

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

MÁSTER EN INGENIERÍA AERONÁUTICA

TRABAJO FIN DE MASTER

Estudio, desarrollo y optimización de transferencias orbitales a 16-Psyche

<i>Autor:</i>	<i>Talavera Diez, Alfonso</i>	<i>altadie@etsid.upv.es</i>
<i>Tutor & cotutores:</i>	<i>Moraño Fernández, José Antonio</i>	<i>jomofer@mat.upv.es</i>
	<i>Moll López, Santiago Emmanuel</i>	<i>sanmollp@mat.upv.es</i>
	<i>Torres Ferrer, Antonio</i>	<i>antorfe3@upvnet.es</i>

12 de Septiembre de 2019

RESUMEN

Este trabajo se centra en el estudio con diferentes metodologías de las órbitas de transferencia interplanetarias entre la Tierra y el asteroide 16-Psyche. Dichas metodologías corresponden al área de la Mecánica Orbital.

El estudio calcula y analiza las maniobras necesarias para la realización de esas transferencias interplanetarias considerando únicamente que los cambios de velocidad aplicados al vehículo espacial son instantáneos en el tiempo (maniobras impulsivas).

El estudio de dichas maniobras se segmenta en dos partes, una en la que se considera el vuelo directo desde la Tierra hasta Psyche y otra en la que se considera una maniobra de asistencia gravitatoria por un tercer cuerpo celeste. Este sobrevuelo o flyby se calcula con el objetivo de intentar reducir el valor total de los impulsos que se han de aplicar al vehículo espacial para llegar hasta el asteroide. Reduciendo el impulso se reduce el combustible (y por tanto el peso) que se debe de llevar a bordo de la nave.

El objetivo de este trabajo es la obtención de posibles ventanas de lanzamiento a lo largo de un periodo de 10 años (2020-2030) en función de los valores de impulsos requeridos.

Inicialmente se realiza un estudio para el caso de vuelo orbital directo aplicando el método de aproximación por cónicas, en el que la maniobra se divide en tres órbitas: la órbita alrededor del Sol para desplazarse desde la Esfera de influencia de la Tierra hasta la de Psyche es una órbita de Hohmann, mientras que dentro de las respectivas esferas de influencia la nave sigue órbitas hiperbólicas. Posteriormente se analiza el caso del vuelo directo entre ambas esferas, resolviendo el problema de Lambert.

También se estudia el caso de la asistencia gravitatoria en Venus y Marte, llegando a considerar la posibilidad de aplicar un pequeño impulso en el perigeo de la órbita de sobrevuelo. Este caso, se estudia teóricamente mediante el método de aproximación por cónicas, donde en este caso las órbitas alrededor del Sol para desplazarse entre las esferas de influencia serán orbitas bi-impulsivas, pero no de Hohmann. Posteriormente se estudia mediante la resolución de dos problemas de Lambert, uno entre la esfera de influencia de la Tierra y la del planeta donde se realice la asistencia gravitatoria y otro entre la esfera de influencia del planeta del flyby y la de Psyche, uniendo ambas partes mediante la resolución de la órbita de sobrevuelo.

SUMMARY

Study in orbital mechanic field, focusing in the resolution of an interplanetary transfer orbit between the Earth and the asteroid 16-Psyche trough different methodologies.

In this study it is resolved and analyzed the different maneuvers, required for the resolutions of those transfer orbits, evaluating only the cases in which the speed change applied over the vehicle can be considered to be instantaneous (impulsive maneuvers)

The study of those maneuvers is divided in two parts, the first one that considers the direct fly from the Earth to 16-Psyche and the one that considers gravitational assistance through the execution of a fly by maneuver over a third celestial body. Where the objective in the study of the last of those maneuvers is the reduction in the impulse required by the spacecraft, thus reducing the required fuel and the weight that needs to be carried.

Being the main goal of this study, the resolution of the transfer orbits from the Earth to 16-Psyche in order to obtain launch windows in a 10 years' time lapse (from 2020 to 2030), according to the required impulse for the feasibility of those launch windows.

Initially it is studied the case of the direct flight trough the methodology of the patched conics, which is divided in three orbits: the orbit around the Sun to travel from the Earth's sphere of influence to that of 16-Psyche is a Hohmann orbit, whereas the orbits inside each of those spheres of influence are hyperbolic orbits. Subsequently, it is analyzed the direct transfer orbit between the spheres of influence of the Earth and 16-Psyche, solving Lambert's problem.

Finally, it is studied the transfer orbit between the Earth and 16-Psyche for the gravitational assistant case in Venus and Mars, where it is considered the possibility of a small impulse in the perigee of the fly by orbit. This case is studied theoretically for the methodology of patched conics, where in this case the orbits around the Sun are bi-impulsive orbits (not Hohmann orbits). Finally, this case is also studies trough the resolution of two Lambert's problems. One between the sphere of influence of the Earth and that of the planet where the flyby is realized and the other between the sphere of influence of that planet and the sphere of influence of 16-Psyche, joining both orbits trough the resolution of the flyby orbit.

RESUM

Aquest treball es centra en l'estudi mitjançant diferents metodologies de les òrbites de transferència interplanetàries entre la Terra i l'asteroide 16-Psyche, metodologies que corresponen a l'àrea de la Mecànica Orbital.

L'estudi calcula i analitza les maniobres necessàries per a fer aquestes transferències interplanetàries però no més considerant que els canvis de velocitat aplicats al vehicle espacial es fan de forma instantània en el temps (maniobres impulsives).

L'estudi d'aquestes maniobres es divideix en dues parts, una en la qual es considera el vòl directe des de la Terra fins a Psyche i una altra en què es considera una maniobra d'assistència gravitatòria al voltant d'un tercer cos celeste. Aquest sobrevol o flyby es calcula amb l'objectiu d'intentar reduir el valor total dels impulsos que s'han d'aplicar al vehicle espacial per arribar fins l'asteroide. Reduint l'impuls es redueix el combustible (i per tant el pes) que es deu portar a bord de la nau.

L'objectiu d'aquest treball és l'obtenció de possibles finestres de llançament al llarg d'un període de 10 anys (2020-2030) en funció dels valors d'impulsos requerits.

Inicialment s'ha realitzat l'estudi per al cas de vol orbital directe aplicant el mètode d'aproximació per còniques, en què la maniobra es divideix en tres òrbites: l'òrbita al voltant del Sol per desplaçar-se des l'Esfera d'influència de la Terra fins a la de Psyche és d'Hohmann mentre que dins de les respectives esferes d'influència la nau ha de seguir òrbites hiperbòliques. Posteriorment s'ha analitzat el cas del vol directe entre les dues esferes sense utilitzar la transferència de Hohmann, utilitzant el problema de Lambert.

També s'ha estudiat el cas de l'assistència gravitatòria en Venus o Mart, arribant a considerar la possibilitat d'aplicar un petit impuls al perigeu de l'òrbita de sobrevol. En aquest cas s'ha estudiat el cas per connectar les esferes d'influència resolent per a diferents casos el problema de Lambert.

També s'estudia el cas de l'assistència gravitatòria en Venus i Mart, considerant la possibilitat d'aplicar un impuls al perigeu de l'òrbita del sobrevol. Aquest cas, s'estudia teòricament mitjançant el mètode d'aproximació per còniques, on en aquest cas les òrbites al voltant del Sol per desplaçar-se entre les esferes d'influència seran òrbites bi-impulsives no d'Hohmann. Posteriorment s'estudia mitjançant la resolució de dos problemes de Lambert, un entre l'esfera d'influència de la Terra i la del planeta on es fa l'assistència gravitatòria i un altre entre l'esfera d'influència del planeta del flyby i la de Psyche, per finalment unir ambdues parts mitjançant la resolució de l'òrbita del sobrevol.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradecer la paciencia, ayuda y disponibilidad de mi tutor José Antonio Moraño Fernandez y cotutores Santiago Emmanuel Moll Lopez y Antonio Torres Ferrer, ya que su apoyo y dedicación a lo largo del desarrollo del presente trabajo me ha ayudado en gran medida. Agradecer también a mi familia y amigos por el apoyo mostrado y la ayuda cuando esta ha sido necesaria.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	12
1.1. Motivación	13
1.2. Esquema del proyecto	14
2. MODELO TEÓRICO.....	15
2.1. Mecánica orbital	15
2.1.1. Movimiento orbital	15
2.1.2. Elementos orbitales	17
2.1.3. Maniobras orbitales	18
2.1.4. Esferas de influencia de los planetas	25
2.2. Aproximación por cónicas	25
2.2.1. Aproximación por cónicas con flyby	31
2.3. Problema de Lambert.....	35
2.3.1. Problema de Lambert con fly by.....	40
2.4. Perturbaciones orbitales	42
2.4.1. Desviación respecto de una esfera perfecta	43
2.4.2. Atracciones gravitatorias de otros cuerpos	43
2.4.3. Efectos de la Radiación Solar	44
2.4.2. Efecto de la Resistencia Atmosférica	44
3. METODOLOGÍA.....	45
3.1. Algoritmos aproximación por cónicas.	45
3.2. Algoritmos del problema de Lambert	47
3.3. Proceso de los casos estudiados.....	49
4. RESULTADOS	51
4.1. Transferencia interplanetaria Tierra - Psyche	51
4.1.1. Aproximación por cónicas	51
4.1.2. Problema de Lambert.....	52
4.1.3. Validación de resultados y comparativa entre aproximación por cónicas y Lambert	55
4.2. Transferencia interplanetaria Tierra – flyby –Psyche.....	57
4.2.1. Problema de Lambert con flyby	58
4.2.2. Validación de los resultados.....	63
4.3. comparativa de competitividad de las fechas de lanzamiento.	64
5. PRESUPUESTO Y ESPECIFICACIÓN DEL PROYECTO	66
5.1. Presupuesto	66
5.1.1. Costes asociados al personal.....	66

5.1.2. Hardware	67
5.1.3. Software	67
5.1.4. Otros costes	67
5.2. Especificación del proyecto.....	68
6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO.....	69
6.1. Conclusiones.....	69
6.2. Trabajo futuro.....	70

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Concepto artístico del asteroide 16 Psyche, el cual se piensa que es un núcleo planetario. Fuente: [1]	12
Figura 2. Elementos orbitales de una órbita.	18
Figura 3. Cambio altitud perigeo.....	20
Figura 4. Cambio altitud apogeo.....	20
Figura 5. Cambio argumento del apogeo.	20
Figura 6. Giro de una órbita.	20
Figura 7. Transferencia de Hohmann de una órbita de menor altitud a otra de mayor alrededor de la Tierra.	21
Figura 8. Transferencia de Hohmann entre órbitas no coplanarias.....	21
Figura 9. Valor del cociente de los semiejes mayores para los cuales la transferencia bi-elíptica es más o menos eficiente que la transferencia de Hohmann. Fuente: [7]. ..	22
Figura 10. Maniobra de flyby por la parte trasera del planeta, o cara luminosa, “trailing-edge”. Fuente: [7].	24
Figura 11. Maniobra de flyby por la parte delantera del planeta, o cara oscura. Fuente: [7]......	24
Figura 12. Escape de la Tierra, maniobra de aproximación por cónicas.....	28
Figura 13. Órbita realizada alrededor del Sol.	29
Figura 14. Órbita de entrada a Psyche.	31
Figura 15. Boceto del modo de resolución del problema de Lambert. Fuente: [7]......	36
Figura 16. Esquemmatización del vuelo de flyby permitiendo un pequeño impulso en el perigeo. Fuente: [11]......	42
Figura 17. Algoritmo del código de aproximación por cónicas.	47
Figura 18. Algoritmo del código de aproximación por cónicas con flyby.	47
Figura 19. Algoritmo de resolución del código del problema de Lambert.....	48
Figura 20. Algoritmo de resolución del código del problema de Lambert con maniobra de asistencia gravitacional.....	49
Figura 21. Ventanas de lanzamiento de una órbita interplanetaria de la Tierra a Psyche en función del delta de velocidad aplicado en el lanzamiento.....	53
Figura 22. Ventanas de lanzamiento de una órbita interplanetaria de la Tierra a Psyche en función del delta de velocidad aplicado en la llegada a Psyche.....	53
Figura 23. Ventanas de lanzamiento de una órbita interplanetaria de la Tierra a Psyche en función del delta de velocidad total.....	54
Figura 24. Ventanas de lanzamiento para una transferencia orbital de la tierra a Psyche, pasando por Venus en función del ΔV total optimizado para la fecha de paso por el flyby que minimiza el ΔV_{total}	58
Figura 25. Ventanas de lanzamiento para una órbita de la Tierra a Psyche, realizando un flyby en Venus, en función del ΔV al lanzamiento.	59
Figura 26. Ventanas de lanzamiento para una órbita de la Tierra a Psyche, realizando un flyby en Venus, en función del ΔV en el flyby.	59
Figura 27. Ventanas de lanzamiento para una órbita de la Tierra a Psyche, realizando un flyby en Venus, en función del ΔV a la llegada.....	60
Figura 28. Ventanas de lanzamiento para una transferencia orbital de la tierra a Psyche, pasando por Marte en función del ΔV total optimizado para la fecha de paso por el flyby que minimiza el ΔV_{total}	60

Figura 29. Ventanas de lanzamiento para una órbita de la Tierra a Psyche, realizando un flyby en Marte, en función del ΔV al lanzamiento.	61
Figura 30. Ventanas de lanzamiento para una órbita de la Tierra a Psyche, realizando un flyby en Marte, en función del ΔV en el flyby.	61
Figura 31. Ventanas de lanzamiento para una órbita de la Tierra a Psyche, realizando un flyby en Marte, en función del ΔV a la llegada.	62

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Valores de la excentricidad e inclinación orbital de las orbitas de los planetas del sistema solar, los planetas enanos y Psyche. Fuentes: [6] [5].	16
Tabla 2. Cálculo de deltas de velocidad, ángulo de desfase entre planetas al lanzamiento y fecha de salida desde la Tierra.	51
Tabla 3. Valores estipulados para la resolución del problema de Lambert para una transferencia orbital de la Tierra a Psyche.	52
Tabla 4. Fechas de salida y de llegada para los mínimos valores requeridos del ΔV total para cada una de las ventanas de lanzamiento.	55
Tabla 5. Comparativa entre los valores obtenidos por el código implementado en el presente trabajo (columnas en azul) y los valores obtenidos de [11] para una transferencia interplanetaria de vuelo directo de la Tierra a Marte.	56
Tabla 6. Comparativa de valores de ΔV obtenidos para el método de aproximación por cónicas y por el método de resolución del problema de Lambert.	57
Tabla 7. Valores estipulados para la resolución del problema de Lambert para flyby en Venus y en Marte para una transferencia orbital de la Tierra a Psyche.	58
Tabla 8. Ventanas de lanzamiento obtenidas para trayectorias con flyby en Venus y Marte.	62
Tabla 9. Comparativa entre los valores obtenidos por el código implementado en el presente trabajo (columnas en azul) y los valores obtenidos de [11] para una transferencia interplanetaria de vuelo con asistencia gravitatoria de la Tierra a Marte pasando por Venus.	63
Tabla 10. Fechas de los mínimos DV requeridos para todas las ventanas de lanzamiento calculadas.	64
Tabla 11. Presupuesto de los costes derivados de la realización del presente proyecto de fin de master.	66
Tabla 12. Costes asociados al personal en la realización del proyecto.	66
Tabla 13. Costes asociados al hardware utilizado.	67
Tabla 14. Costes asociados al software utilizado.	67
Tabla 15. Costes ajenos al personal, al hardware o al software utilizado.	67

LISTA DE SIMBOLOS

Módulo del delta de velocidad	ΔV	Tiempo de vuelo durante la maniobra de flyby	t_{FB}
Semieje mayor	a	Velocidad planeta donde se realiza el flyby	$V_{p\ FB}$
Inclinación orbital	i		
Excentricidad	e	Tiempo de vuelo desde la Tierra hasta el Flyby	TOF T-FB
Ascensión recta del nodo ascendente	Ω	Tiempo de vuelo desde el flyby hasta Psyche	TOF FB-P
Argumento del perigeo	ω	Radiovector del perigeo del flyby	R_{FB}
Anomalía verdadera	ν	Ángulo de desfase entre la Tierra y el flyby	γ_{T-FB}
Argumento de latitud	u	Ángulo de desfase entre el flyby y Psyche	γ_{FB-P}
Longitud del perigeo	π	Ángulo de desfase entre la Tierra y Psyche	γ_{T-P}
Longitud verdadera	l		
Punto Aries	Υ		
Semieje menor	p		
Delta de velocidad vectorial	$\overline{\Delta V}$	Tiempo de vuelo de alrededor del Sol	t_S
Parámetro gravitacional del cuerpo celeste X	μ_X	Velocidad Radial alrededor del planeta X	W_X
Energía de la órbita del cuerpo celeste X	E_X	Componente perpendicular de la velocidad	V_{\perp}
Momento angular en el punto X	h_X	Componente radial de la velocidad	V_r
Ángulo de vuelo de la trayectoria en el punto X	ϕ_X	Radiovector de posición	\vec{r}
Ángulo entre el vector de velocidad de la Tierra y el punto de escape de la órbita de estacionamiento	η	Radiovector de velocidad	\vec{V}
Anomalía hiperbólica excéntrica en el punto X	F_X	Anomalía universal	χ
Tiempo de vuelo de escape de la esfera de influencia del planeta X	t_{HipX}	Funciones de Stumpff	$C(z) S(z)$
Ángulo de fase entre planetas	γ	Coeficientes de Lagrange	$f \quad g$
Delta de distancia al radio objetivo en la entrada a un planeta	$\Delta Dist$	Ángulo de giro	δ
Delta de velocidad extra en maniobras de flyby propulsadas	ΔV_{FB}	Pseudo ángulo de giro	δp
Velocidad a la salida del flyby	V_{postFB}	Velocidad en el infinito respecto del planeta X	V_{InfX}
		Radio de la órbita de estacionamiento	R_{OrbEst}
		Radio de la órbita de parkin	R_{OrbPar}

LISTA DE ABREVIATURAS

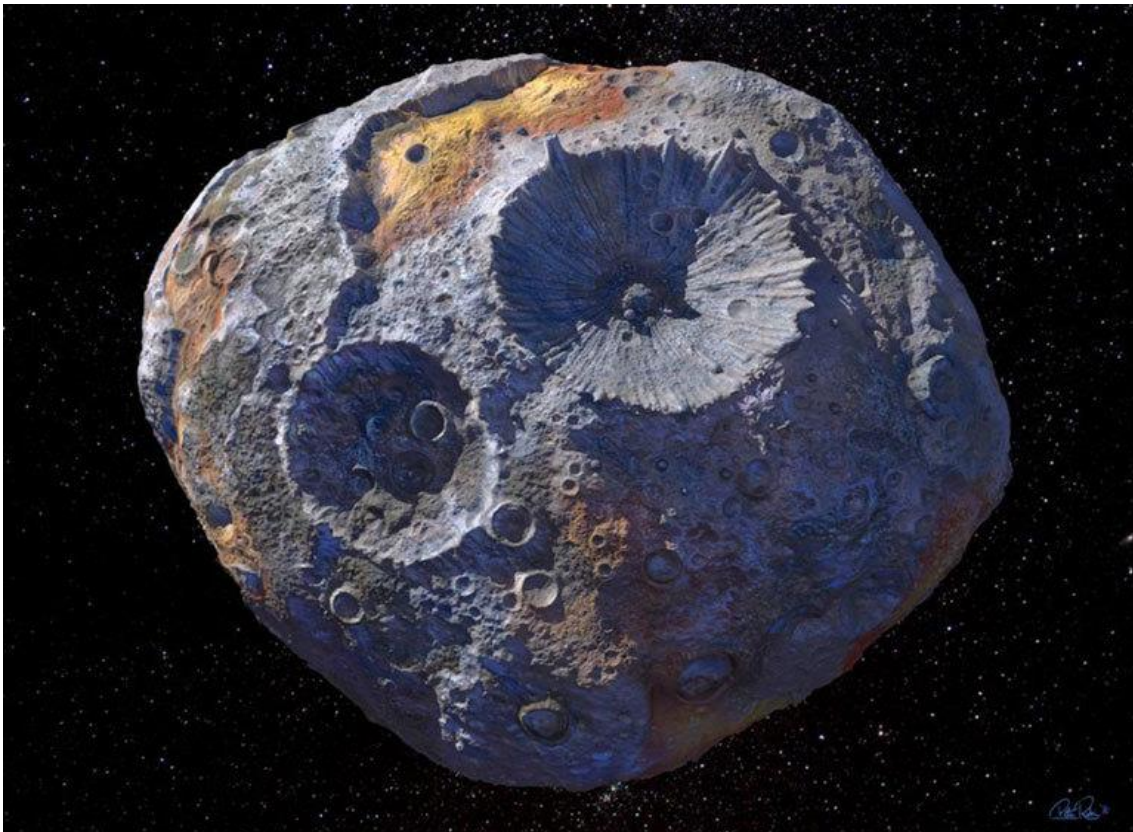
NASA	National Aeronautics and Space Administration	TOF	Time of Flight
UPV	Universidad Politécnica de Valencia	FB	Flyby
ISS	International Space Station	V	Velocidad
GDL	Grado de Libertad	R	Radiovector
IVA	Impuesto sobre el valor agregado		

1. INTRODUCCIÓN

A lo largo de los años y desde la creación de los cohetes en el año 1232 en China, se han investigado diversas aplicaciones de los mismos, siendo una de ellas su empleo en la investigación espacial, la cual comenzó su auge con la exploración Lunar en los últimos años de la década de 1950, con un claro hito histórico el 20 de Julio de 1969, día en que Neil Armstrong piso la Luna.

La investigación espacial cuenta con diversas ramas, que abarcan desde el estudio de los materiales requeridos para la construcción de los satélites, hasta el estudio de las órbitas interplanetarias. También incluye el estudio de los motores espaciales, con los diferentes tipos de propulsión (impulsiva o no impulsiva), los diferentes tipos de combustibles, los sistemas de suministro de potencia eléctrica, los subsistemas de control térmico, los subsistemas de telemetría, y mucho otros, así como de los sistemas de soporte vital en el caso de las misiones tripuladas, entre otros campos.

El presente trabajo se centrará en el estudio de las trayectorias orbitales interplanetarias que se han de seguir para llegar de un cuerpo celeste a otro. Siendo el objetivo de este trabajo, el alcanzar 16-Psyche (un asteroide perteneciente al cinturón de asteroides entre Marte y Júpiter, que en adelante llamaremos Psyche), Figura 1, saliendo desde una órbita de estacionamiento alrededor de la tierra.



*Figura 1. Concepto artístico del asteroide 16 Psyche, el cual se piensa que es un núcleo planetario.
Fuente: [1]*

1.1. Motivación

El cinturón de asteroides situado entre Marte y Júpiter está conformado en su mayoría por cuerpos de roca y hielo, cuyos tamaños varían desde asteroides muy pequeños hasta cuerpos celestes como Ceres, que es considerado un planeta enano. La gran cantidad de cuerpos celestes que componen el cinturón de asteroides se dividen en tres clases: asteroides carbonáceos o asteroides tipo C, asteroides silicatos o asteroides tipo S y asteroides metálicos o asteroides tipo M.

Basado en dicha clasificación, el asteroide elegido Psyche, es un asteroide del tipo M. Ahora bien, dentro de los asteroides de tipo M, lo que hace especial a Psyche, es que está compuesto de una aleación de hierro y níquel. Esto sugiere que Psyche pueda ser el núcleo expuesto de un planeta en formación, que posiblemente quedó al descubierto debido a colisiones con otros planetas o asteroides en las etapas iniciales de la formación del sistema solar [2] [3] [1].

El estudio de las órbitas de transferencia de la Tierra a Psyche viene motivado por la importancia científica de estudiar la composición de Psyche ya que con los medios actuales es imposible el estudio directo de los núcleos de los planetas terrestres que conforman el sistema solar. Sin embargo, Psyche ofrece la posibilidad de estudiar directamente la composición del núcleo de un planeta similar en composición, según estudios recientes, al de los planetas sólidos del sistema solar, entre los que se encuentra la Tierra.

El hecho de poder estudiar el núcleo ya frío de un planeta que existió en los albores de la creación del sistema solar, tiene una gran importancia científica, por la posibilidad de ampliar el conocimiento del proceso de formación del núcleo de los planetas. Estudiar el núcleo de metal de un planeta permitiría indirectamente estudiar el núcleo de los planetas terrestres del sistema solar, así como estudiar por primera vez un cuerpo celeste que no esté formado de roca y hielo, sino de metal.

Otro punto que ha motivado la realización de este trabajo, es el hecho de que la NASA tiene una misión ya propuesta para llegar a Psyche. La cual, despegará desde el centro espacial Kennedy en Florida en agosto de 2022, con fecha de llegada a la órbita de Psyche en enero de 2026 [2].

Esto supone otro punto de interés en el presente estudio, ya que la misión lanzada de la NASA se compondrá de un satélite de propulsión solar-eléctrica de 'low-trust' (propulsión iónica), la cual tardará aproximadamente 3,4 años en llegar a Psyche. Siendo así, que el presente trabajo realiza un estudio de una primera aproximación de las órbitas de transferencia de la Tierra a Psyche en el caso de que el satélite fuese de propulsión impulsiva en lugar de iónica. Con esto se pretende hacer un estudio de la viabilidad de una misión con un satélite impulsivo, estudiando las ventanas de lanzamiento de las que se dispondrían. El tipo de órbitas que se estudiarán en este trabajo, frente a la órbita seguida por la NASA (para un satélite de propulsión low-trust) tienen la ventaja de que reducen enormemente el tiempo de duración de la misión.

1.2. Esquema del proyecto

A lo largo del trabajo, el cual se centra en la obtención de las posibles ventanas de lanzamiento para un satélite que es propulsado de manera impulsiva, se sigue una línea de trabajo en la cual inicialmente se pretende obtener una fecha de lanzamiento aproximada para el mínimo consumo posible de combustible. Una vez obtenida la fecha de lanzamiento supuesta ideal (utilizando el método de aproximación por cónicas), se procederá a ampliar las opciones de lanzamiento mediante cálculo de fly byes. Este método de cálculo inicial, se realizará bajo varios supuestos simplificativos, entre ellos estará el hecho de considerar las órbitas de los planetas (las órbitas de la Tierra, de Psyche, así como los planetas sobre los que se realizarán fly byes) perfectamente circulares y planas (inicialmente no se considerarán inclinaciones de las órbitas).

Una vez realizado este cálculo se pasará a resolver el problema mediante el método de Lambert, en el cual ya no se realizarán hipótesis simplificativas añadidas (el problema de Lambert sigue siendo un método solo valido para primeras aproximaciones).

A continuación, se muestra un breve resumen de los pasos que se realizarán.

