

# Trabajo Final de Máster

*Estudio numérico del fallo por cortante en vigas de hormigón reforzado con fibras. Aplicación práctica en elementos prefabricados en el interior de una nave comercial situada en Igualada (Barcelona).*

Autor : TALAVERA SÁNCHEZ, Santiago  
Tutor : NAVARRO GREGORI, Juan  
Co-tutor : SERNA ROS, Pedro

Curso 2018-2019  
UPV-ETSICCP



# Resumen

## Castellano

*Estudio numérico del fallo por cortante en vigas de hormigón reforzado con fibras. Aplicación práctica en elementos prefabricados en el interior de una nave comercial situada en Igualada (Barcelona).*

Recientemente se están llevando a cabo campañas experimentales en el campo de los hormigones con fibras, en el *Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH) de la Universitat Politècnica de València (UPV)*, así como en otros centros de investigación a nivel Europeo, con el fin de estudiar el comportamiento a cortante de elementos de hormigón reforzado con fibras, en este caso concreto, de vigas.

El objetivo de este trabajo es la modelización y el análisis de una serie de vigas de ensayos clásicos de vigas de hormigón armado, realizados por *Bresler y Scordelis*<sup>[1]</sup> en los años sesenta y repetidos en 2004 por *Vecchio y Shim*<sup>[2]</sup> en la *Universidad de Toronto*, con el fin de poder validar un modelo de material a tracción del hormigón con los resultados de la experimentación y aplicarlo en un caso práctico para estimar la influencia de las fibras en elementos similares. Dicha modelización incluye un conjunto de dieciséis vigas (ocho con fibras de acero y otras ocho con macro-fibras sintéticas de polipropileno). La mitad de ellas no incluyen armadura transversal, por lo que su comportamiento frente al esfuerzo cortante es el que determinará en gran parte los resultados obtenidos.

El diseño actual de estas vigas a flexión está actualmente resuelto con los modelos de material convencionales, aplicando una resistencia a tracción y un modelo de material extraído de las normativas actuales, sin embargo, esto no es así en el caso de elementos cuyo modo de fallo es a cortante, debido a un desconocimiento de los parámetros que rigen la rotura y del comportamiento frente a las acciones con este tipo de material. El principal reto de ello consiste en establecer un modelo de comportamiento constitutivo del hormigón reforzado con fibras que proporcione una respuesta coherente en elementos dominados por las tensiones tangenciales como es el caso.

Los resultados numéricos obtenidos arrojan resultados razonables en cuanto a la estimación de las cargas de rotura y al comportamiento carga-flecha y se lleva a cabo la validación con los experimentos realizados.

Se han aplicado los métodos anteriormente descritos a elementos viga prefabricadas en atillos de una nave comercial situada en Igualada (Barcelona) para luces moderadas y grandes cargas, con cuantías de armado transversal considerable. De estas verificaciones se concluye que se puede alcanzar un ahorro de hasta 55kg por viga y el coste económico puede reducirse incluso hasta en un 15%. Dado el ahorro logrado, se recomienda extender esta metodología en otras tipologías de elemento, que requerirá de nuevos ensayos y abriría la puerta a nuevas líneas de investigación.

**Palabras clave:** Hormigón, Fibras, Acero, Polipropileno, Modelo constitutivo, Material, Cortante, Tracción, Rotura



# Abstract

## English

*Numerical research of classic shear-critical concrete beams including fibers. Practical application in prefabricated elements inside a commercial building located in Igualada (Barcelona).*

Recently, experimental campaigns are being carried out in the field of fibre reinforced concrete, in the *Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH)* of *Universitat Politècnica de València (UPV)*, as well as in other research centers at European level, in order to study the shear behavior of fiber reinforced concrete elements, in this particular case, of beams.

The objective of this work is modeling and analyze a serie of beams of classic tests in reinforced concrete beams, made by *Bresler y Scordelis*<sup>[1]</sup> in the sixties and repeated in 2004 by *Vecchio y Shim*<sup>[2]</sup> in the *Universidad de Toronto*, in order to be able to validate the model with the results of the experimentation and apply it in a practical case to estimate the influence of the fibers on similar elements.. Modeling includes a set of sixteen beams (eight with steel fibers and eight with synthetic polypropylene macro-fibers). Half of them do not include transverse reinforcement, so their behavior against shear stress is determinant for the obtained results.

The actual design of these beams in bending is currently resolved with conventional material models, applying a tensile strength and a model of material extracted from the current regulations, however, this is not solved in the case of elements whose failure mode is due to shear stress, due to a lack of knowledge of parameters that determine breakage and their behavior against actions with this type of material. The main challenge of this is to establish a constitutive behavior model of fiber reinforced concrete that provides a coherent response in elements dominated by tangential stresses.

The numerical results obtained show reasonable results in estimation of critical loads and the load-deflection behavior. The validation is carried out with the experiments carried out.

The previously described methods have been applied to prefabricated beam elements in lofts of a commercial center located in Igualada (Barcelona) for moderate lights and large loads, with considerable amounts of transversal reinforcement. From these verifications it is concluded that a saving of 55kg per beam can be achieved and the economic cost can be reduced even up to 15%. Given this results achieved, it is recommended to extend this methodology in other types of element, which will require new tests and open the door to new lines of research.

**Keywords:** Concrete, Fiber, Steel, Polypropylene, Constitutive Model, Material, Shear, Beams, Critical Load.



# Resum

## Valencià

*Estudi numèric de la fallada per tallant en bigues de formigó reforçat amb fibres. Aplicació pràctica en elements prefabricats en l'interior d'una nau comercial situada a Igualada (Barcelona).*

Recentment s'estan duent a terme campanyes experimentals en el camp dels formigons amb fibres, en el *Institut de Ciència i Tecnologia del Formigó (ICITECH)* de la *Universitat Politècnica de València (UPV)*, així com en altres centres d'investigació a nivell Europeu, a fi d'estudiar el comportament a tallant d'elements de formigó reforçat amb fibres, en este cas concret, de bigues.

L'objectiu d'este treball és la modelització i l'anàlisi d'una sèrie de bigues d'assajos clàssics de bigues de formigó armat, realitzats per *Bresler y Scordelis*<sup>[1]</sup> en els anys seixanta i repetits en 2004 per *Vecchio y Shim*<sup>[2]</sup> en la *Universitat de Toronto*, a fi de poder validar el model amb els resultats de l'experimentació i aplicar-ho en un cas pràctic per a estimar l'influència de les fibres en elements similars. Aquesta modelització inclou un conjunt de setze bigues (huit amb fibres d'acer i altres huit amb macrofibres sintètiques de polipropileno) . La mitat d'elles no inclouen armadura transversal, per la qual cosa el seu comportament de cara a l'esforç tallant és el que determinarà en gran part els resultats obtinguts.

El disseny actual d'estes bigues a flexió està actualment resolt amb els models de material convencionals, aplicant una resistència a tracció i un model de material extret de les normatives actuals, no obstant això, açò no és així en el cas d'elements on el mode de fallada és a tallant, a causa d'un desconeixement dels paràmetres que regixen la ruptura i del comportament de cara a les accions en este tipus de material. El principal repte d'això consistix a establir un model de comportament constitutiu del formigó reforçat amb fibres que proporcione una resposta coherent en elements dominats per les tensions tangencials com és el cas.

Els resultats numèrics obtinguts presenten resultats raonables quant a l'estimació de les càrregues de ruptura i al comportament càrrega-fletxa, es du a terme la validació amb els assajos realitzats.

S'han aplicat els mètodes anteriorment descrits a elements biga prefabricades en entresolats d'una nau comercial situada a Igualada (Barcelona) per a llums moderades i grans càrregues, con quanties d'armat transversal considerable. D'estes verificacions es conclou que es pot aconseguir un estalvi de fins a 55kg per biga i el cost econòmic pot reduir-se fins i tot en un 15%. Donat l'estalvi aconseguit, es recomana estendre aquesta metodologia en altres tipologies d'element, que requerirà de nous assajos i obrirà la porta a noves línies d'investigació

**Paraules clau:** Formigó, Fibres, Acer, Polipropileno, Model constitutiu, Material, Tallant, Bigues, Ruptura





# Índice

<b>Tabla de contenidos</b>	<b>XIII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Estructura y contenido del Trabajo Final de Máster . . . . .	2
1.3. Objetivos del Trabajo Fin de Máster . . . . .	2
1.3.1. Objetivo general . . . . .	2
1.3.2. Objetivos específicos . . . . .	2
<b>2. Estado del Arte</b>	<b>3</b>
2.1. Introducción . . . . .	3
2.2. Comportamiento del hormigón a cortante . . . . .	4
2.2.1. Mecanismos de transferencia en el hormigón . . . . .	4
2.2.1.1. Transferencia por compresión . . . . .	4
2.2.1.2. Transferencia por engranamiento de áridos . . . . .	4
2.2.1.3. Transferencia por efecto pasador de las armaduras . . . . .	6
2.2.1.4. Transferencia por tensiones residuales en las fisuras . . . . .	6
2.2.1.5. Transferencia por efecto arco . . . . .	7
2.2.1.6. Transferencia por efecto celosía . . . . .	8
2.2.2. Efectos que modifican la respuesta a cortante . . . . .	8
2.2.2.1. Efecto de la esbeltez seccional $l/d$ . . . . .	9
2.2.2.2. Efecto escala del elemento estructural . . . . .	9
2.2.2.3. Efecto de la armadura longitudinal . . . . .	9
2.2.2.4. Efecto de la resistencia a compresión del hormigón . . . . .	10
2.2.3. Modos de fallo frente al esfuerzo cortante en vigas . . . . .	10
2.2.3.1. Rotura por flexión pura . . . . .	10
2.2.3.2. Fallo por tensión diagonal-cortante . . . . .	11
2.2.3.3. Fallo por cortante-compresión . . . . .	11
2.2.3.4. Agotamiento de la biela comprimida . . . . .	11
2.2.3.5. Fallo por adherencia de la armadura longitudinal . . . . .	11
2.3. El hormigón con fibras . . . . .	12
2.3.1. Clasificación de las fibras . . . . .	13
2.3.2. Efectos de las fibras en el hormigón . . . . .	16
2.3.2.1. Efectos de las fibras de acero . . . . .	16
2.3.2.1.1. Influencia en el comportamiento a compresión . . . . .	17
2.3.2.1.2. Influencia en el comportamiento a tracción . . . . .	17
2.3.2.1.3. Influencia en el comportamiento a cortante/torsión . . . . .	17
2.3.2.1.4. Influencia en el comportamiento a flexión . . . . .	18
2.3.2.1.5. Influencia en otros efectos . . . . .	19
2.3.2.2. Efectos de las fibras de polipropileno . . . . .	19
2.3.2.2.1. Influencia en el comportamiento a compresión . . . . .	20

2.3.2.2.2.	Influencia en el comportamiento a flexión . . . . .	20
2.3.2.2.3.	Influencia en el comportamiento a cortante . . . . .	21
2.3.2.2.4.	Influencia en otros comportamientos . . . . .	22
2.3.3.	Aplicabilidad de las fibras en la actualidad . . . . .	23
2.3.3.1.	Aplicabilidad de las fibras de acero . . . . .	23
2.3.3.2.	Aplicabilidad de las fibras de polipropileno . . . . .	23
2.4.	Introducción a los modelos de material . . . . .	24
2.4.1.	Modelos basados en comportamientos elásticos . . . . .	24
2.4.1.1.	Elasticidad Isotrópica . . . . .	24
2.4.1.2.	Elasticidad Ortotrópica . . . . .	25
2.4.1.3.	Elasticidad no lineal-hipoelasticidad . . . . .	26
2.4.2.	Modelos basados en comportamientos plásticos . . . . .	27
2.4.2.1.	Plasticidad isotrópica . . . . .	28
2.4.2.2.	Criterio de Tresca . . . . .	28
2.4.2.3.	Criterio de Von Mises . . . . .	29
2.4.3.	Modelos de fisuración . . . . .	30
2.4.3.1.	Modelos de fisuración discreta . . . . .	31
2.4.3.2.	Modelos de fisuración distribuida . . . . .	33
2.4.3.2.1.	Modelo de fisuración de direccionalidad fija (FCM) . . .	34
2.4.3.2.2.	Modelo de fisuración multidireccional fija (MDFCM) . .	40
2.4.3.2.3.	Modelo de fisuración distribuida rotacional (SRCM) . .	45
2.4.3.2.4.	Modelo de fisuración basado en deformaciones totales (TSCM) . . . . .	53
2.4.4.	Modelos constitutivos del material . . . . .	56
2.4.4.1.	Modelos de comportamiento a compresión . . . . .	56
2.4.4.1.1.	Introducción a las curvas de comportamiento . . . . .	56
2.4.4.1.2.	Función de Thorenfeldt . . . . .	58
2.4.4.1.3.	Función parabólica en energía de fractura . . . . .	58
2.4.4.1.4.	Función parabólica de Hognestad . . . . .	60
2.4.4.1.5.	Función del Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1) . . . . .	60
2.4.4.2.	Modelos de comportamiento a tracción . . . . .	61
2.4.4.2.1.	Función exponencial . . . . .	62
2.4.4.2.2.	Función no lineal (formulación de Hordijk) . . . . .	62
2.4.4.2.3.	Función no lineal (formulación CEB-FIB Model Code 2010) . . . . .	64
2.4.4.2.4.	Función de tensión constante . . . . .	65
2.4.4.2.5.	Función lineal basada en abertura última de fisura . . .	65
2.4.4.2.6.	Función de comportamiento frágil . . . . .	66
2.4.4.2.7.	Función multi-lineal . . . . .	67
2.4.5.	Efectos adicionales en el hormigón . . . . .	68
2.4.5.1.	Confinamiento lateral del hormigón a compresión . . . . .	68
2.4.5.2.	Comportamiento a compresión con fisuración lateral . . . . .	70
2.4.5.2.1.	Vecchio Collins 1993 . . . . .	70
2.4.5.2.2.	Vecchio Collins 1986 . . . . .	70
2.4.5.3.	Combinación con efectos térmicos o de expansión y contracción .	71
2.4.5.4.	Relaciones de reducción a cortante o <i>shear retention</i> . . . . .	71
2.4.5.4.1.	Comportamiento a cortante sin reducción . . . . .	71
2.4.5.4.2.	Modelo con reducción constante . . . . .	71
2.5.	Normativa aplicable en hormigones con fibras . . . . .	72
2.5.1.	Obtención de resistencias residuales en ensayos de flexotracción . . . . .	72
2.5.2.	Código Modelo 2010 . . . . .	75

2.5.3.	EHE-08 . . . . .	80
2.5.4.	RILEM TC162-TDF . . . . .	83
2.5.5.	Otras expresiones . . . . .	86
<b>3.</b>	<b>Investigación</b>	<b>87</b>
3.1.	Campaña experimental . . . . .	87
3.1.1.	Introducción . . . . .	87
3.1.2.	Datos geométricos por viga . . . . .	91
3.1.3.	Materiales empleados . . . . .	93
3.1.3.1.	Vigas con fibra de acero . . . . .	93
3.1.3.1.1.	Hormigón . . . . .	93
3.1.3.1.2.	Acero . . . . .	94
3.1.3.1.3.	Fibras . . . . .	94
3.1.3.2.	Vigas con fibra de polipropileno . . . . .	95
3.1.3.2.1.	Hormigón . . . . .	95
3.1.3.2.2.	Acero . . . . .	95
3.1.3.2.3.	Fibras . . . . .	96
3.1.4.	Fabricación de vigas y probetas . . . . .	97
3.1.5.	Instrumentación y medición de los ensayos . . . . .	98
3.1.6.	Probetas de acompañamiento en vigas . . . . .	102
3.1.6.1.	Probetas cilíndricas . . . . .	104
3.1.6.2.	Probetas prismáticas . . . . .	105
3.1.6.3.	Probetas de acero . . . . .	109
3.1.7.	Resultados obtenidos en vigas de la campaña experimental . . . . .	109
3.1.7.1.	Vigas SFRC . . . . .	110
3.1.7.2.	Vigas PFRC . . . . .	118
3.1.8.	Principales conclusiones obtenidas de la campaña . . . . .	126
3.2.	Análisis a tracción del hormigón . . . . .	127
3.2.1.	Introducción al análisis inverso . . . . .	127
3.2.2.	Procedimiento empleado en los cálculos . . . . .	127
3.2.3.	Resultados obtenidos del análisis inverso . . . . .	131
3.3.	Análisis numérico de las vigas estudiadas . . . . .	134
3.3.1.	Herramientas informáticas empleadas. Procedimiento de trabajo. . . . .	134
3.3.2.	Modelo de cálculo empleado . . . . .	136
3.3.2.1.	Tipología de elementos finitos . . . . .	137
3.3.2.2.	Cargas aplicadas y condiciones de contorno . . . . .	138
3.3.2.3.	Funciones de material aplicadas al modelo . . . . .	139
3.3.2.4.	Procedimiento de análisis . . . . .	139
3.3.3.	Resultados obtenidos de los modelos de cálculo . . . . .	140
3.3.3.1.	Resultados en vigas de polipropileno $cb=25mm$ . . . . .	142
3.3.3.2.	Resultados en vigas de polipropileno $cb=60mm$ . . . . .	158
3.3.3.3.	Resultados en vigas de acero $cb=25mm$ . . . . .	174
3.3.3.4.	Resultados en vigas de acero $cb=60mm$ . . . . .	190
3.3.4.	Análisis de los resultados obtenidos . . . . .	206
<b>4.</b>	<b>Aplicación práctica en elementos prefabricados en el interior de una nave comercial situada en Igualada (Barcelona)</b>	<b>211</b>
4.1.	Introducción . . . . .	211
4.2.	Descripción de la estructura de la nave comercial . . . . .	212
4.2.1.	Cimentación . . . . .	212
4.2.2.	Sistema de pilares y pilares . . . . .	213
4.2.3.	Sistema de altillos . . . . .	213

4.2.4. Cubierta . . . . .	216
4.3. Geometría de las secciones a analizar . . . . .	217
4.4. Modelo de cálculo de las vigas . . . . .	220
4.4.1. Condiciones de contorno del modelo . . . . .	220
4.4.2. Acciones consideradas en el modelo de cálculo . . . . .	221
4.4.3. Materiales empleados en el modelo de cálculo . . . . .	221
4.4.3.1. Tipología de elementos finitos . . . . .	222
4.4.3.2. Procedimiento de análisis . . . . .	224
4.5. Resultados obtenidos . . . . .	225
4.5.1. Curvas carga-flecha obtenidas . . . . .	225
4.5.1.1. Vigas L . . . . .	225
4.5.1.2. Vigas T . . . . .	226
4.5.2. Modos de fallo de las vigas . . . . .	227
4.5.2.1. Vigas L . . . . .	227
4.5.2.2. Vigas T . . . . .	228
4.5.3. Estimación de la optimización de armaduras. Análisis económico . . . . .	229
<b>5. Conclusiones generales</b>	<b>231</b>
5.1. Fase experimental previa . . . . .	231
5.2. Fase de investigación . . . . .	232
5.3. Fase de aplicación práctica . . . . .	234
<b>Anejos</b>	<b>I</b>
<b>A. Datos técnicos de fibras empleadas</b>	<b>I</b>
<b>B. Planos de fabricación de vigas ensayadas</b>	<b>VII</b>
<b>C. Código VBA Análisis Inverso</b>	<b>VIII</b>
<b>D. Código VBA de generación de archivos python</b>	<b>XIV</b>
<b>E. Planos nave comercial Igualada</b>	<b>XXVIII</b>
<b>F. Listados y referencias</b>	<b>XXIX</b>
<b>Referencias</b>	<b>XXXVI</b>



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

El diseño a flexión de vigas reforzadas con fibras, tanto de acero como sintéticas de poli-propileno, está actualmente resuelto con los modelos de material convencionales, aplicando una resistencia a tracción y un modelo de material extraído de las normativas actuales, sin embargo, esto no es así en el caso de elementos cuyo modo de fallo es a cortante, debido a un desconocimiento de los parámetros que rigen la rotura y del comportamiento frente a las acciones con este tipo de material. Actualmente, las normativas no ofrecen unas expresiones claras y están basadas en experimentaciones llevadas a cabo.

En el momento en el que el efecto del cortante es significativo frente a otros esfuerzos, tienen lugar fenómenos cuya importancia es fundamental como son el efecto pasador de las armaduras, el efecto del tamaño, el engranamiento de los áridos, el aporte de los estribos... Incluso en el efecto de los estribos existe un fenómeno de sinergia entre las fibras y las armaduras transversales, dando lugar a una mayor resistencia de los elementos.

Este tipo de material es relativamente nuevo en el contexto de los materiales de construcción, por lo que los modelos que se disponen actualmente son modelos empíricos, o bien basados en simplificaciones de diversos ensayos experimentales. Ello puede dar lugar a resultados que difieran del resultado real en cada caso.

En este caso se plantean diversos interrogantes que son: ¿Es posible crear un modelo constitutivo de material para la modelización de hormigones con fibras?, ¿Se puede recrear el mapa de fisuración experimental mediante un modelo de fisuración distribuida?, ¿Su aplicación puede reducir realmente las necesidades de armado a cortante de los elementos?.

El principal reto de ello consiste en establecer un modelo de comportamiento constitutivo del hormigón reforzado con fibras, que proporcione una respuesta coherente en elementos dominados por las tensiones tangenciales como es el caso. Para ello, será necesaria la determinación de la resistencia a tracción del hormigón a partir del análisis inverso de diversos ensayos de flexotracción del hormigón realizados en el centro de investigación. Con ello, y considerando diversos parámetros de cálculo que se explicarán a lo largo del trabajo, será posible recrear un modelo de material que se adapte a la realidad. Una vez validado el modelo, podrán compararse los resultados obtenidos con las normativas que existen actualmente y aplicar dicha metodología a los casos prácticos que se proponen.

## 1.2. Estructura y contenido del Trabajo Final de Máster

El Trabajo Final de Máster tendrá la siguiente estructura de contenidos:

- Capítulo 2, Estado del arte sobre los conocimientos a nivel de modelos de material y de las diversas teorías actuales en el ámbito del hormigón reforzado con fibras. A su vez se presentarán las investigaciones previas, que son objeto del presente trabajo.
- Capítulo 3, Descripción de los trabajos de investigación llevados a cabo, modelo de material empleado en los cálculos y procedimientos, incluyendo los diversos programas creados específicamente para llevar a cabo los cálculos y su código en lenguaje *VBA*.
- Capítulo 4, Estudio de optimización de armaduras en vigas prefabricadas de los altillos de una nave comercial, incluyendo los procedimientos y resultados obtenidos en el mismo. Se realizará un análisis económico de las vigas analizadas.
- Capítulo 5, Conclusiones obtenidas a partir de los resultados obtenidos, tanto en la parte de investigación y modelos de material como en su aplicación práctica. De ello podrán deducirse futuras aplicaciones, servirá a modo de estudiar su viabilidad y aplicabilidad en nuevas investigaciones, y se propondrán nuevas líneas de investigación al respecto.

## 1.3. Objetivos del Trabajo Fin de Máster

Los objetivos a perseguir se agrupan en objetivos generales y específicos

### 1.3.1. Objetivo general

- Conseguir un modelo de material para el hormigón reforzado con fibras tanto de acero como de polipropileno, que pueda ser validado a partir de la experimentación llevada a cabo y ofrezca unos resultados razonables para los casos de vigas planteadas, así como en el desarrollo para aplicaciones prácticas de cara a la optimización de armados en vigas.

### 1.3.2. Objetivos específicos

- Estudiar el parámetro denominado crackband, o distancia media de afección entre fisuras, el cual dependerá del tamaño del elemento finito en este caso. Alrededor de este parámetro es en el que se centran gran parte de las investigaciones actuales, por lo que el seguimiento del mismo durante los trabajos a llevar a cabo será de gran utilidad.
- Estudiar la importancia del valor y la función de resistencia a tracción del hormigón en los modelos de fisuración distribuida basados en deformaciones generalizadas.
- Estudiar la posible optimización de los armados en los distintos elementos de hormigón de los casos prácticos. En este caso, la sinergia entre las fibras y el acero podría ser de gran utilidad en el ahorro de materiales de construcción.

## Capítulo 2

# Estado del Arte

### 2.1. Introducción

En el presente apartado se incluye el estado último de las investigaciones llevadas a cabo, normativas, parámetros que rigen el comportamiento de los materiales, así como de cualquier avance relacionado en el campo de los hormigones estudiados, de forma que se expone el conocimiento publicado en la materia, sirviendo este como punto de partida para el desarrollo de los objetivos del presente proyecto.

Se han llevado a cabo numerosas investigaciones y ensayos en el campo del hormigón convencional sometido a cortante, de cara a evaluar la capacidad resistente y el comportamiento de estos elementos. Actualmente existen normativas, códigos, instrucciones y recomendaciones que permiten el diseño de elementos de hormigón convencional, así como de elementos reforzados con fibras. La base de estos modelos radica en numerosos resultados experimentales, basados habitualmente en ensayos sobre vigas isostáticas con una o dos cargas puntuales. La mayoría de estos ensayos se lleva a cabo con cuantías de armadura longitudinal muy elevadas, de cara a garantizar un fallo a cortante del elemento viga.

Las diferentes expresiones empleadas no están totalmente claras y los resultados de diversas investigaciones en el campo de los hormigones con fibras no arrojan resultados concluyentes, en especial, en el caso de vigas con una cuantía de armado a cortante reducida y/o una adición de fibras en una dosificación baja, todo ello probablemente debido a la gran acumulación de factores y mecanismos que intervienen en este tipo de situaciones, tales como la resistencia del hormigón, la geometría de la sección, el tamaño y tipo de árido, disposición del refuerzo a cortante, material de las fibras, esbeltez de la fibra, tipos de fibra y en definitiva, todo lo que forma parte de la matriz del hormigón y los agregados.

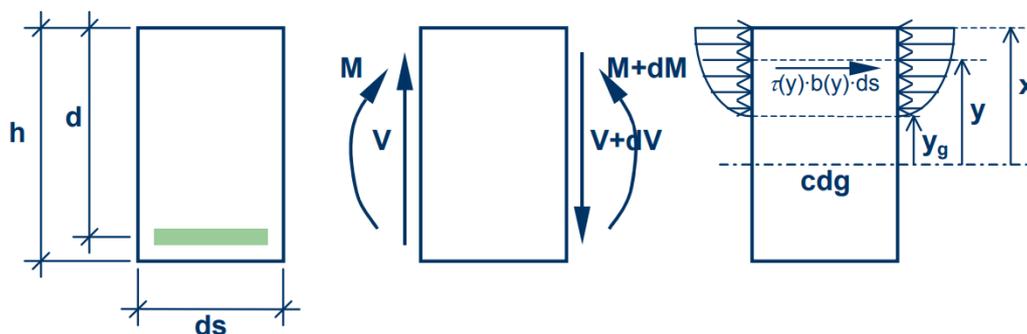
## 2.2. Comportamiento del hormigón a cortante

A continuación se explican los distintos fenómenos que tienen lugar en el hormigón cuando se encuentra sometido a esfuerzos de cortante. Lo aquí descrito parte de la definición de estos efectos para hormigones convencionales sin fibras, de cara a poder establecer posteriormente una clasificación del fallo en hormigones con fibras y verificar y/o comparar el comportamiento obtenido de cada uno de los elementos analizados.

### 2.2.1. Mecanismos de transferencia en el hormigón

#### 2.2.1.1. Transferencia por compresión

En elementos sometidos a flexión, el cortante se transfiere mediante un par de fuerzas inclinadas y equivalentes a los esfuerzos combinados. En la zona traccionada, se produce la fisuración de la viga, cuya respuesta dependerá del hormigón y de las fibras, en esta zona, el hormigón por sí mismo ya no es capaz de absorber esfuerzos tangenciales (componente vertical del par de fuerzas). En la zona comprimida, en cambio, no se ha alcanzado la fase de fisuración, por lo que las tensiones tangenciales que se generan en este colaboran a resistir el esfuerzo cortante. Este esfuerzo tangencial resistente en el hormigón es lo que la mayoría de normas denominan como la contribución del hormigón al esfuerzo cortante  $V_{cd}$ . Este efecto se reduce a medida que se incrementa la esbeltez dimensional del elemento, a mayores cantos y profundidades efectivas de la sección.



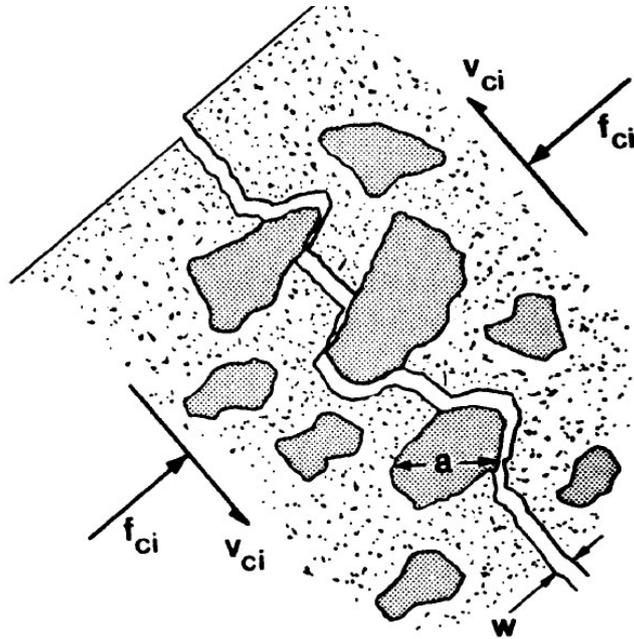
**Figura 2.1:** Distribución tangencial de tensiones en un elemento de hormigón convencional fisurado

#### 2.2.1.2. Transferencia por engranamiento de áridos

La transferencia por engranamiento de áridos se produce debido al contacto tangencial entre áridos dentro de la matriz cementante del hormigón, a causa del desplazamiento relativo entre fisuras y el contacto entre los áridos que sobresalen en el plano de fractura. Debido a este contacto, se producen una serie de tensiones de fricción tangenciales, capaces de transmitir efectos de cortante, ello es denominado transferencia por engranamiento de áridos.

Este mecanismo es ampliamente estudiado en el comité de la ASCE-ACI n°426<sup>[3]</sup>, basándose en las hipótesis y expresiones planteadas por Fenwick y Paulay en 1968<sup>[4]</sup>. Existen otros desarrollos llevados a cabo por Walraven y Reinhardt<sup>[5]</sup>. Estos modelos habitualmente cuentan con parámetros que dependen de la resistencia a compresión del hormigón, ancho de fisura, desplazamiento relativo entre caras y/o tamaño del árido.

Un esquema del mecanismo de transferencia puede verse a continuación:



**Figura 2.2:** Transmisión de esfuerzos tangenciales a lo largo de una fisura por engranamiento de áridos

Este tipo de modelos suele basarse en hipótesis de matriz débil y árido fuerte. Existen casos de hormigones de muy alta resistencia en el que la matriz cementante tiene una mayor resistencia, por lo que se produce la fractura del árido seccionándolo completamente y generando un plano liso, en estos casos el efecto del engranamiento de áridos se reduce a la escala de los gránulos del cemento. En estos casos se requiere de una liberación de energía mayor, donde intervienen otros mecanismos de transferencia a tracción.

De los estudios llevados a cabo para la cuantificación de este efecto, se han obtenido las siguientes conclusiones:

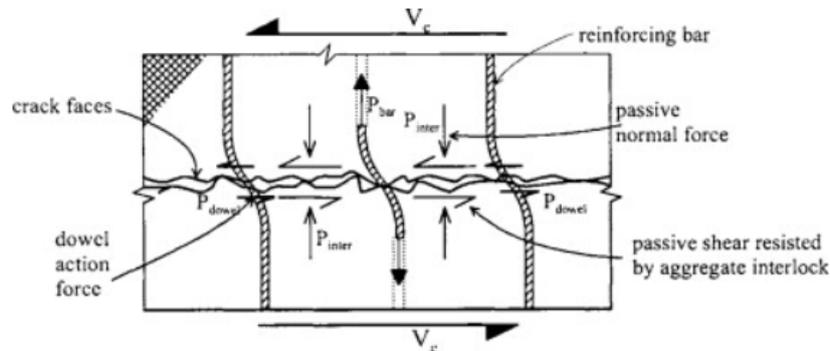
- El mecanismo de transferencia por engranamiento de áridos está fundamentalmente determinado por la distribución de áridos en la matriz del cemento, del tamaño de la partícula y la distribución de fracciones en el hormigón.
- Todas las fracciones de tamaño de árido colaboran al engranamiento de áridos en la transmisión de tensiones, pero aquellas fracciones cuyo diámetro es menor a dos veces el ancho de la fisura pueden considerarse inactivas.
- El coeficiente de fricción entre áridos y la matriz de cemento que habitualmente ha dado los mejores resultados es de 0.4.
- La resistencia de las superficies de fisura está influenciada principalmente por la resistencia del hormigón, quedando el tamaño del árido en un segundo plano.
- En el caso de que se reduzca la fricción, se reduce drásticamente la resistencia a cortante del hormigón, de forma que se alcanzan grandes deformaciones.

### 2.2.1.3. Transferencia por efecto pasador de las armaduras

Este mecanismo de transferencia se produce en el interior de una fisura a través de la cual pasa un elemento de armado longitudinal para el caso de viga sometida a cortante. Esta armadura, al producirse un desplazamiento relativo entre caras de fisura, genera un esfuerzo tangencial en el acero, de forma que colabora de forma activa en la transferencia de esfuerzos cortantes. De los estudios llevados a cabo se concluye que este efecto puede ser de hasta un 25 % del total de la resistencia a cortante del hormigón en algunos casos. Los parámetros que más influyen en este tipo de transferencia son los siguientes:

- La resistencia a tracción del hormigón.
- Longitud de la armadura perpendicular a la fisuración.
- La anchura del elemento alrededor de las armaduras de refuerzo.
- Posición de las barras en las fases de hormigonado.
- El recubrimiento del refuerzo y sus corrugas.

Este tipo de mecanismos cobra una mayor importancia si cabe, en los casos en los que las armaduras longitudinales presentan cuantías elevadas distribuidas a varios niveles, combinadas con un refuerzo a cortante.



**Figura 2.3:** Transmisión de esfuerzos tangenciales por efecto pasador

El fallo en este tipo de procesos se produce bien por la fractura del hormigón en los lados o en la parte baja de los refuerzos o bien por el aplastamiento del hormigón y plastificación de la barra a cortante.

### 2.2.1.4. Transferencia por tensiones residuales en las fisuras

En hormigón convencional, cuando el hormigón fisura, no se produce una rotura que podríamos denominar limpia, sino que permanecen pequeñas vinculaciones entre las dos caras de fisura que aún no han fracturado, este mecanismo de transferencia en el hormigón convencional se produce en fisuras de unos 0.05-0.15mm.

Este mecanismo en el hormigón convencional es el que se produce a fases más tempranas de la carga, y presenta un comportamiento frágil cuando se alcanza la tensión límite, produciéndose una gran deformación en rotura con la consecuente liberación de energía.

En el caso de hormigones con fibras, las resistencias residuales son de vital importancia como podrá observarse a posteriori, y son un parámetro fundamental que influyen en el comportamiento del elemento de estudio. Las fibras colaboran de forma que "cosen" las fisuras como si de pequeñas armaduras con una separación dada se trataran, causando que el comportamiento post-pico sea mayoritariamente dúctil y con una resistencia que puede ser incluso mayor al la del pico si se da la proporción correcta de fibras.

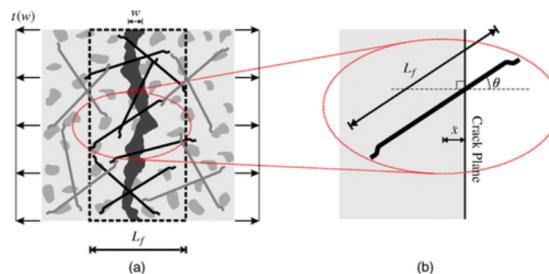


Figura 2.4: Transmisión de esfuerzos en fisura con fibras

2.2.1.5. Transferencia por efecto arco

Este tipo de comportamiento se basa en la idea de que la carga actuante sobre la viga es directamente equilibrada en las zonas de apoyo, de forma que se establece un funcionamiento interno de las tensiones similar al de un arco, actuando los apoyos como un estribo. Para que ello se produzca es necesario que exista suficiente armadura longitudinal para equilibrar la reacción horizontal, ello hace que se requieran mayores longitudes de anclaje de las barras, originando en muchos casos el fallo del anclaje en este tipo de mecanismos.

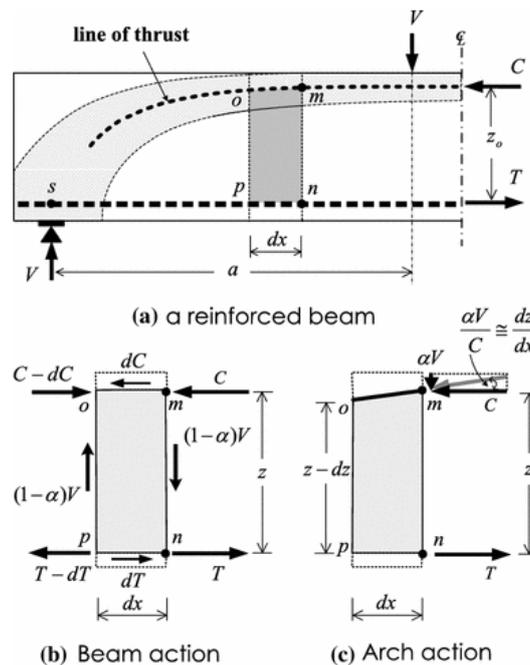
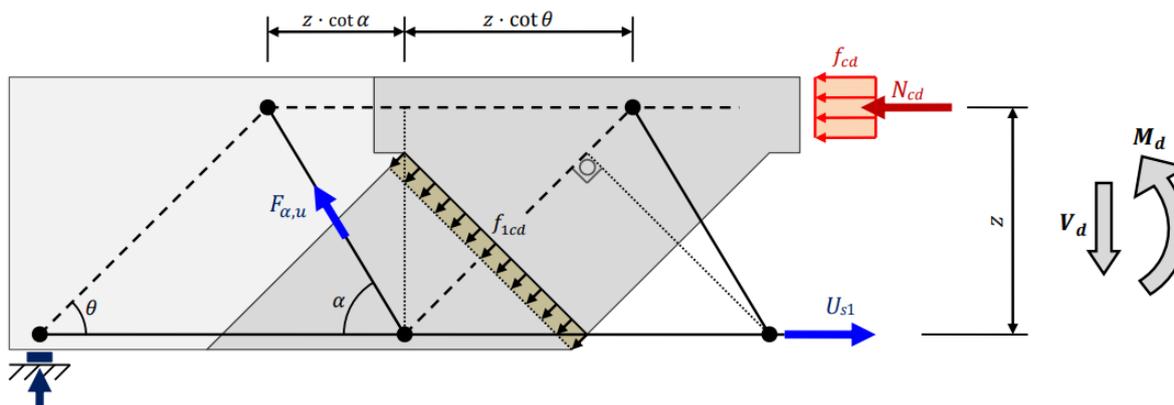


Figura 2.5: Efecto arco en una viga de hormigón [6]

Para que este tipo de mecanismo suceda, deben producirse grandes desplazamientos en los elementos, algo poco habitual hoy en día dadas las técnicas de dimensionamiento de estructuras. Este efecto es muy dependiente de la relación entre la longitud del vano y el canto efectivo ( $l/d$ ), siendo más significativo en vigas de gran canto, al poder desarrollarse los arcos de descarga por compresión de una forma más efectiva. Cuanto menor es el valor de  $l/d$  y la carga se acerca al apoyo, mayor es la capacidad resistente a cortante del elemento, debido a que la carga se transmite a través de la biela comprimida. Este efecto alcanza valores de un 20 aun 40 % de la capacidad a cortante según la relación  $l/d$  [3]

### 2.2.1.6. Transferencia por efecto celosía

En elementos que contienen refuerzo a cortante mediante estribo o armadura inclinada, se produce un efecto que es ampliamente conocido y que es el del efecto celosía. Este efecto se basa en la idea de que el comportamiento de una viga reforzada a cortante se comporta como una celosía en su interior, con los estribos y armaduras longitudinales traccionadas y las diagonales entre estos elementos y el cordón superior comprimidos. Esta teoría fue desarrollada entre los años 1899 y 1909 por Ritter y Morsch y el modelo de celosía que consideraban puede verse en el siguiente esquema:



**Figura 2.6:** Analogía de celosía en el interior de una viga con armadura a cortante de Ritter-Morsch

Habitualmente se suelen considerar estribos verticales y un ángulo para las bielas comprimidas de  $45^\circ$  del lado de la seguridad, obteniéndose en algunos casos valores cercanos a los  $30^\circ$  en estudios experimentales. Habitualmente, se suelen disponer las armaduras a cortante con una separación menor que la del canto efectivo, por lo que el mecanismo real bajo una carga uniformemente repartida puede considerarse como una superposición de varias celosías.

### 2.2.2. Efectos que modifican la respuesta a cortante

A continuación se establecen una serie de factores principales de los que depende la respuesta a cortante de los elementos. Estos factores son fundamentalmente los siguientes:

- La relación entre la luz y el canto útil del elemento
- El efecto de escala del elemento de estudio
- El nivel de armado longitudinal de la viga
- La resistencia a compresión del hormigón

### 2.2.2.1. Efecto de la esbeltez seccional $l/d$

La relación entre la luz del elemento y el canto útil ( $l/d$ ) afecta directamente a la capacidad resistente del elemento, siendo esta resistencia indirectamente proporcional a la esbeltez del elemento  $l/d$ . Para relaciones de  $l/d$  menores a 2.50, el esfuerzo a cortante del elemento se vuelve mayor de forma progresiva, a medida que disminuye dicha relación. Ello es debido a que en elementos con un mayor canto y luz reducida, se produce un efecto arco considerable a menor relación, transmitiéndose esta carga directamente a los apoyos a través de las bielas de compresión<sup>[7]</sup>. En estos casos, el cálculo del elemento ya no se lleva a cabo mediante la teoría de vigas sino por medio de modelos de bielas y tirantes, al tratarse de una región D.

Existen investigaciones llevadas a cabo por Leonhart y Walter<sup>[8]</sup> en las cuales se verificó el modo de fallo en vigas en función de la relación  $l/d$ , sometidas a cargas puntuales. En este caso, se obtuvieron los siguientes modos de fallo, que pueden dar una idea del efecto de la esbeltez del elemento:

- $l/d=3-7$ : El fallo del elemento se da prácticamente tras la aplicación de la carga, con la aparición de una fisura inclinada.
- $l/d=2-3$ : Se produce un fallo por compresión o tracción sobre una fisura diagonal.
- $l/d < 2.5$ : Se produce el fallo por aplastamiento del hormigón en cabeza.

De esta forma se corrobora que a menor relación de esbeltez del elemento, se produce el llamado efecto arco, produciéndose la rotura a compresión y/o pérdida de anclaje de las armaduras longitudinales.

### 2.2.2.2. Efecto escala del elemento estructural

Existen numerosas investigaciones llevadas a cabo sobre vigas de hormigón, pero la mayoría de estas están basados en ensayos sobre vigas pequeñas que no se ajustan a lo habitual en estos casos. Se ha comprobado que los resultados obtenidos en estos elementos difieren de lo que ocurre en especímenes de mayor tamaño. En 1967, Kani<sup>[9]</sup> demostró que puede existir un efecto significativo del tamaño del elemento ensayado sobre la resistencia a cortante (en elementos sin estribado). En esta investigación se llega a observar una influencia del tamaño de un 300 %, entre las vigas ensayadas y la viga real, siendo mucho menor la resistencia en las vigas de mayor tamaño, debido al mayor tamaño de la fisura que aparece. Es decir, que un mayor tamaño del elemento ensayado induce a un mayor nivel de fisuración por el efecto de escala, por lo que la resistencia del elemento disminuye, al contrario de lo que podría llegar a pensarse.

### 2.2.2.3. Efecto de la armadura longitudinal

Tal y como se indica en el informe 426 de la ACI-ASCE<sup>[3]</sup>, se establece una cuantía mínima de refuerzo longitudinal para controlar la fisuración del elemento, de no satisfacer esta cuantía, el elemento podría fallar a esfuerzos cortantes reducidos. Ello se debe a que la armadura longitudinal también contribuye al control de la fisuración y a la reducción de la abertura de fisura en el elemento, colaborando por efecto pasador y controlando la fisuración.

#### 2.2.2.4. Efecto de la resistencia a compresión del hormigón

La mayoría de expresiones para el dimensionamiento de elementos a cortante establecen un valor para la resistencia de la sección del hormigón, dependiente en gran medida del valor de resistencia a compresión del hormigón. Ello se debe a que gran parte de la resistencia del elemento se produce en el alma de la sección, y tal y como demostró Taylor<sup>[10]</sup> en 1970, se observó que la resistencia al aplastamiento de los hormigones convencionales es menor que la del aplastamiento de los áridos, por lo que se favorece el efecto del engranamiento de áridos, que mejora el comportamiento a cortante. En hormigones de altas prestaciones, la fisuración secciona completamente los áridos ya que la matriz cementante posee una mayor resistencia, generándose caras menos rugosas y afectando al mecanismo de engranamiento de los áridos.

Es por todo ello que puede afirmarse que usualmente para resistencias mayores a 30MPa en el hormigón, no se ve incrementada la resistencia a cortante por efecto del material.

#### 2.2.3. Modos de fallo frente al esfuerzo cortante en vigas

Los modos de fallo fundamentales que pueden darse en una viga sometida a esfuerzo cortante son los siguientes:

- 1. Rotura por flexión pura
- 2. Fallo por tensión diagonal-cortante
- 3. Fallo por cortante-compresión
- 4. Agotamiento de la biela comprimida
- 5. Fallo por adherencia de la armadura longitudinal

Estos modos de fallo pueden esquematizarse según la siguiente figura:

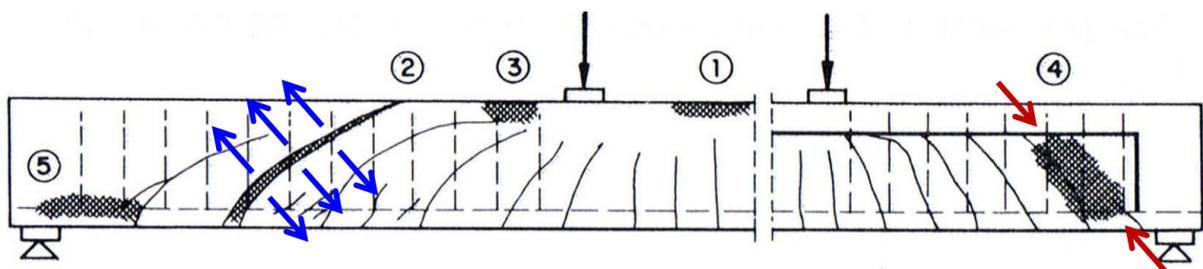


Figura 2.7: Modos de fallo en una viga esbelta<sup>[11]</sup>

##### 2.2.3.1. Rotura por flexión pura

Este tipo de fallo se produce en vigas cuya armadura a cortante y la resistencia del hormigón es suficiente como para que se origine la rotura del hormigón en cabeza comprimida, siendo incapaz de equilibrar las tensiones de tracción. Esto sucede a su vez en elementos cuya armadura longitudinal no alcanza la plastificación.

### 2.2.3.2. Fallo por tensión diagonal-cortante

Este tipo de fallo se produce por las tensiones principales de tracción que se generan en la viga por efecto celosía, en dirección perpendicular a la de la biela comprimida, alcanzándose la rotura del elemento a partir de una fisura principal. Este tipo de rotura suele ocurrir en elementos cuya armadura a cortante resulta insuficiente o en cuantías poco significativas, de forma que la parte comprimida del hormigón debe resistir gran parte del esfuerzo tangencial y rompiendo al alcanzar la fisura formada dicha zona.

### 2.2.3.3. Fallo por cortante-compresión

Este tipo de fallo se encuentra a medio camino del fallo por flexión pura y cortante. Se produce cuando el armado transversal del elemento estudiado es ligeramente insuficiente, originando que las fisuras suban hasta la zona comprimida del hormigón y produciendo una merma de la capacidad resistente del hormigón comprimido que origina el fallo de la viga, aunque el momento flector de la viga no sea el máximo.

### 2.2.3.4. Agotamiento de la biela comprimida

Este tipo de fallo se produce cuando se supera la capacidad resistente del hormigón a compresión en la biela comprimida. Para que este tipo de fallo se produzca, se debe contar con un elemento con un alma delgada y/o una armadura transversal de refuerzo significativa.

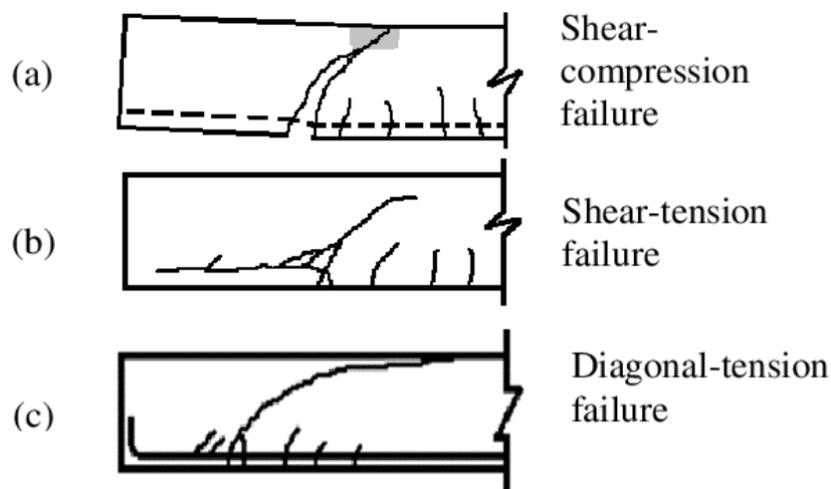


Figura 2.8: Fisuración según el modo de fallo

### 2.2.3.5. Fallo por adherencia de la armadura longitudinal

Como se ha mencionado en apartados anteriores, la colaboración de las armaduras a cortante es significativa y ayuda a controlar la fisuración en los elementos. En aquellos casos en los que la cuantía de armado sea insuficiente, incorrectamente anclada y deba satisfacer grandes sollicitaciones en apoyos (como ocurre cuanto mayor es el canto y distancia a apoyos) se puede producir la pérdida de anclaje de las barras por la tracción a las que se ven sometidas, perdiendo la adherencia entre acero y hormigón. En este modo de fallo se genera habitualmente una fisura longitudinal en la dirección de las armaduras, incluso sobrepasando la zona del apoyo.

### 2.3. El hormigón con fibras

El hormigón reforzado con fibras es una combinación fijada de agua, cemento, áridos, aditivos, adiciones y fibras dispersas en la masa de forma aleatoria. La adición de fibras al hormigón tiene por objetivo el refuerzo de la masa de cemento, aumentando la resistencia a tracción y disminuyendo las deformaciones y por ende, la fisuración, lo que se traduce en un material con mayor tenacidad y una mayor resistencia al impacto y a la fatiga. Además de ello, la adición de fibras reduce los efectos reológicos en el hormigón, como es la retracción en fases de fraguado.

La definición básica del elemento fibra colocado en la masa del hormigón puede definirse como un "filamento fino y elongado, en forma de haz, malla o trenza, de origen natural o sintético que se puede distribuir en una masa de hormigón fresco". Los materiales más usuales de estas fibras actualmente son la fibra de vidrio, las fibras de acero y las fibras de polipropileno.

Las fibras fundamentalmente tienen los siguientes objetivos dentro de la masa del hormigón:

- Mejorar la resistencia a cortante y flexotracción
- Reducir los fenómenos de fisuración por retracción en elementos superficiales
- Mejorar la resistencia a la erosión del material
- Incrementar la resistencia a la abrasión
- Mejorar el comportamiento del hormigón frente a impactos de naturaleza dinámica
- Mejorar la resistencia del hormigón frente acciones térmicas
- Evitar en algunos casos, la colocación de armados mínimos o por durabilidad

Destacar que el empleo de fibras dentro del hormigón, no influye de forma significativa en su resistencia a compresión y/o módulo de elasticidad, sino en su comportamiento a tracción, de forma que se obtiene un comportamiento mayoritariamente dúctil cuya tensión y deformación vienen dadas según diversos parámetros como la tipología de fibra, la cuantía y otros factores que serán explicados a posteriori.

### 2.3.1. Clasificación de las fibras

Las **fibras de acero** se pueden clasificar según las normativas (ASTM A 820/A820M y UNE-EN 14889-1) en cinco tipos:

- Tipo I: Alambres estirados en frío
- Tipo II: Láminas cortadas
- Tipo III: Extractos fundidos
- Tipo IV: Conformadas en frío
- Tipo V: Aserrados de bloques de acero

Las **fibras poliméricas** habitualmente están formadas por materiales como el polipropileno, polietileno de alta densidad, aramida, alcohol de polivinilo, acrílico, nylon o poliéster. Estas pueden ser adicionadas homogéneamente al hormigón, mortero o pasta. Se rigen por la norma UNE 83500-2 y UNE-EN 14889-2, según el proceso de fabricación se clasifican en monofilamentos extruidos o láminas fibriladas. Sus dimensiones pueden ser variables al igual que su diámetro y su forma, acorde a la siguiente clasificación:

- Tipo Ia: Micro-fibras:  $<0,30$  mm diámetro (mono-filamentosas)
- Tipo Ib: Micro-fibras:  $<0,30$  mm diámetro (fibrilosas)
- Tipo II: Macro-fibras:  $>0,30$  mm diámetro

Las macro-fibras pueden colaborar estructuralmente, actuando como un refuerzo distribuido en el interior de la matriz y mejorando sus propiedades resistentes, siendo su longitud variable (desde 20 mm a 60 mm), que debe guardar relación con el tamaño máximo del árido.

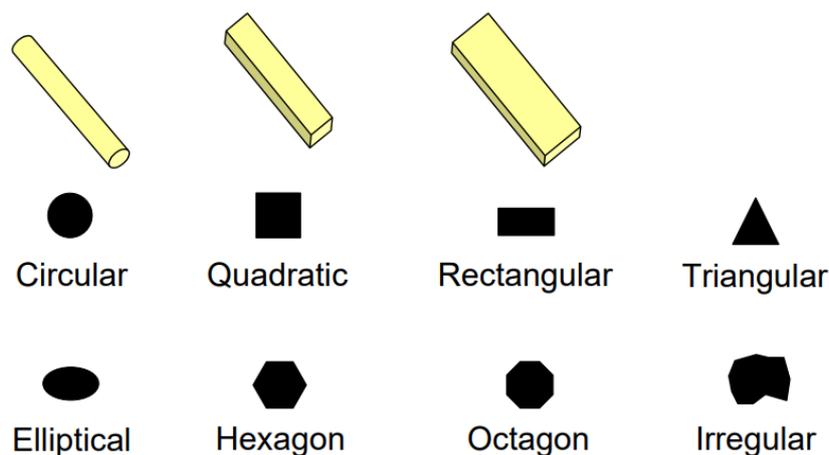
Las micro-fibras se emplean para reducir la fisuración por retracción plástica del hormigón, durante las primeras fases de curado del hormigón, especialmente en pavimentos y soleras. Este tipo de fibras no pueden asumir ninguna función estructural. También se utilizan para mejorar el comportamiento frente al fuego, siendo conveniente en este caso una dosificación en kg muy elevada. Además de por sus características físico-químicas, las micro-fibras se caracterizan por su frecuencia de fibra, que indica el número de fibras presentes en 1 kg, y que depende de la longitud de fibra y muy especialmente de su diámetro.

En cuanto a las **fibras de vidrio**, estas podrán emplearse siempre que se garantice un comportamiento adecuado durante la vida útil del elemento estructural, en relación con los problemas potenciales de deterioro de este tipo de fibras como consecuencia de la alcalinidad del medio. Dado que los HRF pueden experimentar importantes reducciones de resistencia y tenacidad debido a la exposición al medio ambiente, tienen un uso limitado. En este sentido, las fibras pueden presentarse con una capa protectora superficial de un material epoxídico que reduce la afinidad de las mismas con el hidróxido de calcio, proceso responsable de la fragilización del compuesto. No se evaluará en profundidad.

Las características más importantes de las fibras son aquellas que atañen a las macro-fibras en el caso de fibras de polipropileno, por ser empleadas a modo de refuerzo estructural, y a las fibras de acero de tipo I, al ser las empleadas durante la realización de los ensayos. En resumen, las características más significativas que serán evaluadas son:

- Características geométricas
  - Diámetro equivalente  $d_f$
  - Longitud  $L_f$
  - Sección transversal  $A_f$
  - Esbeltez  $d_f/l_f$
  - Forma
- Características físicas
  - Rugosidad
- Características mecánicas
  - Rigidez  $E_f$
  - Resistencia  $f_{yf}$

La forma, el material, y en definitiva el tipo de fibra se determinan según su ámbito de aplicación. El uso de las fibras viene certificado a través de diversos ensayos frente a esfuerzos de tracción, arrancamiento de la matriz, ensayos de elongación, etc, que garanticen la resistencia de la fibra frente a la matriz y al material de soporte. Ello es debido a que si se desea que la fibra sea un elemento resistente, no puede darse un fallo anterior a la resistencia de la matriz, ya que esto supondría un fallo previo de la fibra y no colaboraría de forma eficiente a la resistencia del material. Las distintas secciones y forma de las fibras puede verse en las siguientes figuras:



**Figura 2.9:** Secciones transversales tipo de fibras

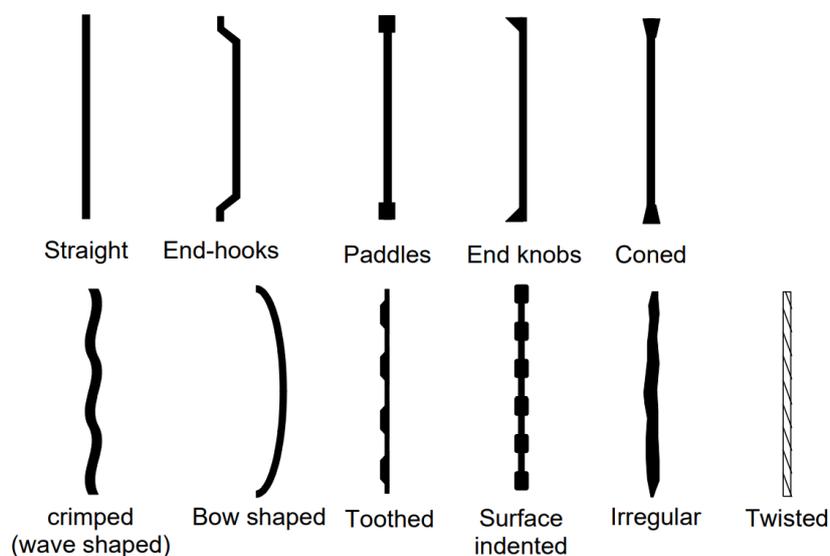


Figura 2.10: Formas de las fibras [12]

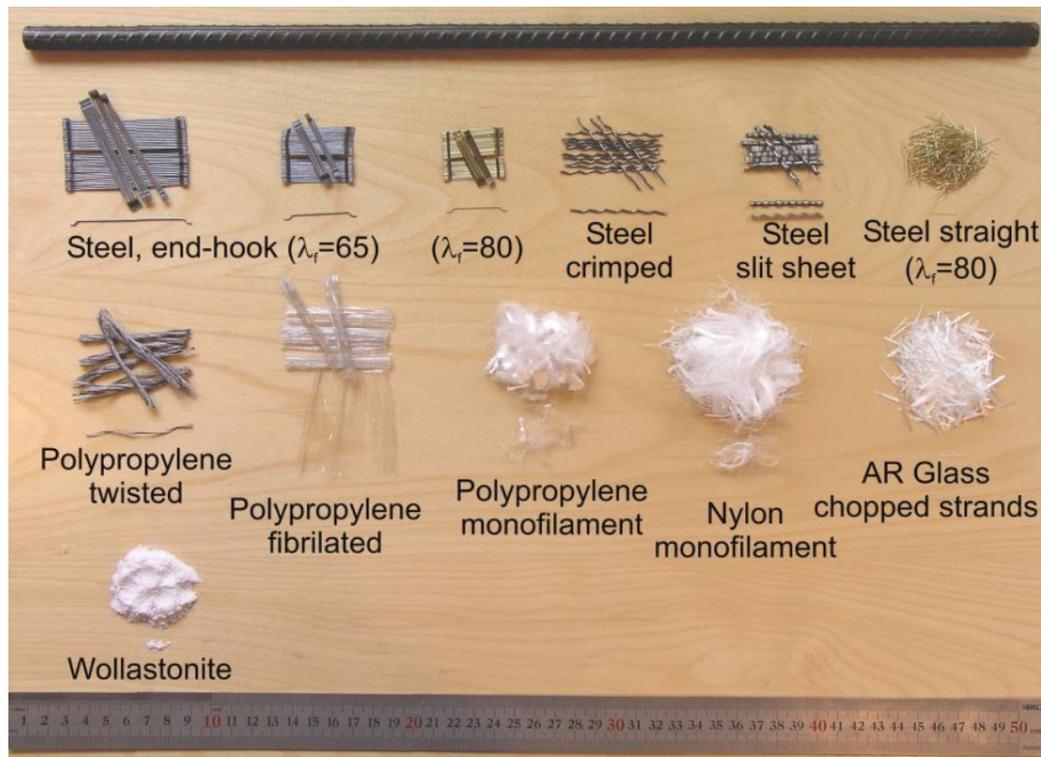
Existe un amplio catálogo de materiales y fibras, con las respectivas certificaciones y ensayos para garantizar su correcto funcionamiento. A continuación se exponen las propiedades tipo de algunas de ellas:

Type of Fibre	Diameter [ $\mu\text{m}$ ]	Specific gravity [ $\text{g}/\text{cm}^3$ ]	Tensile strength [MPa]	Elastic modulus [GPa]	Ultimate elongation [%]
<b>Metallic</b>					
Steel	5-1 000	7.85	200-2 600	195-210	0.5-5
<b>Glass</b>					
E glass	8-15	2.54	2 000-4 000	72	3.0-4.8
AR glass	8-20	2.70	1 500-3 700	80	2.5-3.6
<b>Synthetic</b>					
Acrylic (PAN)	5-17	1.18	200-1 000	14.6-19.6	7.5-50.0
Aramid (e.g. Kevlar)	10-12	1.4-1.5	2 000-3 500	62-130	2.0-4.6
Carbon (low modulus)	7-18	1.6-1.7	800-1 100	38-43	2.1-2.5
Carbon (high modulus)	7-18	1.7-1.9	1 500-4 000	200-800	1.3-1.8
Nylon (polyamide)	20-25	1.16	965	5.17	20.0
Polyester (e.g. PET)	10-8	1.34-1.39	280-1 200	10-18	10-50
Polyethylene (PE)	25-1 000	0.96	80-600	5.0	12-100
Polyethylene (HPPE)	-	0.97	4 100-3 000	80-150	2.9-4.1
Polypropylene (PP)	10-200	0.90-0.91	310-760	3.5-4.9	6-15.0
Polyvinyl acetate (PVA)	3-8	1.2-2.5	800-3 600	20-80	4-12
<b>Natural - organic</b>					
Cellulose (wood)	15-125	1.50	300-2 000	10-50	20
Coconut	100-400	1.12-1.15	120-200	19-25	10-25
Bamboo	50-400	1.50	350-50	33-40	-
Jute	100-200	1.02-1.04	250-350	25-32	1.5-1.9
<b>Natural - inorganic</b>					
Asbestos	0.02-25	2.55	200-1 800	164	2-3
Wollastonite	25-40	2.87-3.09	2 700-4 100	303-530	-

Figura 2.11: Propiedades físicas de las fibras según material y diámetro [12]

### 2.3.2. Efectos de las fibras en el hormigón

Tanto las fibras de polipropileno como las fibras de acero influyen en los mecanismos de fractura del hormigón, tanto en las fases de curado como en estado endurecido. El comportamiento del material con la adición de las fibras depende de factores como el tipo de la fibra, la forma, el material, la esbeltez y la dosificación de la fibra.



**Figura 2.12:** Distintos tipos de fibra disponibles actualmente <sup>[12]</sup>

En 2002 se llevó a cabo una revisión del estado del arte de este tipo de material reforzado con fibras [13], con un gran número de conclusiones acerca de la influencia de las fibras en el comportamiento. Para evaluar el comportamiento se distingue entre el refuerzo con fibras de acero y el refuerzo con fibras de polipropileno.

El refuerzo de la fibra en la matriz de cemento en el hormigón ha sido ampliamente estudiado en términos de la resistencia de las fibras a la extracción de la matriz resultante. Como consecuencia de la naturaleza deformable de la fibra, estas imparten ductilidad posterior a la fisuración a la matriz cementosa que de otra manera se comportaría y fallaría de una forma frágil. Las mejoras en la ductilidad dependen del tipo y volumen.

#### 2.3.2.1. Efectos de las fibras de acero

Las fibras de acero mejoran la ductilidad del hormigón en todos los casos de carga, pero su eficacia varía entre los esfuerzos de compresión, tensión, corte, torsión y flexión.

### 2.3.2.1.1. Influencia en el comportamiento a compresión

La resistencia última a compresión se ve ligeramente afectada por la presencia de fibras, con aumentos observados que van desde un 0 % a un 15 % cuando el volumen de fibras supera el 1.5 por ciento de la masa de hormigón. Las investigaciones más significativas llevadas a cabo en este campo fueron llevadas a cabo por Johnston, C. D. [14] y Williamson, G. R. [15].

### 2.3.2.1.2. Influencia en el comportamiento a tracción

En tracción directa, la mejora en la resistencia es significativa, con un aumento de resistencia del orden del 30 % al 40 % cuando el volumen de fibras supera el 1.5 por ciento de la masa de hormigón o mortero. De nuevo se aplican los desarrollos de Williamson, G. R. [15], además de los de Johnston, C. D., y Gray, R. J. [16]

Un esquema de lo que ocurre al añadir las fibras en el material puede verse a continuación:

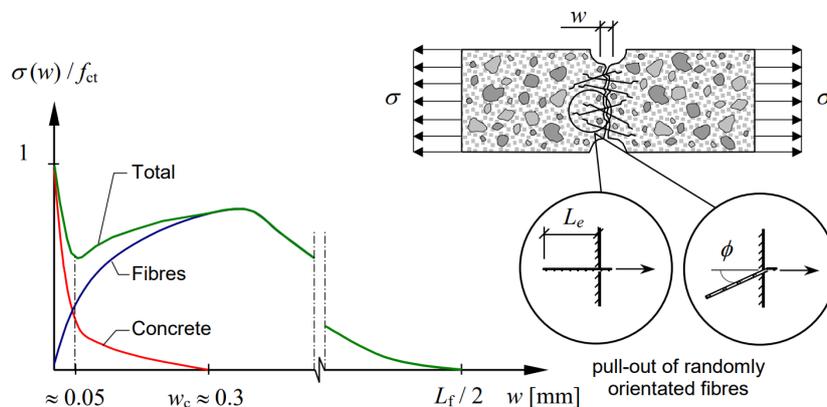


Figura 2.13: Comportamiento de las fibras en tracción [12]

### 2.3.2.1.3. Influencia en el comportamiento a cortante/torsión

Las fibras de acero generalmente aumentan la resistencia al corte y la torsión del hormigón, aunque existen pocas investigaciones que traten de forma concreta estos efectos, en comparación con los análisis efectuados a flexión y esfuerzos normales. El aumento de la resistencia en cortante puro muestra unos valores muy dependientes de la técnica de ensayo, además del consiguiente grado de alineación de las fibras en la zona de fractura [17]. Para una dosificación de fibras del 1 % del volumen total de hormigón, los aumentos varían desde un 1 % hasta hasta un 30 % [17]. Generalmente, las investigaciones llevadas a cabo han demostrado una mayor capacidad de los elementos a cortante cuyo modo de fallo es por tensión diagonal (T-D) [18, 19].

Las fibras de acero tienen varias ventajas potenciales cuando se utilizan para aumentar o reemplazar los estribos en vigas [20, 21, 22, 23, 24]. Estas ventajas son las siguientes:

- La distribución de las fibras en el material origina que el espaciamiento del refuerzo sea reducido, por lo que actúan como lo harían una serie de barras pequeñas de diámetro reducido y separación pequeña, reduciendo el tamaño de las fisuras y creando un patrón de carácter distribuido.
- La resistencia a tracción pico en la formación de la primera fisura y la tensión máxima pueden ser aumentadas.
- La resistencia a la tracción aumenta también la resistencia frente a cizalla, por lo que las fibras cosen las fisuras incrementando la capacidad a cortante.

En función de la dosificación de fibras de acero, dependiendo de la forma geométrica de la fibra, pueden aumentar la resistencia al corte de las vigas de hormigón influyendo en la formación de la fisura diagonal e incluso evitándola y contribuyendo a crear un patrón de fisuración distribuido, forzando el fallo por flexión de la viga [19, 25, 26, 27]. Un resumen de los ensayos llevados a cabo en las investigaciones puede observarse a continuación:

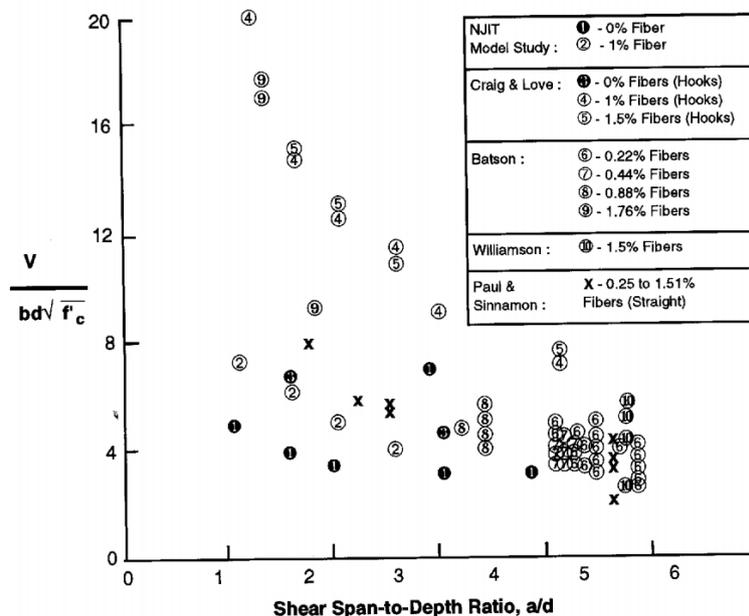


Figura 2.14: Ensayos frente a esfuerzo cortante en vigas con fibras de acero

#### 2.3.2.1.4. Influencia en el comportamiento a flexión

El aumento de la resistencia a flexión en los hormigones reforzados con fibra de acero es sustancialmente mayor que en tensión o compresión dado que el comportamiento dúctil en la zona traccionada del elemento viga altera la distribución que habitualmente se supone elástica, afectando a la profundidad de la fibra neutra. El comportamiento fundamentalmente es plástico en la zona traccionada y elástico en la zona comprimida, lo que resulta en un cambio del eje neutro desde la zona de compresión [28].

Los primeros estudios [29] obtuvieron conclusiones acerca de esta mejora a flexión, con valores entre un 100 % y un 200 % en morteros de cemento y arena. Actualmente, se conoce que la presencia de áridos gruesos, unidos a las consideraciones normales de mezclado y vertido, limita el volumen de fibra que es práctico en el hormigón entre un 1.5-2 %.

Un resumen de resistencias obtenidas en ensayos puede verse en el artículo desarrollado por Johnston, C. D. [14] en el que se muestra que la resistencia a la flexión del hormigón con fibras de acero es aproximadamente de un 50 % a 70 % por ciento mayor que en elementos sin fibras [30, 31, 32, 33]

El uso de una mayor dosificación de fibra, empleo de carga puntual central, unido a muestras de tamaño reducido y fibras largas con una importante alineación de la fibra en la dirección longitudinal, logran una mejora máxima de un 150 % en las muestras analizadas [14, 34, 35, 36, 37]. A concentraciones de fibra más bajas, no se observan cambios de comportamiento, ni han podido emplearse muestras de tipo viga.

### 2.3.2.1.5. Influencia en otros efectos

El empleo de fibras de acero influye en la resistencia a impacto del material, la fatiga y la tenacidad de forma significativa, incrementando la resistencia ante estos efectos y reduciendo la fisuración.

Por otro lado, se ven algo incrementadas las constantes térmicas entre un 0.5-1.5 % de forma que la conductividad térmica del material se ve aumentada.

En fases de curado y edades tempranas del hormigón, existen diversos estudios en los cuales se observa que las dos tipologías de fibras ayudan a controlar la aparición de fisuras de origen térmico y/o plástico. La durabilidad del material no se ve afectada en el estado sin fisurar, en cambio, existen estudios que afirman que en estado fisurado y aperturas de fisura de 0.1mm la durabilidad del material puede verse afectada pero sin influencia significativa sobre la seguridad estructural. La mayoría de estos ensayos han sido llevados a cabo en condiciones ambientales muy desfavorables con un alto contenido en cloruros.

La resistencia a la abrasión y a la fricción no se ve influenciada por este tipo de fibras en el hormigón, sin observarse cambios a lo largo de las investigaciones llevadas a cabo.

Uno de los inconvenientes que plantea el uso de fibras, tanto de fibras de polipropileno como de acero, es que contribuyen a incrementar el aire ocluido en la mezcla y, por lo tanto, disminuir la trabajabilidad del hormigón. Esto es así y de forma proporcional al contenido en fibras de la mezcla, por lo que es habitual el uso de aditivos plastificantes para facilitar la trabajabilidad de estos materiales.

### 2.3.2.2. Efectos de las fibras de polipropileno

En el caso de las fibras de polipropileno, existe muy poca información respecto al efecto que introducen en el hormigón, siendo esto más acusado en el caso de las fibras de polipropileno sobre el efecto frente a esfuerzo cortante. La mayoría de investigaciones y referencias en las que se analizan los efectos de las fibras en este ámbito se basan en ensayos realizados con fibras de acero. La principal diferencia entre las fibras de acero y las de polipropileno es su módulo de elasticidad, donde las de acero poseen un módulo muy superior a las de polipropileno, normalmente encontrándose en los 210000 MPa mientras que las de polipropileno se encuentran en rangos de aproximadamente 3000-10000 MPa.

Debido a esta diferencia, las fibras sintéticas poseen una ductilidad mucho mayor que las de acero, obteniendo una rotura más temprana. Mientras que las fibras de acero alcanzan resistencias del orden de 500-2000 MPa, las de polipropileno se encuentran entre los 200-600 MPa.

Otra diferencia principal es su densidad, mientras las fibras de acero poseen una densidad de 7850 Kg/m<sup>3</sup>, las fibras de polipropileno son mucho más ligeras con una densidad de 910 Kg/m<sup>3</sup> por lo que las fibras de polipropileno se dosifican en mayores cantidades que las de acero.

Es por ello, que los efectos introducidos por estas fibras, en principio, deberían ser menores y distintos según el efecto que estemos considerando. A continuación y al igual que para las fibras de acero, se lleva a cabo una revisión bibliográfica de los distintos efectos conocidos que introducen estas fibras.

### 2.3.2.2.1. Influencia en el comportamiento a compresión

En cuanto a la resistencia a la compresión en hormigones reforzados con fibras de polipropileno se han llevado a cabo investigaciones en materiales con contenidos de fibra que van desde 0.1 % al 2.0 % del volumen [28, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44]. De todos ellos, no existe un consenso claro en la influencia de este tipo de fibras en la resistencia a compresión.

En general, se puede afirmar que la adición de fibras de polipropileno en diferentes cantidades no tienen efecto sobre la resistencia a la compresión. Las diferencias observadas pueden ser fruto del propio trabajo experimental, o bien debido a las variaciones en el contenido de aire ocluido en el hormigón endurecido. Sin embargo, la adición de fibras de polipropileno tiene un efecto significativo en el modo y mecanismo de fallo de las probetas cilíndricas de hormigón en el ensayo a compresión simple. Ello se traduce en un modo de fallo que es significativamente más dúctil, donde las probetas de hormigón continúan soportando carga y soportan grandes deformaciones sin fracturarse en diversos elementos [39, 40, 41, 45].

También se puede destacar [45] que, para una mezcla de hormigón específica con grandes cantidades de fibra (2.0 % del volumen) se produjo una rotura más temprana, con una mayor segregación, aire ocluido relativamente más alto (13.9 %) y una densidad menor. Ello da lugar a una menor resistencia a compresión. Esta observación ayuda a entender la importancia de ajustar las proporciones de fibra adicionadas cuando hablamos de grandes volúmenes relativos. [4.57]. Las proporciones óptimas de la mezcla deben obtenerse mediante ensayos de caracterización previos cuando se utilizan volúmenes de fibra de dosificación elevada. En cambio, en otra investigación por el mismo autor [41], se demostró que no existe tal reducción en la resistencia a la compresión cuando la dosificación es de entre un 0.1 % y un 1.0 % por ciento en volumen del hormigón.

### 2.3.2.2.2. Influencia en el comportamiento a flexión

Ocurre lo mismo que en el caso del efecto sobre la resistencia a compresión, ya que no existe consenso en las investigaciones y/o literatura existente en cuanto al efecto de adición de fibras de polipropileno sobre la formación de la primera fisura y/o modo de fallo a flexión.

Se tiene constancia en alguna de las investigaciones llevadas a cabo [38] que con un contenido de fibra de polipropileno de un 0.1 % en dosificación sobre el volumen de material, se produce un ligero aumento en la resistencia a la flexión de entre un 0.7 % a un 2.6 %, por el contrario, para dosificaciones de entre un 0.2 % y un 0.3 % se obtiene una ligera disminución de la resistencia.

