

AUTO-SIMILARIDAD EN LA GENERACIÓN DE LA FORMA ARQUITECTÓNICA. ESTUDIOS DE MORFOLOGÍA EVOLUTIVA Y DINÁMICA

SELF-SIMILARITY IN FORMAL ARCHITECTURAL GENERATION. STUDIES OF EVOLUTIONARY AND DYNAMIC MORPHOLOGY

Alejandra Estrada

doi: 10.4995/ega.2020.12047

Desde los años 60 ha sido advertido que al tratar con una entidad dotada de estructura se intente, inicialmente, determinar sus equivalencias formales dentro de los procesos de transformación por los que pasa la entidad en el curso de su evolución, debido a que esas transformaciones dejan intactas las relaciones estructurales que las constituyen. De acuerdo con esto, se exploró la evolución de la forma partiendo del principio de auto-similaridad y obtener una visión de las entidades observadas en términos de la recursividad, similaridad y transformación de la forma. Se usaron descripciones y modelos matemáticos para la simulación de estructuras ramificadas con el fin de sintetizar la realidad de un fenómeno natural y apropiar sus estructuras.

PALABRAS CLAVE: COMPOSICIÓN ARQUITECTÓNICA, MORFOLOGÍA EVOLUTIVA, SISTEMAS DE FUNCIONES ITERADAS – IFS, SISTEMAS-L, AUTO-SIMILARIDAD

Since the 1960s, it has been adverted that when dealing with an entity endowed with structure, initially there will be an attempt to determine its formal equivalences within the transformation processes that the entity undergoes during the course of its evolution, due to those transformations leaving intact the structural relations that constitute the entity. Accordingly, the evolution of form was explored departing from the principle of self-similarity and obtaining a vision of the entities observed in terms of from recursion, similarity, and transformation. Descriptions and mathematical models were used for the simulation of ramified structures, in order to synthesize the reality of a natural phenomenon and to appropriate its structures.

KEYWORDS: ARCHITECTONIC COMPOSITION, EVOLUTIONARY MORPHOLOGY, SYSTEM OF ITERATED FUNCTIONS – FIS, L-SYSTEMS, SELF-SIMILARITY



La generación formal enfrenta el reto de aproximarse a otros mecanismos que permitan ampliar las respuestas al problema de la forma, una de las alternativas ha sido asociarse a otros universos de conocimiento aparentemente inconexos. El criterio que aquí se sigue es estudiar la morfología desde el concepto de lo evolutivo o aquello que se produce a partir de transformaciones graduales, resultado de procesos históricos, de los cuales, identificar su dinámica estructural, es decir, la manera en que un grupo de operaciones entre elementos son susceptibles de formalización. De acuerdo con el concepto de morfología, las categorías de estudio suelen ser, descriptiva, teórica, funcional y evolutiva, en este caso no recurrimos a descripciones comparativas ni a morfometrías que se especializan en entender los límites de la forma porque tratamos en mayor medida con el devenir formal. Esto, porque nos ha interesado la relación entre la forma arquitectónica y las dinámicas generadoras que la suscitan, así como, visualizar la connaturalidad que comparten sus formalismos.

El método de análisis utilizado, dentro de los Sistemas de Funciones Iteradas –IFS, fue el lenguaje formal de los sistemas Lyndenmayer o Sistemas-L 1, útil para modelar el proceso evolutivo de organismos biológicos e identificar sus patrones de crecimiento (Prusinkiewicz y Lindenmayer, 2004), en el sentido de visibilizar la naturaleza de la auto-similaridad entre formas finitas, es decir, entre formas que aparentemente están compuestas de elementos similares a un objeto físico localizado en un lugar y tiempo particular, susceptibles de ser comparados con objetos arquitectónicos.

La *auto-similaridad* es una propiedad de los organismos vivos, el término fue propuesto por Benoît Mandelbrot para referirse a las formas que son geoméricamente similares al conjunto del cual forman parte, permitiendo pensar que la forma contiene implícitamente el trazo de su evolución histórica (Hallé, Oldeman y Tomlinson, 1978), es decir, si el interés es enfatizar en las relaciones estructurales e identificar lógicas formales, la auto-similaridad identifica la influencia de las interacciones entre los elementos que componen un organismo, éstas dan cuenta del desarrollo de la forma y la complejidad de la misma (Cerrolaza, Shefelbine y Garzón-Alvarado, 2018). Así, estas exploraciones han sugerido que el estudio de los elementos de una forma en crecimiento y las acciones involucradas, son el trazo de la configuración material de su estructura. En este caso, el concepto ayuda a la arquitectura en términos del paso de lo concreto a lo abstracto, la posibilidad de compartir semejanza de estructura entre un elemento infinito con uno finito.

El tipo de estudio realizado fue la exploración morfológica para visualizar el paso de la simplicidad formal a la complejidad estructural, a ser aplicado en los procesos de generación arquitectónica, para explorar la forma en términos de sus evoluciones morfológicas y auto-organizaciones formales. La herramienta o recurso metodológico usado fue el software Lyndyhop (GNU 2, versión 2.0, GPLv2), aplicación de Java que permite experimentar el crecimiento de formas simples bajo el lenguaje de sistemas-L. El software usa conjuntos de reglas para generar formas auto-similares a los organismos o refe-

