

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR DE GANDIA

Master en Ingeniería Acústica



UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA



ESCUELA POLITECNICA
SUPERIOR DE GANDIA

“Focalización del sonido mediante estructuras periódicas tridimensionales”

TESIS DE MASTER

Autor:

Aurélien Lonni

Director:

D. Víctor José Sánchez Morcillo

GANDÍA, 2011

Focalización del sonido mediante estructuras periódicas tridimensionales

Autor: Aurélien Lonni

Director: Víctor José Sánchez Morcillo

Resumen – En un medio continuo e isótropo, una onda acústica se propaga de manera omnidireccional. Sin embargo, para algunas aplicaciones, puede ser útil restringir la difusión de una señal sonora dentro de un espacio finito. Los cristales de sonido son medios periódicos que tienen algunas propiedades acústicas en función de la disposición de los elementos que los componen, en particular la banda prohibida (rango de frecuencias no-transmitidas por el cristal) y la focalización del sonido (como para la lentes convergentes en óptica) gracias a la refracción negativa. El objeto de este estudio es utilizar un cristal de sonido tridimensional para focalizar una fuente de ultrasonidos y así determinar la evolución de la distancia focal en función de la frecuencia de la señal emitida. Esta evolución corresponde mucho al comportamiento esperado determinado de manera analítica. La anchura del haz en a las distancias focales ha sido medida también: el haz se concentra más en la segunda banda de propagación que en la primera. Además, la experiencia demuestra de nuevo la existencia de la banda prohibida alrededor de los 260 kHz. Los resultados tienen incertidumbres debidas a la precisión del montaje y a las reflexiones en el tanque. Un estudio futuro de la conservación de la estructura interna del cristal a través del haz saliendo del medio en campo cercano y lejano en función de la frecuencia podría ser interesante.

Abstract - In a continuous and isotropic medium, an acoustic wave propagates in an omnidirectional way. Nevertheless, for some applications, the diffusion of a sound signal should be restricted in a finite space. Sonic crystals are periodic mediums which possess some acoustic properties in accordance with the disposition of the elements which form that medium, particularly the band gap (frequency range which is not transmitted by the crystal) and sound focalization (like convergent lenses in optics) due to negative refraction. The aim of this study is to use a tridimensional sonic crystal for focusing an ultrasonic source and draw the focal distance's evolution according to the frequency of the signal. That evolution strongly corresponds to the expected behavior firstly determined in an analytic way. The beam size at the focal distances has also been drawn: the beam focuses more in the second propagation mode than in the first one. Besides, the experiment demonstrates the band gap's existence near the 260 kHz. The results present uncertainty among others due to the crystal and transducer's positioning and wave reflections in the water-filled tank. An interesting future study would be to observe the beam forms according to the frequency of the emitted signal.

Autor: Aurélien Lonni, email: aurelien.lonni@gmail.com

Fecha de entrega: 05-09-2011

ÍNDICE

I. Introducción	4
II. Introducción a los medios periódicos	5
II.1. Propiedades geométricas	5
II.1.1. <i>Definición de un medio periódico</i>	5
II.1.2. <i>Caracterización de una celda cristalina</i>	6
II.1.3. <i>Parámetros geométricos</i>	7
II.1.4. <i>Cristales sónicos</i>	8
II.2. Propagación de ondas	8
II.2.1. <i>Teorema de Bloch</i>	8
II.2.2. <i>Propagación en los cristales sónicos</i>	11
II.2.3. <i>Banda prohibida</i>	12
II.2.4. <i>Difracción, refracción negativa y focalización</i>	14
III. Experimento	17
III.1. Objeto del experimento	17
III.2. Configuración material	17
III.2.1. <i>Presentación del programa</i>	18
III.2.2. <i>Colocación del montaje</i>	19
III.2.3. <i>Obtención de las medidas</i>	20
IV. Resultados	21
IV.1. Evolución de la distancia focal con la frecuencia	21
IV.2. Anchura del haz a la distancia focal	22
IV.3. Incertidumbres de los resultados	24
IV.3.1. <i>Estudio del alineamiento del montaje</i>	24
IV.3.2. <i>Estudio de las reflexiones en el tanque</i>	26
IV.3.3. <i>Otros comentarios</i>	27
V. Conclusión	28
Agradecimientos	29
Bibliografía	30
Anexo A - Medidas	31

I. Introducción

Se llama cristal de sonido (o cristal fonónico) un material compuesto por elementos dispuestos de manera periódica cuyo la forma y la repartición influyen en la propagación del sonido a través del medio. En efecto, semejantes materiales tienen como característica favorecer una orientación de propagación y bloquear algunas frecuencias en algunas direcciones (banda prohibida).

Se puede pensar la utilización de esos cristales en varias aplicaciones. En aislamiento acústico, por ejemplo, se pueden utilizar para diseñar barreras anti-ruido para las autopistas arreglándose para que la banda prohibida englobe las frecuencias emitidas por los motores de los coches, “enjaulando” el sonido.

Un otro ejemplo interesante sería el diseño de un rompedor de olas. Las olas de los océanos son ondas propagándose en la superficie del agua y podrían ser bloqueadas por un bosque de barras verticales colocadas periódicamente en el fondo del mar. Además, a escala microscópica (funcionando para frecuencias del orden del megahercio o gigahercio), los cristales de sonido podrían dar origen a nuevos componentes mezclando microelectrónica y acústica para ampliar las capacidades de los teléfonos móviles y de las redes inalámbricas.

El laboratorio de acústica del departamento de física aplicada en la Universidad Politécnica de Valencia en España (campus de Gandía) ha llevado un proyecto de investigación sobre los cristales de sonido. Se han diseñado modelos diferentes a partir de cilindros en acero según dos configuraciones: los cristales “2D” (bidimensionales) diseñados con cilindros con una única orientación (como una selva de bambú) y los cristales “3D” con cilindros orientados segundos ejes perpendiculares (cf. Fig. 1). Los cristales de sonido tienen características que tienen efectos sobre la propagación del sonido a frecuencias particulares, especialmente la focalización del sonido.

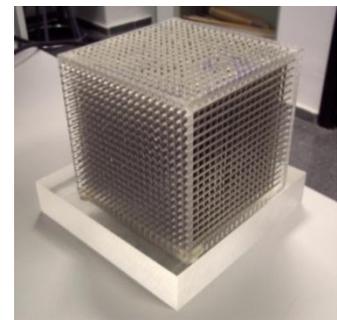


Fig. 1. Foto del cristal tridimensional.

Esta tesis de investigación tiene como objetivo estudiar la evolución del fenómeno de focalización de ultrasonidos para varias frecuencias. Constituye una análisis más completa de un estudio preliminar sobre los cristales de sonido tridimensionales realizado durante una práctica de cuatro meses en intercambio con la *École Nationale d'Ingénieurs du Val de Loire* en Blois (Francia) [13]. Ha sido llevado en colaboración con estudiantes de prácticas de esta misma escuela más otros investigadores de la Universidad Politécnica de Valencia.

El tema se va a desarrollar en tres partes. Se tratará en un primer punto de algunas nociones teóricas sobre los medios periódicos para entender concretamente lo que es un cristal de sonido, como se propagan las ondas en semejantes estructuras y cuáles son sus fenómenos típicos. Luego, se presentará el experimento de investigación realizado consistiendo en observar la evolución de la distancia focal del cristal según la frecuencia de la señal propagándose en su interior. Los resultados de este experimento se presentarán y se discutirán en tercera parte.

II. Introducción a los medios periódicos

Para entender bien lo que es un medio periódico, se tratará en esta parte de algunas nociones fundamentales sobre las propiedades geométricas así como la propagación de ondas en este tipo de material.

II.1. Propiedades geométricas

II.1.1. Definición de un medio periódico

Se llama “medio periódico” una distribución periódica infinita de elementos de base (luego llamado “difusores” cuando se trata de elementos sólidos en el caso propagación de ondas acústicas). Un conjunto de esos elementos forma una estructura cristalina, compuesto de células o celdas cristalinas. Cada propiedad observada en una de ellas se puede observar también en cualquiera otra celda de la estructura. Existe sólo una única estructura unidimensional (1D), cinco bidimensionales (2D) y catorce tridimensionales (3D) diferentes.

Matemáticamente, el concepto de los sistemas periódicos es una abstracción porque implica la existencia de las estructuras y medios infinitos. Sin embargo, se puede considerar una estructura cristalina finita como un medio periódico al tomar en cuenta condiciones de contornos. La figura Fig. 2 muestra algunos ejemplos de sistemas reales considerados como periódicos. El sistema periódico 1D tiene una periodicidad según una única dirección, el 2D según dos direcciones y el 3D según tres [4].

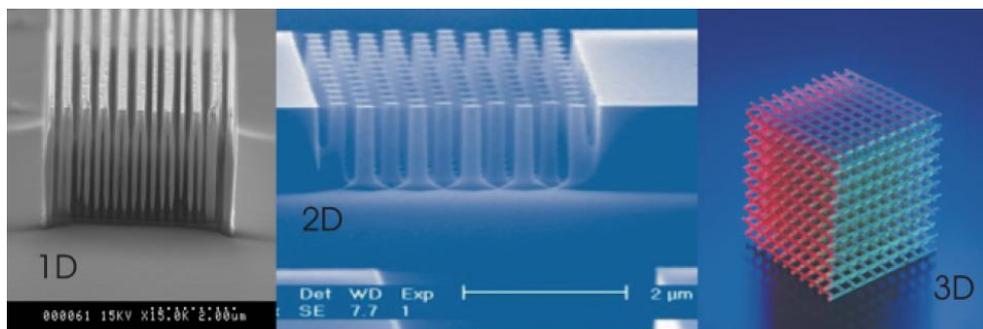


Fig. 2. Ejemplos de sistemas reales considerados como periódicos (cristales fotónicos)

II.1.2. Caracterización de una celda cristalina

Una célula es un espacio finito que contiene una forma repitiéndose por traslación (o a veces por rotación) en una o varias direcciones forma la estructura cristalina entera.

Matemáticamente, una célula se define por una familia de vectores. Sea $n \in \llbracket 1, 3 \rrbracket$. Al considerar una familia de vectores $\vec{a}_i, i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ definiendo una estructura $\vec{R} \in \mathbb{R}^n$, entonces \vec{R} se puede definir por:

$$\vec{R} = \left\{ \sum_{i=1}^n v_i \vec{a}_i \right\} \quad (1)$$

Donde v_i son coeficientes enteros.

El paralelepípedo definido por los vectores \vec{a}_i forma una célula de la estructura, llamada también celda primitiva. El conjunto de esas células constituye la estructura del medio periódico. Si la duplicación de las celdas primitivas es hecha en el espacio directo, \vec{R} se llama entonces estructura directa.

Igualmente, se puede definir la estructura recíproca (asociada a la estructura directa) utilizada para entender mejor las propiedades físicas de esos sistemas. Los vectores $\vec{b}_i, i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ definiendo la celda primitiva en una estructura recíproca se expresan en función de los vectores \vec{a}_i definiendo la estructura directa con la expresión:

$$\vec{b}_i = 2\pi \cdot \frac{\varepsilon_{ijk} \cdot \vec{a}_j \times \vec{a}_k}{\vec{a}_i \cdot (\vec{a}_j \times \vec{a}_k)} \quad (2)$$

Donde ε_{ijk} es el símbolo antisimétrico de Levi-Civita¹.

Los vectores definiendo la estructura directa y recíproca siguen una relación de ortogonalidad:

$$\vec{a}_i \cdot \vec{b}_j = 2\pi \delta_{ij} \quad (3)$$

Cada combinación lineal $\vec{k} = \sum_{i=1}^n \mu_i \vec{b}_i$ con $\mu_i \in \mathbb{Z}$ permite definir un punto de la estructura recíproca en la base de vectores \vec{b}_i .

En el caso de dos dimensiones ($n=2$), se pueden ilustrar cinco estructuras periódicas: oblicua, cuadrada, triangular, rectangular et centrada (cf. Fig.3).

¹ Símbolo de Levi-Civita : indicador antisimétrico de orden 3 expresiéndose a partir del símbolo de Kronecker:

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{vmatrix} \delta_{i1} & \delta_{i2} & \delta_{i3} \\ \delta_{j1} & \delta_{j2} & \delta_{j3} \\ \delta_{k1} & \delta_{k2} & \delta_{k3} \end{vmatrix}. \text{ Así } \varepsilon_{ijk} \text{ puede tomar sólo tres valores: } -1, 0 \text{ o } 1.$$

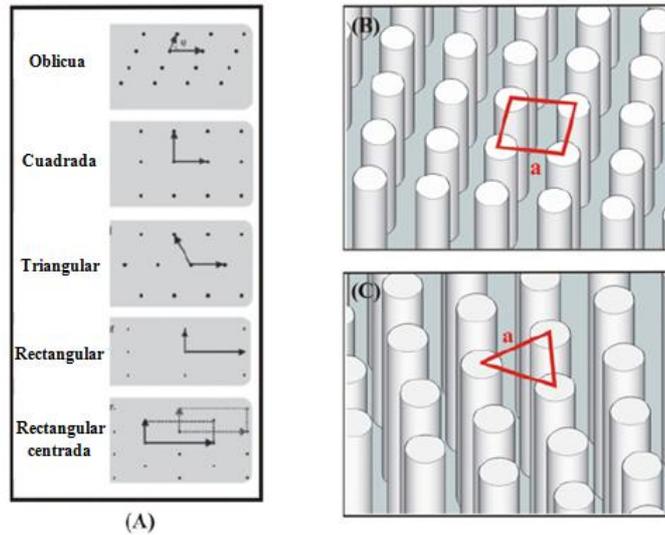


Fig. 3. (A) Las cinco estructuras periódicas bidimensionales; (B) estructura periódica 2D cuadrada; (C) estructura periódica 2D triangular.

Entre las catorce configuraciones del caso de las estructuras tridimensionales, se utiliza para la tesis una que tiene como celda primitiva:

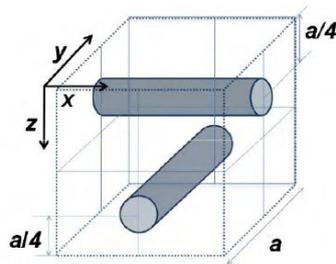


Fig. 4. Celda del cristal utilizado para el experimento



Fig. 5. Foto de la estructura del experimento

II.1.3. Parámetros geométricos

Una estructura periódica se caracteriza por su parámetro de red a , representando el tamaño de la celda, o el espaciamento entre los elementos que componen la estructura en los casos bidimensionales. Este parámetro es esencial porque permite definir la relación entre las propiedades geométricas de una estructura con una de las propiedades físicas principales en semejantes medios: la banda prohibida.

Cuando se conoce el parámetro de red de una estructura así como el tamaño de los elementos, se puede definir el factor de empaquetamiento ff (*filling factor*) siguiendo una relación directa con la propiedades físicas del sistema. Este parámetro se define como el cociente entre el volumen ocupado por los difusores y el volumen total de la celda. Al considerar elementos cilíndricos de radio r_0 , el factor de empaquetamiento para los ejemplos 2D ilustrados anteriormente (*cf.* Fig. 3A y 3B) tiene como expresión:

$$ff_{\text{cuadrada}} = \frac{\pi r_0^2}{a^2} \quad (4)$$

y

$$ff_{\text{triangular}} = \frac{2\pi r_0^2}{\sqrt{3} \cdot a^2} \quad (5)$$

Para el cristal 3D del experimento, se obtiene:

$$ff_{\text{cs3D}} = \frac{2\pi r_0^2}{a^2} \quad (6)$$

II.1.4. Cristales sónicos

Los cristales de sonido son un caso particular de medio continuo para la propagación de ondas acústicas. En los años 80, se estudiaron nuevos materiales artificiales con varias propiedades dieléctricas. Se ha observado la existencia de frecuencias prohibidas variables según la periodicidad del medio, y porque esos medios tienen similitudes con las propiedades de las estructuras cristalinas, fueron llamados cristales fotónicos (para las ondas electromagnéticas). Luego, en los años 90, fueron inventados los cristales fonónicos, composición periódica de materiales con propiedades elásticas diferentes (para las ondas acústicas). Los cristales fotónicos y fonónicos siguen propiedades similares para las ondas elásticas. Particularmente, cuando uno de los materiales es un fluido, el sistema se llama cristal de sonido (o cristales sónicos) que es el medio estudiado en esta tesis.

II.2. Propagación de ondas

II.2.1. Teorema de Bloch

La ecuación de Schrödinger en mecánica cuántica, las ecuaciones de Maxwell en electromagnetismo, la ecuación vectorial de Navier para la elasticidad y la ecuación de ondas en acústica tienen el mismo tipo de solución en medios continuos como en medios periódicos. Según el teorema de Bloch, la solución de las ecuaciones en un medio periódico sigue la misma periodicidad de la estructura. En otras palabras, la periodicidad de la estructura produce una función de onda $\Theta_{\vec{k}}(\vec{r})$ dada por el producto de una función $\psi_{\vec{k}}(\vec{r})$ que tiene la misma periodicidad que la estructura con un término $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ donde \vec{k} es el vector de Bloch. Así, en un medio periódico, el teorema de Bloch da:

$$\Theta_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} \cdot \psi_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad (7)$$

En esta ecuación, el término $\psi_{\vec{k}}$ se llama el estado de Bloch, donde \vec{k} representa el vector de Bloch [5].

El estado de Bloch tiene la misma periodicidad que la estructura periódica, así para cada vector \vec{R} de una estructura directa, el estado de Bloch verifica:

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \psi_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{R}) \quad (8)$$

Igualmente, para cada vector \vec{G} de la estructura recíproca:

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \psi_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{G}) \quad (9)$$

Entonces, el campo de cada celda primitiva del espacio directo tiene la misma distribución. Esta propiedad permite obtener la función de onda en una única celda primitiva aplicando condiciones de contorno y tomado un límite en los vectores de Bloch \vec{k} .

El vector \vec{k} es un término induciendo el desfase de la onda en la célula. Si \vec{k} se incrementa de un vector \vec{G} de la estructura recíproca, el desfase se incrementa de:

$$\vec{R} \cdot \vec{G} = 2m\pi \quad (10)$$

Siendo $m \in \mathbb{Z}$: así no hay desfase.

Las ecuaciones pueden limitarse a una celda primitiva en una estructura directa, y de la misma manera cuando se trata de una estructura recíproca, se dice que los cálculos se limitan a la primera zona de Brillouin: celda primitiva irreductible definida de manera única en el espacio recíproco. Se puede demostrar que las soluciones se caracterizan totalmente por el comportamiento de las ondas de Bloch en esta zona, de donde su importancia.

Con el fin de interpretar la solución de la ecuación de onda estacionaria en un medio periódico, se considera una ecuación de onda en un medio acústico con una dependencia temporal armónica de tipo $e^{i\omega t}$:

$$\nabla^2 p(x,y,z) + \frac{\omega^2}{c^2} p(x,y,z) = 0 \quad (11)$$

Dónde: $p(x,y,z)$ es la presión acústica en un punto de coordenadas (x,y,z) en el espacio directo;

c la velocidad de sonido en el medio;

ω la pulsación de la onda en radián por segundos.

La solución de esta ecuación en campo libre (considerando un medio isótropo y homogéneo) es del tipo $e^{i\vec{k}\vec{x}}$ donde $|\vec{k}| = \frac{\omega}{c}$ es la norma del vector de onda en campo libre y depende linealmente de la frecuencia.

El teorema de Bloch da la solución de esta ecuación en un medio periódico. Para eso, hay que considerar las condiciones de contorno periódicas de Bloch, es decir:

$$p_k(\vec{r}+\vec{R}) = p_k(\vec{r})e^{i\vec{k}\vec{R}} \quad (12)$$

Siendo \vec{k} un vector de la primera zona de Brillouin.

Lo que da:

$$\nabla^2 p_k(\vec{r}) + \left(\frac{\omega(\vec{k})}{c}\right)^2 p_k(\vec{r}) = 0 \quad (13)$$

Esta ecuación se resuelve en el espacio de una celda primitiva. En este caso, el vector \vec{k} se puede interpretar como un indicador del modo de propagación (llamado también banda). De hecho, aquí \vec{k} es el vector de onda en el medio periódico, la relación de dispersión podría ser diferente en campo libre.

La solución del problema definido por la ecuación 13 da una infinidad de valores $\omega(\vec{k})$ para cada vector \vec{k} . Esos valores representan las frecuencias de los modos posibles en la celda primitiva. Esos modos son distintos y pueden ser identificados por un índice de banda n . Entonces, se puede trazar la estructura de bandas con un grupo de funciones continuas distintas representando la relación de dispersión del medio.

A título de ilustración, para un cristal bidimensional con una estructura cuadrada compuesta por cilindros rígidos de radio $r = 0,07$ m, un parámetro de red $a = 0,15$ m y un factor de empaquetamiento $ff \approx 68,4\%$, la estructura de bandas es:

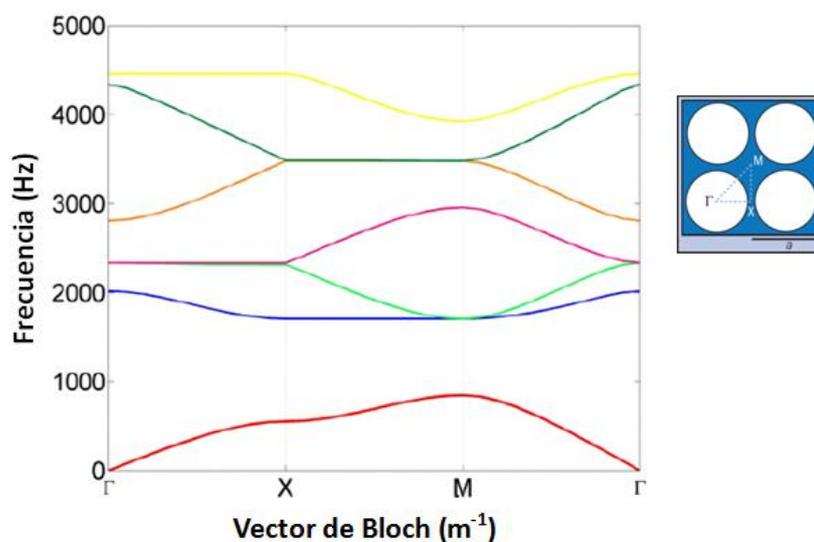


Fig. 6. Estructura de bandas de un cristal sónico 2D a estructura cuadrada de radio $r = 0,07$ m, con un parámetro de red $a = 0,15$ m y un factor de empaquetamiento $ff \approx 68,4\%$

En esta gráfica (cf. Fig. 6), cada línea de color representa una banda correspondiente a un estado de excitación obtenido por una onda de frecuencia correspondiente emitida con una incidencia normal en la estructura. Las direcciones ΓX , XM y $M\Gamma$ representan las direcciones de simetría del cristal.

Este tipo de gráfica puede obtenerse con varios métodos, como el método de la expansión de onda plana (*PWE – Plane Wave Expansion*), métodos de elementos finitos (*FEM – Finite Element Methods*) o con cálculos de diferencias finitas en el dominio temporal (*FDTD – Finite Difference Time Domain*). Es muy útil para explicar el fenómeno de la banda prohibida y permite obtener las curvas de isofrecuencia, otra representación gráfica que permitirá introducir el fenómeno de focalización estudiado en el experimento de la tesis descrito posteriormente.

II.2.2. Propagación en los cristales sónicos

Hasta ahora, se ha presentado algunas generalidades sobre la propagación de ondas estacionarias en los materiales periódicos heterogéneos. Se ha visto anteriormente que los cristales sónicos son un caso particular de medio periódico por cual uno de los materiales de la estructura es elástico. La propagación de ondas elásticas en un medio así se determina por la ecuación vectorial de Navier:

$$\rho \frac{\partial^2 u^i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\lambda \frac{\partial u^l}{\partial x_l} \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \left(\frac{\partial u^i}{\partial x_l} + \frac{\partial u^l}{\partial x_i} \right) \right] \quad (14)$$

Siendo $i, l \in \{x, y, z\}$;

u^i : componente i del vector desplazamiento;

λ : primer coeficiente de Lamé

μ : módulo de cizalladura (segundo coeficiente de Lamé)

ρ : densidad del material.

