TRABAJO FINAL DE GRADO EN ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

Clasificación de la dinámica de activos subyacentes cotizados mediante métodos Markovianos.

Aplicación a compañías del IBEX-35 con datos reales

Curso 2019-2020

Autor:

D. Sergio Tebar Temprano

Tutores:

Dr. Juan Carlos Cortés López

Dr. Rafael Villanueva Micó

FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS. UPV

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Índice

Índice de figuras

Índice de gráficas

Resumen del Trabajo

La cotización de una empresa indica una gran cantidad de información útil para los inversionistas como pueda ser la percepción que tienen los agentes acerca de los futuros beneficios de la empresa, y por consiguiente, los dividendos a repartir, así como la evolución futura de la empresa y el entorno socioeconómico y político en el que está integrada la compañía.

A pesar de conocer la información anterior, es imposible calcular el valor exacto que tomará una cotización en el futuro, y esto se debe al gran número de factores que influyen en la cotización de una empresa. Además, no solo es importante conocer los factores que influyen en la cotización sino también la intensidad con la que lo hacen. Así pues, es imposible poder saber de qué manera van afectar al precio en bolsa de una acción de una compañía factores como el comportamiento de los competidores (así como conocer de antemano que decisiones tomarán), la inflación, la prima de riesgo, la tasa de interés, la evolución de la bolsa en su conjunto, etc.

Es por esto, que en este trabajo no se intentará calcular el valor exacto de una cotización en un período o tiempo concreto sino que se intentará predecir el comportamiento que tendrá dicho activo en el futuro. Esta predicción se basará en la tendencia y evolución de la cotización de un activo en los meses anteriores, dividiendo las cotizaciones del activo en varios rangos mediante percentiles. De este modo, se tratará de averiguar en qué rango de cotizaciones hay más probabilidad de que se encuentre el activo en el futuro.

En primer lugar, en el actual Trabajo Final de Grado (TFG) se analizará la situación actual de la globalización, proceso importante desde sus inicios hasta hoy, para explicar el origen de los mercados bursátiles, la importancia de estos para la economía mundial, la influencia de este concepto a las transacciones financieras intranacionales e internacionales, etc.

También se dará a conocer el IBEX 35, mercado bursátil español y uno de los más importantes a nivel europeo, al tratarse de la Bolsa donde se encuentran las empresas seleccionadas para analizar mediante el modelo de predicción que se mencionará a continuación. Las empresas seleccionadas para este trabajo son Inditex e Iberdrola, ambas líderes en sus respectivos sectores y con gran influencia en la Bolsa española al ser dos de las tres empresas que más ponderan en el IBEX 35. En cuanto a las empresas, de ambas se detallan datos relevantes actuales, así como una breve reseña en la historia, resultados económicos y, obviamente, las acciones. Se han seleccionado estas dos empresas con el objetivo de tener una empresa en alza (Iberdrola) y otra empresa bajista (Inditex) y así comparar el funcionamiento del modelo a desarrollar en dos tendencias completamente opuestas.

A continuación, se detallará toda la teoría matemática utilizada para el desarrollo del modelo de predicción. Para realizar el trabajo de investigación se ha requerido utilizar el modelo de Cadenas de Markov, modelo matemático estudiado en las asignaturas de Modelos Matemáticos para ADE y Dirección Comercial. Mediante las cadenas de Markov se clasificará la evolución de los activos en cinco rangos, en el caso de Inditex, y en ocho rangos, en el caso de Iberdrola. Por lo tanto esa división en rangos permitirá conocer la previsión sobre en qué tramo se encontrará la cotización de cada uno de los activos en un momento futuro, teniendo en cuenta la evolución y la tendencia de dicho activo en los últimos dos meses.

El objetivo de seleccionar los dos últimos meses de cotización de estos dos activos es construir una matriz que refleje el comportamiento de la cotización y su tendencia más reciente. En el presente trabajo, se va a realizar una predicción a 5 días por lo que no se ha visto necesario escoger una base de datos con mayor número de meses de cotización. La razón es que, hoy en día, las empresas viven en constante cambio (cambio a nivel político, cambio a nivel legal, cambio de tipos de interés, etc.) y es probable que la magnitud con la que uno de esos cambios influya en la cotización tampoco sea el mismo. Sin embargo, la tendencia de los últimos dos meses es más probable que tenga un impacto mayor en la cotización de hoy.

Para determinar las variables (estados) que se tomarán, se han utilizado percentiles con el objetivo de dejar un número similar de cotizaciones en cada rango o tramo. En el caso de Inditex se han seleccionado cinco estados, mientras que en Iberdrola se han seleccionado ocho estados. Con Inditex se seleccionaron únicamente cinco estados puesto que fueron suficientes para obtener resultados representativos de la muestra tomada, mientras que en Iberdrola con cinco estados se obtenían resultados poco coherentes con las tendencias mostradas por los datos debido a que había muy pocos datos entre algunos percentiles y se distorsionaban las tendencias y, por consiguiente, se dividió la tendencia en 8 estados para conseguir unos resultados que reflejaran más fielmente la realidad.

En este caso, las variables (estados) que se tomarán serán los rangos donde se ubicará la cotización en el periodo n y la ubicación de la cotización en el periodo $n+1$. De este modo, la cotización en el periodo $n+1$ dependerá única y exclusivamente del periodo n, y como n dependerá de $n-1$, y así sucesivamente, se conseguirá trasladar la influencia de la tendencia actual a la predicción futura.

Una vez conseguida la matriz de probabilidades (matriz de transición) se procederá a calcular el estado estacionario, el cual indicará las probabilidades finales de que el subyacente se ubique en un rango u otro en el largo plazo. Con el estado estacionario y una condición inicial, en este caso será la ubicación del subyacente en el periodo 0, se podrán realizar las predicciones a cinco días vista.

Por último, se mostrarán los cálculos realizados para el desarrollo de todo el modelo, así como los tiempos de recurrencia, los cuales se refieren al tiempo medio (en días) que tarda un subyacente en cambiar de un rango a otro.

Objetivos del trabajo

Los objetivos que se pretenden conseguir con este Trabajo Final de Grado (TFG) son varios. Los conocimientos adquiridos en las asignaturas del grado de ADE como Modelos Matemáticos para ADE (MADE) y Dirección Comercial han servido para poder aprender técnicas basadas en modelos matemáticos para la predicción del comportamiento de un subyacente.

Las empresas Inditex e Iberdrola se seleccionaron por ser dos de las tres más importantes y con mayor peso en el IBEX 35, así como por ser líderes en sus respectivos sectores. Para este trabajo se ha utilizado el modelo matemático de Cadenas de Markov y se ha desarrollado su teoría matemática.

Los objetivos a conseguir con la realización del actual trabajo son los siguientes:

1. Repasar y adentrarse en el estudio de las Cadenas de Markov como sus características, importancia, funcionamiento y utilidad.

2. Poner en práctica un modelo matemático como son las Cadenas de Markov, el cual se ha visto a lo largo del grado, para desarrollar un modelo de predicción.

3. Utilizar herramientas vistas en varias asignaturas para el desarrollo del modelo.

4. Comparar la utilización de programas informáticos básicos, como Excel, y programas más avanzados, como Mathematica.

5. Determinar los estados y utilizar datos reales actuales de cotizaciones de empresas importantes para la predicción de cotizaciones futuras.

6. Calcular los tiempos de recurrencia, con los cuales se obtiene el tiempo medio que tarda la cotización de pasar de un estado a otro, es decir, de un rango a otro.

Antecedentes

Hoy en día el mundo está mucho más interconectado, es decir, hace cientos de años era imposible comunicarse con gente de diferentes países o adquirir bienes del extranjero mientras que ahora esas barreras se han superado dando lugar a acciones que hasta hace unos años eran inimaginables como desplazarse 9000 km en apenas 14 horas. Esto es gracias a las grandes técnicas e innovaciones que surgen durante la historia y son las causantes de la globalización, lo cual, como se puede apreciar, es un término demasiado amplio como para dejarlo sin analizar.

La globalización se trata de un proceso dinámico en el cual la dependencia entre los diferentes países del mundo se acrecienta debido al mayor volumen de transacciones, a la liberalización de los sistemas financieros, a la integración internacional de los flujos de capital y a los avances en el ámbito de la tecnología, especialmente, en el ámbito de las telecomunicaciones.

El inicio de la globalización es un tema de debate puesto que algunos investigadores la datan en la era arcaica mientras que otros consideran esto un error pues perdería su utilidad, ya que estos últimos opinan que el avance en la calidad de vida de las personas ha mejorado en mayor medida en los últimos dos o tres siglos y es por esto que creen que debería tener una mayor importancia en la globalización este periodo. En la era moderna, las revoluciones industriales de 1765 y 1870 tuvieron mucha influencia e impulsaron las economías de mercados que junto con las colonizaciones del siglo XIX integraron a muchos países aislados hasta entonces. Se pueden observar claras diferencias entre la globalización del siglo XIX y XX.

Durante el siglo XIX el comercio internacional empezaba a florecer, lo cual fue significativo para la época, los aranceles empezaron a disminuir y con ellos los costes en el transporte. Entre 1890 y la Primera Guerra Mundial el comercio mundial se redujo debido a las inestabilidades de este. Fue a partir de la posguerra cuando se expandió el comercio sin dejar de lado la producción doméstica con el fin de no crear desempleo y ahuyentar la inversión. Además, a lo largo del siglo XX, el sistema monetario se hizo más flexible permitiendo una gran variedad de tipos de cambio, mientras que en el siglo XIX imperaba el patrón oro, por lo que se incrementaron las transacciones financieras.

En el siglo XX aparecieron los primeros medios de reproducción de cultura como las televisiones, radios, discos, los cuales fomentaron la integración de otras culturas. También se desarrollaron diferentes medios de comunicación así como muchos otros avances tecnológicos, lo cual unido a la revolución industrial de 1969 mejoró la calidad de vida mundial pues estos descubrimientos se transmitían gracias a las nuevas telecomunicaciones. Además, se firmaron numerosos acuerdos entre diferentes países favoreciendo el libre comercio, eliminando aranceles y disminuyendo los costes de transporte como fue el Acuerdo General sobre Aranceles Aduaneros y Comercio (GATT).

En cuanto a las causas de la globalización, según Viteri, G. en *NOTAS SOBRE LA GLOBALIZACION* (2008) en Eumed, la internacionalización de la producción es una de ellas, ya que hemos pasado de un simple intercambio de mercancías entre países en 1900, a la circulación de capitales internacionales entre 1900 y 1950, como a la internacionalización de la producción de empresas multinacionales a partir de los años 60, que provocó menor capacidad por parte de los Gobiernos en el control de la economía debido a la facilidad de traspasar recursos financieros de las empresas a filiales transfronterizas, y mayor dependencia de los países externos. Además, las dos guerras mundiales también favorecieron el comercio internacional puesto que al finalizar las guerras este se ve impulsado gracias al libre comercio que se implanta. De hecho, el Plan Marshall se puede considerar el primer gran flujo de capitales internacional, el cual ayudó a reparar los daños de la II Guerra Mundial en los países europeos.

La desregulación financiera, necesaria para estas empresas que internacionalizaron la producción fuera de sus fronteras de origen, provocó una competencia entre países para lograr la mayor desregularización posible con el fin de convertirse en el mayor país receptor de inversión extranjera de empresas multinacionales. Así pues, la búsqueda de financiación en estos países provocó también la internacionalización de los bancos comerciales. De este modo, en 1992 el valor de los flujos financieros internacionales fue 40 veces superior al valor de los intercambios comerciales. Además, el establecimiento del capitalismo como sistema económico mundial también favoreció el proceso de globalización.

Y como última causa, los cambios tecnológicos también tuvieron su influencia. La mejora en las telecomunicaciones provocó la interconexión de los mercados disminuyendo el tiempo de las transacciones y evitando el obstáculo de la distancia. Las mejoras en la electrónica favorecieron los pagos internacionales, lo cual impulsó la internacionalización financiera.

Este proceso actualmente influye en todos los ámbitos de la vida de una persona (económico, social, tecnológico, político y cultural). Económicamente, debido a la ascendente cantidad de transacciones y la muy diversa cantidad oferta en el mercado. Socialmente, al tratar con personas de entornos sociales distintos que favorecen la integración progresiva de las economías y sociedades. Tecnológicamente, puesto que las mejorías en este ámbito han supuesto una mejor calidad de vida no solo para las personas que viven en el lugar donde se descubre el avance sino, que gracias a las mejoras en las comunicaciones, también ha aumentado la calidad de vida de todas las personas del mundo puesto que estos avances se transmiten de un país a otro con mayor velocidad. Y no solo en el ámbito tecnológico, sino también en la medicina, economía, ciencia, etc. Es por esto que los avances en la tecnología aumentan la velocidad de transmisión de los descubrimientos que suceden en todo el mundo. Políticamente se refiere a la capacidad de pensar de manera global por parte de las organizaciones gubernamentales que deben implantar instituciones a escala mundial con el fin de tomar decisiones que afectan a todos. Culturalmente, las sociedades de diferentes países se parecen más entre si hoy que hace 50 años, y es que antes la gente vestía de forma muy diferente y tenía costumbres con significativas diferencias, pero hoy en día esas diferencias, aun existiendo, se han reducido.

Tras observar brevemente como se inició la globalización y los efectos que tiene hoy en día en la sociedad cabe destacar que este proceso ha influido significativamente en la creación de numerosos mercados bursátiles, su interoperabilidad y la desaparición de barreras que impedían o dificultaban la realización de transacciones financieras.

Se podría decir que estos mercados bursátiles representan la economía de mercado en su máxima expresión, basándose principalmente en la oferta y la demanda, las cuales suben o bajan en función de infinitas variables, lo cual hace especialmente complicado su estudio o predicción debido a la imposibilidad de tener en cuenta todos los factores que puedan influir en la cotización de una acción y la manera en la que pueden influir.

El principal factor que influye en los cambios de los precios de las cotizaciones son los beneficios empresariales y las expectativas de beneficios futuros, pues el accionista busca invertir dinero con la esperanza de que su valor suba así como de obtener dinero de los dividendos, los cuales se obtienen del beneficio de la empresa. También es importante la expectativa que se tenga en la marcha de la compañía pues va a determinar si los agentes confían en el crecimiento de la empresa.

Otro factor importante es la estabilidad política y económica. Un escenario con inestabilidad política no atraería confianza de los inversores mientras que la estabilidad económica debe estar marcada por un crecimiento moderado con pleno empleo e indicadores, como el déficit y la inflación, controlados.

La relación entre los diferentes mercados bursátiles también es un factor a tener en cuenta ya que, al tratarse de un mundo globalizado, las decisiones o entornos cambiantes que ocurran en otros países influyen en el sistema económico de los demás. Es por esto que hay que estar atento a la evolución y tendencias que se den en los demás países con mercados bursátiles.

Los tipos de interés también son una variable importante en el entorno de los mercados pues una subida o bajada de estos puede influir de manera significativa en los precios de las acciones. De este modo, una subida del tipo de interés provocará un encarecimiento para las empresas de los recursos financieros y por tanto una disminución en el margen de beneficios, por lo que los inversores ven este escenario menos atractivo para invertir. Y viceversa, una disminución de los tipos afectaría de manera positiva a la demanda de los activos financieros cotizados en Bolsa.

Es por esto que en este trabajo se intenta modelizar las cotizaciones de un mercado bursátil de forma que se encuentre un patrón en cotizaciones históricas de dos meses atrás para que con la tendencia de esos últimos dos meses se pueda predecir la probabilidad de dicha cotización de tomar unos valores u otros.

Esto se explica en la teoría de ciclos que, según Jáuregui, A. en *La teoría de los ciclos económicos* (2001) en Gestiopolis, fue olvidada en los años 90 debido al gran crecimiento de la economía estadounidense. Tras volver a entrar en recesión, la teoría de ciclos volvió a tomar fuerza.

Esta teoría intenta explicar cómo las oscilaciones de las cotizaciones tienen una frecuencia y recurrencia. Es decir, las fluctuaciones de la actividad económica se expanden y se contraen manteniendo un comportamiento cíclico cada cierto periodo de tiempo. De este modo, la teoría de ciclos intenta anticipar el comportamiento de los ciclos económicos y cómo estos afectan a los mercados bursátiles.

Con el paso del tiempo, los avances en este campo han sido significativos consiguiendo modelos más precisos y fiables contando con un gran número de variables y factores que afectan a la cotización estudiada.

Puesto que este ámbito ha sido especialmente estudiado, se ha propuesto como Trabajo Final de Grado en ADE con la materia estudiada en asignaturas relacionadas como Introducción a las Finanzas, Matemáticas Financieras, Dirección Financiera, y especialmente Modelos Matemáticos para ADE y Dirección Comercial, utilizando como base para esta modelización las Cadenas de Markov, estudiadas en estas últimas dos asignaturas. También cabe destacar la asignatura de Análisis del Riesgo Financiero, asignatura de la cual surgió la idea de realizar un trabajo como este, pues es en esta asignatura en la cual se utilizan modelos matemáticos para analizar cotizaciones de empresas.

Este trabajo tratará de estudiar el comportamiento en el precio de las cotizaciones de dos activos financieros cotizados en un mercado bursátil. A través de datos históricos, se procederá a analizar la tendencia de dichos activos y averiguar las probabilidades que tiene de tomar unos valores u otros en los próximos días de cotización. Así pues, se ha dividido en varios tramos los datos históricos de las cotizaciones, con los percentiles pertinentes, con el objetivo de tener en todos los tramos un número suficiente de cotizaciones y que no se quedara ningún tramo sin cotizaciones, lo cual no sería realista y distorsionaría los resultados.

Por lo tanto no se trata de predecir cuál va a ser la cotización exacta en el futuro de un subyacente sino de prever el comportamiento que podría tener dicha cotización en los próximos días y calcular las probabilidades de encontrarse en un estado u otro teniendo en cuenta la tendencia que ha estado siguiendo el subyacente en los datos históricos seleccionados.

1. La importancia de los mercados bursátiles

La Bolsa es el lugar donde aparecen las ofertas y demandas de activos financieros, como puedan ser los valores mobiliarios (acciones, obligaciones, etc.). En el mercado bursátil se encuentran todos aquellos agentes que realizan transacciones de valores cotizados.

La Bolsa se trata de un mercado de capitales donde las empresas y gobiernos pueden buscar financiación para sus inversiones mediante la emisión y venta de diferentes activos financieros (mercado primario) y donde los particulares buscan la compra y la venta de estos activos para obtener una rentabilidad del dinero invertido (mercado secundario).

La variabilidad de las cotizaciones en el mercado se traduce mediante los índices bursátiles, los cuales sirven de referencia de la situación del activo y del mercado.

Según Equipo Self Bank. (2019) *¿Renta Fija o Renta Variable? Ventajas y desventajas* en Self Bank, 10 de enero, en el mercado bursátil se opera con valores negociables de renta fija y renta variable. Según el tipo de inversor de que se trate, invertirá más en valores de renta fija o valores de renta variable, es decir, si está dispuesto a asumir más o menos riesgo. En caso de querer obtener mayores rentabilidades se debe estar dispuesto a asumir mayores índices de riesgo, y por tanto, posibles pérdidas potenciales (inversor agresivo). De otro modo, si no se está dispuesto a soportar tales índices de riesgo, se deberá conformar con rentabilidades menores (inversor conservador).