Formal generation faces the challenge of approximating to other mechanisms that allow to expand the responses to the form problem. One of the alternatives has been for the formal generation to associate with other knowledge universes that are apparently unconnected. The criteria that is followed is to study the morphology departing from the concept of the evolutionary or that that is produced from gradual transformations, result of historic processes, to identify their dynamic structure, meaning the manner in which a group of operations among elements are susceptible to formalization. According to the concept of morphology, the categories of study are usually descriptive, theoretical, functional, and evolutionary. In this case, comparative descriptions or morphometry are not used since those are specialized in understanding the limits of forms, because it is mainly the formal path which is dealt with. This is because it has been of interest the relationship between architectonic form and generator dynamics which arouse it, as well as to visualize the connaturalty shared by its formalisms. The analysis method utilized, inside the Iterated Function Systems – IFS, was the formal language of the Lyndenmayer systems or L-System 1. This method is useful to model the evolutionary process of biological organisms and to identify their growth patterns (Prusinkiewicz and Lindenmayer, 2004), in the sense of visualizing the self-similarity nature among finite forms, that is to say, among forms that are apparently constituted of elements similar to a physical objects located in a particular time and place, susceptible to being compared with architectonic objects. The self-similarity is a property of living organisms. The term was proposed by Benoît Mandelbrot to refer to forms that are geometrically similar to the group which they are part of, allowing to think that form implicitly contains the trace of its historic evolution (Hallé, Oldeman and Tomlinson, 1978) to say, if the interest is to emphasize in structural relations and to identify formal logic, the self-similarity identifies the influence of inter-



actions between elements that compose an organism. These give an account of development of form and of the complexity of it. Consequently, these explorations have suggested that the study of elements of one developing form and the involved actions are the trace of the material configuration of its own structure. In this case, the concept helps architecture, in terms of taking the step from concrete to abstract, to have the possibility of sharing structural similarity between an infinite element with a finite one.

The study type that was executed was morphological exploration to visualize the step from formal simplicity to structural complexity to be applied in the process of architectonic creation to explore form in terms of its morphological evolutions and formal self-organizations. The utilized tool or methodological resource was the Lyncdyhop software (GNU 2, 2.0 version, GPLv2) Java application, which allows the growth of simple forms under the L-system language. The software utilizes sets of rules to generate self-similar forms to organisms or real referents taken as initial generator object of form. The tool serves as rewriting systems, a technique which is utilized to define complex objects departing from an initial simple object by means of successive replacements of that initial part, which is similar to a modulation exercise by repetitive patterns of geometric figures. In this concrete case, formal hypothetical models were used for plants, and initial formalisms were created and explored, with which it was observed that, for architecture, this facilitates the comprehension of reciprocity between space and structure, which makes more effective the congruence between spatial problematic, design solution and technical structuring of its components.

It must be clarified that this investigation did not design new algorithms, since the formal experimentation was based in operation sets and models already tested by other studies, especially in the algorithmic description and planar structure of graphs of the named axial trees (Prusinkiewicz y Lindenmayer, 2004).

rentes reales tomados como objeto generador inicial de la forma, lo que hace la herramienta es servir como sistema de re-escritura (*rewriting systems*), técnica que se usa para definir objetos complejos a partir de un objeto inicial simple por reemplazamientos sucesivos de esa parte inicial, similar a un ejercicio de modulación por patrones repetitivos de figuras geométricas. En este caso concreto se usaron los modelos supuestos formales para las plantas, se crearon y exploraron formalismos iniciales, con lo cual se observó, para la arquitectura, que esto facilita la comprensión de reciprocidad entre el espacio y estructura haciendo más efectiva la congruencia entre problemática espacial, solución proyectual y estructuración técnica de sus componentes.

Debe aclararse que esta investigación no diseñó nuevos algoritmos, la experimentación formal se basó en conjuntos de operaciones y modelos ya probados por otros estudios, especialmente en la descripción algorítmica y estructura planar de grafos de los llamados árboles axiales (Prusinkiewicz y Lindenmayer, 2004).

Revisión literaria

El uso de figuras aproximadas a la realidad para *animar* la forma arquitectónica tiene una larga tradición, hoy por ejemplo se habla de un giro digital (*Digital Turn*, ver Carpo, 2011) en la arquitectura que ha tenido lugar desde 1992, que no sólo es una vuelta hacia el cálculo y a la lógica matemática sino un retorno a la biología (ver Knippers y Speck, 2012; Carpo, 2011; Benyus, 1997), llegando a hablarse de biología como la nueva naturaleza de la arquitectura (Hagan, 2001). Los

arquitectos que han incursionado en este horizonte (Peter Eisenman, Jürgen Meyer, Greg Lynn, Michael Hansmayer, Ruy Klein), consideran que la simetría posiblemente ha limitado la experiencia de la composición y la representación formal, y, especialmente, han hecho frente a la idea de tipología y clasificación de la forma haciendo emerger una arquitectura que desvirtúa la producción seriada de objetos por soluciones proyectuales singulares. No obstante, para los arquitectos digitales, llamados morfogenéticos y evolutivos (Menges, 2012), la biología solo ha sido usada como un recurso de inspiración y superación de los modos tradicionales del hacer, no así, la posibilidad de encontrar, al modo de Gregory Bateson, la pauta que conecta las formas de la vida.

Para nuestro punto de vista es importante distanciarse de la biología como recurso mimético y entenderla como recursividad, es decir, el desarrollo o diseño formal como un proceso basado en las mismas características que evidencian el fenómeno inicial o generador de la forma. El ciclo evolutivo de la vida ha sido pensado como un sistema de recursión infinita, pero en realidad “los organismos son estructuras que se producen en un número finito de pasos y consisten en un número finito de segmentos de línea” (Prusinkiewicz y Lindenmayer, 2004, p.175), ello permite inferir una compatibilidad más esencial entre realidad material y respuesta formal. Es aquí donde la noción de auto-similaridad es coherente con el ejercicio de la arquitectura porque, no solo se centra en las conexiones entre lo real y sus posibles representaciones abstractas, sino que, a su vez, permite establecer equivalencias entre fenómenos



para generar un efecto comprable, no simétrico, no isomorfo sino un formalismo que describe de manera cada vez más simple la complejidad de estos. Hay que recordar que, según Andréi Kolmogórov **3**, la idea de complejidad de una forma coincide con la simplicidad del conjunto de operaciones que la describe, no así en la cantidad de elementos que pueda llegar a contener (2004).

