel* (Fábula), ofrece un marcado contraste entre dos materiales: un primer material lento, espacioso y estable, enfrentado a un segundo

material frenético, nervioso y, en cierto modo, atropellado. Dichos materiales se alternan varias veces a lo largo del transcurso de la sección principal de la pieza, que flanquea por ambos lados una segunda sección central de desarrollo basada fundamentalmente en el material rápido.

De nuevo se encuentra una falta de equivalencia temporal: tan solo se indica, en el primer tema, la inscripción *Langsam* (lento), seguida en el segundo tema de la indicación *Schnell* (rápido). Sin embargo, el compás se mantiene estable en ambos temas (se trata de un 2/4 durante toda la pieza) y el cambio de figuración – figuras largas de negra y corchea en los fragmentos *Langsam* frente a semicorcheas en el *Schnell*) dan indicios de una cierta proporcionalidad en la concepción temporal de la obra. Esta relación se corresponderá hipotéticamente con el doble de velocidad en secciones *Schnell* que en secciones *Langsam*.

Así, la unidad de tiempo básica puede ser la negra (♩) del *tempo Schnell*, que correspondería exactamente a una corchea (♪) en el *tempo Langsam*.

A su vez aparecen varios calderones en el fragmento *Langsam*, a los que se aplica el procedimiento estándar, añadiendo a cada uno una corchea (una unidad de tiempo). Por último, hay dos pasajes de tipo *ritardando*, el primero de ellos abarcando los compases 68 y 69, y aumentando debidamente la extensión de dichos dos compases en medio compás más, y una indicación *Immer langsamer* (más lento), que ocupa los últimos siete compases de la pieza y aumenta, por tanto, la duración de dicho fragmento en prácticamente dos compases (3 corcheas y media).

Estructuralmente, *Fabel* presenta una forma tripartita Exposición-Desarrollo-Reexposición, con una primera sección expositiva en la que aparecen los dos materiales contrastantes mencionados: el tema *Langsam* (A) y el tema *Schnell* (B), que se alternan dos veces cada uno (a b a' b).

El desarrollo, a su vez, incluye materiales nuevos y temas de la exposición, tratados en una sección dinámica e inestable, con gran profusión de temas y

materiales distintos entre sí, hasta el punto de constituir cuatro frases diferenciadas, con la única salvedad de las frases segunda y cuarta, que comparten material temático ($d_1 d_2 d_3 d_2'$).

Por último, la reexposición modifica el orden de presentación de los temas (B A A') comenzando en este caso por el *Schnell* y terminando por un *Langsam* cuyas dos manifestaciones aparecen ahora consecutivas y con pequeñas modificaciones para ajustar la tonalidad y finalizar la pieza.

En cuanto a los puntos culminantes, se trata de una pieza muy direccional, especialmente en la parte central, en la que encontramos tres puntos muy tensivos: el primero, en el compás 41 (unidad de medida 115), el segundo y mayor, en el compás 53 (unidad 139) y el tercero en el compás 70 (unidad 173), justo en la vuelta a la reexposición.

Las secciones áureas más destacadas son la correspondiente a la segunda sección, coincidente con el punto culminante más tensivo y la sección corta de toda la pieza, que coincide con la división formal entre la exposición y el desarrollo.

A su vez, hay otras de menor calado: las dos secciones áureas de la primera sección corresponden, la corta a una división formal y la larga a un punto de anticlímax entre la repetición de dos segmentos iguales. Las dos secciones áureas de la reexposición, a su vez, corresponden con las dos enunciaciones de la nota más aguda de esta sección (un cierto punto culminante).

Sin embargo, la sección áurea general no parece tener mucho protagonismo, aunque está situada cerca de la división formal entre d_3 y d_2' (en la unidad de medida 151), en un punto armónicamente y conceptualmente alejado de los temas iniciales.

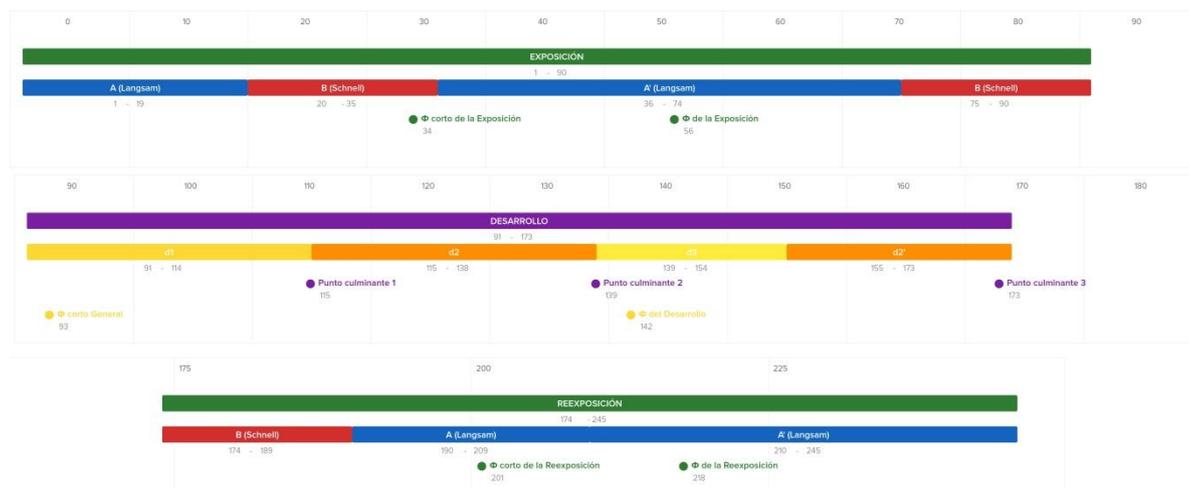


Figura 18. Esquema formal de *Fabel*

Traumes Wirren

La penúltima pieza del ciclo, *Traumes Wirren* (Sueños confusos) ofrece una música nuevamente rápida, enérgica y llena de contrastes. Se trata también de uno de los parciales más complejos del ciclo, si bien no alcanza la variedad de *In der nacht*. No obstante, a pesar de constar solo de dos materiales temáticos principales (A y B) existe, a su vez, una sección de desarrollo sobre el material de A que genera una forma tripartita cuya sección central es divisible a su vez en dos partes: es decir, es un A B A que se puede descomponer en A B Desarrollo A.

Se trata de una pieza rítmicamente y temporalmente homogénea. Su *tempo* original, *Äußerst lebhaft* (Muy animado) mantiene un continuo de ritmo, compás y figuración hasta los últimos instantes de la obra, en los que un *Ritardando* de cinco compases de longitud alargan la duración de la pieza en un compás más. Esto hace que el compás sea una unidad de medida perfectamente válida.

La primera sección (A) a su vez consta de una división tripartita interna ($a_1 a_2 a_1$), con una repetición de a_1 . La sección B está formada por dos frases b_1 y b_2 , de dieciséis compases cada una. El desarrollo consta de tres frases: d_1 (ocho compases), d_2 (doce compases) y d_3 (ocho compases), sirviendo esta última como puente para retornar al tema principal y cuyo inicio constituye el punto culminante

de la pieza. A su vez, la reexposición está formada por, en primer lugar, una repetición prácticamente literal de la frase a_1 , seguida de una coda con tres frases c_1 (quince compases), c_2 (once compases), en cuya mitad se encuentra un punto culminante de menor entidad, y c_3 (siete compases), para finalizar la pieza.

Respecto de la sección áurea, destaca que la proporción áurea general se encuentra en el compás 120, prácticamente en la división formal entre d_1 y d_2 , en la primera aparición de las notas más agudas de la pieza y en un punto de especial densidad, concentración de eventos, inestabilidad y alejamiento conceptual respecto al tema principal. A su vez, la sección áurea corta de la pieza se encuentra muy cerca de la división formal entre A y B, uno de los puntos más relevantes de toda la pieza.

Hay otras secciones áureas que cumplen un papel interesante: las de la sección A y las de A' parecen aproximadamente delimitar las secciones a_2 y c_1 respectivamente. Por otra parte, en el desarrollo hay otras dos secciones áureas cercanas a divisiones formales: la del bloque B (B + Desarrollo) se encuentra cercana a la división entre d_1 y d_2 (y, a su vez, a la sección áurea general) y la del desarrollo, cercana a la división entre d_2 y d_3 , en el punto culminante de la pieza.



Figura 19. Esquema formal de *Traumes Wirren*

Ende vom Lied

Como cierre del ciclo, *Ende vom Lied* (Final de la canción) propone una pieza en la que, a pesar de tener contrastes presentes, la inestabilidad no es tan grande como en las piezas precedentes, contribuyendo a relajar la tensión generada e inducir al oyente hacia la terminación del ciclo, especialmente a través de la extensa coda, en la cual el sonido se diluye y ralentiza progresivamente hasta apagarse en el silencio.

Como es habitual en los ciclos de este período, esta última pieza presenta un carácter triunfal: el uso de una tonalidad mayor, figuraciones largas, un amplio rango de alturas con gran preponderancia de los graves y un volumen *forte* producen esta atmósfera grandilocuente, especificada en la indicación de *tempo Mit gutem Humor* (con buen humor). Un segundo material ofrecerá un carácter diferente, más extrovertido, saltarín y frívolo, debido al uso de figuraciones más cortas, nuevos motivos rítmicos y un cambio de *tempo* indicado a través de las palabras *Etwas lebhafter* (más animado). Tras una reexposición del material principal, la Coda transforma dicho material, introduciéndolo en un contexto lento, de bajo volumen, con un rango de alturas más recogido y tendente al extremo grave, con una letanía, tanto rítmica como temática (el tema principal se repite a través de sucesivas imitaciones), que diluye el discurso sonoro hasta su extinción.

Nuevamente, el cambio de *tempo* no se encuentra especificado, ante lo cual hay que realizar una estimación: en este caso, se considera la equivalencia como un aumento del *tempo* en $1/3$, de tal forma que la sección central tiene una velocidad equivalente a $4/3$ de la original. Para la coda, a pesar de la inclusión en algunos manuscritos de la indicación *Viel langsamer* (mucho más lento), se considera que la modificación de la figuración que efectúa el compositor produce ya dicho efecto, con lo cual la velocidad metronómica puede mantenerse en su valor original. Sin embargo, los últimos catorce compases se encuentran bajo una indicación de *ritardando*, lo cual, añadido al calderón que afecta a la última nota, aumentan la duración total de dicho fragmento en cuatro compases.

La unidad de medida tomada como referencia para esta pieza es el pulso de la sección principal (♩) de tal forma que un compás de esta sección tiene una duración de 4 unidades y uno en la sección central tiene una duración de 3 unidades.

A su vez, *Ende vom Lied* presenta una estructura tripartita con una coda añadida (A B A Coda). Ambas secciones tienen la misma forma interna: una forma tripartita con repeticiones literales de la segunda parte ($a_1 a_2 a_1 \cdot a_2 a_1 \cdot$). En la reexposición dicha repetición ya no tiene lugar. Por último, la Coda constituye una sucesión continua de varias frases, las dos primeras (c_1 y c_2) de ocho compases, la tercera (c_3) de diez, y la última (c_4) de siete.

La pieza cuenta con un carácter dramático que provoca varios puntos culminantes: uno relativo a la sección A, que coincide con el punto de mayor altura, volumen y densidad contrapuntística, en el compás 22 en la exposición y en el 82 en la reexposición. Por su parte, la sección B cuenta con el clímax de la pieza en su conjunto en la caída del compás 53, debido también a su volumen y a venir precedido de un largo pasaje dramático de generación de tensión armónica, volumen y activación.

Respecto de la sección áurea, destaca el hecho de que la sección general se encuentra en la unidad 370, muy cerca del acontecimiento de la reexposición (unidad 354). De hecho, se trata la única pieza en la cual la sección áurea no se encuentra sobre la sección central. Esto explica la proliferación de repeticiones en las dos primeras secciones: es necesario para equilibrar el conjunto de la pieza, que en caso contrario se quedaría descompensada por la larga extensión de la coda.

Otras secciones áureas parciales cumplen también papeles estructurales: en la primera sección A se encuentra justo en el punto en el que comienza la repetición de la segunda parte; en la sección B coincide con un anticlímax (mínimo volumen y densidad) que da lugar al extenso crecimiento que dirigirá al punto culminante. Por último, la sección corta del bloque A + Coda se encuentra cercano a la

división formal entre ambos formantes, dando lugar a una relación prácticamente áurea entre los dos fragmentos.

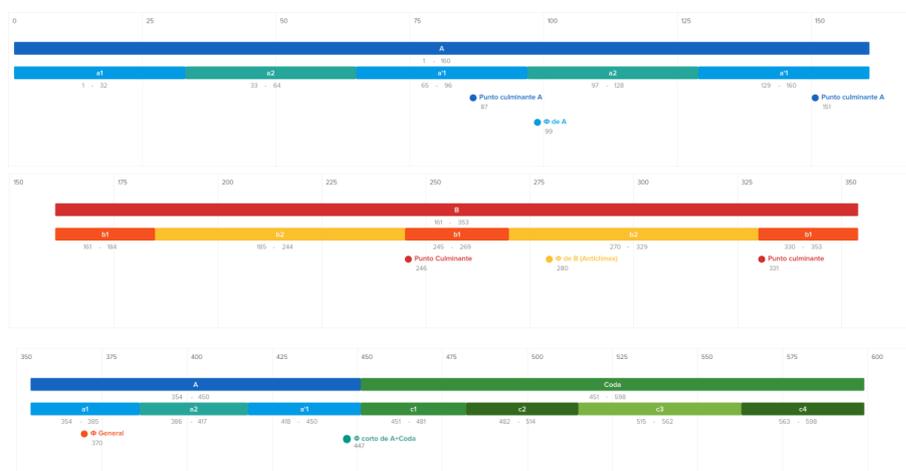


Figura 20. Esquema formal de Ende vom Lied

Fantasiestücke, Op. 12. Ciclo completo

En las anteriores páginas se ha analizado cada pieza por separado, buscando relaciones áureas entre los distintos elementos estructurales y comentando brevemente sus implicaciones sobre el equilibrio formal de las piezas. No obstante, el principal punto de interés se encuentra en llevar a cabo este mismo análisis sobre la obra en su conjunto, para así descubrir si existen también relaciones de la misma naturaleza en el conjunto del ciclo. De esta forma se obtendrá evidencia de si el ciclo tiene una unidad conceptual y un equilibrio temporal entre sus distintas partes.

Analizar un ciclo completo presenta dificultades e inconvenientes que no estaban presentes en las piezas individuales: existe necesariamente un tiempo de silencio entre una y otra pieza, que desvirtúa las relaciones temporales, y las velocidades de las distintas piezas, que al no llevar indicaciones metronómicas no permiten establecer a ciencia cierta una equivalencia temporal entre unas y otras.