Tras identificar el perfil de inversionista que se corresponde con uno mismo se puede decidir invertir en valores de renta variable o renta fija.

La renta fija se basa en instrumentos de deuda como puedan ser los bonos, los cuales estarán emitidos por organizaciones públicas o privadas, es decir, por el Estado o por empresas que buscan financiación. Las características de la renta fija son intereses fijos y fecha de vencimiento. A fecha de vencimiento más lejana, mayor incertidumbre y por tanto mayores serán los intereses a recibir. Mientras que el único riesgo que se puede correr con estos activos es de impago por parte de la organización que la ha emitido, lo cual también va a influir en los intereses a percibir. A mayor riesgo de impago, mayores serán los intereses, y a menor riesgo de impago, menores intereses.

La renta variable se basa principalmente en la compra-venta de acciones de empresas cotizadas en bolsa. En este tipo de activos existe mayor incertidumbre, y por tanto, mayor riesgo, pues aun percibiendo unos dividendos anuales, la empresa puede decidir no repartir o reducir el importe de estos. Además el valor de las cotizaciones en este caso son variables, como su mismo nombre indica, y al vender la acción en un momento posterior se puede dar el escenario en el que el valor sea inferior al valor del momento de la compra y por tanto incurrir en pérdidas.

En cuanto a las características del mercado bursátil son las siguientes: la rentabilidad, pues en él se obtiene rendimiento a través de los dividendos repartidos por las empresas o a través de las plusvalías de estos activos a lo largo del tiempo; la seguridad es otra de las características, pues como ya se ha visto, existen diferentes tipos de activos con mayor o menor índice de riesgo ante oscilaciones impredecibles; y por último, la liquidez, la cual es de vital importancia, ya que según el activo al que se refiera tendremos mayor o menor facilidad para venderlo y comprarlo. En el caso de los activos fijos es más complicada su venta pues tiene fecha de vencimiento mientras que en los activos variables se puede vender y comprar en cualquier momento, lo cual beneficia mucho a aquellas personas que requieran de liquidez en un momento determinado.

El mercado de valores es de gran importancia para la economía puesto que ayuda a la circulación de capitales, lo cual permite estabilidad en ámbitos monetarios y financieros, ya que los capitales se mueven libremente (teniendo en cuenta que se trata de un mercado regulado y centralizado) y con transparencia. Esto también permite canalizar los recursos de los agentes ahorradores que tienen excedentes hacia los agentes que tienen necesidad de estos recursos (déficit), poniendo en contacto a las empresas y gobiernos (agentes económicos con déficit) con los particulares (ahorradores) que invierten sus recursos financieros excedentes en ellos con la posibilidad de obtener rentabilidades.

El mercado bursátil también ayuda a evitar la ociosidad puesto que se tratan de inversiones muy liquidas en las cuales se puede obtener rentabilidad (con mayor o menor riesgo) y convertir las acciones en dinero en cualquier momento (con las plusvalías o minusvalías que correspondan).

Por otro lado, sirve de escaparate para las empresas donde se comparan las valoraciones de las diferentes empresas cotizadas y las expectativas que los inversionistas depositan en ellas. Así pues, se pueden conocer que empresas están mejor posicionadas en cuanto a imagen y expectativas en ámbitos como beneficios futuros y evolución de la empresa.

Otras de las ventajas de este tipo de mercado son la facilidad y la rapidez de las empresas para encontrar financiación, la diversificación, moderación de los ciclos económicos que se han mencionado anteriormente, y reducción de los costes de intermediación.

En cuanto a los riesgos de este tipo de mercado son las oscilaciones de los ciclos económicos y la dependencia de los mercados, lo que supone que las oscilaciones de un país como pueda ser Estados Unidos va a influir de manera importante no solo en su propio mercado bursátil sino también en otros interconectados.

Además algo tan simple como los fenómenos psicológicos que prevean una situación u otra en el futuro también influyen en los mercados de valores, lo cual puede ser algo inesperado para un particular. Es por esto que estos mercados son unos buenos indicadores del comportamiento futuro de la economía y del impacto de los acontecimientos actuales (económicos, políticos, sociales, etc.) en la economía de un país.

El IBEX 35 podría considerarse como uno de los mercados bursátiles más importantes de Europa, el cual se explicará en un apartado posterior al tratarse del mercado de valores del cual se han seleccionado las empresas que se modelizarán en este trabajo.

Según la Redacción de Economía de Mallorca en *Las 10 bolsas de valores más grandes del mundo*. (2019), las bolsas más grandes del mundo son:

La Bolsa de Valores de Nueva York (Estados Unidos) podría considerarse el mercado bursátil más importante del mundo debido a que cuenta entre sus empresas las famosas multinacionales Walmart, Coca Cola o JP Morgan Chase, además de ser el mercado con más empresas inscritas y con mayor volumen monetario.

En segundo lugar, también aparece un mercado de valores estadounidense, lo cual demuestra la cultura de inversionismo que existe en este país. En este caso se estaría hablando de NASDAQ, en la cual aparecen Amazon, Facebook y Apple, además de ser una Bolsa de valores especializada en tecnología y con el mayor volumen de intercambios por hora en el mundo.

A continuación, la tercera Bolsa más importante y la primera fuera de los Estados Unidos es la Bolsa de Tokio (Japón). Cuenta con empresas importantes como son Panasonic, Nikon, Toshiba o Nintendo. Su estructura está dividida en 3 jerarquías, una para las grandes empresas, otra para las medianas empresas y el último para empresas de alto crecimiento.

Y por último, cabe mencionar la Bolsa de Valores de Shanghái (China). China es considerada la segunda potencia económica del momento así como de tener un mercado de valores de los más importantes del mundo. Lo más curioso de este mercado de valores es la intervención del estado puesto que el gobierno tiene la capacidad de evitar ventas excesivas o caídas de precios, lo cual aumenta la confianza en el mercado pero también provoca que los inversionistas tengan prisa a realizar las operaciones antes que el gobierno chino suspenda las operaciones del día en caso de que así lo vea conveniente.

1.1. El IBEX 35

El IBEX 35 es el índice bursátil referencia de la bolsa española, la cual es elaborada por Bolsas y Mercados Españoles (BME). Como bien indica su nombre está formada por las 35 empresas con más liquidez de las cuatro bolsas españolas (Madrid, Barcelona, Bilbao y Valencia) que cotizan en el Sistema de Interconexión Bursátil Español (SIBE).

Cada empresa pondera en mayor o menor medida en el IBEX 35 al tratarse de capitalización bursátil. Actualmente las empresas que más ponderan son: Santander (14,97 %), Inditex (10,34 %), Iberdrola (8,41 %), BBVA (7,62 %) y Telefónica (7,22 %). Se suele observar con mayor frecuencia la evolución de las empresas con mayor capitalización puesto que el efecto que estas tienen sobre el IBEX es significativo.

El Comité Asesor Técnico (CAT) se reúne cada 6 meses en reuniones ordinarias además de alguna reunión extraordinaria si el mercado así lo requiere. Este comité se dedica principalmente a la elección de las empresas que entran y salen del IBEX 35 mediante criterios de liquidez, cantidad de acciones puestas en circulación, valor de la capitalización bursátil, etc.

Además, para que una empresa pueda formar parte del IBEX 35 tiene que cumplir los siguientes requisitos: Su capitalización debe ser superior al 0,30 % de la capitalización del IBEX en dicho periodo; así como debe haber sido contratado en una tercera parte de las sesiones de ese periodo. Cabe destacar que si no cumpliese esta última condición, también podría formar parte del IBEX en caso de estar entre los 20 valores con mayor capitalización.

Que una empresa sea liquida quiere decir que puede transformar sus acciones rápidamente en dinero. Las empresas cuyas acciones son las más compradas y vendidas, es decir, las empresas con mayor número de transacciones bursátiles serán aquellas con mayor liquidez.

El 14 de enero de 1992 fue cuando se abrió por primera vez el IBEX 35. La mayor subida que ha experimentado fue de un 14,43 % gracias al rescate europeo el día 10 de mayo de 2010. La mayor caída en un día de la Bolsa española fue de un 12,35% ante el resultado de la salida del Reino Unido de la Unión Europea. Mientras que la mayor caída en una semana, es decir, la peor semana del mercado español fue en 2008 en la cual descendió en un 21,20 %.

El próximo 14 de enero de 2020 se cumplirá el 28º aniversario del IBEX 35, por el cual han pasado más de 100 empresas y numerosos momentos de tensión y alegrías. La Bolsa española ha ofrecido, desde sus orígenes, la evolución de la economía española e internacional, así como la percepción y expectativas de los inversionistas en los diferentes activos que han ido pasando por las 35 empresas elegidas. Desde 1992 hasta hoy, la capitalización del mercado bursátil español se ha revalorizado por diez, lo cual indica la mejoría no solo de la economía española sino también de las empresas que la integran.

Las empresas seleccionadas (Inditex e Iberdrola) para este trabajo son empresas líderes en sus sectores y pertenecientes al IBEX 35 por lo que son de gran relevancia en la evolución de este.

En las siguientes secciones se explicarán las empresas seleccionadas.

1.2. Inditex

Inditex es un grupo empresarial español que se dedica a la fabricación y distribución textil. Se trata de una multinacional con sede en Arteijo, La Coruña, España. Inditex ha sido la tercera empresa española en la historia en valer 100.000 millones de euros en bolsa.

Inditex comercializa sus productos vía online y tienda física. Posee 7.447 tiendas físicas en 96 mercados. Las marcas de la compañía son Zara, Zara Home, Pull & Bear, Massimo Dutti, Oysho, Bershka, Uterqüe, Stradivarius y Letfties. La empresa trabaja con 1.866 proveedores y 7.235 fábricas por todo el mundo. Además ha invertido 46,2 millones de euros en programas sociales alrededor del mundo.

El máximo accionista de la compañía es Amancio Ortega, fundador de la sociedad, quien posee el 59,3 % de las acciones. Amancio Ortega ha sido nombrado el hombre más rico de España y uno de los hombres más ricos del mundo.

El cargo de presidente de la compañía lo ostenta Pablo Isla Álvarez de Tejera, mientras que el director financiero de Inditex es Ignacio Fernández Fernández.

Como bien se sabe, toda empresa debe tener una misión, visión y valores que seguir.

La misión del grupo es: “Mantenerse líder en el sector textil, adelantarse a la moda y crear diseños nuevos, mediante una estrategia de integración vertical. Así como ofrecer productos a un precio acorde con la calidad.”

La visión de Inditex es: “Ser una empresa líder en la confección, comercialización y distribución de prendas de vestir que puedan llegar a cualquier zona donde exista un nicho de clientes, para que puedan obtener los diferentes diseños y modas.”

Los valores de la compañía son: Orientación al resultado, implicación, superación, honestidad y trabajo en equipo. (Consultora Gescom. (2014). *MISIÓN, VISIÓN Y VALORES DE INDITEX*).

1.2.1. Historia

Confecciones GOA comienza su andadura en 1963 en La Coruña, España. Se dedicaba exclusivamente a la fabricación de vestidos y batas para mujer. Amancio Ortega empezó a diseñar sus propios modelos y junto con su entonces mujer fabricaban la ropa desde casa. En 1973 la empresa ya contaba con 500 empleados.

En 1975 se abrió la primera tienda Zara. El éxito de ésta impulsó a que en 1977 se instalasen las fábricas GOA y Samlor en Arteijo, actual sede central de la compañía.

Hasta 1983, Zara continua abriendo tiendas en las ciudades más importantes de España alcanzando 9 tiendas hasta la fecha. Un año después, Amancio Ortega compra una superficie de 10.000 metros cuadrados en Arteijo para convertirlo en el primer centro logístico de la compañía.

El Grupo Inditex nace en 1995 agrupando de esta manera la marca Zara y las plantas de fabricación y de logística. Desde entonces todas las marcas del holding se agruparían dentro del Grupo.

Es a partir de 1988 cuando Zara empieza su expansión internacional. Esta expansión comienza abriendo su primera tienda en Oporto (Portugal) y continúa en 1989 abriendo otra tienda en Nueva York (Estados Unidos) y en 1990 otra tienda en Paris (Francia).

Fue en 1991 cuando Inditex crea Pull & Bear, adquiere Massimo Dutti y se incorporan al Grupo. La expansión internacional continuó al igual que las marcas que se iban incorporando al Grupo. Bershka y Stradivarius fueron las siguientes.

En el año 2000 Inditex construye nuevas oficinas en Arteijo (España). Un momento importante en la historia de Inditex es cuando en 2001 sale a bolsa por valor de 1 billon de pesetas y en apenas dos meses se incorporó al IBEX 35. El mismo año Inditex lanzó la marca de lencería Oysho.

En 2003 se abre Zara Home, dedicada a la venta de artículos para el hogar, la que posteriormente en 2007 iba a ser la primera tienda online de la compañía. En 2004 Inditex, al abrir su primera tienda en Hong Kong (China), alcanza la cifra de 2.000 tiendas en el mundo. Solamente en 2005 se abrieron 700 tiendas más.

Tres años después, en 2008, Inditex abre su tienda número 4.000 en Tokio (Japón), lo cual demuestra su gran crecimiento que tras cuatro años abrieron 2.000 tiendas. Este año también lanzan su octava marca, Uterqüe, especializada en accesorios.

En 2010, Zara abre su tienda online y la compañía abre su tienda número 5.000 en Roma (Italia). En 2011, todas las marcas ya tienen su propia tienda online y el Grupo ya alcanza los 82 mercados. En 2012, Inditex abre su tienda número 6.000.

En 2014, se abre un nuevo centro logístico en Cabanillas (España) y continúan con la expansión de las tiendas así como la reforma de las tiendas ya existentes. En 2015, alcanzan las 7.000 tiendas.

En 2018, Inditex ya operaba en 202 mercados, evolucionaron el modelo de tiendas y online y se desarrolló más profundamente la venta online, abriendo tienda online en 106 mercados en los cuales no tienen todavía tienda física. Asimismo, ampliaron la sede central de Arteijo, añadiendo nuevos departamentos y servicios para los empleados.

1.2.2. Resultados económicos

Al tratarse de una empresa cotizada en un mercado bursátil, Inditex debe llevar muy al día sus cuentas y hacer reportings muy a menudo. Esto quiere decir que debe mandar con una elevada frecuencia la situación de la empresa y no solo de los libros de las cuentas anuales sino también contabilidad analítica de los negocios a los que se dedica.

En el caso de Inditex, se tomarán las Cuentas Anuales de 2018, obtenidas de su página web, para realizar el análisis financiero de la compañía.

En relación con el beneficio neto, Inditex en 2018 obtuvo 3.448 millones de euros de beneficio mientras que en 2017 obtuvo 3.372 millones de euros. Por lo tanto, a pesar de haber aumentado el beneficio, éste ha sido muy parecido al del año anterior por lo que se podría decir que ha obtenido prácticamente el mismo beneficio. A estos resultados hay que tener en cuenta las numerosas inversiones que realiza Inditex a lo largo del año, lo cual indica que, al tratarse de una inversión, es probable que en el futuro se convierta en un beneficio pero en la Cuenta de Pérdidas y Ganancias actual es un gasto y a pesar de éste, el beneficio sigue siendo alto. La causa principal de haber mantenido el mismo beneficio prácticamente es que, aun habiendo aumentado el Importe de la Cifra de Negocios, los costes de venta, los gastos de explotación y las amortizaciones han aumentado de la misma manera.

Por parte del resultado financiero, se puede observar el aumento de éste, mientras que las causas del aumento pueden estar relacionadas con el aumento en mayor medida de las inversiones financieras temporales de la empresa con respecto al aumento de la deuda financiera.

En cuanto al Impuesto de Sociedades, Inditex, por este concepto, ha pagado 980 millones de euros en 2018, mientras que en 2017 pagó 979 millones.

En relación con el Balance de Situación, se observa como Inditex ha invertido en prácticamente todas las partidas del activo exceptuando Caja y Equivalentes, partida la cual ha disminuido con respecto al año anterior. También se deduce que ha invertido en mayor cantidad el Activo No Corriente, seguramente con vistas al futuro.

Inditex invirtió el año pasado 1.800 millones de euros en desarrollar tecnológicamente su modelo de tiendas online, lo cual indica su apuesta por la tienda online para el futuro.

Grupo Inditex Cuenta de Pérdidas y Ganancias consolidada 2018 (mm€)		
	Ejercicio 2018	Ejercicio 2017
Ventas	**26.145**	**25.336**
Coste de ventas	(11.329)	(11.076)
Margen bruto	**14.816**	**14.260**
Margen Bruto porcentual	*56,7%*	*56,3%*
Gastos de explotación	(9.329)	(8.944)
Otras ganancias y pérdidas netas	(30)	(38)
Resultado operativo (EBITDA)	**5.457**	**5.277**
Margen EBITDA	*20,9%*	*20,8%*
Amortizaciones y depreciaciones	(1.100)	(963)
Resultado de explotación (EBIT)	**4.357**	**4.314**
Margen EBIT	*16,7%*	*17,0%*
Resultados financieros	17	(5)
Resultados por puesta en equivalencia	54	42
Resultado antes de impuestos	**4.428**	**4.351**
Margen antes de impuestos	*16,9%*	*17,2%*
Impuesto sobre beneficios	(980)	(979)
Resultado neto	3.448	3.372
Resultado atribuido a accionistas minoritarios	4	5
Resultado neto atribuido a la dominante	**3.444**	**3.368**
Margen Neto	*13,2%*	*13,3%*
Beneficio por acción, euros (*)	**1,106**	**1,082**

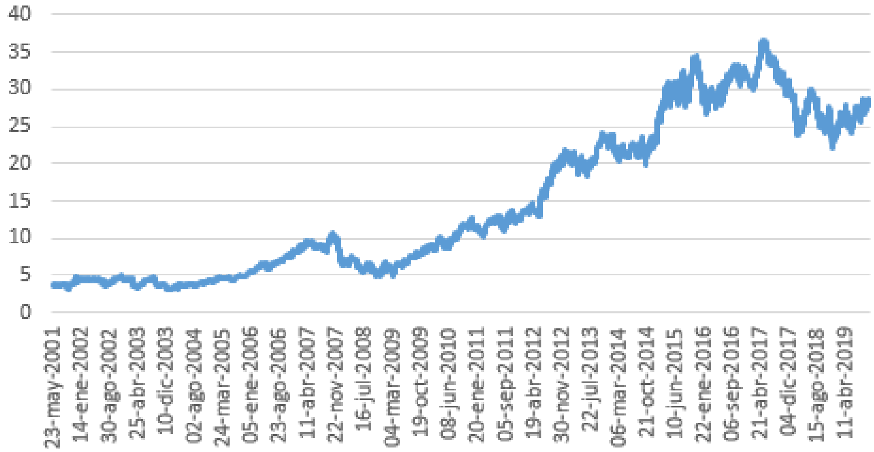
Figura 1.2.2. Cuadro de Cuenta de Pérdidas y Ganancias de Inditex 2017-2018.
Fuente: Pagina web de Inditex.