Desde las investigaciones desarrolladas por Aristid Lyndemayer (1925-1989), la auto-similaridad ha sido considerada un principio organizador de las formas en lo que tiene que ver con el estudio de su reproducción. Una de las hipótesis significativas fue considerar que la auto-similaridad es algo más sutil que la idea de simetría, pero no la invalida, con esto quiere decir que lo que es autosimilar no es el formalismo en sí mismo, es algo más plural, da cuenta y se encuentra en las relaciones entre los elementos que componen una estructura. Así, la auto-similaridad es un caso especial de simetría porque es donde pueden evidenciarse las congruencias entre las formas que son posibles de detectar en términos de transformaciones dadas en sus elementos por rotación, reflexión y traslación, y además sustantivas, porque involucran operaciones de escala que van más allá de la relación de proporción que existe entre las medidas de un mapa con la realidad original, están dando cuenta de un sentido de interdependencia y complementariedad que define la naturaleza de las evoluciones de la forma, a diferencia de la composición en arquitectura donde la forma es resultante de la rotación y la modificación de la forma planar por adición o sustracción de partes de la forma base.

Para el caso de esta exploración, resultó de interés guiar las prácticas de creación formal a partir de tres necesidades creadas, la primera, identificar el potencial que involucra un principio organizador en el diseño que, pese a la funcionalidad que subyace a la arquitectura, hoy día se defiende una mayor flexibilidad para su composición. Segunda, retomar la reflexión de la idea de simetría que, para la arquitectura desde la modernidad, ha sido cuestionada como falta de creatividad en el diseño, en el sentido de identificar pautas para repensar el crecimiento de una forma en términos de escalas interdependientes. Tercera, pensar las relaciones entre una forma generada bidimensionalmente y cómo esta podría ser base operativa para su desarrollo hacia la tridimensionalidad o la exploración dimensional. Estos propósitos se ajustaban a las situaciones problemáticas que se venían identificando en los procesos de diseño como la falta de relación entre la forma diseñada y la estructura de soporte, y encontramos que la idea de auto-similaridad no restringe el crecimiento de la forma y permite identificar la pauta de organización que hace posible que una forma tenga lugar sin agotar su flexibilidad o su tipo de equilibrio estructural, que constituye un caso especial de simetría porque permite que de manera connatural a la forma ideada emerjan sus operaciones de escalamiento, no solo por congruencia sino por similaridad, lo que finalmente no agota el potencial compositivo de una forma, ya que el carácter de similaridad entre “dos objetos está determinado por las relaciones de transformación”, es decir, las formas “que se perciben como similares tienen repre-

Literary Revision

The use of figures proximate to reality to animate the architectonic form has a large tradition. Today, for instance, a Digital Turn (see Carpo, 2011), which has taken place since 1992, is mentioned in architecture.

This not only means a turn towards calculation and mathematical logic, but a return to biology (see Knippers and Speck, 2012; Carpo, 2011; Benyus, 1997), to the point of talking about biology as the new nature of architecture (Hargan, 2001). The architects who have forayed on this horizon (Peter Eisenman, Jürgen Meyer, Greg Lynn, Michael Hansmayer, Ruy Klein), consider that the symmetry has possibly limited the experience of composition and formal representation, and, especially, they have opposed to the idea of form typology and classification, making emerge an architecture that undermines the serial production of objects for singular design solutions. Nevertheless, for digital architects, named morphogenetic and evolutionary (Menges, 2012), biology has only been used as resource of inspiration and overcoming of all traditional modes of doing, and not as the possibility to find, as Gregory Bateson, the guideline that connects all forms of life.

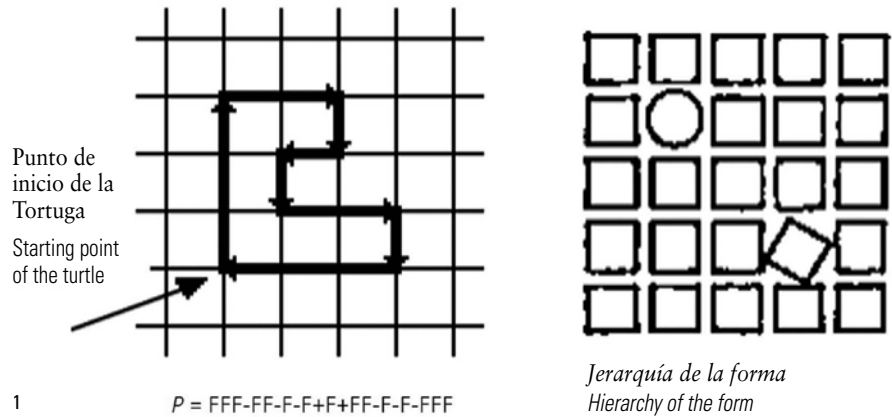
For our point of view, it is important to drift apart from biology as a mimetic resource and to understand it as recursion, that is to say, the formal development or formal design as a process based on the same characteristics that evidence the initial phenomenon or generator of form. The evolutionary cycle of life has been thought as a system of infinite recursion, but in reality, “the organisms are structures that are produced within a finite number of steps and consist of a finite number of line segments” (Prusinkiewicz and Lindenmayer, 2004, p.175). This allows to infer a more essential compatibility between material reality and formal response. This is where the notion of self-similarity is coherent with the exercise of architecture, because it does not only focus on connections between the real and its possible abstract representations, but, at the same time, it allows to establish equivalences among phenomena to generate a non-symmetric and non-isomorphic compa-



rable effect, but a formalism that describes the complexity of these in a simpler manner each time. It is to be reminded that, according to Andréi Kolmogórov **3**, the idea of complexity of a form coincides with the simplicity of the operations set that describes it, and not in the quantity of elements it could contain (2004).

From the investigations developed by Aristid Lyndemayer (1925-1989) the self-similarity has been considered as an organiser principle of forms, in which it has to do with the study of their reproduction. One of the significant hypotheses was to considerate that self-similarity is something subtler than the idea of symmetry, but it does not invalidate it. That is to say that what is self-similar is not the formalism itself, but something more plural, it gives an account of as well as it is found in the relations among elements that compose a structure. Thus, the self-similarity is a special case of symmetry because it is where the congruences among the forms are demonstrated, which are possible to detect in terms of given transformations in its elements by rotation, reflection, and translation. The congruences are also substantial because they involve scale operations, which go beyond the proportion relation that exists between the measures of a map and the original reality, and they are giving an account of a sense of interdependence and complementarity that defines the nature of form evolutions, unlike the composition in architecture, where the form is the result of rotation and modification of planar form by addition or subtraction of parts from the base form.