En otros casos [40] se reporta que la resistencia en hormigones a los 7 y 28 días fue ligeramente aumentada para el caso con fibras de polipropileno FRC, para dosificaciones de entre un 0.1 % y un 0.3 % en comparación con casos de hormigón convencional.

Cuando se utilizaron las mismas proporciones de matriz cementante, la resistencia a flexión disminuyó a medida que aumentaba el contenido de fibra del 0,1 % al 2,0 % por ciento en volumen [42]. Para el caso con dosificación del 2 % de fibras de polipropileno FRC, la resistencia a compresión resultó ser más baja debido al mayor contenido de aire y, por lo tanto, la resistencia a la flexión también se vió reducida. De manera similar, para los volúmenes de fibra de polipropileno fibrilado con dosificaciones entre un 1.0 % y 1.5 %, las resistencias a la compresión se vieron reducidas y, por lo tanto, las resistencias a la flexión también sufrieron una reducción.

Como resultado de todo ello, las comparaciones directas de la resistencia a la flexión pueden ser engañosas [42]. La figura 2.3.2.2.2 muestra el efecto de agregar cantidades variables de fibras de polipropileno a una mezcla en particular. Puede observarse como la resistencia a la rotura  $f_r$  se ha normalizado dividiéndola por la raíz de la resistencia a compresión simple del material. A la vista de los resultados queda claro que las proporciones de la mezcla y la dosificación de fibras se deben diseñar adecuadamente cuanto mayor es la adición.

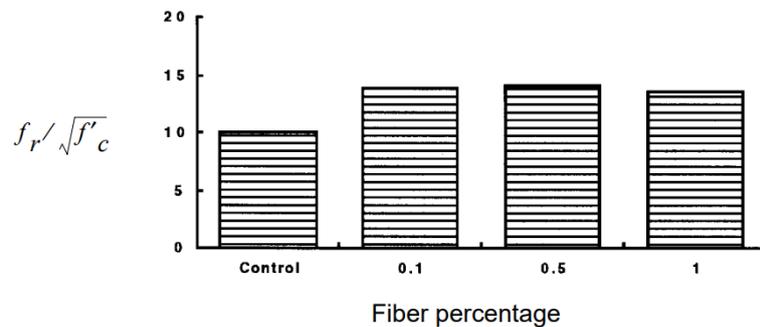


Figura 2.15: Comparación de resistencia a flexión con dosificación de fibras de polipropileno

En otra investigación, se llevaron a cabo mezclas optimizadas para mayores dosificaciones de fibras [41]. No se obtuvieron cambios en la resistencia a la compresión y ningún cambio en la resistencia máxima flexión de los elementos para estas dosificaciones elevadas de fibras de polipropileno.

Lo que sí que puede afirmarse es que, en general, se observa un comportamiento post-fisuración más dúctil, de forma que se obtiene una mayor resistencia a deformaciones elevadas [39, 40, 41, 45]. Ello puede observarse en la siguiente figura:

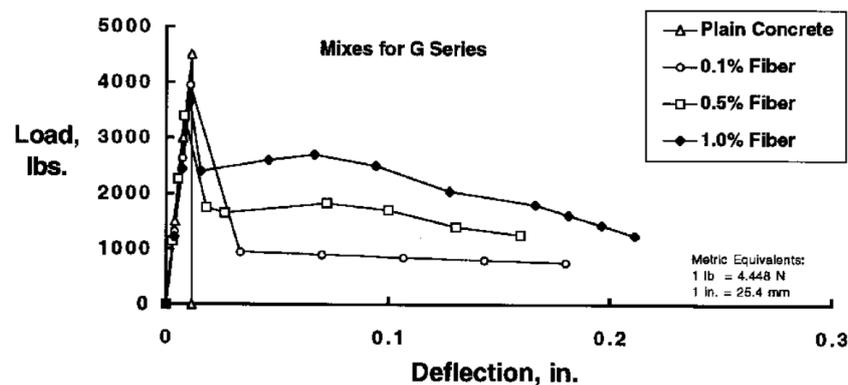


Figura 2.16: Comportamiento del hormigón con distintas dosificaciones de fibra de polipropileno

### 2.3.2.2.3. Influencia en el comportamiento a cortante

No existe apenas literatura científica acerca de la cuantificación de este efecto para el caso de fibras de polipropileno. La mayoría de desarrollos llevados a cabo se centran en el uso de fibras de acero. En este caso, para las investigaciones llevadas a cabo, tampoco existe un consenso claro en el efecto que introduce este tipo de fibras en situaciones donde se desarrollan esfuerzos cortantes.

Las últimas investigaciones llevadas a cabo en el ámbito de aplicación de este tipo de fibras a cortante [46, 47], concluyen que el tipo de fallo a cortante resulta más dúctil en el caso de elementos reforzados con fibras de polipropileno, con una dosificación ensayada de un 0.5 % en volumen total de hormigón.

Por otro lado, se constata que existen diferencias entre la forma de comportamiento de las fibras de polipropileno respecto a las de acero [46, 47], debido principalmente a la diferencia en el módulo de elasticidad de las fibras. Puede apreciarse que la deformación de los cercos en los casos con fibras de polipropileno es más acusada, y por lo tanto, se encuentran más solicitados que en los casos conocidos con fibras de acero.

En alguna de las investigaciones [47], se comprueba que la adición de fibras de polipropileno al hormigón no incrementa la capacidad resistente a cortante, pero se iguala la resistencia en casos de grandes flechas (superiores a 5mm) a la proporcionada por fibras de acero.

#### **2.3.2.2.4. Influencia en otros comportamientos**

Tal y como sucede en las fibras de acero, la adición de fibras de polipropileno presenta efectos sobre diversos fenómenos del material. Algunos de los estudios llevados a cabo han evidenciado una mejora en cuanto a la resistencia al impacto de un 15 % respecto al hormigón convencional, si bien se requiere de un mayor estudio ya que existen investigaciones que no obtienen resultados concluyentes al respecto.

Una de las principales mejoras que se obtienen con el uso de las fibras de polipropileno en la resistencia a la fatiga del material. Se obtienen mejoras en la resistencia de alrededor de un 15 % a un 18 % con adiciones de fibras de polipropileno bajas (0.1 %-0.3 %) [39, 40, 41, 42, 45].

En fases de curado y edades tempranas del hormigón, existen diversos estudios en los cuales se observa que las fibras ayudan a controlar la aparición de fisuras de origen térmico y/o plástico [48]. Se obtienen mejoras en la resistencia de alrededor de un 12 % a un 25 % con adiciones de fibras de polipropileno bajas (0.1 %-0.3 %).

Se tiene constancia de pruebas de fuego a gran escala de losas compuestas para cubierta con cubrición de metal, que utilizan fibras de polipropileno sin otro tipo de refuerzo. Los resultados indican que la presencia de fibras no tiene efectos adversos y que se podría llegar a soportar un incendio de dos horas para el sistema de losa compuesta de acero sin protección y un incendio de tres horas para un compuesto de cubierta de acero protegido.

Recordar que uno de los inconvenientes que plantea el uso de fibras, tanto de fibras de polipropileno como de acero, es que contribuyen a incrementar el aire ocluido en la mezcla y, por lo tanto, disminuir la trabajabilidad del hormigón. Esto es así y de forma proporcional al contenido en fibras de la mezcla.

### 2.3.3. Aplicabilidad de las fibras en la actualidad

Son múltiples los usos que se da al hormigón con fibras en la actualidad, siendo estos dependientes de la función a llevar a cabo y el objetivo principal. A continuación, se exponen de forma resumida algunas de las aplicaciones de cada uno de los tipos de fibra que pueden encontrarse en la actualidad:

#### 2.3.3.1. Aplicabilidad de las fibras de acero

Este tipo de material presenta las siguientes aplicaciones:

- Reparaciones y nuevas construcciones en grandes presas
- Estructuras hidráulicas para proporcionar resistencia a la cavitación y erosión severa causada por el impacto de grandes desechos de agua.
- Reparaciones y rehabilitación de estructuras marinas tales como Pilotes de hormigón y cajones
- Pavimentos adheridos en pisos industriales y rehabilitación de carreteras
- Gunitado de túneles y galerías
- Pavimentación de carreteras y suelos industriales
- Se emplean en elementos prefabricados haciendo uso de la mejora en propiedades tales como la resistencia al impacto o tenacidad. En otras aplicaciones de elementos prefabricados se emplean las fibras de acero para reemplazar total o parcialmente el refuerzo convencional con armaduras. Es un ejemplo de lo que ocurre en paneles de cerramiento, pozos sépticos, bloques prefabricados...

#### 2.3.3.2. Aplicabilidad de las fibras de polipropileno

Hasta la fecha, la mayoría de las aplicaciones comerciales de polipropileno se centran en dosificaciones bajas en volumen, de alrededor de un 0.1%, de tipo monofilamentoso o fibras fibrilosas. Las aplicaciones más significativas son las siguientes:

- Pavimentos en zonas residenciales, comerciales e industriales sobre rasante
- Losas de cubierta de material mixto con acero
- Proyectados para la estabilización de taludes
- Construcción de piscinas
- Elementos prefabricados (sin colaboración estructural), de cara a mejorar la durabilidad
- Enlucidos y estucados en formato pulverizado con mortero portland

## 2.4. Introducción a los modelos de material

El conocimiento de los modelos constitutivos de material que se plantean hasta la actualidad es básico para poder llegar a entender hasta qué punto se alcanza la modelización del hormigón armado convencional y del hormigón con fibras. En este caso, se debe separar por un lado el comportamiento de las armaduras y el comportamiento del hormigón, ya que algunos de los modelos constitutivos elasto-plásticos son suficientes para analizarlos.

### 2.4.1. Modelos basados en comportamientos elásticos

El modelo elástico se basa en un comportamiento en tensión-deformación elástico en el proceso de carga. Estos modelos de comportamiento pueden ser combinados con los modelos de comportamiento plástico una vez alcanzado un nivel de carga que suele denominarse límite elástico.

En estos casos, la deformación es recuperada una vez cesa la aplicación de la carga que ha originado la deformación, siendo esta proporcional al nivel de carga empleado. Existen generalmente tres tipos de modelo elástico, siendo estos los modelos isotrópicos, ortotrópicos y modelos elásticos no lineales.

#### 2.4.1.1. Elasticidad Isotrópica

En este caso, el medio material presenta el mismo comportamiento en cualquier dirección. Por ello, las tensiones y las deformaciones se pueden relacionar como (2.1):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

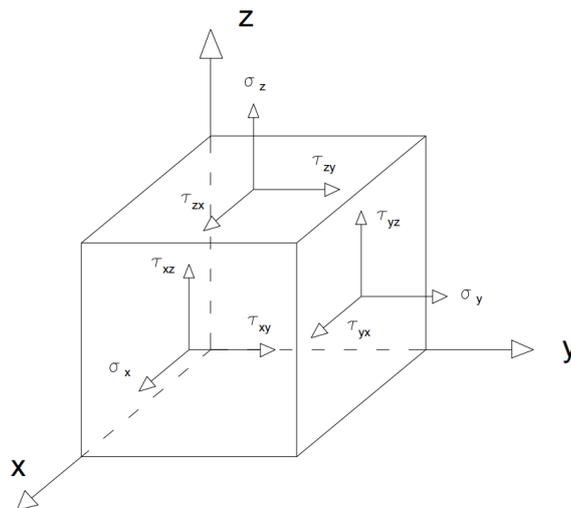


Figura 2.17: Ejes en modelo elástico tridimensional

Donde  $\nu$  es el módulo de poisson del material, siendo este la relación entre la deformación transversal y longitudinal, véase (2.2).

$$\nu = \frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}} - \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}} \quad (2.2)$$

$E$  es el módulo de elasticidad del material, que en este caso es constante en todas direcciones y se comporta como una constante. De esta forma, puede expresarse de forma compacta el comportamiento del material como (2.3)

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-2\nu)e_{ij} + \nu\delta_{ij}e_{kk}] \quad (2.3)$$

### 2.4.1.2. Elasticidad Ortotrópica

En este caso, el medio material se comporta de forma elástica pero de forma diferente según la dirección de estudio, de esta forma, la relación entre deformación y tensión viene dado por (2.22).

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{xy}}{E_y} & \frac{-\nu_{xz}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & \frac{-\nu_{yz}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{xz}}{E_x} & \frac{-\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

De esta forma, el comportamiento elástico de un material elástico-ortotrópico queda definido por nueve constantes independientes entre sí:

- 3 módulos de elasticidad longitudinal  $E_x, E_y, E_z$
- 3 módulos de rigidez  $G_{xy}, G_{yz}, G_{zx}$
- 3 coeficientes de Poisson  $\nu_{xy}, \nu_{yx}, \nu_{zx}$

Las expresiones anteriores pueden simplificarse de forma generalizada como (2.5).

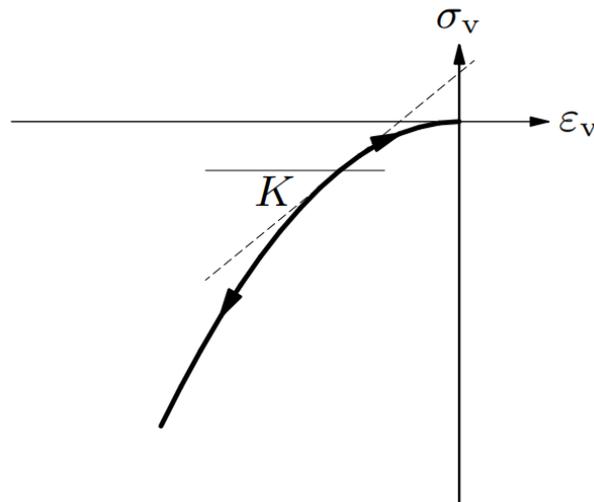
$$\varepsilon = C\sigma \quad (2.5)$$

Donde  $C$  que es la matriz constitutiva del material puede ser invertida para obtener la matriz de rigidez  $D$  para un comportamiento ortotrópico.

$$D = C^{-1} \quad (2.6)$$

### 2.4.1.3. Elasticidad no lineal-hipoelasticidad

Existen algunos materiales cuyo comportamiento elástico no es lineal sino hipoelástico, sino que su comportamiento en el proceso de carga y descarga varía. Este es el caso de materiales como suelos granulares, cuya rigidez se incrementa conforme aumenta la carga, dada la mayor compacidad y consolidación del terreno. Es por ello, que tras un ciclo de carga-descarga el material se comportará de forma más rígida y con menores asientos. Un esquema de ejemplo de dicho cambio de rigidez puede verse en la figura 2.18



**Figura 2.18:** Comportamiento no lineal elástico en un suelo tipo *MatLib DIANA (2016)*<sup>[49]</sup>

Además de en suelos granulares, este tipo de fenómenos puede darse en los procesos de fisuración, en los cuales la apertura de fisura al alcanzar cierto nivel de tensión origina un cambio brusco en la rigidez del material, con el consecuente cambio en las direcciones principales de las tensiones.

Estos materiales presentan la siguiente matriz de rigidez de forma generalizada (2.7).

$$D = \begin{bmatrix} K + \frac{4}{3}G & K - \frac{2}{3}G & K - \frac{2}{3}G & 0 \\ K - \frac{2}{3}G & K + \frac{4}{3}G & K - \frac{2}{3}G & 0 \\ K - \frac{2}{3}G & K - \frac{2}{3}G & K + \frac{4}{3}G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Donde:

- K es el módulo de compresión, que es la relación entre la tensión media normal y el invariante de deformación volumétrica,
- G es el módulo a cortante, que es la relación entre la tensión efectiva desviadora y el invariante de deformación tangencial,
- D es la matriz de rigidez del material, variable en función del nivel de tensiones como ya se ha comentado con anterioridad.

Existen modelos que representan este tipo de comportamientos como son el *modelo de Grains*, el *modelo de Boyce*, el *modelo de Jardine* y el *TSCM*, desarrollado a partir de la teoría Modified Compression Field Theory, propuesta por Vecchio y Collins.

### 2.4.2. Modelos basados en comportamientos plásticos

Si comparamos el comportamiento elástico y plástico de un material, se llega a una conclusión fundamental, en la fase elástica no se presentan deformaciones permanentes, en cambio, en la fase plástica se puede observar que tienen lugar una serie de deformaciones de carácter permanente o irreversible. Este comportamiento irreversible de las deformaciones tiene lugar debido a fenómenos en el interior de los materiales como el desplazamiento de dislocaciones originados por desplazamientos en los cristales de los metales, o bien por la fractura del hormigón tanto a compresión como a tracción. Estos modelos pueden ser aplicables a cualquier material en cuyo comportamiento se incluyan deformaciones permanentes o de carácter irreversible una vez cesa la carga que la ha originado. En base a la teoría de pequeños desplazamientos, puede descomponerse la fase elástica de la plástica, asumiendo que la deformación total es la suma entre ambos tipos de deformación (2.8).

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (2.8)$$

A través de esta afirmación, puede estimarse un comportamiento elastoplástico, mediante una función que relacione la tensión y la deformación del material. Además de ello, pueden derivarse de este análisis de comportamiento en el tiempo, mediante relaciones de tensión para un tiempo  $t$  dado.

Para poder representar el comportamiento en este tipo de materiales, se introduce un parámetro interno que denominaremos en adelante  $k$ , que depende de una ley específica para cada material. Los modelos elastoplásticos pueden definirse mediante los siguientes supuestos:

- La relación entre tensión y deformación en la fase elástica, puede definirse como en anteriores capítulos, teniendo en cuenta únicamente la deformación elástica

$$\sigma = D\varepsilon^e \quad (2.9)$$

- El criterio de plastificación o fluencia, el cual es el punto inicial de la fase plástica del material, puede escribirse como una función del vector tensión y del parámetro de estado interno  $k$ , donde el valor de la función es nula en el inicio de la plastificación, menor de cero en la fase elástica y mayor de cero en la fase plástica.

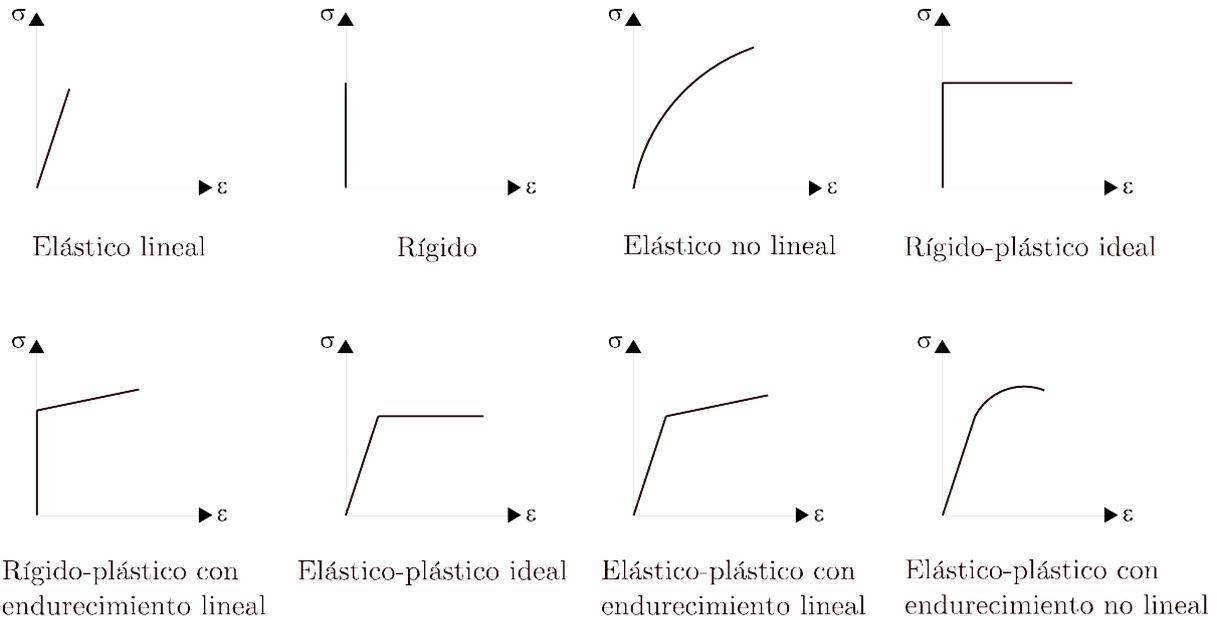
$$f(\sigma, \varepsilon) = 0 \quad (2.10)$$

- La regla de flujo, que representa la variación del vector de desplazamiento plástico en función del estado tensional del material. Asumiendo la *la regla de Koiter*, el vector ratio de deformación plástica viene dado por (2.11).

$$\dot{\varepsilon}^p = \sum_{j=1}^n \dot{\lambda}_j \frac{\delta g_j}{\delta \sigma} \quad (2.11)$$

Donde:  $g_j$  son las funciones plásticas, que son resultado de relacionar el vector de tensiones y el parámetro de estado interno del material  $g_j(\sigma, k)$ ,  $\dot{\lambda}_j$  es el multiplicador plástico, dominado por el estado del material y comportándose como la regla de flujo anteriormente descrita.

- La hipótesis de endurecimiento/reblandecimiento del material en la fase plástica, que describe la evolución del parámetro de estado interno  $k$ . Esta evolución viene dada en función del vector de tensiones y del vector ratio de deformación plástica. En función de esta relación se pueden dar los siguientes tipos de modelos 2.19



**Figura 2.19:** Comportamiento en función de la fase elástica y el parámetro de estado interno  $k$  del material *UPTC*

**2.4.2.1. Plasticidad isotrópica**

**2.4.2.2. Criterio de Tresca**

En el caso del criterio de Tresca, la condición de plastificación se produce cuando la tensión tangencial máxima es alcanzada, y puede expresarse en función de las tensiones espaciales principales y de la tensión en el límite elástico. En este caso, siendo  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  (2.12).

$$f(\sigma, k) = |\sigma_1 - \sigma_3| - \sigma(\bar{k}) \tag{2.12}$$

$$\tau_{\max} \geq \frac{\sigma_Y}{2} \tag{2.13}$$

Siendo  $\sigma(\bar{k})$  la tensión uniaxial elástica en función de la variable de estado interno del material  $k$ . En este caso, la regla de flujo asociativa viene dada generalmente por la equivalencia  $g \equiv f$ , que resulta ser, para el ratio de deformación plástica en las direcciones principales (2.14).

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

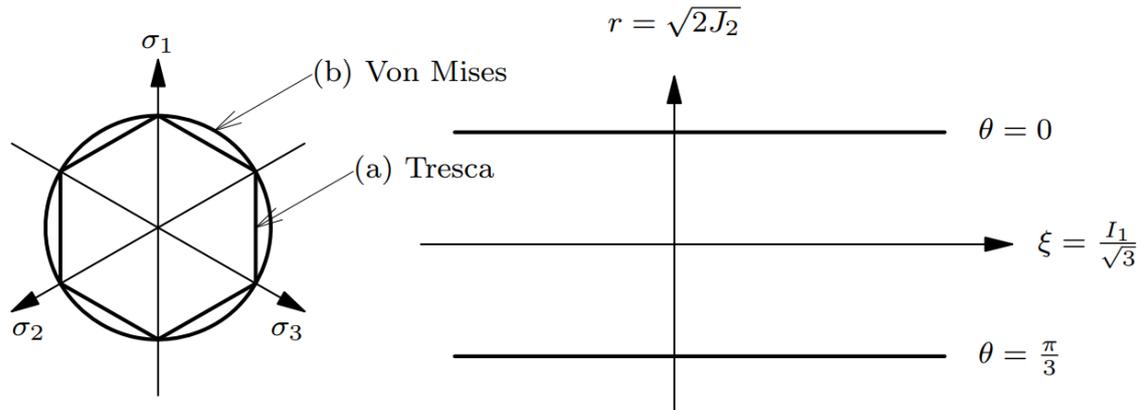


Figura 2.20: Comparativa entre criterios de plastificación de Tresca y Von Mises

### 2.4.2.3. Criterio de Von Mises

El criterio de Von Mises es un refinamiento de la solución propuesta por Tresca. La expresión propuesta por Von Mises escenifica que un material o elemento estructural alcanza su fallo cuando en alguno de sus puntos la energía de distorsión por unidad de volumen rebasa un cierto umbral. Si esto lo expresamos en cada punto con el valor de las tensiones en direcciones principales obtenemos (2.15)

$$\sigma_{vM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \geq \sigma_Y \quad (2.15)$$

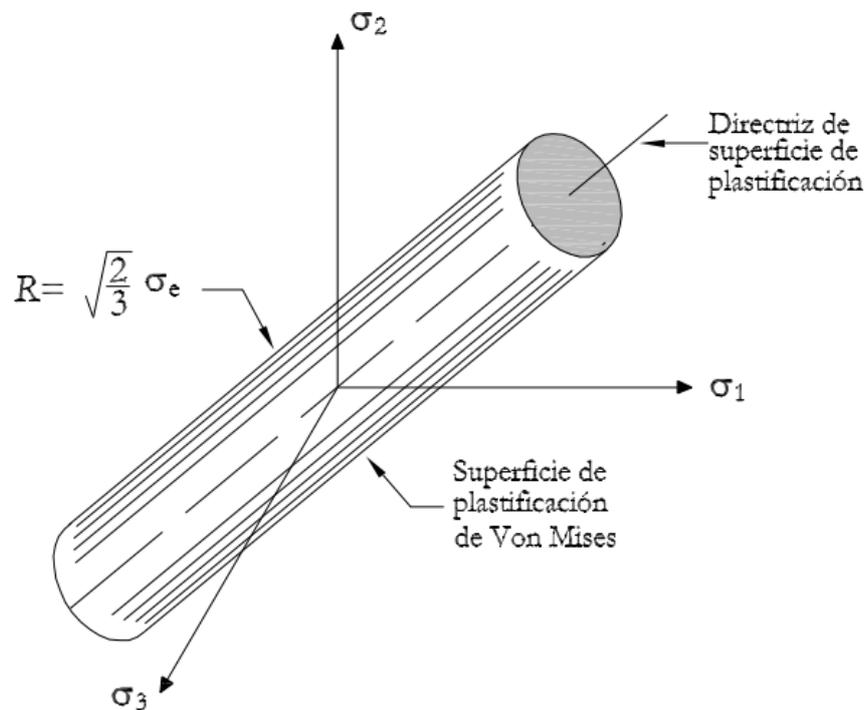
En el caso más general, puede expresarse de la siguiente forma (2.16)

$$f(\sigma, \eta, k) = \sqrt{3J_2} - \sigma(\bar{k}) = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma - \eta)^T P (\sigma - \eta)} - \sigma(\bar{k}) \quad (2.16)$$

En este caso,  $\sigma(\bar{k})$  nuevamente es la tensión en el límite elástico del material, en función del parámetro de estado interno. El parámetro  $\eta$  es la tensión en el centro de la superficie de plastificación en el plano  $\pi$ , el cual se mueve en la dirección del flujo plástico si el efecto de endurecimiento se tiene en cuenta. Esta proyección se controla mediante la matriz de proyección  $P$  que presenta la siguiente forma(2.17):

$$P = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Según este criterio, la superficie de plastificación es un cilindro 2.21



**Figura 2.21:** Superficie de plastificación de Von Mises

En este caso, la regla de flujo viene dada generalmente por la equivalencia  $g \equiv f$ , que resulta ser, para el ratio de deformación plástica (2.18).

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{P(\sigma - \eta)}{2\bar{\sigma}} \quad (2.18)$$

### 2.4.3. Modelos de fisuración

Actualmente existen desarrollos numéricos para simular la fisuración en elementos de hormigón y materiales similares. Existen diversos tipos de clasificación según el parámetro de estudio considerado. En primer lugar, se establece una clasificación en función de la tipología de fisuración, distinguiendo entre fisuración discreta o distribuida, cuya diferencia radica en la cuantía y la naturaleza de la fisuración modelada.

En el caso de los desarrollos numéricos de fisuración distribuida, se establece una subclasificación en función de la direccionalidad y el proceso de generación de las fisuras en el hormigón, encontrando modelos con fisuración de naturaleza fija, en los cuales la orientación de la fisura se mantiene constante, multidireccional, en el cual la orientación de la grieta se actualiza de forma gradual con el nivel de carga, o bien rotativas, en los cuales la orientación de la fisura se actualiza de forma continua. La diferencia entre estos modelos, tal y como se ha comentado, radica en la orientación que adquiere la fisura a medida que se desarrollan los esfuerzos en el material.

Por otro lado, se establecen dos modos fundamentales del comportamiento del material en los procesos de fisuración y fractura. Los procesos principales son el comportamiento de debilitamiento en la dirección normal a la grieta (modo I) y la resistencia a corte paralela a la grieta (modo II). Estos modos serán mencionados de forma continua a lo largo de los desarrollos numéricos que se expondrán para cada modelo de material.

### 2.4.3.1. Modelos de fisuración discreta

Estos modelos están basados en la representación de la fisuración mediante discontinuidades en los elementos finitos, en aquellos lugares en los que las fisuras aparecen. Estas discontinuidades se generan mediante la duplicación de nodos a medida que la fisuración progresa a lo largo del elemento.

No es difícil intuir que la complejidad de este tipo de modelos radica en que la fisuración progresa al mismo tiempo que la malla que debe representar el comportamiento, así como el estado tensional de los elementos, derivando en mallas complejas para ciertos fenómenos de fisuración. Además de ello, este tipo de modelos numéricos requieren de la redefinición de la malla a medida que se desarrollan las fisuras, al mismo tiempo que se actualizan las variables de estado de cada uno de los elementos existentes y de los que se van generando. Ello acompañado de cierta objetividad del analista en la redefinición de las mallas. Para ello, se han desarrollado soluciones de cara a abordar este tipo de problemas, abarcando desde métodos más simples que consisten en "predecir" la localización de las fisuras, manteniendo la fisura y la malla a lo largo del cálculo, a métodos más complejos consistentes en la regeneración de la malla por procesos automatizados conforme se desarrollan las fisuras.

Este tipo de modelos se limita a modelos en tensión plana, generalmente en aquellos casos en los que se espera el desarrollo de una fisura principal predominante, como es el caso de ciertos ensayos a cortante en el hormigón con fibras que se están llevando a cabo mediante ejecución de entalla e incluso en los ensayos desarrollados por *Walraven* en el desarrollo de la propuesta de ecuaciones constitutivas, donde la fisuración es completamente predecible en el elemento y cuyo cálculo por el método de fisuración discreta es completamente factible. En este caso, se pueden generar modelos incluso con métodos simples con fisuración constante a lo largo del proceso de carga, en el punto de inicio de la fisuración.

En los casos de fisuración discreta, se debe prestar especial atención a los mecanismos y efectos que se transmiten en la estructura de hormigón, y más concretamente en el interior de las fisuras. Estos mecanismos se mencionan a continuación de forma resumida:

- **Mecanismo de rotura del hormigón:** Este tipo de efecto se suele representar mediante un elemento de deformación constante, incluyendo en este caso las ecuaciones constitutivas del material con fibras, que serán detalladas en el apartado 2.4.4. La complejidad en este caso radica en conocer el comportamiento a tracción del hormigón con el uso de fibras, que se detallará y analizará en profundidad.
- **Mecanismo de efecto del acero:** El acero en estos casos suele representarse mediante un elemento finito lineal de deformación constante, cuyo grado de interpolación es del mismo orden que el hormigón. En este caso, la ecuación constitutiva del material obedece a relaciones ampliamente estudiadas y conocidas.
- **Efecto de adherencia en el hormigón:** Para representar este efecto, se considera un elemento finito como puente de unión entre los elementos de acero y hormigón. En este caso, la función de forma interpola el deslizamiento relativo entre los nodos de acero y los del hormigón. Conocidos estos desplazamientos relativos, puede establecerse la ecuación constitutiva que relaciona estos desplazamientos relativos con la tensión tangencial desarrollada entre los elementos.

- **Mecanismo de engranamiento de áridos:** El engranamiento de áridos suele considerarse mediante un elemento finito lineal entre caras de fisura, teniendo en cuenta los movimientos relativos entre caras de fisura de modos I y II (apertura y deslizamiento). Conocidos estos deslizamientos, se relacionan con las tensiones tangenciales y normales a caras de fisura. Habitualmente estas ecuaciones constitutivas se obtienen directamente a partir de la resistencia del hormigón y de las transformaciones propuestas por Walraven<sup>[50]</sup>.
- **Efecto pasador de las armaduras:** Este tipo de efecto puede tenerse en cuenta mediante la introducción de elementos finitos adimensionales que unen los puntos comunes a ambos lados de la fisura, atravesando la armadura. De esta forma, puede tenerse en cuenta el aumento de rigidez en la dirección normal a la armadura. En este caso, de forma similar a lo que ocurre en el mecanismo de engranamiento y adherencia del hormigón, se obtienen los desplazamientos relativos entre caras de fisura, y derivado de ellos, el esfuerzo de pasador desarrollado por las armaduras. Existen múltiples expresiones al respecto desarrolladas (*Millard, Jonhson*).

El criterio de fisuración en este tipo de modelos numéricos obedece a criterios tensionales, empleándose habitualmente para la obtención de cada estado de equilibrio el método iterativo de Newton-Raphson. En el caso de que se alcance el criterio de fisuración al rebasar la tensión límite en un determinado número de elementos, se suele adoptar como nodo fisurado aquel cuya tracción sea la mayor. La dirección de las fisuras viene determinada por la dirección ortogonal a la dirección de tracción máxima. Para cada estado y nivel de carga, se actualiza el ángulo de avance de dicha fisura, en función del vector de tensión del elemento finito siguiente, susceptible de continuar la fisura.

En la siguiente figura puede observarse un ejemplo de este tipo de modelo numérico, para una viga a cortante en tensión plana 2.22:

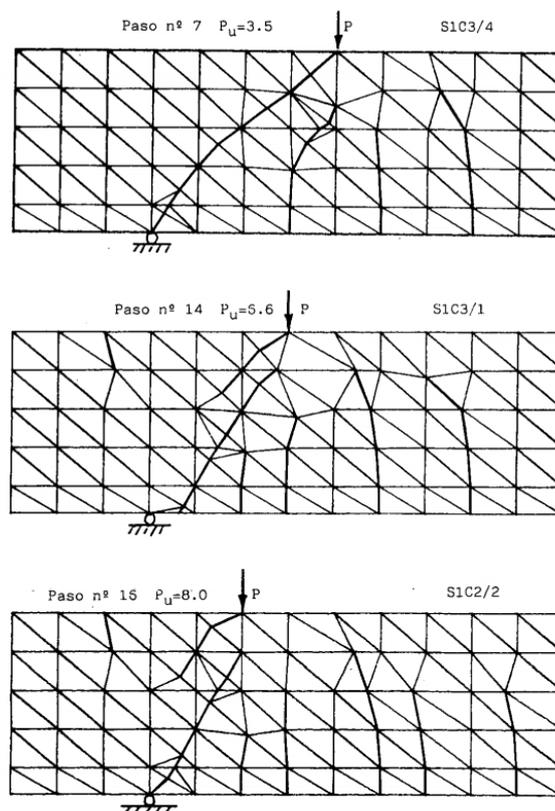


Figura 2.22: Ejemplo de modelo de fisuración discreta mediante elementos de interfaz

### 2.4.3.2. Modelos de fisuración distribuida

Este tipo de modelos podrían considerarse la contrapartida a los modelos de fisuración discreta. Mientras que los modelos de fisuración discreta diferencian entre las zonas de discontinuidad de las fisuras y el resto de elementos, en los modelos de fisuración distribuida se establece el comportamiento del material como un medio continuo.

La idea inicial de este tipo de modelos se basa en la posibilidad de interpretarlo como relaciones de tensión-deformación. De esta forma, basta con considerar el problema isotrópico inicial hasta la formación de las fisuras, a partir de la cual se emplean modelos de material ortotrópicos en función de la formación de fisuras y los ejes locales de estas.

Como puede deducirse, este procedimiento resulta interesante ya que no solo no modifica la tipología ni requiere de una redefinición del mallado de elementos finitos, sino que tampoco impone condiciones a cerca de la orientación de los planos de fisuración, o lo que es lo mismo, de los ejes de ortotropía. Es por ello que el uso de este tipo de modelos de material ha reemplazado de forma significativa, excepto para casos particulares como ya se ha explicado, a los modelos de fisuración discreta.

Este tipo de modelos representa la fisuración de forma distribuida a lo largo del material, considerando "bandas de micro-fisuras", tal y como ocurre en elementos de hormigón. El ancho de estas bandas es uno de los parámetros con más controversia a lo largo de todas las investigaciones y modelos numéricos llevados a cabo hasta la actualidad, y es considerado como una propiedad intrínseca del material, siendo es variable según el problema estudiado. Este parámetro es el denominado **crack bandwidth o crackband**.

Además de ello, este tipo de modelos pueden representar problemas cuya fisuración se localiza en una fisura predominante, agilizando los procesos de modelización y de cálculo. Ello puede conseguirse considerando tramos de bandas de fisuración lo suficientemente pequeñas como para asegurar que se pueda formar la fisura predominante, una vez llevado a cabo el modelo, el propio proceso de cálculo y las cargas actuantes originarán la apertura de fisura predominante, en el caso de haber considerado de forma apropiada el comportamiento del material y las condiciones de contorno reales del problema.

Tal y como se ha introducido anteriormente, estos modelos pueden clasificarse en función de la dirección y los procesos de generación de las fisuras. Estos pueden ser:

- **Modelos de direccionalidad fija**, en los cuales la orientación de la fisura se mantiene constante a lo largo de todo el análisis computacional.
- **Modelos multidireccionales**, en los cuales la orientación de la fisura se actualiza de forma gradual a lo largo del proceso de cálculo.
- **Modelos giratorios o rotativos**, en los cuales la orientación de la fisura se actualiza de forma continua en función de los ejes de las tensiones principales.

Entre los modelos fijos y rotacionales se encuentra el modelo de **fisuración multidireccional fija (MDFCM)**, que será desarrollado partiendo del modelo de direccionalidad fija. Además de ello, se procederá a explicar el modelo constitutivo **Total Strain Crack Model (TSCM)** basado en la relación entre tensión, deformación y energía de fractura en un medio ortotrópico hipoeástico (ver 2.4.1.3) continuo que tiene en cuenta la generación de fisuras. Este último de los modelos servirá de base para la mayoría de los desarrollos numéricos posteriores y es uno de los desarrollos a tener en cuenta en el ámbito de las investigaciones actuales.

### 2.4.3.2.1. Modelo de fisuración de direccionalidad fija (FCM)

En este tipo de modelos de material, la ley de tensión-deformación está ligada a las direcciones principales de ortotropía que denominaremos ahora y en adelante como  $n, t$  y  $s$ . estas direcciones se mantienen invariables a lo largo del proceso de cálculo. Estas direcciones se refieren a los siguientes modos de fractura:

- $n$ : Dirección normal a la fisura, modo I
- $s$ : Dirección tangencial longitudinal a la fisura, modo II
- $t$ : Dirección tangencial transversal a la fisura, modo III

De esta forma, puede definirse la relación entre tensión y deformación en ejes de ortotropía como 2.19:

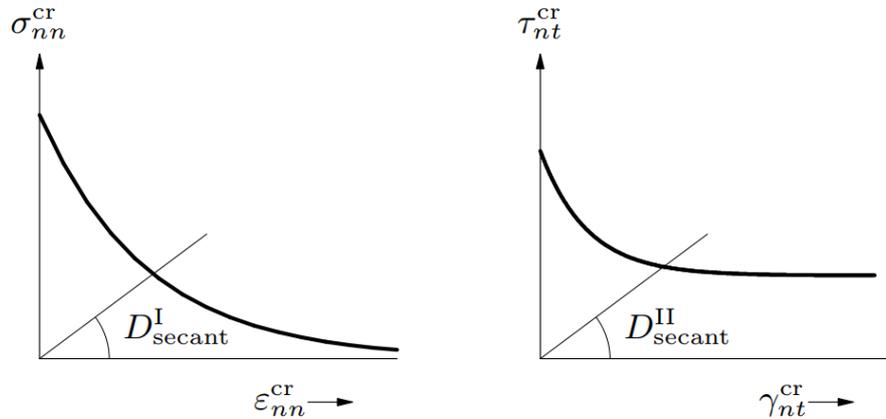
$$\begin{pmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{ss} \\ \sigma_{tt} \\ \tau_{ns} \\ \tau_{st} \\ \tau_{tn} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E_{nn} & E_{ns} & E_{nt} & 0 & 0 & 0 \\ E_{ns} & E_{ss} & E_{st} & 0 & 0 & 0 \\ E_{nt} & E_{st} & E_{tt} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{ns} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{st} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{nt} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{nn} \\ \varepsilon_{ss} \\ \varepsilon_{tt} \\ \gamma_{ns} \\ \gamma_{st} \\ \gamma_{tn} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

De esta forma, las relaciones quedan definidas con nueve módulos de rigidez independientes. En desarrollos posteriores llevados a cabo por *Rashid 1968, Cervenka 1970, Valliappan y Doolan 1972*, se establecía que los parámetros  $E_{nn}, E_{ns}, E_{nt}, G_{ns}$  y  $G_{nt}$  podían considerarse nulos tras la formación de las fisuras. Ello involucra a las tensiones  $\sigma_{nn}, \tau_{ns}, \tau_{tn}$ , las cuales adquieren un valor de 0 tras la formación de las fisuras. Ello es una aproximación generalizada de lo que ocurre realmente en los procesos de generación de fisuras en materiales heterogéneos, ya que en estos procesos existen tensiones de modo I y II debido a mecanismos de adherencia y engranamiento de áridos, por lo que la rigidez no es exactamente nula. Además de ello, esta afirmación crea una discontinuidad brusca en cuanto a cambio de rigidez del material, lo que amplifica las dificultades ya de por sí existentes en el modelo numérico de cálculo.

Es por ello, que los investigadores hicieron uso posteriormente de los parámetros  $G_{ns}$  y  $G_{nt}$ , con la particularidad de que estos se obtienen como porcentaje de los parámetros comúnmente empleados en elasticidad lineal, es decir, de la matriz de rigidez a cortante  $G$ . El factor reductor de la rigidez a cortante suele denominarse con  $\beta$ , y proviene de de desarrollos realizados por *Suidan y Schnobrich (1973)*.

En el caso de la tensión normal a la fisura (eje de ortotropía  $nn$ ), se estableció un nuevo parámetro de forma equivalente a lo que sucedía en el caso de la rigidez a cortante. La inserción de un parámetro reductor para la rigidez normal a la fisura surge de desarrollos efectuados por *Bazant y Oh (1983)*. Dicho factor se denominará  $v$  en este caso y en desarrollos posteriores.

Como puede deducirse, en caso de llevarse a cabo una descarga, la rigidez del material se mantiene constante. Ello se produce cuanto las tensiones normales y tangenciales a la fisura desaparecen. A continuación se muestran de forma esquemática los módulos de rigidez para los modos de rotura I y II.



**Figura 2.23:** Módulos de rigidez secantes en modo de fractura I y II respectivamente

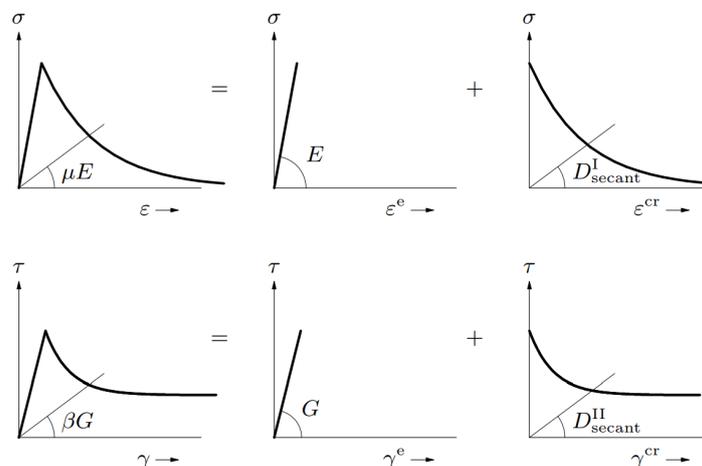
Uno de los factores más importantes de estos modelos de material es el conocimiento de los parámetros de reducción. De esta forma, la matriz de rigidez del material puede expresarse como (2.52):

$$D = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1 - \nu) \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

Asumiendo que la situación de fractura y tensiones se produce en un sistema bidimensional, con una matriz de rigidez elástica lineal, y asumiendo que el sistema de coordenadas locales de la fisura coincide y está alineado con el sistema de coordenadas globales, la matriz de transformación quedaría como:

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

En la siguiente figura se muestra de forma esquemática el sistema de transformación de los parámetros tradicionales mediante las hipótesis planteadas anteriormente:



**Figura 2.24:** Relación entre parámetros tradicionales y de fisuración secantes

Substituyendo estas relaciones en las anteriores, y tras una serie de transformaciones algebraicas se obtiene que, para un modelo bidimensional, la relación entre tensión y deformación viene dada por la siguiente expresión:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu E}{1-\mu\nu^2} & \frac{\mu\nu E}{1-\mu\nu^2} & 0 \\ \frac{\mu\nu E}{1-\mu\nu^2} & \frac{E}{1-\mu\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\beta E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

Los parámetros reductores se relacionan pues de la siguiente forma con las matrices de rigidez secantes para cada modo de fractura(2.23)(2.24):

$$D_{secant}^I = \frac{\nu}{1-\nu} E \quad (2.23)$$

$$D_{secant}^{II} = \frac{\beta}{1-\beta} G \quad (2.24)$$

Las relaciones anteriormente planteadas representan la deformación total generalizada de un sólido fisurado, incluyendo la deformación propia que se produce en cada fisura, así como la deformación que se produce en el material existente entre fisuras, por lo que no se distingue entre estos aspectos.

El principal inconveniente de este tipo de modelos constitutivos radica en que los parámetros usuales de definición particularizada en las fisuras se definen mediante relaciones a partir de la abertura de fisura, y no por deformaciones generalizadas dentro de un modelo de material, por lo que no pueden incorporarse dichas leyes de forma transparente y/o normalizada.

La solución a este problema pasa por la **descomposición de la deformación total** en deformación debida a la fisura  $\varepsilon^{cr}$  y en deformación debida al propio material entre fisuras  $\varepsilon^e$

En este caso, se descompone la deformación total en deformación elástica y deformación por fisuración como (2.25).

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{cr} \quad (2.25)$$

Ello es un claro intento por tratar de forma más "discreta" la generación de las fisuras, separando claramente el comportamiento del material sólido y el comportamiento en las zonas de fisura.

De esta forma, el vector deformación tendrá seis componentes en la zona de fisura en ejes globales 2.26:

$$\varepsilon^{cr} = [\varepsilon_{xx}^{cr}; \varepsilon_{yy}^{cr}; \varepsilon_{zz}^{cr}; \gamma_{xy}^{cr}; \gamma_{yz}^{cr}; \gamma_{zx}^{cr}]^T \quad (2.26)$$

Cuando hablamos de fisuración es conveniente expresar esta expresión en coordenadas locales de fisura n,t y s, cuyas direcciones se encuentran alineadas con las fisuras. De esta forma, se puede expresar el vector deformación local de la fisura como 2.27:

$$e^{cr} = [e_{nn}^{cr}; \gamma_{ns}^{cr}; \gamma_{nt}^{cr}]^T \quad (2.27)$$

Donde:

- $e_{nn}^{cr}$ : Es la deformación normal a la fisura, correspondiente al modo I.
- $\gamma_{ns}^{cr}$ : Es la deformación tangencial a la fisura, correspondiente al modo II.
- $\gamma_{nt}^{cr}$ : Es la deformación tangencial a la fisura, correspondiente al modo III.

El resto de variables no consideradas no suelen tener un significado físico, por lo que únicamente se consideran estas tres componentes en la fisura.

La relación entre las deformaciones en ejes globales y locales viene dada por la siguiente expresión 2.28:

$$\varepsilon^{cr} = N \cdot e^{cr} \quad (2.28)$$

Donde N es la matriz de transformación a coordenadas locales. Esta matriz es fundamental para entender cada uno de los modelos de fisuración distribuida según la direccionalidad. Tal y como se ha comentado para este tipo de **modelos de direccionalidad fija, los valores de esta matriz de transformación se mantienen constantes a lo largo del proceso de cálculo**, tanto en la fase previa como posterior a la formación de fisuras. Para un modelo tridimensional, esta matriz de transformación N es la siguiente 2.49:

$$N = \begin{bmatrix} l_x^2 & l_x l_y & l_z l_x \\ m_x^2 & m_x m_y & m_x m_z \\ n_x^2 & n_x n_y & n_z n_y \\ 2l_x m_x & l_x m_y + l_y m_x & l_z m_x + l_x m_z \\ 2m_x n_x & m_x n_y + m_y n_x & m_z n_x + m_x n_z \\ 2n_x l_x & n_x l_y + n_y l_x & n_z l_x + n_x l_z \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Donde  $l_x, m_x, n_x$  son los vectores que contienen la dirección de los ejes locales expresados en coordenadas globales. De esta forma, siguiendo la convención de signos en ejes globales, la dirección con el subíndice zz con subíndice "z representan los ejes locales s y t, llevando a cabo la transformación mediante reglas de coseno.

Para el caso bidimensional, esta matriz tiene la siguiente forma 2.30:

$$N_i = \begin{bmatrix} l_x^2 & l_x l_y \\ m_x^2 & m_x m_y \\ n_x^2 & n_x n_y \\ 2l_x m_x & l_x m_y + l_y m_x \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

A continuación, se explica el procedimiento a partir de el cual se obtiene la relación fundamental entre deformaciones locales de fisura y tensiones en el material.

En primer lugar, se define el vector local de tensiones como 2.31:

$$t^{cr} = [t_n^{cr}; t_s^{cr}; t_t^{cr}]^T \cdot \sigma \quad (2.31)$$

Donde  $n$  es la dirección normal a la fisura y el movimiento correspondiente al modo I, y las tensiones locales en ejes  $s$  y  $t$  son las tensiones tangenciales de modo II y III. La relación entre estas tensiones locales y las globales pueden definirse como 2.32:

$$t^{cr} = N^T \cdot \sigma \quad (2.32)$$

Para completar el sistema de ecuaciones, se requiere de relacionar las deformaciones y las tensiones mediante las correspondientes matrices constitutivas que se denominarán como  $D$  en este caso y en adelante. Estas matrices se diferenciarán según las zonas con fisuración distribuida y las zonas con el material no fisurado entre fisuras. De aquí en adelante, se empleará el superíndice “ $cr$ ” como viene siendo habitual en apartados anteriores para la zona en estado fisurado y se empleará “ $ec$ ” en las zonas sin fisuración. De esta forma, la relación entre deformación y tensión en las zonas sin fisurar viene dada por 2.33:

$$\sigma = D^{ec} \cdot \epsilon^{ec} \quad (2.33)$$

De forma similar puede expresarse la relación entre las tensiones y las deformaciones locales en las zonas de fisura 2.34:

$$t^{cr} = D^{cr} \cdot \epsilon^{cr} \quad (2.34)$$

Donde  $D^{cr}$  es una matriz de dimensión  $3 \times 3$ , incluyendo los parámetros constitutivos de los modos I, II y III respectivamente. Es decir, la ecuación del material. Dichos modelos de comportamiento se analizarán de forma independiente y detalladamente en el apartado 2.4.4.

Combinando las expresiones anteriores y substituyendo variables, se establece la relación entre las deformaciones locales y la deformación generalizada 2.35:

$$e^{cr} = [D^{cr} + N^T D^{ec} N]^{-1} N^T D^{ec} \cdot \epsilon \quad (2.35)$$

Finalmente, la relación entre tensiones globales y deformación global viene dado nuevamente operando, obteniéndose la siguiente expresión generalizada 2.36:

$$\sigma = [D^{ec} - D^{ec} N [D^{cr} + N^T D^{ec} N]^{-1} N^T D^{ec}] \cdot \epsilon \quad (2.36)$$

Estos modelos de cálculo implican que las matrices constitutivas no son constantes, sino que incluyen fenómenos de plastificación y de funciones de fisuración no lineales, por lo que se hace necesario un procedimiento iterativo que resuelva las grandes discontinuidades que pudieran surgir. Ello entra dentro de los distintos procedimientos iterativos y de control de respuesta que no se detallarán en el presente TFM.

Por otro lado, al tratarse fundamentalmente de procedimientos incrementales, el estado del material varía según la formación de fisuras, incluyendo que estas puedan cerrarse o reabrirse. Ello hace necesario subdividir el comportamiento del hormigón en función de si nos encontramos en un proceso de cierre de fisuras (b), o bien en una fase de fisuración y apertura de fisuras (a).

De esta forma, pueden expresarse las relaciones en tensión deformación para cada tramo como:

- Tramo de formación de fisuras y/o apertura de las ya existentes 2.60

$$\sigma = D^{ec} \epsilon^a + [D^{ec} - D^{ec} N [D^{cr} + N^T D^{ec} N]^{-1} N^T D^{ec}] \cdot \epsilon^b \quad (2.37)$$

- Fase de cierre de fisuras 2.61

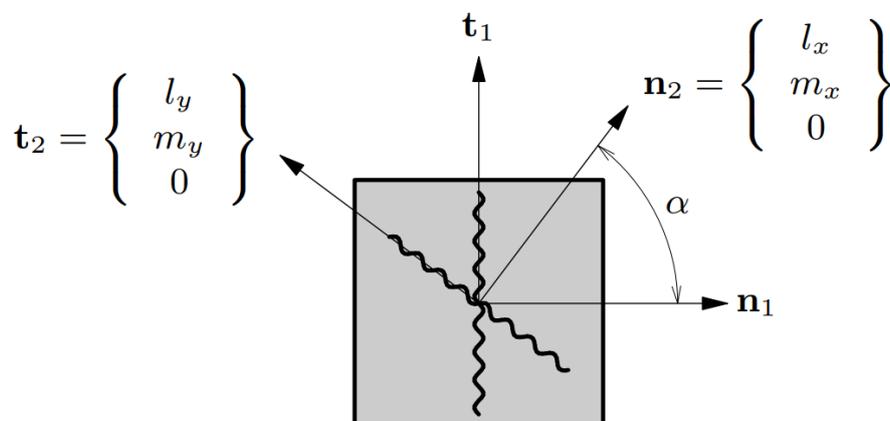
$$\sigma = [D^{ec} - D^{ec} N [D^{cr} + N^T D^{ec} N]^{-1} N^T D^{ec}] \cdot \epsilon^a + D^{ec} \epsilon^b \quad (2.38)$$

El criterio de generación de las fisuras suele venir determinado por factores tales como la tensión, la deformación o bien el ángulo de la propia dirección de fisuración. En este caso, al tratarse de un modelo de direccionalidad fija, los ejes locales de la fisura permanecen constantes, originando lo que podríamos denominar una *memoria permanente de la orientación del daño*, lo cual es la principal característica de los modelos de fisuración distribuida de direccionalidad fija.

**2.4.3.2.2. Modelo de fisuración multidireccional fija (MDFCM)** Los modelos de fisuración multidireccional fija, están basados en la misma idea de la descomposición de la fisuración con un comportamiento independiente del hormigón entre fisuras, que se ha descrito para los anteriores modelos. En este caso, la diferencia radica en que se lleva a cabo la descomposición a un nuevo nivel en cuanto a las zonas de fisura, llevando a cabo la subdescomposición de la deformación de la propia fisura y haciendo posible que puedan modelizarse varias fisuras de forma simultánea en un mismo punto de muestreo. Los parámetros que rigen el comportamiento en este tipo de modelos son los siguientes:

- Tensión en los planos de fisuración
- Deformación  $e_i^{cr}$  para cada fisura considerada
- Tensión  $t_i^{cr}$  para cada fisura considerada
- Sistema de coordenadas n-t, alineado con cada fisura i

De esta forma, puede representarse este modelo de fisuración de la siguiente forma:



**Figura 2.25:** Modelo de fisuración discreta particularizado para una fisura determinada

De esta forma, el vector que ensambla la deformación de todas las fisuras consideradas puede expresarse como (2.39):

$$\hat{e}^{cr} = [e_1^{cr}, e_2^{cr}, \dots, e_i^{cr}, \dots, e_n^{cr}]^T \quad (2.39)$$

Estas deformaciones están expresadas en ejes locales de fisura, por lo que para cada una de ellas, puede expresarse la deformación como (2.40):

$$e_i^{cr} = [\varepsilon_{nn,i}^{cr}, \gamma_{nt,i}^{cr}]^T \quad (2.40)$$

La relación entre la deformación global y el vector  $e^{cr}$  viene dada por (2.41)

$$\varepsilon^{cr} = \hat{N} \hat{e}^{cr} \quad (2.41)$$

Donde  $N$  es la matriz de transformación a coordenadas globales, para cada una de las fisuras consideradas

$$\hat{N} = [N_1, N_2, \dots, N_i, \dots, N_n] \quad (2.42)$$

siendo para cada fisura en particular  $N_i$ , que en el caso de tensión plana, y tal y como se ha mencionado con anterioridad, puede expresarse como:

$$N_i = \begin{bmatrix} l_x^2 & l_x l_y \\ m_x^2 & m_x m_y \\ n_x^2 & n_x n_y \\ 2l_x m_x & l_x m_y + l_y m_x \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Donde  $n^t = l_x, m_x, n_x$  es el vector normalizado normal al plano de la fisura.

Todo lo mencionado anteriormente para el caso de las deformaciones puede aplicarse de forma análoga al vector de tensiones para cada fisura. De esta forma, se parte del vector de ensamblaje de tensiones de todas las fisuras como (2.44):

$$\hat{t}^{cr} = [t_1^{cr}, t_2^{cr}, \dots, t_i^{cr}, \dots, t_n^{cr}]^T \quad (2.44)$$

Estas tensiones están expresadas en ejes locales de fisura, por lo que para cada una de ellas, puede expresarse esta tensión como (2.45):

$$t_i^{cr} = [\sigma_{nn,i}^{cr}, \tau_{nt,i}^{cr}]^T \quad (2.45)$$

En este caso, puede asumirse que las tensiones en las fisuras son función de las deformaciones en las fisuras. de forma general ello puede expresarse como (2.46)

$$s^{cr} = f(e^{cr}) \quad (2.46)$$

De esta forma, pueden modelarse multitud de efectos entre las diferentes fisuras con esta formulación generalizada, pero teniendo en cuenta que dicha consideración puede dar lugar a un incremento innecesario del nivel de sofisticación, y por lo tanto, de los procesos de cálculo. Es por ello, que las tensiones en las fisuras se suelen representar únicamente como función de la deformación en las fisuras.

$$s^{cr} = \begin{cases} s_1^{cr} = f(e_1^{cr}) \\ s_2^{cr} = f(e_2^{cr}) \\ \dots \\ s_i^{cr} = f(e_i^{cr}) \\ \dots \\ s_n^{cr} = f(e_n^{cr}) \end{cases} \quad (2.47)$$

La relación entre la tensión local y el vector de deformación local  $\hat{e}^{cr}$  viene dada por (2.48):

$$\hat{t}^{cr} = \hat{D}^{cr} \hat{e}^{cr} \quad (2.48)$$

Que de forma matricial puede expresarse como (2.35):

$$\begin{bmatrix} t_1^{cr} \\ t_2^{cr} \\ t_3^{cr} \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^{cr} & D_{12}^{cr} & D_{13}^{cr} & \dots \\ D_{21}^{cr} & D_{22}^{cr} & D_{23}^{cr} & \dots \\ D_{31}^{cr} & D_{32}^{cr} & D_{33}^{cr} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^{cr} \\ e_2^{cr} \\ e_3^{cr} \\ \dots \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Donde  $D$  es la matriz constitutiva del material, para cada una de las fisuras consideradas:

$$D = [D_1, D_2, \dots, D_i, \dots, D_n] \quad (2.50)$$

La **relación entre la tensión y la deformación en las zonas de fisura**, tal y como se ha definido en la ecuación (2.51), vienen determinadas por las correspondientes deformaciones de la fisura  $t_i^{cr} = f(e_i^{cr})$ . De esta forma, simplificando la formulación mediante el desacoplamiento de las tensiones normales y tangenciales, la relación constitutiva para cada una de las fisuras  $i$  viene dada por (2.51)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{nn}^{cr} \\ \tau_{nt}^{cr} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{secante}^I & 0 \\ 0 & D^{II} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{nn}^{cr} \\ \gamma_{nt}^{cr} \end{Bmatrix} \quad (2.51)$$

En este caso, el módulo secante para el modo de fractura I se determina a través de la función de debilitamiento, en adelante y como comúnmente se menciona en el ámbito de investigación como tension softening relation.(2.52)

$$D_{secante.actual}^I = \min[D_{secante.previo}^I, \frac{f_{nn}\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_{nn}^{cr}}] \quad (2.52)$$

De cara La relación entre la tensión y la deformación en la dirección normal de la fisura  $\sigma_{nn}^{cr}$  y  $\epsilon_{nn}^{cr}$ , se puede expresar como:

$$\sigma_{nn}^{cr}(\epsilon_{nn}^{cr}) = f_t\left(\frac{\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_{nn,ult}^{cr}}\right) \quad (2.53)$$

En este caso,  $f_t$  es la resistencia a tracción y  $\epsilon_{nn,ult}^{cr}$  es la deformación última de la fisura. La función y representa la función de debilitamiento empleada. Cuando el desarrollo de la tensión de la fisuración y la energía de fractura se relacionan principalmente con el modo de fallo I y se da por conocida la longitud equivalente de fisuración o comúnmente llamado “crackbandwidth“ parametrizado con la letra  $h$ , puede expresarse la energía de fractura como (2.54):

$$G_f^I = h \int_{\epsilon_{nn}^{cr}=0}^{\epsilon_{nn}^{cr}=\infty} \sigma_{nn}^{cr}(\epsilon_{nn}^{cr}) d\epsilon_{nn}^{cr} \quad (2.54)$$

Substituyendo 2.38 en 2.39 queda la siguiente expresión:

$$G_f^I = h f_t \int_{\epsilon_{nn}^{cr}=0}^{\epsilon_{nn}^{cr}=\infty} y\left(\frac{\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_{nn,ult}^{cr}}\right) d\epsilon_{nn}^{cr} \quad (2.55)$$

Substituyendo el cociente de las deformaciones actuales y últimas por la variable  $x$ , y sabiendo que la deformación última puede suponerse constante, se obtiene que:

$$G_f^I = h f_t \int_{x=0}^{x=\infty} y(x) dx \quad (2.56)$$

$$\epsilon_{nn,ult}^{cr} = \frac{1}{\alpha} x \frac{G_f^I}{h f_t} \quad (2.57)$$

Siendo  $\alpha$ :

$$\alpha = \int_{x=0}^{x=\infty} y(x) dx \quad (2.58)$$

De esta forma, la deformación última de la fisura se asume constante en el proceso de cálculo, como si de una propiedad intrínseca se tratara. Este valor puede calcularse en función de la resistencia a tracción del material, la energía de fractura y la longitud equivalente  $h$ .

De esta forma, se pueden establecer las ecuaciones generales que relacionan las tensiones con las deformaciones del material, considerando tanto la zona fisurada como la no fisurada. En este caso, análogamente a lo que ocurría con los modelos de material de fisuración de direccionalidad fija, se establece la siguiente expresión 2.59

$$\sigma = [D^{ec} - D^{ec} \hat{N} [\hat{D}^{cr} + \hat{N}^T D^{ec} \hat{N}]^{-1} \hat{N}^T D^{ec}] \cdot \epsilon \quad (2.59)$$

Al igual que sucede en los modelos de fisuración de direccionalidad fija, se puede establecer la relación entre las fases de apertura y generación de fisuras, y la fase de cierre de fisuras. El estado del material varía según la formación de fisuras, incluyendo que estas puedan cerrarse o reabrirse. Ello hace necesario subdividir el comportamiento del hormigón en función de si nos encontramos en un proceso de cierre de fisuras (b), o bien en una fase de fisuración y apertura de fisuras (a).

De esta forma, pueden expresarse las relaciones en tensión deformación para cada tramo como:

- Tramo de formación de fisuras y/o apertura de las ya existentes para la fisura  $i$  (2.60)

$$\sigma = D_i^{crco} \epsilon^a + D_{i+1}^{crco} \cdot \epsilon^b \quad (2.60)$$

- Fase de cierre de fisuras para la fisura  $i$  (2.61)

$$\sigma = D_i^{crco} \epsilon^a + D_{i-1}^{crco} \cdot \epsilon^b \quad (2.61)$$

Donde:

$$D^{crco} = [D^{ec} - D^{ec} \hat{N} [\hat{D}^{cr} + \hat{N}^T D^{ec} \hat{N}]^{-1} \hat{N}^T D^{ec}] \quad (2.62)$$

Como puede deducirse de esta formulación, un cambio en alguna de las fisuras provoca un cambio en el estado de otras. Además de ello, el inicio de una nueva fisura implica el cierre de fisuras existentes, por lo que existen múltiples fases de cambio durante el incremento de deformación.

Este tipo de modelos de fisuración multidireccional es adecuada en condiciones de tensión biaxial o triaxial, ya que se espera que puedan producirse fisuras en dos o tres direcciones principales. Además, puede monitorizarse cada una de estas fisuras. Estos modelos son particularmente útiles en modelos en tensión plana, donde numerosos puntos pueden fisurar tanto longitudinalmente como transversalmente.

Otro ámbito importante de aplicación es a los problemas en tensión-cortante, donde es habitual que la propagación inicial de las fisuras se lleve a cabo en tensión (modo I), y que posteriormente se sigan produciendo por fenómenos de tensión-cortante (modo mixto I-II-III). Ello implica que los ejes principales de las tensiones rotan tras la formación de fisuras, por lo que existe una discrepancia entre los ejes fijados de las fisuras y los ejes principales de las tensiones. Dicha diferencia se subsana en este caso cuando se sobrepasa un cierto umbral de la diferencia entre el ángulo de inclinación de las fisuras y el ángulo de inclinación de las tensiones principales, originándose una nueva fisura en este caso. Ello puede verse a continuación.

El inicio de la fisuración en este tipo de modelos está gobernado por un criterio de tensión máxima y un valor límite del ángulo entre dos fisuras consecutivas. Para el inicio consecutivo de fisuras se tendrán en cuenta los dos criterios siguientes, que deberán satisfacerse de forma simultánea:

- La tensión principal de tracción supera la tensión máxima.
- El ángulo entre la fisura existente y la tensión principal excede el valor del ángulo límite  $\alpha_{TD}$ .

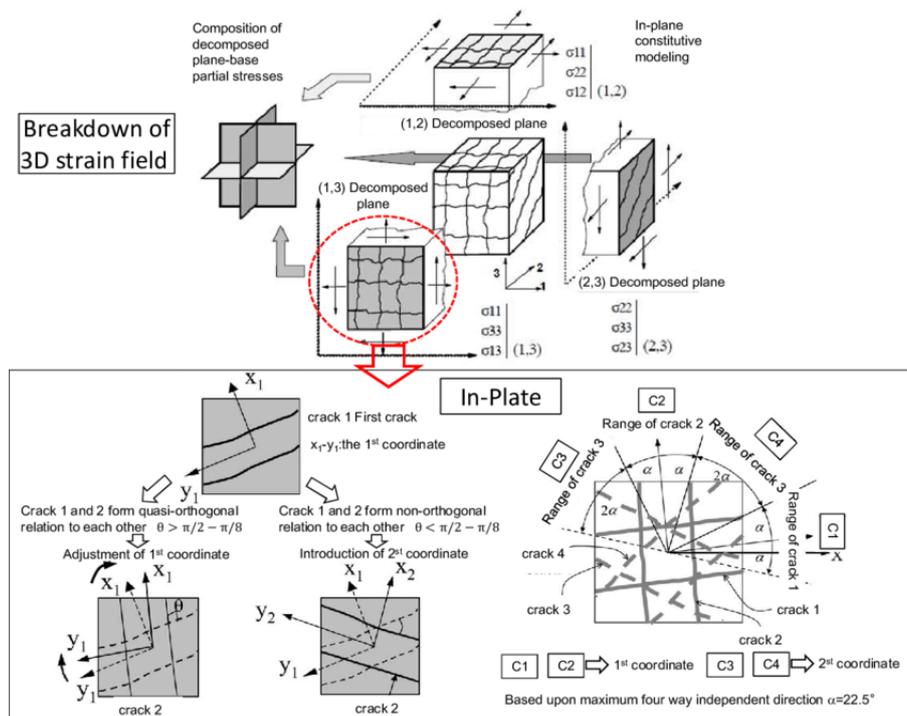


Figura 2.26: Procesos de generación de fisuras en modelos multidireccionales

Con este criterio, es posible que la tensión de tracción exceda de forma temporal el valor límite de la tensión, incluso en tres veces, hasta que se cumpla la condición del ángulo límite.

Para eliminar los problemas de esta aproximación, se establecen modelos con capacidad de rotación de las fisuras, que serán expuestos en el apartado ??.

Las funciones constitutivas de material aplicables a estos modelos se estudian en detalle en el apartado 2.4.4

**2.4.3.2.3. Modelo de fisuración distribuida rotacional (SRCM)**

La falta de alineación entre las direcciones principales de las tensiones y las direcciones de fisuración es un hecho en los modelos de material anteriormente descritos, este fenómeno puede evitarse mediante la utilización de modelos en los cuales las direcciones principales del material y las direcciones principales de las deformaciones rotan al unísono. Este tipo de modelo fue impulsado por *Cope et al. (1980)* y denominado “Rotating Crack Concept“. Este concepto es de mayor importancia desde un punto de vista ingenieril, ya que permite al analista definir modelos mediante funciones no lineales en tensión-deformación en las direcciones principales, sin recurrir a teorías de ámbito complejo o desarrollos confusos de cara a evitar el posible error de la desalineación.

En este ámbito, *Bazant (1983)* lanzó una serie de objeciones a las versiones más recientes de este tipo de modelos. Una de ellas y la más representativa estaba basada en que generalmente, el asumir un modelo de material ortotrópico, implica la rotación de las direcciones principales de las tensiones, desacoplándose de la rotación de las direcciones principales de las deformaciones. A consecuencia de ello, cuando los ejes del material ortotrópico rotan al unísono con los ejes principales de las deformaciones, estas direcciones se desacoplan de las direcciones principales de las tensiones. Es por ello que el uso directo de las curvas en tensión-deformación puede inducir a cierto error y ser inconsistentes en la teoría, a menos que se empleen reglas de transformación en la derivación del módulo de rigidez, lo cual se mostrará a continuación.

De cara a satisfacer la condición de coaxialidad entre las direcciones principales del material, de las deformaciones y de las tensiones, *Brzant (1983)* propuso una importante condición en las relaciones entre giros y deformaciones. A modo de ejemplo y para ilustrar esta condición, se parte de un sistema bidimensional 2D con coaxialidad inicial entre las direcciones principales 1 y 2 en cuanto a tensiones, deformaciones y ortotropía del material. Dado el círculo de tensiones basado en la teoría de Mohr Coulomb, un incremento infinitesimal de la deformación tangencial, produce una rotación  $\Delta\theta_\epsilon$  de acuerdo con la siguiente expresión 2.63:

$$\tan 2\Delta\theta_\epsilon = \frac{\Delta\gamma_{12}}{2(\epsilon_{11} - \epsilon_{22})} \quad (2.63)$$

Dicha formulación es válida siempre y cuando el valor absoluto del incremento de la deformación a cortante es muy inferior a la de la diferencia entre las deformaciones en direcciones principales, donde  $\Delta\gamma_{12}$  es el incremento de la deformación a cortante o tangencial en las direcciones de referencia planteadas 1 y 2 y  $\epsilon_{11}, \epsilon_{22}$  son las deformaciones iniciales en direcciones principales. De igual forma, puede definirse el ángulo de rotación cuando un pequeño incremento de las deformaciones tangenciales actúa, obteniéndose la rotación  $\Delta\theta_\sigma$  por medio de la siguiente expresión 2.64:

$$\tan 2\Delta\theta_\sigma = \frac{\Delta\tau_{12}}{2(\sigma_{11} - \sigma_{22})} \quad (2.64)$$

De cara a garantizar la coaxialidad entre los ejes principales de las tensiones y de las deformaciones, se debe garantizar que 2.65:

$$\Delta\theta_\epsilon = \Delta\theta_\sigma \quad (2.65)$$

Empleando la ley constitutiva ortotrópica en direcciones principales y para satisfacer dicha condición, la matriz de rigidez tangente  $G_{12}$  viene dada si y solo si por la siguiente expresión 2.66:

$$G_{12} = \frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})}{2(\epsilon_{11} - \epsilon_{22})} \quad (2.66)$$

En los modelos de cálculo posteriores se han empleado dos aproximaciones de la matriz de rigidez, la matriz de rigidez secante y la matriz de rigidez tangente. La primera de ellas ha sido probada de forma robusta y estable para estructuras de hormigón armado con fisuración extensa y distribuida uniformemente a lo largo del elemento. La matriz de rigidez tangente ha resultado ser útil en los casos en los que se produce una fisuración localizada o bien donde la propagación de la fisuración es el principal fenómeno que rige el comportamiento del elemento. A continuación se exponen los desarrollos numéricos de cada una de estas matrices.

La matriz de rigidez tangente en el sistema de coordenadas del elemento finito viene dada por la siguiente expresión 2.67:

$$D = T^T D_{tan} T \quad (2.67)$$

Donde  $T$  es la matriz de transformación de las deformaciones y  $D_{tan}$  es la matriz de rigidez tangente en el sistema de coordenadas de la fisura. Esta matriz puede descomponerse en cuatro submatrices que vienen dadas por 2.68:

$$D_{tan} = \begin{bmatrix} D_{nn} & D_{n\theta} \\ D_{\theta n} & D_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Donde:

- $D_{nn}$ : Es la submatriz de rigidez tangente de las componentes normales en el sistema de coordenadas locales de la fisura.
- $D_{\theta\theta}$ : Es la submatriz de rigidez tangente de las componentes tangenciales (cortante) en el sistema de coordenadas locales de la fisura.
- $D_{n\theta}$  y  $D_{\theta n}$ : Son las submatrices de rigidez tangente que incluyen los términos de acoplamiento entre las tensiones normales y tangenciales.

En el concepto de coaxialidad, el valor de la submatriz  $D_{n\theta}$  es igual a 0, mientras que la submatriz  $D_{\theta\theta}$  es dependiente de las tensiones principales, tal y como se deriva de desarrollos llevados a cabo por diversos autores (*William et al. (1987)*, *Crisfield and Willis (1989)*). De esta forma, la matriz tiene la siguiente forma 2.69:

$$D_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)} \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Queda claro, a partir de esta expresión, que la matriz de rigidez tangente es dependiente de las tensiones principales. Ello es resultado directo de la rotación del sistema de coordenadas principal. Tal y como se vio en los modelos de fisuración permanente o fija, el valor de las submatrices de acomplamiento no tiene por qué ser necesariamente igual a cero, pero dependen de la relación entre la reducción de la rigidez a cortante o “shear retention“ y las componentes de deformación normales. Generalmente, la matriz  $D_{n\theta}$  es igual a cero ya que las componentes normales de las tensiones son independientes de las componentes tangenciales del vector deformación. En el resto de casos, expresada esta matriz en los modelos con capacidad de rotación y en coordenadas locales de fisura quedaría como 2.70:

$$D_{\theta n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{ns}}{\partial \varepsilon_{nn}} & \frac{\partial \sigma_{ns}}{\partial \varepsilon_{ss}} & \frac{\partial \sigma_{ns}}{\partial \varepsilon_{tt}} \\ \frac{\partial \sigma_{st}}{\partial \varepsilon_{nn}} & \frac{\partial \sigma_{st}}{\partial \varepsilon_{ss}} & \frac{\partial \sigma_{st}}{\partial \varepsilon_{tt}} \\ \frac{\partial \sigma_{tn}}{\partial \varepsilon_{nn}} & \frac{\partial \sigma_{tn}}{\partial \varepsilon_{ss}} & \frac{\partial \sigma_{tn}}{\partial \varepsilon_{tt}} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Dicha matriz es nula cuando el debilitamiento a cortante es independiente de la deformación normal. Los términos a cortante de la matriz de rigidez tangente suele venir dada por 2.71:

$$D_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{ns}}{\partial \gamma_{ns}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \sigma_{st}}{\partial \gamma_{st}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \sigma_{tn}}{\partial \gamma_{tn}} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

Los términos de rigidez en las direcciones normales, vienen expresados mediante derivadas parciales en la matriz  $D_{nn}$ , debido al acomplamiento existente entre los efectos laterales de la deformación y el cálculo de las tensiones principales. La matriz resultante es asimétrica y presenta la siguiente forma 2.72:

$$D_{\theta n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{nn}}{\partial \varepsilon_{nn}} & \frac{\partial \sigma_{nn}}{\partial \varepsilon_{ss}} & \frac{\partial \sigma_{nn}}{\partial \varepsilon_{tt}} \\ \frac{\partial \sigma_{ss}}{\partial \varepsilon_{nn}} & \frac{\partial \sigma_{ss}}{\partial \varepsilon_{ss}} & \frac{\partial \sigma_{ss}}{\partial \varepsilon_{tt}} \\ \frac{\partial \sigma_{tt}}{\partial \varepsilon_{nn}} & \frac{\partial \sigma_{tt}}{\partial \varepsilon_{ss}} & \frac{\partial \sigma_{tt}}{\partial \varepsilon_{tt}} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

El punto de inicio del proceso de derivación de los términos de rigidez  $D_{nst}$ , viene dado por la relación entre tensión y deformación dada por la siguiente expresión 2.73:

$$\sigma_i = f_i(\alpha, \varepsilon_{nst}) \cdot g_i(\alpha, \varepsilon_{nst}) \quad (2.73)$$

Donde  $f_i$  y  $g_i$  son las funciones que relacionan las tensiones con las deformaciones en los estados uniaxial y en estado de carga-descarga respectivamente. El deterioro del material debido al daño se introduce mediante el vector de variables internas  $\alpha$

La derivada respecto del vector de deformación en direcciones principales  $\varepsilon_{nst}$  viene dada pues por 2.74:

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \varepsilon_{nst}} = g_i(\alpha, \varepsilon_{nst}) \left\{ \frac{\partial \alpha^T}{\partial \varepsilon_{nst}} \frac{\partial f_i}{\partial \alpha} \frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon_{nst}} \right\} + f_i(\alpha, \varepsilon_{nst}) \left\{ \frac{\partial \alpha^T}{\partial \varepsilon_{nst}} \frac{\partial g_i}{\partial \alpha} \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_{nst}} \right\} \quad (2.74)$$

Derivando las variables internas respecto del vector deformación  $\frac{\partial \alpha}{\partial \varepsilon_{nst}}$ , dado por la matriz W, la expresión quedaría como 2.75:

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \varepsilon_{nst}} = g_i(\alpha, \varepsilon_{nst}) \left\{ W^T \frac{\partial f_i}{\partial \alpha} \frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon_{nst}} \right\} + f_i(\alpha, \varepsilon_{nst}) \left\{ W^T \frac{\partial g_i}{\partial \alpha} \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_{nst}} \right\} \quad (2.75)$$

De esta forma, el punto de partida de los parámetros de rigidez viene dado por la siguiente expresión 2.76:

$$D_{nst} = \begin{bmatrix} (m_1 r_1 + (1 - m_1) r_4) \hat{E}_1 & 0 & 0 \\ 0 & (m_2 r_2 + (1 - m_2) r_5) \hat{E}_2 & 0 \\ 0 & 0 & (m_3 r_3 + (1 - m_3) r_6) \hat{E}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 \\ 0 & 0 & g_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial_1}{\partial \varepsilon_1} & \frac{\partial_1}{\partial \varepsilon_2} & \frac{\partial_1}{\partial \varepsilon_3} \\ \frac{\partial_2}{\partial \varepsilon_1} & \frac{\partial_2}{\partial \varepsilon_2} & \frac{\partial_2}{\partial \varepsilon_3} \\ \frac{\partial_3}{\partial \varepsilon_1} & \frac{\partial_3}{\partial \varepsilon_2} & \frac{\partial_3}{\partial \varepsilon_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 \\ 0 & 0 & g_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial_1}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial_1}{\partial \alpha_2} & \dots & \frac{\partial_1}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial_2}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial_2}{\partial \alpha_2} & \dots & \frac{\partial_2}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial_3}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial_3}{\partial \alpha_2} & \dots & \frac{\partial_3}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial_4}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial_4}{\partial \alpha_2} & \dots & \frac{\partial_4}{\partial \alpha_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - r_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - r_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - r_3 \\ 1 - r_4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - r_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - r_6 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Donde los términos r representan el estado de carga en función de si nos encontramos en tracción o compresión (desacoplamiento de matrices), según el estado.