1.2.3. Acciones

El capital social de Industria de Diseño Textil, S.A. es de 93,5 millones de euros y se compone por 3.116 millones de acciones de 0,03 euros de valor nominal.

Inditex lleva cotizando en la Bolsa española desde 2001 tan solo tres semanas después de su debut en la bolsa y desde entonces no ha salido del IBEX 35. Tomando en cuenta su evolución histórica desde 2001 hasta 2019 su máximo histórico se ha situado en 36,66 euros la acción, mientras que su mínimo histórico ha sido 3,06 que se tuvo lugar al principio de su debut en IBEX 35.

En la gráfica de la evolución histórica se observa como desde la entrada en el IBEX 35 en 2001 hasta prácticamente mediados de 2009 la cotización de Inditex se mantuvo alrededor de 5 y 10 euros la acción pero fue a partir de finales de 2009, con un precio de 5 euros la acción, cuando el precio de la cotización empezó a subir hasta finales de 2015 que alcanzo el precio 35 euros la acción. Por tanto en prácticamente 6 años el precio de la cotización se ha multiplicado por 7.



Gráfica 1.2.3. Evolución histórica de las cotizaciones de Inditex.
Fuente: Elaboración propia.

1.3. Iberdrola

Iberdrola es una empresa española de electricidad con sede en Bilbao (España) con más de 170 años de historia. Se trata de un grupo empresarial dedicado a la producción, distribución y comercialización de energía (electricidad y gas natural).

Iberdrola es considerada una de las empresas eléctricas más importantes del panorama internacional. Es la segunda empresa más importante en producción eléctrica en España, la primera energética en capitalización bursátil de España y la cuarta del mundo, además de ser la más importante del sector eólico mundial.

Al igual que en Inditex, Iberdrola también tiene su propia misión, visión y valores, los cuales siguen.

La misión de la empresa es: "Nuestra misión es crear valor de forma sostenible en el desarrollo de nuestras actividades para la sociedad, ciudadanos, clientes y accionistas, siendo el grupo multinacional líder en el sector energético que presta un servicio de calidad mediante el uso de fuentes energéticas respetuosas con el medioambiente, que innova y que considera a sus empleados un activo estratégico, fomentando su desarrollo, formación y medidas de conciliación, favoreciendo un buen entorno de trabajo y la igualdad de oportunidades, comprometido con el retorno social a través de toda nuestra actividad empresarial, generando empleo y riqueza en nuestro entorno y todo ello con nuestra estrategia de responsabilidad social y de cumplimiento de las normas tributarias."

La visión de Iberdrola es: "Queremos ser el grupo multinacional líder en el sector energético que protagonice un futuro mejor creando valor de forma sostenible con un servicio de calidad para las personas: clientes, ciudadanos y accionistas -a quienes cuidamos e involucramos en nuestra vida social- y para las comunidades en las que desarrollamos nuestras actividades generando empleo y riqueza -con quienes dialogamos de forma constructiva-, erigidos como referente por nuestros firmes compromisos con los principios éticos, el buen gobierno corporativo y la transparencia, la seguridad de las personas y del suministro, la calidad y la excelencia operativa, la innovación, el cuidado del medio ambiente y la orientación al cliente. Haciéndolo posible gracias al trabajo de nuestros empleados y de las personas que trabajan en nuestros proveedores y colaboradores, a los que cuidamos ofreciendo todos los recursos en formación y medidas de conciliación que están a nuestro alcance para su desarrollo y para potenciar la igualdad de oportunidades.”

Además, los valores de Iberdrola son: la creación de valor sostenible, los principios éticos, el buen gobierno corporativo y la transparencia, el desarrollo del equipo humano, el compromiso social, el sentimiento de pertenencia, la seguridad y la fiabilidad, la calidad, la innovación, el respeto por el medio ambiente, la orientación al cliente, y la lealtad institucional.

1.3.1. Historia

El origen de Iberdrola, tal y como se ha avanzado anteriormente, se remonta hasta hace 170 años. Es el resultado de la fusión de dos empresas eléctricas, Iberduero e Hidroeléctrica Española. Esta última es la de mayor antigüedad.

Hay que remontarse a la etapa de 1840 a 1910 en la que Europa se introduce en un proceso que conlleva la Segunda Revolución Industrial. Los recursos energéticos empiezan a cobrar gran importancia y los hogares y las calles comienzan a ser iluminados con gas. En España se funda Hidroeléctrica Ibérica en un momento de extrema necesidad energética.

En la etapa de 1910 a 1950 cabe destacar que la I Guerra Mundial provocó la necesidad de buscar nuevas fuentes de energía y redes de distribución, las energéticas estadounidenses se juntaban para hacer frente a la crisis económica que sumergió al país en 1929 debido al crack bursátil. La Guerra Civil Española dificultó en gran medida el desarrollo para este tipo de empresas, además de los daños percibidos por estas y las pocas instalaciones que quedaron disponibles. Los años 40 en España, tras la victoria del frente nacional en la Guerra Civil y el inicio de la dictadura franquista, fueron de aislamiento por lo que fue complicado adquirir tecnología y materiales y desarrollar avances. También en esta época estalló la II Guerra Mundial.

Entre 1960 y 1990 apareció la energía nuclear lo que supuso un gran paso adelante. Los años 70 se caracterizan por la búsqueda de nuevas fuentes de energía debido al crecimiento de la demanda y de la producción. Se inician las privatizaciones del sector eléctrico.

En 1992 se funda Iberdrola, y comienza una época de internacionalización y de actuaciones de las eléctricas como multinacionales. A partir de 2006 Iberdrola se aleja de la tendencia de muchas compañías y decide apostar más por el sector energético y no en telecomunicaciones, lo cual favoreció su preparación para la demanda de años posteriores.

Iberdrola decide invertir de manera decisiva por la energía eólica que en aquel momento no era un área muy atractiva y estaba muy descuidada por sus competidores, lo cual hizo que, tras el Protocolo de Kioto, Iberdrola tuviese una ventaja competitiva en este sector. Esto demuestra la capacidad de anticipación de la empresa así como su preocupación en temas medioambientales. Iberdrola se expande a Reino Unido y Estados Unidos.

Desde 2011, Iberdrola ha realizado numerosas e importantes inversiones para garantizar el suministro de energía para la actual y futura demanda, sin descuidar la competitividad y manteniendo el cuidado del medio ambiente. Iberdrola se consolida como la empresa líder en energías limpias siendo líder en energía eólica y primera productora renovable europea. También están desarrollando avances en energía eólica marina, clave del futuro para la empresa.

Actualmente, Iberdrola se basa en 3 pilares fundamentales para la compañía: el progreso tecnológico (con mejoras tecnológicas y avances), la descarbonización y la electrificación (con el fin de ser una empresa más concienciada con el medio ambiente), y el aumento de la conectividad de los clientes.

Además, Iberdrola se fundamenta en 5 estrategias para alcanzar sus objetivos: digitalización e innovación, crecimiento rentable, excelencia operativa, enfoque en el cliente y optimización de capital.

La empresa también se centra en sus 3 negocios, los cuales a continuación se explicaran con detalle en que se cimientan.

El negocio de la energía renovable es importante dentro de los negocios de Iberdrola puesto que la mayor parte de la potencia instalada correspondía a parques eólicos, además de haber puesto en marcha la energía eólica marina en proyectos de Alemania, Francia y Reino Unido. La energía marina también la han desarrollado con un sistema para aprovechar la energía de las olas del mar.

En cuanto al negocio liberalizado, el cual incluye la generación y comercialización de gas natural y electricidad, Iberdrola posee unos activos instalados con una potencia muy elevada a través de plantas nucleares, plantas de cogeneración, centrales hidroeléctricas y eólicas, etc.

Y por último, el negocio regulado es el encargado de la transmisión y distribución de energía que se origine en Reino Unido, España, Estados Unidos y Brasil. Han conseguido alcanzar y suministrar a 13 millones de clientes.

La empresa cuenta con 68 % de sus instalaciones libres de emisiones y el 62 % instalaciones de energías renovables.

1.3.2. Resultados económicos

En el caso de Iberdrola, también se trata de una empresa cotizada en un mercado bursátil y requiere de mucho control contable exigido por las instituciones encargadas del IBEX 35 así como pasar las auditorias respectivas.

Es por esto por lo que para analizar los resultados económicos se van a comparar la situación de la empresa en septiembre de 2018 y 2019 en cuanto a Cuenta de Pérdidas y Ganancias, y septiembre de 2019 con diciembre de 2018 en relación con el Balance de Situación. Estas Cuentas Anuales se han obtenido de su pagina web.

En cuanto al beneficio neto, la compañía lo ha aumentado en un 20,4 % al cierre de los primeros nueve meses de 2019, con respecto al beneficio neto de 2018 en la misma fecha, ascendiendo hasta los 2.517 millones de euros. Lo que ha influido para obtener este gran aumento del beneficio neto, ha sido el menor gasto en aprovisionamientos, puesto que este se ha reducido en 700 millones. Y aun habiendo aumentado el gasto de personal, los servicios exteriores, las amortizaciones y provisiones, los gastos financieros y el Impuesto de Sociedades (del cual hablaremos más adelante), se ha conseguido elevar el Beneficio Neto pese a mantenerse prácticamente estable (ha aumentado en 150 millones) el Importe de la Cifra de Negocios.

Se puede comprobar que es lógico que los gastos financieros hayan aumentado debido a que el pasivo corriente en deudas con entidades de crédito, lo cual supone un mayor interés de la deuda, ha aumentado en casi 800 millones de euros.

Iberdrola contribuye a las arcas públicas en concepto de Impuesto de Sociedades en 888 millones de euros, un 34,2 % mayor que en 2018 cuya contribución fue de 662 millones de euros.

Observando el Balance de Situación, se deduce que las partidas donde más ha invertido Iberdrola son en Activos no Corrientes, lo cual demuestra la visión de futuro de esta compañía. Exactamente las partidas en las cuales más ha invertido son en Inversiones financieras a largo plazo y en propiedades, plantas y equipo.

Las inversiones realizadas por la compañía durante este año han sido de 4.727 millones de euros, lo cual aumenta la confianza de obtener mayores beneficios en el futuro.

Iberdrola, este mismo año, anunció inversiones de aquí a 2022 por valor de 34.000 millones de euros. Y detallan que el 86 % de las inversiones irá destinado al negocio regulado mientras que se destinarán 16.000 millones de euros al liberalizado y 13.300 millones de euros en renovables.

Además cabe destacar el número de empleados de la empresa que asciende a 34.584.

IBERDROLA

CUENTA DE PÉRDIDAS Y GANANCIAS
sep-2019
(No Auditada)

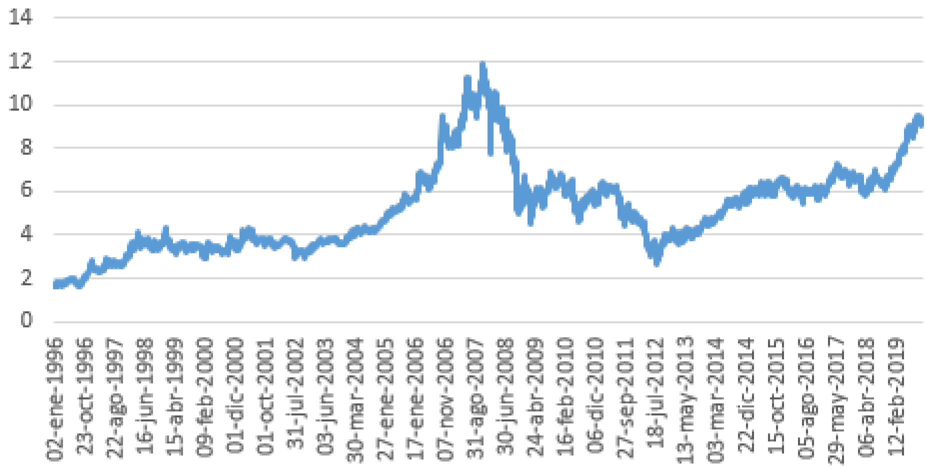
	Septiembre 2019	Septiembre 2018
INGRESOS	**26.457,5**	**26.282,6**
APROVISIONAMIENTOS	(14.370,8)	(14.946,5)
MARGEN BRUTO	**12.086,7**	**11.336,1**
GASTO OPERATIVO NETO	**(3.158,2)**	**(3.092,1)**
Gasto de Personal Neto	**(1.598,1)**	**(1.534,3)**
Personal	(2.088,0)	(2.000,9)
Trabajos para el inmovilizado	489,8	466,6
Servicios Exteriores Netos	**(1.560,1)**	**(1.557,8)**
Servicio exterior	(2.053,7)	(2.013,8)
Otros ingresos de explotación	493,6	456,0
TRIBUTOS	**(1.429,6)**	**(1.524,4)**
EBITDA	**7.498,9**	**6.719,7**
AMORTIZACIONES y PROVISIONES	(3.010,1)	(2.883,3)
EBIT	**4.488,9**	**3.836,4**
Gastos Financieros	**(1.777,6)**	**(1.610,2)**
Ingresos Financieros	**887,2**	**746,5**
RDO. FINANCIERO	**(890,4)**	**(863,6)**
RDO. SOCIEDADES MÉTODO DE PARTICIPACIÓN	**(21,1)**	**,3**
RDO. ACTIVOS NO CORRIENTES	**122,4**	**22,6**
BAI	**3.699,8**	**2.995,6**
Impuesto sobre sociedades	(888,5)	(662,2)
Minoritarios	(294,5)	(242,6)
BENEFICIO NETO	**2.516,7**	**2.090,9**

Figura 1.3.2. Cuadro de Cuenta de Pérdidas y Ganancias de Iberdrola de Septiembre 2018 y 2019.
Fuente: Pagina web de Iberdrola.

1.3.3. Acciones

El capital social de Iberdrola S.A. es de 4.771 millones de euros y se compone por 6.362 millones de acciones de 0,75 euros de valor nominal.

Iberdrola lleva cotizando en la Bolsa española desde sus inicios y siempre ha formado parte del IBEX 35. Teniendo en cuenta su evolución histórica desde 1996 hasta 2019, su máximo histórico se ha situado en 11,90 euros la acción en 2007, mientras que su mínimo histórico se sitúa en 1,607 euros la acción en 1996.



Gráfica 1.3.3. Evolución histórica de las cotizaciones de Iberdrola.
Fuente: Elaboración propia.

En la gráfica anterior se puede observar la evolución histórica del precio de las acciones de Iberdrola desde 1996 hasta 2019. En este trabajo solamente se van a utilizar 2 meses de esta evolución, utilizando a favor la tendencia del momento de la cotización para realizar una predicción groso modo sobre en qué rangos es más probable que se encuentre la cotización.

2. Marco matemático teórico

En este apartado se repasarán los conceptos y la base del modelo matemático en que se fundamentará este trabajo con el objetivo de facilitar al lector el entendimiento tanto de las operaciones utilizadas en el análisis como de los resultados.

El modelo matemático que se utilizará para este trabajo serán las Cadenas de Markov, el cual se ha desarrollado y explicado en la asignatura de Modelos Matemáticos para ADE estudiada en el Grado de Administración y Dirección de Empresas.

Los resultados que vamos a mostrar a continuación valen tanto para el espacio vectorial R^{nxn} como C^{nxn}. Asumiremos este último por generalidad aunque se suela trabajar con el primero.

2.1. Valores y vectores propios

Definición 1 (Valor y vector propio) Sea A una matriz de tamaño $n\ x\ n$. Se dirá que un número complejo λ es un valor propio de A, si existe un vector v de n componentes no nulo, tal que

$$Av = \lambda v. \tag{1}$$

A dicho vector v no nulo, se le llama vector propio asociado al valor propio λ.

La definición 1 no es práctica para calcular los valores propios, porque se necesita, a la vez, tener conocimiento del valor propio y del vector propio asociado. Ahora bien, de la fórmula (1), se tiene

$$Av = \lambda v \to Av - \lambda = 0 \to (A - \lambda I)v = 0, \tag{2}$$

que es un sistema de ecuaciones lineales homogéneo que tiene un vector v distinto de cero como solución, lo que significa que

$$\det(A - \lambda I) = 0. \tag{3}$$

Será esta fórmula (3) la que permita calcular los valores propios de forma independiente del conocimiento de los vectores propios asociados. Además $\det(A - \lambda I)$ es un polinomio en λ de grado n.

Definición 2 (Polinomio característico) Sea A una matriz de tamaño nxn. Se llamará polinomio característico de A al polinomio de grado n.

$$P_A(\lambda) = \det(A - \lambda I)$$

Por tanto, y a la vista de la expresión (3), los valores propios de A serán las raíces del polinomio característico de A.

Con las fórmulas (2) y (3) ya se tiene suficiente para calcular los valores y vectores propios de una matriz cuadrada. Una vez determinados los valores propios resolviendo la ecuación $\det(A - \lambda I) = 0$, los vectores propios asociados al valor propio λ serán $v \neq 0$ solucion del sistema lineal $(A - \lambda I)v = 0$.

Proposición 3 Los vectores propios asociados a valores propios diferentes son linealmente independientes.

Demostración 1 Sea A una matriz cuadrada, $\lambda_1 \neq \lambda_2$ dos valores propios distintos y v_1 y v_2 dos vectores propios asociados a λ_1 y λ_2 respectivamente. Se tiene que ver si la relación

$$\propto_1 v_1 + \propto_2 v_2 = 0, \tag{4}$$

implica que los coeficientes $\propto_1 = \propto_2 = 0$. Si se multiplica (4) por λ_1, se tiene

$$\propto_1 \lambda_1 v_1 + \propto_2 \lambda_1 v_2 = 0.$$

Si ahora se multiplica (4) por A, como $Av_1 = \lambda_1 v_1$ y $Av_2 = \lambda_2 v_2$ se tiene

$$\propto_1 \lambda_1 v_1 + \propto_2 \lambda_2 v_2 = 0.$$

Restando las dos expresiones obtenidas, se tiene que

$$\propto_2 (\lambda_1 - \lambda_2) v_2 = 0,$$

de donde $\propto_2 = 0$. Sustituyendo en (4), como $v_1 \neq 0$, se obtiene que $\propto_1 = 0$.

2.2. Diagonalización de matrices cuadradas

Definición 4 Dos matrices cuadradas A, B de tamaño nxn, se dirá que son semejantes si existe una matriz P de tamaño nxn invertible tal que $B = P^{-1}AP$. A la matriz P se le llama matriz de paso.

Proposición 5 Dos matrices semejantes tienen el mismo polinomio característico, y por tanto, los mismos valores propios.

Demostración 2 Si A y B son semejantes, existe P invertible tal que $B = P^{-1}AP$. Ahora,

$$|B - \lambda I| = |P^{-1}AP - \lambda I| = |P^{-1}(A - \lambda I)P| = |P^{-1}||A - \lambda I||P| = |A - \lambda I|.$$

Definición 6 Se dirá que una matriz cuadrada A de tamaño $n\ x\ n$, es diagonalizable, si es semejante a una matriz diagonal, esto es, si existe D una matriz diagonal y una matriz P invertible, tales que $D = P^{-1}AP$.