For the case of this exploration, it was of interest to guide the practices of formal creation departing from three created necessities. The first necessity is to identify the potential that involves an organizer principle in the design that, despite of the functionality that underlies architecture, nowadays it is defended a major flexibility for its composition. The second necessity is to resume the reflection of the symmetry idea that, for architecture from modernity, has been questioned as lack of creativity in design, in the sense of identifying guidelines to rethink the growth of a form



sentaciones que se transforman fácilmente entre sí” (Hahna, Chater y Richardson, 2003, p.1). En este caso la similaridad es como la analogía y ayuda a describir un proceso de alineación estructural como un modelo supuesto de la realidad del evento o fenómeno percibido, pero tiene otro efecto, el de generar nuevas predicciones formales (Getner y Markman, 1997).

Datos y métodos

En *Biología del conocimiento* Rupert Riedl habló de la *evolucionabilidad* (Evoluabilität, ver Wagner y Laubichler, 2004) como la experiencia de observación de la transformación de los patrones de la evolución morfológica tomando como recurso la lógica de las matemáticas discretas que permitía una comparación visual de modelos de estructuras reales e identificar parámetros no observables directamente en los organismos vivos para ayudar en el análisis de su fisiología.

La herramienta más cercana a este tipo de análisis es el estudio de grafos, estructuras que constan de dos partes, un conjunto de vértices o puntos y un conjunto de aristas o líneas, que al conectarse permi-

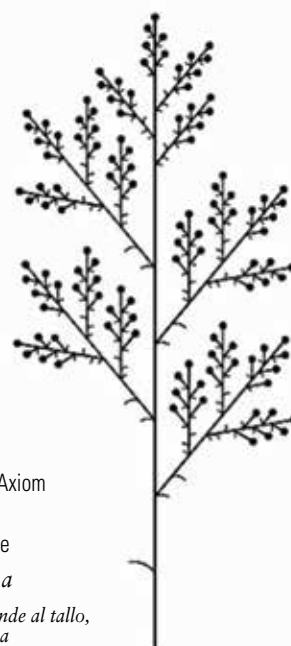
ten representar relaciones binarias entre sus elementos (Fig. 1a y b). De igual manera, los estudios de la forma desde lo evolutivo requieren partir del modelado de un mapa que representa un conjunto finito de regiones como las retículas a partir de grafos planares, formas donde sus aristas no se cruzan (Prusinkiewicz y Lindenmayer, 2004). En este mapa, la forma está caracterizada por una región limitada que consiste en una secuencia de aristas que se relacionan en los vértices, y cada arista conecta con dos vértices tal como cualquier forma básica en arquitectura, pero en este caso un vértice es una especie de extensión de la forma y no constituye en sí un límite sino un plegamiento, así, la unión entre aristas siempre genera una transformación, no una ruptura.

Las estructuras de grafos ya están insertas en el sistema de reescritura de los Sistemas-l (Fig. 2b), constituyendo un enlace intuitivo entre el formalismo gráfico y el teórico con las estructuras reales. En la representación de especies como las plantas, por ejemplo, los llamados árboles axiales corresponden con la representación teórica de las estructuras de grafos como base para sintetizar árboles botánicos (Fig. 2a).

1. (a) Mapa planar con Sistemas-L con regla recursiva. (b) Mapa planar o retícula que expresa la jerarquía de la forma
 2. (a) Árbol biológico - *Planta herbácea, Mentha Lamiaceae*. (b) Árbol axial - Grafo, axioma y regla de reproducción



1. (a) Planar map with L-Systems with recursive rule. (b) Planar map or reticule, which expresses the hierarchy of the form
 2. (a) Biological tree – Grassy plant, *Mentha Lamiaceae*. (b) Axial tree – Gaph, axiom, and the rule of reproduction



Axioma / Axiom
 $\omega : a$
 Regla / Rule
 $P : a \rightarrow l[L] a$
 * *l* corresponde al tallo,
L a la rama
 * *l* is the stem, *L* is the branch

2

Los sistemas de reescritura son técnicas que “se usan para definir objetos complejos a partir de un objeto inicial simple a partir de reemplazamientos sucesivos de esa parte inicial” (Prusinkiewicz y Lindenmayer, 2004, p.82), usando un conjunto de reglas, semejante a un ejercicio de modulación por patrones repetitivos (Fig. 1). Su capacidad radica en simplificar la realidad, por ello, primero se observa el fenómeno real, una planta por ejemplo, luego por inferencia se define un modelo que describa las operaciones formales que más se acercan a describir su crecimiento (ver regla Fig. 2b), y, finalmente, se diseña su descripción con la cual generar una estructura planar del grafos para visibilizar el desempeño del modelo, así se entiende que, un árbol axial es una red de transmisión que simula las operaciones reales del crecimiento de la forma árbol biológico (Tvers-

ky, 2017). Los sistemas-l también permiten identificar secuencias de patrones y traducirlos en formalismos que tienden al equilibrio en su modulación, pueden llegar a ofrecer posibilidades de estructuración no solo en lo bidimensional sino en la revisión de la idea clásica de estratificación de la verticalidad.

Resultados

Son presentados teniendo en cuenta los principios de transformación de la forma: La recursividad como mecanismo de inferencia analógica, la similitud o la distancia espacio-temporal entre forma inicial y forma generada, y, la transformación o distorsión de la forma hacia su extensión o evolución.