- Estudio inicial mediante el método de aproximación por cónicas de la órbita de transferencia de la Tierra a Psyche, donde se considerarán órbitas circulares y sin inclinación. De aquí se obtendrá un valor inicial estimado del ΔV requerido por el satélite, así como de una fecha inicial estimada de lanzamiento.
- Estudio del problema de Lambert adaptándolo al caso propuesto, donde se parte desde una órbita de estacionamiento. En este caso, los valores, tanto de los ΔV como de las ventanas de lanzamiento, serán más realistas que las obtenidas previamente, sin embargo no deberán diferir significativamente.
- Estudio del caso adaptado del problema de Lambert considerando al igual que en el caso anterior el realizar una maniobra de flyby alrededor de un planeta, pudiéndose llegar a aplicar un ΔV pequeño en el paso por el perigeo de la maniobra de flyby. Con esto se pretende ampliar el rango posible de ventanas en las cuales mandar el satélite a Psyche.
- Estudio mediante el método de aproximación por cónicas, variando el valor de la anomalía verdadera por la cual el satélite corta a la órbita del planeta por el cual se hace el flyby, considerándose la posibilidad de aplicar un pequeño ΔV en el perigeo de la órbita de flyby. Con esto se pretende sacar un rango de valores de deltas de velocidad requeridos para llegar a Psyche de un modo que requiera menos coste computacional que el modelo de Lambert.

2. MODELO TEÓRICO

A continuación, se procede a explicar las bases de la mecánica orbital, para posteriormente comenzar a explicar más detalladamente el proceso seguido para la resolución de los casos en los que se estructura el presente trabajo.

2.1. Mecánica orbital

La mecánica orbital, también llamada astrodinámica, es el campo de estudio que se encarga de estudiar el movimiento relativo de cohetes y naves espaciales, mientras que el movimiento de los diferentes tipos de cuerpos celestes es el dominio de la mecánica celeste. De tal modo, que mientras que la mecánica celeste se centra en el estudio de las interacciones de los diversos cuerpos celestes entre sí, la mecánica orbital estudia las diferentes trayectorias y maniobras realizadas por los satélites y cohetes.

En el estudio que engloba la mecánica orbital de los diferentes tipos de maniobras, se encuentran las maniobras realizadas en órbitas de baja o alta altitud como las maniobras dentro y fuera de plano (cambio de altura del perigeo o apogeo, cambio del argumento del perigeo o giros de órbitas), así como las maniobras de transferencia interplanetarias, entre las que se encuentran las maniobras de asistencia gravitatoria o fly by o, maniobras impulsivas entre otras. Siendo estos movimientos estudiados a partir de las leyes de Newton y de la ley de la gravitación universal, con el objetivo de predecir los resultados subsiguientes de las diferentes maniobras propulsivas.

A continuación, pese a que el presente trabajo se centra en la mecánica orbital de órbitas de transferencias interplanetarias, se explican a continuación lo que es el movimiento orbital, los elementos orbitales, así como en qué consisten las diferentes maniobras orbitales.

2.1.1. Movimiento orbital

El movimiento orbital se describe como la trayectoria descrita por un cuerpo que orbita alrededor de otro en torno al cual va girando. Este giro viene dado por la acción de las fuerzas gravitatorias las cuales hacen que un cuerpo de masa menor orbita alrededor de otro de mayor masa.

Dicho giro del movimiento orbital de los planetas viene dado por el sentido de giro de la nebulosa en la cual se forman los planetas, ya que cuando estas grandes nubes de gas y polvo colapsan, debido a la conservación del momento angular, dicho giro se transfiere a los protoplanetas del sistema en formación. Siendo este giro el que da lugar a los movimientos orbitales de los cuerpos del sistema solar, los cuales siguen un movimiento antihorario tanto en su giro alrededor del Sol como en el giro de rotación de los planetas. Aunque bien es cierto que tanto Venus como Urano tienen sentidos de giro diferentes, para lo cual existen varias hipótesis que lo explican, entre las que se encuentran el hecho de una posible colisión con otro planeta o planetóide que afectase a la rotación

de los planetas [4]. En el caso de Venus, este rota en sentido horario, mientras que en el caso de Urano el eje de rotación está inclinado hasta casi coincidir con el plano de rotación del planeta alrededor del Sol.

Sin embargo, los movimientos de los planetas del sistema solar tienen ligeras variaciones entre los valores tanto de la excentricidad e inclinación de las órbitas respecto de la eclíptica. Salvo en el caso de cuerpos más pequeños como los planetas enanos y Mercurio, en cuyos casos las diferencias en inclinación y excentricidad son más significativas [5]. En la Tabla 1 se pueden ver los valores de la excentricidad e inclinación de los principales planetas del sistema solar y de algunos de los cuerpos más pequeños como los planetas enanos.

Objetos	Inclinación del plano	Excentricidad de la órbita
Mercurio	7,004870°	0,205630690
Venus	3,390000°	0,006800000
Tierra	0°	0,016710220
Marte	1,850610°	0,093412330
Psyche	3,09902078°	0.136238276
Ceres	10,586712°	0,079760170
Júpiter	1,305300°	0,048392660
Saturno	2,484460°	0,054150600
Urano	0,772556°	0,044405586
Neptuno	1,769170°	0,008585870
Plutón	17,141750°	0,250248710
Makemake	29,000000°	0,150000000
Eris	44,186940°	0,441770000
Haumea	28,1914108°	0,193434446

Tabla 1. Valores de la excentricidad e inclinación orbital de las órbitas de los planetas del sistema solar, los planetas enanos y Psyche. Fuentes: [6] [5].

A continuación, cabe destacar que dentro de las diferentes órbitas que puede seguir un satélite para llegar de un cuerpo celeste a otro, existen dos tipos de órbitas bien diferenciadas, estas son las órbitas posigradas y las órbitas retrógradas. Donde el movimiento orbital posigrado, es el movimiento orbital de rotación de un cuerpo celeste en el mismo sentido que la dirección de rotación del cuerpo celeste alrededor del cual se encuentre orbitando (es decir, de su primario, siendo el cuerpo primario el cuerpo celeste con más masa). Mientras que el movimiento orbital retrógrado por contrapartida, es aquel movimiento orbital en el cual el cuerpo celeste se encuentra orbitando en el sentido opuesto a la rotación de su primario.

Observando el sistema solar desde el polo norte Solar mirando hacia el Sur, el sentido de las órbitas de los planetas sigue un movimiento antihorario. Por tanto, el movimiento de los satélites se definirá como posigrado cuando estos tengan un giro antihorario.

Ahora bien, para que un satélite siguiese una órbita interplanetaria retrógrada se requeriría un gasto enorme de combustible, ya que inicialmente se debería dar un impulso lo suficientemente fuerte como para cancelar la velocidad orbital del cuerpo celeste desde el cual saliese el satélite y posteriormente darle otro impulso para poder alcanzar el destino deseado. Debido a esto, las órbitas de transferencia que se estudiarán en el presente trabajo, son órbitas posigradas.

2.1.2. Elementos orbitales

Una vez que se conoce cuál es el movimiento orbital de los planetas, su sentido de giro y características de las órbitas, es necesario conocer la posición en cada instante de tiempo tanto del planeta desde el cual se lanza la misión como del planeta o cuerpo celeste al que se desea llegar, así como de los planetas por los cuales se vaya a realizar una maniobra de flyby (en el caso de que se realice).

Dicha posición, viene dada por los elementos orbitales para cada instante de tiempo. Siendo dichos elementos orbitales [7].

- **a**: Semieje mayor. Para órbitas elípticas se define como la semidistancia desde el perigeo al apogeo de la órbita. Para órbitas hiperbólicas, se define como la distancia desde el centro de la hipérbola hasta el perigeo de la órbita hiperbólica.
- **e**: Excentricidad. Es un parámetro que determina la desviación de una órbita con respecto a una circunferencia.
 - Circunferencia $\rightarrow e = 0$
 - Elipse $\rightarrow 0 < e < 1$
 - Parábola $\rightarrow e = 1$
 - Hipérbola $\rightarrow e > 1$
- **i**: Inclínación de la órbita. Se define la inclinación de una órbita como el ángulo formado entre la órbita y el plano de la eclíptica. Siendo el plano de la eclíptica el formado por la órbita del movimiento de la tierra alrededor del Sol (Figura 2).
- **Ω** : Ascensión recta del nodo ascendente (nodo ascendente). Se define como el ángulo formado por el corte ascendente de la órbita con el plano eclíptico y el punto Aries (Figura 2).
- **ω** : Argumento del perigeo. Se define como el ángulo medido de la órbita desde el nodo ascendente hasta el perigeo de la órbita (Figura 2).
- **ν** : Anomalía verdadera. Se define como el ángulo medido desde el perigeo de la órbita de un cuerpo, hasta la posición del cuerpo en su órbita (Figura 2).

Cabe destacar, que en función de los valores de la excentricidad y de la inclinación de la órbita se pueden dar algunos casos especiales.

- Caso de que la excentricidad sea 0 (órbita circular). No existirá el perigeo y por tanto no será posible definir ni ω ni ν , en cuyo caso se definirá **u** como el argumento de latitud, definiéndose como $u = \omega + \nu$.
- Caso de inclinación nula (o de 180°). No se podrá definir ni Ω ni ω , pasándose a definir la longitud del perigeo como **π** , siendo $\pi = \Omega + \omega$.
- Caso de que la excentricidad e inclinación sean nulos (o inclinación de 180°). En este caso no se podrá medir Ω ni ω ni ν , y se pasara a definir la longitud verdadera, **l**, que se define como $l = \Omega + \omega + \nu$.

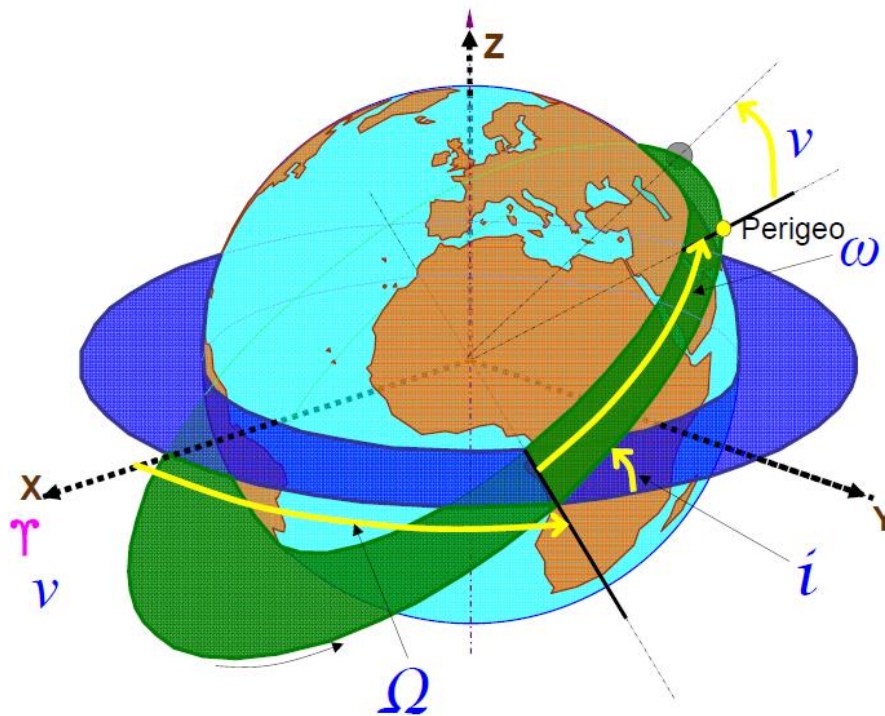


Figura 2. Elementos orbitales de una órbita.

Finalmente, conociendo los elementos orbitales de un cuerpo celeste o de un satélite para cada instante de tiempo, será posible calcular su posición y velocidad relativa en el espacio respecto del Sol. Dichos elementos orbitales junto con alguno otro que puede servir de interés se pueden descargar desde la página de la NASA en Horizons [5]. Ahora bien, para poder conocer la posición relativa respecto al Sol será importante definir el sistema de referencia utilizado, ya que las efemérides no vienen asociadas con ningún sistema de referencia. Los sistemas de referencia que se utilizarán serán el perifocal y el heliocéntrico [7].

- **Sistema perifocal.** Se define con el plano $x - y$ coincidente a la órbita y con centro en el cuerpo orbital, con el eje x apuntando al cuerpo alrededor del cual se orbite, el eje z perpendicular al plano orbital y apuntando hacia el Norte Solar y el eje y formando un triedro a derechas.
- **Sistema heliocéntrico.** Se define con el plano $x - y$ coincidente a la órbita y con centro en el Sol, con el eje x apuntando al punto Aries, el eje z apuntando hacia el Norte Solar y el eje y formando un triedro a derechas.

2.1.3. Maniobras orbitales

A lo largo de una misión orbital, la órbita que ha de seguir o que sigue un satélite (caso de satélites orbitando alrededor de la Tierra) se va degradando. Esta degradación viene debida a las perturbaciones gravitacionales. Estas perturbaciones son debidas a los efectos gravitacionales de los cuerpos del sistema Solar, siendo debido a ellas que cada cierto periodo de tiempo se deba corregir las órbitas que siguen los satélites. Estas perturbaciones son claramente apreciables en satélites que orbiten la tierra como en el

caso de la Estación Espacial Internacional (ISS). Siendo así que la ISS requiere aproximadamente de 8500 kg de combustible anualmente para mantenerse en su órbita (aunque en este caso también afectan las perturbaciones atmosféricas ya que a la altura a la que se encuentra aún hay moléculas que causan cierta resistencia frenando su avance) [8]. Sin embargo, aunque las perturbaciones que sufren los satélites en vuelos interplanetarios no son tan apreciables como en órbitas bajas alrededor de la tierra. Debido a la gran distancia que recorren estos satélites, dichas perturbaciones a lo largo del tiempo hacen que la órbita que sigue un satélite y la que debería seguir sean muy diferentes.

De acuerdo a esto, existen diferentes tipos de maniobras, maniobras correctivas que sirven para corregir la degradación de las órbitas y maniobras utilizadas para dirigir el satélite a la órbita deseada. A continuación, se explican varios tipos de maniobras orbitales antes de entrar en más profundidad en los apartados siguientes a explicar las maniobras orbitales de mayor importancia para este trabajo [7] [9].

- **Cambio de altitud del perigeo.** Cuando se desee cambiar la altura del perigeo, el ΔV se deberá aplicar en el apogeo ya que de esta manera el apogeo permanecerá invariable, además el ΔV que se deberá de aplicar en este punto para el cambio de la altitud del perigeo será mínima. En función de si se desea aumentar o disminuir la altitud del perigeo, el ΔV que se ha de aplicar será en el sentido del vuelo orbital o en sentido contrario al vuelo respectivamente (Figura 3).
- **Cambio de altitud del apogeo.** De manera similar a la maniobra de cambio de altitud del perigeo, para cambiar la altitud del apogeo, el ΔV se deberá aplicar en el perigeo de la órbita para que este sea mínimo. Debiéndose aplicar el ΔV en el sentido del vuelo para aumentar la altitud del apogeo y en sentido contrario al vuelo para disminuirla (Figura 4).
- **Cambio del argumento del perigeo (ω).** Para cambiar el argumento del perigeo (sin variación del semieje menor, p , ni de la excentricidad), se deberá de aplicar un cierto valor ΔV radial en un punto de la órbita, de tal manera que el cambio de ω se corresponderá con el valor de la anomalía verdadera del punto de aplicación del ΔV de acuerdo a la siguiente relación; $\Delta\omega = 2v$. Se ha de tener en cuenta que el coste del cambio de ω será tanto más costoso cuanto mayor sea la excentricidad (Figura 5).
- **Cambio del plano.** Para el cambio del plano orbital, el ΔV que se deberá de aplicar deberá de ser normal al plano de la órbita. Cabe destacar que debido a que la energía cinética de una órbita es menor en su apogeo (punto de menor velocidad orbital) el ΔV requerido para girar una órbita será menor en este punto. Ahora bien, dependiendo del tipo de órbita final que se quiera tener esta podría no ser una opción (Figura 6).

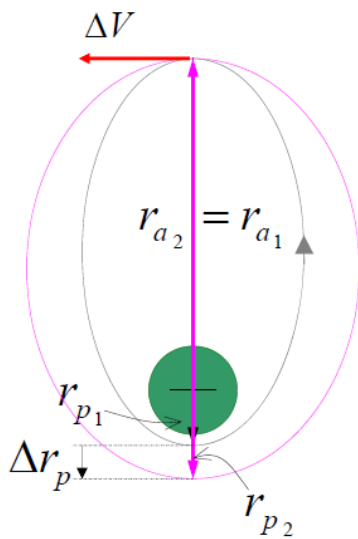


Figura 3. Cambio altitud perigeo.

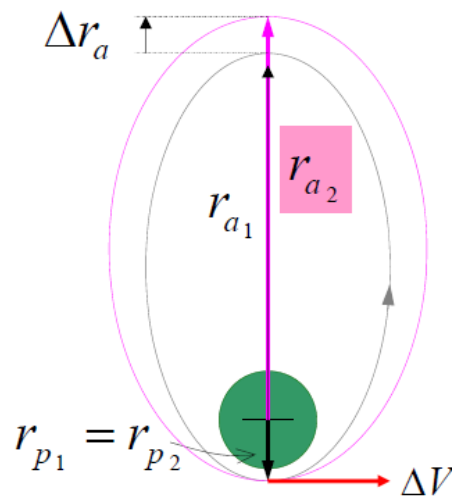


Figura 4. Cambio altitud apogeo.

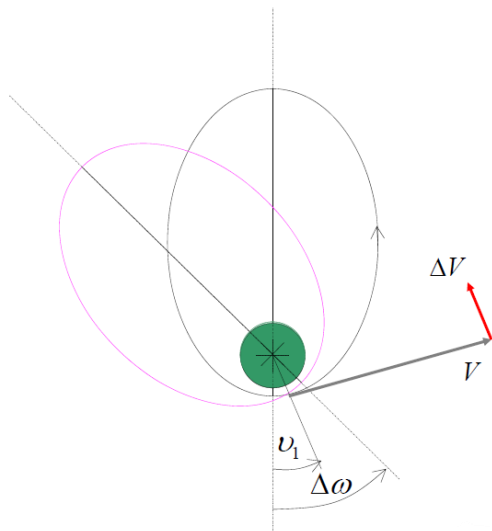


Figura 5. Cambio argumento del apogeo.

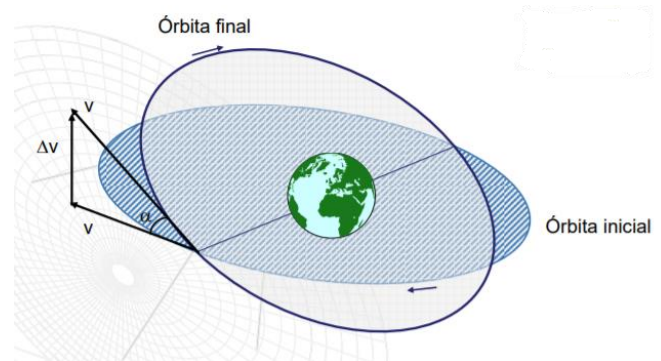


Figura 6. Giro de una órbita.

En cuanto a estas maniobras, estas son maniobras simples que sirven para la corrección de órbitas, donde en todas se ha considerado que los impulsos aportados son instantáneos. Por lo cual, a continuación, se explica lo que son las maniobras impulsivas y las no impulsivas, así como los diferentes tipos de transferencias orbitales.

- **Maniobras impulsivas.** Las maniobras impulsivas son aquellas maniobras en las que se considera que el cambio de velocidad aplicado es instantáneo. Esto se considera para aquellos satélites de combustible sólido o líquido, donde el empuje sobre el satélite se aplica para periodos muy cortos de tiempo, por lo que para una primera aproximación se asume que para el ΔV aplicado la posición vectorial del satélite no cambia, lo cual simplifica mucho los cálculos.

- **Maniobras no impulsivas.** Las maniobras no impulsivas, por contrapartida a las impulsivas, son utilizadas en satélites cuando la propulsión del mismo es eléctrica (motores iónicos) o se realiza por medio de velas solares. Esta propulsión, se caracteriza por aplicar empujes muy débiles a lo largo de espacios más largos de tiempo donde ya no es posible considerar que el empuje es instantáneo y se requiere de integración numérica para el cálculo de las órbitas. Este tipo de propulsión es menos eficiente que la impulsiva (en cuanto al requerimiento de los tiempos de transferencias orbitales), sin embargo, es necesaria para aquellas misiones en las que el peso está muy limitado.

Finalmente, se pasan a explicar los diferentes tipos de transferencias orbitales y métodos que pueden ser utilizados por aquellos satélites de propulsión impulsiva. Estas son la transferencia bi-impulsiva y transferencia de Hohmann, la transferencia tri-impulsiva, el método de aproximación por cónicas, el método del problema de Lambert y la asistencia gravitacional o flyby. Donde con la salvedad del flyby, cuya misión es acelerar el satélite sin que sea requerido consumir combustible, el resto de transferencias dan solución al problema del cálculo de la órbita de transferencia de una posición a otra.

- **Transferencia bi-impulsiva y transferencia de Hohmann.** La transferencia de Hohmann, es un modelo de transferencia en la cual se pretende optimizar lo máximo posible el ΔV requerido para realizar la transferencia orbital, aunque esto implica que el tiempo que se requiere para completar. Esta transferencia es únicamente válida para transferencias alrededor de un único cuerpo.

Este tipo de transferencia requiere de la aplicación de dos ΔV diferentes, uno aplicado en el perigeo de la órbita inicial y otro en el apogeo. En el caso de que se desee pasar de una órbita de más altitud a una de menos, el impulso inicial y final serán en el sentido del movimiento y tangente a él y en el caso de que se pase de una órbita de mayor altitud a una de menos el impulso inicial y final serán de sentido contrario al movimiento y tangente a él. Ahora bien si las órbitas no son coplanarias, el ΔV final no será tangente si no que será normal al plano orbital para realizar el giro de la órbita. En la Figura 7 se ejemplariza una transferencia de Hohmann de una órbita de menor altitud alrededor de la Tierra a una de mayor altitud y en la Figura 8 un caso de órbitas no coplanarias.

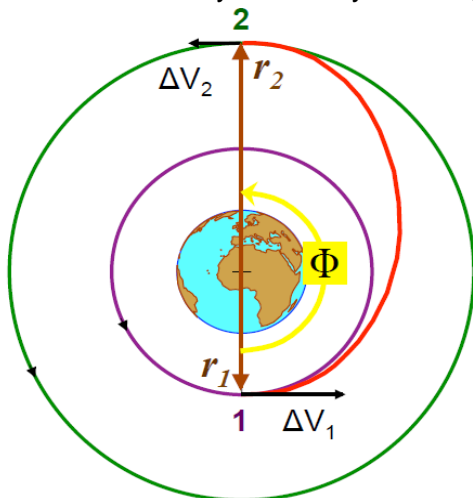


Figura 7. Transferencia de Hohmann de una órbita de menor altitud a otra de mayor altitud alrededor de la Tierra.

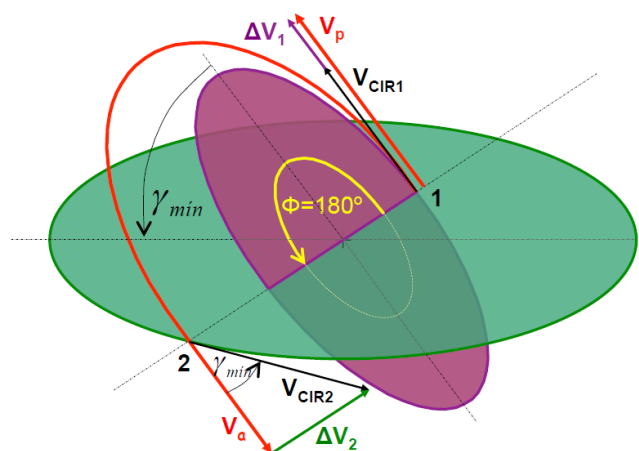


Figura 8. Transferencia de Hohmann entre órbitas no coplanarias.

Cabe destacar, que mientras que todas las órbitas de Hohmann son bi-impulsivas, no todas las bi-impulsivas son órbitas de Hohmann, ya que se puede dar el caso en el que los impulsos en lugar de darse en el perigeo y apogeo, se den en otros puntos de la órbita (con cierto ángulo respecto a la componente del vector velocidad del cuerpo).

- Transferencia tri-impulsiva o bi-elíptica.** Este tipo de transferencia, como su nombre indica realiza el cambio de órbita mediante tres impulsos, donde la órbita de transferencia resultante resulta ser dos semi-elipses, además al igual que en el caso de la transferencia de Hohmann, esta transferencia solo es válida para cambios de órbitas alrededor de un solo cuerpo. Dicha transferencia puede ser interna o externa en función de si el segundo impulso se produce a una mayor altitud o a una menor altitud que la órbita a la que se desea llegar. Paradójicamente en función de las altitudes de las órbitas, la transferencia bi-elíptica externa puede llegar a ser más eficiente que la transferencia de Hohmann cuando la diferencia de altitud es lo suficientemente grande. Como se muestra en la Figura 9 la condición que ha de suceder para que la transferencia bi-elíptica sea más eficiente que la de Hohmann es el cociente entre los semiejes mayores de las órbitas objetivo sea mayor a 11,94 [7].

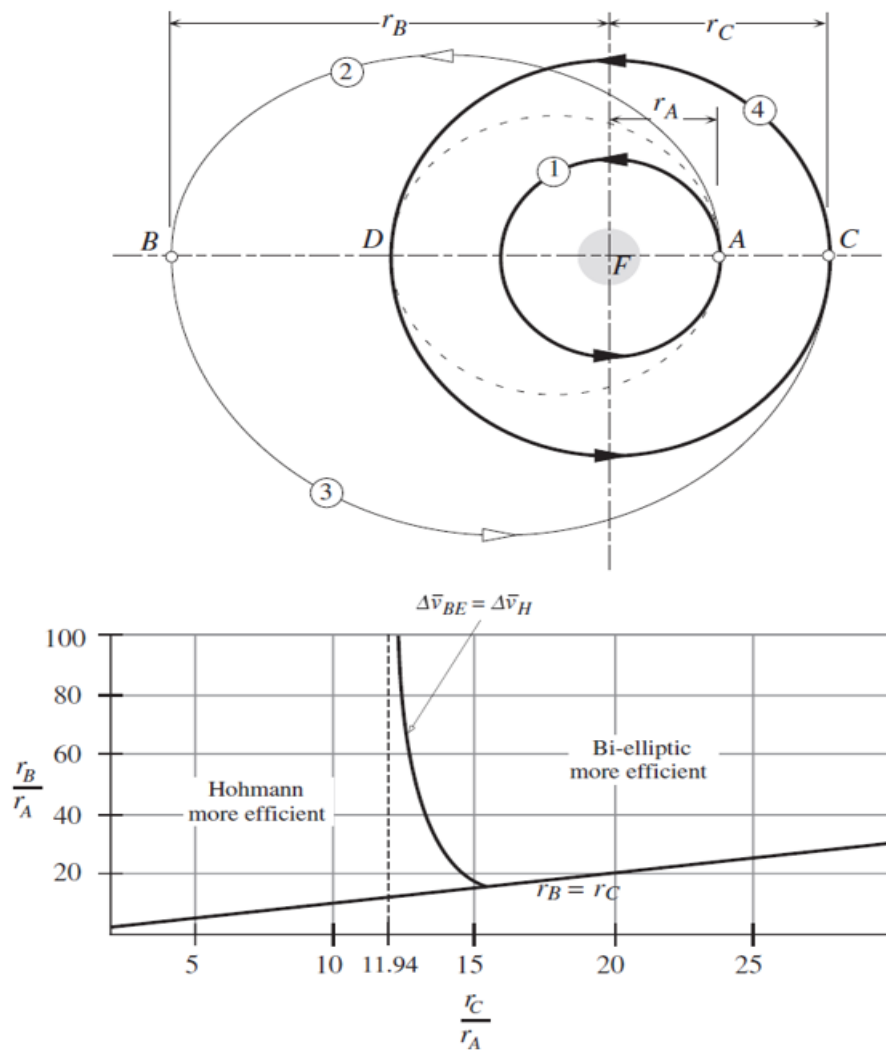


Figura 9. Valor del cociente de los semiejes mayores para los cuales la transferencia bi-elíptica es más o menos eficiente que la transferencia de Hohmann. Fuente: [7].