Teorema 7 (Condición necesaria y suficiente de diagonalización) Una matriz A cuadrada de tamaño $n\ x\ n$, es diagonalizable si y solo si tiene n vectores propios linealmente independientes.

Conviene anotar que n vectores linealmente independientes en un espacio de dimensión n constituyen una base. Por tanto, el teorema anterior lo que viene a decir es que una matriz es diagonalizable si y solo si se puede obtener de dicha matriz una base de vectores propios del espacio vectorial C^{nxn}.

Ahora solo queda responder a la pregunta, ¿cómo se construyen las matrices diagonal D y la matriz de paso P? Si la matriz A de tamaño $n\ x\ n$, es diagonalizable, y tiene como valores propios (puede que algunos repetidos) y como sus vectores propios asociados

Valores propios	Vectores propios
λ_1 λ_2 $\vdots$ λ_n	$\{(v_1^1, v_2^1, \dots, v_n^1)\}$ $\{(v_1^2, v_2^2, \dots, v_n^2)\}$ $\vdots$ $\{(v_1^n, v_2^n, \dots, v_n^n)\}$

la matriz diagonal D tiene en la diagoinal los valores propios de A, esto es,

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix},$$

y la matriz P de paso tiene los vectores propios en el mismo orden que se han dispuesto los valores propios, por columnas, esto es

$$P = \begin{bmatrix} v_1^1 & v_1^2 & \dots & v_1^n \\ v_2^1 & v_2^2 & \dots & v_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_n^1 & v_n^2 & 0 & v_n^n \end{bmatrix}.$$

Corolario 8 Cualquier matriz cuadrada que tenga todos sus valores propios diferentes, es diagonalizable.

El corolario anterior se basa en la proposición 3, ya que si se tiene en una matriz de tamaño $n\ x\ n$ de la que se han obtenido n valores propios diferentes, cada uno de ellos tiene un vector propio asociado (en total n) y entre ellos son independientes.

Nota 9 Habitualmente, si se desea comprobar que las matrices D y P calculadas son las correctas, no se utiliza la expresión

$$D = P^{-1}AP,$$

debido a que involucra el cálculo de una inversa. Se suele utilizar la expresión equivalente

$$PD = AP.$$

2.3. Calculo de potencias de una matriz

La potencia m-ésima de una matriz cuadrada de tamaño $n\ x\ n\ A$, es

$$A^m = \overbrace{A \quad \cdots \quad A}^{m\ veces}$$

Este cálculo si m no es un valor fijo conocido, resulta con expresiones muy complicadas, en el caso de que se pueda obtener, a no ser que A sea diagonalizable. Si lo es, existirán una matriz diagonal D y otra invertible P, tales que

$$D = P^{-1}AP.$$

De aquí se tiene que $A = PDP^{-1}$, y

$$A^m = \overbrace{A \quad \cdots \quad A}^{m\ veces} = \overbrace{(PDP^{-1})(PDP^{-1}) \quad \cdots \quad (PDP^{-1})(PDP^{-1})}^{m\ veces}$$

$$= \overbrace{PDP^{-1}PDP^{-1} \quad \cdots \quad PDP^{-1}PDP^{-1}}^{m\ veces} = P\overbrace{DD \quad \cdots \quad DD}^{m\ veces}P^{-1} = PD^mP^{-1},$$

con lo que se reduce el cálculo de la potencia m de A al cálculo de la potencia m de la matriz diagonal D, esto es, si

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix},$$

entonces

$$D^m = \begin{bmatrix} \lambda_1^m & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2^m & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_n^m \end{bmatrix}.$$

2.4. Modelos o Cadenas de Markov

Las cadenas de Markov son un modelo matemático dinámico y estocástico, es decir, permite analizar la evolución de un sistema a lo largo del tiempo a través de probabilidades.

Definición 10 Un proceso o cadena de Markov es una ecuación en diferencias matricial

$$x_{t+1} = Ax_t, \tag{5}$$

donde x_t es un vector de n componentes para todos los $t \in \mathbb{N}$, x_0 el vector estado inicial, A es una matriz $n\ x\ n$, y

1. cada estado $(t+1)$ depende exclusivamente del anterior (t), o lo que es lo mismo, que es una ecuación en diferencias de primer orden,

2. la matriz A tiene todas sus entradas mayores o iguales que cero,

3. las columnas de la matriz A suman todas 1.

De la recurrencia (5),

$$x_{t+1} = Ax_t = A^2 x_{t-1} = A^3 x_{t-2} = \cdots = A^{t+1} x_0,$$

y la solución de la cadena de Markov es

$$x_t = A^t x_0. \tag{6}$$

A la matriz A se le conoce con el nombre de matriz de transición de la cadena de Markov. De los puntos 2 y 3 de la definición 10, se tiene que las entradas de la matriz de transición son valores entre 0 y 1 que por columnas suman 1. Por tanto, estas entradas vistas por columnas, se pueden interpretar como probabilidades de que ocurran ciertos sucesos excluyentes que juntos cubran todos los posibles sucesos. Desde este punto de vista, las cadenas de Markov pueden definirse usando el concepto de variable aleatoria.

Definición 11 Una cadena de Markov finita es una sucesión de variables aleatorias discretas $X_0, X_1, \dots, X_t, \dots$ todas con rango finito y conjunto de valores E (espacio de estados del sistema), que verifican que cada estado solo depende del anterior, esto es,

$$P(X_{t+1} = j | X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots X_t = i_t) = P(X_{t+1} = j | X_t = i_t),$$

para todo $j \in E$, $t \geq 0$ y $i_0, i_1, \dots, i_t \ \in E$ tales que $P(X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots X_t = i_t) > 0$.

A las probabilidades

$$p_{ij} = P(X_{t+1} = j | X_t = i),$$

como no dependen del estado t en el que están (son fijos) se les llama probabilidades de transición o probabilidades de transición de una etapa y se pueden estructurar en una matriz

$$A = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

llamada matriz de transición.

Es decir, una cadena de Markov es un proceso aleatorio homogéneo en el tiempo (porque las probabilidades de transición no dependen de la etapa en la que se encuentre el sistema), de parámetro discreto (porque la variable tiempo solo puede tomar una infinidad numerable de valores: 0, 1, 2, …, t,…) y es finito por ser el conjunto de n estados E de la cadena, un conjunto finito.

Una propiedad interesante de las cadenas de Markov es que la suma de los componentes de los vectores x_t, siempre vale lo mismo, es decir, el montante total que se desea ver como evoluciona con el tiempo, no cambia. A continuación se muestra una pequeña demostración para dos estados. Sea

$$A = \begin{bmatrix} p & q \\ 1-p & 1-q \end{bmatrix}$$

una matriz de transición de una cadena de Markov donde $0 \leq p, q \leq 1$. La suma de las columnas es 1 y las entradas son mayores o iguales que 0. Sea $x_t = (a, b)$ el vector en el estado t. Se calcula el estado x_{t+1}. Por tanto,

$$x_{t+1} = Ax_t = \begin{bmatrix} p & q \\ 1-p & 1-q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pa + qb \\ (1-p)a + (1-q)b \end{bmatrix},$$

donde la suma de sus componentes $pa + qb + (1-p)a + (1-q)b = a + b$ que coincide con la suma de las componentes de $x_t, a + b$.

2.4.1. Estudio del largo plazo en las cadenas de Markov

Se va a estudiar el comportamiento a largo plazo de la cadena de Markov. Sea $x_{t+1} = Ax_t$, una cadena de Markov y se supone que $x = \lim_{t\to\infty} x_t$ existe y es finito. Como A es una matriz constante, tomando límites en ambos lados de la cadena de Markov tenemos que $x = Ax$, de donde se puede obtener dos conclusiones:

- el vector x es un vector estacionario de la cadena de Markov porque al multiplicarlo por la matriz de transición A, el resultado es el mismo x;
- desde el punto de vista de la definición de valor y vector propio, $x = Ax$ indica que $\lambda = 1$ es un valor propio de A y x un vector propio asociado al valor propio $\lambda = 1$.

Por tanto, en el largo plazo, si la cadena de Markov tiene límite, alcanza el equilibrio en un estado estacionario. Queda asegurarse de que, en las cadenas de Markov, existe dicho límite $x = \lim_{t\to\infty} x_t$.

Proposición 12 Sea A una matriz de transición de la cadena de Markov $x_{t+1} = Ax_t$, entonces:

1. $\lambda = 1$ es un valor propio de A.
2. Si λ es un valor propio de A distinto de 1, entonces $|\lambda| < 1$.

Sea $x_{t+1} = Ax_t$ una cadena de Markov donde x_0 es la condición inicial. Como se ha visto antes, la solución de esta cadena de Markov es $x_t = A^t x_0$. Si A es una matriz diagonalizable, existe una matriz diagonal D formada por los valores propios de A y una matriz invertible P tal que $A = PDP^{-1}$. Así como se ha visto en la sección 2.3, la potencia t de la matriz A se puede calcular, gracias a la diagonalización, $A^t = PD^tP^{-1}$. Como se ha indicado, la matriz diagonal está formada por los valores propios $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, donde, por la proposición 12, uno de ellos es 1 y el resto son menores de 1.

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}, \text{ y su potencia } D^t = \begin{bmatrix} 1^t & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2^t & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_n^t \end{bmatrix},$$

Así pues, tomando limites cuando $t \to +\infty$ en $x_t = A^t x_0$, se tiene que

$$\lim_{t\to+\infty} x_t = \lim_{t\to+\infty} A^t x_0 = \lim_{t\to+\infty} PD^tP^{-1}x_0 = P\left(\lim_{t\to+\infty} D^t\right)P^{-1}x_0 =$$

$$P\left(\lim_{t\to+\infty} \begin{bmatrix} 1^t & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda \end{bmatrix}\right)P^{-1}x_0 = P\begin{bmatrix} \lim\limits_{t\to+\infty} 1^t & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lim\limits_{t\to+\infty} \lambda_2^t & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \lim\limits_{t\to+\infty} \lambda_n^t \end{bmatrix}P^{-1}x_0 = (*).$$

Ahora, como $\lim\limits_{t\to+\infty} 1^t = 1$ y $\lim\limits_{t\to+\infty} \lambda_i^t = 0$, porque $|\lambda_i| < 1$, $i = 2, 3, \dots, n$, se tiene que

$$(*) = P\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}P^{-1}x_0,$$

que es un producto de matrices y vectores fijos cuyo resultado es un vector fijo y finito. Por tanto $x = \lim\limits_{t\to+\infty} x_t$ existe y es

$$x = P\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}P^{-1}x_0. \tag{7}$$

Por tanto, en una cadena de Markov el estado estacionario siempre existe y se tienen dos formas de obtenerlo:

1. diagonalizando la matriz de transición (si es diagonalizable) y calculando el estado estacionario como en la expresión (7);
2. si se llama M a la suma de los componentes del estado inicial, el estado estacionario es el vector propio de la matriz de transición asociado al valor propio $\lambda = 1$ cuya suma de sus componentes vale M.

2.5. Tiempo medio de recurrencia

Al número de transiciones que hace el proceso de ir de un estado E_i a un estado E_j por primera vez se le denomina tiempo medio de primer paso μ_{ij}.

Cuando $j = i$, el valor μ_{ii} es justo el número de transiciones hasta que el proceso regresa al estado inicial i, y a este valor se le llama tiempo medio de recurrencia.

Para poder calcular estos tiempos, es necesario que las cadenas de Markov que se utilicen sean ergódicas, es decir, describan un proceso en el cual es posible avanzar desde un estado hasta cualquier otro estado.

2.5.1. Función de probabilidad

Se le llama tiempos de recurrencia al tiempo (días) que tardaría de media una cotización en pasar de un estado a otro. De este modo, se puede tener una idea de cuánto tiempo tarda una cotización un subir o bajar uno o más estados, lo que puede ser una ventaja a la hora de invertir ya que si una cotización alcanza cierto estado se puede intuir cuanto tiempo tardará dicha cotización en bajar.

Denotamos f_{ij}^{n} a la probabilidad de ir desde el estado i al estado j en n pasos por primera vez.

Tenemos entonces:

Pasos	1	2	3	4	…
Probabilidades	f_{ij}^{1}	f_{ij}^{2}	f_{ij}^{3}	f_{ij}^{4}	…

Claramente se tiene:

$$f_{ij}^{1} = p_{ij}^{1} = p_{ij},$$

$$f_{ij}^{2} = p_{ij}^{2} - f_{ij}^{1}\, p_{jj},$$

$$f_{ij}^{3} = p_{ij}^{3} - f_{ij}^{1}\, p_{jj}^{2} - f_{ij}^{2}\, p_{jj},$$

$$\vdots$$

$$f_{ij}^{n} = p_{ij}^{n} - f_{ij}^{1}\, p_{jj}^{n-1} - f_{ij}^{2}\, p_{jj}^{n-2} - \cdots - f_{ij}^{n-1}\, p_{jj}$$

2.5.2. Resolución de los tiempos

Como generalmente es bastante la carga de trabajo calcular las f_{ij}^{n} para todas las n, se suele optar por obtener el tiempo esperado de primera pasada del estado i al estado j de la siguiente manera:

$$\mu_{ij} = \begin{cases} +\infty & si \quad \sum_{n=1}^{\infty} f_{ij}^{n} < 1, \\ \sum_{n=1}^{\infty} n\, f_{ij}^{n} & si \quad \sum_{n=1}^{\infty} f_{ij}^{n} = 1\,. \end{cases}$$

$$\mu_{ij} = 1 + \sum_{k \neq j} p_{ik}\, \mu_{kj}$$

Para la aplicación de los tiempos de recurrencia se ha utilizado la matriz de transición y se ha convertido ésta en un sistema de ecuaciones con tantas incógnitas como estados tenga. En primer lugar, se divide la matriz de transición en filas, puesto que cada fila corresponderá a una ecuación del sistema. A continuación, se transforma la columna del estado que se esté analizando en unos. Seguidamente, se añaden en cada una de las filas los valores con las incógnitas μ_n, siendo n el estado correspondiente que acompañe al valor de la columna.

Para la resolución de este sistema de ecuaciones se utilizará el programa informático Mathematica con su comando Solve. Se aplicará a cada uno de los tiempos y no únicamente a uno, con el objetivo de conocer el tiempo medio de transición de todos ellos.

3. Aplicación del modelo

En este apartado se desarrollará la base matemática explicada en el apartado 2 con datos reales de empresas importantes del IBEX 35. De este modo, se aplicarán las Cadenas de Markov a los subyacentes cotizados seleccionados en sus últimos dos meses de cotización, los cuales son Inditex e Iberdrola. Los datos históricos de ambas empresas se han obtenido de la página web de Invertia.

En primer lugar, cabe destacar las razones de la selección de los activos financieros seleccionados. Una de las razones es la importancia y el gran peso de Inditex e Iberdrola en el IBEX 35, puesto que al tratarse de un mercado bursátil de capitalización, estos computan en mayor medida, es decir, un cambio en la evolución de estos subyacentes supone una mayor influencia en la evolución del mercado de valores español, ya que representan el 18,75 % del peso total.

Sí es cierto que se podrían haber seleccionado otras empresas del IBEX 35 también con gran peso sobre éste como puedan ser Santander (14,97 %) o BBVA (7,62 %) pero otro motivo de exclusión fue el interés por escoger dos empresas con tendencias, en estos últimos dos meses, opuestas. Así pues, se observará el modelo desarrollado en una tendencia a la baja como es el caso de Inditex y una tendencia al alza como es el caso de Iberdrola.

Finalmente y antes de pasar a explicar el desarrollo del modelo, cabe mencionar que como punto de inicio del cálculo de la matriz de transición (matriz de probabilidades) se han seleccionado diferentes números de estados. Esto se debe a que inicialmente se realizó la investigación con 5 rangos en ambos subyacentes, obteniendo extrañas predicciones en el caso de Iberdrola, error que posteriormente se explicará. Por lo tanto, el modelo que se desarrolle en el caso de Inditex será con 5 rangos mientras que el modelo que se desarrolle con Iberdrola será con 8 rangos. El proceso y la utilidad de ambos modelos serán iguales. Cabe mencionar que, en el transcurso de este trabajo, se utilizaran las palabras rango y estado indistintamente, puesto que cuando una cotización está en un estado u otro, significa que se encuentra en el rango que conforma ese estado.

A continuación se detallará como ha sido el proceso de cálculo de la matriz de transición para ambas compañías, así como el cálculo del estado estacionario.

En primer lugar, para el cálculo de la matriz de transición, era necesario obtener los datos históricos de ambas compañías. Se decidió escoger únicamente los datos históricos de los últimos dos meses de cotización y obtener la evolución y tendencia más inmediata ya que, el objetivo era conseguir una predicción a 5 días. No se ha considerado conveniente la selección de cotizaciones de hace seis meses o un año puesto que para una predicción a corto plazo la influencia de los diferentes factores en la cotización puede haber cambiado debido a la incertidumbre en los mercados. Sí que sería conveniente escoger un número mayor de cotizaciones en caso de requerir una predicción a más días vista, pues los datos de una evolución a corto plazo no van a ser representativos en una predicción a largo.

En segundo lugar, para la obtención de los estados de la matriz de transición, se utilizaron percentiles. Al principio se pensó en realizar rangos de 0,5 € de margen, pero se obtenían algunos rangos con pocas cotizaciones mientras que en otros se ubicaban gran parte de las cotizaciones. Así pues, se calcularon el máximo y el mínimo de la cotización en los datos históricos seleccionados y se procedió a calcular los percentiles que marcarían los estados de nuestra matriz de transición futura. Se empezaron a realizar pruebas con 4 rangos pero finalmente se decidieron 5, ya que las soluciones resultaban más realistas, exceptuando el caso de Iberdrola, el cual seguía siendo irreal puesto que, al tratarse de una tendencia al alza, la matriz de transición indicaba que la cotización cuando llegaba al estado 2 no podía volver al estado 1 por falta de datos, lo cual es totalmente falso, ya que la matriz de transición debe permitir que la cotización llegue de cualquier estado a cualquier otro. Con Iberdrola se eligieron 8 estados con el fin de darle un margen mayor y posibilitar que todos los estados volviesen al anterior.

$E_{1,n}$: El activo financiero se encuentra en el rango 1 en el día n.

$E_{2,n}$: El activo financiero se encuentra en el rango 2 en el día n.

$E_{3,n}$: El activo financiero se encuentra en el rango 3 en el día n.

$E_{4,n}$: El activo financiero se encuentra en el rango 4 en el día n.

$E_{5,n}$: El activo financiero se encuentra en el rango 5 en el día n.

La matriz de transición representa un modelo dinámico que representa los cambios que sufren las cotizaciones de unos estados a otros. En la matriz de transición se agrupan las probabilidades que hay, con los datos históricos y los cambios que experimenta la cotización de un rango a otro, de que una cotización que se ubique en un estado en concreto, al siguiente día de cotización se encuentre en el mismo estado o en otro diferente. También se debe mencionar que, en la realización del trabajo, el periodo que se utilizará será el día, ya que las cotizaciones de la Bolsa cambian con dicha frecuencia, sin tener en cuenta los fines de semana, en los cuales la Bolsa española cierra y no se producen cambios en dichos días.