Descripción de la exploración

Un Sistema-L (*G*) está constituido por un Axioma (ω) y una Regla (*P*)

in terms of interdependent scales. The third necessity is to think in the relationships between a two-dimensional generated form and how it could be an operative base for its development towards three-dimensionality or dimensional exploration. These purposes adhered to the problematic situations that had been identified in the processes of design as lack of relationship between the designed form and support structure. It was also found that the idea of self-similarity does not restrict the growth of form and it allows to identify the organization guidelines that makes it possible for a form to take place without depleting its flexibility or its type of structural balance, which constitutes a special case of symmetry because it allows that, in a connatural manner with the devised form, the scaling operations emerge, not only by congruence, but by similarity, which in the end does not deplete the compositional potential of a form since the character of similarity between “two objects is determined by the relations of transformation,” that is to say, forms “that are perceived as similar have representations that easily transform among each other” (Hahna, Chater, and Richardson, 2003, p.1). In this case, similarity is equal to analogy and it helps to describe a process of structural alignment as an appearing model of the reality of the event or phenomenon perceived, but it has another effect, which is to generate new formal predictions (Getner and Markman, 1997).

Data and methods

In *Biology of Knowledge*, Rupert Riedl spoke about the evolutionability (Evolvability, see Wagner and Laubichler, 2004) as the experience of observation of transformation of the morphological evolution patterns, taking as resource the logics of discrete mathematics, which allowed a visual comparison of models of real structures and identify parameters that are not directly observable in living organisms to help in the analysis of their physiology. The closest tool to this type of analysis is the study of graphs, structures that consist of two parts, a set vectors or points,



and a set of edges or lines, which when connected, allow to represent binary relations among their elements (Fig.1 a and b). Likewise, the studies of the form from the evolutionary require to depart from the modelling of a map that represent a finite set of regions like the reticules, departing from planar graphs, forms in which their edges do not cross each other (Prusinkiewicz and Lindenmayer, 2004). On this map, the form is characterized by a limited region, which consists in a sequence of edges that are related in the vertexes, and each edge connects with two vertexes, just as any basic form in architecture. Nevertheless, in this case, one vertex is a type of extension of the form and does not constitute a limit, but a folding. Thus, the union among edges always generates a transformation, not a rupture.

The structures of graphs are already inserted in the system of rewriting of the L-Systems (Fig 2.b), constituting an intuitive bond between graphic and theoretical formalism, and real structures. In representation of species like plants, for instance, the named axial trees correspond to the theoretical representation of graph structures as a base for synthesizing botanical trees (Fig2.a). The systems of rewriting are techniques that "are used to define complex objects departing from an initial simple object by successive replacements of that initial part" (Prusinkiewicz and Lindenmayer, 2004, p.82), using a set of rules, similar to a modulation exercise by repetitive patterns (Fig.1). Its capacity lies on simplifying the reality. First, the real phenomenon is observed; a plant, for instance. Then, by inference, a model is defined, which describes the formal operations that are closer to describe its growth (see rule Fig.2.b). Finally, its description is designed, which is used to generate a planar structure of the graph to observe the model performance. Thus, it is understood that an *axial tree* is a network of transmission, which simulates the real operations of growth of the *biological tree* form (Tversky, 2017). The L-Systems also allow to identify sequences of patterns and to translate them into formalisms, which tend to the balance on their

Sistema de reescritura con Sistemas - L			
Fase	Operaciones	Tipo	
Principios organizadores de la forma	Modelo	Presentación de la analogía del espécimen o forma orgánica en estudio y exploración de modelos matemáticos correspondientes.	Fijo
	Formalismo	Figura planar compuesta por vértices y bordes (aristas) que no se cruzan entre sí.	Variable
	Axioma	Iniciador del formalismo cuya magnitud es N.	Variable
	Regla	Generador del formalismo o fórmula matemática generadora	Variable
	Tortuga	Procedimiento de construcción que replica la cadena el Sistema-L.	Fijo
Identificación pautas crecimiento	Sistema de reescritura	Se usan las descripciones dadas y las reglas se respetan, sólo se cambian los parámetros numéricos para obtener nuevas transformaciones o distorsiones del formalismo iniciador o <i>axioma</i> .	Variable
Exploración dimensional	Exploración	Actividad desarrollada con el propósito esencial de descubrir las interacciones que tienen lugar entre elementos formales hasta constituir una forma finita.	Variable
	Herramienta metodológica	Lyndyhop. GNU, General Public License version 2.0 (GPLv2), Java 1.6.	
	Criterios de evaluación de la auto-similaridad	(i) Elementos presentes en la representación formal. * (ii) La cantidad de transformaciones que se requieren para transformar o distorsionar una representación en otra. * (*) Criterios propuestos por Amos Tversky (2017)	

Rewriting System with Systems - L			
Phase	Operations	Kind	
Form Organizing Principles	Model	Presentation of the specimen analogy or organic form in study and exploration of corresponding mathematical models ¹ .	Permanent
	Formalism	Planar figure composed of vertices and edges (edges) that do not cross each other..	Variable
	Axiom	Initiator of formalism whose magnitude is N.	Variable
	Rule	Generation formula	Variable
	Turtle	Construction procedure that replicates the L-System chain.	Permanent
Growth pattern Identification	Rewriting System	The descriptions given are used and the rules are respected, only the numerical parameters are changed to obtain new transformations or distortions of the initiating or axiom formalism.	Variable
Dimensional scan	Scan	Activity developed with the essential purpose of discovering the interactions that take place between formal elements until constituting a finite form.	Variable
	Methodological tool	Lyndyhop. GNU, General Public License version 2.0 (GPLv2), Java 1.6.	
	Evaluation criteria	(i) Formal representation elements. * (ii) Amount of transformations that are required to transform or distort one representation into another. * (*) Criteria by Amos Tversky (2017)	

Tabla 1 / Chart 1

Tabla 1. Metodología, modo de operar de la técnica de la re-escritura con Sistemas-L
 Tabla 2. Procedimiento de representación del Sistema-L

Chart 1. Methodology, mode to operate of the technique of rewriting with L-System
 Chart 2. Procedure of L-System representations

a los que corresponden un *Iniciador* (a) y un *Generador* (x), estos últimos constituyen representaciones formales (Tabla 3), luego se genera un formalismo, línea discontinua que surge de reemplazar cada intervalo iniciador de la forma con una copia del generador, este formalismo se reduce y se desplaza al mismo tiempo para irse originando desde los mismos puntos finales del intervalo que se está reemplazando, finalmente se logra una línea discontinua, orientada, formada por N lados iguales en longitud (Tabla 2). Una cadena recursiva de Sistema-L (G) responde a la siguiente descripción matemática:

$$[1] \quad G = \{V, \omega, P\}$$

Donde V representa todas las letras que pertenecen al alfabeto del sistema, $\omega \in V$ y es una letra con significado llamada axioma, la regla P , es un grupo finito de reproducciones, se representa así: $P \subset V \times V^*$. Finalmente la identidad o analogía de la producción de una forma se escribe como $a \rightarrow \chi$, así, una cadena de producción $(a, \chi) \in P$ generando un sistema determinístico ($a \leftrightarrow \chi$), donde sí y solo si para cada $a \in V$ hay un $\chi \in V$ tal que $a \rightarrow \chi$ (Tversky, 2017; Prusinkiewicz y Lindenmayer, 2004).