Los coeficientes de Lamé tienen una relación con la velocidad de propagación de una onda en un medio elástico:

$$\lambda = \rho c_l^2 - 2\rho c_t^2 \quad (15)$$

$$\mu = \rho c_t^2 \quad (16)$$

Siendo c_l y c_t la velocidad del sonido en las direcciones respectivas longitudinal y transversal. Al considerar esas relaciones, la ecuación de Navier vuelve:

$$\rho \frac{\partial^2 u^i}{\partial t^2} = \vec{\nabla} [\rho c_t^2 \vec{\nabla} u^i] + \rho c_t^2 \vec{\nabla} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \{ (\rho c_l^2 - 2\rho c_t^2) \vec{\nabla} u^i \} \quad (17)$$

En caso particular de un fluido, donde los modos transversales no existen, hay $\mu = \rho c_t^2 = 0$ lo que simplifica la ecuación 17:

$$\rho \frac{\partial^2 u^i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_i} \{(\rho c_l^2) \vec{\nabla} \vec{u}\} \quad (18)$$

Al considerar la relación entre la presión acústica y el desplazamiento de las partículas \vec{u} : $p = -\rho c_l \vec{\nabla} \vec{u}$, esta ecuación se pone en la forma de la ecuación de onda acústica evocada anteriormente (cf. ecuación 13). En efecto, la mayoría de las ecuaciones de propagación en un cristal de sonido son casos particulares de las configuraciones correspondientes de cristales fotónicos.

II.2.3. Banda prohibida

La estructura de bandas (cf. Fig. 6) muestra algunas propiedades interesantes de los medios periódicos como por ejemplo la banda prohibida, un rango de frecuencias bloqueadas por el medio. En efecto, los difusores (elementos que constituyen el cristal) tienen una impedancia acústica mucho más alta que la del fluido el cual están dispuestos. Así, cuando un tren de ondas se propaga en el medio, los difusores provocan reflexiones que interfieran con las ondas directas. Según la frecuencia de la señal emitida y el espaciamiento de los difusores, esas interferencias pueden ser constructivas, pero también destructivas en cual caso la onda se aniquila en el interior del cristal, sin nunca salir. El rango de frecuencias por las que aparece este efecto es la banda prohibida. Esta propiedad es muy útil para diseñar filtros acústicos, capaces de enjaular o guiar ondas de algunas frecuencias.

Para entender mejor la interpretación de una estructura de bandas (cf. Fig. 6), se considera ahora tres ejemplos de cristal sónico 2D compuestos por difusores rígidos con radios diferentes para observar la influencia sobre la banda prohibida ([6], [7], [8]). Se nota que el cristal 3D estudiado en el experimento tiene un comportamiento muy similar al de esos ejemplos.

Para el primer caso, se considera una estructura cuadrada compuesta por difusores infinitesimales. El comportamiento de las ondas propagándose en sistema periódico así debería ser muy cerca del comportamiento de una onda propagándose en campo libre donde la relación de dispersión es $\omega = c|\vec{k}|$. Entonces, la estructura de bandas representa una relación lineal entre ω y k . La figura 7A correspondiente a este caso (cálculo para un radio $r = 0,0001$ m y un parámetro de red $a = 0,15$ m) muestra efectivamente un comportamiento lineal para este sistema periódico. Cada banda (con un color diferente) representa un modo de propagación. En el caso considerado, se observa que todas las bandas son unidas entre ellas, lo que significa que para esas frecuencias, la

onda se propaga en todas las direcciones de simetrías de la estructura. Además, la relación casi lineal muestra que el medio se comporta como un campo libre (sin difusor).

El segundo caso se obtiene a partir del anterior, aumentando simplemente el radio de los difusores cilíndricos (por ejemplo $r = 0,03$ m). Se puede observar la evolución de los modos de propagación en la figura 7B. Se observa por una parte que la linealidad de los modos observados anteriormente desaparece, pero también que discontinuidades aparecen en los puntos X y M. Las bandas azul oscuro y roja son ahora separadas, y ninguna banda pasa entre 1000 Hz y 1250 Hz en la dirección de simetría ΓX . Eso significa que la onda cruzando el medio considerado no puede propagarse en esta dirección para esas frecuencias, es una banda prohibida parcial.

Se aumenta una vez más el radio de los difusores cilíndricos (por ejemplo $r = 0,07$ m) para obtener el tercer caso (cf. Fig. 7C). Ahora, se observa una banda prohibida completa entre 900 Hz y 1700 Hz: ninguna señal en este rango de frecuencias puede permitir la excitación de un modo de propagación, en ninguna dirección de la estructura. De hecho, más el radio de los difusores aumenta, más el factor de empaquetamiento aumenta lo que ensancha la banda prohibida. Además, se observa nuevas bandas parciales apareciendo en las direcciones ΓX y XM .

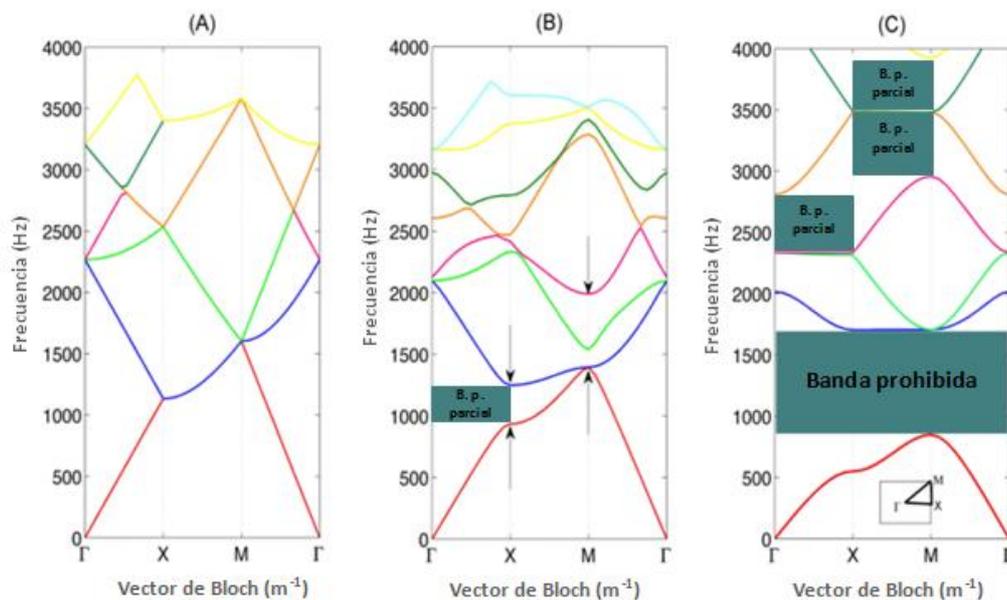


Fig. 7. Estructuras de bandas de un cristal 2D con una estructura cuadrada ($a = 0,15$ m) con difusores rígidos cilíndricos para las configuraciones: (A) difusores de radio $r = 0,000$ 1 m, (B) $r = 0,03$ m, (C) $r = 0,07$ m

En estas gráficas, se nota que alrededor de una banda prohibida parcial o completa, las bandas de transmisión tienen una gran curvatura, lo que significa que esas frecuencias tienen una dispersión más fuerte. Existe otra representación más adecuada para estudiar el efecto este: las curvas de isofrecuencia. Eso llegará a introducir el fenómeno de focalización, que es el objeto de esta tesis.

II.2.4. Difracción, refracción negativa y focalización

Al organizar los puntos Γ , K y M en un plano, la estructura de bandas puede estar dispuesta en un cono con un eje de revolución representando la frecuencia. Así, cada loncha de este cono muestra una curva indicando la dispersión espacial según la curvatura que tiene en cada dirección. El conjunto de esas curvas para una banda proyectadas en un plano único traza una gráfica llamada curvas de isofrecuencia (o curvas de dispersión espacial).

En la figura 8 se representan las curvas de isofrecuencia de la primera banda (hasta 1500 Hz aproximadamente) respectivamente a los tres casos introducidos justo anteriormente para explicar lo de la banda prohibida, centradas en Γ :

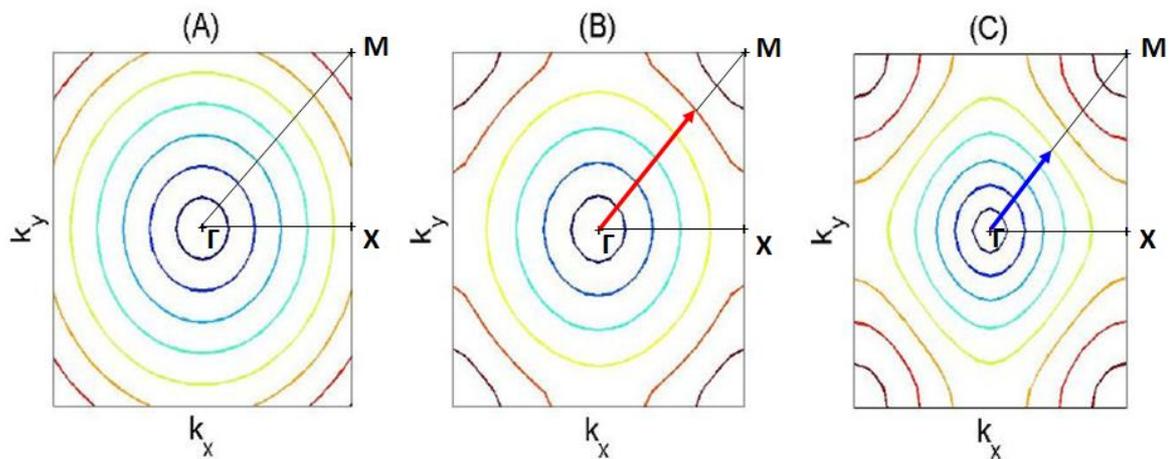


Fig. 8. Curvas de isofrecuencia correspondientes a los tres casos respectivos de la figura 7

II.2.4.1. Dispersión lineal

Una curva totalmente circular representa una relación de dispersión lineal. Se encuentra otra vez una dispersión totalmente lineal en la figura 8A simulando el caso de un cristal bidimensional con una estructura cuadrada con difusores infinitesimales. A la salida del cristal, las ondas se someten a una difracción simple.

II.2.4.2. Autocolimación

Cuando la curva tiene una parte rectilínea, eso significa que el haz se propaga en el medio conservando su anchura en la dirección correspondiente, tal como un láser en óptica. Como se puede observar en el segundo y tercer caso (*cf.* flechas roja y azul en las figuras 9B y 9C), este fenómeno aparece a frecuencias particulares para esta banda en la dirección ΓM , eso es la

autocolimación. Esta propiedad presenta un gran interés para el diseño de fuentes sonoras ultra direccional.

II.2.4.3. Focalización

Por fin, existe una tercera situación observable en las figuras 9B y 9C: la curvatura negativa. En este caso, hay una refracción negativa, fenómeno extremadamente raro muy poco observado experimentalmente hasta esos años (en óptica, en los metamateriales en el dominio de las microondas y en el caso de los cristales sónicos). De hecho, es una refracción con un índice n negativo, o que la velocidad de fase $v_{\phi} = \frac{c}{n}$ sea negativa. Eso tiene como efecto la concentración del haz en vez de su dispersión: es la focalización. La onda transmitida en el medio, a ciertas frecuencias, tendrá su energía concentrada en un punto del eje del haz, y eso es la distancia focal. La figura 9 muestra este fenómeno de manera esquemática según la anchura del haz incidente:

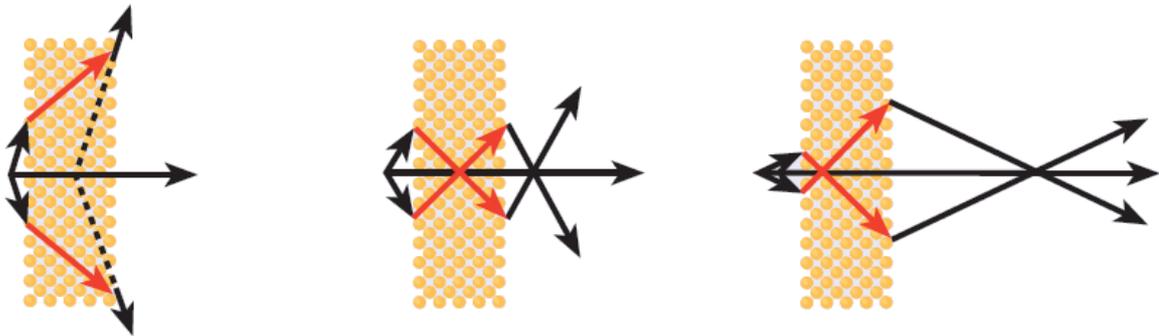


Fig. 9. Ilustración del fenómeno de refracción negativa en un cristal de sonido

En el primer esquema, las refracciones son positivas, no hay focalización. Los dos otros esquemas muestran refracciones negativas dando lugar a una distancia focal alejándose tanto como el haz incidente es pequeño. Sin embargo, pueden aparecer aberraciones y distorsión como en óptica, lo que permite identificar tres regímenes de focalización dependiendo del tamaño del haz enviado en el cristal sónico [1]:

- Régimen ideal (o sin aberración – haz incidente ancho): Este régimen aparece cuando el espectro espacial es tan pequeño que el segmento correspondiente de la curva de dispersión espacial puede ser considerada como parabólica.
- Haz incidente de tamaño intermedio: este régimen de focalización tiene aberraciones (distancia focal imprecisa comparable a las aberraciones cromáticas en óptica).
- Haz incidente estrecho: la focalización aquí está con una distorsión significativa del espectro espacial lo que en consecuencia reduce la calidad. La focalización en el último límite se afecta también por las curvas de dispersión espacial de la banda vecina.

El experimento llevado para esta tesis trabaja en un régimen cerca del régimen ideal.

Los coeficiente de difracción $K_{\parallel} = K_{\parallel}(K_{\perp})$ se determinan por la forma de las curvas de dispersión espacial y se determinan por una serie. Luego se puede expresar analíticamente tomando un factor de empaquetamiento débil $ff = \pi \left(\frac{r}{a}\right)^2 \approx O(\varepsilon^2)$ y una condición de proximidad de una banda prohibida $\Delta\Omega = \frac{\Omega_g - \Omega}{\Omega_g} \approx O(\varepsilon)$ siendo Ω_g la frecuencia central de la banda prohibida, Ω la frecuencia considerada y $\varepsilon > 0$.

Con esas hipótesis, el coeficiente de difracción K_{\parallel} se puede expresar de la forma:

$$K_{\parallel} = d_0 + d_2 K_{\perp}^2 + d_4 K_{\perp}^4 + \dots \quad (19)$$

Donde cada coeficiente depende de la incidencia del haz y del factor de empaquetamiento ff de la estructura.

Esos coeficientes se pueden expresar por:

$$d_0 = \alpha \Delta\Omega + O(\varepsilon) \quad (20)$$

$$d_2 = \alpha \left(1 - \frac{ff^2}{\Delta\Omega^3} \right) + O(\varepsilon) \quad (21)$$

$$d_4 = 2\alpha \left(\frac{1}{\Delta\Omega^2} - \frac{ff^2}{\Delta\Omega^5} \right) + O(\varepsilon^{-1}) \quad (22)$$

Donde α es un factor geométrico dependiendo del índice de banda. Para la primera banda, se toma $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ y la segunda $\alpha = 1$. El término $\Delta\Omega \geq 0$ es el término de desvío frecuencial donde $\Delta\Omega = 0$ representa el centro de la banda prohibida.

El modelo utilizado considera el caso de un haz gaussiano ancho (espectro espacial gaussiano estrecho) y tiene una focalización parabólica (sin aberración). No se considera ninguna distorsión de los haces gaussianos debidos a correcciones de difracción de orden superior: $d_4 K^4 \rightarrow 0$. Los resultados en la forma del modelo son bastante simples. La anchura del haz a la distancia focal siempre es la misma que la de haz inicial. Eso se explica con el hecho de que la anchura espectral del haz no cambia durante toda la propagación. Luego, se calcula la distancia focal detrás del cristal considerando el hecho que las componentes del espectro espacial son mutuamente en fase en el plano focal. Significa que $d_2 L + z_f = 0$ (con L la longitud del cristal sónico), es decir en función de los parámetros del cristal:

$$z_f = -\alpha L \left(1 - \frac{ff^2}{\Delta\Omega^3} \right) \quad (23)$$

En esta ecuación, la distancia focal desaparece al punto de no-difracción ZDP $|\Delta\Omega_{ZDP}| = ff^{\frac{2}{3}}$ y aumenta de manera monótona hacia $+\infty$, como lo muestra la figura 10.

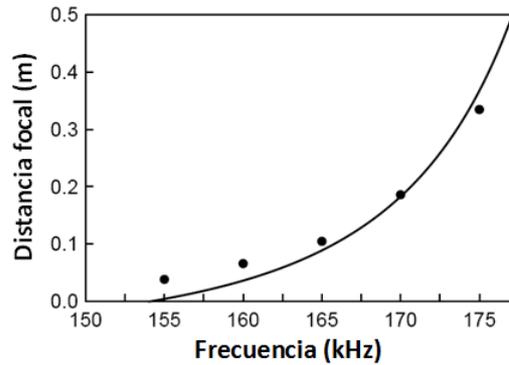


Fig. 10. Representación analítica de la evolución de la distancia focal en función de la frecuencia en un cristal sónico 2D con un estructura cuadrada de difusores cilíndricos de radio $r = 0,8\text{mm}$, parámetro de red $a = 5,25\text{mm}$ y factor de empaquetamiento $ff = 0,073$

III. Experimento

III.1. Objeto del experimento

El equipo de investigación de laboratorio de acústica de la Escuela Politécnica Superior de Gandía ha diseñado varios prototipos de cristales sónicos con varillas cilíndricas en acero. Entre ellos se encuentra un cristal tridimensional que se puede considerar como dos estructuras bidimensionales cuadradas entrecruzadas (*cf.* Fig. 1), cada una compuesta por 20×20 cilindros en acero de radio $r_0 = 0,8 \text{ mm}$. El parámetro de red de la estructura cristalina vale $a = 5,25 \text{ mm}$ y se puede calcular el factor de empaquetamiento utilizando la ecuación 6 (página 8):

$$ff_{cs3D} = \frac{2\pi r_0^2}{a^2} = \frac{2\pi \times (0,8 \cdot 10^{-3})^2}{(5,25 \cdot 10^{-3})^2}$$

Es decir:

$$ff_{cs3D} = 0,146$$

El objeto del experimento es medir las distancias focales de este cristal para frecuencia entre 150 kHz y 300 kHz.

III.2. Configuración material

Para llevar este experimento, se ha sumergido el cristal en un tanque de agua destilada, a una altura tal como la superficie del agua y el fondo sean a la misma distancia para evitar al máximo los efectos de reflexión de ondas con las dos superficies esas. En la entrada del cristal, se coloca un transductor *Simrad sn 101 Complete* conectado a un amplificador *E&I 1040L* y a un ordenador. A

la salida del cristal se encuentra un hidrófono *Reson TC4038* al final de un brazo motorizado con la capacidad de hacer traslaciones según tres direcciones ortogonales X, Y y Z.

III.2.1. Presentación del programa

La programación de la señal enviada en el emisor, el control del brazo automatizado así como la visualización de la señal captada por el receptor se efectúa a partir de un programa único de LabView llamado Ejes MOCO.

Al nivel de la interfaz gráfica, ventanas permiten arreglar la señal enviada (frecuencia, amplitud, número de ciclos por adquisición, filtraje, ...), las opciones gráficas (tiempo de adquisición, filtros, ...) y el tipo de medida mientras que comandos lanzan la adquisición. Tres páginas permiten la navegación entre los últimos resultados obtenidos para cada tipo de medida y una cuarta permite el pilotaje del autómat. La ventana gráfica permite analizar la señal medida gracias a herramientas de zoom y opciones de muestra y de exportación.

Este programa permite enviar una señal al transductor y mostrar la señal captada por el hidrófono en forma de ondas (*cf.* Fig. 11). Se pueden efectuar tres tipos de medidas:

- La medida simple: emisión/recepción simple de varios pulsos, el resultado mostrado será la señal media.
- El barrido lineal: se efectúan varias medidas simples según un eje con un paso predefinido.
- El barrido plano: se efectúan varias medidas simples según un plano con un paso predefinido para cada eje.

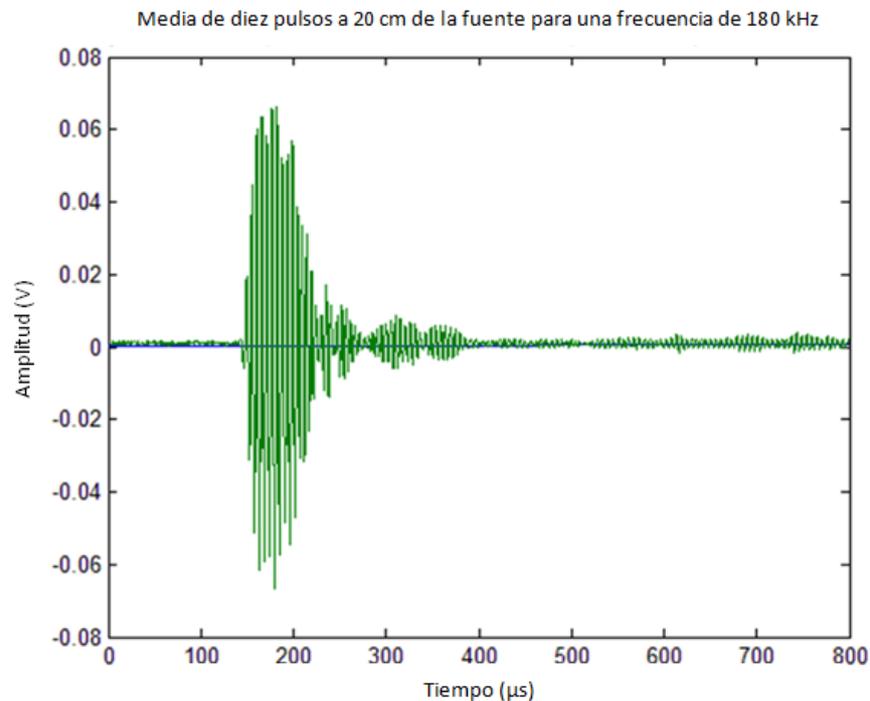


Fig. 11. Medida simple – media de diez pulsos a 20 cm de la fuente (con el cristal 3D) para una frecuencia de 180kHz

III.2.2. Colocación del montaje

En primer lugar, se pone el receptor al brazo robótico en una posición horizontal con dos clips de plástico para asegurarse de su estabilidad (cf. Fig. 12).



Fig. 12. Foto del hidrófono *Reson TC4038*

Luego, hay que colocar el transductor emisor en el tanque (cf. Fig. 13). El haz generado tiene que propagarse según un eje el más alineado que posible con el eje Z. Una manera de verificar esta colinealidad es medir linealmente según los ejes X e Y a una posición cerca del emisor (por ejemplo 10 cm). Se obtiene una curva como lo muestra la figure 14 permitiendo verificar o arreglar el cero del eje al medio del haz (donde la amplitud es



Fig. 13. Foto del transductor *Simrad sn 101 Complete*

máxima). Luego, se repiten esas medidas a una distancia mucho más alejada de la fuente (por ejemplo 25 cm), otra vez según los ejes X e Y. La curva obtenida tiene la misma forma pero más ancha, la idea es verificar que el cero del eje arreglado a la medida anterior aún corresponda al centro del haz. Si se observa una desviación, hay que corregir la posición del emisor y empezar de nuevo las medidas. Si el haz se queda recto en las dos direcciones sobre una larga distancia, el montaje es correcto y solo queda colocar el cristal sónico tridimensional justo detrás del emisor, colocado de vista el más centrado como posible.

