

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

DEPARTAMENT D'ENGINYERIA HIDRÀULICA I MEDI AMBIENT



**ESTUDIO DEL EFECTO DE ESCALA ESPACIAL
EN UN MODELO HIDROLÓGICO
DISTRIBUIDO**

TESIS DOCTORAL

MIGUEL IGNACIO BARRIOS PEÑA

DIRECTOR

DR. FÉLIX FRANCÉS GARCÍA

VALENCIA, DICIEMBRE DE 2011

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar un agradecimiento especial al Doctor Félix Francés por su interés, apoyo y orientación en el desarrollo de este trabajo. Sus comentarios y sugerencias han tenido un valor significativo en la maduración de las ideas expuestas en esta tesis doctoral. Igualmente, manifiesto mi gratitud a todos los profesores del Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente de la Universidad Politécnica de Valencia, por sus contribuciones en beneficio de mi formación académica.

A mis compañeros del grupo de investigación de Hidráulica e Hidrología, quienes me brindaron apoyo y amistad en todo momento.

A la Universidad del Tolima (Colombia) por el soporte institucional que me ha brindado para la realización de esta tesis doctoral en Valencia en calidad de becario.

Este trabajo de investigación ha sido subvencionado por el Ministerio Español de Ciencia e Innovación a través de los proyectos de investigación FLOOD-MED (ref. CGL2008-06474-C02-02/BTE) y Consolider-ingenio SCARCE (ref. CSD2009-00065). Y ha sido desarrollado con el soporte del Programa ALβan, Programa de Becas de Alto Nivel de la Unión Europea para América Latina, beca No. E07D402940CO.

RESUMEN

Los efectos de escala espacial son un tema de relevancia en Hidrología dada la necesidad de vincular las disparidades de escala entre los procesos, las observaciones y las modelaciones. La existencia de procesos dominantes a diferentes escalas, el funcionamiento no lineal de los sistemas hidrológicos y la fuerte variabilidad espacio-temporal son los principales factores que controlan los problemas de escala y condicionan los métodos de escalado. La generación de conocimiento relacionado con este tema es importante para mejorar la comprensión y representación de los procesos hidrológicos.

En la primera parte de ésta tesis se estudia el problema de la agregación espacial de parámetros hidrológicos, la importancia de la organización espacial para la formulación de una separación de escalas espaciales utilizando el concepto de área elemental representativa (REA) y su relación con la definición de un tamaño de celda óptimo para la modelación hidrológica distribuida. Para dicho análisis se ha utilizado la conceptualización del proceso de infiltración del modelo hidrológico distribuido TETIS y se han desarrollado experimentos sintéticos utilizando campos de parámetros correlacionados espacialmente. Los resultados de los experimentos numéricos mostraron que al escalar los parámetros efectivos de la microescala a la mesoescala, sus valores dependen en las variables de entrada, variables de estado y la heterogeneidad de los parámetros en la microescala. Las simulaciones han demostrado que la varianza de los parámetros efectivos estimados en la mesoescala disminuye cuando aumenta el ratio entre el tamaño de celda en la mesoescala y la longitud de correlación. Esta propiedad es fundamental para identificar un tamaño de celda con las características de REA y que minimice la propagación de la incertidumbre de los parámetros.

En la segunda parte, se trata el problema de escalado a través de la utilización de parámetros efectivos no estacionarios para transferir información relevante de la microescala a la mesoescala, para ello se desarrollaron ecuaciones de escalado basadas en funciones de distribución de probabilidad derivadas, y se formularon ecuaciones de escalado empíricas. El funcionamiento de las ecuaciones de escalado se testeó a través de simulaciones de Monte Carlo y con la aplicación en la cuenca experimental de Goodwin Creek, la cual ha sido continuamente monitoreada por

más de treinta años y dispone de una densa red de estaciones hidrométricas que permiten realizar un buen número de validaciones espaciales y espacio-temporales.

Los resultados de la aplicación de las ecuaciones de escalado en la cuenca de Goodwin Creek utilizando diferentes escalas de agregación en los parámetros permitieron constatar la importancia de representar la variabilidad a nivel de microescala en la simulación hidrológica. Especialmente, se notaron mayores diferencias a favor del uso de las ecuaciones de escalado en los índices de eficiencia en validación espacio-temporal en las subcuencas más pequeñas. Los eventos que destacaron un mejor desempeño en la utilización de las ecuaciones de escalado en validación son los que tienen menores valores de precipitación total, lo cual implica que el efecto de escala espacial está relacionado con la cantidad de precipitación y dicho efecto es más importante para eventos con lluvias de pequeña magnitud. Estos resultados permiten afirmar que los parámetros efectivos no estacionarios son útiles para parametrizar la heterogeneidad de los parámetros hidrológicos a nivel de microescala, ya que contribuyen a mejorar la representación espacial de la respuesta hidrológica.

RESUM

Els efectes d'escala espacial són un tema de rellevància en hidrologia ja que hi ha la necessitat de vincular les disparitats d'escala entre els processos, les observacions i els modelats. L'existència de processos dominants a diferents escales, el funcionament no lineal dels sistemes hidrològics i la forta variabilitat espaciotemporal són els factors principals que controlen els problemes d'escala i que condicionen els mètodes d'escalat. La generació de coneixement relacionat amb aquest tema és important per a millorar la comprensió i representació dels processos hidrològics.

En la primera part d'aquesta tesi s'estudia el problema de l'agregació espacial de paràmetres hidrològics, la importància de l'organització espacial per a la formulació d'una separació d'escales espacials utilitzant el concepte d'àrea elemental representativa (REA) i la relació que té amb la definició d'una grandària de cel·la òptima per al modelat hidrològic distribuït. Per a fer aquesta anàlisi s'ha utilitzat la conceptualització del procés d'infiltració del model hidrològic distribuït TETIS i s'han desenvolupat experiments sintètics utilitzant camps de paràmetres correlacionats espacialment. Els resultats dels experiments numèrics van mostrar que en escalar els paràmetres efectius de la microescala a la mesoescala, els valors en depenen en les variables d'entrada, variables d'estat i l'heterogeneïtat dels paràmetres en la microescala. Les simulacions han demostrat que la variància dels paràmetres efectius estimats en la mesoescala disminueix quan augmenta la ràtio entre la grandària de cel·la en la mesoescala i la longitud de correlació. Aquesta propietat és fonamental per a identificar una grandària de cel·la amb les característiques de REA i que minimitze la propagació de la incertesa dels paràmetres.

En la segona part, es tracta el problema d'escalat mitjançant la utilització de paràmetres efectius no estacionaris per a transferir informació rellevant de la microescala a la mesoescala; per a aconseguir-ho es van desenvolupar equacions d'escalat basades en funcions de distribució de probabilitat derivades, i es van

formular equacions d'escalat empíriques. El funcionament de les equacions d'escalat es va comprovar per mitjà de simulacions de Montecarlo i amb l'aplicació a la conca experimental de Goodwin Creek, la qual ha sigut contínuament monitorada durant més de trenta anys i disposa d'una densa xarxa d'estacions hidromètriques que permeten fer un bon nombre de validacions espacials i espaciotemporals.

Els resultats de l'aplicació de les equacions d'escalat a la conca de Goodwin Creek utilitzant diferents escales d'agregació en els paràmetres van permetre constatar la importància de representar la variabilitat en l'àmbit de microescala en la simulació hidrològica. Especialment, es van notar més diferències a favor de l'ús de les equacions d'escalat en els índexs d'eficiència en validació espaciotemporal a les subconques més petites. Els esdeveniments que van destacar en un acompliment més bo en la utilització de les equacions d'escalat en validació són els que tenen valors menors de precipitació total, la qual cosa implica que l'efecte d'escala espacial està relacionat amb la quantitat de precipitació i aquest efecte és més important per a esdeveniments amb pluges de petita magnitud. Aquests resultats permeten afirmar que els paràmetres efectius no estacionaris són útils per a parametritzar l'heterogeneïtat dels paràmetres hidrològics en l'àmbit de microescala, ja que contribueixen a millorar la representació espacial de la resposta hidrològica.

ABSTRACT

Spatial scale effects are an important issue in hydrological modeling, because the need to resolve scale differences between processes, observations and modeling. The main factors driving the scale problem are the existence of particular dominant processes at different scales, the nonlinear behavior of the hydrological systems and a strong spatio-temporal variability at different scales. Knowledge improvement related to scale effects and scaling is valuable for a better understanding and representation of processes.

The first part of this thesis deals with the spatial aggregation problem, spatial organization, and the relationship of representative elementary area with the existence of an optimum cell size for distributed hydrological modeling. Infiltration conceptualization of TETIS hydrological model has been used to carry out this analysis. A synthetic experiment was conducted with randomized random parameter fields. Results showed that the scaling of effective parameters from microscale to mesoscale derives in non-stationary effective parameters, which depend on input variables and microscale parameters heterogeneity. The stochastic simulations showed that the variance of the estimated effective parameters decreases when the ratio between mesoscale cell size and correlation length at microscale increases. For a ratio greater than 1, we found cell sizes having the characteristics of a representative elementary area (REA); in such case, the microscale variability pattern did not affect the system response at mesoscale

In the second part, the problem of scaling is driven by using non-stationary effective parameters. To this end, analytical and empirical scaling equations were developed. Scaling equations performance was tested by Monte Carlo simulations and conducting hydrological modeling in an experimental watershed. The incorporation of these scaling equations in hydrological modeling and the application in Goodwin Creek experimental catchment revealed the importance of sub-grid variability representation. Particularly, the use of scaling equations implies a better model performance in validations at internal stream-gaging stations and for the smallest storm events.

CONTENIDO

Capítulo 1	Introducción	27
1.1	Contexto	29
1.1.1	Antecedentes	29
1.1.2	Motivación	30
1.2	Problema de investigación y alcance	31
1.3	Objetivos	32
1.4	Metodología general y estructura de la tesis	33
Capítulo 2	Estado del Arte	35
2.1	Variabilidad en los procesos hidrológicos	35
2.2	Los Modelos Hidrológicos	36
2.2.1	Representación de procesos	37
2.2.2	Selección de modelos y evaluación de predicciones	39
2.3	Conceptos de escala y escalado en Hidrología	42
2.4	Los problemas de escala espacial en modelación distribuida	45
2.4.1	Discretización y tamaño de celda	46
2.4.2	Variabilidad y heterogeneidad a nivel de subcelda	48
2.5	Representación de la variabilidad y la heterogeneidad	50
2.6	Métodos de escalado	51
2.6.1	Métodos de Agregación	52
2.6.2	Métodos de Desagregación	55
Capítulo 3	Efecto de escala espacial y tamaño de celda	57
3.1	Experimentos Numéricos	59
3.1.1	Modelo hidrológico	59
3.1.2	Generación de Campos aleatorios de parámetros	61
3.1.3	Parámetros efectivos en la mesoescala	62
3.2	Resultados y discusión	64
3.2.1	De la microescala a una discretización apropiada en la mesoescala	69
3.2.2	Relación del concepto de REA con un tamaño de celda óptimo	70

3.2.3	Propagación de la incertidumbre de los parámetros y las condiciones iniciales	72
Capítulo 4	Método de parametrización de heterogeneidades a nivel de microescala	77
4.1	Parámetros efectivos no estacionarios.....	79
4.2	Funciones de distribución de probabilidad derivadas para escalar parámetros hidrológicos.....	80
4.2.1	Caso de H_u con distribución uniforme	81
4.2.2	Caso de H_u con distribución Beta.....	83
4.2.3	Caso de k_s con distribución lognormal	84
4.2.4	Caso de k_p con distribución lognormal.....	85
4.2.5	Conclusión	88
4.3	Ecuaciones de escalado	88
4.3.1	Procedimiento general.....	88
4.3.2	Capacidad de almacenamiento estático efectiva en la mesoescala .	89
4.3.3	Conductividad hidráulica saturada efectiva del suelo en la mesoescala	93
4.3.4	Conductividad hidráulica saturada efectiva del sustrato del suelo en la mesoescala	97
4.3.5	Conclusión	100
Capítulo 5	Aplicación de las ecuaciones de escalado	103
5.1	Cuenca de estudio: Goodwin Creek	105
5.1.1	Descripción de la cuenca.....	105
5.1.2	Datos observados y escalas de análisis	108
5.1.3	Estimación de parámetros	110
5.1.4	Procedimiento de calibración.....	113
5.1.5	Validación de los modelos	117
5.1.5.1	Validación espacial	118
5.1.5.2	Validación temporal.....	121
5.1.5.3	Validación espacio-temporal.....	126
5.2	Discusión de resultados.....	141
5.2.1	Desempeño de los modelos.....	141
5.2.2	Efecto de agregación espacial en los factores correctores	144

Capítulo 6	Conclusiones y trabajo futuro.....	149
6.1	Conclusiones	149
6.2	Futuras líneas de investigación	153
Referencias	155
Apéndice A1: Funciones de distribución usadas para calcular parámetros en la mesoescala	165
Apéndice A2: Selección de modelos.....		171
Apéndice A3: Descripción del modelo hidrológico distribuido TETIS		175

LISTA DE FIGURAS

<p>Figura 2-1. Descripción de los tres rasgos de la escala (Soporte, Espaciamiento y Extensión). A) Precipitación diaria para el año 1990 en la ubicación 4,55 N 75,31 W. En este caso la extensión es 365 días, el soporte es 1 día y el espaciamiento es un día. B) Campo de valores de una variable en el dominio bidimensional, cada celda representa un valor. En este caso la extensión es 100 celdas, el soporte es una celda y el espaciamiento es la distancia entre centros de celdas adyacentes. Adaptado de Western y Blöschl (1999).</p>	43
<p>Figura 2-2. Representación de cuatro tipos de discretización espacial en diferentes modelos distribuidos. A) Elementos regulares, B) Redes de triángulos irregulares, C) Contornos equipotenciales y líneas de flujo, D) Discretización subjetiva-conceptual</p>	47
<p>Figura 2-3. Tipos de escalado relacionados con la Extensión, Espaciamiento y Soporte de la escala. tomado de Blöschl (2011) y Blöschl. (2005b)</p>	53
<p>Figura 3-1. Conceptualización de los tanques de almacenamiento estático y almacenamiento superficial en el modelo TETIS</p>	60
<p>Figura 3-2 Izquierda: Capacidad de almacenamiento estático efectiva $H_u[S2]$ en función de la precipitación $x_1[S2]$, humedad disponible $H_1[S2]$ y heterogeneidad espacial de $H_u[S1]$. Derecha: Conductividad hidráulica saturada $k_s[S2]$ en función del exceso de humedad $x_2[S2]$ y la heterogeneidad espacial de $k_s[S1]$. Ambos para $a = 50$ m</p>	65
<p>Figura 3-3 Factor de reducción de varianza de H_u y k_s en función de $x_1[S2]+H_1[S2]$ y $x_2[S2]$ respectivamente, para cuatro tamaños de celda: A) $s2a=5\times 5\ m^2$, B) $s2b=15\times 15\ m^2$, C) $s2c=45\times 45\ m^2$ y D) $s2d=100\times 100\ m^2$</p>	66
<p>Figura 3-4 Comparación del VRF2 de H_u y k_s con la correlación media de cada parámetro (Ecuaciones 13 y 14) y la correlación media de $H_1[S1]$ y $x_3[S1]$ respectivamente, todos en función de l_2/a. Todas la graficas corresponden a simulaciones transitorias en los tiempos A) 90 min, B) 160 min, y C) 340 min</p>	68
<p>Figura 3-5 Relación entre la varianza máxima de los parámetros efectivos y la varianza de los parámetros en la microescala, en función de la relación entre el tamaño de celda con la longitud de correlación</p>	69

Figura 3-6 Relación entre la varianza máxima de los parámetros efectivos y la varianza de los parámetros en la microescala, en función de la relación entre el tamaño de celda y la longitud de correlación, para el caso de H_u (izquierda) y k_s (derecha). En ambos casos se usan tres modelos de dependencia espacial y un tamaño de celda fijo de 15 m	70
Figura 3-7 Infiltración total acumulada en la mesoescala en función de la relación entre el tamaño de celda medio en la mesoescala y la longitud de correlación en la microescala. Para una realización en la microescala con $H_u[S1]$ promedio de 26.95 mm, $k_s[S1]$ media de 4.17 mm y a igual a 50 m. Los cálculos son idénticos a los realizados por Wood et al (1988).....	72
Figura 3-8 Funciones de distribución acumuladas de k_s en la microescala (izquierda) y sus correspondientes parámetros efectivos en la mesoescala $s2c$ (derecha). A) para l_2/a igual a 1 y B) para l_2/a igual a 3	73
Figura 3-9 Infiltración total acumulada en la mesoescala $s2c$ para varias realizaciones de estados iniciales en la microescala (puntos) versus el estado de humedad inicial equivalente en la mesoescala. Par una relación l_2/a igual a 1.125 y una discretización temporal de 10 min. Arriba: Para una lluvia total de 55.43 mm y duración 50 horas. Abajo: para una lluvia total de 25 mm y duración 0.83 horas. Las líneas solidas representan la mediana y las líneas punteadas el intervalo de predicción al 95%	75
Figura 4-1 Comparación de la infiltración simulada en la mesoescala utilizando diferentes operadores de escalado ($s1=1 m$ y $s2=100 m$).....	79
Figura 4-2 Dominio de integración del estado de humedad al final del intervalo ..	81
Figura 4-3 Funciones de densidad de H_{1f} , X_3 y X_4 (línea negra) de acuerdo con las Ecuaciones 4.8, 4.11 y 4.13 para tres instantes de tiempo. Las barras grises representan los histogramas de cada variable para un experimento de simulación continua definido en la Tabla 4-1	86
Figura 4-4. Tormenta del experimento de simulación para testar las funciones de densidad derivadas analíticamente.....	87
Figura 4-5 Desempeño de las ecuaciones de escalado analíticas en contraste con las simulaciones.....	87
Figura 4-6 Diagramas de dispersión de $H_u[S2]$ calculado con la Ecuación 4.14 en función de $H_u[S2]$ calculado por simulaciones de Monte Carlo con 500 realizaciones. Utilizando A.) Celdas de 15 m B.)Celdas de 45 m y C.) Celdas de 100 m con diferentes longitudes de correlación en el rango de 2.5 a 100 m	91

Figura 4-7. Modelos de redes neuronales artificiales RNA1 y RNA2. Elaborados para estimar ω_1 y ω_2 respectivamente.....	92
Figura 4-8. Diagramas de dispersión de los parámetros ω_1 y ω_2 , comparando los valores optimizados en la Ecuación 4.14 con los estimados por las redes neuronales RNA1 y RNA2.....	93
Figura 4-9. Diagramas de dispersión de $k_s[S2]$ calculado con la Ecuación 4.15 en contraste con $k_s[S2]$ calculado por simulaciones de Monte Carlo con 500 realizaciones. Utilizando A.) Celdas de 15 m B.)Celdas de 45 m y C.) Celdas de 100 m con diferentes longitudes de correlación en el rango de 2.5 a 100 m	95
Figura 4-10. Modelo de red neuronal artificial RNA3. Elaborado para estimar α .	96
Figura 4-11. Diagrama de dispersión del parámetro α comparando sus valores optimizados en la Ecuación 4.15 con los estimados por la red neuronal RNA3.....	97
Figura 4-12. Diagramas de dispersión de $k_p[S2]$ calculado con la Ecuación 4.16 en contraste con $k_p[S2]$ calculado por simulaciones de Monte Carlo con 500 realizaciones. Utilizando A.) Celdas de 15 m B.)Celdas de 45 m y C.) Celdas de 100 m con diferentes longitudes de correlación en el rango de 2.5 a 100 m	98
Figura 4-13. Modelo de red neuronal artificial RNA4 elaborado para estimar β	100
Figura 4-14. Diagrama de dispersión del parámetro β comparando sus valores optimizados en la Ecuación 4.16 con los estimados por la red neuronal RNA4...	100
Figura 4-15. Visualización de la relación de los parámetros ω_1 , ω_2 , α y β de las Ecuaciones 4.14, 4.15 y 4.16 con la heterogeneidad a nivel de microescala según los modelos RNA1, RNA2, RNA3 y RNA4.....	101
Figura 5-1. Localización de la cuenca de Goodwin Creek	106
Figura 5-2. Distribución de pendientes y elevación en la cuenca	107
Figura 5-3. Curva hipsométrica de la cuenca de Goodwin Creek calculada con el MED de 30x30 m.....	107
Figura 5-4. Estaciones hidrométricas y pluviográficas empleadas en las modelaciones.....	109
Figura 5-5. Mapas de los parámetros H_u , k_s y k_p estimados con resolución espacial de 30 x 30 m ²	112

Figura 5-6. Mapas de H_u , k_s y k_p estimados para una resolución de 1740 x 1740 m ²	112
Figura 5-7. Valores medios de H_u , k_s y k_p para toda la cuenca.....	113
Figura 5-8. Simulación del evento de calibración en el punto de salida de la cuenca con los diferentes modelos.....	116
Figura 5-9. Dispersión de los índices de eficiencia en validación espacial. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos).....	119
Figura 5-10. Validación espacial en las estaciones 4 y 6.....	120
Figura 5-11. Validación espacial en las estaciones 8 y 14.....	121
Figura 5-12. Dispersión de los índices de eficiencia en validación temporal. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos).....	122
Figura 5-13. Validación temporal con los eventos ‘17/10/81’ y ‘02/12/83’ en la estación de salida de la cuenca.....	124
Figura 5-14. Validación temporal con los eventos ‘19/11/83’ y ‘27/08/82’ en la estación de salida de la cuenca.....	125
Figura 5-15. Dispersión de los índices de eficiencia en validación espacio-temporal en la estación de aforo 4. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos).....	126
Figura 5-16. Validación espacio-temporal con los eventos ‘17/10/81’, ‘02/12/83’, ‘19/11/83’ y ‘27/08/82’ en la estación de aforo 4. A) R1, B) R1+EE, C) R2, D) R2+EE, E) R3, y F) R3+EE.....	128
Figura 5-17. Dispersión de los índices de eficiencia en validación espacio-temporal en la estación de aforo 6. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos).....	129
Figura 5-18. Validación espacio-temporal con los eventos ‘17/10/81’, ‘02/12/83’, ‘19/11/83’ y ‘27/08/82’ en la estación de aforo 6. A) R1, B) R1+EE, C) R2, D) R2+EE, E) R3, y F) R3+EE.....	131
Figura 5-19. Dispersión de los índices de eficiencia en validación espacio-temporal en la estación de aforo 7. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos).....	132

Figura 5-20. Validación espacio-temporal con los eventos ‘17/10/81’, ‘02/12/83’, ‘19/11/83’ y ‘27/08/82’ en la estación de aforo 7. A) R1, B) R1+EE, C) R2, D) R2+EE, E) R3, y F) R3+EE.....	134
Figura 5-21. Dispersión de los índices de eficiencia en validación espacio-temporal en la estación de aforo 8. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos).....	135
Figura 5-22. Validación espacio-temporal con los eventos ‘17/10/81’, ‘02/12/83’, ‘19/11/83’ y ‘27/08/82’ en la estación de aforo 8. A) R1, B) R1+EE, C) R2, D) R2+EE, E) R3, y F) R3+EE.....	137
Figura 5-23. Dispersión de los índices de eficiencia en validación espacio-temporal en la estación de aforo 14. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos).....	138
Figura 5-24. Validación espacio-temporal con los eventos ‘17/10/81’, ‘02/12/83’, ‘19/11/83’ y ‘27/08/82’ en la estación de aforo 14. A) R1, B) R1+EE, C) R2, D) R2+EE, E) R3, y F) R3+EE.....	140
Figura 5-25. Índices de eficiencia de Nash-Sutcliffe en función del área de cuenca para los 6 modelos sujetos a comparación.....	142
Figura 5-26. Diferencias entre caudales observados y simulados por los modelos R1 y R1+EE para los eventos de validación espacio-temporal. Los valores positivos indican una menor diferencia entre el caudal observado y simulado por R1+EE en comparación con la diferencia entre el caudal observado y simulado por R1, mientras que los valores negativos indican lo contrario.....	143
Figura 5-27. Realizaciones de los mapas de parámetros H_u , k_s y k_p utilizados en el análisis del efecto de agregación espacial.....	144
Figura 5-28. Comportamiento de los factores correctores sin calibrar y desempeño en función de la escala de agregación espacial de los parámetros hidrológicos ...	146
Figura 5-29. Comportamiento de los factores correctores calibrados y desempeño en función de la escala de agregación espacial de los parámetros hidrológicos ...	147

LISTA DE TABLAS

Tabla 3-1 Escalas espaciales empleadas en el estudio	62
Tabla 3-2 Estadísticos de los campos aleatorios de parámetros usados en los experimentos	62
Tabla 4-1 características del experimento de simulación para testar las funciones de densidad derivadas analíticamente.....	86
Tabla 4-2. Correlaciones de ω_1 , ω_2 , $CV(H_u[S1])$ espacial y l_2/a con las variables canónicas.....	91
Tabla 4-3. Correlaciones de α , $CV(k_s[S1])$ espacial y l_2/a con las variables canónicas.....	95
Tabla 4-4. Correlaciones de β , $CV(k_p[S1])$ espacial y l_2/a con las variables canónicas.....	99
Tabla 5-1. Coordenadas de las estaciones de aforo.....	109
Tabla 5-2. Modelos hidrológicos generados para la cuenca de Goodwin Creek ..	110
Tabla 5-3. Parámetros geomorfológicos	111
Tabla 5-4. Factores correctores del modelo TETIS	114
Tabla 5-5. Factores Correctores calibrados para cada uno de los modelos.....	115
Tabla 5-6. Heterogeneidad asociada a los parámetros de las ecuaciones de escalado	117
Tabla 5-7. Índices de eficiencia en la calibración de los 6 modelos	117
Tabla 5-8. Estados medios de humedad en la cuenca para el evento de calibración	117
Tabla 5-9. Índices de eficiencia para la validación espacial con el evento ‘19/09/83’	118

Tabla 5-10. Condiciones iniciales de humedad calibradas para los eventos de validación temporal.....	123
Tabla 5-11. Índices de eficiencia para la validación temporal con cuatro eventos en la estación ubicada en la salida de la cuenca	123
Tabla 5-12. Índices de eficiencia para la validación espacio-temporal en la estación de aforo 4	127
Tabla 5-13. Índices de eficiencia para la validación espacio-temporal en la estación de aforo 6	130
Tabla 5-14. Índices de eficiencia para la validación espacio-temporal en la estación de aforo 7	133
Tabla 5-15. Índices de eficiencia para la validación espacio-temporal en la estación de aforo 8	136
Tabla 5-16. Índices de eficiencia para la validación espacio-temporal en la estación de aforo 14	139
Tabla 5-17. Propiedades estadísticas de los mapas de parámetros generados con resolución de 30 m.....	145
Tabla 5-18. Parámetros de las ecuaciones de escalado estimados para los tres niveles de agregación.....	145

LISTA DE SÍMBOLOS

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>
${}_2F_1$	Función hipergeométrica (adimensional)
Δt	Tamaño de intervalo temporal (T)
a	Longitud de correlación (L)
a_1, c_d, c_n	Coefficientes y exponentes de las ecuaciones de propagación del flujo basado en la onda cinemática geomorfológica
$CV(H_u [S1])$	Coefficiente de variación de la capacidad de almacenamiento estático en la microescala (adimensional)
$CV(k_s [S1])$	Coefficiente de variación de la conductividad hidráulica saturada del suelo en la microescala (adimensional)
$CV(k_p [S1])$	Coefficiente de variación de la conductividad hidráulica saturada del sustrato del suelo en la microescala (adimensional)
D_1	Infiltración capilar (L)
D_2	Flujo input al almacenamiento superficial (L)
E_v	Error en volumen (porcentaje)
E_t	Error en tiempo al pico (T)
ETP	Evapotranspiración potencial (L)
E_p	Error en caudal pico (porcentaje)
h	Distancia entre dos puntos en el espacio (L)
H_1	Agua almacenada en el tanque de almacenamiento estático (L)
H_{1f}	Agua almacenada en el tanque de almacenamiento estático al final del intervalo (L)
$H_1 [S2]$	Agua almacenada en el tanque de almacenamiento estático en la mesoescala (L)
H_u	Capacidad de almacenamiento estático (L)
$H_u [S2]$	Capacidad de almacenamiento estático en la mesoescala (L)
$H_u [S1]$	Capacidad de almacenamiento estático en la microescala (L)
$\bar{H}_u [S1]$	Media de la capacidad de almacenamiento estático en la microescala (L)
k_s	Conductividad hidráulica saturada del suelo (L/T)

$k_s [S2]$	Conductividad hidráulica saturada del suelo en la mesoescala (L/T)
$k_s [S1]$	Conductividad hidráulica saturada del suelo en la microescala (L/T)
$\bar{k}_s [S1]$	Media de la conductividad hidráulica saturada del suelo en la microescala (L/T)
k_p	Conductividad hidráulica saturada del sustrato del suelo (L/T)
$\bar{k}_p [S1]$	Media de la conductividad hidráulica saturada del sustrato del suelo en la microescala (L/T)
$k_p [S2]$	Conductividad hidráulica saturada del sustrato del suelo en la mesoescala (L/T)
$k_p [S1]$	Conductividad hidráulica saturada del sustrato del suelo en la microescala (L/T)
l_2	Tamaño de celda (L ²)
N	Número de unidades de microescala dentro de la mesoescala (adimensional)
<i>NSE</i>	Índice de eficiencia de Nash-sutcliffe (adimensional)
n_t, l_t, m_t, p_t, q_t	Variables auxiliares en la definición de la función de distribución derivada de la capacidad de almacenamiento estático en la mesoescala
P1	Intensidad de precipitación en la microescala (L/T)
P2	Intensidad de la lluvia (L/T)
Q_t	Caudal observado en el tiempo t (L ³ /T)
\hat{Q}_t	Caudal simulado en el tiempo t (L ³ /T)
\bar{Q}	Caudal medio observado en el periodo de simulación (L ³ /T)
Q_p	Caudal pico observado (L ³ /T)
\hat{Q}_p	Caudal pico simulado (L ³ /T)
<i>RMSE</i>	Raíz cuadrada del error cuadrático medio (L ³ /T)
<i>S1</i>	Microescala
<i>S2</i>	Mesoescala
<i>S2a</i>	Mesoescala de 5x5 m ²
<i>S2b</i>	Mesoescala de 15x15 m ²
<i>S2c</i>	Mesoescala de 45x45 m ²
<i>S2d</i>	Mesoescala de 100x100 m ²

t	Intervalo de tiempo de simulación
t_p	Tiempo al pico observado (T)
\hat{t}_p	Tiempo al pico simulado (T)
U	Función de distribución uniforme
V	Volumen de agua total observado (L^3)
\hat{V}	Volumen de agua total simulado (L^3)
v_c, u_c	Variables canónicas
VRF	Factor de reducción de la varianza (adimensional)
w	Constante en el intervalo 0,1
X_1	Precipitación (L)
X_2	Excedente de precipitación (L)
X_3	Flujo gravitacional (L)
X_4	Percolación (L)
X_5	Pérdidas subterráneas de agua (L)
$X_1[S_2]$	Precipitación en la mesoescala (L)
$X_2[S_2]$	Excedente de precipitación en la mesoescala (L)
$X_3[S_2]$	Infiltración gravitacional en la mesoescala (L)
Y_1	Evapotranspiración (L)
Y_2	Escorrentía directa (L)
Y_3	Flujo subsuperficial (L)
Y_4	Flujo base (L)

Símbolos griegos

Significado

α	Parámetro relacionado con la heterogeneidad de la conductividad hidráulica saturada del suelo en la microescala (adimensional)
β	Parámetro relacionado con la heterogeneidad de la conductividad hidráulica saturada del sustrato del suelo en la microescala (adimensional)
$\beta_1; \beta_2; \beta_3; \beta_4$	Parámetros de ajuste de las ecuaciones de escalado candidatas (adimensionales)

ε	CDF de la distribución exponencial de parámetro α o β
$\kappa, \varphi, \alpha_1, \alpha_2, \theta, \xi$	Coefficientes y exponentes de las ecuaciones de propagación del flujo basado en la onda cinemática geomorfológica
Λ	Factor de escala de la distribución beta
$\lambda(m)$	Índice de cobertura vegetal para cada mes (adimensional)
Φ	CDF de la distribución normal estándar
Φ_2	Capacidad de infiltración (L)
Ψ	Tamaño de mesoescala (L^2)
Ω	Subregión dentro de la mesoescala (L^2)
ω_1, ω_2	Parámetros relacionados con la heterogeneidad de la capacidad de almacenamiento estático dentro de la mesoescala (adimensionales)

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

La alta variabilidad espacial y temporal de los procesos hidrológicos en diferentes escalas de observación dificulta la tarea de encontrar leyes físicas que permitan construir una red de teorías válida en múltiples escalas, es por esto que la Ciencia Hidrológica no dispone de principios fundamentales que soporten un corpus teórico universalmente aceptado por la comunidad científica (Blöschl, 2005a; Sivapalan, 2005), esto hace que exista una alta diversidad de enfoques para representar los procesos hidrológicos. Hay un valioso conocimiento para describir individualmente los procesos físicos relevantes a escala puntual (infiltración, evapotranspiración, fusión de nieve, flujo en canales, flujo subterráneo y transporte de contaminantes) y se ha generado un rico conocimiento heurístico sobre el funcionamiento hidrológico en la mesoescala, pero hay una carencia de herramientas sobre cómo relacionar los procesos en diferentes escalas. El conocimiento actual no es suficiente para formular ecuaciones generalizables que tengan en cuenta las heterogeneidades y las propiedades emergentes que surgen a nivel de cuenca. Lo anterior hace manifiesta la necesidad de realizar investigaciones relacionadas con los efectos de escala.

Desde las pasadas tres décadas, el paradigma de desarrollo de la Hidrología se ha centrado de manera dominante en la modelación del ciclo hidrológico y en

proponer métodos explícitos e implícitos para tratar la variabilidad en diferentes escalas espaciales y temporales y entender su efecto en la dinámica de los sistemas hidrológicos (Blöschl, 2011). En la modelación hidrológica distribuida a nivel de cuenca, es importante entender a qué escala se promedian las heterogeneidades y qué nivel de detalle de estas debe ser incluido en las celdas de modelación para filtrar información no relevante a escala de cuenca (Sivapalan, 2003; Didszun y Uhlenbrook, 2008).

Aún es difícil establecer a priori un área óptima de modelación que permita obtener el mejor funcionamiento de un modelo hidrológico distribuido. Si se escoge una baja resolución espacial se podría perder el efecto de la variabilidad espacial e incurrir en errores por omitir información relevante. Sin embargo, si se escoge una alta resolución espacial se podría aumentar la probabilidad de error al reducir la identificabilidad de los parámetros, a lo cual se suma el hecho de que es frecuente no disponer de información suficiente para caracterizar el medio objeto de estudio (Shrestha *et al.*, 2006; Shrestha *et al.*, 2007; Didszun y Uhlenbrook, 2008).

El presente estudio se ha centrado en el efecto de escala espacial de los parámetros que describen las principales características hidrológicas del suelo en el modelo hidrológico TETIS: La capacidad de almacenamiento estático y las conductividades hidráulicas saturadas del suelo y sustrato. TETIS es un modelo hidrológico distribuido que considera los procesos hidrológicos más importantes de una cuenca hidrológica. La producción de escorrentía es modelada mediante cinco tanques vinculados secuencialmente en cada celda. Por su parte, para la propagación del flujo en canales se utiliza la onda cinemática con relaciones geomorfológicas de la red de cauces (Francés *et al.*, 2002).

1.1 Contexto

1.1.1 Antecedentes

El efecto de la discretización espacial en la modelación hidrológica distribuida ha sido tema de investigación en numerosos trabajos (Molnar y Julien, 2000; Vázquez *et al.*, 2002; Liang *et al.*, 2004; Shrestha *et al.*, 2006; Binaya Raj *et al.*, 2008; Hellebrand y van den Bos, 2008; Rojas *et al.*, 2008; Merz *et al.*, 2009). De acuerdo con estas investigaciones, se puede afirmar que el buen funcionamiento de un modelo distribuido depende de la escala de modelación, la resolución y calidad de los datos de entrada, y de la estructura del modelo. Además, el tamaño de celda óptimo para la modelación depende del tipo de modelo hidrológico y las características particulares de cada cuenca. Shrestha *et al.* (2006) plantearon que la resolución espacial adecuada de los datos de entrada está en función del área de la cuenca y propusieron el índice IC-Ratio como criterio para seleccionar la resolución de los datos de entrada. Sus resultados mostraron que al utilizar de 10 a 20 celdas de modelación se obtiene un comportamiento satisfactorio del modelo MaScOD para las tres cuencas que estudiaron (Suiping, 2093 km²; Wangjiaba, 29844 km²; y Bengbu, 132350 km², ubicadas en China). Ellos encontraron que la tasa de mejora en el comportamiento del modelo fue insignificante para más de 20 celdas y el modelo exhibió un bajo desempeño al utilizar menos de 10 celdas.

Lee *et al.* (2009) estudiaron las implicaciones de la resolución espacial de los modelos digitales de elevación (MED) en la estimación de parámetros con un modelo distribuido de lluvia-escorrentía. Sus resultados indican que al variar los parámetros topográficos es necesario variar los valores de los parámetros de los procesos para producir simulaciones igualmente aceptables y las discretizaciones más finas constituyen un factor dominante en la ocurrencia de equifinalidad, lo cual implicó una disminución en la identificabilidad de los parámetros.

Para abordar el estudio de la variabilidad es necesario seleccionar un grupo de escalas espaciales y temporales, cuya elección condiciona la manera en que son percibidas las propiedades del proceso objeto de investigación (Woods, 2005). La

identificación de una escala espacial mínima en la cual sea irrelevante la variabilidad a pequeña escala ha sido propuesta a través del concepto de volumen elemental representativo (REV) para medios porosos (Zhang *et al.*, 2000; Delleur, 2006), y ha sido extendido por Wood *et al.* (1988) al contexto de la modelación hidrológica a escala de cuenca a través del concepto de área elemental representativa (REA).

Wood *et al.* (1988) reportaron un valor REA de 1 km² para la cuenca experimental del río Coweeta (área = 17 km²), en EE. UU. Blöschl *et al.* (1995) realizaron un análisis semejante al de Wood *et al.* (1988) empleando la misma topografía, el mismo método para generar los valores de los parámetros y considerando el efecto de propagación de la onda de crecida en un enfoque de cuencas anidadas. Sus resultados indicaron que la existencia y el tamaño de REA son específicos para cada cuenca y aplicación concreta; particularmente, depende de la duración y longitud de correlación de la precipitación, el efecto del flujo en canales y la infiltración. Seyfried y Wilcox (1995) concluyeron que el área umbral depende del proceso y la escala de interés. Por tanto, no existe un valor único de REA a escala de cuenca. Woods *et al.* (1995) encontraron que el tamaño de REA está más relacionado con la topografía que con los atributos de la precipitación.

Fan y Bras (1995) discutieron las limitaciones del método utilizado por Wood *et al.* (1988) para encontrar el tamaño de REA y cuestionaron la existencia de REA dada la presencia de heterogeneidades en múltiples escalas y su aparente dependencia en los eventos de tormenta. Según Woods (2005), el estado del conocimiento actual a este respecto se encuentra incompleto y son necesarios nuevos aportes en la identificación de áreas umbrales representativas y en proponer parametrizaciones del efecto de las heterogeneidades dentro de dichas áreas.

1.1.2 Motivación

Los procesos dominantes en un sistema hidrológico pueden ser diferentes en diferentes escalas (Blöschl y Sivapalan, 1995; Shuttleworth *et al.*, 2010) y los efectos de escala surgen cuando la representación de un proceso válida a una escala determinada se aplica a una escala diferente, en la cual existen otras propiedades

relevantes. La naturaleza heterogénea de las características medioambientales, la fuerte variabilidad asociada a los procesos hidrológicos sobre un amplio rango de escalas espacio-temporales y la no-linealidad presente en dichos procesos constituyen factores que hacen complejo el desarrollo de estrategias de escalado. Además, debido a restricciones prácticas, existen disparidades entre el soporte de las escalas de proceso, observación y modelación (Blöschl y Sivapalan, 1995). La convolución de estos factores hace que los problemas de escala y escalado en Hidrología continúen siendo un gran desafío (Tetzlaff *et al.*, 2010).

Para soportar las bases de una teoría de multiescala en Hidrología es necesario definir una separación de escalas espaciales, en la cual se pueda simplificar la descripción de las propiedades de la cuenca y se pueda representar su comportamiento distribuido sin la complejidad debida al patrón de las heterogeneidades locales (Blöschl *et al.*, 1995; Wood, 1998). Por otra parte, la transferencia de información entre escalas (escalado) y especialmente la representación de la variabilidad a nivel de subcelda es un tema de interés en la modelación hidrológica ya que podría ser utilizada como una herramienta para reducir las dependencias de escala en los parámetros (Wood, 1995; Grayson y Blöschl, 2001; Sivapalan *et al.*, 2004).