El procedimiento de representación del sistema-L (G) reescribe una cadena y la interpreta como operaciones o cambios de estado que llevan a la transformación del

modulation. They can end up offering possibilities of structuring, not only in the two-dimensional, but in the revision of the classic idea of stratification of verticality.

Results

Results are presented considering the principles of transformation of form: the recursion as mechanism of analogical interference, the similarity or space-time distance between initial form and generated form, and the distortion of transformation of form towards its extension or evolution.

Exploration description

An L-system (G) is constituted by an Axiom (ω) and one Rule (P), which an Initiator (a) and a Generator (x) correspond to. The last two constitute formal representations (Chart 3), then a formalism is generated, WHICH is a discontinuous line that emerges from replacing each initiating interval of form with a copy of the generator. This formalism is reduced and it moves at the same time to start originating from the same final spots of the interval that is being replaced. Finally, a long and discontinuous line is achieved, which is orientated and formed by N sides that are equal in terms of length (Chart.2). A recursive chain of L-System (G) responds to the following mathematical description:

$$[1] \quad G = \{V, \omega, P\}$$

Where V represents all letters that belong to the alphabet of the system, $\omega \in V$ y is a letter with meaning, named axiom. The rule P is a finite group of reproductions, and it is represented this way: $P \subset V \times V^*$. Finally the identity or analogy of production of one form is written as $a \rightarrow \chi$, likewise, a production chain $(a, \chi) \in P$ generating a deterministic system ($a \leftrightarrow \chi$), where if, and only if for each $a \in V$ there will be an $\chi \in V$ so that $a \rightarrow \chi$ (Tversky, 2017; Prusinkiewicz and Lindenmayer, 2004).

The procedure of L-System (G) representation rewrites a chain and interprets it as operations or state changes, which lead to the transformation of formalism, making its variations or distortions emerge. This is named turtle procedure. A "turtle is a state" (Prusinkiewicz y Lindenmayer, 2004, p.7) and a chain of states, which the formalism

Símbolos	Descripción
F	Dibuja la longitud del movimiento de un elemento. Una línea desde el punto (x, y) hasta el punto (x', y') es dibujada de acuerdo con la orientación del ángulo δ dado.
δ	Angulo de incremento de la forma.
+	Anticipa el giro a la izquierda de una nueva longitud de movimiento de un elemento de la forma de acuerdo con el ángulo δ dado. La orientación positiva va en contra del sentido del reloj.
-	Anticipa el giro a la derecha de una nueva longitud de movimiento de un elemento de la forma de acuerdo con el ángulo δ dado. La orientación positiva va en sentido del reloj.

Symbols	Description
F	Draw the length of one element's movement. A line from the (x, y) point F to the (x', y') period is drawn according with the orientation of given δ angle.
δ	Form increase angle.
+	Anticipates the turn to the left of a new movement length of an element of form according with the given δ angle. The positive orientation goes in a counter clock-wise direction.
-	Anticipates the turn to the right of a new movement length of an element of form according with the given δ angle. The positive orientation goes in adock-wise direction.

Tabla 2 / Chart 2



goes through in an evolutionary way. The turtle begins locating the origin of the element with length F , and it is represented as it follows:

$$[2] \quad F = \{x, y, \delta\}$$

Where the coordinates (x, y) represent the turtle's location, and the δ angle is the direction of form production towards which the turtle is orientated, in accordance with the system interval and the angle increase. The evolution of the turtle its governed by the transformation operations of the initiator form. To understand the procedure, and example of its application can be seen in the transformation of the Kokh's curve to the Kokh's quadratic isle (Chart.3).

Result types

Results are presented in a categorization model responding to stated terms in methodology, see Chart 3.

Encountered primary relations

In terms of recursive language of form, the first relation that is encountered is the *ubiquity of alignment forms*. The rewriting of formalism allows to visualize that which the cognitive capacity of mapping in human beings does on its own, namely to see the evolution process of a form, where at simple sight there are no coincidences between its initial state and the course of its transformations (Hofstadter, 1982). The Chart 4 shows examples of alignment from one form to another:

The second important relation is named plurality of similarity. It could be seen that the one structural alignment is based on articulate representations; however, in the majority of cases the repercussion of similarity in its initial evolutions is not quite evident (Chart 5). The exploration of growth guidelines show that similarity is plural, that formalisms that emerge do not exhaust or drain representation. Additionally, it is important to advert that similarity is less sensible to surface appearance rather than the structural articulation of form.