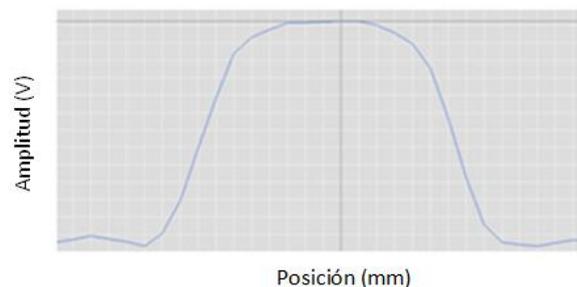


Fig. 14. Forma de un barrido lineal efectuado para verificar el alineamiento del transductor con el eje Z de traslación del autómeta

La figura 15 muestra una vista global del montaje en el tanque, con el hidrófono en posición inicial al más cercano del cristal sónico.

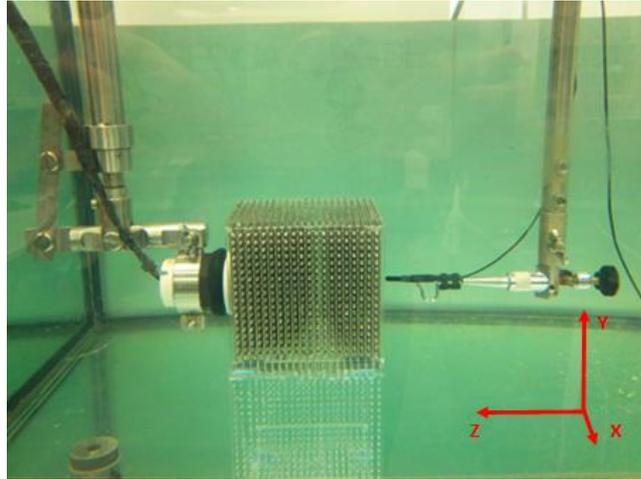


Fig. 15. Foto del montaje con el hidrófono en posición inicial

III.2.3. Obtención de las medidas

El transductor emisor envía en el cristal 10 ciclos de una señal sinusoidal amplificada con un periodo de 100 ms entre cada uno.

El receptor capta y digitaliza la señal a la salida del cristal durante 800 μ s.

La adquisición de las medidas se efectúa de esta manera:

- Para una frecuencia dada, se efectúa un barrido lineal según el eje Z desde $z = 110$ mm (salida del cristal de sonido) hasta $z = 430$ mm con un paso de 1 mm, tomado 10 medidas por puntos.
- En función de la forma de la curva obtenida, una o varias distancias focales se pueden observar (máximo local de amplitud de la señal recibida). Para esas distancias se ha efectuado otros barridos lineales según los ejes X e Y para observar la anchura del haz en los planos focales según las dos direcciones.
- Los datos numéricos de cada medida se graban para luego procesarlos con MatLab.

Se ha realizado esta maniobra 31 veces, para frecuencias entre $f = 150$ kHz y $f = 300$ kHz cada $\Delta f = 5$ kHz.

Se adjunta la integridad de las medidas en anexo A al final de la tesis.

IV. Resultados

IV.1. Evolución de la distancia focal con la frecuencia

Al agrupar todos los barridos lineales según el eje Z en una única gráfica en función de la frecuencia se obtiene como resultado:

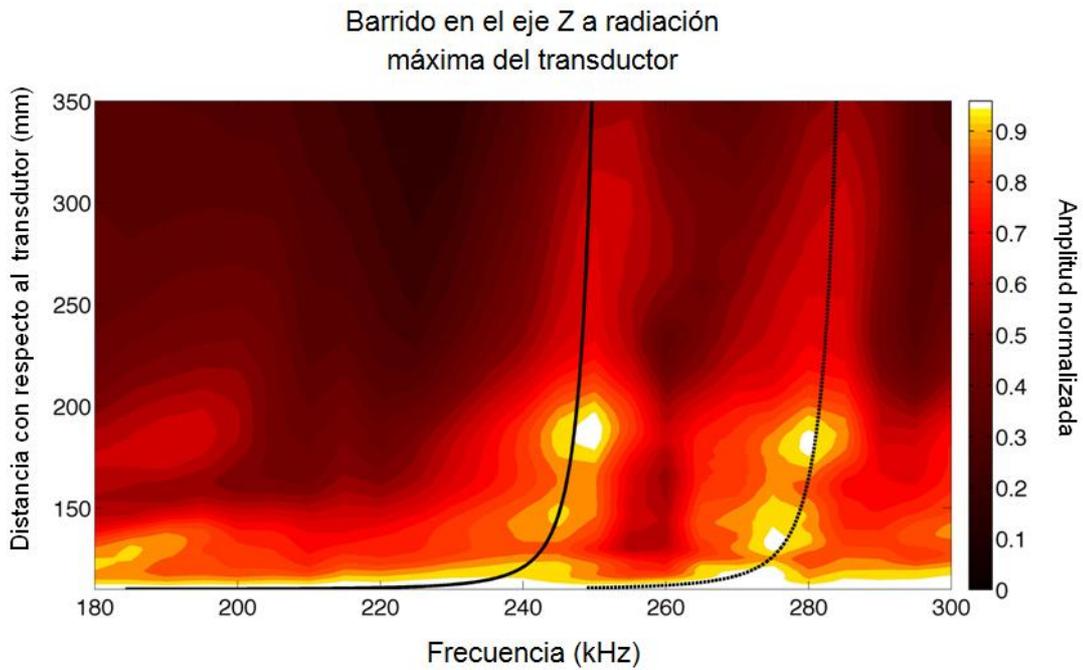


Fig. 16. Resultado global de los barridos lineales según el eje Z ilustrando la amplitud en función de la frecuencia y de la distancia con respecto a la fuente

Esta curva de niveles de amplitud (con 20 niveles) permite observar claramente la evolución de la distancia focal (dada por la escala de colores) en función de la frecuencia. En la zona situada entre 200 kHz y 260 kHz se encuentra la segunda banda de propagación del cristal de sonido, y entre 260 kHz y 290 kHz se encuentra la segunda. De eso salen algunos comentarios:

- La banda prohibida aparece alrededor de 260 kHz, y luego es la tercera banda de propagación. La existencia de esta banda prohibida ya ha sido demostrado en estudios anteriores hechos por el equipo de investigación de la Escuela Politécnica Superior de Gandía, este resultado se acuerda con los resultados anteriores y demuestra una vez más su existencia. Además, una segunda banda prohibida podría existir, centrada alrededor de 290 kHz.
- Luego, la segunda y tercera banda de propagación siguen exactamente la ecuación establecida de manera analítica al párrafo II.2.4.3. (*cf.* ecuación 23, página 16). En efecto, según la banda prohibida considerada $\Delta\Omega$ (centrada en 260 kHz o alrededor de 290 kHz), esta ecuación forma las curvas negras continuas y de puntos en la gráfica tomando como factor de empaquetamiento f_{cs3D} calculado página 17 con la ecuación 6 (página 8).

- En los primeros centímetros a la salida del cristal, casi todas las medidas tienen como una distancia focal extremadamente cerca del sistema periódico de manera bastante similar al comportamiento en campo cercano de un transductor plano. El cristal sónico parece presentar una zona de Fresnel, cual podría ser interesante determinar en un estudio futuro.
- Un gran rango de frecuencias no tienen ninguna distancia focal evidente (entre 200 kHz y 300 kHz). Eso es lógico con las curvas de isofrecuencia explicadas a la página 14, las frecuencias las más bajas en un modo de propagación tienen una dispersión con una curvatura positiva, lo que no implica la refracción negativa que aparece a partir de 235 kHz.
- La normalización de la amplitud es hecha con respecto al máximo de amplitud de la señal recibida en el barrido lineal según el eje Z, y no con respecto a la amplitud de la señal penetrando el cristal (justo emitido por el transductor). Entonces, la gráfica no toma en cuenta la atenuación progresiva del haz saliendo cuando la frecuencia de la señal se acerca de la banda prohibida, atenuación observable al mirar las amplitudes no-normalizadas muy débiles en los barridos lineales según los ejes X e Y a las distancias focales alrededor de las 260 kHz (*cf.* anexo A). En efecto, al observar las primeras frecuencias del segundo modo de propagación (para la frecuencias entre 200 kHz y 230 kHz), se nota que la amplitud máxima al centro del haz es del orden de 0,12 mV, mientras que a partir de 250 kHz, esta amplitud a la distancia focal decrece hasta que vuelva ínfima a 260 kHz, la banda prohibida. A 250 kHz, la medida muestra una distancia focal muy visible, pero al observar la amplitud no-normalizada en la loncha del haz, la energía en este punto (a 8 cm del cristal) es en realidad menos potente que a 200 kHz para una distancia focal equivalente. Lo importante en esta observación solo es que no se pueden comparar las amplitudes entre ellas (excepto frecuencia por frecuencia), pero solo las distancias focales.

IV.2. Anchura del haz a la distancia focal

Los barridos lineales según los ejes X e Y permiten una visualización y una medida de la anchura del haz a la distancia focal. Para eso, se ha procesado de la misma manera que para calcular el ancho de banda a -3dB para un filtro paso banda en electrónica, es decir la distancia cuya la amplitud de la señal está superior a la amplitud máxima dividida por $\sqrt{2}$. Para ciertos perfiles, no hay problema para este cálculo, pero a veces el barrido lineal del eje X o Y a la distancia focal tiene una forma compleja y no es juicioso aplicar esta fórmula. Para que la medida sea más adecuada en

esos casos, se ha hecho ajustamientos con el método de los mínimos cuadrados (con un orden 4 y 5) para obtener una curva alisada que permite medir una anchura aproximativa.

Así resulta la gráfica abajo, mostrando la anchura del haz a las distancias focales en los ejes vertical y horizontal en función de la frecuencia (*cf.* Fig. 17).

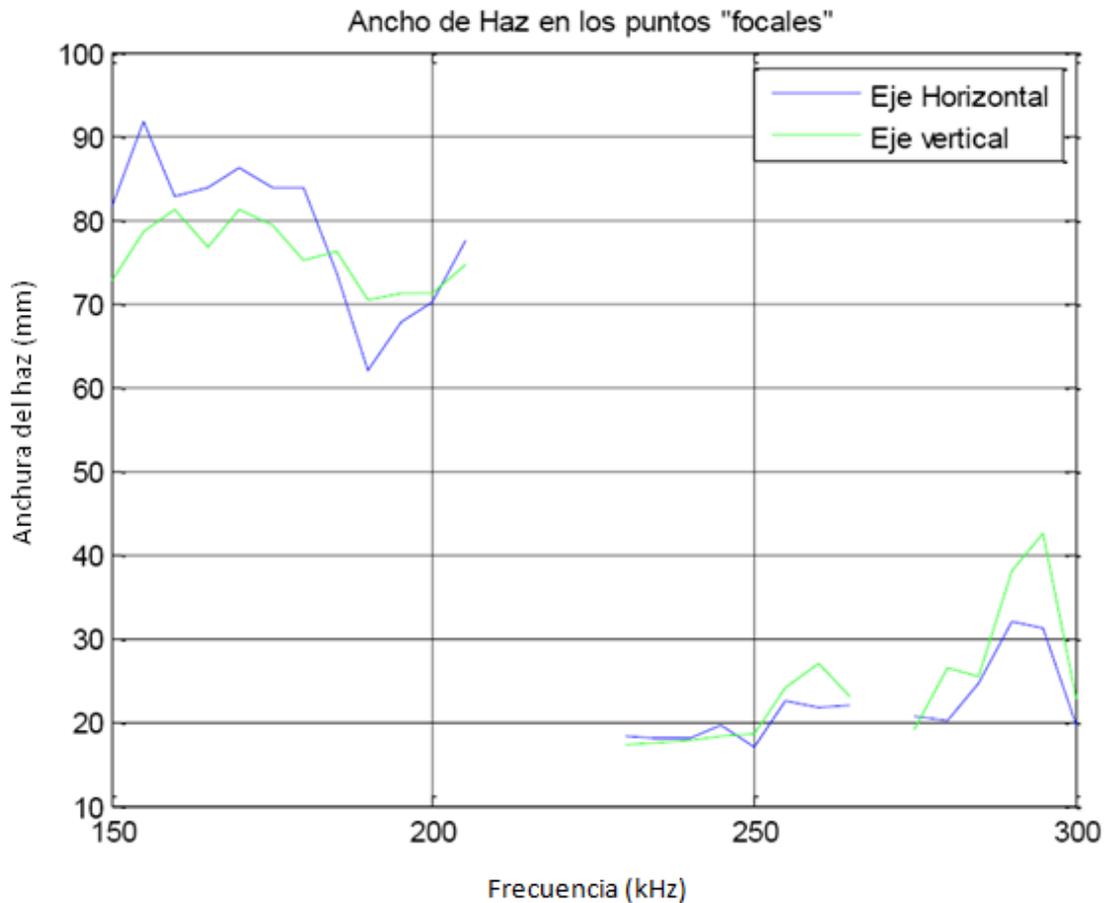


Fig. 17. Anchura del haz de salida a las distancias focales en función de la frecuencia

Se observa para el primer modo de propagación (hasta 200 kHz aproximadamente), el haz a la distancia focal queda casi tan largo como el cristal sónico, aunque tenga una distancia focal evidente según los barridos lineales según el eje Z (*cf.* Anexo A). Eso significa que la energía se concentra a la distancia focal sin restringir el haz en esta banda.

La primera mitad de la segunda banda de propagación no muestra ninguna focalización (*cf.* cuarta observación del párrafo IV.1, página 22). En cambio, a partir de los 230 kHz se observa una disminución del tamaño del haz con una evolución ligeramente creciente hacia la banda prohibida donde no hay más focalización porque no hay ningún modo de propagación. En esta zona, el tamaño del haz como su amplitud decrece hacia la banda prohibida.

Al principio de la tercera banda (después de 260 kHz), el haz empieza ensancharse de nuevo.

Siendo el parámetro de red de la estructura el mismo horizontalmente y verticalmente, y porque los difusores utilizados en las dos direcciones tienen el mismo radio, es lógico encontrar una variación idéntica de la anchura del haz en esas dos direcciones. Eso es otra particularidad del cristal 3D, un cristal 2D no tendría influencia en una de las dos direcciones según la orientación única de los difusores cilíndricos.

IV.3. Incertidumbres de los resultados

Esas medidas tienen incertidumbres principalmente debidas a dos causas: el alineamiento del transductor emisor y del cristal con los ejes de traslación de brazo motorizado; y las reflexiones de las ondas en el tanque.

IV.3.1. Estudio del alineamiento del montaje

Un posicionamiento perfecto del transductor emisor es muy difícil de conseguir y toma mucho tiempo. Idealmente, sin cristal, la presión acústica máxima del haz tiene que estar centrada en $x = y = 0$ a lo largo del eje Z. Cuando se visualiza la anchura del haz, puede ser fácil determinar el máximo cerca del cristal (*cf.* figura 18A), pero al alejarse de la fuente el radio de curvatura al centro del haz crece lo que vuelve el máximo más difícil de identificar (*cf.* figura 18B), a pesar de las herramientas de medida utilizadas. De hecho, pequeñas desviaciones verticales y horizontales pueden aparecer a una distancia alejada de la fuente. Después del posicionamiento del cristal, esas desviaciones pueden comportarse de manera compleja en el interior del cristal (incidencia no-normal) lo que va naturalmente influir en las medidas de las ondas saliendo del sistema periódico.

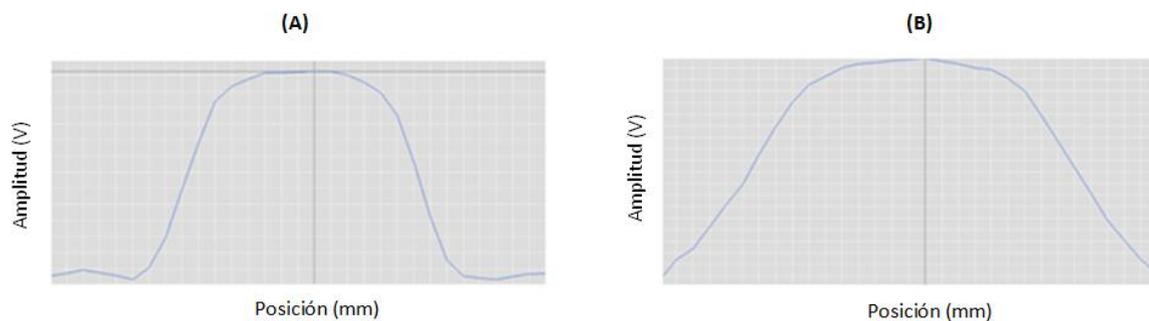


Fig. 18. Comparación de formas de barridos lineales según el eje X e Y a distancia cercana del cristal (A) y a otra distancia más alejada (B).

El posicionamiento del cristal es una fuente de imprecisión también. Al observar algunos resultados (por ejemplo la anchura del haz a 160 kHz y 195 kHz en el anexo A), se observa una asimetría en las curvas obtenidas con barridos lineales vertical y horizontal. En efecto, si el eje de radiación del transductor se sitúa al centro de un agujero (*cf.* el punto rojo en la figura 19), al centro de un segmento horizontal o vertical (*cf.* los puntos amarillo y azul en la figura 19) o en un eje de intersección entre los cilindros horizontales y verticales (*cf.* el punto verde en la figura 19), la propagación del haz a la salida del cristal no será totalmente la misma lo que una vez más influye las medidas.



Fig. 19. Ilustración de diferentes posiciones ideales del eje de radiación en la superficie de entrada del cristal.

En fin de evaluar la imprecisión de las medidas realizadas, se ha apuntado para cada distancia medida (las distancias focales) la desviación entre la abscisa del máximo del barrido lineal (según el eje X únicamente, solo para obtener una idea) y el cero el eje este definido en el programa. Se obtiene:

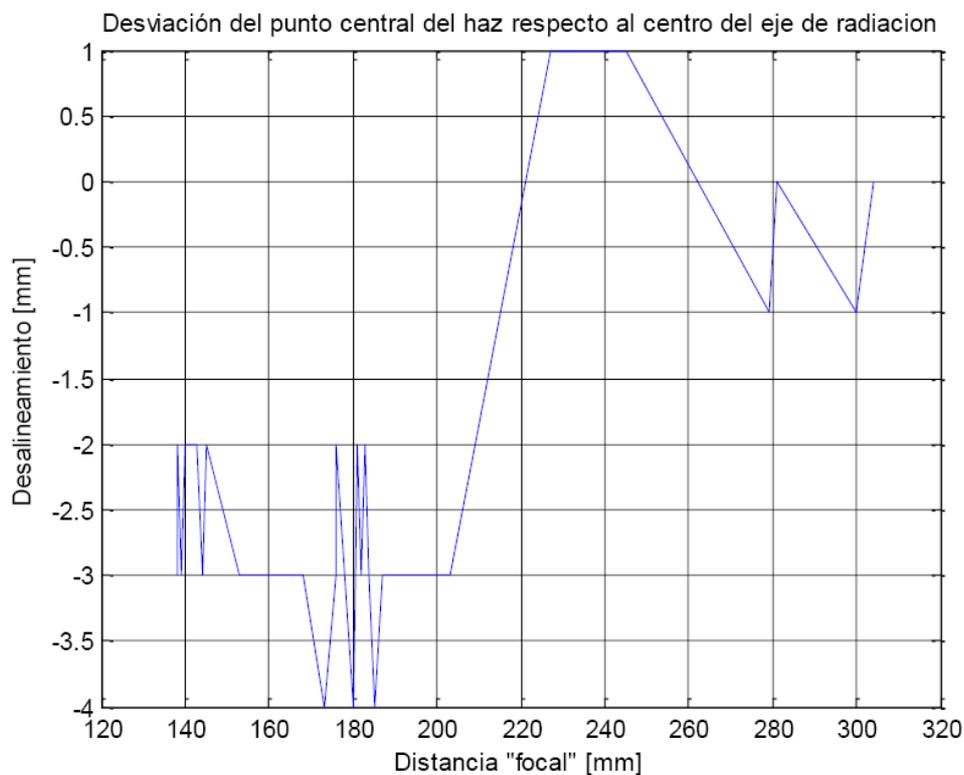


Fig. 20. Desviación del punto central del haz en el eje X con respecto al eje de radiación en función de la distancia focal

Se nota una desviación cerca de 3 mm para las distancias focales situadas en los veinte primeros centímetros detrás del cristal, luego extrañamente las desviaciones son más débiles para las distancias más alejadas. Esas desviaciones se atribuyen a ambas causas explicadas anteriormente. Para las distancias focales las más alejadas, hay que considerar un otro parámetro: las reflexiones de las ondas en las varias superficies del tanque.

IV.3.2. Estudio de las reflexiones en el tanque

Para trazar un barrido lineal según un eje, el programa utilizado traza en cada punto el valor máximo de una representación media calculada entre diez señales captados en esos puntos, señales teniendo la forma ilustrada en la figura 11, página 19. Ese máximo se sitúa casi siempre en la primera zona de la señal correspondiente al sonido directo captado por el hidrófono. Sin embargo, es posible que en varios casos, ondas reflexionadas se superpongan a la onda directa lo que influiría el valor máximo de la medida. Así es interesante estudiar esas reflexiones.

La figura 11 (página 19) representa la media entre diez pulsos de una señal sinusoidal captada a 200 mm del emisor (es decir casi 90 del cristal 3D).

La velocidad del sonido en el agua es $c = 1480$ m/s. El primer frente de ondas que alcanza el receptor es la señal directa saliendo del cristal. Al observar la gráfica, se ve que la señal empieza a $142 \mu\text{s}$ después de la emisión.

$$\frac{200 \cdot 10^{-3}}{142 \cdot 10^{-6}} = 1\,408,5 \text{ m/s} \approx c$$

Al dividir la distancia por el tiempo, se obtiene aproximadamente el valor de la velocidad del sonido en el agua.

El suelo y la pared de detrás están a casi 20 cm del eje de radiación, la superficie del agua y las paredes laterales del tanque están a 30 cm, y la pared del fondo está a casi 1 m de la fuente. Con una duración de adquisición de $800 \mu\text{s}$, las reflexiones debidas a la pared del fondo no tienen el tiempo para estar detectadas por el hidrófono. En cambio, hay que tomar en cuenta las paredes laterales, el suelo y la superficie del agua a partir de distancias de 20 cm detrás del cristal. Así, el primer tren de onda a amplitud fuerte puede corresponder a un momento dado a la suma de la onda directa y de las reflexionadas: pues el máximo es falso. Para reducir todas esas incertidumbres, habría que instalar un tanque anecoico o medir en un tanque mucho más grande.

IV.3.3. Otros comentarios

Por otra parte, el impacto del primer frente de onda sobre el hidrófono provoca un ataque antes de que la amplitud se estabilice. La mayoría de las veces, el máximo se apunta desde este ataque, pero no es representativo de la amplitud media de la señal captada por el hidrófono (*cf.* la medida a 150 kHz en el anexo A) y el programa toma este valor para construir los barridos lineales (y planos). Para aumentar la precisión de las medidas, hubiera hecho falta modificar el programa para apuntar un valor medio de la amplitud de la onda directa en vez del valor máximo de todo lo que se ha medido durante el tiempo de adquisición.

Se han hecho todas las medidas en una media de 10 ciclos. De hecho, este parámetro tiene mucha influencia sobre la calidad de los resultados. Más la media implica un número grande de valores, más se gana precisión y menos son los valores anormales. Sin embargo, añadir ciclos prolonga la duración de una medida, y cuando hay que hacer barridos lineales con precisión o barridos planos, la obtención de una simple curva puede tomar algunas horas. Así hay que encontrar un compromiso en la calidad y la duración de adquisición de los datos.

Finalmente, el tamaño del haz emitido por el transductor (aproximadamente 5 cm) es bastante grande con respecto al tamaño de los difusores del cristal (radio $r_0 = 0,8$ mm) para considerar que se trabaja en el régimen ideal de focalización (*cf.* parágrafo II.2.4.3 página 15). Sin embargo, este régimen en realidad es un régimen teórica, siempre habrá aberraciones, incluso ínfimas en un sistema real. Esas aberraciones provocan incertidumbres en la posición exacta de las distancias focales.