En este caso, tal y como puede observarse en la expresión anteriormente descrita, se establece un indicador de estado adicional  $m_i$ , cuyo valor depende del estado deformacional del elemento 2.77:

$$m_i = \begin{cases} 1, & \varepsilon_i > 0 \\ 0, & \varepsilon_i \leq 0 \end{cases} \quad (2.77)$$

De esta forma, los términos de la matriz de rigidez secante vienen dados por 2.78:

$$\begin{aligned} \hat{E}_j &= \frac{f_j(\alpha, \varepsilon_{nst})}{\alpha_j} \text{ en tracción} \\ \hat{E}_j &= \frac{f_j(\alpha, \varepsilon_{nst})}{\alpha_{j+nstr}} \text{ en compresión} \end{aligned} \quad (2.78)$$

Los términos de la matriz de rigidez tangente son calculados mediante métodos diferenciales en los cuales la componente  $j$ -th se ve alterada por una pequeña cantidad  $h$  de acuerdo con lo siguiente 2.79:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_i}{\varepsilon_j} &= \frac{f_i(\alpha, \varepsilon_{nst} + h e_j) - f_i(\alpha, \varepsilon_{nst})}{h} \\ \frac{\partial f_i}{\alpha_j} &= \frac{f_i(\alpha + h a_j, \varepsilon_{nst}) - f_i(\alpha, \varepsilon_{nst})}{h} \end{aligned} \quad (2.79)$$

Con las componentes de los vectores  $e_j$  y  $a_j$  iguales a cero excepto para las componentes  $j$ -th. Este paso "h" para llevar a cabo la aproximación del siguiente paso es elegido con un valor de  $1 \times 10^{-16} \cdot \varepsilon_j$ .

Los elementos de la diagonal de la matriz de rigidez  $D_{nst}$  pueden escribirse de la siguiente forma 2.80:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_j} &= (m_i r_i + (1 - m_i) r_{i+nstr}) \hat{E}_i + \\ &g_i ((1 - r_i) \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_i} + (1 - r_{i+nstr}) \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_{i+nstr}}) \end{aligned} \quad (2.80)$$

En el caso de tensiones de tracción,  $m_i = 1$  y  $r_{i+nstr} = 1$ , por lo que la expresión anterior se reduce a 2.81:

$$\frac{\sigma_i}{\varepsilon_j} = (r_i \hat{E}_i + g_i ((1 - r_i) \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_i})) \quad (2.81)$$

De esta forma, se puede expresar lo anterior mediante el desacoplamiento en función del proceso de carga/descarga 2.82:

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \varepsilon_i} = \begin{cases} \hat{E}_i, & r_i = 1; g_i \leq 1 \text{ en fase de descarga} \\ \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_i}, & r_i = 0; g_i = 1 \text{ en fase de carga} \end{cases} \quad (2.82)$$

En el caso de tensiones de compresión,  $m_i = 0$  y  $r_i = 1$ , por lo que la expresión anterior se reduce a 2.83:

$$\frac{\sigma_i}{\varepsilon_j} = (r_{i+nstr} \hat{E}_i + g_i (1 - r_{i+nstr})) \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_{i+nstr}} \quad (2.83)$$

En este caso, se puede expresar también la formulación en función del estado de carga/descarga 2.84:

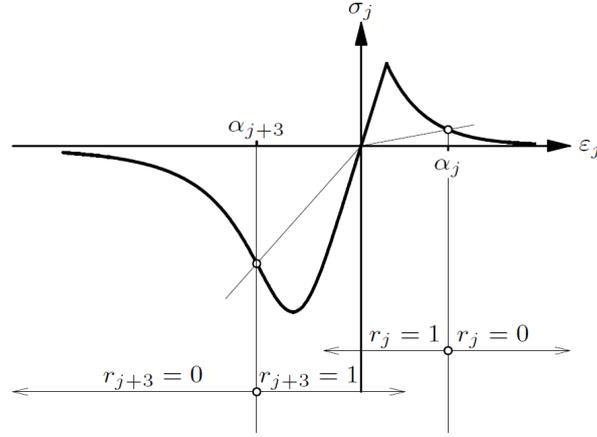
$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \varepsilon_i} = \begin{cases} \hat{E}_i, & r_{i+nstr} = 1; g_i \leq 1 \text{ en fase de descarga} \\ \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_{i+nstr}}, & r_{i+nstr} = 0; g_i = 1 \text{ en fase de carga} \end{cases} \quad (2.84)$$

La matriz de rigidez secante se tomara como la matriz del material ortotrópico con un parámetro de Poisson igual a cero en todas direcciones. De esta forma, la matriz presenta la siguiente forma en las direcciones principales 2.85:

$$D_{sec} = \begin{bmatrix} \hat{E}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{E}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{E}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{E}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{E}_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{E}_{31} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

Para que el modelo de material esté completo, se debe establecer el proceso a seguir en los procesos de carga y descarga. Durante estos procesos, el material es sometido a tracciones y compresiones que pueden originar la fractura y/o aplastamiento del material. En el caso de una relación en tensión-deformación fija, el comportamiento a cortante es modelizado como una relación entre la tensión a cortante y la deformación. El deterioro del material debido a la fractura y el aplastamiento es monitorizado mediante seis variables internas de daño  $\alpha_k$ , recogidas en el vector  $\hat{\alpha}$ . Las variables internas  $k = 1, \dots, nstr$  monitorizan la deformación máxima (mayor o iguales a 0) y las variables  $k = nstr + 1, \dots, 2xnstr$  monitorizan la deformación mínima (menores o iguales a 0). En este tipo de modelos se asume que la recuperación del daño no es posible, lo que implica que los valores absolutos de las variables internas de daño únicamente se ven incrementadas.

Un esquema tipo de proceso de carga-descarga puede verse en la figura 2.27:



**Figura 2.27:** Esquema del proceso de carga-descarga

Adicionalmente a las variables internas  $k$  y  $\alpha$ , se establece un parámetro que monitoriza el estado tensional en fase de descarga. Este parámetro se denominará como  $r_k$ , el cual presenta un valor distinto en función de si nos encontramos en una fase de degradación por compresión o de tracción. En tensión puede expresarse como 2.86:

$$r_k = \begin{cases} 0, & \varepsilon_{k_{i+1}}^{t+\Delta t} > \alpha_k \\ 1, & \varepsilon_{k_{i+1}}^{t+\Delta t} \leq \alpha_k \end{cases} \quad k = 1, \dots, nstr \quad (2.86)$$

En compresión puede expresarse como 2.87:

$$r_k = \begin{cases} 0, & \varepsilon_{k-3_{i+1}}^{t+\Delta t} < \alpha_k \\ 1, & \varepsilon_{k-3_{i+1}}^{t+\Delta t} \geq \alpha_k \end{cases} \quad k = nstr + 1, \dots, 2 \cdot nstr \quad (2.87)$$

La actualización de variables internas de daño se lleva a cabo mediante la siguiente expresión, en función de las variables en estado actual y el incremento del daño correspondiente 2.88:

$$\hat{\alpha}_{i+1}^{t+\Delta t} = \hat{\alpha}_t + W \Delta \varepsilon \quad (2.88)$$

Donde  $W$  viene dada por 2.89:

$$W = \begin{cases} W_{k,k}, & 1 - r_k & \text{para } k=1, \dots, nstr \\ W_{k,k-nstr}, & 1 - r_k & \text{para } k=nstr+1, \dots, 2 \cdot nstr \end{cases} \quad (2.89)$$

Asumiendo la no recuperación del daño, la tensión en la dirección  $j$  viene dada por 2.90:

$$\sigma_j = f_j(\hat{\alpha}, \varepsilon_{nst}) \cdot g_j(\hat{\alpha}, \varepsilon_{nst}) \quad (2.90)$$

Donde  $f_j$  es la relación tensión-deformación en estado uniaxial, no siendo únicamente dependiente de la variable interna de daño  $\alpha_j$ , sino también de las variables internas y de las deformaciones en otras direcciones, por lo que la función puede escribirse como  $f_j(\hat{\alpha}, \varepsilon)$ . Si se considera la carga y descarga en el modelo de cálculo, con una aproximación mediante matriz de rigidez secante, estableciendo el comportamiento mediante las deformaciones máximas y mínimas en cada dirección de fisura, la función de carga-descarga  $g$  (cuyo valore oscila entre 0 y 1) viene dada por la siguiente expresión 2.91:

$$g_j = \begin{cases} 1 - \frac{\alpha_j - \varepsilon_j}{\alpha_j}, & \text{para } \varepsilon_j > 0 \\ 1 - \frac{\alpha_{j+nstr} - \varepsilon_j}{\alpha_{j+nstr}}, & \text{para } \varepsilon_j < 0 \end{cases} \quad (2.91)$$

La relación tensión-deformación uniaxial se basa en la resistencia básica en las direcciones de fisura  $f$ , multiplicada por la función de carga-descarga  $g$ . En el modelo de material que se desarrolla en este proyecto, los efectos de confinamiento y el efecto de fisuración lateral se tienen en términos de la resistencia máxima alcanzada, sino también de manera general en la forma de la curva constitutiva del material.

Mientras que los modelos multidireccionales de fisuración controlan la deformación y los cambios en la fisuración mediante un ángulo de distorsión límite, los modelos de material basados en fisuración rotacional se basan en la idea de una fisura que continuamente cambia de orientación. Esto mismo, origina que en este tipo de modelos se pierda la memoria del daño previo, es decir, que permite la redistribución del daño en procesos de carga y descarga, sin importar que se haya generado previamente una fisura, esto es relevante en aquellos elementos sometidos a ciclos de carga-descarga con una fisuración discreta, ya que la redistribución del esfuerzo a otras fisuras puede dar lugar a resultados erróneos.

Las funciones constitutivas de material aplicables a estos modelos se estudian en detalle en el apartado 2.4.4

#### 2.4.3.2.4. Modelo de fisuración basado en deformaciones totales (TSCM)

Este tipo de modelo constitutivo será sobre el que versará la mayoría de cálculos y modelos numéricos del presente TFM. Este tipo de modelo considera la fisuración distribuida en el elemento, considerando deformaciones totales, en contra de lo planteado en los modelos de fisuración multidireccional fija (2.4.3.2.2), donde se descompone el comportamiento de la parte fisurada y la que se encuentra en un estado pre-fisurado. El método queda englobado dentro de la "Modified Compression Field Theory (MCFT, por sus siglas en inglés)".

La "teoría de campo de compresión modificada" (MCFT) permite representar el comportamiento en tensión-deformación del hormigón armado en estado fisurado para un caso bidimensional con esfuerzos a cortante. Permite modelar el hormigón considerando las tensiones de este en las direcciones principales sumadas con a las tensiones de refuerzo que se suponen únicamente axiales. El comportamiento del hormigón armado convencional en tensión-deformación derivó originalmente de las pruebas de Vecchio Collins [51] y desde entonces se ha confirmado con aproximadamente en 250 experimentos realizados en dos grandes máquinas de prueba especial en la Universidad de Toronto [2]. Se han construido máquinas similares en Japón y en los Estados Unidos, lo que proporciona una confirmación adicional de la calidad de las predicciones del método.

La suposición más importante en el modelo MCFT es que el hormigón fisurado puede tratarse como un material con un comportamiento de tensión-deformación definido de forma empírica o a través de ensayos como es este caso. Este comportamiento puede diferir de la curva de tensión-deformación tradicional basado en formulaciones ya que en las muestras se agrupan los efectos combinados de los efectos locales en las fisuras, las tensiones entre las fisuras, el fenómeno de adherencia y el engranamiento de áridos, además de otros muchos efectos. Para que el uso de estas tensiones y esfuerzos estimados sean una suposición razonable, las distancias utilizadas para determinar el comportamiento generalizado incluye un número determinado de fisuras. Esta banda de integración del comportamiento generalizado de varias fisuras se denomina ancho de fisuración, comúnmente denominado en el ámbito de la investigación como crackband". Este parámetro es de una importancia significativa a la hora de estimar de forma coherente el comportamiento del material 2.28.

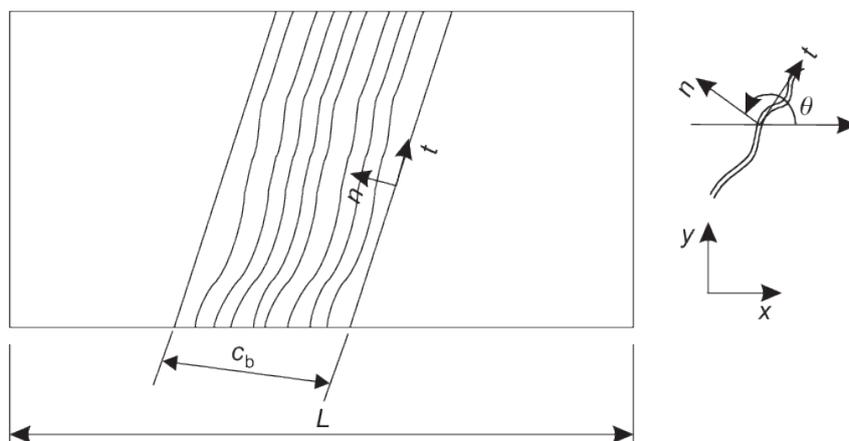


Figura 2.28: Banda de integración tipo [52]

Tal y como se ha comentado con anterioridad, este tipo de modelos está basado en la deformación total generalizada del comportamiento, describiendo la tensión en función de la deformación alcanzada. Este concepto es conocido como hipoeelasticidad cuando durante el proceso de carga y descarga del material se recorre la misma curva constitutiva del material (ver 2.4.1.3). En los modelos de cálculo llevados a cabo en el presente proyecto, el comportamiento en la fase de carga y descarga se modela de forma diferente, empleando una matriz de rigidez secante en el proceso de descarga.

En este tipo de modelos se emplean los conceptos aplicados en los modelos de fisuración rotacionales en cuanto a la coaxialidad entre la tensión, la deformación y las fisuras, así como a la memoria del daño en el elemento y las conclusiones derivadas del apartado 2.4.3.2.3. Cabe recordar que en este tipo de modelos la relación en tensión-deformación es evaluada en las direcciones principales de los desplazamientos, lo que resulta muy interesante. Las direcciones de las fisuras no son fijas y giran continuamente con las direcciones principales del vector de deformación. El gran hándicap de este tipo de modelos es el proporcionar una ecuación constitutiva del material que represente el comportamiento general del elemento.

De esta forma, se considera el vector deformación como  $\Delta\varepsilon_{xyz}$  en el sistema de coordenadas  $xyz$  y la actualización de su valor mediante un incremento de la deformación  $\Delta\varepsilon_{xyz}$  2.92:

$$\varepsilon_{xyz_{i+1}}^{t+\Delta t} = \varepsilon_{xyz}^t + \Delta\varepsilon_{xyz_{i+1}}^{t+\Delta t} \quad (2.92)$$

Esta deformación puede ser transformada a coordenadas locales de fisura mediante la matriz de transformación  $T$  como 2.93:

$$\varepsilon_{nst_{i+1}}^{t+\Delta t} = T \cdot \varepsilon_{xyz_{i+1}}^{t+\Delta t} \quad (2.93)$$

Donde esta matriz de transformación depende del estado actual del vector deformación, en consonancia a lo que ocurría en los modelos de fisuración con direccionalidad fija:

$$T = T \cdot \varepsilon_{xyz_{i+1}}^{t+\Delta t} \quad (2.94)$$

El comportamiento a compresión es evaluado en un modelo de coordenadas rotacionales cuando el material no se encuentra fisurado, al contrario que en el concepto de direccionalidad fija, donde el comportamiento a compresión es evaluado en un sistema de coordenadas fijo y determinado por las direcciones de la fisura. La matriz de transformación se determina a partir del cálculo de los vectores propios del tensor de deformación, mediante el método de *Jacobi*. el tensor de deformaciones viene dado por la siguiente matriz 2.95:

$$E = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

Los vectores propios de la matriz se almacenan en una matriz llamada matriz de rotación  $R$ , que tiene la siguiente forma 2.96:

$$R = \begin{bmatrix} c_{xn} & c_{xs} & c_{xt} \\ c_{yn} & c_{ys} & c_{yt} \\ c_{zn} & c_{zs} & c_{zt} \end{bmatrix} \quad (2.96)$$

Donde  $c_{xn} = \cos\phi_{ij}$ , que es el coseno entre el eje  $i$  y el eje  $j$ . De esta forma, la matriz de transformación  $T$  puede ser calculada substituyendo los valores de forma apropiada como 2.97:

$$T = \begin{bmatrix} c_{xn}^2 & c_{yn}^2 & c_{zn}^2 & c_{xn}c_{yn} & c_{yn}c_{zn} & c_{zn}c_{xn} \\ c_{xs}^2 & c_{ys}^2 & c_{zs}^2 & c_{xs}c_{ys} & c_{ys}c_{zs} & c_{zs}c_{xs} \\ c_{xt}^2 & c_{yt}^2 & c_{zt}^2 & c_{xt}c_{yt} & c_{yt}c_{zt} & c_{zt}c_{xt} \\ 2c_{xn}c_{xs} & 2c_{yn}c_{ys} & 2c_{zn}c_{zs} & c_{xn}c_{ys} + c_{yn}c_{xs} & c_{yn}c_{zs} + c_{zn}c_{ys} & c_{zn}c_{xs} + c_{xn}c_{zs} \\ 2c_{xs}c_{xt} & 2c_{ys}c_{yt} & 2c_{zs}c_{zt} & c_{xs}c_{yt} + c_{ys}c_{xt} & c_{ys}c_{zt} + c_{zs}c_{yt} & c_{zs}c_{xt} + c_{xs}c_{zt} \\ 2c_{xt}c_{xn} & 2c_{yt}c_{yn} & 2c_{zt}c_{zn} & c_{xt}c_{yn} + c_{yt}c_{xn} & c_{yt}c_{zn} + c_{zt}c_{yn} & c_{zt}c_{xn} + c_{xt}c_{zn} \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

Entendiendo dicha matriz en un espacio tridimensional y que para situaciones diferentes como en sistemas bidimensionales se obtienen submatrices de esta. De esta forma puede establecerse el modelo constitutivo en el sistema de coordenadas locales de fisuración como 2.98:

$$\sigma_{nst_{i+1}}^{t+\Delta t} = \sigma(\varepsilon_{nst_{i+1}}^{t+\Delta t}) \quad (2.98)$$

El vector de tensiones actualizado en coordenadas del elemento se obtiene por lo tanto como 2.99:

$$\sigma_{xyz_{i+1}}^{t+\Delta t} = T^T \cdot \sigma_{nst_{i+1}}^{t+\Delta t} \quad (2.99)$$

Donde la matriz de transformación viene dada por el vector de deformación existente  $T^T \cdot \varepsilon_{xyz_{i+1}}^{t+\Delta t}$  dentro del concepto de coaxialidad y rotacionalidad de los ejes.

Como ya se ha comentado anteriormente, la formulación del método rotacional es aplicable a este tipo de modelos, incluso lo mencionado para las fases de carga y descarga. Las funciones constitutivas de material aplicables a estos modelos se estudian en detalle en el apartado 2.4.4.

### 2.4.4. Modelos constitutivos del material

El presente apartado versa sobre los modelos constitutivos de material aplicables a los modelos de fisuración distribuida, de cara a su aplicación en los desarrollos posteriores.

#### 2.4.4.1. Modelos de comportamiento a compresión

Tal y como se explica en el apartado 2.4.5, el hormigón sometido a esfuerzos de compresión presenta un comportamiento dependiente de la tensión aplicada, es decir, que la resistencia y la ductilidad aumentan al aumentar el esfuerzo isotrópico debido al confinamiento lateral. La ecuación constitutiva a compresión se modifica para incorporar los efectos isotrópicos. Además, otro efecto adicional en el comportamiento a compresión es la influencia de la fisuración lateral.

Para modelar el efecto de confinamiento lateral, los parámetros de la ecuación constitutiva de compresión,  $f_{cf}$  y  $\epsilon_p$ , son determinados por una función de fallo que proporciona la tensión de compresión que lo origina en función de las tensiones de confinamiento en las direcciones laterales.

Si el comportamiento del material está afectado por la fisuración en la dirección lateral, los parámetros se reducen con el factor  $\beta_{\epsilon_{cr}}$ , para la deformación pico, y por el factor  $\beta_{\sigma_{cr}}$  para la tensión pico. Es ampliamente aceptado que la curva a compresión se determina mediante el valor de la tensión pico  $f_p = \beta_{\sigma_{cr}} f_{cf}$ , y la correspondiente deformación pico como  $\alpha_p = \beta_{\epsilon_{cr}} \epsilon_p$ .

La formulación específica para cada uno de los efectos adicionales mencionados y su influencia sobre las funciones constitutivas se definen en el apartado 2.4.5. A continuación se definen las funciones a compresión más habituales sin entrar a valorar la formulación específica de los efectos sobre las curvas.

##### 2.4.4.1.1. Introducción a las curvas de comportamiento

Existen diversos modos de comportamiento a compresión, abarcando de los modelos más sencillos a los más desarrollados y complejos para el hormigón. Lo que podrían llamarse curvas básicas son las que presentan un rango de comportamiento elástico, elástico-perfecto, elástico con endurecimiento, o bien elástico con una caída repentina de la rigidez (rotura frágil). Este tipo de modelos presentan un comportamiento que puede ser determinado mediante las relaciones que se exponen en el apartado 2.4.1.1 y en el apartado 2.4.2. No se lleva a cabo un análisis más extenso de este tipo de modelos ya que no presentan aplicabilidad ni resultan significativos de cara a los análisis en el hormigón reforzado con fibras que se desarrollarán a posteriori.

Existen otros modelos que permiten modelar un comportamiento del hormigón más preciso, cuyo desarrollo numérico se mostrará a continuación, en base a las siguientes curvas:

- **Función de compresión de Thorenfeldt:** Función no lineal en base a la tensión pico y la deformación pico.
- **Función de compresión parabólica en energía de fractura:** Función no lineal en base a la tensión pico, la deformación pico y la energía de fractura.
- **Función de compresión parabólica de Hognestad:** Función no lineal en base a la tensión pico, la deformación pico.
- **Función de compresión del eurocódigo 2 (EN 1992-1-1):** Función no lineal en base a la tensión pico, la deformación pico y el módulo de elasticidad del hormigón.

A continuación se muestran a modo de resumen las curvas de comportamiento más usuales en la figura 2.29.

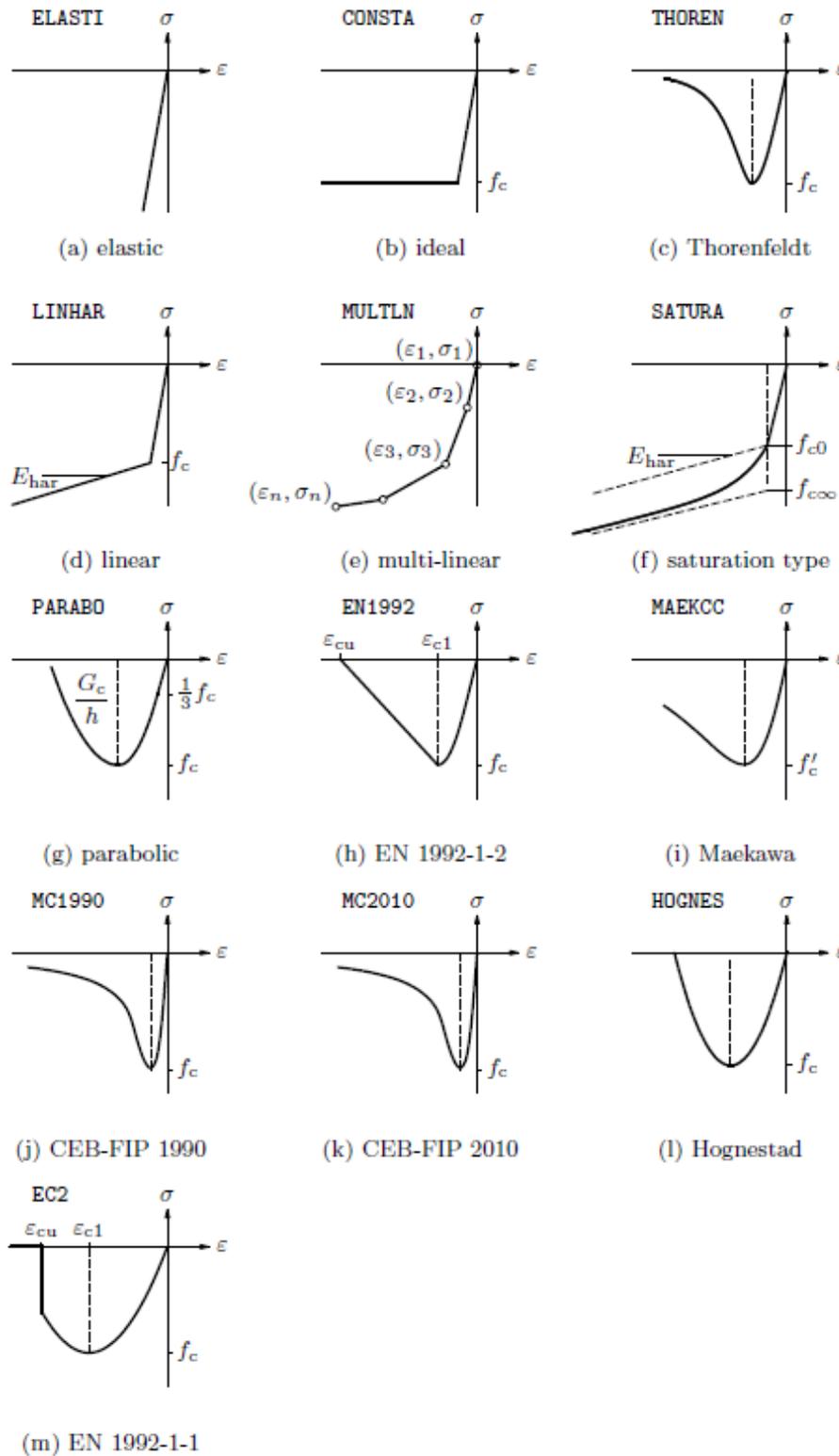


Figura 2.29: Ecuaciones constitutivas usuales del hormigón a compresión

### 2.4.4.1.2. Función de Thorenfeldt

La función de Thorenfeldt <sup>[53]</sup> es una función no lineal y su comportamiento viene definido por la tensión y la deformación pico del material considerado. La función presenta el siguiente desarrollo numérico:

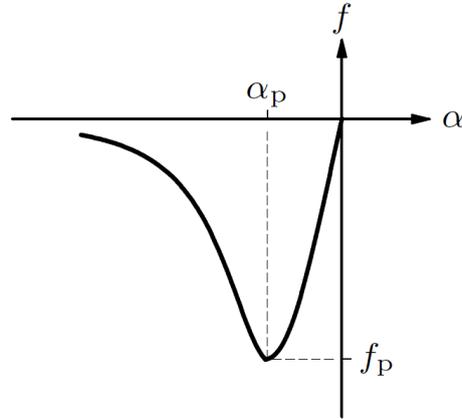


Figura 2.30: Función de Thorenfeldt

$$f = -f_p \frac{\alpha}{\alpha_p} \left( \frac{n}{n - \left(1 - \left(\frac{\alpha}{\alpha_p}\right)^{nk}\right)} \right) \quad (2.100)$$

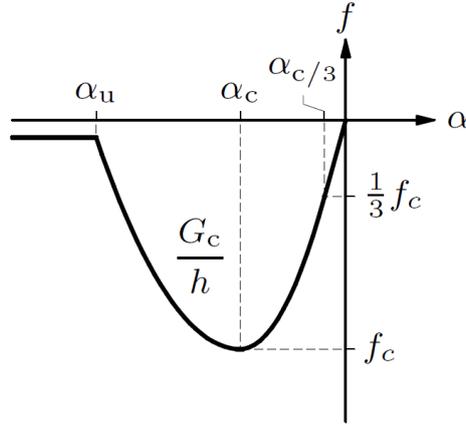
Donde:

$$n = 0,80 + \frac{f_{cc}}{17} \quad (2.101)$$

$$k = \begin{cases} 1, & \text{si } \alpha_p < \alpha < 0 \\ 0,67 + \frac{f_{cc}}{62}, & \text{si } \alpha \leq \alpha_p \end{cases} \quad (2.102)$$

### 2.4.4.1.3. Función parabólica en energía de fractura

Esta función parabólica es dependiente de la energía de fractura del hormigón, de acuerdo con los desarrollos de Feenstra [54]. En este caso, la curva parabólica se encuentra definida por tres valores característicos, dependientes de la deformación  $\alpha_{c/3}$ , que se alcanza en el momento en el que la tensión es un tercio de la tensión pico  $f_p$  y de la energía de fractura del hormigón  $G_c$ .



**Figura 2.31:** Función parabólica en energía de fractura

Las tres variables del modelo de cálculo son las siguientes:

La deformación en  $\frac{f_c}{3}$ :

$$\alpha_{c/3} = -\frac{1}{3} \frac{f_c}{E} \quad (2.103)$$

La deformación en  $f_c$ :

$$\alpha_c = -\frac{5}{3} \frac{f_c}{E} = 5\alpha_{c/3} \quad (2.104)$$

Destacar que los dos parámetros anteriores son independientes del tamaño del elemento finito y de la energía de fractura. El único parámetro dependiente de ellos es el tercero, que es la deformación última del material cuando alcanza su resistencia residual a compresión 2.105.

$$\alpha_u = \alpha_c - \frac{3}{2} \frac{G_c}{h f_c} \quad (2.105)$$

De esta forma, se define la curva a compresión mediante la siguiente expresión:

$$k = \begin{cases} -f_c \frac{1}{3} \frac{\alpha_j}{\alpha_{c/3}}, & \text{si } \alpha_{c/3} < \alpha_j \leq 0 \\ -f_c \frac{1}{3} \left( 1 + 4 \left( \frac{\alpha_j - \alpha_{c/3}}{\alpha_c - \alpha_{c/3}} \right) - 2 \left( \frac{\alpha_j - \alpha_{c/3}}{\alpha_c - \alpha_{c/3}} \right)^2 \right), & \text{si } \alpha_c < \alpha_j \leq \alpha_{c/3} \\ -f_c \left( 1 - \left( \frac{\alpha_j - \alpha_c}{\alpha_u - \alpha_c} \right)^2 \right), & \text{si } \alpha_u < \alpha_j \leq \alpha_c \\ 0, & \text{si } \alpha_j < \alpha_u \end{cases} \quad (2.106)$$

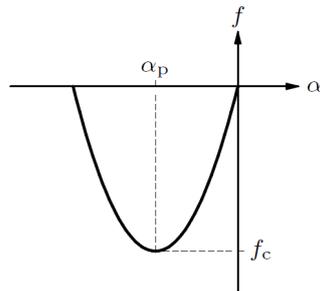
**2.4.4.1.4. Función parabólica de Hognestad**

Este tipo de función parabólica está basada únicamente en el valor de la tensión pico a compresión del hormigón. Presenta una de las formulaciones más simples y se muestra a continuación:

$$f = -f_c \left( 2 \frac{\alpha}{\alpha_p} - \left( \frac{\alpha}{\alpha_p} \right)^2 \right) \quad (2.107)$$

Donde:

$$\alpha_p = -\frac{2f_c}{E} \quad (2.108)$$



**Figura 2.32:** Función parabólica en energía de fractura

**2.4.4.1.5. Función del Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1)**

En el Eurocódigo 2 se establece una curva de comportamiento para análisis no lineal a compresión para el hormigón, que presenta la siguiente formulación:

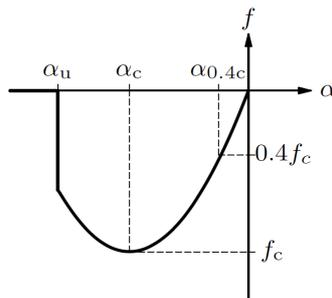
$$f = \begin{cases} -f_c \left( k \left( \frac{\alpha}{\alpha_c} \right) - \left( \frac{\alpha}{\alpha_c} \right)^2 \right) / \left( 1 + (k-2) \left( \frac{\alpha}{\alpha_c} \right) \right), & \text{si } \alpha_u \leq \alpha < 0 \\ 0, & \text{si } \alpha < \alpha_u \end{cases} \quad (2.109)$$

Siendo:

$$k = 1,05 E_{cm} \alpha_c / f_c \quad (2.110)$$

Donde  $E_{cm}$  es el módulo de Young para una resistencia de 0.4 veces  $f_c$ :

$$E_{cm} = \frac{0,4 f_c}{\alpha_{0,4c}} \quad (2.111)$$



**Figura 2.33:** Función parabólica del Eurocódigo 2

### 2.4.4.2. Modelos de comportamiento a tracción

El comportamiento a tracción del material es clave en aquellos elementos en los que la rotura se produce principalmente a cortante, ya que este comportamiento marca la pauta de rotura. Este comportamiento puede ser modelado mediante distintas aproximaciones, resultando en modelos que abarcan desde las técnicas más sencillas a modelos con cierta complejidad en sus expresiones. Estos modelos se pueden basar en la energía de fractura del hormigón, o bien en la banda de integración del comportamiento (*crack bandwidth*). Existen numerosos modelos de material, por lo que únicamente se desarrollarán los más importantes y relevantes de cara a los análisis que se llevarán a cabo a posteriori:

Modelos basados en **energía de fractura**:

- Función de debilitamiento lineal
- Función de debilitamiento exponencial
- Función no lineal (formulación de Hordijk)
- Función no lineal (formulación CEB-FIB Model Code 2010)
- Función no lineal (formulación JSCE)

Modelos basados en *crack bandwidth*:

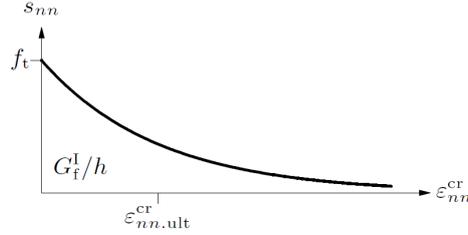
- Función de tensión constante
- Función lineal basada en abertura última de fisura
- Función multi-lineal
- Función de comportamiento frágil
- Función no lineal basado en deformaciones últimas

A continuación, se detallan los modelos de material que basan su comportamiento en energía de fractura. El resto de modelos que no se desarrollarán parten de una idea simple en el ámbito del comportamiento lineal, o bien son modelos no lineales que presentan formulaciones equivalentes a las expuestas.

### 2.4.4.2.1. Función exponencial

En el caso de la función de debilitamiento exponencial, la relación entre la tensión y la deformación de fisura viene dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\sigma_{nn}^{cr}(\varepsilon_{nn}^{cr})}{f_t} = \exp\left(-\frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult}^{cr}}\right) \quad (2.112)$$



**Figura 2.34:** Función de debilitamiento exponencial en tracción

El factor  $\alpha$  para la deformación última en fisura viene dada por:

$$\alpha = \int_0^\infty y(x)dx = \int_0^\infty \exp(-x)dx = [\exp(-x)]_0^\infty = 1 \quad (2.113)$$

Por lo tanto, la deformación última de fisura es:

$$\varepsilon_{nn,ult}^{cr} = \frac{G_f^I}{h f_t} \quad (2.114)$$

EL valor mínimo para dicha deformación es:

$$\varepsilon_{nn,ult,min}^{cr} = \frac{f_t}{E} \quad (2.115)$$

Y la tensión reducida queda como:

$$f_t = \sqrt{\frac{G_f^I E}{h}} \quad (2.116)$$

### 2.4.4.2.2. Función no lineal (formulación de Hordijk)

*Hordijk, Cornelissen y Reinhardt* [55, 56] propusieron una expresión del debilitamiento a tracción del hormigón, que resulta nula cuando la tensión en la fisura alcanza cierto valor umbral de la deformación  $\varepsilon_{nn,ult}^{cr}$ . Esta función viene definida por el siguiente sistema de ecuaciones descompuesto:

$$k = \begin{cases} \left(1 + \left(c_1 \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult}^{cr}}\right)^3\right) \exp\left(-c_2 \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult}^{cr}}\right) \dots & \text{si } 0 < \varepsilon_{nn}^{cr} < \varepsilon_{nn,ult}^{cr} \\ \dots - \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn,ult}^{cr}} (1 + c_1^3) \exp(-c_2), & \text{si } \varepsilon_{nn,ult}^{cr} < \varepsilon_{nn}^{cr} < \text{ínf} \\ 0, & \end{cases} \quad (2.117)$$

Con los parámetros  $c_1 = 3$  y  $c_2 = 6,93$ , el parámetro *alpha* viene dado por:

$$\alpha = \int_0^{\infty} y(x)dx = \int_0^1 y(x)dx + \int_1^{\infty} 0dx = \int_0^1 \left(1 + (c_1x)^3\right) - x(1 + c_1^3) \exp(-c_2) dx \quad (2.118)$$

Cuyo resultado es el siguiente polinomio:

$$\frac{-12c_1^3 - 12c_1^3c_2 - 6c_1^3c_2^2 - 2c_2^3 - 2c_1^3c_2^3 - c_2^4 - c_1^3c_2^4 + 12c_1^3\exp(c_2) + 2c_2^3\exp(c_2)}{2c_2^4\exp(c_2)} \quad (2.119)$$

Donde si sustituimos los valores de  $c_1$  y  $c_2$ ,  $\alpha = 0,195$  y la expresión para determinar la deformación última de fisura es:

$$\varepsilon_{nn,ult}^{cr} = 5,136 \frac{G_f^I}{hf_t} \quad (2.120)$$

Llevando a cabo la derivada parcial de y respecto de x en las expresiones anteriores, se obtiene la siguiente función:

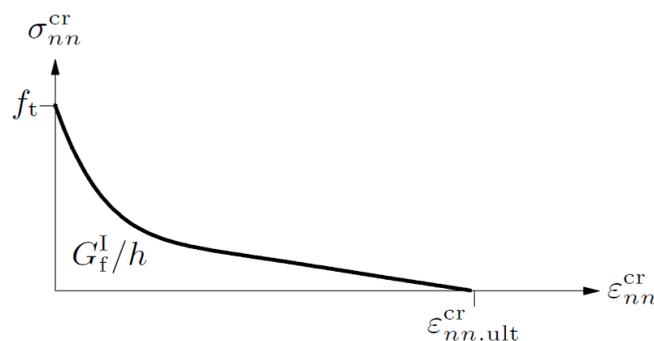
$$= -c_2 - (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (2.121)$$

Derivando y obteniendo el mínimo de la función se obtiene que el valor mínimo para la deformación última en fisura viene dada por:

$$\varepsilon_{nn,ult,min}^{cr} = 6,957 \frac{f_t}{E} \quad (2.122)$$

Por lo tanto, el valor de la resistencia a tracción con debilitamiento viene dada por la siguiente expresión:

$$f_t = \sqrt{0,739 \frac{G_f^I E}{h}} \quad (2.123)$$



**Figura 2.35:** Función de debilitamiento no lineal en tracción (Hordijk)

### 2.4.4.2.3. Función no lineal (formulación CEB-FIB Model Code 2010)

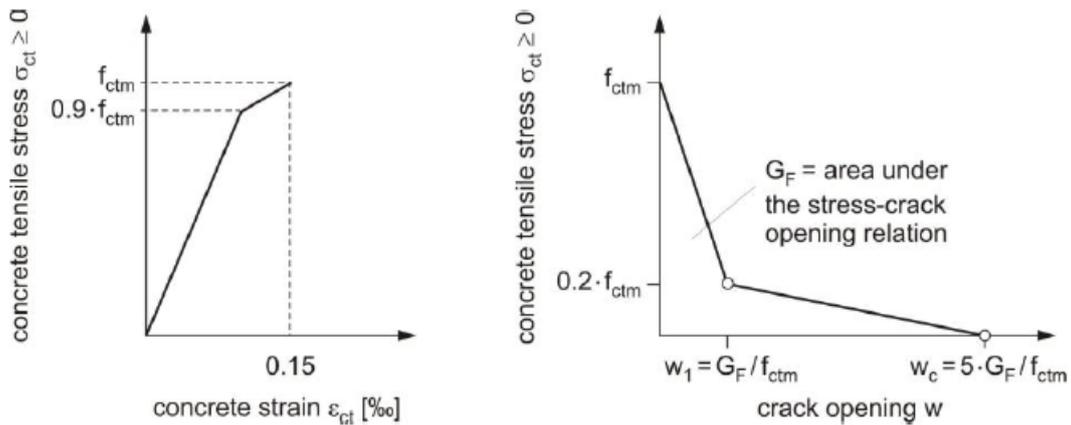
En el Código Modelo 2010 [57] se establece una relación no lineal para el comportamiento a tracción del hormigón, en este caso, basado en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\sigma_{ct} = \begin{cases} E_{ci}\epsilon_{ct}, & \text{si } \sigma_{ct} \leq 0.9 \cdot f_{ctm} \\ f_{ctm} \left( 1 - 0.1 \frac{0.00015 - \epsilon_{ct}}{0.00015 - 0.9f_{ctm}/E_{ci}} \right), & \text{si } 0.9f_{ctm} < \sigma_{ct} \leq f_{ctm} \end{cases} \quad (2.124)$$

También establece una relación en función de abertura de fisura que tiene la siguiente forma:

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \left( 1 - 0.8 \frac{w}{w_1} \right) \text{ para } w \leq w_1 \quad (2.125)$$

Este tipo de modelos puede verse de forma esquemática en la siguiente figura:



**Figura 2.36:** Función no lineal según Código Modelo 2010

El valor de la deformación mínima de rotura es obtenida al igual que en el modelo exponencial mediante la siguiente expresión:

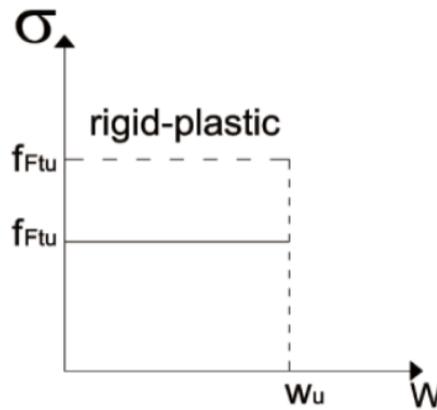
$$\epsilon_{nn,ult,min}^{cr} = \frac{f_t}{E} \quad (2.126)$$

Como puede observarse, este tipo de modelo presenta un comportamiento frágil y sin presentar la fase posterior de descarga que existiría en el hormigón con fibras, por lo que su aplicabilidad en el ámbito actual de la investigación queda descartada.

Existen otros dos tipos de modelo de material provenientes de Código Modelo 2010, estos modelos implican una respuesta constante o lineal en la curva de comportamiento a tracción. Estos modelos pueden englobarse en los apartados 2.4.4.2.4 y 2.4.4.2.5.

**2.4.4.2.4. Función de tensión constante**

Este tipo de modelos son los que podríamos llamar rígido-plásticos, al igual que en el Código Modelo 2010 [57]. Esta función, tal y como puede deducirse, presenta un valor de la tensión constante en función de la deformación de la fisura. Por lo tanto hablamos el modelo considera el debilitamiento o endurecimiento del material a tracción mediante el incremento o reducción de la resistencia a tracción. No se aplicará en desarrollos posteriores del presente TFM.



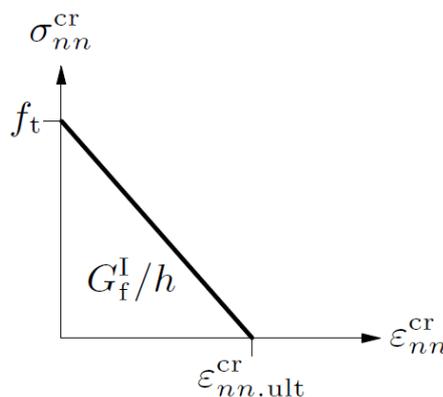
**Figura 2.37:** Ejemplo de función constante, Código Modelo 2010 [57]

**2.4.4.2.5. Función lineal basada en abertura última de fisura**

Este tipo de modelos lineales se definen a partir de dos valores de tensión y la deformación última alcanzada en la fisura, para considerar el debilitamiento o endurecimiento tras la fractura del hormigón, al igual que en el Código Modelo 2010 [57]. En este caso, expresado de forma general, la relación entre la tensión y la deformación viene dada por la siguiente expresión ??

$$\frac{\sigma_{nn}^{cr}}{f_t} = \begin{cases} 1 - \frac{\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_{nn,ult}^{cr}}, & \text{si } 0 < \epsilon_{nn}^{cr} < \epsilon_{nn,ult}^{cr} \\ 0, & \text{si } \epsilon_{nn,ult}^{cr} < \epsilon_{nn}^{cr} < \infty \end{cases} \quad (2.127)$$

Esta función pues, tiene la siguiente forma:



**Figura 2.38:** Ejemplo de función lineal a tracción

De la misma forma que en el resto de desarrollos numéricos de las funciones, podemos obtener el factor  $\alpha$  para la deformación de fisura máxima como:

$$\alpha = \int_0^{\infty} y(x)dx = \int_0^1 y(x)dx + \int_1^{\infty} 0dx = \int_0^1 (1-x)dx = \frac{1}{2} \quad (2.128)$$

Por lo que, la deformación última puede expresarse como:

$$\epsilon_{nn,ult}^{cr} = 2 \frac{G_f^I}{h f_t} \quad (2.129)$$

De forma fácil puede comprobarse que la derivada parcial  $\frac{dy}{dx}$  evaluada en  $x = 0$ , tiene como resultado -1. Por lo que el valor mínimo de la deformación última tiene el siguiente valor:

$$\epsilon_{nn,ult,min}^{cr} = \frac{f_t}{E} \quad (2.130)$$

Y la tensión resistente reducida, se expresa como:

$$f_t = \sqrt{2 \frac{G_f^I E}{h}} \quad (2.131)$$

En otros casos, la recta viene determinada por la relación entre tensiones residuales y la deformación en una de ellas, tal y como sucede en el Código modelo [57].

#### 2.4.4.2.6. Función de comportamiento frágil

Este tipo de modelos están caracterizados por tener un debilitamiento/reducción completa al alcanzar la resistencia máxima a tracción, lo cual se corresponde con un modelo de hormigón convencional. Estos modelos implican una discontinuidad justo después del pico, y de forma previa a este, se establece un comportamiento elástico de la función. Una vez alcanzado el pico, la tensión baja rápidamente hasta cero y únicamente existe deformación de fisura. Un ejemplo de este tipo de modelos puede verse en el siguiente esquema:

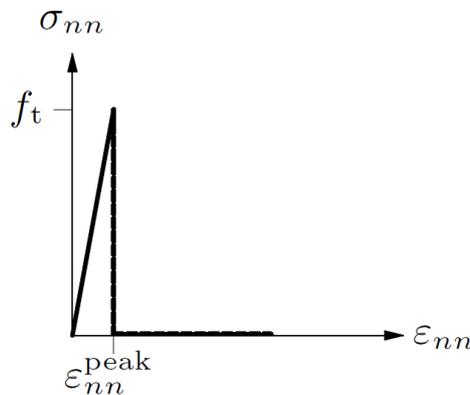


Figura 2.39: Ejemplo de función frágil a tracción [49]

Para llevar a cabo este cambio tan brusco en el material en la discontinuidad, se debe disipar una cierta cantidad de energía, que puede ser evaluada a partir de la deformación pico y la banda de integración de la fisuración (crack bandwidth).

$$G_f = \frac{1}{2} f_t \varepsilon_{nn}^{pico} h \quad (2.132)$$

A consecuencia de ello, cualquier cambio de tamaño del elemento finito, o bien un cambio de la banda de integración, origina un cambio en el valor de cantidad de energía disipada. En otras palabras, el modelo de fisuración frágil no es coherente con el grado de refinamiento de la malla de elementos. En los modelos TCSM (2.4.3.2.4), suele adaptarse  $h$  al tamaño del elemento finito, pero en estos casos es habitual fijar el valor de la deformación última constante e igual a  $f_t/E$ , por lo que cualquier cambio en el tamaño del elemento finito influye en  $h$ , y por lo tanto, en una energía de disipación  $G_f$  distinta.

Este fenómeno se da en mayor o menos grado en todos los tipos de modelos, especialmente en grandes estructuras sin refuerzos de armadura. Las dimensiones del elemento y el ancho de la banda de la fisuración pueden ser grandes, de modo que el diagrama de suavizado se puede volver muy rígido, demasiado frágil o incluso originar inestabilidades en el modelo de cálculo. Una solución puede ser el refinar el malla y asegurarse de que la tensión máxima de la función es más grande que  $f_t/E$ . Para estructuras con cuantías de armado significativas, el problema es menos relevante ya que el post-pico y la entrada se basan en consideraciones de rigidez de la tensión afectadas por un modelo de fisuración distribuido en lugar de consideraciones de energía de fractura para una sola fisura localizada.

#### 2.4.4.2.7. Función multi-lineal

Este tipo de función no se basa en expresiones matemáticas sino en una serie de puntos definidos por el analista. En este caso, dado que en posteriores análisis se emplearán aproximaciones a partir de resultados de ensayos a flexotracción, este modelo será empleado ampliamente en los cálculos. Estos modelos presentan la siguiente forma:

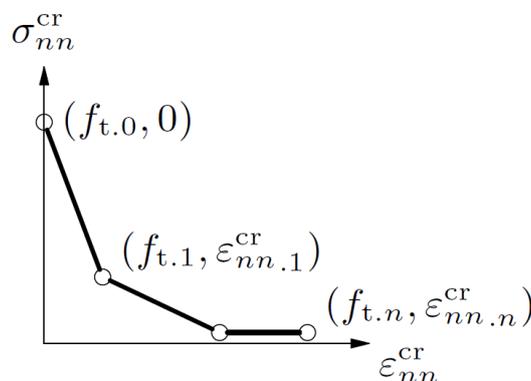


Figura 2.40: Ejemplo de función frágil a tracción [49]

A continuación se presentarán los diversos efectos que pueden tenerse en cuenta acoplados a cada una de estas funciones.

### 2.4.5. Efectos adicionales en el hormigón

En esta sección se evalúan las expresiones del cambio de comportamiento del material debido a efectos como el confinamiento lateral, fenómenos de expansión, fisuración lateral y otros factores que influyen en la forma de la curva constitutiva y, por lo tanto, en el funcionamiento global del elemento.

#### 2.4.5.1. Confinamiento lateral del hormigón a compresión

Este fenómeno ocurre cuando el estado tensional del hormigón es isotrópico de compresión, de forma que se comprueba que se alcanza una resistencia pico mayor que en un estado axial de compresión sin confinamiento lateral. Es el símil de lo que ocurre con una probeta de hormigón en un ensayo a compresión simple. Cuando la probeta no es sometida a confinamiento lateral, el material puede abrirse romper tal y como lo conocemos, pero, en el caso de un ensayo a compresión simple, se debe alcanzar una rotura tal que rompa el material sin permitir estos fenómenos de apertura y/o expansión del material, con lo que se alcanzarían resistencias mayores. En una viga de un problema bidimensional este fenómeno se observaría en una carga colocada en centro de vano concentrada, donde la compresión de la viga fluye por la parte superior, además del flujo de compresiones descendente desde el punto de aplicación de la carga, por lo que se produce un estado de compresión biaxial y por lo tanto, de una posible zona de confinamiento del material.

En este caso, el incremento de resistencia dado por la tensión en estado isotrópico se tiene en cuenta mediante la expresión de cuatro parámetros de Hsieh-Ting-Chen que definen la superficie de rotura, que puede expresarse como:

$$f = 2,0108 \frac{J_2}{f_{cc}^2} + 0,9714 \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cc}} + 9,1412 \frac{f_{c1}}{f_{cc}} + 0,2312 \frac{I_1}{f_{cc}} - 1 = 0 \quad (2.133)$$

Donde los parámetros  $J_2$  e  $I_1$  se definen en función de la tensión en el hormigón  $\sigma_{ci}$  de acuerdo con 2.134 y 2.135:

$$J_2 = \frac{1}{6} \left( (\sigma_{c1} - \sigma_{c2})^2 + (\sigma_{c2} - \sigma_{c3})^2 + (\sigma_{c3} - \sigma_{c1})^2 \right) \quad (2.134)$$

$$I_1 = \sigma_{c1} + \sigma_{c2} + \sigma_{c3} \quad (2.135)$$

Donde  $f_{c1}$  representa la máxima tensión de todas las direcciones:

$$f_{c1} = \max(\sigma_{c1}, \sigma_{c2}, \sigma_{c3}) \quad (2.136)$$

Teniendo en cuenta que es la tensión máxima principal que no debe confundirse con la tensión máxima que puede alcanzarse en otra dirección. Los parámetros de la función son ajustados mediante la resistencia uniaxial, la resistencia biaxial del material y resultados de ensayos realizados en condiciones triaxiales del hormigón. La tensión  $f_{c3}$  que se alcanza en la rotura es determinada a partir del escalado del vector elástico lineal  $\sigma_c = sE\varepsilon_{nst}$  hasta que se cumpla la formulación en el valor nulo.

De esta forma, la tensión máxima en un estado triaxial del material puede obtenerse como 2.137:

$$f_{c3} = s \cdot \min(\sigma_{c1}, \sigma_{c2}, \sigma_{c3}) \quad (2.137)$$

En el caso de que el factor de escala  $s$  sea negativo en alguna de las iteraciones, ello resultaría en un valor positivo de la tensión pico de rotura, por lo que no es un resultado coherente en estos casos. Para evitar este fenómeno, una vez alcanzado dicho valor negativo, se procede a escalar el vector de tensiones al a la zona de tensiones de tracción de la superficie de rotura del material, multiplicando su valor por un número negativo de valor elevado  $-30f_{cc}$ . EL valor de la resistencia a rotura  $f_{cf}$  viene dado por:

$$f_{cf} = -f_{c3} \quad (2.138)$$

Y el factor de resistencia pico se obtiene de las expresiones estudiadas por Shelby [58]:

$$K_{\sigma} = \frac{f_{cf}}{f_{cc}} \geq 1 \quad (2.139)$$

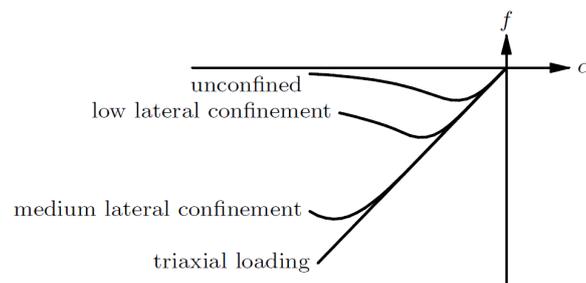
El factor de deformación pico se asume igual que el factor de resistencia pico:

$$K_{\epsilon} = K_{\sigma} \quad (2.140)$$

En un estado de compresión sin confinamiento, los valores pico vienen dados por las tensiones uniaxiales y el factor de resistencia pico por confinamiento es igual a uno. Por lo tanto, en este caso, puede expresarse la relación entre la función y el parámetro de pico como:

$$f_{cf} = K_{\sigma} f_{cc} \quad (2.141)$$

El efecto que origina este tipo de comportamiento puede apreciarse en la función a compresión de Thorenfeldt de la siguiente figura:



**Figura 2.41:** Curva de Thorenfeldt con diferentes estados de confinamiento

### 2.4.5.2. Comportamiento a compresión con fisuración lateral

En un estado fisurado del hormigón, desplazamientos elevados en la dirección perpendicular a la dirección principal de compresión origina una reducción de la resistencia del material. La resistencia a compresión pico  $f_p$  es en consecuencia, no solo dependiente de la variable de estado interno  $\alpha_i$ , sino también de las variables internas que gobiernan el daño/deterioro del material en las direcciones laterales,  $\alpha_{l,1}$ ,  $\alpha_{l,2}$ . Los factores de reducción debidos a la fisuración lateral se denotan como  $\beta_{\epsilon_{cr}} = \beta_{\epsilon_{cr}}(\alpha_{lat})$  y  $\beta_{\sigma_{cr}} = \beta_{\sigma_{cr}}(\alpha_{lat})$ . Estos factores son función de la media del daño lateral dado por  $\alpha_{lat} = \sqrt{\alpha_{l,1}^2 + \alpha_{l,2}^2}$ .

Para la determinación de estos parámetros se consideran las expresiones propuestas por *Vecchio y Collins* [59], tanto del año 1993 como del año 1986.

#### 2.4.5.2.1. Vecchio Collins 1993

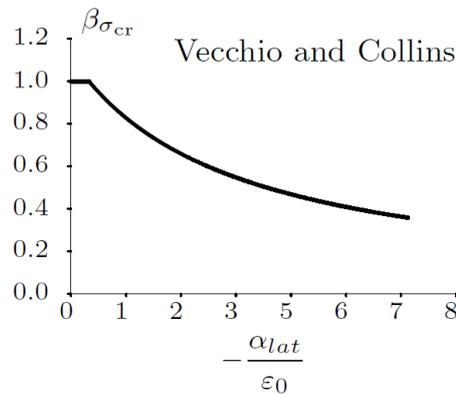
Esta expresión describe la relación de reducción de la resistencia dado el parámetro de daño  $\beta_{\sigma_{cr}}$  como:

$$\beta_{\sigma_{cr}} = \frac{1}{1 + K_c} \leq 1 \quad (2.142)$$

Donde:

$$K_c = 0,27 \left( -\frac{\alpha_{lat}}{\epsilon_0} - 0,37 \right) \quad (2.143)$$

En este modelo de reducción de resistencia se considera que  $\beta_{\epsilon_{cr}} = 1$



**Figura 2.42:** Factor de reducción debido a la fisuración lateral (Vecchio Collins) [59]

#### 2.4.5.2.2. Vecchio Collins 1986

En 1986 se estableció otra aproximación del parámetro reductor de la resistencia, que tiene la siguiente forma:

$$\beta_{\sigma_{cr}} = \frac{1}{0,85 - 0,27 \frac{\alpha}{\alpha_{lat}}} \leq 1 \quad (2.144)$$

En este modelo de reducción se considera nuevamente que  $\beta_{\epsilon_{cr}} = 1$

### 2.4.5.3. Combinación con efectos térmicos o de expansión y contracción

En algunos casos es necesario el considerar los efectos térmicos o fenómenos de expansión y contracción del material. para ello, se parte de la subdivisión de las deformaciones en dos nuevas subcategorías como:

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{exp/contr} + \varepsilon_{material} \quad (2.145)$$

De esta forma, se calculan las deformaciones debidas a los efectos de contracción y expansión con relaciones ampliamente conocidas para cada material, sumándose a las deformaciones obtenidas tras la ejecución de un cálculo del modelo. De esta forma se estiman las tensiones de tracción, compresión y de cortante, substituyendo la deformación total en las ecuaciones constitutivas.

En el presente proyecto no se aplican este tipo de efectos dado que no revisten de importancia ni se espera influencia de estos sobre los resultados obtenidos.

### 2.4.5.4. Relaciones de reducción a cortante o *shear retention*

Debido a los fenómenos de fisuración del material, la rigidez a cortante se reduce en ocasiones. Esta reducción de la rigidez es conocida como *shear retention*. De esta forma, se establecen dos procedimientos, el comportamiento a cortante sin reducción y el comportamiento con reducción constante de la rigidez.

#### 2.4.5.4.1. Comportamiento a cortante sin reducción

En este caso, el módulo de elasticidad tangencial elástico no se ve reducido, siendo el factor  $\beta = 1$ . Ello implica que la de rigidez secante de la fisura en modo II es infinito:

$$D_{secante}^{II} = \infty \quad (2.146)$$

#### 2.4.5.4.2. Modelo con reducción constante

En este caso, el factor de reducción o *shear retention factor* es menor o igual que uno, pero mayor de cero. De esta forma, la rigidez secante viene dada por la relación general:

$$D_{secante}^{II} = \frac{\beta}{1 - \beta} G \quad (2.147)$$

Existen otros efectos que pueden ser considerados además de los ya mencionados, como puede ser la expansión lateral del material o el daño cuantificado según una modificación del módulo de Poisson que no serán tratados por no resultar relevantes en posteriores análisis.

## 2.5. Normativa aplicable en hormigones con fibras

Un aspecto interesante a tratar en el presente TFM son las diversas comprobaciones que se facilitan en las distintas normativas actuales acerca de la incorporación de fibras en el hormigón, concretamente en la parte de diseño a cortante. Este tipo de comprobaciones presentan unos elevados coeficientes de seguridad, tanto de las acciones, como en los materiales empleados, por lo que están pensadas para evitar a toda costa un fallo frágil a cortante, asegurando que el elemento trabajará antes por la rama de rotura a flexión. Posteriormente se valorarán los resultados obtenidos en la parte de investigación y en la aplicación práctica, de forma que podrá evaluarse el nivel de seguridad que plantean las diversas normativas.

En la actualidad, las normas que proporcionan una expresión para el diseño a cortante con incorporación de fibras en elementos viga son los siguientes:

- Instrucción Española de Hormigón Estructural (EHE-08)
- International Union of Laboratories and Experts in Construction Materials, Systems and Structures (RILEM). TC-162-TDF.
- Fib Model Code 2010 (MC2010)

Las diferentes expresiones de diseño a cortante se plantean a partir de las resistencias residuales en el hormigón para ciertas aperturas de fisura dadas (resistencias residuales  $f_{r,j}$ ), los valores de dichas resistencias se obtienen a partir de un ensayo de flexotracción acorde a la normativa EN 14651. Estos valores son los especificados en los distintos modelos de material presentes del Código Modelo 2010<sup>[57]</sup> y en el anejo 14 de la EHE-08<sup>[60]</sup>, para entender el proceso, se explican a continuación las pautas de obtención de las resistencias a tracción residuales en hormigones con fibras.

### 2.5.1. Obtención de resistencias residuales en ensayos de flexotracción

La variable determinante tanto para el comportamiento de los elementos de estudio como para las distintas expresiones de dimensionamiento que se desarrollarán a posteriormente, es la resistencia residual a tracción del material, ya que de ella depende el correspondiente comportamiento tenso-deformacional. Para la determinación de esta resistencia se pueden emplear varios métodos de análisis.

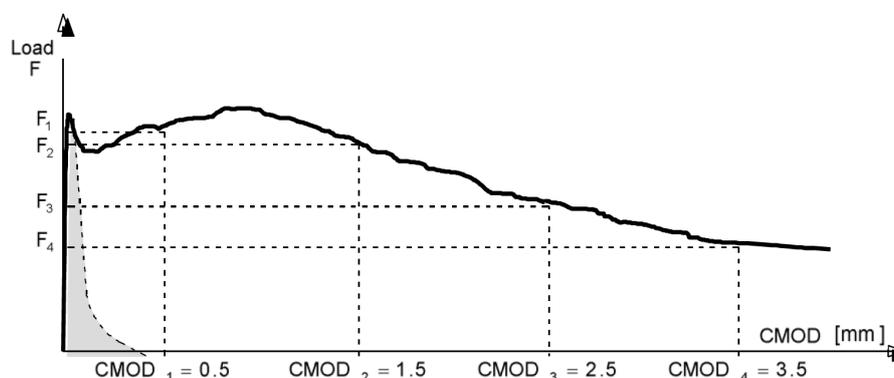


Figura 2.43: Función tipo carga aplicada vs apertura de fisura  $F - CMOD$ <sup>[57]</sup>

Las resistencias nominales se pueden determinar a partir de un ensayo de flexión en probeta prismática según EN 14651, de forma que se obtiene el diagrama de la la fuerza aplicada (P) frente a la deformación producida ( $P - \epsilon$ ). Posteriormente, dicha deformación se puede transformar en *Crack Mouth Opening Displacement* o apertura de borde de fisura (CMOD). Los parámetros de resistencia residual a la tracción en el ensayo de flexión,  $f_{Rj}$ , se toman de la curva de carga aplicada F-CMOD.

Los resultados se pueden utilizar para obtener el comportamiento del material en tensión-deformación o tensión-apertura de fisura por análisis inverso, realizando cálculos iterativos para cada una de las aperturas del ensayo. Ello permite la aplicación de curvas constitutivas de material en deformaciones globales en modelos TCSM (2.4.3.2.4).

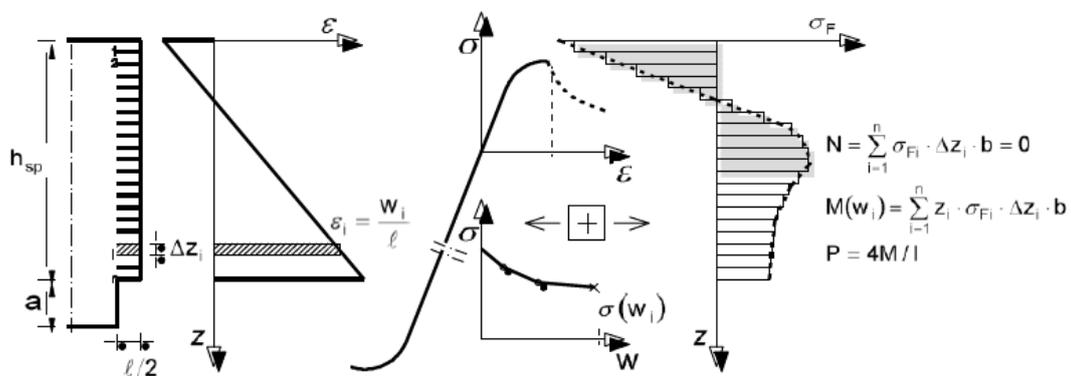


Figure 5.6-4: Inverse analysis of beam in bending performed to obtain stress – crack opening relation

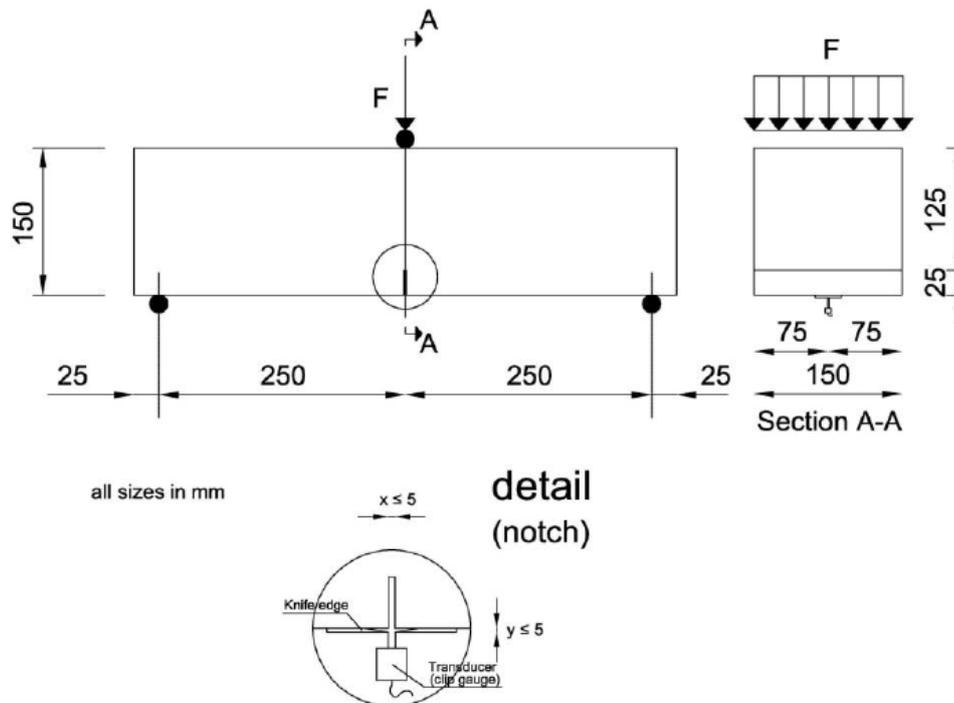


Figura 2.44: Esquema de análisis inverso en prueba a flexión<sup>[57]</sup>

La resistencia residual para cada apertura se determina a partir de la carga de ensayo y la geometría de la probeta como:

$$f_{R,j} = 3 \frac{F_j l}{2bh_{sp}^2} \quad (2.148)$$

Donde:

- $f_{R,j}$ : Es la resistencia residual para cada  $CMOD_j$  considerado, donde  $j=1,2,3,4$ .
- $F_j$ : Es la carga de ensayo para la apertura  $j$ .
- $l$  es la longitud entre apoyos de la probeta.
- $b$  es el ancho de la probeta ensayada.
- $h_s$  es la sección de la probeta en la zona de entalla.

De esta forma, pueden obtenerse las resistencias residuales para cada uno de los valores de  $j$ , que se corresponden con valores de CMOD de 0.5, 1.5, 2.5 y 3.5mm respectivamente.

Se pueden aceptar otras pruebas si los factores de correlación con los parámetros de EN 14651 se encuentran validados. Para aplicaciones de la fibra estructurales en hormigones la clasificación de los materiales se basa en la resistencia residual que se obtiene post-pico, es decir, en la resistencia residual para CMOD de 0.5mm de apertura ( $f_{R1k}$ ).

Con el fin de clasificar el hormigón con fibras, se puede suponer que el material presenta un comportamiento elástico y lineal, considerando las resistencias características residuales significativas para las condiciones de servicio ( $f_{R1k}$ ) y últimas ( $f_{R3k}$ ). La resistencia residual que ofrecen las fibras tras la fisuración se puede clasificar utilizando dos parámetros, la resistencia de servicio,  $f_{R1k}$  (que permite la clasificación en función de la resistencia) y una letra a, b, c o d, en función del comportamiento de debilitamiento y/o endurecimiento del material, representada por la relación  $f_{R3k}/f_{R1k}$ .

La clasificación en función de la fuerza se lleva a cabo mediante el intervalo de valores entre los valores 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0 y 8.0 MPa.

Mientras que la clasificación en función del comportamiento post-pico del material viene dado por las letras que se toman según intervalos como:

- a si  $0.5 \leq f_{R3k} / f_{R1k} \leq 0.7$
- b si  $0.7 \leq f_{R3k} / f_{R1k} \leq 0.9$
- c si  $0.9 \leq f_{R3k} / f_{R1k} \leq 1.1$
- d si  $1.1 \leq f_{R3k} / f_{R1k} \leq 1.3$
- e si  $1.3 \leq f_{R3k} / f_{R1k}$

Por lo tanto, en un hormigón con fibras al que se practica un ensayo de flexión de cara a determinar las resistencias residuales y los valores obtenidos son  $f_{R1k} = 5,42$  y  $f_{R3k} = 6,14$  se obtiene la siguiente clasificación:

$$f_{R1,k} = 5,42 \quad \text{por lo que el intervalo de resistencia es [4.0-5.0]} \quad (2.149)$$

$$f_{R3,k}/f_{R1,k} = 1,13 \quad \text{por lo que la letra es d [1.1-1.3]} \quad (2.150)$$

La clasificación para este material en este caso sería [4.0-5.0]d. En el dimensionamiento y diseño de elementos se debe especificar la clase, la relación de resistencia residual y el material del que se compone la fibra. Cuando el refuerzo mediante fibra substituye al menos parcialmente a los sistemas de armado tradicionales en estado límite último, se deben cumplir las siguientes relaciones:

$$\frac{f_{R1,k}}{f_{L,k}} > 0.4 \quad (2.151)$$

$$\frac{f_{R3,k}}{f_{R1,k}} > 0.5 \quad (2.152)$$

Ello asegura que cumpliendo estas limitaciones el hormigón reforzado con las fibras no presente un comportamiento frágil en la fase post-pico, además de que no se obtenga un debilitamiento muy acusado a mayores deformaciones.  $f_{L,k}$  es lo que podría denominarse como límite de proporcionalidad, tal y como se define en la norma EN 14651, pudiendo definirse mediante la siguiente expresión:

$$f_L = 3 \frac{F_L l}{2bh_{sp}^2} \quad (2.153)$$

Aparte de este requisito sobre el material para uso estructural, se establecen una serie de recomendaciones en el apartado 7.7.2 del Código modelo<sup>[57]</sup>.

### 2.5.2. Código Modelo 2010

En el Código Modelo del 2010<sup>[57]</sup> se establecen una serie de relaciones para considerar la colaboración de las fibras frente a esfuerzo cortante, estos cálculos se basan en la consideración de las siguientes hipótesis:

- Las secciones permanecen planas en el análisis
- La interfaz de acero-hormigón es perfecta, sin desplazamiento relativo entre materiales
- Se considera el comportamiento a tracción de las fibras

De esta forma, se establece la expresión del cortante para elementos con adición de fibras y armadura a cortante como:

$$V_{Rd} = V_{Rd,F} + V_{Rd,s} \quad (2.154)$$

Donde  $V_{Rd,F}$  y  $V_{Rd,s}$  son la resistencia ofrecida por el hormigón con fibras y la armadura de refuerzo transversal respectivamente. El valor de la resistencia que ofrece el hormigón con fibras puede determinarse como:

$$V_{Rd,F} = \left( \frac{0,18}{\gamma_c} k \left[ 100\rho_1 \left( 1 + 7,5 \frac{f_{Ftu}}{f_{ctm}} f_{ctk} \right)^{1/3} \right] + 0,15\sigma_{cp} \right) b_w d \quad (2.155)$$

Donde:

- $f_{Ftu}$  es la resistencia residual última a tracción cuando CMOD es igual a 1.5mm
- $f_{ctm}$  es la resistencia media a tracción del hormigón
- $\sigma_{cp}$  es la tensión de compresión a la que se somete la sección (pretensado)
- $\rho_1$  es la cuantía de armadura longitudinal en tanto por ciento de la sección
- $f_{ctk}$  es el valor de la resistencia característica del hormigón a compresión
- $k$  es el valor que depende del canto útil del elemento, determinado mediante la siguiente expresión:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad (2.156)$$

La resistencia  $V_{Rd,F}$ , presenta un valor mínimo que debe ser respetado, determinado por la siguiente expresión:

$$V_{Rd,F,min} = (v_{min} + 0,15\sigma_{cp})b_w d \quad (2.157)$$

Donde:

$$v_{min} = 0,035k^{3/2}f_{ck}^{1/2} \quad (2.158)$$

En el caso de la colaboración de la armadura a cortante, se establece el valor  $V_{Rd,s}$  como (2.159):

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{S_w} z f_{ywd} \cot \theta \quad (2.159)$$

- $f_{ywd}$  es el límite elástico del acero en el caso de dimensionamiento a cortante ( $\leq 400 MPa$ )
- $A_{sw}$  es el área de armadura transversal en un estribo a cortante
- $S_w$  es la separación media entre estribos de armado a cortante
- $\theta$  es la inclinación de la biela de compresión. Se calcula según el grado de aproximación considerado.