1.2 Problema de investigación y alcance

En esta tesis doctoral se busca analizar el problema de escala espacial a través de simulaciones estadísticas para la formulación de una separación de escalas espaciales utilizando el concepto de área elemental representativa (Wood *et al.*, 1988) y su relación con la definición de un tamaño de celda óptimo para la modelación hidrológica distribuida. Para dicho análisis se ha utilizado la conceptualización del proceso de infiltración del modelo hidrológico distribuido TETIS (Francés *et al.*, 2002). Además, se trata el problema de escalado a través de la implementación de un procedimiento para incorporar información relevante a nivel de microescala (subcelda) en la modelación a nivel de mesoescala (celda) y evaluar el desempeño del modelo hidrológico utilizando la Parametrización de

subcelda en un caso de aplicación en la cuenca experimental de Goodwin Creek, y comparar sus resultados con la aplicación del modelo sin Parametrizaciones de subcelda.

En esta investigación se pretende dar respuesta a las siguientes preguntas: ¿La estructura de heterogeneidad espacial de los parámetros del modelo permite que se pueda identificar un tamaño de celda óptimo para la modelación del proceso de infiltración?, ¿El concepto de área elemental representativa está relacionado en alguna forma con un tamaño de celda óptimo?, ¿La incorporación de la variabilidad espacial a nivel de subcelda en los parámetros del suelo mejora la representación de la respuesta hidrológica en una cuenca?

1.3 Objetivos

Los objetivos generales de la presente tesis son:

- Analizar el efecto de la heterogeneidad de los parámetros del suelo en la microescala sobre los parámetros efectivos en la mesoescala, utilizando el mismo modelo hidrológico en ambas escalas.
- Proponer funciones de escalado que relacionen características de los parámetros efectivos de un modelo en la microescala con los parámetros efectivos en la mesoescala y evaluar su funcionamiento en una cuenca de estudio.

Los anteriores objetivos generales implican los siguientes objetivos específicos:

- Implementar un algoritmo para generar campos aleatorios de parámetros hidrológicos con dependencia espacial.
- Desarrollar un procedimiento de formulación inversa para calcular los parámetros efectivos en la mesoescala a partir de las simulaciones hechas en la microescala.

- Estudiar la relación del concepto de área elemental representativa con la heterogeneidad de los parámetros y cómo influye en la elección de un tamaño de celda para la modelación.
- Programar e integrar el código de las ecuaciones de escalado en el código fuente del modelo hidrológico y del algoritmo de calibración automática.
- Evaluar el desempeño de las ecuaciones de escalado en la cuenca experimental de Goodwin Creek comparando el funcionamiento del modelo hidrológico en diferentes escalas de agregación.

1.4 Metodología general y estructura de la tesis

Para alcanzar los objetivos propuestos en la investigación se ha diseñado un enfoque metodológico compuesto por dos fases. En la primera se aborda el estudio del efecto de escala espacial de dos parámetros hidrológicos que controlan el proceso de infiltración en el modelo hidrológico TETIS. Se utilizan campos de parámetros correlacionados espacialmente con características similares a las encontradas en cuencas reales, y a partir de una formulación inversa que incluye la agregación del flujo en la microescala, se calculan parámetros efectivos en la mesoescala y se estudian sus propiedades. En una segunda fase se trata el problema del escalado. Con base en funciones de distribución derivadas y ecuaciones empíricas no lineales se han desarrollado ecuaciones de escalado para estimar parámetros efectivos no estacionarios en la mesoescala. A continuación, se han aplicado las ecuaciones de escalado semi-empíricas a la cuenca experimental de Goodwin Creek para validar su funcionamiento.

El documento está estructurado en 6 capítulos y tres apéndices. En el Capítulo 2 se presenta el estado del arte en los temas relacionados con los problemas de escala y escalado en Hidrología, dando especial atención a la importancia de la

variabilidad, la heterogeneidad y la no linealidad como factores subyacentes del problema de investigación tratado en la tesis. El Capítulo 3 hace una reflexión acerca del concepto de REA, se discute un método para identificarla redefiniendo su dominio espacial y se analiza su potencial para establecer un tamaño de celda óptimo en el contexto de la modelación hidrológica distribuida. El Capítulo 4 presenta ecuaciones para parametrizar las heterogeneidades a nivel de microescala en tres parámetros hidrológicos del modelo TETIS, utilizando el concepto de parámetros efectivos no estacionarios. En la primera sección de este capítulo se da una solución analítica al problema constatando su validez a través de simulaciones de Monte Carlo; en la segunda sección se proponen ecuaciones semi-empíricas para parametrizar dichas heterogeneidades. En el Capítulo 5 se detallan los resultados de la aplicación de las ecuaciones de escalado en la cuenca experimental Goodwin Creek (Mississippi, EEUU) y en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones del trabajo y se plantean líneas futuras de investigación derivadas de la tesis. En el apéndice A1 se presentan las funciones de distribución de probabilidad utilizadas para calcular parámetros efectivos no estacionarios en la mesoescala. El apéndice A2 muestra los modelos semi-empíricos candidatos y el apéndice A3 presenta una descripción del modelo hidrológico distribuido TETIS.

Capítulo 2

ESTADO DEL ARTE

2.1 Variabilidad en los procesos hidrológicos

Todo proceso hidrológico presenta variaciones espaciales y temporales significativas debido a variaciones en factores hidrológicos como clima, meteorología, geología, suelo, vegetación, topografía e intervenciones humanas. Las principales fuentes de variabilidad temporal son el clima, la meteorología y las actividades humanas relacionadas con la gestión del agua y uso del suelo. Por otra parte, la variabilidad espacial está fuertemente determinada por las características del clima, suelo, vegetación, topografía y geología (Woods, 2005).

Los términos “variabilidad” y “heterogeneidad” se suelen utilizar en Hidrología para referirse a dos fuentes de variación diferentes. Blöschl y Sivapalan (1995) afirman que: “...el término variabilidad es típicamente usado para flujos o variables de estado, y el término heterogeneidad es típicamente usado para propiedades del medio (como los parámetros hidrológicos del suelo)”. Por considerar relevante dicha diferencia, este documento se referirá a la variabilidad como el cambio cuantitativo en una variable hidrológica cuando se compara una

ubicación espacial con otra, o un intervalo o un instante de tiempo con otro (Woods, 2005). Y a la heterogeneidad como el cambio cuantitativo en una propiedad del medio cuando se compara una ubicación espacial con otra.

La variabilidad y la heterogeneidad pueden ser descritas desde una perspectiva aleatoria (estocástica, no predecible en detalle pero predecible en términos de propiedades estadísticas) y/o desde una perspectiva determinística (predecible, causada por leyes físicas o eventos precedentes). La misma variable hidrológica puede ser tratada como una cantidad aleatoria en una situación y ser considerada como determinística para abordar un problema en otro contexto. Como por ejemplo la lluvia, usualmente ésta se considera determinística para modelar crecidas y se considera como una variable aleatoria en el análisis de frecuencias (Blöschl y Sivapalan, 1995; Woods, 2005).

Para expresar una variable como determinística, debe encontrarse un nivel de organización en el sistema identificando ciclos, tendencias, estructuras y/o patrones (Blöschl, 1999), y postulando una explicación con un sustento teórico de las leyes que los rigen. Pero en algunos casos resulta muy difícil lograrlo. En tales casos, es más prudente representar las variables hidrológicas y las propiedades hidráulicas del suelo (como por ejemplo la humedad del suelo, concentración de contaminantes, conductividad hidráulica, tasas de degradación) como variables aleatorias (Skoien y Blöschl, 2006).

2.2 Los Modelos Hidrológicos

En la búsqueda de fundamentos para representar los principales procesos hidrológicos ha surgido una gran variedad de modelos hidrológicos, y resulta más conveniente clasificarlos que intentar describir cada uno de ellos. Los modelos hidrológicos han sido clasificados tradicionalmente como agregados o distribuidos. Un modelo es agregado si la cuenca se toma como unidad de modelación sin tener en cuenta ni la variabilidad ni la heterogeneidad espacial dentro de dicha unidad

explícitamente, y es distribuido si tiene en cuenta la variabilidad y heterogeneidad espacial dentro de la cuenca de manera explícita (Beven, 2005).

Wheater *et al.* (1993) clasifican los modelos hidrológicos en tres categorías: modelos métricos, modelos paramétricos y modelos mecanicistas. Los modelos métricos se basan solamente en los datos disponibles sin incluir un conocimiento previo de los procesos que ocurren en la cuenca. Los modelos paramétricos utilizan elementos de almacenamientos conceptuales y tienen una estructura definida antes de ser aplicados, sus parámetros agregan los procesos que ocurren dentro de cada elemento de modelación y sus valores no pueden ser derivados directamente de mediciones en el terreno. Los modelos mecanicistas se basan en formulaciones que parten de los principios de conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía, la formulación de este tipo de modelos implica que sus parámetros representan características medibles físicamente; sin embargo, este tipo de modelos también deben ser calibrados debido a que se utilizan con elementos de modelación con un tamaño superior al soporte en que pueden ser medidos sus parámetros y se utilizan como modelos ‘agregados’ en cada unidad de modelación (Beven, 1989; Beven, 2002).

Varias investigaciones han demostrado que los modelos de tipo mecanicista no son superiores a los modelos paramétricos cuando se busca predecir la respuesta hidrológica de una cuenca, y los dos tipos de modelos están sujetos a la incorporación de errores sistemáticos debido a una insuficiente representación de la heterogeneidad espacial y dependencias de escala en sus parámetros (Loague y Freeze, 1985; Woolhiser, 1996; Yang *et al.*, 2000; Das *et al.*, 2008).

2.2.1 Representación de procesos

Beven (2005) destaca la importancia de reconocer la diferencia entre la complejidad percibida en los procesos hidrológicos que ocurren en una cuenca y la representación matemática de dichos procesos. La representación matemática es una manifestación simplificada del funcionamiento del sistema; es común encontrar en la literatura formulaciones que relacionan los flujos con almacenamientos de forma lineal o no lineal, este tipo de ecuaciones no están

soportadas por una deducción analítica a partir de principios físicos a escala puntual pero numerosos experimentos de constatación empírica en diversas cuencas han mostrado que son una aceptable representación de la Hidrología, sujeta a problemas de identificación de parámetros, sensibilidad a tendencias y dependencias de escala.

Freeze y Harlan (1969) argumentaron la necesidad de una representación “más objetiva” en comparación a la representación paramétrica y propusieron por primera vez una representación a través de ecuaciones de procesos físicos a escala puntual; un gran número de modelos hidrológicos actuales han heredado las ideas originales de Freeze y Harlan. La principal desventaja de la búsqueda de ecuaciones agregadas a partir de ecuaciones puntuales (“upwards”) es que algunos procesos dominantes a escala puntual pueden ser menos importantes a una escala mayor (Sivapalan, 2003) y por lo general se generan modelos complejos por la necesidad de capturar toda la heterogeneidad y complejidad observada a escalas pequeñas (Sivapalan y Young, 2005). La formulación de ecuaciones a nivel de mesoescala continúa siendo un gran problema en la Hidrología de cuencas dada la alta heterogeneidad de las características de los suelos y cobertura del terreno, la significativa variabilidad de la precipitación y el surgimiento de propiedades superiores que no pueden ser explicadas desde los mecanismos conocidos a escala puntual (Beven, 2002).

En contraste con el desarrollo de modelos de mesoescala a partir de ecuaciones puntuales, se ha explorado la filosofía de postular modelos de mesoescala extrayendo formas de modelos parsimoniosos que reproduzcan satisfactoriamente las propiedades importantes o procesos dominantes a escala de cuenca o ladera (“downward”). Este enfoque implica una visión holística del funcionamiento de una cuenca con base en datos obtenidos a escala de cuenca y busca identificar procesos dominantes directamente en la escala de interés.

Para categorizar filosofías de representación de procesos, Nalbantis *et al.* (2011) toman como criterio el nivel de detalle al que se realice la modelación. Cuando algunos procesos son modelados en detalle y otros procesos representados de manera simplificada se omiten necesariamente algunas interacciones y llaman a

ese enfoque de modelación “monomérico”. Por oposición sustancial, cuando todas las partes del sistema estudiado se modelan a un detalle similar y se relacionan a través de mecanismos de retroalimentación, se refiere a un enfoque de modelación “holístico”. De acuerdo con Sivapalan y Young (2005), la Hidrología requiere una teoría unificada en la cual se integren procesos, patrones y relaciones funcionales a nivel de multiescala. Siendo necesario el desarrollo de herramientas para predecir mecanismos dominantes de los flujos en diferentes condiciones (Sidle, 2006), y encontrar un marco de referencia con capacidad de conectar componentes del ciclo hidrológico a través de múltiples escalas espaciotemporales. Este marco deberá postularse a través de ecuaciones de balance para masa, cantidad de movimiento y energía consistentes con las heterogeneidades presentes en los sistemas hidrológicos y éstas deberán estar articuladas con la formulación de leyes de escalado en el comportamiento hidrológico de las cuencas. Lo cual constituye una idea ambiciosa, pero necesaria para generar un avance significativo en este campo del conocimiento.

2.2.2 Selección de modelos y evaluación de predicciones

Debido a que existe una amplia variedad de modelos disponibles para representar la relación lluvia-escorrentía, la tarea de seleccionar un modelo hidrológico para aplicarlo a un caso concreto no es simple. Beven (2001) propuso los siguientes criterios para aceptar o rechazar un modelo hidrológico candidato a ser utilizado en una aplicación real:

- ¿Existe un modelo disponible o podría estar disponible si vale la pena invertir tiempo y dinero?
- ¿El modelo predice todas las variables requeridas por los objetivos particulares del caso de estudio?
- ¿Las hipótesis del modelo son asumibles de acuerdo con el conocimiento que se tenga de la respuesta de la cuenca que se desea estudiar?

- ¿Todas las entradas requeridas por el modelo (dominio del flujo, condiciones iniciales y de contorno, parámetros del modelo) se pueden estimar en el tiempo y con las restricciones de costos del proyecto?

Según Beven (2001), la utilización de estos criterios en cualquier aplicación práctica resultaría en rechazar todos los modelos disponibles en la actualidad. Por tanto, es importante utilizar herramientas de evaluación de los modelos que se utilicen para tener claro su alcance y sus repercusiones en las decisiones de gestión que se pudieran tomar como resultado de su aplicación.

Como consecuencia de la alta diversidad de modelos hidrológicos y la imposibilidad de utilizar parámetros medibles, el modelador debe emprender la tarea de encontrar una combinación entre la estructura del modelo y los parámetros. Es ampliamente conocido el uso de funciones objetivo para minimizar la diferencia entre la respuesta hidrológica observada y simulada a través del procedimiento conocido como calibración. Para indicar que el modelo identificado tiene algún grado de generalización, se realiza una validación en la que se simula la respuesta del sistema utilizando una parte de datos de la serie temporal no utilizada en la calibración. Beven y Freer (2001) demostraron que el procedimiento calibración/validación es insuficiente para testar la idoneidad de un modelo, ya que varias estructuras de modelo y conjuntos de parámetros podrían ser igualmente aceptables, es lo que denominaron “principio de equifinalidad”.

Por tanto, es recomendable realizar la evaluación de las predicciones y modelos en tres dimensiones (Wagener, 2003): evaluación del desempeño, evaluación de la incertidumbre y evaluación del grado de realismo del modelo. La evaluación del desempeño busca indicar que tan cerca está el funcionamiento del modelo del funcionamiento del sistema real a través de funciones objetivo y/o medidas de desempeño local y global.

La modelación hidrológica está afectada por cuatro fuentes de incertidumbre: incertidumbre en la precipitación que entra al sistema, incertidumbre en los caudales de salida, incertidumbre estructural (relacionada con el error generado por asumir un modelo particular) e incertidumbre en los parámetros (Butts *et al.*,

2004). Renard *et al.* (2010) indican que existen numerosas propuestas para cuantificar la incertidumbre: enfoques de frecuencias, bayesianos y enfoques que abandonan el constructo probabilístico formal, como el caso de la metodología GLUE, la utilidad de esta última para cuantificar la incertidumbre predictiva ha sido criticada por Mantovan y Todini (2006) al afirmar que “la técnica tiene una capacidad reducida de extraer información de las observaciones”. Una discusión al respecto puede encontrarse en Beven *et al.* (2007), y Mantovan *et al.* (2007).

Un aspecto importante en la evaluación de la incertidumbre es cuantificar la contribución individual de las diferentes fuentes de incertidumbre, pero este es un área que se encuentra aún en desarrollo y que requiere la formulación de nuevas técnicas estadísticas (Huard y Mailhot, 2008; Biondi y De Luca, 2011). Ajami *et al.* (2007) estimaron explícitamente tres fuentes de incertidumbre (en parámetros, en precipitación y en la estructura) y encontraron una mejora en la precisión de las predicciones y las bandas de incertidumbre aún en los periodos de validación.

Clark *et al.* (2008) utilizaron una estructura computacional con diferentes submodelos para construir 79 modelos hidrológicos y entender errores estructurales denominada “Framework for Understanding Structural Errors” (FUSE), encontraron que las diferencias en desempeño estaban relacionadas con la parametrización de áreas saturadas y concluyeron que la elección del modelo hidrológico es tan importante como la identificación de parámetros. Clark *et al.* (2011) destacan la necesidad de hacer un mejor uso de los datos disponibles, no solo para estimar parámetros sino también para identificar una estructura de modelo adecuada o un rango de estructuras plausibles.

Desde la corriente de pensamiento de Popper, la verificación y validación de modelos numéricos de sistemas naturales es imposible de abordar, ya que los sistemas naturales son sistemas abiertos y el uso de estos términos llevaría a una falsa impresión de “capacidad del modelo”. Sin embargo, en Hidrología se utilizan estos términos desde un punto de vista práctico y no se considera que la verificación y validación permitan afirmar que el modelo será correcto para todas las condiciones posibles; en Hidrología se interpreta la verificación y validación

desde un punto de vista restrictivo y se entienden como un aumento de nuestra confianza en los modelos evaluados (Refsgaard y Henriksen, 2004).

2.3 Conceptos de escala y escalado en Hidrología

La escala se refiere a la medida espacial o temporal sobre la cual es considerada una variable hidrológica (Woods, 2005); puede definirse con relación al proceso (escala de procesos: se refiere a la dimensión de variabilidad natural), con relación a las observaciones (escala de observación) o relativa a la modelación (escala de modelación). Habitualmente, en el análisis de sistemas hidrológicos se requieren predicciones a una escala espacial y temporal diferente a la escala de observación y/o modelación, por lo cual se requiere hacer una transferencia de información entre escalas; dicho proceso se denomina “escalado” (Bierkens *et al.*, 2000). Según Zhang *et al.* (2004), el escalado se enfoca en conocer qué le ocurre a las características de un objeto cuando su escala cambia proporcionalmente. Para explicar el problema de escalado, Zhang *et al.* (2004) se apoyan en el siguiente ejemplo básico: “... consideremos una línea de 1 centímetro, cuando se usa éste tamaño de línea para construir un cuadrado y un cubo, la superficie cuadrada es 1 centímetro cuadrado y el volumen del cubo es 1 centímetro cúbico. Se pueden ver los tres objetos con el mismo valor de 1. Cuando duplicamos el tamaño de la línea, la superficie es 4 centímetros cuadrados, y el volumen del cubo es 8 centímetros cúbicos”, lo cual indica que la relación es potencial. De manera similar, en Hidrología interesa conocer los vínculos entre los procesos, parámetros y ecuaciones a través de diferentes escalas, pero ésta es una tarea mucho más compleja que el ejemplo de Zhang, y desafortunadamente aún no ha sido resuelta por la comunidad de investigadores en el campo de la Hidrología.

La reducción de escala (en inglés: “downscaling”) se realiza cuando la información se transfiere hacia un nivel de detalle superior; cuando la información a nivel de detalle se agrega por algún método lineal o no-lineal y se hace

disponible a un nivel de menor detalle, se está realizando una ampliación de escala (en inglés: “upscaling”) (Blöschl, 2005b; Bronstert *et al.*, 2010). Hay dos clases de métodos que permiten realizar escalado por ampliación o reducción. La primera clase de dichos métodos involucra una representación dinámica de los procesos del ciclo hidrológico, en donde el problema de escalado es determinar cómo cambian las ecuaciones del modelo y/o los parámetros del modelo con la escala. La segunda clase de métodos consiste en descripciones estadísticas donde interesa encontrar la mejor forma de representar la variabilidad aleatoria en el espacio y el tiempo a través de varias escalas.

Blöschl y Sivapalan (1995) identificaron que en la escala de observación hay tres rasgos relevantes: la extensión (dominio del conjunto de observaciones), el espaciamiento (separación entre observaciones) y el soporte (integración de espacio o tiempo que sustenta cada observación). Por ejemplo, en una serie de precipitación diaria observada durante un año, la extensión es un año, el espaciamiento es un día y el soporte es un día (Figura 2-1).

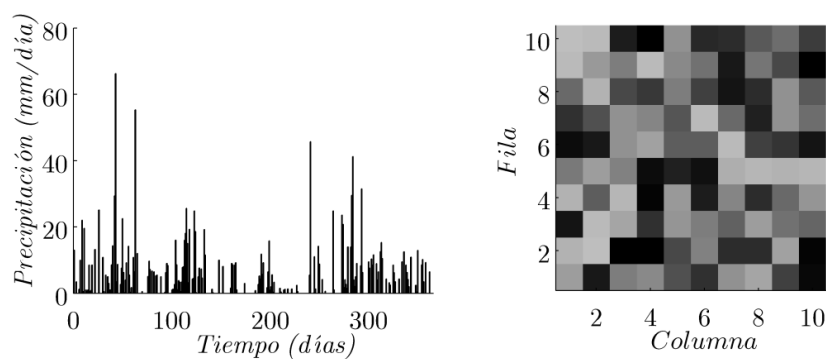


Figura 2-1. Descripción de los tres rasgos de la escala (Soporte, Espaciamiento y Extensión). A) Precipitación diaria para el año 1990 en la ubicación 4,55 N 75,31 W. En este caso la extensión es 365 días, el soporte es 1 día y el espaciamiento es un día. B) Campo de valores de una variable en el dominio bidimensional, cada celda representa un valor. En este caso la extensión es 100 celdas, el soporte es una celda y el espaciamiento es la distancia entre centros de celdas adyacentes. Adaptado de Western y Blöschl (1999).

Según Blöschl y Sivapalan (1995), las anteriores características de la escala de observación (Figura 2-1) se pueden emplear como rasgos de la escala de

modelación. Para un modelo hidrológico espacialmente distribuido, la extensión es el tamaño de la cuenca, el espaciamiento es la separación entre elementos de modelación y el soporte es el tamaño de la celda. Blöschl (2005b) afirma que los diferentes tipos de escalado por ampliación o reducción de la escala dependen de qué rasgo de la escala va a cambiar (extensión, espaciamiento o soporte). El escalado en términos de la “extensión” se refiere a una extrapolación o su inverso (selección de una subregión); el escalado en términos del “espaciamiento” implica una interpolación o su inverso (un muestreo) y el escalado en términos del “soporte” implica una agregación o una desagregación.

La extensión, el espaciamiento y el soporte, influyen de manera diferente en el escalado, por ejemplo: si la escala se define como extensión, la varianza de la precipitación tiende a incrementarse con la escala; pero si la escala se define como soporte, la varianza de la precipitación tiende a disminuir al aumentar el soporte debido al efecto de filtrado (Western y Blöschl, 1999; Skoien y Blöschl, 2006)

Tanto la heterogeneidad como la variabilidad se presentan en diversas escalas; la escala que se use para interpretar y entender el comportamiento de un sistema tiene un gran efecto sobre la variabilidad percibida. La escala actúa como un filtro que permite ver algunos aspectos hidrológicos y enmascarar otros, lo cual justifica la importancia de analizar sus efectos y las formas más convenientes de abordarlos para tener una percepción adecuada del sistema hidrológico objeto de investigación. Woods (2005) ilustra la importancia de la escala en la percepción de la variabilidad mediante el siguiente ejemplo: *“...conocemos acerca de la variación temporal de la temperatura en al menos tres escalas: primero, habitualmente hace más frío en la noche que en el día; segundo, las temperatura promedio es menor en periodos nublados; y tercero, generalmente hace más frío en invierno que en verano. Estos tres ejemplos de variabilidad temporal de la temperatura están en diferentes escalas de tiempo: el primero está en la escala de tiempo diaria, el segundo no tiene una escala particular (la nubosidad puede ir desde segundos hasta días), y el tercero está en la escala de tiempo anual. También conocemos que la temperatura del aire es variable de lugar a lugar: es más frío en la sombra de un árbol frondoso que a plena exposición a la radiación solar, y es más frío en la parte alta de las montañas que cerca de valles y tierras*

más bajas; de tal manera, se ha hecho referencia a la variabilidad espacial en dos escalas espaciales, la escala puntual (del orden de 1m) y la escala de paisaje (del orden de 10km)”.

Cuando se escoge una escala para representar un parámetro, una variable, un grupo de variables o un sistema, se afecta la manera como podrá ser percibida su variabilidad. Por tanto, la diferencia percibida entre dos valores de un parámetro o entre dos valores de una variable debida al tipo de agregación a la que sea sometida la dimensión de referencia (espacio o tiempo) implica un efecto de escala sobre el patrón de variabilidad o heterogeneidad. Por ejemplo, la variación diaria de la precipitación permite observar un tipo de variabilidad, mientras que la variación anual implica observar una diferencia con el patrón de variación diaria, lo cual implica un efecto de escala. En la dimensión espacial se puede inferir una interpretación similar.

2.4 Los problemas de escala espacial en modelación distribuida

Los problemas de escala se deben principalmente a la existencia de diferentes procesos relevantes a diferentes escalas, vínculos no lineales entre procesos, surgimiento de propiedades emergentes por interacciones entre componentes a pequeña escala y existencia de heterogeneidades a diferentes escalas y dimensiones (Blöschl y Sivapalan, 1995; Zhang *et al.*, 2004; Wigmosta y Prasad, 2005). Por ejemplo, el flujo a través de los poros en una matriz de suelo domina el transporte del fluido a escala de laboratorio, mientras que a escala de ladera, existen caminos preferenciales de flujo que transportan la mayor parte del fluido.

Cuando se desea llevar a cabo un escalado de una escala pequeña a una más grande se pueden requerir cambios en los parámetros, las variables de estado o incluso en las ecuaciones del modelo debido a la alta heterogeneidad natural en las propiedades de la cuenca y a la variabilidad espacio-temporal en los procesos hidrológicos. Siguiendo con el ejemplo anterior, en el escalado de un modelo

desarrollado a la escala de laboratorio, se podría requerir un modelo matemático diferente del flujo subsuperficial para representar la escala de ladera, ya que se debe incluir el efecto de los procesos dominantes a esta escala (Wigmosta y Prasad, 2005).

Los modelos conceptuales y físicamente basados enfrentan dos problemas con relación al escalado: introducir nuevos procesos al cambiar la escala y/o introducir el efecto de la variabilidad a medida que cambia la escala; para abordar este problema, los hidrólogos han aplicado diversas herramientas matemáticas como: la teoría de probabilidad, métodos geoestadísticos, teoría fractal, análisis de similitud, técnicas de “machine learning”, algoritmos genéticos, algoritmos evolutivos y teoría del caos, entre otros (Blöschl y Sivapalan, 1995; Sivapalan y Kalma, 1995; Wigmosta y Prasad, 2005). La estructura espacial de los modelos necesariamente condiciona la forma en que es representada la variabilidad y heterogeneidad, a continuación se presentan las características generales de la representación espacial en los modelos hidrológicos distribuidos actuales:

2.4.1 Discretización y tamaño de celda

La unidad fundamental de un modelo distribuido en el espacio es el elemento de modelación, el cual representa el área mínima en el cual se puede representar explícitamente la heterogeneidad espacial y por tanto, define la escala en la que se representan los procesos físicos (Grayson y Blöschl, 2001). En la práctica, la decisión de utilizar un tamaño de celda o elemento está soportada básicamente por la calidad y resolución del input y los datos de las propiedades espaciales disponibles; por tanto, es poco frecuente que coincida la escala de modelación con la escala de los procesos a modelar y la variabilidad natural (Binaya Raj *et al.*, 2008). La conceptualización de los procesos en un modelo influye también en el tamaño del elemento, por lo que una mayor resolución no siempre garantiza un mejor desempeño o representación y desde un punto de vista práctico, el soporte en el cual se requiera la predicción es un factor importante para decidir el tamaño del elemento de modelación (Dehotin y Braud, 2008).

La discretización espacial de los modelos que utilizan explícitamente información distribuida está relacionada con la representación de la topografía. Por lo general el relieve se representa de manera matricial y continua mediante modelos de elevación digital (MEDs). Sin embargo, se pueden identificar otros tipos de discretización espacial del terreno. A continuación se presentan las más importantes (Grayson y Blöschl, 2001; Reggiani y Schellekens, 2005): 1) elementos regulares, 2) redes de triángulos irregulares (TINs), 3) elementos delimitados por contornos equipotenciales y líneas de flujo, y 4) discretización subjetiva-conceptual preservando características importantes de la topografía (Figura 2-2).

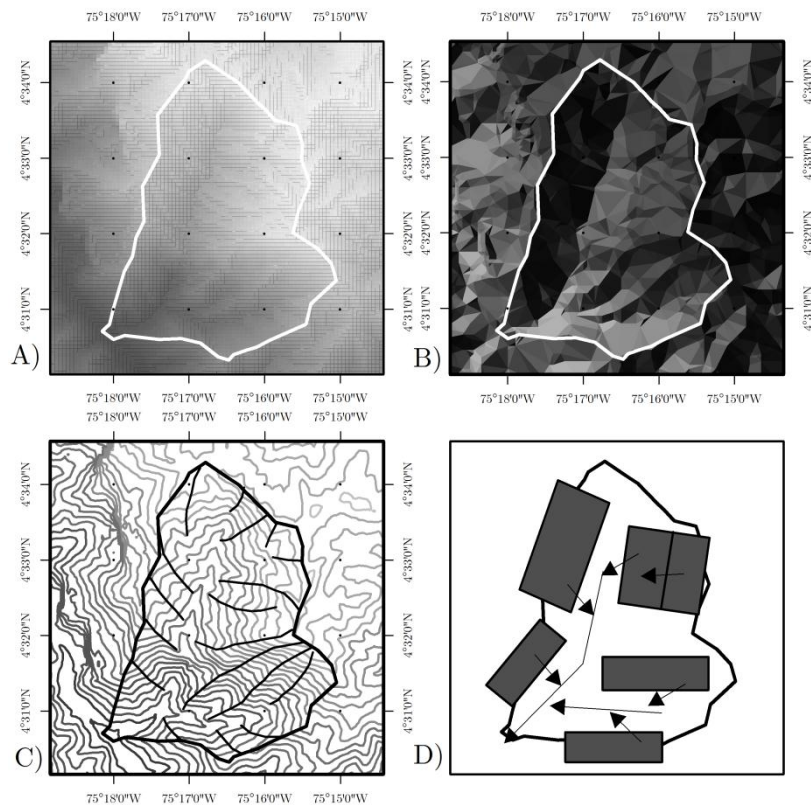


Figura 2-2. Representación de cuatro tipos de discretización espacial en diferentes modelos distribuidos. A) Elementos regulares, B) Redes de triángulos irregulares, C) Contornos equipotenciales y líneas de flujo, D) Discretización subjetiva-conceptual

Las anteriores formas de representar los elementos de modelación tratan de interpretar el terreno como éste aparece en la realidad y presentan problemas asociados con la propagación del flujo a través de los elementos. Cuando se usan elementos regulares, se pueden calcular direcciones de flujo para conectar hidrológicamente los elementos; sin embargo, existen varios algoritmos para calcularlas y el resultado final dependerá del algoritmo que sea utilizado y de la calidad del MED. Los modelos basados en TINs tienen como mayor problema la representación de las direcciones de flujo. La principal desventaja de la discretización vía contornos equipotenciales y líneas de flujo es la dificultad para representar la difusión a través de líneas de flujo adyacentes, produciendo diferencias significativas en el nivel del flujo en áreas convergentes. La representación subjetiva-conceptual tiene como desventaja que la discretización se realiza manualmente, un ejemplo de este tipo de discretización es la utilizada por el modelo KINEROS (Woolhiser *et al.*, 1990; Grayson y Blöschl, 2001).

Existen otras formas de definir los elementos de modelación, como es el caso de la modelación por distribuciones, en la cual se asume que partes particulares de una ladera o cuenca tienen valores idénticos de los parámetros. Un ejemplo de este enfoque es el índice topográfico de Beven y Kirkby (1979), Dicho índice se calcula a través de la ladera/cuenca y su distribución se discretiza en intervalos, se simula la respuesta hidrológica en cada intervalo y luego se combinan para dar la respuesta de la ladera/cuenca. Otra propuesta para definir elementos de modelación está fundamentada en el concepto de unidades de respuesta hidrológica (HRUs). En este caso la cuenca se divide en elementos HRUs de modelación, los cuales son una combinación particular de características hidrológicas (Grayson y Blöschl, 2001).

2.4.2 Variabilidad y heterogeneidad a nivel de subcelda

Wigmosta y Prasad (2005) plantean que las heterogeneidades de la escala puntual son las responsables de la mayor parte de la sensibilidad de la respuesta hidrológica; lo cual se ilustra con el siguiente ejemplo: “Sea S2 la escala de celda, cuyo valor promedio de capacidad de infiltración (Φ_2) es mayor a la intensidad

promedio de la lluvia (P2), teóricamente se esperaría que no habría escorrentía en esa celda; Sea S1 la escala puntual con una extensión Ψ y N capacidades de infiltración ($\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N \in \Psi$), entonces un subconjunto $\Omega \in \Psi$ con valores de capacidad de infiltración inferiores al valor de la intensidad de precipitación (P1), teóricamente generaría escorrentía en la región Ω perteneciente a la celda Ψ , lo cual implicaría además una tasa de erosión laminar”. El hecho de promediar el valor de inputs y parámetros y aplicar el modelo a una escala mayor (S2) genera una pérdida de descripción de la variabilidad, ignorar mecanismos importantes para la comprensión del sistema y reducir la utilidad del modelo. Sin embargo, es importante aclarar que no todo modelo debe buscar la representación más detallada posible, pero su nivel de representación ha de ser acorde con el objetivo para el cual haya sido desarrollado.

El efecto de la variabilidad a nivel de sub-celda en el contexto de la modelación hidrológica de cuencas ha sido estudiado por varios investigadores y sus resultados han indicado que este efecto es menos importante cuando el suelo almacena casi la totalidad de agua, o cuando se alcanza rápidamente la saturación (Woolhiser *et al.*, 1996; Merz y Plate, 1997; Bronstert y Bárdossy, 1999). Govindaraju *et al.* (2006) Reconocen que la variabilidad dentro de una unidad espacial es importante y propusieron un modelo semi-analítico de infiltración areal, testado vía simulaciones de Monte Carlo, sin embargo no se reportan evaluaciones del modelo con datos observados a escala de cuenca.

El efecto de escala espacial en el ámbito de una cuenca no se reduce sólo a incluir la variabilidad a nivel de sub-celda en la celda de un modelo hidrológico distribuido; ya que dependiendo de la extensión de la cuenca se pueden presentar mecanismos dominantes diferentes: En cuencas pequeñas y medianas, los procesos de ladera dominan la forma y magnitud del hidrograma, el tiempo de residencia del agua en el sistema de canales es pequeño en comparación a la ladera y la red de drenaje cumple un papel secundario en la respuesta hidrológica; en cuencas grandes, el tiempo de residencia en el sistema de cauces es mayor y hay una fuerte influencia de la red de cauces en la forma y magnitud del hidrograma, sin embargo, los procesos de ladera continúan siendo importantes ya que determinan el volumen de agua que entra a la red de cauces (Wigmosta y Prasad, 2005).

2.5 Representación de la variabilidad y la heterogeneidad

La variabilidad y heterogeneidad natural pueden ser caracterizadas estadísticamente por probabilidades espaciales o temporales o sus momentos; la diferencia entre los métodos de escalado estadístico reside en la forma en que representan la variabilidad y heterogeneidad hidrológica (Braun *et al.*, 1997; Blöschl, 2005b).

La variabilidad usualmente se representa es a través de una variable aleatoria, o como un proceso estocástico en situaciones más complejas (Blöschl, 2005b; Gottschalk, 2005). De manera convencional se emplea una caracterización por una función de distribución unidimensional o por momentos de primer y segundo orden (es decir, media y varianza). En estos casos, solo se especifica la densidad de probabilidad y se asume que el espacio paramétrico satisface la condición de independencia y distribución idéntica (iid).

Gottschalk (2005) afirma que los puntos de referencia más importantes sobre la utilización de la teoría de probabilidad y los métodos estadísticos en Hidrología fueron los desarrollos de Kritskij y Menkel en 1946, quienes propusieron una transformación de la distribución gamma y Ven Te Chow en 1954 quien introdujo la distribución lognormal, la cual se ha empleado en numerosos estudios para generar campos aleatorios en el estudio de diversos procesos hidrológicos y propiedades hidráulicas del suelo (Chen *et al.*, 1994; Tuli *et al.*, 2001; Zhu y Mohanty, 2002; Kim *et al.*, 2005; entre otros).

Cuando se dispone solo de una realización de un proceso estocástico, se suele asumir que el proceso es ergódico, homogéneo e isótropo, y se utilizan sus momentos de primer y segundo orden. Usualmente, la homogeneidad de segundo orden es una condición suficiente, y la correlación y persistencia (memoria e inercia) descritas por la función de autocorrelación y la función de espectro corresponden a las características más importantes del proceso aleatorio (Gottschalk, 2005).

La organización de la variabilidad natural puede representarse mediante una función de correlación o un semivariograma. Para un proceso estacionario el semivariograma tiene un comportamiento asintótico comúnmente de tipo exponencial, gaussiano o esférico (Blöschl, 2011). Para un proceso no estacionario, al aumentar el vector separación se tiende a incrementar el semivariograma, la varianza tiende a infinito y la distancia de correlación tiende a infinito o no existe. En este caso el semivariograma estaría representado por una ley de potencia y probablemente tendría un comportamiento autosimilar (Blöschl, 1999).

Otra forma de representar la variabilidad es a través de series en términos de variables aleatorias y funciones determinísticas (como por ejemplo la expansión “Karhunen-Loève”); éstas son empleadas particularmente para representar la variabilidad de un proceso aleatorio espacio-temporal en escalas temporales grandes como semanas, meses o años (Gottschalk, 2005).

2.6 Métodos de escalado

En el procedimiento de transferencia de información entre escalas, se utilizan un conjunto de conceptualizaciones, leyes físicas, y herramientas matemáticas y estadísticas con diferentes niveles de complejidad, dependiendo de las hipótesis asumidas (Gupta *et al.*, 1994; Gupta *et al.*, 1996; Gray, 2000; Menabde y Sivapalan, 2001). Por tanto, en un mismo caso de escalado se pueden emplear diferentes métodos de agregación y desagregación de manera integrada.

Algunos investigadores se han interesado en estudiar el efecto de la variación de la resolución espacial en las variables de estado y de salida del sistema a nivel de celda y/o área representativa, así como el efecto de la resolución espacial en las características geomorfológicas de las cuencas (Becker y Braun, 1999; Schmidt *et al.*, 2000; García *et al.*, 2002; Armstrong y Martz, 2003; Shrestha *et al.*, 2006; Dehotin y Braud, 2008); mientras que otros se han orientado a tratar de derivar a priori en diferentes escalas de agregación el valor de parámetros efectivos distribuidos a partir de valores físicos puntuales (Pedraza, 2007) o a partir de

parámetros de modelos agregados calibrados (Viney y Sivapalan, 2004; Moreda *et al.*, 2006).

Viney y Sivapalan (2004) propusieron un enfoque que llamaron desagregación-agregación, el cual involucra una desagregación de las variables de estado a escala de la cuenca a distribuciones de escala puntual. Consecuentemente se aplican modelos físicos conocidos a escala puntual con dichas distribuciones y luego se agregan las resultantes respuestas a escala puntual para producir una respuesta a escala de cuenca.

Dado que la escala tiene tres rasgos (“Extensión”, “Espaciamiento” y “Soporte”), el escalado (“Upscaling/Downscaling”) puede aplicarse con relación a cada una de estas características (Figura 2-3); si el objetivo es aumentar la Extensión, el escalamiento hace referencia a una extrapolación, si el objetivo es disminuir la Extensión, implica seleccionar un subconjunto del dominio sujeto a escalamiento. Si se pretende disminuir el Espaciamiento (aumento de cobertura) se utiliza una interpolación, si se pretende aumentar el Espaciamiento (disminución de la cobertura) se emplea el muestreo. Si se desea aumentar el Soporte, el escalamiento hace referencia a la agregación y si se desea disminuir el Soporte, el escalamiento hace referencia a la desagregación (Western y Blöschl, 1999; Wigmosta y Prasad, 2005).

Debido a que el objetivo principal de la presente investigación es analizar la variabilidad y heterogeneidad en procesos hidrológicos a nivel de la sub-celda y su efecto de escala, a continuación se describen con mayor detalle los métodos de Agregación y Desagregación.