- **Aproximación por cónicas.** El método de la aproximación por cónicas, es un método de transferencia interplanetaria que se puede aplicar un vuelo orbital al que afecta más de un objeto celeste, siendo este método una combinación de transferencias orbitales.

La aproximación por cónicas es válida para el problema del vuelo orbital alrededor de más de un cuerpo celeste ya que segmenta el vuelo orbital en tres partes, considerando las esferas de influencia de los cuerpos celestes del que se sale y al que se llega y del Sol (en el caso de aplicar flyby se considera este como otro segmento del vuelo orbital). Estas tres partes son la salida de la esfera de influencia del planeta de origen, el movimiento orbital alrededor del Sol (el cual puede ser una transferencia de Hohmann) y la llegada a la esfera de influencia al cuerpo destino. Este método (junto con las simplificaciones que se le aplican) se explicará en más profundidad más adelante.
- **Problema de Lambert.** Conociendo las posiciones vectoriales desde la que se sale y a la que se desea llegar, aportando un valor de tiempo deseado para la transferencia orbital, el problema de Lambert resuelve la trayectoria que debe de seguir el satélite calculando los valores del delta de velocidad vectorial ($\overline{\Delta V}$) que se han de aplicar en el lanzamiento y a la llegada. Ahora bien, debido a que las distancias recorridas en el espacio son enormes, el problema de Lambert calcula los valores del $\overline{\Delta V}$ sin tener en cuenta las esferas de influencia de los planetas. Más adelante se explica más en detalla el problema de Lambert, así como la adaptación realizada para tener en cuenta las esferas de influencia de la que se sale y a la que se llega, sin embargo, cabe destacar que el problema de Lambert es un caso muy concreto de una transferencia bi-impulsiva.
- **Maniobra de asistencia gravitatoria o flyby.** Los movimientos orbitales son movimientos en los cuales la energía total del sistema se conserva, sin embargo, mediante la asistencia gravitacional es posible añadir o quitar energía al movimiento de un satélite respecto del Sol, sin necesidad de darle un empuje. Esto es posible en función de los ángulos de entrada y salida de la esfera de influencia del planeta en el cual se realice el flyby. Para que el flyby aporte energía a la órbita, la órbita deberá pasar por la parte trasera del planeta en la dirección del movimiento de este (aproximación por la cara luminosa, Figura 10). Por el contrario, para que reste energía, la órbita deberá pasar por la parte delantera del planeta en el sentido del movimiento (aproximación por la cara oscura, Figura 11). En los siguientes apartados se explica esta maniobra más en profundidad.

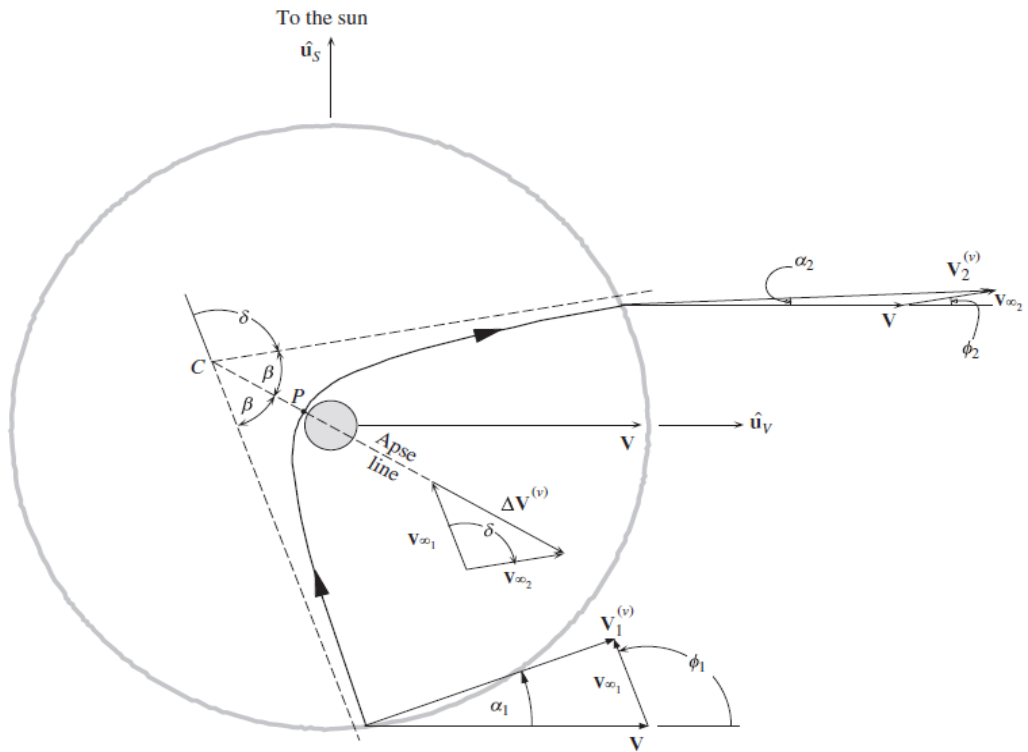


Figura 10. Maniobra de flyby por la parte trasera del planeta, o cara luminosa, "trailing-edge". Fuente: [7].

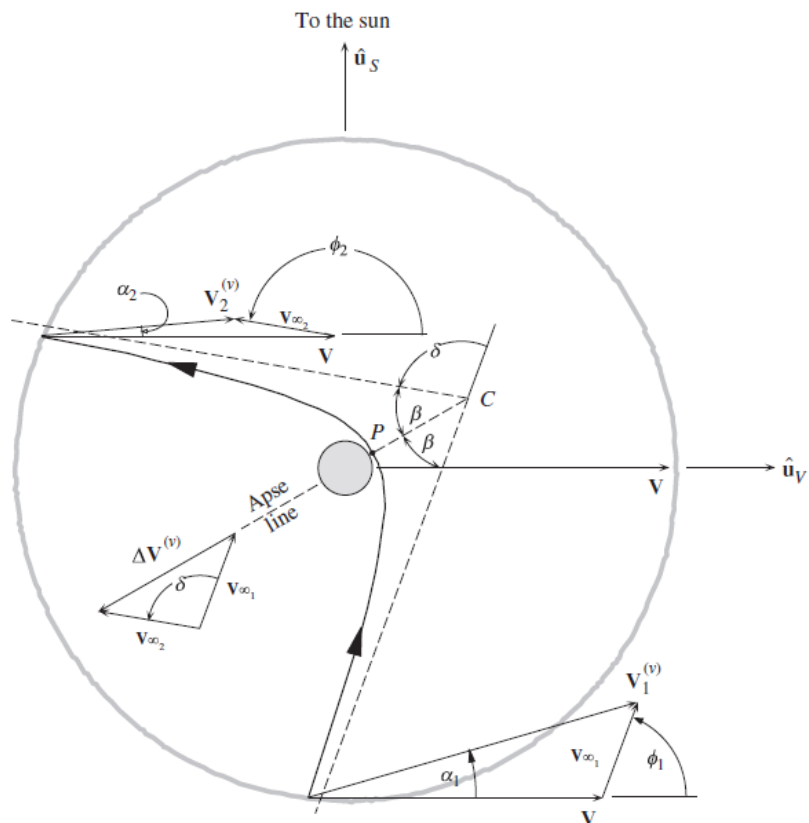


Figura 11. Maniobra de flyby por la parte delantera del planeta, o cara oscura. Fuente: [7].

2.1.4. Esferas de influencia de los planetas

Tanto en el método de la aproximación por cónicas, como en el problema de Lambert y en el método de la asistencia gravitacional o flyby se ha mencionado la esfera de influencia de los planetas. A continuación, previo al desarrollo teórico de los métodos que se implementan en el presente trabajo se define cual es la esfera de influencia de un planeta considerada en el presente trabajo.

Todos los cuerpos celestes ejercen una fuerza gravitatoria hacia ellos, siendo esta tanto más grande cuanto mayor sea la masa de dicho cuerpo. Siendo, en el sistema solar, el Sol el cuerpo más másico. De tal manera que un satélite que se encuentre en una órbita interplanetaria, se encontrará orbitando alrededor del Sol al ser la fuerza gravitatoria ejercida por el Sol mayor que la de cualquier planeta del sistema solar. Sin embargo, en función de la distancia a la que se encuentre el satélite de un planeta puede llegar a darse el caso en el que la fuerza gravitacional ejercida por el planeta sobre el satélite sea mayor que la del Sol. Definiéndose por tanto la esfera de influencia de un planeta como el borde del radio de una esfera centrada en el planeta, en cuyo exterior la fuerza gravitacional que ejerce un planeta sobre otro cuerpo se puede considerar despreciable en comparación con la fuerza que ejerce el Sol.

El radio de dicha esfera de influencia se calcula mediante la siguiente fórmula, debida a Laplace.

$$R_{Inf} = d \left(\frac{M_p}{M_s} \right)^{2/5} \quad (1)$$

Siendo d la distancia entre el Sol y el planeta y M_p la masa del planeta considerado.

2.2. Aproximación por cónicas

El método de aproximación por cónicas, se refiere al hecho de que las órbitas Keplerianas son secciones de cónicas con el foco en el cuerpo alrededor del cual se órbita. De tal modo que mientras que el satélite se encuentre dentro de la órbita de influencia de un planeta, seguirá una órbita Kepleriana alrededor de dicho planeta. Ahora bien, debido a que las distancias interplanetarias recorridas son enormes, para el vuelo interplanetario alrededor del Sol, las esferas de influencia de los cuerpos celeste de salida y llegada se desprecian. Esto implica que teniendo en cuenta que la órbita calculada alrededor del Sol es una órbita de Hohmann, para el cálculo de las anomalías verdaderas del vuelo alrededor del Sol se desprecia el ángulo recorrido por el satélite mientras este se encuentra interno a la órbita de influencia de los planetas (luego para una órbita que vaya desde una órbita interior a una exterior, $v_{Launch} = 0$ y $v_{Target} = 180$).

Cabe destacar que la órbita alrededor del Sol es una órbita de transferencia de Hohmann ya que lo que se persigue es la obtención de un primer valor mínimo de ΔV y aunque como se ha visto previamente las transferencias bi-elípticas pueden llegar a ser más eficientes que la de Hohmann este no será el caso de este trabajo. Esto es debido

a que el caso estudiado más extremo en cuanto al incremento del radio de una órbita a la otra será el viajar desde Venus a Psyche, en cuyo caso el cociente del radio de dichas órbitas es de 4,04. Por lo tanto, de acuerdo a la Figura 9 para los casos aquí estudiados la trayectoria de Hohmann es la más eficiente.

Finalmente, y previo al desarrollo teórico del cálculo de una trayectoria realizada mediante la aproximación por cónicas, se enumeran a continuación las simplificaciones consideradas para el estudio de este caso.

- Órbitas circulares.
- Órbitas coplanarias.
- Se desprecian pequeños ángulos (valores anomalías verdaderas)
- No se consideran perturbaciones orbitales

A continuación, se explican a continuación las tres fases envueltas en la resolución de la órbita de transferencia por la aproximación por cónicas para el caso de una órbita de transferencia de la Tierra a Psyche), que son: la salida planetaria, la órbita alrededor del Sol y la llegada al planeta de destino [7] y [10].

Salida planetaria.

El objetivo en el cálculo de la salida planetaria es calcular el valor del ΔV requerido al lanzamiento, para que con este valor de ΔV el satélite sea capaz de alcanzar el borde de la esfera de influencia de la Tierra con la velocidad requerida según una transferencia de Hohmann para llegar a la altura de la órbita de destino (Psyche).

Para calcular el ΔV requerido, se calcula inicialmente la velocidad que debería tener el satélite para que desde la órbita de la Tierra llegase a la de Psyche (V_{oInfT}). Esto se calcula utilizando la ecuación de la energía.

$$E_T = \frac{V_{oInfT}^2}{2} - \frac{\mu_S}{R_{oT}} = -\frac{\mu_S}{2 a_S} \quad (2)$$

Donde el semieje mayor del vuelo orbital alrededor del Sol (a_S) se calcula como el valor medio de la suma de los radios de las órbitas de influencia de la Tierra y Psyche.

A continuación, teniendo en cuenta que la velocidad a la salida de la órbita de influencia es paralela a la velocidad orbital de la Tierra en el punto de lanzamiento (ya que esta velocidad se calcula sobre la Tierra, despreciando la esfera de influencia Terrestre), se calcula el valor de la velocidad que ha de tener el satélite a la salida de la esfera de influencia Terrestre con respecto a la Tierra (V_{InfT}) mediante la diferencia de las velocidades de ambos cuerpos.

Finalmente, se calcula el ΔV del lanzamiento como la diferencia entre la velocidad que tiene el satélite en la órbita de estacionamiento y la velocidad hiperbólica de salida de la tierra. Donde la velocidad hiperbólica de salida de la Tierra se calcula una vez más mediante la ecuación de la energía, igualando la energía de la órbita en la órbita de estacionamiento con la energía en el punto de salida de la esfera de influencia terrestre.

$$E_{oEst} = E_{oInf} \rightarrow \frac{V_{HipT}^2}{2} - \frac{\mu_T}{R_{oEst}} = \frac{V_{InfT}^2}{2} - \frac{\mu_T}{R_{oInfT}} \quad (3)$$

Una vez calculado el ΔV a la salida, solo nos falta por calcular la posición en la que se debe de dar dicho impulso para que llegue al borde de la esfera de influencia de la Tierra

de tal manera que su velocidad de escape sea paralela a la de la Tierra y el tiempo que necesita el satélite para realizar este recorrido.

Para esto, se calculan los valores de la Energía y el momento angular en la órbita de estacionamiento de la Tierra, así como el valor del semieje mayor y de la excentricidad de dicha órbita (ecuaciones 4 a 7). Y con el valor de la excentricidad se calculará el ángulo η_T , ángulo entre el sentido de la velocidad orbital de la Tierra y el radio vector de escape de la órbita de parkin, ecuación 8.

$$E_T = \frac{V_{HipT}^2}{2} - \frac{\mu_T}{R_{oEstT}} \quad (4)$$

$$h_T = R_{oEstT} V_{HipT} \cos(\Phi_{oEstT}) \quad (5)$$

$$e_T = \sqrt{1 + 2E_T \frac{h_T^2}{\mu_T^2}} \quad (6)$$

$$a_T = -\frac{\mu_T}{2E_T} \quad (7)$$

$$\cos(\eta_T) = -\frac{1}{e_T} \quad (8)$$

Donde Φ_{oEstT} es el ángulo de vuelo de la trayectoria a la salida de la órbita de parkin, dicho valor es un grado de libertad del problema, sin embargo, para aprovechar al máximo la velocidad que tiene el satélite por estar orbitando la Tierra, este ángulo se toma de valor 0.

Finalmente, para el cálculo del tiempo de vuelo, solo queda por calcular los valores de ϕ a la salida de la órbita de estacionamiento, los valores de las anomalías verdaderas (Figura 12) y de las anomalías hiperbólicas excéntricas. Dichos cálculos se realizan de acuerdo a las ecuaciones 9, 10, 11 y 12.

$$\cos(\Phi_{InfT}) = \frac{h_T}{R_{InfT} V_{InfT}} \quad (9)$$

$$v_{H0T} = 0 \quad v_{H1T} = \eta_T - (90 - \Phi_{InfT}) \quad (10)$$

$$\cosh(F_{0T}) = \frac{e_T + \cos(v_{0T})}{1 + e_T \cos(v_{0T})} \quad \cosh(F_{1T}) = \frac{e_T + \cos(v_{1T})}{1 + e_T \cos(v_{1T})} \quad (11)$$

$$t_{HipT} = \sqrt{\frac{-a^3}{\mu_T}} [(e_T \sinh(F_{1T}) - F_{1T}) - (e_T \sinh(F_{0T}) - F_{0T})] \quad (12)$$

Los subíndices 0 y 1 significan respectivamente el punto de partida de la órbita hiperbólica y el punto final.

La Figura 12, representa un boceto de la órbita realizada.

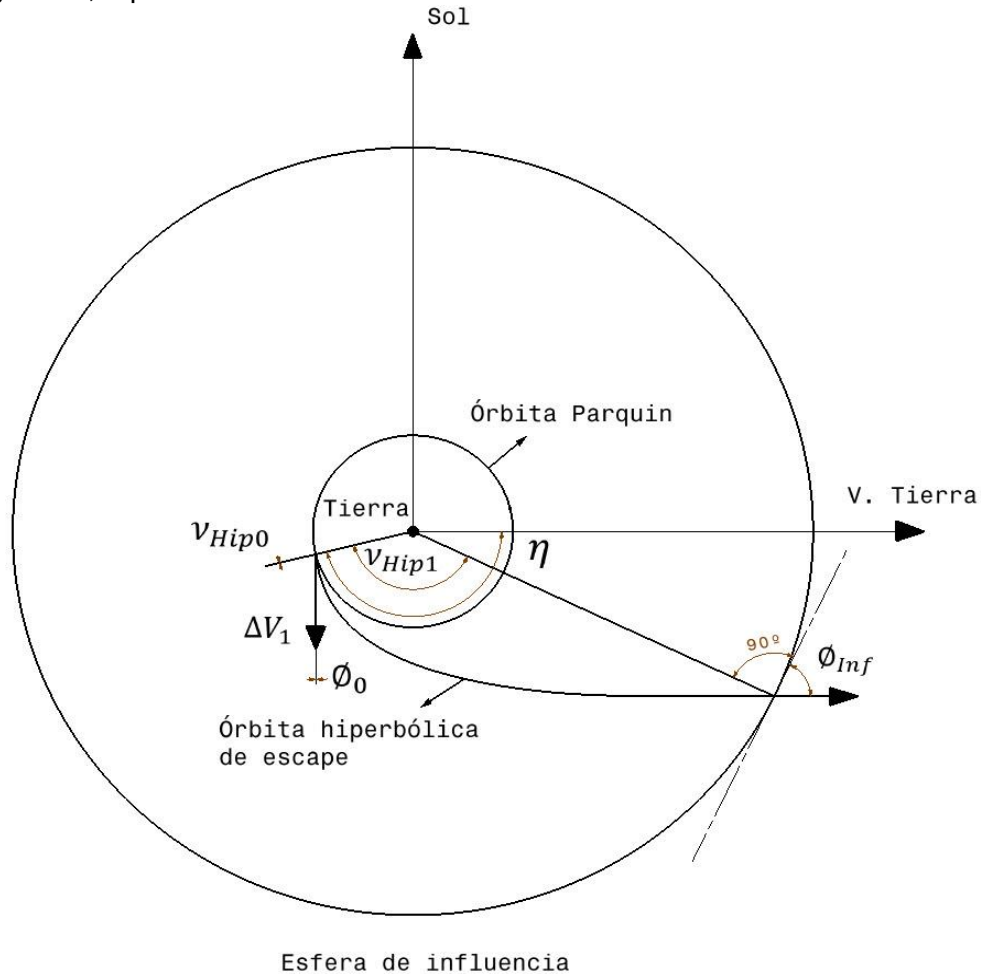


Figura 12. Escape de la Tierra, maniobra de aproximación por cónicas.

Vuelo orbital alrededor del Sol.

Una vez que se escapa de la órbita de influencia de la Tierra, el vuelo orbital continúa alrededor del Sol. En esta parte del cálculo de la trayectoria orbital mediante el método de aproximación por cónicas, se calculará el tiempo que tarda el satélite en llegar hasta la órbita de Psyche, así como el ángulo γ que debe existir entre la Tierra y Psyche en el momento del lanzamiento del satélite desde la Tierra, para que cuando el satélite llegue a la órbita de Psyche, el asteroide se encuentre en el punto de llegada del satélite.

Para llegar a poder calcular dicho ángulo, se parte con el cálculo de los valores característicos de la órbita alrededor del Sol, siendo estos el momento angular, la energía de la órbita, la excentricidad y el valor del semieje mayor y menor. Donde estos se pueden calcular mediante el uso de las ecuaciones de la 3 a la 6 y el valor del semieje menor de acuerdo a la ecuación 13.

$$p_s = \frac{h_s}{\mu_s} \quad (13)$$

Una vez conocidos dichos valores característicos de la órbita, se procede a calcular las anomalías verdaderas, las anomalías excéntricas y el tiempo de transferencia. Donde

el valor de las anomalías verdaderas será de 0° y 180° al ser la órbita alrededor del Sol una órbita de Hohmann (ecuaciones 14 a 16).

$$v_{0T} = \arccos\left(\frac{p_S - R_{OrbT}}{e_S \cdot R_{OrbT}}\right) = 0 \quad v_{0P} = \arccos\left(\frac{p_S - R_{OrbP}}{e_S \cdot R_{OrbP}}\right) = 180 \quad (14)$$

$$\cos(E_{0T}) = \frac{e_S + \cos(v_{0T})}{1 + e_S \cos(v_{0T})} \quad \cos(E_{1P}) = \frac{e_S + \cos(v_{1P})}{1 + e_S \cos(v_{1P})} \quad (15)$$

$$t_S = \sqrt{\frac{-a^3}{\mu_T}} [2K\pi + (e_S \sin(E_{1P}) - E_{1P}) - (e_S \sin(E_{0T}) - E_{0T})] \quad (16)$$

Donde k representa el número de veces que el satélite pasa por el perigeo de la órbita.

Finalmente, conociendo la velocidad angular de cada planeta envuelto en la transferencia, se puede calcular al ángulo de desfase que debe de haber entre los planetas al lanzamiento, utilizando la ecuación 17.

$$\gamma = v_{0P} - v_{0T} - W_P(t_S + t_{HipT}) \quad (17)$$

La Figura 13 representa un boceto de la órbita realizada alrededor del Sol.

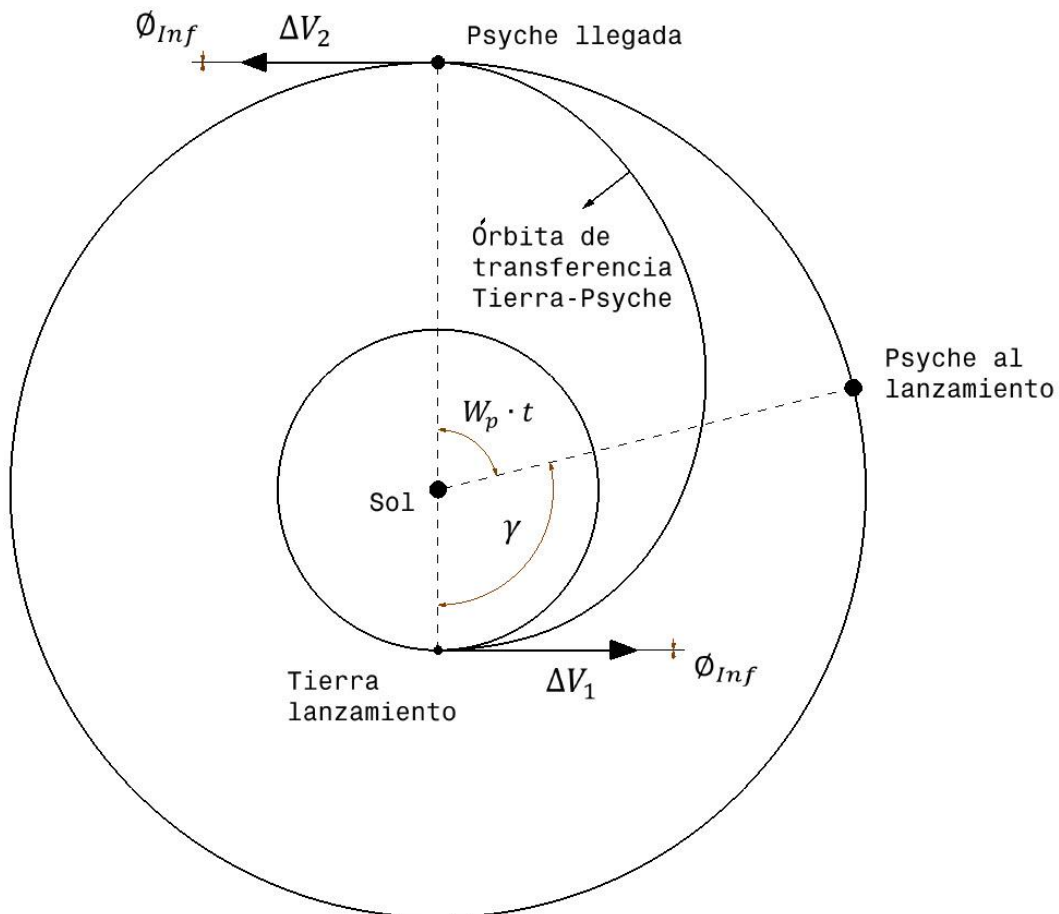


Figura 13. Órbita realizada alrededor del Sol.

Llegada al planeta de destino

La llegada al planeta de destino, se calcula suponiendo que la velocidad con la que se alcanza el borde de la esfera de influencia es la velocidad que llevaría el satélite cuando la órbita que sigue este, se encontrase a la distancia radial del Sol, de la órbita del planeta objetivo. Esto se puede hacer debido a que la distancia recorrida dentro de la esfera del planeta es despreciable respecto de la velocidad recorrida respecto al Sol. Dicha velocidad se calculará en el sistema de referencia perifocal mediante el cálculo de sus componentes radial y perpendicular (ecuaciones 18 y 19).

$$V_{Inf\perp} = \frac{h_S}{R_{OrbP}} \quad (18)$$

$$V_{Inf r} = \frac{\mu_S}{h_S} e_S \sin(\nu_{0P}) \quad (19)$$

Conocidas dichas componentes de la velocidad será posible conocer las componentes de la velocidad respecto del planeta en el sistema perifocal, sin más que restar a la componente perpendicular, la velocidad del planeta. Ya que, al considerar órbitas circulares, en el sistema perifocal, la velocidad de los planetas respecto al Sol solo tiene componente perpendicular. Calculándose la velocidad respecto del planeta sin más que calculando el módulo de dichas velocidades.

$$V_{HipP} = \sqrt{V_{Hip\perp}^2 + V_{Hipr}^2} \quad (20)$$

Finalmente, para calcular la velocidad que tendrá el satélite en el perigeo de la órbita hiperbólica de entrada al planeta de destino, se calcula el momento angular de dicha órbita, así como la energía y excentricidad (adaptando las ecuaciones 4, 5 y 6 para el planeta de destino) calculándose dicha velocidad en el perigeo de acuerdo a la ecuación 21, la cual sale de operar la ecuación de la Energía (ecuación 4) en el perigeo de la órbita hiperbólica de entrada al planeta de destino.

$$V_{HipP} = \sqrt{2 \cdot \left(E_P + \frac{\mu_P}{R_{oEstP}} \right)} \quad (21)$$

Por lo tanto, el cálculo del ΔV a la llegada se calculará como la diferencia de la velocidad hiperbólica en el perigeo menos la velocidad que debería tener el satélite en la órbita de estacionamiento alrededor del Sol.