En este caso y tal y como se establece en el dimensionamiento, el valor del cortante de diseño nunca puede ser superior al proporcionado por el hormigón con fibras y las armaduras, ya que se incurriría en un incumplimiento de la seguridad estructural. Tal y como ocurre en estos casos, se debe comprobar en primer lugar el agotamiento de la biela a compresión del hormigón, de forma que se establece un valor máximo para el cortante de diseño, que viene dado por la siguiente expresión:

$$V_{Rd, mx} = k_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_w z \sin \theta \cos \theta \quad (2.160)$$

Donde:

$$k_c = k_\varepsilon + \eta_{fc} \quad (2.161)$$

$$\eta_{fc} = \left( \frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 1 \quad (2.162)$$

Los valores del ángulo de inclinación de la biela  $\theta$  y  $k_c$  de las formulaciones anteriores, tanto para  $V_{Rd,s}$  como para  $V_{Rd, mx}$  se encuentran directamente relacionados con el campo de compresiones del elemento y su inclinación principal. El ángulo de inclinación puede determinarse en función del grado de aproximación que consideremos:

- Grado I: Ángulo variable de la biela en función del comportamiento fundamental del elemento. Método útil en fases de pre-dimensionamiento o en los casos en los que no se requiera un refinamiento de la solución.
- Grado II: Aproximación mediante un campo de esfuerzos generalizados. Este método establece una determinación más precisa de la deformación axial  $\varepsilon_x$  y del valor de la inclinación que se da en el centro de la profundidad efectiva de un elemento de hormigón sin refuerzo a cortante.
- Grado III: Determinado mediante expresión con un grado de aproximación mayor que considera la colaboración de la armadura a cortante y el hormigón.

Para el **Grado de aproximación I**, la inclinación del campo de compresiones del elemento se encuentra delimitada por un valor mínimo y los  $45^\circ$  de inclinación, sin considerar la resistencia del hormigón a cortante, de forma que:

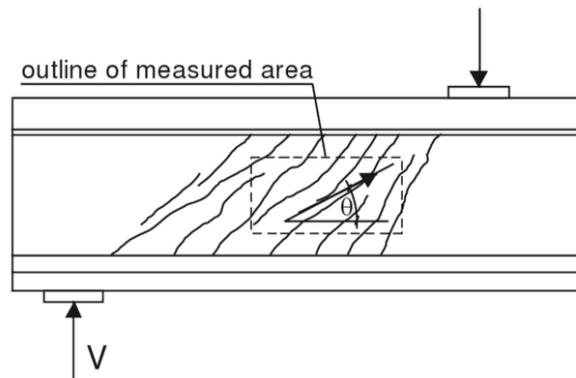
$$\theta_{min} \leq \theta \leq 45^\circ \quad (2.163)$$

Donde  $\theta$  es:

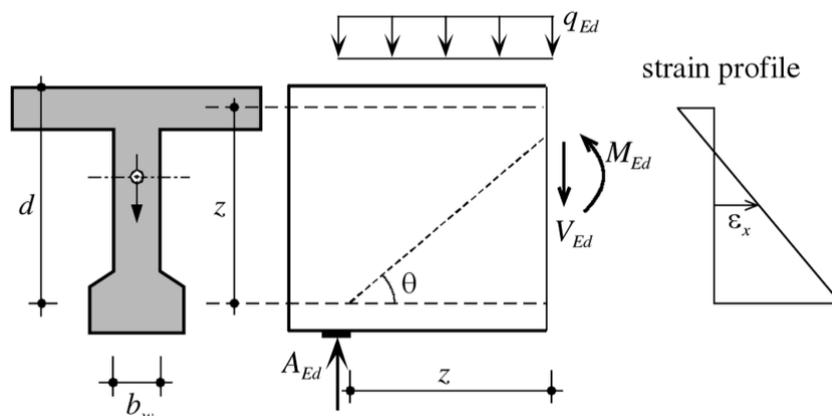
- $25^\circ$ : En elementos sometidos a grandes fuerzas axiales a compresión o pretensados.
- $30^\circ$ : Para elementos de hormigón armado convencionales.
- $40^\circ$ : Para elementos que se comporten a modo de tirante con grandes fuerzas axiales de tracción.

En este grado de aproximación se toma  $k_\varepsilon=0.55$ .

Para el **Grado de aproximación II**, se consideran los esfuerzos generalizados en la sección de estudio, para una distribución en deformaciones elástica y sin considerar la contribución del armado a cortante en la direccionalidad de la compresión. La sección de equilibrio puede representarse de la siguiente forma:



**Figura 2.45:** Esquema de fisuración en viga, variabilidad del ángulo de inclinación<sup>[57]</sup>.



**Figura 2.46:** Esquema de campo de deformaciones y esfuerzos en el nivel de aproximación II<sup>[57]</sup>.

En este caso, se obtiene el ángulo de inclinación  $\theta$  como:

$$\theta_{min} \leq \theta \leq 45^\circ \quad (2.164)$$

$$\theta_{min} = 20^\circ + 10000\varepsilon_x \quad (2.165)$$

Donde  $\varepsilon_x$  es la deformación a la mitad de la profundidad efectiva en la sección del elemento de estudio a cortante, que viene dada por:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2E_s A_s} \cdot \left( \frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} + N_{Ed} \left( \frac{1}{2} \pm \frac{\Delta e}{z} \right) \right) < 0.003 \quad (2.166)$$

En este caso, el valor de  $k_\varepsilon$  viene determinado por la siguiente expresión:

$$k_\varepsilon = \frac{1}{1,2 + 55\varepsilon_1} \leq 0,65 \quad (2.167)$$

Donde:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x + 0,002)cot\theta^2 \quad (2.168)$$

El **nivel de aproximación III** se obtiene a partir de la resistencia adicional que aportan las armaduras y el hormigón, que influyen en la dirección de la biela como:

$$k_v = \frac{0,4}{1 + 1500\varepsilon_x} \left( 1 - \frac{V_{Ed}}{V_{Rd, mx}(\theta_{min})} \right) \quad (2.169)$$

Con todo ello, puede obtenerse el valor del cortante de diseño del elemento en función de la resistencia de la armadura transversal y la colaboración de las fibras. En el caso de que  $V_{Rd, mx}$  sea inferior al valor de la resistencia del elemento por refuerzos se limitará la carga de diseño a ésta, ya que es el valor que produce el fallo de la biela a compresión del hormigón. Es decir:

$$V_{Rd} = \min[V_{Rd, F} + V_{Rd, s}; V_{Rd, mx}] \quad (2.170)$$

Donde  $V_{Rd, s}$  es igual a cero en el caso en el que no se disponga armado a cortante en la viga. En elementos que no requieren de armadura a cortante, de cara a satisfacer los mínimos requeridos de cuantías, es factible el uso de fibras a modo de sustitución del estriado convencional si se cumple la siguiente condición:

$$f_{Ftuk} \geq \frac{\sqrt{f_{ck}}}{20} \quad (2.171)$$

Donde  $f_{Ftuk}$  es la resistencia característica residual última a tracción del hormigón con fibras, para una CMOD=1.5mm.

**2.5.3. EHE-08**

La Instrucción Española del Hormigón Estructural (EHE-08)<sup>[60]</sup>, presenta una expresión para el cálculo de elementos reforzados con fibras solicitados a cortante. De esta forma, al igual que lo que ocurre en el Código Modelo, se establecen dos limitaciones, una referida al agotamiento de la biela en el hormigón, y otra referida a la resistencia aportada por el hormigón, la armadura y la colaboración de las fibras. Es por ello, que debe cumplirse la siguiente condición:

$$\begin{aligned} V_{rd} &\leq V_{u1} \\ V_{rd} &\leq V_{u2} \end{aligned} \quad (2.172)$$

Donde  $V_{rd}$  es el cortante de diseño de la pieza,  $V_{u1}$  es el esfuerzo cortante de agotamiento por compresión oblicua del alma (dependiente del hormigón) y  $V_{u2}$  es el cortante de agotamiento por tracción en el alma (dependiente del nivel de refuerzo y la colaboración del hormigón).

De esta forma,  $V_{u1}$  puede calcularse según la siguiente expresión:

$$V_{u1} = K f_{1c} b_0 d \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot\theta^2} \quad (2.173)$$

Donde:

- $K$  es un coeficiente dependiente del esfuerzo axial en la pieza, siendo 1 para los casos habituales en elementos no pretensados y/o sometidos a este tipo de solicitación.
- $f_{1c}$  es la resistencia a compresión del hormigón en la biela, calculada según la resistencia característica como:

$$\begin{aligned} f_{1c} &= 0,6 f_{cd} \quad \text{para } \leq 60\text{MPa} \\ f_{1c} &= (0,9 - f_{ck}/200) f_{cd} \quad \text{para } >60\text{MPa} \end{aligned} \quad (2.174)$$

- $\alpha$  es el ángulo que forma la armadura a cortante respecto al eje del elemento.
- $\theta$  Es el ángulo entre la biela de compresión del hormigón y el eje del elemento, y debe estar contenido entre el siguiente intervalo:

$$0,5 \leq \cot\theta \leq 2 \quad (2.175)$$

- $b_0$  es el ancho efectivo de la sección a cortante. En piezas en T o con geometrías variables se suele tomar el ancho total de las almas y/o alma del elemento.
- $d$  es el canto útil del elemento.

En el caso de elementos con refuerzo de fibras,  $V_{u2}$  se determina como:

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su} + V_{fu} \quad (2.176)$$

Donde:

- $V_{cu}$  es la contribución del hormigón frente a esfuerzo cortante.
- $V_{su}$  es la contribución de las armaduras al esfuerzo cortante.
- $V_{fu}$  es la contribución de las fibras de acero al esfuerzo cortante.

De esta forma, la colaboración del hormigón a esfuerzo cortante  $V_{cu}$  puede obtenerse como:

$$V_{cu} = \left[ \frac{0,18}{\gamma_c} \xi (100\rho_1 f_{cv})^{1/3} + 0,15\sigma'_{cd} \right] \beta b_0 d \quad (2.177)$$

Con un valor mínimo de:

$$V_{cu,min} = \left[ \frac{0,075}{\gamma_c} \xi^{3/2} f_{cv}^{1/2} + 0,15\sigma'_{cd} \right] b_0 d \quad (2.178)$$

Donde:

- $\sigma'_{cd}$  es la tensión media en el alma de la sección (en el caso de secciones comprimidas)
- $f_{cv}$  es la resistencia que ofrece el hormigón al esfuerzo cortante, que viene dada por la siguiente expresión:

$$f_{cv} = f_{ck} < 15 \text{MPa} \quad (2.179)$$

- $\xi$  es el parámetro en función de la geometría de la sección. que viene dado por la siguiente expresión:

$$\xi = \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \leq 2 \quad \text{con } d \text{ en milímetros} \quad (2.180)$$

- $\rho_1$  es la cuantía geométrica de armado longitudinal, de cara a considerar el efecto pasador en la resistencia a cortante, y viene dada por:

$$\rho_1 = \frac{A_s + A_p}{b_0 d} \leq 2 \quad (2.181)$$

- $\beta$  es un factor dependiente de la inclinación de la biela  $\theta$  y las fisuras  $\theta_e$ :

$$\beta = \frac{2\cot\theta - 1}{2\cot\theta_e - 1} \quad \text{para } 0,5 \leq \cot\theta < \cot\theta_e$$

$$\beta = \frac{\cot\theta - 2}{\cot\theta_e - 2} \quad \text{para } \cot\theta_e \leq \cot\theta \leq 2 \quad (2.182)$$

El valor de  $\beta$  en los casos sin armadura a cortante es de 1.

La contribución del armado  $V_{su}$ , viene dada por la siguiente expresión:

$$V_{su} = z \sin \alpha (\cot \alpha + \cot \theta) \sum A_{\alpha} f_{y\alpha,d} \quad (2.183)$$

Donde:

- $A_{\alpha}$  es el área de cada armadura o grupo de armaduras que forman un ángulo  $\alpha$  con el eje del elemento.
- $f_{y\alpha,d}$  es la tensión de diseño de la armadura a cortante.
- $z$  es el brazo mecánico de la sección, que puede adoptarse como  $0.9d$ .
- $\alpha$  y  $\theta$  tienen el mismo significado que en el cálculo de  $V_{cu}$  (2.177).

Por último, la contribución de las fibras al esfuerzo cortante viene dada por la siguiente expresión:

$$V_{fu} = 0,7\xi\tau_{fd}b_0d \quad (2.184)$$

Donde:

- $\xi$  es el parámetro en función de la geometría de la sección. que viene dado por la expresión 2.180.
- $b_0$  es la anchura efectiva de la sección a cortante. En piezas en T o con geometrías variables se suele tomar el ancho total de las almas y/o alma del elemento.
- $d$  es el canto útil del elemento.
- $\tau_{fd}$  es la resistencia tangencial que aportan las fibras al elemento, calculada como:

$$\tau_{fd} = 0,5f_{ctR,d} \quad (2.185)$$

Donde  $f_{ctR,d}$  es la resistencia residual de cálculo a tracción en un modelo rectangular de tensiones (constante).

**2.5.4. RILEM TC162-TDF**

La determinación del cortante de diseño en vigas según el método propuesto por RILEM[61], para vigas con refuerzo a cortante mediante estribado y fibras, viene dado por la siguiente expresión:

$$V_{Rd3} = V_{cd} + V_{fd} + V_{wd} \quad (2.186)$$

Donde:

- $V_{cd}$  es la resistencia que ofrece el hormigón frente al esfuerzo cortante.
- $V_{fd}$  es la contribución del refuerzo con fibras de acero al esfuerzo cortante.
- $V_{wd}$  es la contribución del armado a cortante (estribos o grifados).

La resistencia a cortante del hormigón  $V_{cd}$  viene dada por la siguiente expresión:

$$V_{cu} = \left[ 0,12k(100\rho_l f_{ck})^{1/3} + 0,15\sigma_{cp} \right] b_w d \quad (2.187)$$

Donde:

$$k = \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \leq 2 \quad \text{con } d \text{ en milímetros} \quad (2.188)$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b_w d} \leq 2\% \quad (2.189)$$

Siendo:

- $A_s$  es el área de armadura longitudinal traccionada, correctamente anclada a la longitud de anclaje más un canto útil.
- $b_w$  es el ancho mínimo de la sección en el canto útil del elemento.
- $d$  es el canto útil de la sección considerada.
- $\sigma_{cp}$  es la tensión de compresión en la sección. Habitualmente nula en elementos convencionales y flexión simple.

La resistencia a cortante que ofrecen las fibras  $V_{fd}$  viene dada por la siguiente expresión:

$$V_{fd} = k_f k_1 \tau_{fd} b_w d \quad (2.190)$$

Donde:

- $k_f$  es el coeficiente para tener en cuenta la contribución de las alas en una sección en T, siendo:

$$k_f = 1 + n \left( \frac{h_f}{b_w} \right) \left( \frac{h_f}{d} \right) \leq 1,5 \quad (2.191)$$

En este caso siendo  $h_f$  la altura de las alas,  $b_f$  la anchura de las alas y  $b_w$  la anchura del alma.

El factor  $n$ , depende de la relación entre la longitud de las alas y la altura de la siguiente forma:

$$n = \frac{b_f - b_w}{h_f} \leq 3 \quad (2.192)$$

Con un valor máximo de:

$$n = \frac{3b_w}{h_f} \quad (2.193)$$

- $k_1$  es un parámetro que depende del canto útil de la sección:

$$k_1 = \frac{1600 - d}{1000} \quad (2.194)$$

- $\tau_{fd}$  es el valor de diseño del incremento de la resistencia debido a las fibras. Que puede tomarse como:

$$\tau_{fd} = 0,12f_{Rk,4} \quad (2.195)$$

La resistencia a cortante que ofrecen las armaduras en estribos y grifados  $V_{wd}$  viene dada por la siguiente expresión:

$$V_{wd} = \frac{A_{sw}}{s} 0,9df_{ywd}(1 + \cot\alpha)\sin\alpha \quad (2.196)$$

Donde:

- $s$  es el espaciamiento entre refuerzos a cortante, en dirección longitudinal del elemento.
- $\alpha$  es el ángulo de la armadura de refuerzo a cortante, con el eje longitudinal.
- $f_{ywd}$  es el límite elástico considerado para las armaduras a cortante ( $\leq 400\text{MPa}$ ).
- $A_{sw}$  es el área de refuerzo a cortante.

Una vez obtenido el valor de la resistencia a cortante de la sección, considerando la contribución del hormigón, armaduras de refuerzo y fibras, se debe comprobar que no se produce el agotamiento de la biela a compresión.

Para ello, se establece un valor de resistencia mediante la siguiente expresión:

$$V_{Rd2} = \left( \frac{1}{2} v f_{cd} \right) b_w 0,9d(1 + \cot\alpha) \quad (2.197)$$

Siendo:

- $f_{cd}$  la resistencia a compresión de diseño del hormigón.
- $\alpha$  es el ángulo de la armadura de refuerzo a cortante, con el eje longitudinal.
- $d$  el canto útil del elemento.
- $b_w$  el ancho mínimo de la sección en el canto útil del elemento.
- $v$  un parámetro dependiente de la resistencia a compresión característica del material. Siendo este determinado como:

$$v = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0,5 \quad (2.198)$$

En el caso de confluir armadura de refuerzo a cortante en estribos y en barras grifadas, el valor de  $\alpha$  será de  $90^\circ$  de inclinación, del lado de la seguridad.

De esta forma, el cortante de diseño de la viga viene dado por:

$$V_{Rd} = \min[V_{Rd2}; V_{Rd3}] \quad (2.199)$$

La organización RILEM proporciona otra expresión de armadura mínima a disponer longitudinalmente, de cara a obtener una formación de fisuras controlada y dúctil en combinación con fibras, cuya forma es la siguiente:

$$A_s = (k_c k_p k_f f_{ct,ef} - 0,45 f_{eqm,2}) \frac{A_{ct}}{\sigma_s} \quad (2.200)$$

Donde:

- $f_{eqm,2}$  es la tensión de tracción media del hormigón reforzado con fibras de acero, en el momento de fisuración.
- $A_s$  es el área de refuerzo necesaria en la zona de tracción, si el valor es menor de 0, es decir, **si la resistencia que aporta el valor de las fibras es superior al de la respuesta de las armaduras, únicamente es necesaria la adición de fibras como mínimo de refuerzo del elemento.**
- $A_{ct}$  es el área de hormigón en la zona traccionada, tras la formación de la primera fisura.
- $\sigma_s$  es la tensión máxima permitida en las armaduras tras la formación de la primera fisura. Se suele tomar un valor de 400MPa de cara a cumplir con las aberturas de fisura por limitaciones de durabilidad.
- $f_{ct,ef}$  es la resistencia a tracción del hormigón en el momento de fisuración.
- $k_c$  es un parámetro que depende de la distribución de tensiones en la sección, inmediatamente antes de la formación de fisuras. Para esfuerzos axiales se toma un valor de 1, mientras que para flexión simple se toma un valor de 0.4. En el resto de casos se proponen una serie de expresiones alternativas para la determinación de dicho parámetro.

- $k$  es un coeficiente que depende de la simetría o asimetría de la carga, el valor puede ser tomado como 0.8 del lado de la seguridad. Para una mayor aproximación y detalle se debe consultar la norma ENV 1992-1-1 (Eurocódigo 2) [62]
- $k_p$  es un coeficiente que tiene en cuenta el efecto del pretensado (no aplicable en el presente TFM).

### 2.5.5. Otras expresiones

Las normas de la American Concrete Institute (ACI 318 2014) y el Eurocódigo 2 no incluyen formulación alguna al respecto, para el caso de elementos reforzados con fibras a cortante, por lo que no se tienen en cuenta en el presente TFM para las sucesivas comprobaciones y cálculos que se lleven a cabo.

Hasta la actualidad, existen otras formulaciones de cara a estimar la resistencia ofrecida por las fibras de acero en vigas sin estribado. Un resumen de ello puede verse en la investigación llevada a cabo por G. Arslan [63].

Reference	Shear strength models (MPa)
Sharma (1986)	$v_u = k f_i (d/a)^{0.25}$ $k = 1 \text{ and } 2/3 \text{ for direct and indirect tension tests, respectively;}$ $k = 4/9 \text{ if } f_i \text{ is obtained using modulus of rupture; or } f_i = 0.79 f_c^{0.5}$
Narayanan and Darwish (1987)	$v_u = e[0.24 f_{sp} + 80 \rho d/a] + v_b, f_{sp} = f_{cu}/(20 - \sqrt{F}) + 0.7 + 1.0 \sqrt{F}$ $v_b = 0.41 \tau F, e = 1 \text{ for } a/d > 2.8, e = 2.8 d/a \text{ for } a/d \leq 2.8$ $d_f = 0.5 \text{ for round, } 0.75 \text{ for crimped, } 1.0 \text{ for indented fibers.}$
Ashour <i>et al.</i> (1992)	$v_u = (2.11 f_c^{1/3} + 7F)(\rho d/a)^{1/3} \text{ for } (a/d) \geq 2.5$
Swamy <i>et al.</i> (1993)	$v_u = 0.37 \tau V_f L_f / D_f + 0.167 \sqrt{f_c}$
Imam <i>et al.</i> (1997)	$v_u = 0.6 \frac{1 + \sqrt{(5.08/d_a)}}{\sqrt{1 + d/(25d_a)}} \sqrt[3]{\rho(1 + 4F)} \left[ f_c^{0.44} + 275 \sqrt{\frac{\rho(1 + 4F)}{(a/d)^5}} \right]$ $d_f = 0.50 \text{ for smooth, } 0.9 \text{ for deformed, } 1.0 \text{ for hooked fibers.}$
Khuntia <i>et al.</i> (1999)	$v_u = (0.167 + 0.25F) \sqrt{f_c}$ $d_f = 2/3 \text{ for plain and round, } 1.0 \text{ for hooked or crimped fibers.}$
Kwak <i>et al.</i> (2002)	$v_u = 2.1 e f_{sp}^{0.7} (\rho d/a)^{0.22} + 0.8 (0.41 \tau F)^{0.97}$ $e = 1 \text{ for } a/d > 3.5; e = 3.5 d/a \text{ for } a/d \leq 3.5$
RILEM (2003)	$v_{Rd,3} = v_{cd} + v_{fd}, v_{cd} = 0.12 k (100 \rho f_c)^{1/3}, k = (1 + \sqrt{200/d}) \leq 2, \rho \leq 0.02,$ $v_{fd} = 0.7 k_f k_i \tau_{fd}, k_i = (1600 - d)/1000 \geq 1, \tau_{fd} = 0.12 f_{eqk,3}$ $f_{eqk,3} = \text{characteristic value of the equivalent tensile strength, } k_f = 1 \text{ for rectangular sections}$
Yakoub (2011)	$v_u = \beta \sqrt{f_c} (1 + 0.70 V_f L_f d_f / D_f) \text{ for } a/d \geq 2.5$ $\beta = \frac{0.40}{1 + 1500 \varepsilon_x} \frac{1300}{1000 + s_{xe}}, \varepsilon_x = \frac{M/d_v + V}{2 E_s A_s} s_{xe} = \frac{35 s_x}{16 + d_a} \geq 0.85 s_x$ $M \text{ and } V \text{ are the external failure moment and shear acting on the section, } s_x = \text{crack spacing parameter}$ $(\cong d_v, \text{ flexural lever arm}), d_v = 0.9d \text{ or } d_v = 0.72h, \varepsilon_x = \text{longitudinal strain at the middepth, } d_f = 0.83$ $\text{for crimped, } 0.89 \text{ for duoform, } 1.00 \text{ for hooked, } 0.91 \text{ for rounded fibers.}$
Gandomi <i>et al.</i> (2011)	$v_u = \frac{2d}{a} (\rho f_c + v_b) + \frac{d}{2a(288\rho - 11)^4} + 2$
Dinh <i>et al.</i> (2011)	$v_n = 0.13 \rho f_y + 1.2 \left( \frac{V_f}{0.0075} \right)^{1/4} \left( 1 - \frac{c}{d} \right), c = 0.1h$

$f_{sp}$  = computed value of split-cylinder strength of fiber concrete;  $f_{cu}$  = cube strength of fiber concrete;  $d_a$  = maximum aggregate size;  $h$  = beam height;  $F$  = fiber factor ( $= L_f V_f d_f / D_f$ );  $v_u$  = ultimate shear strength;  $v_c$  = shear resistance of concrete,  $v_b$  = contribution of steel fibers to shear strength;  $\tau$  = average interfacial bond stress of fiber matrix;  $\tau_{fd}$  = design shear stress;  $e$  = arch action factor.

**Figura 2.47:** Resumen de expresiones hasta la actualidad para la determinación de resistencia a cortante en vigas SFCR, sin armado a cortante [63].

## Capítulo 3

# Investigación

### 3.1. Campaña experimental

De cara a poder validar los modelos numéricos empleados en el presente TFM, se emplean una serie de resultados experimentales llevados a cabo en la Universidad Politécnica de Valencia, para una serie de vigas de hormigón reforzado tanto con fibras de polipropileno como fibras de acero. Estos resultados provienen de los trabajos de investigación llevados a cabo por Gabriel Leiva<sup>[64]</sup> y Francisco Ortiz<sup>[65]</sup>.

#### 3.1.1. Introducción

La campaña experimental tomó parcialmente de base los ensayos realizados por Bresler y Scordelis<sup>[1]</sup> en 1963, replicadas con materiales actualizados por Vecchio y Shim<sup>[2]</sup> en 2004. Estos ensayos consistieron en la obtención de datos y determinación del modo de fallo en cuatro series de tres vigas, con distintas cuantías de refuerzo longitudinal y transversal, distintas luces y secciones transversales pero de igual canto. Este canto se fijó en 55,2cm. Las dimensiones y armado de estas vigas se muestran a continuación para cada una de las investigaciones:

- Geometría de vigas ensayadas por Bresler y Scordelis

Viga	b (mm)	h (mm)	d (mm)	L(mm)	Vano (mm)	Rinf.	Rsup.	Estr.
0A1	310	556	461	4100	3660	4 n° 9		
0A2	305	561	466	5010	4570	5 n° 9		
0A3	307	556	462	6840	6400	6 n° 9		
A1	307	561	466	4100	3660	4 n° 9	2 n° 4	n° 2 c/ 210
A2	305	559	464	5010	4570	5 n° 9	2 n° 4	n° 2 c/ 210
A3	307	561	466	6840	6400	6 n° 9	2 n° 4	n° 2 c/ 210
B1	231	556	461	4100	3660	4 n° 9	2 n° 4	n° 2 c/ 190
B2	229	561	466	5010	4570	5 n° 9	2 n° 4	n° 2 c/ 190
B3	229	556	461	6840	6400	6 n° 9	2 n° 4	n° 2 c/ 190
C1	155	559	464	4100	3660	4 n° 9	2 n° 4	n° 2 c/ 210
C2	152	559	464	5010	4570	5 n° 9	2 n° 4	n° 2 c/ 210
C3	155	554	459	6840	6400	6 n° 9	2 n° 4	n° 2 c/ 210

**Tabla 3.1:** Geometría de vigas ensayadas por Bresler y Scordelis<sup>[1]</sup>

- Geometría de vigas ensayadas por Shim y Vecchio

Viga	b (mm)	h (mm)	d (mm)	L(mm)	Vano (mm)	Rinf.	Rsup.	Estr.
0A1	305	552	457	4100	3660	2 M30, 2M25		
0A2	305	552	457	5010	4570	3 M30, 2M25		
0A3	305	552	457	6840	6400	4 M30, 2 M25		
A1	305	552	457	4100	3660	2 M30, 2M25	3 M10	D5 a 210
A2	305	552	457	5010	4570	3 M30, 2M25	3 M10	D5 a 210
A3	305	552	457	6840	6400	4 M30, 2 M25	3 M10	D4 a 210
B1	229	552	457	4100	3660	2 M30, 2M25	3 M10	D5 a 210
B2	229	552	457	5010	4570	2 M30, 2M25	3 M10	D5 a 210
B3	229	552	457	6840	6400	3 M30, 2M25	3 M10	D4 a 210
C1	152	552	457	4100	3660	2 M30	3 M10	D5 a 210
C2	152	552	457	5010	4570	2 M30, 2M25	3 M10	D5 a 210
C3	152	552	457	6840	6400	2 M30, 2M25	3 M10	D4 a 210

**Tabla 3.2:** Geometría de vigas ensayadas por Vecchio y Shim<sup>[2]</sup>

Como puede observarse, la nomenclatura de barras es distinta, a causa de una diferencia en los materiales de las épocas de los ensayos, es por ello, que se emplearon barras con una cuantía equivalente a las de 1963.

Las vigas ensayadas en ambas investigaciones contenían los siguientes tipos de acero, que varían en función del diámetro de la barra y de la época en la que se llevó a cabo el estudio:

- Acero en vigas ensayadas por Bresler y Scordelis

ID	Diámetro(mm)	Área(mm <sup>2</sup> )	fy(MPa)	fu(MPa)	Es(MPa)
No 2	6,4	32,2	325	430	190000
No 4	12,7	127	345	452	201000
No 9	28,7	645	555	933	218000

**Tabla 3.3:** Acero en vigas ensayadas por Bresler y Scordelis<sup>[1]</sup>

- Acero en vigas ensayadas por Shim y Vecchio

ID	Diámetro(mm)	Área(mm <sup>2</sup> )	fy(MPa)	fu(MPa)	Es(MPa)
M10	11,3	100	315	460	200000
M25a	25,2	500	440	615	210000
M25b	25,2	500	445	680	220000
M30	29,9	700	436	700	200000
D4	3,7	25,7	600	651	200000
D5	6,4	32,2	600	649	200000

**Tabla 3.4:** Acero en vigas ensayadas por Vecchio y Shim<sup>[2]</sup>

El hormigón empleado en los ensayos tiene una resistencia a compresión de entre 22 y 43 MPa, con una media que ronda los 25MPa, lo que se corresponde con un hormigón convencional. Para cada investigación se resumen los valores obtenidos de las probetas de acompañamiento:

- Hormigón en vigas ensayadas por Bresler y Scordelis

Viga	f'c (MPa)	fr (MPa)
0A1	22,6	3,97
0A2	23,7	4,34
0A3	37,6	4,14
A1	24,1	3,86
A2	24,3	3,73
A3	35,1	4,34
B1	24,8	3,99
B2	23,2	3,76
B3	38,8	4,22
C1	29,6	4,22
C2	23,8	3,93
C3	35,1	3,86

**Tabla 3.5:** Hormigón en vigas ensayadas por Bresler y Scordelis<sup>[1]</sup>

- Hormigón en vigas ensayadas por Shim y Vecchio

Viga	f'c (MPa)	$\epsilon_0$	Ec (MPa)	fr (MPa)
0A1	22,6	0,0016	36500	2,37
0A2	25,9	0,0021	32900	3,37
0A3	43,5	0,0019	34300	3,13
A1	22,6	0,0016	36500	2,37
A2	25,9	0,0021	32900	3,37
A3	43,5	0,0019	34300	3,13
B1	22,6	0,0016	36500	2,37
B2	25,9	0,0021	32900	3,37
B3	43,5	0,0019	34300	3,13
C1	22,6	0,0016	36500	2,37
C2	25,9	0,0021	32900	3,37
C3	43,5	0,0019	34300	3,13

**Tabla 3.6:** Hormigón en vigas ensayadas por Vecchio y Shim<sup>[2]</sup>

En este caso, se llevaron a cabo cálculos previos de las vigas, de cara a asegurar el fallo a cortante de las mismas en las vigas con menor cuantía de refuerzo transversal. La coincidencia en cuantías de armadura es prácticamente de un 100 %, así como en las resistencias obtenidas en el hormigón. Los resultados en cuanto a la carga de rotura de las vigas coincidieron en un 94 %, replicándose también los modos de fallo de las vigas. En cuanto a la obtención de deformaciones, se obtuvo un 25 % más de flecha en centro de vano en los estudios llevados a cabo por Vecchio y Shim, probablemente por la naturaleza algo distinta de los materiales empleados en el hormigón y en el acero dada la diferencia en el tiempo de los ensayos y a los procesos de fabricación de cada época.

Un resumen de los resultados obtenidos puede verse a continuación:

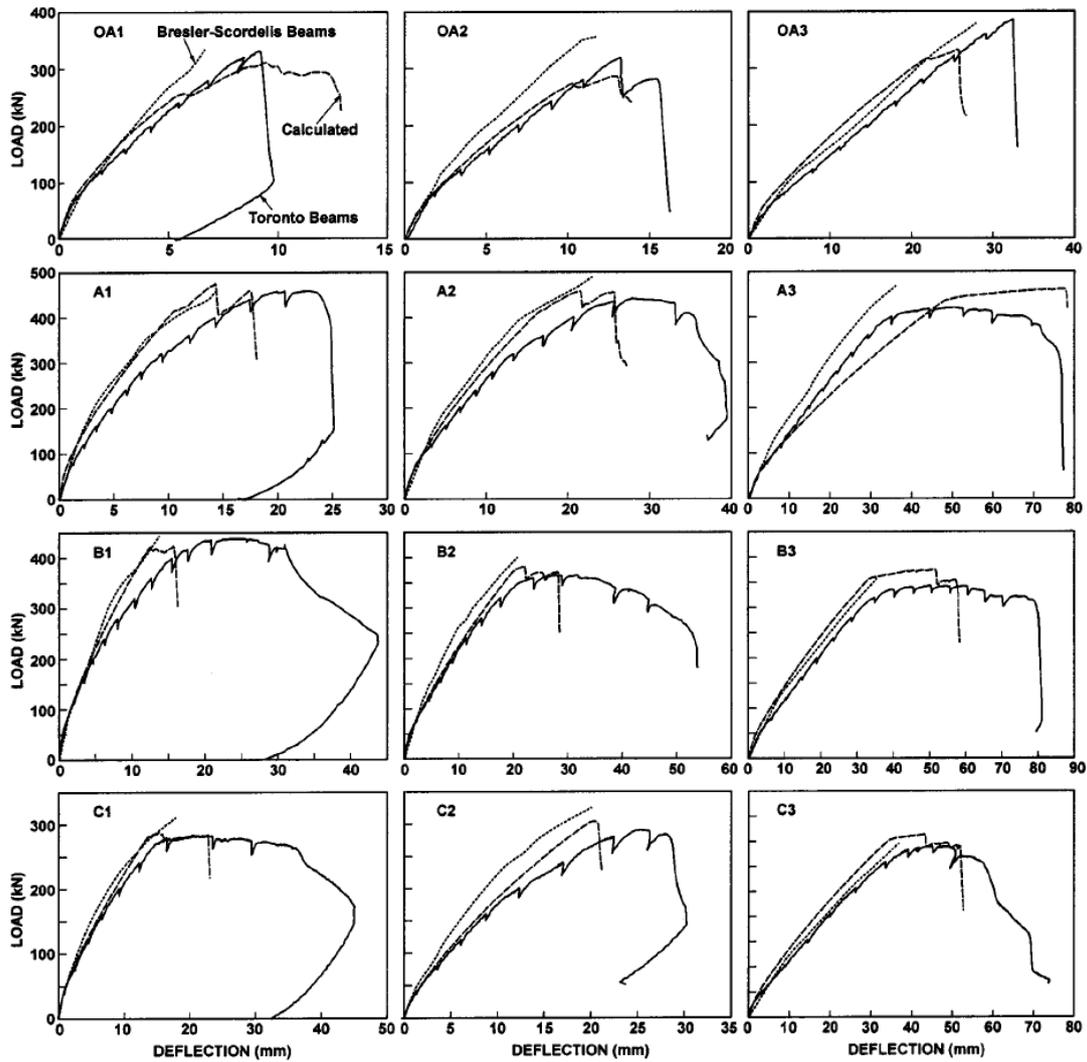


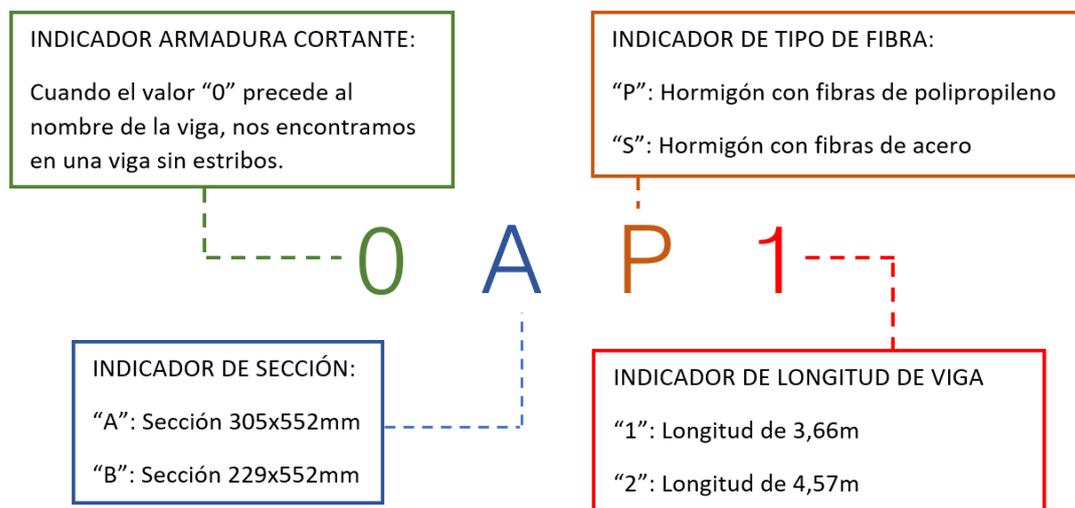
Figura 3.1: Resultados por viga en campañas previas<sup>[1, 2]</sup>

Beam number	Bresler-Scordelis beams			Toronto beams						$P_{u-BS}/P_{u-VS}$	$\delta_{u-BS}/\delta_{u-VS}$
	$P_{u-BS}$ (kN)	$\delta_{u-BS}$ (mm)	Failure mode	$P_{u-VS}$ (kN)	$\delta_{u-VS}$ (mm)	Failure mode	$w_{s-max}$ (mm)	$w_{f-max}$ (mm)	$\epsilon_{s-max}$ ( $\times 10^{-3}$ )		
OA1	334	6.6	<i>D-T</i>	331	9.1	<i>D-T</i>	0.25	0.40	0.438	1.01	0.73
OA2	356	11.7	<i>D-T</i>	320	13.2	<i>D-T</i>	0.30	0.30	0.548	1.11	0.89
OA3	378	27.9	<i>D-T</i>	385	32.4	<i>D-T</i>	0.25	0.35	0.622	0.98	0.86
A1	467	14.2	<i>V-C</i>	459	18.8	<i>V-C</i>	2.00	0.50	1.172	1.02	0.76
A2	489	22.9	<i>V-C</i>	439	29.1	<i>V-C</i>	0.90	1.40	1.635	1.12	0.79
A3	467	35.8	<i>F-C</i>	420	51.0	<i>F-C</i>	0.25	1.60	2.827	1.11	0.70
B1	445	13.7	<i>V-C</i>	434	22.0	<i>V-C</i>	0.90	0.75	2.535	1.03	0.62
B2	400	20.8	<i>V-C</i>	365	31.6	<i>V-C</i>	0.50	1.60	2.867	1.10	0.66
B3	356	35.3	<i>F-C</i>	342	59.6	<i>F-C</i>	0.30	1.60	2.708	1.04	0.59
C1	311	17.8	<i>V-C</i>	282	21.0	<i>V-C</i>	0.60	2.50	2.809	1.11	0.85
C2	325	20.1	<i>V-C</i>	290	25.7	<i>V-C</i>	0.50	0.40	0.726	1.12	0.78
C3	269	36.8	<i>F-C</i>	265	44.3	<i>F-C</i>	0.25	0.90	1.757	1.02	0.83
									Mean	1.06	0.75
									COV(%)	5.12	9.61

Figura 3.2: Resumen de resultados por campaña y análisis comparativo<sup>[1, 2]</sup>

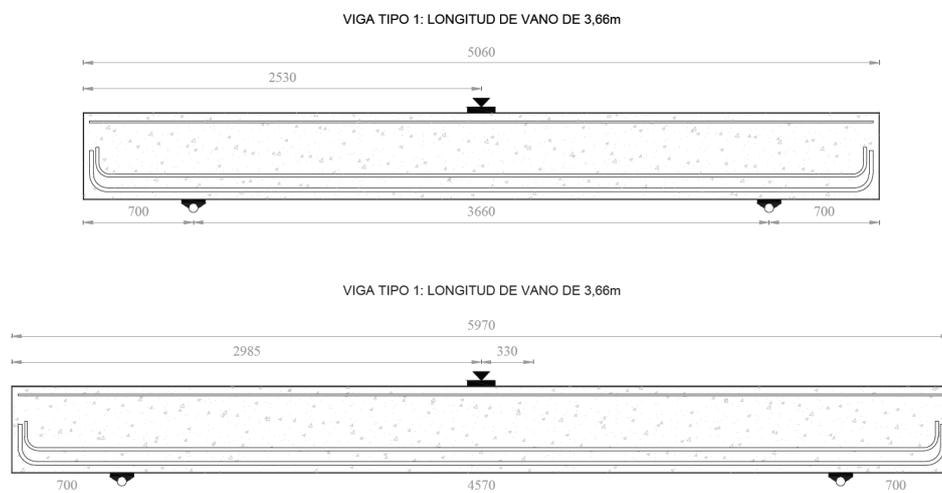
### 3.1.2. Datos geométricos por viga

Las vigas que serán objeto de estudios posteriores en el presente TFM son aquellas que contenían en su adición fibras, tanto de acero como de polipropileno. Con el fin de validar los modelos numéricos, se hace uso de dos series de 8 probetas, basadas en las series de vigas analizadas por Bresler y Scordelis<sup>[1]</sup> y por Vecchio y Shim<sup>[2]</sup>. Las series equivalentes que se llevaron a cabo corresponden a las vigas 0A, A y B respectivamente, incluyendo las series de vigas 0B, todas ellas conteniendo tanto series con fibras de acero como de polipropileno. Las 16 vigas que se ensayaron se encuentran divididas en dos grupos, uno de 8 vigas con adición de fibras de acero en una dosificación de  $30\text{kg}/\text{m}^3$  y un segundo grupo de 8 vigas con fibras de polipropileno en una dosificación de  $10\text{kg}/\text{m}^3$ . Ello corresponde a una dosificación de fibras en la masa del hormigón de un 0.38 %, cuantía muy baja en comparación con las dosificaciones habituales en fibras de acero y muy alta en dosificaciones de fibra de polipropileno. La nomenclatura que se establecerá para denominar a cada una de las vigas es la presentada en la siguiente figura (3.3):



**Figura 3.3:** Esquema de nomenclatura en vigas

De esta forma, la geometría de cada una de las secciones objeto de estudio son las siguientes:



**Figura 3.4:** Luces de las vigas objeto de estudio, vanos tipo 1 y 2

Las secciones transversales de las dos series estudiadas son las siguientes:

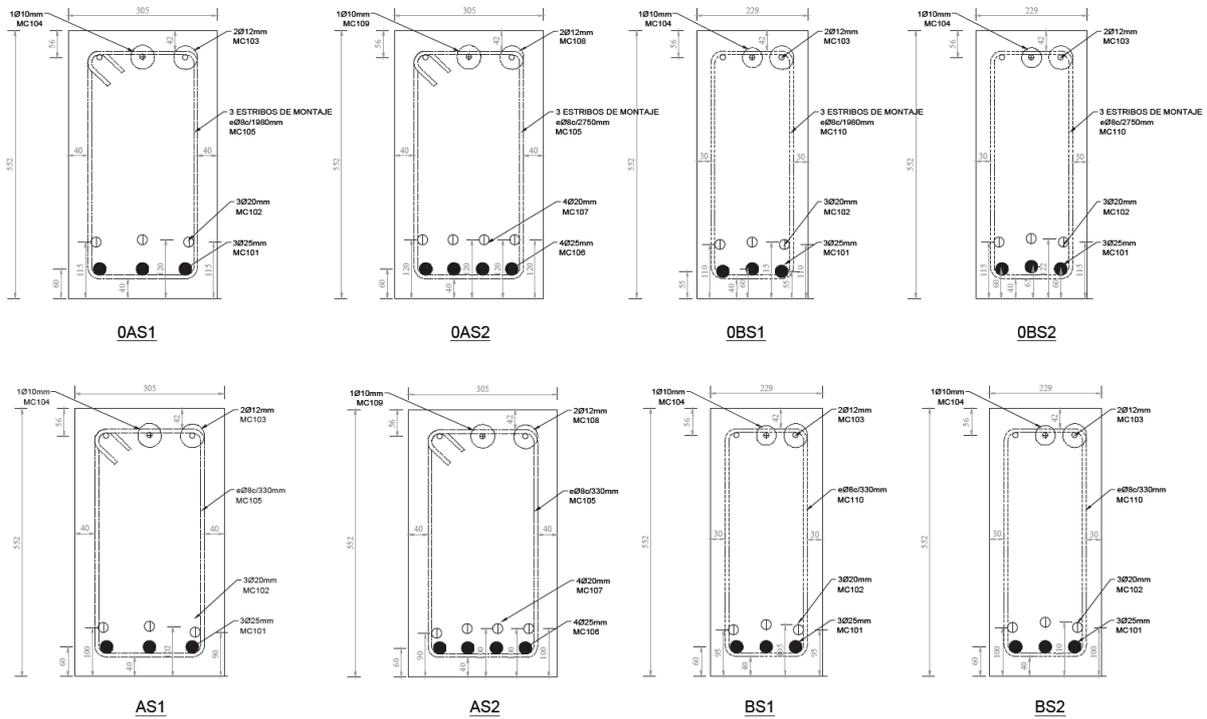


Figura 3.5: Secciones transversales de la serie de vigas de acero

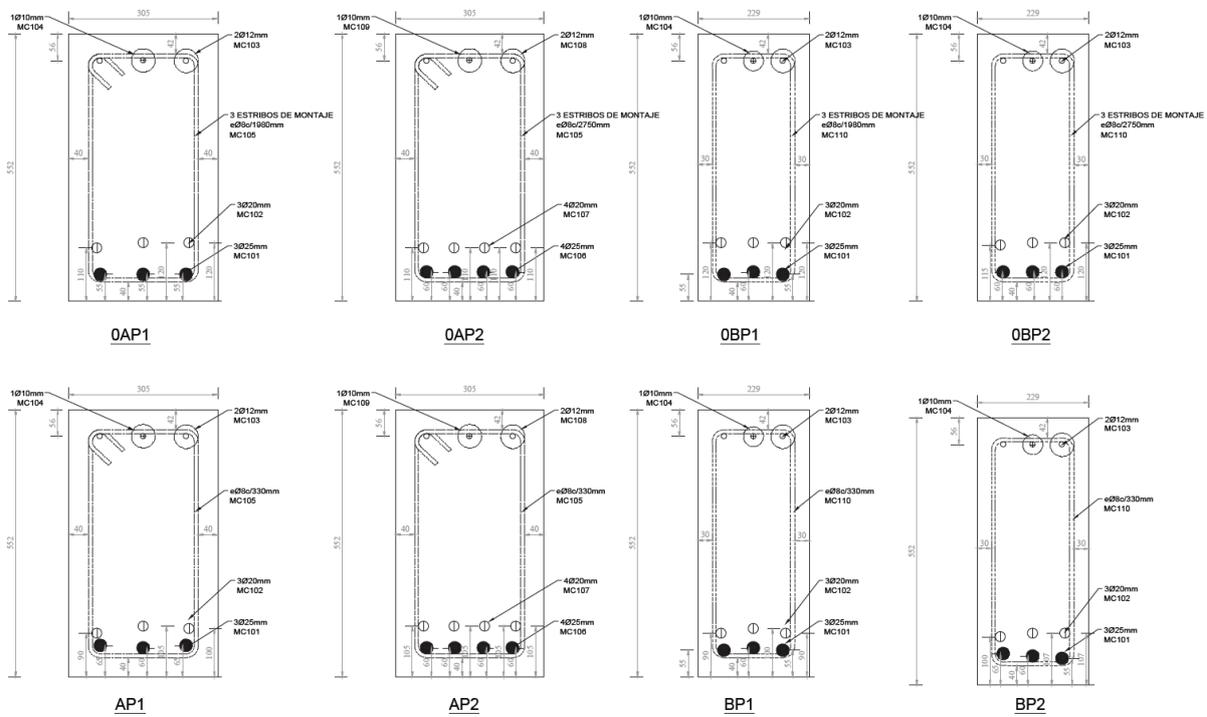


Figura 3.6: Secciones transversales de la serie de vigas de polipropileno

Los datos acerca de la armadura dispuesta y la geometría pueden consultarse al detalle en la siguiente tabla:

Viga	b(mm)	h(mm)	d(mm)	a(mm)	s(mm)	L(mm)	A.Sup.	A.Inf.	Estribos
<b>0AS1</b>	305	552	469,9	1830	1830	3660	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	3 $\phi$ 20+3 $\phi$ 25	
<b>0AS2</b>	305	552	468,6	2285	2285	4570	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	4 $\phi$ 20+4 $\phi$ 25	
<b>0BS1</b>	229	552	471,8	1830	1830	3660	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	3 $\phi$ 20+3 $\phi$ 25	
<b>0BS2</b>	229	552	468,6	2285	2285	4570	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	3 $\phi$ 20+3 $\phi$ 25	
<b>AS1</b>	305	552	477,4	1830	330	3660	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	3 $\phi$ 20+3 $\phi$ 25	e $\phi$ 8c/33cm
<b>AS2</b>	305	552	477,4	2285	330	4570	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	4 $\phi$ 20+4 $\phi$ 25	e $\phi$ 8c/33cm
<b>BS1</b>	229	552	477,0	1830	300	3660	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	3 $\phi$ 20+3 $\phi$ 25	e $\phi$ 8c/33cm
<b>BS2</b>	229	552	475,1	2285	300	4570	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	3 $\phi$ 20+3 $\phi$ 25	e $\phi$ 8c/33cm
<b>0AP1</b>	305	552	472,9	1830	1830	3660	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	3 $\phi$ 20+3 $\phi$ 25	
<b>0AP2</b>	305	552	472,5	2285	2285	4570	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	4 $\phi$ 20+4 $\phi$ 25	
<b>0BP1</b>	229	552	470,6	1830	1830	3660	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	3 $\phi$ 20+3 $\phi$ 25	
<b>0BP2</b>	229	552	469,2	2285	2285	4570	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	3 $\phi$ 20+3 $\phi$ 25	
<b>AP1</b>	305	552	475,0	1830	330	3660	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	3 $\phi$ 20+3 $\phi$ 25	e $\phi$ 8c/33cm
<b>AP2</b>	305	552	474,4	2285	330	4570	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	4 $\phi$ 20+4 $\phi$ 25	e $\phi$ 8c/33cm
<b>BP1</b>	229	552	481,0	1830	300	3660	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	3 $\phi$ 20+3 $\phi$ 25	e $\phi$ 8c/33cm
<b>BP2</b>	229	552	474,6	2285	300	4570	1 $\phi$ 10+2 $\phi$ 12	3 $\phi$ 20+3 $\phi$ 25	e $\phi$ 8c/33cm

**Tabla 3.7:** Características geométricas y armado en series de vigas analizadas.

### 3.1.3. Materiales empleados

Los materiales que fueron empleados en la fabricación para cada serie de vigas se resumen brevemente a continuación:

#### 3.1.3.1. Vigas con fibra de acero

##### 3.1.3.1.1. Hormigón

Los materiales empleados para la fabricación del hormigón se resumen en la siguiente tabla:

Amasada	Vol. de Amasada (m <sup>3</sup> )	Arena			Grava		Cemento (Kg)	Agua (Lt)	Aditivo		Fibra Sintética	
		Amarilla (Kg)	Blanca (Kg)	Roja (Kg)	6 a 12mm (Kg)	12 a 20mm (Kg)			% Cemento	Vol. (Lt)	kg/m <sup>3</sup>	Peso (Kg)
0	1.0	482.0	168.0	482.0	591.0	118.0	350.0	175.0				
1	1.3	648.5	225.6	664.2	776.2	154.9	455.0	175.5	1.0	4.6	0.0	0.0
2	1.3	648.5	225.6	664.2	776.0	154.9	455.0	175.5	1.0	4.6	0.0	0.0
3	1.5	748.3	260.3	766.4	895.4	178.8	525.0	202.5	1.0	5.3	0.0	0.0
4	1.2	603.3	209.5	618.3	721.3	143.0	420.0	146.0	1.1	4.6	0.0	0.0
5	1.2	603.3	209.5	618.3	721.3	143.0	420.0	146.0	1.1	4.6	0.0	0.0
6	1.4	703.8	244.4	721.4	841.5	166.9	490.0	170.3	1.1	5.4	0.0	0.0
7	1.2	605.6	209.5	616.0	721.2	143.0	420.0	146.1	1.1	4.6	30.0	36.0
8	1.2	605.6	209.5	616.0	721.2	143.0	420.0	146.1	1.1	4.6	30.0	36.0
9	1.3	656.1	226.9	667.3	781.3	154.9	455.0	158.2	1.1	5.0	30.0	39.0
10	1.2	588.7	200.7	590.3	686.5	137.1	402.5	136.1	1.2	4.8	30.0	34.5
11	1.2	588.7	200.7	590.3	686.5	137.1	402.5	136.1	1.2	4.8	30.0	34.5
12	1.4	706.5	244.4	718.7	835.1	166.9	490.0	176.6	1.2	5.9	30.0	42.0

**Tabla 3.8:** Materiales empleados en la fabricación de vigas SFRC

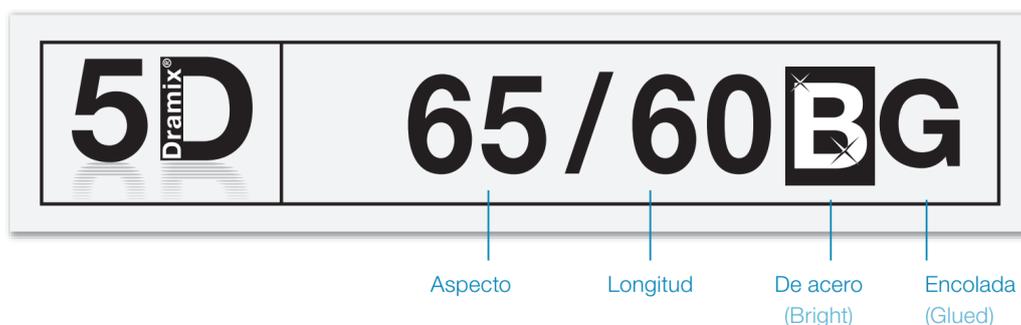
A partir de cada una de las amasadas se fabricaron una serie de 4 probetas prismáticas y 4 probetas cilíndricas, de cara a estimar las propiedades reales de los materiales constituyentes. Los resultados obtenidos para cada una de las series de probetas de acompañamiento se incluyen en el apartado 3.1.6.

### 3.1.3.1.2. Acero

Las barras corrugadas empleadas en la fabricación de las vigas fueron B500SD. Estas barras fueron ensayadas a tracción para obtención de las características reales de las mismas, los resultados pueden verse en el apartado 3.1.6.3.

### 3.1.3.1.3. Fibras

Las fibras empleadas en la fabricación de vigas SFRC son fibras encoladas con sistema de enganchado "double hooked" de 60mm de longitud. La marca de las fibras fue Bekaert, específicamente del modelo 5D Dramix. La etiqueta de identificación de estas fibras es la siguiente:



**Figura 3.7:** Especificación de fibra Dramix 5D proveniente de la ficha técnica

De la declaración de prestaciones se obtienen las siguientes características mecánicas de la fibra empleada:

Propiedad	Valor
Resistencia a la tracción	2300MPa
Módulo elástico	210000MPa
Longitud	60mm
Diámetro	0,90mm
Ductilidad del alambre	Ag+e=6 %
Esbeltez (1/D)	65

**Tabla 3.9:** Características mecánicas de las fibras 5D Dramix.

El empleo de estas fibras mejora la distribución en la mezcla al tratarse de fibras encoladas, disminuyendo la dispersión de los resultados en los ensayos de flexo-tracción. A pesar de ello, es conveniente tener en cuenta que estamos hablando de dosificaciones de fibra en el hormigón de un 0,38 % del volumen total, por lo que la dispersión en los resultados de flexo-tracción puede ser elevada incluso con la utilización de estas fibras.

Este tipo de fibra tiene la propiedad de un anclaje mejorado por el "doble gancho" generado en los extremos, por lo que el anclaje en el hormigón se ve mejorado.



Figura 3.8: Vista de fibras empleadas en vigas SFRC

### 3.1.3.2. Vigas con fibra de polipropileno

#### 3.1.3.2.1. Hormigón

Los materiales empleados para la fabricación del hormigón se resumen en la siguiente tabla:

Amasada	Vol. de Amasada (m <sup>3</sup> )	Arena			Grava		Cemento (Kg)	Agua (Lt)	Aditivo		Fibra Sintética	
		Amarilla (Kg)	Blanca (Kg)	Roja (Kg)	6 a 12mm (Kg)	12 a 20mm (Kg)			% Cemento	Vol. (Lt)	kg/m <sup>3</sup>	Peso (Kg)
0	1	482	168	482	591	118	350	175				
1	1.3	648.5	225.6	664.2	775.98	154.93	455	175.5	1	4.55		
2	1.3	648.5	225.6	664.2	775.98	154.93	455	175.5	1	4.55		
3	1.5	748.3	260.3	766.4	895.37	178.77	525	202.5	1	5.25		
4	1.2	603.3	209.5	618.3	721.25	143.02	420	146.0	1.1	4.62		
5	1.2	603.3	209.5	618.3	721.25	143.02	420	146.0	1.1	4.62		
6	1.4	703.8	244.4	721.4	841.46	166.85	490	170.3	1.1	5.39		
7	1.15	593.1	199.8	592.6	687.19	137.6	402.5	129.9	1.4	5.63	10	11.5
8	1.15	593.1	199.8	592.6	687.19	137.6	402.5	129.9	1.4	5.63	10	11.5
9	1.15	593.1	199.8	592.6	687.19	137.6	402.5	129.9	1.4	5.63	10	11.5
10	1.15	588.7	200.7	590.3	686.45	137.06	402.5	136.3	1.5	6.03	10	11.5
11	1.15	588.7	200.7	590.3	686.45	137.06	402.5	136.3	1.4	5.63	10	11.5
12	1.3	665.5	226.9	667.3	775.98	154.93	455	154.1	1.4	6.37	10	13

Tabla 3.10: Materiales empleados en la fabricación de vigas PFRC

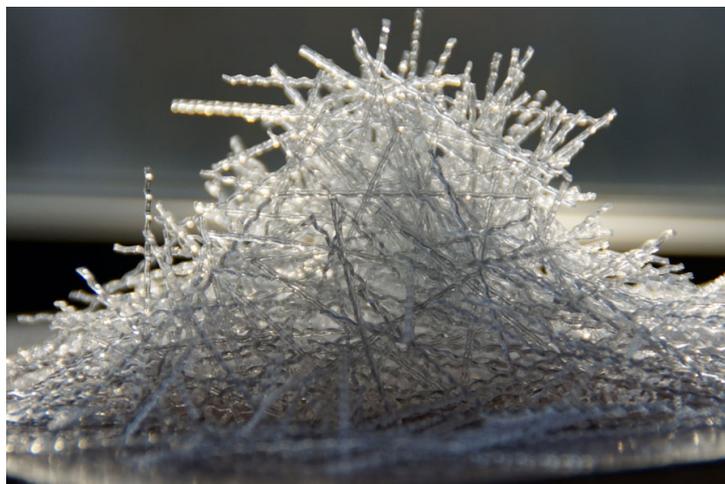
A partir de cada una de las amasadas se fabricaron una serie de 4 probetas prismáticas y 4 probetas cilíndricas, de cara a estimar las propiedades reales de los materiales constituyentes. Los resultados obtenidos para cada una de las series de probetas de acompañamiento se incluyen en el apartado 3.1.6.

#### 3.1.3.2.2. Acero

Las barras corrugadas empleadas en la fabricación de las vigas fueron B500SD. Estas barras fueron ensayadas a tracción para obtención de las características reales de las mismas, los resultados pueden verse en el apartado 3.1.6.3.

**3.1.3.2.3. Fibras**

Las fibras que se han empleado en la fabricación de las vigas PFRC son fibras de la empresa BASF, más concretamente el modelo de fibra MasterFiber249. La adición de fibras se ha realizado con una razón de 10kg/m<sup>3</sup> de hormigón. Este tipo de fibras pertenecen al grupo de fibras extruidas de origen natural, con un acabado rizado para un mayor anclaje en la matriz del hormigón.



**Figura 3.9:** Fibras de polipropileno extruido

La fibra en este caso, es una fibra en base a un 100 % de polipropileno completamente transparente, para uso en materiales de altas prestaciones por su adherencia a la matriz y resistencia a tracción. Este tipo de fibra es el indicado en este caso. Las características mecánicas de esta fibra la proporciona la declaración de prestaciones del fabricante y son las siguientes:

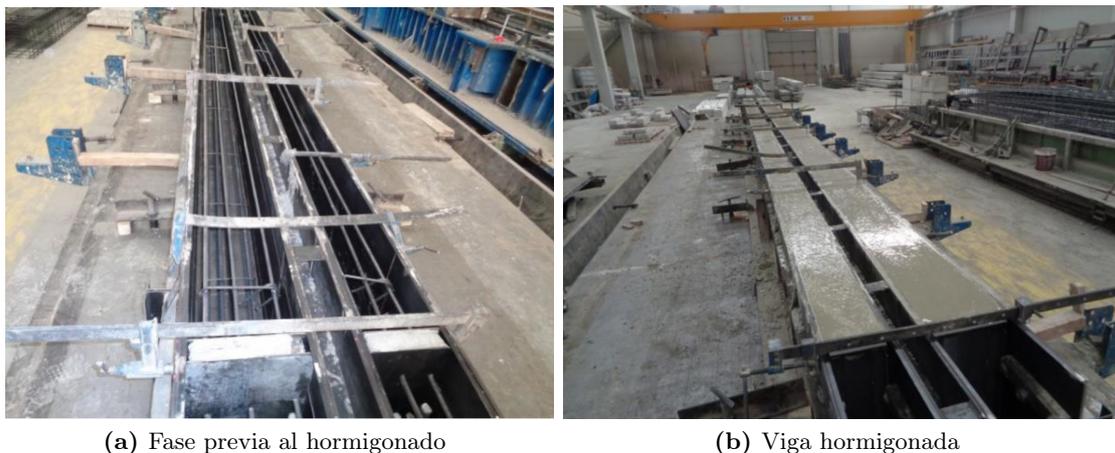
Propiedad	Valor
Material	100 % Poliolefina
Forma	Monofilamento grafilada
Longitud	48mm
Diámetro equivalente	0,85mm
Densidad específica	0,91g/cm <sup>3</sup>
Esbeltez (l/D)	56,5
Resistencia a álcalis	Excelente
Resistencia a tracción	400MPa
Módulo de elasticidad	4700MPa
Resistencia química	Excelente
Temperatura de fusión	160°C
Temperatura de ignición	350°C

**Tabla 3.11:** Características mecánicas de las fibras MasterFiber249.

Las fichas técnicas y declaración de prestaciones de cada una de las fibras empleadas pueden verse al detalle en el anejo A.

### 3.1.4. Fabricación de vigas y probetas

La fabricación de las vigas se llevó a cabo de forma minuciosa, controlando las dimensiones de los encofrados empleados y la disposición de cada una de las armaduras. El hormigonado de las piezas se llevó a cabo por gravedad, mediante una tolva de distribución hacia cada elemento. Una vez posicionada la tolva, se vertió el contenido en el centro de la viga, de cara a que con su consistencia fluida se distribuyera hacia los extremos, evitando en lo posible el uso de vibradores. Ello es importante de cara a evitar una mala distribución de las fibras en el hormigón. Para asegurar que el hormigón tiene consistencia fluida antes del hormigonado se llevaron a cabo pruebas de escurrimiento mediante cono de Abrams según la norma UNE-EN 12350-8:2011.



**Figura 3.10:** Proceso de fabricación de vigas

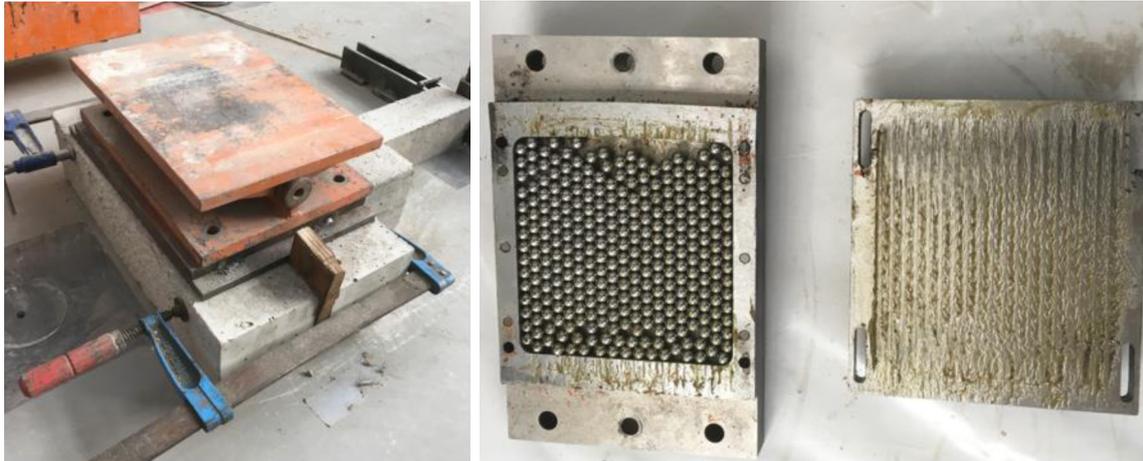
Durante la fase de hormigonado de las vigas se realizó también el hormigonado de las probetas de acompañamiento, tanto de las probetas cilíndricas como de las probetas prismáticas. Todas las piezas se curaron a temperatura ambiente de cara a tener las mismas condiciones de cara a la obtención de resultados.



**Figura 3.11:** Proceso de fabricación de probetas de acompañamiento

### 3.1.5. Instrumentación y medición de los ensayos

Las vigas sobre las que se realizan los ensayos son colocadas sobre apoyos simples formados por dos placas de acero de 350x350x20mm unidas mediante un rodamiento para evitar la coacción al giro en el apoyo. Como es habitual en estos casos, uno de los dos apoyos tenía el desplazamiento horizontal impedido mientras que el otro tenía el desplazamiento horizontal libre. En el apoyo libre, se permitió un desplazamiento horizontal de 20cm mediante agujeros colisos y un sistema de rodamientos. Estos sistemas de apoyo pueden verse a continuación:



(a) Apoyo en viga. Vista general.

(b) Sistema de rodamientos para deslizamiento horizontal

**Figura 3.12:** Sistemas de apoyo de vigas para ensayo

La carga sobre estas vigas se aplicó de forma puntual en el centro del vano, mediante un actuador hidráulico de 1000kN de capacidad y una placa de reparto de 140x100x300mm. Este actuador se encontraba conectado a una máquina de pruebas universal para medición de los valores de carga aplicados. El pistón hidráulico se acopló a un pórtico de reacción. La carga se aplicó de forma manual a una razón de 10kN por minuto.

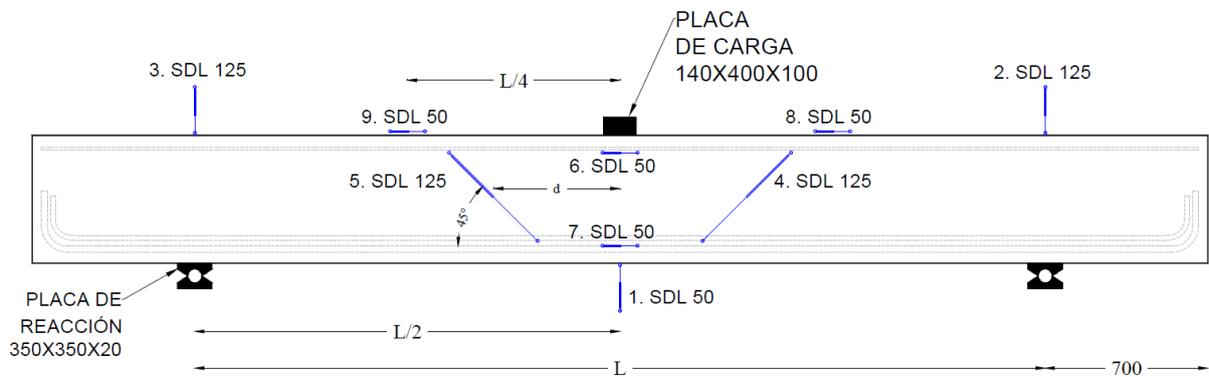


(a) Vista general de sistema de carga puntual

(b) Gato hidráulico

**Figura 3.13:** Sistema de aplicación de carga en viga

Los desplazamientos se midieron mediante 9 transductores de desplazamiento (SLD), colocados tal y como se muestra en la siguiente imagen:



**Figura 3.14:** Esquema de instrumentación en vigas

De forma resumida, los sistemas empleados fueron los siguientes:

- Medición de desplazamiento vertical en centro de vano mediante SLD 50mm (1)
- Medición de desplazamientos verticales de corrección mediante SLD 125mm (2 y 3)
- Medición de apertura de fisuras inclinadas por cortante a un canto útil de la placa de carga mediante SLD125mm (4 y 5)
- Medición de deformaciones en la sección en zona de aplicación de carga mediante SLD 50mm (6 y 7)
- Medición de deformaciones en la sección a  $L/4$  de la placa de carga mediante SLD 50mm (8 y 9)

Estos sistemas se encontraban conectados a un dispositivo de visualización y almacenamiento de datos para su posterior tratamiento. Los resultados obtenidos para cada viga pueden ser consultados en formato fichas en el apartado 3.1.7.



**Figura 3.15:** Instrumentación en viga previa a la puesta en carga

Para obtener un registro continuo de las fisuras en la viga durante el proceso de carga, se emplearon 4 cámaras fotográficas que se programaron para tomar una imagen cada 10 segundos, a cada cámara le correspondía 1/4 de la longitud total de la viga. De cara a satisfacer las condiciones de iluminación necesarias para el seguimiento de estas fisuras se dispusieron una serie de lámparas halógenas.

Las probetas de acompañamiento cilíndricas para la determinación de la resistencia a compresión simple del hormigón y su módulo de deformación se ensayaron en una prensa hidráulica de la marca Ibertest, cumpliendo con la normativa europea UNE-EN 12390-4 con una capacidad de carga de 3000kN. El ensayo a compresión siguió las directrices y especificaciones dictadas en la norma UNE-EN 12930-3 y en la norma UNE-EN 12390-13 para la determinación del módulo de deformación del hormigón. Para la determinación de deformaciones de la probeta se emplearon extensómetros directamente sobre la probeta de ensayo. Los resultados obtenidos en cada una de las probetas de acompañamiento cilíndricas pueden observarse en el apartado 3.1.6.1.



(a) Máquina de ensayo

(b) Ensayo a compresión de probeta

**Figura 3.16:** Probeta cilíndrica en ensayo UNE-EN 12390

Los ensayos para determinación de las tensiones residuales en el hormigón se llevaron a cabo mediante pruebas en las probetas prismáticas, previa ejecución de una entalla de 25mm en el centro de la probeta, siguiendo las especificaciones de la normativa UNE-EN 14651. Dichos ensayos se llevaron a cabo en una máquina universal de ensayo bicolumna de la marca Instron. Para medir el desplazamiento en la entalla se empleó un transductor de desplazamiento SLD de 50mm con una precisión de 0,01mm, colocado en dirección longitudinal y por encima de la entalla. Los resultados obtenidos para determinación de resistencias residuales del hormigón por ensayo a flexotracción pueden consultarse en el apartado 3.1.6.2.



(a) Máquina de ensayo

(b) Fase previa a ensayo

**Figura 3.17:** Ensayo para determinación de resistencias residuales a tracción según UNE-EN 14651

El acero empleado en la fabricación de las vigas también fue ensayado para cada uno de los diámetros empleados (8, 10, 12, 20 y 25mm) en una máquina universal de ensayos de materiales a tracción directa según la norma UNE-EN-ISO 6892-1.



**Figura 3.18:** Dispositivo de pruebas en acero

Los resultados de estos ensayos quedan recogidos en el apartado 3.1.6.3.

Con todo ello, quedan completos los análisis de los materiales que constituyen las vigas, de cara a su inclusión en los modelos de material que resulten necesarios.

### 3.1.6. Probetas de acompañamiento en vigas

En este apartado se muestran los resultados obtenidos en las probetas de acompañamiento, fabricadas de forma simultánea a las vigas. Tal y como se ha comentado anteriormente, estas probetas se dividen en los siguientes subgrupos:

- **Probetas cilíndricas:** Con estas probetas se pretende determinar la resistencia a compresión del hormigón según la norma UNE-EN 12930-3 y su módulo de deformación según ensayo basado en la norma UNE-EN 12390-13. El ensayo de deformación en el hormigón no se lleva a cabo en la totalidad de las probetas sino en aproximadamente el 50 % de las probetas.
- **Probetas prismáticas:** Con estas probetas se pretende determinar la resistencia residual a tracción del hormigón mediante ensayo a flexión según UNE-EN 14651. Se ensayan todas las probetas en hormigones con adición de fibras.
- **Probetas de acero:** Se reservaron una serie de barras de diferentes diámetros con el fin de estimar su límite elástico, tensión de rotura y módulo de elasticidad según el ensayo bajo la norma UNE-EN-ISO 6892-1. Se ensaya cada uno de los diámetros, para cada una de las series de vigas analizadas.

En las probetas fabricadas con hormigón la edad de rotura fue superior a los 28 días, según los cuales el hormigón ha alcanzado la resistencia óptima. De forma adicional se procuró que la edad de ensayo de las probetas de acompañamiento de cada viga fuera similar a la de las pruebas en las vigas, de cara a estimar de la forma más precisa las características de los materiales constituyentes. El desencofrado de los elementos se llevó a cabo al día siguiente del hormigonado, llevando a cabo un curado bajo cubierta y temperatura ambiente.

En cada uno de los días se llevaron a cabo tres amasadas distintas y para cada una de ellas se llevaron a cabo cuatro probetas cilíndricas (150x300mm) y cuatro probetas prismáticas (150x150x600mm).

Para cada uno de estos ensayos se estudiará la viabilidad de los resultados, en base a la desviación de los resultados obtenidos, las necesidades de un posterior análisis y de las consideraciones por parte del analista en base a lo que se correspondería con un comportamiento coherente de los materiales.



Figura 3.19: Probetas cilíndricas refrentadas con azufre para ensayo

En la siguiente tabla puede verse de forma resumida la totalidad de probetas ensayadas, acompañadas de la fecha de ensayo y su codificación de cara al presente TFM (Tabla 3.12):

Tipo de fibra	Amasada	Codificación probeta prismática (según campaña)	Fecha de rotura	Edad de ensayo (días)	Codificación probeta cilíndrica (según campaña)	Fecha de rotura	Edad de ensayo (días)
ACERO	7	P25	-	-	C25	18/12/2015	43
		P26	29/12/2015	54	C26	17/12/2015	42
		P27	-	-	C27	18/12/2015	43
		P28	15/04/2017	527	C28	18/12/2015	43
	8	P29	29/12/2015	54	C29	17/12/2015	42
		P30	29/12/2015	54	C30	17/12/2015	42
		P31	15/04/2017	527	C31	18/12/2015	43
		P32	15/04/2017	527	C32	18/12/2015	43
	9	P33	29/12/2015	54	C33	17/12/2015	42
		P34	29/12/2015	54	C34	17/12/2015	42
		P35	15/04/2017	527	C35	18/12/2015	43
		P36	15/04/2017	527	C36	18/12/2015	43
	10	P49	18/12/2015	43	C49	29/12/2015	48
		P50	-	-	C50	29/12/2015	48
		P51	-	-	C51	29/12/2015	48
		P52	-	-	C52	29/12/2015	48
	11	P53	18/12/2015	43	C53	29/12/2015	48
		P54	18/12/2015	43	C54	29/12/2015	48
		P55	-	-	C55	29/12/2015	48
		P56	01/04/2017	513	C56	29/12/2015	48
	12	P57	18/12/2015	43	C57	29/12/2015	48
		P58	18/12/2015	43	C58	29/12/2015	48
		P59	-	-	C59	29/12/2015	48
		P60	03/04/2017	515	C60	29/12/2015	48
P61		03/04/2017	515	-	-	-	
P62		03/04/2017	515	-	-	-	
P63		01/04/2017	513	-	-	-	
P64		03/04/2017	515	-	-	-	
P65		01/04/2017	513	-	-	-	
P66		01/04/2017	513	-	-	-	
POLIPROPILENO	7	P37	21/12/2015	42	C37	29/12/2015	50
		P38	21/12/2015	42	C38	29/12/2015	50
		P39	28/03/2017	505	C39	29/12/2015	50
		P40	28/03/2017	505	C40	29/12/2015	50
	8	P41	22/12/2015	43	C41	29/12/2015	50
		P42	22/12/2015	43	C42	29/12/2015	50
		P43	28/03/2017	505	C43	29/12/2015	50
		P44	28/03/2017	505	C44	29/12/2015	50
	9	P45	21/12/2015	42	C45	29/12/2015	50
		P46	22/12/2015	43	C46	29/12/2015	50
		P47	28/03/2017	505	C47	29/12/2015	50
		P48	28/03/2017	505	C48	29/12/2015	50
	10	P67	04/01/2016	48	C61	04/01/2016	48
		P68	04/01/2016	48	C62	04/01/2016	48
		P69	05/04/2017	505	C63	04/01/2016	48
		P70	05/04/2017	505	C64	04/01/2016	48
	11	P71	04/01/2016	48	C65	04/01/2016	48
		P72	04/01/2016	48	C66	04/01/2016	48
		P73	05/04/2017	505	C67	04/01/2016	48
		P74	05/04/2017	505	C68	04/01/2016	48
12	P75	04/01/2016	48	C69	04/01/2016	48	
	P76	04/01/2016	48	C70	04/01/2016	48	
	P77	05/04/2017	505	C71	04/01/2016	48	
	P78	05/04/2017	505	C72	04/01/2016	48	

Tabla 3.12: Tabla resumen de probetas de hormigón ensayadas

## 3.1.6.1. Probetas cilíndricas

Los resultados obtenidos en los ensayos de resistencia a compresión simple del hormigón, y determinación del módulo de deformación en las probetas cilíndricas se muestran en la siguiente tabla (3.13). Se observa una baja desviación para cada conjunto de tres amasadas por día, por lo que se obtienen los valores medios de cara a considerar los valores representativos del material.