No obstante, se va a establecer una propuesta propia, en función de los siguientes parámetros:

- En primer lugar, la asunción de que las diferentes piezas, entre sí, van a presentar relaciones relativamente simples entre sus velocidades metronómicas. Al igual que en *In der nacht* y en *Ende vom Lied* los cambios de *tempo* se han solventado a través de relaciones simples (5/4 y 4/3 respectivamente) las relaciones numéricas entre piezas diferentes responderán a criterios similares.
- En segundo lugar, el mantenimiento de dichas relaciones, independientemente de las velocidades absolutas. Esto implica que si la primera pieza se toma a una velocidad inicial rápida, habrá que ajustar el resto de velocidades para que cumplan con las relaciones, de tal forma que, aunque la duración total de la obra cambie, todos sus puntos se encuentren a las mismas distancias proporcionales entre sí.
- Por último, se tomará una referencia temporal común que en este caso es el tiempo. La medición se realizará exclusivamente en segundos. A su vez, cada velocidad metronómica se establecerá atendiendo a las indicaciones escritas por el compositor, ejemplos sonoros tomados de interpretaciones de la obra y elementos del texto musical como la textura, el carácter y la dificultad técnica.
- Dado que el análisis es en abstracto, no se añadirán espacios de tiempo intermedios entre pieza y pieza.

Las referencias metronómicas que corresponden a cada pieza en el análisis propuesto son las siguientes:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------------|
| 1. <i>Des Abends</i> : ♩=60 | 5. <i>In der Nacht</i> : ♩=100 (A) |
| 2. <i>Aufschwung</i> : ♩=80 | ♩=80 (B) |
| 3. <i>Warum?</i> : ♩=60 | 6. <i>Fabel</i> : ♩=40 (Langsam) |
| 4. <i>Grillen</i> : ♩=60 | ♩=80 (Schnell) |

7. *Traumes Wirren*: $\text{♩}=60$

8. *Ende vom Lied*: $\text{♩}=60$ (A)

$\text{♩}=80$ (B)

El primer cuaderno (Heft I) tiene una duración total de 786 segundos (aproximadamente 13 minutos y 6 segundos), de los cuales los primeros 210 (3'30") corresponden a *Des Abends*, los siguientes 232 (3'52") a *Aufschwung*, 136 (2'16") a *Warum?* y 205 (3'25") a *Grillen*.

Asimismo, los principales puntos tensivos son el anticlímax de *Aufschwung*, en el segundo 142 de la pieza (342 del total); el clímax de *Warum?* en su segundo 54 (497 del total) y el de *Grillen*, que tiene lugar dos veces, en el segundo 112 y el 137 (692 y 717 del total).

El segundo cuaderno (Heft II) tiene, a su vez, una duración total de 942 segundos (15 minutos y 42 segundos), de los cuales los primeros 281 (4'41") corresponden a *In der Nacht*, los 188 siguientes (3'08") pertenecen a *Fabel*, los 179 posteriores (2'59"), a *Traumes Wirren* y los últimos 294 (4'54"), a *Ende vom Lied*.

Los puntos culminantes de esta segunda parte del ciclo son el punto culminante de *In der Nacht* (y del ciclo en general) en el segundo 188 de la pieza (974 del total), el de *Fabel*, en su segundo 103 (1170 del total), el de *Traumes Wirren*, en su segundo 115 (1370 del total) y el de *Ende vom Lied*, que aparece en dos ocasiones, en el segundo 122 (1556 del cómputo global) y en el 164 (1598 del total).

Respecto de la sección áurea, hay tres puntos especialmente relevantes en los que aparece con una gran exactitud.

El primero de ellos es el punto de sección áurea general, que coincide exactamente con el final de *In der nacht*. Este punto es de una gran importancia formal ya que es en el que se produce el viraje armónico de mayor entidad de todo el ciclo: se pasa de ubicarse en tonalidades con muchos bemoles (4 o 5) a tonalidades con uno o ninguno. Este cambio cualitativo responde a la necesidad

retórica de generar un cambio conceptual entre las primeras piezas, más homogéneas y estables, y en general con conclusiones más trágicas (*Aufschwung, In der nacht*) o al menos introvertidas e introspectivas (*Des Abends, Warum?*), representadas por las regiones tonales con muchos bemoles y, en concreto, con Fa menor (*Aufschwung, In der nacht*); y las últimas piezas, más cómicas, extrovertidas y triunfales, con finales más grandilocuentes, conclusivos y serenos (*Fabel, Traumes Wirren, Ende vom Lied*), y representados por las tonalidades con pocas alteraciones, especialmente con Fa mayor (parte central de *In der nacht, Traumes Wirren, Ende vom Lied*).

Además de esta, hay otras dos secciones áureas que funcionan de forma análoga: se trata de las proporciones correspondientes a cada uno de los cuadernos, que se encuentran en ambos casos en torno al punto culminante de la tercera pieza de cada bloque: *Warum?* en el caso del primer cuaderno y *Traumes Wirren* en el caso del segundo. Este fenómeno aporta, en primer lugar, equilibrio a cada uno de los dos cuadernos, otorgándoles un sentido retórico además de la división tonal y proporcional en 5+3. Además, refuerza el carácter narrativo al encontrarse en dos piezas con un marcado carácter dramático y muy características del cuaderno en el que se encuentran: *Warum?* representa fielmente la homogeneidad y el carácter introspectivo y comedido del primer cuaderno, mientras que *Traumes Wirren*, además de presentar en su plenitud la tonalidad protagonista del segundo cuaderno y conclusiva de la obra (Fa mayor) es también representativa del carácter extrovertido y de la heterogeneidad temática, llena de contrastes, del segundo cuaderno.

En resumen, las secciones áureas a gran escala que aparecen en las *Fantasiestücke, Opus 12* de Robert Schumann se revelan de suma importancia para comprender la lógica narrativa y retórica de este ciclo. Por una parte, reafirman la existencia de un dualismo conceptual entre una primera parte, que se caracteriza por una mayor homogeneidad de carácter, introspección y un cierto cariz atormentado, y una segunda parte mucho más inestable, heterogénea, extrovertida, y, a la postre, triunfal y grandilocuente.

Por otra parte, reafirma la identidad de *In der nacht* como núcleo fundamental del ciclo, en cuya complejidad ejerce de transición, pivote y síntesis entre las dos tesis conceptuales, ya sea a nivel tonal (Fa menor del tema principal frente a Fa mayor de la sección central), de carácter (atormentado e introspectivo, pero a la vez grandilocuente y extrovertido) o de estabilidad dramática (heterogénea y contrastante, pero con secciones extensas bajo un mismo material y marco conceptual, sin los cambios tan bruscos y continuos de las tres últimas piezas).

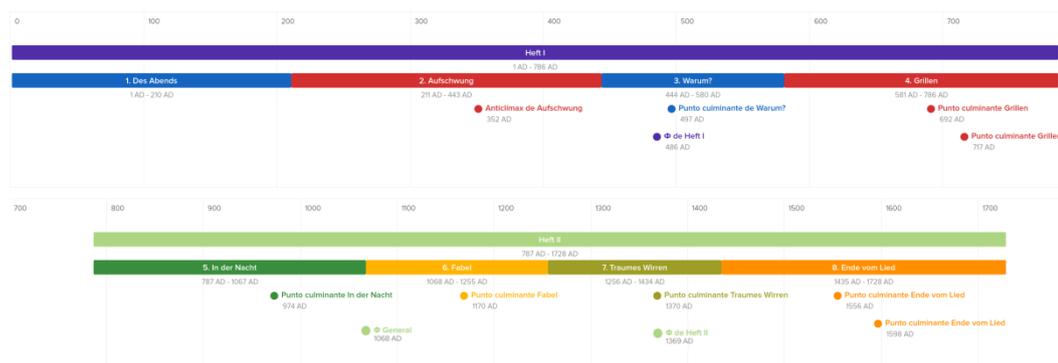


Figura 21. Esquema formal general de las Fantasiestücke, Opus 12

2. 10 Preludios, Opus 23, de Serguei Rachmaninov

Compuestos entre 1901 y 1903, los 10 Preludios suponen una de las principales colecciones de piezas de pequeño formato del compositor ruso. Estilísticamente, se encuadran dentro del postromanticismo, anticipando algunos elementos característicos de la música del siglo XX, aunque conceptualmente y estructuralmente siguen la tradición clásico-romántica.

En este caso no existe un programa narrativo-descriptivo tan definido como en el caso de las *Fantasiestücke*. Las distintas piezas no presentan títulos ni inspiraciones extramusicales, ofreciendo un texto y unos significados más abstractos que en la obra de Schumann, sin más referentes que el discurso musical en sí mismo.

La colección está formada por diez piezas o preludios, de los cuales cada uno presenta sus propios materiales temáticos, armónicos, rítmicos y estructurales. No

obstante, existen indicios que adivinan la existencia de vínculos entre los diferentes preludios, ya sea por la aparición de materiales comunes o por la presencia de relaciones abstractas, contrastes de carácter o una organización tonal a gran escala.

Preludio Op. 23 nº I

El primero de los Preludios consiste en una obra lenta, de una gran homogeneidad conceptual, con una narratividad estructural claramente delimitada y una organización formal caracterizada por el equilibrio entre secciones estables y secciones dinámicas y dramáticas.

El *tempo* y el compás se mantienen estables a lo largo de toda la pieza, con lo cual es viable establecer cualquiera de ellos como unidad de medida, a excepción de un largo *ritardando* que afecta a los tres últimos compases, el cual, añadido al calderón del último sonido, alarga la duración final en un compás.

Estructuralmente, el preludio tiene una forma tripartita (A B A), con una sección A expositiva en la que se presentan los principales temas y materiales en un entorno estable, y una sección B de tipo desarrollo, en la que no se presenta un material nuevo sino que se transforman los materiales principales en una sección dinámica, más inestable y con un mayor contenido de activación. La reexposición, a su vez, está ocupada mayoritariamente por una larga coda, conformada también con los materiales principales.

A su vez, hay un punto culminante en la caída del compás 24, en el punto en el que se alcanza la mayor altura, el mayor volumen, la mayor densidad contrapuntística y el mayor rango de alturas de toda la pieza. Se trata, además, de un punto que proviene de una larga sección de crecimiento, tanto de volumen como de tensión armónica y en el resto de parámetros, iniciada al principio de la sección B, y que se diluye posteriormente de forma gradual hasta retornar a la estabilidad del tema principal en el compás 30.

La sección áurea de la obra se encuentra en el compás 26, poco tiempo después del punto culminante. A su vez, la sección áurea de la sección B se encuentra en el

compás 23, rodeando el punto culminante de la obra. Por lo tanto, esto evidencia el equilibrio constructivo de la obra, dado que las proporciones están ajustadas de tal forma que el punto culminante de la obra se aproxime a ambas secciones áureas, dotando de una especial relevancia a ese punto, que se constituye como núcleo de la obra.



Figura 22. Esquema formal del preludio I

Preludio Op. 23 nº II

En contraposición al primero, este preludio presenta un discurso rápido, frenético y con un contenido energético, dinámico y grandioso. Su concepción estructural es, sin embargo, similar al anterior, con una gestión similar de secciones estables y secciones dinámicas, y con una misma forma de tratamiento de los procesos tensivos y los puntos culminantes.

Análogamente, el *tempo* es estable a lo largo de toda la pieza, no existe ningún ritardando ni ningún otro fenómeno de cambio de velocidad. Sin embargo, el compás no es una referencia válida ya que este cambia, y existen algunos casos en los que se rompe el compás usual de 4/4, introduciendo compases de 2/4 cuya duración es la mitad. Así, la unidad de referencia tiene que ser necesariamente una figura rítmica, tomando en este caso como unidad de medida la negra (♩).

La forma de este preludio, aunque su base sea también la forma tripartita (A B A) es más compleja, introduciendo al cierre una coda de mayor entidad e identidad, y con una sección central dividida en una sección B que combina materiales nuevos y antiguos, y otra de desarrollo en la que se genera tensión y dinamismo a través del empleo de los materiales ya expuestos y de su transformación y elaboración.

En este caso, dado que el primer material supone un máximo en volumen y densidad, destaca el anticlímax que tiene lugar en el compás 28, que se debe principalmente al mínimo de volumen, dado que la densidad de acontecimientos y el nivel de activación siguen siendo altos, como en el conjunto de la pieza. El punto culminante de la pieza se encuentra en el compás 37 y caída del 38, donde toda la tensión acumulada por una sección de desarrollo con una direccionalidad armónica y un crecimiento de la figuración estalla en la reaparición del tema principal. A su vez, la coda tiene una estructura tensiva de desactivación-activación, con sendos clímax positivos al inicio y al final y con un anticlímax en el compás 58.

La proliferación de secciones áureas en este preludio es enorme. En primer lugar, la sección áurea general coincide con el punto culminante de la obra, que además se encuentra en la división formal de mayor entidad: el acontecimiento de la reexposición, en el que el desarrollo da lugar de nuevo al tema principal. Sin embargo, además de esta aparecen otros dos fenómenos de importancia.

El primero de ellos es la disposición proporcional de las distintas secciones. La relación temporal entre las secciones A y B se corresponden con el número áureo, y las relaciones entre las secciones B y el desarrollo y A' y la coda se aproximan también, generando una red de relaciones temporales áureas entre las duraciones de cada sección.

La otra aparición de la proporción áurea se halla en la Coda, cuyo anticlímax se encuentra también situado en las cercanías de la sección áurea de la Coda.

En resumen, se puede afirmar que la construcción de la obra dirige la mayor relevancia dramática al punto culminante general, en el que se centra la atención de la obra. Además, las distintas secciones están tratadas de tal forma que se genera una jerarquía proporcional de las duraciones, siendo más largas aquellas secciones más estables y con un material principal (A) y más cortas, sucesivamente, aquellas más dinámicas e inestables -especialmente el Desarrollo-.

Esto contribuye al equilibrio de la obra, reduciendo la duración de aquellas secciones que generan un mayor agotamiento mental por su dinamismo en el

oyente, y dirigiendo todo este proceso de gestión de duraciones desde el uso del número áureo como herramienta constructiva. Por último, la estructura áurea de la Coda muestra cómo también se pueden llevar a cabo estos procesos a una escala menor del trabajo estructural.



Figura 23. Esquema formal del preludio II

Preludio Op. 23 nº III

El tercer preludio presenta un cierto carácter arcaizante: sus materiales rítmicos, su estructura y el tratamiento que se hace de las imitaciones presuponen una cierta inspiración barroca. En concreto, toma elementos característicos de la zarabanda, una de las danzas constituyentes de la *suite* barroca, género musical originario de los siglos XVII y XVIII.

Contrasta con los dos anteriores en *tempo* y carácter: se trata de una pieza de *tempo* moderado y de carácter comedido, combinando materiales más humorísticos con otros más graves y serios. El tratamiento de los procesos tensivos y la estabilidad es, a su vez, similar al de las piezas anteriores. El *tempo* no es constante, existe una sección central bajo la indicación *Un poco più mosso* (Un poco más movido) que implica un aumento de la velocidad no especificado. Se considera que dicho aumento es de $\frac{4}{3}$. Dado que la velocidad de la primera parte de la pieza es de $\text{♩}=66$, en esta segunda parte será de $\text{♩}=88$.