Ahora bien, falta por conocer cuál será el punto de entrada del satélite a la órbita de influencia del planeta de destino, el cual se definirá mediante la distancia a la línea de ápsides de la hipérbola de entrada, que en nuestro caso debido a que la llegada se produce para el apogeo de la órbita alrededor del Sol, dicha línea de ápsides coincidirá con la dirección del vector velocidad del cuerpo de destino. La distancia objetivo de entrada se calcula de acuerdo a la ecuación 22.

$$\Delta Dist = R_{oEstP} \sqrt{\frac{e_P + 1}{e_P - 1}} \quad (22)$$

La Figura 14 representa un boceto de la órbita de entrada a Psyche.

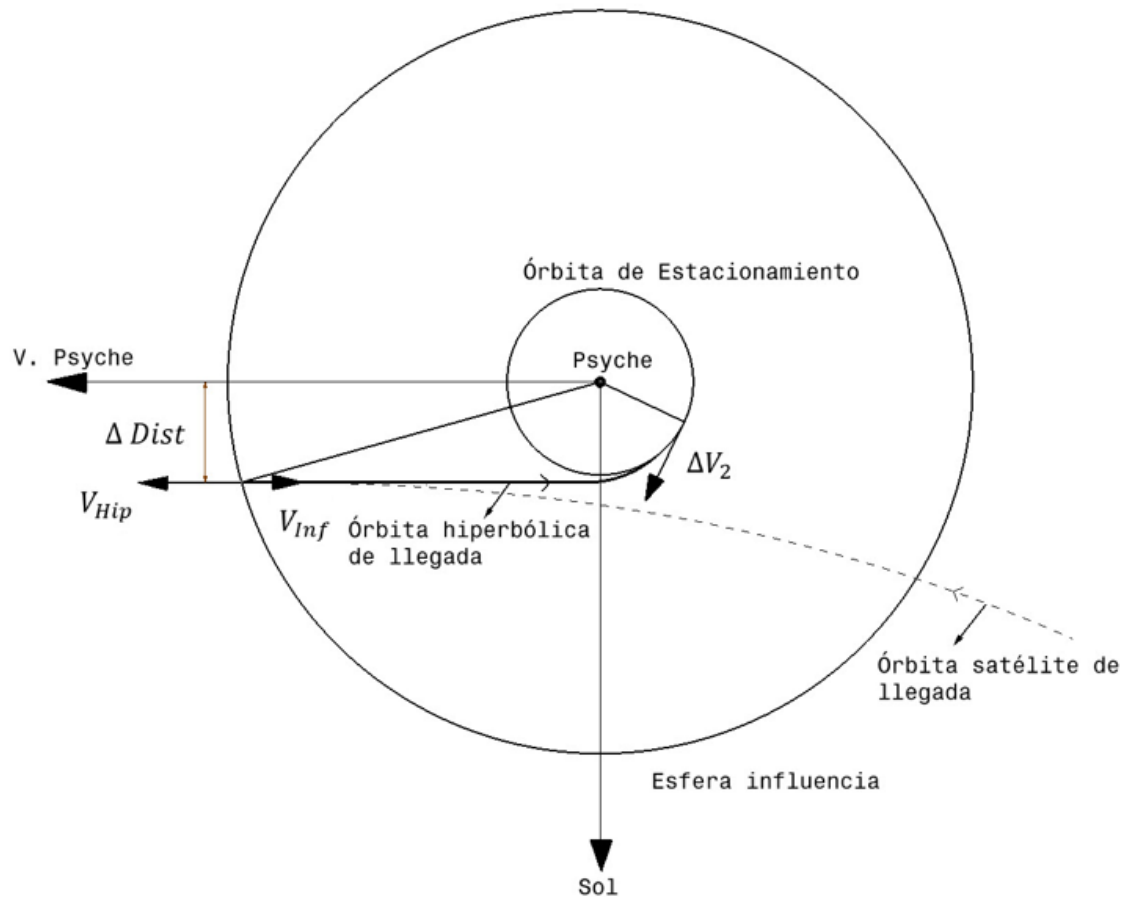


Figura 14. Órbita de entrada a Psyche.

2.2.1. Aproximación por cónicas con flyby

En la aproximación por cónicas con flyby, el proceso que se sigue es muy semejante, se calcula la salida de la Tierra, seguido por el cálculo de la órbita alrededor del Sol hasta el planeta donde se planeó realizar el flyby, se calcula dicho fly by y posteriormente se calcula la órbita alrededor del Sol hasta el planeta destino y la entrada al planeta de destino. Las mayores diferencias consisten en que se ha de calcular el flyby, y comprobar si con el flyby es suficiente para llegar al planeta de destino. En el caso de que no sea suficiente se recalculará el fly by dándose un pequeño impulso en el perigeo de la órbita del flyby para con este llegar al planeta de destino. Y una vez realizado esto, de manera muy similar al cálculo de la ecuación 17, se calculará el ángulo de desfase entre los planetas envueltos en la maniobra de aproximación por cónicas con flyby.

Debido a esto, en este apartado se explica únicamente de manera aislada el cálculo del flyby con y sin impulso en el perigeo de la órbita del flyby.

Cálculo del flyby sin impulso.

Un satélite que entra en la esfera de influencia y que no impacta en el planeta, ni entra en órbita alrededor de él, continuará su trayectoria hiperbólica pasando por el perigeo de dicha órbita y posteriormente, saldrá de la esfera de influencia con un cierto ángulo y velocidad. A este tipo de trayectorias se las denomina flyby o sobrevuelo. En las Figuras 15 y 16 se pueden observar las trayectorias hiperbólicas de flyby junto con sus asíntotas y las líneas de ápsides. Si el perigeo se encuentra en el lado del planeta que apunta en la dirección del movimiento, se dice que es un '*leading-side*' flyby y respecto del Sol, la velocidad de salida será menor que la de entrada (Figura 11). Si el perigeo se encuentra en el lado del planeta opuesto a la dirección de movimiento, decimos que es un '*trailing-side*' flyby y la velocidad post flyby respecto del Sol será mayor que la de la entrada (Figura 10).

A continuación, en base a la nomenclatura que aparece en dichas imágenes, se explica el flyby [7].

En el punto de intersección en la entrada de la esfera de influencia, la velocidad heliocéntrica del satélite $V_1^{(v)}$ es igual a la velocidad heliocéntrica del planeta V más la velocidad de exceso hiperbólica v_{∞_1} del vehículo respecto del planeta, ecuación 23.

$$V_1^{(v)} = V + v_{\infty_1} \quad (23)$$

De forma similar, en el punto de salida intersección con la esfera de influencia, se calcula la velocidad heliocéntrica de salida del satélite (ecuación 24)

$$V_2^{(v)} = V + v_{\infty_2} \quad (24)$$

El cambio en la velocidad heliocéntrica será, por lo tanto, se calcula de acuerdo a la ecuación 25.

$$\Delta V^{(v)} = V_2^{(v)} - V_1^{(v)} = V + v_{\infty_2} - V - v_{\infty_1} = \Delta v_{\infty} \quad (25)$$

Las velocidades de exceso v_{∞_1} y v_{∞_2} se encuentran sobre las asíntotas de la hipérbola y por lo tanto están inclinadas el mismo ángulo β respecto de la línea de ápsides, de forma que v_{∞_1} apunta hacia el centro y v_{∞_2} alejándose del centro, C. Ambas tienen la misma magnitud v_{∞} , y v_{∞_2} es el vector v_{∞_1} rotado un ángulo δ .

Por lo tanto, Δv_{∞} , y como consecuencia $\Delta V^{(v)}$, es un vector que se encuentra sobre la línea de ápsides y siempre apunta en dirección opuesta al periapsis.

En una maniobra de flyby directa (o frontal) la componente de $\overline{\Delta V^{(v)}}$ en la dirección del vector velocidad del planeta es negativa, mientras que para la maniobra de flyby indirecta (o trasera) es positiva. Esto significa que para un flyby directo o frontal se obtiene una disminución de la velocidad heliocéntrica del satélite, y para un flyby indirecto o trasera se produce un aumento de la velocidad.

Con el objetivo de analizar la maniobra de flyby con detalle procederemos como sigue: Primero denotaremos por \hat{u}_V al vector unitario en la dirección de la velocidad heliocéntrica del planeta \vec{V} y por \hat{u}_S al vector unitario que apunta del planeta al Sol, definiendo así el sistema perifocal. En el punto de entrada a la esfera de influencia, la velocidad heliocéntrica del satélite $\vec{V}_1^{(v)}$ se puede escribir como combinación lineal de los vectores \hat{u}_V y \hat{u}_S según a la ecuación 26, donde los componentes escalares de $\vec{V}_1^{(v)}$ se calculan de acuerdo a la ecuación 27 y α_1 es el ángulo entre $\vec{V}_1^{(v)}$ y \vec{V} medido

positivamente. Este ángulo α_1 coincide con el ángulo de vuelo γ de la trayectoria heliocéntrica del satélite cuando esta última intersecta la esfera de influencia del planeta de destino, que se encuentra a una distancia R del Sol.

$$\vec{V}_1^{(v)} = [V_1^{(v)}]_V \hat{u}_V + [V_1^{(v)}]_S \hat{u}_S \quad (26)$$

$$[V_1^{(v)}]_V = V_1^{(v)} \cos(\alpha_1) \quad [V_1^{(v)}]_S = V_1^{(v)} \sin(\alpha_1) \quad (27)$$

Pudiéndose calcular las componentes de $\vec{V}_1^{(v)}$ en función de la excentricidad de la órbita, momento angular y anomalía verdadera de encuentro con el planeta donde se realiza el flyby, de acuerdo a la ecuación 28 y 29.

$$[V_1^{(v)}]_V = V_{\perp 1} = \frac{\mu_{sol}}{h_1} (1 + e_1 \cos(v_1)) \quad [V_1^{(v)}]_S = -V_{r_1} = \frac{\mu_{sol}}{h_1} e_1 \sin(v_1) \quad (28 \text{ y } 29)$$

La velocidad del planeta respecto del Sol es $\vec{V} = V \hat{u}_V$ donde $V = \sqrt{\mu_{sol}/R}$. En el punto de entrada de la esfera de influencia tenemos que $\vec{v}_{\infty 1} = \vec{V}_1^{(v)} - \vec{V}$, pudiéndose calcular el valor de $\vec{v}_{\infty 1}$, sus componentes y magnitud según la ecuación 30, 31 y 32

$$\vec{v}_{\infty 1} = (v_{\infty 1})_V \hat{u}_V + (v_{\infty 1})_S \hat{u}_S \quad (30)$$

$$(v_{\infty 1})_V = V_1^{(v)} \cos(\alpha_1) - V \quad (v_{\infty 1})_S = V_1^{(v)} \sin(\alpha_1) \quad (31)$$

$$v_{\infty} = \sqrt{[V_1^{(v)}]^2 + V^2 - 2V_1^{(v)}V \cos(\alpha_1)} \quad (32)$$

En el punto de intersección con la esfera de influencia, conocemos el valor de v_{∞} . Por lo tanto, si se especifica el radio del periapsis r_p , podemos calcular el momento angular y la excentricidad de la hipérbola de flyby (respecto del planeta) mediante las ecuaciones 33 y 34.

$$h = r_p \sqrt{v_{\infty}^2 + \frac{2\mu}{r_p}} \quad e = 1 + \frac{r_p v_{\infty}^2}{\mu} \quad (33 \text{ y } 34)$$

donde μ es el parámetro gravitacional del planeta. El ángulo entre $v_{\infty 1}$ y el vector velocidad heliocéntrica del planeta es ϕ_1 y se calcula de acuerdo a la ecuación 35

$$\phi_1 = \arctan\left(\frac{(v_{\infty 1})_S}{(v_{\infty 1})_V}\right) = \arctan\left(\frac{V_1^{(v)} \sin(\alpha_1)}{V_1^{(v)} \cos(\alpha_1) - V}\right) \quad (35)$$

De este modo, conocidos el valor de ϕ_1 y el valor del cambio giro de ángulo, dado por la ecuación 36, será posible calcular el ángulo ϕ_2 a la salida sin más restando a ϕ_1 el valor del giro si el flyby es de trailing-edge, o sumándoselo si es de leading-edge.

$$\delta = 2 \arcsin\left(\frac{1}{e}\right) \quad (36)$$

Finalmente, conocido dicho ángulo, será posible pasar a calcular la velocidad a la salida, así como la excentricidad y momento angular a la salida del flyby, los cuales se utilizarán para calcular el perigeo y apogeo de la nueva órbita alrededor del Sol en función de los cuales se podrá saber si la órbita llega o no a alcanzar la órbita del planeta de destino. Las ecuaciones requeridas se reflejan en las ecuaciones de la 37 a la 39. Donde la excentricidad se calculará utilizando las ecuaciones 38 y 39 para conocer el cuadrante

y el radio del perigeo y apogeo de la nueva órbita con la ecuación 38 sin más que sustituyendo para cada caso la anomalía verdadera con el valor correspondiente.

$$h_S = R_{Orb} V_{\perp} \quad (37)$$

$$R = \frac{h_S^2}{\mu_S} \frac{1}{1 + e_S \cos(\nu)} \quad (38)$$

$$V_r = \frac{\mu_S}{h_S} e_S \sin(\nu) \quad (39)$$

Cálculo del flyby con impulso

A continuación, para el cálculo del flyby con impulso, este se realizará de manera muy semejante al cálculo sin impulso.

Inicialmente se procede de manera idéntica al caso de flyby sin impulso hasta el cálculo de la ecuación 34. Una vez llegados a este punto, mediante las ecuaciones 28 y 29, como ya son conocidas la excentricidad y el momento angular de la órbita de flyby (ecuaciones 33 y 34), se calcula las componentes perpendicular y radial para un sistema perifocal centrado en el cuerpo donde se realiza el flyby. Para dicho sistema perifocal y siguiendo la nomenclatura mostrada en las Figuras 15 y 16, la componente \hat{u}_S se define apuntando al planeta donde se realiza el flyby y la componente \hat{u}_V se define mediante un giro levógiro respecto de la componente \hat{u}_S .

Una vez que se obtienen las componentes de la velocidad respecto del nuevo sistema, se aplica el impulso, el cual se aplica en el perigeo de la órbita (siendo este punto el perigeo de la nueva órbita ya que es impulso aplicado aporta energía a la órbita). Al ser aplicado el impulso en el perigeo, las nuevas componentes de la velocidad se obtienen de acuerdo a las ecuaciones 40 y 41, donde el subíndice 0 hace referencia a los valores antes del impulso y el subíndice 1 a los valores después del impulso.

$$V_{\perp 1} = V_{\perp 0} + \Delta V \quad V_{r 1} = V_{r 0} = 0 \quad (40 \text{ y } 41)$$

Una vez conocidas las nuevas componentes de la velocidad, se calculará el momento angular, excentricidad de la nueva órbita y semieje menor, utilizándose las ecuaciones 13, 33, 34 y 37 adaptadas al nuevo caso. Inicialmente se calcula la h haciendo uso de la ecuación 37 (pues aún no es conocida la velocidad en el infinito de la órbita de salida), a continuación despejando de la ecuación 33 calcularemos la nueva velocidad en el infinito y con la ecuación 34 y 13 se calculara respectivamente la excentricidad y el semieje mayor.

Conociéndose dichos valores, será ya posible calcular el valor de la anomalía verdadera a la salida del flyby, sin más que despejando dicho término de la ecuación 38, donde R se corresponderá con el valor del radio de la esfera de influencia del planeta donde se realice el flyby (se obtiene a partir de la ecuación 1). Obteniéndose la ecuación 42.

$$\nu = \arccos \left(\frac{\frac{p}{R_{mf}} - 1}{e} \right) \quad (42)$$

A continuación, mediante las ecuaciones 28 y 29 y los valores de la nueva órbita que queda post flyby, se calculan los valores de las componentes perpendicular y radial de la velocidad en el borde de la esfera de influencia a la salida.

Una vez llegado a este punto, solo es necesario recalcular el valor de ϕ_2 , ya que una vez que se conozca este valor, volviendo a las ecuaciones de la 37 a la 39, se comprobara de si con el impulso aportado se llega al planeta destino o no.

Para el cálculo de ϕ_2 se ha de conocer cuál es el ángulo de giro de la órbita, el cual al estar compuesto de dos órbitas diferentes que se encuentran en el perigeo, será la suma de los semi-ángulos de giro de dichas órbitas, quedando el ángulo de giro del flyby como se indica en la ecuación 43.

$$\delta_{FB} = \arcsin\left(\frac{1}{e_{pre\Delta V}}\right) + \arcsin\left(\frac{1}{e_{post\Delta V}}\right) \quad (43)$$

Calculándose por tanto el ángulo ϕ_2 se calcula restando a ϕ_1 el valor del giro si el flyby es de trailing-edge, o sumándoselo si es de leading-edge.

Cabe destacar que este proceso se debe realizar iterativamente, ya que la maniobra de flyby es una maniobra que permite acelerar el satélite sin necesidad de gastar combustible, por lo tanto lo interesante será calcular cual es el mínimo ΔV que se ha de aplicar en el perigeo de la órbita del flyby para llegar al planeta de destino. Esto se hace mediante un proceso iterativo en el cual se aplica un pequeño ΔV , se resuelve el flyby y se comprueba si se llega al planeta de destino o no, en caso de que no se llegue se aplica un ΔV un poco mayor y se recalcula todo. Esto se hará hasta un valor máximo del ΔV , ya que si este tuviese que ser muy grande la maniobra de flyby dejaría de ser rentable.

2.3. Problema de Lambert

El método de resolución del problema de Lambert es un método por el cual, aportando el vector de la posición radial del satélite a la salida y a la llegada y un intervalo de tiempo deseado para llegar de una posición a otra, se calcula la velocidad que debe de tener dicho satélite a la salida y a la llegada en las posiciones dadas para que llegue desde una posición a la otra en el tiempo requerido. Esto supone una simplificación, ya que la resolución del problema de Lambert resuelve la trayectoria sin tener en cuenta que el satélite sale desde un cuerpo celeste y llega a otro, no considerando el efecto que tienen las esferas de influencia de dichos cuerpos en la trayectoria del satélite.

Debido a esto, a continuación, se explica la resolución del problema de Lambert y los cálculos realizados una vez resuelto el problema de Lambert para tener en cuenta los efectos de las esferas de influencia de los cuerpos celestes de salida y de llegada [7] [11].

Problema de Lambert.

En primer lugar, se comienza por calcular el ángulo formado por los dos radiovectores de la posición del satélite, que de acuerdo a la Figura 17 se denominará $\Delta\theta$. Para el cálculo de este ángulo, será necesario considerar el cuadrante en el que se encuentra, lo cual se hará mediante el signo de la componente en el eje Z del producto vectorial de los radiovectores $(\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2)_Z$. De modo que, en el caso de que la órbita de consideración sea posigrada, si $(\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2)_Z$ es mayor o igual que cero $\Delta\theta$ se encontrará en el primer y segundo cuadrante y si es menor que 0 estará en el tercer o cuarto cuadrante. En el caso de órbita retrograda, el cuadrante en el que se encuentre $\Delta\theta$ será el contrario.

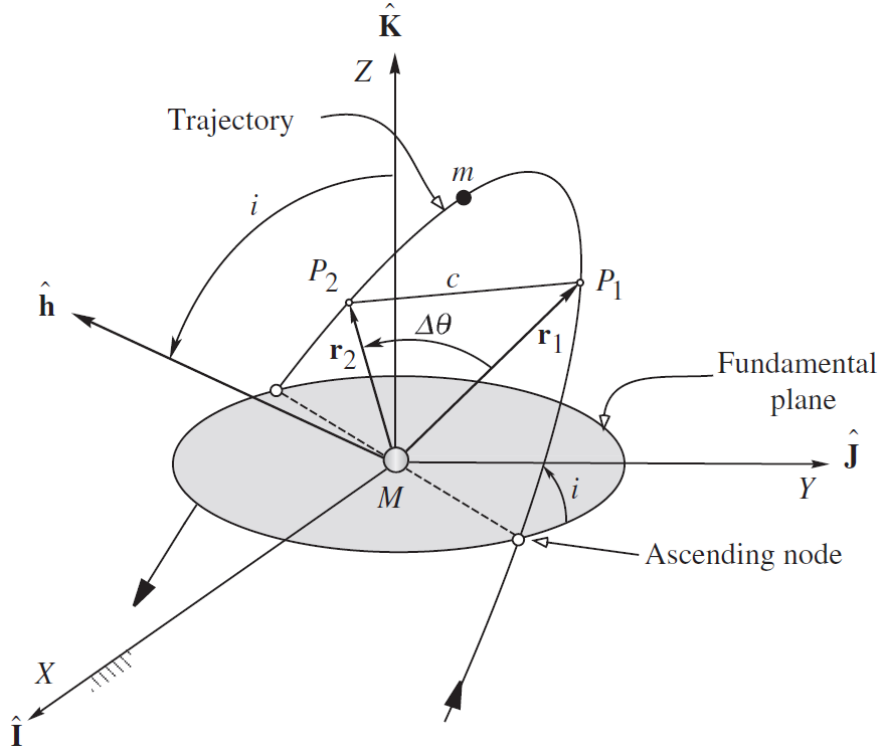


Figura 15. Boceto del modo de resolución del problema de Lambert. Fuente: [7].

Una vez conocido el ángulo formado por los radiovectores de posición, pasamos a resolver el problema de Lambert.

Conocida la posición del satélite a la salida y posición a la que se desea llegar, la velocidad que deberá tener el satélite en dichos puntos del espacio vendrá dada por las ecuaciones 44 y 45, las cuales están expresadas en función de los coeficientes de Lambert f y g así como de sus derivadas temporales. Dichos coeficientes de Lagrange, expresados en función de la anomalía universal y de los coeficientes de Stumpff (ecuaciones 54 y 55) y de Δt , se muestran en las ecuaciones de la 46 a la 49, aunque como se muestra en las ecuaciones de la 50 a la 53, también es posible expresarlos en función de h y de $\Delta\theta$. La nomenclatura de dichas ecuaciones seguirá la mostrada en la Figura 15.

$$\vec{r}_2 = f\vec{r}_1 + g\vec{V}_1 \quad (44)$$

$$\vec{V}_2 = \dot{f}\vec{r}_1 + \dot{g}\vec{V}_1 \quad (45)$$

$$f = 1 - \frac{\chi^2}{|\vec{r}_1|} C(z) \quad g = \Delta t - \frac{1}{\sqrt{\mu}} \chi^3 S(z) \quad (46 \text{ y } 47)$$

$$\dot{f} = \frac{\sqrt{\mu}}{|\vec{r}_1||\vec{r}_2|} \chi [zS(z) - 1] \quad \dot{g} = 1 - \frac{\chi^2}{|\vec{r}_2|} C(z) \quad (48 \text{ y } 49)$$

$$f = 1 - \frac{\mu|\vec{r}_2|}{h^2} (1 - \cos\Delta\theta) \quad g = \frac{|\vec{r}_1||\vec{r}_2|}{h} \sin\Delta\theta \quad (50 \text{ y } 51)$$

$$\dot{f} = \frac{\mu}{h} \frac{1 - \cos\Delta\theta}{\sin\Delta\theta} \left[\frac{\mu}{h^2} (1 - \cos\Delta\theta) - \frac{1}{|\vec{r}_1|} - \frac{1}{|\vec{r}_2|} \right] \quad \dot{g} = 1 - \frac{\mu|\vec{r}_1|}{h^2} (1 - \cos\Delta\theta) \quad (52 \text{ y } 53)$$

$$S(z) = \begin{cases} \frac{\sqrt{z} - \sin(\sqrt{z})}{(\sqrt{z})^3} & (z > 0) \\ \frac{\sinh(\sqrt{-z}) - \sqrt{-z}}{(\sqrt{-z})^3} & (z < 0) \\ \frac{1}{6} & (z = 0) \end{cases} \quad (54)$$

$$C(z) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(\sqrt{z})}{z} & (z > 0) \\ \frac{\cosh(\sqrt{-z}) - 1}{-z} & (z < 0) \\ \frac{1}{2} & (z = 0) \end{cases} \quad (55)$$

Dichas ecuaciones, son dependientes de h , z y de χ ya que para el problema de Lambert $\Delta\theta$, Δt , \vec{r}_1 y \vec{r}_2 son conocidas, debiéndose por tanto resolver el problema para una de dichas variables (z). Con esto, mediante las ecuaciones 47 y 51, conociendo que $f\dot{g} - \dot{f}g = 1$ se puede despejar el valor de h y resolviendo la igualdad de las ecuaciones 46 y 50, se llega a la ecuación 56, en la cual, se define el término A de acuerdo a la ecuación 57.

$$\sqrt{\mu}\Delta t = \chi^3 S(z) + \chi\sqrt{C(z)} \left(\sin\Delta\theta \sqrt{\frac{|\vec{r}_1||\vec{r}_2|}{1 - \cos\Delta\theta}} \right) \quad (56)$$

$$A = \sin\Delta\theta \sqrt{\frac{|\vec{r}_1||\vec{r}_2|}{1 - \cos\Delta\theta}} \quad (57)$$

La ecuación 56 ya solo depende de z y de χ . Por lo tanto, ya solo queda encontrar una relación entre dichas incógnitas. Para esto, después de opera con las ecuaciones 48 y 52 se llega a la ecuación 58, la cual nos da ya una relación entre dichas variables, la cual se da en función del término $y(z)$, definido en la ecuación 60.

$$\chi^2 C(z) = |\vec{r}_1| + |\vec{r}_2| + A \frac{z S(z) - 1}{\sqrt{C(z)}} \quad (58)$$

$$\chi = \sqrt{\frac{y(z)}{C(z)}} \quad (59)$$

$$y(z) = |\vec{r}_1| + |\vec{r}_2| + A \frac{z S(z) - 1}{\sqrt{C(z)}} \quad (60)$$

Finalmente, sustituyendo la relación obtenida para χ en la ecuación 56, se obtiene la ecuación 61 que es dependiente únicamente de z .

$$\sqrt{\mu}\Delta t = \left[\frac{y(z)}{C(z)} \right]^{\frac{3}{2}} S(z) + A\sqrt{y(z)} \quad (61)$$

Donde para calcular el valor de la z se utiliza la fórmula de Newton, ecuación 62, la cual sigue un proceso iterativo de resolución.

$$z_{i+1} = z_i - \frac{F(z_i)}{F'(z_i)} \quad (62)$$

Por lo tanto, solo queda por definir la función de resolución del método de Newton, las cuales se especifican a continuación en las ecuaciones 63 y 64. Donde se ha de tener en cuenta que, debido a la presencia de z en el denominador de la derivada temporal de la función, el caso en el que $z = 0$, se considera como un caso especial.

$$F(z) = \left[\frac{y(z)}{C(z)} \right]^{\frac{3}{2}} S(z) + A\sqrt{y(z)} - \sqrt{\mu}\Delta t \quad (63)$$

$$\dot{F}(z) = \begin{cases} \left[\frac{y(z)}{C(z)} \right]^{\frac{3}{2}} \left\{ \frac{1}{2z} \left[C(z) - \frac{3S(z)}{2C(z)} \right] \right\} + \frac{A}{8} \left[3 \frac{S(z)}{C(z)} \sqrt{y(z)} + A \sqrt{\frac{C(z)}{y(z)}} \right] & (z \neq 0) \\ \frac{\sqrt{2}}{40} y(0)^{\frac{3}{2}} + \frac{A}{8} \left[\sqrt{y(0)} + A \sqrt{\frac{1}{2y(0)}} \right] & (z = 0) \end{cases} \quad (64)$$

Finalmente, una vez conocida la variable z que resuelve el problema, solo queda por expresar los coeficientes de Lagrange en función de la variable z , mostrándose dichos coeficientes en función de z en las ecuaciones 65, 66, 67 y 68.

$$f = 1 - \frac{y(z)}{|\bar{r}_1|} \quad g = A \sqrt{\frac{y(z)}{\mu}} \quad (65 \text{ y } 66)$$

$$\dot{f} = \frac{\sqrt{\mu}}{|\bar{r}_1||\bar{r}_2|} \sqrt{\frac{y(z)}{C(z)}} [zS(z) - 1] \quad \dot{g} = 1 - \frac{y(z)}{|\bar{r}_2|} \quad (67 \text{ y } 68)$$

Adaptación de la solución del problema de Lambert y proceso de resolución

Para la resolución del problema de Lambert, se aportan los radiovectores de la posición del satélite a la salida y a la llegada. Estos radiovectores se calculan a partir de las efemérides de los cuerpos de salida y llegada para el tiempo estipulado de lanzamiento y de llegada al cuerpo celeste de destino. Debido a esto, las velocidades que se calculan para el satélite son aquellas que debería de tener si este se encontrase en el centro de los planetas de destino y origen. Sin embargo, debido a las enormes distancias recorridas en el espacio, de igual modo en que se hace para el método de aproximación por cónicas en el caso de la llegada al cuerpo de destino, la distancia que recorrería el planeta desde el centro de un cuerpo hasta el borde de la esfera de este es completamente despreciable respecto a la distancia que recorre entre dos cuerpos celestes. Por tanto, el cambio del vector velocidad sufre una variación insignificante entre el valor que tiene en el centro del cuerpo y el que tendría si este se calculase para la posición que tendría a la salida de la órbita de influencia.