The third encounter is the pattern categorization, and it has to do with the need of reviewing the perceptual similarity of

EXPLORACIÓN N. 1. Forma orgánica: Snowflake (Copo de nieve)
SCAN N. 1. Organic form: Snowflake

Principios organizadores de la forma. Recursividad
Form organizing principles. Recursivity

Modelo / Model	Formalismo / Formalism	Sistema-L / System-L
	<p>Iniciador / Initiator</p> <p>Generador / Generator</p>	<p>Axioma / Axiom $\omega: F+F-F+F$</p> <p>Regla / Rule $\rho: F \rightarrow F+F-F+F$</p> <p>Ángulo de incremento / Growth angle $\delta: 60^\circ$</p>
	Reescritura / Reescritura	
	<p>Iniciador / Initiator</p> <p>Generador / Generator</p>	<p>Axioma / Axiom $\omega: F-F-F-F$</p> <p>Regla / Rule $\rho: F \rightarrow F-F+F+FF-F-F+F$</p> <p>Ángulo de incremento / Growth angle $\delta: 90^\circ$</p>

Identificación pautas crecimiento. Similaridad
Growth pattern Identification. Similarity

Iteracion 1 / Iteration 1	Iteracion 2 / Iteration 2	Iteracion 3 / Iteration 3	Iteracion 4 / Iteration 4
Mutación de la regla no de axioma / Rule mutation			

Exploración dimensional. Transformación
Dimensional Scan. Transformation

Tipo de interacción entre elementos / Interaction elements kind	Patrón de crecimiento formal / Formal growth pattern
<p>4 interconexiones / 4 interconnections</p> <p>4 elementos / 4 element</p> <p>Articulación por arista / Articulation by edge</p>	<p>Crecimiento: periferia-centro-periferia (Reflexión) / Growth: periphery-center-periphery (Reflection)</p> <p>Expansión: radial y circular (Traslación) / Expansion: radial-circular (Translation)</p> <p>Evolución: 16 módulos / Evolution: 16 stages</p>

Tabla 3 / Chart 3



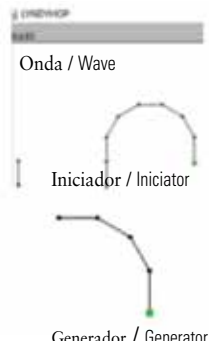

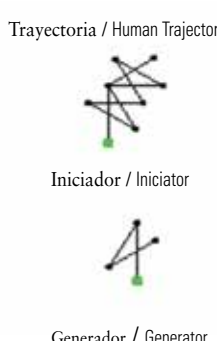
Principios organizadores de la forma. Recursividad Form organizing principles. Recursivity					
Formalismo / Formalism	Sistema-L / System-L	Formalismo / Formalism	Sistema-L / System-L	Formalismo / Formalism	Sistema-L / System-L
	<p>Axioma / Axiom $\omega: F+F+F+$</p> <p>Regla / Rule $\rho: F \rightarrow F+F+F+F+F+F+F+F-F-F-F-F-F-F$</p> <p>Ángulo de incremento / Growth angle $\delta: 30^\circ$</p>		<p>Axioma / Axiom $\omega: F-F-F-F$</p> <p>Regla / Rule $\rho: F \rightarrow F+F+F+F+F+F+F+F$</p> <p>Ángulo de incremento / Growth angle $\delta: 45^\circ$</p>		<p>Axioma / Axiom $\omega: F+F+F+$</p> <p>Regla / Rule $\rho: F \rightarrow F-F-F-F-F-F-F-F$</p> <p>Ángulo de incremento / Growth angle $\delta: 150^\circ$</p>

Tabla 4 / Chart 4

formalismo haciendo que emerjan sus variaciones o distorsiones, a esto se le llama procedimiento de tortuga. Una “tortuga es un estado” (Prusinkiewicz y Lindenmayer, 2004, p.7) y una cadena de estados por los que pasa el formalismo vía evolutiva. La tortuga inicia ubicando el origen del elemento de longitud F , y se representa de la siguiente manera:

$$[2] \quad F = \{x, y, \delta\}$$

Donde las coordenadas (x, y) representan la localización de la tortuga, y el ángulo δ , es la dirección de producción de la forma hacia la que se orienta la tortuga, de acuerdo con el intervalo del sistema y el incremento del ángulo, la evolución de la tortuga se rige por las operaciones de transformación de la forma iniciadora. Para entender el procedimiento, un ejemplo de su aplicación puede verse en la transformación de la *Curva de Kokh* a la *Isla cuadrática de Kokh* (Tabla 3).

Tipo de resultados

Son presentados en un modelo de categorización respondiendo a los términos planteados en la metodología, ver Tabla 3.

Principales relaciones encontradas

En términos del lenguaje recursivo de la forma, la primera relación que se encuentra es la *ubicuidad de las formas de alineamiento*. La reescritura del formalismo permite visibilizar lo que la capacidad cognitiva del mapeo en los seres humanos hace por sí sola, es decir, ver el proceso de evolución de una forma, donde a simple vista no hay coincidencias entre su estado inicial y el curso de sus transformaciones (Hofstadter, 1982). La tabla 4 muestra ejemplos de alineación de una forma a otra.

La segunda relación importante es llamada pluralidad de la similitud. Pudo verse que el de alineación estructural se basa en representaciones articuladas, no obstan-

forms at a two-dimensional level or point to point similarity. In architecture this is important due to the process of verticality structuring exhausts its possibility of transformation. It can be seen in Chart 6, how the transformation of formalism towards the verticality is not corresponding in a mimetic way and the planar patterns alter its form when vertically transforming, making possible other structural correlations.

Conclusions

The evolving technique by means of L-Systems provides advances in two areas. First, in terms of perception, it allows major synergy between the observed reality and the appreciation ways of its resulting formalisms and structural articulations. Second, in processes of emergency of forms in the design, the formal plurality as response to an initial phenomenon, and the inserted coherence between form and its growth, as certain connaturality between form and structure.

The moulding language of the L-Systems has a wide reach within the design processes, which is yet to be explored. For future investigations, it is left pendent the simulation of growth processes that react to the environment. ■



Notes

- 1 / Developed in 1968 by Aristid Lindenmayer from Utrecht University (1925-1989)
- 2 / GNU, General Public License version 2.0 (GPLv2), Java 1.6.
- 3 / Russian mathematical, who contributed to the probability theory and understanding the elements of a set as spatial and temporal.