Tan solo hay un breve *ritardando* de un compás de duración, que corresponde con la transición de vuelta a la velocidad original, además de un calderón en el último compás, que aumenta la duración total de la pieza en un compás más. Dado que hay cambios de velocidad, es necesario obtener una unidad de tiempo diferente del compás. En este caso, se toma como referencia el pulso de la sección

central (una negra), de tal forma que un compás en dicha sección tiene una duración de 3 unidades y uno en el resto de la pieza tiene una duración de 4 unidades.

Estructuralmente, se trata de una forma tripartita con una coda añadida (A Desarrollo A Coda), donde no hay una auténtica sección B, ya que a lo largo de toda la pieza se elaboran los materiales iniciales. El desarrollo constituye una sección inestable, en la que proliferan las imitaciones y transformaciones del material inicial. Por último, la coda sí que presenta un material nuevo -material que, además, aparecerá en posteriores piezas del ciclo, otorgando un elemento de unidad y cohesión a la colección completa- combinado con materiales surgidos de la transformación de los temas principales.

El punto culminante se encuentra en el compás 35, donde se halla el punto de máximo volumen de la pieza, además de venir precedido por un largo fragmento generador de tensión y de un gesto descendente que procede de la altura máxima de la pieza.

Respecto de la sección áurea, se presenta en diversos puntos. En primer lugar, la sección áurea general, análogamente a la pieza anterior, se halla en la división formal entre el desarrollo y la reexposición, uno de los puntos más significativos de la pieza, ya que es donde toda la tensión acumulada se resuelve en la vuelta al tema principal.

Otra relación de importancia se da en la sección áurea corta de la pieza, que se encuentra, alternativamente, al comienzo del Desarrollo. De esta forma, dicha sección queda perfectamente encuadrada entre ambas secciones áureas, además de generarse una simetría aproximada: la duración de A (y su repetición) se corresponde con la de la reexposición (A' + Coda). Por su parte, el Desarrollo queda encuadrado en el centro de la pieza, sirviendo de pivote y punto de apoyo.

Por último, el punto culminante de la pieza se encuentra situado en la cercanía de la sección áurea de la sección de Desarrollo. Por lo tanto, el Desarrollo presenta un arco de activación con un crecimiento tensivo hasta el punto

culminante, aproximadamente en la sección áurea de la sección, y un decrecimiento hasta la resolución en el tema principal.

Se trata de nuevo, entonces, de una pieza con una concepción estructural muy matemática y con un importante papel del número áureo. La repetición literal de la sección A se explica a la luz de estos resultados como un procedimiento necesario para equilibrar las duraciones de la obra, especialmente ante una coda tan larga.

El desarrollo cumple su función de sección con importancia dramática, situándose en el centro de la obra, actuando como eje de simetría, y acumulando en su interior además el principal contenido tensivo, gestionado a través de la proporción áurea.



Figura 24. Esquema formal del preludio III

Preludio Op. 23 nº IV

El cuarto preludio recupera el *tempo* lento para ofrecer una pieza especialmente lírica, de una factura sencilla e inspirada en lo vocal (melodía y acompañamiento), aunque aumenta en complejidad a medida que avanza, a través de la inclusión de líneas contrapuntísticas y una mayor densidad de acontecimientos.

El tempo se mantiene estable a lo largo de toda la obra, con la excepción de un breve *ritardando* en el compás 42, de apenas dos pulsos de duración, y del calderón final, que aumenta la duración total en medio compás.

Estructuralmente es una forma tripartita ligeramente modificada (A A' Desarrollo A''), en la que la última sección se encuentra ampliada en una breve coda, dependiente de la propia sección. Las distintas secciones A constituyen un

conjunto de variaciones, en las cuales se mantiene un material temático y armónico común, pero aumenta gradualmente la complejidad a través de la adición de líneas contrapuntísticas, la ampliación del rango de alturas y el aumento del número de acontecimientos.

En contraposición a ello, la sección de desarrollo mantiene los materiales constructivos de A, pero los transforma generando un material nuevo, derivado de los temas principales. A su vez, la sección de desarrollo se caracteriza nuevamente por el aumento de la inestabilidad y la tensión armónica.

El punto culminante de la pieza se encuentra en el compás 51: allí se hallan la altura máxima, el máximo volumen, densidad, tensión armónica y rango de alturas. A su vez, cada sección A tiene un punto culminante parcial, más pequeño, situado en los compases 16, 32 y 66. Estos tres puntos están situados en momentos temporales similares de cada una de las secciones.

La sección áurea más destacada es la general, que se encuentra situada cerca, aunque fuera del margen de error, del punto culminante de la obra, en un momento de crecimiento de la tensión y activación. A su vez, la sección áurea corta se encuentra cerca del punto culminante de A', y la sección áurea de la sección A'' se encuentra cerca de su punto culminante.

A pesar de esto, la incidencia de la sección áurea en esta pieza no es muy grande. Las proporciones de las distintas secciones se rigen más bien por la homogeneidad, produciéndose por lo tanto una estructura más estable y estática, debido a la igualdad temporal entre bloques. Este hecho confirma y realza el carácter lírico de esta pieza, más cercana en sus procedimientos constructivos a la variación temática que al contraste y desarrollo, con la excepción de la sección central, en la que de hecho el punto culminante se aproxima a la sección áurea de la obra.



Figura 25. Esquema formal del preludio IV

Preludio Op. 23 n° V

El quinto preludio, una de las obras más conocidas y mediáticas del compositor ruso, presenta una marcha rápida, extrovertida y energética, compensada con una sección central lírica y más contenida.

Existen cambios de *tempo*: la primera parte se encuentra bajo la indicación *Alla marcia*, y el valor metronómico de $\text{♩}=108$, mientras que la segunda sección lleva la indicación *Un poco meno mosso* (Un poco menos movido), sin vincularse a ningún valor numérico concreto. No obstante, por las características del texto y del discurso, tiene sentido que esta sección se encuentre a la mitad de velocidad que la precedente: el aumento de la figuración en la mano izquierda permite que, aunque la velocidad del pulso sea la mitad, la percepción de ralentización no sea tan drástica, además de mantener una proporcionalidad en el pulso: simplemente, lo que antes era una negra pasa a ser una corchea en el nuevo *tempo*.

A su vez, se da un segundo fenómeno de cambio de tiempo: entre los compases 52 y 58 (seis compases) hace efecto la indicación *Poco a poco accelerando e cresc. al Tempo I*. De aquí se infiere que en estos seis compases el valor metronómico es variable, aumentando linealmente la velocidad desde el valor inicial de $\text{♩}=54$ hasta el valor final de $\text{♩}=108$.

Este fenómeno, inédito hasta el momento, permite establecer una medida exacta de la duración de dicha aceleración, pero a su vez impide que se tome como unidad de medida cualquier figura musical, ya que en este fragmento de 6 compases su valor es variable. Por lo tanto, la única solución viable es igualar toda la pieza directamente a valores temporales.

Estructuralmente, se trata de una pieza que contiene una mayor complejidad que las que la preceden: la primera sección A, a su vez, presenta una estructura interna tripartita ($a_1 a_2 a_3$). A su vez, B está formado por una frase que se repite con modificaciones ($b_1 b_1'$) y A' consta de un puente hasta la vuelta, de nuevo, de la forma tripartita original, aunque con las variaciones pertinentes y una breve coda final, dependiente a su vez de los materiales y la sección A'.

Análogamente a lo observado en piezas anteriores con las mismas características que este preludio, el punto más relevante es un anticlímax, situado en el compás 50: se trata de un punto de mínimo volumen y mínima altura, aunque corresponde con el retorno al tema principal (en este caso, en forma de breve puente). A su vez, las dos secciones A sí que cuentan con sendos puntos culminantes positivos, de menor calado, situados al final de la frase a_2 , con la resolución de la tensión acumulada en la vuelta al tema principal en la tonalidad principal y en un nivel alto de volumen.

Existen dos secciones áureas que confluyen en torno al anticlímax que tiene lugar en la división de las secciones B y A': la sección áurea general, que está ligeramente desplazada hacia atrás (coincide, más que con el anticlímax, con el punto en el que comienza la aceleración progresiva) y la sección corta del bloque que forman B y A'.

A su vez, la sección áurea del bloque A' se sitúa aproximadamente en el punto culminante de dicho fragmento, con tan solo cinco segundos de adelanto, en el punto de mayor tensión, a la espera de su resolución apenas dos compases después.

En esta pieza, el anticlímax supone el núcleo fundamental de la pieza en cuanto es un punto de inflexión que recoge el agotamiento al que han llegado los materiales anteriormente elaborados y supone el comienzo de un impulso que servirá para llevar a la obra hasta su final. A su vez, la primera parte (A + B) se muestra como mucho más estable y simétrica que la segunda (A'). Esto tiene sentido desde el hecho de que dichas dos primeras secciones son expositivas y

presentan materiales nuevo, mientras que A' tan solo recupera y transforma materiales ya presentados anteriormente.

El dinamismo de A' se manifiesta a su vez en su estructura interna, ya que en este caso el punto culminante interior sí que se manifiesta en un punto cercano a la sección áurea, en contra de lo ocurrido en las secciones anteriores, más caracterizadas por la igualdad numérica y, por tanto, por la estabilidad estructural.

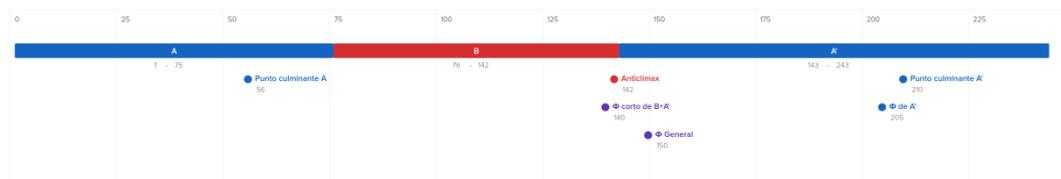


Figura 26. Esquema formal del preludio V

Preludio Op. 23 nº VI

El siguiente preludio de la colección recupera el carácter lírico y la velocidad media en una pieza que se vertebra en un continuo rítmico en el bajo mientras la mano derecha se construye a través de un discurso denso, con retazos melódicos basados en un material temático común, que se transforma y modifica con el paso del tiempo.

El *tempo* es estable con la excepción del final, en el que un *ritardando* de un compás y medio de duración y un calderón sobre la última nota alargan la duración total en medio compás.

Estructuralmente, presenta una forma peculiar, con tan solo dos secciones, basadas además en el mismo material (A A'), en una suerte de variación continua, en la que el único fragmento con una mayor narratividad y dramaticidad es el que comprende los compases 14 al 22, segmento en el que se produce prácticamente el único proceso tensivo de crecimiento y decrecimiento. El punto culminante de este desarrollo se encontraría en la mitad del compás 19, donde se alcanza el máximo en volumen y altura de toda la pieza.

A su vez, la segunda sección presenta otro proceso similar, aunque de menor entidad, entre los compases 35 y 39, con el máximo en la mitad del 37. Por último, la caída del compás 28 presenta un anticlímax inusual, ya que presenta un máximo en parámetros como el rango de alturas o la densidad de acontecimientos, además de un máximo parcial de altura (es la altura máxima de toda la sección), pero en un mínimo de volumen y también en un proceso de distensión armónica.

Las secciones áureas se corresponden aproximadamente con los distintos puntos culminantes: las proporciones áureas general y corta se corresponden con el anticlímax y el punto culminante de A, respectivamente, y la sección áurea de la sección A' coincide con el punto culminante, de menor entidad, de A'.

Esto denota el carácter estructural dual de este preludio: por una parte, las divisiones formales son de igual duración y suponen estabilidad formal, y, por otra parte, los puntos culminantes, en su carácter de puntos relacionados con la activación, la tensión y el dinamismo, se aproximan a las proporciones áureas más relevantes de la obra.



Figura 27. Esquema formal del preludio VI

Preludio Op. 23 nº VII

El séptimo preludio inaugura una terna de piezas caracterizadas por el dinamismo, la energía, el dramatismo y un carácter tormentoso, frenético y agitado. Este preludio, además, mantiene un tempo estable a lo largo de toda su extensión, con la excepción del último compás, en el que figura un calderón que añade algo menos de medio compás al cómputo total.

Su estructura es tripartita modificada y análoga a la del preludio III (A A' Desarrollo A'' Coda), en la cual todas las secciones se fundamentan en los

materiales principales de A, si bien el Desarrollo modifica dichos materiales y otorga una mayor direccionalidad dramática al discurso. La Coda, a su vez, aunque también consta de los materiales de A, cuenta con un tratamiento y una transformación mayor de estos.

El carácter enérgico y agitado dificulta la creación de puntos culminantes, ya que la inmensa mayoría del prelude se mueve en niveles de energía altos. Sin embargo, existe un clímax en el compás 49, al que se llega tras un crecimiento tensivo y un despliegue amplio del rango dinámico, complementado por la llegada a una tonalidad diferente de la original. A su vez, en la Coda hay un segundo punto culminante, de menor entidad, en la última negra del compás 84, en el que se alcanza la altura máxima, el mayor rango de alturas y un máximo de volumen.

La ubicación de las secciones áureas es similar al prelude III: el desarrollo aparece flanqueado por las secciones áureas corta y general, aunque existe un pequeño desplazamiento hacia delante de dicha sección. Otra relación importante es la que se produce en el bloque formado por A'' y la Coda, cuya sección áurea corta coincide con la división entre ambas.

Esta última relación realza la unidad de dicho bloque, y esto reafirma la división formal entre el desarrollo y A'' y, por lo tanto, la sección áurea general, como la división formal de mayor entidad y relevancia dramática de este prelude. A su vez se corrobora la simetría, aunque imperfecta, del bloque A + A' frente al bloque A'' + Coda, con el desarrollo como pivote y eje central.



Figura 28. Esquema formal del prelude VII

Preludio Op. 23 n° VIII

En contraposición al carácter tormentoso y trágico de su preludio precedente, el movimiento, la energía y la vivacidad del octavo preludio del ciclo se dirigen a un concepto jubiloso, animado y extrovertido.

Análogamente a la anterior pieza, el tempo se mantiene estable con excepción de un breve *ritardando*, de duración despreciable, entre los compases 65 y 66, y de otro de dos compases al final de la pieza, este último añadiendo la duración total en un compás al añadir la duración del último calderón. Sin embargo, la presencia de compases de diferente duración (algunos compases son de 4/4 en lugar de 3/2, la medida habitual) hace que se deba tomar como unidad de medida una figura, en este caso la blanca (♩).

Su estructura es relativamente compleja: consta de una primera sección A formada por dos frases similares a_1 y a_1' , seguida de un desarrollo en el que se transforman los materiales de A y se producen procesos tensivos de mayor dinamismo. Posteriormente, aparece una sección B, con material nuevo pero relacionado a su vez con los materiales principales, que antecede una reexposición variada de A (A'), y un segundo desarrollo, con un tratamiento de los materiales distinto del que había tenido lugar en el primero. Por último, una Coda cierra la pieza a través de los materiales principales con pequeñas modificaciones y los ajustes pertinentes.