Ahora bien, el satélite a la salida del planeta de origen ya tiene una velocidad propia por el hecho de encontrarse en una órbita alrededor del Sol y de que el planeta de origen tenga una velocidad propia. Por lo tanto para el cálculo tanto del ΔV a la salida del planeta de origen y a la llegada, se supondrá que las velocidades que se obtienen de la resolución del problema de Lambert son las velocidades que tendría el satélite respecto del Sol a la salida y entrada de las esferas de influencia del correspondiente cuerpo celeste.

En cuanto al proceso de resolución, este se explica a continuación para una fecha concreta de salida y de llegada al planeta de destino.

Inicialmente será requerido conocer los valores de las efemérides tanto del planeta de origen como del de destino para unas fechas estipuladas, las cuales se pueden obtener a partir de la página web Horizons de la NASA [5]. Desde Horizons se obtendrán los valores de a , e , Ω , ω y v , a partir de los cuales será posible calcularse los valores de la posición radial de cada planeta para el tiempo considerado (suponiéndose esta posición como la de nuestro satélite) y la velocidad que tienen en cada punto. Calculándose el radiovector de la posición y velocidad de los cuerpos celestes de acuerdo a las ecuaciones 69 y 70.

$$\vec{r} = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{\text{ecos}(v)} [\cos(v)_i, \sin(v)_j, 0_k] \quad (69)$$

$$\vec{V} = \frac{\mu}{h} [-\sin(v)_i, e + \cos(v)_j, 0_k] \quad (70)$$

Ahora bien, estos valores de la posición y velocidad están calculados para un sistema perifocal centrado en cada órbita, por lo tanto, para resolver el problema de Lambert, debido a que este opera en el sistema heliocéntrico, se realiza una transformada mediante rotaciones de Euler, quedando la matriz de rotación como se muestra en la ecuación 71, donde "c" representa el coseno y "s" el seno

$$M_{Rot} = R_3(\Omega) \cdot R_1(i) \cdot R_3(\omega) = \begin{pmatrix} c(\Omega)c(\omega) - c(i)s(\Omega)s(\omega) & -c(\Omega)s(\omega) - c(i)c(\omega)s(\Omega) & s(\Omega)s(i) \\ c(\omega)s(\Omega) + c(\Omega)c(i)s(\omega) & c(\Omega)c(\omega)c(i) - s(\Omega)s(\omega) & -c(\Omega)s(i) \\ s(i)s(\omega) & c(\omega)s(i) & c(i) \end{pmatrix} \quad (71)$$

Una vez conocidos los radiovectores de posición, se procederá a la resolución del problema de Lambert previamente explicado, el cual calcula los valores que debería de tener el satélite (\vec{V}_{sat}) en dichas posiciones para la transferencia orbital del satélite de un punto a otro. Dichas velocidades serán supuestas como la velocidad del satélite encontrándose este en el borde de la esfera de influencia del cuerpo celeste correspondiente.

Finalmente, para el cálculo de los impulsos requeridos, se calcula inicialmente la magnitud del vector velocidad que tendría el satélite respecto del cuerpo celeste correspondiente (V_{InfP}) para finalmente propagar dicha órbita hasta la órbita de parkin (para el destino) o de estacionamiento (a la salida), según el caso. Dichos cálculos requeridos se reflejan en las ecuaciones 72 y 73, donde la ecuación 73 es obtenida operando la ecuación de la energía, donde se ha sustituido el término potencial de la misma en función de la velocidad de la órbita de parkin del satélite (V_{Est}).

$$V_{InfP} = |\vec{V}_{Sat} - \vec{V}_P| \quad (72)$$

$$\Delta V = \sqrt{V_{InfP}^2 + 2V_{Est}^2} - V_{Est} \quad (73)$$

2.3.1. Problema de Lambert con fly by

Para la resolución del problema de Lambert con flyby, se procede de manera muy similar al caso del problema de Lambert anteriormente descrito. Donde la mayor diferencia es que será necesario calcular cual es el incremento de velocidad que le aporta al satélite el hecho de realizar un flyby, y si con este incremento de velocidad es posible llegar al cuerpo celeste de destino.

Para la resolución de este caso, se resuelve el problema de Lambert para dos casos separados, donde el primer problema se resuelve para el vuelo desde el planeta de origen hasta el planeta donde se realice el flyby y el segundo problema de Lambert se resuelve para el cálculo desde la salida del flyby hasta la llegada al cuerpo celeste de destino. Quedando por tanto la resolución del flyby [11].

Para la resolución del flyby, serán conocidas la velocidad que tiene el satélite a la entrada del mismo y la que debería tener a la salida. Debiéndose únicamente comprobar, si en función de las orientaciones que tenga el vector velocidad a la entrada y a la salida, si es posible obtener mediante un flyby, que cumpla con los requerimientos del ángulo de entrada y salida del flyby, un impulso que haga que la magnitud del vector de salida a la salida del flyby coincida con la magnitud del vector velocidad a la salida que se debe de tener para cumplir con lo calculado según el segundo problema de Lambert resuelto. Se ha de tener en cuenta que para ampliar el rango posible de fechas en los que sea posible realizar un flyby, se permitirá la aplicación de un pequeño impulso en el flyby.

Inicialmente se calculan los valores de la velocidad respecto del planeta donde se realiza el flyby ($\vec{V}_{\infty 1}$), donde \vec{V}_{Sat1} es la velocidad del satélite obtenida de la resolución del problema de Lambert y \vec{V}_P la velocidad del planeta obtenida a partir de sus efemérides. Correspondiéndose los subíndices 0 a la entrada al flyby y 1 a la salida del flyby.

$$\vec{V}_{\infty 0} = \vec{V}_{Sat0} - \vec{V}_P \quad \vec{V}_{\infty 1} = \vec{V}_{Sat1} - \vec{V}_P \quad (74)$$

Para el cálculo del flyby, como se permite la aplicación de un pequeño impuso (el cual se dará en el perigeo de la órbita de entrada del flyby), la órbita que sigue de entrada y de salida son órbitas diferentes, sin embargo, para que sea posible el flyby dichas órbitas se han de cortar en un punto, siendo este punto el perigeo de la órbita de entrada donde se aplica el impulso.

Ahora bien, en función de un pseudo ángulo de giro (δp) de las componentes vectoriales a la entrada y a la salida, si se estipula la altura a la cual se desea realizar el flyby, será posible calcular cual es la velocidad de cada órbita en el punto del perigeo del flyby de acuerdo a las ecuaciones 75 y 76, (obtenidas de operar las ecuaciones 36 y 34), donde

en la ecuación 76 se ha despejado el valor del pseudo giro en función de la velocidad (V_{Rperig}) que tendría una órbita de parkin a la altura del perigeo de la órbita de flyby ($R_{perigeo}$), pudiendo a partir de la diferencia de velocidades calcularse el impulso que se ha de aplicar en el flyby. Filtrándose posteriormente los casos en los que el valor a aplicar sea mayor que el estipulado.

$$R_{perigeo} = \frac{\mu(\csc(\delta p) - 1)}{V_{\infty}^2} \quad (75)$$

$$\sin(\delta p) = \frac{1}{1 + \frac{|\vec{V}_{\infty}|^2}{V_{Rperig}^2}} \quad (76)$$

A continuación, y como se ilustra en la Figura 16, (donde al pseudo giro lo nombra v), se puede despejar el valor del ángulo de giro de la órbita del flyby de acuerdo a las velocidades que se tienen en el borde de la esfera de influencia, ecuación 77. Finalmente obteniéndose la ecuación 78 a partir de la 76 y 77, donde mediante un método iterativo será posible calcular la altura a la cual se realiza el flyby a través de la velocidad que tendría una órbita de parkin a esa altura (ecuación 79).

$$\sin(\delta p_0 + \delta p_1) = \frac{|\vec{V}_{\infty 0} \times \vec{V}_{\infty 1}|}{|\vec{V}_{\infty 0}| |\vec{V}_{\infty 1}|} \quad (77)$$

$$\arcsin\left(\frac{|\vec{V}_{\infty 0} \times \vec{V}_{\infty 1}|}{|\vec{V}_{\infty 0}| |\vec{V}_{\infty 1}|}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{1 + \frac{|\vec{V}_{\infty 0}|^2}{V_{Rperig}^2}}\right) + \arcsin\left(\frac{1}{1 + \frac{|\vec{V}_{\infty 1}|^2}{V_{Rperig}^2}}\right) \quad (78)$$

$$V_{Rperig}^2 = \frac{\mu}{R_{perigeo}} \quad (79)$$

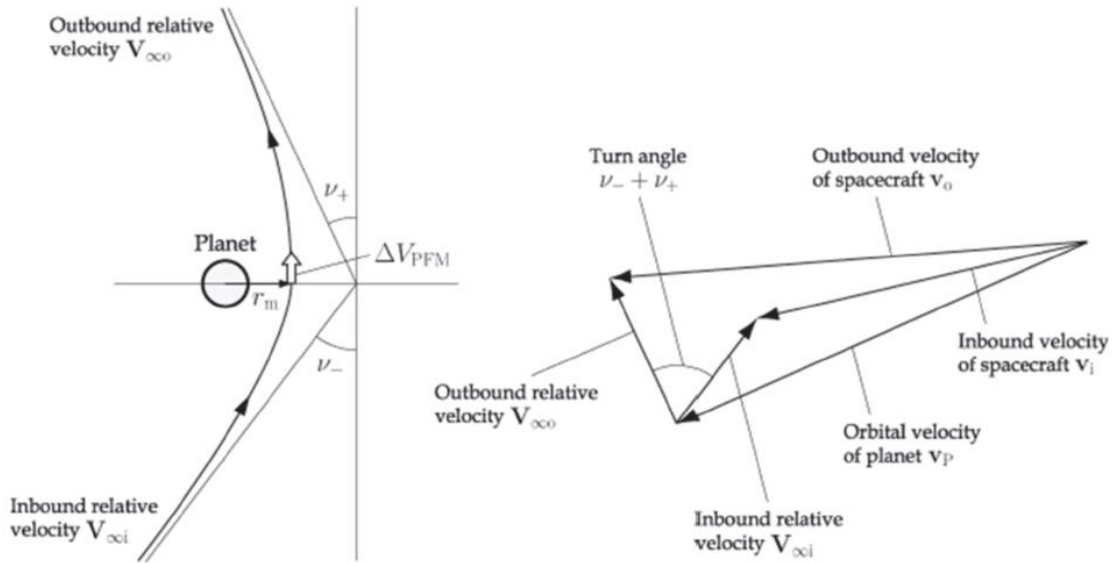


Figura 16. Esquematación del vuelo de flyby permitiendo un pequeño impulso en el perigeo. Fuente: [11].

Finalmente, operando con la ecuación de la energía (ec. 2), será posible obtener la velocidad de la órbita de flyby de entrada y la de la salida en el perigeo de cada órbita ($V_{perigFB}$) de acuerdo a la ecuación 80. Calculándose por tanto el impulso a aplicar sea de 0 m/s. Ahora bien, para las soluciones que se obtengan se deberán filtrar en función de la altura del perigeo del flyby, ya que si esta es menor al radio del planeta (más un cierto valor para no entrar a la atmósfera del planeta donde se realice el flyby) significará que el flyby no es posible ya que el satélite colisionaría con el planeta.

$$V_{perigFB0} = \sqrt{V_{\infty 0}^2 + \frac{2\mu}{R_{Perigeo}}} \quad V_{perigFB1} = \sqrt{V_{\infty 1}^2 + \frac{2\mu}{R_{Perigeo}}} \quad (80)$$

$$\Delta V_{FB} = V_{perigFB1} - V_{perigFB0} \quad (81)$$

2.4. Perturbaciones orbitales

En este capítulo se proporcionará una breve descripción de las perturbaciones orbitales, las fuentes de perturbación y los fenómenos físicos asociados con el movimiento orbital [9].

Se definen las perturbaciones orbitales como aquellas pequeñas desviaciones que se producen respecto del movimiento orbital teórico de dos cuerpos. Este movimiento orbital puede expresarse por soluciones cónicas (elipses, hipérbolas y parábolas) cerradas. Las ecuaciones del movimiento de dos cuerpos y sus soluciones se deducen a partir de las leyes de gravitación de Newton y las leyes de Kepler bajo la hipótesis de masas puntuales o bien masas distribuidas esférica y simétricamente. La ecuación de movimiento orbital de dos cuerpos tiene una expresión conocida (ecuación 82) donde \vec{r} es el vector posición del satélite medido respecto del centro del cuerpo principal y μ es el parámetro gravitacional de dicho cuerpo.

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} \quad (82)$$

Debido a la presencia de diferentes fuerzas perturbadoras, la ecuación anterior puede emplearse sólo como una aproximación del movimiento real. La fiabilidad de esta aproximación decrece a medida que aumenta el tiempo de propagación. Estas fuerzas perturbadoras incluyen: la desviación de una esfera perfecta del cuerpo principal, las atracciones gravitatorias de otros cuerpos, resistencias atmosféricas, la radiación solar, etc. La forma general de la ecuación de movimiento cuando se consideran las perturbaciones viene dada por la ecuación 83, donde a_p es la suma de todas las aceleraciones perturbadoras.

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} + a_p \quad (83)$$

En el sistema solar, la magnitud de todas las aceleraciones perturbadoras es, al menos, un orden de magnitud menor que el de la aceleración gravitatoria. Ahora bien, el término a_p de la ecuación de movimiento hace que la solución ya no pueda ser expresada como una cónica cerrada, ya que introduce perturbaciones a las órbitas de transferencia explicadas previamente. Siendo este el principal motivo por lo que los métodos de cálculo de órbitas de transferencia que se han explicado y que se implementan en este trabajo, valen únicamente a modo de una primera aproximación del cálculo de las órbitas de transferencia y de las fechas de lanzamiento, ya que no contemplan las perturbaciones orbitales que refleja el término a_p .

2.4.1. Desviación respecto de una esfera perfecta

Los efectos de perturbación debidos a la distribución irregular de la masa del cuerpo principal se deducen a partir de los potenciales gravitatorios. La expresión matemática de esta perturbación se obtiene a partir del desarrollo en serie del potencial gravitatorio, donde cada término de la serie representa un tipo de asimetría. El término de perturbación más conocido es el J_2 , que es el uno de los principales efectos de perturbación para órbitas próximas a la Tierra. Este término está relacionado con el achatamiento ecuatorial terrestre y es responsable de las desviaciones que se producen en la ascensión recta del nodo ascendente, el argumento del perigeo y el movimiento medio. Estos efectos perturbadores deberían tenerse en cuenta cuando se estudian las trayectorias orbitales alrededor de planetas del sistema solar.

2.4.2. Atracciones gravitatorias de otros cuerpos

En los modelos empleados para el diseño de un viaje interplanetario se ha empleado el concepto de esfera de influencia para determinar los efectos gravitatorios y dividir el viaje en tres etapas. Sin embargo, a lo largo de los vuelos suficientemente largos es importante observar las posibles interacciones con otros cuerpos del sistema solar bien porque la trayectoria pasará por la esfera de influencia de otro cuerpo o cerca de esta, o bien porque no se han tenido en cuenta el efecto gravitatorio de otros elementos

(cinturón de asteroides, otros satélites). Estas atracciones pueden tener un efecto muy nocivo en la trayectoria de los satélites y necesitarían la modelización mediante las leyes de Newton para tres o más cuerpos.

2.4.3. Efectos de la Radiación Solar

El efecto de la radiación solar sobre partículas en movimiento en el espacio interplanetario, ha sido investigada con detalle. El primer estudio estaba relacionado con el efecto de la presión sobre pequeños meteoritos o partículas de polvo y fue desarrollado por Poynting en 1920 y mejorado con los principios de la relatividad por Robertson en 1937. El efecto red de esta fuerza de Poynting-Robertson es la influencia de la presión de radiación sobre un vehículo espacial. A una unidad astronómica, la constante de presión de radiación solar es $P_0 = 4,7 \times 10^{-5}$ dyne/cm². Este valor varía ligeramente (menos de un 1 %) dependiendo de la actividad solar.

El efecto que la radiación solar tiene sobre la órbita de satélites es una variación sinusoidal en la excentricidad a largo plazo (anualmente para las órbitas geosíncronas).

La magnitud de la variación es proporcional al área efectiva, la reflectancia de la superficie, e inversamente proporcional a la masa del satélite. Para un satélite de comunicaciones a una altitud geosíncrona, la excentricidad varía entre 0,001 y 0,004 en seis meses como resultado de la presión de la radiación solar.

En resumen, la presión de la radiación solar provoca variaciones periódicas en todos los elementos orbitales, incluso excede los efectos del rozamiento atmosférico a altitudes por encima de los 900 km. Incluso los cambios que pueda producir en la altura del perigeo puede tener efectos catastróficos en el satélite.

2.4.2. Efecto de la Resistencia Atmosférica

Cuando la altura del perigeo de la órbita es inferior a 1000 km, el efecto de la resistencia atmosférica es un factor importante en la perturbación de las órbitas. La resistencia atmosférica es una fuerza no conservativa y extrae energía de la órbita. Debido a este efecto, el semieje mayor y el periodo de la órbita decrecen de forma gradual. Sin embargo, la velocidad orbital se incrementa debido a las leyes de Kepler, por lo que este efecto se suele llamar la paradoja de la resistencia atmosférica: El efecto de la fricción atmosférica es acelerar el movimiento del satélite a medida que realiza una espiral interior.

Como la resistencia es mayor en el perigeo, donde la velocidad y la densidad atmosférica son mayores, la extracción de energía es también máxima en este punto. Bajo este impulso negativo en el perigeo, la órbita se volverá más circular (si partimos de una órbita con excentricidad positiva) en cada revolución.

Una predicción exacta de los efectos de la resistencia atmosférica necesita de un buen modelo de la atmósfera del planeta.

3. METODOLOGÍA

La metodología seguida para la obtención de resultados parte inicialmente por la obtención de una fecha aproximada para la cual es posible la transferencia orbital desde la Tierra a Psyche con el mínimo ΔV posible, mediante el método de la aproximación por cónicas. Para a continuación, obtener de manera más exacta valores de ΔV que son necesarios para llegar desde la Tierra a Psyche en función de diferentes fechas de lanzamiento y diferentes valores del tiempo de transferencia requerido para llegar desde la Tierra a Psyche, problema de Lambert. En ambos casos estos estudios son realizados mediante la consideración de transferencia directa y mediante la consideración de transferencia con asistencia gravitacional (fly by).

Para el caso de estudio de la transferencia interplanetaria directa, cabría esperarse, que los valores mínimos del ΔV para el caso de la resolución del problema de Lambert, fuesen iguales a los valores obtenidos mediante la aproximación por cónicas. Debido a esto, se realizará una comparativa entre los valores obtenidos mediante el método de la aproximación por cónicas y el método de resolución del problema de Lambert. Para validar las soluciones obtenidas mediante el caso de la aproximación por cónicas se resuelve también el problema de Lambert para órbitas circulares y coplanarias.

En el caso de la transferencia interplanetaria con asistencia gravitacional, el proceso será muy semejante al caso de transferencia directa. Sin embargo, debido a las suposiciones realizadas para el cálculo del ΔV en el caso del método de aproximación por cónicas con asistencia gravitacional, la comparativa de resultados puede llegar a ser un poco más complicada ya que se deberá comprobar inicialmente si existe alguna fecha que cumpla con los requisitos del valor del ángulo γ entre la Tierra y el planeta en el que se realice el fly by y entre dicho planeta y la Tierra en el momento del lanzamiento del satélite desde la Tierra.

Finalmente, en cuanto a los resultados, se realizará un estudio de la viabilidad de las fechas obtenidas para la transferencia interplanetaria entre la Tierra y Psyche en la cual se tendrá en cuenta tanto los vuelos directos como los apoyados por la asistencia gravitatoria. Donde se tendrá en cuenta para dicho estudio la viabilidad del lanzamiento (valores de ΔV y de velocidades tanto de escape como de reentrada) así como el tiempo de vuelo y la fecha de lanzamiento.

A continuación, se pasa a explicar el algoritmo de los diferentes códigos implementados y el proceso de la evolución de los casos estudiados.

3.1. Algoritmos aproximación por cónicas.

Para la aproximación por cónicas, por un lado, se introducirán como inputs la constante astronómica, la constante de la gravitación universal y los segundos de un día sidéreo, así como los datos del Sol y los grados de libertad del problema. Siendo el único GDL del problema el ángulo con el que se da el ΔV de escape de la órbita de parkin alrededor de la Tierra. A continuación, se seleccionan los planetas de salida, de destino y de paso (planeta donde se realice el fly by en el caso de realizarse), habiéndoles impuesto una serie de simplificaciones (órbitas circulares y sin inclinación).

Una vez especificado los inputs del problema y los planetas de interés para la órbita de transferencia considerada se siguen los siguientes pasos, donde se ha de mencionar que hasta el momento final donde se calcula la fecha de lanzamiento, los cálculos son independientes de la posición real de los planetas:

1. Se calcula el ΔV requerido para escapar de la órbita de influencia de la Tierra, el tiempo requerido para escapar de la órbita de influencia terrestre y el ángulo η donde se ha de aplicar el ΔV en la órbita de estacionamiento alrededor de la Tierra.
2. Con los datos previos se puede calcular la V_{oInfT} con la cual se calculará el tiempo de vuelo de la órbita de transferencia alrededor del Sol y de los valores de las anomalías verdaderas del lanzamiento y de la llegada obteniéndose con esto el valor del ángulo de fase (γ) que ha de existir entre la Tierra y Psyche para que cuando el satélite llegue a la órbita de Psyche este se encuentre en posición.
3. Cálculo del ΔV que se ha de aportar a la llegada a Psyche para que el satélite se quede orbitando alrededor de él y del $\Delta Dist$ requerido para que el satélite se quede en la órbita de estacionamiento de interés alrededor de Psyche.
4. Finalmente se calcula (si existe) la fecha para la cual es posible dicha órbita (fecha para la cual el γ existente entre la Tierra y Psyche coincide con el γ calculado).

Para el caso de la asistencia gravitacional, el punto 2 se subdivide en varios apartados.

- 2.1. Cálculo del tiempo de vuelo alrededor del Sol entre la salida de la Tierra y la llegada al planeta donde se realiza el flyby y del ángulo γ que ha de existir entre ambos planetas para que la transferencia sea posible.
- 2.2. Cálculo de la velocidad del satélite a la salida de la maniobra de flyby, del $\Delta Dist$ requerido y del ΔV_{FB} en el caso de que se aporte un impulso en el flyby para que el satélite sea capaz de llegar a la órbita de Psyche y del tiempo requerido para completar la maniobra de flyby.
- 2.3. Cálculo del tiempo de vuelo alrededor del Sol desde la salida de la órbita de influencia del planeta donde se realiza el flyby hasta la llegada a Psyche y cálculo del ángulo γ que ha de existir entre los planetas.
- 2.4. Con los valores de los tiempos de vuelo de las diversas fases y de los valores de los diferentes ángulos de fase, se calcula el ángulo de fase (γ) que ha de existir entre la Tierra y Psyche en el lanzamiento del satélite desde la Tierra.

Siendo así, que el punto 4 del apartado anterior, en el caso de que se realice una maniobra de flyby se complicará, ya que se deberá encontrar una fecha (si existe) en la cual coincida el valor del ángulo de fase entre la Tierra y el planeta donde se realice el flyby y entre la Tierra y Psyche con los valores calculados del ángulo γ .

A continuación, en las Figuras 17 y 18 se muestran los algoritmos según cada caso.