2.6.1 Métodos de Agregación

Pueden diferenciarse tres métodos generales para realizar agregación: promediar variables y/o parámetros, uso de parámetros efectivos, y promediar las ecuaciones del modelo (Bierkens *et al.*, 2000; Zhang *et al.*, 2004; Wigmosta y Prasad, 2005):

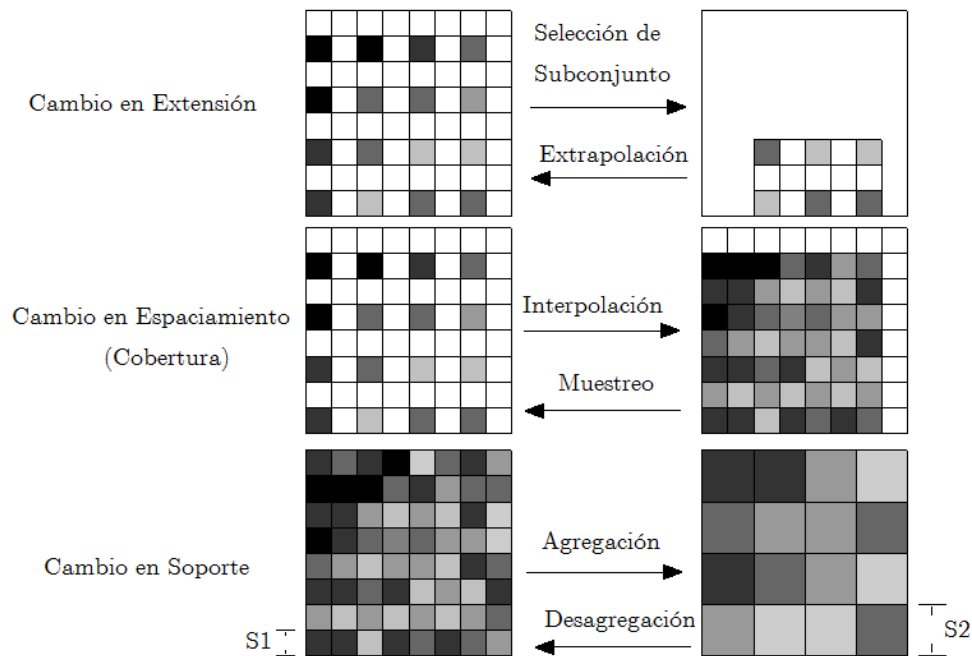


Figura 2-3. Tipos de escalado relacionados con la Extensión, Espaciamento y Soporte de la escala. tomado de Blöschl (2011) y Blöschl. (2005b)

Promediar Variables y/o Parámetros. En este procedimiento a su vez hay dos alternativas: promediar variables de entrada y/o parámetros si el modelo es lineal; o promediar variables de salida si el modelo es no-lineal y aplicable a todas las unidades de modelación y/o a todos los intervalos de tiempo de cálculo.

Parámetros Efectivos (calibración de un modelo). La gran mayoría de modelos hidrológicos son altamente complejos y tienen relaciones no-lineales; si las ecuaciones utilizadas para describir los procesos a escala puntual permanecen válidas, a escalas mayores se pueden utilizar parámetros efectivos para escalar el modelo. Los parámetros efectivos son valores que reproducen el comportamiento conjunto de un área o volumen finito. El parámetro efectivo transfiere los efectos de las heterogeneidades de la escala menor a la escala mayor.

A través de métodos determinísticos se pueden conocer los valores efectivos, condicionado a que se conozca completamente la variación en la escala de soporte menor. Los parámetros obtenidos por métodos inversos de vincular predicciones

del modelo con observaciones, se consideran también determinísticos, pero dependen de la conceptualización del modelo y son específicos para éste.

Según Wigmosta y Prasad (2005), los métodos estocásticos se emplean cuando se conocen algunas observaciones del parámetro en la escala de soporte menor, y reconocen que no hay unicidad en el resultado de las interpolaciones para obtener una cobertura completa de valores estimados del parámetro a esa escala. Por lo cual, utilizan diferentes funciones igualmente probables para representar la variación del campo paramétrico (cada una representa una realización); la familia de estas funciones se denomina función estocástica, de la cual se calcula una distribución de probabilidad asociada a las realizaciones, que expresa la incertidumbre asociada a la estimación de la variación del parámetro. En cada realización se hace un procedimiento de agregación para obtener un parámetro efectivo y luego se estima su distribución de probabilidad, que expresa la incertidumbre en la estimación del parámetro efectivo.

Los valores agregados en cada realización pueden ser empleados para generar outputs del modelo, con los cuales se estima su distribución de probabilidad para expresar la incertidumbre asociada a la(s) variable(s) de salida del modelo y/o variables de estado (Wigmosta y Prasad, 2005).

Promediar las Ecuaciones del Modelo (Integración analítica y modelos de multi-escala). Este método de agregación consiste en escalar el modelo desde una escala de soporte menor (S1) a una escala de soporte mayor (S2); el procedimiento se desarrolla analíticamente, promediando las ecuaciones espacial o temporalmente. El modelo agregado a la escala “S2” deberá calcular el valor de la(s) variable(s) de salida con valores de parámetros y/o inputs soportados a esa escala (S2), o con valores de parámetros y/o inputs soportados a la escala menor (S1) (Wigmosta y Prasad, 2005).

Según Bierkens *et al.* (2000), el ejemplo más conocido de este enfoque es la derivación de la ley de Darcy a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes. Con relación al escalamiento de modelos de infiltración, ha habido diversas

investigaciones pero sus soluciones no son únicas y representan una aproximación a la tasa de infiltración real (Wood *et al.*, 1986; Craig *et al.*, 2010).

Los modelos resultantes pueden ser: Determinísticos si la variación espacial o temporal es descrita por una única función determinística (promediación en volumen o temporal); Estocásticos si la variación espacial o temporal se representa a través de una función estocástica, el enfoque estocástico es conocido como promediación en conjunto (ensemble averaging en lengua inglesa), ya que trata de encontrar una ecuación diferencial que describa la media de los valores aleatorio de la(s) variable(s) de salida (Bierkens *et al.*, 2000; Haltas, 2006).

2.6.2 Métodos de Desagregación

La desagregación consiste en representar la variación de una propiedad a una escala de soporte menor (S1) a partir de algunas características de la propiedad (como media, varianza, función de distribución, etc.) dadas a una escala de soporte mayor (S2).

Los métodos de desagregación pueden clasificarse de acuerdo al tipo de problema: Determinístico, Estocástico condicional y Estocástico no condicional.

Problema Determinístico. En el problema determinístico se asume que se conoce exactamente el promedio de la propiedad a la escala de soporte mayor “S2”, y el objetivo es encontrar una función determinística que describa la variación espacial o temporal en la escala de soporte menor “S1”. Dicha función puede ser empírica, con soporte en leyes físicas y/o con uso de información auxiliar (Bierkens *et al.*, 2000).

Problema Estocástico Condicional. Se asume que se conoce exactamente el promedio de la propiedad a la escala de soporte mayor “S2”, y se busca un conjunto de funciones igualmente probables que describan la variación espacial o temporal de la propiedad a la escala de soporte menor “S1” condicionada a que el promedio de cada función individual sea igual al promedio conocido de la propiedad (Bierkens *et al.*, 2000; Blöschl, 2005b).

Problema Estocástico No Condicional. Se asume que no se conoce exactamente el promedio de la propiedad a la escala de soporte mayor “S2” y se conoce su función de distribución de probabilidad. El propósito es encontrar un conjunto de funciones igualmente probables que describan la variación espacial o temporal a la escala de soporte menor “S1”, tal que la función de distribución de probabilidad de los promedios de dicho grupo de funciones sea estadísticamente equivalente a la función de distribución de probabilidad del promedio conocida (Bierkens *et al.*, 2000).

Capítulo 3

EFECTO DE ESCALA ESPACIAL Y TAMAÑO DE CELDA

En este trabajo se define el efecto de escala espacial como la influencia de la variabilidad espacial de procesos, heterogeneidad espacial de parámetros y la no linealidad de las ecuaciones del flujo en la agregación de parámetros hidrológicos desde la microescala (S1) hacia la mesoescala (S2). La microescala debe ser entendida como el soporte mínimo en el cual son válidas las ecuaciones para un proceso dado; la mesoescala se refiere a una escala mayor en la cual se utilizan parámetros efectivos. El efecto espacial está constituido por el efecto de variabilidad espacial, que manifiesta la influencia de la heterogeneidad de parámetros hidrológicos a nivel de microescala sobre los parámetros efectivos en la mesoescala, y por el efecto de escalado espacial, entendido como la consecuencia de agregar procesos no lineales de la microescala a la mesoescala a través de un método de escalado (Barrios y Francés, 2011).

La organización espacial de la heterogeneidad es importante para determinar el grado de conectividad en un sistema hidrológico y ésta a su vez, ejerce un fuerte control sobre la respuesta del sistema, por tanto interesa el desarrollo de métodos

para tratar el efecto estructural (organización) en la modelación (Schulz *et al.*, 2006; Van Nieuwenhuysse *et al.*, 2011). Wood *et al.* (1988) introdujeron el concepto de área elemental representativa (REA) y demostraron que al variar las características de la estructura espacial (organización) de la topografía, propiedades del suelo y lluvia se generan respuestas variables espacialmente, pero al ir de un estado organizado a aleatorio todas las respuestas son similares espacialmente. La principal característica del concepto REA es determinar la escala en la cual la organización de las características de la cuenca deja de ser importante, sin embargo dicha escala es particular para cada cuenca y puede variar en diferentes ambientes y procesos (Wooldridge y Kalma, 1999).

Aunque la unidad de modelación tenga el tamaño de REA continúa siendo importante el efecto espacial, ya que el umbral de REA elimina únicamente el efecto de la organización (Beven, 1995) y es necesario utilizar algún método de escalado. Asumiendo que las ecuaciones de gobierno son válidas a ambas escalas, es común encontrar el uso de operadores de escalado como la media geométrica, media aritmética, media armónica o procedimientos de optimización, pero estos métodos no incorporan totalmente el efecto de escala espacial (Samaniego *et al.*, 2010).

En este capítulo se analiza el efecto espacial en dos parámetros hidrológicos que describen las principales características hidrológicas de la parte superior del suelo: La capacidad de almacenamiento estático y la conductividad hidráulica saturada. Estos parámetros son utilizados en la conceptualización de la infiltración en el modelo hidrológico distribuido TETIS, la producción de escorrentía se modela utilizando cinco tanques conectados en cada celda de modelación, y la propagación en cauces es gobernada por la onda cinemática teniendo en cuenta las características geomorfológicas de la red de cauces (Vélez, 2001; Francés *et al.*, 2007; Vélez *et al.*, 2009).

La principal virtud del modelo TETIS es la representación explícita de la variabilidad y el uso de una estructura separada de parámetros para la calibración de parámetros efectivos (Francés *et al.*, 2007). El uso de parámetros efectivos es necesario para corregir errores en variables de entrada, estimación de parámetros y

efectos de escala espacial y temporal, sin embargo los parámetros calibrados a una escala no son válidos a otras escalas.

A través del diseño de un experimento sintético utilizando el concepto de parámetros efectivos no estacionarios se busca dar una discusión en torno a las siguientes preguntas de investigación: 1) ¿La estructura de heterogeneidad espacial de los parámetros del modelo permite que se pueda identificar un tamaño de celda óptimo para la modelación?, 2) ¿El concepto de área elemental representativa está relacionado en alguna forma con un tamaño de celda óptimo?, 3) ¿Se puede reducir la incertidumbre de los parámetros en alguna escala umbral?

3.1 Experimentos Numéricos

3.1.1 Modelo hidrológico

La infiltración en TETIS está representada en los tanques de almacenamiento estático y almacenamiento superficial (Figura 3-1). El tanque de almacenamiento estático representa el almacenamiento de agua capilar en la parte superior del suelo más las abstracciones iniciales y tiene un máximo almacenamiento denominado “capacidad de almacenamiento estático” H_u . La precipitación X_1 se almacena en este tanque hasta que se alcanza su capacidad de almacenamiento H_u . Por tanto, el volumen de agua excedente se define en forma discreta así:

$$X_{2,t} = \text{Max}(0; X_{1,t} - H_u + H_{1,t-1}) \quad 3.1$$

Donde, H_1 es el volumen de agua almacenado en el tanque de almacenamiento estático al final de cada intervalo de tiempo Δt . De acuerdo con esta conceptualización, la capacidad de infiltración es ilimitada cuando la humedad del suelo está por debajo de la capacidad de campo (límite de la capacidad capilar) y consecuentemente la infiltración capilar puede expresarse por:

$$D_{1,t} = X_{1,t} - X_{2,t} \quad 3.2$$

El estado de humedad del tanque de almacenamiento estático se actualiza empleando la siguiente expresión:

$$H_{1,t} = H_{1,t-1} + X_{1,t} - X_{2,t} \quad 3.3$$

La evapotranspiración real Y_1 es modelada en función del agua almacenada H_1 , la evapotranspiración potencial ETP y el índice de vegetación λ (el cual varía en relación al mes considerado, m) a través de la siguiente ecuación:

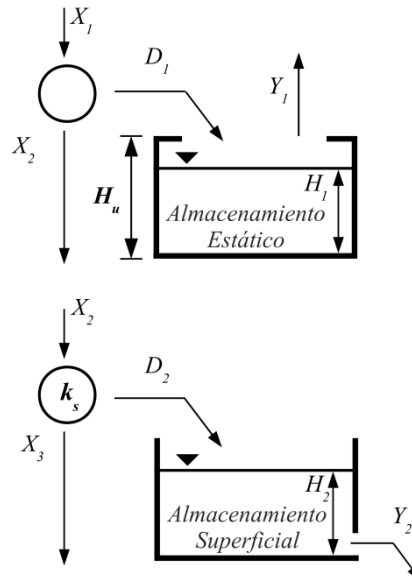


Figura 3-1. Conceptualización de los tanques de almacenamiento estático y almacenamiento superficial en el modelo TETIS

$$Y_{1,t} = \text{Min}(ETP \cdot \lambda(m); H_{1,t}) \quad m = 1, 2, \dots, 12 \quad 3.4$$

Cuando el tanque de almacenamiento estático alcanza su capacidad de almacenamiento H_u , la capacidad de infiltración toma valores cercanos a la conductividad hidráulica saturada k_s y la infiltración gravitacional puede expresarse a través de la siguiente ecuación:

$$X_{3,t} = \text{Min}(X_{2,t}; \Delta t \cdot k_s) \quad 3.5$$

Donde Δt es la discretización temporal. La infiltración total se expresa como la suma de D_1 y X_3 . El tanque de almacenamiento superficial representa el agua en la superficie de las laderas, dando lugar a la escorrentía directa y tiene como input el flujo D_2 :

$$D_{2,t} = X_{2,t} - X_{3,t} \quad 3.6$$

Para abordar las tres preguntas formuladas anteriormente, se considera la heterogeneidad espacial de los parámetros capacidad de almacenamiento estático H_u y conductividad hidráulica saturada k_s . Sin pérdida de generalidad, en el análisis no se incluye la interceptación, y la evapotranspiración se considera como una reducción de la entrada en el modelo.

3.1.2 Generación de Campos aleatorios de parámetros

Para analizar cómo la heterogeneidad de los parámetros H_u y k_s en la microescala $S1$ afecta a los parámetros efectivos calculados en cuatro mesoescalas diferentes ($S2a, S2b, S2c$ y $S2d$), se generaron campos aleatorios de parámetros. En la Tabla 3-1 se presentan las dimensiones de las escalas espaciales y en la Tabla 3-2 se presentan los estadísticos de los campos de parámetros generados. Estas escalas deben ser consideradas como indicativas y su importancia está dada en términos relativos entre $S1$ y $S2$. Para la generación de los campos aleatorios de parámetros se aplicó la técnica de muestreo hipercubo latino, asumiendo estacionariedad en sentido amplio para suelos isotrópicos con distribución beta y lognormal en los parámetros H_u y k_s respectivamente y un modelo de dependencia exponencial (Vauclin *et al.*, 1994; Oldenborger *et al.*, 2003; Gupta *et al.*, 2006; Ceddia *et al.*, 2009):

$$\rho(h) = \exp\left(\frac{-3h}{a}\right) \quad 3.7$$

Donde, h es la distancia entre pares de puntos y a es la longitud de correlación. Los campos de parámetros fueron generados para 18 longitudes de correlación ($a = 2.5, 5, 10, \dots, 50, 75, 100, 150, 250, 500, 2500$ and 5000 m), las cuales cubren el

rango de mesoescalas considerado. Para cada longitud de correlación se calcularon 500 campos correlacionados en las mesoescalas $S2a$ y $S2b$, 2500 campos correlacionados en la mesoescala $S2c$ y 5000 campos correlacionados en la mesoescala $S2d$. El patrón de dependencia espacial se reprodujo aplicando la metodología basada en la factorización de Cholesky, cuya descripción detallada se encuentra en Pinder y Celia (2006).

Tabla 3-1 Escalas espaciales empleadas en el estudio

Notación	Soporte (m ²)
S1 (Microescala)	1 × 1
S2a (Mesoescala)	5 × 5
S2b (Mesoescala)	15 × 15
S2c (Mesoescala)	45 × 45
S2d (Mesoescala)	100 × 100

Tabla 3-2 Estadísticos de los campos aleatorios de parámetros usados en los experimentos

Parámetro	μ	σ/μ
H_u	100 mm	0.5 - 1.0 - 1.5 - 2.0
	70 mm	
k_s	60 mm/h	0.5 - 1.0 - 1.5 - 2.0
	20 mm/h	

3.1.3 Parámetros efectivos en la mesoescala

Las simulaciones con el modelo hidrológico se llevaron a cabo para cada realización usando una combinación de diferentes tormentas y estados iniciales para cubrir un rango amplio de estados del sistema. Las variables de salida X_2 y X_3 se agregaron linealmente (Bierkens *et al.*, 2000) para calcular sus valores en las mesoescalas $S2a$, $S2b$, $S2c$ y $S2d$:

$$X_2[S2]_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_{2,t}[S1]_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{Max} \left(0 ; X_{1,t}[S1]_i - H_u[S1]_i + H_{1,t-1}[S1]_i \right) \quad 3.8$$

$$X_3[S2]_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_{3,t}[S1]_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{Min} \left(X_{2,t}[S1]_i ; \Delta t \cdot k_s[S1]_i \right) \quad 3.9$$

Donde $X_3[S2]$ representa el valor de la infiltración gravitacional en las mesoescalas $S2a$, $S2b$, $S2c$ o $S2d$ y N es el número de celdas en la microescala, las cuales son 25, 225, 2025 y 10000 respectivamente (una interpretación similar puede extenderse a $X_2[S2]$). La parametrización relacionada con la agregación de los procesos no lineales es compleja debido a la presencia de umbrales en las Ecuaciones 3.1 y 3.5. Para dar solución a esta dificultad se ha propuesto la inversión de estas ecuaciones, lo cual da como resultado la aparición de parámetros efectivos no estacionarios. Esta técnica permite calcular $H_u[S2]$ cuando $X_2[S2]$ es mayor a cero, pero genera una solución indeterminada para $H_u[S2]$ cuando $X_2[S2]$ es igual a cero. Sin embargo, se puede asumir válida la Ecuación 3.10 para valores de $X_2[S2]$ iguales a cero preservando el balance de masa. La inversión de la Ecuación 3.5 permite establecer que el parámetro $k_s[S2]$ es igual a $X_3[S2]$ cuando $X_3[S2]$ es menor que $X_2[S2]$, pero es indeterminado cuando $X_2[S2]$ es igual a $X_3[S2]$. Este inconveniente es resuelto asignando el valor conocido de la variable $X_2[S2]$ a $k_s[S2]$. Los parámetros efectivos se expresan en la mesoescala mediante las siguientes ecuaciones:

$$H_u[S2]_t = X_1[S2]_t + H_1[S2]_{t-1} - X_2[S2]_t \quad 3.10$$

$$k_s[S2]_t = \begin{cases} X_2[S2]_t \cdot (\Delta t)^{-1} & \text{si } X_3[S2]_t = X_2[S2]_t \\ X_3[S2]_t \cdot (\Delta t)^{-1} & \text{caso contrario} \end{cases} \quad 3.11$$

Donde, los flujos $X_2[S2]$ y $X_3[S2]$ están definidos por las Ecuaciones 3.8 y 3.9. A partir de las Ecuaciones 3.10 y 3.11 se puede observar que los parámetros efectivos en la mesoescala no son estacionarios.

La no linealidad de las ecuaciones de los flujos hace que sea difícil abordar el problema de escalado de la microescala a la mesoescala. Asumiendo válidas las

ecuaciones de gobierno en ambas escalas, es común encontrar en la literatura la aplicación de operadores de escalado, ya mencionados anteriormente, como la media geométrica, la media aritmética, la media armónica o procedimientos de optimización para escalar los parámetros efectivos. Sin embargo, estos métodos no incorporan completamente el efecto de escala dentro de los parámetros efectivos. La formulación inversa utilizada en este trabajo para calcular parámetros efectivos no estacionarios permite evitar dicho problema.

3.2 Resultados y discusión

Al escalar los parámetros efectivos H_u y k_s desde la microescala $S1$ a las mesoescalas $S2a$, $S2b$, $S2c$ o $S2d$ se obtienen parámetros efectivos no estacionarios porque dependen en cada instante de tiempo de las variables de entrada y estado. En la Figura 3-2 se observa que la capacidad de almacenamiento estático efectiva en la mesoescala $S2c$ tiene una fuerte dependencia en la precipitación $X1[S2]$, el almacenamiento $H_1[S2]$ y el promedio de $H_u[S1]$, pero una menor dependencia del coeficiente de variación de $H_u[S1]$. La conductividad hidráulica efectiva $k_s[S2]$ tiene un comportamiento similar, pero muestra una mayor sensibilidad al coeficiente de variación del parámetro correspondiente en la microescala.

Los parámetros efectivos en la mesoescala pueden tomar valores entre cero y el promedio del parámetro en la microescala (Figura 3-2). El hecho de que la capacidad de almacenamiento estático en la mesoescala $H_u[S2]$ y la conductividad hidráulica saturada en la mesoescala $k_s[S2]$ tengan como límite el promedio de $H_u[S1]$ y $k_s[S1]$ respectivamente se debe a que el problema de agregación se hace lineal cuando todas las unidades de modelación en la microescala contribuyen a la generación de flujo. Este resultado es consistente con los resultados analíticos reportados por Francés *et al.* (2007) para el caso de campos de parámetros con independencia e idéntica distribución (i.i.d.).

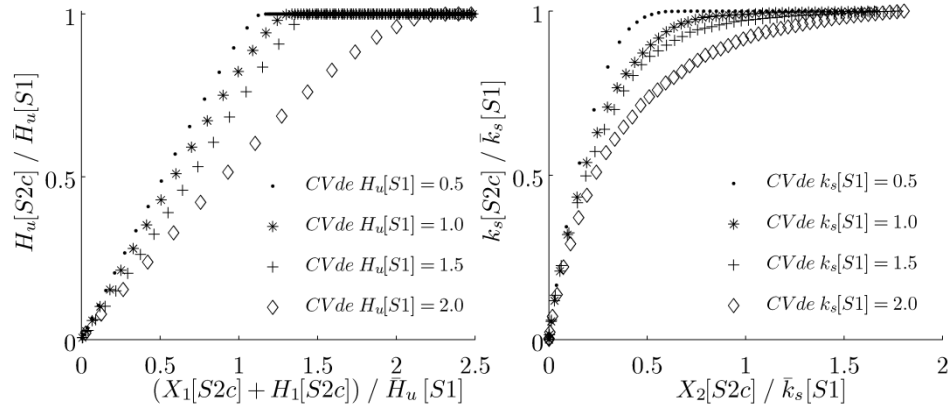


Figura 3-2 Izquierda: Capacidad de almacenamiento estático efectiva $H_u[S2]$ en función de la precipitación $X_1[S2]$, humedad disponible $H_1[S2]$ y heterogeneidad espacial de $H_u[S1]$. Derecha: Conductividad hidráulica saturada $k_s[S2]$ en función del exceso de humedad $X_2[S2]$ y la heterogeneidad espacial de $k_s[S1]$. Ambos para $a = 50$ m

A medida que disminuye el tamaño de la mesoescala para un mismo valor de la longitud de correlación, las varianzas de $H_u[S2]$ y $k_s[S2]$ se aproximan a la varianza correspondiente en la microescala (Figura 3-3). Estas máximas varianzas ocurren cuando se alcanza la saturación en la microescala, y solo en este caso las varianzas del conjunto de realizaciones de $H_u[S2]$ y $k_s[S2]$ tienden a las varianzas en la microescala para longitudes de correlación grandes, y por tanto las siguientes ecuaciones se satisfacen:

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \text{Var}(H_u[S2]) = \sigma^2(H_u[S1]) \quad \forall S1 < S2 \quad 3.12$$

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \text{Var}(k_s[S2]) = \sigma^2(k_s[S1]) \quad \forall S1 < S2 \quad 3.13$$

En este trabajo se denomina caso “tipo 1” cuando los parámetros efectivos son iguales al valor medio del campo de parámetros en la microescala (lo cual ocurre en la condición de saturación en la microescala) y se define el factor de reducción de varianza (VRF) como la relación entre la varianza del parámetro agregado y su varianza en la microescala.

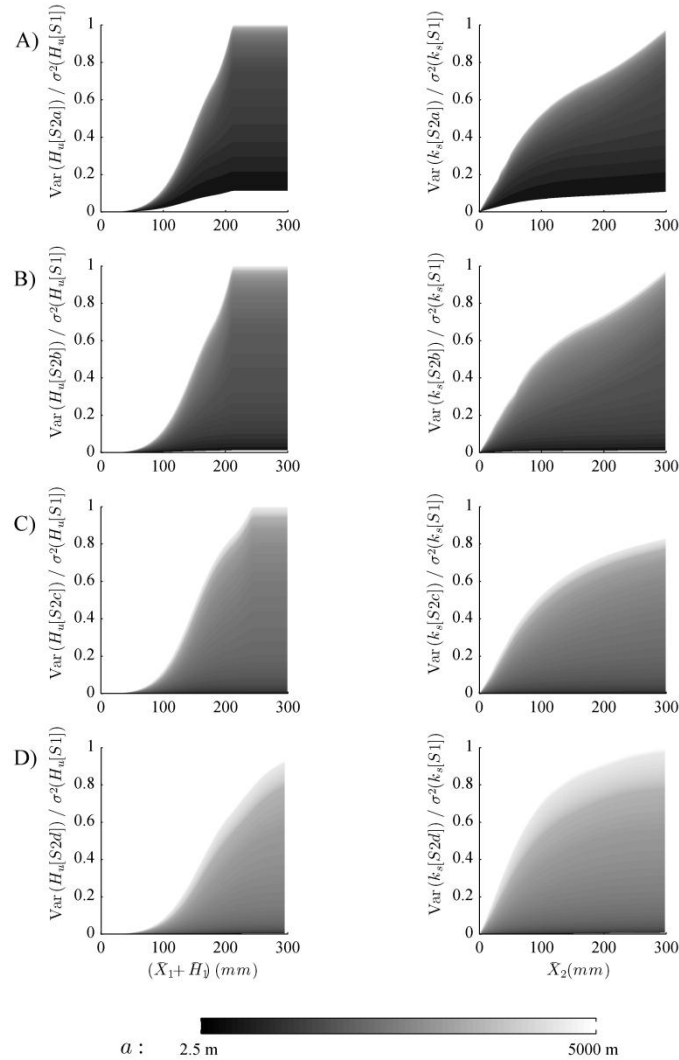


Figura 3-3 Factor de reducción de varianza de H_u y k_s en función de $X_1[S2]+H_1[S2]$ y $X_2[S2]$ respectivamente, para cuatro tamaños de celda: A) $S2a=5 \times 5 \text{ m}^2$, B) $S2b=15 \times 15 \text{ m}^2$, C) $S2c=45 \times 45 \text{ m}^2$ y D) $S2d=100 \times 100 \text{ m}^2$

Rodríguez-Iturbe y Mejía (1974) demostraron analíticamente que VRF para un campo aleatorio isotrópico y estacionario de lluvia se explica por medio de su autocorrelación espacial media $\bar{\rho}(\cdot)$. Las simulaciones hechas para el caso “tipo 1” son coherentes con lo reportado con Rodríguez-Iturbe y Mejía (1974), cumpliéndose las siguientes ecuaciones:

$$VRF_1(H_u) = \frac{Var(H_u[S2])}{\sigma^2(H_u[S1])} = \bar{\rho}(H_u[S1]) \quad 3.14$$

$$VRF_1(k_s) = \frac{Var(k_s[S2])}{\sigma^2(k_s[S1])} = \bar{\rho}(k_s[S1]) \quad 3.15$$

La agregación de los parámetros no es lineal cuando el valor agregado en la mesoescala es más pequeño que el promedio del respectivo parámetro en la microescala. Estos casos son definidos como “tipo 2”, y en ellos el VRF no puede expresarse mediante las Ecuaciones 3.14 y 3.15, ya que VRF es menor que la autocorrelación espacial media de cada proceso aleatorio en la microescala (Figura 3-4). El caso “tipo 2” para H_u ocurre cuando al menos una celda de la microescala dentro de $S2$ no alcanza la capacidad de almacenamiento estático y $H_u[S2]$ es igual a $H_1[S2]$ al final del intervalo temporal (Ecuación 3.10). A partir de las Ecuaciones 3.9 y 3.11 se puede demostrar que el caso “tipo 2” para k_s ocurre cuando por lo menos uno de los flujos $X_2[S1]$ dentro de la extensión $S2$ no alcanza el umbral $\Delta t \cdot k_s$ y $k_s[S2]$ es igual a $X_{3,t}[S2] \cdot (\Delta t)^{-1}$. Aplicando de nuevo el resultado de Rodríguez-Iturbe y Mejía (1974), el factor de reducción de varianza tipo 2 (VRF_2) de H_u y k_s se define de la siguiente manera:

$$VRF_2(H_u, t) = \frac{Var(H_u[S2], t)}{\sigma^2(H_1[S1], t)} = \bar{\rho}(H_1[S1], t) \quad 3.16$$

$$VRF_2(k_s, t) = \frac{Var(k_s[S2], t) \cdot \Delta t^2}{\sigma^2(X_3[S1], t)} = \bar{\rho}(X_3[S1], t) \quad 3.17$$

Es importante notar la diferencia entre las anteriores ecuaciones con las Ecuaciones 3.14 y 3.15: en el caso “tipo 2” la correlación media corresponde a la variable de estado e input y no al parámetro en la microescala. La Figura 3-4 muestra una constatación de este resultado teórico con los experimentos de Monte Carlo realizados, observándose una correspondencia de los valores del VRF_2 (líneas) con la correlación media corresponde a la variable de estado e input.

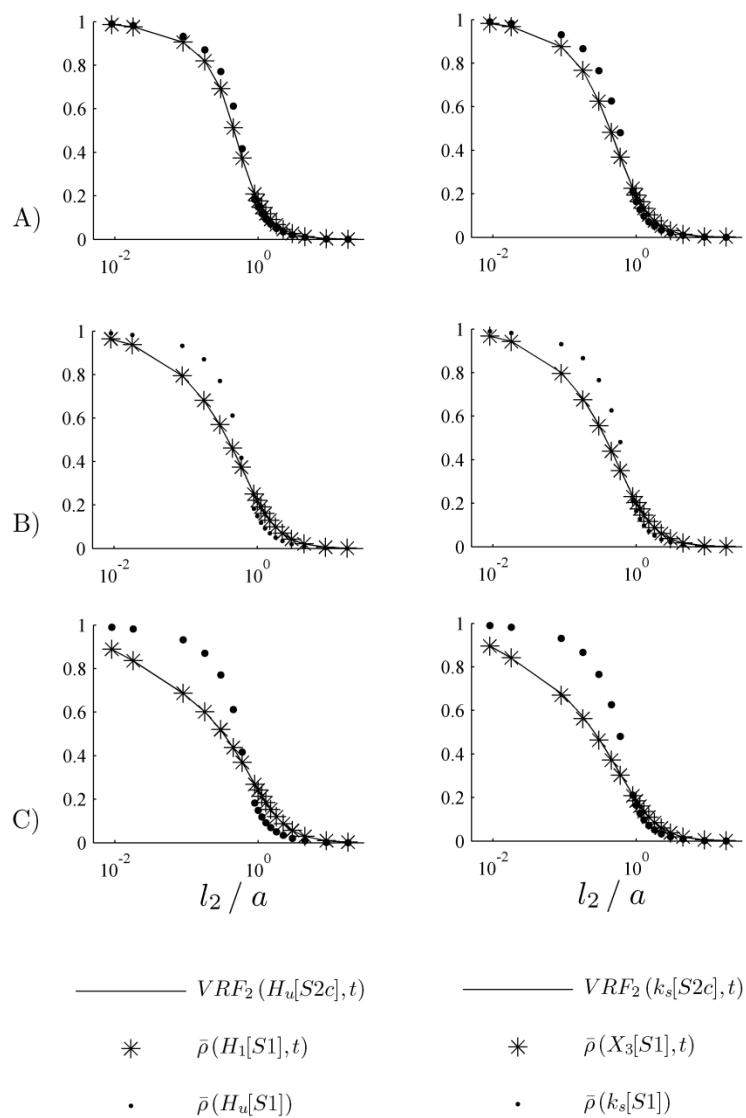


Figura 3-4 Comparación del VRF2 de H_u y k_s con la correlación media de cada parámetro (Ecuaciones 13 y 14) y la correlación media de $H_1[S1]$ y $X_3[S1]$ respectivamente, todos en función de l_2/a . Todas la graficas corresponden a simulaciones transitorias en los tiempos A) 90 min, B) 160 min, y C) 340 min

3.2.1 De la microescala a una discretización apropiada en la mesoescala

De acuerdo con la técnica de escalado utilizada, la varianza máxima de los parámetros efectivos en la mesoescala coincide con el valor de su respectiva varianza en la microescala, cuando la longitud de correlación es muy grande para cada mesoescala (Ecuaciones 3.12 y 3.13). Sin embargo, cada campo aleatorio con una longitud de correlación dada tiene su propia máxima varianza en la mesoescala (Figura 3-3). Estas varianzas máximas para todo el grupo de campos aleatorios se presentan en la Figura 3-5, donde se puede observar una reducción significativa de sus valores a medida que la relación entre el tamaño de celda de la mesoescala y la longitud de correlación se incrementa para las cuatro mesoescalas $S2a$, $S2b$, $S2c$ y $S2d$. En otras palabras, $H_u[S2]$ y $k_s[S2]$ tienden a tener el mismo valor a medida que se incrementa el ratio entre el tamaño de celda y la longitud de correlación.

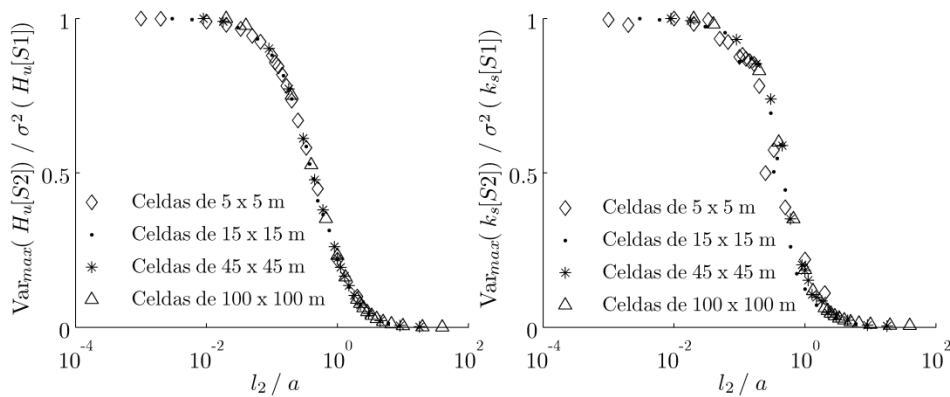


Figura 3-5 Relación entre la varianza máxima de los parámetros efectivos y la varianza de los parámetros en la microescala, en función de la relación entre el tamaño de celda con la longitud de correlación

La reducción de varianza de $S1$ a $S2$ está en el rango entre 75 a 95% para valores de l_2/a entre 1 y 2. Como puede apreciarse en la Figura 3-6, la reducción de varianza no está influenciada por el modelo de dependencia espacial usado para representar los campos de parámetros en la microescala. Esto indica que si se desea escalar un campo de parámetros desde la microescala a la mesoescala, el tamaño de la mesoescala l_2 debe ser mayor que la longitud de correlación en la microescala, teniendo en cuenta que l_2 debe estar restringida por un tamaño límite superior en el

cual comienza un nivel de organización superior. La precipitación tiene por lo general una longitud de correlación mayor que las características del suelo, por tanto esta fuente de variabilidad se considera como un nivel superior de variabilidad sin relevancia dentro de las mesoescalas analizadas.

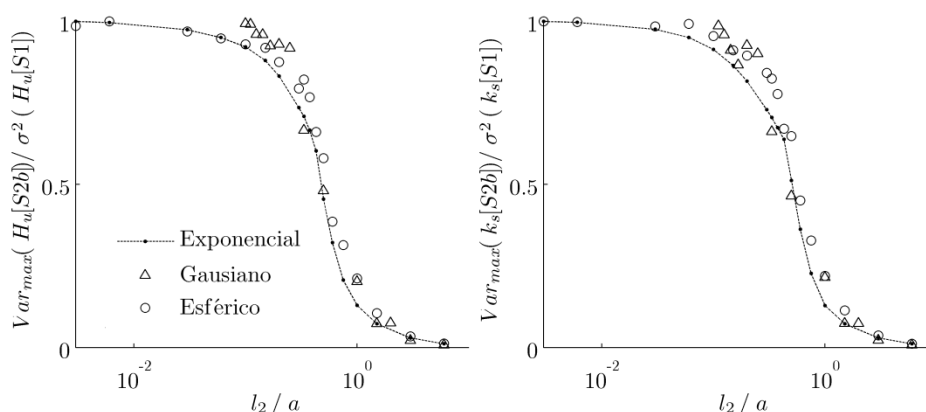


Figura 3-6 Relación entre la varianza máxima de los parámetros efectivos y la varianza de los parámetros en la microescala, en función de la relación entre el tamaño de celda y la longitud de correlación, para el caso de H_u (izquierda) y k_s (derecha). En ambos casos se usan tres modelos de dependencia espacial y un tamaño de celda fijo de 15 m

Asumiendo que la conceptualización del modelo hidrológico es apropiada para representar los procesos modelados en la microescala, la estructura de variabilidad espacial expresada en términos de la longitud de correlación es un atributo relevante para tomarlo entre los criterios para seleccionar un tamaño de celda. Cuando $l_2 > a$, comienza a ser menos importante la representación del patrón de variabilidad espacial, en este caso la mesoescala es suficiente para representar el proceso hidrológico ya que todas las realizaciones tienden a producir una respuesta similar del sistema.

3.2.2 Relación del concepto de REA con un tamaño de celda óptimo

La tendencia a disminuir la varianza de los parámetros efectivos a medida en que aumenta l_2/a está relacionada con el concepto de REA. Cuando las variaciones en los valores estimados de los parámetros efectivos son pequeñas, el VRF tiende a la

asíntota inferior en la Figura 3-5 y se alcanza un tamaño de celda crítico, localizado en el punto de inflexión de la curva. Cuando la curvatura es cóncava, la tasa de reducción de varianza es alta para un incremento en la escala. Por otro lado, cuando la curva es convexa, la tasa de reducción de la varianza es baja para un incremento similar en la escala. Este punto crítico coincide con las características de REA, descritas por Wood *et al.* (1988) así:

- Se deben distinguir tres dominios de escala diferentes. El primero es la escala de variación significativa de la respuesta hidrológica (en este trabajo es S_1), el segundo dominio es el tamaño de REA, y el tercer dominio (el cual no fue considerado en este trabajo) representa variaciones lentas, inhomogeneidades gruesas, o una escala de un nivel superior de organización espacial.
- La respuesta hidrológica promedia obtenida en el tamaño de REA debe ser independiente de su tamaño o debe variar poco a medida que se aumente el tamaño de REA para asegurar que los valores son estadísticamente representativos del continuo.
- El tamaño de REA debe estar definido con respecto a la propiedad estudiada e invariante con respecto al tiempo y la ubicación.

El tamaño de celda que adopta las características de REA es relativo, y depende principalmente de la longitud de correlación. La Figura 3-7 muestra una estabilización de la respuesta del sistema en un ratio l_2/a igual a uno, lo cual confirma la importancia de la longitud de correlación en la ocurrencia de un tamaño de celda con las mismas características de REA. Por tanto, el tamaño de REA no corresponde a un valor fijo y depende de la ubicación, como se afirma en Barrios y Francés (2010; 2011). Dado que este tamaño de celda está fuertemente influenciado por la estructura de variabilidad espacial, es importante resaltar que dicho tamaño de celda debe ser menor al tamaño de la unidad cartográfica de suelo, o el tamaño de las laderas donde inicia el proceso de propagación del flujo a través de los cauces, y representan un nivel de organización superior.