Una posible organización o explicación de esta aparentemente caótica estructura se puede establecer si se otorga una jerarquía superior al acontecimiento de la reexposición (división formal entre B y A'), obteniéndose una forma bipartita de tipo A A' , constandingo A de A + Desarrollo + B y A' de A' + Desarrollo 2 + Coda. De esta forma se obtienen dos bloques análogos, con la única gran diferencia conceptual de B en el primero de los bloques (apertura) que se complementa con la Coda en el segundo de ellos (cierre).

Existen dos puntos culminantes, cada uno de ellos situados en sendos Desarrollos: el primero de ellos se encuentra al final del compás 27 (unidad 79) y el segundo de ellos, en la caída del compás 66 (unidad 191).

En este preludio, las coincidencias son prácticamente exactas. Las secciones áureas más relevantes son las generales de cada uno de los bloques, que se corresponden con exactitud a los puntos culminantes de cada uno de ellos. Además, dichos puntos culminantes se encuentran también en la sección áurea de las secciones de desarrollo en los que se encuentran. Además, la sección áurea corta general de toda la obra se corresponde con la aparición del tema B (es decir, la primera vez que ocurre un material nuevo).

La ubicación de las secciones áureas y los puntos culminantes confirma la suposición de la construcción de este preludio en dos bloques de la misma importancia. Este es un hecho inédito hasta ahora, ya que todas las piezas analizadas se basaban en un único arco narrativo, abarcando la extensión completa de la obra -aunque especialmente se centraba en las secciones de desarrollo- dirigido a un único punto de máxima tensión dramática.

En esta pieza se encuentra este mismo arco, con todas sus características, pero no aplicado a la pieza completa sino a cada una de las secciones que la conforman, constituyéndose la pieza en un doble arco narrativo, cuya direccionalidad apunta a dos puntos temporales de máxima tensión dramática, separados entre sí por el acontecimiento de la reexposición, que resuelve todos los procesos tensivos pero da impulso para la creación de un nuevo crecimiento energético, definiéndose como un auténtico punto de inflexión.

Además de esto, no se pierde el objetivo de la unidad de la pieza al completo, ya que la sección corta general, al ubicarse en la aparición de un material nuevo, permite cohesionar a otro nivel el global de la pieza, sin supeditarla a una mera secuencia de dos fragmentos independientes superpuestos. A esto también contribuyen la unidad de los materiales temáticos y la correspondencia temporal y conceptual de las secciones que conforman cada uno de los bloques.

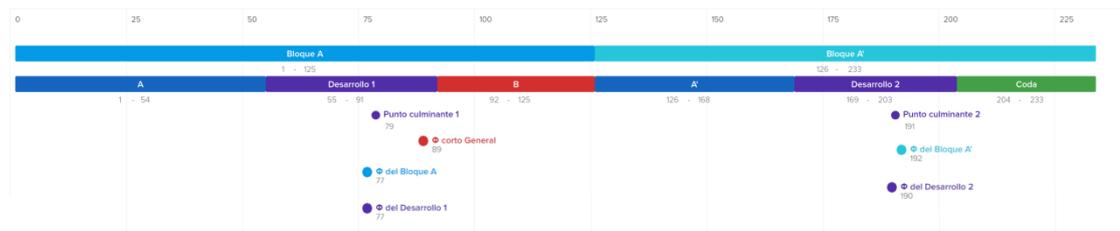


Figura 29. Esquema formal del preludio VIII

Preludio Op. 23 n° IX

El último preludio de la terna que conforman los números VII, VIII y IX recupera el carácter tormentoso y frenético del séptimo, aunque es menos trágico y más bien nervioso. El *tempo* es también estable con excepción de los dos últimos compases, que se encuentran bajo una indicación *Adagio* (lento). Este cambio se puede resolver considerando que la velocidad de dichos dos últimos compases es de la mitad que la principal (y, por lo tanto, tendrán una duración de cuatro compases en la velocidad original).

La estructura es similar a un tema con variaciones, ya que las distintas secciones comienzan siempre con el material principal, y se desarrollan hacia diferentes modificaciones, gradualmente más activas y tensas, con excepción de la última aparición (Coda), en la que la tensión generada es menor.

La variación con un mayor contenido dramático es la segunda, y en ella se encuentra el punto culminante (compás 35), en el que se hallan la máxima altura, el mayor volumen y el más grande rango de alturas de toda la pieza.

La sección áurea general se encuentra en el compás 33 y, por lo tanto, se ubica cerca del punto culminante general, aunque este se encuentra un poco retrasado. Además, las distintas secciones entre sí tienen relaciones temporales cercanas al número áureo, de tal forma que la sección corta del bloque que forman el Tema con la primera variación se encuentra en la división entre ambas, así como la sección corta de la variación II + Coda. A su vez, la relación entre la variación I y la II hace que la división entre ambas secciones se encuentre bastante cerca de su sección áurea general.

Destaca en este preludio, por tanto, las relaciones temporales entre sus distintas secciones, que no son de igualdad o simetría como en algunas de las piezas analizadas, sino que tienen duraciones distintas y además la relación entre ellas es cercana al número áureo, generando una estructura dinámica y creciente. A su vez, se mantiene el arco narrativo usual, con el punto culminante ubicado en las cercanías de la sección áurea general.



Figura 30. Esquema formal del preludio IX

Preludio Op. 23 nº X

Por último, el décimo preludio contrasta con los tres anteriores: presenta un discurso lento, calmado y conclusivo. El bajo volumen general, el *tempo* lento y la dilatación de los acontecimientos generan una progresiva desactivación que actúa como cierre para el ciclo completo.

Existen diversos cambios de *tempo*: un largo *accelerando* que abarca 12 compases (por lo cual su duración se ve reducida en 3 compases) y un *ritardando* que devuelve al tempo original, aunque de corta duración y, por tanto, sin una contribución temporal significativa. Por último, los cuatro últimos compases se encuentran bajo un *ritardando*, lo que aumenta la duración de dicho fragmento final en una unidad.

Estructuralmente se trata de una forma tripartita típica con una coda añadida (A Desarrollo A' Coda). Destaca el hecho de que todas las secciones se basan en el material principal, especialmente la Coda, que se podría considerar una tercera enunciación del tema. En cambio, el Desarrollo sí presenta modificaciones y transformaciones más elaboradas del material. Además, como es usual, el Desarrollo presenta un crecimiento narrativo y dramático más definido.

De esta forma, el punto culminante de la obra se encuentra en la caída del compás 31, en dicha sección de desarrollo. Es en ese punto en el que se alcanza el máximo volumen y la máxima tensión armónica.

La sección áurea general no se corresponde, en este caso, con ningún punto estructural relevante. A su vez, el punto culminante se encuentra muy adelantado respecto a su ubicación usual, situándose en este caso cerca de la mitad de la obra (aunque, incluso, un poco antes de esta). Las secciones áureas que sí que se aproximan a puntos estructurales importantes son, por una parte, la del bloque A+Desarrollo, cercana a la división entre ambas secciones, y, por otra parte, la sección corta del bloque A'+Coda, cercana también a la confluencia de los fragmentos.

Una posible explicación de esta anomalía es la posibilidad de que, al llegar el pico de atención más pronto de lo habitual, se considere que el final de la pieza ha sido alargado innecesariamente, extendiendo la sensación de desactivación y ampliando la conclusividad de la pieza más allá de su final predecible. Con esto, la sensación de cierre y de final sería aún más acentuada.

No obstante, se advierte una cierta simetría entre los bloques A+Desarrollo y A'+Coda, situándose la división entre ellos cercano a la mitad de la pieza (y, con ello, otorgando estabilidad estructural) y también en la duración de las secciones de cada bloque, siendo más largas las secciones extremas (A y Coda) y más cortas las centrales (Desarrollo y A').

De esta forma se fija la activación en la parte central de la pieza y aumenta la estabilidad dramática en las partes extremas, contribuyendo entonces a la necesidad de una desactivación más acentuada en este final, en tanto que es no solo el cierre de la pieza, sino el cierre del ciclo en su conjunto.

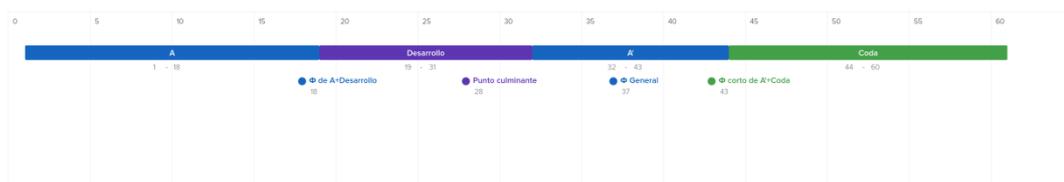


Figura 31. Esquema formal del preludio X

10 Preludios, Opus 23. Ciclo completo

Al igual que en las *Fantasiestücke* de Schumann, se ha estudiado cada pieza del ciclo de preludios de Rachmaninov individualmente, encontrando diversas implicaciones de las proporciones en la unidad y cohesión de cada una de las piezas como unidad. Se hace necesario, por tanto, extender dicho análisis al ciclo completo, con el objetivo de encontrar también relaciones de esta naturaleza que vertebran el ciclo, dotándole de una unidad narrativa y estructural y de una identidad propia de conjunto.

El problema del *tempo*, en este caso, desaparece, ya que cada pieza va acompañada de una indicación metronómica con un valor definido. A su vez, en los cambios de tempo internos que tienen lugar en algunas piezas ya se han ofrecido soluciones en los análisis individuales, que se mantendrán a la hora del estudio global. Dado que las indicaciones de *tempo* no son proporcionales entre sí, se traducirán todas las duraciones a un parámetro común, el temporal, y se establecerán los valores en segundos, análogamente al análisis utilizado en el ciclo de Schumann. Igualmente, no se considerarán espacios de tiempo entre una pieza y otra.

Las referencias metronómicas utilizadas son las siguientes:

Preludio I:	♩=58	(Un poco meno mosso)	♩=54
Preludio II:	♩=80	Preludio VI:	♩=72
Preludio III:	♩=66	Preludio VII:	♩=80
(Un poco più mosso):	♩=88	Preludio VIII:	♩=108
Preludio IV:	♩=50	Preludio IX:	♩=152
Preludio V:	♩=108	Preludio X:	♩=50

La duración total del ciclo es de 1827 segundos (30 minutos y 27 segundos), de los cuales los primeros 174 segundos (2'54") pertenecen al preludio I, 176 segundos (2'56") al II, 243 (4'03") al III, 279 (4'39") al IV, 243 (4'03") al V, 145 (2'25") al VI, 137 (2'17"), al VII, 129 (2'09") al VIII, 85 (1'25") al IX y 216

(3'36") al X. A su vez, los puntos culminantes de cada pieza se encuentran, respectivamente, en el segundo 99 del preludio I, en el 107 (281 del total) del II, en el 130 (480 del total) del III, en el 184 (777 del total) del IV, en el 142 (1014 del total) del V¹⁴ (1014 del total), en los segundos 63 (1178 del total), 93 (1208 del total) y 123 (1238 del total) del preludio VI, en el 74 (1334 del total) del preludio VII, en los segundos 44 (1441 del total) y 106 (1503 del total) del preludio VIII, en el segundo 55 (1581 del total) del preludio IX y, por último, en el segundo 100 (1711 del total) del preludio X.

La sección áurea general se encuentra en el segundo 1129 del ciclo, prácticamente coincidente con la división entre los preludios V y VI. Esto produce una contradicción conceptual: esta sección áurea divide el ciclo completo en dos partes, iguales en número de piezas constituyentes (5 + 5), pero desiguales temporalmente en relación áurea. Este hecho refuerza la idea del conjunto como ciclo, ya que se produce un equilibrio estructural entre la mayor duración de las cinco primeras piezas, en un momento en el que la atención se puede permitir esta longitud extra, y la menor duración de las cinco últimas en la que se va disminuyendo gradualmente la activación.

De esta forma se cumple el arco narrativo de crecimiento dramático hasta un punto máximo -que, en este caso, sería la región de la sección áurea, con la división formal entre los preludios V y VI- y decrecimiento hasta el final de la obra. No se aprecian, a partir de este punto, relaciones áureas a menor escala que permitan establecer una estructura interna más elaborada, con la excepción de la sección áurea corta de las últimas cinco piezas, que se encuentra sobre la división formal de los preludios VI y VIII. Este momento se puede considerar un segundo arco dramático subsidiario, ya que alcanza el máximo de esta segunda parte del ciclo en la terna de piezas más activas dramáticamente del conjunto. El hecho de que se produzca en la sección corta en lugar de en la general se explica además a través de la necesidad de alcanzar una desactivación suficientemente conclusiva en los últimos minutos del conjunto, hecho que resultaría demasiado brusco si el

¹⁴ En este caso se trata de un anticlímax.

máximo de este arco narrativo secundario se encontrase en la sección áurea general, situada más tarde en el tiempo.

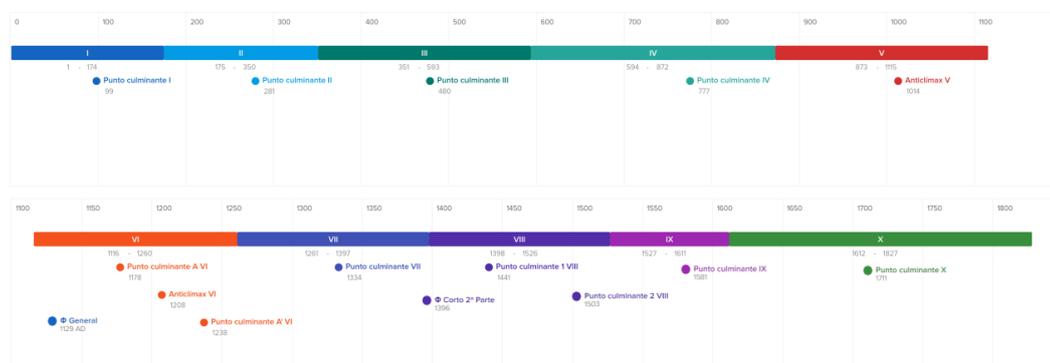


Figura 32. Esquema formal de los Preludios, Opus 23 de S. Rachmaninov

Conclusiones

Como consecuencia de todo lo expuesto anteriormente, se puede inferir que la proporción áurea cumple un papel relevante en la concepción estructural de las obras analizadas. En concreto, destaca la correspondencia que se produce entre los usos y desarrollos que se da a dicha proporción y la idea compositiva, contribuyendo a realzar y cohesionar los conceptos narrativos y dramáticos de la obra en la que se aplican.

Además, se puede observar que la unidad y la identidad de la obra tienen coherencia en sus distintos planos conceptuales: intelectual, expresivo y estético. Los elementos propios de cada uno de estos niveles se ajustan a características comunes, vinculándose procedimientos estructurales con ideas expresivas a través de una correspondencia de nivel superior.