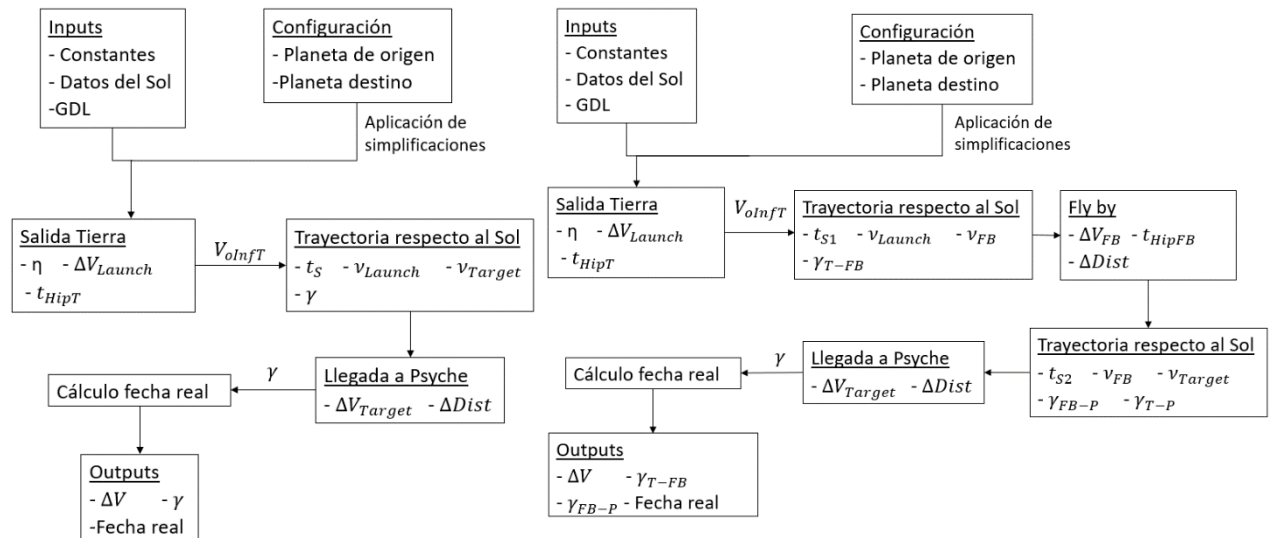


Figura 17. Algoritmo del código de aproximación por cónicas. Figura 18. Algoritmo del código de aproximación por cónicas con flyby.

3.2. Algoritmos del problema de Lambert

En cuanto al algoritmo empleado para la resolución del problema de Lambert, se parte dando como inputs un rango de días de salida, un rango de duración del vuelo orbital y varias variables de control (tolerancia de convergencia, número de iteraciones y step de días considerados entre otras). Se configura el planeta desde el que se sale, la Tierra, y al que se va, Psyche, y se resuelve el problema de Lambert para cada día de salida en función del rango de tiempo permitido para el vuelo orbital como se indica en los siguientes pasos [11].

1. Con el rango de fechas de lanzamiento y el tiempo de vuelo permitido, se calcula cual es el rango de fechas de llegada a Psyche.
2. Una vez conocidas las fechas de salida y de llegada, se calcula los valores de las efemérides de la Tierra y Psyche para las fechas de interés. Determinando cuales son los valores de la posición radial de los planetas para cada instante de tiempo, así como el vector de velocidad que tienen.
3. Con los vectores de posición de los planetas para cada instante de tiempo de lanzamiento y llegada y con el tiempo de la duración de la transferencia interplanetaria para cada caso considerado, se resuelve el problema de Lambert, obteniéndose los valores de la velocidad del satélite al lanzamiento y a la llegada.
4. Con las velocidades del satélite a la salida y a la llegada, conociendo las alturas de las órbitas de parkin deseadas, se calculan los valores de los ΔV requeridos.

En la Figura 19, se muestra el algoritmo descrito para la resolución del problema de Lambert.

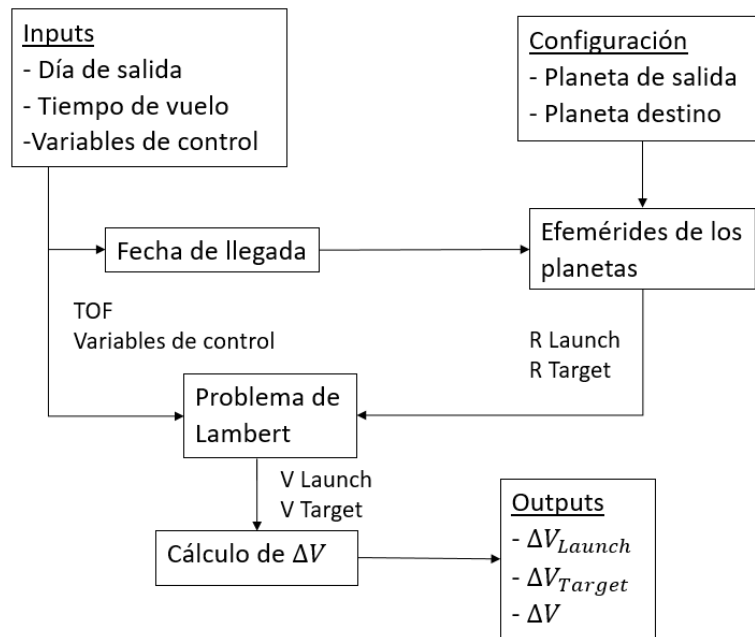


Figura 19. Algoritmo de resolución del código del problema de Lambert.

En cuanto al caso del problema de Lambert con asistencia gravitatoria, se siguen el siguiente algoritmo de resolución. Donde los inputs son el rango de fechas de lanzamiento, el rango de duración del vuelo hasta la llegada al planeta donde se realiza el fly by, el rango de duración desde que se realiza el fly by hasta que se llega a Psyche y varias variables de control al igual que en el caso anterior. Siendo la configuración del problema el planeta Tierra, el planeta donde se realice el fly by y Psyche.

1. Con el rango de fechas de lanzamiento y el tiempo de vuelo permitido hasta el fly by, se calcula cual es el rango de fechas de llegada al planeta donde se realiza el fly by.
2. Una vez conocidas las fechas de salida y de llegada al fly by, se calculan las efemérides de la Tierra y del planeta donde se realice el fly by para las fechas seleccionadas, donde se calcularán los radiovectores de dichos planetas.
3. Con los radiovectores de los planetas y el tiempo de vuelo orbital permitido hasta el fly by, se resuelve el problema de Lambert, obteniéndose la velocidad de escape y la velocidad con la que se llega al fly by, calculándose ya el ΔV a la salida y filtrando los valores que sean excesivamente altos.
4. Debido a que ahora se tienen dos planetas, se dispone de una dimensión más que en el caso anterior, por lo que en la resolución del vuelo orbital desde el planeta donde se realiza el fly by hasta Psyche, se filtrarán los resultados quedándonos con aquellos que para una fecha dada de salida del planeta de salida y de llegada al planeta de destino, minimicen el ΔV_{Total} , en función del posible rango de fechas de salida del planeta donde se realiza el flyby hasta el planeta de destino.
5. Con los valores de la velocidad del planeta donde se realiza el fly by y el valor de la velocidad de entrada del satélite, se resuelve el fly by obteniéndose el tiempo que se tarda en la maniobra de fly by (dicho flyby calculado es sin consideración de un impulso en el perigeo).
6. Con la mitad del tiempo en el que se tarda en realizar el fly by más el rango de tiempo permitido para el vuelo desde el fly by hasta Psyche, se calculan el radiovector de Psyche mediante las efemérides para la fecha de llegada.

7. Conociendo los radiovectores y con el rango de fechas permitidas para el vuelo orbital desde el fly by hasta Psyche, se resuelve el problema de Lambert desde el fly by hasta Psyche obteniéndose los valores de la velocidad a la salida y a la llegada, pudiéndose calcular ya los valores del ΔV a la llegada del planeta destino y filtrándose en los casos en los que este impulso debiese de ser excesivamente grande..
8. Se calcula de nuevo el flyby, esta vez considerando la posibilidad de un pequeño impulso en el perigeo, obteniéndose el ΔV_{FB} que se debería tener para cumplir con el requisito de la velocidad que se debería tener a la salida del fly by filtrándose los casos en los que el $|\Delta V_{FB}| < 300$ m/s. Siendo el hipotético caso en el que el $\Delta V_{FB} = 0$, el caso de fly by puro.
9. Según lo especificado en el punto 4, se guardan solo los casos de interés para el fly by y el segundo problema de Lambert implementado.
10. Finalmente se calcula el ΔV total y el tiempo requerido.

A continuación, en la Figura 20 se muestra el algoritmo previamente explicado.

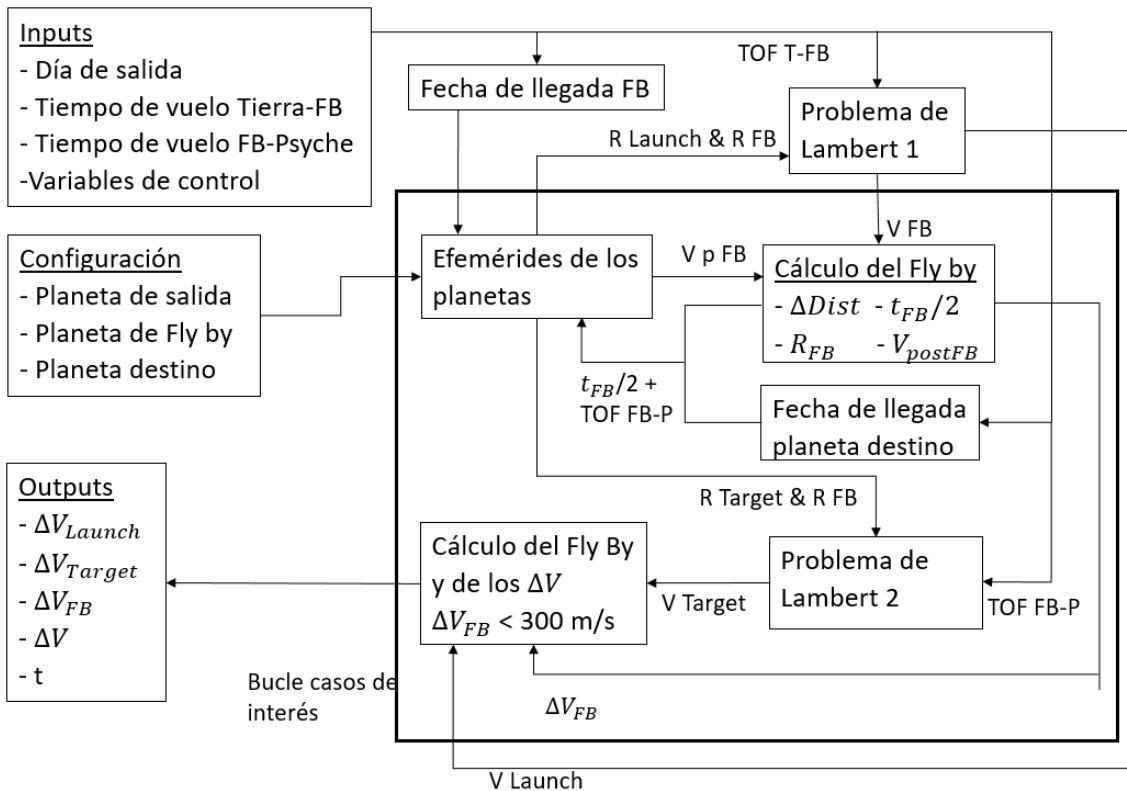


Figura 20. Algoritmo de resolución del código del problema de Lambert con maniobra de asistencia gravitacional.

3.3. Proceso de los casos estudiados

En cuanto al proceso de los casos estudiados, se comienza por el estudio del vuelo directo mediante el método de la aproximación por cónicas, donde se estudiará el caso ideal para el mínimo gasto de combustible del vuelo directo desde la Tierra hasta Psyche, para el caso simplificado de órbitas coplanarias y perfectamente circulares. Posteriormente, se estudia el mismo problema del vuelo directo pero esta vez resuelto

mediante el problema de Lambert, considerándose en este caso las órbitas reales de los planetas alrededor del Sol. Llegados a este punto se contrastarán los valores obtenidos de los ΔV mediante ambos métodos, y a modo de verificación del código se calcularán el vuelo directo desde la Tierra hasta Marte y se compararán los valores obtenidos con los valores disponibles en [11].

Una vez que se ha resuelto el problema del vuelo directo, se pasa a estudiar el problema del vuelo con asistencia gravitatoria, en el cual se pretende reducir el requerimiento de ΔV si es posible a la vez que ampliar la posibilidad de ventanas de lanzamiento para la transferencia orbital de un satélite desde la Tierra hasta Psyche.

Para el caso de la asistencia gravitatoria se estudiará el método de resolución del problema de Lambert para un vuelo inicial con flyby de la Tierra a Venus y de Venus a Marte. Este caso de estudio se realiza para comprobar la fiabilidad del código, comparando valores con los existentes en [11]. Una vez que se verifica el código, se pasarán a estudiar las posibles ventanas de lanzamiento para vuelos entre la Tierra y Psyche con maniobras de flyby en Venus y en Marte.

Posteriormente, debido al tiempo computacional requerido para la resolución del problema de Lambert con flyby, se pasaría a estudiar el caso de la aproximación de cónicas con flyby debido a que este cálculo requiere de menos tiempo computacional y para una primera idea de posibles fechas de ventanas de lanzamiento, sería mucho más rápido. Sin embargo, debido al tiempo requerido por la complejidad del cálculo (en función del punto de entrada al planeta donde se realiza el flyby y de si este es interior o exterior a la órbita de lanzamiento, existen múltiples consideraciones que se han de considerar), pese a que se han llegado a obtener soluciones parciales prometedoras, no se ha llegado a una solución cerrada del cálculo del flyby mediante este método y por tanto no se muestra ninguna solución de este método.

4. RESULTADOS

En este apartado se presentarán los resultados obtenidos para el cálculo de las ventanas de lanzamiento tanto para el caso de vuelo directo como para el caso de vuelo con maniobra de asistencia gravitatoria.

En primer lugar, se mostrarán los valores obtenidos para el estudio realizado mediante el método de aproximación por cónicas, donde dichos valores se compararán con los valores obtenidos para la resolución del problema de Lambert para vuelo directo. Siendo posteriormente validados los resultados obtenidos, para el caso de resolución del problema de Lambert, mediante un estudio de orbitas de transferencia desde la Tierra a Marte, los cuales se comprobarán con valores disponibles de ΔV de órbitas de transferencia de la Tierra a Marte en [11]. Validándose posteriormente los valores obtenidos mediante el método de resolución de aproximación por cónicas mediante una comparación de los valores obtenidos por dicho método, con los valores mínimos para los ΔV obtenidos en el caso de resolución del problema de Lambert.

Una vez mostrados los valores para el caso del problema del estudio de transferencias orbitales para vuelo directo, se pasará a mostrar los resultados obtenidos para el caso de la resolución mediante el problema de Lambert cuando se realiza una maniobra de asistencia gravitatoria. Validándose posteriormente dichos valores estudiados mediante la comparativa con los valores de la bibliografía de [11] (previo estudio de valor de las ventanas de lanzamiento para una transferencia orbital de la Tierra a Marte realizando un flyby en Venus).

4.1. Transferencia interplanetaria Tierra - Psyche

En este apartado, se mostrarán a continuación los valores obtenidos para la resolución del caso de la transferencia interplanetaria de vuelo directo desde la Tierra a Psyche y posteriormente se pasara a validar los resultados obtenidos y a realizar una pequeña comparativa entre los resultados obtenidos mediante el método de la aproximación por cónicas y mediante el método del problema de Lambert.

4.1.1. Aproximación por cónicas

A continuación, en la Tabla 2 se muestran los valores obtenidos para el caso del método de resolución de aproximación por cónicas.

ΔV al lanzamiento [km/s]	ΔV a la llegada [km/s]	ΔV total [km/s]	γ	Fecha de lanzamiento
4,991	-4,880	9,871	80,748	09/12/2020

Tabla 2. Cálculo de deltas de velocidad, ángulo de desfase entre planetas al lanzamiento y fecha de salida desde la Tierra.

Se puede apreciar como el valor del ΔV al lanzamiento es negativo, mientras que el valor del ΔV total es la suma del valor absoluto de los ΔV al lanzamiento y a la llegada. Esto es debido a que a la llegada del vehículo espacial a Psyche, para que este se quede en la órbita de parkin preseleccionada alrededor de Psyche, se deberá de dar un impulso en la dirección contraria al movimiento de la nave para reducir su velocidad y que esta se quede en dicha órbita de parkin. Indicando por tanto el signo menos para el caso de la ΔV a la llegada, que el impulso se produce en sentido contrario al movimiento del vehículo espacial. Mientras que para el cálculo de la ΔV total, esta suma los valores absolutos de los impulsos aplicados, ya que lo que nos interesa conocer es la variación total en cuanto a ΔV aplicados ya que esto nos permitirá conocer el peso que deberá llevar la nave en combustible, en función de las características de la energía específica del combustible que se utilice.

Finalmente, cabe destacar que la fecha de lanzamiento obtenida para la cual se verifica el valor del ángulo de desfase entre la tierra y Psyche, γ , es un valor aproximado, ya que dicha fecha obtenida ha sido calculada considerando órbitas circulares y coplanarias. Además, la fecha calculada no se corresponde exactamente con el valor del ángulo γ calculado. Esto es debido a que, para el cálculo de dicha fecha, se han obtenido las efemérides de los planetas [5] en steps de 1 día y por tanto la fecha obtenida de lanzamiento responde al valor para el cual el desfase calculado entre planetas es el más próximo al valor del desfase calculado.

4.1.2. Problema de Lambert

En cuanto a las soluciones obtenidas de ventanas de lanzamiento para la resolución del problema de Lambert, en la Tabla 3 que se muestra a continuación, se muestran los valores para los cuales se resuelve el problema de Lambert.

Fechas de lanzamiento	Rango TOF [días]	R_{OrbEst} en la Tierra [km]	R_{OrbPar} en Psyche [km]	Máx. ΔV considerado al lanzamiento [km/s]	Máx. ΔV considerado a la salida [km/s]	Máx. ΔV total considerado [km/s]
01/01/2020	150	320	50	7	7	12
01/01/2030	1100					

Tabla 3. Valores estipulados para la resolución del problema de Lambert para una transferencia orbital de la Tierra a Psyche.

A continuación en las Figuras 21, 22 y 23 se muestran las posibilidades de lanzamiento en función de los valores filtrados para el ΔV al lanzamiento, el ΔV a la llegada y el ΔV total respectivamente y de los valores estipulados en la Tabla 3 los cuales engloban las especificaciones del proyecto indicadas en el apartado "5.2. Especificación del proyecto".

La Figura 21, muestra las posibles ventanas de lanzamiento considerando únicamente el lanzamiento desde la Tierra, sin tener en cuenta que a la llegada a Psyche se deberá de dar otro impulso que limitará las posibilidades de lanzamiento. En dicha gráfica se puede apreciar como en función de la limitación impuesta para el valor máximo del ΔV a la salida (Tabla 3), el mínimo tiempo requerido para que el satélite llegue a alcanzar Psyche, será de aproximadamente 200 días. En cuanto a los valores máximos, no se han calculado posibilidades de salida para más allá de un TOF de 1100 días, ya que dichos valores quedan limitados por las posibilidades en función de los límites impuestos para el valor máximo considerado del ΔV a la llegada.

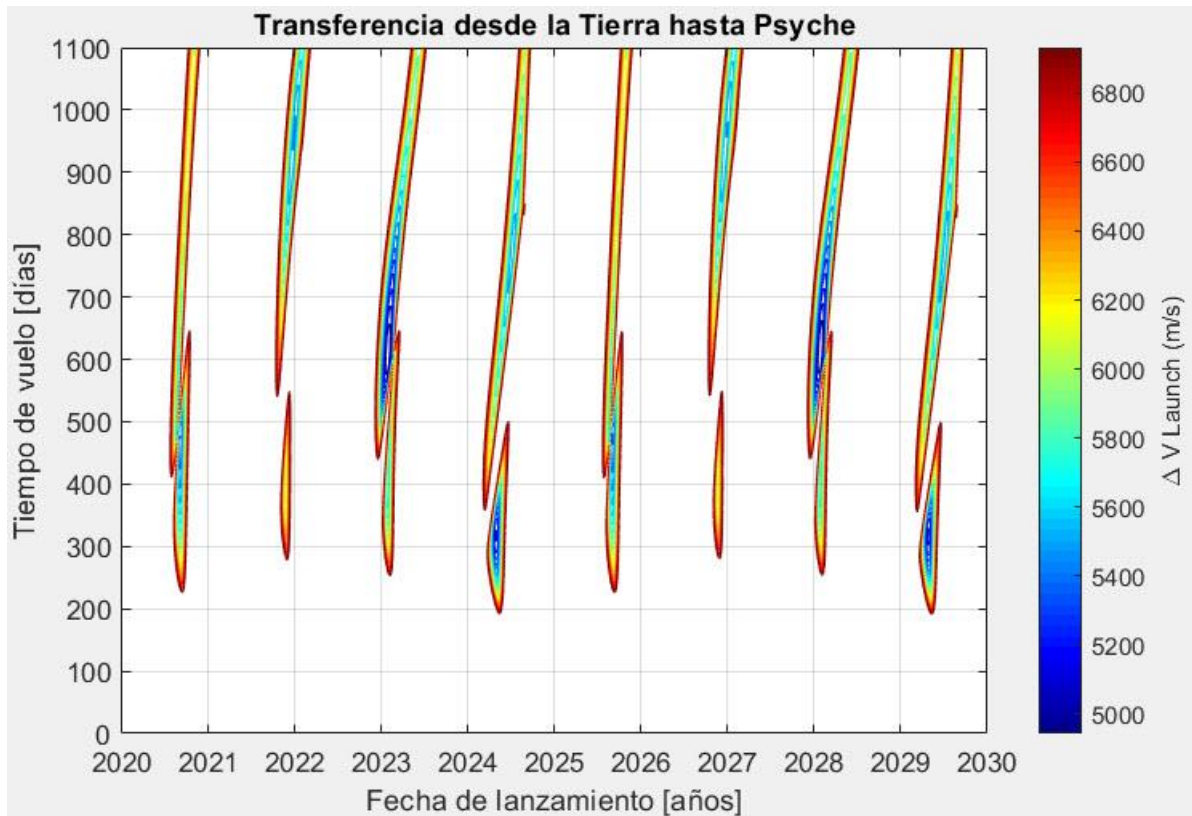


Figura 21. Ventanas de lanzamiento de una órbita interplanetaria de la Tierra a Psyche en función del delta de velocidad aplicado en el lanzamiento.

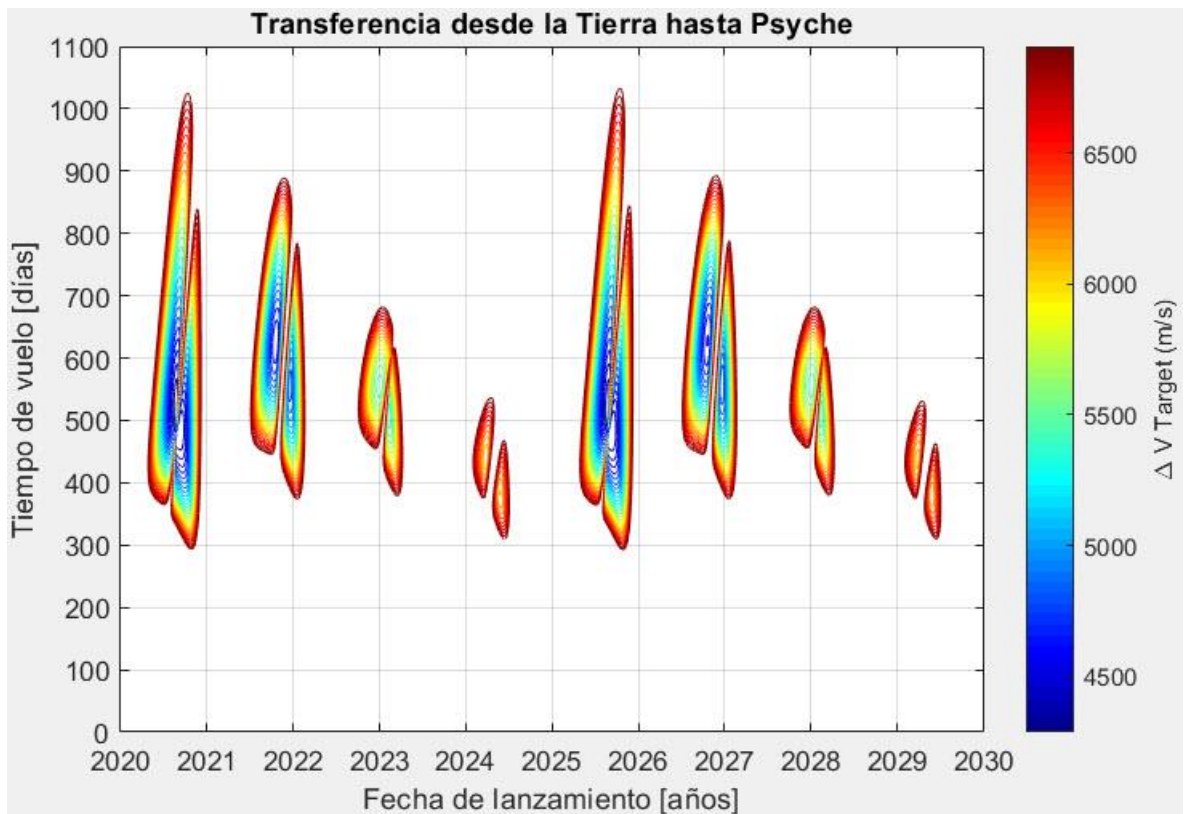


Figura 22. Ventanas de lanzamiento de una órbita interplanetaria de la Tierra a Psyche en función del delta de velocidad aplicado en la llegada a Psyche.

En la Figura 22, se puede apreciar como la consideración del máximo ΔV a la llegada, es más limitante que el ΔV a la llegada en cuanto al rango de TOF posible para la llegada a Psyche, pasando de un TOF en la Figura 21 de [200 -] a un rango de TOF de [300 1000].

Finalmente, en función de las ventanas de lanzamiento obtenidas para el ΔV al lanzamiento y el ΔV a la llegada, se muestran en la Figura 23 las ventanas de lanzamiento reales que se tienen considerando todas las limitaciones impuestas (Tabla 3) para el caso de estudio. Mientras que en la Tabla 4, se muestran los valores mínimos de ΔV total requeridos para cada una de las 12 ventanas de lanzamiento posibles obtenidas (las ventanas de lanzamiento existentes para las fechas de salida 2020-2021 y 2025-2026, se consideran cada una de ellas como una única ventana de lanzamiento al estar los dos lóbulos pegados).