En las Cadenas de Markov, la probabilidad de que, en el día $n+1$, la cotización esté en un estado determinado depende del estado en el que estuviese en el día n. Se van a especificar alguna de las probabilidades de los estados:

$$p_{11} = P\left[E_{1,n+1} \middle| E_{1,n}\right] = \frac{P\left[E_{1,n} \cap E_{1,n+1}\right]}{P\left[E_{1,n}\right]},$$

Esta ecuación representa la probabilidad que existe de que, estando en el día n, la cotización se encuentre en el rango 1, se mantenga en el rango 1 en el día $n+1$.

$$p_{12} = P\left[E_{1,n+1} \middle| E_{2,n}\right] = \frac{P\left[E_{2,n} \cap E_{1,n+1}\right]}{P\left[E_{2,n}\right]},$$

Esta ecuación representa la probabilidad que existe de que, estando en el día n, la cotización se encuentre en el rango 1 y cambie al rango 2 en el día $n+1$.

$$p_{13} = P\left[E_{1,n+1}\middle|E_{3,n}\right] = \frac{P\left[E_{3,n} \cap E_{1,n+1}\right]}{P\left[E_{3,n}\right]},$$

Esta ecuación representa la probabilidad que existe de que, estando en el día n, la cotización se encuentre en el rango 1 y cambie al rango 3 en el día $n+1$.

$$p_{14} = P\left[E_{1,n+1}\middle|E_{4,n}\right] = \frac{P\left[E_{4,n} \cap E_{1,n+1}\right]}{P\left[E_{4,n}\right]},$$

Esta ecuación representa la probabilidad que existe de que, estando en el día n, la cotización se encuentre en el rango 1 y cambie al rango 4 en el día $n+1$.

$$p_{15} = P\left[E_{1,n+1}\middle|E_{5,n}\right] = \frac{P\left[E_{5,n} \cap E_{1,n+1}\right]}{P\left[E_{5,n}\right]},$$

Esta ecuación representa la probabilidad que existe de que, estando en el día n, la cotización se encuentre en el rango 1 y cambie al rango 5 en el día $n+1$.

Tras definir algunas de las ecuaciones, se define la matriz de transición M, la cual será una matriz 5x5 en el caso de Inditex y una matriz 8x8 en el caso de Iberdrola. Cada elemento P_{ij} representa la probabilidad de estar en el rango i y pasar al rango j en el dia siguiente. Así, se obtiene la siguiente matriz:

$$M_{5x5} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & p_{31} & p_{41} & p_{51} \\ p_{12} & p_{22} & p_{32} & p_{42} & p_{52} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} & p_{43} & p_{53} \\ p_{14} & p_{24} & p_{34} & p_{44} & p_{54} \\ p_{15} & p_{25} & p_{35} & p_{45} & p_{55} \end{bmatrix}$$

La matriz de transición se trata de una matriz estocástica, por lo que la suma de los elementos de cada columna es 1. Es decir, las columnas son vectores de probabilidad.

Como hemos visto, si M es una matriz de transición de una cadena de Markov, 1 es un valor propio y el estado estacionario es el vector de probabilidad (la suma de sus componentes suma 1) asociado al valor propio 1.

El objetivo de los cálculos anteriores es obtener el estado estacionario, el cual indicará la probabilidad de que la cotización se encuentre en un rango u otro en el largo plazo. Es por esto que una parte importante de la aplicación de este modelo es la obtención de los datos históricos pues es el origen de la matriz de transición.

El modelo que se desarrolla en este trabajo considera relevante que para realizar una predicción a corto plazo se utilicen datos históricos de la cotización del corto plazo, puesto que aprovechará la evolución y la tendencia que ha tenido recientemente sin dejar de utilizar un número importante de datos que también es necesario para realizar el modelo.

Finalmente, se obtendrán los estados estacionarios, los cuales se utilizarán, junto con una condición inicial, para calcular la predicción a 5 días vista. Esta condición inicial será la ubicación de la cotización, en qué estado se encuentra, en el instante 0.

También se calcularán los días de recurrencia (días de media) que tarda un activo en mantenerse en el mismo rango o en cambiar a otro de los rangos.

3.1. Inditex

En este apartado del trabajo examinaremos las soluciones que nos devuelve el modelo y la información que desprende junto a estos resultados para Inditex.

En primer lugar, se ha desarrollado una hoja de cálculo, en la cual se han añadido los datos históricos de los últimos 2 meses de cotización en una tabla en orden de mayor antigüedad a más reciente. Esta tabla está clasificada de la siguiente manera: en la columna de Identificador está el número de días de cotización que ha habido desde el 26/04/2019 al 27/06/2019, que en el caso de Inditex son 44 días. La columna de Fecha junto con la columna de Cierre definen el precio de la cotización en los diferentes días de los datos históricos.

Sobre estos datos se ha realizado una gráfica con la evolución del comportamiento de la cotización en los últimos dos meses con el objetivo de comprobar la tendencia, que en este caso hasta poco más de la mitad de la función es bajista mientras que la última mitad acaba siendo alcista pero sin alcanzar el precio inicial.

Además, tal y como se ha explicado anteriormente, se ha calculado el máximo y el mínimo de la función con el fin de obtener el inicio del rango 1 y el final del rango 5 y de esta manera determinar los diferentes rangos con la ayuda de los percentiles. Para los percentiles se ha utilizado la función de Excel: $= +PERCENTIL(TablaDefinitiva[Cierre]; \$F22)$ manteniendo fija la columna de 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 para calcular el percentil correspondiente en cada caso.

Estos son los rangos que se determinan mediante los percentiles para el modelo de Inditex:

	A	B	C	D	E	F	G
21							
22							
23	MINIMO	24,05					
24							
25	MAXIMO	26,97					
26							
27	PERCENTILES	0,2	24,93				
28		0,4	25,064				
29		0,6	25,272				
30		0,8	25,494				
31							
32		INICIO	FINAL				
33	ESTADO 1	24,05	24,93				
34	ESTADO 2	24,93	25,064				
35	ESTADO 3	25,064	25,272				
36	ESTADO 4	25,272	25,494				
37	ESTADO 5	25,494	26,97				

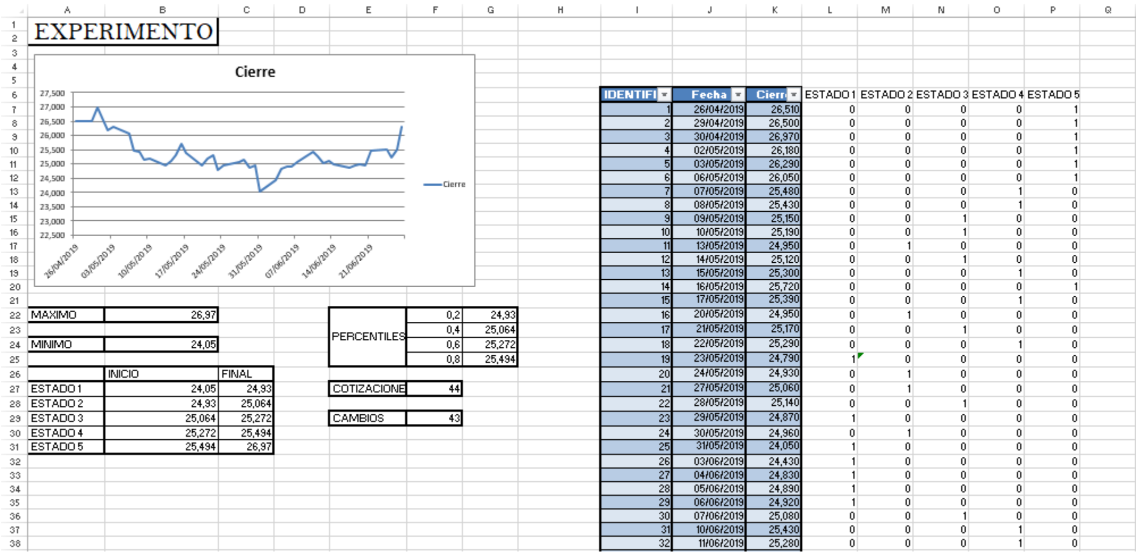
Figura 3.1.1. Hoja de cálculo “Experimento” rangos de los estados.
Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en la siguiente imagen, también se realizó una tabla (a la cual se la ha llamado TablaDefinitiva) para determinar automáticamente en qué estado se encuentra una cotización en un instante cualquiera mediante la función de Excel SI.

Para mayor detalle, la ecuación que se ha utilizado ha sido la siguiente:

$$= +\mathrm{SI}(\mathrm{Y}(\$B\$27 <= \mathrm{TablaDefinitiva}[@\mathrm{Cierre}]; \mathrm{TablaDefinitiva}[@\mathrm{Cierre}] < \$C\$27); 1; 0)$$

Utilizando siempre el precio inicial y el precio final de cada uno de los rangos para cada uno de los estados. De esta manera, se ha logrado clasificar las cotizaciones de los diferentes días en los estados a los que pertenecen utilizando el 1 y el 0 para que la suma total fuese más sencilla.



MAXIMO	26,97
MINIMO	24,05

	INICIO	FINAL
ESTADO 1	24,05	24,93
ESTADO 2	24,93	25,064
ESTADO 3	25,064	25,272
ESTADO 4	25,272	25,494
ESTADO 5	25,494	26,97

PERCENTILES	0,2	24,93
	0,4	25,064
	0,6	25,272
	0,8	25,494

COTIZACIONE	44
CAMBIOS	43

IDENTIFI	Fecha	Cierr	ESTADO 1	ESTADO 2	ESTADO 3	ESTADO 4	ESTADO 5
1	26/04/2019	26,510	0	0	0	0	1
2	29/04/2019	26,500	0	0	0	0	1
3	30/04/2019	26,970	0	0	0	0	1
4	02/05/2019	26,180	0	0	0	0	1
5	03/05/2019	26,290	0	0	0	0	1
6	06/05/2019	26,050	0	0	0	0	1
7	07/05/2019	25,480	0	0	0	1	0
8	08/05/2019	25,430	0	0	0	1	0
9	09/05/2019	25,150	0	0	1	0	0
10	10/05/2019	25,190	0	0	1	0	0
11	13/05/2019	24,950	0	1	0	0	0
12	14/05/2019	25,120	0	0	1	0	0
13	15/05/2019	25,300	0	0	0	1	0
14	16/05/2019	25,720	0	0	0	0	1
15	17/05/2019	25,390	0	0	0	1	0
16	20/05/2019	24,950	0	1	0	0	0
17	21/05/2019	25,170	0	0	1	0	0
18	22/05/2019	25,290	0	0	0	1	0
19	23/05/2019	24,790	1	0	0	0	0
20	24/05/2019	24,930	0	1	0	0	0
21	27/05/2019	25,060	0	1	0	0	0
22	28/05/2019	25,140	0	0	1	0	0
23	29/05/2019	24,870	1	0	0	0	0
24	30/05/2019	24,960	0	1	0	0	0
25	31/05/2019	24,050	1	0	0	0	0
26	03/06/2019	24,430	1	0	0	0	0
27	04/06/2019	24,830	1	0	0	0	0
28	05/06/2019	24,890	1	0	0	0	0
29	06/06/2019	24,920	1	0	0	0	0
30	07/06/2019	25,080	0	0	1	0	0
31	10/06/2019	25,430	0	0	0	1	0
32	11/06/2019	25,280	0	0	0	1	0

Figura 3.1.2. Hoja de cálculo "Experimento" datos históricos Inditex.
Fuente: Elaboración propia.

En la hoja de cálculo "Experimento" se encuentra una tabla que recoge los datos históricos de los últimos 2 meses de cotización de Inditex. El tratamiento que se realiza con este histórico de valores es, teniendo en cuenta los rangos creados mediante los percentiles, se utiliza una ecuación en la tabla para determinar en qué rango se encuentra cada uno de los días de cotización.

Finalmente, los resultados obtenidos de la TablaDefinitiva nos indican que la cotización de Inditex ha estado 8 días en el rango 1, 10 días en el rango 2, 8 días en el rango 3, 9 días en el rango 4 y 9 días en el rango 5. Los percentiles, por tanto, han cumplido con su tarea, ya que la idea inicial que se tuvo para utilizarlos fue que dejara un número parejo de cotizaciones en cada uno de los estados, lo cual ha ocurrido.

31	10/06/2019	25,430	0	0	0	1	0
32	11/06/2019	25,280	0	0	0	1	0
33	12/06/2019	25,020	0	1	0	0	0
34	13/06/2019	25,110	0	0	1	0	0
35	14/06/2019	25,000	0	1	0	0	0
36	17/06/2019	24,880	1	0	0	0	0
37	18/06/2019	24,960	0	1	0	0	0
38	19/06/2019	25,000	0	1	0	0	0
39	20/06/2019	24,930	0	1	0	0	0
40	21/06/2019	25,470	0	0	0	1	0
41	24/06/2019	25,490	0	0	0	1	0
42	25/06/2019	25,240	0	0	1	0	0
43	26/06/2019	25,500	0	0	0	0	1
44	27/06/2019	26,310	0	0	0	0	1
			0	0	0	0	0
			0	0	0	0	0
TOTAL			8	10	8	9	9
		Cotizacione	44				
		Comprobac	0				

Figura 3.1.3. Hoja de cálculo "Experimento" datos históricos Inditex (final).
Fuente: Elaboración propia.

Además, esta tabla ha sido de gran utilidad no solo para calcular las transiciones que se han realizado de un estado a otro, sino tambien para identificar de qué estado a qué estado ha sido dicha transicion puesto que si en el Identificador 1 esta en rango 1 y en el Identificador 2 esta en el rango 3, por ejemplo, significa que de un dia para otro la cotizacion ha subido su precio pasando del rango 1 al rango 3.

Para averiguar la cantidad de transiciones que ha habido de cada uno de los rangos a los demás se ha construido otra tabla utilizando de nuevo la función del Excel SI, la cual se ha desarrollado de la siguiente manera:

$$= +SI(Y(EXPERIMENTO!\$L7 = 1; EXPERIMENTO!L8 = 1); 1; 0)$$

Es decir, únicamente lo que está diciendo dicha función es que si en la fecha actual hay un 1 y en la fecha siguiente hay un 1 en el mismo rango (en el caso de que estuviésemos estudiando la transición del rango 1 al rango 1) añada un 1 en dicha posición y si la condición no se cumple ponga un 0. De las 44 cotizaciones suponen 43 cambios ya que la última cotización no tiene cotización con la que comparar. Esta tabla nos desglosaría cuantas transiciones se han producido del rango 1 al 2, del 1 al 3, del 1 al 4 y también del 2 al 3, del 3 al 1, etc, es decir, todas las combinaciones posibles. Un breve ejemplo de la tabla completa es el siguiente:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2		1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	3,1
132	TOTAL	4	3	1	0	0	2	3	4	1	0	1
133												
134												
135	Comprobacion	43										
136												
137	CAMBIOS	43										
138												

Figura 3.1.4. Hoja de cálculo "Cambios" resultados de las transiciones.
Fuente: Elaboración propia.

A continuación se ha creado una hoja de cálculo auxiliar a las demás. La utilidad de esta hoja ha sido la de facilitar el cálculo de datos posteriores. Esta hoja se ha llamado Transposición y se ha realizado para que resulten sencillo los cálculos en la hoja siguiente y última, llamada Matriz.

	A	B	C	D	E	F
1		TOTAL		Auxiliar		
2		4		1		
3		3		2		
4		1		3		Sale del 1
5		0		4		
6		0		0		
7		2		1		
8		3		2		
9		4		3		Sale del 2
10		1		4		
11		0		0		
12		1		1		
13		2		2		
14		1		3		Sale del 3
15		3		4		
16		1		0		
17		1		1		
18		2		2		
19		2		3		Sale del 4
20		3		4		
21		1		0		
22		0		1		
23		0		2		
24		0		3		Sale del 5
25		2		4		
26		6		0		

Figura 3.1.5. Hoja de cálculo "Transposición".
Fuente: Elaboración propia.

El significado de esta hoja no es más que la cantidad de transiciones en las cotizaciones que van del rango 1 al 1, del rango 1 al 2, del rango 1 al 3 y así sucesivamente. Tal y como se puede observar en la imagen anterior, el grupo de celdas de "Sale del …", en la columna F, se refiere al rango en el instante n mientras que la posición de los números de la columna C indican el rango en el instante $n + 1$, siendo el 0 el rango 5. La columna B es el número de veces que se ha repetido una transición de un rango al otro. De esta manera, se podría leer que la transición del rango 1 al 1 (el cual representa en la hoja las coordenadas B2), es decir, la transición de estar en un momento cualquiera en el rango 1 y al siguiente día de cotización estar de nuevo en el rango 1 se ha repetido 4 veces.

En la hoja de Transposición se ha utilizado la formula siguiente para la columna B:

$$= +TRANSPONER(Cambios!\,132:132)$$

Además, para poder calcular automáticamente el número de rangos se ha utilizado la formula

$$= +RESIDUO(FILA() + MATRIZ!\,\$F\$4; MATRIZ!\,\$F\$2)$$

utilizando las celdas de la hoja “Matriz” que indican el número de rangos (F2) y el número de rangos menos uno (F4).

Al explicar la siguiente y última hoja del Excel se comprenderá la utilidad de la hoja anterior (“Transposición”), así como de todas las demás.

La hoja “Matriz” es la culminación y recabación de todos los datos más importantes de hojas anteriores para formar la matriz de transición, la cual será el inicio de los cálculos realizados mediante el programa informático Mathematica. Mathematica se ha utilizado para, mediante la matriz de transición, obtener los vectores y valores propios, así como el estado estacionario, la predicción a 5 días vista y los tiempos de recurrencia.

La última hoja se divide de la siguiente manera: en las columnas de la A a la C se han copiado los rangos, simplemente como recordatorio para la matriz de transición. En segundo lugar, se ha indicado el número de rangos y el número de rangos menos uno, como ya se ha dicho anteriormente, para el cálculo automático del número de rangos y para la realización de la hoja “Transposición”.

En cuanto a lo realmente relevante de la hoja “Matriz” destaca las celdas E8:F12, en las cuales se han obtenido las sumas de la columna B de la hoja “Transposición” para cada uno de los estados iniciales. Es decir, en el caso del estado 1 se han sumado las celdas B2:B6 de la hoja “Transposición”.

Por último, se ha obtenido la matriz de transición. Esta matriz de transición se obtiene de la siguiente manera: dividendo el número de veces que un rango cambia a otro entre el número de veces que ha salido del mismo rango. Un ejemplo podría ser del Rango 3 (columna) al Rango 1 (fila), se obtendría dividiendo el número de veces que la cotización ubicándose en el rango 3 en el día n ha pasado al rango 1 en el día $n+1$, que en este caso ha sido 1, entre el número de veces que se ha producido un cambio iniciándose desde el rango 3, que en este caso ha sido 8. El resultado seria $\frac{1}{8}$=0,125, tal como indica la celda L7.