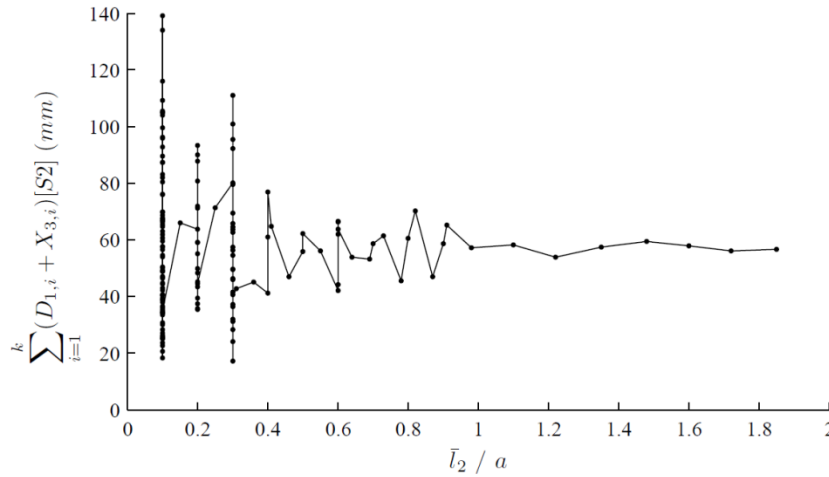


Figura 3-7 Infiltración total acumulada en la mesoescala en función de la relación entre el tamaño de celda medio en la mesoescala y la longitud de correlación en la microescala. Para una realización en la microescala con $H_u[S1]$ promedio de 26.95 mm, $k_s[S1]$ media de 4.17 mm y a igual a 50 m. Los cálculos son idénticos a los realizados por Wood et al (1988)

El tamaño de REA puede influir en la definición de un tamaño de celda óptimo para la modelación hidrológica de cuencas, debido a que REA está relacionada con la longitud de correlación espacial de los parámetros y remueve el efecto del patrón espacial. Ubicaciones con similar estructura estadística tendrán el mismo tamaño de celda crítico que a su vez satisface las características de REA; sin embargo, la determinación de un tamaño de celda óptimo para la modelación hidrológica depende de criterios adicionales muy importantes como la resolución de los datos de entrada disponibles, los objetivos de la modelación en un caso concreto, la discretización en la cual se requieren las variables de salida y la escala en la cual permanecen válidos los modelos utilizados para representar los procesos hidrológicos relevantes (como por ejemplo, la separación entre laderas y red de cauces).

3.2.3 Propagación de la incertidumbre de los parámetros y las condiciones iniciales

Las heterogeneidades de $H_u[S1]$ y $k_s[S1]$ dentro de la mesoescala $S2$ pueden ser descritas por sus funciones de distribución de probabilidad acumuladas (CDFs). Debido a la incertidumbre en $H_u[S1]$ y $k_s[S1]$ existe una población de CDFs y

cada realización genera un campo de parámetros diferente. En la Figura 3-8 (izquierda) se representa el total de realizaciones utilizando la mediana y el límite superior e inferior del intervalo de predicción del parámetro al 95%. La Figura 3-8A corresponde a campos aleatorios de k_s controlados por una relación l_2/a igual a 1 y muestra mayor incertidumbre (intervalo de predicción más ancho) que los mostrados en la Figura 3-8B, que corresponde a una relación l_2/a igual a 3. De acuerdo con los parámetros obtenidos en la mesoescala, la incertidumbre se propaga a $k_s [S2]$ y alcanza su máximo valor cuando el valor del parámetro se aproxima al umbral. La incertidumbre propagada es menor para campos con una relación l_2/a igual a 3 (Figura 3-8B). La transferencia de incertidumbre de $S1$ a $S2$ se reduce cuando se usa un tamaño de celda mayor a la longitud de correlación de los parámetros en la microescala. Este resultado es consistente con el trabajo de Heuvelink y Pebesma (1999), en el sentido de que cuando se trata con incertidumbres en los parámetros es importante cuantificar realísticamente la correlación espacial, especialmente para reducir la propagación de la incertidumbre hacia la mesoescala.

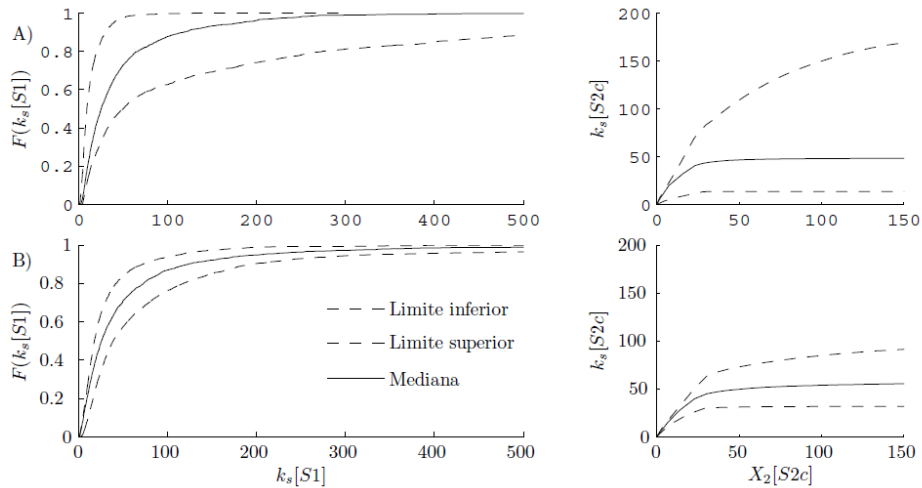


Figura 3-8 Funciones de distribución acumuladas de k_s en la microescala (izquierda) y sus correspondientes parámetros efectivos en la mesoescala $S2c$ (derecha). A) para l_2/a igual a 1 y B) para l_2/a igual a 3

Blöschl y Zehe (2005) estudiaron la amplificación de pequeñas incertidumbres como consecuencia de no linealidades en los sistemas hidrológicos. Ellos afirman

que los sistemas con umbrales pueden considerarse fuertemente no lineales y la propagación de las incertidumbres en estos sistemas es compleja debido a su gran dependencia en el estado inicial de la cuenca. Siguiendo su análisis, se evaluó el efecto de un patrón de humedad inicial del suelo incierto en la microescala sobre la habilidad predictiva del modelo en la mesoescala. La humedad inicial del suelo fue representada como un porcentaje del parámetro H_u , siendo el contenido de humedad inicial menor de un 5% (valor cercano a un estado seco) y el mayor de 100%, que representa el umbral (capacidad de campo) en el cual inicia el flujo gravitacional de acuerdo con la conceptualización del modelo. Para cada uno de los estados de humedad inicial aleatorios en la microescala, su valor agregado era equivalente al valor del estado de humedad inicial en la mesoescala.

Como consecuencia de la incertidumbre en el patrón de humedad inicial, la respuesta hidrológica tiene un nivel de incertidumbre. En este trabajo se ha considerado la variabilidad de la infiltración simulada como una medida de la incertidumbre en la respuesta del modelo. La Figura 3-9 muestra que la incertidumbre en la infiltración total depende del estado inicial del sistema: la incertidumbre de la respuesta del sistema es pequeña a medida que el estado inicial tiende a ser más seco. La dependencia en el estado inicial está influenciada por la magnitud de la lluvia. Cuando la lluvia total es 55.43 mm con una duración de 50 h (Figura 3-9, arriba) la amplificación de la incertidumbre desde el estado inicial más seco hacia el más húmedo tiene una proporción 1:2.38. Por otro lado, la amplificación de la incertidumbre aumenta a 1:5.11 cuando la lluvia total es de 25 mm con una duración de 0.83 horas (Figura 3-9, abajo).

Se realizaron simulaciones para lluvias de 110.86 y 221.74 mm con duración de 50 horas, y se encontró que la dependencia de la incertidumbre de la respuesta hidrológica en los estados iniciales tiende a disminuir a medida que la magnitud de la lluvia aumenta; la amplificación para estos eventos fue 1:1.53 y 1:1.27, respectivamente. Este comportamiento se explica por el hecho de que una lluvia fuerte (alta intensidad y larga duración) permite alcanzar más rápidamente la activación del umbral del proceso, independientemente del estado inicial del sistema. Por el contrario, el sistema es incapaz de alcanzar el umbral para una lluvia pequeña (pequeña intensidad y corta duración) y para estados iniciales secos.

Con base en lo anterior, se puede afirmar que la dependencia de la incertidumbre de la infiltración total con el estado inicial del sistema se debe a la ocurrencia de la activación del umbral de flujo gravitacional. En concordancia con Zehe y Blöschl (2004), se ha encontrado que la predictabilidad de la respuesta hidrológica es mejor mientras el estado del sistema está alejado del umbral y se reduce cuando el sistema se acerca a éste.

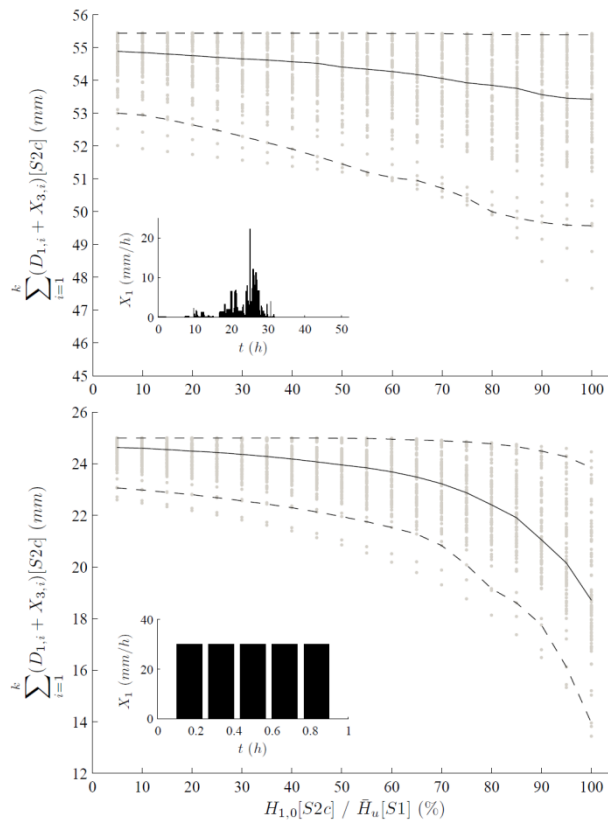


Figura 3-9 Infiltración total acumulada en la mesoescala S2c para varias realizaciones de estados iniciales en la microescala (puntos) versus el estado de humedad inicial equivalente en la mesoescala.

Par una relación l_2/a igual a 1.125 y una discretización temporal de 10 min. Arriba: Para una lluvia total de 55.43 mm y duración 50 horas. Abajo: para una lluvia total de 25 mm y duración 0.83 horas. Las líneas solidas representan la mediana y las líneas punteadas el intervalo de predicción al 95%

Capítulo 4

MÉTODO DE PARAMETRIZACIÓN DE HETEROGENEIDADES A NIVEL DE MICROESCALA

El efecto de las heterogeneidades a nivel de subcelda en la predicción hidrológica ha sido estudiada por varios autores, sus resultados han mostrado que este efecto es más importante en condiciones medias de humedad, pero menos importante si el sistema está saturado, si tiende muy rápidamente a la saturación o si el sistema almacena toda o casi toda la humedad que ingresa (Sivapalan y Woods, 1995; Liang *et al.*, 1996; Liang y Xie, 2001). Woolhiser *et al.* (1996) y Bronstert y Bárdossy (1999) encontraron que el efecto de la heterogeneidad a nivel de subcelda sobre la generación de escorrentía superficial es importante cuando el volumen de escorrentía es una fracción pequeña de la precipitación; Merz y Plate (1997) reportaron que el efecto de la variabilidad espacial se reduce para tormentas con intensidades muy pequeñas al igual que en el caso de tormentas con intensidades muy altas; en el caso de las tormentas pequeñas la contribución a la generación de escorrentía es tan pequeña que el efecto de la heterogeneidad se hace irrelevante (la mayor parte del flujo se almacena en el sistema). Por otra parte,

cuando las tormentas son muy intensas el área contribuyente es muy grande debido a que el sistema se satura rápidamente. Un análisis similar se puede inferir del trabajo de Merz y Bárdossy (1998). Binley *et al.* (1989) utilizaron campos aleatorios de conductividad hidráulica saturada para intentar reproducir el flujo superficial y subsuperficial mediante conductividades efectivas; de acuerdo con sus resultados, los parámetros efectivos mostraron dependencia del evento de tormenta para suelos con permeabilidades bajas. Morbidelli *et al.* (2006) utilizaron campos aleatorios de conductividad hidráulica y lluvia para analizar su efecto en la infiltración agregada y concluyeron que dicho efecto puede ser ignorado para lluvias muy fuertes y con valores mucho mayores que la conductividad hidráulica del suelo. Ajayi y Fonseca (2007) también refuerzan la teoría de que la variabilidad espacial de las propiedades hidráulicas influencia la respuesta hidrológica, especialmente para eventos de tormentas con baja intensidad.

Zeng *et al.* (2002) incorporaron la variabilidad espacial de la precipitación e infiltración a nivel de subcelda en un modelo de circulación regional acoplado a un modelo hidrológico y encontraron una mejor representación de los procesos hidrológicos al tener en cuenta dichas heterogeneidades. Haddeland *et al.* (2002) realizaron un estudio sobre la influencia de la resolución espacial en caudales simulados con el modelo hidrológico VIC y encontraron que la sensibilidad de la respuesta hidrológica del modelo a la escala espacial disminuye cuando se parametriza la variabilidad a nivel de subcelda, lo cual soporta los resultados de Habets *et al.* (1999). Taskinen *et al.* (2008) elaboraron un ANOVA con los resultados de un experimento de tipo Monte Carlo hecho para estudiar la influencia de la heterogeneidad espacial de la conductividad hidráulica saturada en la generación de escorrentía. El ANOVA mostró que el coeficiente de variación de la conductividad hidráulica saturada afecta la variabilidad del flujo total (volumen), pero tiene poca influencia en efectos dinámicos como los picos de crecida.

En este capítulo se presenta el desarrollo de ecuaciones de escalado para los parámetros hidrológicos capacidad de almacenamiento estático H_u , conductividad hidráulica saturada del suelo k_s y conductividad hidráulica saturada del sustrato del suelo k_p mediante la utilización del concepto de parámetros efectivos no estacionarios.

4.1 Parámetros efectivos no estacionarios

En este apartado se utilizan parámetros efectivos no estacionarios para tratar el efecto de escala espacial en tres parámetros efectivos: capacidad de almacenamiento estático (el cual controla la infiltración capilar), conductividad hidráulica saturada del suelo (control de la infiltración gravitacional) y conductividad hidráulica saturada del sustrato del suelo (control de la percolación). La principal virtud de utilizar parámetros efectivos no estacionarios es que mediante la formulación inversa presentada en la sección 3.1.3 permiten transferir la variabilidad espacial desde la microescala hacia la mesoescala. El uso de operadores de escalado tradicionales como la media aritmética, media geométrica, media armónica o valores calibrados generan respuestas sesgadas en la mesoescala con respecto a los valores simulados en la microescala. La Figura 4-1 muestra estas diferencias para una de las simulaciones realizadas en el capítulo anterior.

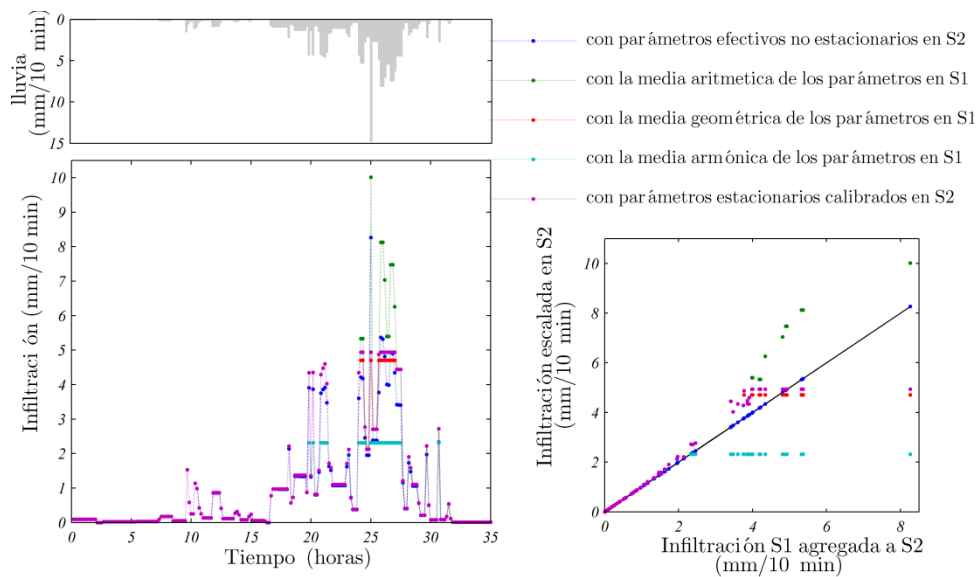


Figura 4-1 Comparación de la infiltración simulada en la mesoescala utilizando diferentes operadores de escalado ($S1=1\text{ m}$ y $S2=100\text{ m}$).

Trabajar con parámetros efectivos no estacionarios mediante la aplicación de las ecuaciones 3.10 y 3.11 para los parámetros H_u y k_s respectivamente, implica resolver las ecuaciones del flujo en la microescala y luego agregar los flujos

linealmente, lo cual demanda una importante capacidad de cómputo. Para evitar la ejecución de cálculos en la microescala es necesario desarrollar ecuaciones que permitan escalar los parámetros efectivos no estacionarios y dar una solución directa en la mesoescala. En la sección 4.2 se presenta un procedimiento basado en la derivación de funciones de distribución de probabilidades para relacionar los parámetros hidráulicos del suelo en la microescala con parámetros efectivos no estacionarios en la mesoescala, y se comprueban a través de simulaciones de Monte Carlo. Debido a que los parámetros efectivos no estacionarios basados en las funciones de distribución derivadas requieren de integración numérica para su solución, su aplicación en un caso de estudio con un elevado número de celdas resultaría inabordable desde un punto de vista computacional. Por tanto, se desarrollaron ecuaciones de escalado semi-empíricas, que son presentadas en la sección 4.3.

4.2 Funciones de distribución de probabilidad derivadas para escalar parámetros hidrológicos

Una distribución derivada se refiere a una función de densidad de probabilidad (PDF) de una función de variables aleatorias con distribución conocida. Para obtener la PDF se utiliza el método de dos-pasos (en inglés “two-step approach”), primero se calcula la función de distribución acumulada (CDF) y luego por diferenciación se obtiene la PDF (Bertsekas y Tsitsiklis, 2008). De acuerdo con la formulación inversa del parámetro H_u en la mesoescala (Ecuación 3.10), su valor es equivalente al estado de humedad al final del intervalo $H_{1,t}$. Por tanto, el valor de H_u [S2] coincide con el primer momento de la distribución de $H_{1,t}$.

Dadas las ecuaciones del excedente de precipitación X_2 y humedad al final del intervalo $H_{1,t}$:

$$X_{2,t} = \max(0, X_{1,t} - H_u + H_{1,t-1}) \quad 4.1$$

$$H_{1,t} = H_{1,t-1} + X_{1,t} - X_{2,t} \quad 4.2$$

y reemplazando la ecuación 4.1 en 4.2 se tiene que la humedad al final del intervalo es:

$$H_{1,t} = H_{1,t-1} + X_{1,t} - \max(0, X_{1,t} - H_u + H_{1,t-1}) \quad 4.3$$

La ecuación 4.3 puede expresarse así:

$$H_{1,t} = \begin{cases} H_{1,t-1} + X_{1,t} & \text{si } H_{1,t-1} + X_{1,t} \leq H_u \\ H_u & \text{si } H_{1,t-1} + X_{1,t} > H_u \end{cases} \quad 4.4$$

A continuación se calcula la CDF y PDF de $H_{1,t}$ con independencia espacial asumiendo una distribución uniforme (sección 4.2.1) y luego una distribución beta (sección 4.2.2) para H_u .

4.2.1 Caso de H_u con distribución uniforme

Si $H_{1,t-1} + X_{1,t} > H_u$, y se considera que H_1 y H_u son variables aleatorias asumiendo que H_u tiene una distribución uniforme $U(0, b_1)$ (que más adelante se cambiará por una distribución beta) y $H_{1,t-1} = w \cdot H_u$, donde w es una constante en el intervalo $[0,1]$. Entonces la función de distribución de $H_{1,t}$ queda definida por la siguiente ecuación (de acuerdo con la convolución en la Figura 4-2):

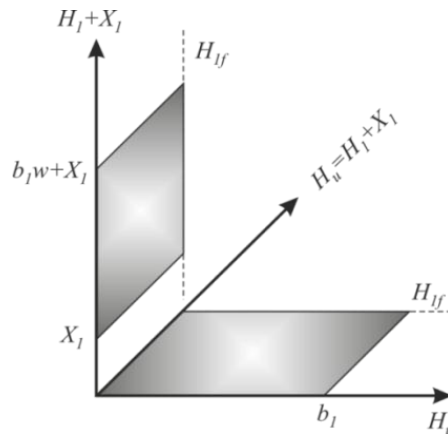


Figura 4-2 Dominio de integración del estado de humedad al final del intervalo

$$F_{H_{1,t}}(H_{1,t}) = \int_{X_1}^{b_1 w + X_1} \int_0^{H_{1,t}} f(H_u) f(H_{1,t-1}) dH_u dH_{1,t-1}$$

Reemplazando las funciones de densidad de $H_{1,t-1}$ y H_u en la ecuación anterior se tiene que:

$$\begin{aligned} F_{H_{1,t}}(H_{1,t}) &= \int_{X_1}^{b_1 w + X_1} \int_0^{H_{1,t}} \frac{1}{b_1} \frac{1}{b_1 w} dH_u dH_{1,t-1} \\ F_{H_{1,t}}(H_{1,t}) &= \frac{1}{b_1^2 w} \int_{X_1}^{b_1 w + X_1} H_{1,t} dH_{1,t-1} = \frac{1}{b_1^2 w} H_{1,t} b_1 w = \frac{H_{1,t}}{b_1} \\ f_{H_{1,t}}(H_{1,t}) &= \frac{dF_{H_{1,t}}(H_{1,t})}{dH_{1,t}} \\ f_{H_{1,t}}(H_{1,t}) &= \frac{1}{b_1} \end{aligned} \tag{4.5}$$

Como era de esperar, la ecuación 4.5 demuestra que la función de densidad de $H_{1,t}$ es igual a la función de densidad de H_u cuando $H_{1,t-1} + X_{1,t} > H_u$. A continuación se calcula la función de distribución y densidad de $H_{1,t}$ para el caso en que $H_{1,t-1} + X_{1,t} \leq H_u$:

$$\begin{aligned} F_{H_{1,t}}(H_{1,t}) &= \int_0^{b_1} \int_0^{H_{1,t}} f(H_u) f(H_{1,t-1}) dH_u dH_{1,t-1} \\ F_{H_{1,t}}(H_{1,t}) &= \int_0^{b_1} \int_0^{H_{1,t}} \frac{1}{b_1} \frac{1}{b_1 w} dH_u dH_{1,t-1} \\ F_{H_{1,t}}(H_{1,t}) &= \frac{1}{b_1^2 w} \int_0^{b_1} H_{1,t} dH_{1,t-1} = \frac{1}{b_1^2 w} H_{1,t} b_1 = \frac{H_{1,t}}{b_1 w} \\ f_{H_{1,t}}(H_{1,t}) &= \frac{1}{b_1 w} \end{aligned} \tag{4.6}$$

De acuerdo con la ecuación 4.6, la función de densidad de $H_{1,t}$ es igual a la función de densidad de H_1 al inicio del intervalo cuando $H_{1,t-1} + X_{1,t} \leq H_u$.

4.2.2 Caso de H_u con distribución Beta

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones, ahora se asume que H_u sigue una distribución beta $[Beta(a,b)] \cdot \Lambda$, donde Λ es el factor de escala de la distribución y a y b son los parámetros de la distribución. A partir de las Ecuaciones 4.5 y 4.6, la función de densidad de $H_{1,t}$ queda expresada así:

$$f_{H_{1,t}}(H_{1,t}) = \begin{cases} \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} \left(\frac{H_u}{\Lambda}\right)^{a-1} \left(1 - \frac{H_u}{\Lambda}\right)^{b-1} & \text{si } H_{1,t-1} + X_{1,t} > H_u \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} \left(\frac{H_{1,t-1}}{\Lambda \cdot w}\right)^{a-1} \left(1 - \frac{H_{1,t-1}}{\Lambda \cdot w}\right)^{b-1} & \text{si } H_{1,t-1} + X_{1,t} \leq H_u \end{cases} \quad 4.7$$

Los límites de integración para calcular el primer momento son:

- El mínimo valor que puede tomar la variable aleatoria: 0
- El valor en que $H_{1,t-1} + X_{1,t} = H_u$: $n_t/(1-w)$
- El valor máximo que puede tomar $H_{1,t-1} + X_{1,t}$: $\Lambda \cdot w + n_t$

El primer momento de la función de densidad de $H_{1,t}$ está dado por:

$$H_u [S2]_t = \int_0^{n_t/(1-w)} \frac{H_u}{\Lambda} \cdot \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} \cdot \left(\frac{H_u}{\Lambda}\right)^{a-1} \left(1 - \frac{H_u}{\Lambda}\right)^{b-1} dH_u + \int_{n_t/(1-w)}^{\Lambda w + n_t} \frac{H_{1,t-1} + X_{1,t}}{\Lambda \cdot w} \cdot \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} \cdot \left(\frac{H_{1,t-1}}{\Lambda \cdot w}\right)^{a-1} \left(1 - \frac{H_{1,t-1}}{\Lambda \cdot w}\right)^{b-1} dH_{1,t-1} \quad 4.8$$

La solución particular de la Ecuación 4.8 para el caso en que los parámetros a y b sean iguales a 2 es:

$$H_u [S2]_t = \begin{cases} \frac{l_t^3 (4\Lambda - 3l_t)}{2\Lambda^3} - \frac{m_t^2 [6n_t^2 - 8n_t m_t + 3m_t^2] + \Lambda w m_t^2 [6n_t - 4m_t]}{2(\Lambda w)^3} + \frac{l_t^2 [6n_t^2 - 8n_t l_t + 3l_t^2] + \Lambda w l_t^2 [6n_t - 4l_t]}{2(\Lambda w)^3} & \text{si } l_t < \Lambda \\ \frac{\Lambda}{2} & \text{si } l_t \geq \Lambda \end{cases} \quad 4.9$$

donde,

$$n_t = n_{t-1} + X_{1,t}$$

$$l_t = n_t / (1 - w)$$

$$m_t = \Lambda w + n_t$$

4.2.3 Caso de k_s con distribución lognormal

El valor del parámetro k_s en la mesoescala es equivalente al primer momento de la función de distribución de X_3 (Ecuación 3.11). Para una función de variables aleatorias como la representada por la Ecuación 4.10 su función de distribución de probabilidad y su función de densidad se deducen así:

$$X_3 = \min(X_2, \Delta t \cdot k_s) \quad 4.10$$

$$F_{X_3}(X_3) = 1 - P(X_2 > X_3, \Delta t \cdot k_s > X_3)$$

$$F_{X_3}(X_3) = 1 - P(X_2 > X_3) \cdot P(\Delta t \cdot k_s > X_3)$$

$$F_{X_3}(X_3) = 1 - [1 - P(X_2 \leq X_3)] \cdot [1 - P(\Delta t \cdot k_s \leq X_3)]$$

$$F_{X_3}(X_3) = 1 - [1 - F_{X_2}(X_3)] \cdot [1 - F_{k_s}(X_3/\Delta t)]$$

$$F_{X_3}(X_3) = 1 - [1 - F_{k_s}(X_3/\Delta t) - F_{X_2}(X_3) + F_{k_s}(X_3/\Delta t) \cdot F_{X_2}(X_3)]$$

$$f_{X_3}(X_3) = F'_{k_s}(X_3/\Delta t) + F'_{X_2}(X_3) - F'_{k_s}(X_3/\Delta t) \cdot F_{X_2}(X_3) - F_{k_s}(X_3/\Delta t) \cdot F'_{X_2}(X_3)$$

El parámetro efectivo $k_s [S2]$ en la mesoescala se ha definido como no estacionario y de acuerdo con la solución del problema inverso presentado en la Ecuación 3.11 se considera igual a:

$$k_s [S2]_t = \frac{\left[\int_0^{X_{3\max}} F'_{k_s}(X_3/\Delta t) + F'_{X_2}(X_3) - F'_{k_s}(X_3/\Delta t) \cdot F_{X_2}(X_3) - F_{k_s}(X_3/\Delta t) \cdot F'_{X_2}(X_3) \right]}{\Delta t} \quad 4.11$$

Las funciones $F'_{k_p}(X_3/\Delta t)$; $F'_{X_2}(X_3)$; $F_{X_2}(X_3)$ y $F_{k_p}(X_3/\Delta t)$ se presentan en el apéndice A1.

4.2.4 Caso de k_p con distribución lognormal

Las funciones CDF y PDF de X_4 se calculan de manera similar:

$$X_4 = \min(X_3, \Delta t \cdot k_p) \quad 4.12$$

$$F_{X_4}[X_4] = 1 - P(X_3 > X_4, \Delta t \cdot k_p > X_4)$$

$$F_{X_4}[X_4] = 1 - P(X_3 > X_4) \cdot P(\Delta t \cdot k_p > X_4)$$

$$F_{X_4}[X_4] = 1 - [1 - P(X_3 \leq X_4)] \cdot [1 - P(\Delta t \cdot k_p \leq X_4)]$$

$$F_{X_4}[X_4] = 1 - [1 - F_{X_3}(X_4)] \cdot [1 - F_{k_p}(X_4 / \Delta t)]$$

$$F_{X_4}[X_4] = 1 - [1 - F_{k_p}(X_4 / \Delta t) - F_{X_3}(X_4) + F_{k_p}(X_4 / \Delta t) \cdot F_{X_3}(X_4)]$$

$$f_{X_4}[X_4] = F'_{k_p}(X_4 / \Delta t) + F'_{X_3}(X_4) - F'_{k_p}(X_4 / \Delta t) \cdot F_{X_3}(X_4) - F_{k_p}(X_4 / \Delta t) \cdot F'_{X_3}(X_4)$$

El parámetro efectivo $k_p[S2]$ en la mesoescala se obtiene con:

$$k_p[S2]_t = \frac{\int_0^{X_4^{\max}} F'_{k_p}(X_4 / \Delta t) + F'_{X_3}(X_4) - F'_{k_p}(X_4 / \Delta t) \cdot F_{X_3}(X_4) - F_{k_p}(X_4 / \Delta t) \cdot F'_{X_3}(X_4)}{\Delta t} \quad 4.13$$

Las funciones $F'_{k_p}(X_4 / \Delta t)$; $F'_{X_3}(X_4)$; $F_{X_3}(X_4)$ y $F_{k_p}(X_4 / \Delta t)$ se presentan en el apéndice A1. Las funciones de densidad cambian de forma en cada paso de tiempo, la Figura 4-3 muestra este comportamiento para tres instantes de tiempo en una simulación hecha con las características descritas en la Tabla 4-1.

Capítulo 4

Tabla 4-1 características del experimento de simulación para testar las funciones de densidad derivadas analíticamente

No. celdas en la microescala	10000 (100×100)
Parámetro H_u (mm)	$a = 2; b = 2; \text{amplitud} = 20; (\text{dist. Beta})$
Parámetro k_s (mm/h)	$\mu = 5; \sigma^2 = 100; (\text{dist. Lognormal})$
Parámetro k_p (mm/h)	$\mu = 6; \sigma^2 = 144; (\text{dist. Lognormal})$
Discretización temporal	0.1666 horas
Lluvia	Tormenta presentada en la Figura 4-4
H_1	$0.2 \cdot H_u$

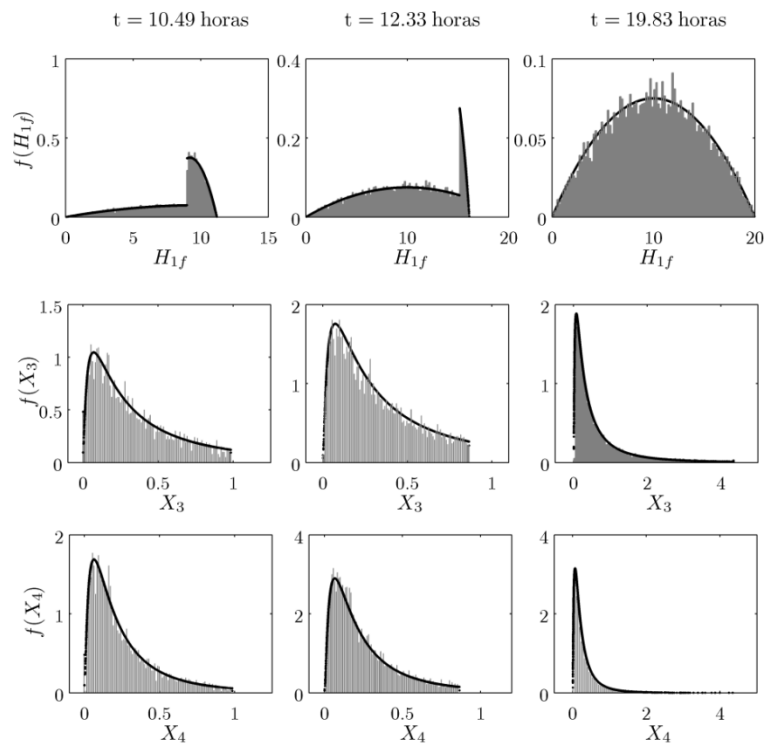


Figura 4-3 Funciones de densidad de H_{1f} , X_3 y X_4 (línea negra) de acuerdo con las Ecuaciones 4.8, 4.11 y 4.13 para tres instantes de tiempo. Las barras grises representan los histogramas de cada variable para un experimento de simulación continua definido en la Tabla 4-1

El desempeño de las ecuaciones de escalado analíticas se testeó a través de la comparación de la respuesta hidrológica usando estas ecuaciones en la mesoescala

y la respuesta hidrológica en la microescala agregada al tamaño de la mesoescala utilizando simulaciones de Monte Carlo. Los resultados de las simulaciones numéricas muestran una coincidencia entre las respuestas del sistema en las dos escalas (Figura 4-5).

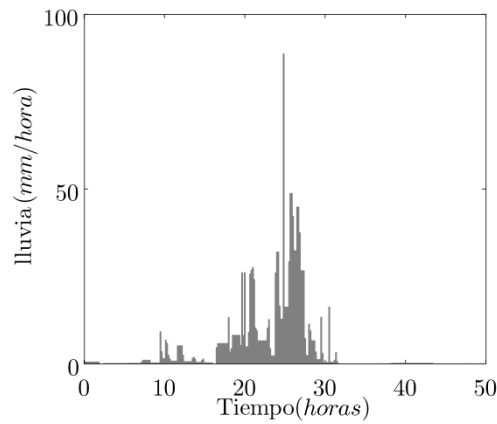


Figura 4-4. Tormenta del experimento de simulación para testar las funciones de densidad derivadas analíticamente

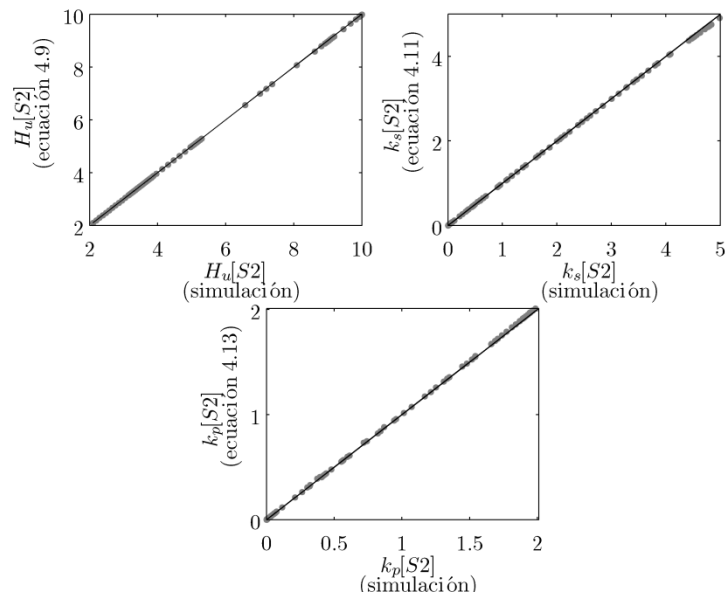


Figura 4-5 Desempeño de las ecuaciones de escalado analíticas en contraste con las simulaciones

4.2.5 Conclusión

En la Estadística Matemática se ha investigado la existencia de teoremas centrales de límite para el caso de variables aleatorias dependientes, pero puede haber una amplia variedad de distribuciones a las cuales puede tender una relación algebraica de variables aleatorias dependientes (Hilhorst, 2009). La derivación analítica de funciones de distribución con variables aleatorias dependientes es compleja, y el grado de complejidad se incrementa aún más cuando el número de variables aleatorias dependientes es significativamente grande, pues cada variable estaría condicionada a muchas otras variables y los cálculos analíticos por la vía bayesiana serían inabordables. Este es un tema de investigación abierto en el campo de la Estadística Matemática (Papoulis, 2002; Doukhan *et al.*, 2010).

Las Ecuaciones 4.8, 4.11 y 4.13 fueron derivadas para condiciones en que la autocorrelación espacial de $H_u[S1]$, $k_s[S1]$ y $k_p[S1]$ sea cero, aún bajo esta condición dichas ecuaciones son de naturaleza compleja. La deducción analítica de funciones de distribución conjuntas y funciones de distribución condicionadas para incorporar dependencia espacial se hace inmanejable, dada la no linealidad de las ecuaciones del flujo (Valdés, 2011) y el grado de complejidad aumenta rápidamente a medida que se incrementa el número de variables aleatorias involucradas. Además, si fuese posible la deducción analítica, el resultado sería tan complejo que no podrían utilizarse en un caso práctico. Es por esto que es necesario desarrollar ecuaciones de escalado empíricas con base en simulaciones de Monte Carlo. A continuación en la sección 4.3 se presentan éstas ecuaciones.

4.3 Ecuaciones de escalado

4.3.1 Procedimiento general

Las ecuaciones de escalado se desarrollaron mediante la minimización de la raíz cuadrada del error cuadrático medio entre los valores de los parámetros efectivos simulados en la mesoescala (a partir de campos aleatorios de parámetros, sección

3.1.2) y los valores calculados a través de la expresión matemática candidata. En total se utilizaron cinco tipos de estructuras matemáticas candidatas y se seleccionó la que presentó un mejor ajuste a los valores simulados con los campos aleatorios de parámetros utilizando el criterio de información bayesiana (BIC) para favorecer la selección del modelo con menor número de parámetros. En el apéndice A2 se presenta esta selección.

La relación entre los parámetros de las ecuaciones de escalado seleccionadas y la heterogeneidad (coeficiente de variación y longitud de correlación espacial) de los campos aleatorios de parámetros hidrológicos fue estudiada a través de un análisis de correlación canónica. Para este análisis se utilizó una muestra de 100 realizaciones del total generadas en los experimentos numéricos. A cada una de estas realizaciones se le calculó el correlograma experimental y se estimó la correspondiente longitud de correlación. Finalmente, la relación fue representada mediante la elaboración de modelos de redes neuronales artificiales tipo perceptron multicapa.

4.3.2 Capacidad de almacenamiento estático efectiva en la mesoescala

La capacidad de almacenamiento estático efectiva $H_u[S2]$ en el intervalo de tiempo t , es función de la entrada de precipitación $X_1[S2]$ en t , del estado del almacenamiento $H_1[S2]$ en t , del valor medio de $H_u[S1]$ a nivel de microescala y de la heterogeneidad de $H_u[S1]$ como ya se vio en el apartado 3.2.

La dependencia que tiene $H_u[S2]$ de los valores de $X_1[S2]$ y $H_1[S2]$ explica su variabilidad en el tiempo. Su dependencia con relación a la media de $H_u[S1]$ se debe a que éste es el valor máximo que puede tomar el parámetro efectivo cuando todas las celdas a nivel de microescala están contribuyendo a la generación de flujo. Su dependencia en la heterogeneidad de $H_u[S1]$ expresa la variación en el grado de curvatura de la función, como consecuencia de un aumento o disminución en la variabilidad espacial de $H_u[S1]$ (Figura 3-2).

Debido a que la forma de la función del parámetro $H_u[S2]$, representa una curva monótonicamente creciente con una asíntota superior, se realizaron optimizaciones para cinco clases de modelos capaces de reproducir la dependencia de $H_u[S2]$ en $X_1[S2]$, $H_1[S2]$ y $H_u[S1]$ con tres o menos parámetros (en el Apéndice A2 se hace una presentación de los modelos candidatos). El modelo que mejor representa el comportamiento del parámetro efectivo $H_u[S2]$ en función de las variables mencionadas anteriormente es el siguiente:

$$H_u [S2]_t = (X_{1,t} + H_{1,t}) \left\{ 1 - \Phi \left[\frac{\ln(X_{1,t} + H_{1,t} - \omega_1)}{\omega_2} \right] \right\} + \bar{H}_u [S1] \left\{ \Phi \left[\frac{\ln(X_{1,t} + H_{1,t} - \omega_1)}{\omega_2} - 0.93\omega_1^{-0.47} \omega_2 \right] \right\} \quad 4.14$$

donde,

$H_u [S2]_t$ = capacidad de almacenamiento estático en el tiempo t en mm

$X_1 [S2]_t$ = lluvia en el tiempo t en mm

$H_1 [S2]_t$ = estado de humedad al inicio del intervalo t en mm

Φ = CDF de la distribución normal estándar

$\bar{H}_u [S1]$ = valor medio de H_u en la microescala en mm

ω_1, ω_2 = parámetros relacionados con la heterogeneidad de $H_u [S1]$

La expresión 4.14 representa de manera consistente el comportamiento del parámetro efectivo no estacionario $H_u [S2]_t$ para un amplio rango de heterogeneidades de $H_u [S1]$, y con un mínimo número de parámetros. Los valores de $H_u [S2]_t$ calculados con la Ecuación 4.14 usando parámetros ω_1 y ω_2 optimizados se comparan en la Figura 4-6 con los valores de $H_u [S2]_t$ calculados por simulación para diversas realizaciones (concernientes a los campos aleatorios generados y descritos en la sección 3.1) con coeficientes de variación de $H_u [S1]$ en el rango de 0.1 y 6. Se observa que la estimación de la Ecuación 4.14 reproduce satisfactoriamente el comportamiento del parámetro efectivo.