V. Conclusión

Las explicaciones teórica preliminares sobre los medios periódicas (sus definición y los parámetros para caracterizarlos) y sobre la propagación de ondas en esos medio han permitido traer una aclaración sobre el comportamiento de las ondas en un cristal sónico, así ayudando para obtener una idea sobre lo que debería estar observado en los resultados y para entender sus lógica. El experimento llevado a través de las numerosas medidas llega a resultados coherentes y, excepto las incertidumbres, son también satisfactorios en la medida en que se verifican ciertos resultados analíticas establecidos numéricamente.

En efecto, se puede concluir esta tesis con los puntos siguientes:

- La banda prohibida centrada en 260 kHz es demostrada.
- En la segunda banda de propagación del cristal 3D estudiada (200 kHz ~ 260 kHz), hay una focalización evidente del haz solamente a partir de 235 kHz y sigue la ley definida en ecuación 23, es decir $z_f = -L \left(1 - \frac{ff^2}{\Delta\Omega^3}\right)$ siendo L la longitud del cristal, ff el factor de empaquetamiento y $\Delta\Omega$ la condición de proximidad de la banda prohibida centrada en 260 kHz.
- El cristal 3D sigue propiedades en campo cercano muy similares a la zona de Fresnel de un transductor plano. Pues el cristal tres es un difusor comportándose como una fuente en campo cercano.
- El primer modo de propagación presenta distancias focales donde el haz no se estrecha; al contrario, al segundo modo el haz se estrecha de cuatro veces su tamaño inicial a las distancias focales.
- La precisión del montaje tiene una importancia en la precisión de los resultados. La obtención de las lonchas del haz por barridos planos no se podría hacer con la precisión del montaje del experimento de esta tesis.

En un trabajo futuro, podría ser interesante elaborar un método muy preciso para alinear los componentes del montaje para obtener representaciones planas de las lonchas de haz según los modos de propagación. En efecto, existe diferentes tipos de formas para esas lonchas mostrando particularmente una conservación de la estructura del cristal en la propagación en campo libre detrás de la estructura, cuya la existencia se ha observado en un estudio mío anterior. Más lejos aún, se podría diseñar otros tipos de cristales 3D y llevar los mismos estudios hasta que se almacena suficientemente conocimientos para diseñar una aplicación industrial de los cristales sónicos en el rango de los ultrasonidos.

Agradecimientos

En primer lugar, deseo agradecer a mis directores Serge Dos Santos y Víctor Sánchez Morcillo sin quien el trabajo de esta tesis nunca hubiera sido posible. Agradezco también Alejandro Cebrecos Ruiz para su ayuda preciosa así como Manon Viarouge y Sylvie Martin por sus colaboraciones. Para terminar, quiero dar una atención particular a todos los investigadores y profesores del laboratorio de acústica de Gandía para sus ayudas en las varias manipulaciones del material.

Bibliografía

- [1] V. J. Sánchez Morcillo, K. Staliunas, V. Espinosa, I. Pérez Arjona, J. Redondo y E. Soliveres, « *Propagation of sound beams behind sonic crystals* », *Physical Review B* 80, 134303 (2009)
- [2] E. Soliveres, V. Espinosa, I. Pérez Arjona, V. Sánchez Morcillo y K. Staliunas, « *Self collimation of ultrasound in a three-dimensional sonic crystal* », *Applied Physics Letters* 94, 164101 (2009)
- [3] V. Espinosa, V. Sánchez Morcillo, K. Staliunas, I. Pérez Arjona y J. Redondo, « *Subdiffractive propagation of ultrasound in sonic crystals* », *Physical Review B* 76, 140302(R) (2007)
- [4] D. Vicent Romero García, « *On the control of propagating acoustic waves in sonic crystals: analytical, numerical and optimization techniques* », 2010.
- [5] Charles Kittel, « *Introduction to Solid State Physics* », Wiley; 8ª edición (11 de noviembre de 2004).
- [6] John D. Joannopoulos, Steven G. Johnson, Joshua N. Winn, y Ronert D. Meade, « *Photonic Crystals, Molding the Flow of Light* », Princeton University press (2008)
- [7] C.M Soukoulis, éditeur. « *Photonic Crystals and Light Localization in the 21st Century* », Kluwer Academic Publishers (2001)
- [8] C.M. Soukoulis, éditeur. « *Photonic band gap and localization. Plenum Press* » (New York), (1993)
- [9] J. V. Sánchez Pérez, D. Caballero, R. Martínez Sala, C. Rubio, J. Sánchez Dehesa, F. Meseguer, J. Llinares, y F. Gálvez, « *Sound attenuation by a two-dimensional array of rigid cylinders* » *Physical Review Letters*, 80(24):5325–5328 (1998)
- [10] I. Pérez Arjona, V. J. Sánchez Morcillo, J. Redondo, V. Espinosa, y K. Staliunas. « *Theoretical prediction of the nondiffractive propagation of sonic waves through periodic acoustic media* », *Physical Review B*, 75(014304):014304 (2007)
- [11] E. Yablonovitch, « *Inhibited spontaneous emission in solid state physics and electronics* », *Physical Review Letters*, 58:2059 (1987)
- [12] S. John. Strong, « *Localization of photons in certain disordered dielectric superlattices* ». *Physical Review Letters*, 58(23):2486 (1987)
- [13] A. Lonni, « *Conception d'une source ultrasonore ultra-directive par l'utilisation des cristaux soniques* », 2010.

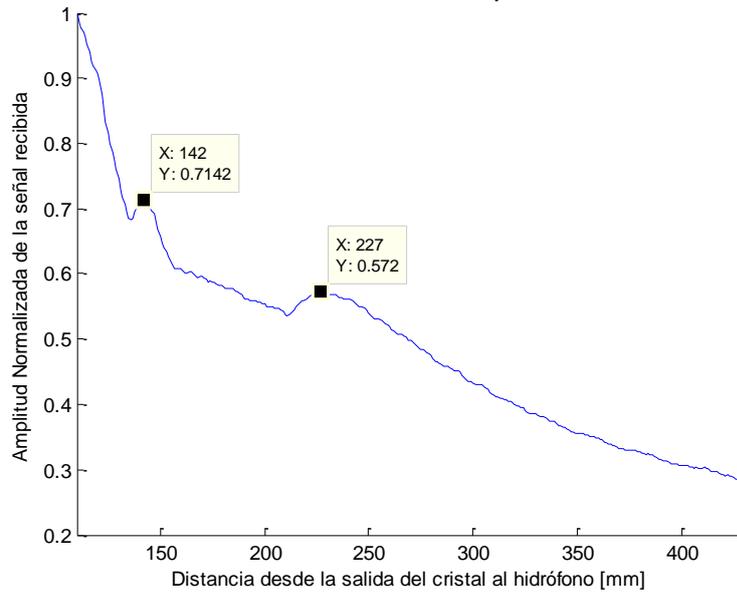
Anexo A - Medidas

Las veinte-nueve próximas páginas son la integralidad de los barridos lineales según el eje Z efectuados para cada frecuencia entre 150 kHz y 300 kHz por paso de 5 kHz mostrando la evolución de la amplitud normalizada de la señal recibida por el hidrófono según la posición en el eje Z. Si se ha detectado una o varias distancias focales, se han hecho otros barridos lineales según los ejes X e Y para medir la anchura del haz a esta distancia.

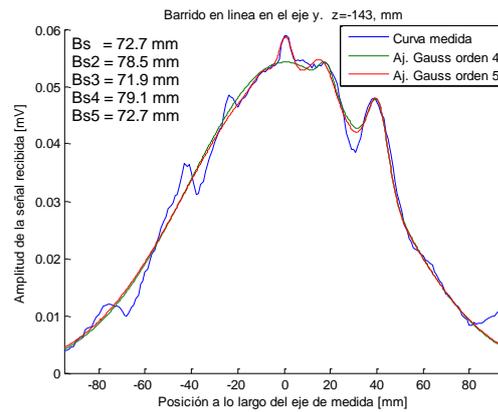
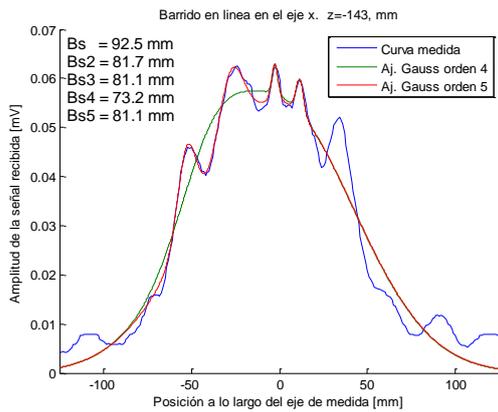
En el orden, una página presenta el barrido lineal según el eje Z, seguido por pares de gráficas ilustrando el perfil de la señal según los ejes X e Y en el plano focal indicado, con los ajustamientos por el método de los mínimos cuadrados de orden 4 y 5 (explicaciones parágrafo IV.2 página 22).

1. $f = 150 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

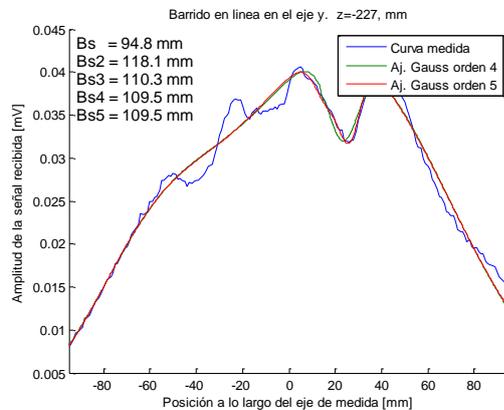
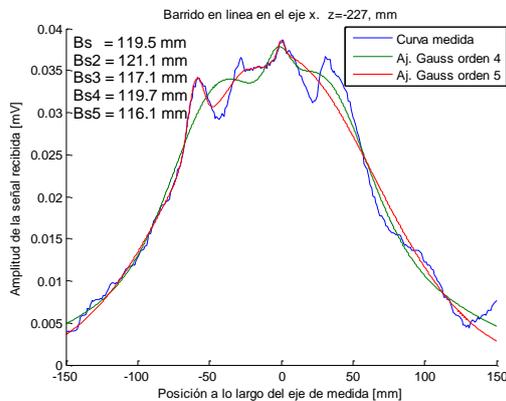
Barrido en línea en el eje z



1º punto focal $z = 142 \text{ mm}$

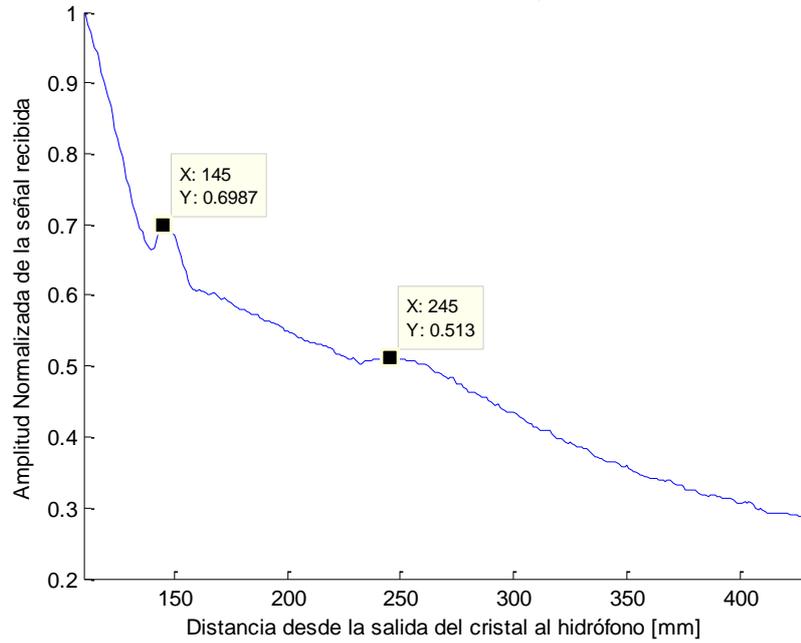


2º punto focal $z = 229 \text{ mm}$

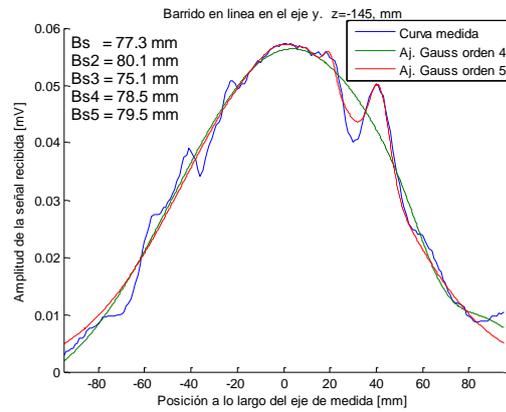
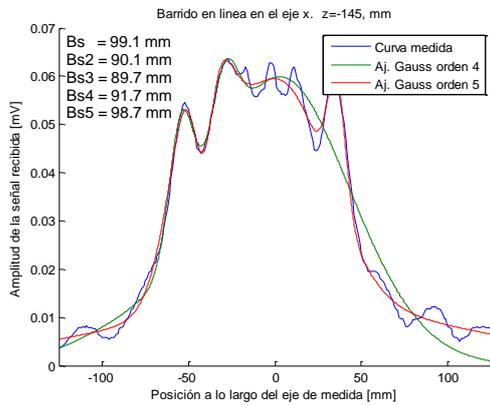


2. $f = 155 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

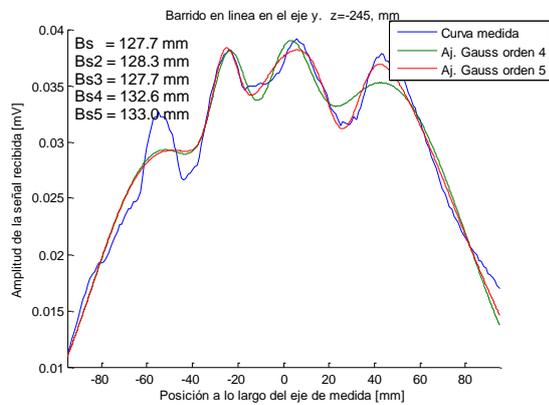
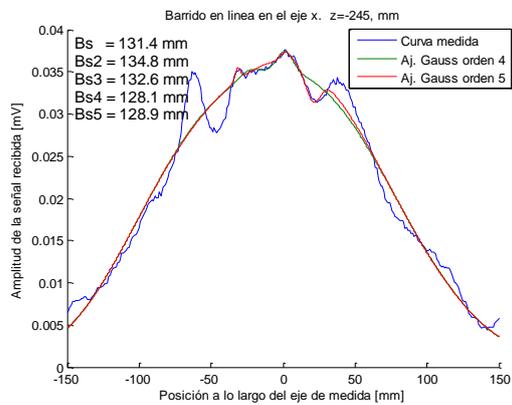
Barrido en línea en el eje z



1er punto focal $z = 145 \text{ mm}$

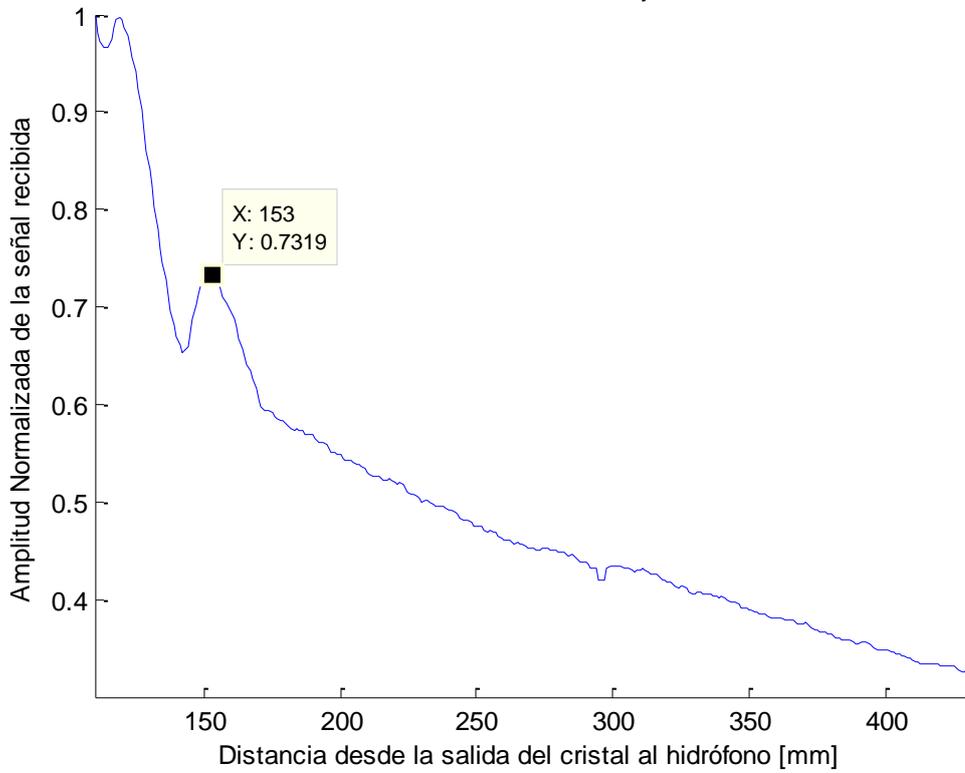


2º punto focal $z = 245 \text{ mm}$

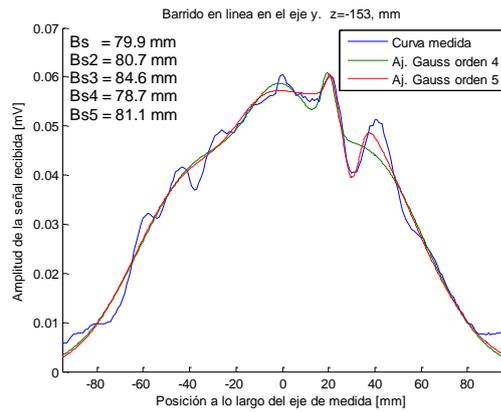
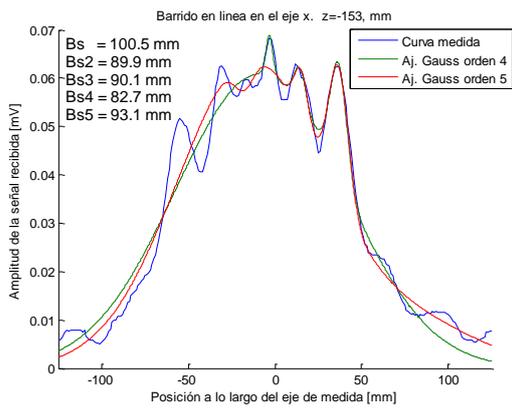


3. $f = 160 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z

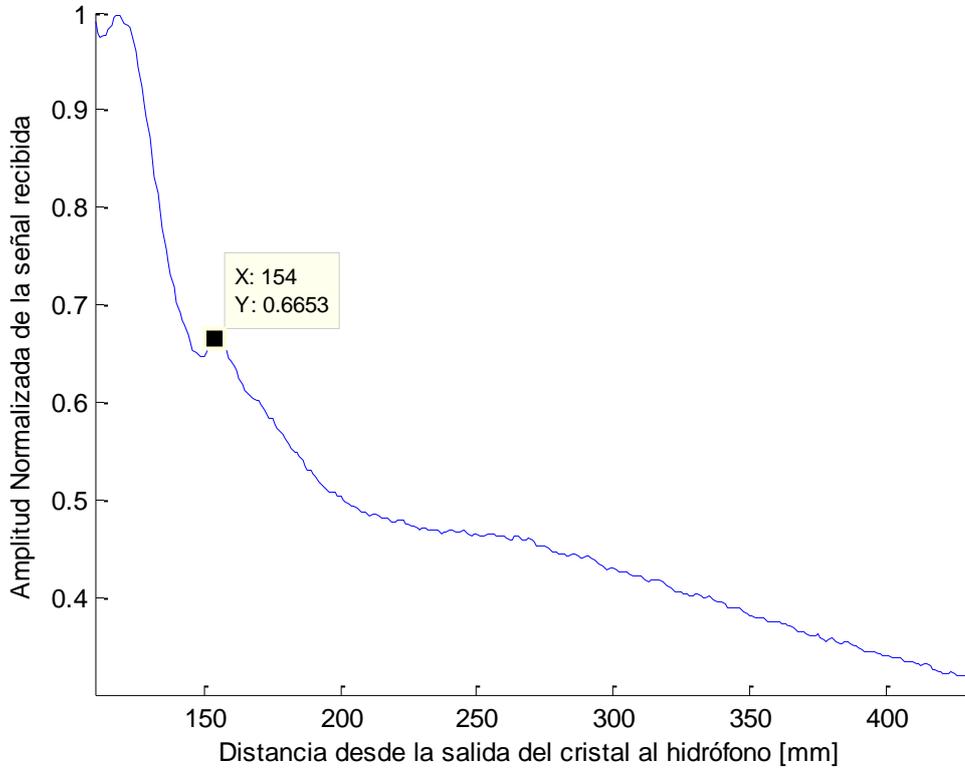


Punto focal $z = 153 \text{ mm}$

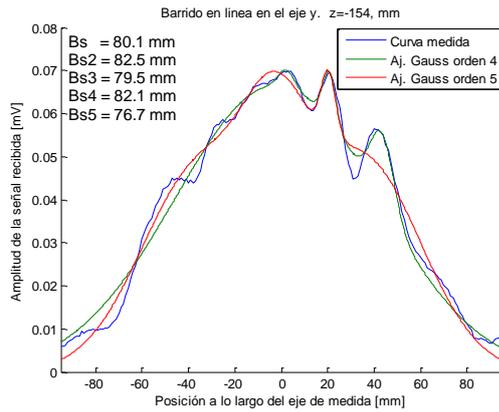
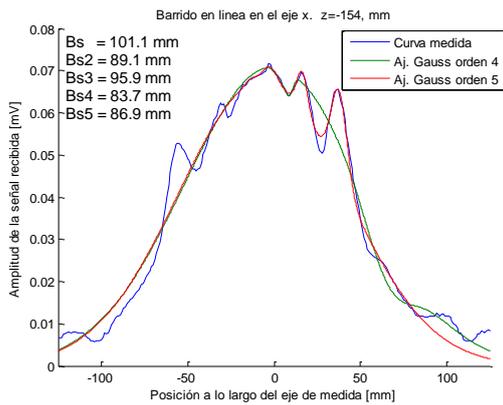