Se demuestra también que los mecanismos racionales y cuantitativos tienen relevancia en las obras musicales vinculadas estéticamente al Romanticismo. A pesar de que los estudios respecto a este tema se han centrado usualmente en periodos históricos con aproximaciones científicas hacia el arte (Edad media, renacimiento, ilustración y siglo XX), en el Romanticismo, que se considera una

apertura histórica en la que la intuición y la libertad toman un mayor protagonismo, también la creación se fundamenta en un proceso de planificación riguroso y fundamentado.

Destaca también la organicidad e identidad global de los ciclos completos. Más allá de ser una presentación de piezas individuales, aparecen elementos que vertebran el global de los ciclos y los dotan de una unidad, de tal forma que cobran un sentido narrativo y dramático desde su concepción completa. No obstante, cada pieza individual conserva también su autonomía y se puede abordar aisladamente.

A su vez, los datos, tomados en su conjunto, ofrecen una serie de indicios sobre la naturaleza de esta proporción en función a las ideas expresivas de la música, entre los que se pueden destacar los siguientes:

- En primer lugar, la correspondencia entre una sección áurea y un elemento estructural relevante se ajusta a acontecimientos trascendentes narrativamente o dramáticamente en el transcurso de la obra. Elementos como el contraste a gran escala, el cambio conceptual, la puntualización del núcleo fundamental de una obra, un punto de inflexión o un momento de máxima activación son algunos de los ejemplos en los que se emplea, además, la proporción áurea, como elemento enfático e inherente a esta clase de acontecimientos.
- Existe un vínculo entre proporción áurea y dinamismo: las secciones de desarrollo, las piezas energéticamente activas, la heterogeneidad de materiales y temas y la complejidad estructural y discursiva son más proclives al ajuste estructural en la proporción áurea. En cambio, conceptos más estáticos basados en la desactivación, la homogeneidad y la simplicidad suelen mostrar relaciones numéricas más simples, basadas en números racionales o incluso naturales.

Con estos datos en la mano se pueden encontrar ya algunas utilidades para distintas aplicaciones prácticas en el mundo de la música.

En primer lugar, para un compositor, se tiene una información de primera mano sobre posibles procedimientos técnicos y estructurales que se pueden aplicar, así como las ideas a las que los compositores los han vinculado. El uso de la proporción áurea puede ser una herramienta que se use para dotar de coherencia a una obra, desarrollar en el tiempo un discurso o una idea en estado embrionario, generar estructuras *a priori* sobre las que construir un texto musical y, en general, enriquecer la fase de planificación de una composición y aumentar la complejidad de una obra.

De la misma manera se tiene también información sobre en qué contextos puede no ser conveniente utilizar estas proporciones, así como a qué contextos narrativos y dramáticos se asocia esta proporción.

Por otra parte, un intérprete también obtiene una información valiosa a través del presente trabajo. Con estos datos en la mano, pueden tomarse decisiones interpretativas con un criterio más fundamentado.

Algunas de las posibilidades para la práctica musical que se derivan de este análisis son: la posibilidad de realzar u ocultar un material en función de su papel estructural y proporcional, la capacidad de gestionar el discurso temporal para alcanzar momentos de mayor o menor activación en función de su relevancia estructural y la habilidad de sintetizar los conceptos globales y las ideas principales de una obra para plasmar en la práctica la unidad e identidad de esta, evitando toda arbitrariedad y mostrando la lógica y congruencia que las obras contienen.

Por último, el oyente también puede obtener conocimientos valiosos de este análisis. El retorno a la obra musical, una vez sintetizada de forma abstracta y extraídos sus principios fundamentales, conllevará una escucha más atenta y comprensiva, en la que el concepto del compositor llegará con una mayor concreción, aumentando a su vez la riqueza de la información obtenida a través de la escucha, ya sea desde la globalidad y el núcleo conceptual de una obra hasta los detalles y los matices cualitativos que cada fragmento puede aportar.

Evidentemente, estas tres vertientes se pueden aplicar también en el ámbito pedagógico, aumentando la capacidad de escucha y de inferir información a través de la música y aumentando las herramientas y los recursos en el ámbito de la interpretación o de la composición.

Los resultados de este trabajo abren la puerta a nuevas investigaciones que amplíen, confirmen y enriquezcan lo obtenido.

En primer lugar, se puede llevar a cabo un análisis más detallado de las obras propuestas, enriqueciendo el aparato matemático: un estudio estadístico de la presencia de proporciones áureas y su desviación respecto a elementos estructurales. También se puede ampliar el foco, llevando a cabo el mismo análisis de proporción aplicado a la microestructura en lugar de a la macroestructura. A su vez, se pueden aplicar otros procedimientos de análisis, tomando como referencia el tiempo subjetivo en lugar del tiempo métrico o profundizando en elementos de la estructura musical que no se han abordado, tales como el material temático, la imitación y el contrapunto, el discurso armónico y otros.

Otro posible camino amplía el foco en el punto de los procesos matemáticos. Es posible que aparezcan, además del número áureo, otras relaciones matemáticas y proporcionales en el discurso musical. De hecho, dichos fenómenos matemáticos no se inscriben únicamente al plano temporal: se pueden aplicar a otras cualidades de la música como, por ejemplo, las alturas o los timbres.

Además, es posible aplicar este mismo análisis a diferentes obras, comparando los resultados entre sí y buscando confluencias o bien diferencias, que añadan información nueva al conocimiento que se tiene sobre el uso de la proporción en la estructura musical.

Bibliografía

- Adler, G. (1885). *Umfang, Methode und Ziel der Musikwissenschaft*.
- Adorno, T. W., & Paddison, M. (1982). On the Problem of Musical Analysis. *Music Analysis*, 1(2), 169-187. <https://doi.org/10.2307/854127>
- Atlas, A. W. (1987). Gematria, Marriage Numbers, and Golden Sections in Dufay's «Resvellies vous». *Acta Musicologica*, 59(2), 111-126. <https://doi.org/10.2307/932920>
- Atlas, A. W. (2003). Stealing a Kiss at the Golden Section: Pacing and Proportion in the Act I Love Duet of *la Bohème*. *Acta Musicologica*, 75(2), 269-291.
- Barce, R. (1965a). Control, supercontrol, infracontrol. *Atlántida*, IV, 305-315.
- Barce, R. (1965b). Tiempo, tempo, minutación. *Aulas*, (26-27), 36-37.
- Barce, R. (1967). Dialéctica de la frontera. En *Fronteras de la música* (pp. 7-16). Madrid: Real Musical.
- Barce, R. (1988). Sistema y elección en la composición musical. *I Encuentro sobre Composición Musical. Textos y ponencias*. Presentado en Valencia. Valencia: Generalitat Valenciana. Conselleria de Cultura, Educació i Ciència. Área de Música del IVAECM.
- Bent, I. D. (1980). Analysis | Grove Music. En *New Grove Dictionary*. Recuperado de <https://doi.org/10.1093/gmo/9781561592630.article.41862>
- Bent, I., & Drabkin, W. (1987). *The Norton/Grove Handbooks in Music Analysis*. New York: WW Norton & Company.
- Bent, M. (1991). Deception, exegesis and sounding number in Machaut's motet 15. *Early Music History*, 10, 15-27. <https://doi.org/10.1017/S026112790000108X>
- Blancafort, H. C., & Tusón, A. (2007). *Las cosas del decir: manual de análisis del discurso*. Grupo Planeta (GBS).

- Blanco, E. (2011, octubre 22). Primera aproximación al análisis. Recuperado 5 de enero de 2019, de Al sur de Bach website: <https://al246.wordpress.com/enrique-blanco/escritos/primer-a-proximacion-al-siglo-xx/>
- Boorman, S. (2001). Urtext. En *New Grove Dictionary*. Recuperado de <https://doi.org/10.1093/gmo/9781561592630.article.28851>
- Bouvier, M. (2016). *Palindromic Structures in the Music of Bartók and Webern: the Search for Organic Unity* (Tesis de licenciatura, University Utrecht). Recuperado de <http://dspace.library.uu.nl/handle/1874/335636>
- Cartwright, J. H. E., González, D. L., Piro, O., & Stanzial, D. (2002). Aesthetics, Dynamics, and Musical Scales: A Golden Connection. *Journal of New Music Research*, 31(1), 51-58. <https://doi.org/10.1076/jnmr.31.1.51.8099>
- Casans Arteaga, A. (2004). *Aspectos estéticos de la divina proporción* (Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid, Servicio de Publicaciones). Recuperado de <https://eprints.ucm.es/4627/>
- Catalán, T. (2010). Música: tiempo y memoria. *REAL ACADEMIA DE BELLAS ARTES DE SAN CARLOS*, 49-65.
- Cook, N. (1994). *A Guide to Musical Analysis*. Oxford University Press.
- Cruz, J. (2007). *The Aesthetic Relevance of the Golden Section in The Well-Tempered Clavier by J.S. Bach: The Relationship Between Form, Temporal Flow, and Proportional Balance* (Tesis doctoral, University of Cincinnati). Recuperado de http://rave.ohiolink.edu/etdc/view?acc_num=ucin1182395578
- De Sanctis de Benedictis, Fabio de. (2008). *Strutture formali e parametriche nella musica del secondo Novecento: alcuni esempi* – Università di Pisa, Dipartimento di Matematica. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/284186840_Strutture_formali_e

[parametriche nella musica del secondo Novecento alcuni esempi -
Universita di Pisa Dipartimento di Matematica Gennaio 2008](#)

Di Teodoro, F. P. (2014). Pacioli, Luca. En *Dizionario Biografico degli Italiani* (Vol. 80). Recuperado de [http://www.treccani.it/enciclopedia/luca-pacioli_\(Dizionario-Biografico\)](http://www.treccani.it/enciclopedia/luca-pacioli_(Dizionario-Biografico))

Escot, P. (1991). Earth, heaven and music's universal quest - Machaut, Zuni. *Interface*, 20(3-4), 143-151. <https://doi.org/10.1080/09298219108570585>

Font Quer, P. (1970). *Diccionario de botánica*.

Frey, A. (s. f.). *Five Classical Pieces with the Golden Ratio*. Recuperado 26 de enero de 2019, de <https://www.cmuse.org/classical-pieces-with-the-golden-ratio/>

Friddle, D. (2019, enero 26). *The Golden Mean: Its History and Application In Music*. Recuperado 26 de enero de 2019, de <https://www.davidfriddle.com/gm/Music.4/>

Gheyse. (2014, noviembre 2). *Fibonacci: Mozart and the Golden Ratio*. Recuperado 26 de enero de 2019, de Fibonacci website: http://fibonaccifacts.blogspot.com/2014/11/mozart-and-golden-ratio_2.html

Ginsburg, J. J., & Altshiller, N. (1917). Algebra. Solutions of Problems. *The American Mathematical Monthly*, 24(1), 32-33. <https://doi.org/10.2307/2972669>

Green, L. R. (1987). *Worlds Contending: Béla Bartók's Concerto for Orchestra* (Tesis de máster). Recuperado de <https://macsphere.mcmaster.ca/handle/11375/11520>

Grove, S. G., Sadie, S., & Tyrrell, J. (2001). *The New Grove Dictionary of Music and Musicians* (Edición: 2nd Revised edition). London: Macmillan Publishers Limited.

- Gruber, G. W. (1994). MGG Online - Analyse. En *Die Musik in Geschichte und Gegenwart (MGG)*. Recuperado de <https://www.mgg-online.com/mgg/stable/11595>
- Hadow, W. H. (1896). *Sonata form*. HW Gray.
- Halász, P. (1995). Bartók y la sección áurea. *Quodlibet: revista de especialización musical*, (3), 106-112.
- Harper, N. L. (2007). Golden Section in the sonatas of Domenico Scarlatti: An examination of Kirkpatrick's crux. *International Symposium on Performance Science*, 239-244. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/237709504_Golden_Section_in_the_sonatas_of_Domenico_Scarlatti_An_examination_of_Kirkpatrick's_crux
- Haylock, D. (1978). The Golden Section and Beethoven's Fifth. *Mathematics Teaching*, 84, 56-57.
- Haylock, D. (2014, agosto 13). *Golden Ratio and Beethoven's 5th*. Recuperado 26 de enero de 2019, de Derek Haylock - Author website: <http://derek-haylock.blogspot.com/2014/08/golden-ratio-and-beethovens-5th.html>
- Hoffman, R. (2002). Debussy's «Canope» as Narrative Form. *College Music Symposium*, 42, 103-117.
- Howat, R. (1977). Debussy, Ravel and Bartók: Towards Some New Concepts of Form. *Music & Letters*, 58(3), 285-293.
- Howat, R. (1983). Bartók, Lendvai and the Principles of Proportional Analysis. *Music Analysis*, 2(1), 69-95. <https://doi.org/10.2307/853953>
- Howat, R. (1986). *Debussy in proportion: A musical analysis*. Cambridge University Press.
- Howat, R. (1993). Ravel, rhythm and form. *Musicology Australia*, 16(1), 39-47. <https://doi.org/10.1080/08145857.1993.10415222>

- Howat, R. (2009). *The Art of French Piano Music: Debussy, Ravel, Fauré, Chabrier*. Yale University Press.
- Igoa, E. (s. f.). *Análisis musical I*. Madrid: Real Conservatorio Superior de Música de Madrid.
- Kiš Žuvela, S. (2011). The Golden Section as a Source of Consistency in 20th Century Music. *Arti musices: hrvatski muzikološki zbornik*, 42(2), 274-280.
- Kramer, J. (1973). The Fibonacci Series in Twentieth-Century Music. *Journal of Music Theory*, 17(1), 110-148. <https://doi.org/10.2307/843120>
- Kühn, C. (2003). *Tratado de la forma musical*. Barcelona: Idea Books.
- Lendvai, E. (1971a). *Béla Bartók, An analysis of his music*. London: Kahn & Averill.
- Lendvai, E. (1971b). *Bartók költői világa*. Szépirodalmi Könyvkiadó.
- Lendvai, E. (1982). La sezione aurea nelle strutture musicali bartókiane. *Nuova Rivista Musicale Italiana*, 2, 157-181.
- Lendvai, E. (1983). *The workshop of Bartók and Kodaly*. Editio Musica.
- Lendvai, E. (1993). *Symmetries of Music an Introduction to the Semantics of Music*.
- Lendvai, E. (2017). *Béla Bartók. Un análisis de su música*.
- Levin, E. I. (1978). Dental esthetics and the golden proportion. *The Journal of Prosthetic Dentistry*, 40(3), 244-252. [https://doi.org/10.1016/0022-3913\(78\)90028-8](https://doi.org/10.1016/0022-3913(78)90028-8)
- Lewis, A. (1998). Francis Dhomont's Novars. *Journal of New Music Research*, 27(1-2), 67-83. <https://doi.org/10.1080/09298219808570739>