Fibra	Día	Amasada	Probeta	Fecha de rotura	Edad (días)	fck (MPa)	Ec (MPa)	fcm (MPa)	Cov. %fck	Ecm (MPa)	Cov. %Ec
ACERO	1	7	C25	18/12/2015	43	40.2	-	40.7	2.05	29201	1.54
			C26	17/12/2015	42	41.3	-				
			C27	18/12/2015	43	43.7	29347				
			C28	18/12/2015	43	37.5	29815				
		8	C29	17/12/2015	42	41.7	-				
			C30	17/12/2015	42	40.7	-				
			C31	18/12/2015	43	41.6	28588				
			C32	18/12/2015	43	41.1	29440				
		9	C33	17/12/2015	42	36.3	-				
			C34	17/12/2015	42	40.3	-				
			C35	18/12/2015	43	41.5	28785				
			C36	18/12/2015	43	42.5	29234				
	2	10	C49	29/12/2015	48	37.9	-	38.8	0.74	29364	6.61
			C50	29/12/2015	48	38.8	-				
			C51	29/12/2015	48	39.5	29279				
			C52	29/12/2015	48	39.5	32834				
		11	C53	29/12/2015	48	38.0	-				
			C54	29/12/2015	48	38.5	-				
			C55	29/12/2015	48	38.6	28988				
			C56	29/12/2015	48	38.8	28590				
		12	C57	29/12/2015	48	38.7	-				
			C58	29/12/2015	48	38.3	-				
			C59	29/12/2015	48	40.4	29580				
			C60	29/12/2015	48	38.1	26913				
POLIPROPILENO	3	7	C37	29/12/2015	50	45.1	-	43.0	3.80	29277	3.60
			C38	29/12/2015	50	44.5	-				
			C39	29/12/2015	50	45.2	29909				
			C40	29/12/2015	50	44.9	30418				
		8	C41	29/12/2015	50	41.7	-				
			C42	29/12/2015	50	41.7	-				
			C43	29/12/2015	50	41.6	28352				
			C44	29/12/2015	50	40.3	28765				
	9	C45	29/12/2015	50	43.5	-					
		C46	29/12/2015	50	42.5	-					
		C47	29/12/2015	50	42.7	27953					
		C48	29/12/2015	50	42.0	30270					
	4	10	C61	04/01/2016	48	45.0	-	44.3	2.70	30478	3.40
			C62	04/01/2016	48	45.6	-				
			C63	04/01/2016	48	-	30543				
			C64	04/01/2016	48	43.3	29813				
		11	C65	04/01/2016	48	43.5	-				
			C66	04/01/2016	48	44.5	-				
			C67	04/01/2016	48	43.5	29370				
			C68	04/01/2016	48	42.4	32000				
12		C69	04/01/2016	48	45.2	-					
		C70	04/01/2016	48	43.5	-					
		C71	04/01/2016	48	44.7	29790					
		C72	04/01/2016	48	46.5	31352					

Tabla 3.13: Tabla resumen de ensayos en probetas cilíndricas

### 3.1.6.2. Probetas prismáticas

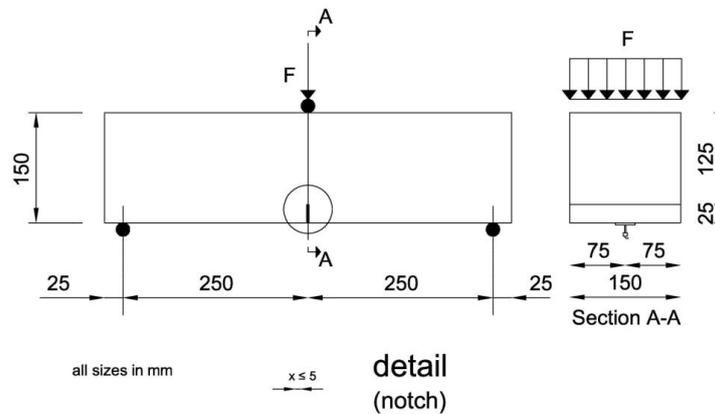
El análisis sobre las probetas prismáticas es de vital importancia de cara a establecer un comportamiento del hormigón con fibras a tracción, cuyo origen radica en las resistencias residuales obtenidas en el ensayo a flexotracción de las probetas, según la norma UNE-EN 14651. Estas vigas fueron instrumentadas mediante trasductores de desplazamientos de 125mm de recorrido, ubicados de forma longitudinal y a 12mm del borde inferior de la viga, de cara a evitar la zona de la entalla inferior. Estas alturas fueron corregidas según la expresión que proporciona la norma, que no es más que una relación en términos elásticos de la distribución de la deformación como (3.1):

$$CMOD = CMOD_Y \frac{h}{h + y} \quad (3.1)$$

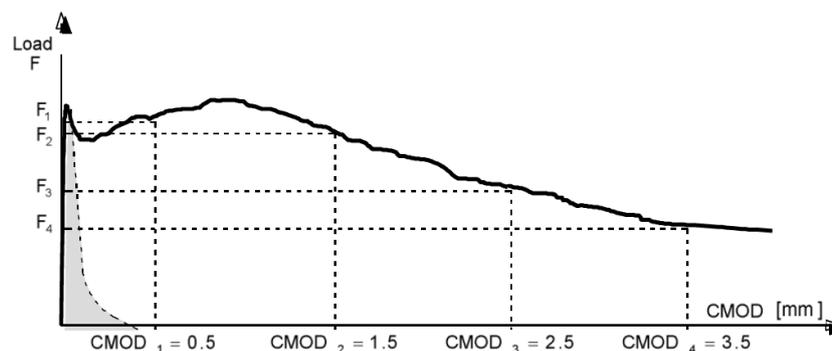
Donde:

- $h$  = Altura de la probeta, que es igual a 150mm
- $y$  = Separación entre el borde inferior de la probeta y el captador, que es de 12mm
- $CMOD_Y$  = Desplazamiento medido por el captador

Durante el ensayo se miden las deformaciones correspondientes a las aperturas 0.5, 1.5, 2.5, 3.5 de cuyo valor de carga se obtienen las tensiones residuales principales en la zona traccionada del material, tal y como se vio en el apartado 2.5.1. Cabe destacar que este es el primer paso para llevar a cabo el procedimiento mediante análisis inverso, de cara a establecer una curva constitutiva generalizada del material.



**Figura 3.20:** Procedimiento de ensayo a flexotracción en probeta



**Figura 3.21:** Esquema tipo de función y valores de desplazamiento CMOD medidos

En la siguiente tabla se presenta el resumen de resultados obtenidos en las probetas ensayadas a flexotracción. Aquellas probetas cuyo valor ha resultados ser defectuoso se indica mediante guiones.

Fibra	Día	Amasada	Probeta	Fecha de rotura	Edad (días)	F <sub>L</sub> (MPa)	F <sub>R1</sub> (MPa)	F <sub>R2</sub> (MPa)	F <sub>RB</sub> (MPa)	F <sub>RA</sub> (MPa)
ACERO	1	7	P25	-	-	-	-	-	-	-
			P26	29/12/2015	54	4.83	4.06	5.52	5.70	5.27
			P27	-	-	-	-	-	-	-
			P28	15/04/2017	527	5.42	2.49	3.32	3.81	3.79
		8	P29	29/12/2015	54	4.94	3.78	4.46	3.71	3.54
			P30	29/12/2015	54	4.77	3.50	4.27	4.42	4.03
			P31	15/04/2017	527	-	-	-	-	-
			P32	15/04/2017	527	4.69	4.18	4.66	5.08	5.40
		9	P33	29/12/2015	54	4.67	3.39	4.32	4.41	4.48
			P34	29/12/2015	54	4.66	3.78	5.13	5.52	5.33
			P35	15/04/2017	527	5.29	1.67	2.25	2.55	2.60
			P36	15/04/2017	527	4.94	2.86	3.94	4.27	4.16
	2	10	P49	18/12/2015	43	4.44	2.40	3.24	3.12	2.92
			P50	-	-	-	-	-	-	
			P51	-	-	-	-	-	-	
			P52	-	-	-	-	-	-	
		11	P53	18/12/2015	43	4.86	2.31	3.29	3.53	2.89
			P54	18/12/2015	43	4.69	2.02	2.60	2.87	2.90
			P55	-	-	-	-	-	-	
		12	P56	01/04/2017	513	5.00	2.24	3.10	3.36	2.86
			P57	18/12/2015	43	4.85	2.68	2.75	3.00	2.15
			P58	18/12/2015	43	4.43	2.27	3.26	3.76	3.58
			P59	-	-	-	-	-	-	
			P60	03/04/2017	515	5.41	2.89	3.76	4.03	3.73
			P61	03/04/2017	515	5.34	1.87	1.92	2.23	2.30
			P62	03/04/2017	515	4.71	2.48	3.47	3.71	3.78
POLIPROPILENO	3	7	P37	21/12/2015	42	5.09	3.29	4.65	5.02	5.09
			P38	21/12/2015	42	4.57	2.40	3.45	3.63	3.72
			P39	28/03/2017	505	6.44	2.65	3.66	3.98	3.97
			P40	28/03/2017	505	5.99	2.91	4.10	4.47	4.44
		8	P41	22/12/2015	43	4.81	2.86	4.18	4.59	4.78
			P42	22/12/2015	43	4.62	3.32	4.76	5.18	5.38
			P43	28/03/2017	505	6.54	2.19	3.06	3.45	3.52
			P44	28/03/2017	505	6.14	3.19	4.89	5.28	5.32
	9	P45	21/12/2015	42	4.41	2.20	3.00	3.26	3.36	
		P46	22/12/2015	43	4.45	2.40	3.44	3.81	3.89	
P47		28/03/2017	505	6.35	3.23	4.82	5.23	5.25		
P48		28/03/2017	505	5.96	2.51	3.73	4.09	4.26		
4	10	P67	04/01/2016	48	4.20	2.00	2.77	3.19	3.10	
		P68	04/01/2016	48	4.60	3.37	4.66	5.11	5.13	
		P69	05/04/2017	505	6.71	2.23	2.87	3.16	3.19	
		P70	05/04/2017	505	5.78	3.09	4.37	4.79	4.81	
	11	P71	04/01/2016	48	4.11	2.58	3.46	3.93	3.98	
		P72	04/01/2016	48	4.14	2.59	3.67	4.16	4.19	
		P73	05/04/2017	505	5.77	3.43	4.92	5.38	5.52	
		P74	05/04/2017	505	5.62	3.59	5.37	5.92	5.98	
	12	P75	04/01/2016	48	5.36	3.43	4.37	4.65	4.94	
		P76	04/01/2016	48	4.43	2.99	4.68	5.61	5.89	
P77		05/04/2017	505	5.52	3.24	4.85	5.42	5.57		
P78		05/04/2017	505	5.18	3.05	4.48	4.84	4.80		

Tabla 3.14: Resumen de resultados en probetas prismáticas

De cara a obtener el comportamiento del material en la zona fisurada de las vigas, se lleva a cabo un análisis estadístico para obtener el comportamiento característico del material para un cuantil de un 5%. Por otro lado, se lleva a cabo la estimación del comportamiento medio para evaluar su influencia en los cálculos. Los resultados se muestran a continuación.

Tipo de fibra	Tipo de valor	$F_L$ (MPa)	$F_{R1}$ (MPa)	$F_{R2}$ (MPa)	$F_{R3}$ (MPa)	$F_{R4}$ (MPa)
Polipropileno	Valor medio	5.38	2.99	4.29	4.72	4.77
	Valor característico	4.05	2.20	3.03	3.34	3.43
Acero	Valor medio	4.94	2.82	3.58	3.75	3.57
	Valor característico	4.43	1.70	1.97	2.28	2.16

Tabla 3.15: Resumen de resultados estadísticos en probetas prismáticas

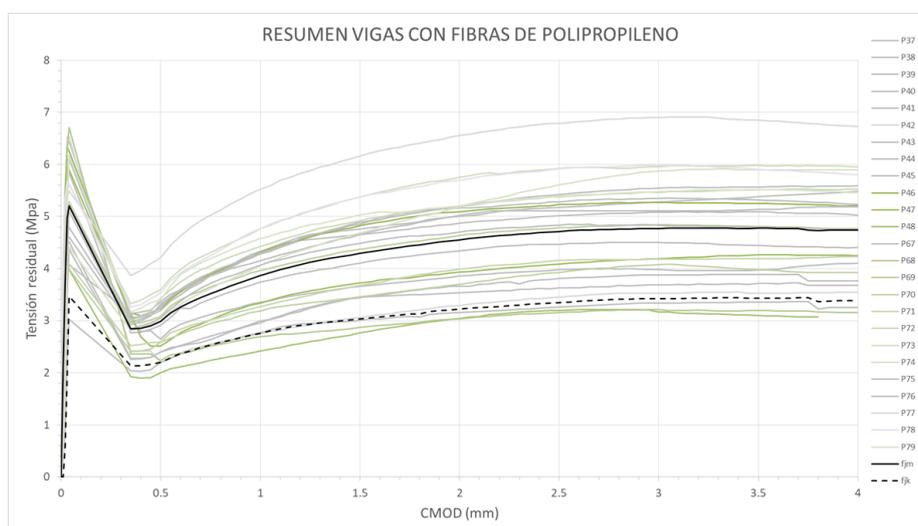


Figura 3.22: Funciones carga-CMOD obtenidas en probetas con fibras de polipropileno

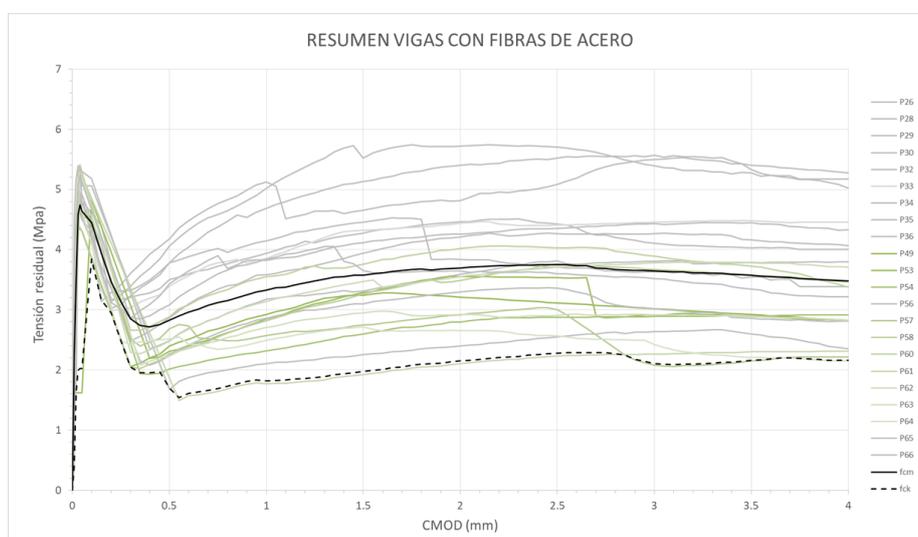
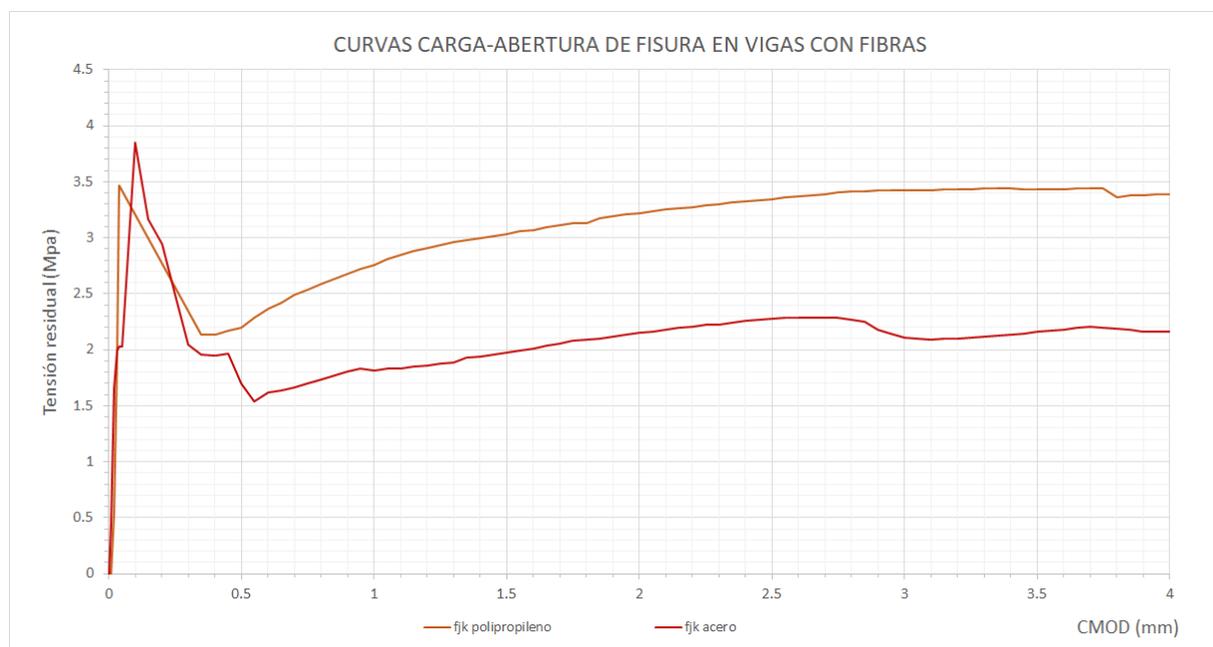


Figura 3.23: Funciones carga-CMOD obtenidas en probetas con fibras de acero

De esta forma, se obtienen las dos curvas características para cada tipología de material, hormigón con fibras de acero y hormigón con fibras de polipropileno, que en este caso son las siguientes:



**Figura 3.24:** Funciones características de comportamiento carga-apertura de fisura en hormigones con fibras ensayados

Con todo ello, se expone un resumen de las propiedades del hormigón empleado en las vigas, a partir de los ensayos en probetas cilíndricas y prismáticas:

Viga	$f_{cm}$ (Mpa)	$E_c$ (Mpa)	$F_{R1K}$ (MPa)	$F_{R2K}$ (MPa)	$F_{R3K}$ (MPa)	$F_{R4K}$ (MPa)
<i>OAP1</i>	43.0	29277	2.20	3.03	3.34	3.43
<i>OAP2</i>						
<i>OBP1</i>						
<i>OBP2</i>						
<i>AP1</i>	44.3	30478	1.70	1.97	2.28	2.16
<i>AP2</i>						
<i>BP1</i>						
<i>BP2</i>						
<i>OAS1</i>	40.7	29201	1.70	1.97	2.28	2.16
<i>OAS2</i>						
<i>OBS1</i>						
<i>OBS2</i>						
<i>AS1</i>	38.8	29364	1.70	1.97	2.28	2.16
<i>AS2</i>						
<i>BS1</i>						
<i>BS2</i>						

**Tabla 3.16:** Resumen de resultados en probetas de hormigón

### 3.1.6.3. Probetas de acero

Se llevaron a cabo ensayos sobre las barras de acero empleadas en las vigas, con resultados muy parejos entre las vigas con adición de fibras de polipropileno y las de acero, por lo que se emplearán directamente los resultados de ensayo obtenidos. Los ensayos fueron realizados siguiendo la norma UNE-EN-ISO 6892-1 y los resultados obtenidos pueden consultarse a continuación (Tabla 3.17):

Tipo de fibra	Barra	Diámetro (mm)	Área (mm <sup>2</sup> )	$f_{yk}$ (MPa)	$F_u$ (MPa)	$E_s$ (MPa)
POLIPROPILENO	Ø8	8	50.27	517.57	659.65	200000
	Ø10	10	78.54	526.17	669.99	200000
	Ø12	12	113.10	529.40	639.81	200000
	Ø20	20	314.16	578.93	662.09	200000
	Ø25	25	490.87	578.93	662.09	200000
ACERO	Ø8	8	50.27	517.57	659.65	200000
	Ø10	10	78.54	526.17	669.80	200000
	Ø12	12	113.10	529.39	639.80	200000
	Ø20	20	314.16	578.93	662.08	200000
	Ø25	25	490.87	578.93	662.08	200000

Tabla 3.17: Tabla resumen de barras de acero ensayadas por diámetro y tipo de viga

### 3.1.7. Resultados obtenidos en vigas de la campaña experimental

A continuación, se muestran los resultados obtenidos en las vigas reforzadas con fibra de polipropileno y de acero. De cara a resumir de forma clara y concisa los resultados obtenidos se han detallado en fichas para cada una de las vigas. Estos resultados servirán de validación de los resultados obtenidos en los modelos numéricos.

En estas fichas se puede consultar la siguiente información:

- **Datos básicos:** Se incluyen todos los datos relacionados con las fechas de fabricación y ensayo, geometría y armado del elemento, así como tipología y alguna característica del hormigón empleado en su fabricación.
- **Curva carga-flecha:** Se incluye la curva carga flecha corregida en centro de vano, con la carga máxima soportada por la viga y su deformación máxima (que no tiene porque darse en la carga máxima).
- **Deformaciones en hormigón y acero:** Se incluye la evolución de la deformación unitaria en el hormigón en la parte superior y en el acero en la parte inferior.
- **Evolución del modo de fallo:** Se muestra el mapa de fisuración de la viga en rotura, indicando el modo de fallo y su localización a raíz de las observaciones.

3.1.7.1. Vigas SFRC

FICHA RESUMEN		0AS1	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	05/11/2015		
Fecha de ensayo	18/12/2015		
Edad del hormigón	43 días		
Ancho de sección	305 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	466.47 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Acero		
fc	40.7 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	466.47 kN	Flecha máxima en centro de vano	24.61 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	1.03E-03	Def. unitaria en armado inferior	1.97E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	15.45 mm	Despl. captador diagonal derecho	1.67 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
MODO DE FALLO		Tensión diagonal (D-T)	
ZONA DE FALLO		Lado derecho	

Tabla 3.18: Ficha resumen de ensayo en viga 0AS1

FICHA RESUMEN		0AS2	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	05/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	18/12/2015		
Edad del hormigón	43 días		
Ancho de sección	305 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	468.59 mm		
Armado inferior	4Ø20+4Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Acero		
$f_c$	40.7 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	455.59 kN	Flecha máxima en centro de vano	33.37 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	3.60E-03	Def. unitaria en armado inferior	1.18E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	4.57 mm	Despl. captador diagonal derecho	8.98 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
<b>MODO DE FALLO</b>		<b>Tensión diagonal (D-T)</b>	
<b>ZONA DE FALLO</b>		<b>Lado derecho</b>	

Tabla 3.19: Ficha resumen de ensayo en viga 0AS2

FICHA RESUMEN		OBS1	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	05/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	16/12/2015		
Edad del hormigón	41 días		
Ancho de sección	229 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	471.84 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Acero		
$f_c$	40.7 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	309.86 kN	Flecha máxima en centro de vano	10.94 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	6.80E-04	Def. unitaria en armado inferior	1.16E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	0.41 mm	Despl. captador diagonal derecho	4.42 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
<b>MODO DE FALLO</b>		<b>Tensión diagonal (D-T)</b>	
<b>ZONA DE FALLO</b>		<b>Lado derecho</b>	

Tabla 3.20: Ficha resumen de ensayo en viga OBS1

FICHA RESUMEN		OBS2	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	05/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	21/12/2015		
Edad del hormigón	46 días		
Ancho de sección	229 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	468.61 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Acero		
fc	40.7 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	326.89 kN	Flecha máxima en centro de vano	23.10 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	9.10E-04	Def. unitaria en armado inferior	2.98E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	2.89 mm	Despl. captador diagonal derecho	7.22 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
<b>MODO DE FALLO</b>		<b>Tensión diagonal (D-T)</b>	
<b>ZONA DE FALLO</b>		<b>Lado derecho</b>	

Tabla 3.21: Ficha resumen de ensayo en viga OBS2

FICHA RESUMEN		AS1	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	11/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	28/12/2015		
Edad del hormigón	47 días		
Ancho de sección	305 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	477.4 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Acero		
$f_c$	38.8 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	670.79 kN	Flecha máxima en centro de vano	35.45 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	3.99E-03	Def. unitaria en armado inferior	2.84E-02
Despl. Captador diagonal izquierdo	4.95 mm	Despl. captador diagonal derecho	3.15 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
MODO DE FALLO		Flexión-Compresión (F-C)	
ZONA DE FALLO		Centro	

Tabla 3.22: Ficha resumen de ensayo en viga AS1

FICHA RESUMEN		AS2	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	11/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	29/12/2015		
Edad del hormigón	48 días		
Ancho de sección	305 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	477.4 mm		
Armado inferior	4Ø20+4Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Acero		
fc	38.8 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	658.07 kN	Flecha máxima en centro de vano	41.23 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	4.82E-03	Def. unitaria en armado inferior	4.57E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	3.90 mm	Despl. captador diagonal derecho	4.45 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
<b>MODO DE FALLO</b>		<b>Cortante-Compresión (V-C)</b>	
<b>ZONA DE FALLO</b>		<b>Lado izquierdo</b>	

Tabla 3.23: Ficha resumen de ensayo en viga AS2

FICHA RESUMEN		BS1	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	11/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	28/12/2015		
Edad del hormigón	47 días		
Ancho de sección	229 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	477.0 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Acero		
fc	38.8 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	546.22 kN	Flecha máxima en centro de vano	29.61 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	3.32E-03	Def. unitaria en armado inferior	2.87E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	1.78 mm	Despl. captador diagonal derecho	5.14 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
<b>MODO DE FALLO</b>		<b>Cortante-Compresión (V-C)</b>	
<b>ZONA DE FALLO</b>		<b>Lado derecho</b>	

Tabla 3.24: Ficha resumen de ensayo en viga BS1

FICHA RESUMEN		BS2	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	11/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	29/12/2015		
Edad del hormigón	48 días		
Ancho de sección	229 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	475.1 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Acero		
fc	38.8 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	492.74 kN	Flecha máxima en centro de vano	31.13 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	4.60E-03	Def. unitaria en armado inferior	1.32E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	1.26 mm	Despl. captador diagonal derecho	2.13 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
MODO DE FALLO		Cortante-Compresión (V-C)	
ZONA DE FALLO		Lado derecho	

Tabla 3.25: Ficha resumen de ensayo en viga BS2

3.1.7.2. Vigas PFRC

FICHA RESUMEN		0AP1	
DATOS BÁSICOS			
Fecha de fabricación	09/11/2015		
Fecha de ensayo	23/12/2015		
Edad del hormigón	44 días		
Ancho de sección	305 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	472.9 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Polipropileno		
fc	41.3 MPa		
EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO			
Carga máxima soportada	446.68 kN	Flecha máxima en centro de vano	20.21 mm
DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO			
Def. unitaria en hormigón	4.30E-04	Def. unitaria en armado inferior	2.19E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	2.33 mm	Despl. captador diagonal derecho	4.99 mm
EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA			
MODO DE FALLO	Tensión diagonal (D-T)		
ZONA DE FALLO	Lado derecho		

Tabla 3.26: Ficha resumen de ensayo en viga 0AP1

FICHA RESUMEN		0AP2	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	09/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	22/12/2015		
Edad del hormigón	43 días		
Ancho de sección	305 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	472.5 mm		
Armado inferior	4Ø20+4Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f_c$	44.9 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	486.26 kN	Flecha máxima en centro de vano	30.45 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	1.93E-03	Def. unitaria en armado inferior	2.57E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	13.24 mm	Despl. captador diagonal derecho	2.78 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
MODO DE FALLO		Tensión diagonal (D-T)	
ZONA DE FALLO		Lado izquierdo	

Tabla 3.27: Ficha resumen de ensayo en viga 0AP2

FICHA RESUMEN		0BP1	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	09/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	22/12/2015		
Edad del hormigón	43 días		
Ancho de sección	229 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	470.6 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f_c$	42.7 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	361.73 kN	Flecha máxima en centro de vano	15.30 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	7.20E-04	Def. unitaria en armado inferior	2.04E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	3.01 mm	Despl. captador diagonal derecho	13.04 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
MODO DE FALLO		Tensión diagonal (D-T)	
ZONA DE FALLO		Lado derecho	

Tabla 3.28: Ficha resumen de ensayo en viga 0BP1

FICHA RESUMEN		0BP2	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	09/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	21/12/2015		
Edad del hormigón	42 días		
Ancho de sección	229 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	469.2 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f_c$	41.3 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	295.60 kN	Flecha máxima en centro de vano	26.08 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	1.28E-03	Def. unitaria en armado inferior	2.02E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	9.18 mm	Despl. captador diagonal derecho	2.50 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
MODO DE FALLO	Tensión diagonal (D-T)		
ZONA DE FALLO	Lado izquierdo		

Tabla 3.29: Ficha resumen de ensayo en viga 0BP2

FICHA RESUMEN		AP1	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	17/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	08/01/2016		
Edad del hormigón	52 días		
Ancho de sección	305 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	475.0 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f_c$	43.5 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	695.30 kN	Flecha máxima en centro de vano	49.98 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	3.96E-03	Def. unitaria en armado inferior	2.20E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	5.37 mm	Despl. captador diagonal derecho	3.94 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
MODO DE FALLO		Cortante-Compresión (V-C)	
ZONA DE FALLO		Lado izquierdo	

Tabla 3.30: Ficha resumen de ensayo en viga AP1

FICHA RESUMEN		AP2	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	17/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	07/01/2016		
Edad del hormigón	51 días		
Ancho de sección	305 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	474.4 mm		
Armado inferior	4Ø20+4Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f_c$	44.6 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	678.60 kN	Flecha máxima en centro de vano	45.24 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	3.54E-03	Def. unitaria en armado inferior	4.29E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	3.33 mm	Despl. captador diagonal derecho	4.47 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
MODO DE FALLO		Cortante-Compresión (V-C)	
ZONA DE FALLO		Lado derecho	

Tabla 3.31: Ficha resumen de ensayo en viga AP2

FICHA RESUMEN		BP1	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	17/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	08/01/2016		
Edad del hormigón	52 días		
Ancho de sección	229 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	481.0 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f_c$	45.0 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	555.56 kN	Flecha máxima en centro de vano	23.46 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	1.61E-03	Def. unitaria en armado inferior	2.62E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	3.40 mm	Despl. captador diagonal derecho	2.62 mm
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
MODO DE FALLO		Cortante-Compresión (V-C)	
ZONA DE FALLO		Lado izquierdo	

Tabla 3.32: Ficha resumen de ensayo en viga BP1

FICHA RESUMEN		BP2	
<b>DATOS BÁSICOS</b>			
Fecha de fabricación	17/11/2015	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Fecha de ensayo	07/01/2016		
Edad del hormigón	51 días		
Ancho de sección	229 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	474.6 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f_c$	43.5 MPa		
<b>EVOLUCIÓN CARGA-FLECHA EN CENTRO DE VANO</b>			
Carga máxima soportada	487.37 kN	Flecha máxima en centro de vano	51.22 mm
<b>DEFORMACIONES EN HORMIGÓN Y ACERO</b>			
Def. unitaria en hormigón	8.10E-04	Def. unitaria en armado inferior	3.73E-03
Despl. Captador diagonal izquierdo	2.20 mm	Despl. captador diagonal derecho	-
<b>EVALUACIÓN DEL MODO DE FALLO DE LA VIGA</b>			
MODO DE FALLO		Flexión-Compresión (F-C)	
ZONA DE FALLO		Centro	

Tabla 3.33: Ficha resumen de ensayo en viga BP2

### 3.1.8. Principales conclusiones obtenidas de la campaña

De los resultados de la campaña experimental pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- El modo de fallo en aquellas vigas que no disponían de armado a cortante fue generalmente el fallo por tensión diagonal (D-T) y en aquellas en las que se disponía de armado a cortante el modo de fallo que se presentó de forma generalizada fue el de cortante-compresión (V-C) dándose en algún caso el modo de fallo por flexión-compresión (F-C).
- La incorporación de fibras en la matriz del hormigón no cambia aparentemente el modo de fallo pero sí su capacidad resistente y ductilidad del elemento, presentando valores más altos de la carga de rotura y una mayor deformación, reduciendo la fragilidad.
- Al incorporar fibras en las vigas con armado a cortante, estas aparentemente tienden a cambiar el comportamiento de la viga hacia un modo de fallo a flexión-compresión (F-C), ello probablemente es debido a que las fibras no son capaces de cambiar el modo de fallo por sí mismas pero sí que crean un cierto efecto de sinergia entre la armadura y ellas, no siguiendo una regla de proporcionalidad del refuerzo e incrementando más de lo esperado la carga máxima y mejorando el comportamiento.
- La incorporación de fibras no hace que la viga presente un modo de fallo similar ni una propagación de fisuras como si de un armado con estribos se tratase, pero estas sí que pueden ser un sustituto viable en términos de resistencia, siempre respetando una cuantía mínima y una dispersión homogénea en la mezcla de hormigón. Es por ello que resulta necesario un control de calidad específico en la fabricación de estos elementos.
- Se observa que en las vigas con adición de fibras se obtiene una mejor distribución de la fisuración, proporcionando un mejor comportamiento a partir de la formación de las primeras fisuras dado que estas cosen el material. Ello evidencia que las fibras son capaces por sí solas de controlar la fisuración en el elemento, mejorando algunos de los mecanismos resistentes como el engranamiento de áridos.
- Se ha observado que en las vigas con adición de fibras la fisura que origina la rotura se genera de una forma más progresiva y se alcanzan mayores aberturas (de hasta 5 y 10mm según la viga), por lo que el fallo obtenido es más dúctil.

Los planos de la totalidad de vigas con adición de fibra ensayadas, incluyendo los planos as-built, pueden consultarse en el anejo B

### 3.2. Análisis a tracción del hormigón

El conocimiento del comportamiento a tracción del hormigón con fibras es el aspecto más importante de cara a establecer un modelo numérico de las vigas frente al esfuerzo cortante en este caso. A partir de los ensayos a flexo-tracción de las probetas prismáticas se puede deducir de forma inversa el comportamiento generalizado del hormigón con fibras a tracción, siendo este el objetivo del presente apartado.

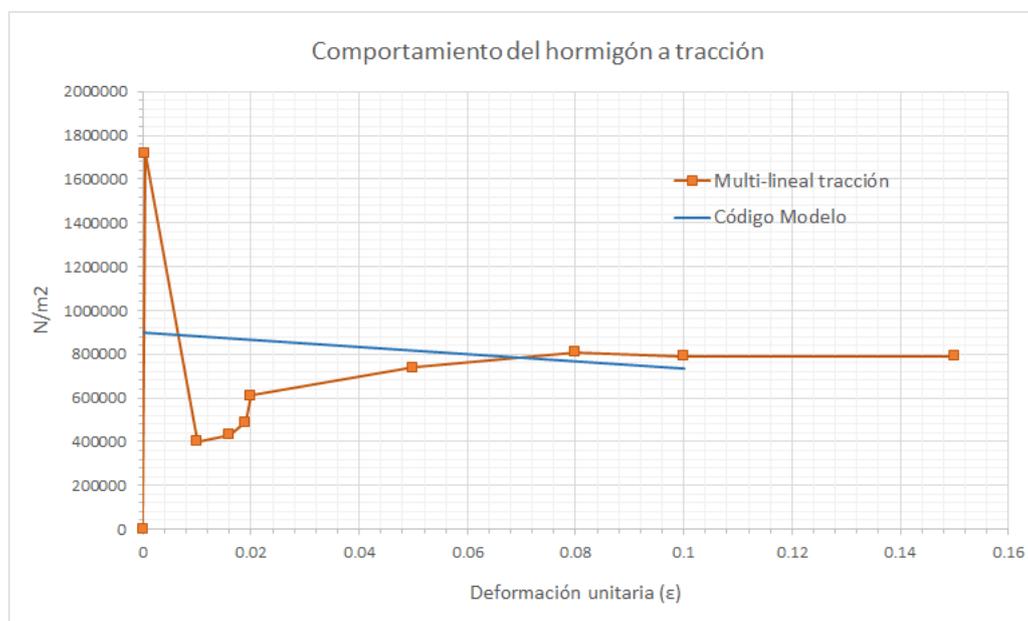
#### 3.2.1. Introducción al análisis inverso

Esta técnica consiste en determinar de forma inversa por procedimientos de cálculo el comportamiento del hormigón con fibras a tracción, a partir de las curvas en carga-abertura de fisura proporcionadas para el borde inferior del elemento. Para ello, se establece un comportamiento del material de partida y se lleva a cabo un cálculo iterativo, de forma que el resultado de la curva obtenida coincida con la curva de ensayo que es el dato del que se dispone. Por ello este análisis es denominado como análisis inverso, ya que al contrario de lo que ocurre habitualmente, en este caso el cálculo se lleva a cabo una vez realizado el ensayo y a partir de este.

#### 3.2.2. Procedimiento empleado en los cálculos

El cálculo se ha llevado a cabo mediante una aplicación de elaboración propia en el entorno de Visual Basic de Excel. El procedimiento empleado en el cálculo ha sido el siguiente:

- **Definición del comportamiento a compresión y a tracción del hormigón,** Siendo el comportamiento a tracción del hormigón definido por 10 puntos en una curva tensión-deformación multi-lineal tal y como se establece en el apartado 2.4.4.2.7. Este comportamiento y el valor de tensión en estos puntos será iterado para obtener una curva respuesta equivalente a la de los ensayos llevados a cabo, es decir, que la curva a tracción es el dato a obtener.



**Figura 3.25:** Función ejemplo multi-lineal a tracción en el hormigón, con comparativa con el Código Modelo 2010.

El comportamiento a compresión del hormigón se considera conocido y sigue la función parabólica del Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1), tal y como se indica en el apartado 2.4.4.1.5, a partir de los parámetros obtenidos en los ensayos ( $f_c$  y  $E_c$ ).

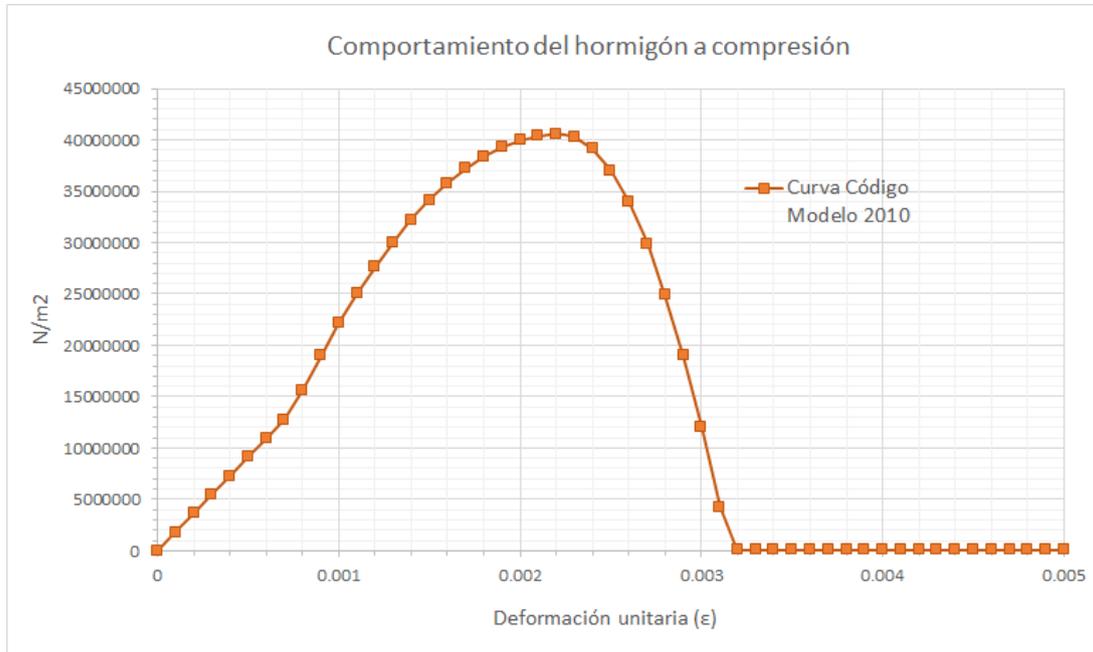


Figura 3.26: Función parabólica proveniente del Código Modelo 2010.

- Para llevar a cabo el análisis inverso se parte de las funciones características de comportamiento a tracción del hormigón de las probetas a prismáticas ensayadas obtenidas a partir del análisis estadístico de la serie de resultados. Estos cálculos se han llevado a cabo mediante el ajuste de una distribución normal a la muestra y el percentil del 5%. Estas funciones han sido expuestas en el apartado 3.1.6.2 y son las siguientes:

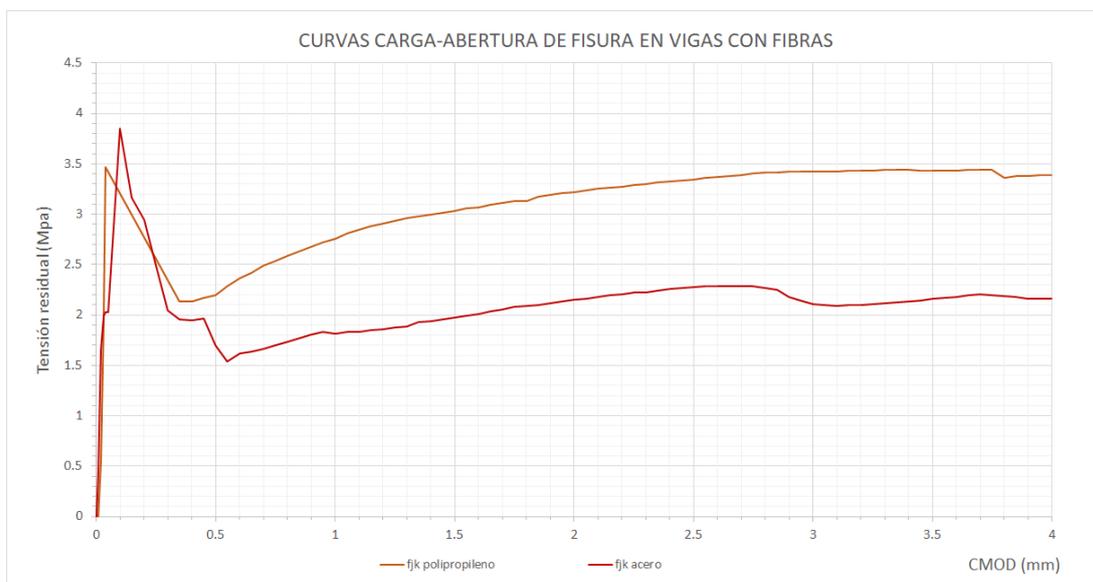
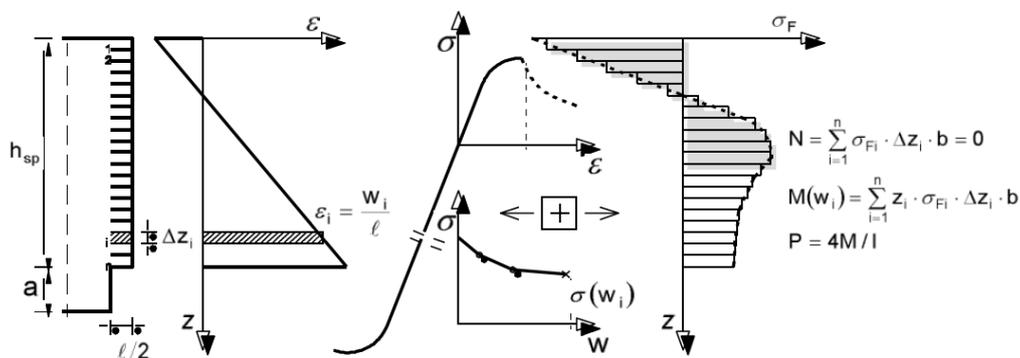


Figura 3.27: Función parabólica proveniente del Código Modelo 2010.

- A continuación, se establecen una serie de **parámetros geométricos**, cuyos valores provienen de las probetas prismáticas ensayadas y son constantes. Estos parámetros son los siguientes:
  - **Altura de la probeta (h):** 150mm
  - **Anchura de la probeta (b):** 150mm
  - **Longitud entre apoyos (L):** 500mm
  - **Longitud total de la probeta (Lt):** 600mm
  - **Dimensión vertical de la entalla (et):** 25mm
- Una vez aportados todos los datos de entrada al problema, se sigue el siguiente procedimiento para la **obtención de la curva constitutiva en tensión-deformación del hormigón a tracción**:
  1. Llamada a las variables involucradas en el proceso de cálculo, en función de si son variables numéricas o si almacenan cadenas de texto.
  2. Almacenamiento de datos geométricos en las variables correspondientes (h, b, L).
  3. Introducción de los parámetros de cálculo (curvatura inicial, apertura de fisura inicial, pasos de cálculo y tolerancias admisibles). El proceso de cálculo depende de la deformación en la parte inferior de la probeta y la curvatura de la ley de deformación, siguiendo una distribución elástica. Se procede de forma que para cada escalón de deformación en la cara inferior de la probeta exista un valor de P conocido, es decir, que el paso de deformación en la cara inferior limita el número de puntos obtenidos en la curva resultado.
  4. Estimación del número de pasos de cálculo según los datos.
  5. División de la sección en bandas de integración, de forma equivalente a lo especificado según el Código Modelo.



**Figura 3.28:** Procedimiento de cálculo seccional con bandas de integración [57]

6. Para cada escalón de deformación inferior y curvatura, se calculan las tensiones para cada banda de integración, entrando en las funciones constitutivas del material a tracción o a compresión según el caso.

7. Para cada escalón de deformación inferior y curvatura, se integran las tensiones obtenidas para calcular el axil y el flector de la sección de la siguiente forma:

$$N = \sum_{i+1}^n \sigma_{Fi} \cdot \Delta z_i \cdot b \quad (3.2)$$

$$M = \sum_{i+1}^n z_i \sigma_{Fi} \cdot \Delta z_i \cdot b \quad (3.3)$$

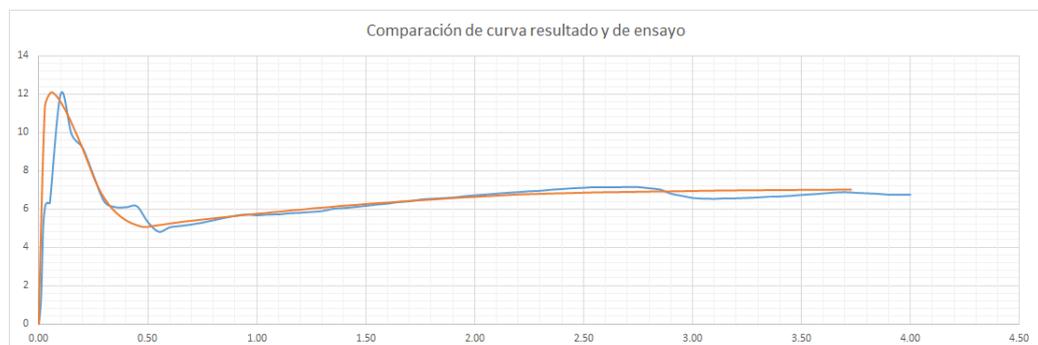
8. En cada paso, se comprueba si el axil que debe ser nulo cumple la condición por tolerancia admisible, de no cumplirse este precepto se entra en un bucle de búsqueda local, el cual determina si se debe aumentar o minorar la curvatura de la distribución de deformaciones y si se debe aumentar o disminuir el paso de cara a obtener el valor del axil nulo, volviendo al paso 6. En este caso se establece una tolerancia para el residuo del axil de 0.0001kN.
9. En caso de que el valor del axil sea menor al valor de la tolerancia, se procede a guardar las variables de deformación y momento flector, de forma que se obtiene un punto de la curva resultado. Para ello se debe convertir el valor del flector en valor de carga aplicada a la probeta y la deformación en abertura de fisura de la siguiente forma:

$$P = 4 \frac{M}{L} \quad (3.4)$$

$$w_i = \varepsilon \cdot C_b \quad (3.5)$$

Donde  $C_b$  es el parámetro crackband es la banda de integración de las fisuras o la zona de influencia de cada fisura. Este valor será comentado posteriormente. En este caso se han llevado a cabo análisis según crackband de 2.5 y 6.0mm.

10. Se repiten los pasos 6 a 9 hasta completar todos los puntos de la curva resultado. Con ello se obtiene una curva resultado en tensión-abertura de fisura, a partir del comportamiento constitutivo del hormigón.
11. Se repiten los pasos 6 a 10, variando los valores de tensión de los puntos de la curva en tensión-deformación del hormigón a tracción, hasta obtener una curva resultado equivalente a la curva de ensayo como se muestra a continuación:



**Figura 3.29:** Ejemplo de ajuste de curva obtenida y curva de ensayo

El código empleado en los cálculos llevados a cabo puede consultarse en el anejo C.

3.2.3. Resultados obtenidos del análisis inverso

Una vez efectuados los cálculos y terminado el proceso iterativo, se obtienen las 4 curvas multi-lineales características por tipología de material (fibras de acero y fibras de polipropileno) y crackband considerado (2.5 y 6.0cm) para describir el comportamiento fundamental del hormigón con fibras a tracción. Para que la exposición de estos resultados sea lo más clara y amena posible, se representan las funciones con el mismo crackband en la misma gráfica. Estas funciones son las siguientes:

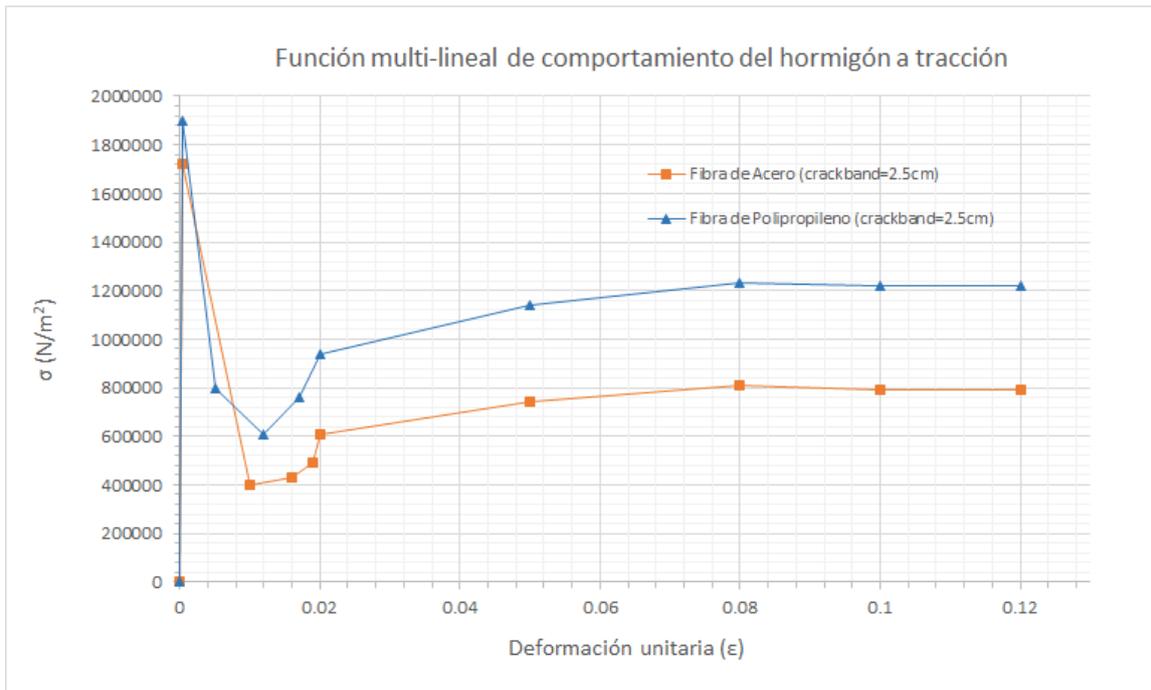


Figura 3.30: Funciones multi-lineales de comportamiento a tracción con crackband=2.5cm

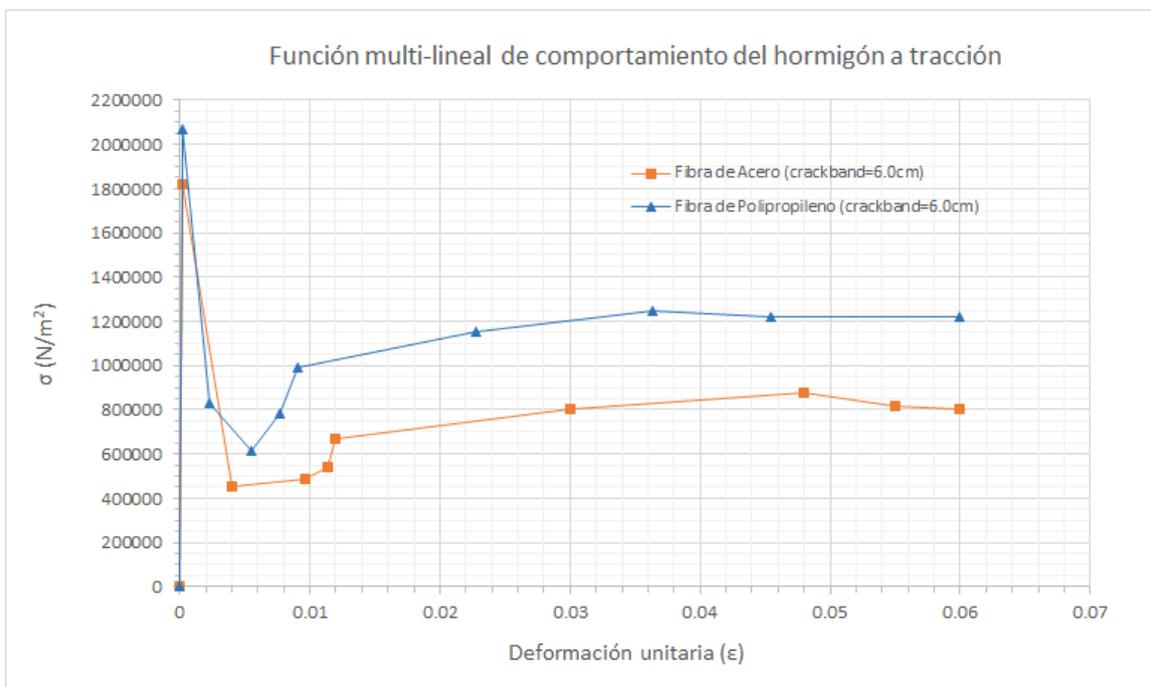
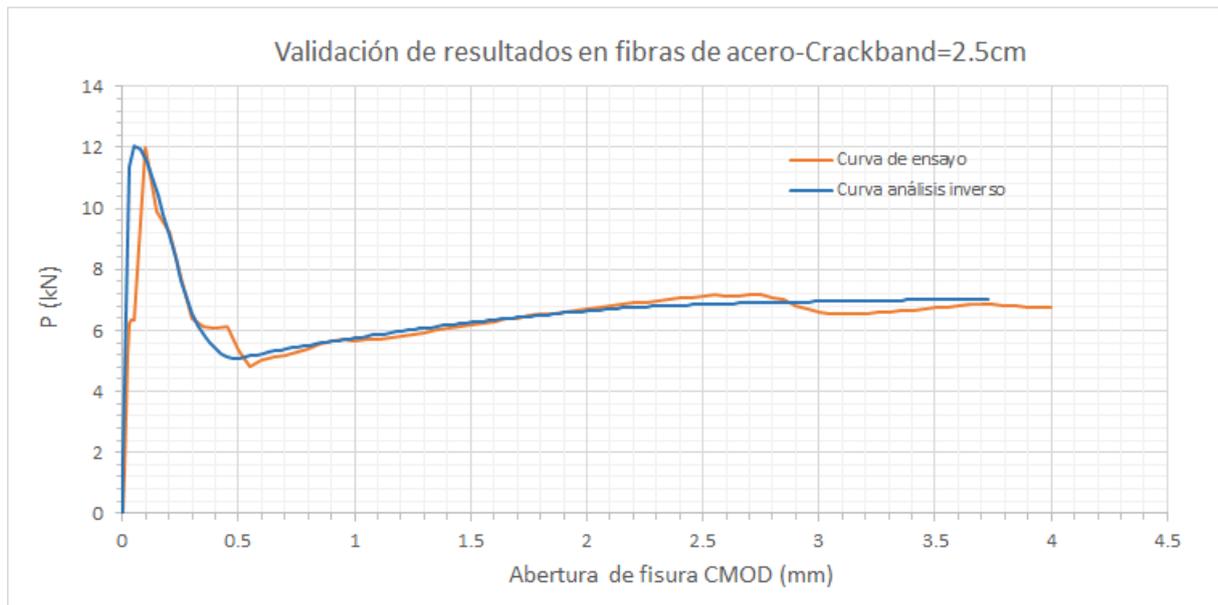


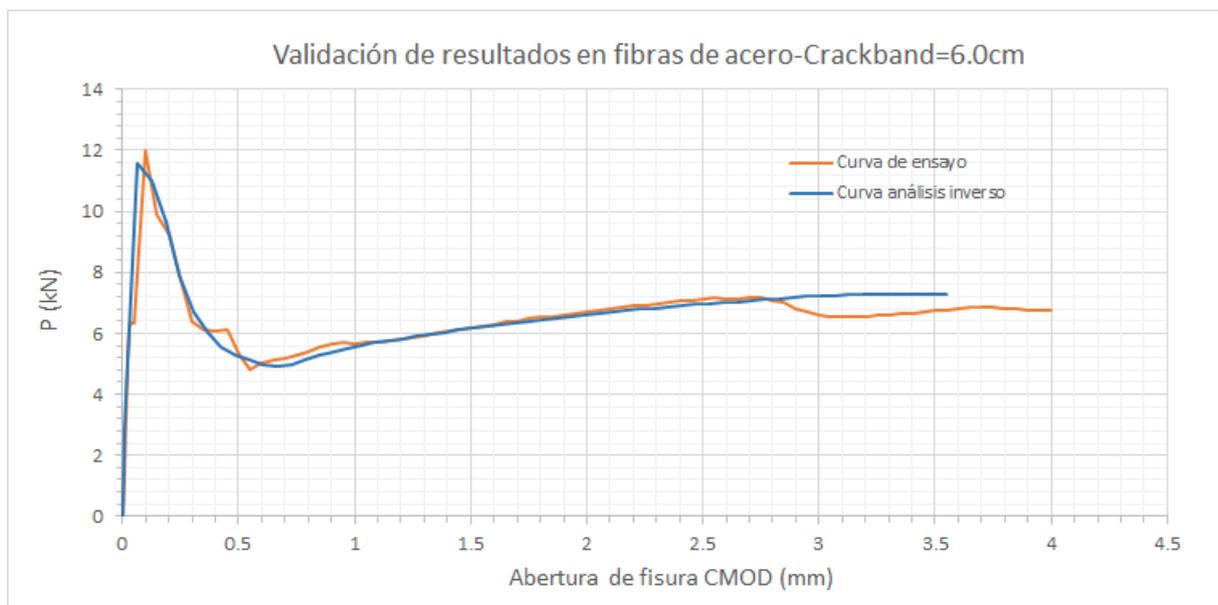
Figura 3.31: Funciones multi-lineales de comportamiento a tracción con crackband=6.0cm

Para validar y obtener estos resultados, se han comparado las curvas carga-abertura de fisura calculadas con las obtenidas de los ensayos a flexotracción de las probetas prismáticas de forma continua, ajustando la curva hasta lograr un comportamiento equivalente. Estas comparativas pueden verse a continuación:

- Vigas con adición de fibras de acero:

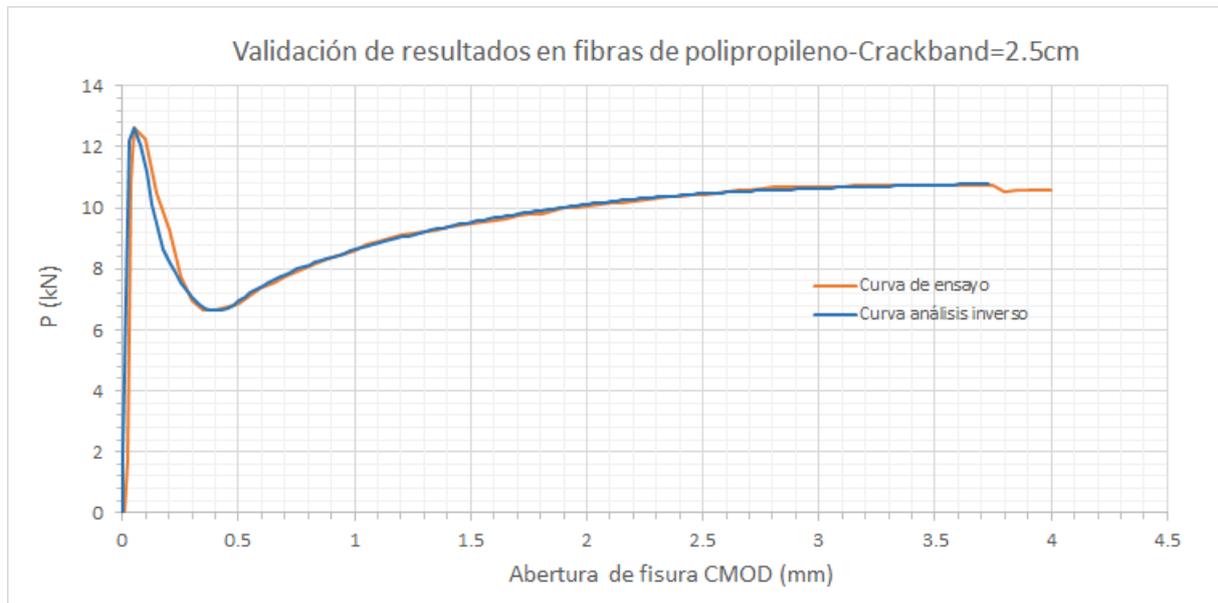


**Figura 3.32:** Comparación de comportamientos carga-abertura de fisura en fibras de acero y  $cb=2.5cm$

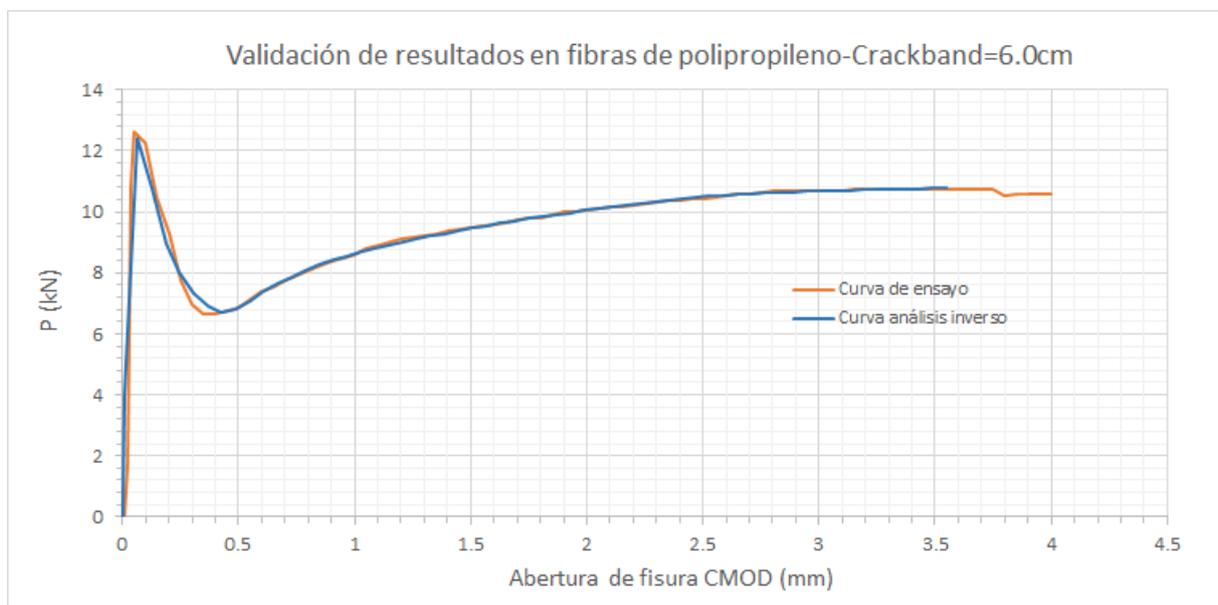


**Figura 3.33:** Comparación de comportamientos carga-abertura de fisura en fibras de acero y  $cb=6.0cm$

- Vigas con adición de fibras de polipropileno:



**Figura 3.34:** Comparación de comportamientos carga-abertura de fisura en fibras de polipropileno y  $cb=2.5\text{cm}$



**Figura 3.35:** Comparación de comportamientos carga-abertura de fisura en fibras de polipropileno y  $cb=6.0\text{cm}$

Como puede observarse, se alcanza un ajuste prácticamente total de la curva, con un grado de aproximación de entre un 95 % y un 99 %. Con estas funciones constitutivas del hormigón a tracción se procede al análisis de las vigas objeto de estudio.

### 3.3. Análisis numérico de las vigas estudiadas

En el presente apartado se incluye todo lo referente a la obtención de resultados y modelo numérico de las vigas objeto de estudio, haciendo hincapié en los siguientes aspectos:

- Herramientas informáticas empleadas: Incluyendo la relación de programas empleados.
- Modelo numérico de cálculo empleado, describiendo los siguientes conceptos:
  - Tipología de elementos finitos
  - Cargas aplicadas y condiciones de contorno
  - Funciones de material aplicadas al modelo
  - Procedimiento de análisis
- Resultados obtenidos de los modelos de cálculo, incluyendo los resultados por viga en formato de acta y llevando a cabo un análisis de resultados del conjunto.

#### 3.3.1. Herramientas informáticas empleadas. Procedimiento de trabajo.

Las herramientas informáticas empleadas han sido el programa de hojas de cálculo Excel, en concreto su motor de procesos en VBA, de forma que se ha desarrollado una aplicación para generar los modelos de cada una de las vigas objeto de estudio y el programa DIANA TNO, que es una herramienta de análisis por elementos finitos, que permite la programación de los modelos y la utilización de diversos modelos de material y efectos adicionales. En general, el proceso seguido para la obtención de resultados ha sido el siguiente:

1. Cálculo iterativo del modelo de material del hormigón a tracción, con obtención de la curva en tensión deformación de respuesta. Ello ya ha sido expuesto en el apartado 3.2.2.
2. Conexión del programa de análisis inverso con el programa principal de generación de modelos de las vigas, traslado de las curvas constitutivas a tracción.
3. Entrada de datos de forma semi-automática de las vigas en el programa principal.

NOMBRE DEL ARCHIVO PHYTON	VIGAS DE ACERO
RUTA DE GUARDADO DEL ARCHIVO PHYTON	C:\Users\PC-CASA\Dropbox\PROYECTO DE INVESTIGACION\
RUTA PHYTON GENERADA	C:\Users\PC-CASA\Dropbox\PROYECTO DE INVESTIGACION\VIGAS DE ACERO.py
RUTA DE GUARDADO DE ARCHIVOS DIANA	C:/Users/PC-CASA/untitled/

SELECCIONE A CONTINUACIÓN LAS VIGAS QUE SE DESEEN ANALIZAR UNA VEZ CUMPLIMENTADAS LAS HOJAS (PRIMERO PULSE EL BOTÓN UNA VEZ CUMPLIMENTADAS)

GENERADOR DE LISTADO DE VIGAS A ANALIZAR	
OAS1	NO
OAS2	NO
OBS1	NO
OBS2	NO
AS1	SI
AS2	SI
BS1	SI
BS2	SI

GENERAR ARCHIVO PHYTON

**Figura 3.36:** Página de ejecución del programa principal.

4. Generación de archivo de datos a través de aplicación VBA desarrollada para DIANA con la transcripción de acciones en formato python, con el sistema de análisis, datos geométricos, datos de materiales, condiciones de contorno y resto de datos necesarios, en el que se incluyen todas las vigas que se desean analizar.

Nombre	Fecha de modifica...	Tipo	Tamaño
ANÁLISIS INVERSO	30/03/2019 10:41	Carpeta de archivos	
ANEJOS	20/04/2019 12:20	Carpeta de archivos	
COMPARACIONES Y EXCEL	25/04/2019 22:27	Carpeta de archivos	
DOCUMENTACIÓN DE PARTIDA	04/05/2019 18:21	Carpeta de archivos	
DUDAS	16/10/2018 21:05	Carpeta de archivos	
PLANOS	05/05/2019 14:35	Carpeta de archivos	
RESULTADOS EXCEL	16/10/2018 21:05	Carpeta de archivos	
RESÚMEN Y PLANTILLA CONFERENCIA	03/11/2018 13:21	Carpeta de archivos	
analisi de viga	26/12/2018 11:51	Documento de tex...	2 KB
Fichas resultados cb25.xlsx	05/05/2019 21:20	Hoja de cálculo h...	1,262 KB
Fichas resultados.xlsx	27/04/2019 12:18	Hoja de cálculo h...	52,887 KB
Fichas vigas.xlsx	27/04/2019 12:18	Hoja de cálculo h...	52,887 KB
PROGRAMA DIANA VIGAS ACERO	26/12/2018 17:38	Hoja de cálculo h...	306 KB
PROGRAMA DIANA VIGAS ACERO_rev01 (2.5cm)	04/05/2019 13:49	Hoja de cálculo h...	306 KB
PROGRAMA DIANA VIGAS ACERO_rev01 (6cm)	15/04/2019 22:33	Hoja de cálculo h...	306 KB
PROGRAMA DIANA VIGAS HORMIGÓN	19/11/2017 15:04	Hoja de cálculo h...	305 KB
PROGRAMA DIANA VIGAS POLIPROPILENO	26/12/2018 17:38	Hoja de cálculo h...	302 KB
PROGRAMA DIANA VIGAS POLIPROPILENO_rev01 (2.5cm)	07/04/2019 21:31	Hoja de cálculo h...	310 KB
PROGRAMA DIANA VIGAS POLIPROPILENO_rev02 (6cm)	06/04/2019 19:05	Hoja de cálculo h...	311 KB
PROGRAMA DIANA VIGAS POLIPROPILENO_rev03 (6cm+FIX)	18/04/2019 16:24	Hoja de cálculo h...	303 KB
Tablas probetas	30/04/2019 19:56	Hoja de cálculo d...	733 KB
VIGAS DE ACERO.py	04/05/2019 13:49	Archivo PY	61 KB
VIGAS DE POLIPROPILENO.py	18/04/2019 16:24	Archivo PY	62 KB

Figura 3.37: Archivos en formato python generados tras ejecución del programa principal en VBA.

5. Procesamiento de archivos de datos por DIANA, para el cálculo de cada una de las vigas.
6. Volcado de resultados a Excel para su posterior tratamiento y análisis.

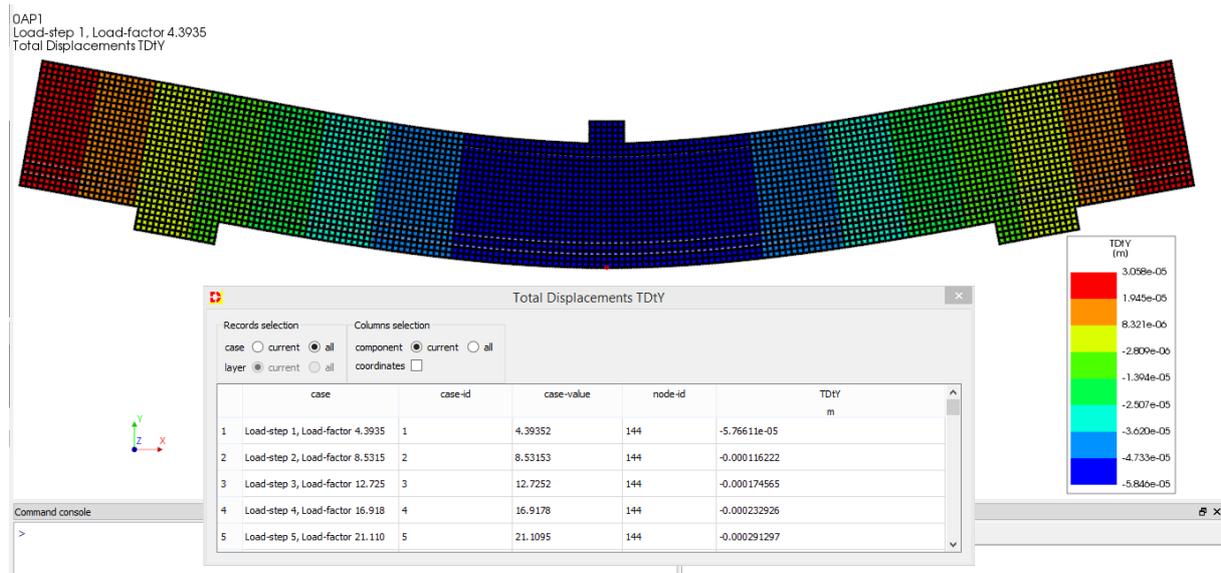
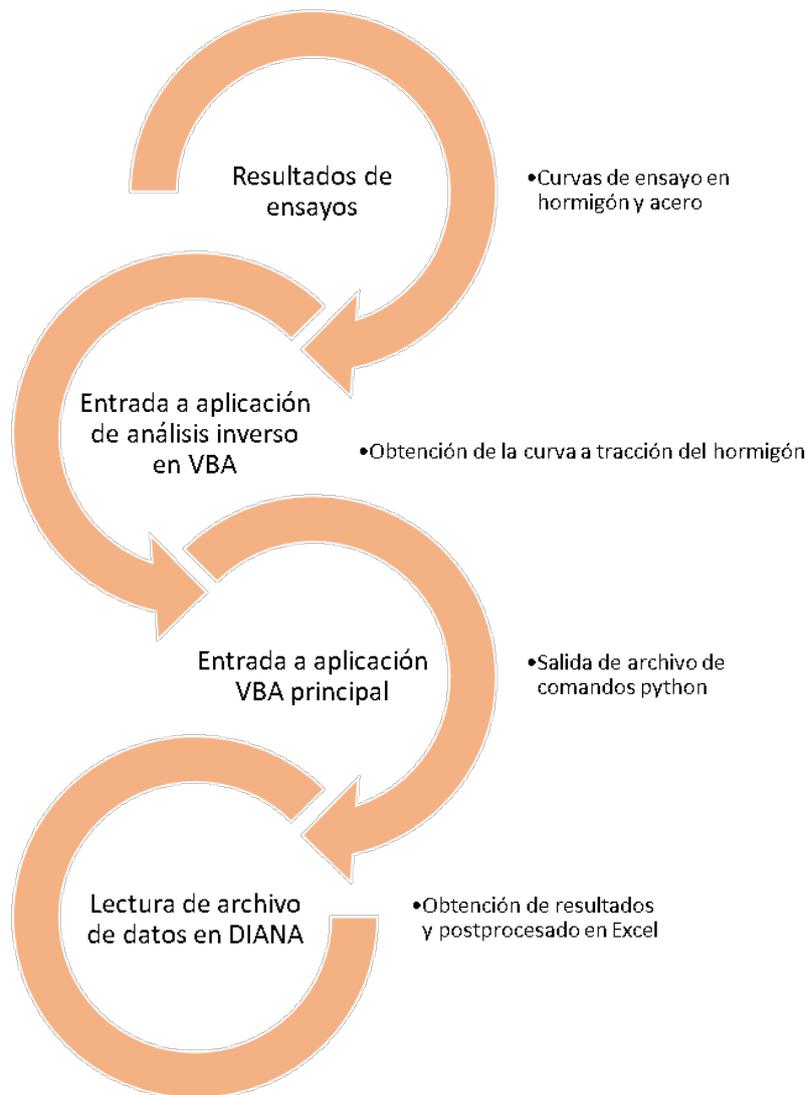


Figura 3.38: Obtención de resultados del programa DIANA. Volcado de datos.

El código en VBA empleado para la generación del archivo python específico para el programa DIANA puede consultarse en el anejo D.

El esquema general de este proceso es el siguiente:



**Figura 3.39:** Esquema del procedimiento de trabajo seguido para la obtención de resultados.

### 3.3.2. Modelo de cálculo empleado

El modelo está elaborado empleando el motor de procesamiento del programa DIANA (DISplacement ANAlyser), que es un software de cálculo por elementos finitos, que permite la programación en lenguaje phyton mediante secuencias de datos. El software es empleado en muchos ámbitos del mercado, desde pequeñas y grandes consultorías, instituciones de investigación e instituciones educativas altamente respetadas en todo el mundo. DIANA está equipado con sistemas de resolución de problemas muy potentes que permiten el análisis de una amplia gama de estructuras con análisis que abarcan desde los análisis más simples a los más avanzados.