Finalmente se realiza la suma de las columnas de la matriz como comprobación de que la matriz es estocástica.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	MATRIZ													
2					Numero de estados	5								
3														
4		INICIAL	FINAL		Estados -1	4						ACTUAL		
5	ESTADO 1	24,05	24,93											
6	ESTADO 2	24,93	25,064							ESTADO 1	ESTADO 2	ESTADO 3	ESTADO 4	ESTADO 5
7	ESTADO 3	25,064	25,272					SIGUIENTE	ESTADO 1	0,5	0,2	0,125	0,1111111	0
8	ESTADO 4	25,272	25,494		Sale del 1	8			ESTADO 2	0,375	0,3	0,25	0,2222222	0
9	ESTADO 5	25,494	26,97		Sale del 2	10			ESTADO 3	0,125	0,4	0,125	0,2222222	0
10					Sale del 3	8			ESTADO 4	0	0,1	0,375	0,3333333	0,25
11					Sale del 4	9			ESTADO 5	0	0	0,125	0,1111111	0,75
12					Sale del 5	8								
13									Suma a 1	1	1	1	1	1
14					Comprobacion	43								
15														
16					CAMBIOS	43								

Figura 3.1.6. Hoja de cálculo “Matriz”.
Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se explicaran los cálculos realizados en el programa Mathematica. En primer lugar se debe trasladar la matriz de transición al Mathematica. Para ello, se han utilizado las formulas siguientes, para importarla de la hoja de cálculo ya explicada, además de tener que indicar las coordenadas que debía seleccionar el programa para obtener la matriz de transición.

Leer de la excel la matriz de transición de la cadena de Markov

Ponernos en el directorio de trabajo y leer la excel

```
In[1]:= SetDirectory[NotebookDirectory[]];
        establece direct··· directorio de cuaderno
        g = Import["COTIZACION EMPRESAS CORRECTO 2.0.xlsx"];
            importa
```

Seleccionamos la hoja y las coordenadas de los datos

```
In[3]:= hoja = 7;
        filaini = 7;
        filafin = 11;
        colini = 10;
        colfin = 14;

        M = g[[hoja]][[filaini ;; filafin, colini ;; colfin]];
        MatrixForm[M]
        forma de matriz
```

Out[9]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.125 & 0.111111 & 0. \\ 0.375 & 0.3 & 0.25 & 0.222222 & 0. \\ 0.125 & 0.4 & 0.125 & 0.222222 & 0. \\ 0. & 0.1 & 0.375 & 0.333333 & 0.25 \\ 0. & 0. & 0.125 & 0.111111 & 0.75 \end{pmatrix}$$

Figura 3.1.7. Importación de la matriz de transición del Excel al Mathematica.
Fuente: Elaboración propia.

Una vez trasladada la matriz de transición, se procederá al cálculo de los valores y vectores propios mediante la función $Eigensystem$.

```
In[10]:= {val, vec} = Eigensystem[M];
                      autovalores y autovectores
         Print["Valores propios -> ", val];
         escribe
         Print["Vectores propios -> ", MatrixForm[vec]];
         escribe                       forma de matriz
```

Valores propios -> {1., 0.735237, 0.346357, -0.120094, 0.0468336}

Vectores propios -> $\begin{pmatrix} 0.414224 & 0.51778 & 0.414224 & 0.466002 & 0.414224 \\ -0.361085 & -0.365511 & -0.249951 & 0.174649 & 0.801899 \\ 0.590214 & 0.0895381 & -0.228251 & -0.720526 & 0.269024 \\ -0.00346149 & -0.149039 & 0.7869 & -0.597675 & -0.0367249 \\ -0.104299 & 0.377417 & 0.47425 & -0.787499 & 0.0401307 \end{pmatrix}$

Figura 3.1.8. Cálculo de los valores y vectores propios en Mathematica.
Fuente: Elaboración propia.

Como M es una matriz de transición de una cadena de Markov, 1 es un valor propio y el estado estacionario es el vector de probabilidad (la suma de sus componentes suma 1) asociado al valor propio 1.

El vector propio asociado al valor propio 1 se obtiene:

```
In[13]:= vec[[1]]
         Total[vec[[1]]]
         total

Out[13]= {0.414224, 0.51778, 0.414224, 0.466002, 0.414224}

Out[14]= 2.22646
```

Figura 3.1.9. Cálculo del vector propio asociado al valor propio 1 en Mathematica.
Fuente: Elaboración propia.

Pero el resultado que se obtiene de la suma de sus componentes no es 1. Para que sea de probabilidad se dividirá por la suma de sus componentes. Así pues obtendremos el estado estacionario que multiplicado por 100 dará las probabilidades (porcentajes) de que en el largo plazo la cotización de Inditex este en un rango u otro.

```
In[15]:= estadoEstacionario = vec[[1]] / Total[vec[[1]]]
                                             total
         Total[estadoEstacionario]
         total

Out[15]= {0.186047, 0.232558, 0.186047, 0.209302, 0.186047}

Out[16]= 1.

         Ahora si suma 1. Si multiplicamos por 100 ...

In[17]:= 100 estadoEstacionario

Out[17]= {18.6047, 23.2558, 18.6047, 20.9302, 18.6047}
```

Figura 3.1.10. Cálculo del estado estacionario en Mathematica.
Fuente: Elaboración propia.

Tras obtener el estado estacionario se puede desprender de él información valiosa para analizar el comportamiento futuro de Inditex. Como ya se ha mencionado anteriormente, en este trabajo se van a utilizar datos históricos del corto plazo para aprovechar la tendencia del activo financiero y calcular una predicción a corto plazo, puesto que al corto plazo es muy probable que continúe con la tendencia vista hasta la fecha mientras que a medio-largo plazo es más probable que cambie.

Del estado estacionario se puede decir que:

- La probabilidad de que la cotización de Inditex esté en el rango 1 en el largo plazo es del 18,60%.
- La probabilidad de que la cotización esté en el rango 2 en el largo plazo es del 22,25 %.
- La probabilidad de que la cotización esté en el rango 3 en el largo plazo es del 18,60 %.
- La probabilidad de que la cotización esté en el rango 4 en el largo plazo es del 20,93 %.
- La probabilidad de que la cotización esté en el rango 5 en el largo plazo es del 18,60 %.

El siguiente paso es calcular la predicción a corto plazo (5 días vista). Para el cálculo se ha utilizado la función $MatrixPower$ y la expresión $X_t = M^t X_0$. Así pues, necesitamos una condición inicial, que en este caso será la posición de la cotización en el estado 0. En este caso, la última cotización recabada es la del día 17/06/2019 cuyo cierre fue 26,31€, el cual se encuentra en el tramo de [25.494, 26.97], el cual constituye el rango 5. Es por ello que en el vector de la condición inicial el 1 se encuentra en la 5ª posición.

```
In[18]:= Table[MatrixPower[M, t].{0, 0, 0, 0, 1}, {t, 0, 5}] // MatrixForm
          tabla  potencia matricial                           forma de matriz

Out[18]//MatrixForm=
 0.          0.          0.          0.          1.
 0.          0.          0.          0.25        0.75
 0.0277778   0.0555556   0.0555556   0.270833    0.590278
 0.062037    0.101157    0.0928241   0.264236    0.479745
 0.0922126   0.135536    0.11854     0.25294     0.400772
 0.116135    0.161084    0.136767    0.242512    0.343501
```

Figura 3.1.11. Cálculo de las predicciones a 5 días de la cotización de Inditex.
Fuente: Elaboración propia.

Tal y como se muestra en la imagen anterior, las probabilidades que van surgiendo se van acercando cada vez más al estado estacionario, aunque todavía lejos, llegando en el 5º día a las siguientes probabilidades:

- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 1 es del 11,61 %.
- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 2 es del 16,10 %.
- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 3 es del 13,67 %.
- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 4 es del 24,25 %.
- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 5 es del 34,35 %.

Por último, se calcularán los tiempos de recurrencia, los cuales indican el tiempo medio (días) que tardaría la cotización de pasar de un estado a otro. El cálculo de este apartado se ha realizado mediante un sistema de ecuaciones, para cada uno de los rangos, con 5 incógnitas correspondientes a cada uno de los rangos y utilizando para ello la matriz de transición. Un ejemplo del sistema de ecuaciones que se forma es el siguiente:

```
******* TIEMPO 1

m[1] == 1. + 0.375 m[2] + 0.125 m[3]
m[2] == 1. + 0.3 m[2] + 0.4 m[3] + 0.1 m[4]
m[3] == 1 + 0.25 m[2] + 0.125 m[3] + 0.375 m[4] + 0.125 m[5]
m[4] == 1 + 0.222222 m[2] + 0.222222 m[3] + 0.333333 m[4] + 0.111111 m[5]
m[5] == 1. + 0.25 m[4] + 0.75 m[5]


m[1] → 5.375    m[2] → 8.41414    m[3] → 9.75758    m[4] → 9.86869    m[5] → 13.8687
```

Figura 3.1.12. Resultados de los tiempos de recurrencia del estado 1 de Inditex.
Fuente: Elaboración propia.

En la imagen anterior se puede observar como la matriz de transición para el tiempo 1 se convierte la columna del estado 1 en unos, mientras que las filas se suman entre ellas añadiendo una incógnita en función de la columna a la que corresponde el valor que acompaña.

Los resultados que desprende son los siguientes:

- El tiempo medio que permanece una cotización en el rango 1 es 5,37 días.
- El tiempo medio que tarda una cotización de pasar del rango 1 al 2 es de 8,41 días.
- El tiempo medio que tarda una cotización de pasar del rango 1 al 3 es de 9,75 días.
- El tiempo medio que tarda una cotización de pasar del rango 1 al 4 es de 9,86 días.
- El tiempo medio que tarda una cotización de pasar del rango 1 al 5 es de 13,86 días.

Las ecuaciones y los resultados para el tiempo 2, esto es, para el estado 2 son:

```
******* TIEMPO 2

m[1] == 1. + 0.5 m[1] + 0.125 m[3]
m[2] == 1. + 0.2 m[1] + 0.4 m[3] + 0.1 m[4]
m[3] == 1 + 0.125 m[1] + 0.125 m[3] + 0.375 m[4] + 0.125 m[5]
m[4] == 1 + 0.111111 m[1] + 0.222222 m[3] + 0.333333 m[4] + 0.111111 m[5]
m[5] == 1. + 0.25 m[4] + 0.75 m[5]

m[1] → 3.31313    m[2] → 4.3    m[3] → 5.25253    m[4] → 5.36364    m[5] → 9.36364
```

Figura 3.1.13. Resultados de los tiempos de recurrencia del estado 2 de Inditex.
Fuente: Elaboración propia.

Mientras que para los demás tiempos son los siguientes:

```
******* TIEMPO 3

m[1] == 1. + 0.5 m[1] + 0.375 m[2]
m[2] == 1. + 0.2 m[1] + 0.3 m[2] + 0.1 m[4]
m[3] == 1 + 0.125 m[1] + 0.25 m[2] + 0.375 m[4] + 0.125 m[5]
m[4] == 1 + 0.111111 m[1] + 0.222222 m[2] + 0.333333 m[4] + 0.111111 m[5]
m[5] == 1. + 0.25 m[4] + 0.75 m[5]

m[1] → 4.57576    m[2] → 3.43434    m[3] → 5.375    m[4] → 4.88889    m[5] → 8.88889


******* TIEMPO 4

m[1] == 1. + 0.5 m[1] + 0.375 m[2] + 0.125 m[3]
m[2] == 1. + 0.2 m[1] + 0.3 m[2] + 0.4 m[3]
m[3] == 1 + 0.125 m[1] + 0.25 m[2] + 0.125 m[3] + 0.125 m[5]
m[4] == 1 + 0.111111 m[1] + 0.222222 m[2] + 0.222222 m[3] + 0.111111 m[5]
m[5] == 1. + 0.75 m[5]

m[1] → 7.93939    m[2] → 6.36364    m[3] → 4.66667    m[4] → 4.77778    m[5] → 4.


******* TIEMPO 5

m[1] == 1. + 0.5 m[1] + 0.375 m[2] + 0.125 m[3]
m[2] == 1 + 0.2 m[1] + 0.3 m[2] + 0.4 m[3] + 0.1 m[4]
m[3] == 1 + 0.125 m[1] + 0.25 m[2] + 0.125 m[3] + 0.375 m[4]
m[4] == 1 + 0.111111 m[1] + 0.222222 m[2] + 0.222222 m[3] + 0.333333 m[4]
m[5] == 1. + 0.25 m[4]

m[1] → 21.3131    m[2] → 19.9545    m[3] → 17.3889    m[4] → 17.5    m[5] → 5.375
```

Figura 3.1.14. Resultados de los tiempos de recurrencia de Inditex.
Fuente: Elaboración propia.

Out[22]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 5.375 & 8.41414 & 9.75758 & 9.86869 & 13.8687 \\ 3.31313 & 4.3 & 5.25253 & 5.36364 & 9.36364 \\ 4.57576 & 3.43434 & 5.375 & 4.88889 & 8.88889 \\ 7.93939 & 6.36364 & 4.66667 & 4.77778 & 4. \\ 21.3131 & 19.9545 & 17.3889 & 17.5 & 5.375 \end{pmatrix}$$

Figura 3.1.15. Matriz de los tiempos de recurrencia de Inditex.
Fuente: Elaboración propia.

En última instancia se ha realizado una matriz que agrupe todos los tiempos de recurrencia de Inditex, para así tener una visión global de cada uno de ellos.

3.2. Iberdrola

A continuación se explicarán y analizarán los resultados que se obtengan del modelo aplicado a la cotización histórica de Iberdrola.

En primer lugar, y al igual que en el caso de Inditex, se ha realizado una hoja de cálculo añadiendo los últimos dos meses de cotización en orden de más antigüedad a menor. La tabla creada se divide en 3 columnas: "Identificador", en el cual se detalla el número de cotizaciones que van desde el 02/05/2019 hasta el 02/07/2019, los cuales, como se puede comprobar, son 2 meses. En este caso hay 44 cotizaciones entre esas fechas. Otra columna indica las "Fechas" de cada una de las cotizaciones que junto a la tercera columna "Cierre", la cual indica el valor de las acciones en cada una de las fechas, completan la tabla.

Además en esta misma hoja se ha desarrollado una gráfica con las fechas y cierres de las cotizaciones, así pues se puede comprobar la tendencia que tiene Iberdrola en los últimos 2 meses. Como se puede observar, la tendencia de Iberdrola ha sido al alza, por lo que al corto plazo la cotización debería mantener esa tendencia.

También se ha creado una tabla con los máximos y los mínimos de los datos de cierre para obtener el inicio del rango 1 y el final del rango 8. Tal y como se ha comentado anteriormente, este modelo constaría de 8 rangos vista la incapacidad del modelo de representar fielmente la realidad con 5 rangos. El motivo era que, utilizando 5 rangos, la matriz de transición calculada no permitía pasar del rango 2 al 1, es decir, una vez la cotización alcanzase el rango 2 o superior, jamás iba a poder volver al rango 1, lo cual va en contra de la posibilidad de que la cotización suba y baje de una forma aleatoria. Es por esto que a diferencia del caso de Inditex, para el cálculo de los percentiles, se han utilizado 0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.625, 0.75 y 0.875 utilizando la formula ya vista:

$$= +PERCENTIL(TablaDefinitiva[Cierre]; \$F22).$$

Los rangos que se obtienen con los percentiles utilizados son los siguientes:

	A	B	C
22	MAXIMO	8,665	
24	MINIMO	7,53	
26	PERCENTILES	0,125	7,656
27		0,25	7,8155
28		0,375	7,957375
29		0,5	8,0895
30		0,625	8,38475
31		0,75	8,47975
32		0,875	8,506875
34		INICIO	FINAL
35	ESTADO 1	7,53	7,656
36	ESTADO 2	7,656	7,8155
37	ESTADO 3	7,8155	7,957375
38	ESTADO 4	7,957375	8,0895
39	ESTADO 5	8,0895	8,38475
40	ESTADO 6	8,38475	8,47975
41	ESTADO 7	8,47975	8,506875
42	ESTADO 8	8,506875	8,665

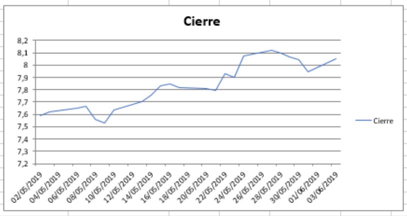
Figura 3.2.1. Hoja de cálculo "Experimento" percentiles y rangos de Iberdrola.
Fuente: Elaboración propia.

Por facilitar el cálculo automático de la ubicación exacta de cada cotización en cada uno de los rangos creados se ha desarrollado una formula implantada en la "TablaDefinitiva" siendo esta la siguiente:

$$= +\mathrm{SI}(\mathrm{Y}(\$B\$27 <= \mathrm{TablaDefinitiva}[@\mathrm{Cierre}]; \mathrm{TablaDefinitiva}[@\mathrm{Cierre}] < \$C\$27); 1; 0)$$

Esto se consigue utilizando el valor inicial y el valor final de cada uno de los rangos para cada rango (columna). Así, se consigue clasificar cada día de cotización con cada uno de los rangos sabiendo, con el paso del tiempo, de que rango a que rango va.