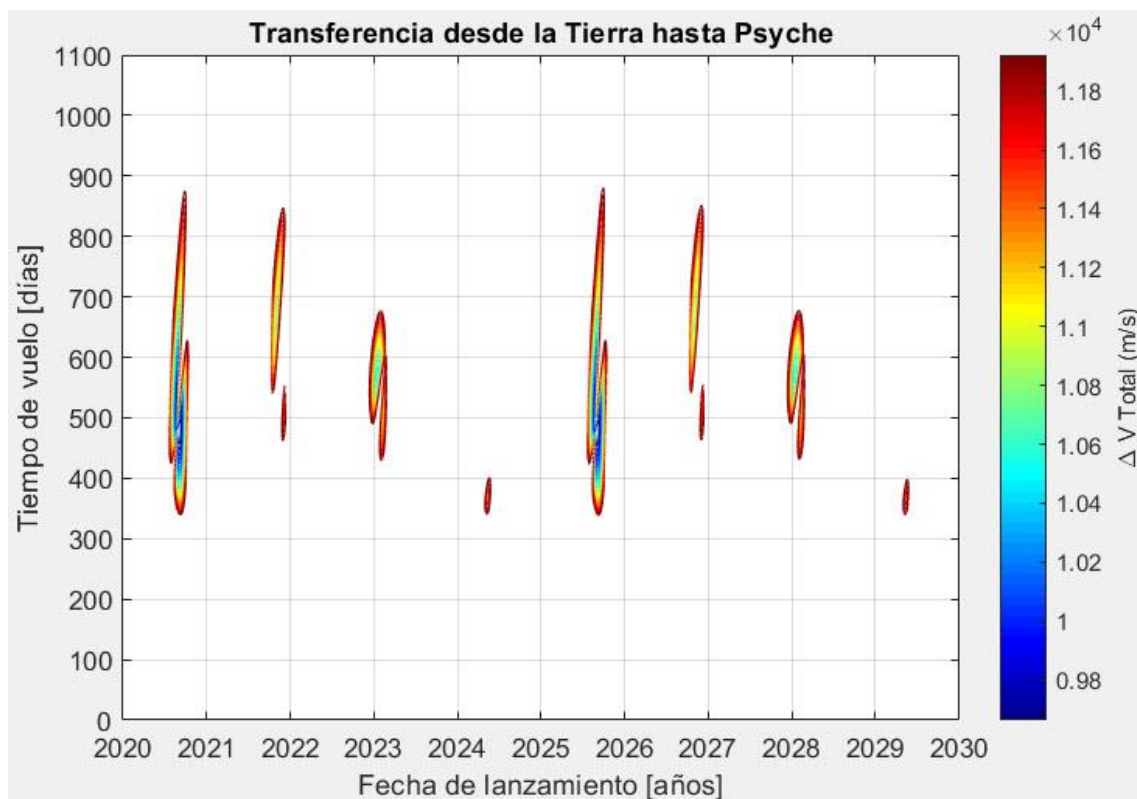


Figura 23. Ventanas de lanzamiento de una órbita interplanetaria de la Tierra a Psyche en función del delta de velocidad total.

	Trayectoria	Salida	Llegada	TOF [días]	Mín. ΔV [km/s]
1	Tierra - Psyche	02/09/20	25/12/21	479	9,590
2	Tierra - Psyche	03/11/21	07/09/23	673	10,696
3	Tierra - Psyche	15/12/21	12/05/23	513	11,594
4	Tierra - Psyche	18/01/23	13/08/24	573	10,487
5	Tierra - Psyche	10/02/23	24/06/24	500	11,092
6	Tierra - Psyche	20/02/24	24/02/25	370	11,629
7	Tierra - Psyche	03/09/25	24/12/26	477	9,586
8	Tierra - Psyche	05/11/26	11/09/28	676	10,678
9	Tierra - Psyche	07/12/26	07/05/28	517	11,584
10	Tierra - Psyche	15/12/27	11/07/29	574	10,485
11	Tierra - Psyche	25/03/28	07/08/29	500	11,113
12	Tierra - Psyche	08/03/29	11/03/30	368	11,639

Tabla 4. Fechas de salida y de llegada para los mínimos valores requeridos del ΔV total para cada una de las ventanas de lanzamiento.

Observando la Figura 23 así como los valores mostrados en la Tabla 4, se puede apreciar como la aparición de las ventanas de lanzamiento existentes para un lanzamiento de vuelo directo entre la Tierra y Psyche siguen un periodo de repetición de 5 años aproximadamente. Ya que se puede apreciar como los dos valores mínimos obtenidos para el lanzamiento de la nave orbital se dan para las fechas de salida 02/09/20 y 03/09/25 (prácticamente 5 años de separación) y los valores para cada caso del TOF y del ΔV requerido para cada caso son prácticamente iguales.

De igual manera se a partir de las filas 1 y 7 de la Tabla 4, se comprueban los valores de salidas, TOF y ΔV para las siguientes parejas de filas, se puede verificar que los valores son muy parecidos. Lo cual es consistente con el hecho de que el periodo orbital de Psyche es prácticamente de 5 años [12], siendo este el motivo de que las ventanas orbitales para un vuelo directo de la Tierra a Psyche sigan una distribución periódica con periodo de 5 años.

4.1.3. Validación de resultados y comparativa entre aproximación por cónicas y Lambert

Para la validación de los resultados, en [11] se realiza un estudio de una transferencia interplanetaria mediante la resolución del problema de Lambert para un vuelo de la Tierra a Marte del que se aporta una tabla con valores obtenidos en función de las fechas de salida, TOF, ΔV y de las velocidades al cuadrado en el infinito de las esferas de influencia (C3d \rightarrow velocidad en el infinito en la esfera de influencia del planeta de salida y C3a \rightarrow velocidad en el infinito en la esfera de influencia del planeta de llegada) para un rango de fechas de salida desde el 1 de Enero de 2020 hasta el 1 de Enero de 2040.

Por consiguiente, para la validación del código implementado en el presente trabajo se ha adaptado el código para un vuelo orbital de la Tierra a Marte y para las fechas de salida y limitaciones indicadas en el estudio que se realiza en [11]. Donde se ha de tener en cuenta, que la mayor diferencia que se encuentra respecto al código implementado en el presente trabajo es que dicho estudio, considera únicamente el ΔV al lanzamiento para el estudio de las ventanas temporales. Calculándose por tanto una órbita de paso a Marte pero que no se queda orbitando alrededor de Marte.

Trayectoria	Salida	Llegada	TOF [días]	Salida [km/s]		Salida + flyby [km/s]		Llegada [km/s]		Error ΔV_{tot} [%]
				C3d [7]	C3d	ΔV_{tot} [7]	ΔV_{tot}	C3a [7]	C3a	
T-M	17/07/20	27/01/21	194	13,20	13,24	3,788	3,787	8,19	8,39	0,03%
T-M	24/08/20	10/10/21	412	16,50	16,40	3,931	3,924	14,52	14,31	0,18%
T-M	09/07/22	30/03/23	204	18,43	18,56	4,013	4,016	13,51	13,91	0,07%
T-M	15/09/22	04/10/23	384	13,79	13,77	3,814	3,811	9,59	9,45	0,08%
T-M	04/10/24	13/09/25	344	11,19	11,07	3,701	3,693	6,39	6,33	0,22%
T-M	12/10/24	20/05/25	220	17,73	17,76	3,984	3,982	17,02	17,47	0,05%
T-M	30/10/26	20/08/27	294	9,14	9,17	3,611	3,609	7,32	7,42	0,06%
T-M	13/11/26	10/08/27	270	10,88	10,71	3,687	3,677	8,4	8,55	0,27%
T-M	02/12/28	18/10/29	320	8,93	9,00	3,601	3,602	10,97	10,89	0,03%
T-M	10/12/28	20/07/29	222	9,05	9,02	3,607	3,603	23,71	24,20	0,11%
T-M	27/01/31	05/08/31	190	9,00	8,98	3,605	3,601	31,05	31,65	0,11%
T-M	22/02/31	08/01/32	320	8,24	8,16	3,571	3,565	30,48	30,10	0,17%
T-M	04/07/31	10/10/32	464	21,62	21,66	4,149	4,148	39,99	39,61	0,02%
T-M	06/04/33	01/10/33	178	8,42	8,41	3,579	3,576	15,49	15,74	0,08%
T-M	28/04/33	27/01/34	274	7,78	7,71	3,551	3,545	19,16	18,82	0,17%
T-M	23/06/35	05/01/36	196	10,20	10,35	3,657	3,661	7,22	7,30	0,11%
T-M	14/08/35	03/10/36	416	17,52	17,53	3,975	3,972	16,73	16,48	0,08%
T-M	21/08/37	07/03/38	198	17,07	17,20	3,955	3,958	11,29	11,63	0,08%
T-M	06/09/37	07/10/38	396	14,85	14,71	3,860	3,851	11,22	11,04	0,23%
T-M	28/09/39	24/09/40	362	12,18	12,18	3,744	3,742	7,46	7,36	0,05%
T-M	30/09/39	01/05/40	214	18,66	18,75	4,023	4,025	16,09	16,53	0,05%

Tabla 5. Comparativa entre los valores obtenidos por el código implementado en el presente trabajo (columnas en azul) y los valores obtenidos de [11] para una transferencia interplanetaria de vuelo directo de la Tierra a Marte.

De acuerdo a los valores mostrados en la Tabla 5, donde el máximo error para el ΔV_{tot} es del 0,27 %, se valida el código. Pudiéndose ser la causa de la diferencia de los valores obtenidos, diferencias en los datos planetarios tomados en cuanto a la masa y radio, o por los valores de las efemérides utilizadas en [11] que puedan presentar pequeñas diferencias con las obtenidas para este trabajo. Ya que no se conocen los valores que se utilizan para el cálculo en [11] ni la fuente de donde se obtienen.

En cuanto a la validación de los resultados del caso de estudio de la aproximación por cónicas. En la Tabla 6, se presenta una comparativa entre valores mínimos que se obtienen para el método de la aproximación por cónicas y valores mínimos obtenidos para el caso de la resolución del problema de Lambert ya validado.

En cuanto a dicha comparativa, los valores obtenidos para el caso del método de la aproximación por cónicas, se comparan con los valores del ΔV al lanzamiento y el ΔV a la llegada, para el mínimo ΔV total que se obtiene por el método de resolución del problema de Lambert. Comparándose los valores para dos casos diferentes, uno para el caso estudiado de Lambert donde se consideran órbitas elípticas y no coplanarias y otro para un caso de resolución del problema de Lambert donde se fuerza que las órbitas sean coplanarias y perfectamente circulares.

	ΔV al lanzamiento [km/s]	ΔV a la llegada [km/s]	ΔV total [km/s]
Aproximación por cónicas	4,991	-4,880	9,871
Lambert orbitas elípticas	5,282	-4,304	9,586
Error relativo, Lambert órbitas elípticas y no coplanarias [%]	5,83%	11,80%	2,89%
Lambert órbitas coplanarias y circulares	5,020	-4,874	9,894
Error relativo, Lambert órbitas circulares y coplanarias [%]	0,58%	0,12%	0,23%

Tabla 6. Comparativa de valores de ΔV obtenidos para el método de aproximación por cónicas y por el método de resolución del problema de Lambert.

Para los valores mostrados en la Tabla 6, se puede apreciar como el error relativo para el primero de los casos es elevado, siendo esto debido al hecho de que, para la resolución del método de la aproximación por cónicas, las órbitas de los planetas se han considerado perfectamente circulares y elípticas. Lo cual tiene un efecto importante en cuanto a los valores requeridos de los ΔV necesarios para la realización de la transferencia orbital.

Debido a esta discrepancia en los valores mínimos de los ΔV para el valor mínimo del ΔV total obtenido para el método de la aproximación por cónicas y para la resolución del problema de Lambert, se realiza una segunda comparativa para la resolución del problema de Lambert donde se han forzado que las órbitas sean perfectamente circulares y coplanarias. Lográndose esto forzando que, en la lectura de las efemérides de los planetas, los valores leídos para la i , e , Ω y ω valgan 0 en todos los casos. Validándose por tanto, los resultados obtenidos según el método de la aproximación por cónicas, ya que la diferencia entre los valores obtenidos según el segundo caso de resolución del problema de Lambert y el método de la aproximación por cónicas, es debido que pese a que se ha forzado que las órbitas que sigue Lambert sean completamente circulares y coplanarias, los valores de las anomalías verdaderas leídos siguen siendo los correspondientes a la órbita real de los planetas, lo cual introduce un cierto error en el cálculo de los resultados obtenidos por este método cuando se pretende obtener la solución para órbitas completamente circulares y coplanarias.

4.2. Transferencia interplanetaria Tierra – flyby – Psyche

A continuación, se pasan a presentar los resultados obtenidos para la transferencia interplanetaria desde la Tierra hasta Psyche, pasando por un planeta en el que se realiza un flyby, estudiándose el caso del flyby en Venus y en Marte. Posteriormente se validan los resultados obtenidos.

4.2.1. Problema de Lambert con flyby

En cuanto a las soluciones obtenidas de ventanas de lanzamiento para la resolución del problema de Lambert con flyby, en la Tabla 7 que se muestra a continuación, se muestran los valores para los cuales se resuelve el problema de Lambert para el flyby en Venus y para el flyby en Marte.

Planeta de flyby	Fechas de lanzamiento	Rango TOF T-V [días]	Rango TOF V-P [días]	Máx. ΔV considerado al lanzamiento [km/s]	Máx. ΔV considerado a la salida [km/s]	Steps de salida de la Tierra, llegada y salida del flyby
Venus	01/01/20 01/01/30	[40–350]	[300–1100]	6	9	4-2-2
Marte	01/01/20 01/01/30	[80–500]	[200–900]	6	8	2-2-2

Tabla 7. Valores estipulados para la resolución del problema de Lambert para flyby en Venus y en Marte para una transferencia orbital de la Tierra a Psyche.

Flyby por Venus

A continuación en la Figura 24 se muestran los resultados del ΔV total para los valores estipulados en la Tabla 7 en el caso del flyby por Venus y para los valores estipulados en el apartado “5.2. Especificación del proyecto” en los que se recogen los valores del radio de la órbita de estacionamiento en la Tierra y de la de Parkin en Psyche (cabe destacar que para el caso del sobrevuelo por Venus, no se filtró para el valor del ΔV total, motivo por el cual la escala de valores de la figura se eleva hasta los 15 km/s).

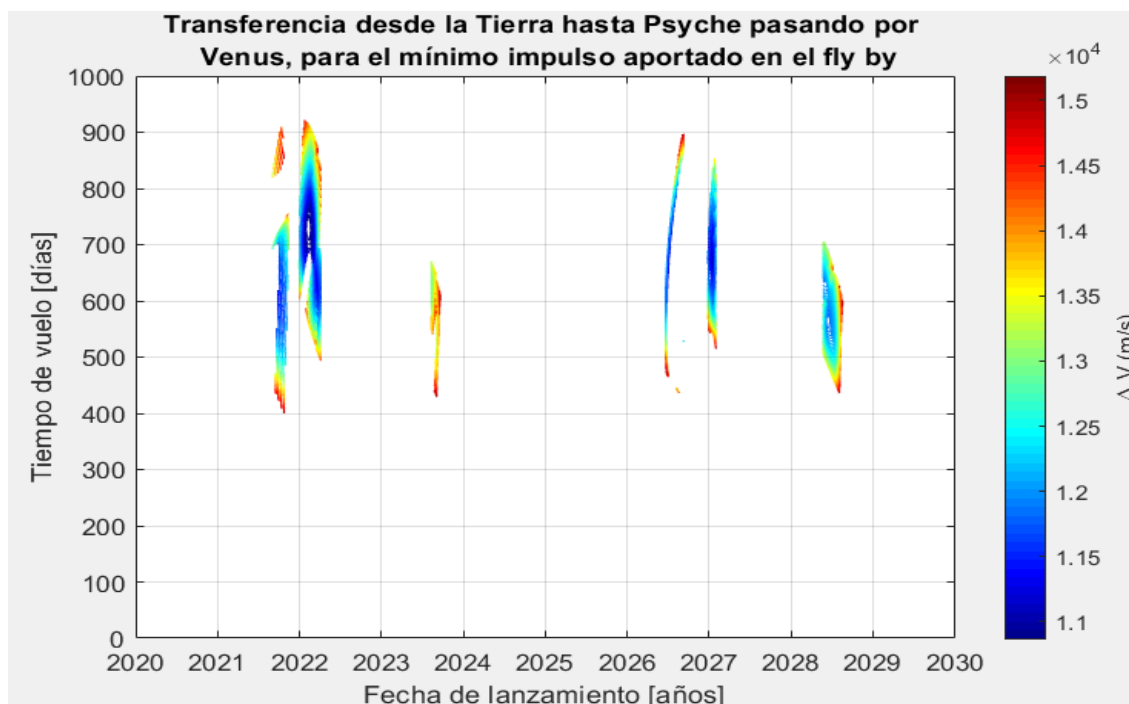


Figura 24. Ventanas de lanzamiento para una transferencia orbital de la tierra a Psyche, pasando por Venus en función del ΔV total optimizado para la fecha de paso por el flyby que minimiza el ΔV total.

Comparando dicha figura con las figuras mostradas para la resolución del caso de vuelo directo, se puede apreciar como los contornos no son cerrados, esto es debido al filtrado que se ha realizado de los datos, ya que los datos que se muestran en la Figura 24, para un día dado de lanzamiento de la Tierra y otro de llegada a Psyche, se han filtrado los valores en función del día de paso por el planeta donde se realiza en flyby que hace que el ΔV total requerido por el vuelo orbital sea mínimo.

A continuación, en las Figuras 25, 26 y 27 se muestran los valores filtrados en función del ΔV total obtenido para la fecha de paso por el flyby que optimiza el resultado.

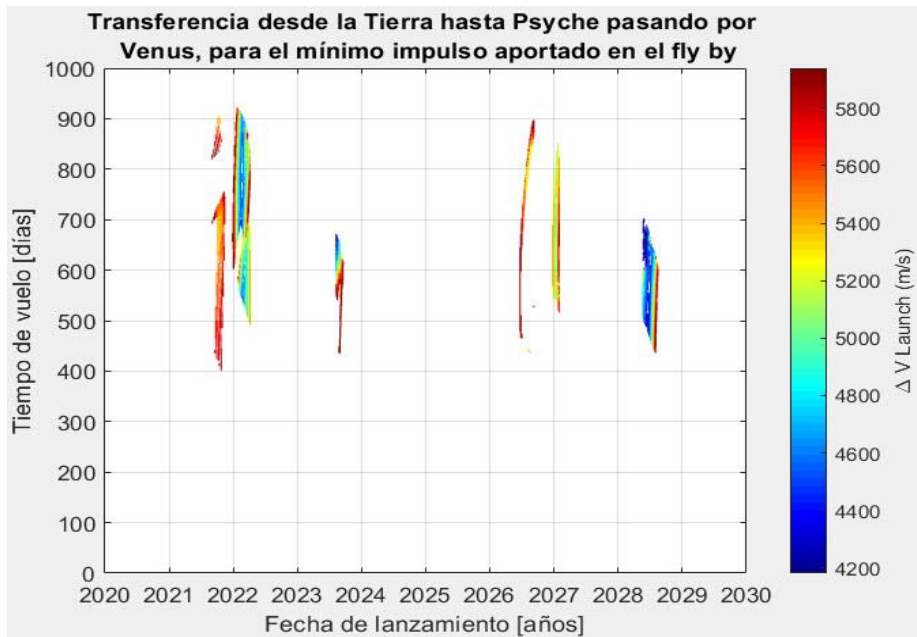


Figura 25. Ventanas de lanzamiento para una órbita de la Tierra a Psyche, realizando un flyby en Venus, en función del ΔV al lanzamiento.

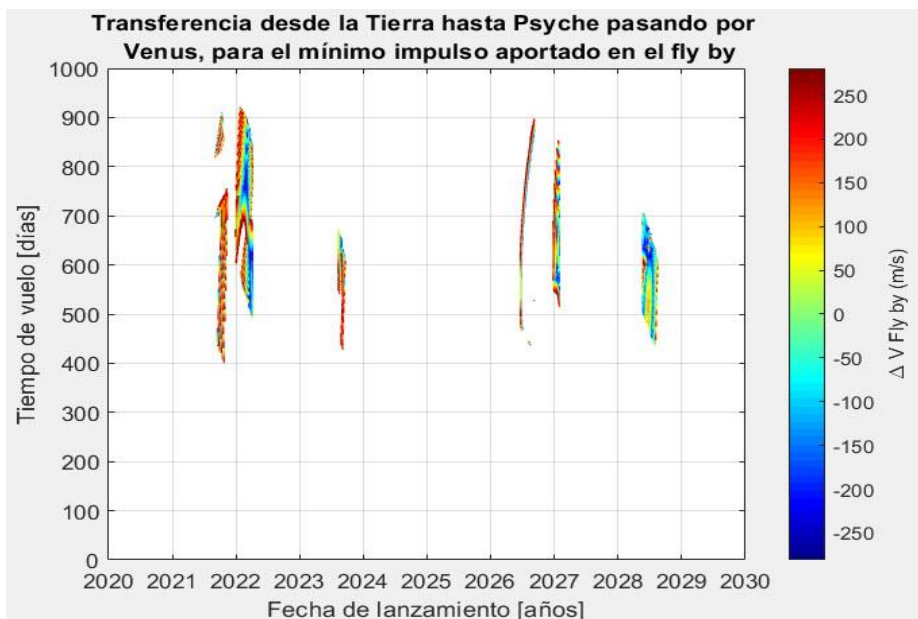


Figura 26. Ventanas de lanzamiento para una órbita de la Tierra a Psyche, realizando un flyby en Venus, en función del ΔV en el flyby.

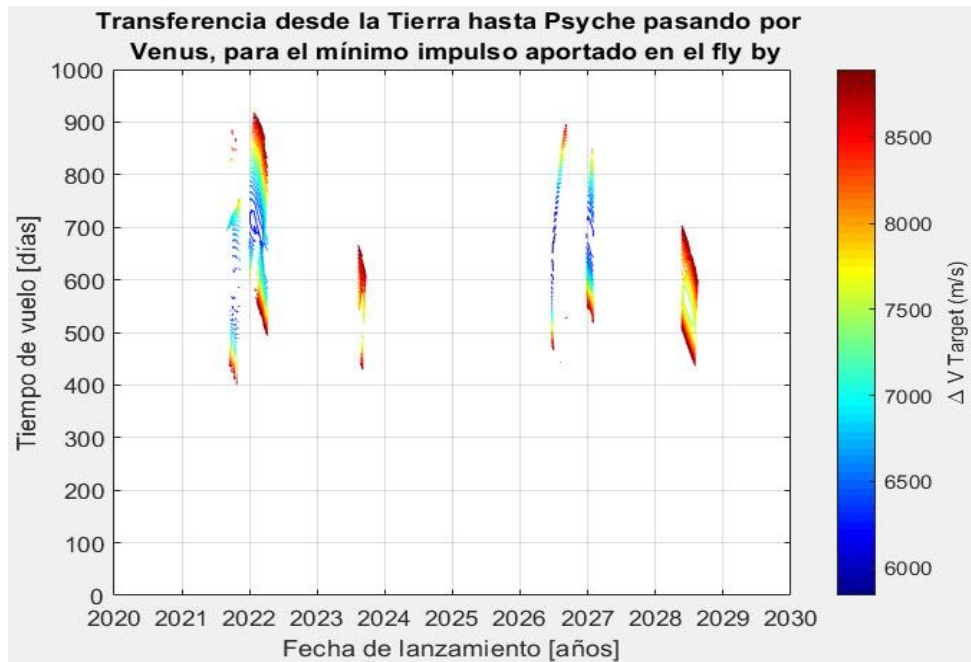


Figura 27. Ventanas de lanzamiento para una órbita de la Tierra a Psyche, realizando un flyby en Venus, en función del ΔV a la llegada.

Fly by por Marte

Finalmente, en la Figura 28, se muestran los resultados del ΔV total para los valores estipulados en la Tabla 7 para el caso del flyby por Marte y para los valores estipulados en el apartado “5.2. Especificación del proyecto” en los que se recogen los valores del radio de la órbita de estacionamiento en la Tierra y de la de Parkin en Psyche.

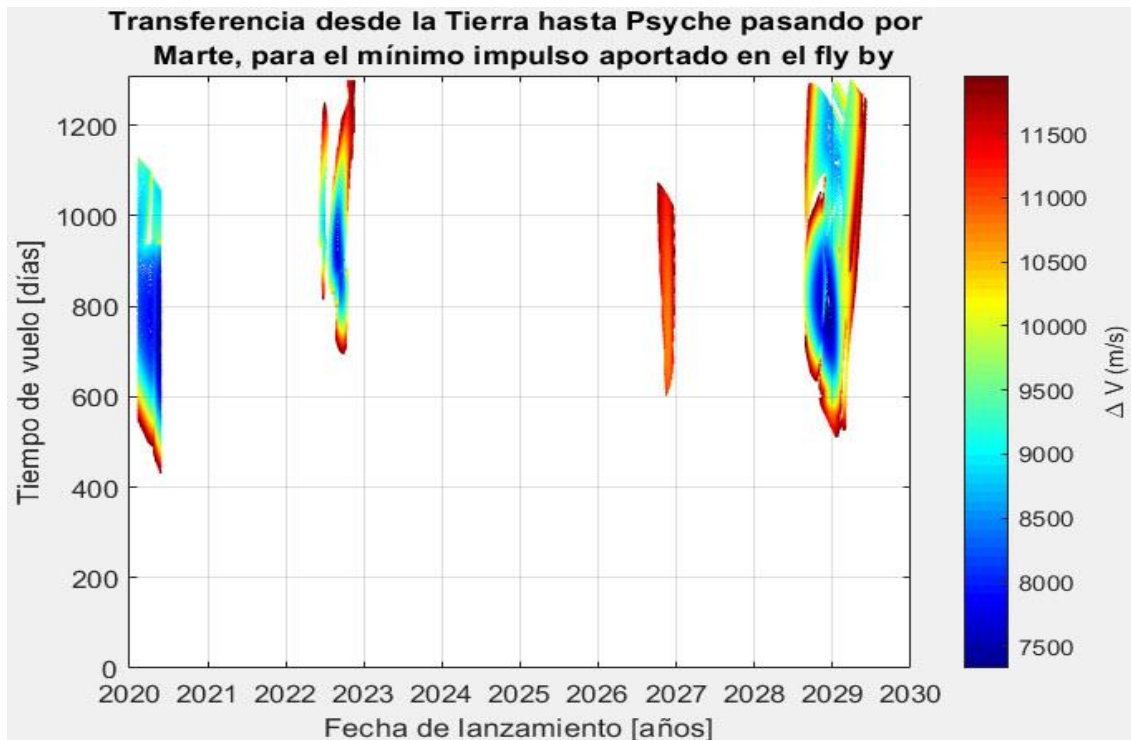


Figura 28. Ventanas de lanzamiento para una transferencia orbital de la tierra a Psyche, pasando por Marte en función del ΔV total optimizado para la fecha de paso por el flyby que minimiza el ΔV total.

A la vista de los resultados mostrados por la Figura 28, cabe destacar que de las dos maniobras de flyby estudiadas para llegar a Psyche, el flyby por Marte será el más interesante, ya que aparte de dar más opciones en cuanto a fechas de lanzamiento respecto de la maniobra de vuelo directo. La maniobra de flyby por Marte nos permite ahorrarnos peso, ya que los valores mínimos mostrados del ΔV total requerido para alcanzar Psyche mediante una maniobra de flyby en Marte, son menores que los valores mínimos del ΔV para el caso de flyby por Venus y para el caso del vuelo directo.

Finalmente, antes de realizarse una comparativa entre el caso del vuelo directo y el del vuelo con flyby por Venus y Marte de los valores mínimos y de las ventanas de lanzamiento existentes que nos permiten llegar a Psyche, se muestran los valores de los ΔV al lanzamiento, en el fly by y a la llegada a Psyche en las respectivas Figuras, 29, 30 y 31.