En el análisis de correlación canónica usado para indagar la relación existente entre ω_1 y ω_2 con el coeficiente de variación (CV) y la relación entre el tamaño de celda y la longitud de correlación (l_2/a) para la capacidad de almacenamiento estático en la microescala ($H_u [S1]$), se encontró que la ecuación canónica que

maximiza la correlación entre las variables canónicas de ω_1 , ω_2 , $CV(H_u[S1])$ y l_2/a es $-0.56 \cdot \omega_1 + 1.35 \cdot \omega_2 = 1.67 \cdot CV(H_u[S1]) - 0.05(l_2/a)$. El lado izquierdo de esta ecuación representa a la variable canónica U_c y el derecho a la variable canónica V_c .

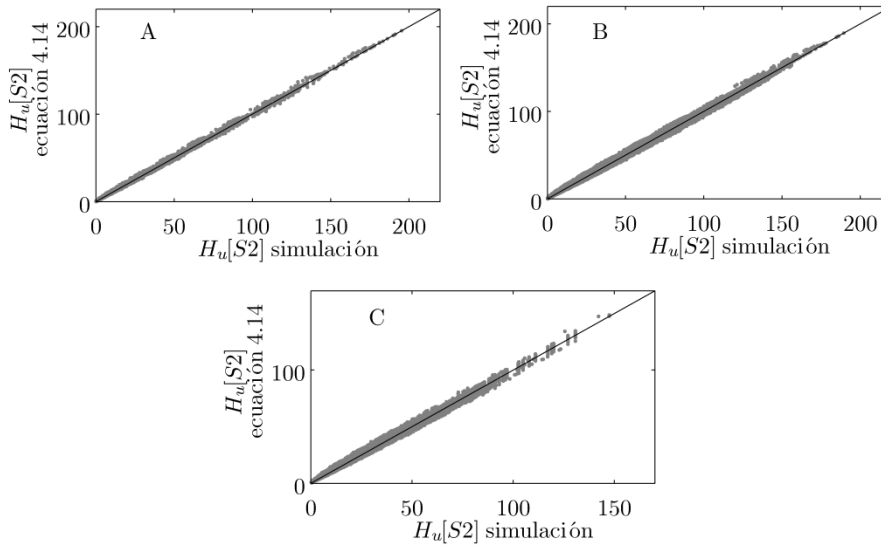


Figura 4-6 Diagramas de dispersión de $H_u[S2]$ calculado con la Ecuación 4.14 en función de $H_u[S2]$ calculado por simulaciones de Monte Carlo con 500 realizaciones. Utilizando A.) Celdas de 15 m B.) Celdas de 45 m y C.) Celdas de 100 m con diferentes longitudes de correlación en el rango de 2.5 a 100 m

La Tabla 4-2 muestra las respectivas correlaciones cruzadas, de las cuales se interpreta que tanto ω_1 como ω_2 tienen una alta correlación con la variable canónica V_c que representa a $CV(H_u[S1])$ y a l_2/a (-0.93 y 0.87 respectivamente), demostrándose el alto grado de asociación entre dichas variables.

Tabla 4-2. Correlaciones de ω_1 , ω_2 , $CV(H_u[S1])$ espacial y l_2/a con las variables canónicas

	U_c	V_c
ω_1	-0.96 (p < 0.05)	-0.93 (p < 0.05)
ω_2	0.89 (p < 0.05)	0.87 (p < 0.05)
$CV(H_u[S1])$	0.97 (p < 0.05)	0.99 (p < 0.05)
l_2/a	0.52 (p < 0.05)	0.54 (p < 0.05)

Se desarrollaron dos modelos de redes neuronales artificiales tipo perceptron multicapa (MLP) para estimar ω_1 y ω_2 en función de $CV(H_u[S1])$ y I_2/a , utilizando una muestra de 100 realizaciones. El 60% de la muestra se utilizó para la fase de entrenamiento de cada red y el 40% para la validación. El algoritmo de optimización empleado en la fase de entrenamiento fue Levenberg-Marquardt, las variables de entrada a cada red se escalaron en el rango entre 0 y 1 para prevenir que los órdenes de magnitud altos tuvieran más importancia que los pequeños y evitar una saturación prematura de los nodos ocultos. La arquitectura de las redes obtenidas se presenta en la Figura 4-7, la función de activación que mejor desempeño tuvo en la capa oculta fue la tangente hiperbólica y función identidad en la capa de salida en ambos casos.

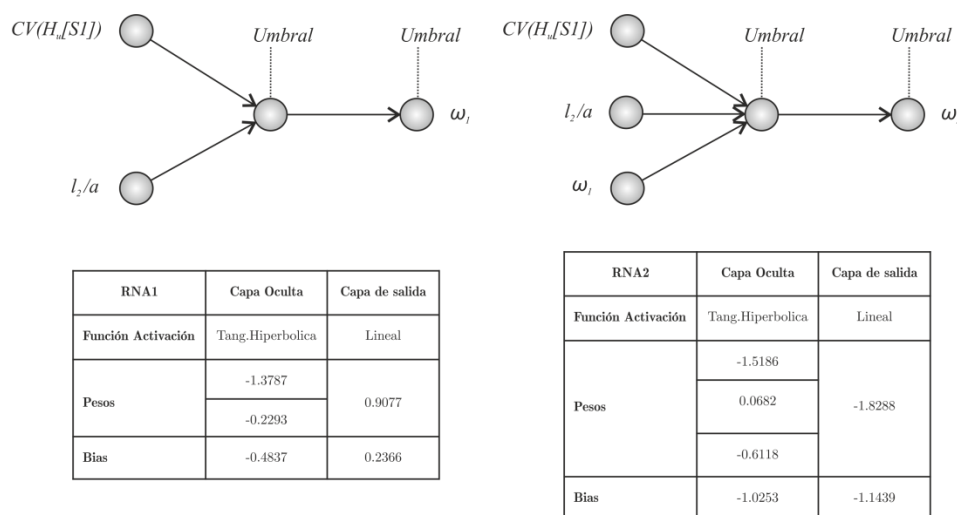


Figura 4-7. Modelos de redes neuronales artificiales RNA1 y RNA2. Elaborados para estimar ω_1 y ω_2 respectivamente

En la Figura 4-8 se presentan los diagramas de dispersión de los parámetros ω_1 y ω_2 calculados con los modelos RNA1 y RNA2 y se contrastan con los valores optimizados utilizando la Ecuación 4.14. En ambos casos la variación de ω_1 y ω_2 (optimizados mediante la Ecuación 4.14) es explicada en más del 90% por la variación de ω_1 y ω_2 calculadas mediante las redes RNA1 y RNA2 respectivamente. Por tanto, RNA1 y RNA2 se pueden considerar como un buen estimador de estos parámetros.

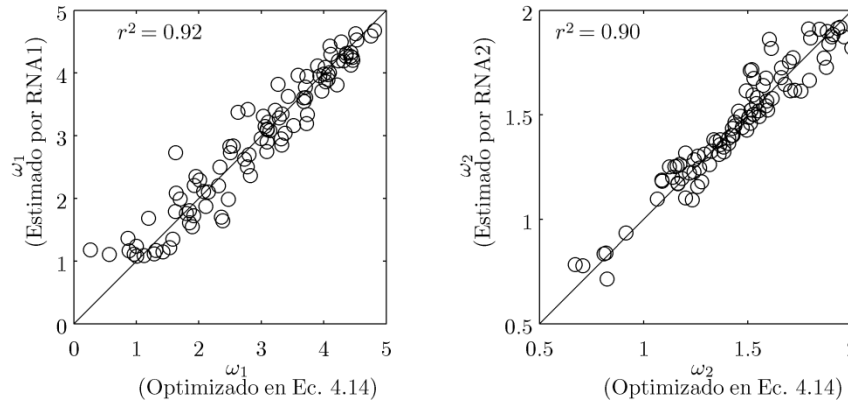


Figura 4-8. Diagramas de dispersión de los parámetros ω_1 y ω_2 , comparando los valores optimizados en la Ecuación 4.14 con los estimados por las redes neuronales RNA1 y RNA2

4.3.3 Conductividad hidráulica saturada efectiva del suelo en la mesoescala

La conductividad hidráulica saturada efectiva $k_s[S2]$ en el intervalo de tiempo t , es función del input de precipitación excedente $X_2[S2]$ en t , del valor promedio de la conductividad hidráulica saturada a nivel de microescala $\bar{k}_s[S1]$ y del coeficiente de variación de k_s en la microescala. La variabilidad temporal del parámetro $k_s[S2]$ se debe a su dependencia en $X_2[S2]$, el valor máximo que puede tomar se alcanza cuando el sistema está saturado y coincide con su valor promedio en la microescala $\bar{k}_s[S1]$. Su dependencia en la heterogeneidad de $k_s[S1]$ se manifiesta en la variación en el grado de curvatura de la función, como consecuencia de un aumento o disminución en la variabilidad espacial.

El modelo matemático que presenta un mejor funcionamiento para estimar los valores del parámetro efectivo no estacionario $k_s[S2]$ es de estructura exponencial con una asíntota superior en el valor $\bar{k}_s[S1]$ (Ecuación 4.15). En dicha ecuación $\bar{k}_s[S1]$ y $X_2[S2]$ se afectan por pesos que dependen de $X_2[S2]$ y la heterogeneidad de $k_s[S1]$ en la microescala. El parámetro encargado de representar el efecto de la heterogeneidad de $k_s[S1]$ es α , este parámetro domina

el grado de curvatura de la función que representa al parámetro efectivo no estacionario en la mesoescala.

$$k_s [S2]_t = \bar{k}_s [S1] \{ \varepsilon (X_2 [S2]_t ; \alpha) \} - X_2 [S2]_t \{ 1 - \varepsilon (X_2 [S2]_t ; \alpha) \} \quad 4.15$$

donde,

$k_s [S2]_t$ = conductividad hidráulica saturada efectiva en el tiempo t en mm/h

$X_2 [S2]_t$ = exceso de humedad en el tiempo t en mm

$\bar{k}_s [S1]$ = valor medio de \bar{k}_s en la microescala en mm/h

ε = CDF de la distribución exponencial de parámetro α

α = parámetro relacionado con la heterogeneidad de $k_s [S1]$

En la Figura 4-9 se presentan valores estimados de $k_s [S2]$ por la Ecuación 4.15 y sus respectivos valores de referencia obtenido por simulación inversa para 500 realizaciones y tres tamaños de celda diferentes (pertenecientes a los campos aleatorios generados y descritos en la sección 3.1). El rango de heterogeneidad de los campos de parámetros en la microescala cubre coeficientes de variación entre 0.1 y 6. Los resultados indican que el ajuste de esta ecuación es satisfactorio para representar a $k_s [S2]$, ya que su estimación es comparable a los correspondientes valores calculados por simulación para diversos niveles de heterogeneidad espacial.

Se probaron los ajustes de otros cuatro modelos matemáticos con tendencia monotonamente creciente con una asíntota superior (Apéndice A2), y se encontró que a pesar de tener más parámetros que el modelo presentado anteriormente (Ecuación 4.15) no tienen ajustes superiores al modelo seleccionado, por lo cual fueron rechazados.

Como se ha mencionado en párrafos anteriores, el parámetro α de la Ecuación 4.15 tiene relación con la heterogeneidad de $k_s [S1]$. Para estudiar esta relación se llevó a cabo un análisis de correlación canónica entre α , el coeficiente de variación y la longitud de correlación de la conductividad hidráulica saturada en la microescala ($k_s [S1]$). Al igual que en el caso de H_u se tomó una muestra de 100 realizaciones del total generadas en los experimentos numéricos. A cada una de estas realizaciones se le calculó el correlograma experimental y se estimó la

longitud de correlación para cada una de ellas, y luego se calculó la ecuación canónica que maximiza la correlación entre las variables canónicas de α , $CV(k_s[S1])$ y l_2/a , la ecuación canónica encontrada es $0.84 \cdot \alpha = 0.59 \cdot CV(k_s[S1]) + 0.21 \cdot (l_2/a)$. El lado izquierdo de esta ecuación representa a la variable canónica u_c y el derecho a la variable canónica v_c .

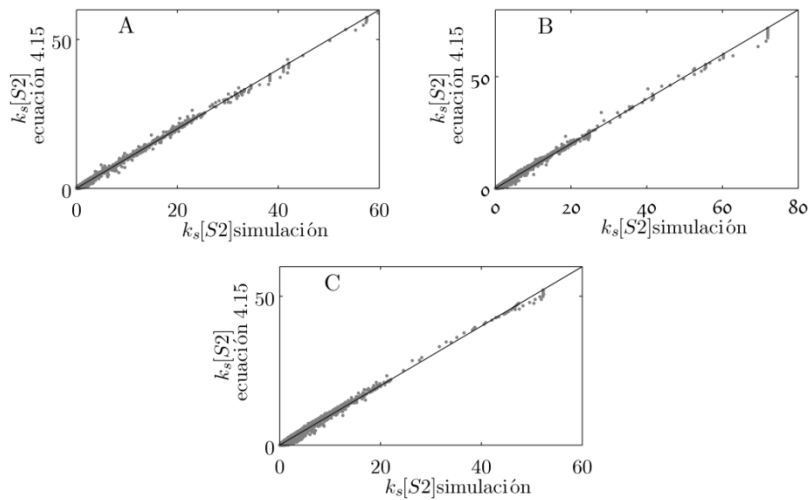


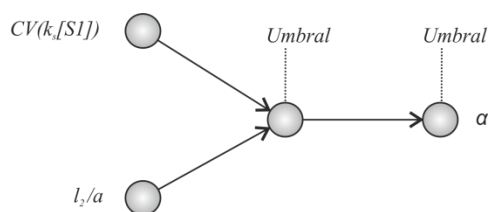
Figura 4-9. Diagramas de dispersión de $k_s[S2]$ calculado con la Ecuación 4.15 en contraste con $k_s[S2]$ calculado por simulaciones de Monte Carlo con 500 realizaciones. Utilizando A.) Celdas de 15 m B.) Celdas de 45 m y C.) Celdas de 100 m con diferentes longitudes de correlación en el rango de 2.5 a 100 m

De las correlaciones cruzadas entre u_c , v_c , α , $CV(k_s[S1])$ y l_2/a mostradas en la Tabla 4-3 se interpreta que α tiene una alta correlación (0.93) con la variable canónica v_c (la cual representa a $CV(k_s[S1])$ y l_2/a), indicando el alto grado de asociación entre estas variables. Además, la variable canónica u_c tiene una fuerte relación con $CV(k_s[S1])$ y l_2/a (correlaciones de 0.86 y 0.85 respectivamente).

Tabla 4-3. Correlaciones de α , $CV(k_s[S1])$ espacial y l_2/a con las variables canónicas

	u_c	v_c
α	1 ($p < 0.05$)	0.93 ($p < 0.05$)
$CV(k_s[S1])$	0.86 ($p < 0.05$)	0.92 ($p < 0.05$)
l_2/a	0.85 ($p < 0.05$)	0.92 ($p < 0.05$)

Para predecir el valor de α en función de $CV(k_s[S1])$ y l_2/a se construyó un modelo de red neuronal artificial tipo perceptron multicapa (MLP). Al igual que en la construcción de RNA1 y RNA2 se utilizaron 60 realizaciones para la fase de entrenamiento de la red y 40 para la fase de validación. Como algoritmo de optimización en el entrenamiento se empleó nuevamente el Levenberg-Marquardt y las variables de entrada a la red se escalaron en el rango de 0 a 1. La función de activación que mejor desempeño tuvo en la capa oculta fue la tangente hiperbólica y una función identidad en la capa de salida. La arquitectura de la red obtenida se presenta en la Figura 4-10.



RNA3	Capa Oculta	Capa de salida
Función Activación	Tang.Hiperbolica	Lineal
Pesos	-0.6915	-1.2067
	-0.2664	
Bias	0.6271	0.1874

Figura 4-10. Modelo de red neuronal artificial RNA3. Elaborado para estimar α

RNA3 es un buen estimador de α , ya que la variación de α optimizado mediante la Ecuación 4.15 es explicada en un 90% por la variación de α calculado mediante la red RNA3 (Figura 4-11).

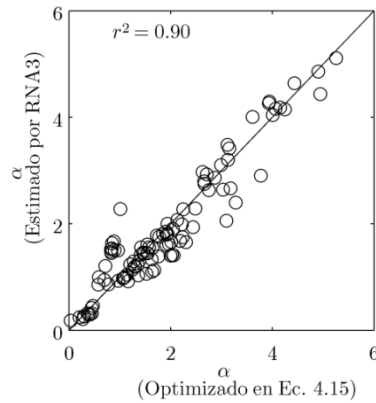


Figura 4-11. Diagrama de dispersión del parámetro α comparando sus valores optimizados en la Ecuación 4.15 con los estimados por la red neuronal RNA3

4.3.4 Conductividad hidráulica saturada efectiva del sustrato del suelo en la mesoescala

La conductividad hidráulica saturada efectiva $k_p[S2]$ en el tiempo t , es función de la infiltración gravitacional $X_3[S2]$ en t , del valor promedio de la conductividad hidráulica saturada a nivel de microescala $\bar{k}_p[S1]$ y del coeficiente de variación de k_p en la microescala.

La variabilidad temporal del parámetro k_p en la mesoescala se debe a su dependencia en $X_3[S2]$. Su valor máximo ocurre cuando el sistema alcanza la saturación y es equivalente a su valor promedio en la microescala $\bar{k}_p[S1]$. El efecto de la heterogeneidad de $k_p[S1]$ se manifiesta en la variación en el grado de curvatura de la función, como consecuencia de un aumento o disminución en la variabilidad espacial. El modelo que presenta un mejor ajuste para representar los valores del parámetro efectivo no estacionario $k_p[S2]$ es de estructura exponencial con una asíntota superior en el valor $\bar{k}_p[S1]$ (Ecuación 4.16), y es una ecuación similar a la encontrada para el parámetro $k_s[S2]$. En esta ecuación, $\bar{k}_p[S1]$ y $X_3[S2]$ tienen proporciones que dependen de $X_3[S2]$ y la heterogeneidad de k_p en la microescala. β es el parámetro que incluye el efecto de la heterogeneidad de $k_p[S1]$, y controla el grado de curvatura de la función que representa al parámetro efectivo no estacionario en la mesoescala en la Ecuación 4.16.

$$k_p[S2]_t = \bar{k}_p[S1] \{ \varepsilon(X_3[S2]_t; \beta) \} - X_3[S2]_t \{ 1 - \varepsilon(X_3[S2]_t; \beta) \} \quad 4.16$$

donde,

$k_p[S2]_t$ = conductividad hidráulica saturada efectiva en el tiempo t en mm/h

$X_3[S2]_t$ = exceso de humedad en el tiempo t en mm

$\bar{k}_p[S1]$ = valor medio de \bar{k}_p en la microescala en mm/h

ε = CDF de la distribución exponencial de parámetro β

β = parámetro relacionado con la heterogeneidad de $k_p[S1]$

Los valores estimados por la Ecuación 4.16 para $k_p[S2]$ y sus valores de referencia calculados por simulación para 500 realizaciones y tres tamaños de celda diferentes se muestran en la Figura 4-12. El rango de coeficientes de variación que cubren estas 500 realizaciones está entre 0.1 y 6.5.

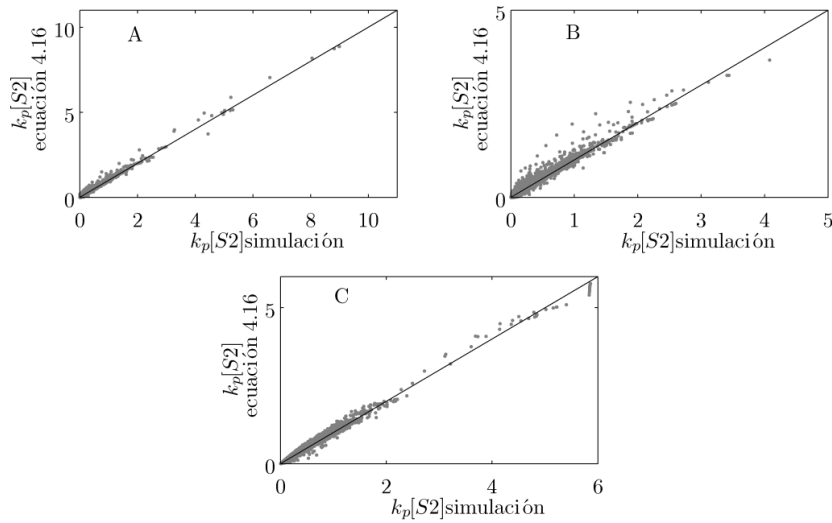


Figura 4-12. Diagramas de dispersión de $k_p[S2]$ calculado con la Ecuación 4.16 en contraste con $k_p[S2]$ calculado por simulaciones de Monte Carlo con 500 realizaciones. Utilizando A.) Celdas de 15 m B.) Celdas de 45 m y C.) Celdas de 100 m con diferentes longitudes de correlación en el rango de 2.5 a 100 m

Cuatro modelos candidatos adicionales fueron probados (Apéndice A2) y sus ajustes fueron inferiores al desempeño de la Ecuación 4.16 de acuerdo con el criterio de información bayesiano. El parámetro β de la Ecuación 4.16 está relacionado con la heterogeneidad de $k_p[S1]$, esta relación fue analizada a través

del cálculo de correlaciones canónicas entre β , el coeficiente de variación y la longitud de correlación de la conductividad hidráulica saturada en la microescala ($k_p[S1]$). De igual manera que en los casos de H_u y k_s se tomó una muestra de 100 realizaciones del total generadas en los experimentos numéricos. La ecuación canónica que maximiza la correlación entre las variables canónicas de β , $CV(k_p[S1])$ y l_2/a es $0.60 \cdot \beta = 0.29 \cdot CV(k_p[S1]) + 0.32 \cdot (l_2/a)$. El lado izquierdo de esta ecuación representa a la variable canónica u_c y el derecho a la variable canónica v_c .

El parámetro β tiene una correlación positiva alta (0.78) con la variable canónica v_c (que es función de $CV(k_p[S1])$ y l_2/a), indicando que existe un grado de asociación entre estas variables (Tabla 4-4). La variable canónica u_c presenta una correlación positiva con $CV(k_p[S1])$ y l_2/a (0.69 y 0.77 respectivamente).

Tabla 4-4. Correlaciones de β , $CV(k_p[S1])$ espacial y l_2/a con las variables canónicas

	U_c	V_c
β	1.00 (p < 0.05)	0.78 (p < 0.05)
$CV(k_p[S1])$	0.69 (p < 0.05)	0.90 (p < 0.05)
l_2/a	0.77 (p < 0.05)	0.99 (p < 0.05)

Para establecer una relación funcional entre β , $CV(k_p[S1])$ y l_2/a se formuló un modelo de red neuronal artificial del tipo perceptron multicapa con tres neuronas en la capa oculta. Se utilizó el algoritmo de optimización Levenberg-Marquardt en la fase de entrenamiento y como preprocesamiento de las variables de entrada se procedió a escalarlas en el rango entre 0 y 1. La red obtenida tiene una capa oculta con tres neuronas y una capa de salida con una neurona de salida (Figura 4-13), la función de activación de las neuronas de la capa oculta son del tipo tangente hiperbólica y la función identidad en la capa de salida. El modelo RNA4 representa un buen ajuste del parámetro β , la variación de β optimizado mediante la Ecuación 4.16 es explicada en un 82% por la variación de β calculado utilizando la red RNA4.

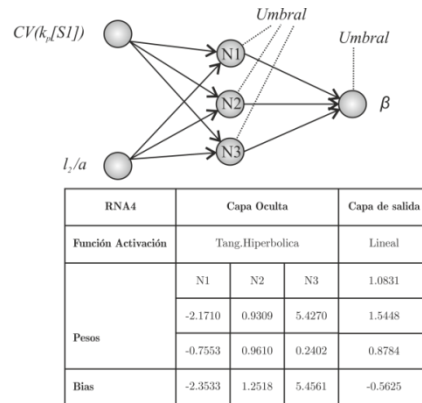


Figura 4-13. Modelo de red neuronal artificial RNA4 elaborado para estimar β

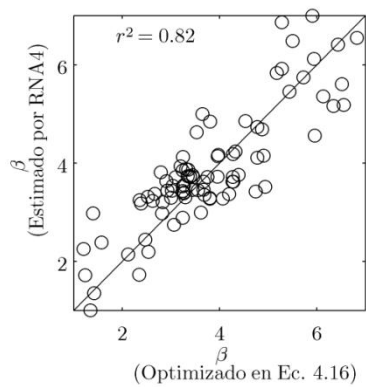


Figura 4-14. Diagrama de dispersión del parámetro β comparando sus valores optimizados en la Ecuación 4.16 con los estimados por la red neuronal RNA4

4.3.5 Conclusión

La formulación de ecuaciones para escalar los parámetros efectivos en la mesoescala ha demostrado que el enfoque de emplear parámetros efectivos no estacionarios es apropiado y tiene un funcionamiento satisfactorio. Lo cual ha sido comprobado mediante simulaciones de Monte Carlo. La principal ventaja de la utilización de parámetros efectivos no estacionarios reside en la inclusión del efecto de variabilidad dentro de la celda, sin necesidad de realizar simulaciones a nivel de microescala.

La relación de los parámetros ω_1 , ω_2 , α y β de las Ecuaciones 4.14, 4.15 y 4.16 con la heterogeneidad a nivel de microescala ha sido establecida empleando modelos de redes neuronales (RNA1, RNA2, RNA3 y RNA4). A partir de estos modelos se observa una mayor importancia del coeficiente de variación en contraste con la longitud de correlación. A continuación se muestra una representación en tres dimensiones de dicha relación:

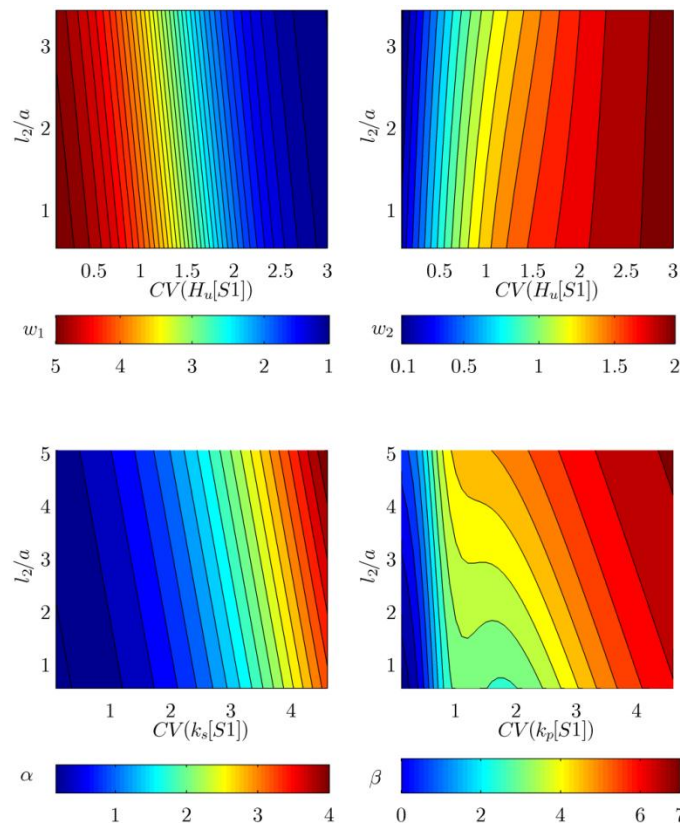


Figura 4-15. Visualización de la relación de los parámetros ω_1 , ω_2 , α y β de las Ecuaciones 4.14, 4.15 y 4.16 con la heterogeneidad a nivel de microescala según los modelos RNA1, RNA2, RNA3 y RNA4

Capítulo 5

APLICACIÓN DE LAS ECUACIONES DE ESCALADO

Los parámetros hidrológicos necesarios para modelar una cuenca son por lo general difíciles de estimar. Con base en variables ambientales puede realizarse una estimación de parámetros inicial. Sin embargo, persiste la necesidad de calibrar los parámetros del modelo para encontrar un set de parámetros aceptables. Con el fin de testar el grado de generalidad del modelo hidrológico y estimar si los parámetros calibrados representan las características hidrológicas de la zona objeto de aplicación es necesario ejecutar el modelo previamente calibrado con un set de datos independiente al de calibración, y así validar el modelo. Se considera que el modelo ha sido validado si el grado de coincidencia entre el flujo simulado y observado es aceptable en comparación con el desempeño en el periodo de calibración (Rosbjerg y Madsen, 2005).

Una buena calibración del modelo podría tener un pobre desempeño cuando se simulen eventos diferentes al de calibración, especialmente si son de diferente magnitud (Romanowicz y Beven, 2003). Según Di-Baldassarre y Uhlenbrook (2011), estos efectos de no estacionariedad en los parámetros se disminuyen poco

al usar modelos con mayor base física. El trabajo de Horrit *et. al.* (2007) coincide con esta afirmación en el contexto de la modelación hidrodinámica de superficies de inundación. En esta investigación se destaca la dependencia de los parámetros efectivos en el flujo de entrada y la heterogeneidad a nivel de microescala y se utilizan ecuaciones para incorporar la no estacionariedad de los parámetros efectivos en la modelación (Sección 4.3).

Este capítulo presenta la aplicación de las ecuaciones de escalado en la cuenca experimental Goodwin Creek. Con esta aplicación se busca comparar el desempeño del modelo hidrológico TETIS usando la representación de la variabilidad a nivel de microescala en contraste con su desempeño sin el uso de éstas ecuaciones de escalado. Ésta cuenca se ha seleccionado debido a que ha sido continuamente monitoreada por más de treinta años y dispone de una densa red de estaciones hidrométricas que permiten realizar un buen número de validaciones espaciales y espacio-temporales para una óptima evaluación del funcionamiento del modelo hidrológico. Para evaluar las diferencias en los caudales observados y simulados “con” y “sin” ecuaciones de escalado se utilizaron cinco índices: eficiencia de Nash-Sutcliffe (NSE, Ecuación 5.1), raíz cuadrada del error cuadrático medio (RMSE, Ecuación 5.2), error en volumen (E_v , Ecuación 5.3), error en tiempo al pico (E_t , Ecuación 5.4) y error en caudal pico (E_Q , Ecuación 5.5).

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T (\hat{Q}_t - Q_t)^2}{\sum_{t=1}^T (Q_t - \bar{Q})^2} \quad 5.1$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (Q_t - \hat{Q}_t)^2}{T}} \quad 5.2$$

$$E_v = \frac{V - \hat{V}}{V} \cdot 100 \quad 5.3$$

$$E_t = t_p - \hat{t}_p \quad 5.4$$

$$E_Q = \frac{Q_p - \hat{Q}_p}{Q_p} \cdot 100 \quad 5.5$$

donde, T es el número de intervalos temporales del periodo de simulación, Q_t es el caudal observado en el tiempo t , \hat{Q}_t es el caudal simulado en el tiempo t , \bar{Q} es el caudal medio observado en el periodo de simulación, V es el volumen total observado, \hat{V} es el volumen total simulado, t_p es el tiempo al pico observado, \hat{t}_p es el tiempo al pico simulado, Q_p es el caudal pico observado y \hat{Q}_p es el caudal pico simulado. El índice de eficiencia de Nash-Sutcliffe es un estadístico normalizado que determina la magnitud relativa de la varianza residual en relación con la varianza de los datos, sus valores adimensionales pueden estar entre menos infinito a uno. El RMSE da cuenta de la magnitud media de las diferencias entre el caudal observado y simulado, sus unidades corresponden a la dimensión L^3/T . El error en volumen es un indicador de la diferencia en el balance de agua, su valor se representan en porcentaje. Los errores en tiempo al pico y caudal pico se expresan en horas y porcentaje respectivamente.

5.1 Cuenca de estudio: Goodwin Creek

5.1.1 Descripción de la cuenca

Goodwin Creek es afluente de la cuenca de Long Creek, la cual a su vez se encuentra dentro de la cuenca hidrográfica del río Yazoo en el estado de Mississippi, EEUU (Figura 5-1). Según Blackmarr (1995) su clima es húmedo, cálido en verano y templado en invierno. La cuenca drena un área aproximada de 21.6 km^2 con el punto de desagüe localizado en $34^\circ 13' 55''$ de latitud y $-89^\circ 54' 50''$ de longitud, cuenta con elevaciones que oscilan entre 68.3 a 128.3 msnm y una pendiente media de cauces de 0.004. La precipitación media anual es de 1399 mm, su temperatura media anual es de 17°C .

En Goodwin Creek las áreas de relieve relativamente alto están compuestas por loess en general, y las zonas de valle están conformadas por depósitos aluviales del

holoceno. En la cuenca se identifican cinco formaciones geológicas (Citronelle, Kosciusko, Zilpha, Winona, y Tallahatta) y siete unidades litológicas del Holoceno que se agrupan en tres secuencias deposicionales: Holoceno temprano, medio y tardío. Las coberturas (uso de la tierra) que predominan en la cuenca son pasturas, bosques y áreas cultivadas de algodón, soja y pequeños granos (Blackmarr, 1995).

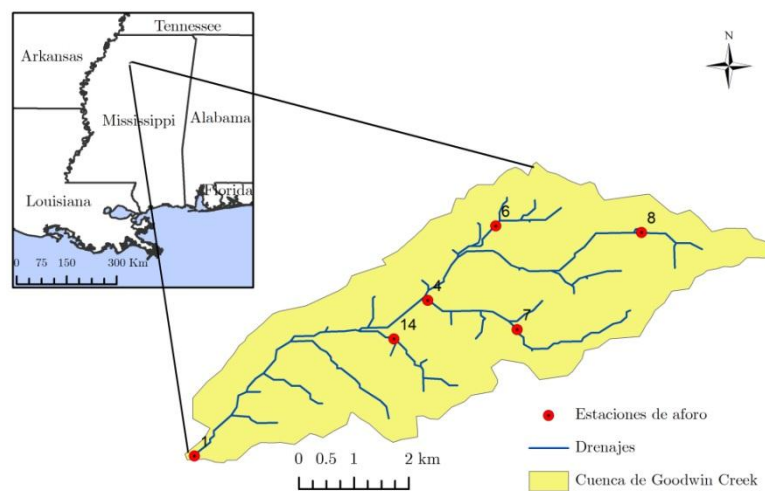


Figura 5-1. Localización de la cuenca de Goodwin Creek

De acuerdo con Blackmarr (1995), los suelos de Goodwin Creek se han desarrollado en un clima que ha sido persistentemente cálido y húmedo. En los suelos predomina la textura limosa y se caracterizan por ser fácilmente erosionables cuando se remueve la cobertura vegetal, lo cual ha resultado en la frecuente aparición de cárcavas. Hay presencia de dos asociaciones de suelos: la asociación Collins-Falaya-Grenda-Calloway, representa suelos limosos de pobre a moderadamente bien drenados y cubren la mayor parte de áreas cultivadas en la cuenca; la asociación Loring-Grenda-Memphis representa suelos bien a moderadamente bien drenados e incluyen la mayor parte de pastos y bosques en la cuenca.

La pendiente media de la cuenca es de 4.24 %, la pendiente mínima y máxima son de 0 y 20.3%. La mitad del área de la cuenca tiene pendientes inferiores o iguales a 3.73 %, el 75% de su área tiene pendientes inferiores o iguales a 6.19% y

el 90% de su área tiene pendientes inferiores o iguales a 6.98%. Esto indica que en la cuenca predomina una topografía de pendientes suaves sin presencia de zonas escarpadas (Figura 5-2). Esta cuenca posee un relieve de baja amplitud en su elevación; según la curva hipsométrica (Figura 5-3) su paisaje es muy maduro con predominio de los procesos erosivos sobre los tectónicos.

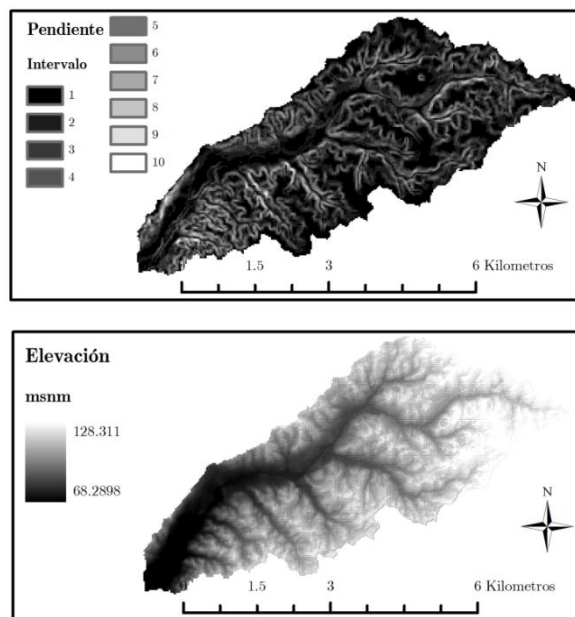


Figura 5-2. Distribución de pendientes y elevación en la cuenca

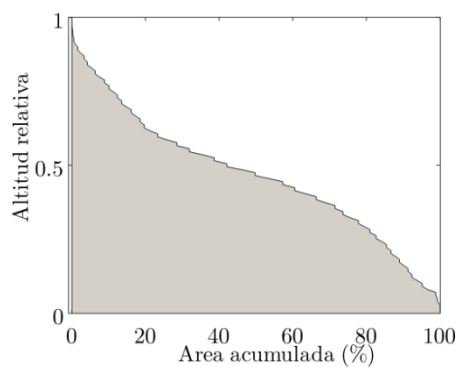


Figura 5-3. Curva hipsométrica de la cuenca de Goodwin Creek calculada con el MED de 30x30 m

5.1.2 Datos observados y escalas de análisis

En Goodwin Creek las mediciones en las estaciones hidrométricas y pluviográficas son transmitidas a través de un sistema telemétrico que identifica el nivel de agua, indicador de muestreo automático de sedimentos, precipitación, y temperatura del agua y del aire. El caudal se estima a través de una relación potencial entre caudal y nivel del agua. Adicionalmente, se hacen muestreos manuales de sedimentos durante los eventos de tormentas en algunas estaciones, así como observaciones de la geometría de los canales, material del lecho, propiedades geotécnicas de las márgenes de los cauces y monitoreo periódico de la migración de los canales para identificar cambios morfológicos en éstos. Los registros de éstas variables ambientales cubren el periodo entre 1981 a 2008. Una descripción de los métodos de operación y observación en la cuenca se encuentra detallada en Blackmarr (1995).

Se utilizaron 16 estaciones de precipitación empleando una resolución temporal de 5 minutos, la cual coincide con el tamaño del intervalo de simulación. Para la aplicación de los modelos se seleccionaron 6 estaciones de aforo y se utilizó un modelo de elevación digital con 30 m de resolución espacial. La Figura 5-4 representa espacialmente las estaciones hidrométricas y pluviográficas tomadas en consideración para la aplicación de las ecuaciones de escalado y en la Tabla 5-1 se presentan las coordenadas reales de cada estación y las coordenadas ajustadas por Montoya (2008), esta diferencia entre coordenadas se debe a que las coordenadas en el modelo deben coincidir con el centro de una celda con un área acumulada similar al área de drenante real.

Para probar el desempeño de las ecuaciones de escalado en la predicción de hidrogramas de tormentas se utilizaron tres mesoescalas diferentes a efectos de información en los mapas de parámetros H_u , k_s y k_p , generando calibraciones y validaciones “con” y “sin” la utilización de las ecuaciones de escalado. La resolución R1 representa celdas de 30x30 m², R2 celdas de 1740x1740 m² y R3 un único valor del parámetro para toda la cuenca. En todos los casos se utilizó el modelo de elevación digital original. En total se generaron 6 modelos hidrológicos diferentes para la cuenca, cuyas diferencias se deben a la resolución espacial

empleada en los mapas de parámetros y el uso o exclusión de las ecuaciones de escalado (Tabla 5-2).