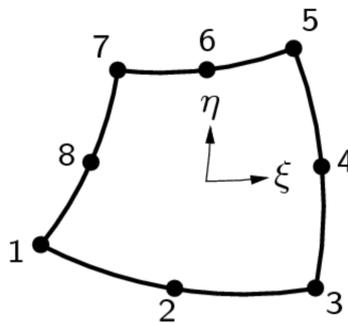
### 3.3.2.1. Tipología de elementos finitos

Los elementos finitos empleados en el modelo han sido los siguientes:

- **Elementos de hormigón y apoyos de acero:** Cuadriláteros de 8 nodos. En zonas de ajuste de malla se emplean elementos triangulares de 6 nodos.
  - Elementos cuadriláteros de 8 nodos
 

Es un elemento de esfuerzo de plano isoparamétrico cuadrilátero de ocho nodos. Se basa en un sistema de interpolación cuadrática y la integración de Gauss. El polinomio para los desplazamientos  $u_x$  y  $u_y$  puede expresarse como:

$$u_i(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta + a_4\xi^2 + a_5\eta^2 + a_6\xi^2\eta + a_7\xi\eta^2 \quad (3.6)$$



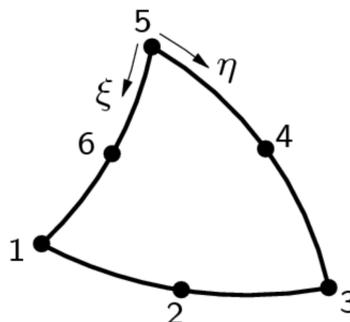
**Figura 3.40:** Elemento cuadrilátero de 8 nodos.

Este polinomio se basa en una deformación  $varepsilon_{xx}$  que varía linealmente en la dirección  $x$  y cuadráticamente en la dirección  $y$ . La tensión  $varepsilon_{yy}$  varía linealmente en la dirección  $y$ , y cuadráticamente en la dirección  $x$ . La tensión tangencial  $\gamma_{xy}$  varía cuadráticamente en ambas direcciones. De forma predeterminada, DIANA aplica una integración de  $2 \times 2$ .

- Elementos triangulares de 6 nodos
 

Es un elemento de esfuerzo de plano isoparamétrico triangular de seis nodos. Se basa en un sistema de interpolación cuadrática y la integración al mismo nivel del área. El polinomio para los desplazamientos  $u_x$  y  $u_y$  puede expresarse como:

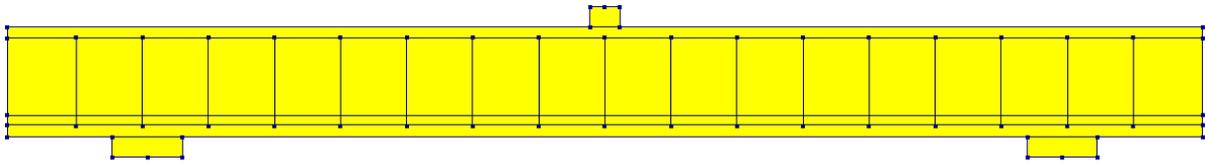
$$u_i(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta + a_4\xi^2 + a_5\eta^2 \quad (3.7)$$



**Figura 3.41:** Elemento triangular de 6 nodos.

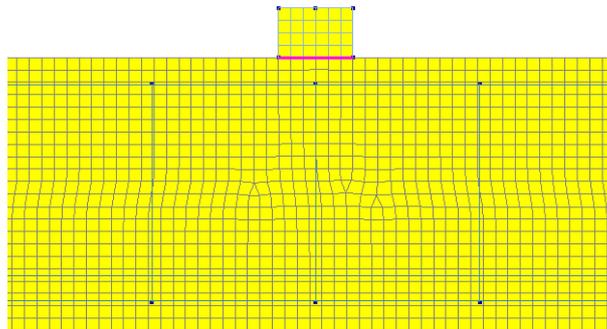
Este polinomio produce una variación de tensión lineal en las direcciones  $x$  e  $y$ . Por defecto, DIANA aplica integración en 3 puntos.

- **Elementos de acero en barras:** Elementos lineales, con nodo en cada intersección con la malla de hormigón



**Figura 3.42:** Vista del armado en una de las vigas estudiadas en el modelo.

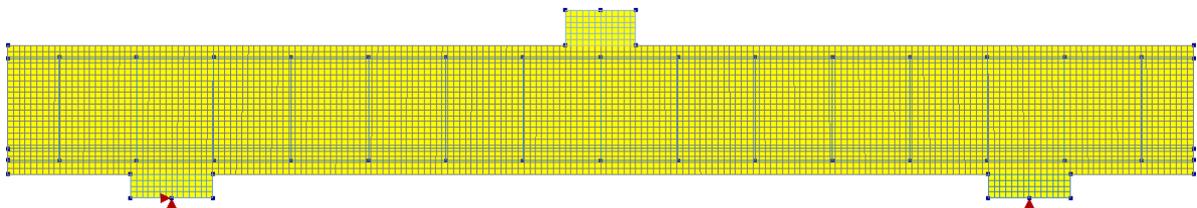
- **Elementos interfaz:** Elementos lineales, con nodos en cada intersección de la interfaz. El material es completamente rígido a cortante.



**Figura 3.43:** Zona del elemento interfaz.

### 3.3.2.2. Cargas aplicadas y condiciones de contorno

La carga se aplica de forma puntual al nodo superior central de la placa de carga, modelada por elementos finitos cuadriláteros y triangulares con el material de acero. Se aplica como caso de carga 1kN, valor que se incrementa en función de los escalones de carga del análisis. Existe un elemento interfaz entre la placa de carga y el hormigón, cuya rigidez a cortante ha sido incrementada a conciencia para asegurar una transmisión de carga uniforme a la viga, sin generar puntos de debilitamiento y/o concentración de tensiones.



**Figura 3.44:** Apoyos tipo en viga estudiada.

Al igual que sucede en los ensayos, se considera el desplazamiento vertical y horizontal coartado en el apoyo izquierdo, mientras que en el apoyo derecho únicamente se ve restringido el movimiento vertical. En este caso, la vinculación exterior se introduce como una vinculación nodal en la parte central inferior de cada apoyo.

### 3.3.2.3. Funciones de material aplicadas al modelo

Las funciones de material aplicadas al modelo han sido las siguientes:

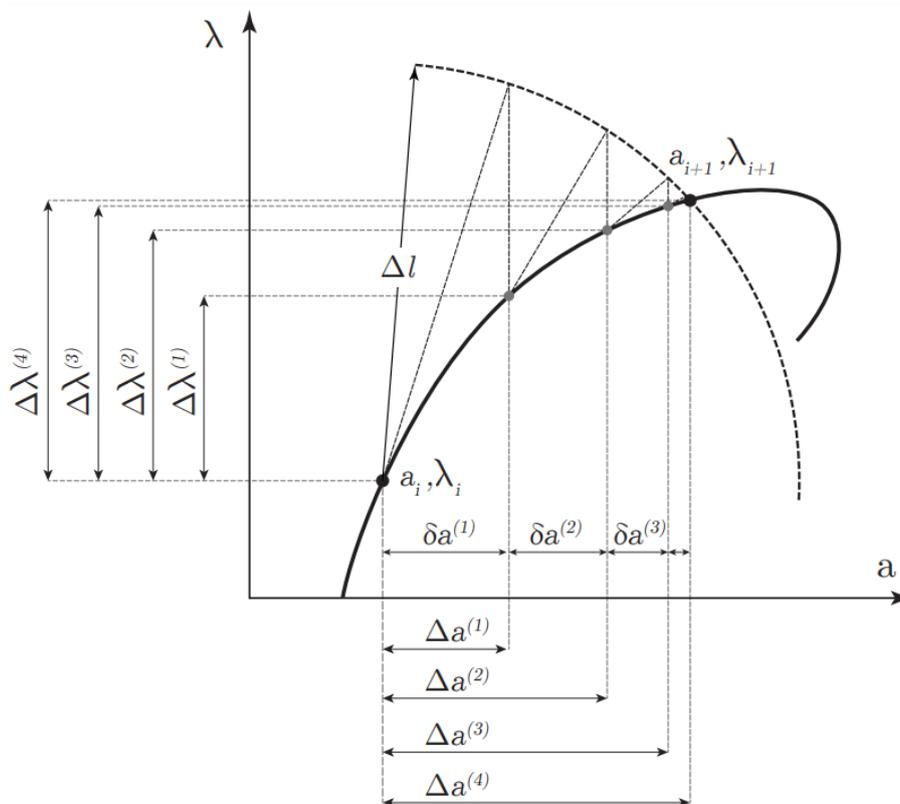
- Acero: Función lineal con plastificación perfecta (2.4.2).
- Hormigón a compresión: Función parabólica del Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1:2004). Ver apartado 2.4.4.1.5.
- Hormigón a tracción: Función proveniente del análisis inverso (3.2).

Las expresiones de estas funciones de material y/o su obtención pueden verse en los apartados indicados.

### 3.3.2.4. Procedimiento de análisis

El análisis se lleva a cabo con un sistema de control de respuesta arc-length, mediante iteración por el método Newton-Raphson. Para cada grupo de vigas se establece un paso máximo, un paso mínimo de carga y un factor reductor del paso. Ello se muestra a continuación:

- Vigas sin estriado: Carga máxima de 800kN, con paso mínimo de 0.8kN y paso máximo de 8kN. El factor reductor se establece en 0.85.
- Vigas con estriado: Carga máxima de 800kN, con paso mínimo de 8kN y paso máximo de 80kN. El factor reductor se establece en 0.50.



**Figura 3.45:** Esquema de la metodología arc-length para el cálculo no lineal [66]

El paso se establece de forma que el cálculo sea lo más estable posible, optimizando en tiempo y recursos, de forma que el resultado sea satisfactorio.

### 3.3.3. Resultados obtenidos de los modelos de cálculo

A continuación, se muestran los resultados obtenidos de los modelos en las vigas reforzadas con fibra depolipropileno y de acero. De cara a resumir de forma clara y concisa los resultados obtenidos se han detallado en fichas para cada una de las vigas. Estos resultados serán posteriormente tratados en conjunto.

Cada una de las fichas tiene dos partes bien diferenciadas, dividiendo entre la parte a y la parte b. En cada una de ellas se pueden consultar los siguientes datos:

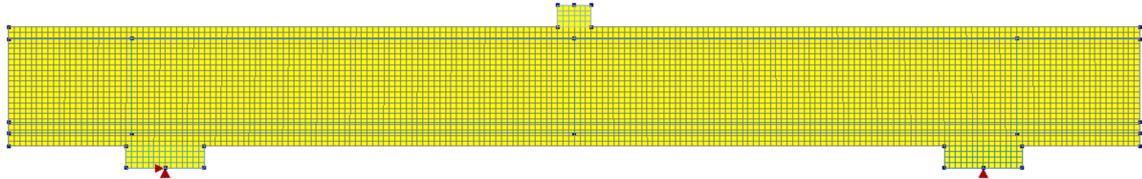
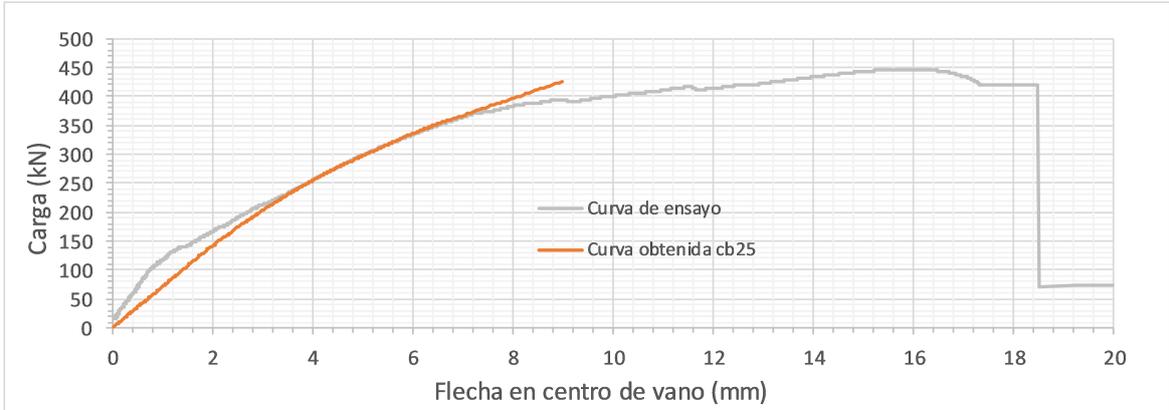
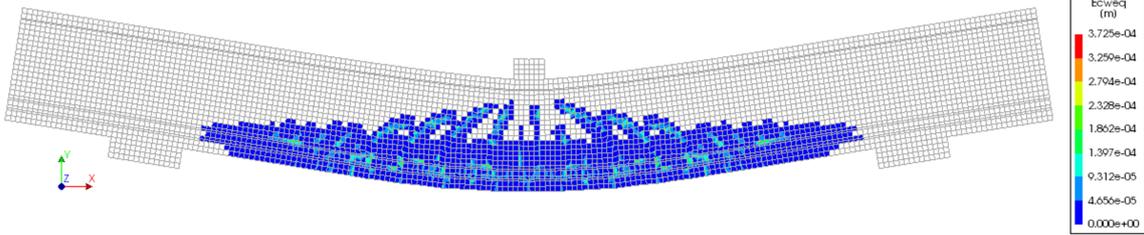
- Contenido de la parte A de la ficha de resultados:
  - Datos básicos de la viga calculada en el modelo, reuniendo las dimensiones consideradas y características básicas de materiales.
  - Comportamiento del hormigón a compresión, especificando la curva y los puntos característicos.
  - Comportamiento del hormigón a tracción, especificando la curva y los parámetros considerados en el material.
  - Comportamiento del acero del modelo, especificando el área de armado de cada elemento lineal, el límite elástico y el módulo de deformación del acero.
  
- Contenido de la parte B de la ficha de resultados:
  - Datos básicos del modelo considerado, tipología de elementos empleados y materiales asignados.
  - Modelo de cálculo de la viga estudiada.
  - Procedimiento de análisis, incluyendo los datos de pasos empleados y factor reductor.
  - Curva carga-flecha de la viga estudiada, análisis comparativo con resultados experimentales.
  - Estudio del modo de fallo de la viga y mapa de fisuración.
  - Observaciones por viga.



3.3.3.1. Resultados en vigas de polipropileno  $cb=25mm$

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0AP1 ( $cb=25mm$ )	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	472.9 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f_c$	43.0 MPa		
$E_c$	29277 MPa		
$F_L$	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	2.20 MPa	$F_{R2K}$	3.03 MPa
$F_{R3K}$	3.34 MPa	$F_{R4K}$	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
			$A_{sup}$  $A_{inf,1}$ $A_{inf,2}$
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.34: Ficha resumen de resultados en viga 0AP1 ( $cb=25mm$ ) (I)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0AP1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3.00 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-lenght	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	424.92 kN	Deformación a carga máxima	8.97 mm
Desviación de la carga máxima	-4.87%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

**Tabla 3.35:** Ficha resumen de resultados en viga 0AP1 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0AP2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	472.5 mm		
Armado inferior	4Ø20+4Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f'_c$	43.0 MPa		
$E_c$	29277 MPa		
$F_L$	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	2.20 MPa	$F_{R2K}$	3.03 MPa
$F_{R3K}$	3.34 MPa	$F_{R4K}$	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	12.57 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	19.63 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.36: Ficha resumen de resultados en viga 0AP2 (cb=25mm) (I)

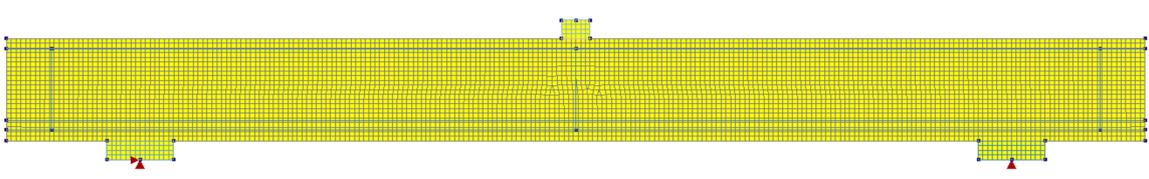
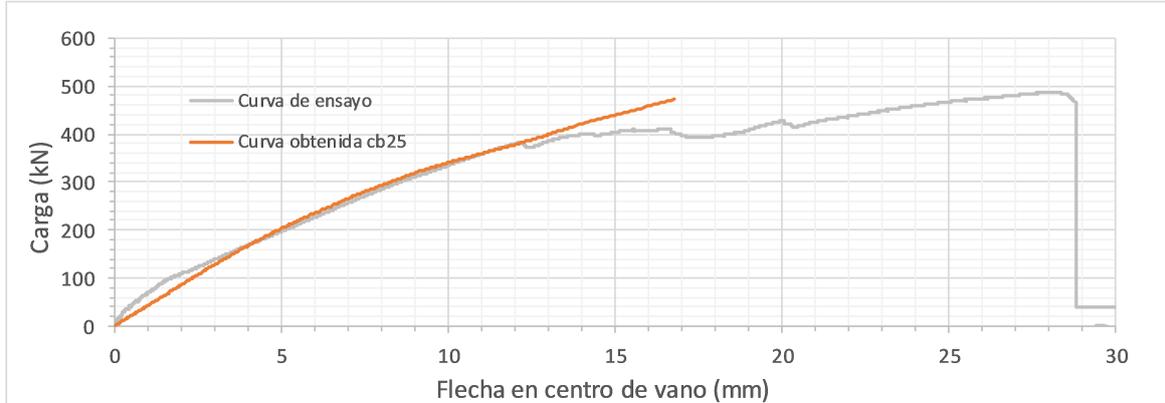
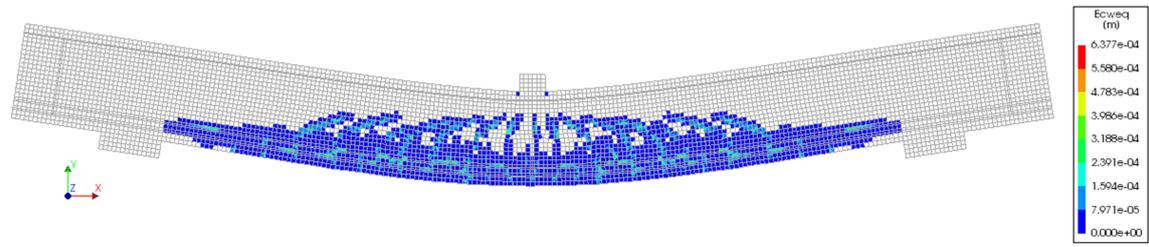
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0AP2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3.00 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	471.13 kN	Deformación a carga máxima	16.77 mm
Desviación de la carga máxima	-3.11%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

Tabla 3.37: Ficha resumen de resultados en viga 0AP2 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0BP1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	470.6 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f'_c$	43.0 MPa		
$E_c$	29277 MPa		
$F_L$	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	2.20 MPa	$F_{R2K}$	3.03 MPa
$F_{R3K}$	3.34 MPa	$F_{R4K}$	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
			$A_{sup}$ $A_{inf,1}$ $A_{inf,2}$
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.38: Ficha resumen de resultados en viga 0BP1 (cb=25mm) (I)

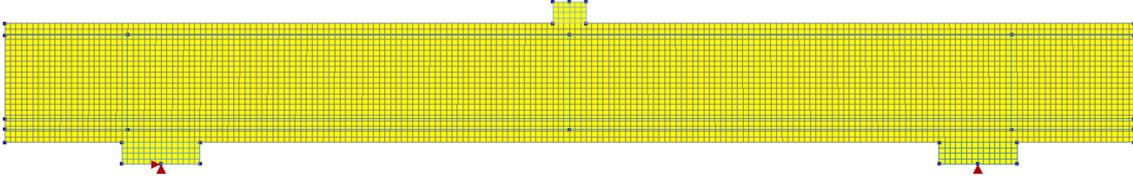
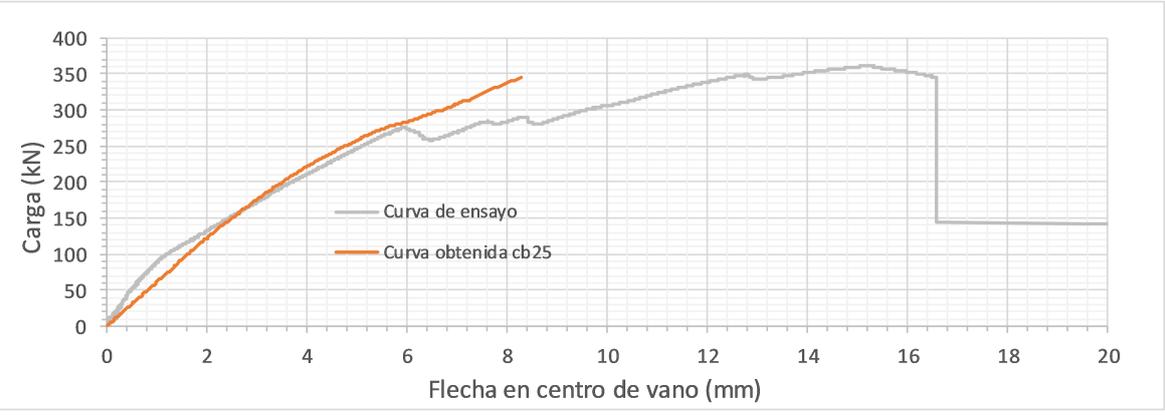
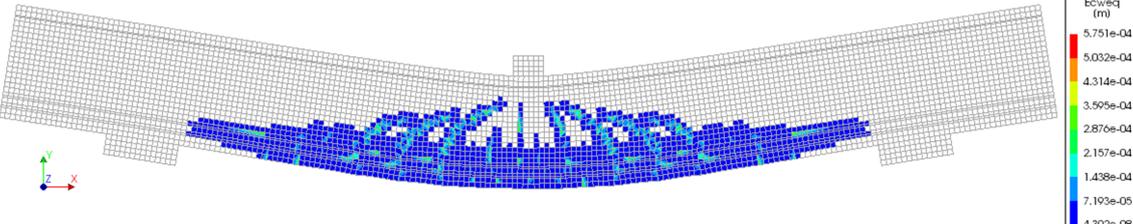
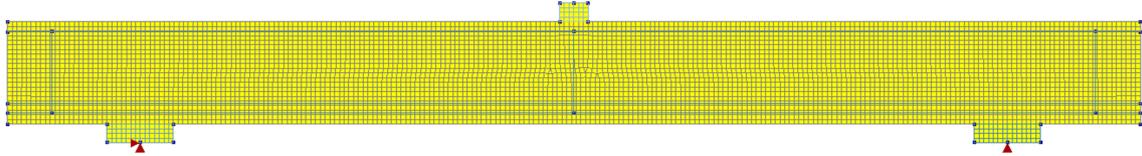
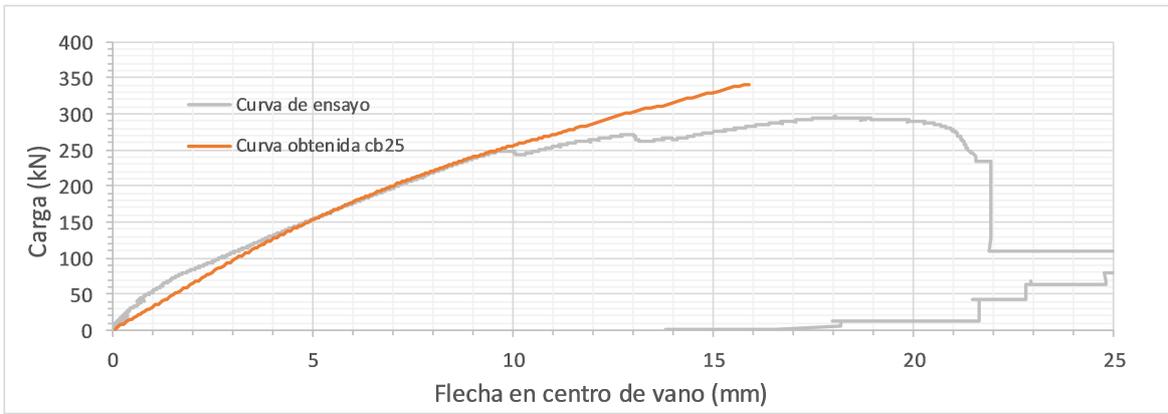
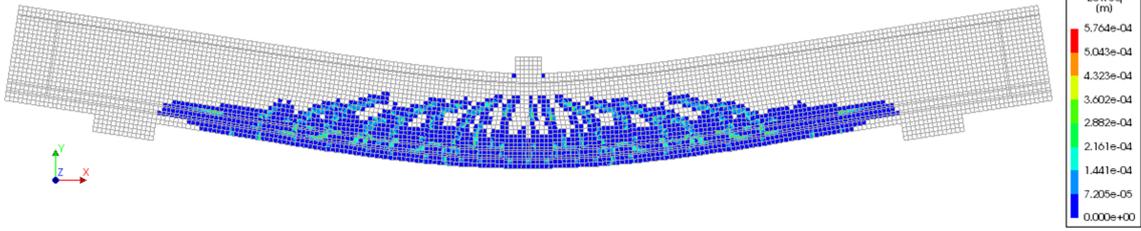
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0BP1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3.00 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	344.98 kN	Deformación a carga máxima	8.29 mm
Desviación de la carga máxima	-4.63%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

Tabla 3.39: Ficha resumen de resultados en viga 0BP1 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0BP2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	469.2 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f'_c$	43.0 MPa		
$E_c$	29277 MPa		
$F_L$	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	2.20 MPa	$F_{R2K}$	3.03 MPa
$F_{R3K}$	3.34 MPa	$F_{R4K}$	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

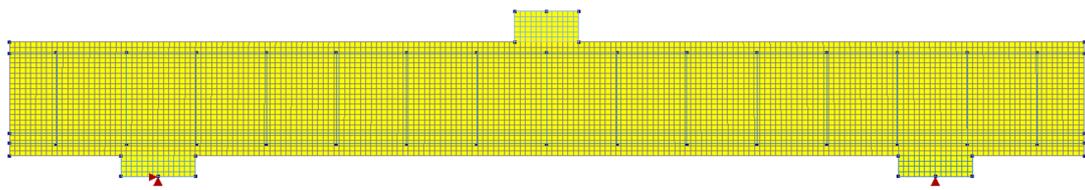
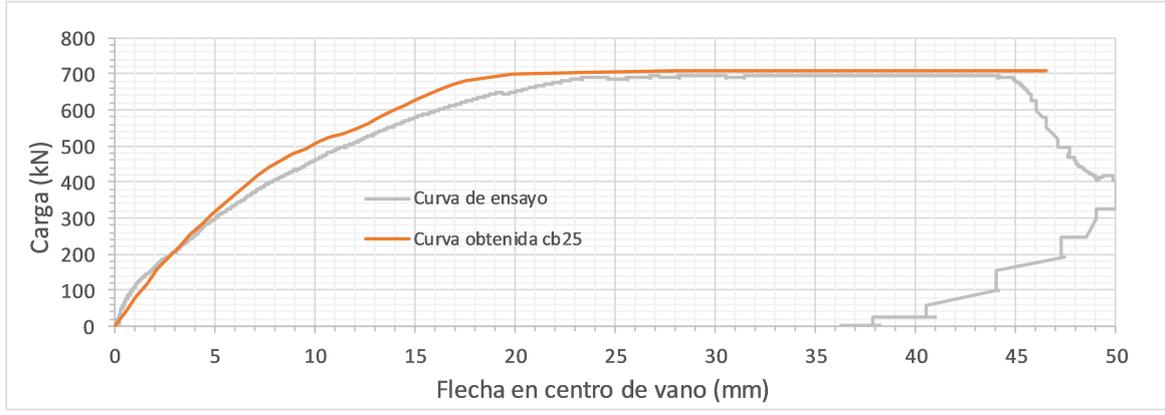
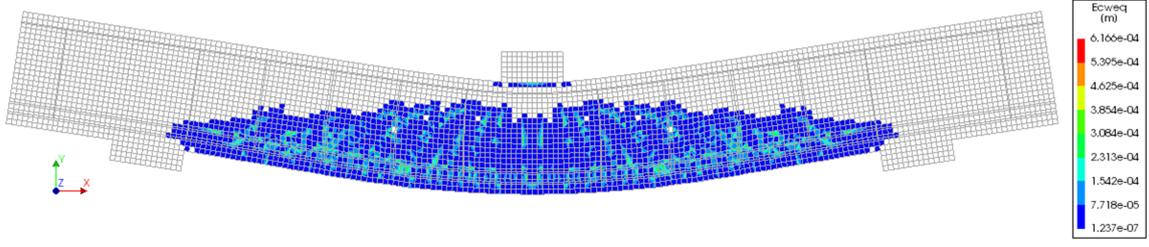
Tabla 3.40: Ficha resumen de resultados en viga 0BP2 (cb=25mm) (I)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0BP2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3.00 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	340.48 kN	Deformación a carga máxima	15.91 mm
Desviación de la carga máxima	+15.18%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

**Tabla 3.41:** Ficha resumen de resultados en viga 0BP2 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		AP1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	475.0 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Polipropileno		
f'c	44.3 MPa		
Ec	30478 MPa		
FL	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
F <sub>R1K</sub>	2.20 MPa	F <sub>R2K</sub>	3.03 MPa
F <sub>R3K</sub>	3.34 MPa	F <sub>R4K</sub>	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	Es/fy	200000/520 Mpa
A <sub>estribo</sub>	1.01 cm <sup>2</sup>	A <sub>sup</sub>	3.05 cm <sup>2</sup>
A <sub>inf,1</sub>	9.42 cm <sup>2</sup>	A <sub>inf,2</sub>	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.42: Ficha resumen de resultados en viga AP1 (cb=25mm) (I)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		AP1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	708.59 kN	Deformación a carga máxima	33.23 mm
Desviación de la carga máxima	+1.91%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Flexión-Compresión (F-C)		
Observaciones	Rigidez algo mayor de la viga del modelo de cálculo.		

**Tabla 3.43:** Ficha resumen de resultados en viga AP1 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		AP2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	474.4 mm		
Armado inferior	4Ø20+4Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Polipropileno		
f'c	44.3 MPa		
Ec	30478 MPa		
FL	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
ε <sub>c1</sub>	0.0023	ε <sub>cu1</sub>	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	σ-ε
F <sub>R1K</sub>	2.20 MPa	F <sub>R2K</sub>	3.03 MPa
F <sub>R3K</sub>	3.34 MPa	F <sub>R4K</sub>	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
			$A_{sup}$ $A_{inf,1}$ $A_{inf,2}$
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	Es/fy	200000/520 Mpa
A <sub>estribo</sub>	1.01 cm <sup>2</sup>	A <sub>sup</sub>	3.05 cm <sup>2</sup>
A <sub>inf,1</sub>	12.57 cm <sup>2</sup>	A <sub>inf,2</sub>	19.63 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.44: Ficha resumen de resultados en viga AP2 (cb=25mm) (I)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		AP2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
Carga máxima alcanzada	674.86 kN	Deformación a carga máxima	43.20 mm
Desviación de la carga máxima	-0.55%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Modo de fallo	Flexión-Compresión (F-C)		
Observaciones	Rigidez algo mayor de la viga del modelo de cálculo.		

Tabla 3.45: Ficha resumen de resultados en viga AP2 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		BP1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	481.0 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Polipropileno		
f'c	44.3 MPa		
Ec	30478 MPa		
FL	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
ε <sub>c1</sub>	0.0023	ε <sub>cu1</sub>	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	σ-ε
F <sub>R1K</sub>	2.20 MPa	F <sub>R2K</sub>	3.03 MPa
F <sub>R3K</sub>	3.34 MPa	F <sub>R4K</sub>	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
			$A_{sup}$ $A_{inf,1}$ $A_{inf,2}$
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	Es/fy	200000/520 Mpa
A <sub>estribo</sub>	1.01 cm <sup>2</sup>	A <sub>sup</sub>	3.05 cm <sup>2</sup>
A <sub>inf,1</sub>	9.42 cm <sup>2</sup>	A <sub>inf,2</sub>	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.46: Ficha resumen de resultados en viga BP1 (cb=25mm) (I)

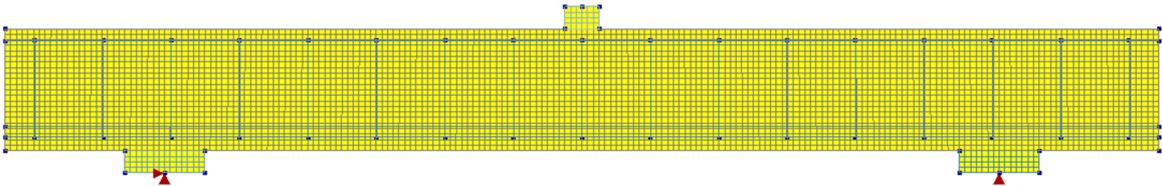
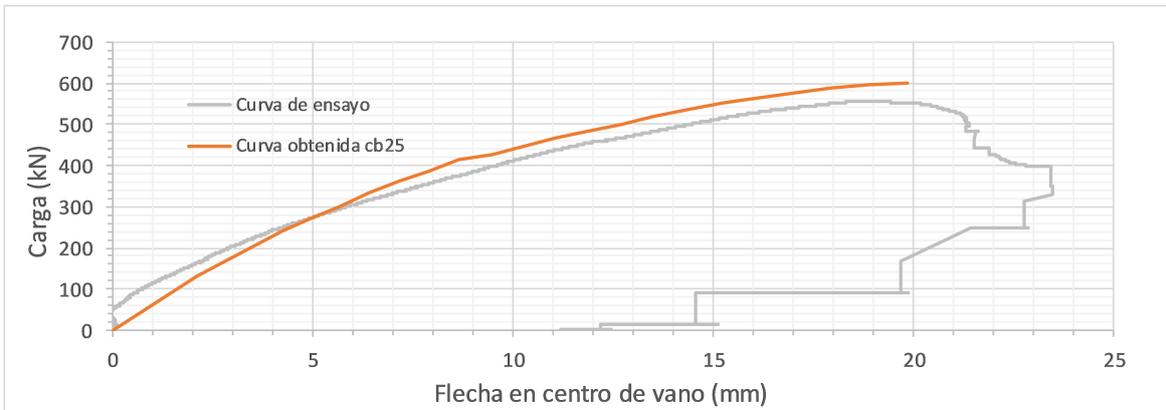
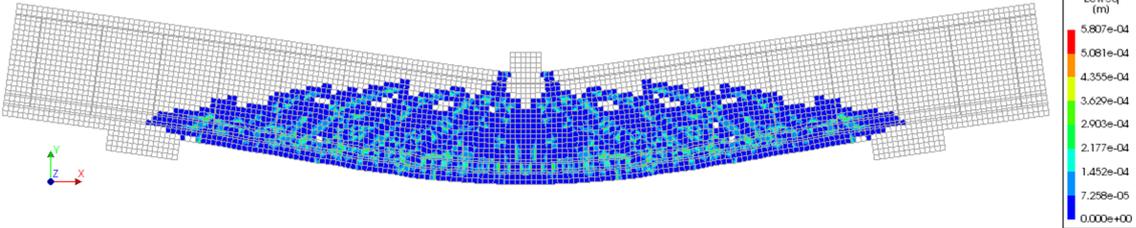
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		BP1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	599.82 kN	Deformación a carga máxima	19.86 mm
Desviación de la carga máxima	+7.97%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Cortante-Compresión (V-C)		
Observaciones	Rigidez algo mayor de la viga del modelo de cálculo.		

Tabla 3.47: Ficha resumen de resultados en viga BP1 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		BP2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	474.6 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f_c$	44.3 MPa		
$E_c$	30478 MPa		
$F_L$	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	2.20 MPa	$F_{R2K}$	3.03 MPa
$F_{R3K}$	3.34 MPa	$F_{R4K}$	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.48: Ficha resumen de resultados en viga BP2 (cb=25mm) (I)

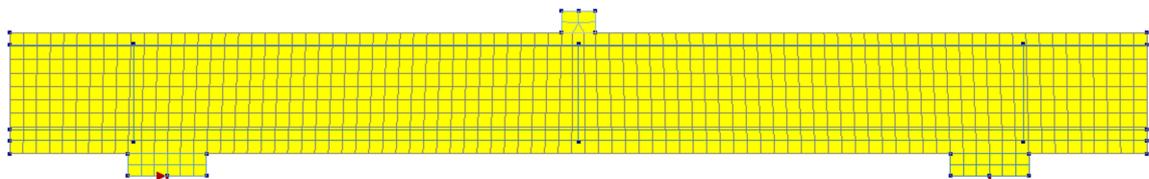
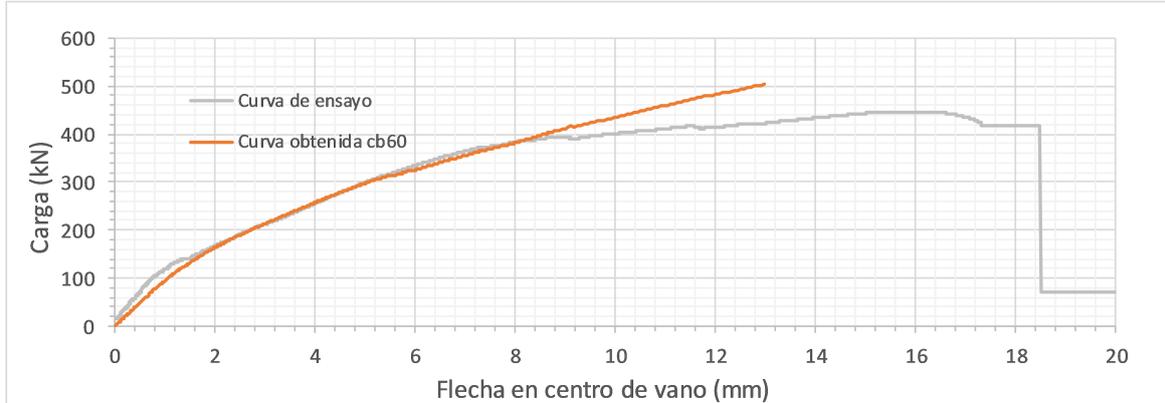
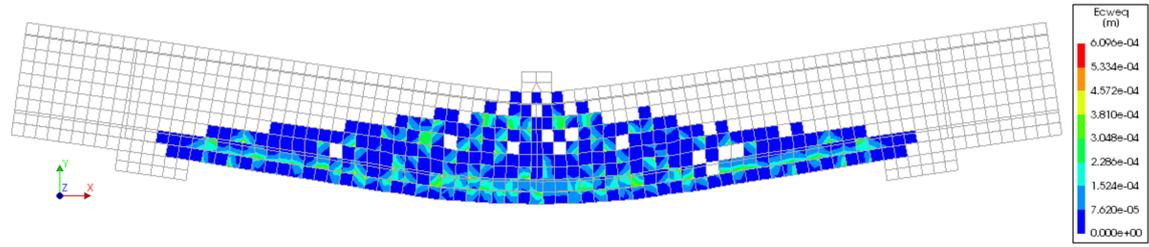
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		BP2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
Carga máxima alcanzada	504.01 kN	Deformación a carga máxima	32.48 mm
Desviación de la carga máxima	+3.41%	Rigidez del elemento	Algo mayor
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Modo de fallo	Flexión-Compresión (F-C)		
Observaciones	La rigidez del elemento modelado es algo mayor que la del elemento ensayado. La carga de rotura máxima es similar en ambos.		

**Tabla 3.49:** Ficha resumen de resultados en viga BP2 (cb=25mm) (II)

3.3.3.2. Resultados en vigas de polipropileno  $cb=60mm$

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0AP1 ( $cb=60mm$ )	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	472.9 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f_c$	43.0 MPa		
$E_c$	29277 MPa		
$F_L$	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma-\epsilon$
$F_{R1K}$	2.20 MPa	$F_{R2K}$	3.03 MPa
$F_{R3K}$	3.34 MPa	$F_{R4K}$	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.50: Ficha resumen de resultados en viga 0AP1 ( $cb=60mm$ ) (I)  
 Trabajo Final de Máster 158 Universitat Politècnica de Valencia

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0AP1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3.00 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-lenght	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	503.56 kN	Deformación a carga máxima	12.99 mm
Desviación de la carga máxima	+12.73%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

**Tabla 3.51:** Ficha resumen de resultados en viga 0AP1 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0AP2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	472.5 mm		
Armado inferior	4Ø20+4Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f_c$	43.0 MPa		
$E_c$	29277 MPa		
$F_L$	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	2.20 MPa	$F_{R2K}$	3.03 MPa
$F_{R3K}$	3.34 MPa	$F_{R4K}$	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	12.57 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	19.63 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.52: Ficha resumen de resultados en viga 0AP2 (cb=60mm) (I)

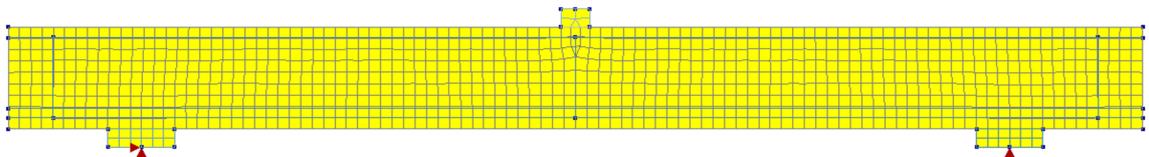
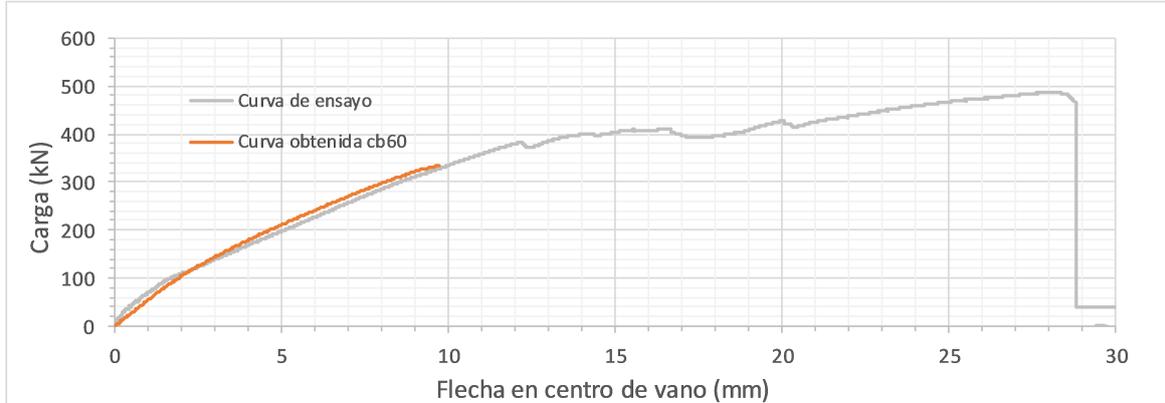
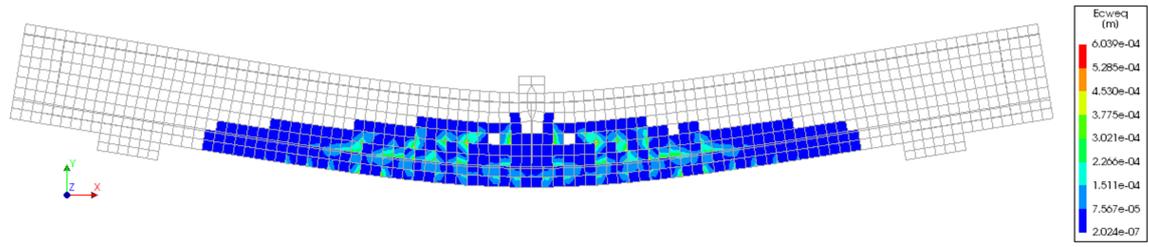
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0AP2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3.00 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	334.19 kN	Deformación a carga máxima	9.72 mm
Desviación de la carga máxima	-31.27%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODO DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

Tabla 3.53: Ficha resumen de resultados en viga 0AP2 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0BP1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	470.6 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f'_c$	43.0 MPa		
$E_c$	29277 MPa		
$F_L$	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	2.20 MPa	$F_{R2K}$	3.03 MPa
$F_{R3K}$	3.34 MPa	$F_{R4K}$	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
			$A_{sup}$ $A_{inf,1}$ $A_{inf,2}$
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.54: Ficha resumen de resultados en viga 0BP1 (cb=60mm) (I)

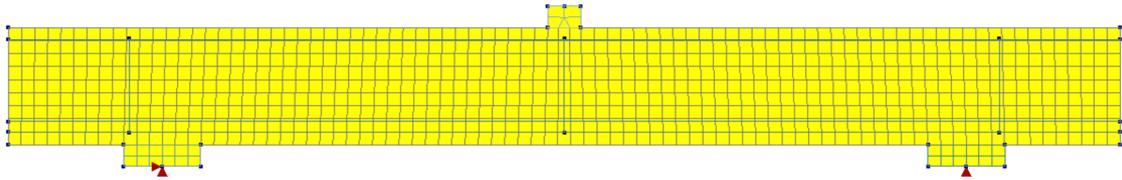
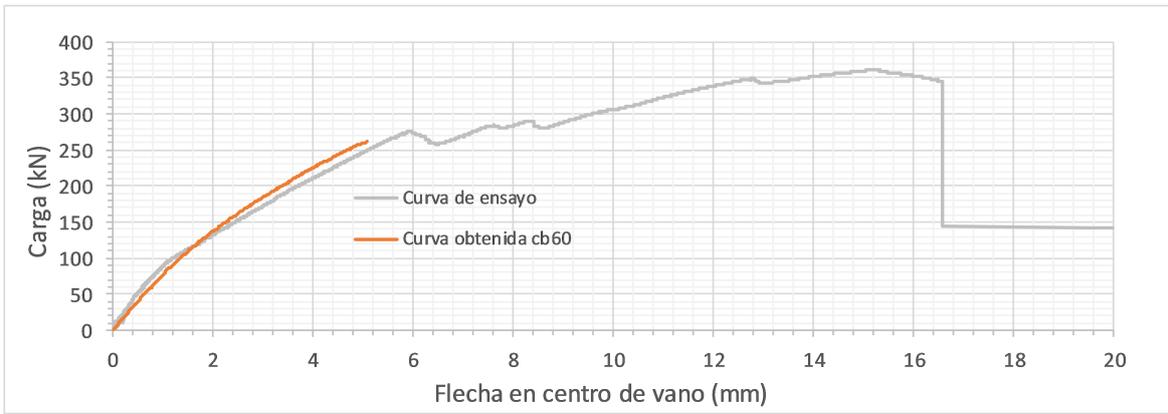
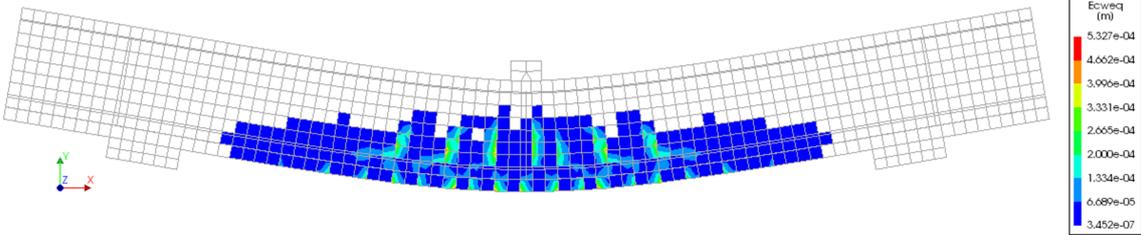
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0BP1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3.00 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	261.42 kN	Deformación a carga máxima	5.08 mm
Desviación de la carga máxima	-27.73%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

Tabla 3.55: Ficha resumen de resultados en viga 0BP1 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0BP2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	469.2 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f'_c$	43.0 MPa		
$E_c$	29277 MPa		
$F_L$	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	2.20 MPa	$F_{R2K}$	3.03 MPa
$F_{R3K}$	3.34 MPa	$F_{R4K}$	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.56: Ficha resumen de resultados en viga 0BP2 (cb=60mm) (I)

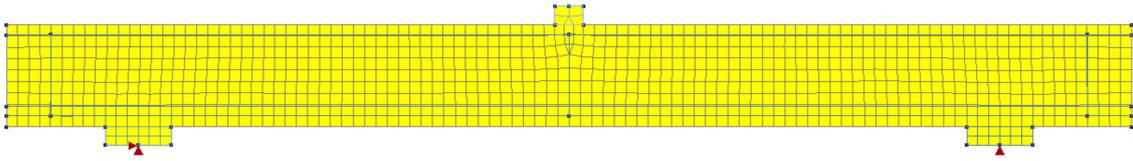
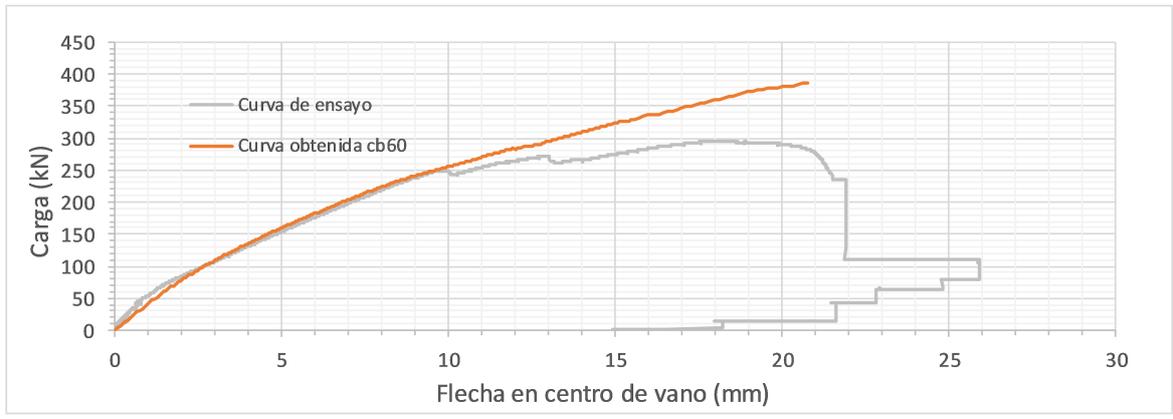
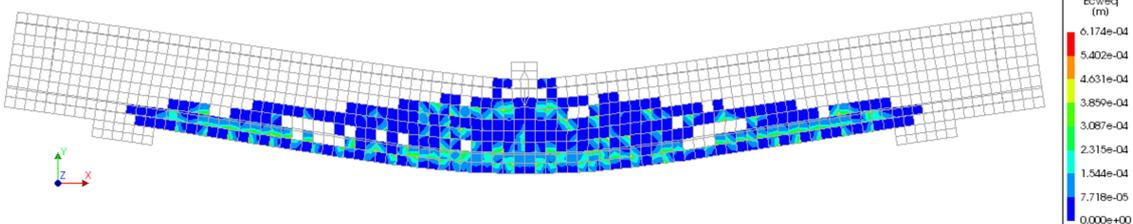
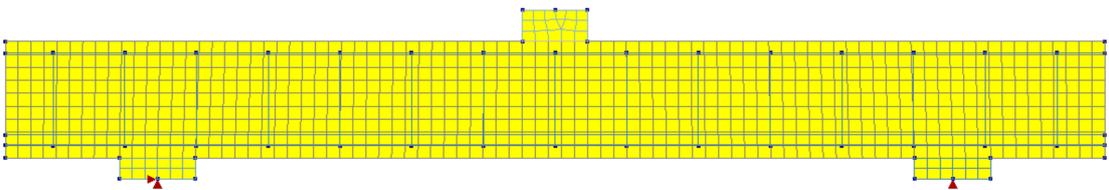
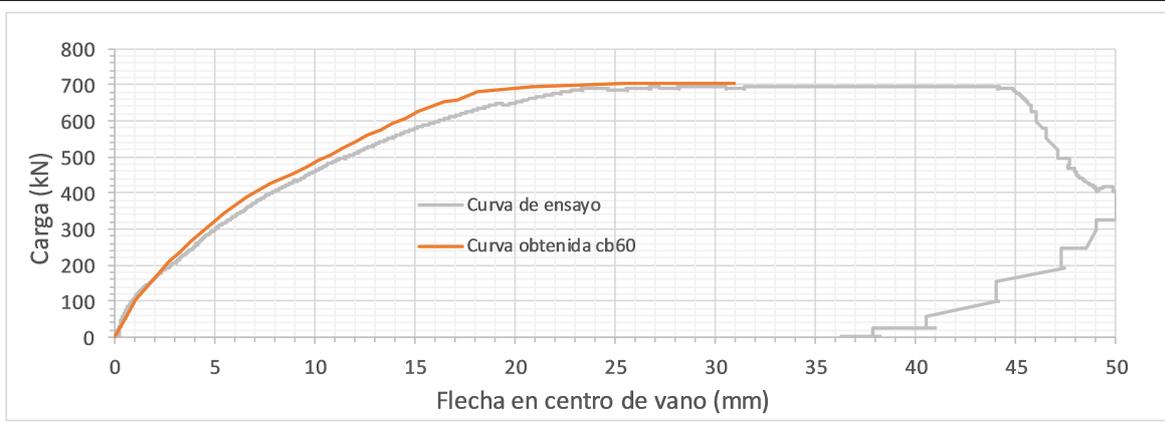
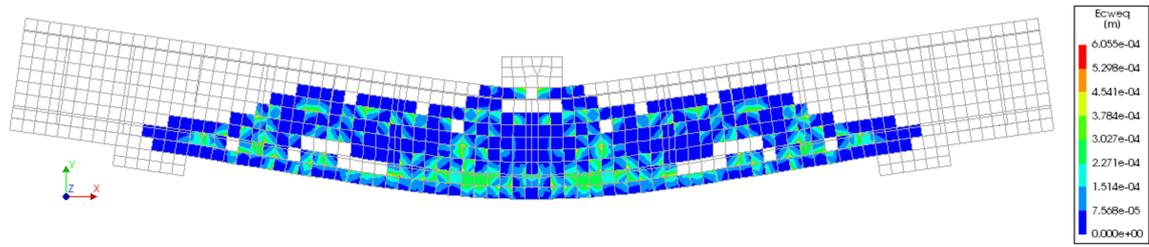
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0BP2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3.00 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	385.87 kN	Deformación a carga máxima	20.76 mm
Desviación de la carga máxima	+30.54%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

Tabla 3.57: Ficha resumen de resultados en viga 0BP2 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		AP1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	475.0 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Polipropileno		
f'c	44.3 MPa		
Ec	30478 MPa		
FL	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
F <sub>R1K</sub>	2.20 MPa	F <sub>R2K</sub>	3.03 MPa
F <sub>R3K</sub>	3.34 MPa	F <sub>R4K</sub>	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	Es/fy	200000/520 Mpa
A <sub>estribo</sub>	1.01 cm <sup>2</sup>	A <sub>sup</sub>	3.05 cm <sup>2</sup>
A <sub>inf,1</sub>	9.42 cm <sup>2</sup>	A <sub>inf,2</sub>	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.58: Ficha resumen de resultados en viga AP1 (cb=60mm) (I)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		AP1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-lenght	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	704.92 kN	Deformación a carga máxima	30.97 mm
Desviación de la carga máxima	+1.38%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Cortante-Compresión (V-C)		
Observaciones	Rigidez algo mayor a mayor deformación.		

**Tabla 3.59:** Ficha resumen de resultados en viga AP1 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		AP2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	474.4 mm		
Armado inferior	4Ø20+4Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Polipropileno		
f'c	44.3 MPa		
Ec	30478 MPa		
FL	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
ε <sub>c1</sub>	0.0023	ε <sub>cu1</sub>	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	σ-ε
F <sub>R1K</sub>	2.20 MPa	F <sub>R2K</sub>	3.03 MPa
F <sub>R3K</sub>	3.34 MPa	F <sub>R4K</sub>	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	Es/fy	200000/520 Mpa
A <sub>estribo</sub>	1.01 cm <sup>2</sup>	A <sub>sup</sub>	3.05 cm <sup>2</sup>
A <sub>inf,1</sub>	12.57 cm <sup>2</sup>	A <sub>inf,2</sub>	19.63 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.60: Ficha resumen de resultados en viga AP2 (cb=60mm) (I)

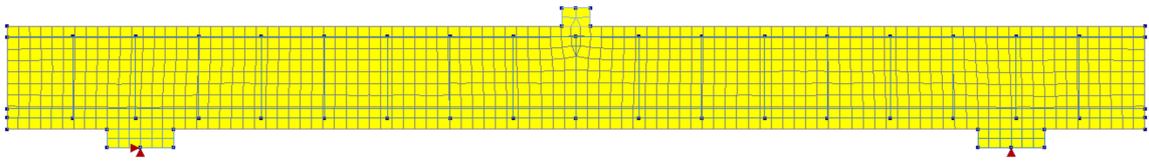
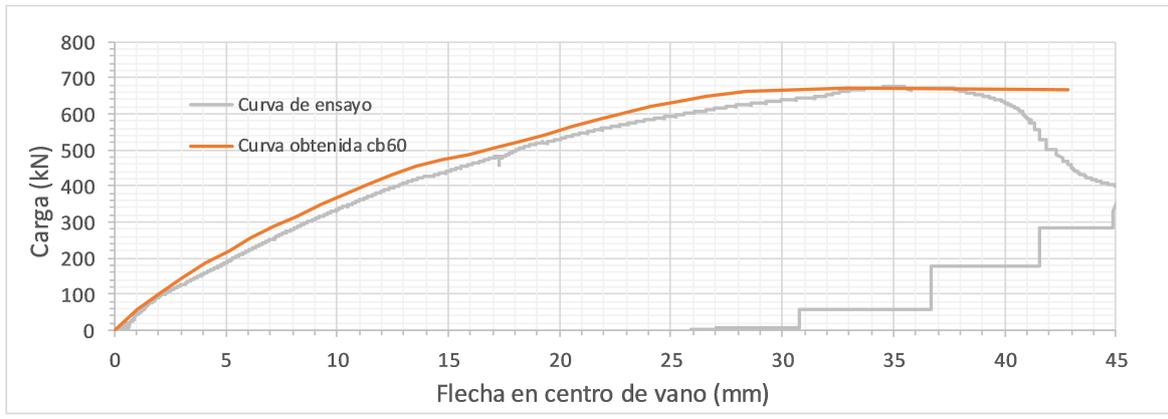
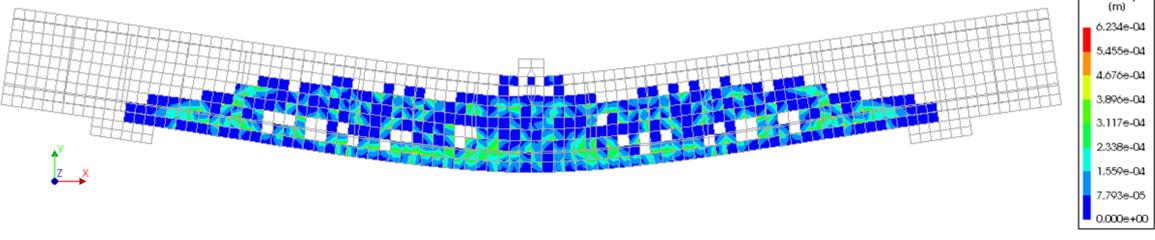
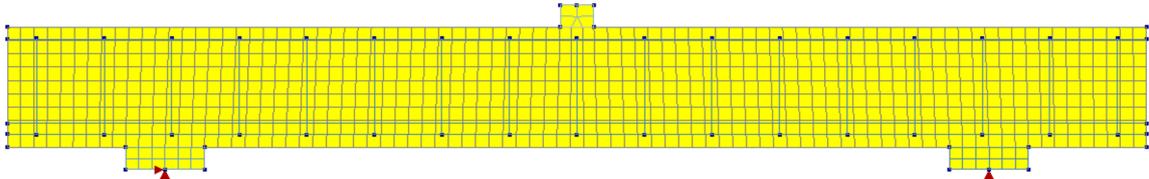
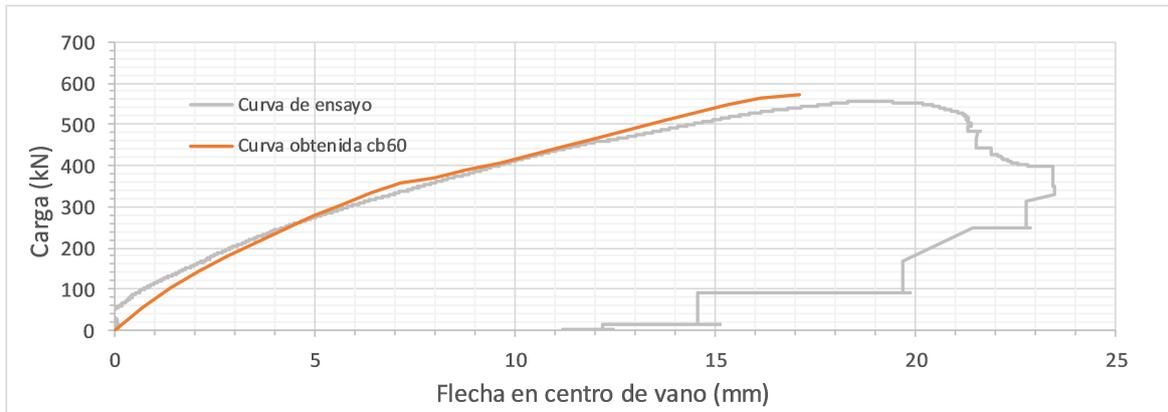
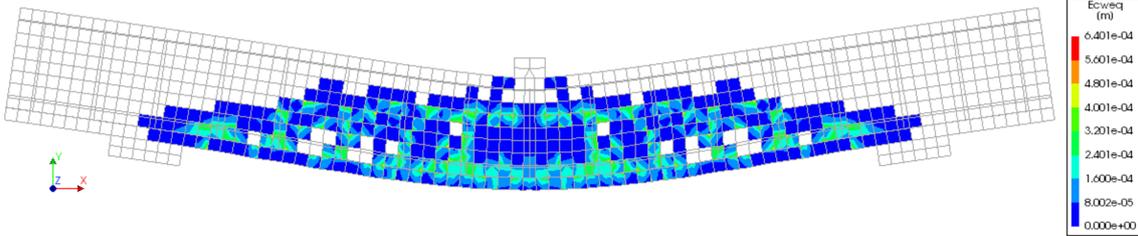
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		AP2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	673.37 kN	Deformación a carga máxima	32.92 mm
Desviación de la carga máxima	-0.77%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Flexión-Compresión (F-C)		
Observaciones	Modelo con rotura a flexión con tendencia a tensión-diagonal.		

Tabla 3.61: Ficha resumen de resultados en viga AP2 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		BP1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	481.0 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f'_c$	44.3 MPa		
$E_c$	30478 MPa		
$F_L$	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	2.20 MPa	$F_{R2K}$	3.03 MPa
$F_{R3K}$	3.34 MPa	$F_{R4K}$	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
			$A_{sup}$ $A_{inf,1}$ $A_{inf,2}$
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

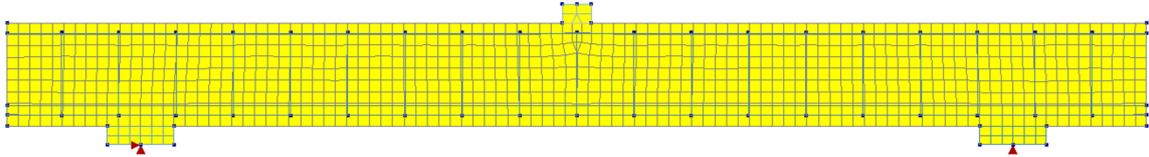
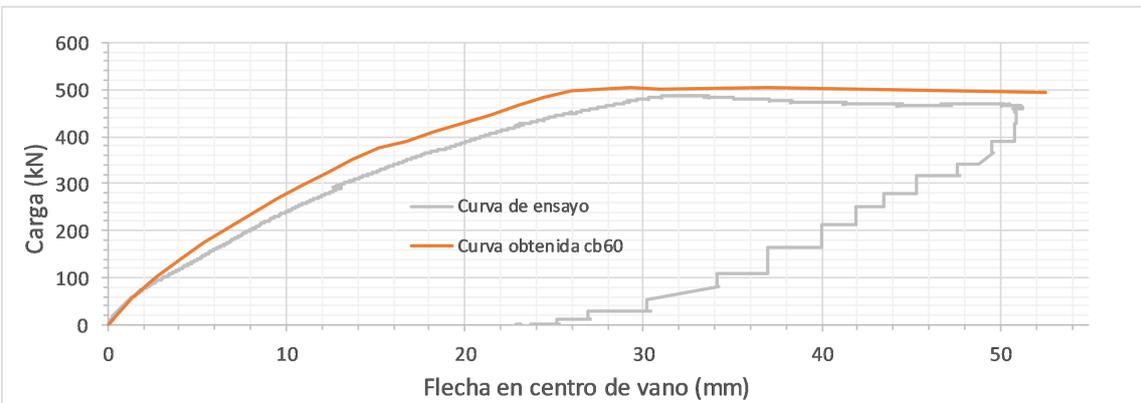
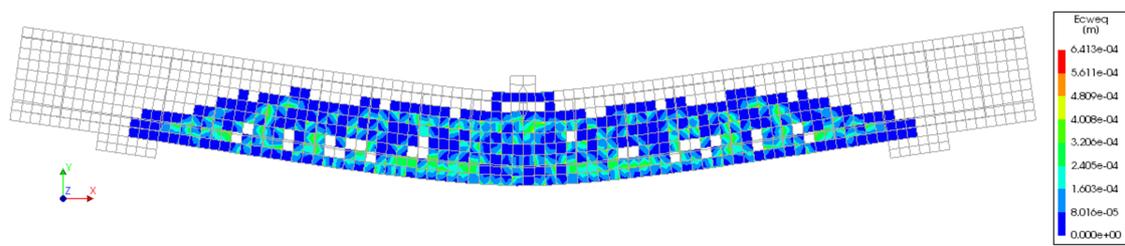
Tabla 3.62: Ficha resumen de resultados en viga BP1 (cb=60mm) (I)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		BP1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	573.44 kN	Deformación a carga máxima	17.09 mm
Desviación de la carga máxima	+3.22%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Cortante-Compresión (V-C)		
Observaciones	Rigidez inicial algo menor.		

**Tabla 3.63:** Ficha resumen de resultados en viga BP1 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		BP2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	474.6 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Polipropileno		
$f_c$	44.3 MPa		
$E_c$	30478 MPa		
$F_L$	4.03 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	2.20 MPa	$F_{R2K}$	3.03 MPa
$F_{R3K}$	3.34 MPa	$F_{R4K}$	3.43 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.64: Ficha resumen de resultados en viga BP2 (cb=60mm) (I)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		BP2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	504.82 kN	Deformación a carga máxima	37.01 mm
Desviación de la carga máxima	+3.58%	Rigidez del elemento	Algo mayor
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Flexión-Compresión (F-C)		
Observaciones	Rigidez en general de la viga del modelo de cálculo por encima de la ensayada.		

**Tabla 3.65:** Ficha resumen de resultados en viga BP2 (cb=60mm) (II)

3.3.3.3. Resultados en vigas de acero  $cb=25mm$

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0AS1 ( $cb=25mm$ )	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	472.9 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Acero		
$f_c$	40.7 MPa		
$E_c$	29201 MPa		
$F_L$	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma-\epsilon$
$F_{R1K}$	1.70 MPa	$F_{R2K}$	1.97 MPa
$F_{R3K}$	2.28 MPa	$F_{R4K}$	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
			$A_{sup}$  $A_{inf,1}$ $A_{inf,2}$
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.66: Ficha resumen de resultados en viga 0AS1 ( $cb=25mm$ ) (I)

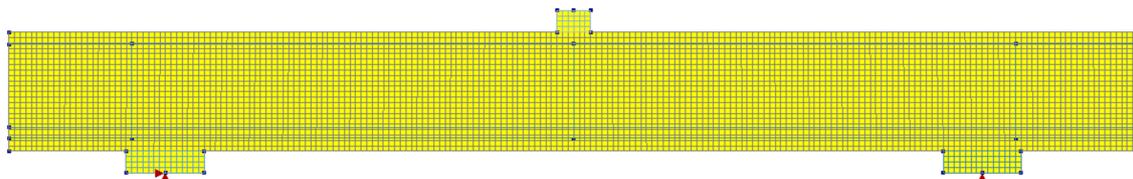
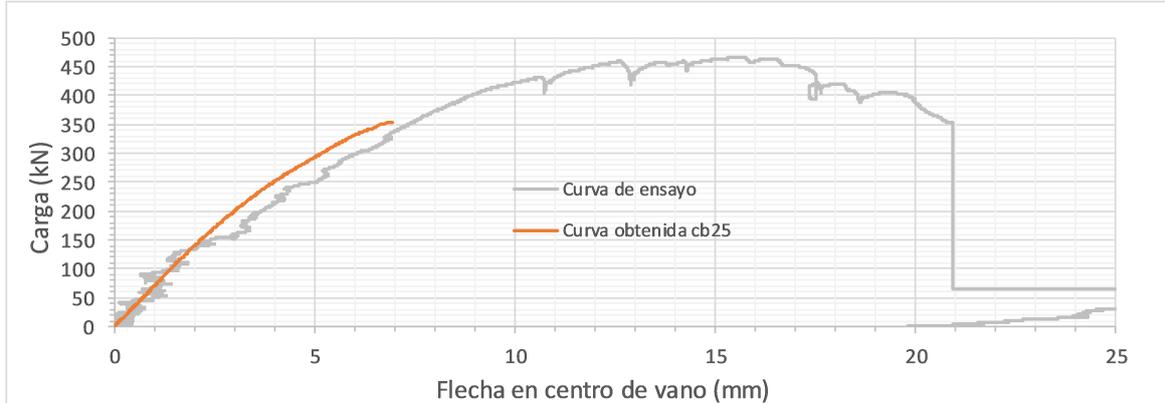
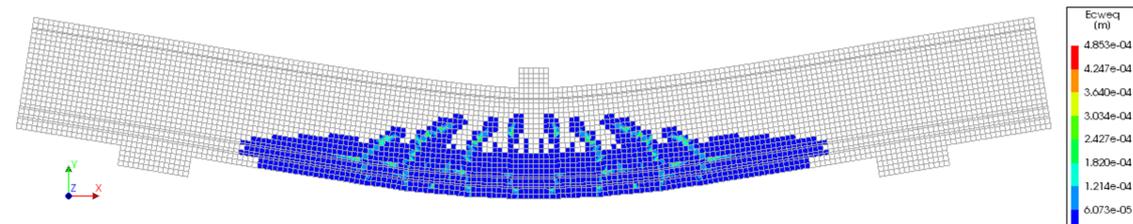
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0AS1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3.00 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	354.01 kN	Deformación a carga máxima	6.93 mm
Desviación de la carga máxima	-24.11%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

Tabla 3.67: Ficha resumen de resultados en viga 0AS1 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0AS2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	472.5 mm		
Armado inferior	4Ø20+4Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Acero		
$f_c$	40.7 MPa		
$E_c$	29201 MPa		
$F_L$	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	1.70 MPa	$F_{R2K}$	1.97 MPa
$F_{R3K}$	2.28 MPa	$F_{R4K}$	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	12.57 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	19.63 cm <sup>2</sup>

**Tabla 3.68:** Ficha resumen de resultados en viga 0AS2 (cb=25mm) (I)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0AS2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3.00 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
Carga máxima alcanzada	345.61 kN	Deformación a carga máxima	10.36 mm
Desviación de la carga máxima	-15.91%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

Tabla 3.69: Ficha resumen de resultados en viga 0AS2 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0BS1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	470.6 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Acero		
$f'_c$	40.7 MPa		
$E_c$	29201 MPa		
$F_L$	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	1.70 MPa	$F_{R2K}$	1.97 MPa
$F_{R3K}$	2.28 MPa	$F_{R4K}$	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.70: Ficha resumen de resultados en viga 0BS1 (cb=25mm) (I)

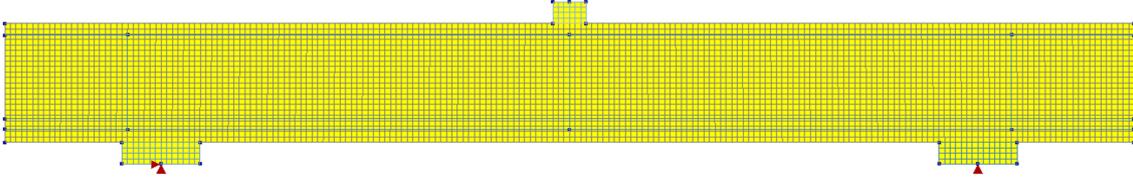
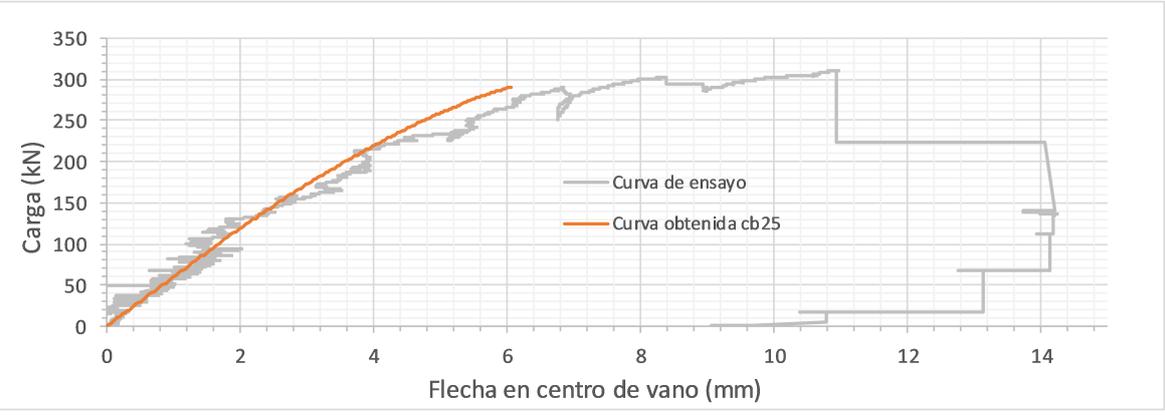
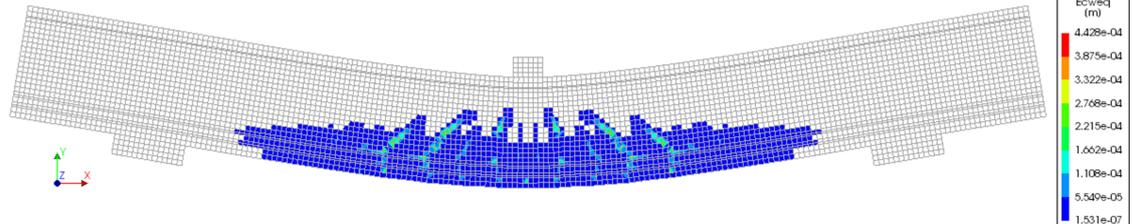
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0BS1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3.00 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	289.75 kN	Deformación a carga máxima	6.07 mm
Desviación de la carga máxima	-6.49%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

Tabla 3.71: Ficha resumen de resultados en viga 0BS1 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0BS2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	469.2 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Acero		
$f'_c$	40.7 MPa		
$E_c$	29201 MPa		
$F_L$	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	1.70 MPa	$F_{R2K}$	1.97 MPa
$F_{R3K}$	2.28 MPa	$F_{R4K}$	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

**Tabla 3.72:** Ficha resumen de resultados en viga 0BS2 (cb=25mm) (I)

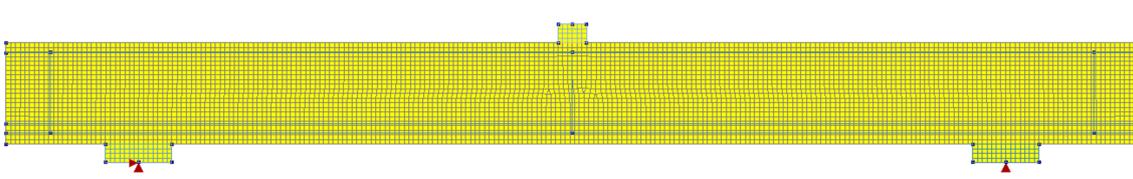
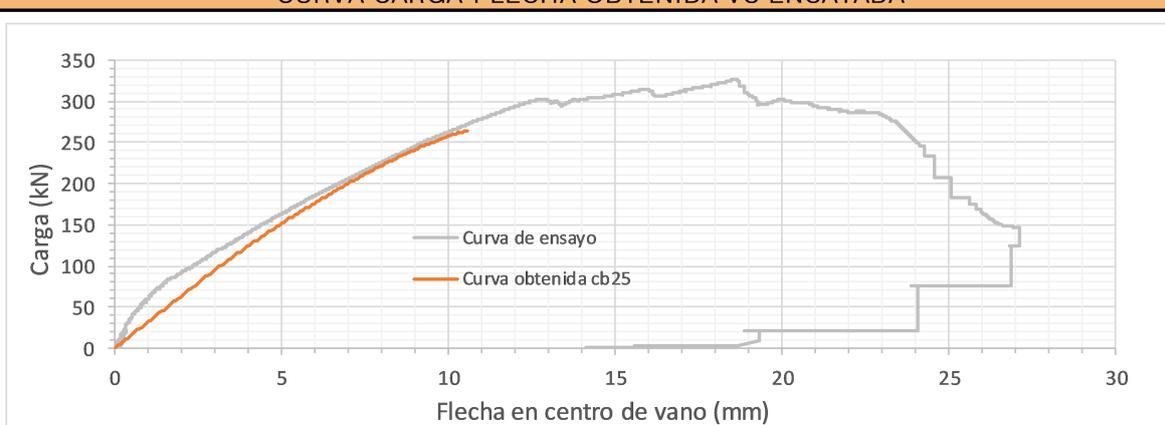
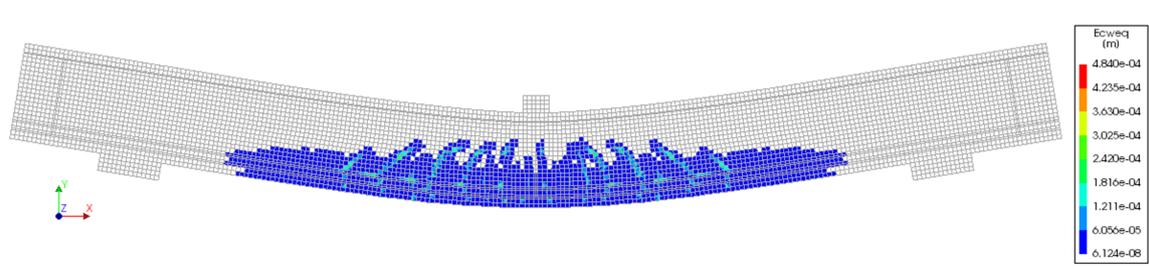
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0BS2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3.00 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	263.03 kN	Deformación a carga máxima	10.55 mm
Desviación de la carga máxima	-19.54%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal. Viga más dúctil inicialmente.		