- Lu, Y. (2003). A Golden Section approach to optimization of automotive friction materials. *Journal of Materials Science*, 38(5), 1081-1085. <https://doi.org/10.1023/A:1022362217043>
- Mariottini, F. (2018). *The Passacaglia by Johann Sebastian Bach: Interpretation perspectives* (Tesis de máster, Kungl Musikhögskolan). Recuperado de <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1258071/FULLTEXT01.pdf>
- Martín Peris, E. (coord.)(2009). Macroestructura textual. En *Diccionario de términos clave de ELE*. Recuperado de https://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/diccio_ele/diccionario/macroestructuratextual.htm
- Meisner, G. (2013). *Phi and the Golden Ratio / Golden Section in Architecture*. Recuperado 24 de mayo de 2019, de The Golden Ratio: Phi, 1.618 website: <https://www.goldennumber.net/architecture/>
- Meisner, G. (2014). *Golden Ratio in Art Composition and Design*. Recuperado 24 de mayo de 2019, de The Golden Ratio: Phi, 1.618 website: <https://www.goldennumber.net/art-composition-design/>
- Meyer, L. B. (1996). *Style and Music: Theory, History, and Ideology*. University of Chicago Press.
- Meyer, L. B. (2008). *Emotion and Meaning in Music*. University of Chicago Press.
- Meyer, L. B. (2010). *Music, the Arts, and Ideas: Patterns and Predictions in Twentieth-Century Culture*. University of Chicago Press.
- Meyer, L. B., Narmour, E., & Solie, R. A. (1988). *Explorations in Music, the Arts, and Ideas: Essays in Honor of Leonard B. Meyer*. Pendragon Press.
- Mitchison, G. J. (1977). Phyllotaxis and the Fibonacci Series. *Science*, 196 (4287), 270. <https://doi.org/10.1126/science.196.4287.270>

- New Grove Dictionary. (2001). Beat (i) | Grove Music. En *New Grove Dictionary*. Recuperado de <https://www.oxfordmusiconline.com/abstract/10.1093/gmo/9781561592630.001.0001/omo-9781561592630-e-0000002421>
- Newbould, B. (2017). *Schubert Studies*. Routledge.
- Ohm, M. (1834). *Die reine elementar-mathematik: zum gebrauch an höhern technischen lehranstalten, besonders aber an gymnasien und zum selbstunterrichte*. Jonas verlagsbuchhandlung.
- Perle, G. (1989). *The Operas of Alban Berg: Wozzeck*. University of California Press.
- Post, W. D. (2007). *Emanations: Anton Webern and the Golden Ratio: Temporal Proportions as a Formative Principle in Three Late Works, Opp. 27-29*. Kent State University.
- Post, W. D. (2014). Temporal Proportions as a Unifying Process in Anton Webern's Variations for Piano Op. 27. *International Journal of Humanities and Social Science*, 4(7), 1-11.
- Powell, N. W. (1979). Fibonacci and the Gold Mean: Rabbits, Rumbas, and Rondeaux. *Journal of Music Theory*, 23(2), 227-273. <https://doi.org/10.2307/843726>
- Prout, E. (1893). *Musical form*. Augener.
- Putz, J. F. (1995). The Golden Section and the Piano Sonatas of Mozart. *Mathematics Magazine*, 68(4), 275-282. <https://doi.org/10.1080/0025570X.1995.11996333>
- Rachmaninov, S. (1904). *10 Préludes, Opus 23*. Moscú: A. Gutheil.
- Roberts, G. E. (2012). Mozart's Piano Sonatas and the Golden Ratio. *Montserrat Seminar Spring 2012*.

- Rogers, M. R. (1981). Chopin, Prelude in A Minor, Op. 28, No. 2. *19th-Century Music*, 4(3), 245-250. <https://doi.org/10.2307/746697>
- Routley, N. (1992). Debussy and baudelaire's Harmonie du soir. *Musicology Australia*, 15(1), 77-82. <https://doi.org/10.1080/08145857.1992.10415206>
- Saggau, J. (2003). Hidden Geometry in Music of Bach and Schoenberg: Reflection, Rotation, Proportion. *ISAMA-BRIDGES Conference Proceedings*, 283-290. Granada: Universidad de Granada.
- Saikia, M. (2011, diciembre 7). *Music, Mathematics and Mozart*. Recuperado 5 de marzo de 2019, de Gonit Sora website: <https://gonitsora.com/music-mathematics-and-mozart/>
- Schumann, R. (1879). *Fantasiestücke, Opus 12* (C. Schumann, Ed.). Leipzig: Breitkopf und Hartel.
- Schumann, R. (2004). *Fantasiestücke, Opus 12*. Munich: G. Henle Verlag.
- Sharp, J. (2002). Spirals and the Golden Section. *Nexus Network Journal*, 4(1), 59-82. <https://doi.org/10.1007/s00004-001-0005-x>
- Solomon, L. J. (1978). *Symmetry as a Determinant of Musical Composition*. Morgantown, West Virginia: West Virginia University.
- Stakhov, A. (1998). The Golden Section and Modern Harmony Mathematics. En G. E. Bergum, A. N. Philippou, & A. F. Horadam (Eds.), *Applications of Fibonacci Numbers: Volume 7* (pp. 393-399). https://doi.org/10.1007/978-94-011-5020-0_43
- Stockhausen, K. (1962). *Klavierstücke IX*. Viena: Universal Edition.
- Tatlow, R. (2015). *Bach's Numbers: Compositional Proportion and Significance*. Cambridge University Press.
- Toledo Agüero, Y. (2013). *Sección Áurea en arte, arquitectura y música* (Universidad de Castilla-La Mancha). Recuperado de

http://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/240/La_seccion_aurea_en%20arte.pdf

- van Dijk, T. (1983). *La Ciencia del Texto : Un Enfoque Interdisciplinario / T.A. Van Dijk*.
- van Dijk, T. A. (1980). *Texto y contexto: semántica y pragmática del discurso*. Madrid: Ed. Cátedra.
- Warner, T. J. (2006). Quantitative Listening: Temporal Proportion in Recordings of Mozart's Piano Sonatas. *7th WSEAS International Conference on Acoustics & Music: Theory & Applications*, 18-22. Cavtat, Croatia: World Scientific and Engineering Academy and Society (WSEAS).
- Webster, J. H. D. (1950). Golden-Mean Form in Music. *Music & Letters*, 31(3), 238-248.
- Yog-Sothoth, A. (2014, septiembre 25). *Golden Sections in Anton Webern's Op. 31, #1*. Recuperado 26 de enero de 2019, de Sanburn Hill Muse website: <https://sanburnhillmuse.wordpress.com/2014/09/25/golden-sections-in-anton-weberns-op-31-1/>
- Zamacois, J. (2004). *Curso de formas musicales*. Barcelona: Idea Books, S.A.
- Zhao, A. (s. f.). *Mozart's Piano Sonatas and the Golden Ratio*.

ANEXOS

ANEXO I. BREVE COMENTARIO SOBRE OBRAS Y EDICIONES

Las obras analizadas se han trabajado con las siguientes ediciones:

Schumann, R. *Fantasiestücke, Opus 12* (1837). Se han usado dos ediciones distintas.

- Edición G. Henle Verlag (2004). Se trata de una edición *Urtext* (Boorman, 2001), cuyo texto respeta las indicaciones originales del compositor¹⁵, de factura moderna y realizada a través de un trabajo musicológico fundamentado.
- Edición Breitkopf und Hartel (1879). A pesar de ser una edición interpretativa, la editora es Clara Schumann, mujer del compositor, y se trata de una edición cercana en el tiempo a la composición, con lo cual puede aportar indicaciones igualmente válidas.

Las diferencias entre ambas ediciones son mínimas y su relevancia en el análisis temporal es prácticamente despreciable.

Rachmaninov, S. *10 Préludes, Opus 23* (1904). En este caso se ha empleado una única edición.

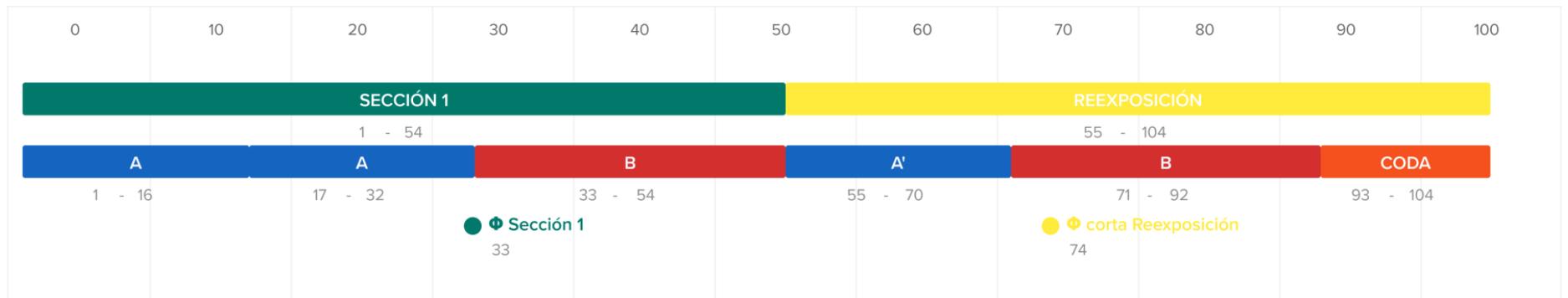
- Edición A. Gutheil (1904). Se trata de la primera edición, publicada en vida del compositor y bajo su supervisión y consentimiento, sin ningún editor externo. Por lo tanto, se considera una edición válida.

¹⁵ A diferencia de las ediciones interpretativas, en las cuales el editor añade su opinión personal a través de indicaciones complementarias o en ocasiones del texto, suplementando, alterando o sustituyendo el texto o las indicaciones del compositor. Estas ediciones son muy comunes en el siglo XIX y principios del siglo XX.

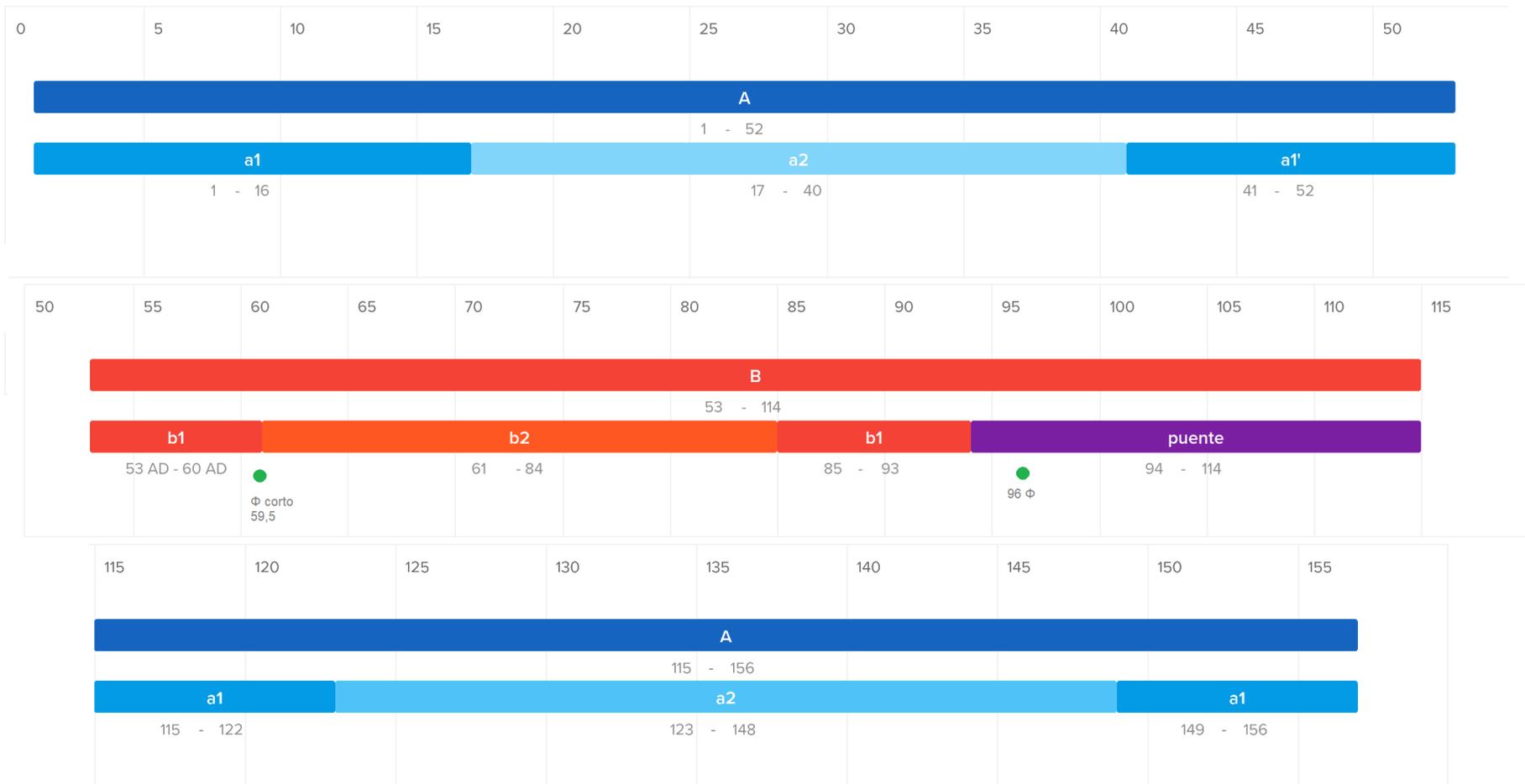
ANEXO II. RELACIÓN DE ESQUEMAS GRÁFICOS FORMALES.