Tabla 5-1. Coordenadas de las estaciones de aforo

Estación de aforo	Coordenadas			
	Según NSL		Según MED	
	X	Y	X	Y
01	231568.7	3791553.7	231720	3791580
04	235367.3	3794280.5	235320	3794310
06	236459.3	3795732.9	236370	3795630
07	236662.9	3793699.9	236640	3793740
08	238577.9	3795483.8	238560	3795450
14	234644.4	3793655.0	234780	3793620

Tomado de (Montoya, 2008)

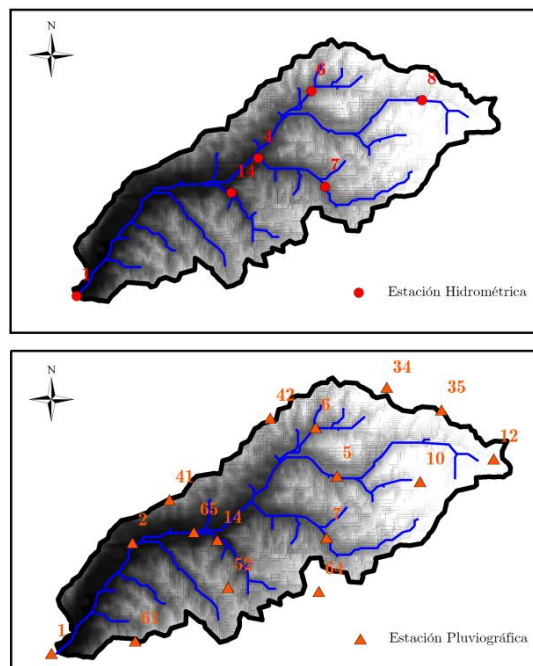


Figura 5-4. Estaciones hidrométricas y pluviográficas empleadas en las modelaciones

Tabla 5-2. Modelos hidrológicos generados para la cuenca de Goodwin Creek

Código	Características
R1	Mapas de parámetros H_u , k_s y k_p con resolución de 30x30 m ² , sin ecuaciones de escalado
R1+EE	Mapas de parámetros H_u , k_s y k_p con resolución de 30x30 m ² , con ecuaciones de escalado
R2	Mapas de parámetros H_u , k_s y k_p con resolución de 1740x1740 m ² , sin ecuaciones de escalado
R2+EE	Mapas de parámetros H_u , k_s y k_p con resolución de 1740x1740 m ² , con ecuaciones de escalado
R3	Utilización de un valor medio para H_u , k_s y k_p en toda la cuenca, sin ecuaciones de escalado
R3+EE	Utilización de un valor medio para H_u , k_s y k_p en toda la cuenca, con ecuaciones de escalado

5.1.3 Estimación de parámetros

Los mapas de parámetros de H_u , k_s y k_p con resolución de 30x30 m² fueron estimados por Montoya (2008). En su trabajo, la conductividad hidráulica saturada del sustrato del suelo fue estimada con base en las características texturales de las formaciones geológicas presentes en la cuenca. Los valores modales de la conductividad hidráulica saturada del suelo fueron estimados dividiendo el espesor total de la zona de raíces en el tiempo de viaje total que representa la suma de los tiempos de viaje de cada estrato de suelo. Para estimar los valores modales de la capacidad de almacenamiento estático H_u , Montoya (2008) tuvo en cuenta el contenido de agua disponible para los diferentes niveles del suelo con presencia de raíces y estimó en 100 cm la profundidad de raíces para los cultivos, 200 cm para los bosques y 40 cm para los pastos. Finalmente, la capacidad de almacenamiento estático del perfil de suelo fue estimada como la sumatoria de los productos del contenido de agua disponible por el espesor de cada estrato de suelo.

Además de la estimación de valores modales para los parámetros en cada unidad cartográfica, Montoya (2008) estimó la variabilidad espacial del

almacenamiento estático y la conductividad hidráulica saturada del suelo dentro de cada unidad cartográfica definiendo un valor para cada celda de $30 \times 30 \text{ m}^2$. El procedimiento consistió en relacionar mediante un modelo lineal los valores modales de los parámetros con las variables índice topográfico y curvatura del terreno. En la Figura 5-5 se observan los mapas distribuidos de H_u , k_s y k_p estimados con una resolución espacial de $30 \times 30 \text{ m}^2$. Estos son los mapas de parámetros que se han empleado para generar los modelos denotados como R1 y R1+EE (Tabla 5-2).

Para elaborar los modelos R2 y R2+EE se agregaron los mapas de parámetros a una resolución de $1740 \times 1740 \text{ m}^2$ computando el valor medio cada 58 celdas como representativo (Figura 5-6). Los mapas de parámetros utilizados en los modelos R3 y R3+EE corresponden al valor medio de cada parámetro para toda la cuenca (Figura 5-7). Para la propagación en cauces se emplearon los parámetros geomorfológicos que controlan las relaciones de geometría hidráulica, los cuales fueron estimados por Molnár y Ramírez (1998); dichos parámetros se presentan en la Tabla 5-3.

Tabla 5-3. Parámetros geomorfológicos

Parámetro	Valor
Coefficiente κ	0.8686
Exponente φ	0.95
Coefficiente a_1	6.516
Exponente α_1	0.48
Exponente α_2	0.2
Coefficiente c_d	15.0
Exponente θ	1.0
Coefficiente c_n	0.047
Exponente ξ	0.1667

Tomado de (Montoya, 2008)

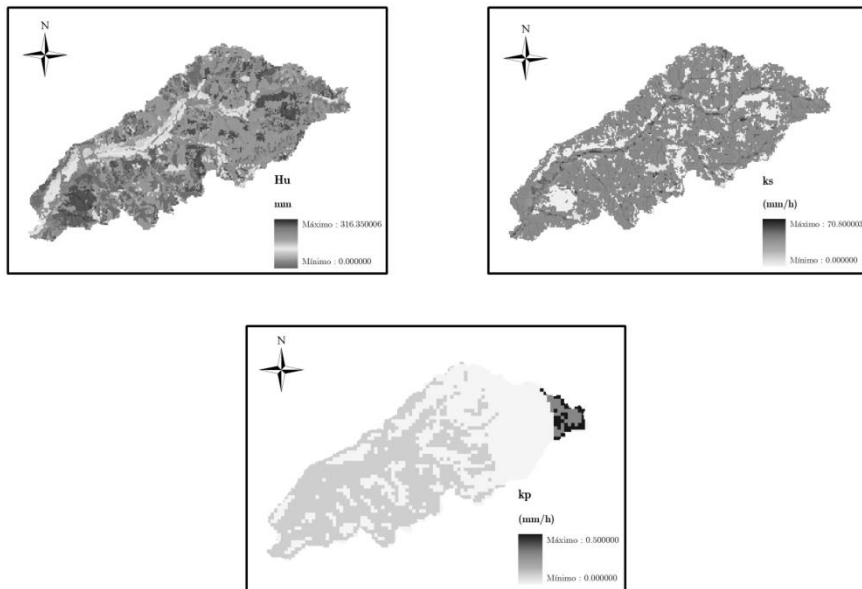


Figura 5-5. Mapas de los parámetros H_u , k_s y k_p estimados con resolución espacial de $30 \times 30 \text{ m}^2$

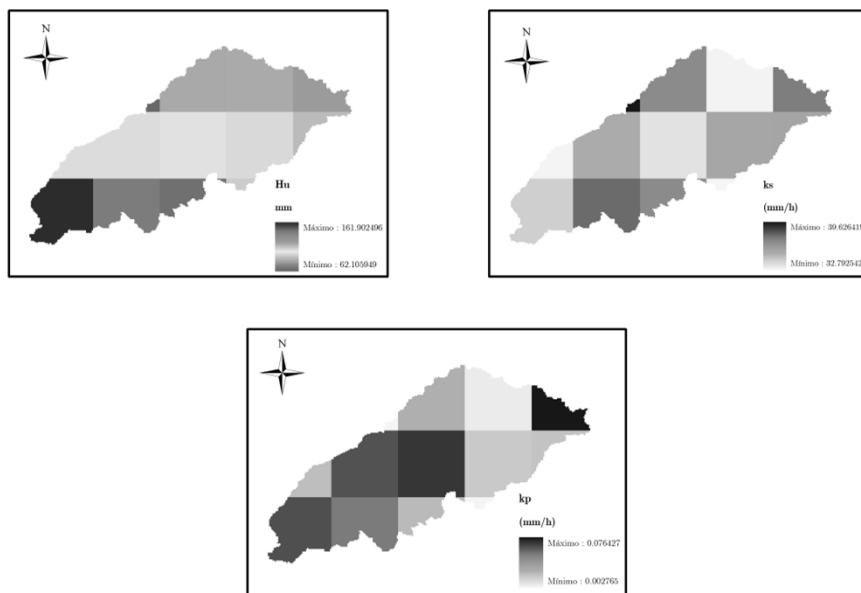


Figura 5-6. Mapas de H_u , k_s y k_p estimados para una resolución de $1740 \times 1740 \text{ m}^2$

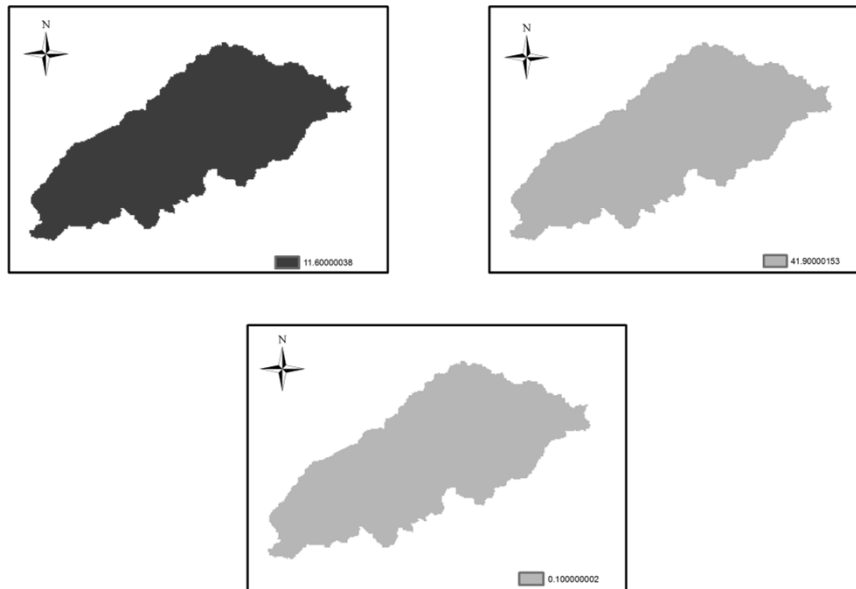


Figura 5-7. Valores medios de H_u , k_s y k_p para toda la cuenca

5.1.4 Procedimiento de calibración

Los modelos R1, R1+EE, R2, R2+EE, R3 y R3+EE fueron calibrados con el evento ocurrido el 19 de septiembre de 1983, tomando como punto de calibración la estación localizada en la salida de la cuenca. El evento de calibración se presentó a finales del verano de 1983, a partir de los registros de precipitación se observa una poca ocurrencia de lluvias en los meses anteriores al evento. Por tanto se ha considerado que es altamente probable que el estado de humedad de la cuenca al inicio del evento corresponda a un estado muy seco, y por consiguiente el volumen inicial de los tanques del modelo se ha fijado en cero sin someterlo a calibración.

El modelo hidrológico TETIS utiliza una estructura separada de parámetros (Francés *et al.*, 2007), en la cual se conserva la variabilidad espacial de los mapas de parámetros y se calibran factores correctores comunes para todas las celdas que multiplican a cada mapa de parámetros. En la Tabla 5-4 se presentan los factores correctores del modelo TETIS, indicando con un asterisco los factores que han sido

calibrados en este caso de estudio, debido a que son los más sensibles por estar directamente relacionados con la escorrentía superficial y subsuperficial, ya que éstos son los procesos dominantes en Goodwin Creek (Montoya, 2008). En el caso de los modelos R1+EE, R2+EE y R3+EE que tienen en cuenta las ecuaciones de escalado, se calibraron adicionalmente los parámetros de estas ecuaciones (ω_1 , ω_2 , α y β).

Tabla 5-4. Factores correctores del modelo TETIS

Identificador	Parámetro/Proceso afectado
FC1*	Almacenamiento estático
FC2	Evapotranspiración
FC3*	Infiltración
FC4*	Velocidad del flujo en ladera
FC5*	Percolación
FC6*	Velocidad del flujo subsuperficial
FC7	Pérdidas subterráneas
FC8	Velocidad del flujo base
FC9*	Velocidad del flujo en canales
β	Precipitación

Para realizar el procedimiento de optimización se utilizó el algoritmo de SCE-UA, que fue implementado en el modelo TETIS por Vélez (2003). Se tomó como función objetivo la siguiente expresión, que se basa en el índice de eficiencia de Nash y Sutcliffe (NSE):

$$\text{minimizar: } FO = 1 - NSE = 1 - 1 - \sum_{t=1}^T \frac{(\hat{Q}_t - Q_t)^2}{(Q_t - \bar{Q})^2} \quad 5.6$$

Donde, T es el número de intervalos que conforma el periodo de calibración, Q_t es el caudal observado en el tiempo t , \hat{Q}_t es el caudal simulado en el tiempo t , y \bar{Q} es el promedio de los caudales observados en el periodo de calibración. A continuación se presentan los factores correctores calibrados para cada uno de los 6 modelos de la cuenca Goodwin Creek (Tabla 5-5):

Tabla 5-5. Factores Correctores calibrados para cada uno de los modelos

Factor	Modelo						
	Corrector	R1	R1+EE	R2	R2+EE	R3	R3+EE
FC1		1.2113	3.0220	0.8404	1.5012	3.5973	3.3678
FC3		0.0669	0.3021	0.1507	1.8890	0.3529	2.9323
FC4		0.3071	0.1678	2.1055	0.0800	0.3680	0.4415
FC5		0.6897	1.0000	0.9883	1.0000	0.8864	1.1977
FC6		0.0599	4.3015	30.9895	10.0000	1.0095	1.7900
FC9		0.2622	0.3101	0.2729	0.3600	0.2321	0.2190
Parámetros Ec. Escalado							
ω_1			1.9803	-	1.9800	-	1.1000
ω_2			1.1818	-	1.2010	-	1.7563
α			2.0713	-	3.0200	-	2.8900
β			1.3435	-	2.9950	-	2.9700

Los resultados de las calibraciones de los seis modelos muestran que todos han obtenido índices de eficiencia excelentes para el evento de calibración (Tabla 5-7). Los modelos R1, R1+EE, R2 y R2+EE presentan una distribución similar de los estados medios de humedad y R3 y R3+EE simulan un menor almacenamiento estático medio en la cuenca y mayor almacenamiento gravitacional para compensar (Tabla 5-8). Los factores correctores calibrados presentan variabilidad en sus valores a través de las diferentes escalas de agregación, incluso en los casos en que se utilizan las ecuaciones de escalado. Esto se atribuye a que los mapas de parámetros en la resolución de referencia (30x30 m²) están sujetos a incertidumbre con respecto a la estimación de la variabilidad espacial, y al agregarlos a las diferentes escalas se pierde parte de la variabilidad estimada e implícitamente se optimiza el efecto de la variabilidad a través de las ecuaciones de escalado. El efecto de la agregación espacial sobre los factores correctores se estudia en la sección 5.2.2 utilizando una realidad virtual, obteniéndose poca variación de los factores correctores a través de diferentes escalas de agregación utilizando las ecuaciones de escalado. En la Figura 5-8 se presentan los hidrogramas simulados y observados para el evento de calibración.

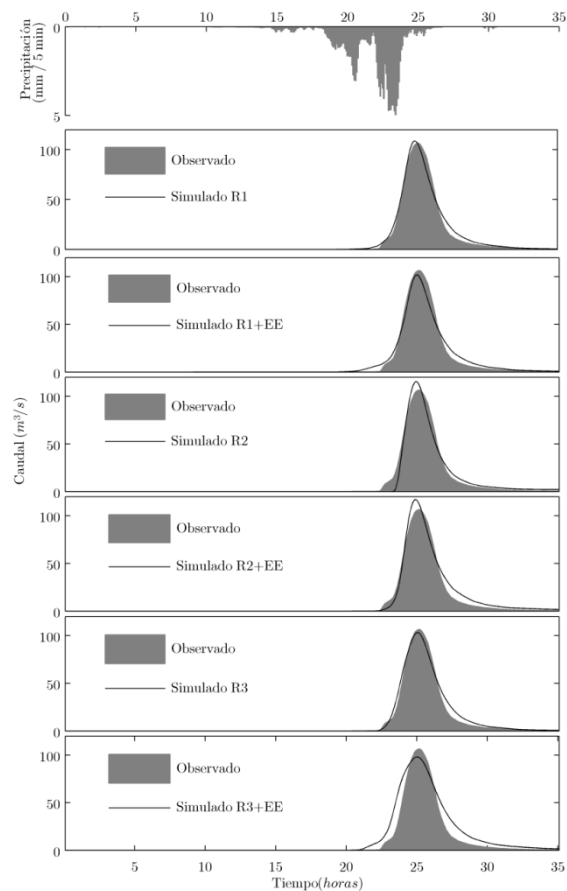


Figura 5-8. Simulación del evento de calibración en el punto de salida de la cuenca con los diferentes modelos

Los parámetros de las ecuaciones de escalado calibrados para la cuenca de Goodwin Creek representan una alta heterogeneidad a nivel de subcelda en los parámetros hidrológicos estudiados. Sus valores corresponden a coeficientes de variación entre 1.5 y 2.5 para la capacidad de almacenamiento estático efectiva, coeficientes de variación mayores a 3 para la conductividad hidráulica saturada del suelo y coeficientes de variación entre 0.8 y 2.0 para la conductividad hidráulica saturada del sustrato del suelo (Tabla 5-6). Las longitudes de correlación en todos los casos son menores al tamaño de celda, a excepción de los modelos R2+EE y R3+EE en los cuales la relación entre el tamaño de celda y las longitudes de correlación se encuentra en el rango entre 0.5 y 2.

Aplicación de las ecuaciones de escalado

Tabla 5-6. Heterogeneidad asociada a los parámetros de las ecuaciones de escalado

	R1+EE		R2+EE		R3+EE	
ω_1 y ω_2	CV:1.5-2.0	$l_2/a :3$	CV:1.5-2.0	$l_2/a :3$	CV:2.5	$l_2/a :2$
α	CV:3.0-3.5	$l_2/a :1-5$	CV:>3.8	$l_2/a :1-5$	CV:>3.8	$l_2/a :1-5$
β	CV:0.8	$l_2/a :1-5$	CV:1.0-2.0	$l_2/a :0.5-2$	CV:1.0-2.0	$l_2/a :0.5-2$

Tabla 5-7. Índices de eficiencia en la calibración de los 6 modelos

Índice	Modelo					
	R1	R1+EE	R2	R2+EE	R3	R3+EE
Error Caudal máximo (%)	2.22	-4.13	8.38	9.98	-2.87	-7.83
Error Tiempo al Pico (h)	0.16	0.08	0.16	0.16	0.00	0.08
Error en Volumen (%)	-4.88	-3.62	1.51	-9.45	-6.55	-27.55
RMSE	2.68	3.40	3.71	3.66	2.87	6.42
Nash-Sutcliffe	0.98	0.98	0.97	0.97	0.98	0.92

Tabla 5-8. Estados medios de humedad en la cuenca para el evento de calibración

Niveles medios en la cuenca (mm)	Modelo					
	R1	R1+EE	R2	R2+EE	R3	R3+EE
Almacenamiento estático	35.02	36.83	35.91	31.40	19.55	15.76
Almacenamiento en superficie	0.19	0.34	0.03	0.79	0.17	0.17
Almacenamiento gravitacional	2.67	1.26	3.60	6.16	17.65	17.15
Almacenamiento acuífero	0.06	0.04	0.07	0.04	0.21	0.21

5.1.5 Validación de los modelos

La validación se refiere a testar el funcionamiento de un modelo con un set de datos hidrológicos diferentes a los utilizados en la fase de calibración. Esta sección presenta los resultados de la validación de los modelos, realizándose una distinción entre validación espacial, validación temporal y validación espacio-temporal. La validación espacial se refiere a la aplicación del modelo en estaciones diferentes a la estación de calibración utilizando el mismo evento de calibración. En la validación temporal el modelo se aplica a eventos diferentes al evento de calibración. Por último, en la validación espacio-temporal la simulación se realiza

en estaciones de aforo diferentes a la estación de calibración y utilizando un evento diferente al de calibración. Para indagar las diferencias entre las validaciones de los diferentes modelos (R1, R1+EE, R2, R+EE, R3 y R3+EE) se realizaron diagramas de cajas para comparar los índices de eficiencia de Nash y Sutcliffe, raíz cuadrada del error cuadrático medio (RMSE), error cometido al simular el tiempo al pico del hidrograma, error en caudal pico y error en volumen de agua. En la sección 5.2.1 se analizan las diferencias entre las eficiencias de los modelos con relación al área drenante.

5.1.5.1 Validación espacial

Las simulaciones hechas por los 6 modelos en las cuatro estaciones de aforo tienen índices de eficiencia de Nash-Sutcliffe altos en validación espacial (Tabla 5-9). Sin embargo, en la estación de aforo 8 todos los modelos tienden a subestimar el caudal pico y en las estaciones 6 y 14 se sobreestima el volumen de agua (Figura 5-10 y Figura 5-11). En los diagramas mostrados en la Figura 5-9 se puede observar que los modelos que mejor validan espacialmente son R1+EE y R2+EE, especialmente las diferencias son más notables en el error del tiempo al pico, el RMSE y el índice de Nash-Sutcliffe.

Sin embargo, todos los modelos tienen errores en volumen similares, a excepción del modelo R3+EE el cual tiende a sobreestimar el volumen total de agua a pesar de tener una mejor simulación del tiempo al pico en comparación con los modelos sin ecuaciones de escalado (R1, R2 y R3) y mejores índices de Nash-Sutcliffe y RMSE en comparación con el modelo R2. El modelo R2 es el que muestra mayor dispersión en el error en caudal pico, RMSE e índice de eficiencia de Nash-Sutcliffe en comparación con los demás modelos.

Tabla 5-9. Índices de eficiencia para la validación espacial con el evento '19/09/83'

Índice	Modelo					
	R1	R1+EE	R2	R2+EE	R3	R3+EE
Estación 4						
Error Caudal máximo (%)	-4.51	-12.52	26.11	-3.68	-0.89	-16.94
Error Tiempo al Pico (h)	0.34	0.17	0.34	0.17	0.34	0.25
Error en Volumen (%)	3.44	7.66	4.01	-6.49	4.47	-15.73

Aplicación de las ecuaciones de escalado

RMSE	1.34	1.04	2.01	0.93	1.48	1.87
Nash-Sutcliffe	0.94	0.96	0.87	0.97	0.93	0.88
Estación 6						
Error Caudal máximo (%)	11.72	2.67	45.47	-5.26	20.62	-3.78
Error Tiempo al Pico (h)	0.25	0.17	0.25	0.09	0.25	0.17
Error en Volumen (%)	-14.84	-12.37	0.65	-7.58	-13.51	-34.64
RMSE	0.92	0.40	0.94	0.53	0.87	0.87
Nash-Sutcliffe	0.81	0.96	0.79	0.93	0.83	0.83
Estación 8						
Error Caudal máximo (%)	-21.82	-26.66	-1.69	-28.96	-26.54	-38.99
Error Tiempo al Pico (h)	0.25	0.17	0.33	0.08	0.25	0.25
Error en Volumen (%)	7.65	6.18	7.12	-3.19	23.81	6.62
RMSE	0.86	0.66	1.08	0.66	0.90	1.09
Nash-Sutcliffe	0.89	0.94	0.83	0.94	0.88	0.82
Estación 14						
Error Caudal máximo (%)	16.75	6.04	50.06	1.05	11.56	-10.31
Error Tiempo al Pico (h)	0.16	0.08	0.25	0.08	0.16	0.16
Error en Volumen (%)	-28.41	-34.44	-27.75	-42.15	-2.42	-23.56
RMSE	0.93	0.59	1.49	0.69	0.79	0.87
Nash-Sutcliffe	0.86	0.94	0.63	0.92	0.89	0.88

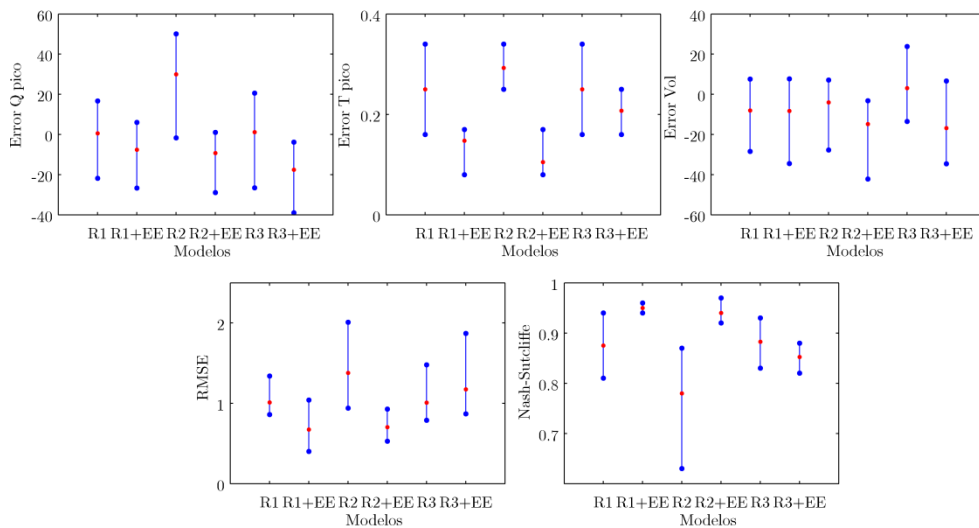


Figura 5-9. Dispersión de los índices de eficiencia en validación espacial. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos)

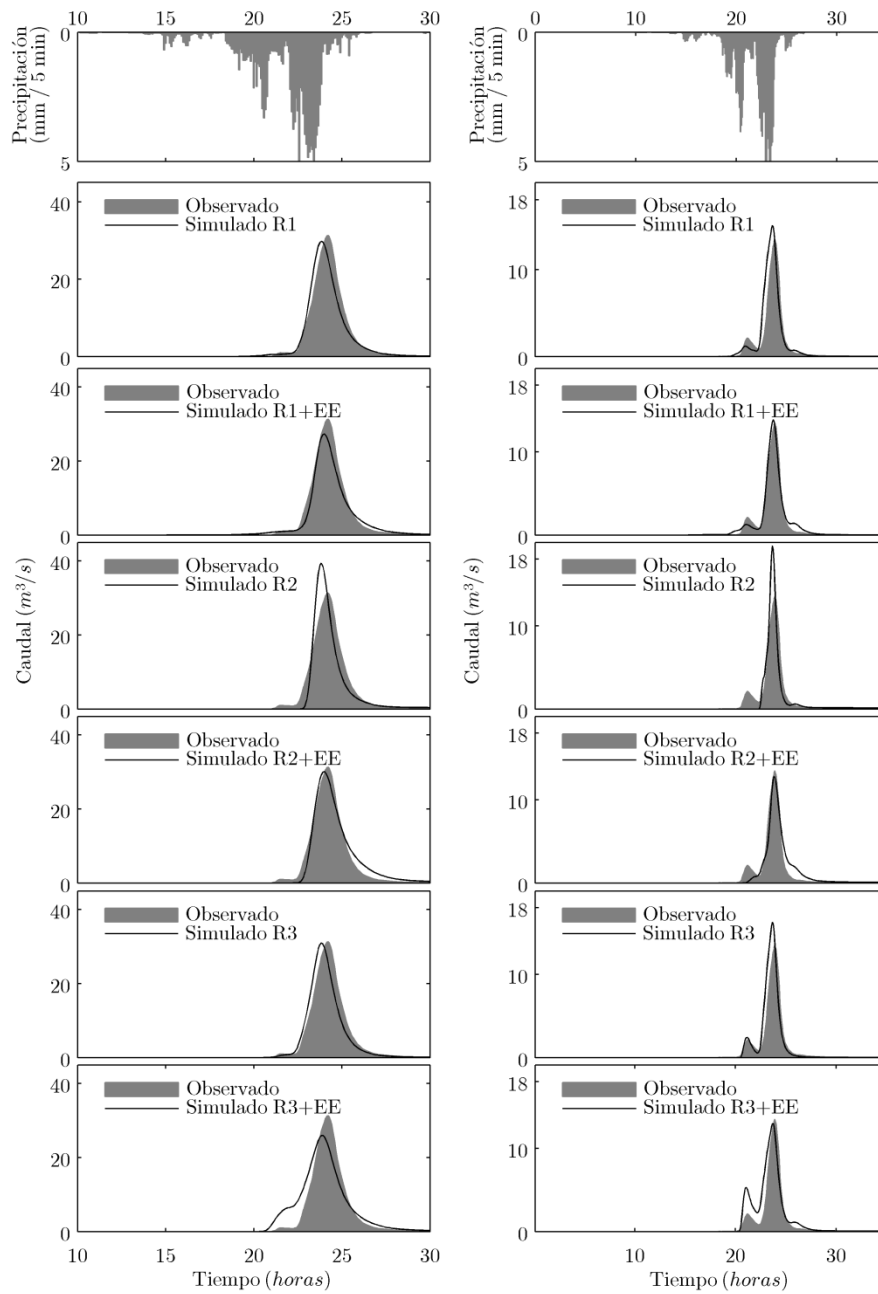


Figura 5-10. Validación espacial en las estaciones 4 y 6

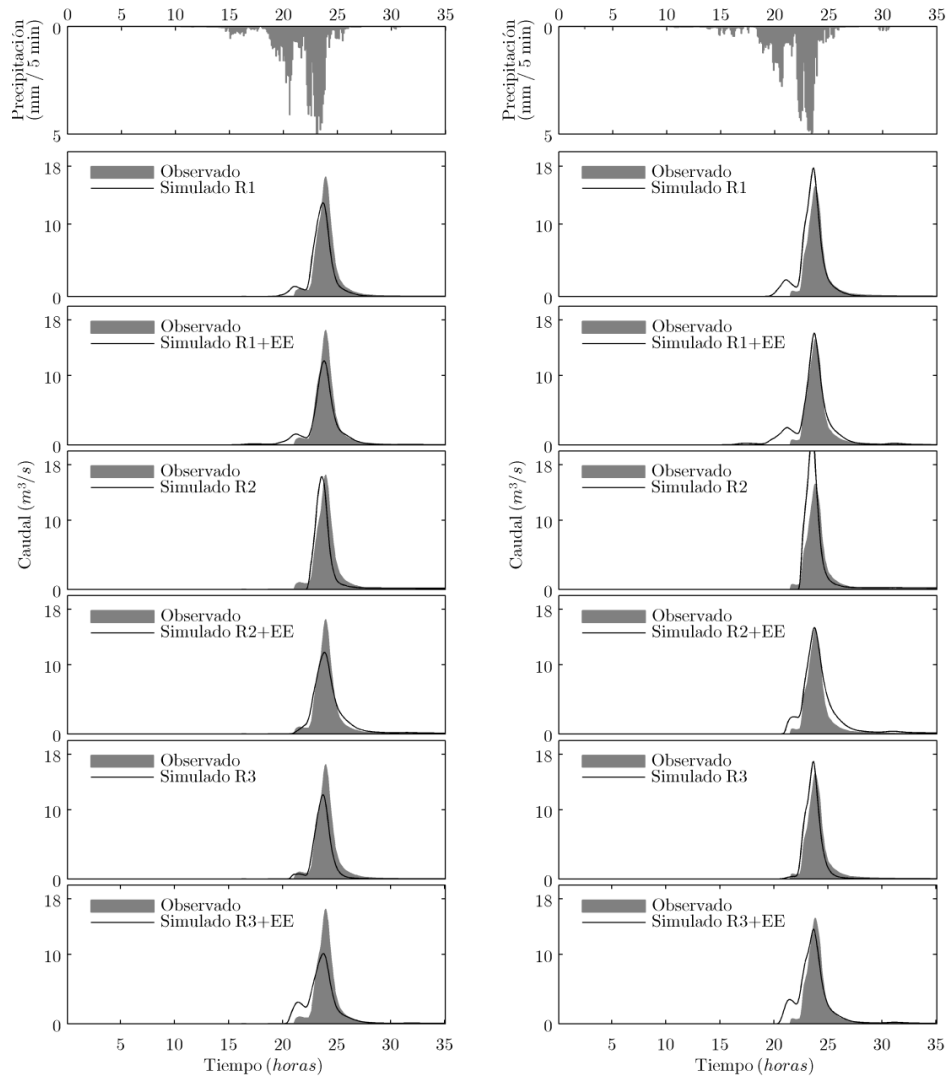


Figura 5-11. Validación espacial en las estaciones 8 y 14

5.1.5.2 Validación temporal

En la validación temporal se simularon cuatro eventos ('17/10/81', '02/12/83', '19/11/83' y '27/08/82') utilizando los factores correctores calibrados en la estación de aforo localizada en la salida de la cuenca. En cada evento de validación se calibraron las condiciones iniciales de humedad (Tabla 5-10). En la Figura 5-12

se observa que los índices de eficiencia son muy similares entre los 6 modelos en términos medio. Pero existen diferencias en las dispersiones de éstos. Los modelos R1, R1+EE, R2 y R2+EE tienen errores en volumen similares y de valores bajos mientras que R3 y R3+EE presentan errores en volumen altos, particularmente en el evento '02/12/83' subestiman notablemente el caudal pico (Tabla 5-11) a pesar de tener valores medios similares a los otros modelos en los demás índices de eficiencia. Los modelos R3 y R3+EE presentan la más alta dispersión en los valores de sus índices (Figura 5-12).

El hecho de que el comportamiento hidrológico simulado con los modelos sea muy cercano al observado en la validación temporal, y hayan diferencias no muy importantes entre ellos, se puede explicar por los efectos de la propagación de los caudales en los cauces ya que se genera una compensación de los errores en los aportes de las subcuencas, esta observación coincide con los resultados del trabajo de Li *et al.* (2011), en el sentido de que utilizando diferentes resoluciones en los parámetros en la salida de la cuenca no se observan diferencias significativas pero la respuesta de las subcuencas deberá experimentar diferencias. Este último punto se analiza a continuación en la validación espacio-temporal y en la sección 5.2.1.

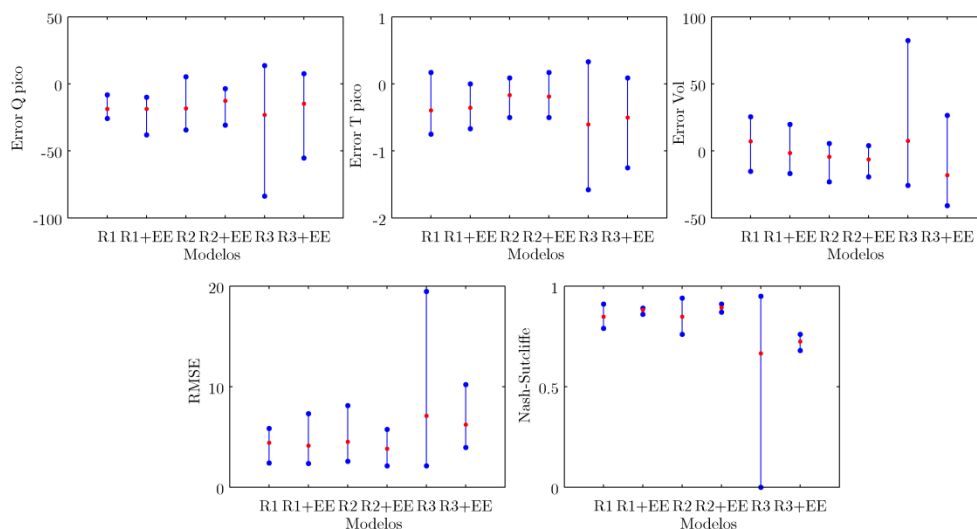


Figura 5-12. Dispersión de los índices de eficiencia en validación temporal. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos)

Aplicación de las ecuaciones de escalado

Tabla 5-10. Condiciones iniciales de humedad calibradas para los eventos de validación temporal

Estado de humedad inicial	Modelo					
	R1	R1+EE	R2	R2+EE	R3	R3+EE
Evento '17/10/81'						
Almac. Estático (H1, %)	25.00	15.00	49.27	14.00	48.68	15.50
Almac. Cauces (H5, %)	12.00	0.00	35.29	2.70	39.75	30.82
Evento '02/12/83'						
Almac. Estático (H1, %)	79.00	40.00	80.00	37.68	79.92	61.43
Almac. Cauces (H5, %)	37.00	0.00	4.00	7.53	45.71	39.01
Evento '19/11/83'						
Almac. Estático (H1, %)	77.65	34.95	72.65	33.54	77.25	59.05
Almac. Cauces (H5, %)	4.88	0.00	4.88	24.82	43.26	35.81
Evento '27/08/82'						
Almac. Estático (H1, %)	45.00	22.00	56.00	22.00	77.04	35.00
Almac. Cauces (H5, %)	0.00	0.00	0.00	0.75	41.91	17.21

Tabla 5-11. Índices de eficiencia para la validación temporal con cuatro eventos en la estación ubicada en la salida de la cuenca

Índice	Modelo					
	R1	R1+EE	R2	R2+EE	R3	R3+EE
Evento '17/10/81'						
Error Caudal máximo (%)	-24.79	-15.81	5.38	-10.81	2.04	5.94
Error Tiempo al Pico (h)	-0.75	-0.59	-0.17	-0.42	-0.25	-0.67
Error en Volumen (%)	1.99	-8.15	-23.01	-3.19	-25.68	-40.88
RMSE	5.23	3.89	2.94	4.13	3.83	6.22
Nash-Sutcliffe	0.81	0.89	0.94	0.88	0.89	0.73
Evento '02/12/83'						
Error Caudal máximo (%)	-25.87	-38.12	-32.67	-30.77	-83.74	-55.36
Error Tiempo al Pico (h)	0.17	0.00	0.09	0.17	-1.58	0.09
Error en Volumen (%)	25.53	19.78	5.53	3.95	82.28	26.57
RMSE	5.83	7.32	8.11	5.75	19.46	10.21
Nash-Sutcliffe	0.91	0.86	0.83	0.91	0.00	0.73
Evento '19/11/83'						
Error Caudal máximo (%)	-8.23	-10.07	-34.35	-3.58	-24.77	-17.27
Error Tiempo al Pico (h)	-0.75	-0.67	-0.50	-0.50	-0.92	-1.25
Error en Volumen (%)	-15.29	-16.82	-3.39	-19.41	-9.91	-30.34
RMSE	2.4	2.35	2.56	2.11	2.97	3.95
Nash-Sutcliffe	0.88	0.89	0.86	0.91	0.82	0.68
Evento '27/08/82'						
Error Caudal máximo (%)	-15.74	-10.99	-11.38	-5.65	13.58	7.60

Capítulo 5

Error Tiempo al Pico (h)	-0.25	-0.17	-0.09	0.00	0.33	-0.17
Error en Volumen (%)	16.12	-1.02	3.09	-6.60	-16.57	-28.00
RMSE	4.22	2.98	4.49	3.29	2.12	4.47
Nash-Sutcliffe	0.79	0.89	0.76	0.87	0.95	0.76

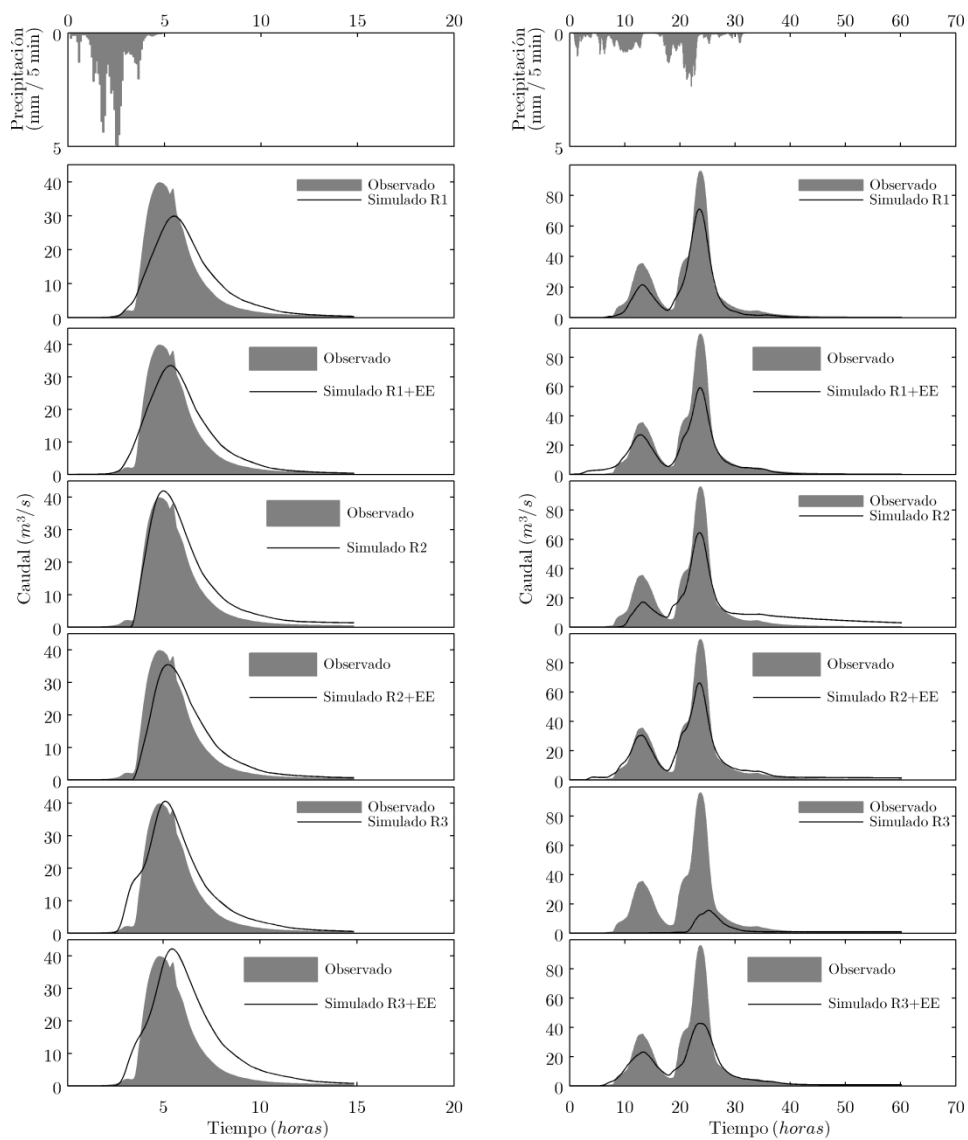


Figura 5-13. Validación temporal con los eventos '17/10/81' y '02/12/83' en la estación de salida de la cuenca

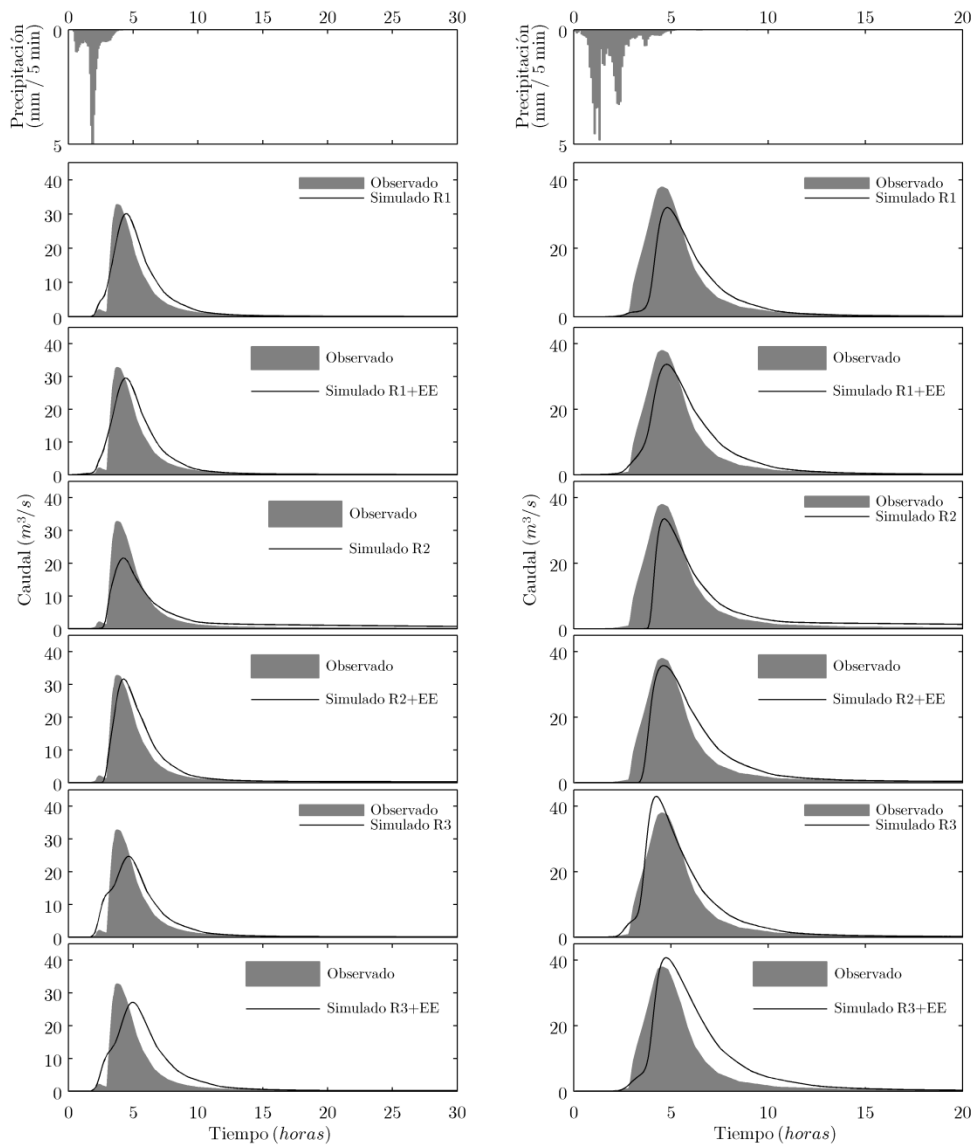


Figura 5-14. Validación temporal con los eventos '19/11/83' y '27/08/82' en la estación de salida de la cuenca

5.1.5.3 Validación espacio-temporal

La validación espacio-temporal se realizó en los eventos ‘17/10/81’, ‘02/12/83’, ‘19/11/83’ y ‘27/08/82’ para cinco subcuencas que drenan a los puntos de aforo 4, 6, 7, 8 y 14. En general se observa que los modelos R1, R1+EE y R2+EE son los que tienen mejores índices de desempeño. A continuación se presentan los resultados para cada estación de aforo:

Estación de aforo 4: Los diagramas elaborados para los índices de eficiencia incluyendo los cuatro eventos de validación muestran que los modelos que tienen menor error para simular el tiempo al pico, menor RMSE y mayor eficiencia de Nash-Sutcliffe son R1 y R1+EE (Figura 5-15). El modelo que presenta un menor error en simular el caudal pico y el volumen total del hidrograma es R2+EE (Figura 5-15). Por el contrario, el modelo de peor desempeño es el R3 por tener una mayor dispersión en sus índices de eficiencia en comparación con los demás, especialmente en el error del caudal pico, error en el volumen del hidrograma, RMSE e índice de Nash-Sutcliffe.