Tabla 3.73: Ficha resumen de resultados en viga 0BS2 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		AS1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	475.0 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Acero		
f'c	38.8 MPa		
Ec	29364 MPa		
FL	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
F <sub>R1K</sub>	1.70 MPa	F <sub>R2K</sub>	1.97 MPa
F <sub>R3K</sub>	2.28 MPa	F <sub>R4K</sub>	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	Es/fy	200000/520 Mpa
A <sub>estribo</sub>	1.01 cm <sup>2</sup>	A <sub>sup</sub>	3.05 cm <sup>2</sup>
A <sub>inf,1</sub>	9.42 cm <sup>2</sup>	A <sub>inf,2</sub>	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.74: Ficha resumen de resultados en viga AS1 (cb=25mm) (I)

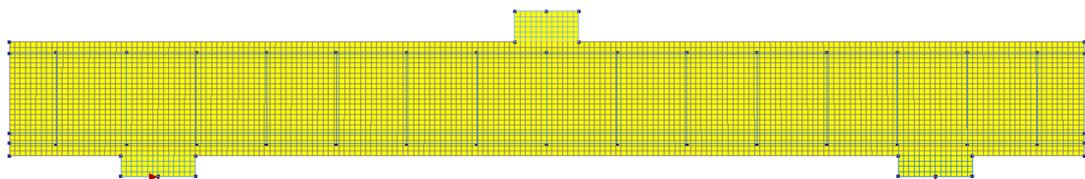
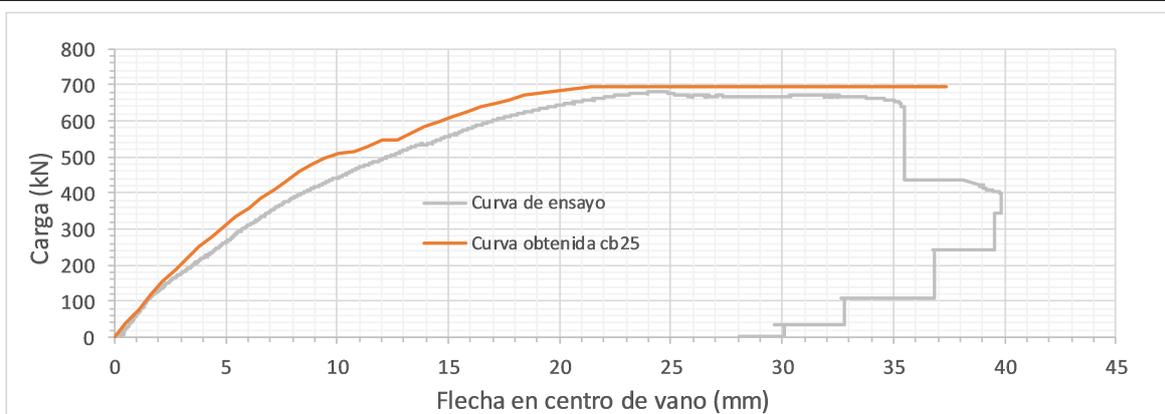
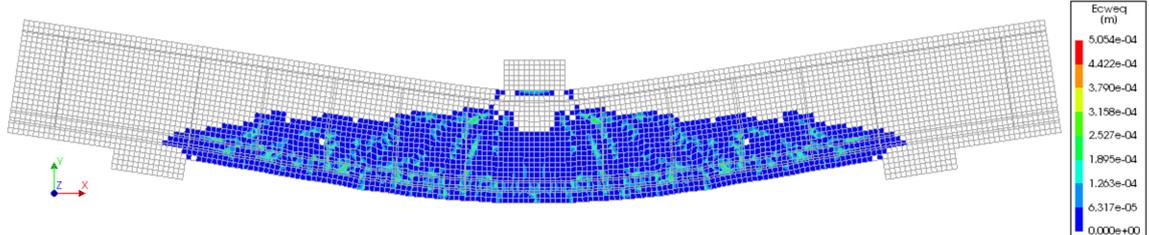
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		AS1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-lenght	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	696.61 kN	Deformación a carga máxima	25.21 mm
Desviación de la carga máxima	+2.08%	Rigidez del elemento	Algo mayor
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Cortante-Compresión (V-C)		
Observaciones	Viga del modelo de cálculo presenta una rigidez algo mayor, con idéntica carga de rotura.		

Tabla 3.75: Ficha resumen de resultados en viga AS1 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		AS2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	474.4 mm		
Armado inferior	4Ø20+4Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Acero		
f <sub>c</sub>	38.8 MPa		
E <sub>c</sub>	29364 MPa		
F <sub>L</sub>	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
ε <sub>c1</sub>	0.0023	ε <sub>cu1</sub>	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	σ-ε
F <sub>R1K</sub>	1.70 MPa	F <sub>R2K</sub>	1.97 MPa
F <sub>R3K</sub>	2.28 MPa	F <sub>R4K</sub>	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
			<p>A<sub>sup</sub></p> <p>A<sub>inf,1</sub></p> <p>A<sub>inf,2</sub></p>
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	E <sub>s</sub> /f <sub>y</sub>	200000/520 Mpa
A <sub>estribo</sub>	1.01 cm <sup>2</sup>	A <sub>sup</sub>	3.05 cm <sup>2</sup>
A <sub>inf,1</sub>	12.57 cm <sup>2</sup>	A <sub>inf,2</sub>	19.63 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.76: Ficha resumen de resultados en viga AS2 (cb=25mm) (I)

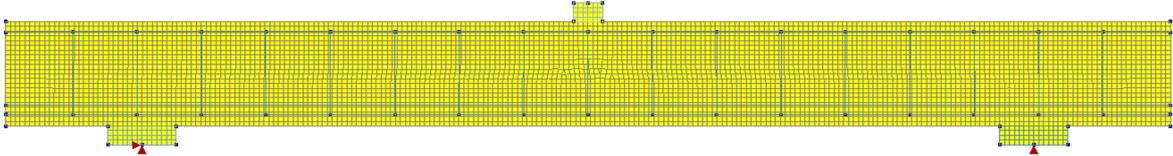
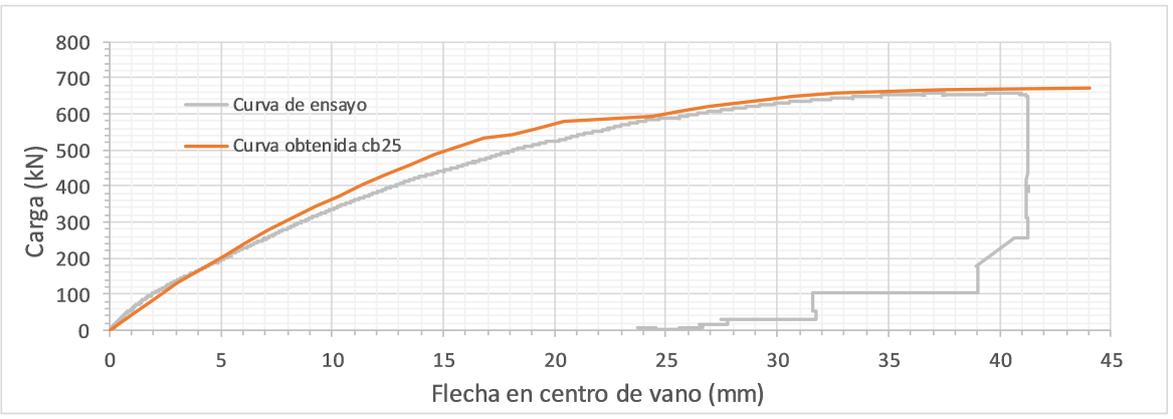
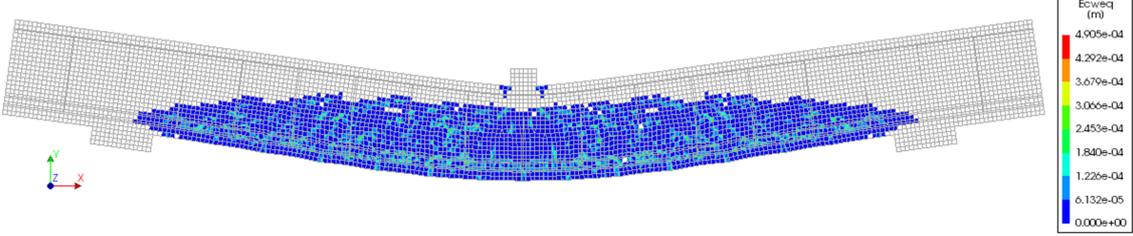
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		AS2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	672.03 kN	Deformación a carga máxima	44.00 mm
Desviación de la carga máxima	+2.12%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Flexión-Compresión (F-C)		
Observaciones	Comportamiento muy similar.		

Tabla 3.77: Ficha resumen de resultados en viga AS2 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		BS1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	481.0 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Acero		
f'c	38.8 MPa		
Ec	29364 MPa		
FL	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
ε <sub>c1</sub>	0.0023	ε <sub>cu1</sub>	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	σ-ε
F <sub>R1K</sub>	1.70 MPa	F <sub>R2K</sub>	1.97 MPa
F <sub>R3K</sub>	2.28 MPa	F <sub>R4K</sub>	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
			$A_{sup}$ $A_{inf,1}$ $A_{inf,2}$
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	Es/fy	200000/520 Mpa
A <sub>estribo</sub>	1.01 cm <sup>2</sup>	A <sub>sup</sub>	3.05 cm <sup>2</sup>
A <sub>inf,1</sub>	9.42 cm <sup>2</sup>	A <sub>inf,2</sub>	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.78: Ficha resumen de resultados en viga BS1 (cb=25mm) (I)

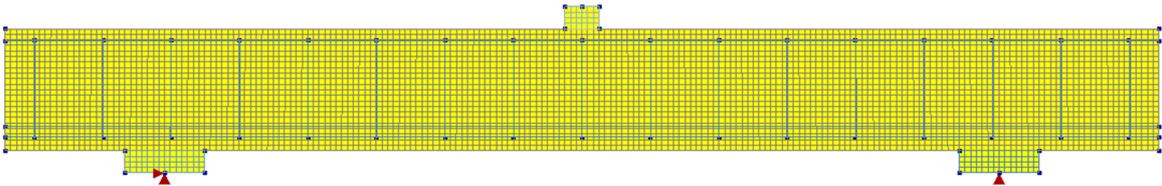
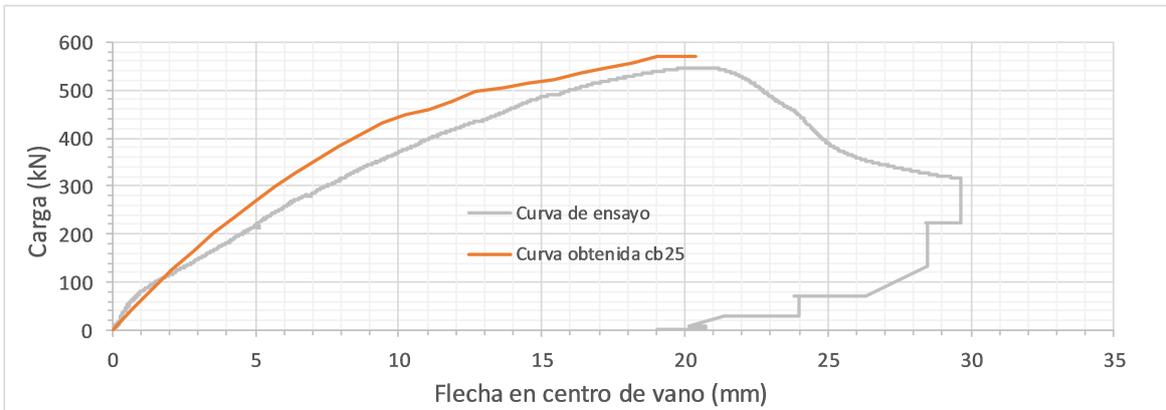
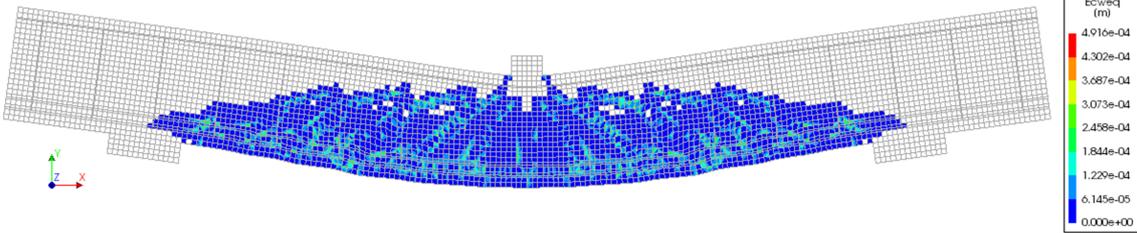
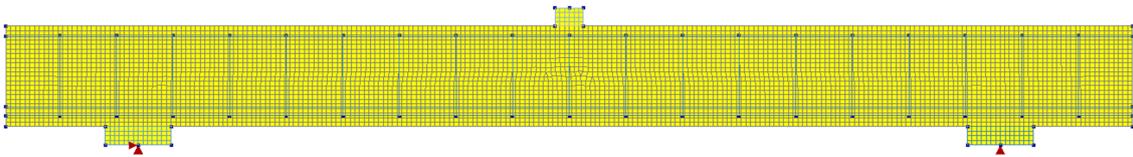
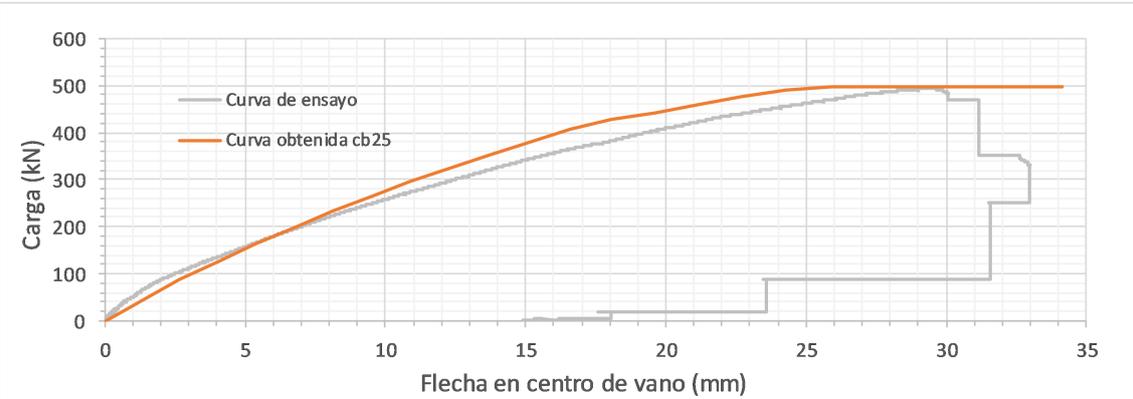
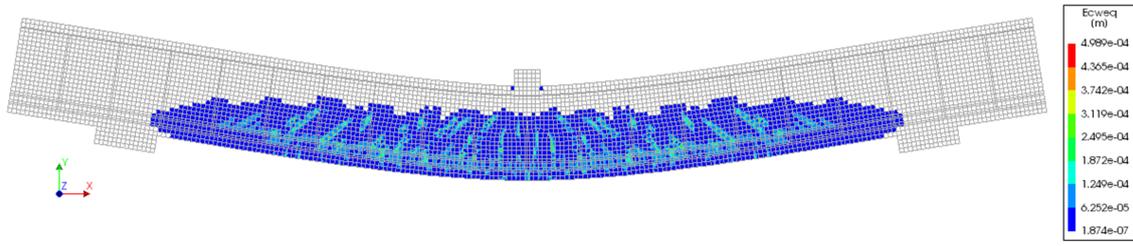
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		BS1 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	569.56 kN	Deformación a carga máxima	20.36 mm
Desviación de la carga máxima	+4.27%	Rigidez del elemento	Mayor
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Cortante-Compresión (V-C)		
Observaciones	La rigidez de la viga del modelo de cálculo es mayor.		

Tabla 3.79: Ficha resumen de resultados en viga BS1 (cb=25mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		BS2 (cb=25mm)	
DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA			
Ancho de sección	229 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	474.6 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Acero		
$f_c$	38.8 MPa		
$E_c$	29364 MPa		
$F_L$	4.43 MPa		
MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	1.70 MPa	$F_{R2K}$	1.97 MPa
$F_{R3K}$	2.28 MPa	$F_{R4K}$	2.16 MPa
MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.80: Ficha resumen de resultados en viga BS2 (cb=25mm) (I)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		BS2 (cb=25mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	25mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	498.50 kN	Deformación a carga máxima	34.14 mm
Desviación de la carga máxima	+1.17%	Rigidez del elemento	Algo mayor
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Flexión-Compresión (F-C)		
Observaciones	Rigidez de la viga del modelo de cálculo algo mayor, con carga de rotura idéntica.		

**Tabla 3.81:** Ficha resumen de resultados en viga BS2 (cb=25mm) (II)

3.3.3.4. Resultados en vigas de acero  $cb=60mm$

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0AS1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	472.9 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Acero		
$f_c$	40.7 MPa		
$E_c$	29201 MPa		
$F_L$	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma-\epsilon$
$F_{R1K}$	1.70 MPa	$F_{R2K}$	1.97 MPa
$F_{R3K}$	2.28 MPa	$F_{R4K}$	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.82: Ficha resumen de resultados en viga 0AS1 (cb=60mm) (I)  
 Trabajo Final de Máster 190 Universitat Politècnica de Valencia

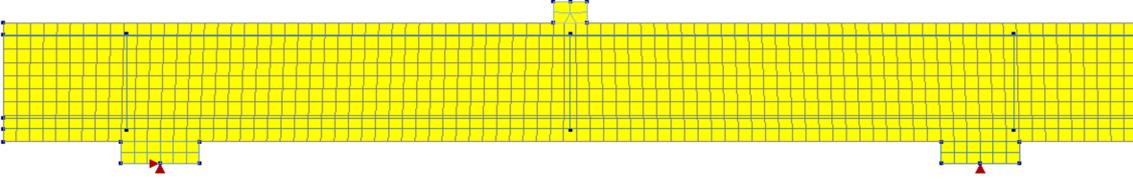
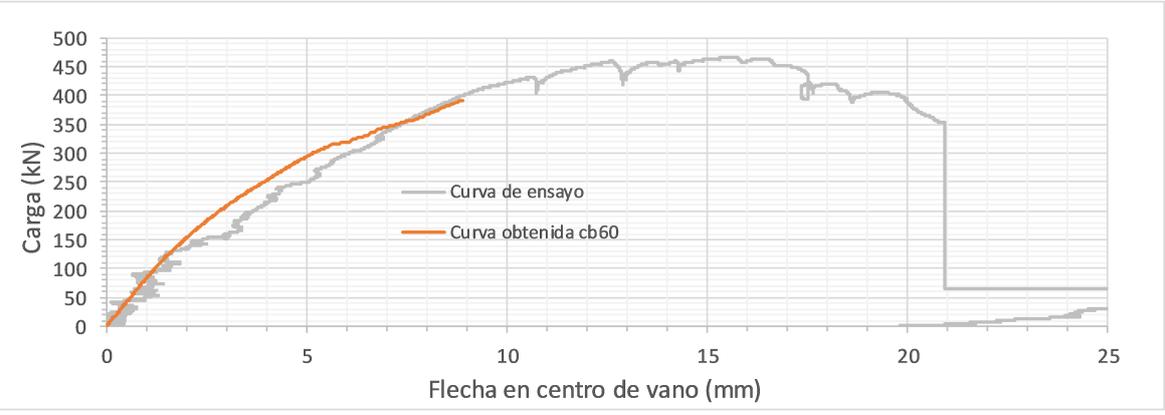
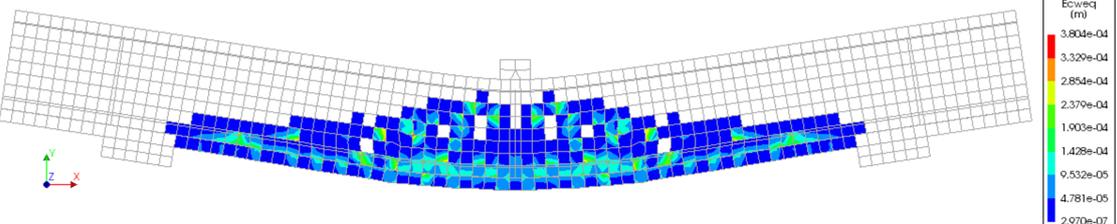
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0AS1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	391.64 kN	Deformación a carga máxima	8.89 mm
Desviación de la carga máxima	-16.04%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

Tabla 3.83: Ficha resumen de resultados en viga 0AS1 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0AS2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	472.5 mm		
Armado inferior	4Ø20+4Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Acero		
$f_c$	40.7 MPa		
$E_c$	29201 MPa		
$F_L$	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma-\epsilon$
$F_{R1K}$	1.70 MPa	$F_{R2K}$	1.97 MPa
$F_{R3K}$	2.28 MPa	$F_{R4K}$	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	12.57 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	19.63 cm <sup>2</sup>

**Tabla 3.84:** Ficha resumen de resultados en viga 0AS2 (cb=60mm) (I)

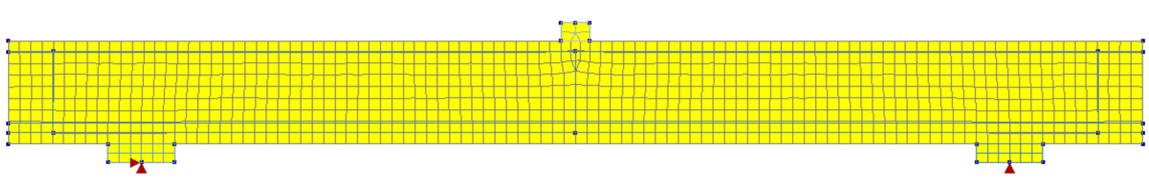
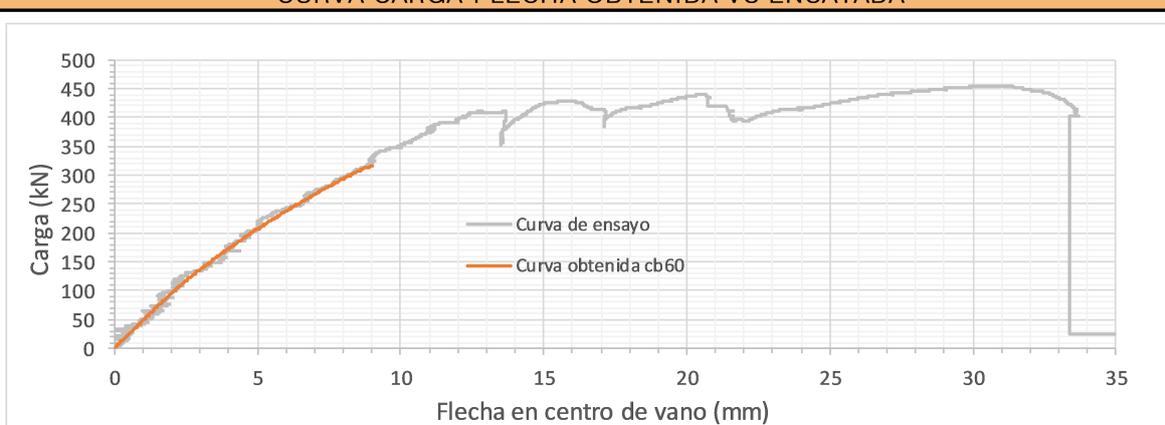
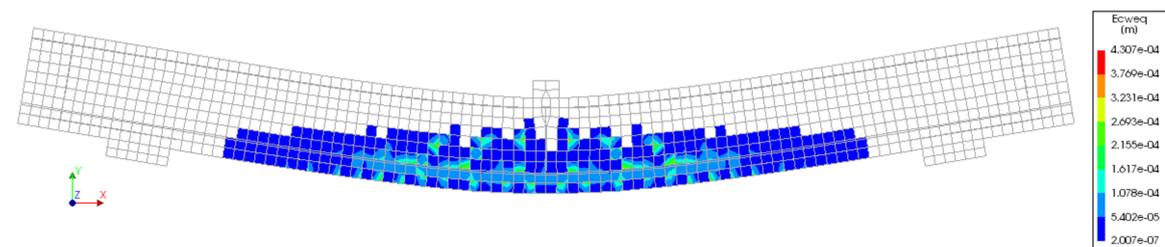
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0AS2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-lenght	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	315.85 kN	Deformación a carga máxima	9.01 mm
Desviación de la carga máxima	-30.67%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

Tabla 3.85: Ficha resumen de resultados en viga 0AS2 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0BS1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	470.6 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Acero		
$f'_c$	40.7 MPa		
$E_c$	29201 MPa		
$F_L$	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma-\epsilon$
$F_{R1K}$	1.70 MPa	$F_{R2K}$	1.97 MPa
$F_{R3K}$	2.28 MPa	$F_{R4K}$	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
			$A_{sup}$ $A_{inf,1}$ $A_{inf,2}$
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

**Tabla 3.86:** Ficha resumen de resultados en viga 0BS1 (cb=60mm) (I)

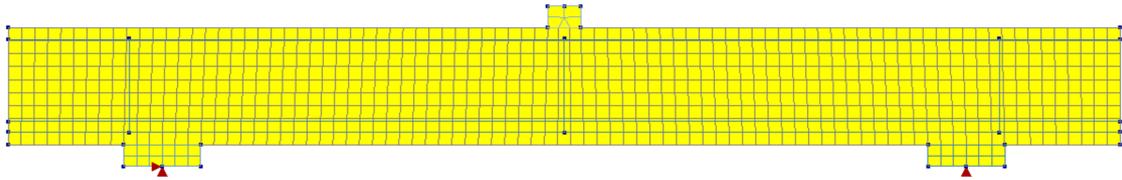
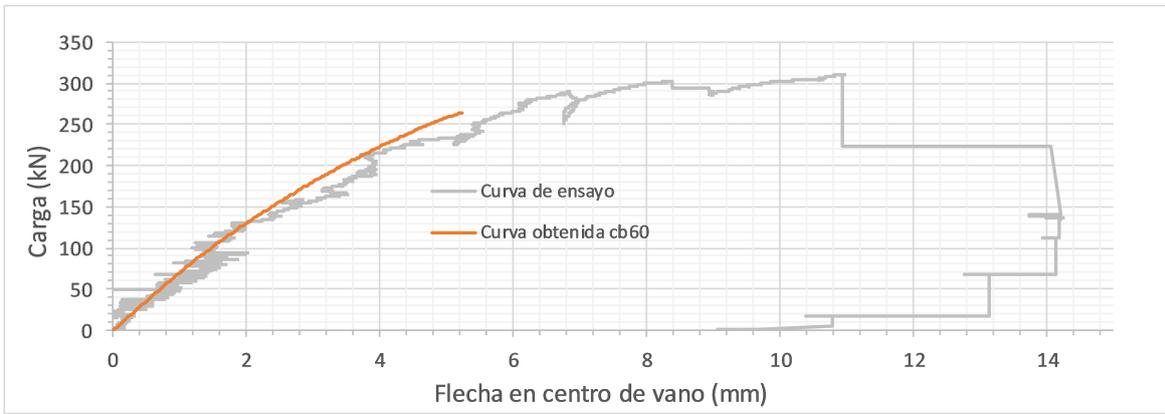
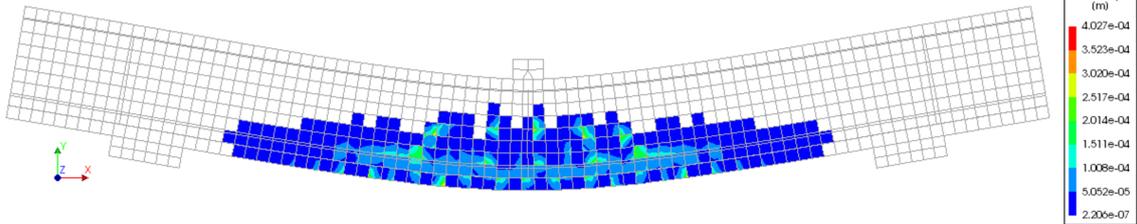
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0BS1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	263.53 kN	Deformación a carga máxima	5.23 mm
Desviación de la carga máxima	-14.95%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

Tabla 3.87: Ficha resumen de resultados en viga 0BS1 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		0BS2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	469.2 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	Sin estribos		
Tipo de fibra	Acero		
$f'_c$	40.7 MPa		
$E_c$	29201 MPa		
$F_L$	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	1.70 MPa	$F_{R2K}$	1.97 MPa
$F_{R3K}$	2.28 MPa	$F_{R4K}$	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
			$A_{sup}$ $A_{inf,1}$ $A_{inf,2}$
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

**Tabla 3.88:** Ficha resumen de resultados en viga 0BS2 (cb=60mm) (I)

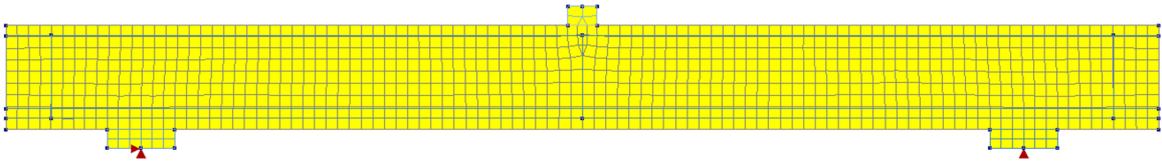
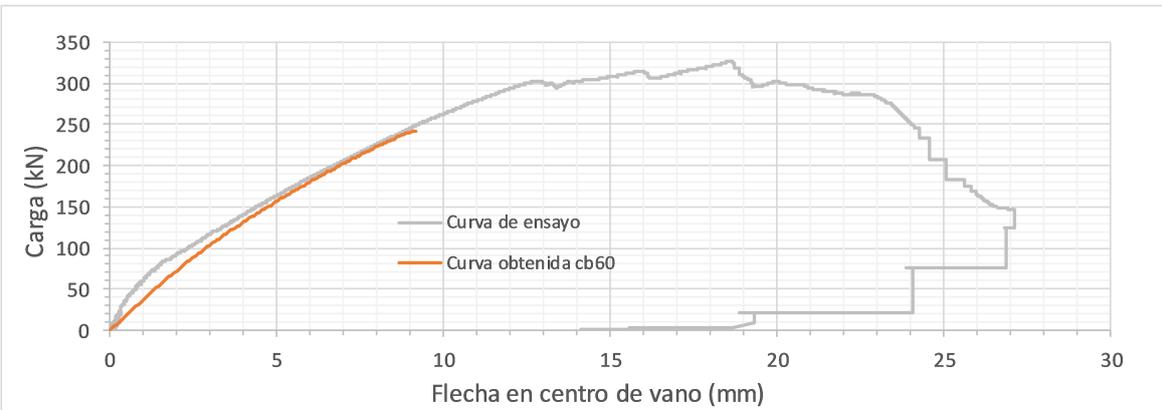
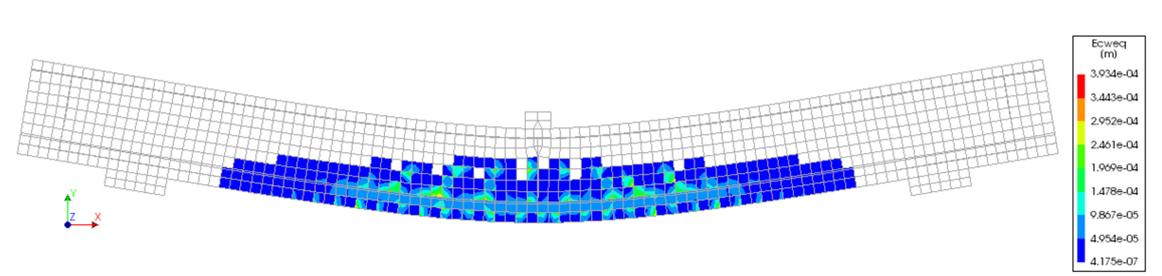
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		0BS2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	3 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	242.27 kN	Deformación a carga máxima	9.19 mm
Desviación de la carga máxima	-25.89%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Tensión-Diagonal (D-T)		
Observaciones	La viga del modelo no "rompe" sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.		

Tabla 3.89: Ficha resumen de resultados en viga 0BS2 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		AS1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	475.0 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Acero		
f'c	38.8 MPa		
Ec	29364 MPa		
FL	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma$ - $\epsilon$
$F_{R1K}$	1.70 MPa	$F_{R2K}$	1.97 MPa
$F_{R3K}$	2.28 MPa	$F_{R4K}$	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
			$A_{sup}$ $A_{inf,1}$ $A_{inf,2}$
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	Es/fy	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.90: Ficha resumen de resultados en viga AS1 (cb=60mm) (I)

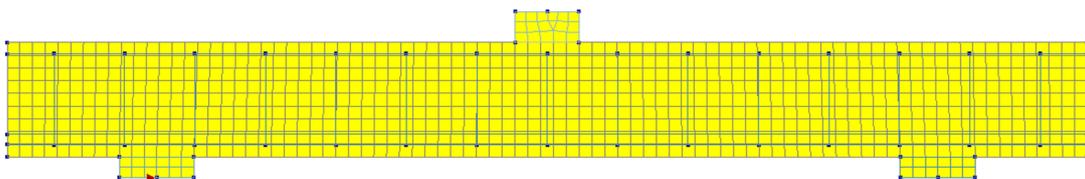
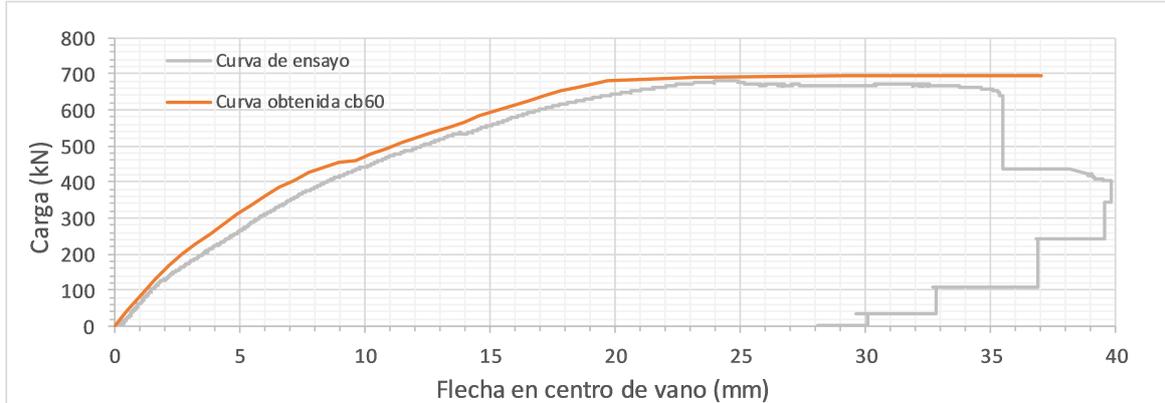
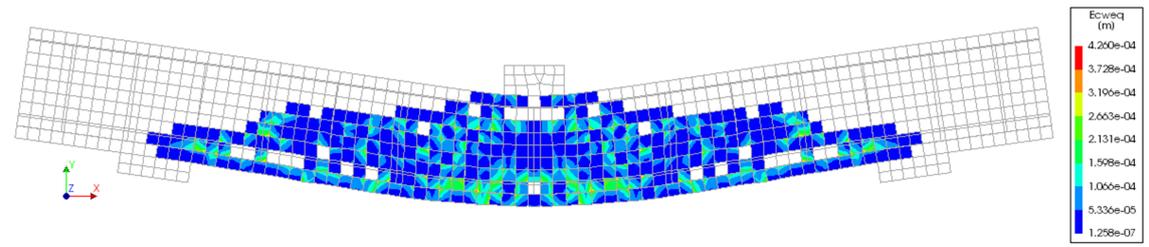
FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		AS1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	695.61 kN	Deformación a carga máxima	29.02 mm
Desviación de la carga máxima	+1.93%	Rigidez del elemento	Algo mayor
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Flexión-Compresión (F-C)		
Observaciones	La curva obtenida del modelo de cálculo presenta una rigidez algo mayor.		

Tabla 3.91: Ficha resumen de resultados en viga AS1 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		AS2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	305 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	474.4 mm		
Armado inferior	4Ø20+4Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Acero		
$f'_c$	38.8 MPa		
$E_c$	29364 MPa		
$F_L$	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma-\epsilon$
$F_{R1K}$	1.70 MPa	$F_{R2K}$	1.97 MPa
$F_{R3K}$	2.28 MPa	$F_{R4K}$	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	12.57 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	19.63 cm <sup>2</sup>

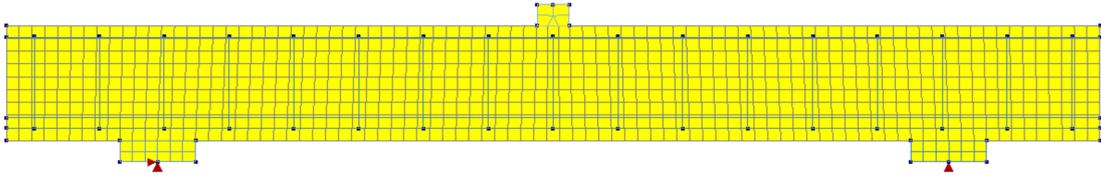
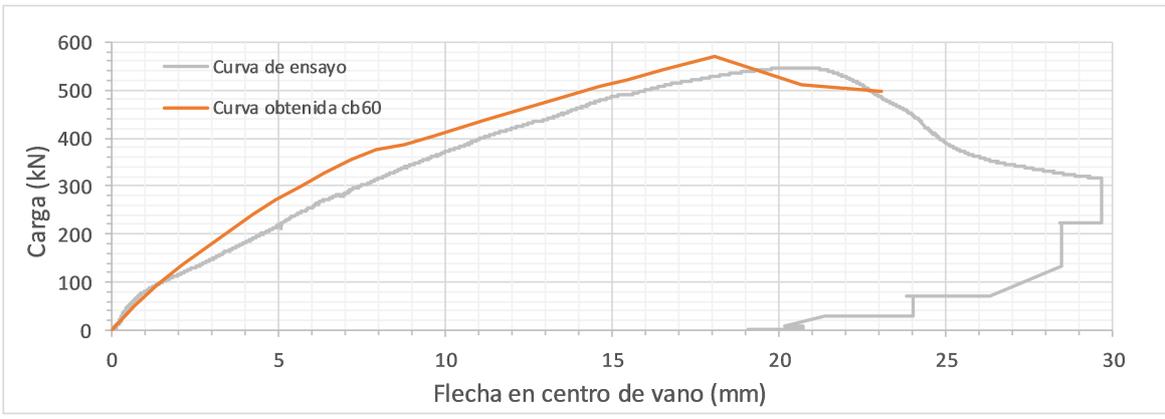
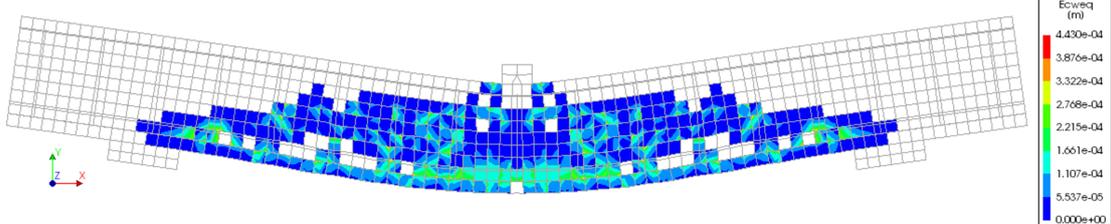
Tabla 3.92: Ficha resumen de resultados en viga AS2 (cb=60mm) (I)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		AS2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
Carga máxima alcanzada	659.94 kN	Deformación a carga máxima	40.35 mm
Desviación de la carga máxima	+0.28%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Modo de fallo	Cortante-Compresión (V-C)		
Observaciones	Comportamiento muy similar al del ensayo.		

Tabla 3.93: Ficha resumen de resultados en viga AS2 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		BS1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA</b>			
Ancho de sección	229 mm	<b>SECCIÓN TRANSVERSAL</b> 	
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5060 mm		
Longitud de vano	3660 mm		
Canto útil de la sección	481.0 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Acero		
f'c	38.8 MPa		
Ec	29364 MPa		
FL	4.43 MPa		
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN</b>			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
ε <sub>c1</sub>	0.0023	ε <sub>cu1</sub>	0.0035
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN</b>			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	σ-ε
F <sub>R1K</sub>	1.70 MPa	F <sub>R2K</sub>	1.97 MPa
F <sub>R3K</sub>	2.28 MPa	F <sub>R4K</sub>	2.16 MPa
<b>MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS</b>			
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	Es/fy	200000/520 Mpa
A <sub>estribo</sub>	1.01 cm <sup>2</sup>	A <sub>sup</sub>	3.05 cm <sup>2</sup>
A <sub>inf,1</sub>	9.42 cm <sup>2</sup>	A <sub>inf,2</sub>	14.73 cm <sup>2</sup>

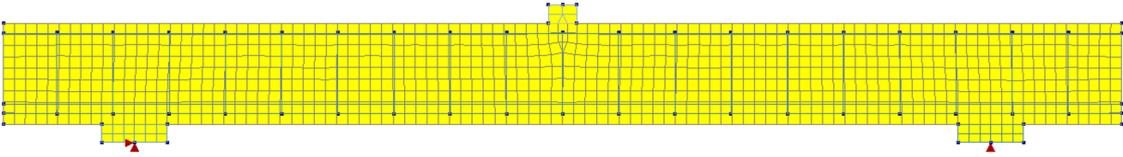
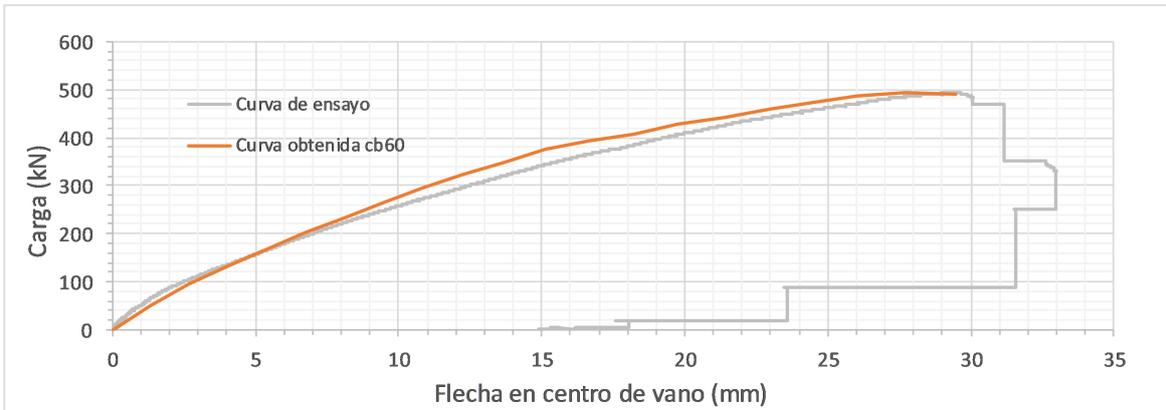
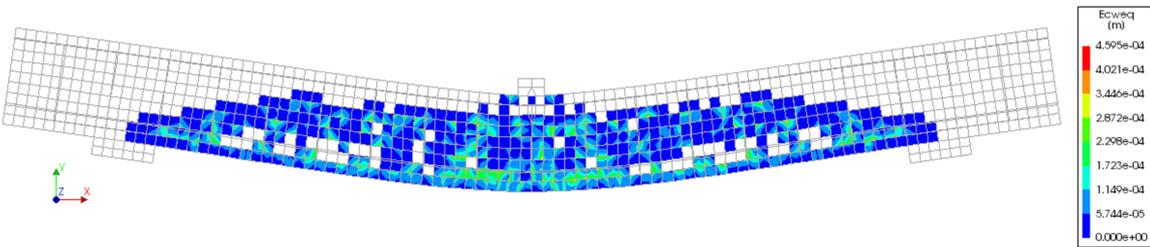
Tabla 3.94: Ficha resumen de resultados en viga BS1 (cb=60mm) (I)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		BS1 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	571.37 kN	Deformación a carga máxima	18.09 mm
Desviación de la carga máxima	+4.6%	Rigidez del elemento	Algo mayor
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Cortante-Compresión (V-C)		
Observaciones	La curva obtenida del modelo de cálculo presenta una rigidez algo mayor.		

**Tabla 3.95:** Ficha resumen de resultados en viga BS1 (cb=60mm) (II)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (I)		BS2 (cb=60mm)	
DATOS BÁSICOS DE LA VIGA CALCULADA			
Ancho de sección	229 mm		
Altura de sección	552 mm		
Longitud total de la viga	5970 mm		
Longitud de vano	4570 mm		
Canto útil de la sección	474.6 mm		
Armado inferior	3Ø20+3Ø25		
Armado superior	1Ø10+2Ø12		
Armadura transversal	eØ8c/33cm		
Tipo de fibra	Acero		
$f'_c$	38.8 MPa		
$E_c$	29364 MPa		
$F_L$	4.43 MPa		
MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN			
Tipo de función	Parabólica	Función	EN 1992-1-1:2004
$\epsilon_{c1}$	0.0023	$\epsilon_{cu1}$	0.0035
MODELO CONSTITUTIVO DEL HORMIGÓN A TRACCIÓN			
Tipo de función	Multi-Lineal	Formato de entrada	$\sigma-\epsilon$
$F_{R1K}$	1.70 MPa	$F_{R2K}$	1.97 MPa
$F_{R3K}$	2.28 MPa	$F_{R4K}$	2.16 MPa
MODELO CONSTITUTIVO DEL ACERO EMPLEADO EN ARMADURAS			
			$A_{sup}$ $A_{inf,1}$ $A_{inf,2}$
Tipo de modelo	Elástico-Lineal	$E_s/f_y$	200000/520 Mpa
$A_{estribo}$	1.01 cm <sup>2</sup>	$A_{sup}$	3.05 cm <sup>2</sup>
$A_{inf,1}$	9.42 cm <sup>2</sup>	$A_{inf,2}$	14.73 cm <sup>2</sup>

Tabla 3.96: Ficha resumen de resultados en viga BS2 (cb=60mm) (I)

FICHA RESUMEN RESULTADOS (II)		BS2 (cb=60mm)	
<b>DATOS BÁSICOS DEL MODELO DE CÁLCULO</b>			
Tipo de elemento en hormigón	Shell-plate (Cuadrilátero de 8 nodos)		
Tipo de elemento en acero	Elemento lineal (2 nodos)		
Tamaño máximo del elemento	60mm		
Modelo de apoyo	Acero-Hormigón		
Modelo de placa de carga	Acero-elemento interfaz-hormigón		
Rigidez del material en interfaz	Compresión: Módulo elástico // Cortante: Rigidez infinita		
<b>MODELO DE CÁLCULO DE LA VIGA</b>			
			
Apoyo izquierdo	DZ-DX	Apoyo derecho	DZ
Elementos de hormigón		Elementos de acero	
<b>PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS</b>			
Carga máxima a alcanzar	750 kN	Paso máximo de carga	75 kN
Paso mínimo de carga	0.75 kN	Factor reductor de carga	0.50
Método de control de respuesta	Arc-length	Método de iteración	Newton-Raphson
<b>CURVA CARGA-FLECHA OBTENIDA VS ENSAYADA</b>			
			
Carga máxima alcanzada	492.69 kN	Deformación a carga máxima	27.69 mm
Desviación de la carga máxima	-0.01%	Rigidez del elemento	Similar
<b>MODOS DE FALLO OBTENIDO EN EL MODELO DE CÁLCULO</b>			
			
Modo de fallo	Cortante-Compresión (V-C)		
Observaciones	Curva de comportamiento muy similar.		

**Tabla 3.97:** Ficha resumen de resultados en viga BS2 (cb=60mm) (II)

## 3.3.4. Análisis de los resultados obtenidos

Una vez obtenidos los resultados que han sido mostrados, se procede a analizar el conjunto de forma general, de cara a obtener las conclusiones a las que hubiera lugar. A continuación, se muestra a modo resumen una tabla con los resultados generales de las vigas estudiadas:

Viga	Crackband (mm)	Long (mm)	Canto (mm)	Ancho (mm)	M.F. ensayo	M.F. Modelo	Carga máxima ensayo (kN)	Carga máxima modelo (kN)	Variación %	Observaciones
0AP1	25	5060	552	305	D-T	D-T	446.68	424.92	-4.87%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
0AP2	25	5970	552	305	D-T	D-T	486.26	471.13	-3.11%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
0BP1	25	5060	552	229	D-T	D-T	361.73	344.98	-4.63%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
0BP2	25	5970	552	229	D-T	D-T	295.60	340.48	+15.18%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
AP1	25	5060	552	305	V-C	F-C	695.30	708.59	+1.91%	Rigidez algo mayor de la viga del modelo de cálculo.
AP2	25	5970	552	305	V-C	F-C	678.60	674.86	-0.55%	Rigidez algo mayor de la viga del modelo de cálculo.
BP1	25	5060	552	229	V-C	V-C	555.56	599.82	+7.97%	Rigidez algo mayor de la viga del modelo de cálculo.
BP2	25	5970	552	229	F-C	F-C	487.37	504.01	+3.41%	La rigidez del elemento modelado es mayor que la del elemento ensayado. La carga de rotura máxima es similar en ambos.
0AP1	60	5060	552	305	D-T	D-T	446.68	503.56	+12.73%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
0AP2	60	5970	552	305	D-T	D-T	486.26	334.19	-31.27%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
0BP1	60	5060	552	229	D-T	D-T	361.73	261.42	-27.73%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
0BP2	60	5970	552	229	D-T	D-T	295.60	385.87	+30.54%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
AP1	60	5060	552	305	V-C	V-C	695.30	704.92	+1.38%	Rigidez algo mayor a mayor deformación.
AP2	60	5970	552	305	V-C	F-C	678.60	673.37	-0.77%	Modelo con rotura a flexión-compresión con tendencia a tensión-diagonal.
BP1	60	5060	552	229	V-C	V-C	555.56	573.44	+3.22%	Rigidez inicial algo menor en el modelo de cálculo.
BP2	60	5970	552	229	F-C	F-C	487.37	504.82	+3.58%	Rigidez en general de la viga del modelo de cálculo por encima de la ensayada.
0AS1	25	5060	552	305	D-T	D-T	466.47	354.01	-24.11%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
0AS2	25	5970	552	305	V-C	D-T	411.00	345.61	-15.91%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
0BS1	25	5060	552	229	D-T	D-T	309.86	289.75	-6.49%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
0BS2	25	5970	552	229	D-T	D-T	326.89	263.03	-19.54%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
AS1	25	5060	552	305	F-C	V-C	682.43	696.61	+2.08%	La viga del modelo de cálculo presenta una rigidez algo mayor, con idéntica carga de rotura.
AS2	25	5970	552	305	V-C	F-C	658.07	672.03	+2.12%	Comportamiento muy similar.
BS1	25	5060	552	229	V-C	V-C	546.22	569.56	+4.27%	La rigidez de la viga del modelo de cálculo es mayor.
BS2	25	5970	552	229	V-C	F-C	492.74	498.50	+1.17%	Rigidez de la viga del modelo de cálculo algo mayor, con carga de rotura idéntica.
0AS1	60	5060	552	305	D-T	D-T	466.47	391.64	-16.04%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
0AS2	60	5970	552	305	V-C	D-T	455.59	315.85	-30.67%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
0BS1	60	5060	552	229	D-T	D-T	309.86	263.53	-14.95%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
0BS2	60	5970	552	229	D-T	D-T	326.89	242.27	-25.89%	La viga del modelo no alcanza la rotura sino que no es capaz de redistribuir la fisuración de flexión a fisuración de cortante diagonal.
AS1	60	5060	552	305	F-C	F-C	682.43	695.61	+1.93%	La curva obtenida del modelo de cálculo presenta una rigidez algo mayor.
AS2	60	5970	552	305	V-C	V-C	658.07	659.94	+0.28%	Comportamiento muy similar al del ensayo.
BS1	60	5060	552	229	V-C	V-C	546.22	571.37	+4.6%	La curva obtenida del modelo de cálculo presenta una rigidez algo mayor.
BS2	60	5970	552	229	V-C	V-C	492.74	492.69	-0.01%	Curva de comportamiento muy similar.

Tabla 3.98: Tabla resumen de resultados en vigas analizadas

A partir de los resultados obtenidos de cada una de las vigas y de las comprobaciones efectuadas, se concluye lo siguiente:

- De forma generalizada, en análisis llevados con **crackband de 25mm en vigas con fibras de polipropileno y sin estribado** se obtienen resultados muy ajustados en cuanto a carga máxima, no siendo así en cuanto a deformaciones, debido a que no se alcanza el mismo modo de fallo que en las vigas ensayadas. Ello es debido probablemente al empleo de un modelo de fisuración distribuida, que no es capaz de redistribuir la fisuración a la fisura diagonal discreta que suele aparecer en este tipo de casos. En todo caso, para pasos de carga pequeños, de los modelos se obtienen cargas máximas similares y siempre del lado de la seguridad excepto en el caso de la viga 0BP2, obteniendo un valor de un 15,18 % superior, sin explicación aparente y siendo la rotura de esta viga ensayada algo diferente a la del resto de vigas de la misma familia.
- Por otro lado, en análisis llevados con **crackband de 25mm en vigas con fibras de polipropileno y con armadura transversal** se obtienen resultados muy ajustados en cuanto a carga máxima y deformaciones, ello probablemente derive de que la armadura a cortante permite controlar la fisuración, con un patrón distribuido y similar al funcionamiento del modelo de cálculo.
- En el caso de análisis llevados con **crackband de 60mm en vigas con fibras de polipropileno** se obtienen prácticamente las mismas conclusiones en cuanto al funcionamiento de las vigas con estribos con unos resultados equivalentes a los de ensayo, no siendo así en los casos sin armadura transversal, donde se obtiene una variación respecto al ensayo de entre -31,27 % y +30,54 %.
- De forma generalizada, en análisis llevados con **crackband de 25mm en vigas con fibras de acero y sin estribado** se obtienen resultados del lado de la seguridad en cuanto a carga máxima, ello es debido a que el modelo no es capaz de redistribuir la fisuración a la fisura diagonal discreta que suele aparecer en este tipo de casos con pasos pequeños. En todo caso, se obtienen cargas máximas similares y siempre del lado de la seguridad excepto en el caso de la viga 0AS1, obteniendo un valor de un -24,11 % inferior, por los motivos anteriormente mencionados.
- Por otro lado, en análisis llevados con **crackband de 25mm en vigas con fibras de acero y con armadura transversal** se obtienen resultados muy ajustados en cuanto a carga máxima y deformaciones, ello probablemente derive de que la armadura a cortante permite controlar la fisuración, con un patrón distribuido y similar al funcionamiento del modelo de cálculo.
- En el caso de análisis llevados con **crackband de 60mm en vigas con fibras de acero** se obtienen prácticamente las mismas conclusiones en cuanto al funcionamiento de las vigas con estribos con unos resultados equivalentes a los de ensayo, no siendo así en los casos sin armadura transversal, donde se obtiene una variación respecto al ensayo de entre -30,67 % y -14,95 %, valores siempre del lado de la seguridad.
- **La influencia del crackband considerado** no puede ser cuantificada ni se obtienen resultados concluyentes que den una idea clara de su importancia. Ello es debido a que en este caso existe una unión de factores, por un lado, el valor del crackband considerado influye en el modo de comportamiento del material, pero también el tamaño del elemento finito que viene dado por este crackband influye en el comportamiento del modelo de elementos finitos, observándose en este caso diferencias significativas en los modelos de vigas con fibras de acero sin estribos, donde se produce un "bloqueo" del modelo en una fase temprana y previa al fallo de la viga.

- De forma generalizada para todas las vigas sin estribos se observa que el comportamiento de la viga en el momento de formación de la fisura crítica diagonal no puede ser captado. Se observa cómo la fisuración en la viga trata de rotar hacia el apoyo pero no es capaz de generar la fisura discreta a partir del mapa de fisuración que se forma.

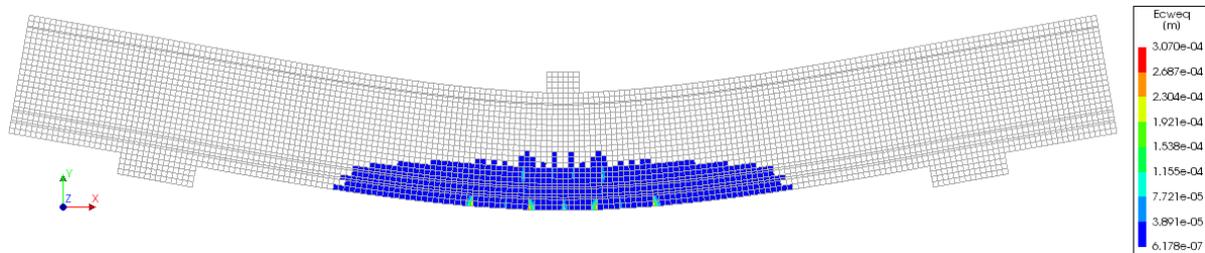


Figura 3.46: Inicio de la fisuración en viga

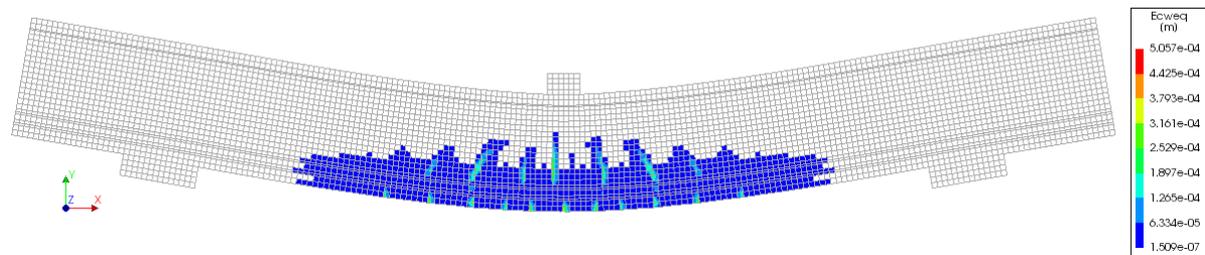


Figura 3.47: Progreso de la fisuración distribuida

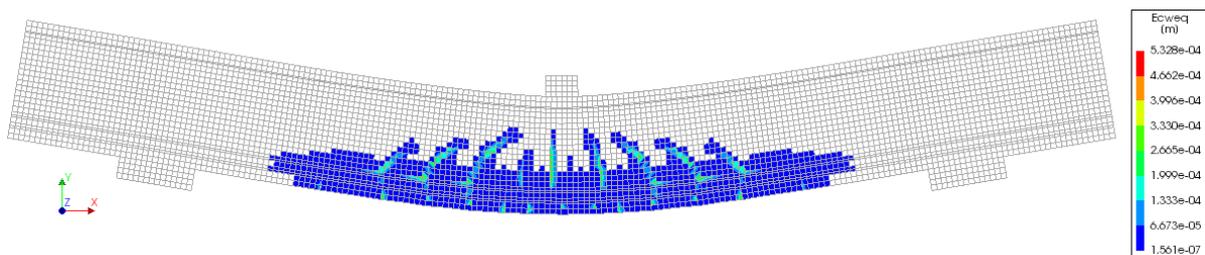


Figura 3.48: Fisuración próxima a cambio de rigidez en la viga

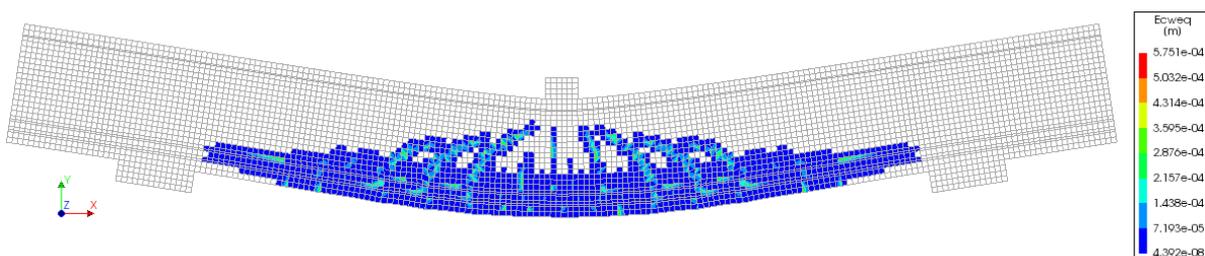


Figura 3.49: Intento de rotación de las fisuras, imposibilidad de convergencia por pasos pequeños y redistribución de esfuerzos necesaria

- Se ha observado que **el ajuste del comportamiento del material a la curva característica de los ensayos a flexotracción por análisis inverso** funciona de forma satisfactoria en este tipo de modelos, obteniendo una rigidez del material que en la práctica totalidad de los casos es similar o incluso equivalente. En algunos casos se ha obtenido una rigidez algo mayor, no siendo significativo en ningún caso salvo en la viga BP2.
- Se han llevado a cabo **análisis de sensibilidad en estos modelos, empleando pasos de carga mayores**. Para casos de carga mayores se produce una redistribución en los modelos de cálculo sin estribos, de forma que se cierran fisuras existentes y se redistribuye el daño en la viga, obteniéndose cargas significativamente mayores a las de ensayo mediante un modo de fallo elástico-lineal, lo cual no se corresponde con lo obtenido en los ensayos realizados. A continuación se muestran algunos de los análisis de sensibilidad realizados.

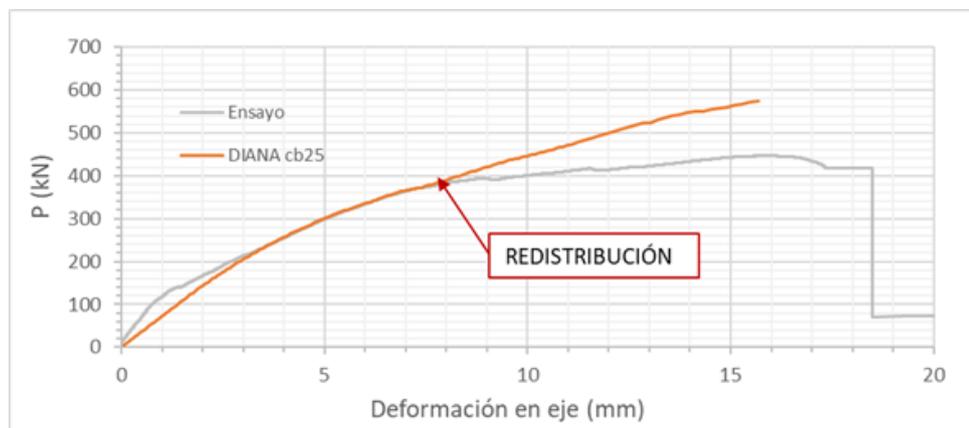


Figura 3.50: Redistribución de esfuerzos en viga con fibra de polipropileno con mayor paso

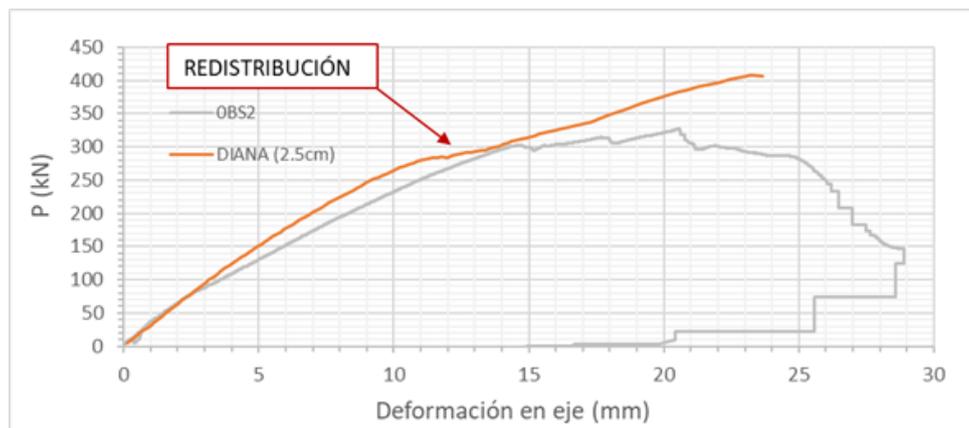
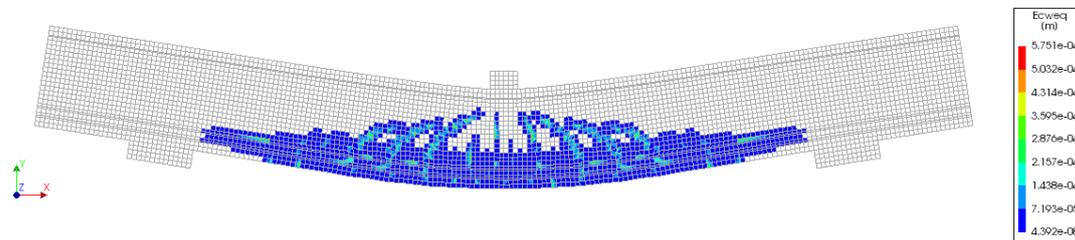


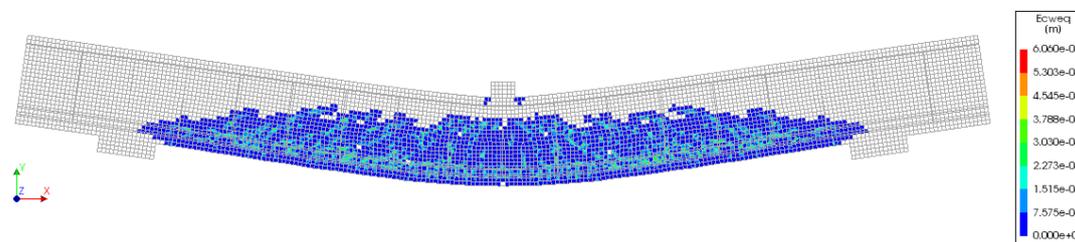
Figura 3.51: Redistribución de esfuerzos en viga con fibra de acero con mayor paso

De ello puede concluirse que **el empleo de modelos de fisuración distribuida en los casos en los que existen elementos con bajas cuantías de armado longitudinal, transversal y fibras debe ser muy cuidadoso para evitar una redistribución errónea en los modelos de cálculo**. Ello es debido a que este tipo de modelos tal y como se ha explicado en apartados anteriores no presentan una memoria del daño que ya ha ocurrido, es decir, que las fisuras que se han producido pueden volver a cerrarse y a adquirir carga. Se recomienda pues el cálculo con pasos de carga reducidos de cara a evitar posibles procesos de carga-descarga incompatibles con este tipo de modelos.

- El **modo de fallo de las vigas analizadas** es similar en todos los casos, a excepción de los modelos sin estribos, en los que no se alcanza la rotura por tensión-diagonal en la viga, probablemente por el modelo de material empleado.



**Figura 3.52:** Modo de fallo en viga sin estribos, no se alcanza rotura



**Figura 3.53:** Modo de fallo en viga con estribos, fisuración distribuida

- De cara a validar los resultados obtenidos para su uso en aplicaciones prácticas, puede concluirse que en el caso de elementos con un nivel de armado longitudinal y transversal mayor que el mínimo, se obtienen resultados satisfactorios y estables frente a cambios de tamaño en elementos finitos, crackband, materiales empleados y sistema de pasos de carga. En elementos sin armado transversal, donde se obtiene una mayor inestabilidad en los resultados probablemente a la fragilidad del modelo por fisuración no controlada, se obtienen siempre resultados del lado de la seguridad para pasos pequeños salvo alguna excepción, por lo que se recomienda seguir con investigaciones específicas al respecto de cara a ajustar los parámetros de cálculo. Dado que los elementos con un armado tan reducido carecen de sentido de cara a una posible aplicación práctica, los resultados obtenidos en vigas sin estribos no serán tenidos en cuenta en posteriores apartados.

## Capítulo 4

# Aplicación práctica en elementos prefabricados en el interior de una nave comercial situada en Igualada (Barcelona)

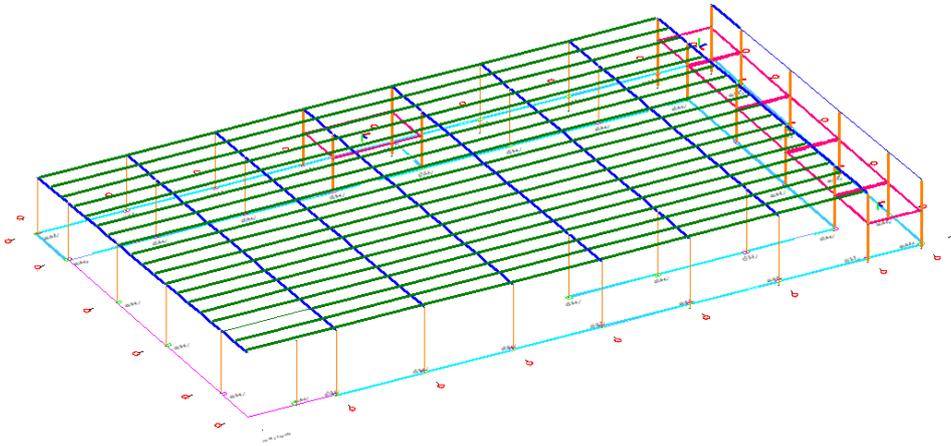
### 4.1. Introducción

Los objetivos de este capítulo son varios. En primer lugar, mostrar la utilidad del modelo de material obtenido a partir del método de análisis inverso y validado mediante experimentación y, por otro lado, observar la influencia de las fibras tanto de acero como de polipropileno en dosificaciones reducidas (0,38 % en volumen de hormigón), en elementos prefabricados de hormigón sometidos a solicitaciones fundamentalmente tangenciales. Con ello se pretende cuantificar la mejora en rendimiento de los elementos estructurales de cara a una posible aplicación práctica y/o estudio por parte de las empresas prefabricadoras.

En este caso, la aplicación práctica se lleva a cabo en una nave comercial en Igualada (Barcelona), concretamente en los elementos de altillo, sometidos a unas mayores cargas de cortante, al tener unas luces menores y unas cargas elevadas. A continuación se procede a la definición de la estructura principal, cargas consideradas, hipótesis del modelo de cálculo y resultados obtenidos de cada uno de los elementos.

## 4.2. Descripción de la estructura de la nave comercial

La estructura objeto de estudio está formada fundamentalmente por elementos prefabricados y la ejecución in-situ de la cimentación, diferenciándose las partes que se comentan a continuación.



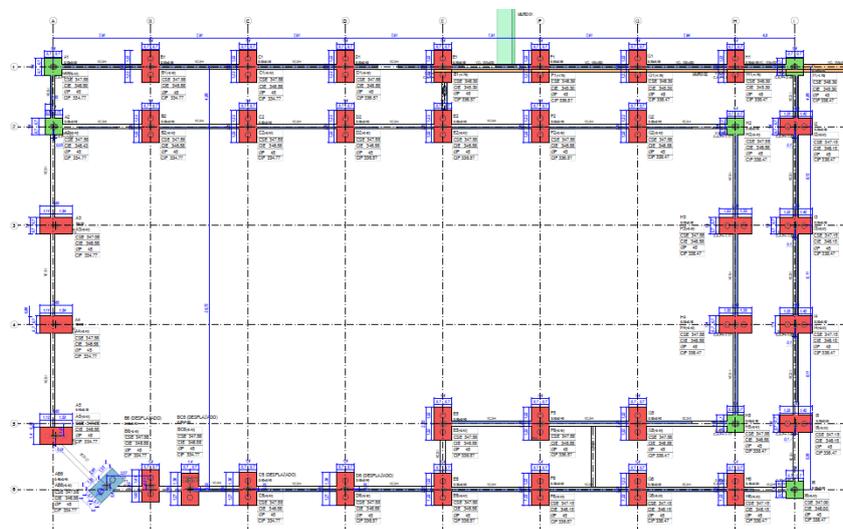
**Figura 4.1:** Vista general del modelo analítico de la nave comercial

### 4.2.1. Cimentación

La **cimentación** se ha resuelto con encepados de hormigón armado y pilotes de hormigón. Existen cuatro tipologías de **encepado** según las dimensiones y el armado propuesto:

- Encepado tipo 1A: 1,40x1,40m (cota de apoyo inferior=variable)
- Encepado tipo 1B: 1,40x1,40m (cota de apoyo inferior=+345,30)
- Encepado tipo 2: 2,65x1,40m (cota de apoyo inferior=variable)
- Encepado tipo 3-AB6: 2,65x1,40m (cota de apoyo inferior=+346,58)

Se han dimensionado **pilotes** para ejecución in-situ, de diámetro de 45cm, con armado longitudinal 10Ø16 y armado transversal helicoidal eØ8/c15cm



**Figura 4.2:** Vista en planta de cimentación, tipologías de encepado

### 4.2.2. Sistema de pilares y pilares

Los pilares están formados por una serie de elementos prefabricados, de dimensión variable y geometría rectangular/cuadrada. Las tipologías de pilar se exponen a continuación:

- Pilares tipo 1: Dimensiones 30x50cm
- Pilares tipo 2: Dimensiones 50x40cm
- Pilares tipo 3: Dimensiones 40x40cm
- Pilares tipo 4: Dimensiones 40x30cm

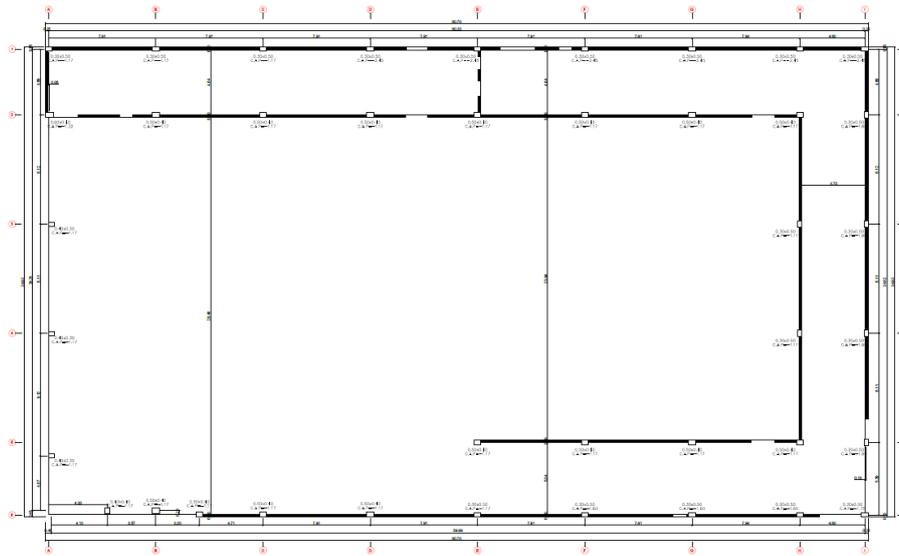


Figura 4.3: Sistema de pilares

### 4.2.3. Sistema de altillos

Estos elementos serán objeto de estudio considerando la contribución de las fibras. Los forjados de los altillos están formados por losas alveolares pretensadas de canto 20cm y capa de compresión de 5 cm, apoyándose en vigas tipo L y T en sus vuelos inferiores, según necesidades constructivas. Las luces de estos elementos suelen ser reducidas, con sobrecargas de entre 500-1000kg/m<sup>2</sup>, lo que conlleva que el cortante a resistir por estas piezas sea elevado, limitante en los cálculos y, a consecuencia de ello, el armado transversal sea significativo.