EXPERIMENTO



MAXIMO	8,665		
MINIMO	7,53		
	INICIO	FINAL	
ESTADO 1	7,53	7,656	
ESTADO 2	7,656	7,8155	
ESTADO 3	7,8155	7,957375	
ESTADO 4	7,957375	8,0895	
ESTADO 5	8,0895	8,38475	
ESTADO 6	8,38475	8,47975	
ESTADO 7	8,47975	8,506875	
ESTADO 8	8,506875	8,665	

PERCENTILES	0,125	7,656
	0,25	7,8155
	0,375	7,957375
	0,5	8,0895
	0,625	8,38475
	0,75	8,47975
	0,875	8,506875
COTIZACIONES	44	
CAMBIOS	43	

Arriba antiguo
Abajo nuevo

IDENTIFIC	Fecha	Cierre	ESTADO 1	ESTADO 2	ESTADO 3	ESTADO 4	ESTADO 5	ESTADO 6	ESTADO 7	ESTADO 8
1	02/05/2019	7,593	1	0	0	0	0	0	0	0
2	03/05/2019	7,622	1	0	0	0	0	0	0	0
3	06/05/2019	7,65	1	0	0	0	0	0	0	0
4	07/05/2019	7,666	0	1	0	0	0	0	0	0
5	08/05/2019	7,562	1	0	0	0	0	0	0	0
6	09/05/2019	7,53	1	0	0	0	0	0	0	0
7	10/05/2019	7,637	1	0	0	0	0	0	0	0
8	13/05/2019	7,704	0	1	0	0	0	0	0	0
9	14/05/2019	7,753	0	1	0	0	0	0	0	0
10	15/05/2019	7,828	0	0	1	0	0	0	0	0
11	16/05/2019	7,849	0	0	1	0	0	0	0	0
12	17/05/2019	7,817	0	0	1	0	0	0	0	0
13	20/05/2019	7,811	0	1	0	0	0	0	0	0
14	21/05/2019	7,797	0	1	0	0	0	0	0	0
15	22/05/2019	7,931	0	0	1	0	0	0	0	0
16	23/05/2019	7,897	0	0	1	0	0	0	0	0
17	24/05/2019	8,075	0	0	0	1	0	0	0	0
18	27/05/2019	8,118	0	0	0	0	1	0	0	0
19	28/05/2019	8,099	0	0	0	0	1	0	0	0
20	29/05/2019	8,065	0	0	0	1	0	0	0	0
21	30/05/2019	8,044	0	0	0	1	0	0	0	0
22	31/05/2019	7,945	0	0	1	0	0	0	0	0
23	03/06/2019	8,052	0	0	0	1	0	0	0	0
24	04/06/2019	8,08	0	0	0	1	0	0	0	0
25	05/06/2019	8,222	0	0	0	0	1	0	0	0
26	06/06/2019	8,388	0	0	0	0	0	1	0	0
27	07/06/2019	8,476	0	0	0	0	0	1	0	0
28	10/06/2019	8,426	0	0	0	0	0	1	0	0
29	11/06/2019	8,407	0	0	0	0	0	1	0	0

Figura 3.2.2. Hoja de cálculo "Experimento" datos históricos Iberdrola.
Fuente: Elaboración propia

I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
25	05/06/2019	8,222	0	0	0	0	1	0	0	0
26	06/06/2019	8,388	0	0	0	0	0	1	0	0
27	07/06/2019	8,476	0	0	0	0	0	1	0	0
28	10/06/2019	8,426	0	0	0	0	0	1	0	0
29	11/06/2019	8,407	0	0	0	0	0	1	0	0
30	12/06/2019	8,495	0	0	0	0	0	0	1	0
31	13/06/2019	8,505	0	0	0	0	0	0	1	0
32	14/06/2019	8,56	0	0	0	0	0	0	0	1
33	17/06/2019	8,505	0	0	0	0	0	0	1	0
34	18/06/2019	8,665	0	0	0	0	0	0	0	1
35	19/06/2019	8,514	0	0	0	0	0	0	0	1
36	20/06/2019	8,508	0	0	0	0	0	0	0	1
37	21/06/2019	8,552	0	0	0	0	0	0	0	1
38	24/06/2019	8,547	0	0	0	0	0	0	0	1
39	25/06/2019	8,491	0	0	0	0	0	0	1	0
40	26/06/2019	8,428	0	0	0	0	0	1	0	0
41	27/06/2019	8,386	0	0	0	0	0	1	0	0
42	28/06/2019	8,376	0	0	0	0	1	0	0	0
43	01/07/2019	8,352	0	0	0	0	1	0	0	0
44	02/07/2019	8,491	0	0	0	0	0	0	1	0
			0	0	0	0	0	0	0	0
			0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL			6	5	6	5	5	6	5	6
		Cotizacione	44							
		Comprobac	0							

Figura 3.2.3. Hoja de cálculo “Experimento” datos históricos Iberdrola (final).
Fuente: Elaboración propia.

Al final de la tabla se puede observar como los resultados, que se obtienen al aplicar la formulas y realizando la suma total, son muy equitativos. Esto es gracias a que los percentiles ayudan a repartir equitativamente el número de cotizaciones entre los rangos. Así pues, se obtiene que la cotización de Iberdrola ha estado 6 días en el rango 1, 5 días en el rango 2, 6 días en el rango 3, 5 días en el rango 4, 5 días en el rango 5, 6 días en el rango 6, 5 días en el rango 7, y 6 días en el rango 8.

Esta tabla, por consiguiente, ha sido de gran ayuda para identificar posteriormente las transiciones de un rango a otro así como identificar de qué rango a qué rango ha sido dicha transición ya que si en la fecha “x” la cotización se encuentra en el rango 1 mientras que en la fecha “x+1” la cotización está en el rango 3, esta es la transición.

En cuanto a la siguiente hoja de cálculo que se ha realizado, la cual se llama “Cambios”, se utiliza de nuevo la ecuación de Excel $SI(Y())$ para deducir la cantidad de transiciones que van de un estado a otro.

$$= +SI(Y(EXPERIMENTO!\,\$L7 = 1; EXPERIMENTO!\,L8 = 1); 1; 0)$$

Básicamente, esta fórmula funciona de la siguiente manera: si en la fecha actual hay un 1 y en la fecha siguiente hay un 1 en el mismo rango (en el caso de que estuviésemos estudiando la transición del rango 1 al rango 1 o del 2 al 2) añada un 1 en dicha posición y si la condición no se cumple ponga un 0. Se obtienen 43 transiciones puesto que si hay 44 cotizaciones la última de todas no tendrá con que comparar.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2		1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	2,1	2,2	2,3	2,4
132	TOTAL	4	2	0	0	0	0	0	0	1	2	2	0
133													
134													
135	Comprobacion	43											
136													
137	CAMBIOS	43											
138													
139													
140													
141													

Figura 3.2.4. Hoja de cálculo "Cambios" resultados de las transiciones.
Fuente: Elaboración propia.

Esta tabla nos desglosa cuantas transiciones se han producido del rango 1 al 1, del rango 1 al 2, del rango 1 al 3, etc. Exactamente, en la imagen anterior se puede observar que el número de veces que la cotización estaba en el rango 1 y se ha mantenido en la siguiente fecha en el rango 1 son 4, el número de veces que ha pasado del rango 1 al rango 2 han sido 2 veces, y así sucesivamente.

Una vez obtenidos los cambios, era necesario desarrollar una hoja de cálculo auxiliar para facilitar el futuro cálculo de la matriz de transición. La tercera y penúltima hoja se ha llamado "Transposición".

Esta hoja es exclusivamente los resultados de la hoja "Cambios" traspuesta, ya que tratar los datos en una columna era más sencillo para la realización de los cálculos posteriores que se utilizarán para la obtención de la matriz de transición.

	A	B	C	D	E	F	G
1		TOTAL		Auxiliar			
2		4		1			
3		2		2			
4		0		3			
5		0		4			SALE DEL 1
6		0		5			
7		0		6			
8		0		7			
9		0		0			
10		1		1			
11		2		2			
12		2		3			
13		0		4			SALE DEL 2
14		0		5			
15		0		6			
16		0		7			
17		0		0			
18		0		1			
19		1		2			
20		3		3			
21		2		4			SALE DEL 3
22		0		5			
23		0		6			
24		0		7			
25		0		0			
26		0		1			
27		0		2			
28		1		3			
29		2		4			SALE DEL 4
30		2		5			
31		0		6			
32		0		7			
33		0		0			

Figura 3.2.5. Hoja de cálculo “Transposición”.
Fuente: Elaboración propia.

La imagen que se muestra es únicamente un ejemplo de la tabla entera, de hecho es la mitad de la tabla puesto que esta hoja de cálculo como ya se ha dicho es auxiliar y no tiene ninguna relevancia más allá de facilitar el cálculo de la matriz de transición, por lo que no es relevante la otra mitad de la tabla.

En la tabla de la imagen se pueden observar un grupo de celdas llamadas “Sale del …” en la columna G refiriéndose a los rangos en el día n mientras que la posición de los números de la columna C indican el rango en el día $n+1$, siendo el 0 el rango 8. La columna B se refiere al número de veces que se ha repetido la transición descrita. Un ejemplo podría ser la celda B30, la cual indica que la transición del rango 4 al rango 5 se ha repetido 2 veces.

En esta hoja se utiliza para la columna B la siguiente ecuación de Excel:

$$= +TRANSPONER(Cambios!\,132{:}\,132)$$

Mientras que en la columna C se ha utilizado la formula siguiente, la cual ha servido para calcular automáticamente el número de estados:

$$= +RESIDUO(FILA() + MATRIZ!\,\$F\$4; MATRIZ!\,\$F\$2)$$

A continuación se explicará la última y más importante hoja de cálculo del Excel puesto que es en ella donde se obtiene la matriz de transición, y de ahí su nombre “Matriz”. Es en esta hoja donde se entenderá la utilidad de la hoja “Trasposición” puesto que se remitirá en muchos cálculos a ella.

La última hoja se divide de la siguiente manera: en las columnas de la A a la C se han copiado los tramos de cada uno de los rangos, en este caso 8, simplemente como recordatorio para la matriz de transición. En segundo lugar, se ha indicado el número de rangos y el número de rangos menos uno para el cálculo automático del número de rangos y para la realización de la hoja “Transposición”, respectivamente.

En relación con lo realmente relevante de la hoja “Matriz” destaca las celdas E8:F15, en las cuales se han obtenido las sumas de la columna B de la hoja “Transposición” para cada uno de los rangos iniciales. Es decir, en el caso del rango 1 se han sumado las celdas B2:B9 de la hoja “Transposición”.

Por último, se ha obtenido la matriz de transición. Esta matriz de transición se obtiene de la siguiente manera: dividendo el número de veces que un rango cambia a otro entre el número de veces que ha salido del mismo rango. Un ejemplo podría ser del Rango 7 (columna) al Rango 8 (fila), se obtendría dividiendo el número de veces que la cotización ubicándose en el rango 7 en el día n ha pasado al rango 8 en el día $n+1$, que en este caso han sido 2, entre el número de veces que se ha producido un cambio iniciándose desde el rango 7, que en este caso ha sido 4. El resultado seria $\frac{2}{4}$=0,5, tal como indica la celda P14. Esto quiere decir que hay un 50% de probabilidades que si la cotización se encuentra dentro del rango 7 en el siguiente día de cotización esté en el rango 8.

MATRIZ

	INICIAL	FINAL
ESTADO 1	7,53	7,656
ESTADO 2	7,656	7,8155
ESTADO 3	7,8155	7,957375
ESTADO 4	7,957375	8,0895
ESTADO 5	8,0895	8,38475
ESTADO 6	8,38475	8,47975
ESTADO 7	8,47975	8,506875
ESTADO 8	8,506875	8,665

Numero de estados	8
Estados -1	7
Sale de 1	6
Sale de 2	5
Sale de 3	6
Sale de 4	5
Sale de 5	5
Sale de 6	6
Sale de 7	4
Sale de 8	6
Comprobacion	43
CAMBIOS	43

		ACTUAL							
		ESTADO 1	ESTADO 2	ESTADO 3	ESTADO 4	ESTADO 5	ESTADO 6	ESTADO 7	ESTADO 8
SIGUIENTE	ESTADO 1	0,6666667	0,2	0	0	0	0	0	0
	ESTADO 2	0,3333333	0,4	0,1666667	0	0	0	0	0
	ESTADO 3	0	0,4	0,5	0,2	0	0	0	0
	ESTADO 4	0	0	0,3333333	0,4	0,2	0	0	0
	ESTADO 5	0	0	0	0,4	0,4	0,1666667	0	0
	ESTADO 6	0	0	0	0	0,2	0,6666667	0,25	0
	ESTADO 7	0	0	0	0	0,2	0,1666667	0,25	0,3333333
	ESTADO 8	0	0	0	0	0	0	0,5	0,6666667
	Suma a 1	1	1	1	1	1	1	1	1

Figura 3.2.6. Hoja de cálculo “Matriz”.
Fuente: Elaboración propia.

Una vez obtenida la matriz de transición, se procederá a trasladar dichos datos al programa Mathematica para calcular el estado estacionario. Para la importación de la matriz es necesario utilizar alguna de las fórmulas de Mathematica, así como indicar las coordenadas dentro de la hoja de cálculo.

Leer de la excel la matriz de transición de la cadena de Markov

Ponernos en el directorio de trabajo y leer la excel

```
In[1]:= SetDirectory[NotebookDirectory[]];
        establece direct··· directorio de cuaderno
        g = Import["TFG EXCEL ESPECIFICO 2.0.xlsx"];
            importa
```

Seleccionamos la hoja y las coordenadas de los datos

```
In[ ]:= hoja = 7;
        filaini = 7;
        filafin = 14;
        colini = 10;
        colfin = 17;

        M = g[[hoja]][[filaini ;; filafin, colini ;; colfin]];
        MatrixForm[M]
        forma de matriz
```

Out[ ]//MatrixForm=

0.666667	0.2	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.333333	0.4	0.166667	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.4	0.5	0.2	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.333333	0.4	0.2	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.4	0.4	0.166667	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.2	0.666667	0.25	0.
0.	0.	0.	0.	0.2	0.166667	0.25	0.333333
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.5	0.666667

Figura 3.2.7. Importación de la matriz de transición del Excel al Mathematica.
Fuente: Elaboración propia.

Si se comprueba, la matriz resultante coincide con la matriz que se había obtenido en el Excel. Una vez trasladada, se calcularan los vectores y valores propios de la matriz mediante la fórmula del Mathematica $Eigensystem$.

Calculamos los valores y los vectores propios

```
In[ ]:= {val, vec} = Eigensystem[M];
                     autovalores y autovectores
        Print["Valores propios -> ", val];
        escribe
        Print["Vectores propios -> ", MatrixForm[vec]];
        escribe                       forma de matriz
```

Valores propios -> {1., 0.920266, 0.791617, 0.681671, 0.457026, 0.153134, -0.0268567 + 0.0375506 i, -0.0268567 - 0.0375506 i}

Vectores propios ->

-0.0147538 + 0. i	-0.0245897 + 0. i	-0.0590153 + 0. i	-0.0983588 + 0. i	-0.196718 + 0. i	-0.472122 + 0. i	-0.472122 + 0. i	-0.708183 + 0. i
-0.190093 + 0. i	-0.241037 + 0. i	-0.372233 + 0. i	-0.30011 + 0. i	-0.160297 + 0. i	0.219883 + 0. i	0.351286 + 0. i	0.692601 + 0. i
0.143418 + 0. i	0.0896006 + 0. i	-0.076302 + 0. i	-0.290456 + 0. i	-0.441567 + 0. i	-0.340456 + 0. i	0.183094 + 0. i	0.732668 + 0. i
0.147504 + 0. i	0.0110662 + 0. i	-0.276305 + 0. i	-0.273116 + 0. i	0.0758643 + 0. i	0.783691 + 0. i	-0.0136556 + 0. i	-0.455048 + 0. i
0.131239 + 0. i	-0.137565 + 0. i	-0.309547 + 0. i	0.341643 + 0. i	0.613325 + 0. i	-0.610092 + 0. i	0.0209404 + 0. i	-0.0499435 + 0. i
0.122104 + 0. i	-0.313522 + 0. i	0.22018 + 0. i	0.245179 + 0. i	-0.669598 + 0. i	0.403376 + 0. i	-0.292909 + 0. i	0.28519 + 0. i
0.00577077 - 0.0183712 i	-0.0165616 + 0.0647876 i	0.0162781 - 0.132919 i	0.015198 + 0.223628 i	-0.101554 - 0.2529 i	0.280598 + 0.0881248 i	-0.710398 + 0. i	0.510669 + 0.02765 i
0.00577077 + 0.0183712 i	-0.0165616 - 0.0647876 i	0.0162781 + 0.132919 i	0.015198 - 0.223628 i	-0.101554 + 0.2529 i	0.280598 - 0.0881248 i	-0.710398 + 0. i	0.510669 - 0.02765 i

Figura 3.2.8. Cálculo de los valores y vectores propios de la matriz de transición de Iberdrola.
Fuente: Elaboración propia.

Como M es una matriz de transición de una cadena de Markov, 1 es un valor propio y el estado estacionario es el vector de probabilidad (la suma de sus componentes suma 1) asociado al valor propio 1.

El vector propio asociado al valor propio 1 se obtiene:

```
In[*]:= vec[[1]]
        Total[vec[[1]]]

Out[*]= {-0.0147538 + 0. i, -0.0245897 + 0. i, -0.0590153 + 0. i, -0.0983588 + 0. i,
         -0.196718 + 0. i, -0.472122 + 0. i, -0.472122 + 0. i, -0.708183 + 0. i}

Out[*]= -2.04586 + 0. i
```

Figura 3.2.9. Cálculo del vector propio asociado al valor propio 1 de la matriz de Iberdrola.
Fuente: Elaboración propia.

Pero el resultado que se obtiene de la suma de sus componentes no es 1. Para que sea de probabilidad se dividirá por la suma de sus componentes. Así pues obtendremos el estado estacionario que multiplicado por 100 dará las probabilidades de que en el largo plazo la cotización de Iberdrola este en un estado u otro.

```
In[*]:= estadoEstacionario = vec[[1]] / Total[vec[[1]]]

        Total[estadoEstacionario]

Out[*]= {0.00721154 + 0. i, 0.0120192 + 0. i, 0.0288462 + 0. i, 0.0480769 + 0. i,
         0.0961538 + 0. i, 0.230769 + 0. i, 0.230769 + 0. i, 0.346154 + 0. i}

Out[*]= 1. + 0. i

        Ahora si suma 1. Si multiplicamos por 100 ...

In[*]:= 100 estadoEstacionario

In[*]:= {0.7211538461536676` + 0.` i, 1.201923076922897` + 0.` i,
         2.8846153846151688` + 0.` i, 4.807692307692171` + 0.` i, 9.615384615384551` + 0.` i,
         23.076923076923208` + 0.` i, 23.076923076923293` + 0.` i, 34.615384615385054` + 0.` i}

Out[*]= {0.721154 + 0. i, 1.20192 + 0. i, 2.88462 + 0. i, 4.80769 + 0. i,
         9.61538 + 0. i, 23.0769 + 0. i, 23.0769 + 0. i, 34.6154 + 0. i}
```

Figura 3.2.10. Calculo del estado estacionario de Iberdrola.
Fuente: Elaboración propia.

El cálculo del estado estacionario desvela información muy útil sobre la marcha de Iberdrola en el largo plazo. Hay que recordar que los datos escogidos para el desarrollo del modelo han sido a corto plazo para aprovechar la tendencia reciente y formar un modelo que prediga las probabilidades de los diferentes estados para los días próximos.

Los resultados que se obtienen en el estado estacionario son los siguientes:

- La probabilidad de que la cotización de Iberdrola esté en el rango 1 en el largo plazo es de 0,72 %.
- La probabilidad de que la cotización esté en el rango 2 en el largo plazo es de 1,20 %.
- La probabilidad de que la cotización esté en el rango 3 en el largo plazo es de 2,88 %.
- La probabilidad de que la cotización esté en el rango 4 en el largo plazo es de 4,80 %.
- La probabilidad de que la cotización esté en el rango 5 en el largo plazo es de 9,61 %.
- La probabilidad de que la cotización esté en el rango 6 en el largo plazo es de 23,07 %.
- La probabilidad de que la cotización esté en el rango 7 en el largo plazo es de 23,07 %.

- La probabilidad de que la cotización esté en el rango 8 en el largo plazo es de 34,61 %.

El último paso es calcular la predicción a corto plazo de la que se está hablando a lo largo del trabajo. Para su cálculo se utilizara la fórmula del Mathematica $MatrixPower$ y la expresión de la solución $X_t = M^t X_0$. De este modo se obtendrá la predicción a 5 días la condición inicial, que en el caso de Iberdrola será la posición de la cotización en el último día, es decir, el precio de la acción de Iberdrola el ultimo día de cotización (02/07/2019) era de 8,491 € por lo que pertenece al estado 7 que corresponde a las cotizaciones que se encuentren entre 8,479 y 8,506 €.

```
In[•]:= Table[MatrixPower[M, t].{0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0}, {t, 0, 5}] // MatrixForm
        tabla  potencia matricial                                   forma de matriz
Out[•]//MatrixForm=
```

$$
\begin{pmatrix}
0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 1. & 0. \\
0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0.25 & 0.25 & 0.5 \\
0. & 0. & 0. & 0. & 0.0416667 & 0.229167 & 0.270833 & 0.458333 \\
0. & 0. & 0. & 0.00833333 & 0.0548611 & 0.228819 & 0.267014 & 0.440972 \\
0. & 0. & 0.00166667 & 0.0143056 & 0.0634144 & 0.230272 & 0.262853 & 0.427488 \\
0. & 0.000277778 & 0.00369444 & 0.0189606 & 0.0694666 & 0.231911 & 0.259271 & 0.416419
\end{pmatrix}
$$

Figura 3.2.11. Cálculo de las predicciones a 5 días de la cotización de Iberdrola.
Fuente: Elaboración propia.