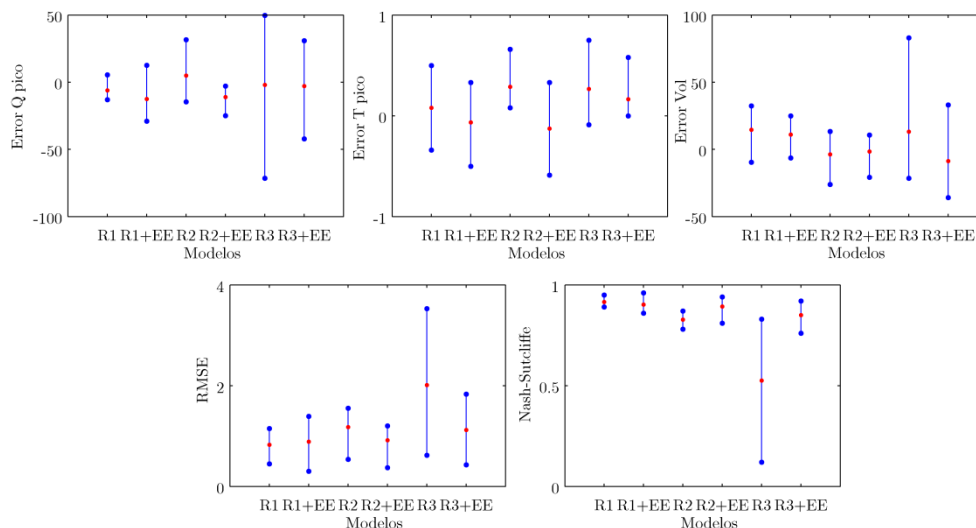


Figura 5-15. Dispersión de los índices de eficiencia en validación espacio-temporal en la estación de aforo 4. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos)

Tabla 5-12. Índices de eficiencia para la validación espacio-temporal en la estación de aforo 4

Índice	Modelo					
	R1	R1+EE	R2	R2+EE	R3	R3+EE
Evento '17/10/81'						
Error Caudal máximo (%)	-9.27	-13.75	31.56	-2.85	49.79	30.95
Error Tiempo al Pico (h)	-0.34	-0.50	0.08	-0.59	0.25	0.00
Error en Volumen (%)	10.84	8.57	-26.09	2.19	-21.51	-35.84
RMSE	0.64	0.89	1.17	1.20	1.75	1.16
Nash-Sutcliffe	0.95	0.89	0.83	0.81	0.61	0.83
Evento '02/12/83'						
Error Caudal máximo (%)	-7.68	-29.08	-14.24	-24.84	-71.50	-42.21
Error Tiempo al Pico (h)	0.16	0.08	0.25	0.00	-0.09	0.08
Error en Volumen (%)	32.42	24.99	13.34	10.69	83.05	33.09
RMSE	1.15	1.39	1.55	1.16	3.53	1.83
Nash-Sutcliffe	0.91	0.86	0.83	0.91	0.12	0.76
Evento '19/11/83'						
Error Caudal máximo (%)	5.56	12.53	-14.61	-6.73	10.09	3.94
Error Tiempo al Pico (h)	0.00	-0.17	0.16	-0.25	0.16	0.00
Error en Volumen (%)	-9.65	-6.42	-2.29	-20.74	-2.95	-26.28
RMSE	0.45	0.30	0.54	0.37	0.62	0.43
Nash-Sutcliffe	0.91	0.96	0.87	0.94	0.83	0.92
Evento 27/08/82'						
Error Caudal máximo (%)	-13.03	-19.26	17.23	-9.43	3.71	-4.13
Error Tiempo al Pico (h)	0.50	0.33	0.66	0.33	0.75	0.58
Error en Volumen (%)	24.64	17.25	0.49	1.89	-6.17	-5.58
RMSE	1.07	0.97	1.46	0.93	2.14	1.06
Nash-Sutcliffe	0.89	0.90	0.78	0.91	0.54	0.89

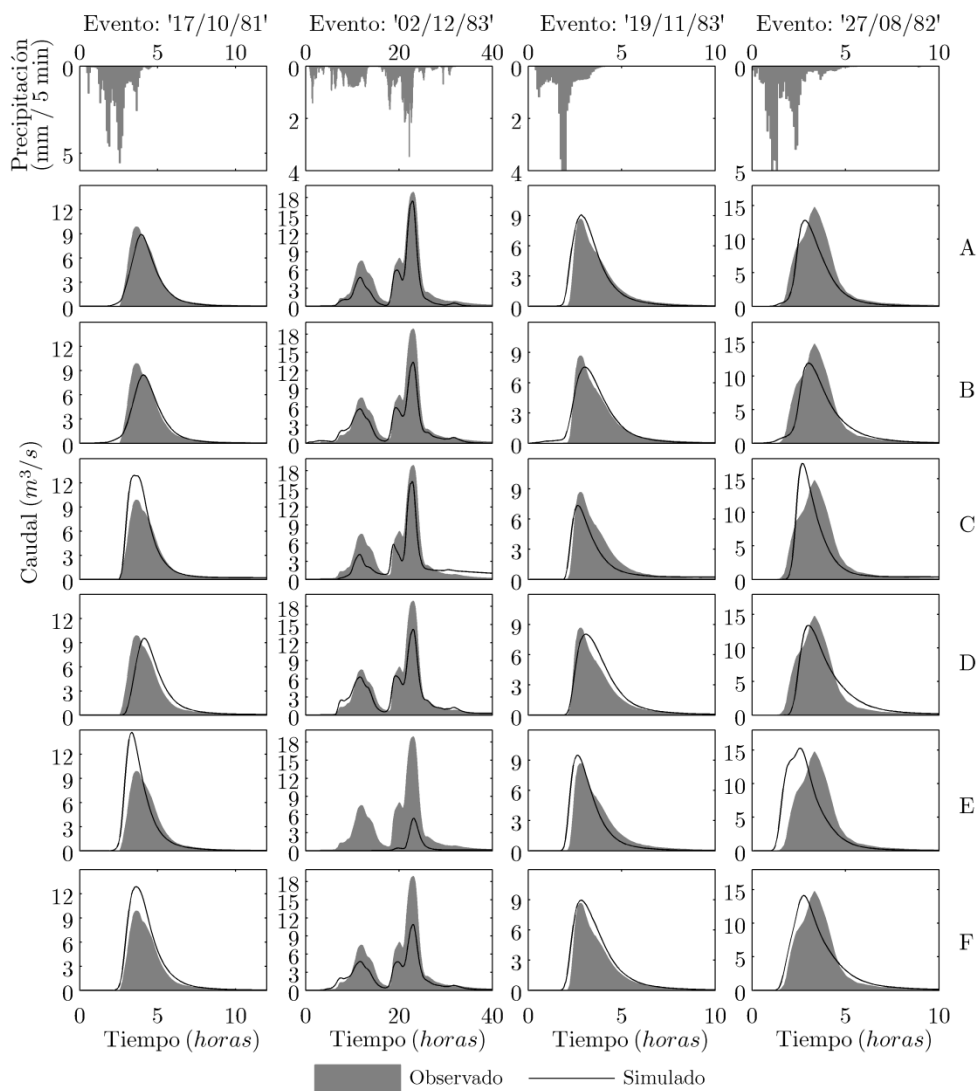


Figura 5-16. Validación espacio-temporal con los eventos '17/10/81', '02/12/83', '19/11/83' y '27/08/82' en la estación de aforo 4. A) R1, B) R1+EE, C) R2, D) R2+EE, E) R3, y F) R3+EE

Estación de aforo 6: El modelo R1+EE es el que tiene un mejor desempeño para simular el caudal pico y junto con el modelo R2+EE presentan los valores más favorables en cuanto al RMSE e índice de Nash-Sutcliffe. R2+EE es el modelo que tiene menores errores en volumen para esta estación con poca dispersión en los valores de este índice. Los peores desempeños se obtuvieron con los modelos R3 y R3+EE, cuyos índices de eficiencia son demasiado variables en comparación con los otros modelos (Figura 5-17).

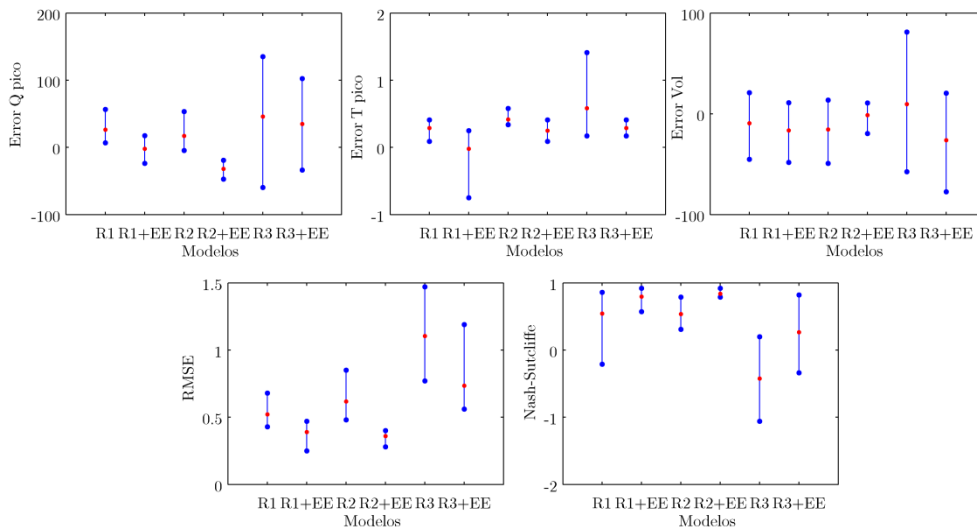


Figura 5-17. Dispersión de los índices de eficiencia en validación espacio-temporal en la estación de aforo 6. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos)

Capítulo 5

Tabla 5-13. Índices de eficiencia para la validación espacio-temporal en la estación de aforo 6

Índice	Modelo					
	R1	R1+EE	R2	R2+EE	R3	R3+EE
Evento '17/10/81'						
Error Caudal máximo (%)	23.21	2.55	53.31	-30.86	135.20	102.29
Error Tiempo al Pico (h)	0.09	-0.75	0.34	0.17	0.25	0.25
Error en Volumen (%)	-26.93	-36.22	-49.14	5.08	-57.56	-77.36
RMSE	0.48	0.44	0.85	0.39	1.47	1.19
Nash-Sutcliffe	0.78	0.81	0.31	0.85	-1.06	-0.34
Evento '02/12/83'						
Error Caudal máximo (%)	6.85	-23.73	5.45	-19.04	-59.77	-33.62
Error Tiempo al Pico (h)	0.25	0.17	0.34	0.09	0.17	0.17
Error en Volumen (%)	21.05	10.91	-2.69	-2.06	81.14	20.51
RMSE	0.50	0.47	0.62	0.37	1.19	0.56
Nash-Sutcliffe	0.86	0.88	0.79	0.92	0.20	0.82
Evento '19/11/83'						
Error Caudal máximo (%)	56.73	17.30	-4.57	-30.53	67.07	48.32
Error Tiempo al Pico (h)	0.41	0.25	0.58	0.41	0.50	0.33
Error en Volumen (%)	-45.04	-48.21	-23.32	-19.47	-31.18	-61.13
RMSE	0.68	0.40	0.48	0.28	0.77	0.61
Nash-Sutcliffe	-0.21	0.57	0.39	0.79	-0.53	0.03
Evento 27/08/82'						
Error Caudal máximo (%)	18.50	-4.37	14.55	-47.07	41.58	23.28
Error Tiempo al Pico (h)	0.41	0.25	0.41	0.33	1.41	0.41
Error en Volumen (%)	3.75	-11.98	-4.12	8.89	-35.35	-44.09
RMSE	0.43	0.25	0.52	0.40	0.99	0.58
Nash-Sutcliffe	0.75	0.92	0.65	0.79	-0.30	0.56

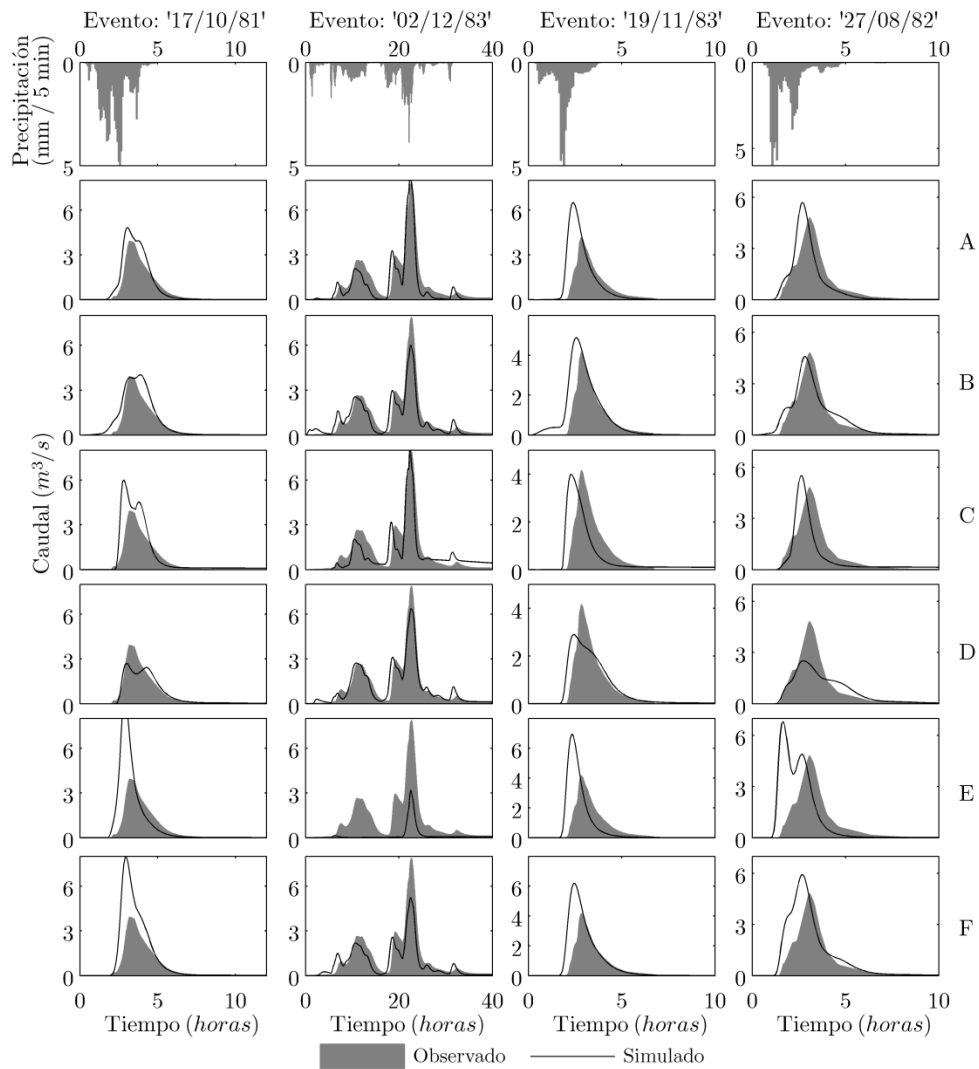


Figura 5-18. Validación espacio-temporal con los eventos '17/10/81', '02/12/83', '19/11/83' y '27/08/82' en la estación de aforo 6. A) R1, B) R1+EE, C) R2, D) R2+EE, E) R3, y F) R3+EE

Estación de aforo 7: El caudal pico está mejor simulado por los modelos R2 y R2+EE en esta estación de aforo al igual que el volumen total del hidrograma. Con relación al RMSE y el índice de Nash-Sutcliffe, los mejores funcionamientos medios se dan con los modelos R1, R2 y R2+EE. Con respecto al tiempo al pico de hidrograma, ningún modelo tiene diferencias notables frente a los demás (Figura 5-19). En la Figura 5-20 se puede observar que las mejores validaciones para los cuatro eventos se alcanzan con R1+EE y R2+EE.

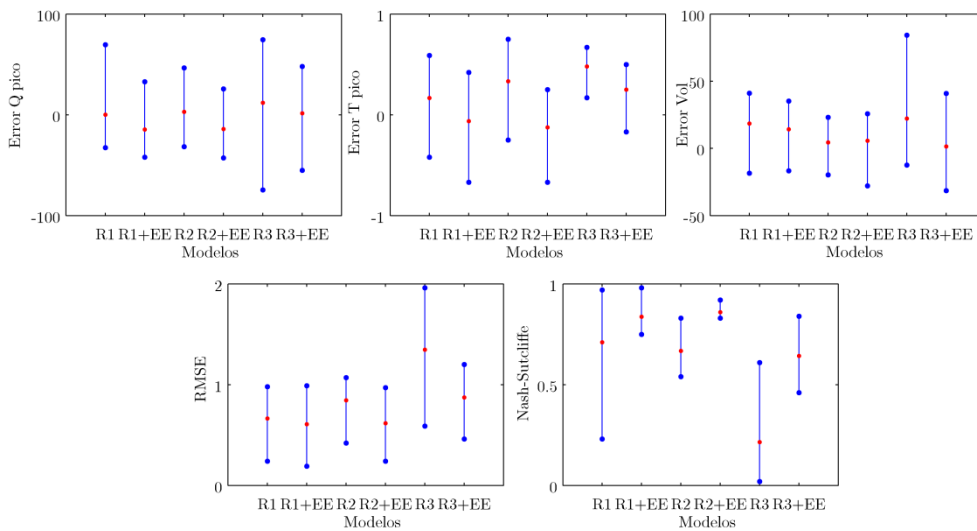


Figura 5-19. Dispersión de los índices de eficiencia en validación espacio-temporal en la estación de aforo 7. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos)

Tabla 5-14. Índices de eficiencia para la validación espacio-temporal en la estación de aforo 7

Índice	Modelo					
	R1	R1+EE	R2	R2+EE	R3	R3+EE
Evento '17/10/81'						
Error Caudal máximo (%)	-8.07	-15.38	46.53	-8.26	74.62	44.42
Error Tiempo al Pico (h)	0.25	-0.17	0.58	-0.25	0.67	0.50
Error en Volumen (%)	12.09	7.75	-19.63	5.19	-12.39	-27.66
RMSE	0.24	0.19	0.94	0.39	1.39	0.90
Nash-Sutcliffe	0.97	0.98	0.56	0.92	0.02	0.59
Evento '02/12/83'						
Error Caudal máximo (%)	-28.61	-42.15	-31.54	-42.79	-74.56	-54.99
Error Tiempo al Pico (h)	0.25	0.17	0.25	0.17	0.17	0.17
Error en Volumen (%)	39.66	30.31	20.59	20.03	84.31	40.85
RMSE	0.89	0.94	1.07	0.87	1.96	1.2
Nash-Sutcliffe	0.82	0.80	0.74	0.83	0.14	0.68
Evento '19/11/83'						
Error Caudal máximo (%)	69.66	32.81	12.07	25.69	57.89	47.98
Error Tiempo al Pico (h)	0.59	0.42	0.75	0.25	0.67	0.50
Error en Volumen (%)	-18.44	-16.59	-6.11	-27.89	-5.12	-31.38
RMSE	0.55	0.31	0.42	0.24	0.59	0.46
Nash-Sutcliffe	0.23	0.75	0.54	0.86	0.09	0.46
Evento 27/08/82'						
Error Caudal máximo (%)	-32.59	-33.46	-15.33	-31.24	-10.03	-31.05
Error Tiempo al Pico (h)	-0.42	-0.67	-0.25	-0.67	0.41	-0.17
Error en Volumen (%)	41.04	35.23	23.12	25.72	21.99	24.05
RMSE	0.98	0.99	0.95	0.97	1.45	0.93
Nash-Sutcliffe	0.82	0.82	0.83	0.83	0.61	0.84

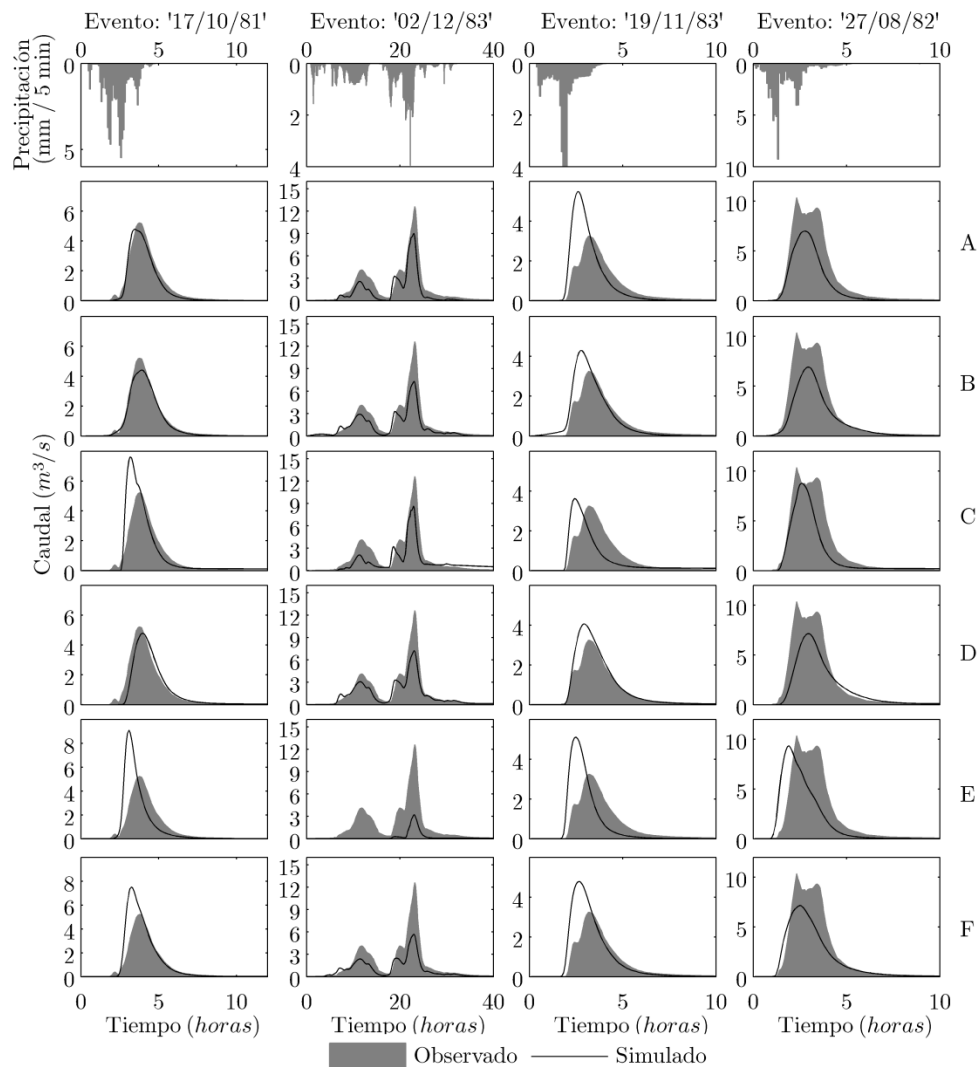


Figura 5-20. Validación espacio-temporal con los eventos '17/10/81', '02/12/83', '19/11/83' y '27/08/82' en la estación de aforo 7. A) R1, B) R1+EE, C) R2, D) R2+EE, E) R3, y F) R3+EE

Estación de aforo 8: Los modelos R1+EE y R2+EE presentan el mejor desempeño medio en cuanto al RMSE, índice de Nash-Sutcliffe y error en el tiempo al pico del hidrograma, en cuanto a volúmenes de hidrograma los mejores resultados los aportaron R2 y R2+EE (Figura 5-21). R3 fue el modelo con peor funcionamiento, pues la dispersión es bastante amplia en todos sus índices de eficiencia (Figura 5-21). En esta estación de aforo, el modelo R3+EE tiene un funcionamiento superior a los modelos que no tienen en cuenta las ecuaciones de escalado (R1, R2 y R3), siendo el modelo R1 el que más se asemeja en desempeño a R3+EE (Figura 5-22).

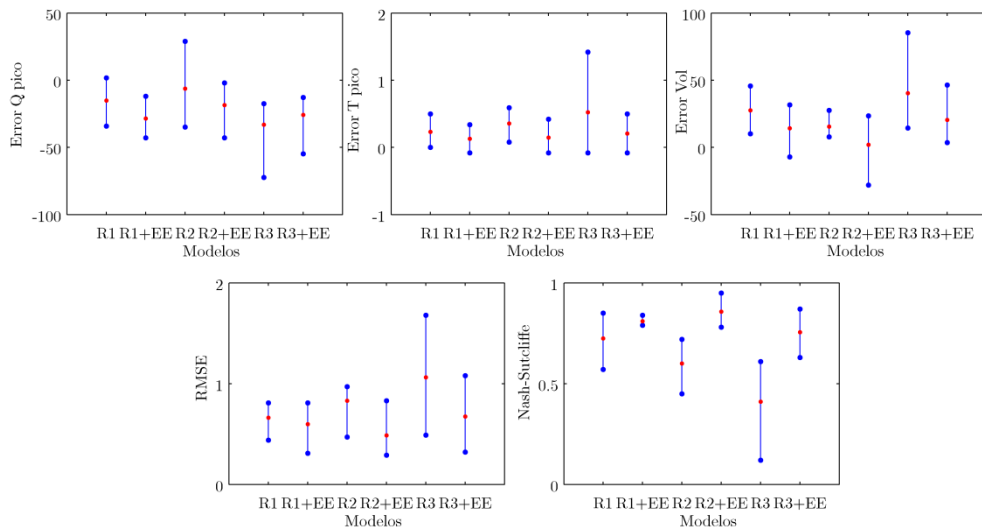


Figura 5-21. Dispersión de los índices de eficiencia en validación espacio-temporal en la estación de aforo 8. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos)

Capítulo 5

Tabla 5-15. Índices de eficiencia para la validación espacio-temporal en la estación de aforo 8

Índice	Modelo					
	R1	R1+EE	R2	R2+EE	R3	R3+EE
Evento '17/10/81'						
Error Caudal máximo (%)	-34.10	-42.87	12.32	-25.34	-17.53	-21.09
Error Tiempo al Pico (h)	0.17	0.09	0.42	0.09	0.42	0.25
Error en Volumen (%)	27.91	18.92	8.39	9.66	30.35	18.33
RMSE	0.72	0.78	0.97	0.41	1.15	0.66
Nash-Sutcliffe	0.85	0.82	0.72	0.95	0.61	0.87
Evento '02/12/83'						
Error Caudal máximo (%)	-28.09	-39.02	-31.66	-42.90	-72.28	-54.85
Error Tiempo al Pico (h)	0.00	-0.08	0.08	-0.08	-0.08	-0.08
Error en Volumen (%)	45.72	31.70	27.57	23.51	85.41	46.33
RMSE	0.81	0.81	0.96	0.83	1.68	1.08
Nash-Sutcliffe	0.79	0.79	0.71	0.78	0.12	0.63
Evento '19/11/83'						
Error Caudal máximo (%)	1.69	-19.66	-34.95	-1.94	-18.93	-12.86
Error Tiempo al Pico (h)	0.25	0.16	0.33	0.16	0.33	0.16
Error en Volumen (%)	10.17	-7.13	18.42	-28.00	31.60	3.54
RMSE	0.44	0.31	0.47	0.29	0.49	0.32
Nash-Sutcliffe	0.57	0.79	0.52	0.81	0.47	0.78
Evento 27/08/82'						
Error Caudal máximo (%)	0.31	-12.01	29.01	-4.06	-23.40	-14.66
Error Tiempo al Pico (h)	0.50	0.34	0.59	0.42	1.42	0.50
Error en Volumen (%)	26.64	13.70	7.86	2.56	14.47	13.96
RMSE	0.68	0.49	0.92	0.42	0.93	0.64
Nash-Sutcliffe	0.69	0.84	0.45	0.89	0.44	0.74

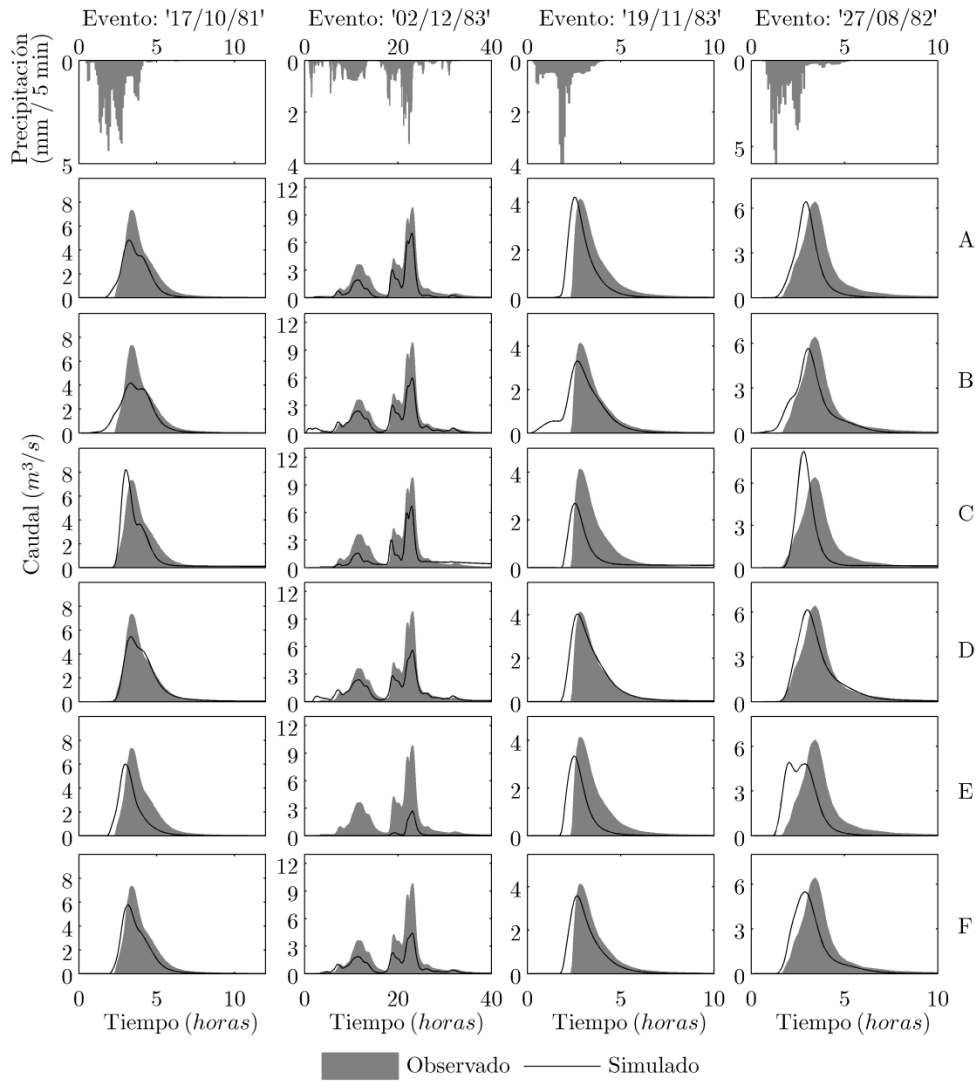


Figura 5-22. Validación espacio-temporal con los eventos '17/10/81', '02/12/83', '19/11/83' y '27/08/82' en la estación de aforo 8. A) R1, B) R1+EE, C) R2, D) R2+EE, E) R3, y F) R3+EE

Estación de aforo 14: R1 y R2+EE son los modelos que simulan mejor el caudal pico, los mejores índices de Nash-Sutcliffe y RMSE se obtuvieron con los modelos R1+EE y R2+EE y el modelo que genera menores errores en volumen del hidrograma es R1 (Figura 5-23). Todas las simulaciones tienden a sobreestimar el error en volumen en esta estación de aforo (Figura 5-24).