References

- BENYUS, J., 2002. *Biomimicry: Innovation Inspired by Nature*. Canada: HarperCollins
- CERROLAZA, M., SHEFELBINE, S.J. and GARZÓN-ALVARADO, G., 2018. *Numerical Methods and Advanced Simulation in Biomechanics and Biological processes*. Londres: Elsevier.
- CRAPO, M., 2011. *The Alphabet and the Algorithm*. MA: MIT Press.
- GENTNER, D. and MARKMAN, A., 1996. Structure Mapping in Analogy and Similarity. *American Psychologist*, no. 52, pp.1-45. DOI: 10.1037/0003-066X.52.1.45
- HALLÉ, F., OLDEMAN, R. A. A. & TOMLINSON, P. B., 1978. *Tropical Trees and Forests. An Architectural Analysis*. New York: Springer-Verlag.
- HOFSTADTER, D., 1982. *Gödel, Escher y Bach: Una eterna trenza dorada*. México: Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.
- KNIPPERS, J. and SPECK, T., 2012. Design and construction principles in nature and architecture. *Biomim*, no.7, pp.1-10.
- MENGES, A., 2012. Performative Morphology in architecture. *Integrative Design Research*, No. 5, pp.92-105.
- PRUSINKIEWICZ, P. and LINDENMAYER, A., 2004. *The Algorithmic Beauty of Plants*. New York: Springer-Verlag.
- TVERSKY, B., 2017. Diagrams: Cognitive foundations for design. A. Black, P. Luna, O. Lunde, y S. Walker (Eds.), *Information design: Research and practice*, pp.499-535. Londres: Routledge.
- WAGNER, G. P., y M. D. Laubichler., 2004. Rupert Riedl and the Re-Synthesis of Evolutionary and Developmental Biology: Body Plans and Evolvability. *Journal of Experimental Zoology*, no. 302, pp. 92-102.

Acknowledgements

I would like to thank the Pontificia Universidad Javeriana for support my work and academic practice. I am also grateful to the students for valuing this research.

te, en la mayoría de los casos, en sus evoluciones iniciales la recuperación de la similitud no es tan evidente (Tabla 5). La exploración de las pautas de crecimiento, muestran que la similitud es plural, los formalismos que surgen no agotan la representación. También es importante advertir que la similitud es menos sensible a la apariencia de superficie que a la articulación estructural de la forma.

El tercer encuentro es la categorización de patrones, y tiene que ver con la necesidad de revisar la similitud perceptual de las formas a nivel bidimensional o semejanza punto a punto. En arquitectura esto es importante debido a que el proceso de estructuración de la verticalidad agota su posibilidad de transformación. Puede verse en la Tabla 6, como la transformación del formalismo hacia la verticalidad no es correspondiente de manera mimética y los patrones planares alteran su forma al transformarse verticalmente, haciendo posible otras correspondencias estructurales.

Conclusiones

La técnica evolutiva por medio de sistemas-l proporciona avances en dos áreas, primero, en términos de percepción, permite mayor sinergia entre la realidad observada y las maneras de apropiación de sus formalismos resultantes y articulaciones estructurales. Y segundo, en los procesos de emergencia de las formas en el diseño, la pluralidad formal como respuesta a un mismo fenómeno inicial, y la coherencia inserta entre la forma y su crecimiento, como cierta connaturalidad entre forma y estructura.

El lenguaje de modelado de los sistemas-l tiene un amplio alcance

en los procesos de diseño, aún está por explorar. Para futuras investigaciones queda pendiente la simulación de procesos de crecimiento que reaccionan al entorno. ■

Notas

- 1 / Desarrollados en 1968 Aristid Lindenmayer de la Universidad de Utrecht (1925-1989)
- 2 / GNU, General Public License version 2.0 (GPLv2), Java 1.6.
- 3 / Matemático ruso, aporito a la teoría de la probabilidad y entendiendo los elementos de un conjunto como eventos espacio-temporales.

Referencias

- BENYUS, J., 2002. *Biomimicry: Innovation Inspired by Nature*. Canada: HarperCollins
- CERROLAZA, M., SHEFELBINE, S.J. y GARZÓN-ALVARADO, G., 2018. *Numerical Methods and Advanced Simulation in Biomechanics and Biological processes*. Londres: Elsevier.
- CRAPO, M., 2011. *The Alphabet and the Algorithm*. MA: MIT Press.
- GENTNER, D. y MARKMAN, A., 1996. Structure Mapping in Analogy and Similarity. *American Psychologist*, no. 52, pp.1-45. DOI: 10.1037/0003-066X.52.1.45
- HALLÉ, F., OLDEMAN, R. A. A. & TOMLINSON, P. B., 1978. *Tropical Trees and Forests. An Architectural Analysis*. New York: Springer-Verlag.
- HOFSTADTER, D., 1982. *Gödel, Escher y Bach: Una eterna trenza dorada*. México: Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.
- KNIPPERS, J. y SPECK, T., 2012. Design and construction principles in nature and architecture. *Biomim*, no.7, pp.1-10.
- MENGES, A., 2012. Performative Morphology in architecture. *Integrative Design Research*, No. 5, pp.92-105.
- PRUSINKIEWICZ, P. y LINDENMAYER, A., 2004. *The Algorithmic Beauty of Plants*. New York: Springer-Verlag.
- TVERSKY, B., 2017. Diagrams: Cognitive foundations for design. A. Black, P. Luna, O. Lunde, y S. Walker (Eds.), *Information design: Research and practice*, pp.499-535. Londres: Routledge.
- WAGNER, G. P., y M. D. LAUBICHLER., 2004. Rupert Riedl and the Re-Synthesis of Evolutionary and Developmental Biology: Body Plans and Evolvability. *Journal of Experimental Zoology*, no. 302, pp. 92-102.

Agradecimientos

Me gustaría agradecer a la Pontificia Universidad Javeriana su apoyo a mi trabajo y práctica académica. También estoy agradecida a los estudiantes por valorar esta investigación.



Identificación pautas crecimiento. Similaridad
Growth pattern Identification. Similarity

Iteraciones 1, 2, 3, 4 / Iterations 1, 2, 3, 4	Iteraciones 1, 2, ..., 5 / Iterations 1, 2, ..., 5	Iteraciones 1, 2, 3 / Iterations 1, 2, 3

Tabla 5 / Chart 5

Exploración dimensional. Transformación
Dimensional Scan. Transformation

Formalismo / Formalism	Transformación / Transformation	2D / 2D	3D / 3D
	<p>Patrón Pattern</p>		

Tabla 6 / Chart 6