1. Schumann: Fantasiestücke, Opus 12

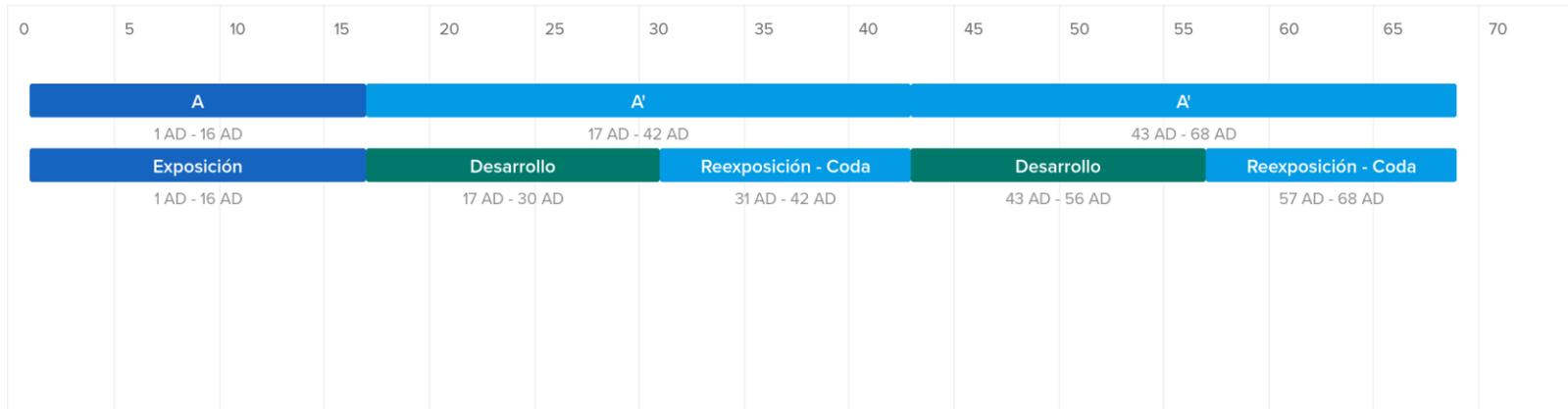
Schumann I. *Des Abends*



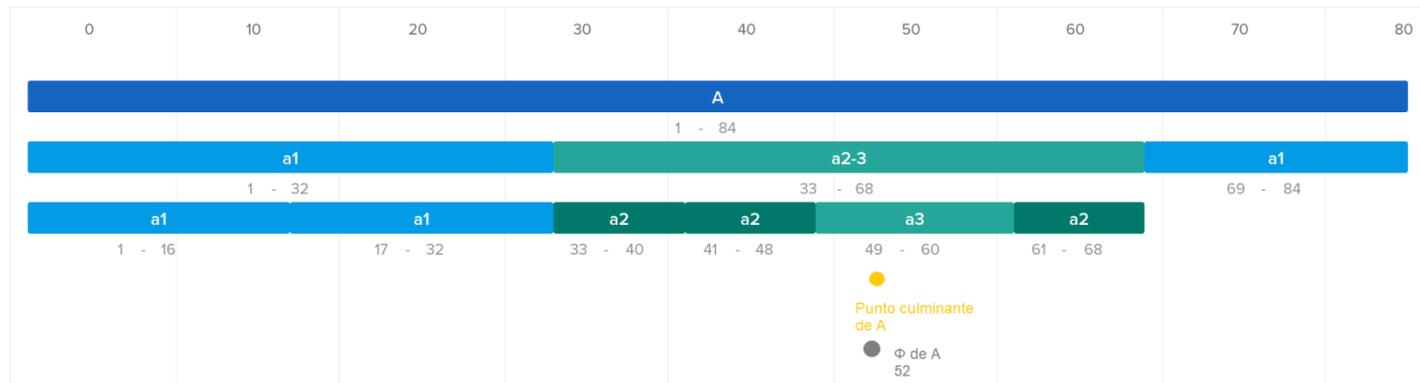
Schumann II. Aufschwung



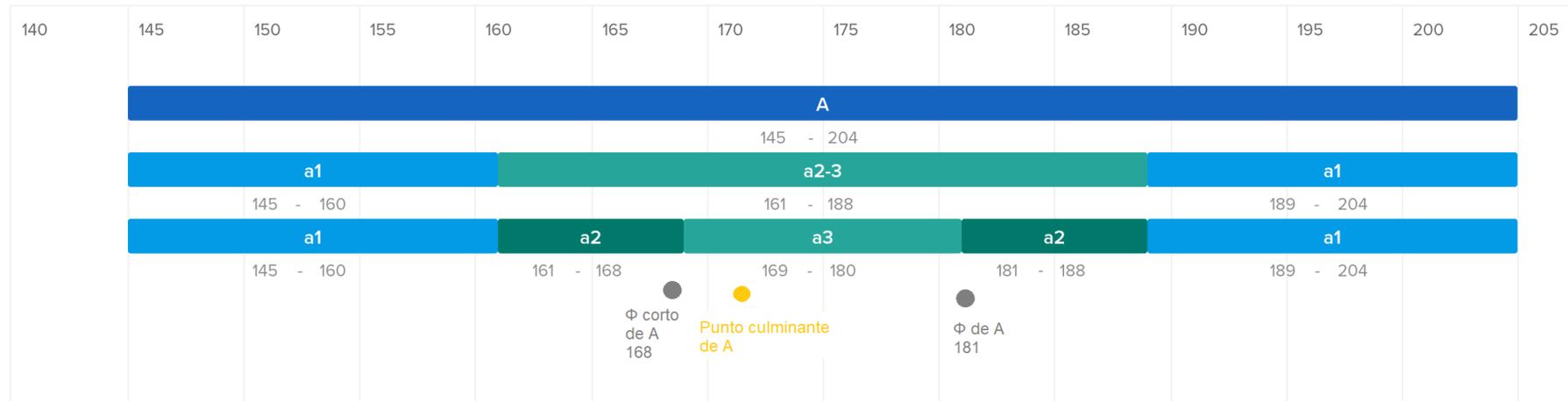
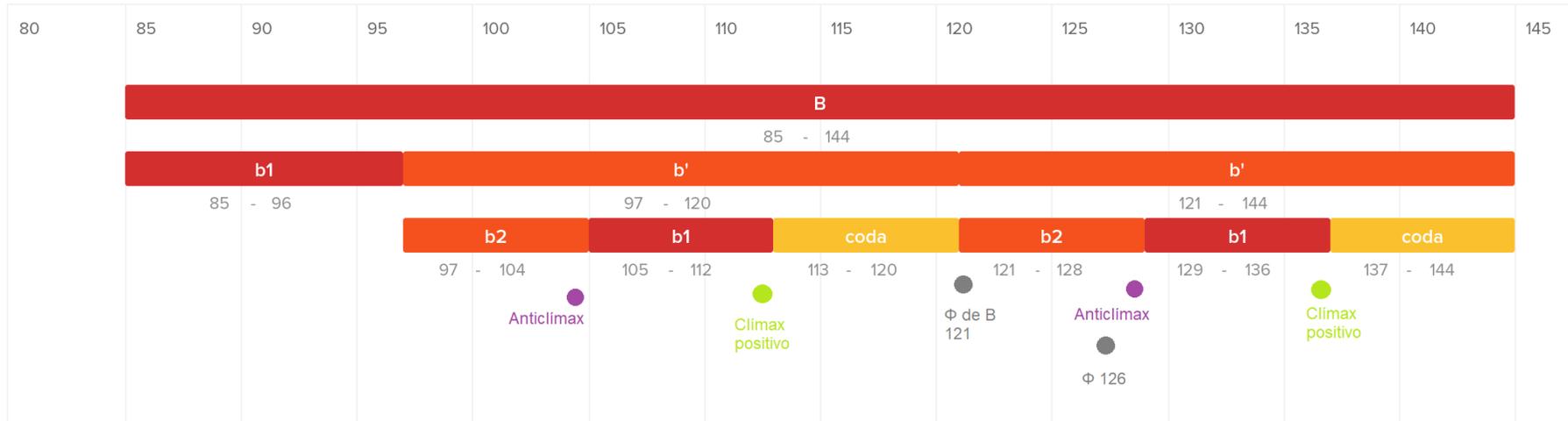
Schumann III. *Warum?*



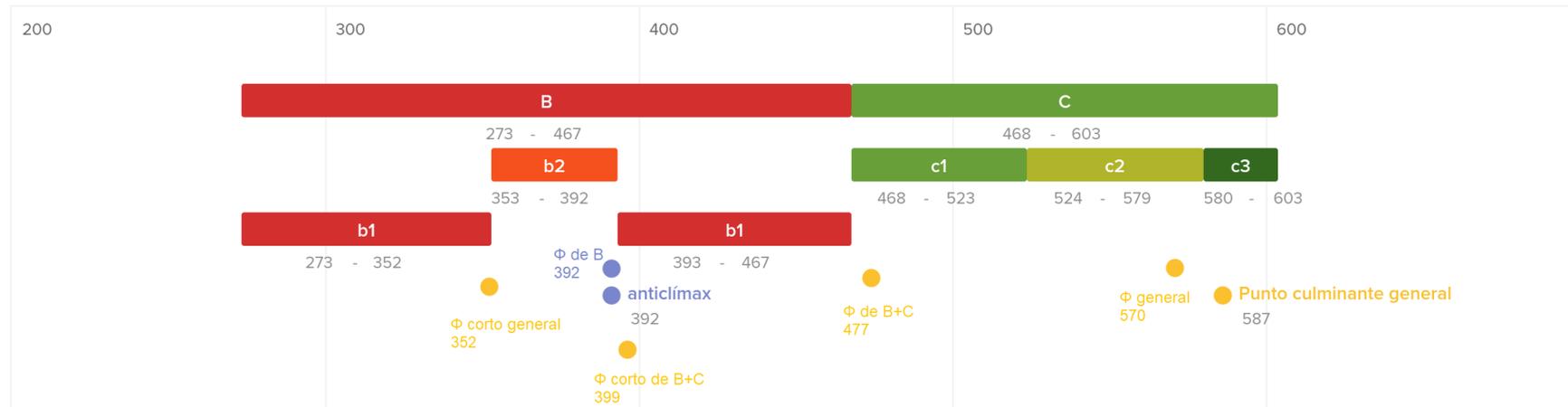
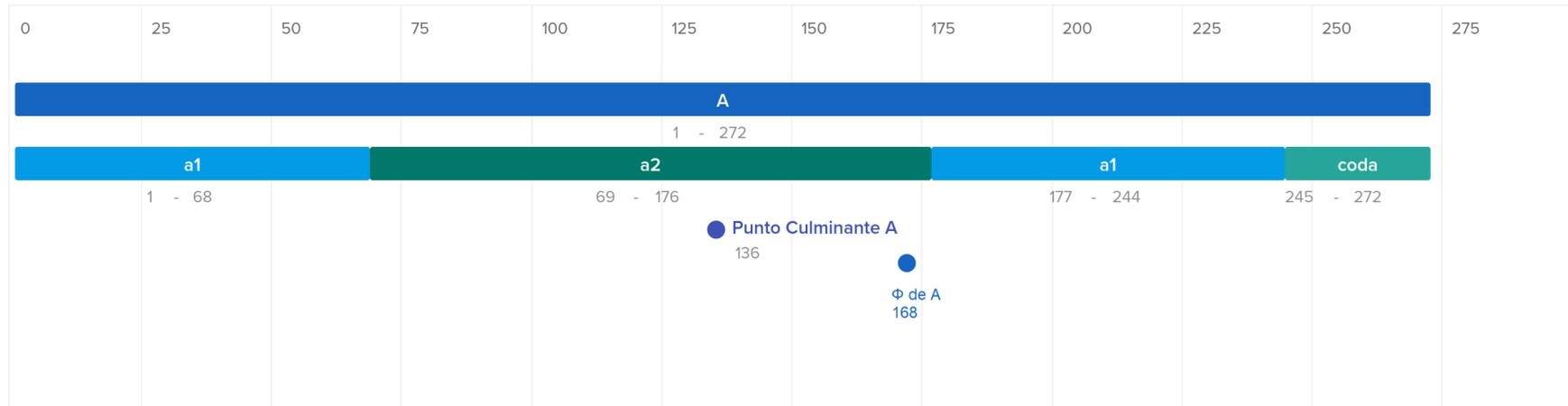
Schumann IV. *Grillen*



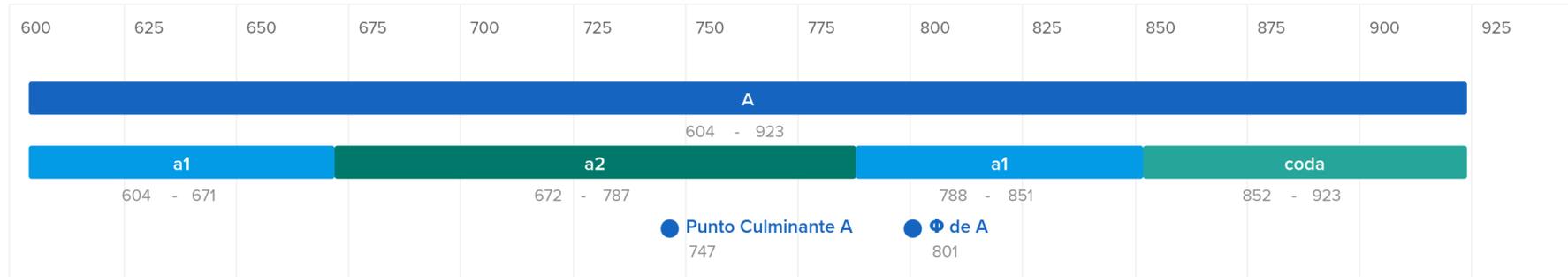
La sección áurea en los ciclos románticos para piano solo: un estudio de proporción y estructura



Schumann V. *In der Nacht*



La sección áurea en los ciclos románticos para piano solo: un estudio de proporción y estructura