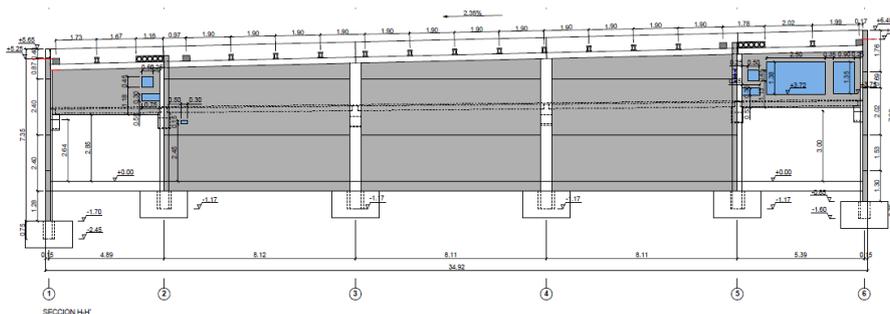


Figura 4.4: Sección en zona de altillos

Las estructuras de los altillos se dividen en dos zonas, por un lado, la zona de altillo técnico, lugar donde se concentran las instalaciones de la nave, y por otro lado, el altillo dependencias, en el cual se localizan las oficinas de la nave comercial. Es por ello que se define cada una de las subestructuras a continuación:

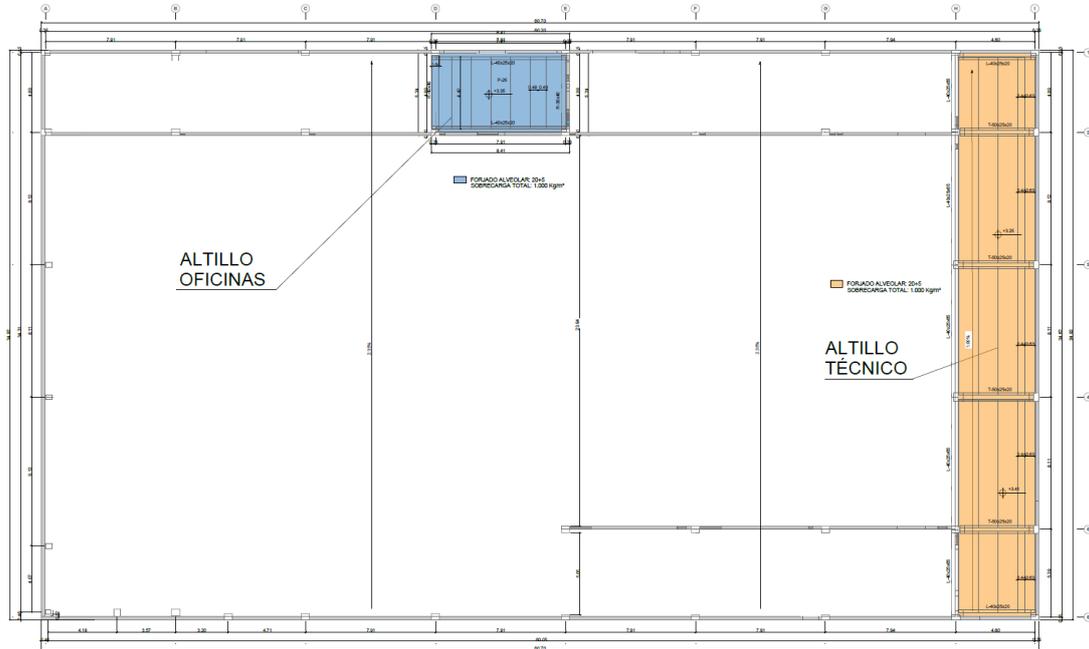


Figura 4.5: Planta general de altillos

■ Estructura de altillo técnico

La estructura del altillo técnico se encuentra en uno de los laterales de la nave, con una dimensión total de 34,62x4,80m. En este caso, el forjado de placa alveolar se apoya en las luces cortas de la estructura, sobre vigas T50x25x20.

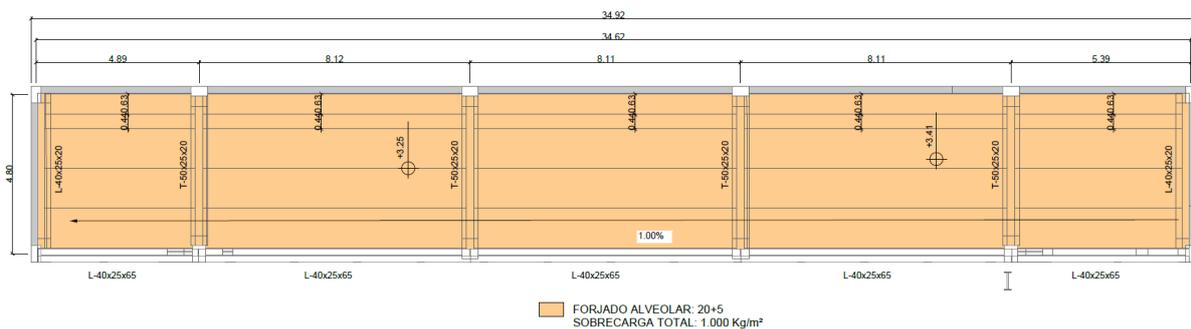
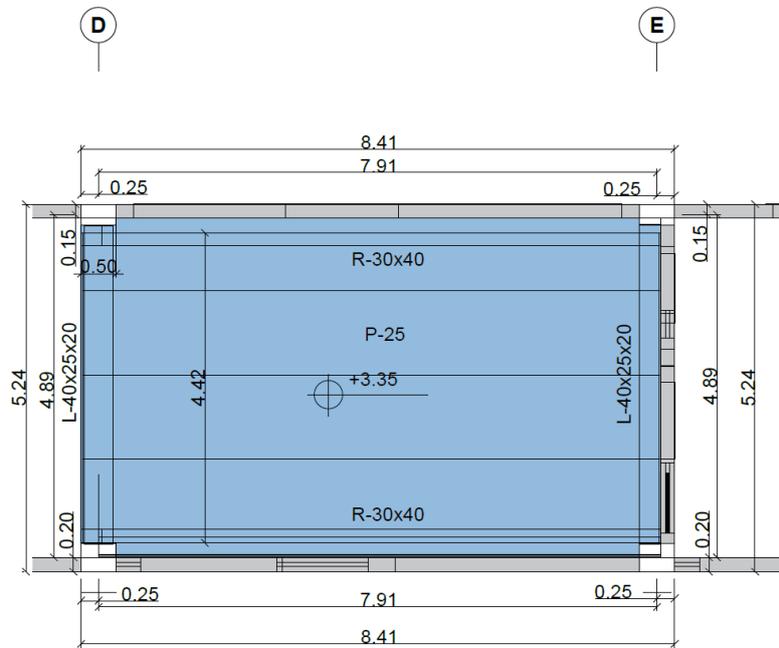


Figura 4.6: Estructura de altillo técnico

Como puede observarse, los extremos se encuentran rematados por vigas L40x25x20 para el apoyo en el extremo de la losa alveolar. En este caso, los elementos se encuentran sometidos a un nivel de cargas elevado para luces cortas, por lo que la influencia del cortante es decisiva en el dimensionamiento de estos elementos.

■ Estructura de altillo dependencias

La estructura del altillo dependencias está formada por dos vigas L-40x25x20, de 4,80m de luz, con un ámbito de carga total de 7,91m. En este caso, el altillo funciona apoyado en las luces cortas de la estructura prefabricada pero con un ámbito de elevado, por lo que se comprobará la influencia de las fibras en el fallo a cortante según corresponda.



**Figura 4.7:** Estructura de altillo dependencias

De esta forma, se distinguen los siguientes tipos de viga a analizar en altillos:

- Viga T-50x25x20 con una luz de 4,80m en el altillo técnico.
- Viga L-40x25x20 con una luz de 4,80m en el altillo dependencias.

Para cada uno de estos casos se estudiará la influencia del uso de fibras en su funcionamiento y capacidad resistente. La geometría y armado de cada una de estas vigas puede se consultada en el apartado 4.3

### 4.2.4. Cubierta

La cubierta, con un 2.35% de pendiente, se ejecuta mediante estructura prefabricada en su totalidad, consta de jácenas rectangulares y jácenas tipo I/L, apoyadas en las cabezas de los pilares. Sobre las jácenas principales se apoyan las correas que en este caso son de sección tubular P-25.

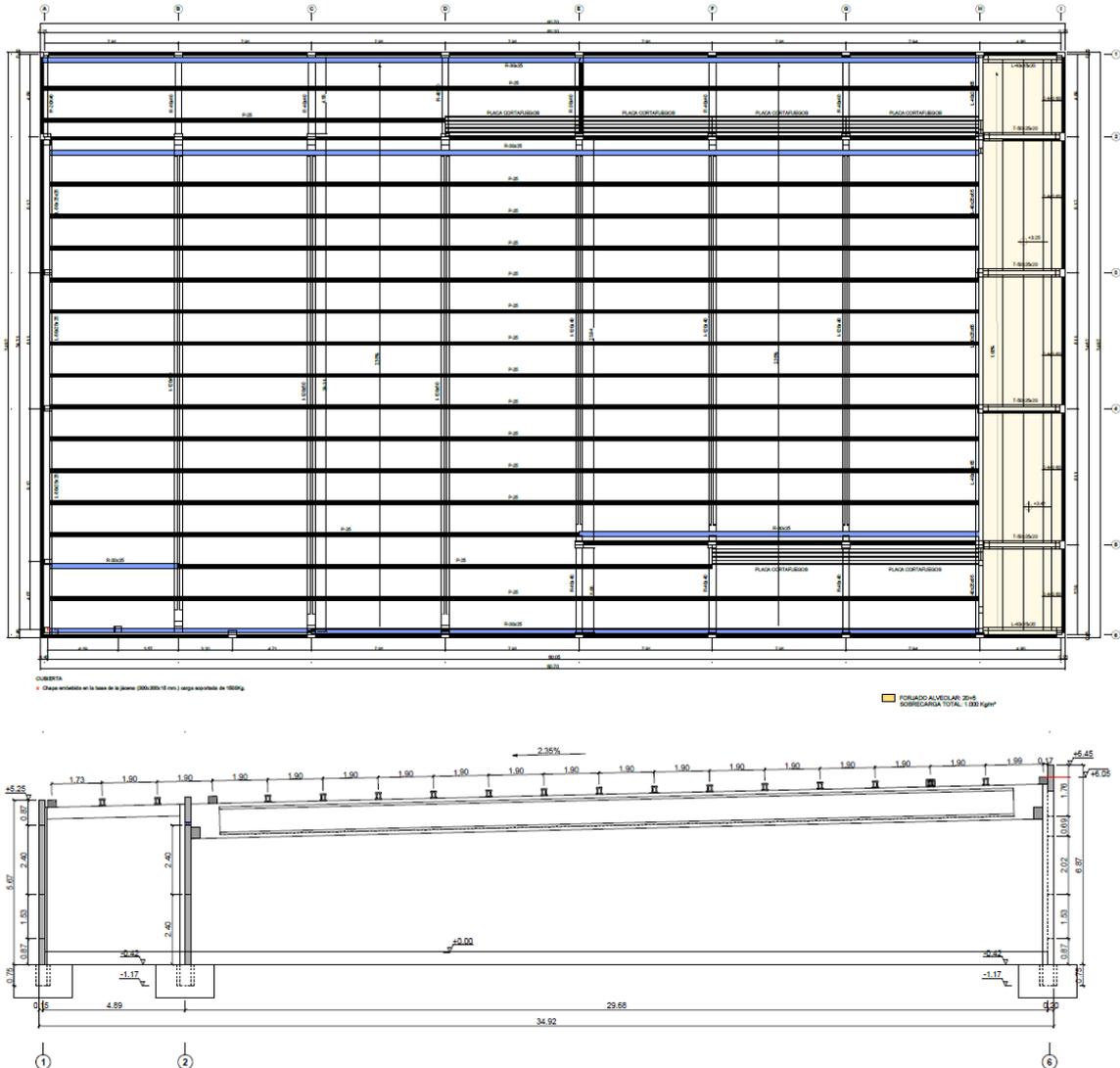


Figura 4.8: Sistema estructural de cubierta

Los elementos de cubierta, al tratarse de elementos sometidos fundamentalmente a flexión, quedan fuera del alcance del presente proyecto y no serán analizados. No obstante, podrán ser objeto de futuras líneas de investigación al respecto.

### 4.3. Geometría de las secciones a analizar

Como ya se ha comentado anteriormente se estudiarán las vigas en L y T de las luces cortas de la estructura, al concentrar un mayor nivel de armado transversal y ser potencialmente optimizables a cortante por el uso de fibras. De cara a llevar a cabo las comprobaciones se distinguen las siguientes tipologías de vigas:

- Viga L1C: Viga en L del altillo dependencias, con hormigón convencional y estribado según cálculos convencionales.
- Viga L1S: Viga en L del altillo dependencias, con hormigón reforzado con fibras de acero y estribado mínimo.
- Viga L1P: Viga en L del altillo dependencias, con hormigón reforzado con fibras de polipropileno y estribado mínimo.
- Viga T1C: Viga en T del altillo técnico, con hormigón convencional y estribado según cálculos convencionales.
- Viga T1S: Viga en T del altillo técnico, con hormigón reforzado con fibras de acero y estribado mínimo.
- Viga T1P: Viga en T del altillo técnico, con hormigón reforzado con fibras de polipropileno y estribado mínimo.

Como puede observarse, se reducen al mínimo las cuantías de armadura transversal en las vigas, en los casos con refuerzo de fibras en el hormigón. Con ello se pretenderá analizar el posible ahorro de armaduras en estos elementos, a raíz de los resultados que se obtengan del cálculo. La geometría de las secciones y armado a analizar es el siguiente:

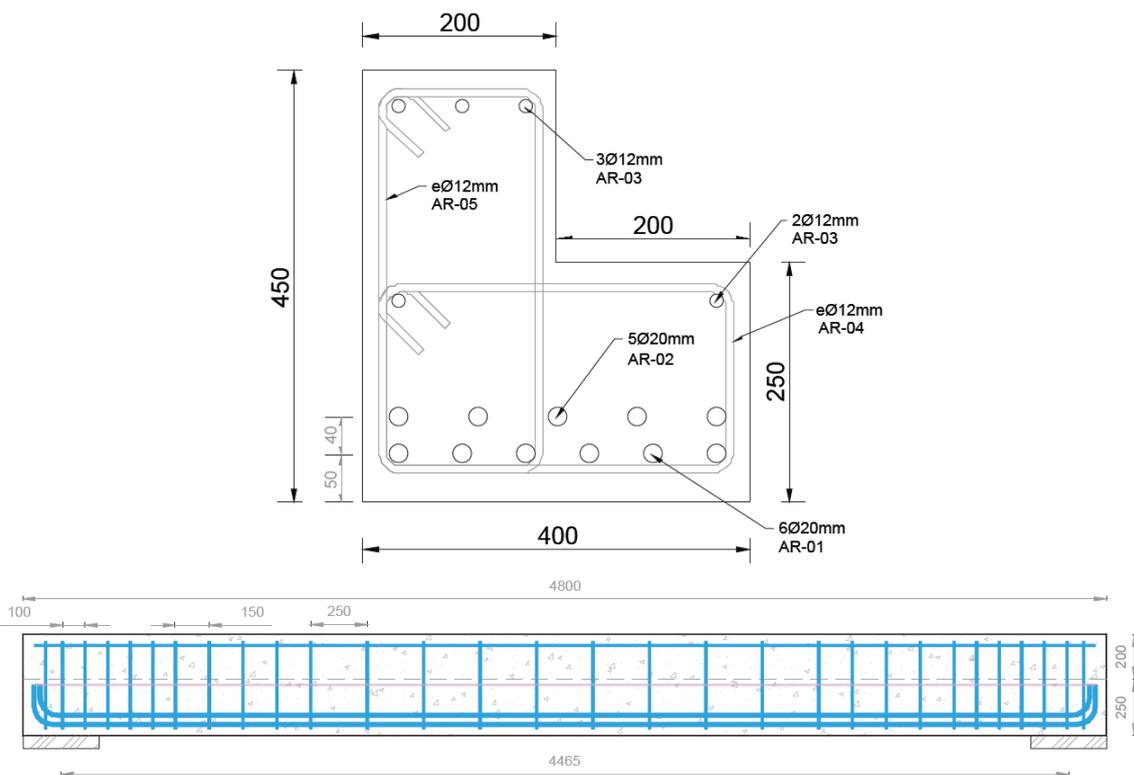


Figura 4.9: Geometría y armado de viga L1C

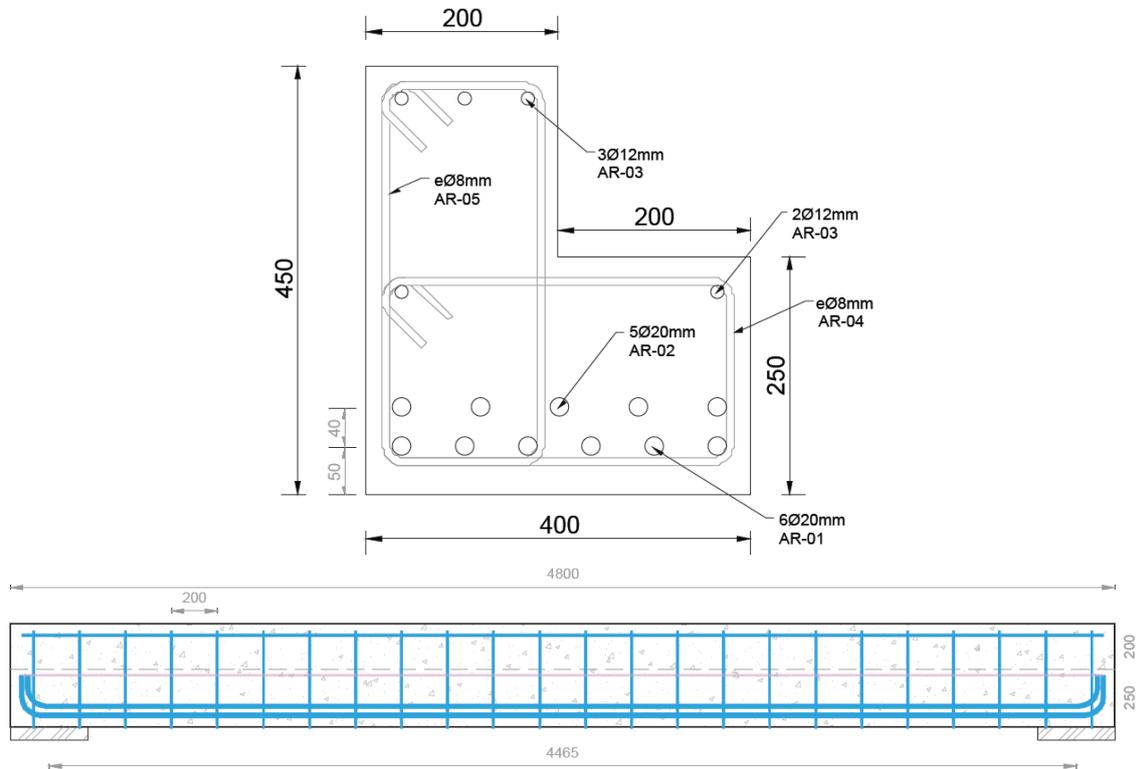


Figura 4.10: Geometría y armado de viga L1S

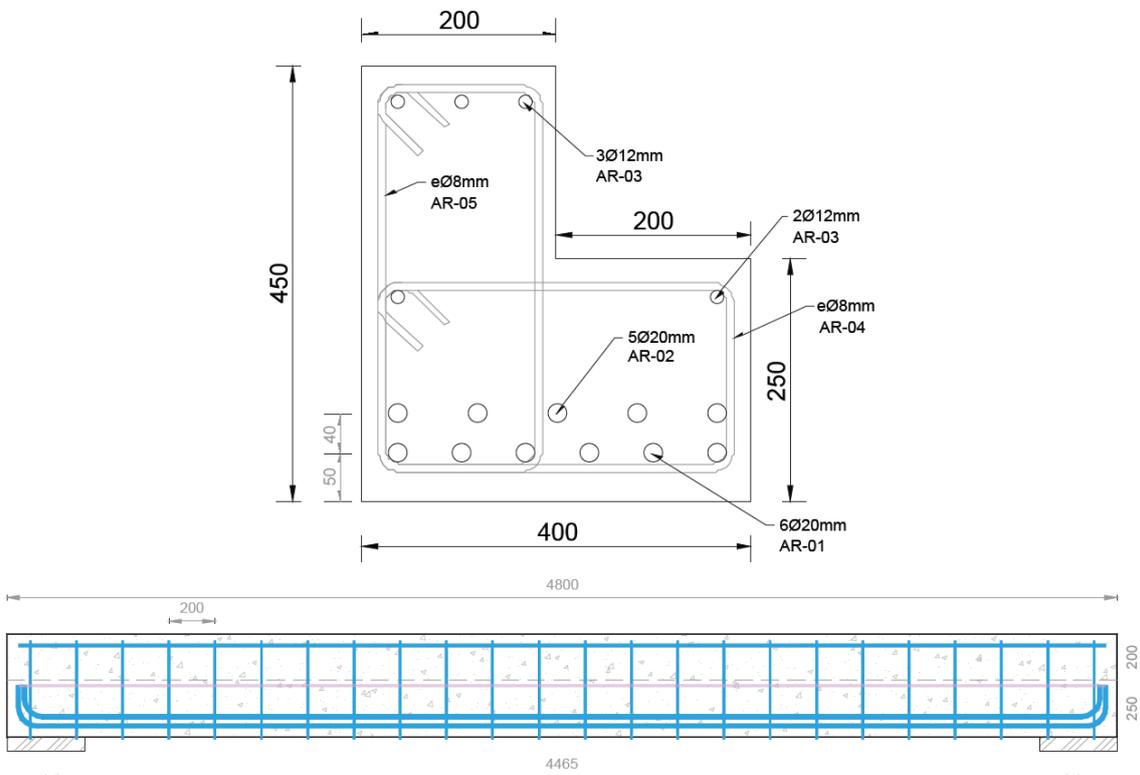


Figura 4.11: Geometría y armado de viga L1P

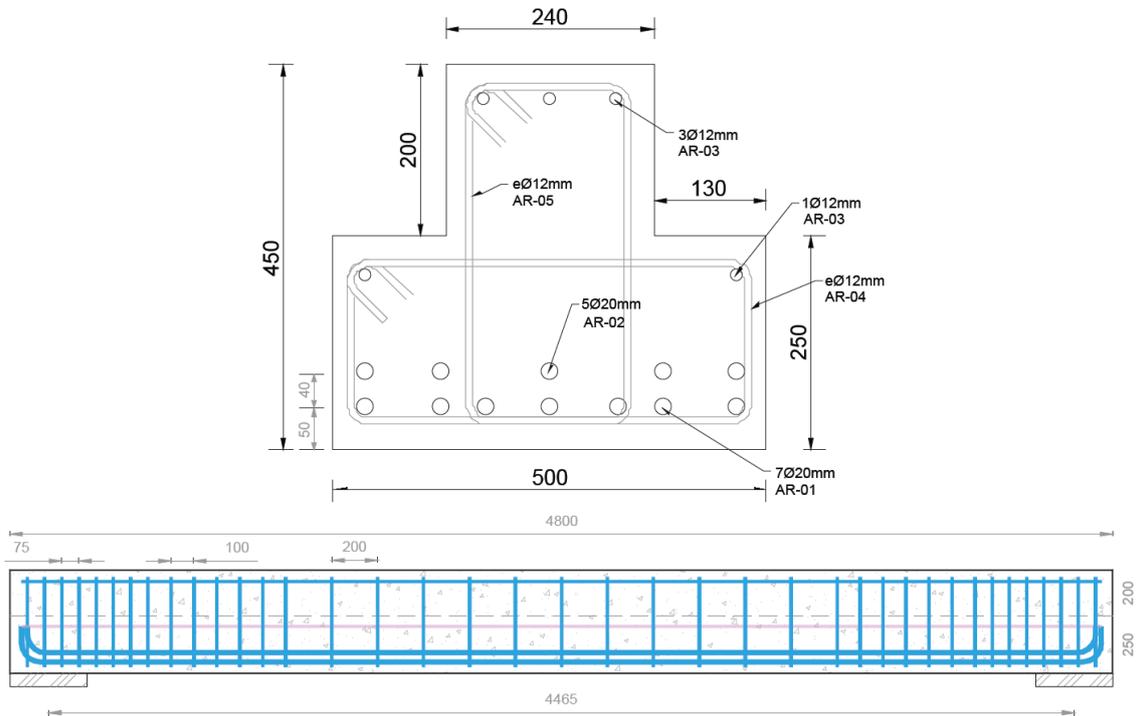


Figura 4.12: Geometría y armado de viga T1C

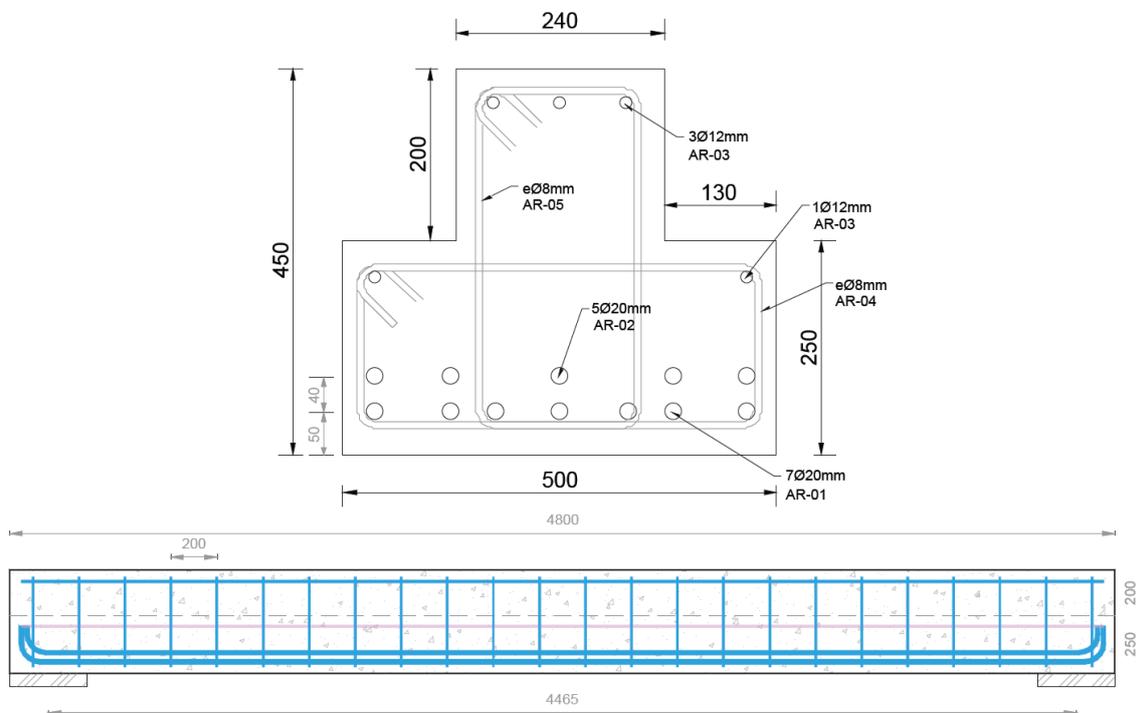


Figura 4.13: Geometría y armado de viga T1S

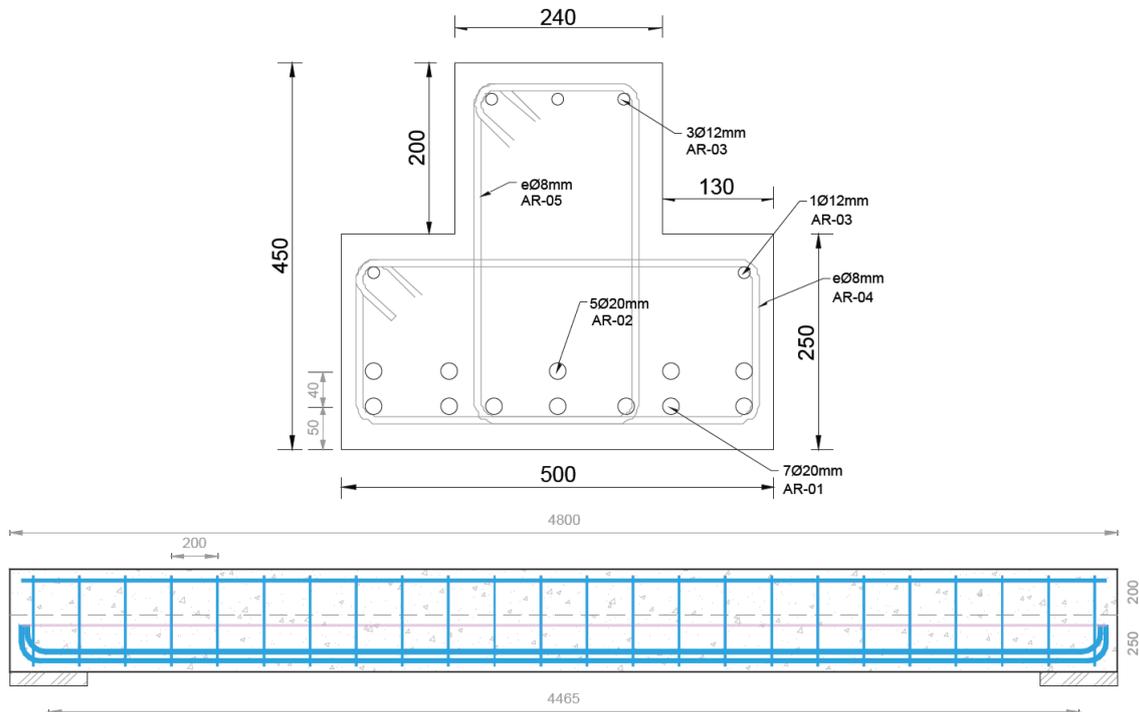


Figura 4.14: Geometría y armado de viga T1P

Cada una de estas vigas puede consultarse al detalle, incluyendo el despiece, en los planos del anejo E.

#### 4.4. Modelo de cálculo de las vigas

El modelo está elaborado empleando el motor de procesamiento del programa DIANA (DIplacement ANalyser), que es un software de cálculo por elementos finitos, que permite la programación en lenguaje python mediante secuencias de datos. El sistema de cálculo en general, y el tratamiento de datos se ha llevado a cabo de forma análoga a lo expuesto en el apartado 3.3.1.

##### 4.4.1. Condiciones de contorno del modelo

Tal y como se muestra en los detalles de unión, se considera el desplazamiento vertical y horizontal coartado en el apoyo izquierdo, mientras que en el apoyo derecho únicamente se ve restringido el movimiento vertical, de cara a representar el funcionamiento real del elemento en obra. En este caso, la vinculación exterior se introduce como una vinculación nodal en la parte central inferior de cada apoyo.

#### 4.4.2. Acciones consideradas en el modelo de cálculo

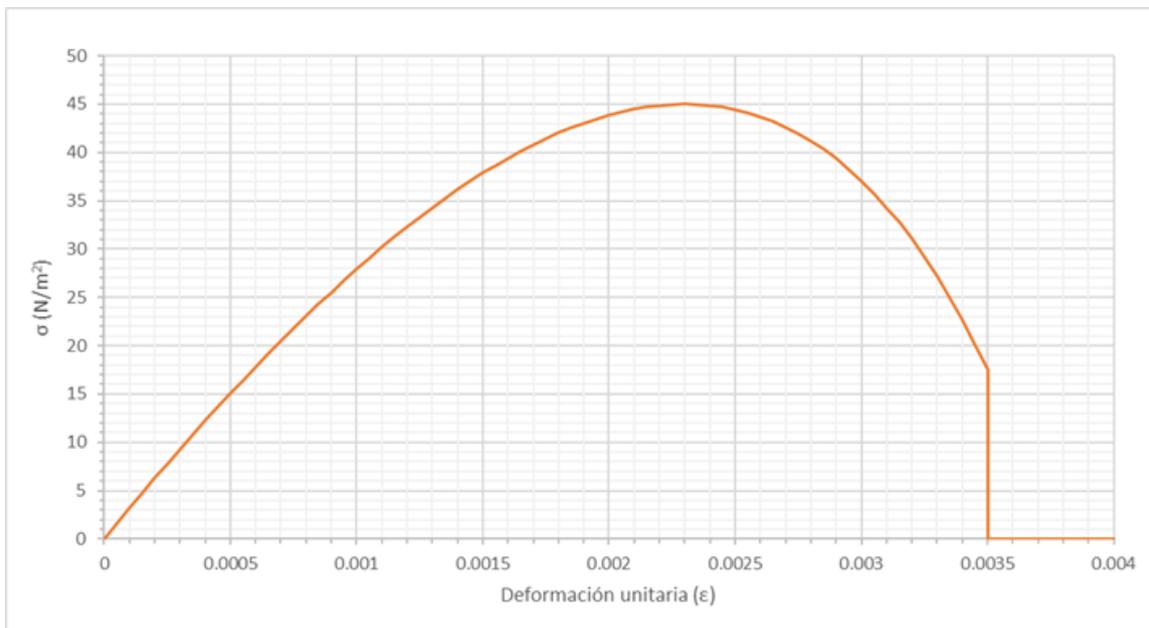
En el modelo de cálculo se establece una carga repartida en la cara superior de la viga, dado que la carga de las alveoplastas se transfiere mediante apoyos de neopreno lineales que reparten la carga. Además de ello, la capa de compresión se ancla a la cara superior de la viga, por lo que ayuda aún más si cabe a este reparto de cargas. Tal y como se establecía en los modelos de cálculo de las vigas ensayadas, se introduce una carga uniformemente repartida unitaria, aumentándola hasta la no convergencia del modelo y/o rotura del elemento.

Los altillos se dimensionan originariamente para una carga de  $1000\text{kg}/\text{m}^2$ , incluyendo en esta carga las cargas muertas y sobrecarga de uso futuras. Queda pues a añadir a estas cargas el peso propio de cada uno de los elementos que se estiman por metro cúbico de hormigón armado ( $25\text{kN}/\text{m}^3$ ).

#### 4.4.3. Materiales empleados en el modelo de cálculo

Los materiales empleados en los modelos de cálculo son idénticos a los empleados en el apartado 3.3.2.3, siendo estos los siguientes:

- Acero: Función lineal con plastificación perfecta (2.4.2).
- Hormigón a compresión: Función parabólica del Eurocódigo 2 (EN 1992-1-1:2004). Ver apartado (2.4.4.1.5).



**Figura 4.15:** Curva constitutiva del hormigón a compresión EN 1992-1-1:2004 [62]

En este caso se toma  $f_{ck}=45\text{MPa}$  de cara a equiparar el hormigón realmente empleado en la ejecución de las piezas prefabricadas. En cualquier caso es un valor muy aproximado al empleado en la campaña experimental.

- Hormigón a tracción: Dependiente de la tipología de elemento.
  - Hormigón reforzado con fibras: Se emplea la misma tipología de hormigón que en las vigas de la investigación, con las mismas discretizaciones, por que se aplica la función proveniente del análisis inverso (3.2).

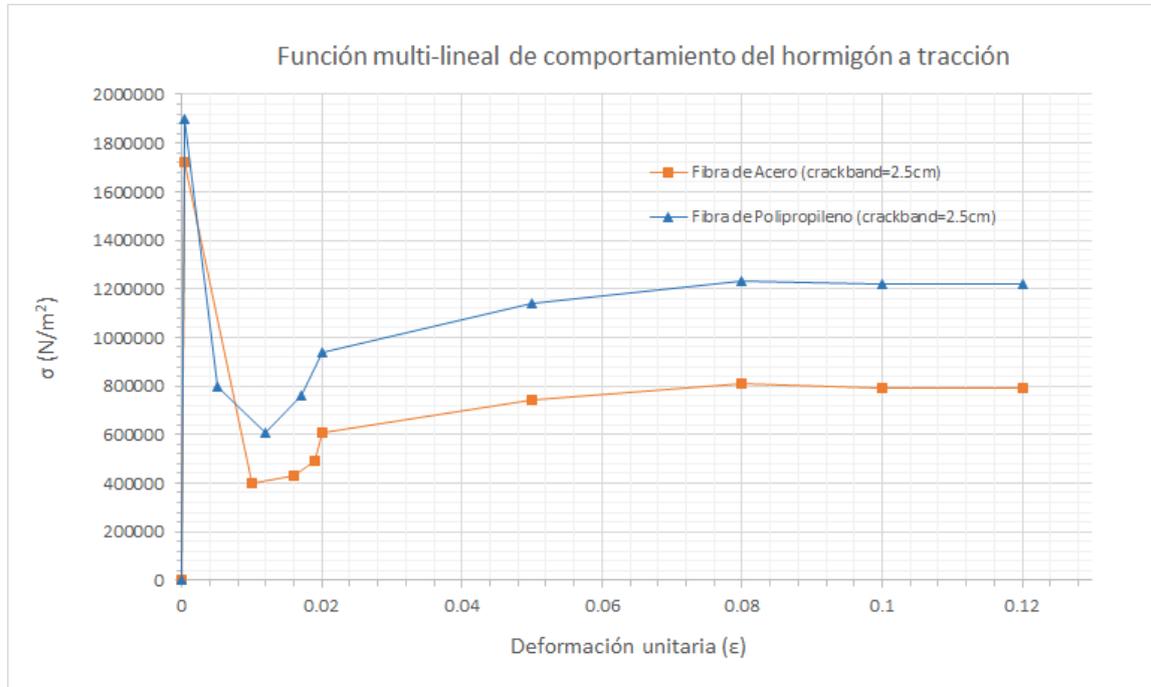


Figura 4.16: Funciones multi-lineales de comportamiento a tracción con crackband=2.5cm

Dados los buenos resultados con elementos de 25mm, se emplea en este caso este crackband, no considerando modelos con mayores tamaños de elementos finitos.

- Hormigón convencional: Se emplea una función de debilitamiento lineal, tal y como se muestra en el apartado 2.4.4.2. Para el cálculo de  $f_{ct}$  se emplea el valor característico del Eurocódigo 2<sup>[62]</sup>:

$$f_{ct,k} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (4.1)$$

#### 4.4.3.1. Tipología de elementos finitos

Los elementos son bidimensionales, con el espesor según la zona de la sección, siendo estos más anchos en las zonas inferiores de las alas. Los elementos finitos empleados en el modelo han sido los siguientes:

- **Elementos de hormigón y apoyos de acero:** Cuadriláteros de 8 nodos. En zonas de ajuste de malla se emplean elementos triangulares de 6 nodos.
  - Elementos cuadriláteros de 8 nodos  
Es un elemento de esfuerzo de plano isoparamétrico cuadrilátero de ocho nodos. Se basa en un sistema de interpolación cuadrática y la integración de Gauss. El polinomio para los desplazamientos  $u_x$  y  $u_y$  puede expresarse como:

$$u_i(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta + a_4\xi^2 + a_5\eta^2 + a_6\xi^2\eta + a_7\xi\eta^2 \quad (4.2)$$

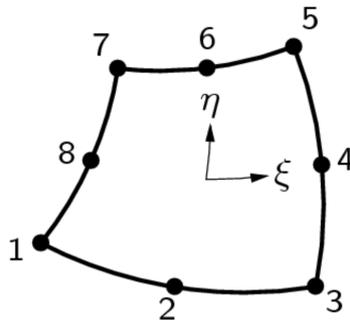


Figura 4.17: Elemento cuadrilátero de 8 nodos.

Este polinomio se basa en una deformación  $varepsilon_{xx}$  que varía linealmente en la dirección x y cuadráticamente en la dirección y. La tensión  $varepsilon_{yy}$  varía linealmente en la dirección y, y cuadráticamente en la dirección x. La tensión tangencial  $gamma_{xy}$  varía cuadráticamente en ambas direcciones. De forma predeterminada, DIANA aplica una integración de 2 x 2.

- Elementos triangulares de 6 nodos

Es un elemento de esfuerzo de plano isoparamétrico triangular de seis nodos. Se basa en un sistema de interpolación cuadrática y la integración al mismo nivel del área. El polinomio para los desplazamientos  $u_x$  y  $u_y$  puede expresarse como:

$$u_i(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta + a_4\xi^2 + a_5\eta^2 \tag{4.3}$$

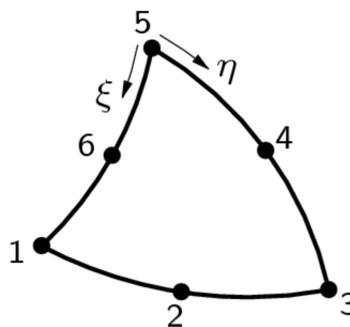


Figura 4.18: Elemento triangular de 6 nodos.

Este polinomio produce una variación de tensión lineal en las direcciones x e y. Por defecto, DIANA aplica integración en 3 puntos.

- **Elementos de acero en barras:** Elementos lineales, con nodo en cada intersección con la malla de hormigón

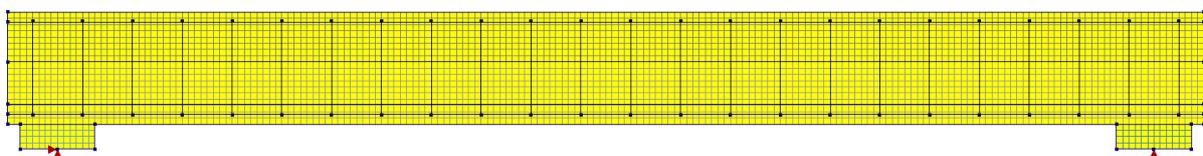
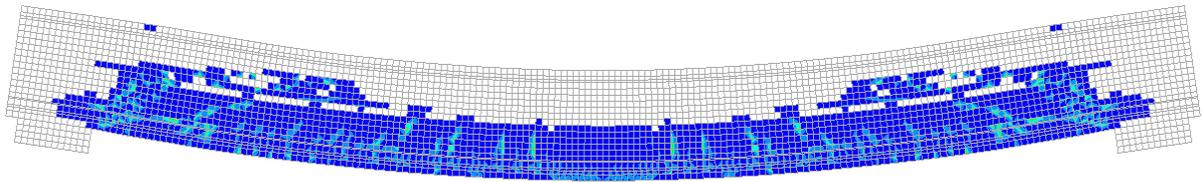


Figura 4.19: Vista del armado en una de las vigas estudiadas (T1S).

Este tipo de modelos permite la obtención del mapa de fisuración de la viga, por lo que se podrá estimar el modo de fallo.

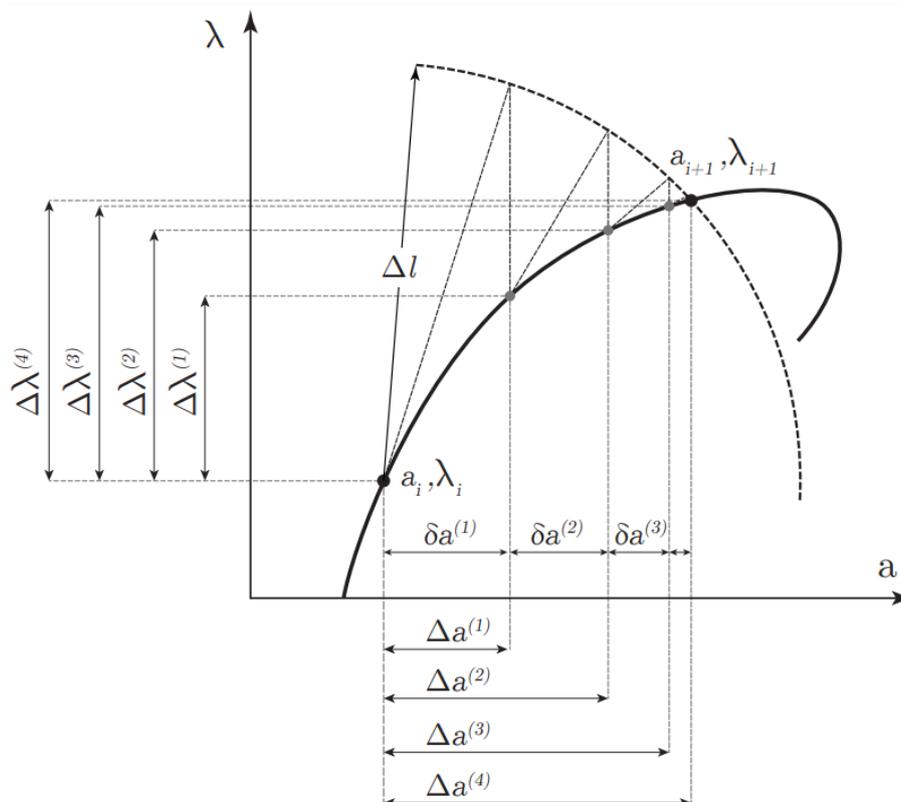


**Figura 4.20:** Vista del mapa de fisuración en una de las vigas estudiadas (T1S).

#### 4.4.3.2. Procedimiento de análisis

El análisis se lleva a cabo con un sistema de control de respuesta arc-length, mediante iteración por el método Newton-Raphson. Para cada grupo de vigas se establece un paso máximo, un paso mínimo de carga y un factor reductor del paso. Ello se muestra a continuación:

- Viga L1C: Carga máxima de 300kN, con paso mínimo de 0.3kN/m y paso máximo de 30kN/m. El factor reductor se establece en 0.50.
- Resto de vigas: Carga máxima de 300kN, con paso mínimo de 0.3kN/m y paso máximo de 80kN. El factor reductor se establece en 0.50.



**Figura 4.21:** Esquema de la metodología arc-length para el cálculo no lineal <sup>[66]</sup>

El paso se establece de forma que el cálculo sea lo más estable posible, optimizando en tiempo y recursos, de forma que el resultado sea satisfactorio. En el caso de la viga L1C se aumenta el paso máximo de la carga para evitar bloqueo del modelo.

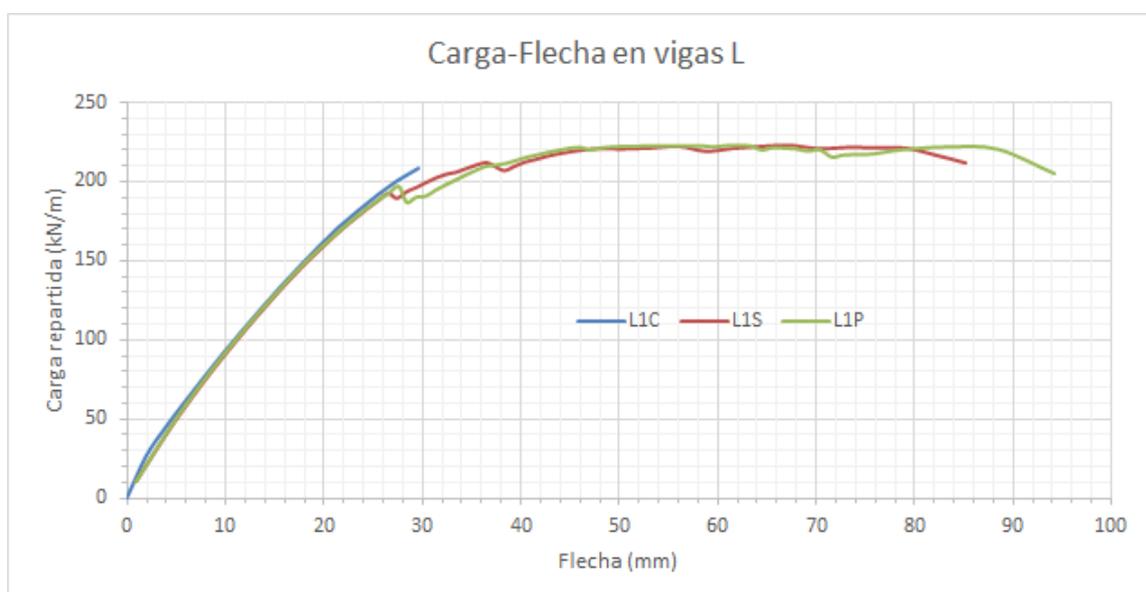
## 4.5. Resultados obtenidos

En el presente apartado se recoge la totalidad de los resultados obtenidos del cálculo de las vigas objeto de estudio. Se lleva a cabo pues la estimación de la curva carga flecha para cada una de las vigas, modo de fallo, y la cuantificación económica que supondría el empleo de este tipo de fibras.

### 4.5.1. Curvas carga-flecha obtenidas

Una vez calculados los modelos, se obtienen las siguientes curvas de carga-flecha:

#### 4.5.1.1. Vigas L



**Figura 4.22:** Curvas carga-flecha obtenidas en vigas en L

Como puede observarse para las vigas con sección en L, se obtiene una carga máxima similar en todos los elementos ensayados. En el caso de las vigas con adición de fibras, se alcanza incluso el fallo por flexión, con la plastificación de las armaduras. En el caso de la viga con hormigón convencional se alcanza el fallo a la altura de la carga máxima a cortante. Ello deriva en una mejora evidente de las prestaciones en elementos con adición de fibras, donde no solo se ha mantenido la carga máxima del elemento sino que se ha mejorado incluso, alcanzando un modo de fallo diferente y evitando el fallo a cortante.

Este fenómeno se reproduce al igual que en los resultados obtenidos para las vigas de la fase de investigación, en las cuales se alcanzaban roturas incluso a la flexión de la viga por el incremento de prestaciones. Existe un efecto de sinergia entre los cercos y las fibras, aumentando más si cabe la carga máxima a soportar. En todos los resultados obtenidos no se obtiene una gran variación de la rigidez del elemento, probablemente porque esta se encuentra controlada fundamentalmente por la armadura longitudinal.

## 4.5.1.2. Vigas T

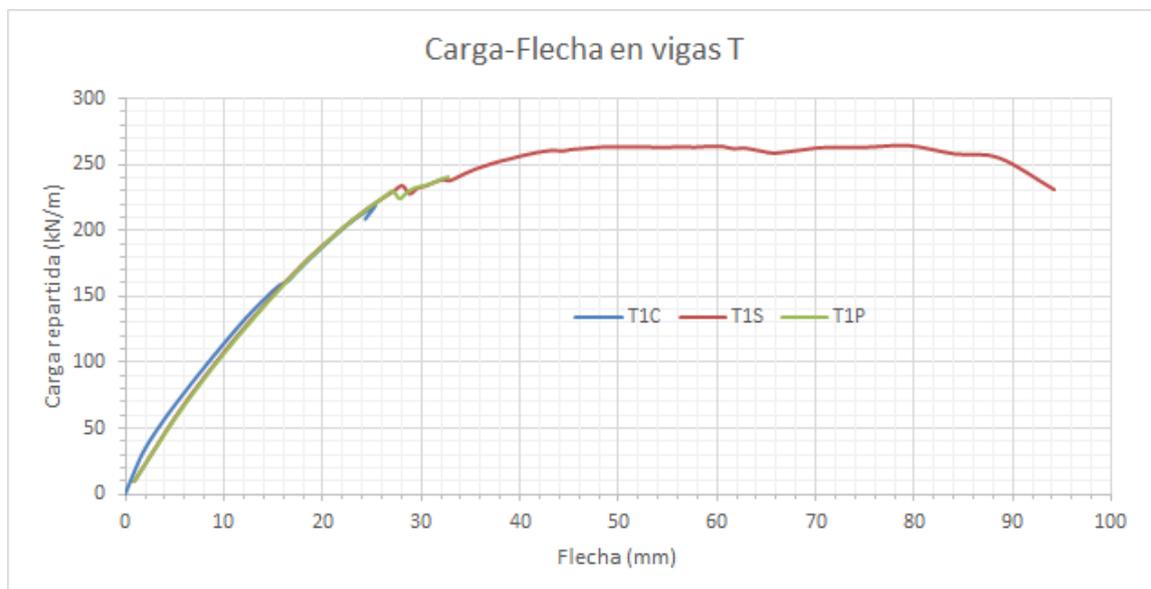


Figura 4.23: Curvas carga-flecha obtenidas en vigas en T

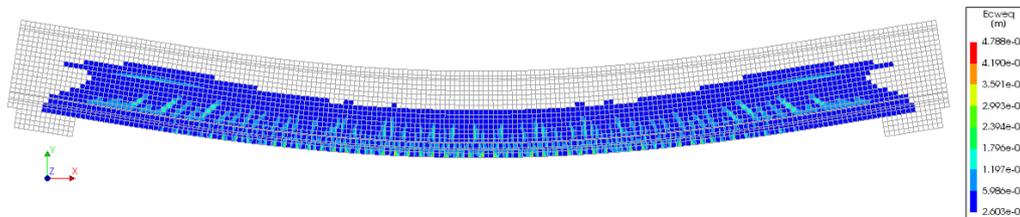
Como puede observarse para las vigas con sección en T, se obtiene una carga máxima similar en todos los elementos ensayados. En el caso de las vigas con adición de fibras, se alcanza incluso el fallo por flexión en la viga T1S, con la plastificación de las armaduras. En el caso de la viga con hormigón convencional se alcanza el fallo a la altura de la carga máxima a cortante. Ello deriva en una mejora evidente de las prestaciones en elementos con adición de fibras, donde no solo se ha mantenido la carga máxima del elemento sino que se ha mejorado incluso, alcanzando un modo de fallo diferente y evitando el fallo a cortante.

Este fenómeno se reproduce al igual que en los resultados obtenidos para las vigas de la fase de investigación, en las cuales se alcanzaban roturas incluso a la flexión de la viga por el incremento de prestaciones. Existe un efecto de sinergia entre los cercos y las fibras, aumentando más si cabe la carga máxima a soportar. En todos los resultados obtenidos no se obtiene una gran variación de la rigidez del elemento, probablemente porque esta se encuentra controlada fundamentalmente por la armadura longitudinal.

### 4.5.2. Modos de fallo de las vigas

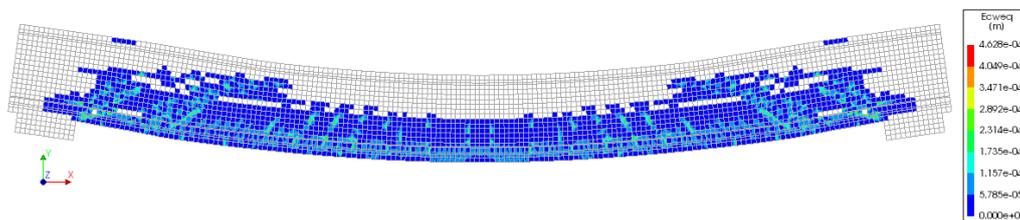
Las vigas presentan un modo de fallo distinto, en función de la adición o no de fibras. Los mapas de fisuración obtenidos son los siguientes:

#### 4.5.2.1. Vigas L



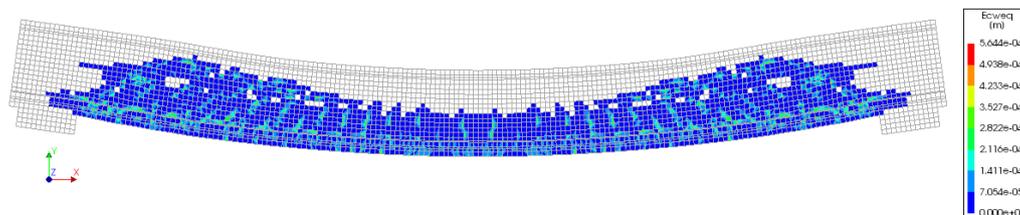
**Figura 4.24:** Mapa de fisuración en viga L1C

En este caso el modelo se bloquea a la altura de la carga máxima a cortante mediante cálculo manual. Se observa como se forman fisuras diagonales en las zonas más próximas a los apoyos, alcanzando un cambio de rigidez brusco por apertura de las fisuras. En este caso podría hablarse de un modo de fallo por tensión-diagonal (D-T), tal y como sucedía en las vigas, no alcanzando la rama de deformación horizontal de la viga durante el fallo, como sí que se ha comprobado que sucede en los ensayos (vigas sin estribos de la fase de investigación).



**Figura 4.25:** Mapa de fisuración en viga L1S

Se produce el fallo de la viga aparentemente por fallo a flexión y cortante. Se alcanza la plastificación de las armaduras longitudinales pero también se produce fisuración diagonal por cortante alcanzando incluso la cabeza comprimida. Podríamos hablar pues de un modo de fallo por compresión-cortante.



**Figura 4.26:** Mapa de fisuración en viga L1P

Se produce el fallo de la viga aparentemente por fallo a flexión y cortante. Se alcanza la plastificación de las armaduras longitudinales pero también se produce fisuración diagonal por cortante alcanzando incluso la cabeza comprimida. Podríamos hablar pues de un modo de fallo por compresión-cortante.

## 4.5.2.2. Vigas T

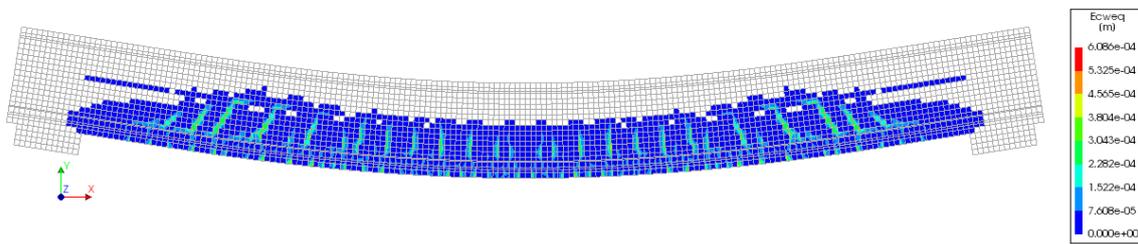


Figura 4.27: Mapa de fisuración en viga T1C

Al igual que sucede en la viga L1C, el modelo se bloquea a la altura de la carga máxima a cortante mediante cálculo manual. Se observa como se forman fisuras diagonales en las zonas más próximas a los apoyos, alcanzando un cambio de rigidez brusco por apertura de las fisuras. En este caso podría hablarse de un modo de fallo por tensión-diagonal (D-T), tal y como sucedía en las vigas, no alcanzando la rama de deformación horizontal de la viga durante el fallo, como sí que se ha comprobado que sucede en los ensayos (vigas sin estribos de la fase de investigación).

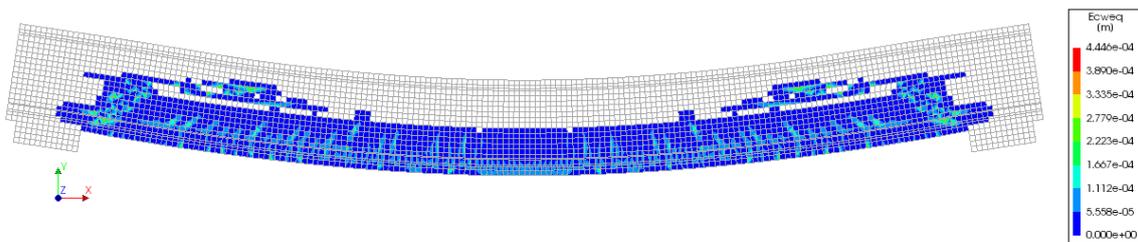


Figura 4.28: Mapa de fisuración en viga T1S

Se produce el fallo de la viga aparentemente por cortante. Se produce una fisuración clara desde el apoyo hasta la cabeza comprimida de la viga por lo que se podría hablar de fallo por tensión diagonal (D-T).

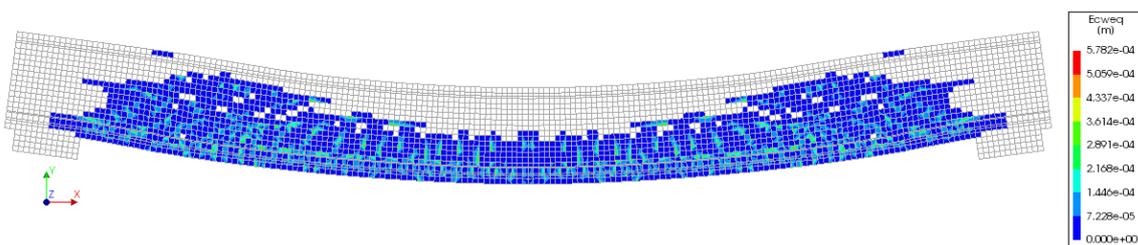


Figura 4.29: Mapa de fisuración en viga T1P

Se produce el fallo de la viga aparentemente por fallo a flexión y cortante. Se alcanza la plastificación de las armaduras longitudinales pero también se produce fisuración diagonal por cortante alcanzando incluso la cabeza comprimida. Podríamos hablar pues de un modo de fallo por compresión-cortante.

### 4.5.3. Estimación de la optimización de armaduras. Análisis económico

Las vigas presentan un comportamiento similar, por lo que estas son válidas para la ejecución de altillos de la nave comercial objeto de estudio. Existe una diferencia evidente en la cuantía de armado transversal de las vigas con adición de fibras estudiadas, con un ahorro que se cuantifica a continuación respecto de las vigas con hormigón convencional.

Cuantificación de ahorro en cuantía de acero							
Viga	Sección	Luz (m)	Carga máxima (kN/m)	%Var. HC	Cuantía acero (kg)	Var. HC (kg)	%Var. HC
L1C	L40.25.20	4.80	208.26	-	216.60	-	-
L1S	L40.25.20	4.80	222.51	6.84%	181.35	-35.25	-16.27%
L1P	L40.25.20	4.80	222.41	6.80%	181.35	-35.25	-16.27%
T1C	T50.25.20	4.80	218.75	-	249.51	-	-
T1S	T50.25.20	4.80	264.76	21.03%	194.18	-55.33	-22.18%
T1P	T50.25.20	4.80	240.95	10.15%	194.18	-55.33	-22.18%

**Tabla 4.1:** Cuantificación de ahorro en acero de vigas

Como puede observarse, el ahorro en kg de acero para las vigas con sección en L es de 35.25kg, mientras que el ahorro para las vigas con sección en T es de 55.33kg. Ello se corresponde con una variación porcentual de un -16.27% y un -22.18% respectivamente. En este caso, se cuantifica el ahorro que supondría económicamente la aplicación de fibras a la matriz del hormigón como sigue:

Cuantificación económica del empleo de fibras									
Viga	Sección	Luz (m)	Vol. Hormigón (m <sup>3</sup> )	Var. HC kg	Cuantía fibras (kg)	Coste fibras (€/kg)	Coste acero (€/kg)	Ahorro total en material (€/viga)	Var. Económica acero (%)
L1C	L40.25.20	4.80	0.672	-	-	-	-	-	-
L1S	L40.25.20	4.80	0.672	-35.25	20.16	2	1.45	-10.79	-3.44%
L1P	L40.25.20	4.80	0.672	-35.25	6.72	3	1.45	-30.95	-9.86%
T1C	T50.25.20	4.80	0.830	-	-	-	-	-	-
T1S	T50.25.20	4.80	0.830	-55.33	24.9	2	1.45	-30.43	-8.41%
T1P	T50.25.20	4.80	0.830	-55.33	8.3	3	1.45	-55.33	-15.29%

*\*SIN CONSIDERAR EL AHORRO QUE SUPONE SIMPLIFICAR EL ARMADO*

**Tabla 4.2:** Cuantificación económica de la variación en acero y fibras de vigas

Se reduce el coste de ferrallado y acero en barras corrugadas, estimando su coste en 1.45/kg, mientras que aparece un nuevo coste en concepto de las fibras adicionadas. Estas fibras se dosifican por  $m^3$  de hormigón, siendo de  $10kg/m^3$  en el caso de las fibras de polipropileno y de  $30kg/m^3$  en el caso de las vigas de acero. Se ha supuesto un coste de aproximadamente 3/kg de fibras de polipropileno, mientras que el coste de las de acero se toma como 2kg.

Como puede observarse, se obtiene un ahorro de entre 10 y 30 en las vigas con sección en L, mientras que en las vigas con sección en T invertida este ahorro se ve incrementado entre los 30 y los 50kg. Si hablamos de variación porcentual, se obtiene un ahorro de entre un 3 a un 10% en el caso de vigas en L, mientras que en el caso de secciones con T invertida se obtiene un ahorro de entre un 8 y un 15%. El ahorro es mayor en vigas de polipropileno al tener una dosificación más reducida pero con un volumen mayor.

Cabe recordar que en este caso, el nivel de dosificación de fibras de polipropileno se encuentra en el límite superior de los valores habituales, mientras que el nivel de dosificación de fibras de acero se encuentra en niveles más bajos.

Se observa un mayor nivel de ahorro en las vigas en T, con un mayor nivel de carga y un mayor armado a cortante en el caso del elemento con hormigón convencional. Esto hace pensar que en elementos con luces más cortas y con mayores cargas (lo que incrementa significativamente el esfuerzo cortante) se logrará un mayor ahorro en cuantía de acero, tanto como aumenten estos factores, por lo que se podría dar el caso de ahorros en cuantías de armado mucho mayores. Existen casos de naves comerciales con luces menores en la dirección de las vigas cargadero, por lo que puede ser un nuevo frente de investigación en este tipo de elementos.

Por otro lado, no se ha considerado el posible ahorro de armaduras por simplificación de las tareas de ferrallado. En este caso se han reducido diámetros de cercos de 12mm hasta los 8mm, incrementando también la separación entre estos elementos, por lo que cabría esperar un ahorro adicional por una mayor facilidad de las tareas de ferrallado en el taller.

En este tipo de elementos se podrían emplear dosificaciones distintas por zonas de viga, ahorrando más si cabe en materiales y en coste global de la estructura. Tampoco se han abordado aspectos como la aplicación en losas alveolares, donde la colocación de armado transversal resulta problemática y cuya eliminación conllevaría efectos positivos desde el punto de vista organizativo y económico. En el caso del coste de la fibra, se podrían reducir costes dado que se han empleado precios de mercado y no de distribución directa.

No se ha evaluado la influencia a flexión que proporciona la adición de fibras al hormigón, pero sí se ha observado que contribuye a alcanzar el fallo por flexión del elemento, por lo que podría reducirse en cierta medida el armado longitudinal.

Con todo ello, puede concluirse que la dosificación de fibras en la masa del hormigón, incluso en dosificaciones pequeñas de fibras de acero, incrementa notablemente la capacidad a cortante del elemento, pudiendo reducirse la cuantía de armado transversal significativamente, en tanto en cuanto se reducen las luces y se incrementan las cargas de las vigas estudiadas.

## Capítulo 5

# Conclusiones generales

A raíz de los trabajos llevados a cabo en el presente Trabajo de Fin de Máster se han obtenido las siguientes conclusiones, en función de la fase del proyecto desarrollada:

### 5.1. Fase experimental previa

- El **modo de fallo** en aquellas vigas que no disponían de armado a cortante fue generalmente por tensión diagonal (D-T) y en aquellas en las que se disponía de armado a cortante el modo de fallo que se presentó de forma generalizada fue el de cortante-compresión (V-C) dándose en algún caso el modo de fallo por flexión-compresión (F-C).
- La **incorporación de fibras en la matriz del hormigón no cambia aparentemente el modo de fallo** pero sí su capacidad resistente y ductilidad del elemento, presentando valores más altos de la carga de rotura y una mayor deformación, reduciendo la fragilidad.
- **Al incorporar fibras en las vigas con armado a cortante, estas aparentemente tienden a cambiar el comportamiento de la viga hacia un modo de fallo a flexión-compresión (F-C)**, ello probablemente es debido a que las fibras no son capaces de cambiar el modo de fallo por sí mismas pero sí que crean un cierto efecto de sinergia entre la armadura y ellas, no siguiendo una regla de proporcionalidad del refuerzo e incrementando más de lo esperado la carga máxima y mejorando el comportamiento.
- La **incorporación de fibras** no origina que la viga presente un modo de fallo similar ni una propagación de fisuras como si de un armado con estribos se tratase, pero estas sí que **pueden ser un sustituto viable en términos de resistencia**, siempre respetando una cuantía mínima y una dispersión homogénea en la mezcla de hormigón. Es por ello que resulta necesario un control de calidad específico en la fabricación de estos elementos. Ello será comprobado en las posteriores fases del presente TFM.
- Se observa que **en las vigas con adición de fibras se obtiene una mejor distribución de la fisuración**, proporcionando un mejor comportamiento a partir de la formación de las primeras fisuras dado que estas cosen el material. Ello evidencia que las fibras son capaces por sí solas de controlar la fisuración en el elemento, mejorando probablemente algunos de los mecanismos resistentes como el engranamiento de áridos.
- Se ha observado que **en las vigas con adición de fibras, la fisura que origina la rotura se genera de una forma más progresiva** y se alcanzan mayores aberturas (de hasta 5 y 10mm según la viga), por lo que el fallo obtenido es más dúctil.

## 5.2. Fase de investigación

- De forma generalizada, en análisis realizados **en vigas con crackband de 25mm y sin estribado** se obtienen resultados muy ajustados en cuanto a carga máxima, no siendo así en cuanto a deformaciones, debido a que no se alcanza el mismo modo de fallo que en las vigas ensayadas. Ello es debido probablemente al empleo de un modelo de fisuración distribuida, que no es capaz de redistribuir la fisuración a la fisura diagonal discreta que suele aparecer en este tipo de casos. En todo caso, para pasos de carga pequeños, de los modelos se obtienen cargas máximas similares y siempre del lado de la seguridad excepto en el caso de la viga 0BP2, obteniendo un valor de un 15,18% superior, sin explicación aparente y siendo la rotura de esta viga ensayada algo diferente a la del resto de vigas de la misma familia.
- Por otro lado, en análisis realizados **en vigas con crackband de 25mm y armadura transversal** se obtienen resultados muy ajustados en cuanto a carga máxima y deformaciones, ello probablemente derive de que la armadura a cortante permite controlar la fisuración, con un patrón distribuido y similar al funcionamiento del modelo de cálculo.
- En el caso de análisis llevados con **crackband de 60mm** se obtienen prácticamente las mismas conclusiones en cuanto al funcionamiento de las vigas con estribos con unos resultados equivalentes a los de ensayo, no siendo así en los casos sin armadura transversal, donde se obtiene una variación respecto al ensayo de entre -31,27% y +30,54%. Destacar que el funcionamiento de los modelos con crackband de 60mm es peor que en el de las mismas vigas sin estribos y crackband de 25mm.
- **La influencia del crackband considerado** no puede ser cuantificada ni se obtienen resultados concluyentes que den una idea clara de su importancia. Ello es debido a que en este caso existe una unión de factores, por un lado, el valor del crackband considerado influye en el modo de comportamiento del material, pero también el tamaño del elemento finito que viene dado por este crackband influye en el comportamiento del modelo de elementos finitos, observándose en este caso diferencias significativas en los modelos de vigas con fibras de acero sin estribos, donde se produce un "bloqueo" del modelo en una fase temprana y previa al fallo de la viga.
- De forma generalizada **para todas las vigas sin estribos se observa que el comportamiento de la viga en el momento de formación de la fisura crítica diagonal no puede ser captado**. Se observa cómo la fisuración en la viga trata de rotar hacia el apoyo pero no es capaz de generar la fisura discreta a partir del mapa de fisuración que se forma.
- Se ha observado que **el ajuste del comportamiento del material a la curva característica de los ensayos a flexotracción por análisis inverso** funciona de forma satisfactoria en este tipo de modelos, obteniendo una rigidez del material que en la práctica totalidad de los casos es similar o incluso equivalente. En algunos casos se ha obtenido una rigidez algo mayor, no siendo significativo en ningún caso salvo en la viga BP2.

- Se han llevado a cabo un **análisis de sensibilidad en estos modelos, empleando pasos de carga mayores**. Para casos de carga mayores se produce una redistribución en los modelos de cálculo sin estribos, de forma que se cierran fisuras existentes y se redistribuye el daño en la viga, obteniéndose cargas significativamente mayores a las de ensayo mediante un modo de fallo elástico-lineal, lo cual no se corresponde con lo obtenido en los ensayos realizados. Ello probablemente sea debido a que un mayor paso induce a un mayor nivel de descarga en los cálculos, lo que puede conllevar que una fisura se cierre y adquiera rigidez de nuevo por la rama de la rigidez secante. Esto es típico en modelos de estas características (TCSM) ya que no presentan memoria del daño durante el cálculo.

De ello puede concluirse que **el empleo de modelos de fisuración distribuida en los casos en los que existen elementos con reducidas cuantías de armado longitudinal, transversal y fibras debe ser muy cuidadoso para evitar una redistribución errónea en los modelos de cálculo**. Ello es debido a que este tipo de modelos tal y como se ha explicado en apartados anteriores no presentan una memoria del daño que ya ha ocurrido, es decir, que las fisuras que se han producido pueden volver a cerrarse y a adquirir carga. Se recomienda pues el cálculo con pasos de carga reducidos de cara a evitar posibles procesos de carga-descarga incompatibles con este tipo de modelos.

- El **modo de fallo de las vigas analizadas** es similar al ensayado en todos los casos, a excepción de los modelos sin estribos, en los que no se alcanza la rotura por tensión-diagonal en la viga, probablemente por el modelo de material empleado.
- De cara a validar los resultados obtenidos para su uso en aplicaciones prácticas, puede concluirse que en el caso de elementos con un nivel de armado longitudinal y transversal mayor que el mínimo, se obtienen resultados satisfactorios y estables frente a cambios de tamaño en elementos finitos, crackband, materiales empleados y sistema de pasos de carga. En elementos sin armado transversal, donde se obtiene una mayor inestabilidad en los resultados probablemente a la fragilidad del modelo por fisuración no controlada, se obtienen siempre resultados del lado de la seguridad para pasos pequeños salvo alguna excepción, por lo que se recomienda seguir con investigaciones específicas al respecto y ser cuidadoso en cuanto a su aplicación.

### 5.3. Fase de aplicación práctica

- Se han aplicado los modelos de material de la fase de investigación a casos reales de vigas en altillos de una nave comercial en Igualada (Barcelona). En este caso se analizan dos tipologías de vigas, con sección en L y sección en T, con distintas tipologías de fibras y hormigones convencionales.
- En los **cálculos de las vigas con sección en L**, se obtiene una carga máxima similar en todos los elementos ensayados. En el caso de las vigas con adición de fibras, se alcanza incluso el fallo por flexión, con la plastificación de las armaduras. En el caso de la viga con hormigón convencional se alcanza el fallo a la altura de la carga máxima a cortante. Ello deriva en una mejora evidente de las prestaciones en elementos con adición de fibras, donde no solo se ha mantenido la carga máxima del elemento sino que se ha mejorado incluso, alcanzando un modo de fallo diferente y evitando el fallo a cortante.
- En los **cálculos de las vigas con sección en T**, se obtiene una carga máxima similar en todos los elementos ensayados. En el caso de las vigas con adición de fibras, se alcanza incluso el fallo por flexión en la viga T1S, con la plastificación de las armaduras. En el caso de la viga con hormigón convencional se alcanza el fallo a la altura de la carga máxima a cortante. Ello deriva en una mejora evidente de las prestaciones en elementos con adición de fibras, donde no solo se ha mantenido la carga máxima del elemento sino que se ha mejorado incluso, alcanzando un modo de fallo diferente y evitando el fallo a cortante.
- Este fenómeno se reproduce al igual que en los resultados obtenidos para las vigas de la fase de investigación, en las cuales se alcanzaban roturas incluso a la flexión de la viga por el incremento de prestaciones. Existe un posible efecto de sinergia entre los cercos y las fibras, aumentando más si cabe la carga máxima a soportar. En todos los resultados obtenidos no se obtiene una gran variación de la rigidez del elemento, probablemente porque esta se encuentra controlada fundamentalmente por la armadura longitudinal.
- Las vigas presentan un comportamiento similar, por lo que estas son válidas para la ejecución de altillos de la nave comercial objeto de estudio. Existe una diferencia evidente en la cuantía de armado transversal de las vigas con adición de fibras estudiadas. El ahorro en kg de acero para las vigas con sección en L es de 35.25kg, mientras que el ahorro para las vigas con sección en T es de 55.33kg. Ello se corresponde con una variación porcentual de un -16.27 % y un -22.18 % respectivamente. En este caso, ha cuantificado el ahorro que supondría económicamente la aplicación de fibras a la matriz del hormigón.
- Se reduce el coste de ferrallado y acero en barras corrugadas, estimando su coste para las estimaciones en 1.45/kg, mientras que aparece un nuevo coste en concepto de las fibras adicionadas. Estas fibras se dosifican por  $m^3$  de hormigón, siendo de  $10kg/m^3$  en el caso de las fibras de polipropileno y de  $30kg/m^3$  en el caso de las vigas de acero. Se ha supuesto un coste de aproximadamente 3/kg de fibras de polipropileno, mientras que el coste de las de acero se toma como 2/kg.
- Como puede observarse, **se obtiene un ahorro de entre 10 y 30 en las vigas con sección en L, mientras que en las vigas con sección en T invertida este ahorro se ve incrementado entre los 30 y los 50kg. Si hablamos de variación porcentual, se obtiene un ahorro de entre un 3 a un 10 % en el caso de vigas en L, mientras que en el caso de secciones con T invertida se obtiene un ahorro de entre un 8 y un 15 % (mayor ahorro al poseer un mayor nivel de armado transversal).**

- Cabe recordar que en este caso, el nivel de dosificación de fibras de polipropileno se encuentra en el límite superior de los valores habituales, mientras que el nivel de dosificación de fibras de acero se encuentra en niveles más bajos.
- Se observa un **mayor nivel de ahorro en las vigas en T, con un mayor nivel de carga y un mayor armado a cortante** en el caso del elemento con hormigón convencional. **Esto hace pensar que en elementos con luces más cortas y con mayores cargas (lo que incrementa significativamente el esfuerzo cortante) se logrará un mayor ahorro en cuantía de acero**, tanto como aumenten estos factores, por lo que se podría dar el caso de ahorros en cuantías de armado mucho mayores. Existen casos de naves comerciales con luces menores en la dirección de las vigas cargadero, por lo que puede ser un nuevo frente de investigación en este tipo de elementos.
- Por otro lado, **no se ha considerado el posible ahorro de armaduras por simplificación de las tareas de ferrallado**. En este caso se han reducido diámetros de cercos de 12mm hasta los 8mm, incrementando también la separación entre estos elementos, por lo que cabría esperar un ahorro adicional por una mayor facilidad de las tareas de ferrallado en el taller.
- En este tipo de elementos **se podrían emplear dosificaciones distintas por zonas de viga**, ahorrando más si cabe en materiales y en coste global de la estructura. Tampoco se han abordado aspectos como la aplicación en losas alveolares, donde la colocación de armado transversal resulta problemática y cuya eliminación conllevaría efectos positivos desde el punto de vista organizativo y económico. En el caso del coste de la fibra, se podrían reducir costes dado que se han empleado precios de mercado y no de distribución directa.
- No se ha evaluado la influencia a flexión que proporciona la adición de fibras al hormigón, pero sí se ha observado que **contribuyen a alcanzar el fallo por flexión del elemento**, por lo que podría reducirse en cierta medida el armado longitudinal.
- **Con todo ello, puede concluirse que la dosificación de fibras en la masa del hormigón, incluso en dosificaciones pequeñas de fibras de acero, incrementa notablemente la capacidad a cortante del elemento, pudiendo reducirse la cuantía de armado transversal significativamente, en tanto en cuanto se reducen las luces y se incrementan las cargas de las vigas estudiadas.**