4. $f = 165 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z

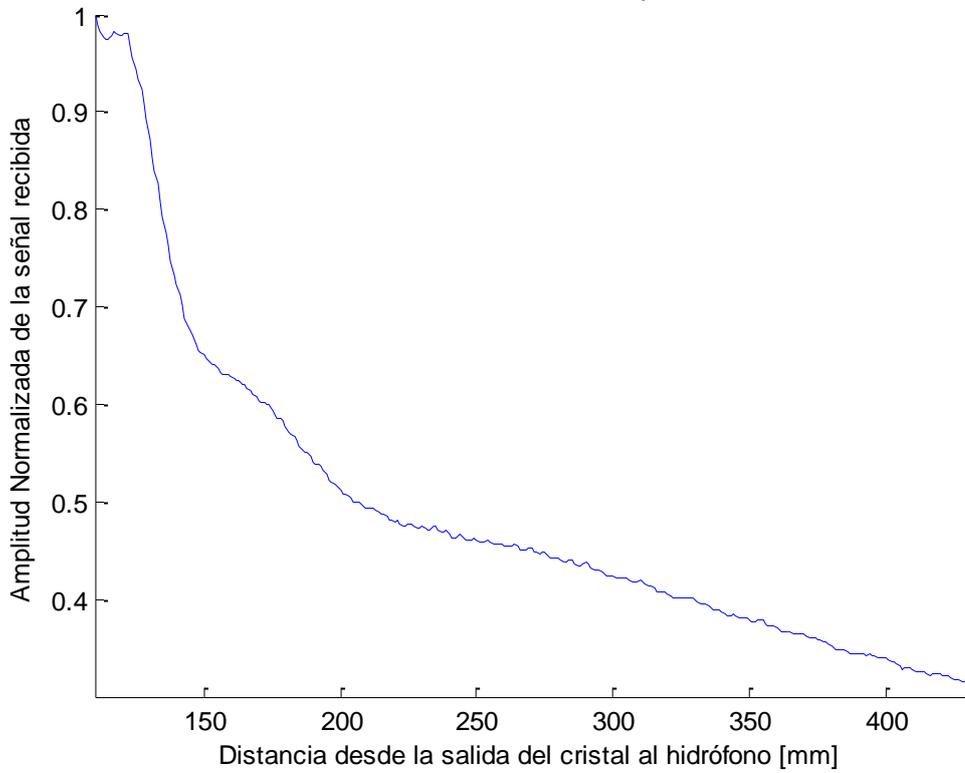


Punto focal z = 154 mm

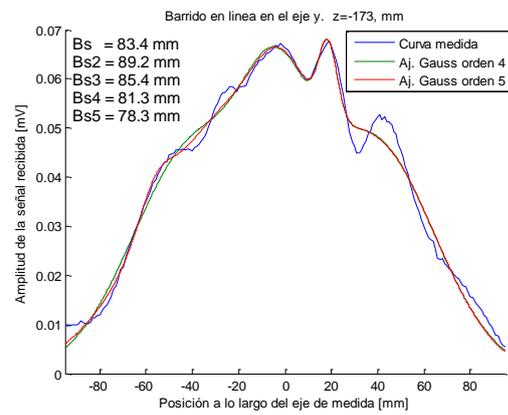
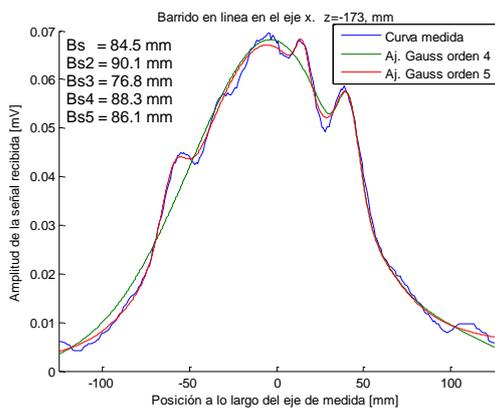


5. $f = 170 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z

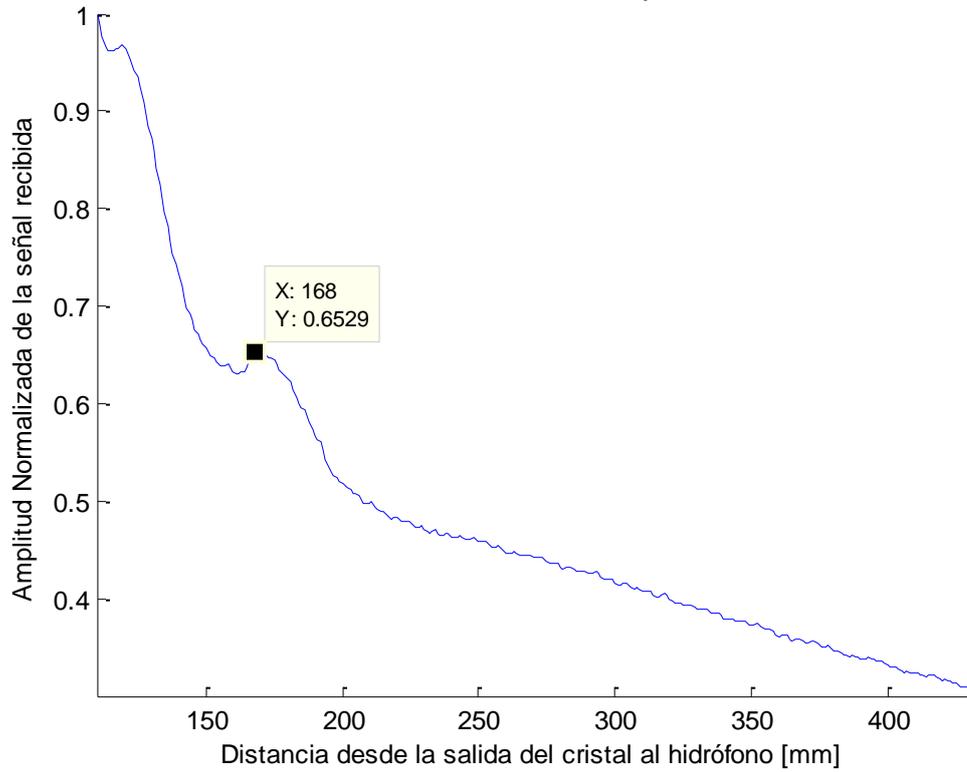


Punto focal $z = 173 \text{ mm}$

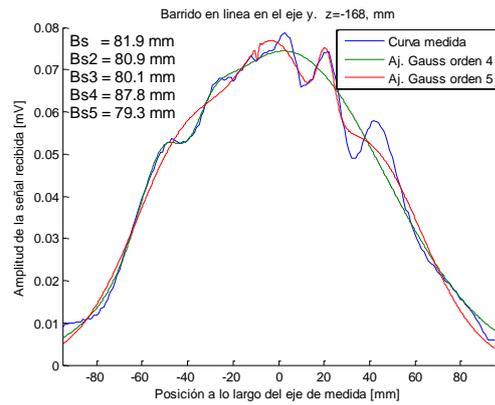
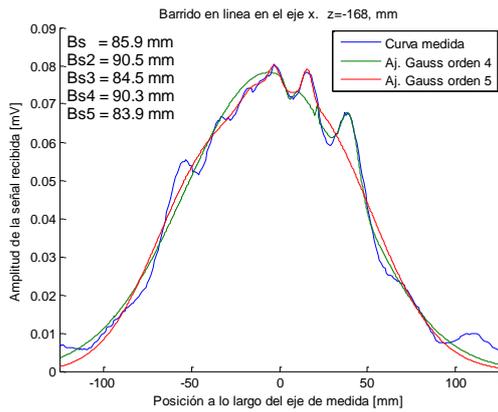


6. $f = 175 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z

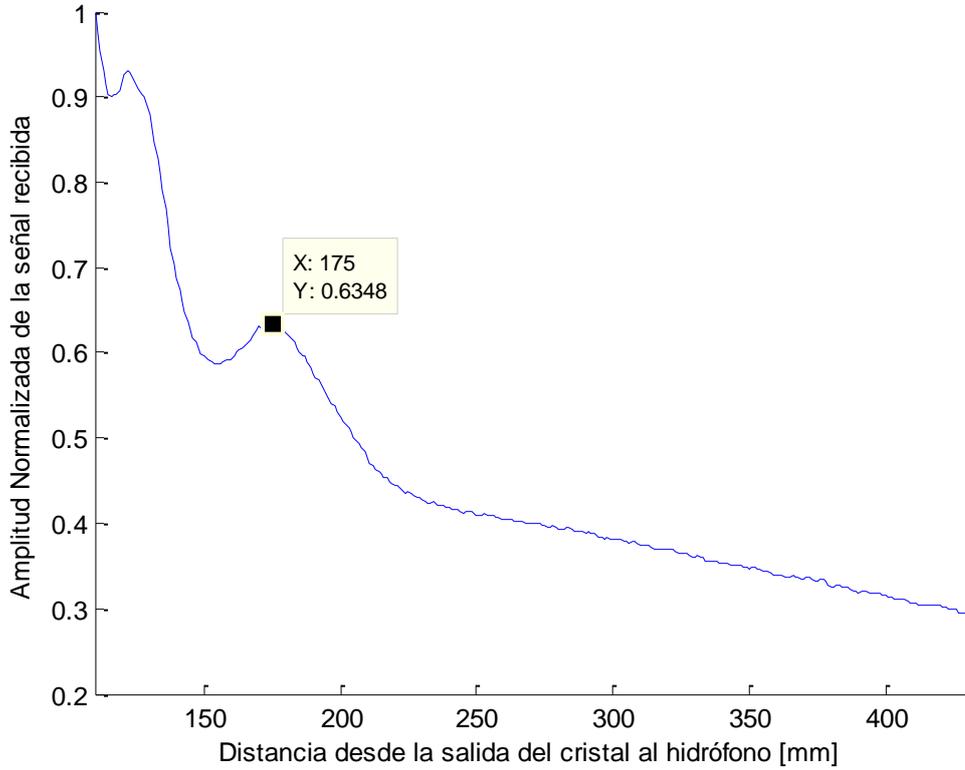


Punto focal $z = 168 \text{ mm}$

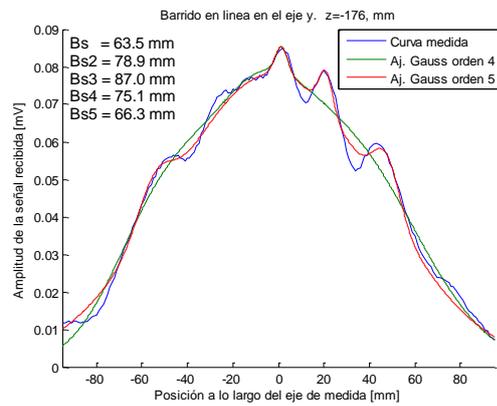
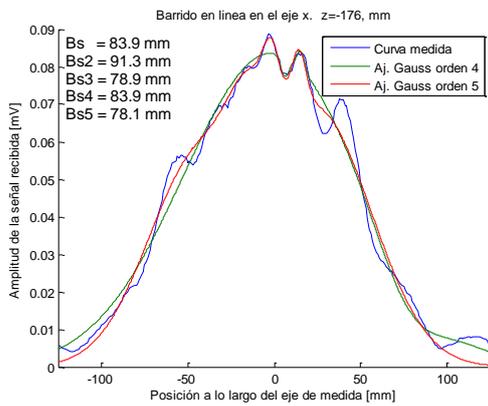


7. $f = 180 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z

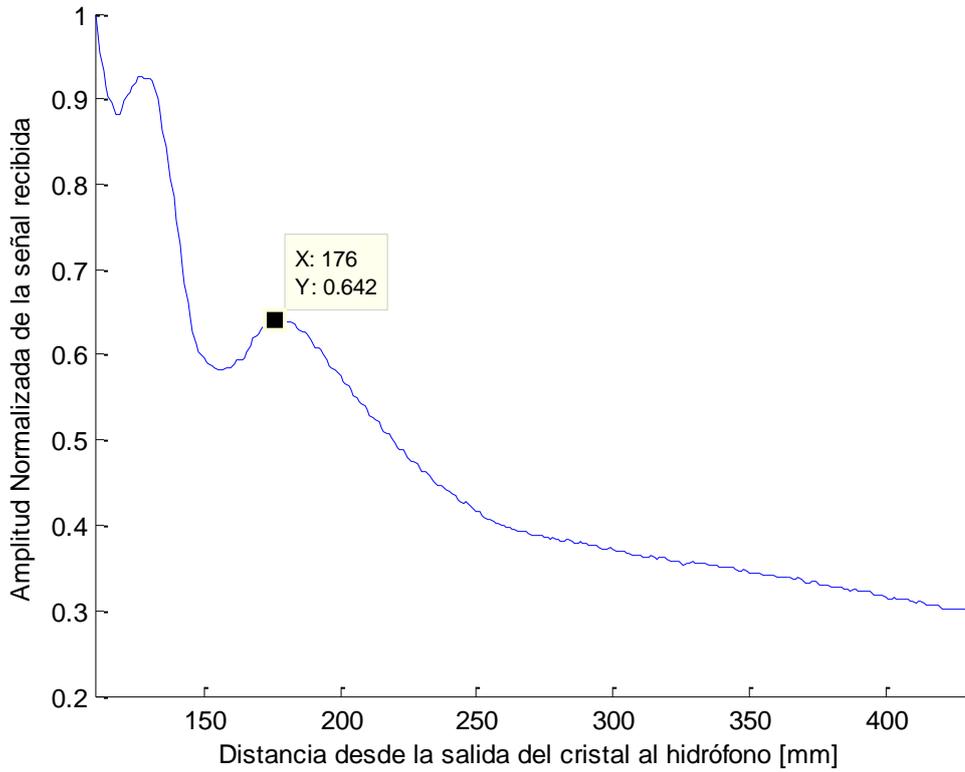


Punto focal $z = 168 \text{ mm}$

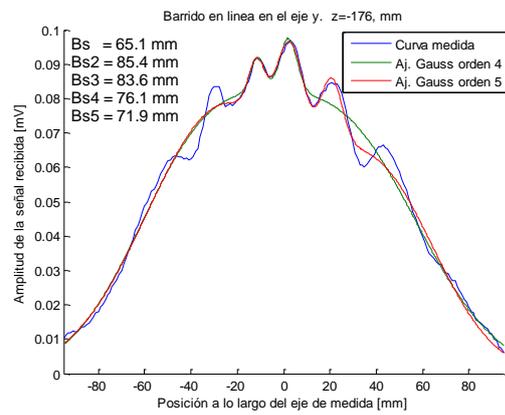
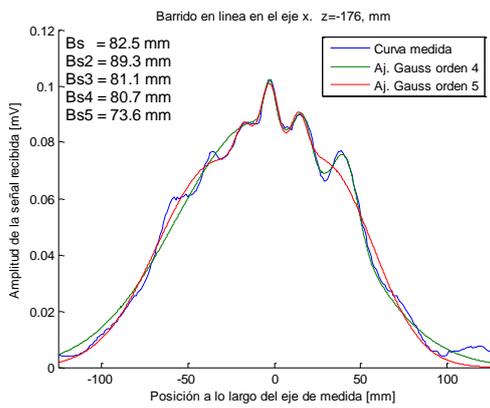


8. $f = 185 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z

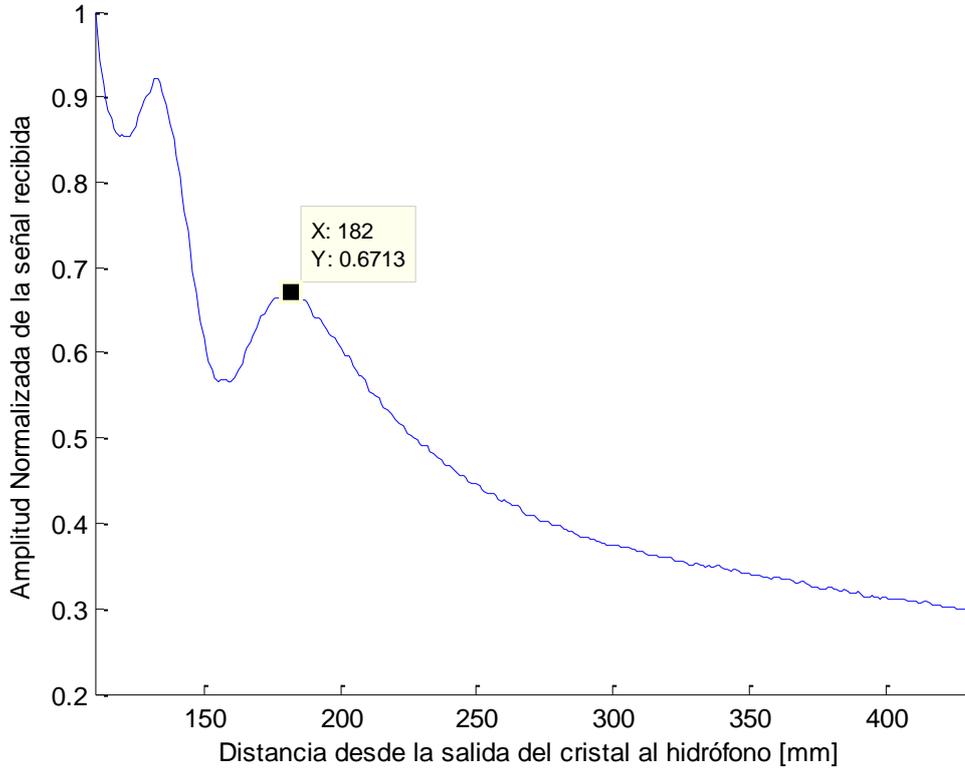


Punto focal $z = 176 \text{ mm}$

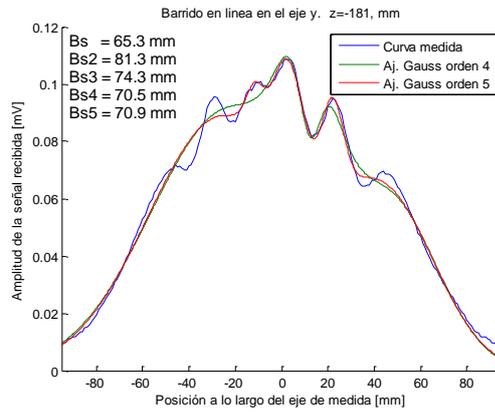
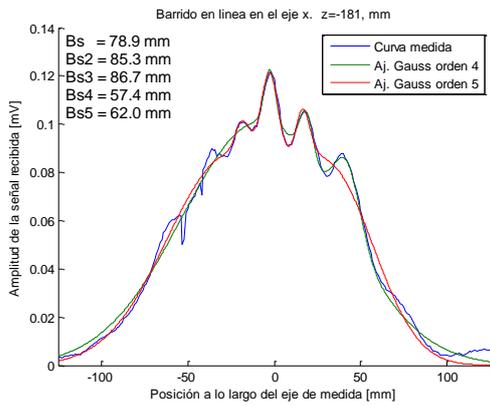


9. $f = 190 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z

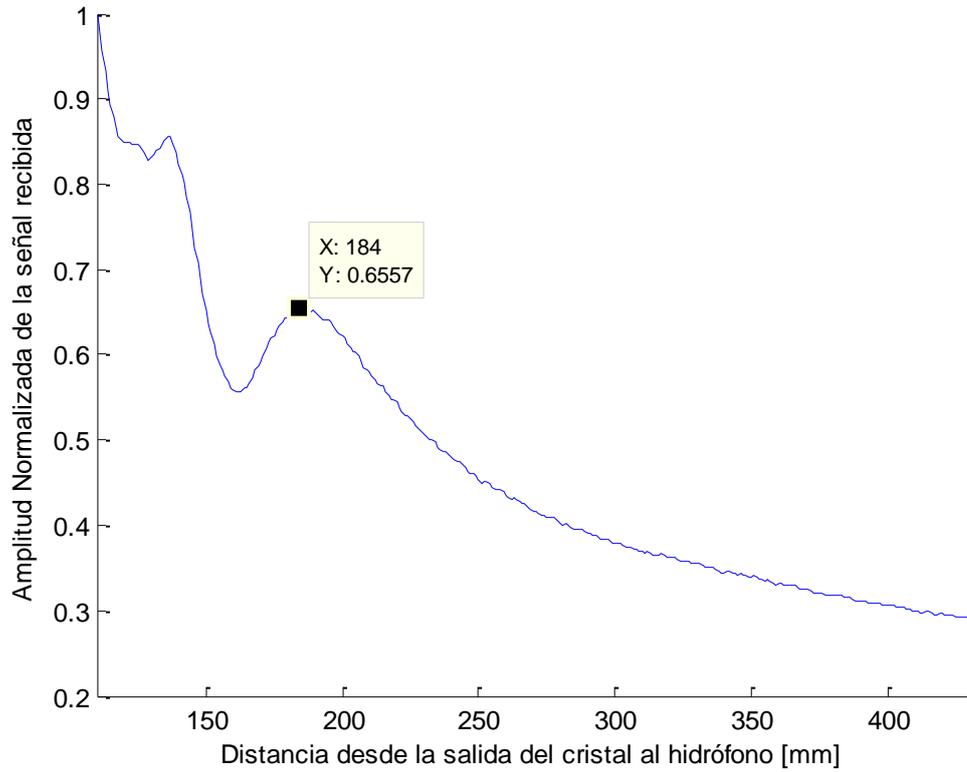


Punto focal $z = 181 \text{ mm}$.

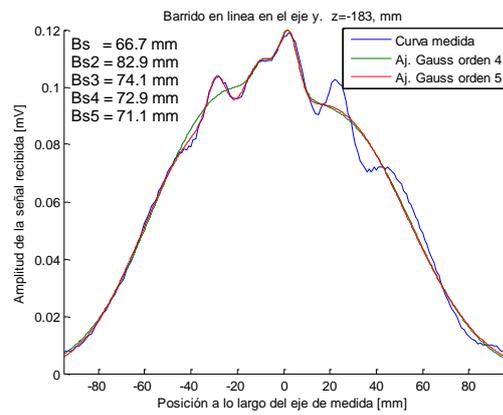
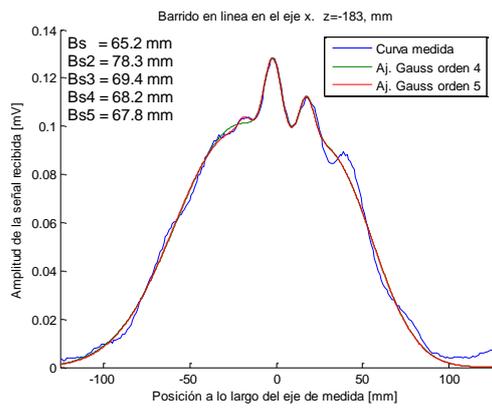


10. $f = 195 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z

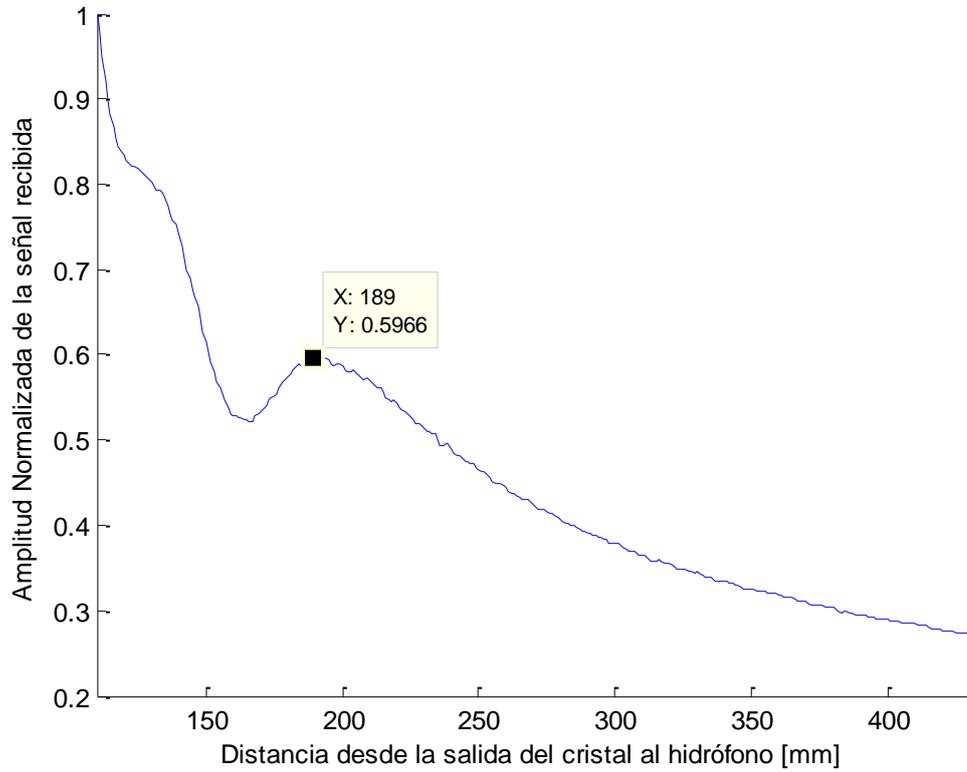


Punto focal $z = 183 \text{ mm}$

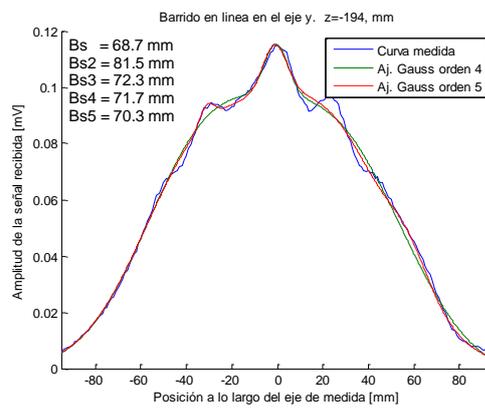
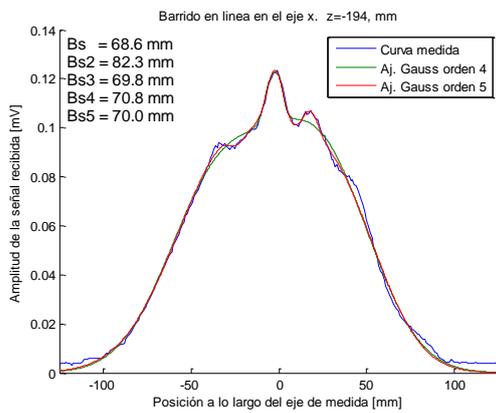