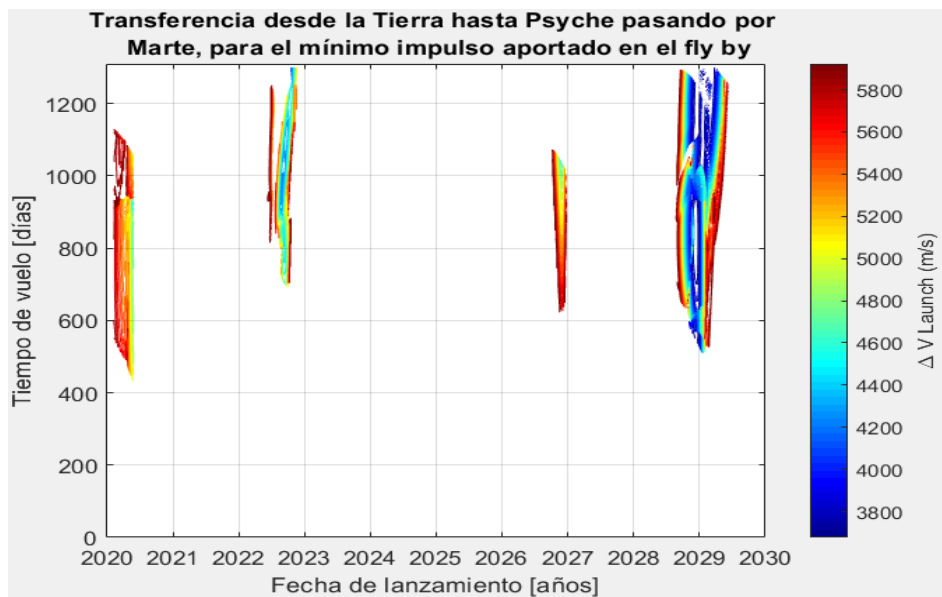


Figura 29. Ventanas de lanzamiento para una órbita de la Tierra a Psyche, realizando un flyby en Marte, en función del ΔV al lanzamiento.

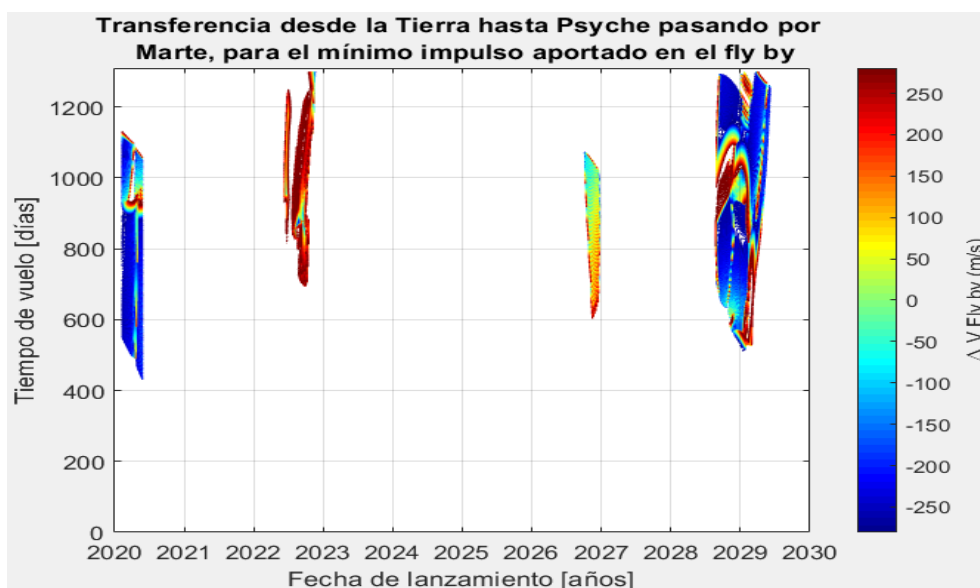


Figura 30. Ventanas de lanzamiento para una órbita de la Tierra a Psyche, realizando un flyby en Marte, en función del ΔV en el flyby.

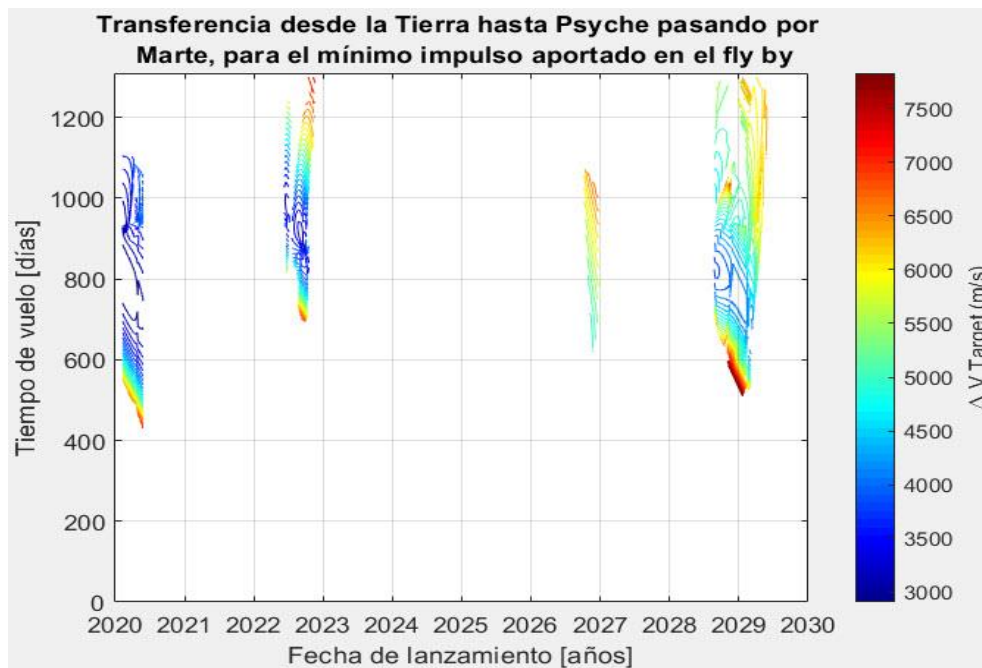


Figura 31. Ventanas de lanzamiento para una órbita de la Tierra a Psyche, realizando un flyby en Marte, en función del ΔV a la llegada.

Al igual que en el caso del flyby por Venus, se puede apreciar como el factor limitante de las ventanas de lanzamiento para el ΔV total obtenido, es el ΔV al lanzamiento para el eje de abscisas y el de la llegada para el de ordenadas.

Esto es debido al proceso que se ha seguido de optimización, ya que el eje de ordenadas va en función del tiempo de vuelo entre el flyby y Psyche, para cuyos casos los valores de las ΔV permanecen constantes, siendo por tanto debido a esto que los valores que limitan superior e inferiormente a las ventanas de lanzamiento serán por tanto los valores del ΔV que se deba de aplicar a la llegada a Psyche.

Obtención de las ventanas de lanzamiento para flyby por Venus y por Marte

Finalmente, en la Tabla 8 se muestran los valores mínimos de cada ventana de lanzamiento, en rojo se indican las ventanas que no cumplen con las especificaciones.

Trayectoria	Salida	Llegada	TOF [días]	Min. ΔV_{tot} [km/s]
T-M-P	15/03/20	28/03/22	743 (171+572)	7,282
T-V-P	15/11/20	26/07/22	618 (88+530)	11,214
TV-P	02/11/20	14/02/23	834 (106+728)	13,089
T-V-P	22/01/21	29/01/23	737 (169+568)	10,820
T-M-P	03/05/21	30/10/23	910 (310+600)	7,589
T-V-P	21/10/21	08/07/23	625 (145+480)	12,889
T-V-P	06/04/23	18/02/25	684 (94+590)	10,994
T-M-P	15/06/23	01/06/25	717 (119+598)	10,398
T-V-P	07/07/23	06/05/25	669 (157+512)	10,964
T-V-P	22/03/24	18/10/25	575 (179+396)	11,819
T-M-P	21/06/24	19/08/26	789 (217+572)	7,291
T-M-P	25/06/24	07/09/27	1169 (345+824)	8,467

Tabla 8. Ventanas de lanzamiento obtenidas para trayectorias con flyby en Venus y Marte.

4.2.2. Validación de los resultados

En [11] hay datos publicados sobre un estudio realizado de una transferencia interplanetaria mediante la resolución del problema de Lambert para un vuelo de la Tierra a Marte realizando una maniobra de asistencia gravitatoria en Venus. Por lo tanto, para la validación de los resultados obtenidos, mediante el código implementado para Lambert para el estudio de transferencias orbitales con maniobra de flyby, se implementará dicho código para el caso estudiado en [11] y se compararán los valores obtenidos con los aportados por dicho estudio.

En cuanto a los valores mostrados en la comparativa, se ha de mencionar, que al igual que en el caso del apartado “4.1.3. Validación de resultados y comparativa entre aproximación por cónicas y Lambert”, donde se validaban los datos obtenidos con datos tomados del mismo estudio, los ΔV_{tot} considerados en dicho estudio son únicamente los ΔV al lanzamiento siendo por tanto los valores de los ΔV_{tot} mostrados en la comparativa mucho menores a los ΔV totales que se muestran en los resultados.

A continuación, en la Tabla 9 se muestra la comparativa de resultados obtenidos para una fecha de salida específica, un TOF específico hasta el Venus y un TOF específico hasta Marte. Obteniéndose en función de dichos valores el ΔV_{tot} y las velocidades al cuadrado en el infinito de las esferas de influencia (C3d \rightarrow velocidad en el infinito en la esfera de influencia del planeta de salida y C3a \rightarrow velocidad en el infinito en la esfera de influencia del planeta de llegada) para un rango de fechas de salida desde la Tierra del 1 de Enero de 2020 hasta el 1 de Enero de 2040.

Trayectoria	Salida	Flyby	Llegada	TOF [días]	Salida [km/s]		Salida + flyby [km/s]		Llegada [km/s]		Error [%]
					C3d [7]	C3d	ΔV_{tot} [7]	ΔV_{tot}	C3a [7]	C3a	
T-V-M	14/09/23	19/02/24	16/07/24	306 (158+148)	26,02	26,43	4,363	4,456	39,8	40,40	2,09%
T-V-M	19/03/28	20/08/28	22/02/29	340 (154+186)	26,80	26,98	4,377	4,385	39,68	39,49	0,18%
T-V-M	28/01/30	11/07/30	23/01/31	362 (166+196)	25,00	25,80	4,297	4,525	24,57	24,97	5,04%
T-V-M	26/07/34	09/12/34	15/07/35	354 (136+218)	14,25	14,21	3,836	3,802	31,16	31,10	0,89%
T-V-M	11/06/36	22/11/36	11/05/37	334 (164+170)	24,26	24,40	4,421	4,228	39,85	40,36	4,56%
T-V-M	19/04/39	25/08/39	15/08/40	484 (128+356)	20,09	19,75	4,099	4,065	39,79	39,62	0,84%

Tabla 9. Comparativa entre los valores obtenidos por el código implementado en el presente trabajo (columnas en azul) y los valores obtenidos de [11] para una transferencia interplanetaria de vuelo con asistencia gravitatoria de la Tierra a Marte pasando por Venus.

En función de los resultados obtenidos, se puede ver como las diferencias son muy pequeñas, salvo en el caso de salida de la Tierra para el 28/01/30 (donde el valor que se obtiene por el método implementado en el código esta puesto en rojo debido a que en el cálculo para dicho valor el ΔV_{FB} es mayor al valor estipulado de 300 m/s) y para el 11/06/36, dando en ambos casos valores del error relativo cercanos al 5 %. Ahora bien, estas diferencias se pueden explicar al igual que en el caso anterior, a las posibles diferencias en los valores de las masas y radios de los planetas, así como en posibles

diferencias para las efemérides tomadas (siendo mayor el efecto negativo que tiene en este caso, al verse envueltas las efemérides y valores de la masa y del radio de un tercer planeta, así como por el hecho de que la distancia recorrida por la nave es mucho mayor propagándose más los errores).

Además, en el caso de estudio del sobrevuelo existe una diferencia añadida ya que mientras que el estudio realizado en [11], se considera instantáneo el tiempo que tarde el satélite en realizar el flyby. Sin embargo, el código implementado en el presente trabajo, calcula el tiempo de sobrevuelo y lo considera previo a la resolución del segundo problema de Lambert afectando esto al cálculo de los ΔV_{tot} mostrados en la Tabla 9 y siendo esto motivo de la mayor discrepancia de los datos.

4.3. comparativa de competitividad de las fechas de lanzamiento.

En este apartado se muestra a continuación en la Tabla 10, los valores del ΔV total mínimo, para todas las ventanas de lanzamiento obtenidas mediante trayectorias orbitales de vuelo directo y mediante trayectorias con flyby en Venus y Marte.

Órbita	Salida	Llegada	TOF [días]	Mín. ΔV [km/s]	Competitividad
T-M-P	15/03/20	28/03/22	743 (171+572)	7,282	Si
T-P	02/09/20	25/12/21	-	9,59	Si
T-V-P	15/11/20	26/07/22	618 (88+530)	11,214	No
T-V-P	22/01/21	29/01/23	737 (169+568)	10,820	Si
T-M-P	03/05/21	30/10/23	910 (310+600)	7,589	Si
T-P	03/11/21	07/09/23	-	10,696	Si
T-P	15/12/21	12/05/23	-	11,594	No
T-P	18/01/23	13/08/24	-	10,487	Si
T-P	10/02/23	24/06/24	-	11,092	No
T-V-P	06/04/23	18/02/25	684 (94+590)	10,994	Si
T-M-P	15/06/23	01/06/25	717 (119+598)	10,398	Si
T-V-P	07/07/23	06/05/25	669 (157+512)	10,964	Si
T-P	20/02/24	24/02/25	-	11,629	Si
T-V-P	22/03/24	18/10/25	575 (179+396)	11,819	No
T-M-P	21/06/24	19/08/26	789 (217+572)	7,291	Si
T-M-P	25/06/24	07/09/27	1169 (345+824)	8,467	Si

Tabla 10. Fechas de los mínimos DV requeridos para todas las ventanas de lanzamiento calculadas.

Los valores de la Tabla 10 que muestran si una ventana de lanzamiento es competitiva o no, dependen de si para un rango de dos o tres meses, existe una fecha posible de lanzamiento que requiera un ΔV menor que el mínimo existente para dicha ventana de lanzamiento.

Cabe mencionar que en los casos de flyby por Marte con salida el 03/05/21 en el primer caso y el 25/06/24 en el segundo, se debería de estudiar si estas son competitivas o no en comparación órbitas de transferencia para maniobras no impulsivas. Siendo así, que en el caso de que existiese alguna ventana de lanzamiento en esas fechas para maniobras no impulsivas se deberá estudiar de si en función de los diferentes requerimientos de ΔV , si dichas maniobras de flyby por Marte son competitivas o no con las trayectorias no impulsivas. Recuérdese que la órbita diseñada por la NASA tarda aproximadamente 3,4 años (siendo la órbita diseñada por la NASA una órbita para una maniobra no impulsiva [2]) y los tiempos que se tarda en llegar a Psyche de acuerdo a las transferencias de flyby por Marte mencionadas, se aproximan a dichos valores de TOF.

5. PRESUPUESTO Y ESPECIFICACIÓN DEL PROYECTO

Esta sección, comprende el coste del presupuesto estimado para la realización del presente trabajo fin de master en el cual se indica por un lado el presupuesto requerido para la realización del mismo, y por otro indica cuales son las especificaciones técnicas que se han de cumplir en el proyecto.

5.1. Presupuesto

A continuación, en este apartado se calculan los costes conllevados por la realización del proyecto. Donde se desglosa el presupuesto en función de los costes asociados al personal envuelto en el desarrollo del proyecto, los costes en función del hardware y del software empleado, así como otros costes de acceso a fuentes de información y de material de dibujo e impresión.

Recogiéndose el total de los costes del proyecto en la Tabla 11.

Personal del proyecto	13.485,50 €
Hardware	169,95 €
Software	159,70 €
Otros	315,17 €
Subtotal	14.130,32 €
IVA 21 %	2.967,37 €
Total	17.097,69 €

Tabla 11. Presupuesto de los costes derivados de la realización del presente proyecto de fin de master.

5.1.1. Costes asociados al personal

Los costes asociados al personal son aquellos costes derivados del tiempo de trabajo requerido por las diferentes personas envueltas en el proyecto. Donde se tiene en cuenta el sueldo del autor del proyecto a título de ingeniero graduado y el sueldo de los tutores del proyecto a título de doctores. Mostrándose dichos costes en la Tabla 12.

Cantidad	Categoría	Coste [€/h]	Tiempo [h]	Subtotal sin IVA [€]
3	Doctor	38,85	20	2.331
1	Ingeniero graduado	24,79	450	11.155,5
Total				13.485,5 €

Tabla 12. Costes asociados al personal en la realización del proyecto.

5.1.2. Hardware

En este apartado se consideran los costes de amortización del hardware empleado según un coeficiente de amortización lineal proporcionado por la Agencia Tributaria [12] para “equipos de procesos de información”. Siendo el Hardware utilizado un ordenador portátil ASUS GL552VW y un ordenador de torre HP Pavilion 24-XA0988NS, calculando el coste de los equipos de acuerdo al precio actual de mercado.

A continuación, se muestran los costes asociados al hardware en la Tabla 13.

Cantidad	Categoría	Coste [€]	Tiempo de uso [meses]	Coef. de amortización	Subtotal sin IVA [€]
1	Ordenador portátil	924,79	7	0,25	134,86
1	Ordenador de torre	842,15	2	0,25	35,09
Total					169,95 €

Tabla 13. Costes asociados al hardware utilizado.

5.1.3. Software

En este apartado, en función del coeficiente de amortización lineal proporcionado por la Agencia Tributaria [13] para “sistemas y programas informáticos”, se muestran en la Tabla 14 los costes calculados asociados al software utilizado en la realización del proyecto. Donde el software utilizado ha sido, MatlabR2018a y CATIA V5.

Cantidad	Categoría	Coste [€]	Tiempo de uso [meses]	Coef. de amortización	Subtotal sin IVA [€]
1	Matlab R2018a	661,16	7	0,33	127,27
1	CATIA V5	1070,25	1	0,33	29,43
Total					156,7 €

Tabla 14. Costes asociados al software utilizado.

5.1.4. Otros costes

Finalmente, en la Tabla 15 se muestran los costes que no se recogen en los apartados anteriores, siendo estos los derivados de la impresión del documento, material de dibujo empleado (compas y regla) y de material de investigación (libros y acceso a fuentes de información).

Cantidad	Categoría	Subtotal sin IVA [€]
1	Mathematical Aspects of Classical and Celestial Mechanics [9]	191,90
1	Orbital Mechanics for Engineering Students [7]	69,01
1	Fundamentals of astrodynamics [10]	10,98
1	Material de dibujo	33,06
1	Impresión del trabajo	43,28
Total		315,17 €

Tabla 15. Costes ajenos al personal, al hardware o al software utilizado.

5.2. Especificación del proyecto

En cuanto a las especificaciones del proyecto, el proyecto se basa en la obtención de ventanas de lanzamiento para órbitas interplanetarias de transferencia desde la Tierra hasta Psyche, donde dichas ventanas de lanzamiento se estudiarán en función de los ΔV que se deben de aportar al vehículo espacial para que este sea capaz de llevar a cabo la misión, estando el valor máximo de dichos ΔV , limitados por cierto valor máximo (limitando por tanto la cantidad de combustible que el satélite podrá llevar a bordo, lo cual afecta al peso de la nave).

A continuación, se enumeran los requerimientos con los cuales debe de cumplir el presente proyecto, así como las limitaciones técnicas que afectan al cálculo de las ventanas de lanzamiento y el rango de días de lanzamiento para el cual se estudian las posibles ventanas de lanzamiento.

- Cálculo de una órbita de transferencia interplanetaria desde una órbita de estacionamiento en la Tierra hasta una órbita de parkin en Psyche.
- Valor máximo del ΔV total que se puede aplicar al vehículo espacial: 12 km/s
- Valor máximo del ΔV que se puede aplicar al vehículo en el perigeo de la órbita de flyby: 300 m/s
- Rango de fechas de lanzamiento desde la Tierra: 1 de Enero de 2020 hasta el 1 de Enero de 2030.
- Órbita de estacionamiento en la Tierra a 320 km de altitud
- Órbita de parkin en Psyche a 50 km de altitud

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

6.1. Conclusiones

- En este trabajo se desarrollan herramientas para el cálculo de ventanas de lanzamiento desde la Tierra hasta el asteroide 16-Psyche, siendo estas herramientas de gran utilidad, ya que una parte muy importante del estudio de una misión orbital, radica en conocer las fechas óptimas de lanzamiento para las cuales se realizará la transferencia interplanetaria. Siendo dichas herramientas generadas en el presente estudio, muy eficaces para la realización del estudio preliminar de la obtención de la fecha inicial de lanzamiento. Asimismo, dichas herramientas permiten el estudio de posibles fechas de lanzamiento mediante técnicas de asistencia gravitatorias, con las cuales se pueden reducir los ΔV que se han de aportar mediante el consumo de combustible a la vez que se pueden cubrir posibles fechas de lanzamiento las trayectorias directas de un planeta a otro no son capaces de cubrir.
- Se destacar, la importancia de las consideraciones realizadas a la hora de comprender los resultados obtenidos. Ya que debido a las enormes distancias que son recorridas en misiones interplanetarias, cualquier pequeña simplificación mal hecha afecta enormemente a la órbita resultante, debido a la propagación de los errores a lo largo del tiempo en el cual transcurre la misión. Siendo por tanto las fechas de lanzamiento obtenidas en el presente estudio, fechas de lanzamiento orientativas para la realización de transferencias orbitales.
- Gran complejidad en las consideraciones que se han de realizar y de tener en cuenta en el caso de estudio de la transferencia orbital con maniobra de asistencia gravitatoria para la resolución mediante el método de aproximación de cónicas para un caso genérico. Siendo la complejidad debida en su mayor parte, al amplio rango de posibilidades en la realización del flyby en función de si este se realiza en un planeta interior o exterior al de partida, así como por el hecho de si el flyby se realiza de manera previa al apogeo o perigeo, según el caso, o una vez que se pasa dicho punto.
- Se obtienen buenos resultados para posibles fechas de lanzamiento de vehículos espaciales en misiones interplanetarias a 16-Psyche, ya que estos indican que la realización de dichas órbitas de transferencia es posible dentro de los rangos límites estipulados para la especificación del proyecto, pudiéndose reducir en gran medida el requerimiento de ΔV , realizando maniobras de asistencia gravitatoria en Marte.
- El código implementado en el presente trabajo se ha realizado pensando en la misión del cálculo de una transferencia interplanetaria de la Tierra a Psyche. Sin embargo, dicho código es fácilmente adaptable al estudio de transferencias orbitales cuyos cuerpos celestes de salida y de llegada sean diferentes de los inicialmente estipulados. Lo cual permite la posibilidad de la creación de una base de datos para fechas posibles de lanzamiento de misiones orbitales interplanetarias entre diferentes cuerpos del sistema solar.

6.2. Trabajo futuro

En cuanto a las posibilidades de desarrollo futuro del presente trabajo, existen diversas posibilidades, las cuales siguen dos ramas principales, una en la que se completa el presente trabajo optimizando el código y estudiando en más profundidad las transferencias interplanetarias para maniobras impulsivas y otra en la que partiendo de la base de este trabajo se pasa a calcular las ventanas de lanzamiento para el caso de maniobras no impulsivas donde se debería realizar la integración de las ecuaciones utilizadas para el cálculo de la trayectoria de la nave. A continuación, se enumeran las posibles vertientes del desarrollo futuro del presente trabajo.

- Finalizar y depurar el código para el método de aproximación por cónicas con flyby para un caso genérico del planeta de flyby en una órbita interior o exterior a la del planeta de lanzamiento y con la posibilidad de entrada al flyby antes o después de llegar perigeo o apogeo (en función de si el planeta de donde se realice el flyby es interior o exterior al planeta de lanzamiento) de la órbita previa al flyby.
- Optimización del código y generación de una base de datos para lanzamientos a diversos planetas y asteroides. La cual podría ser utilizada posteriormente para el diseño de un vehículo espacial para la realización de alguna de las trayectorias calculadas.
- Diseño en profundidad del vuelo orbital por fases de una nave para la que sea considerada como la fecha de lanzamiento óptima.
- Estudio de sensibilidad de los métodos calculados en el presente trabajo ante la introducción de perturbaciones orbitales.
- Estudio del cálculo de las ventanas de lanzamiento en el caso de transferencias orbitales interplanetarias para maniobras no impulsivas y posterior estudio de la sensibilidad del efecto de las perturbaciones orbitales en las soluciones obtenidas.
- Estudio de ventanas de lanzamiento para maniobras orbitales para órbitas de transferencias interplanetarias que consideren maniobras impulsivas y no impulsivas para la misma órbita (salida de las esferas de influencia de manera impulsiva y vuelo alrededor del Sol impulsivo). Así como un posterior estudio de la sensibilidad de los resultados ante las perturbaciones orbitales.

REFERENCIAS

- [1] Planetary Science Communication team, «Solar System exploration,» NASA, 16 5 2019. [En línea]. Available: <https://solarsystem.nasa.gov/asteroids-comets-and-meteors/asteroids/16-psyche/in-depth/>. [Último acceso: 14 8 2019].
- [2] J. Nelson, «Mision to a metal world Psyche,» NASA, [En línea]. Available: <https://www.jpl.nasa.gov/missions/psyche/>. [Último acceso: 10 2018].
- [3] S. Vargas, «My modern met,» 25 7 2019. [En línea]. Available: <https://mymodernmet.com/es/16-psyche-asteroide-nasa/>. [Último acceso: 14 8 2019].
- [4] Univerxum, «Univerxum,» 24 10 2016. [En línea]. Available: <https://www.univerxum.com/por-que-venus-y-urano-giran-en-sentido-contrario/>. [Último acceso: 24 7 2019].
- [5] R. S. Park, «HORIZONS Web-Interface,» 3 6 2019. [En línea]. Available: <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>. [Último acceso: 3 6 2019].
- [6] Astronoo, «Astronoo,» 1 6 2013. [En línea]. Available: <http://www.astronoo.com/es/articulos/caracteristicas-de-los-planetas.html>. [Último acceso: 24 8 2019].
- [7] H. D. Curtis, *Orbital Mechanics for Engineering Students, Third Edition ed.*, Daytona Beach, Florida: Elsevier, 2010.
- [8] NASA, «International Space Station,» 14 2 2014. [En línea]. Available: https://www.nasa.gov/mission_pages/station/expeditions/expedition26/iss_altitude.html. [Último acceso: 5 2019].
- [9] American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., *Mathematical Aspects of Classical and Celestial Mechanics, Third edition ed.*, V. A. Chobotov, Ed., Reston, Virginia: AIAA, 2002.
- [10] R. R. Bate, D. D. Mueller y J. E. White, *Fundamentals of astrodynamics*, New York, New York: Dover Publications, 1971.
- [11] T. Ishimatsu, O. Ladislav de Weck y J. Hoffman, «Method for Rapid Interplanetary Trajectory Analysis by delta-V Maps with Flyby Options,» *Journal of the British Interplanetary Society*, vol. 64, nº 204-213, p. 16, 6 2011.
- [12] Atlas de astronomía, «Atlas de astronomía,» [En línea]. Available: <http://atlasdeastronomia.com/asteroids.php>. [Último acceso: 2 9 2019].
- [13] Agencia tributaria, «Agencia tributaria,» [En línea]. Available: <https://www.agenciatributaria.es/>. [Último acceso: 8 9 2019].