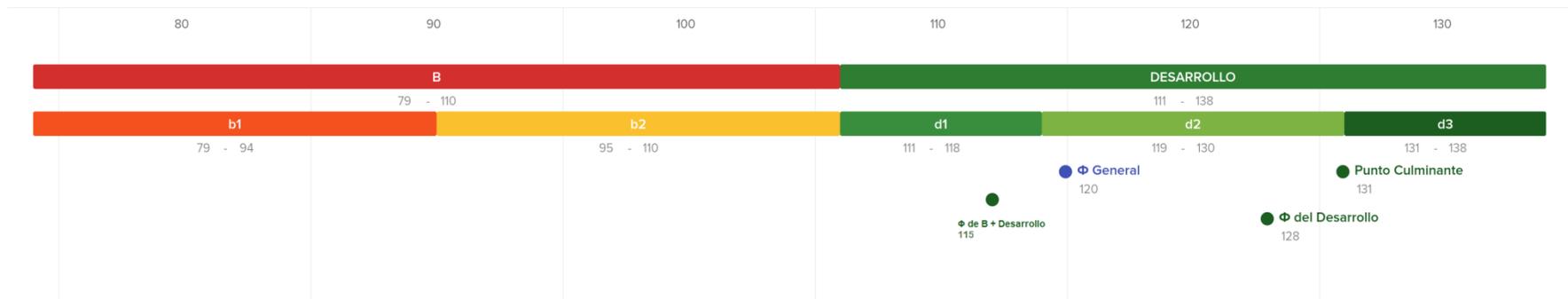


Schumann VI. *Fabel*



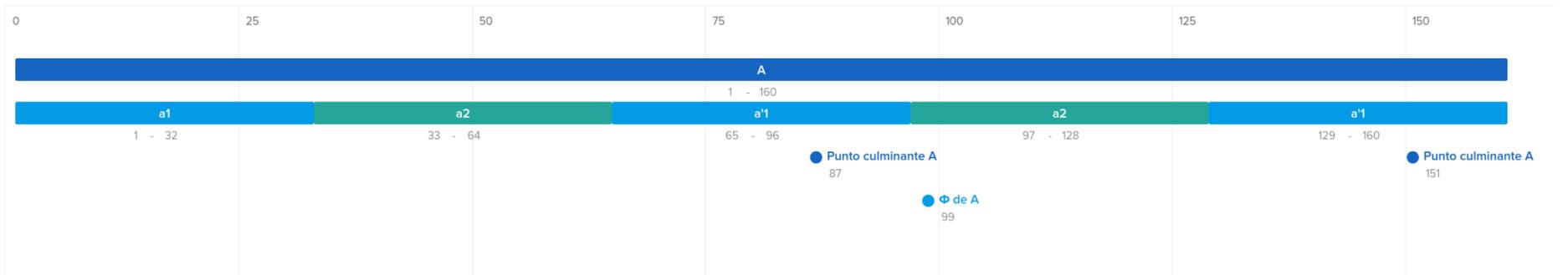


Schumann VII. *Traumes Wirren*

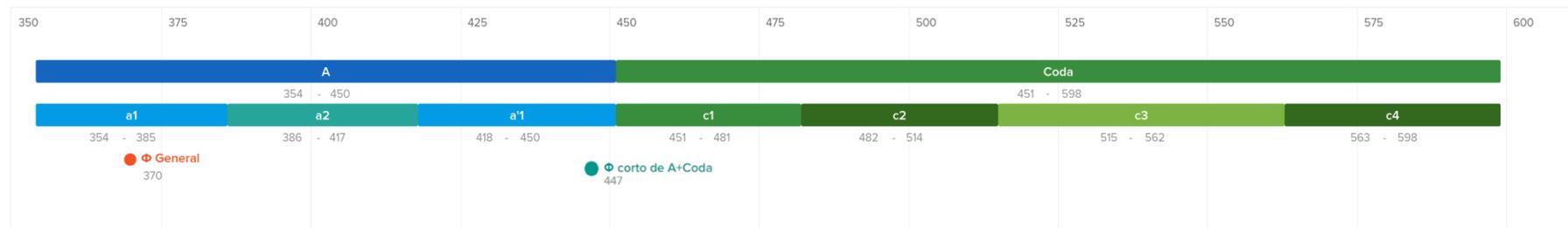
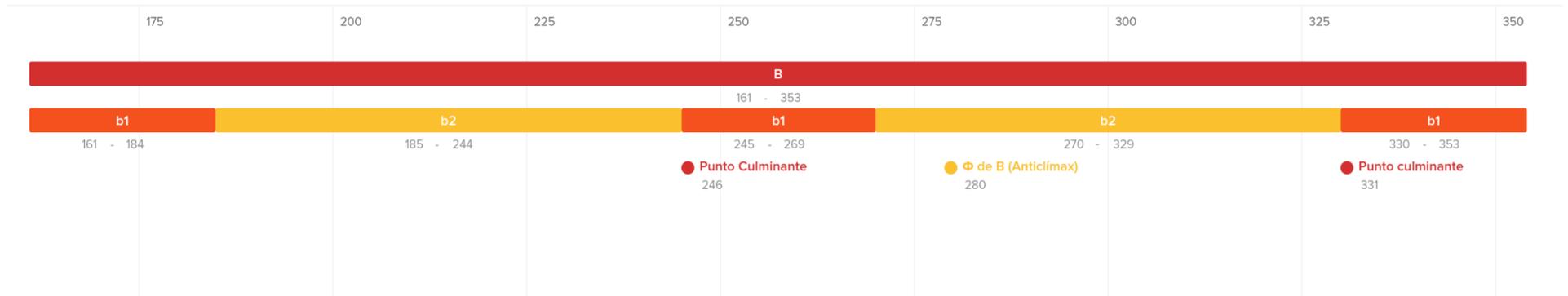




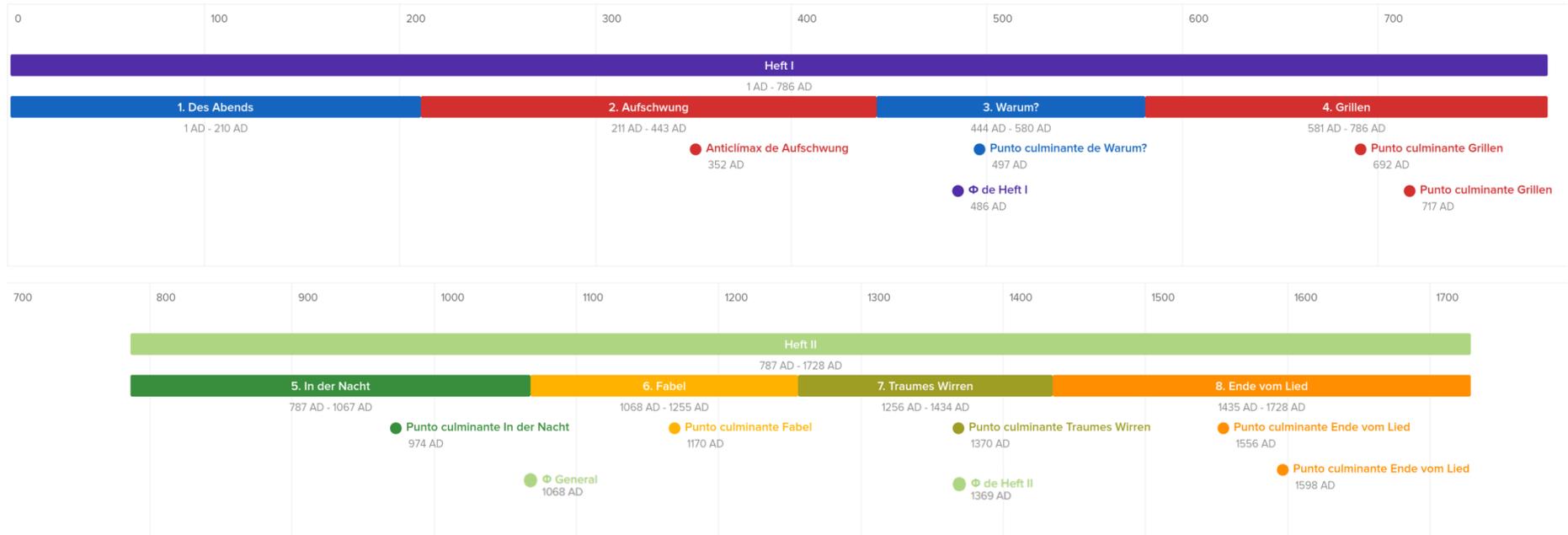
Schumann VIII. Ende vom Lied



La sección áurea en los ciclos románticos para piano solo: un estudio de proporción y estructura



Schumann. Fantasiestücke, Opus 12

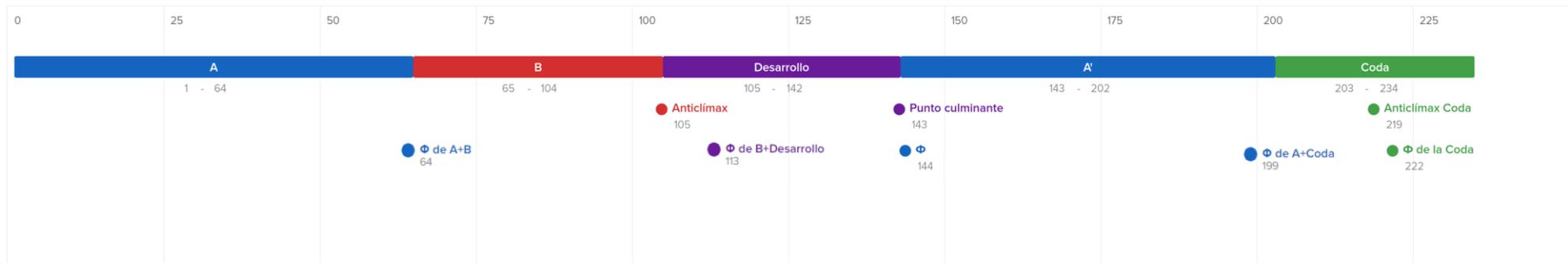


2. Rachmaninov: 10 Preludios, Opus 23

Preludio Op. 23 nº I



Preludio Op. 23 nº II



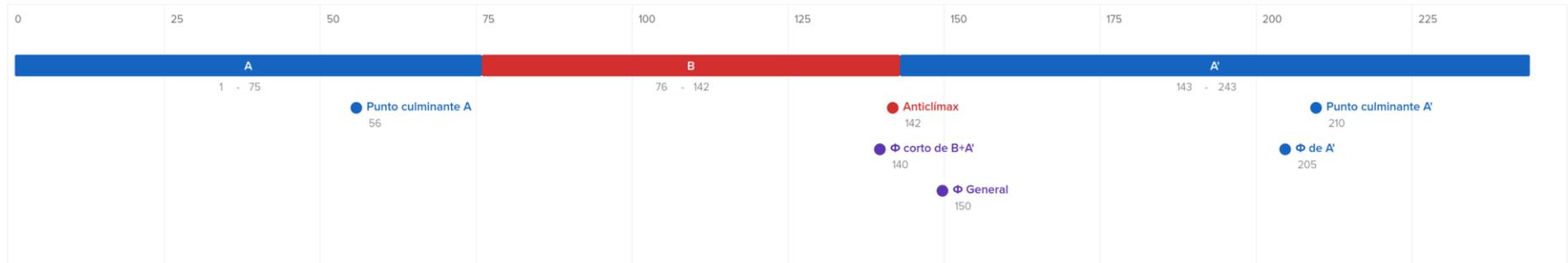
Preludio Op. 23 nº III



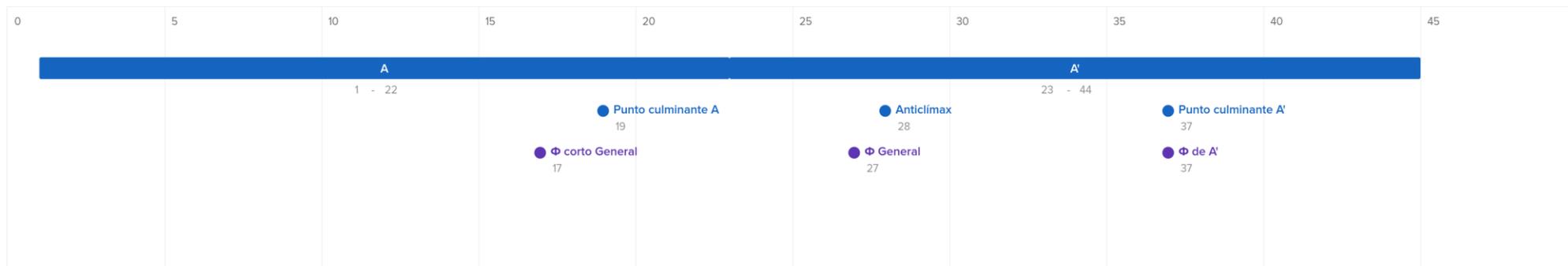
Preludio Op. 23 nº IV



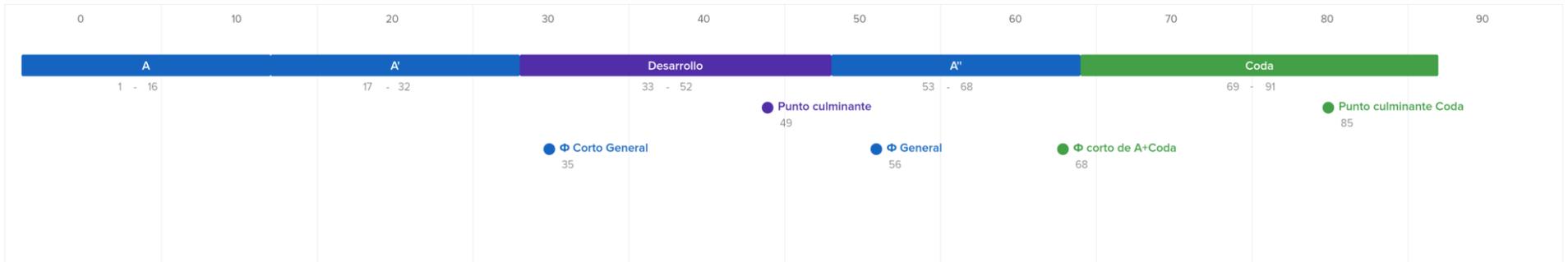
Preludio Op. 23 n° V



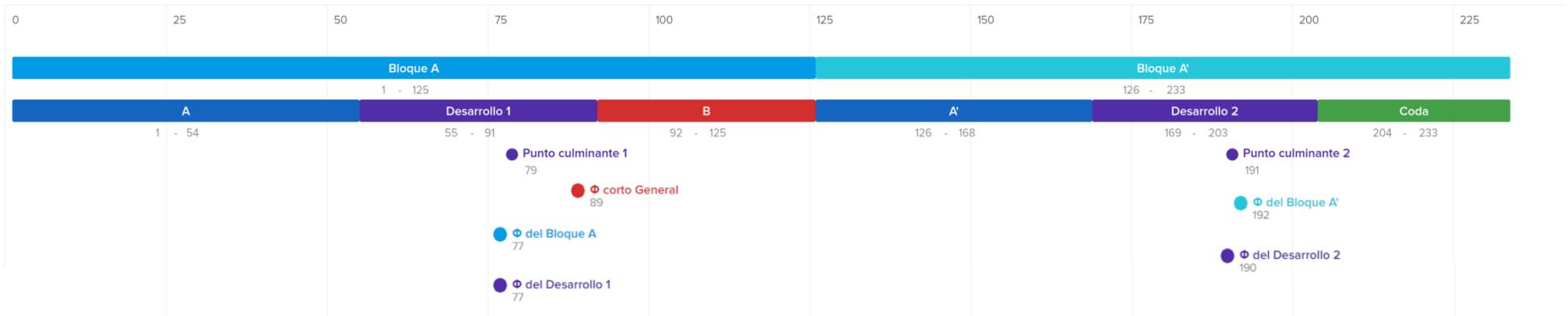
Preludio Op. 23 n° VI



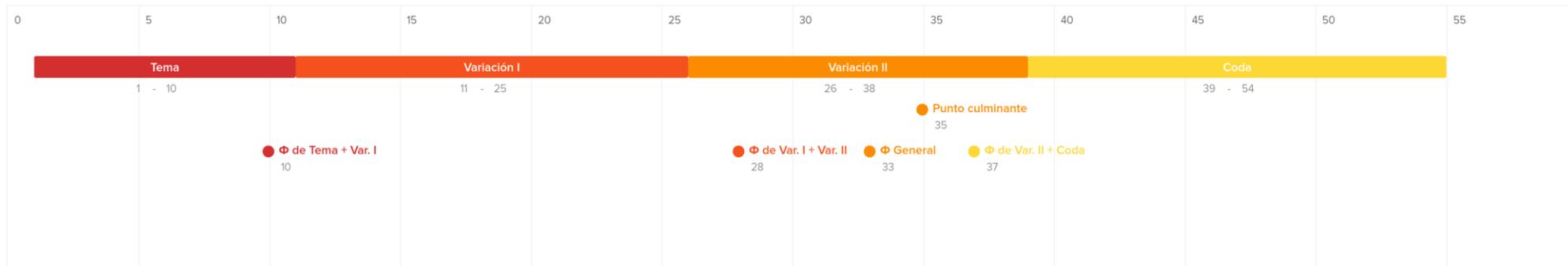
Preludio Op. 23 nº VII



Preludio Op. 23 nº VIII



Preludio Op. 23 nº IX



Preludio Op. 23 nº X



Rachmaninov. Preludios Opus 23