11. $f = 200 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z

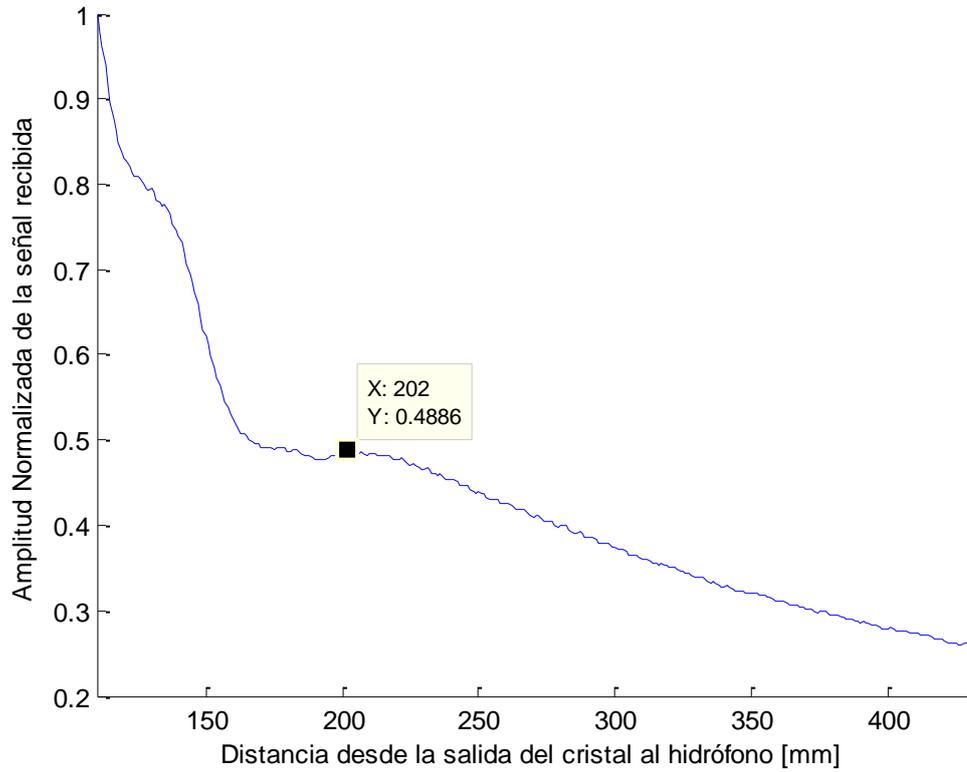


Punto focal $z = 194 \text{ mm}$

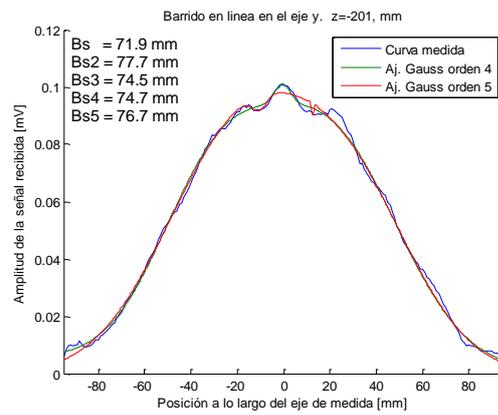
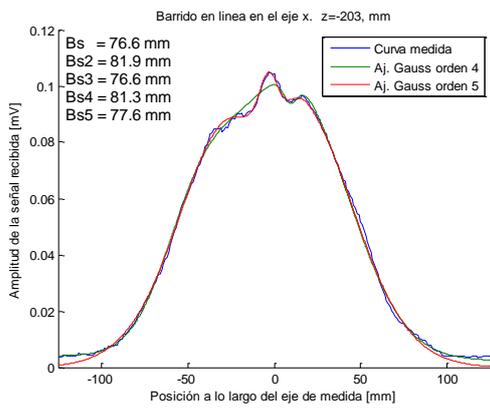


12. $f = 205 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

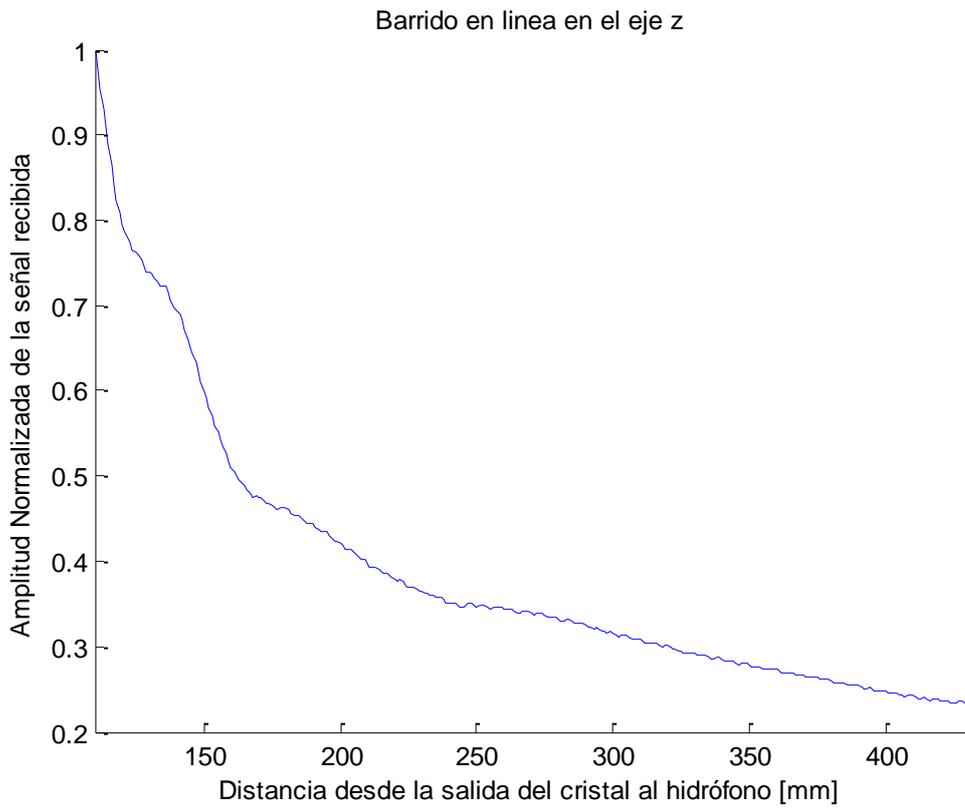
Barrido en línea en el eje z



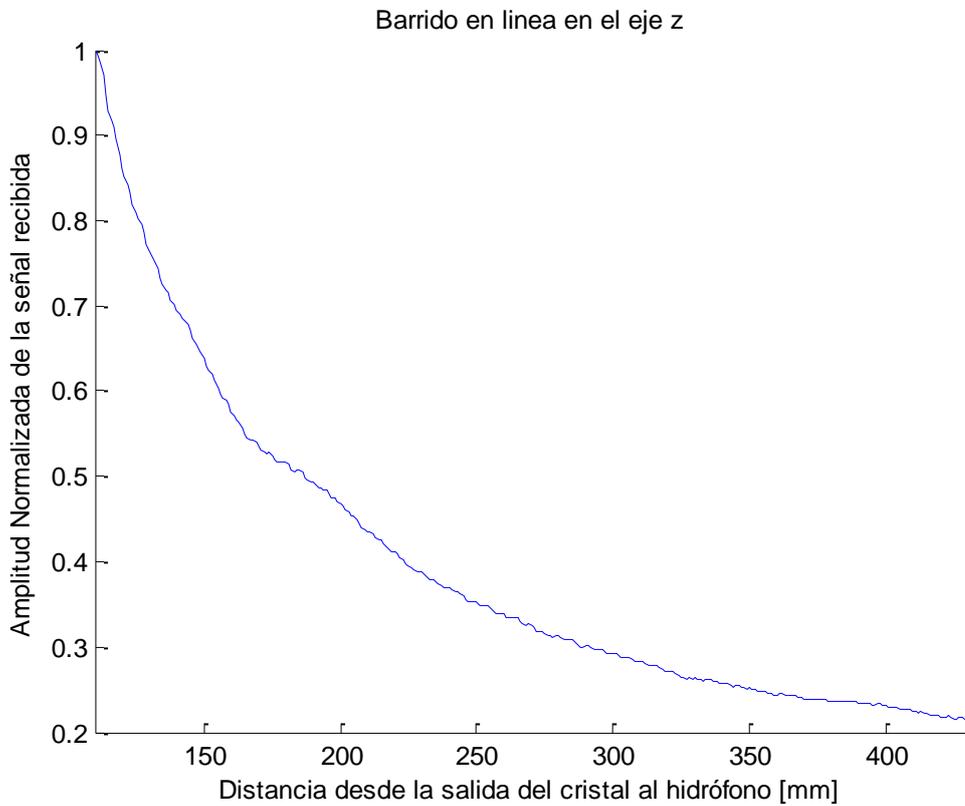
Punto focal $z = 203 \text{ mm}$



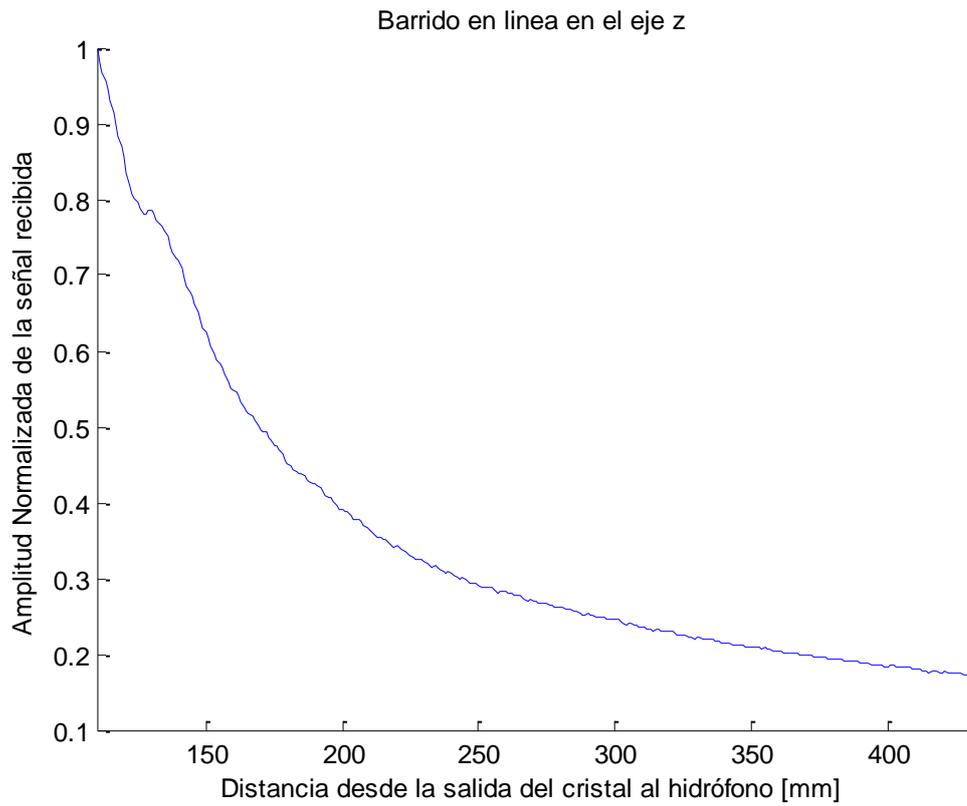
13. $f = 210 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$



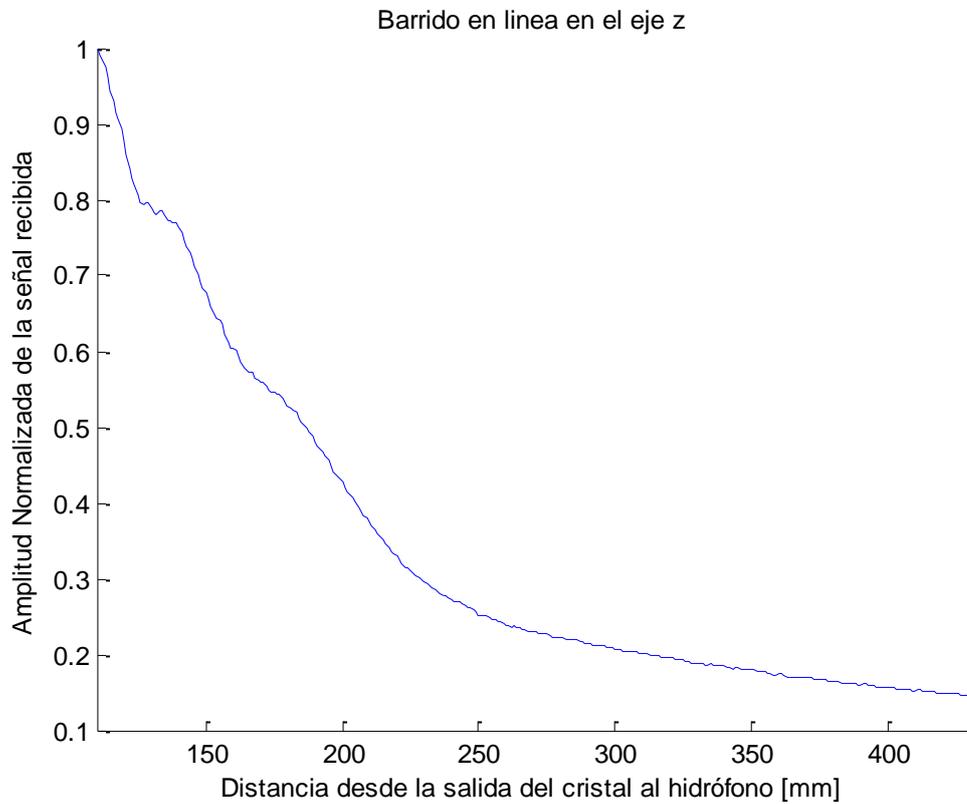
14. $f = 215 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$



15. $f = 220 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

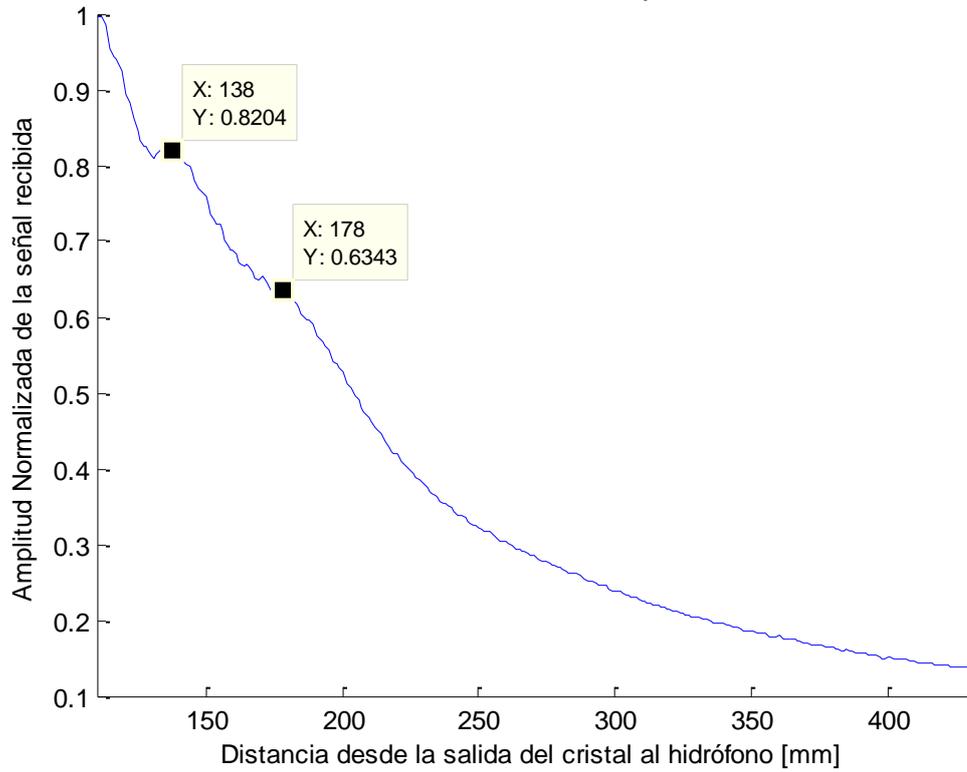


16. $f = 225 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

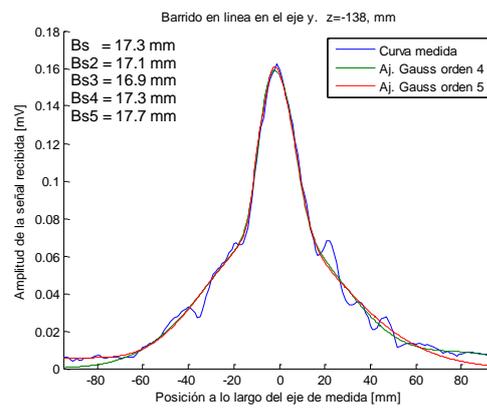
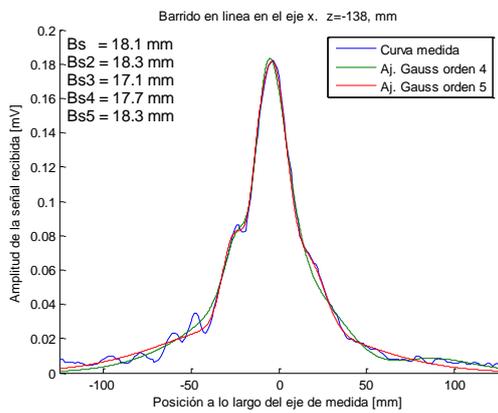


17. $f = 230 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z

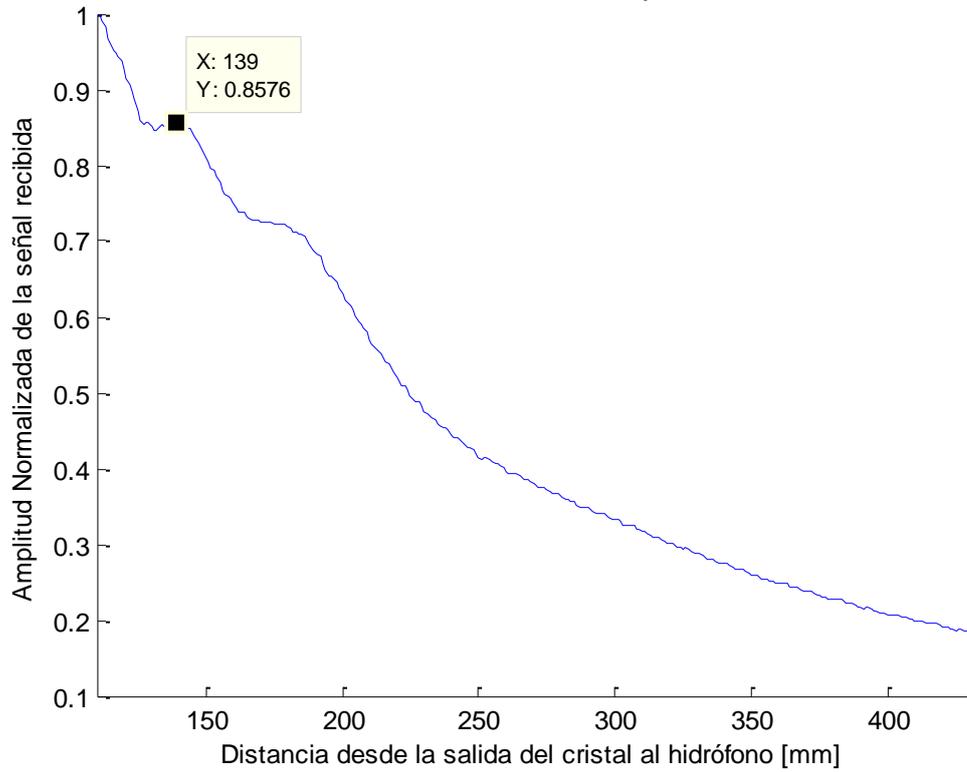


Punto focal $z = 138 \text{ mm}$

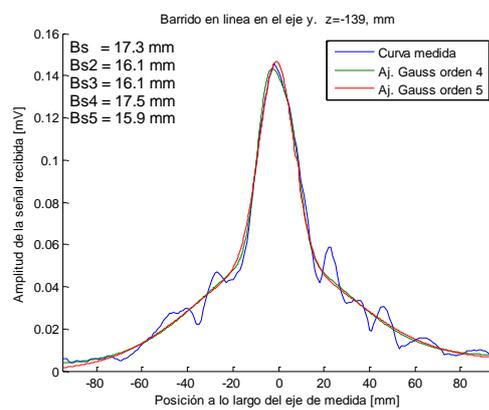
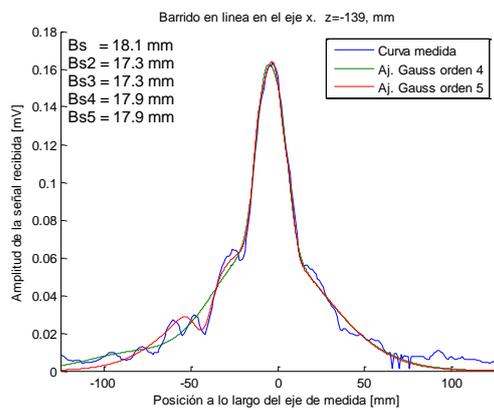