Si se observa la imagen anterior, a medida que pasan los días, las probabilidades se acercan más al estado estacionario, pero están lejos todavía, y en el 5º día se obtienen las siguientes probabilidades:

- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 1 es de 0 %.
- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 2 es de 0,027 %.
- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 3 es de 0,369 %.
- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 4 es de 1,896 %.
- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 5 es de 6,946 %.
- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 6 es de 23,19 %.
- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 7 es de 25,92 %.
- La probabilidad de que la cotización se encuentre en el rango 8 es de 41,64 %.

Esto dice claramente que es muy probable que la cotización continúe en el estado 8 y por lo tanto, en el rango más alto.

Como aportación adicional, también se han calculado los tiempos de recurrencia de cada uno de los estados, es decir, el tiempo medio que tardaría una cotización de pasar de un estado a otro. Para desarrollar esta parte del trabajo se ha requerido de formar varios sistemas de ecuaciones, uno para cada estado, con 8 incógnitas cada uno, debido a los 8 estados. Un ejemplo sería el siguiente:

```
******* TIEMPO 1
m[1] == 1. + 0.333333 m[2]
m[2] == 1. + 0.4 m[2] + 0.4 m[3]
m[3] == 1. + 0.166667 m[2] + 0.5 m[3] + 0.333333 m[4]
m[4] == 1. + 0.2 m[3] + 0.4 m[4] + 0.4 m[5]
m[5] == 1. + 0.2 m[4] + 0.4 m[5] + 0.2 m[6] + 0.2 m[7]
m[6] == 1. + 0.166667 m[5] + 0.666667 m[6] + 0.166667 m[7]
m[7] == 1. + 0.25 m[6] + 0.25 m[7] + 0.5 m[8]
m[8] == 1. + 0.333333 m[7] + 0.666667 m[8]

m[1] → 138.667   m[2] → 413.   m[3] → 617.   m[4] → 716.   m[5] → 763.   m[6] → 779.   m[7] → 789.   m[8] → 792.
```

Figura 3.2.12. Cálculo de los tiempos de recurrencia del estado 1.
Fuente: Elaboración propia.

En los resultados del tiempo 1 se formulan las ecuaciones transformando la columna del rango 1 en unos, mientras que las filas se suman entre ellas añadiendo una incógnita en función de la columna a la que corresponde el valor que acompaña.

Los resultados indican que:

- El tiempo medio que permanece una cotización en el rango 1 es 138,66 días.
- El tiempo medio que tarda una cotización de pasar del rango 1 al 2 es de 413 días.
- El tiempo medio que tarda una cotización de pasar del rango 1 al 3 es de 617 días.
- El tiempo medio que tarda una cotización de pasar del rango 1 al 4 es de 716 días.
- El tiempo medio que tarda una cotización de pasar del rango 1 al 5 es de 763 días.
- El tiempo medio que tarda una cotización de pasar del rango 1 al 6 es de 779 días.
- El tiempo medio que tarda una cotización de pasar del rango 1 al 7 es de 789 días.
- El tiempo medio que tarda una cotización de pasar del rango 1 al 8 es de 792 días.

Las ecuaciones y los resultados para los demás estados son:

```
******* TIEMPO 2
m[1] == 1. + 0.666667 m[1]
m[2] == 1. + 0.2 m[1] + 0.4 m[3]
m[3] == 1. + 0.5 m[3] + 0.333333 m[4]
m[4] == 1. + 0.2 m[3] + 0.4 m[4] + 0.4 m[5]
m[5] == 1. + 0.2 m[4] + 0.4 m[5] + 0.2 m[6] + 0.2 m[7]
m[6] == 1. + 0.166667 m[5] + 0.666667 m[6] + 0.166667 m[7]
m[7] == 1. + 0.25 m[6] + 0.25 m[7] + 0.5 m[8]
m[8] == 1. + 0.333333 m[7] + 0.666667 m[8]

m[1] → 3.   m[2] → 83.2   m[3] → 204.   m[4] → 303.   m[5] → 350.   m[6] → 366.   m[7] → 376.   m[8] → 379.


******* TIEMPO 3
m[1] == 1. + 0.666667 m[1] + 0.333333 m[2]
m[2] == 1. + 0.2 m[1] + 0.4 m[2]
m[3] == 1. + 0.166667 m[2] + 0.333333 m[4]
m[4] == 1. + 0.4 m[4] + 0.4 m[5]
m[5] == 1. + 0.2 m[4] + 0.4 m[5] + 0.2 m[6] + 0.2 m[7]
m[6] == 1. + 0.166667 m[5] + 0.666667 m[6] + 0.166667 m[7]
m[7] == 1. + 0.25 m[6] + 0.25 m[7] + 0.5 m[8]
m[8] == 1. + 0.333333 m[7] + 0.666667 m[8]

m[1] → 7.   m[2] → 4.   m[3] → 34.6667   m[4] → 99.   m[5] → 146.   m[6] → 162.   m[7] → 172.   m[8] → 175.
```

Figura 3.2.13. Cálculo de los tiempos de recurrencia de los estados 2 y 3.
Fuente: Elaboración propia.

```
******* TIEMPO 4
m[1] == 1. + 0.666667 m[1] + 0.333333 m[2]
m[2] == 1. + 0.2 m[1] + 0.4 m[2] + 0.4 m[3]
m[3] == 1. + 0.166667 m[2] + 0.5 m[3]
m[4] == 1. + 0.2 m[3] + 0.4 m[5]
m[5] == 1. + 0.4 m[5] + 0.2 m[6] + 0.2 m[7]
m[6] == 1. + 0.166667 m[5] + 0.666667 m[6] + 0.166667 m[7]
m[7] == 1. + 0.25 m[6] + 0.25 m[7] + 0.5 m[8]
m[8] == 1. + 0.333333 m[7] + 0.666667 m[8]

m[1] → 12.   m[2] → 9.   m[3] → 5.   m[4] → 20.8   m[5] → 47.   m[6] → 63.   m[7] → 73.   m[8] → 76.


******* TIEMPO 5
m[1] == 1. + 0.666667 m[1] + 0.333333 m[2]
m[2] == 1. + 0.2 m[1] + 0.4 m[2] + 0.4 m[3]
m[3] == 1. + 0.166667 m[2] + 0.5 m[3] + 0.333333 m[4]
m[4] == 1. + 0.2 m[3] + 0.4 m[4]
m[5] == 1. + 0.2 m[4] + 0.2 m[6] + 0.2 m[7]
m[6] == 1. + 0.666667 m[6] + 0.166667 m[7]
m[7] == 1. + 0.25 m[6] + 0.25 m[7] + 0.5 m[8]
m[8] == 1. + 0.333333 m[7] + 0.666667 m[8]

m[1] → 17.   m[2] → 14.   m[3] → 10.   m[4] → 5.   m[5] → 10.4   m[6] → 16.   m[7] → 26.   m[8] → 29.
```

Figura 3.2.14. Cálculo de los tiempos de recurrencia de los estados 4 y 5.
Fuente: Elaboración propia.

```
******* TIEMPO 7
m[1] == 1. + 0.666667 m[1] + 0.333333 m[2]
m[2] == 1. + 0.2 m[1] + 0.4 m[2] + 0.4 m[3]
m[3] == 1. + 0.166667 m[2] + 0.5 m[3] + 0.333333 m[4]
m[4] == 1. + 0.2 m[3] + 0.4 m[4] + 0.4 m[5]
m[5] == 1. + 0.2 m[4] + 0.4 m[5] + 0.2 m[6]
m[6] == 1. + 0.166667 m[5] + 0.666667 m[6]
m[7] == 1. + 0.25 m[6] + 0.5 m[8]
m[8] == 1. + 0.666667 m[8]

m[1] → 25.6667   m[2] → 22.6667   m[3] → 18.6667   m[4] → 13.6667   m[5] → 8.66667   m[6] → 7.33333   m[7] → 4.33333   m[8] → 3.


******* TIEMPO 8
m[1] == 1. + 0.666667 m[1] + 0.333333 m[2]
m[2] == 1. + 0.2 m[1] + 0.4 m[2] + 0.4 m[3]
m[3] == 1. + 0.166667 m[2] + 0.5 m[3] + 0.333333 m[4]
m[4] == 1. + 0.2 m[3] + 0.4 m[4] + 0.4 m[5]
m[5] == 1. + 0.2 m[4] + 0.4 m[5] + 0.2 m[6] + 0.2 m[7]
m[6] == 1. + 0.166667 m[5] + 0.666667 m[6] + 0.166667 m[7]
m[7] == 1. + 0.25 m[6] + 0.25 m[7]
m[8] == 1. + 0.333333 m[7]

m[1] → 31.3333   m[2] → 28.3333   m[3] → 24.3333   m[4] → 19.3333   m[5] → 14.3333   m[6] → 13.   m[7] → 5.66667   m[8] → 2.88889
```

Figura 3.2.15. Cálculo de los tiempos de recurrencia de los estados 7 y 8.
Fuente: Elaboración propia.

Out[ ]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 138.667 & 413. & 617. & 716. & 763. & 779. & 789. & 792. \\ 3. & 83.2 & 204. & 303. & 350. & 366. & 376. & 379. \\ 7. & 4. & 34.6667 & 99. & 146. & 162. & 172. & 175. \\ 12. & 9. & 5. & 20.8 & 47. & 63. & 73. & 76. \\ 17. & 14. & 10. & 5. & 10.4 & 16. & 26. & 29. \\ 27. & 24. & 20. & 15. & 10. & 4.33333 & 10. & 13. \\ 25.6667 & 22.6667 & 18.6667 & 13.6667 & 8.66667 & 7.33333 & 4.33333 & 3. \\ 31.3333 & 28.3333 & 24.3333 & 19.3333 & 14.3333 & 13. & 5.66667 & 2.88889 \end{pmatrix}$$

Figura 3.2.16. Matriz de los tiempos de recurrencia de Iberdrola.
Fuente: Elaboración propia.

Al igual que en Inditex, en Iberdrola también se ha desarrollado una matriz como tabla para comprobar los tiempos de recurrencia en cada uno de los estados.

4. Conclusión

Para este trabajo, la ayuda de asignaturas como Introducción a las Finanzas, Dirección Financiera, Matemáticas Financieras, e incluso Contabilidad, han sido fundamentales para poder comprender los tecnicismos y conceptos utilizados en el trabajo, en los mercados bursátiles y empresas. Sin embargo, las asignaturas de gran relevancia en el trabajo son: Modelos Matemáticos para ADE (MADE) y Dirección Comercial, en las cuales no solo se ha obtenido el modelo de las Cadenas de Markov y la obtención y tratamiento de las cotizaciones utilizado para el desarrollo del proyecto sino también se ha aprendido y repasado los conceptos matemáticos para poder llegar a entender qué se estaba realizando y el porqué.

Durante el proceso de realización del proyecto se ha vuelto a repasar y estudiar conceptos dados durante la carrera para poder llevarlo a cabo de manera satisfactoria.

Cabe recordar que con el desarrollo de este trabajo no se pretendía adivinar o averiguar la cotización exacta en el futuro de los subyacentes seleccionados sino calcular las probabilidades de que una cotización se encuentre en un rango u otro con el paso del tiempo. Además, este modelo utiliza la tendencia más reciente de las cotizaciones de los diferentes activos para obtener resultados fiables. Así pues, estos resultados pueden considerarse tan fiables como los de una matriz con una base de datos mayor. Esto se debe a que no se ha considerado importante la evolución que hubiese tenido la cotización hace 6 meses o 1 año ya que hoy en día las empresas viven en un mundo tan cambiante con entornos tan volátiles que la evolución de seis meses atrás podría no pertenecer al mismo entorno político o socioeconómico, o verse con primas de riesgo distintas y tipos de interés diferentes, de tal modo que podría alterar de otra forma el precio de la cotización.

Este proyecto abre la puerta a realizar más estudios similares con mayor número de variables que las utilizadas en este. Así pues, en este trabajo únicamente se han podido utilizar 5 estados, en el caso de Inditex, y 8 estados, en el caso de Iberdrola, aunque es perfectamente viable la utilización de un número mayor de variables que permita una selección más apropiada de los tramos para tener unas tendencias del activo más definidas.

Bibliografía

Banda, J. (2011). *Mercado Bursátil*. 23/11/2019, de Economía Simple.
Sitio web: https://www.economiasimple.net/mercado-bursatil.html

Sánchez, J. (2018). *OPINIÓN: ¿Por qué es importante el mercado de valores?* 23/11/2019, de Expansion. Sitio web: https://expansion.mx/opinion/2018/03/23/opinion-por-que-es-importante-el-mercado-de-valores

Diranzo, F. J. C., & Ferrer, V. M. (1999). *La globalización de los mercados financieros internacionales*. *Actualidad financiera*. [Consulta 30/11/2019]

Viteri, G.. (2008). *NOTAS SOBRE GLOBALIZACIÓN*. 23/11/2019, de Eumed. Sitio web: http://www.eumed.net/libros-gratis/2008b/389/globalizacion%20financiera.htm

Globalización. (Sin fecha). En Wikipedia. Recuperado el 23/11/2019 de https://es.wikipedia.org/wiki/Globalizaci%C3%B3n#Historia

Historia de la globalización. (Sin fecha). En Wikipedia. Recuperado el 23/11/2019 de https://es.wikipedia.org/wiki/Historia_de_la_globalizaci%C3%B3n

Aucejo, E. (2019). *El proceso de globalización económica: Causas y consecuencias*. 23/11/2019, de Economia Simple. Sitio web: https://www.economiasimple.net/el-proceso-de-globalizacion-economica-causas-y-consecuencias.html

Jáuregui, A. (2001). *La teoría de los ciclos económicos*. 23/11/2019, de Gestiopolis. Sitio web: https://www.gestiopolis.com/teoria-ciclos-economicos/

Frias, O. (2011). *Teoría de los Ciclos Económicos MACROECONOMIA MBA TP 50 3G*. 23/11/2019, de Slide Share. Sitio web: https://es.slideshare.net/larisa26/teora-de-los-ciclos-econmicos

Ludlow, D. (2017). *Importancia de los Mercados Financieros*. 23/11/2019, de Rankia. Sitio web: https://www.rankia.mx/blog/indicadores-economicos-mexico/3481649-importancia-mercados-financieros

Equipo Self Bank. (2019) "*¿Renta Fija o Renta Variable? Ventajas y desventajas*" en Self Bank, 10 de enero. https://blog.selfbank.es/renta-fija-o-renta-variable-ventajas-y-desventajas/

Redacción. (2019). *Las 10 bolsas de valores más grandes del mundo*. 23/11/2019, de Economía de Mallorca. Sitio web: http://economiademallorca.com/art/21383/las-10-bolsas-de-valores-mas-grandes-del-mundo

BBVA. (2018). *Las grandes Bolsas del mundo*. 23/11/2019, de BBVA. Sitio web: https://www.bbva.com/es/grandes-bolsas-mundo/

IBEX 35. (Sin fecha). En Wikipedia. Recuperado el 23/11/2019 de https://es.wikipedia.org/wiki/IBEX_35

CaixaBank - El aula del accionista: https://www.caixabank.com/deployedfiles/caixabank/Estaticos/PDFs/AprendaConCaixaBank/aula777.pdf

Canal Historia: https://canalhistoria.es/hoy-en-la-historia/arranca-el-ibex-35/

Gedesco: https://www.gedesco.es/blog/que-es-el-ibex-35/

Monzón, A. (2017). *La metamorfosis del Ibex en sus 25 años de historia*. 23/11/2019, de El Independiente. Sitio web: https://www.elindependiente.com/economia/2017/01/14/la-metamorfosis-del-ibex-en-sus-25-anos-de-historia/?resumee=off

Iberdrola: https://www.iberdrola.com/conocenos/energetica-del-futuro/nuestra-historia

Iberdrola: https://www.iberdrola.com/conocenos/cifras

Iberdrola: https://www.iberdrola.com/accionistas-inversores/inversores/resultados#acor_informacion_trimestral19_acor_1

Iberdrola. (Sin fecha). En Wikipedia. Recuperado el 23/11/2019 de https://es.wikipedia.org/wiki/Iberdrola#Cronolog%C3%ADa

Iberdrola: https://www.iberdrola.com/wcorp/gc/prod/es_ES/corporativos/docs/jga16_MisionVisionyValores.pdf

Iberdrola: https://www.iberdrola.com/accionistas-inversores/accion/capital

El Economista. (2007). *Iberdrola marca máximo histórico de cotización en Bolsa a 11,60 euros*. Sitio web: https://www.eleconomista.es/empresas-finanzas/noticias/308185/11/07/Iberdrola-marca-maximo-historico-de-cotizacion-en-Bolsa-a-1160-euros.html [Consulta 23/11/2019]

Invertia: https://www.invertia.com/es/mercados/bolsa/empresas/historico/-/empresa/iberdrola/RV011IBERDRO

Inditex. (Sin fecha). En Wikipedia. Recuperado el 23/11/2019 en https://es.wikipedia.org/wiki/Inditex

Inditex: https://www.inditex.com/es/quienes-somos/inditex-en-el-mundo#continent/000

Inditex: https://www.inditex.com/es/quienes-somos/nuestra-historia

Inditex: https://www.inditex.com/documents/10279/588133/Resultados+ejercicio+2018.pdf/305c378d-f5c9-e882-0965-faef8e05b86a

Consultora Gescom. (2014). *MISIÓN, VISIÓN Y VALORES DE INDITEX.* Sitio web: https://consultoragescom.wordpress.com/2014/11/17/mision-vision-y-valores-de-inditex/ [Consulta 23/11/2019]

Cinco Días. (2019). *Pablo Isla: "La prioridad es invertir en el desarrollo futuro de Inditex".* Sitio web: https://cincodias.elpais.com/cincodias/2019/10/03/companias/1570099124_907343.html [Consulta 23/11/2019]

El Pais: https://elpais.com/economia/2001/06/12/actualidad/992331181_850215.html

Invertia: https://www.invertia.com/es/mercados/bolsa/empresas/historico/-/empresa/inditex/RV011INDITEX

Sanchez, T. (2018). *Inditex se adelanta al futuro ante el auge del comercio electrónico.* 30/11/2019 de ABC. Sitio web: https://www.abc.es/economia/abci-inditex-adelanta-futuro-ante-auge-comercio-electronico-201811100355_noticia.html

G. Strang, Algebra lineal y sus aplicaciones, Addison-Wesley Iberoamericana, 1986.

Grau Paches, M. (2016-2017). *Desarrollo de un Modelo Markoviano para el Movimiento de Subyacentes Cotizados. Implementación para Activos de IBEX 35.* Proyecto final de carrera. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.