18. $f = 235 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

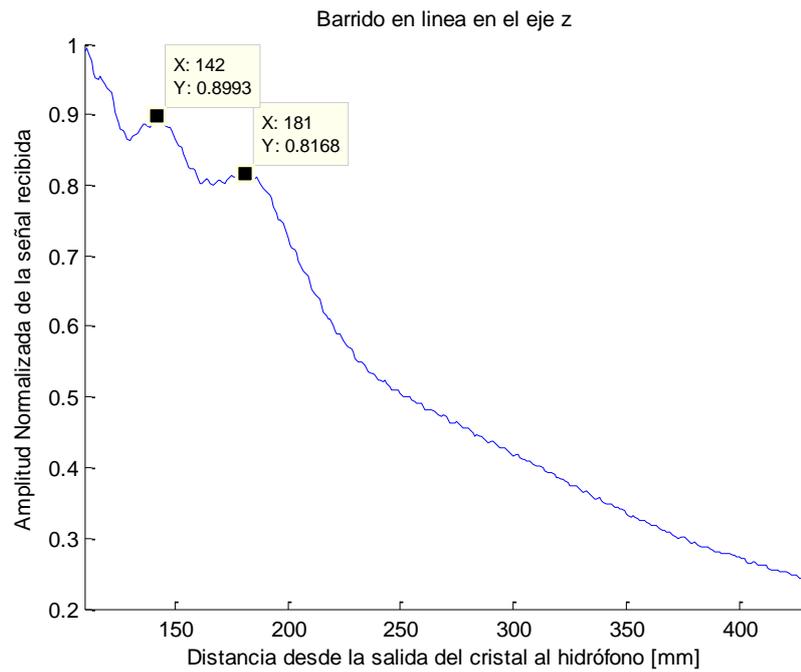
Barrido en línea en el eje z



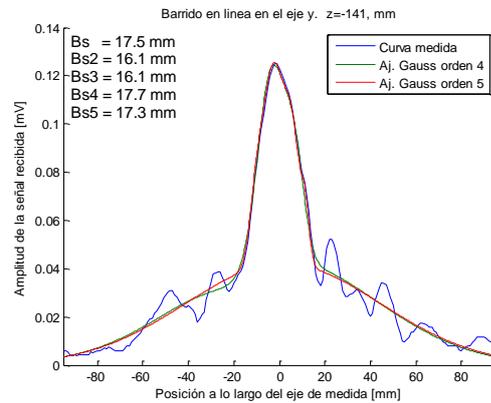
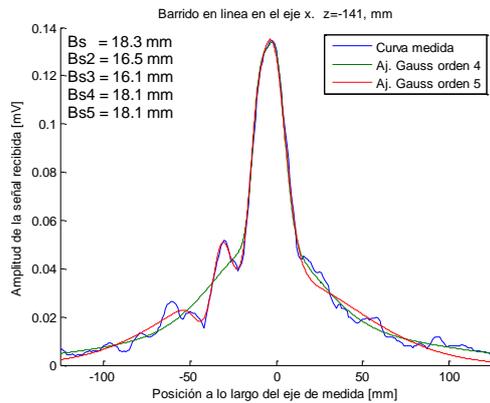
Punto focal $z = 139 \text{ mm}$



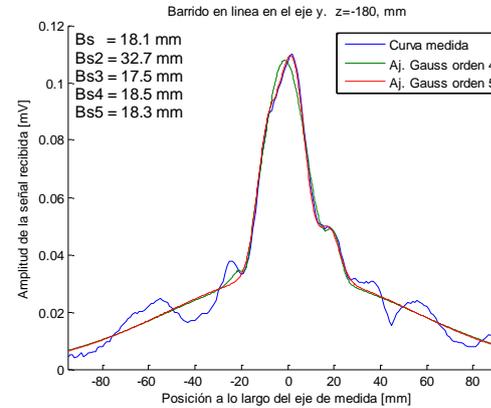
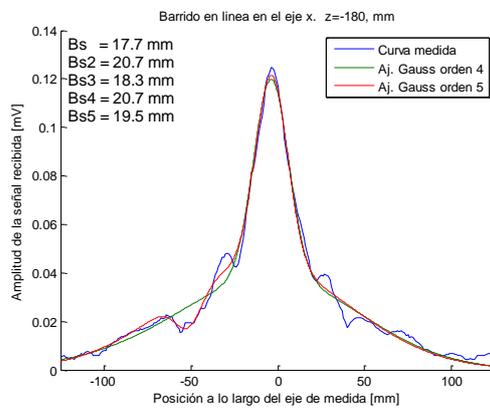
19. $f = 240 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$



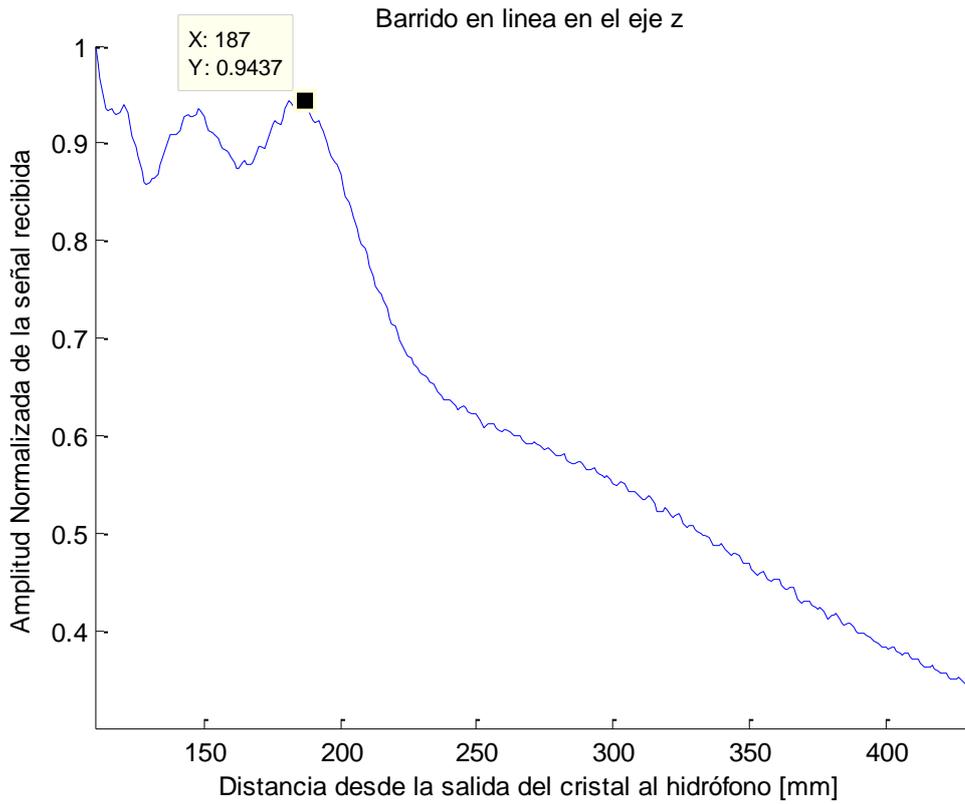
Punto focal $z = 141 \text{ mm}$



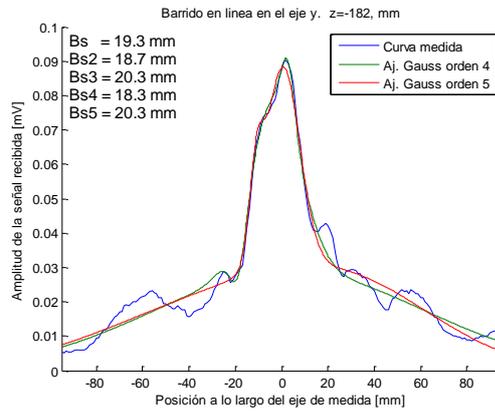
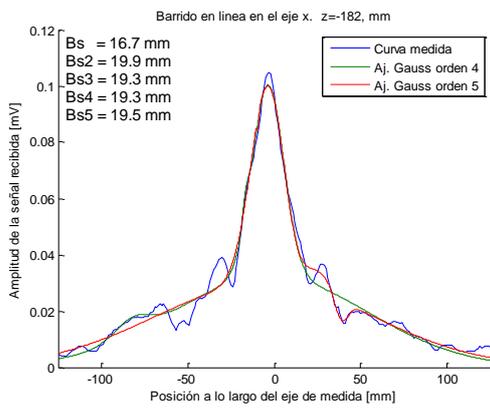
Punto focal $z = 180 \text{ mm}$



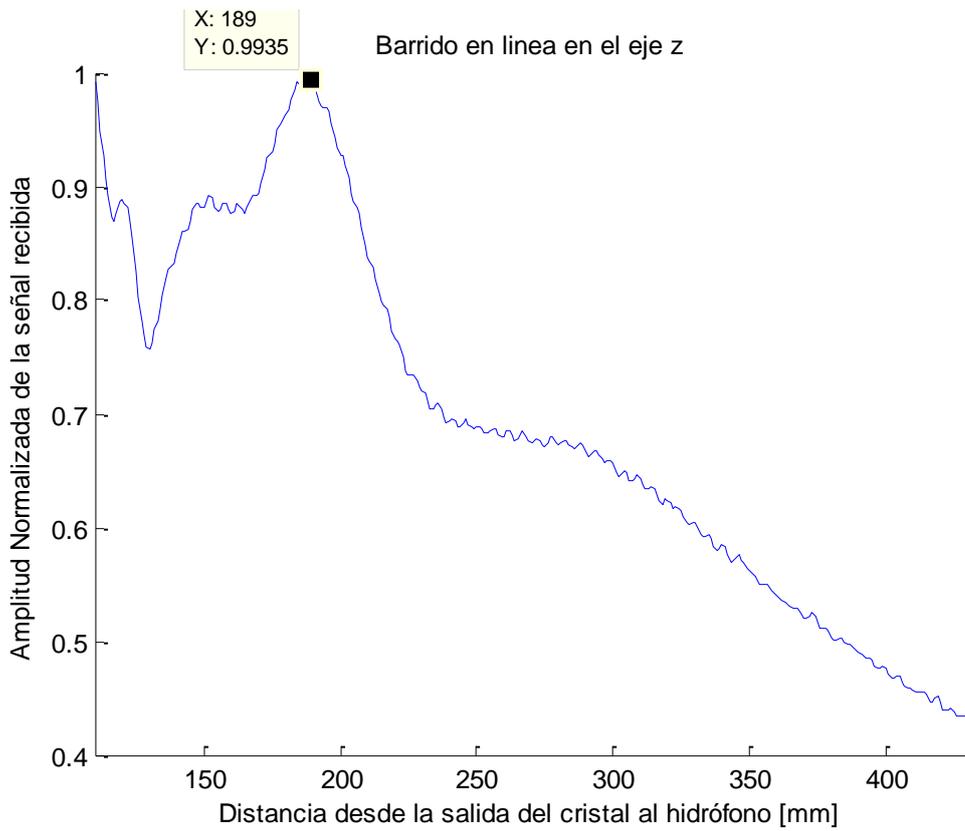
20. $f = 245 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$



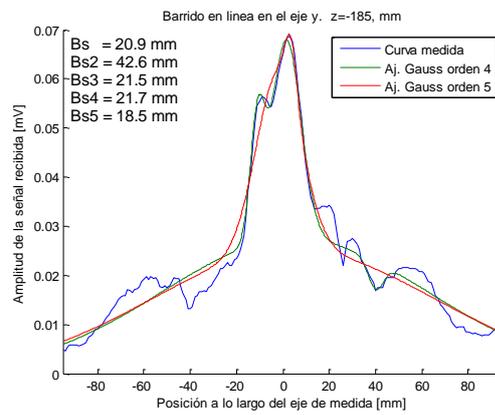
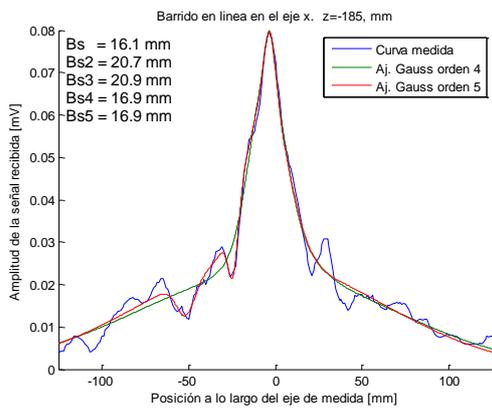
Punto focal $z = 182 \text{ mm}$



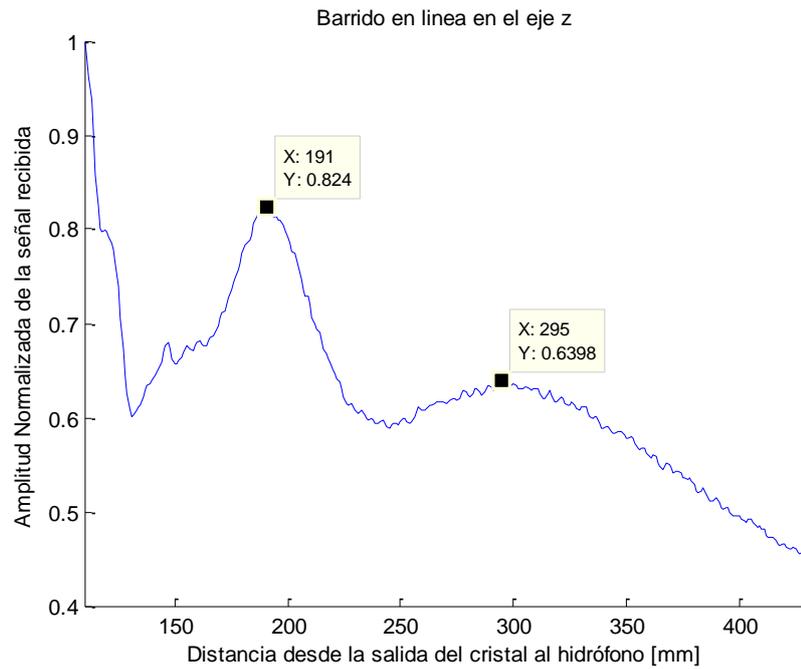
21. $f = 250 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$



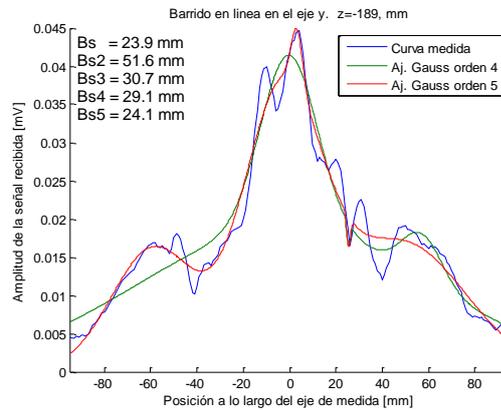
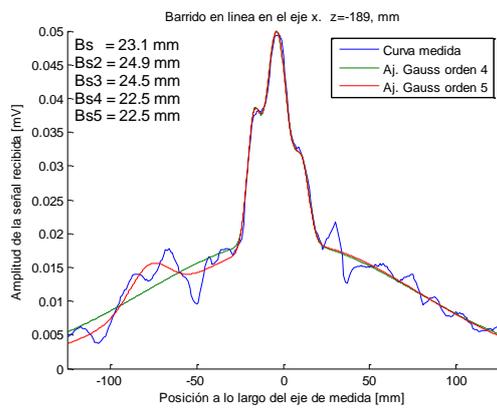
Punto focal $z = 185 \text{ mm}$



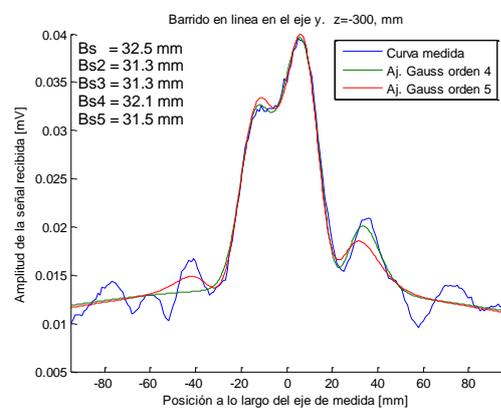
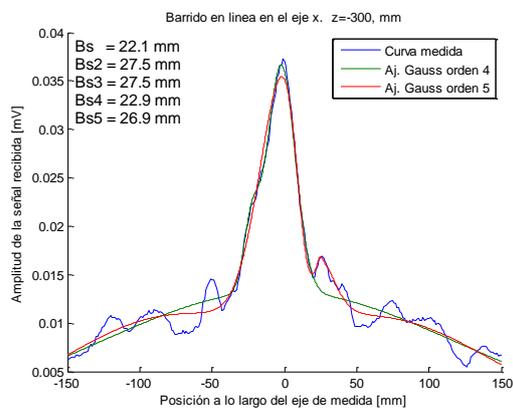
22. $f = 255 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$



1º Punto focal z = 189 mm

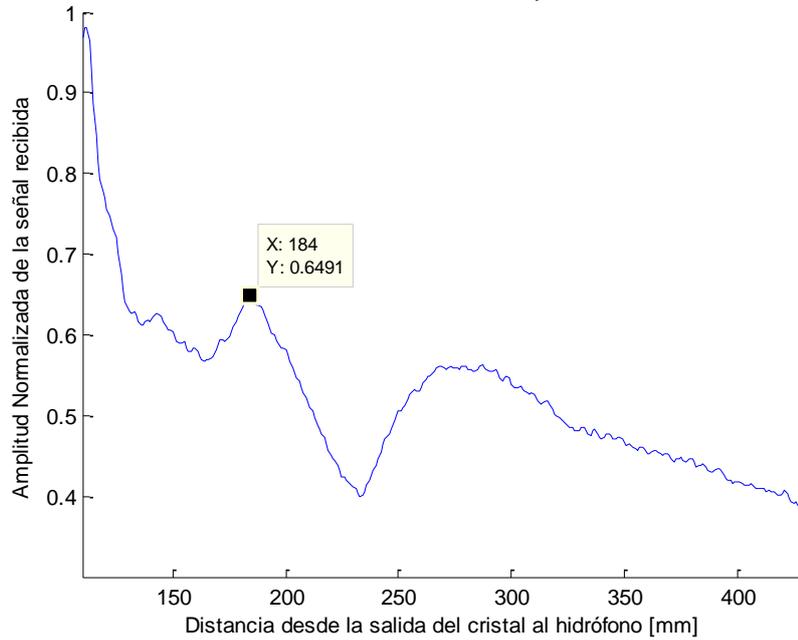


2º punto focal z= 300 mm

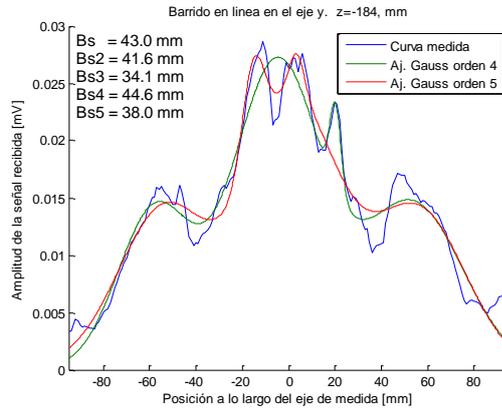
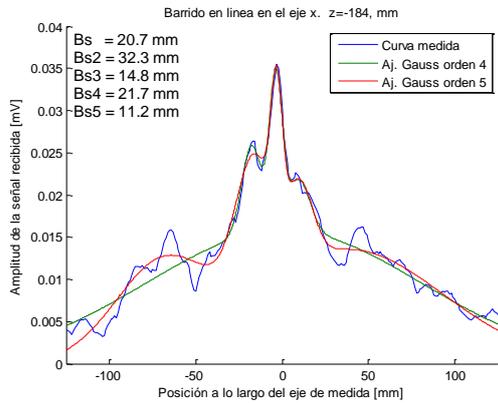


23. $f = 260 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

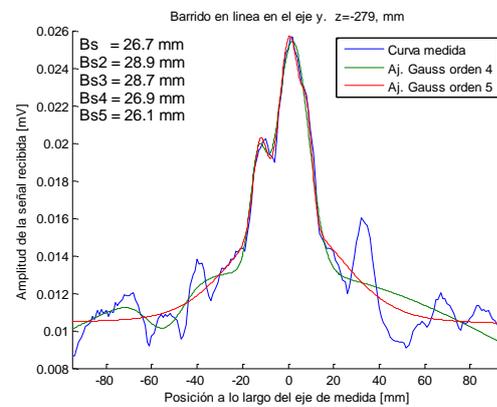
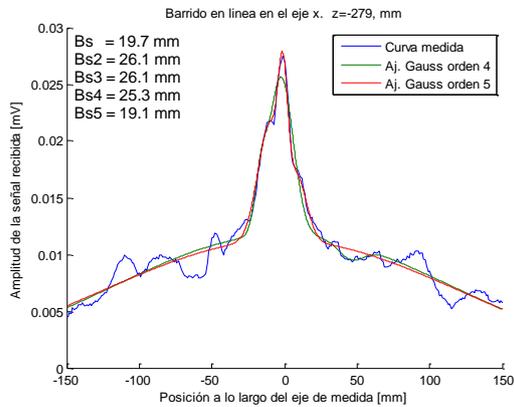
Barrido en línea en el eje z



1º punto focal $z = 184 \text{ mm}$

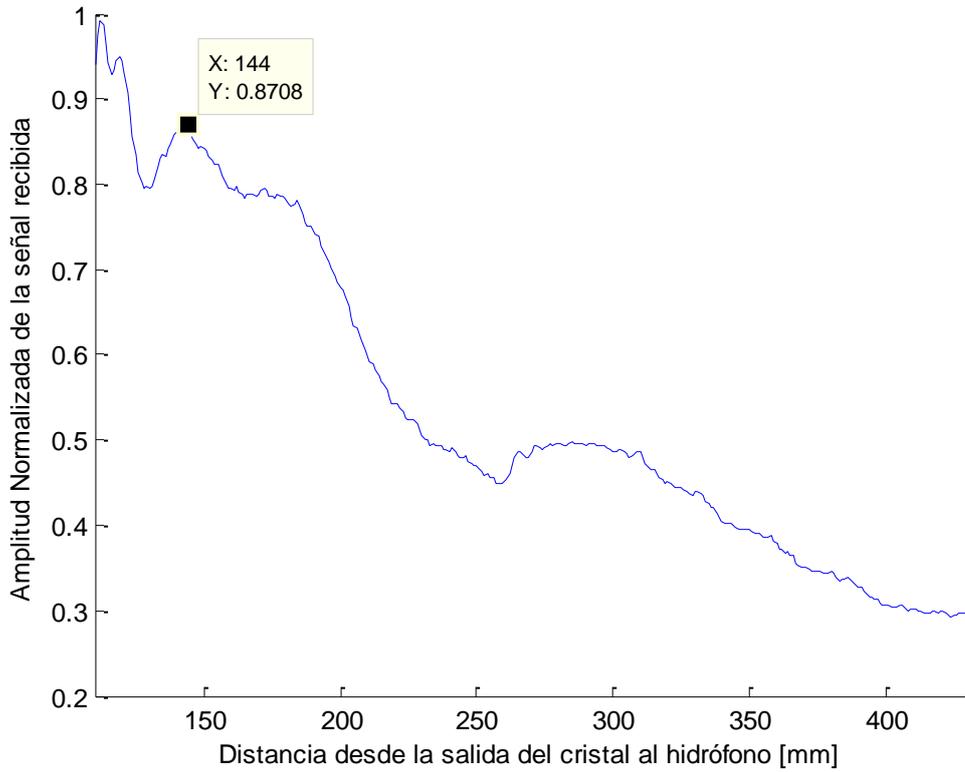


2º punto focal $z = 279 \text{ mm}$

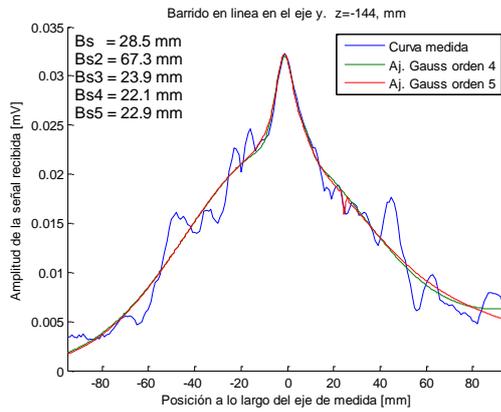
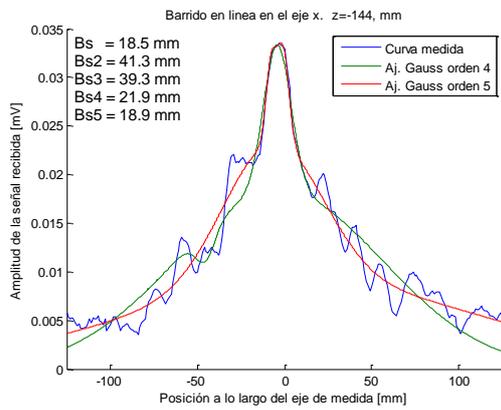


24. $f = 265 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

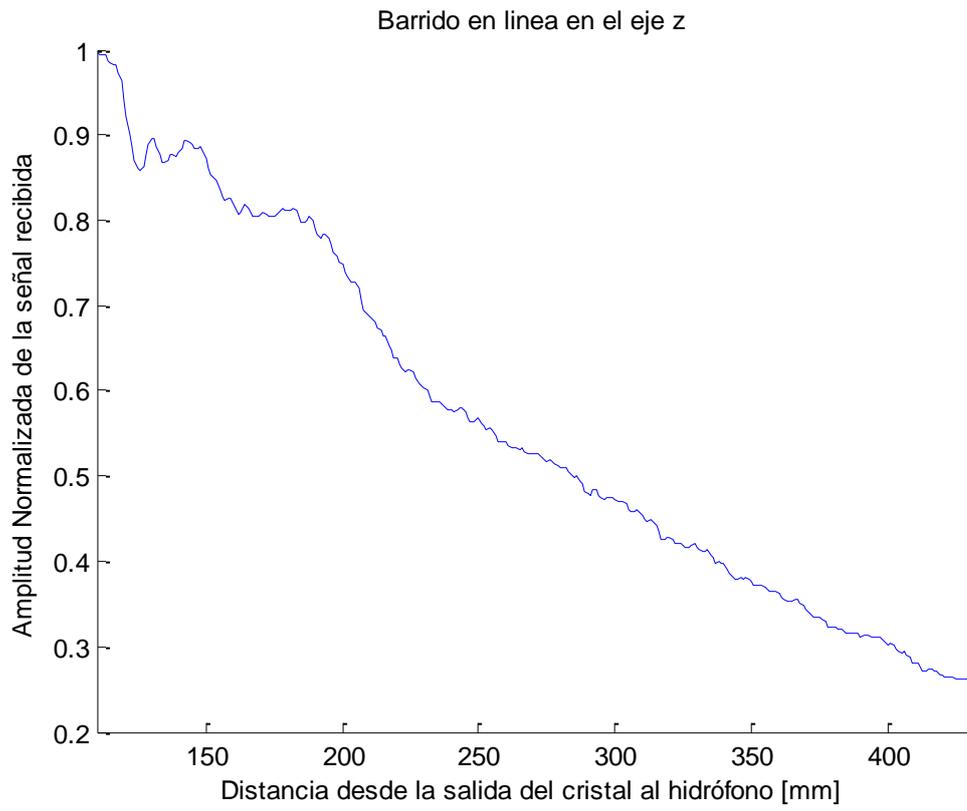
Barrido en línea en el eje z



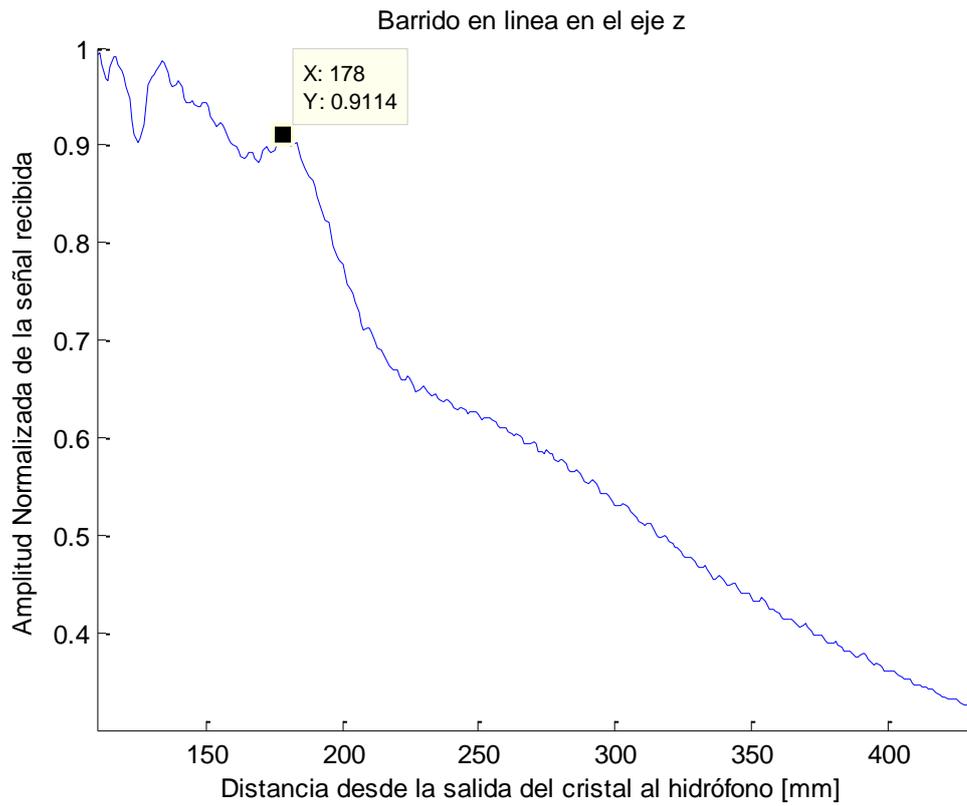
Punto focal $z = 144 \text{ mm}$



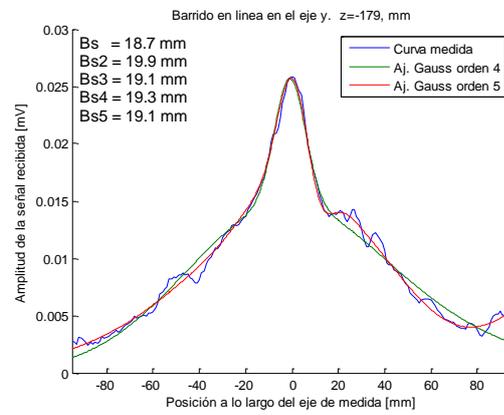
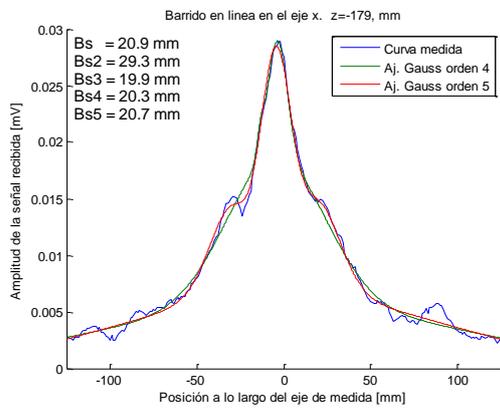
25. $f = 270 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$



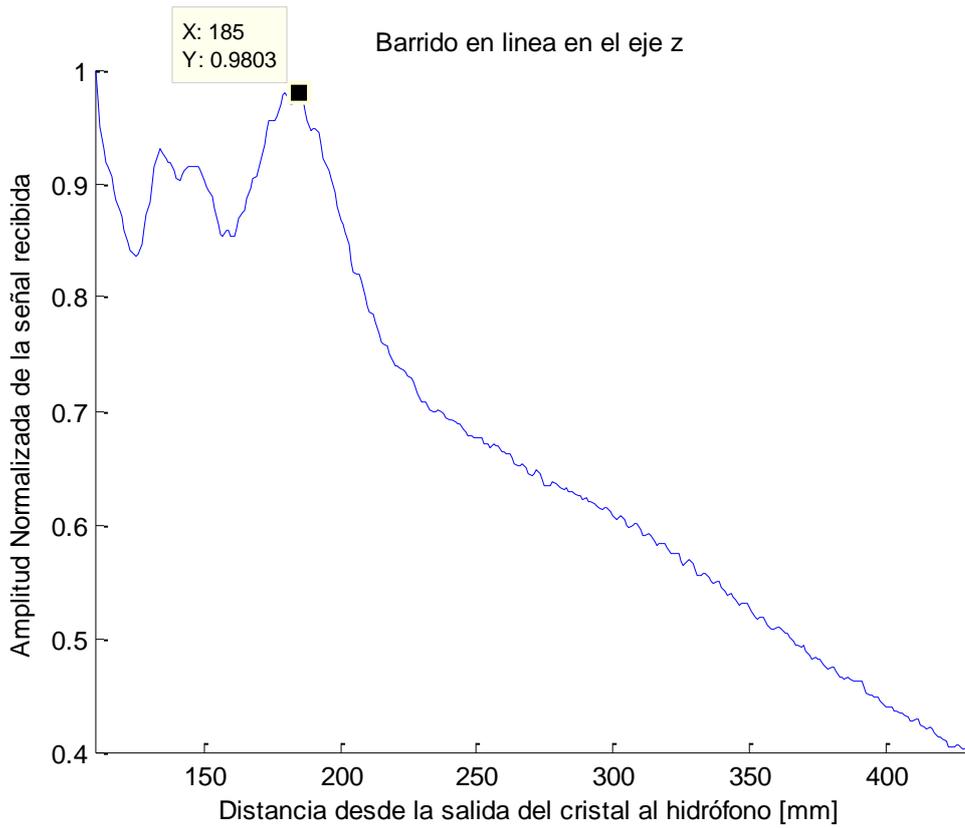
26. $f = 275 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$



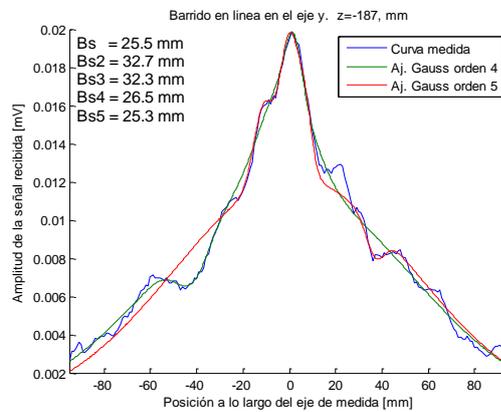
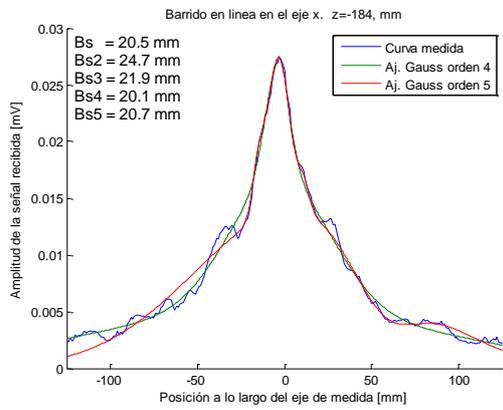
Punto focal $z = 179 \text{ mm}$



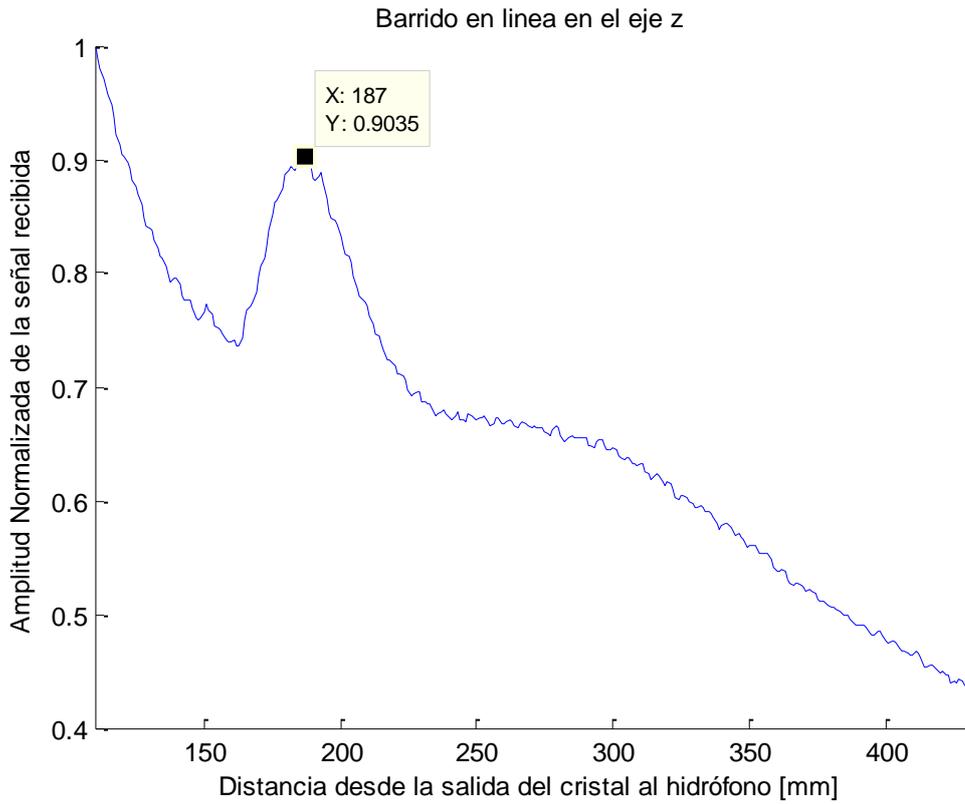
27. $f = 280 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$



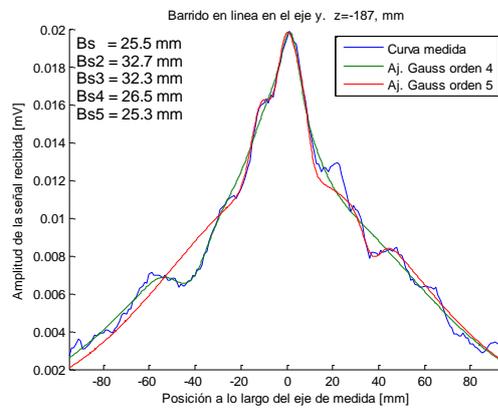
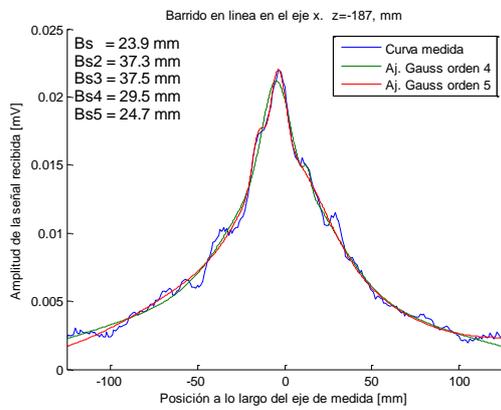
Punto focal $z = 184 \text{ mm}$



28. $f = 285 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 400 \text{ mV}$

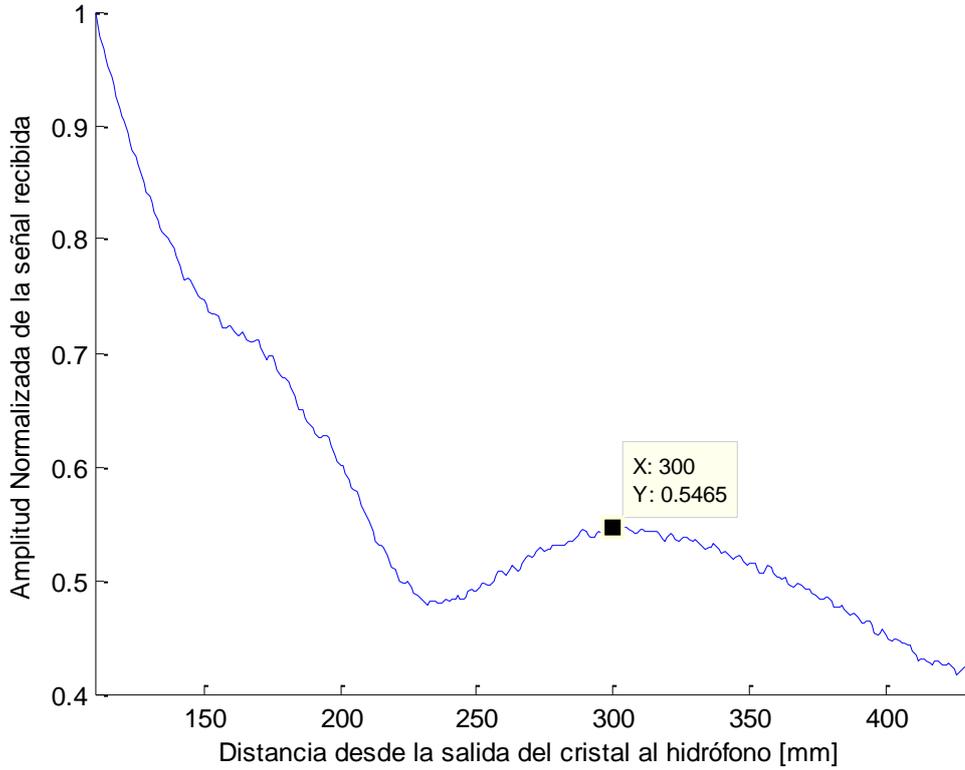


Punto focal $z = 187 \text{ mm}$

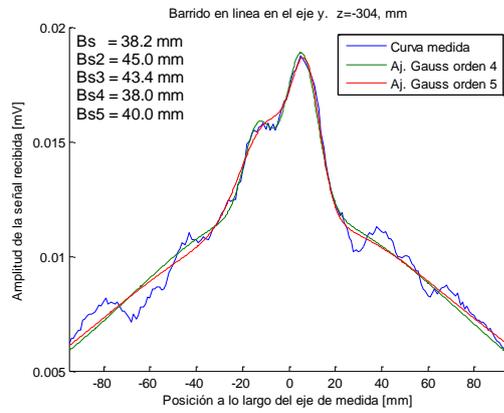
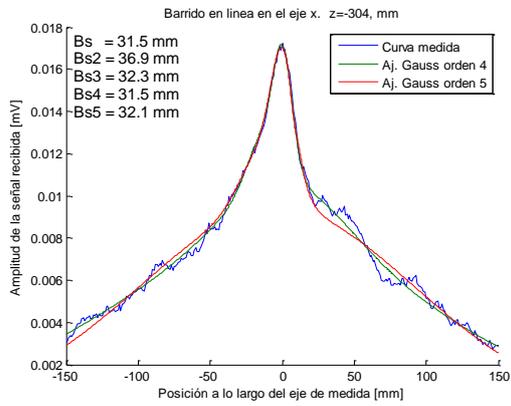


29. $f = 290 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 600 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z

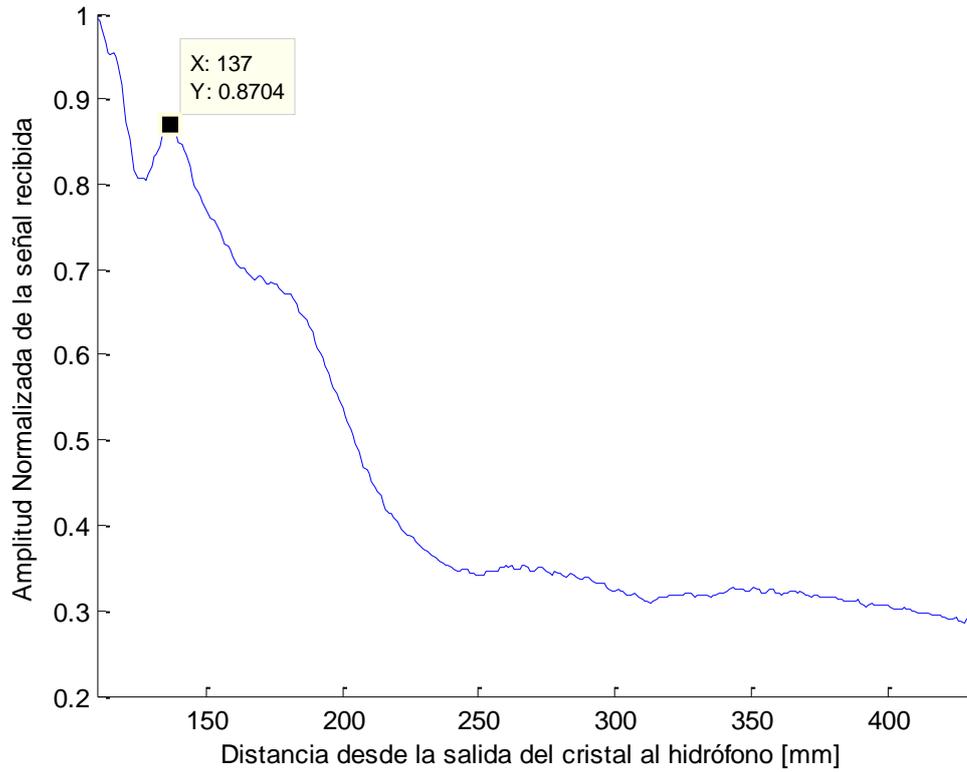


Punto focal $z = 304 \text{ mm}$

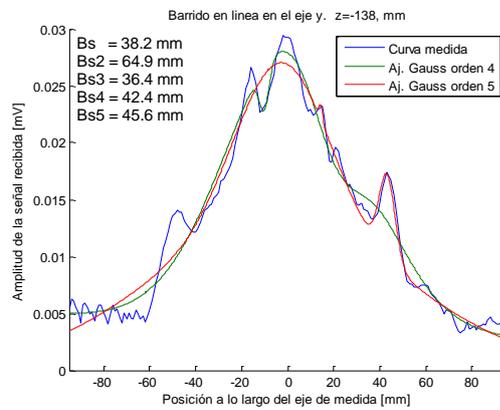
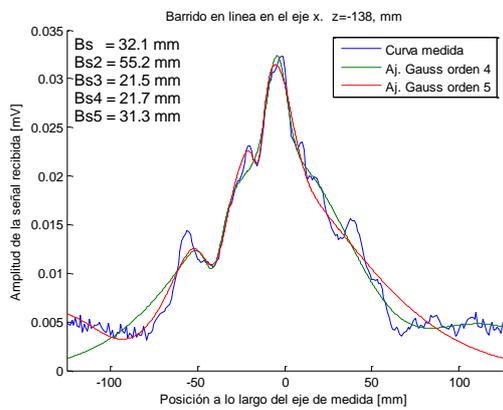


30. $f = 295 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 600 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z

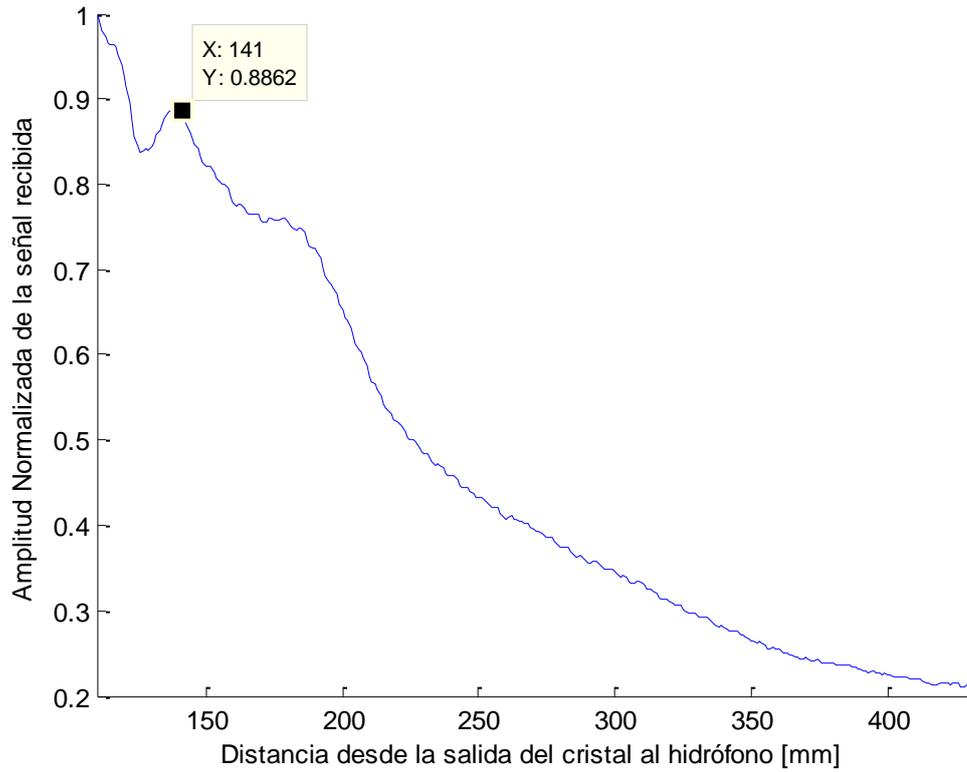


Punto focal $z = 138 \text{ mm}$



31. $f = 300 \text{ kHz}$, $V_{p_{in}} = 600 \text{ mV}$

Barrido en línea en el eje z



Punto focal $z = 140 \text{ mm}$