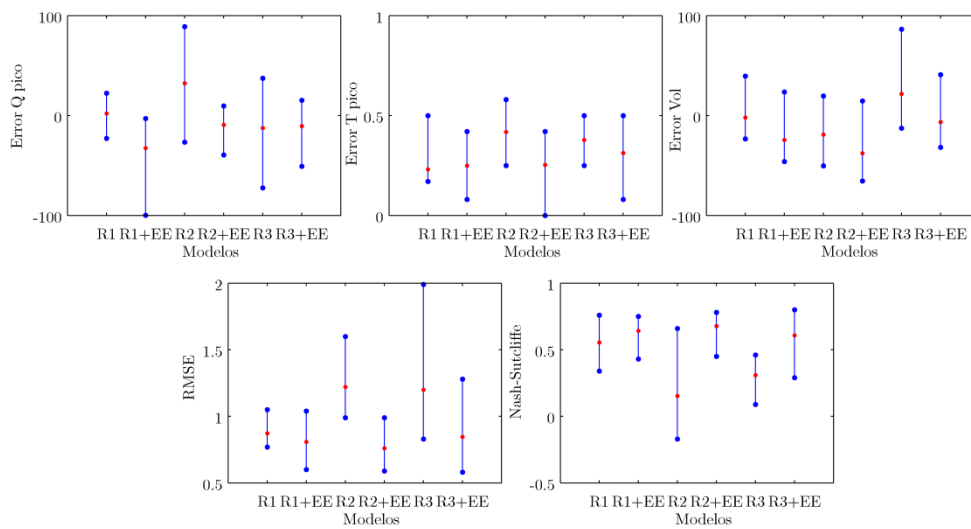


Figura 5-23. Dispersión de los índices de eficiencia en validación espacio-temporal en la estación de aforo 14. Se representa el valor mínimo, la media y el valor máximo (puntos)

Tabla 5-16. Índices de eficiencia para la validación espacio-temporal en la estación de aforo 14

Índice	Modelo					
	R1	R1+EE	R2	R2+EE	R3	R3+EE
Evento '17/10/81'						
Error Caudal máximo (%)	9.18	-5.10	88.92	9.62	37.43	15.30
Error Tiempo al Pico (h)	0.17	0.08	0.25	0.00	0.25	0.08
Error en Volumen (%)	-23.39	-43.66	-50.31	-50.63	-12.67	-28.29
RMSE	0.77	0.85	1.60	0.73	1.13	0.69
Nash-Sutcliffe	0.76	0.70	-0.07	0.78	0.46	0.80
Evento '02/12/83'						
Error Caudal máximo (%)	-22.81	-99.91	-26.56	-39.48	-72.45	-50.89
Error Tiempo al Pico (h)	0.50	0.42	0.50	0.42	0.42	0.50
Error en Volumen (%)	39.45	23.60	19.59	14.54	86.46	40.79
RMSE	1.05	1.04	1.22	0.99	1.99	1.28
Nash-Sutcliffe	0.75	0.75	0.66	0.77	0.09	0.62
Evento '19/11/83'						
Error Caudal máximo (%)	22.36	-2.96	30.72	-2.19	4.37	-7.84
Error Tiempo al Pico (h)	0.25	0.17	0.34	0.17	0.34	0.17
Error en Volumen (%)	-14.57	-32.36	-15.81	-49.16	10.07	-6.54
RMSE	0.87	0.60	0.99	0.59	0.83	0.58
Nash-Sutcliffe	0.37	0.69	0.19	0.71	0.43	0.72
Evento 27/08/82'						
Error Caudal máximo (%)	-0.66	-22.11	36.46	-5.78	-18.81	1.16
Error Tiempo al Pico (h)	0.50	0.33	0.58	0.42	0.50	0.50
Error en Volumen (%)	-9.67	-46.03	-29.34	-65.59	2.69	-31.87
RMSE	0.80	0.74	1.07	0.73	0.85	0.83
Nash-Sutcliffe	0.34	0.43	-0.17	0.45	0.26	0.29

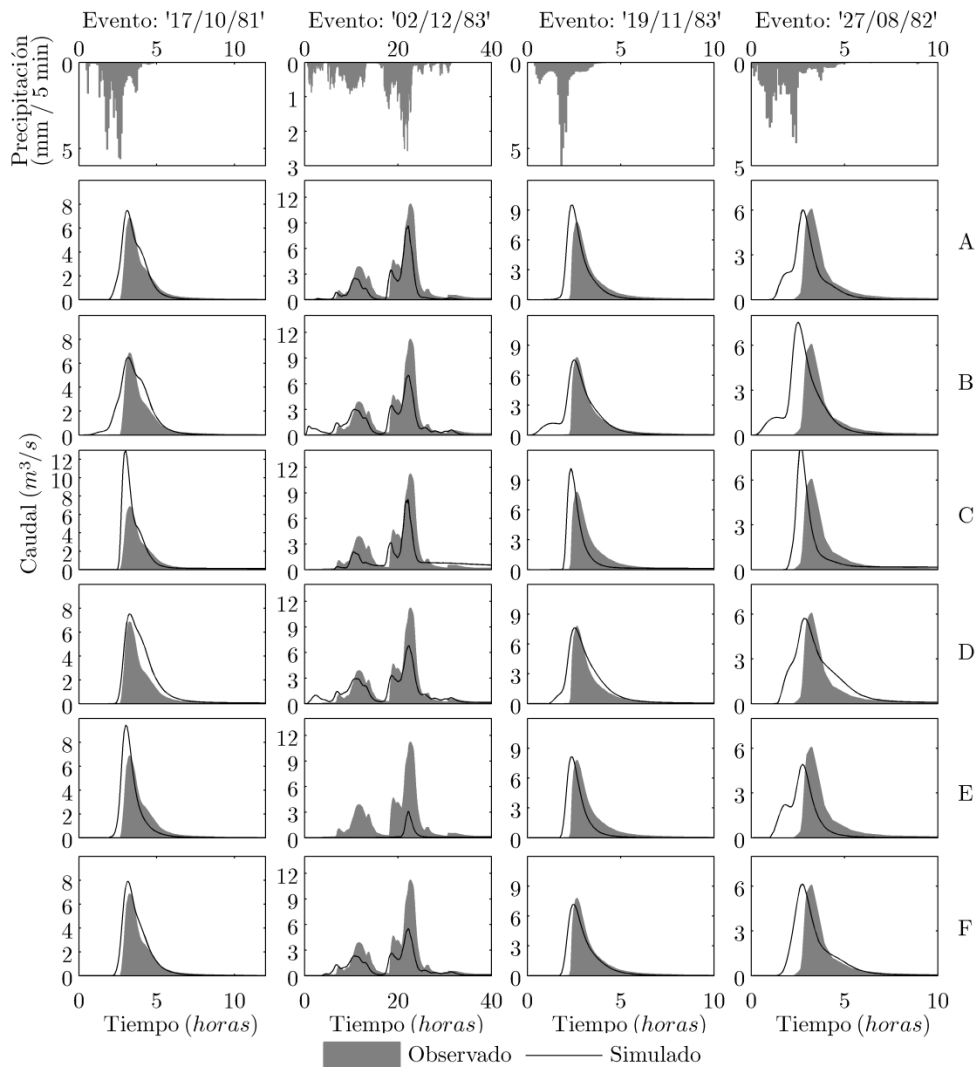


Figura 5-24. Validación espacio-temporal con los eventos '17/10/81', '02/12/83', '19/11/83' y '27/08/82' en la estación de aforo 14. A) R1, B) R1+EE, C) R2, D) R2+EE, E) R3, y F) R3+EE

5.2 Discusión de resultados

5.2.1 Desempeño de los modelos

El funcionamiento hidrológico de los 6 modelos puestos a prueba en la aplicación en Goodwin Creek permite confirmar la hipótesis de que al utilizar las ecuaciones de escalado se obtiene un mejor desempeño en las estaciones de aforo donde no se realiza calibración. Las diferencias son sistemáticas y notables en las validaciones hechas en las subcuencas más pequeñas. En la Figura 5-25 se puede observar que a medida que disminuye el área de cuenca se aprecia un mejor desempeño de los modelos R1+EE y R2+EE sobre los demás (especialmente en los eventos '19/09/83', '19/11/83' y '27/08/82'). Los modelos que más desmejoran su eficiencia a medida que disminuye el área de cuenca son R2 y R3, los cuales tienen las menores resoluciones espaciales en relación con los mapas de parámetros.

Los desempeños de todos los modelos en las validaciones temporales hechas en la salida de la cuenca varían muy poco entre sí. Sin embargo el efecto de la resolución espacial es más importante cuando disminuye el área de drenaje. Un ejemplo de esta característica es el comportamiento del modelo R3, el cual tiene buenas validaciones temporales. Pero a pesar de ello sus validaciones espacio-temporales para áreas de drenaje pequeñas son peores que las de los otros modelos. Estos resultados son consistentes con el trabajo de Li *et al.* (2011), quienes encontraron que en las unidades de simulación más pequeñas se obtienen diferencias más grandes con respecto al efecto de diferentes resoluciones espaciales en las propiedades del suelo, y las diferencias disminuyen gradualmente a medida que el tamaño de la cuenca aumenta.

La comparación de las diferencias entre los caudales observados y simulados por R1 (modelo de referencia) y R1+EE en validación es un buen indicador para conocer el efecto final de la utilización de las ecuaciones de escalado. En la Figura 5-26 se presentan éstas diferencias, la ocurrencia de valores positivos indica que la diferencia entre el caudal observado y simulado por R1+EE es menor a la diferencia entre el caudal observado y simulado por R1, la ocurrencia de valores

negativos indica totalmente lo contrario a lo anterior. En esta figura se observa una mayor frecuencia de valores positivos, lo cual confirma el superior desempeño del uso de las ecuaciones de escalado en validación.

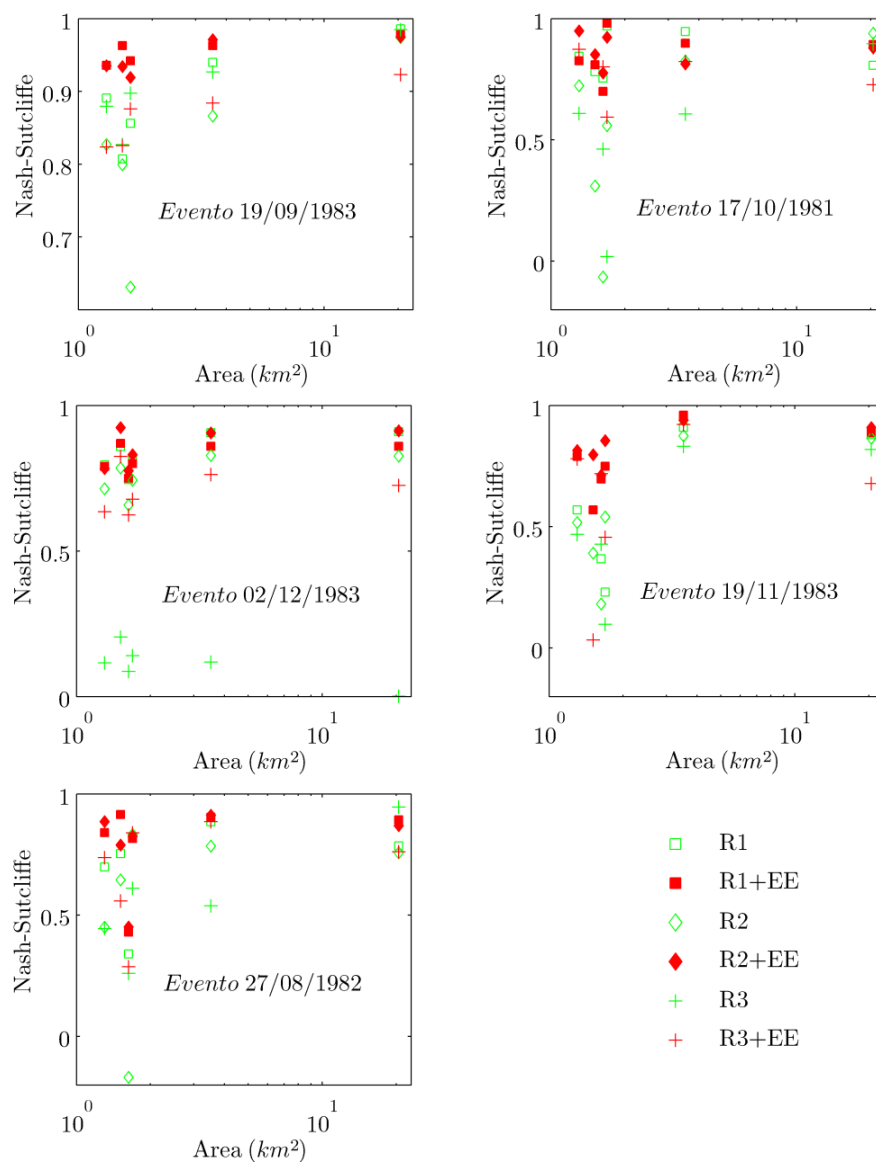


Figura 5-25. Índices de eficiencia de Nash-Sutcliffe en función del área de cuenca para los 6 modelos sujetos a comparación

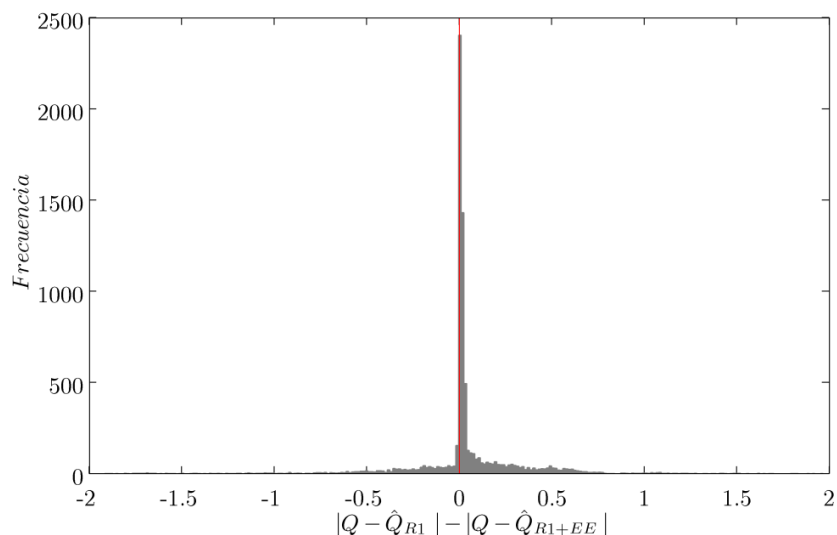


Figura 5-26. Diferencias entre caudales observados y simulados por los modelos R1 y R1+EE para los eventos de validación espacio-temporal. Los valores positivos indican una menor diferencia entre el caudal observado y simulado por R1+EE en comparación con la diferencia entre el caudal observado y simulado por R1, mientras que los valores negativos indican lo contrario

La parametrización de la heterogeneidad de los parámetros H_u , k_s y k_p a nivel de subcelda ha mostrado que contribuye a disminuir la sensibilidad de la respuesta hidrológica del modelo a la escala espacial, ya que los modelos R1+EE y R2+EE tienen muy buenos desempeños en comparación al modelo de referencia (R1) y superiores en comparación con R2 y R3. El modelo R3+EE mostró un desempeño superior a R3 en validación espacio-temporal, pero no se equipara a los mejores desempeños de R1+EE y R2+EE. Esto se debe a que las ecuaciones de escalado resuelven mejor la variabilidad “intracelda”, pero la parametrización no ha logrado captar satisfactoriamente la variabilidad “intercelda” a escala de cuenca, que representa un nivel de organización.

Los eventos que presentan más diferencias destacando un mejor desempeño de las ecuaciones de escalado en validación son ‘19/11/83’ y ‘27/08/82’, los cuales tienen los menores valores de precipitación total con valores de 44.00 y 61.56 mm respectivamente, indicando que el efecto de escala espacial está relacionado con la cantidad de precipitación y dicho efecto es más importante para eventos con lluvias pequeñas. Merz y Plate (1997) arribaron a conclusiones similares utilizando el modelo distribuido SAKE/FGM (Merz, 1996) sin emplear ecuaciones de escalado.

5.2.2 Efecto de agregación espacial en los factores correctores

La agregación espacial de los parámetros afecta el desempeño de los modelos. Dicho efecto obliga a tener que cambiar los factores correctores de calibración en diferentes escalas de agregación. En esta sección se discute cómo cambian los parámetros de calibración a medida que se aumenta la escala de agregación de los parámetros, comparando simulaciones que utilizan las ecuaciones de escalado con simulaciones que no las emplean. Las escalas de agregación son 600x600 m², 1200x1200 m² y toda la cuenca, tomando como referencia el caudal simulado en la escala de 30x30 m². Para realizar el análisis se ha construido una realidad virtual utilizando como caudal observado el caudal simulado por el modelo TETIS con resolución de 30x30 m² y empleando una realización de los tres mapas de parámetros (Figura 5-27) con las propiedades descritas en la Tabla 5-17. En dicha realidad virtual se han tomado como válidos los factores correctores de la escala de referencia (30x30 m²).

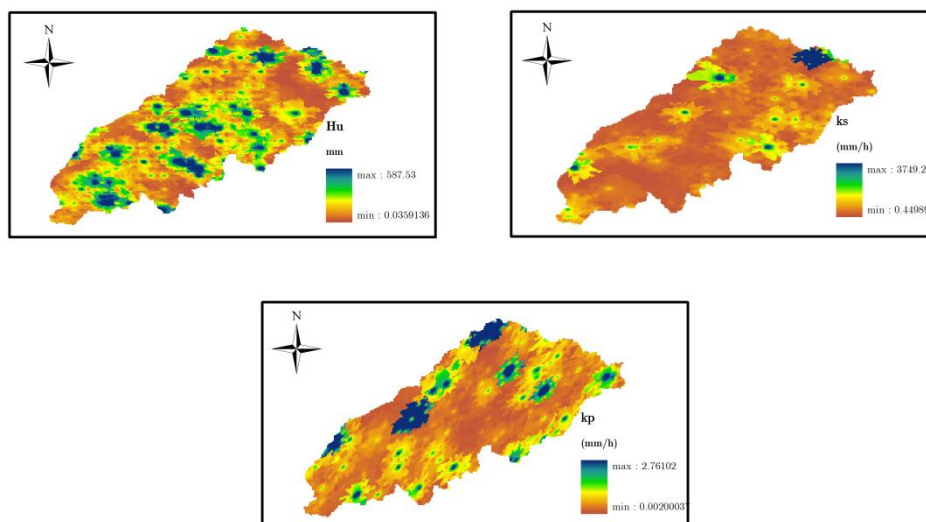


Figura 5-27. Realizaciones de los mapas de parámetros H_u , k_s y k_p utilizados en el análisis del efecto de agregación espacial

Los parámetros de las ecuaciones de escalado para los mapas de parámetros hidrológicos presentados anteriormente se estimaron teniendo en cuenta su relación con CV y l_2/a (sección 4.3). En las tres escalas de agregación se han tomado

valores diferentes, debido a que al reducir la escala disminuye el coeficiente de variación en los mapas de parámetros (Tabla 5-18).

Tabla 5-17. Propiedades estadísticas de los mapas de parámetros generados con resolución de 30 m

Propiedad	Parámetro		
	<i>Hu</i>	<i>ks</i>	<i>kp</i>
Modelo espacial	Exponencial	Exponencial	Exponencial
Rango máximo	200 m	200 m	200 m
Rango mínimo	100 m	100 m	100 m
Dirección	94.1°	92.5°	45°
Meseta	8595.7	26427	0.2177
Pepita	0	0	0
Media	44.32	40.31	0.0957
Desviación estándar	39.88	87.37	0.1154
CV	0.90	2.17	1.21

Tabla 5-18. Parámetros de las ecuaciones de escalado estimados para los tres niveles de agregación

Resolución	Parámetro					
	<i>Hu</i>		<i>ks</i>		<i>kp</i>	
600 m	$\overline{CV} = 0.6$	$\omega_1 = 4.5$	$\overline{CV} = 0.6$	$\alpha = 0.35$	$\overline{CV} = 0.5$	$\beta = 1$
	$l_2/a > 3$	$\omega_2 = 0.8$	$l_2/a > 3$		$l_2/a > 3$	
1200 m	$\overline{CV} = 0.6$	$\omega_1 = 4.5$	$\overline{CV} = 1$	$\alpha = 0.45$	$\overline{CV} = 0.6$	$\beta = 1.2$
	$l_2/a > 3$	$\omega_2 = 0.8$	$l_2/a > 3$		$l_2/a > 3$	
cuenca	$CV = 0.9$	$\omega_1 = 3.5$	$CV = 2.1$	$\alpha = 0.6$	$CV = 1.2$	$\beta = 3$
	$l_2/a > 3$	$\omega_2 = 1.2$	$l_2/a > 3$		$l_2/a > 3$	

Las simulaciones generadas sin realizar calibraciones y fijando los factores correctores en un valor constante igual a 1 en las tres escalas de agregación, muestran que el RMSE del caudal de salida en la escala de agregación a nivel de cuenca sin ecuaciones de escalado es mayor en un orden de magnitud a los valores de RMSE de las otras dos escalas de agregación, mientras que los menores RMSE se presentan cuando se utilizan las ecuaciones de escalado (en la Figura 5-28 se

presenta este resultado). Esta observación aporta evidencia de que las ecuaciones de escalado capturan el efecto de agregación de los parámetros hidrológicos utilizando mapas virtuales de parámetros con una heterogeneidad espacial conocida.

Al calibrar los factores correctores se encontró que éstos varían más entre las diferentes escalas de agregación al no utilizar las ecuaciones de escalado. Las simulaciones realizadas utilizando las ecuaciones de escalado en los tres niveles de agregación indican una menor variación de los factores correctores, ya que al utilizar estas ecuaciones los factores correctores calibrados no necesitan incorporar el efecto de escala espacial (Figura 5-29). Los valores de RMSE, cuando se utilizan factores correctores calibrados, tienen el mismo orden de magnitud para los casos en que se usan las ecuaciones de escalado como para los casos en que no se utilizan dichas ecuaciones, por lo cual se considera que tienen eficiencias similares, siendo la diferencia más notable que los factores correctores sin utilizar las ecuaciones de escalado tienden a variar más entre escalas, especialmente en el caso de los parámetros de H_u y k_s .

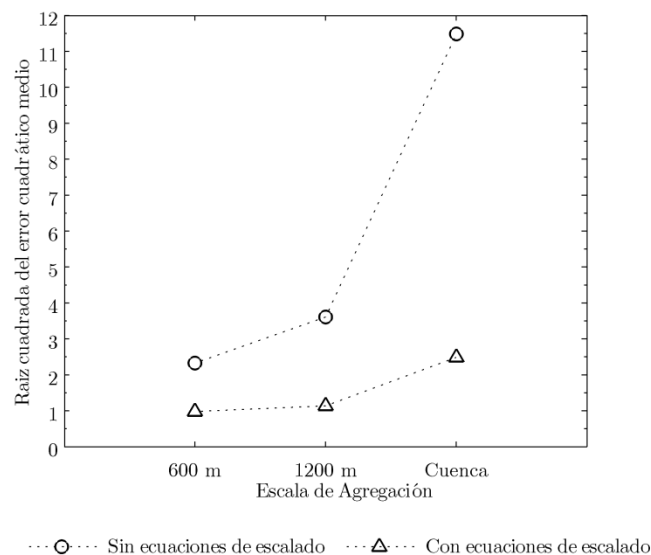


Figura 5-28. Comportamiento de los factores correctores sin calibrar y desempeño en función de la escala de agregación espacial de los parámetros hidrológicos

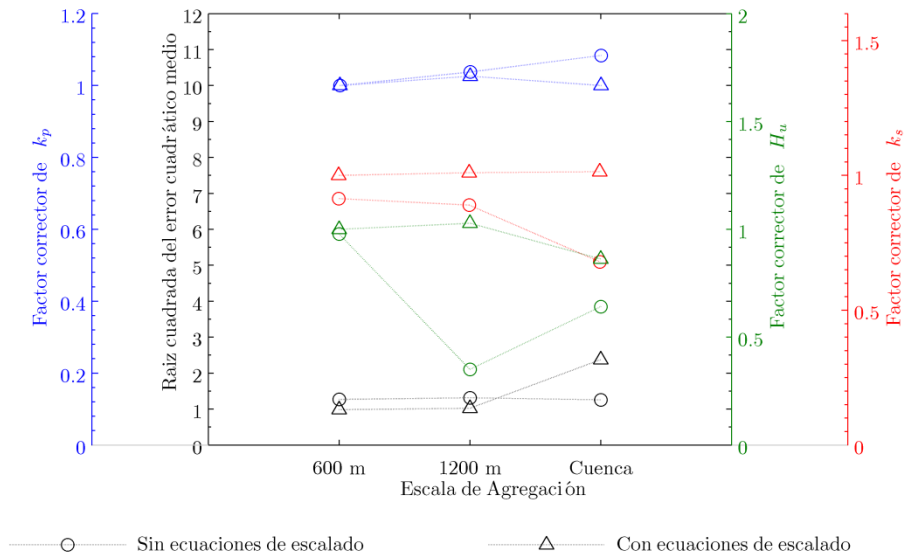


Figura 5-29. Comportamiento de los factores correctores calibrados y desempeño en función de la escala de agregación espacial de los parámetros hidrológicos

Capítulo 6

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

6.1 Conclusiones

Los efectos de escala ocurren debido a la ocurrencia simultánea de la naturaleza heterogénea de las características ambientales de los sistemas hidrológicos, la variabilidad de los procesos involucrados en un amplio rango de escalas espacio-temporales y las no linealidades de dichos procesos. La complejidad asociada a estos factores dificulta la deducción de reglas de escalado, a pesar de que se han hecho valiosos aportes para mejorar el conocimiento y entendimiento de los efectos de escala en Hidrología, la formulación de leyes de escalado y similaridad en Hidrología aún no se ha resuelto.

Los experimentos numéricos mostraron que al escalar los parámetros efectivos H_u y k_s de la microescala $S1$ a las mesoescalas $S2a$, $S2b$, $S2c$ y $S2d$, sus valores dependen de las variables de entrada, variables de estado y la heterogeneidad de los parámetros en la microescala. Se ha demostrado que los parámetros efectivos dependen principalmente de la media de $H_u[S1]$ y $k_s[S1]$, y sus valores están entre cero y la media de $H_u[S1]$ y $k_s[S1]$. Los parámetros

efectivos no son estacionarios debido a su dependencia en las variables de entrada y estado. A medida que la variabilidad espacial en la microescala se incrementa, la capacidad de almacenamiento estático en la mesoescala tiende a tener una menor tasa de cambio en función de $X_1[S2]$ y $H_1[S2]$. Esto significa que cuando el parámetro $H_u[S1]$ tiene una alta heterogeneidad, es más probable que $H_u[S2]$ tenga valores por debajo de la media de $H_u[S1]$. Un comportamiento similar se observa en el caso del parámetro k_s . Los valores adimensionalizados de los parámetros efectivos no estacionarios en la mesoescala son muy poco sensibles a la media de la realización correspondiente y a su vez muestran más sensibilidad al coeficiente de variación espacial.

La formulación inversa (Ecuaciones 3.10 y 3.11) permitió transferir la no linealidad del sistema en la microescala a la mesoescala a través de parámetros efectivos no estacionarios. Estos parámetros capturan los umbrales de los procesos analizados. $H_u[S2]$ es variable en el tiempo y alcanza su valor medio en la microescala (el máximo valor que puede tomar) en un estado particular, que depende del nivel de heterogeneidad del parámetro en la microescala. La conductividad hidráulica efectiva en la mesoescala, $k_s[S2]$ toma diferentes valores dependiendo del estado del sistema, y alcanza el valor medio de la microescala cuando el sistema tiende a la saturación (Figura 3-2).

Las simulaciones estocásticas han demostrado que la varianza de los parámetros efectivos estimados en la mesoescala disminuye cuando aumenta la relación entre el tamaño de celda en la mesoescala y la longitud de correlación l_2/a . Esta propiedad es fundamental para identificar un tamaño de celda que tenga las características de REA y que minimice la propagación de la incertidumbre de los parámetros. Para los casos “tipo 1” (condición saturada) y “tipo 2” (condición no saturada), el punto de inflexión en el que ocurre REA es el mismo. Por tanto, se debe utilizar un tamaño de celda mayor a la longitud de correlación en la microescala para reducir significativamente la varianza de $H_u[S2]$ y $k_s[S2]$ en campos aleatorios isotrópicos, y para evitar el efecto del patrón de variabilidad de la microescala en la modelación del flujo en la mesoescala. Este tamaño de celda debe ser menor que el tamaño de las unidades cartográficas o las laderas, los cuales

introducen una variabilidad espacial debido a un nivel superior de organización y cambian los procesos dominantes, respectivamente.

En los campos aleatorios con alta dependencia espacial existe una alta influencia de la incertidumbre de los parámetros en la microescala sobre la incertidumbre de los parámetros efectivos en la mesoescala. Lo que se debe a que si el error de estimación de un valor puntual en la microescala es alto, es altamente probable que los valores que se encuentren en el radio de influencia de su correlación espacial también tengan altos errores de estimación, los cuales se propagan a los parámetros en la mesoescala. Se utilizó un amplio rango de valores de longitud de correlación para cubrir todos los valores posibles que puedan encontrarse en una cuenca real, y así ganar capacidad de generalización. La incertidumbre de la respuesta del sistema ha mostrado depender del estado inicial del sistema y la intensidad y duración de la lluvia, debido a que estos factores condicionan la posibilidad de alcanzar el umbral en el cual se inicia el flujo gravitacional.

La deducción analítica de funciones de distribución con variables aleatorias dependientes es compleja; su grado de complejidad se incrementa aún más cuando el número de variables aleatorias dependientes es grande. Es por esto que las Ecuaciones 4.8, 4.11 y 4.13 fueron desarrolladas para el caso en que la autocorrelación espacial de $H_u[S1]$, $k_s[S1]$ y $k_p[S1]$ es igual a cero. El hecho de que los parámetros efectivos no estacionarios basados en las funciones de distribución derivadas requieren de integración numérica para su solución, su aplicación en un caso de estudio con un elevado número de celdas resultaría inabordable desde un punto de vista computacional. Sumado a esto la dificultad de incorporar la dependencia espacial desde un punto de vista analítico fue necesario realizar ecuaciones de escalado semi-empíricas.

Las ecuaciones de escalado semi-empíricas tienen parámetros que están relacionados con la heterogeneidad espacial a nivel de microescala. Ésta relación se constató a través de correlaciones canónicas entre dichos parámetros, el coeficiente de variación y la longitud de correlación de $H_u[S1]$, $k_s[S1]$ y $k_p[S1]$.

Los modelos de redes neuronales artificiales tipo perceptron multicapa (MLP) desarrollados para vincular los parámetros de las ecuaciones de escalado con la heterogeneidad de $H_u[S1]$, $k_s[S1]$ y $k_p[S1]$ presentaron ajustes satisfactorios que permiten afirmar que los modelos RNA1, RNA2, RNA3 Y RNA4 son buenos estimadores de dicha relación.

La aplicación de las ecuaciones de escalado en la cuenca de Goodwin Creek utilizando diferentes escalas de agregación de los parámetros permitió constatar la importancia de representar la variabilidad a nivel de microescala en la simulación hidrológica. Especialmente, se han notado mayores diferencias a favor del uso de las ecuaciones de escalado en los desempeños en validación espacio-temporal en las subcuencas más pequeñas, siendo este resultado consistente con el análisis de Li *et al.* (2011).

Los eventos que destacan un mejor desempeño de las ecuaciones de escalado en validación son los que tienen menores valores de precipitación total (44.00 y 61.56 mm respectivamente), lo cual implica que el efecto de escala espacial está relacionado con la cantidad de precipitación y dicho efecto es más importante para eventos con lluvias de pequeña magnitud en comparación a lluvias extremas con altos periodos de retorno caracterizadas por saturar rápidamente el suelo dando mayor importancia a los procesos de flujo superficial. Esta observación es consecuente con los resultados de Merz y Plate (1997), quienes encontraron que la influencia de la variabilidad espacial en la respuesta de una cuenca en el suroeste de Alemania dependía del tamaño de la tormenta.

La utilización del concepto de parámetros efectivos no estacionarios ha resultado útil para parametrizar la heterogeneidad de los parámetros H_u , k_s y k_p a nivel de microescala, y ha mostrado que contribuye a disminuir la sensibilidad de la respuesta hidrológica del modelo a la escala espacial, ya que los modelos R1+EE y R2+EE presentaron muy buenos desempeños en comparación al modelo de referencia (R1) y superiores en comparación con R2 y R3.

Mediante la generación de mapas de parámetros con estructura espacial y la construcción de una realidad virtual se demostró que, al calibrar los factores

correctores, sus valores varían más entre las diferentes escalas de agregación al no utilizar las ecuaciones de escalado, y la incorporación de éstas en los tres niveles de agregación resultó en una menor variación de los mismos.

6.2 Futuras líneas de investigación

Con base en el desarrollo de esta tesis se plantean los siguientes temas de investigación para el futuro:

Debido a que se ha identificado que el efecto de escala espacial está relacionado con el tamaño de tormenta, es importante investigar la existencia de umbrales de lluvia a partir de los cuales el efecto de escala estudiado se minimiza para diferentes tamaños de cuenca. Probablemente para la modelación hidrológica con tormentas de diseño este efecto de escala sea menos importante.

Esta tesis se ha centrado en el análisis del efecto de escala espacial en los parámetros hidráulicos del suelo y sustrato de un modelo hidrológico, que representan dos tipos de no linealidad. Es necesario estudiar y entender los efectos de escala en los parámetros de otros procesos relevantes para la simulación hidrológica en TETIS, tales como los parámetros de producción de escorrentía y propagación del flujo en los cauces. También es importante implementar este enfoque de tratar el efecto de escala espacial en otros modelos hidrológicos distribuidos para contrastar sus resultados con los resultados de esta investigación.

Indagar qué influencia ejerce el uso de las ecuaciones de escalado en la evaluación de la incertidumbre de los parámetros hidrológicos y en la incertidumbre predictiva del modelo contrastando los resultados con la evaluación de la incertidumbre utilizando el modelo hidrológico sin ecuaciones de escalado. Los resultados de esta línea de trabajo podrían enriquecer el conocimiento de las implicaciones que acarrearía la utilización de las ecuaciones de escalado en la modelación hidrológica distribuida.

Es primordial articular el conocimiento del funcionamiento de los diferentes procesos hidrológicos que se han conceptualizado en la mesoescala en el modelo TETIS con otras teorías desarrolladas a otras escalas. En el caso de la infiltración podrían buscarse vínculos entre las ecuaciones fundamentales a escala puntual con la representación en la mesoescala para contribuir a la construcción de una red de teorías que soporten un conocimiento de multiescala en la ciencia Hidrológica.

REFERENCIAS

- Ajami NK, Duan Q, Sorooshian S. 2007. An integrated hydrologic Bayesian multimodel combination framework: Confronting input, parameter, and model structural uncertainty in hydrologic prediction. *Water Resour. Res.* **43**: W01403 doi: 10.1029/2005wr004745.
- Ajaji AE, Fonseca HIDM. 2007. The effect of spatial variability of soil hydraulic properties on surface runoff process In *Anais XIII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto*. INPE: Florianópolis, Brasil;3243-3248.
- Armstrong RN, Martz LW. 2003. Topographic parameterization in continental hydrology: a study in scale. *Hydrological Processes* **17**: 3763-3781.
- Barrios M, Francés F. 2010. Sub-grid heterogeneity representation of soil parameters for distributed hydrological modelling In *EGU General Assembly 2010*. European Geosciences Union: Vienna, Austria;11708.
- Barrios M, Francés F. 2011. Spatial scale effect on the upper soil effective parameters of a distributed hydrological model. *Hydrological Processes*: In press doi: 10.1002/hyp.8193.
- Becker A, Braun P. 1999. Disaggregation, aggregation and spatial scaling in hydrological modelling. *Journal of Hydrology* **217**: 239-252 doi: 10.1016/s0022-1694(98)00291-1.
- Bertsekas D, Tsitsiklis J. 2008. *Introduction to probability*. Athena Scientific: Belmont, Massachusetts; 539.
- Beven K. 1989. Changing ideas in hydrology -- The case of physically-based models. *Journal of Hydrology* **105**: 157-172 doi: 10.1016/0022-1694(89)90101-7.
- Beven K. 1995. Linking parameters across scales: Subgrid parameterizations and scale dependent hydrological models. *Hydrological Processes* **9**: 507-525.
- Beven K. 2001. *Rainfall-runoff modelling: the primer*. Wiley: Chichester.
- Beven K. 2002. Towards an alternative blueprint for a physically based digitally simulated hydrologic response modelling system. *Hydrological Processes* **16**: 189-206.
- Beven K. 2005. Rainfall-runoff modeling: introduction. In *Encyclopedia of hydrological sciences*, Anderson MG, McDonnell JJ (eds). John Wiley & Sons: Chichester, Reino Unido; 1857-1868.
- Beven K, Freer J. 2001. Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modelling of complex environmental systems using the GLUE methodology. *Journal of Hydrology* **249**: 11-29 doi: 10.1016/s0022-1694(01)00421-8.
- Beven K, Kirkby MJ. 1979. A physically-based, variable contributing area model of basin hydrology. *Hydrol. Sci. Bull.* **24**: 43-69.
- Beven K, Smith P, Freer J. 2007. Comment on "Hydrological forecasting uncertainty assessment: Incoherence of the GLUE methodology" by Pietro

Referencias

- Mantovan and Ezio Todini. *Journal of Hydrology* **338**: 315-318 doi: 10.1016/j.jhydrol.2007.02.023.
- Bierkens M, Finke A, Willigen P. 2000. *Upscaling and Downscaling Methods for Environmental Research*. Kluwer Academic Publishers: The Netherlands.
- Binaya Raj S, Shigeo F, Suwana Kitpati B, Hirotaka I, Masashi M, Shuhei T. 2008. Grid size effects on a distributed water quantity-quality model in a hilly watershed. *Water science and technology* **58**: 1829-1836.
- Binley A, Beven K, Elgy J. 1989. A Physically Based Model of Heterogeneous Hillslopes 2. Effective Hydraulic Conductivities. *Water Resour. Res.* **25**: 7.
- Biondi D, De Luca DL. 2011. A Bayesian approach for real-time flood forecasting. *Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C* **In Press, Corrected Proof** doi: 10.1016/j.pce.2011.04.004.
- Blackmarr WA. 1995. Documentation of Hydrologic, Geomorphic, and Sediment Transport Measurements on the Goodwin Creek Experimental Watershed, Northern Mississippi, for the Period 1982-1993, Preliminary Release. United states department of agriculture: Oxford, MS.
- Blöschl G. 1999. Scaling issues in snow hydrology. *Hydrological Processes* **13**: 2149-2175.
- Blöschl G. 2005a. On the fundamentals of hydrological sciences. In *Encyclopedia of hydrological science*, Anderson MG (ed). Jhon Wiley & Sons Ltd: Chichester, UK.
- Blöschl G. 2005b. Statistical upscaling and downscaling in hydrology. In *Encyclopedia of hydrological sciences*, Anderson MG, McDonnell JJ (eds). John Wiley & Sons: Chichester, Reino Unido; 136-150.
- Blöschl G. 2011. Scaling and regionalization in hydrology. In *Treatise on water science*, Wilderer P (ed). Oxford: Academic Press; 519-535.
- Blöschl G, Grayson R, Sivapalan M. 1995. On the representative elementary area (REA) concept and its utility for distributed rainfall-runoff modelling. In *Scale issues in hydrological modelling*, Kalma JD, Sivapalan M (eds). John Wiley and Sons: Chichester, United Kingdom; 71-88.
- Blöschl G, Sivapalan M. 1995. Scale issues in hydrological modelling: a review. In *Scale issues in hydrological modelling*, Kalma JD, Sivapalan M (eds). John Wiley and Sons: Chichester, United Kingdom; 9-48.
- Blöschl G, Zehe E. 2005. On hydrological predictability. *Hydrological Processes* **19**: 3923-3929.
- Braun P, Molnar T, Kleeberg HB. 1997. The problem of scaling in grid-related hydrological process modelling. *Hydrological Processes* **11**: 1219-1230.
- Bronstert A, Bárdossy A. 1999. The role of spatial variability of soil moisture for modelling surface runoff generation at the small catchment scale. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **3**: 505-516 doi: 10.5194/hess-3-505-1999.
- Bronstert A, Carrera J, Kabat P, Lütkeemeier S. 2010. *Coupled models for the hydrological cycle: integrating atmosphere, biosphere, and pedosphere*. Springer; 361.

- Bussi G. 2010. *Calibración de un modelo conceptual distribuido del ciclo de sedimentos: aplicación a ala cuenca experimental de Goodwin Creek (EEUU)*. Trabajo de Investigación de Doctorado. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, España
- Butts MB, Payne JT, Kristensen M, Madsen H. 2004. An evaluation of the impact of model structure on hydrological modelling uncertainty for streamflow simulation. *Journal of Hydrology* **298**: 242-266 doi: 10.1016/j.jhydrol.2004.03.042.
- Ceddia MB, Vieira SR, Vilella ALO, Mota LdS, Anjos LHCd, Carvalho DFd. 2009. Topography and spatial variability of soil physical properties. *Scientia Agricola* **66**: 338-352.
- Clark MP, McMillan HK, Collins DBG, Kavetski D, Woods RA. 2011. Hydrological field data from a modeller's perspective: Part 2: process-based evaluation of model hypotheses. *Hydrological Processes* **25**: 523-543.
- Clark MP, Slater AG, Rupp DE, Woods RA, Vrugt JA, Gupta HV, Wagener T, Hay LE. 2008. Framework for Understanding Structural Errors (FUSE): A modular framework to diagnose differences between hydrological models. *Water Resour. Res.* **44**: W00B02 doi: 10.1029/2007wr006735.
- Craig JR, Liu G, Soulis ED. 2010. Runoff–infiltration partitioning using an upscaled Green–Ampt solution. *Hydrological Processes* **24**: 2328-2334.
- Chakrabarti A, Ghosh JK. 2011. AIC, BIC and Recent Advances in Model Selection. In *Philosophy of Statistics*, Dov MG, Prasanta SB, Malcolm RF, Paul T, John WoodsA2 - Dov M. Gabbay PSBMRFPT, John W (eds). North-Holland: Amsterdam; 583-605.
- Chen Z, Govindaraju RS, Kavvas ML. 1994. Spatial averaging of unsaturated flow equations under infiltration conditions over areally heterogeneous fields: 1. Development of models. *Water Resour. Res.* **30**: 523-533 doi: 10.1029/93wr02885.
- Das T, Bárdossy A, Zehe E, He Y. 2008. Comparison of conceptual model performance using different representations of spatial variability. *Journal of Hydrology* **356**: 106-118 doi: DOI: 10.1016/j.jhydrol.2008.04.008.
- Dehotin J, Braud I. 2008. Which spatial discretization for distributed hydrological models? Proposition of a methodology and illustration for medium to large-scale catchments. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **12**: 769-796 doi: 10.5194/hess-12-769-2008.
- Delleur J. 2006. Elementary Groundwater Flow and Transport Processes. In *The Handbook of Groundwater Engineering, Second Edition*. CRC Press; 3-1-3-45.
- Di Baldassarre G, Uhlenbrook S. 2011. Is the current flood of data enough? A treatise on research needs to improve flood modelling. *Hydrological Processes*: n/a-n/a.

Referencias

- Didszun J, Uhlenbrook S. 2008. Scaling of dominant runoff generation processes: Nested catchments approach using multiple tracers. *Water Resour. Res.* **44**: W02410 doi: 10.1029/2006wr005242.
- Doukhan GL, Lang G, Teyssière G, DSurgailis D. 2010. *Dependence in probability and statistics (lecture notes in statistics)*. Springer.
- Fan Y, Bras RL. 1995. On the concept of a representative elementary area in catchment runoff. *Hydrological Processes* **9**: 821-832.
- Francés F, Vélez JJ, Vélez JJ. 2007. Split-parameter structure for the automatic calibration of distributed hydrological models. *Journal of Hydrology* **332**: 226-240.
- Francés F, Vélez JJ, Vélez JJ, Puricelli M. 2002. Distributed modelling of large basins for a real time flood forecasting system in Spain In *Second Federal Interagency Hydrologic Modeling Conference*. Las Vegas, USA.
- Freeze RA, Harlan RL. 1969. Blueprint for a physically-based, digitally-simulated hydrologic response model. *Journal of Hydrology* **9**: 237-258 doi: Doi: 10.1016/0022-1694(69)90020-1.
- García S, Frances F, Andreu J. 2002. Simulación hidrológica basada en SIG: Sensibilidad a factores de escala. *Ingeniería del Agua* **9**: 295-308.
- Gottschalk L. 2005. Methods of analyzing variability. In *Encyclopedia of hydrological sciences*, Anderson MG, McDonnell JJ (eds). John Wiley & Sons: Chichester, Reino Unido; 95-122.
- Govindaraju RS, Corradini C, Morbidelli R. 2006. A semi-analytical model of expected areal-average infiltration under spatial heterogeneity of rainfall and soil saturated hydraulic conductivity. *Journal of Hydrology* **316**: 184-194 doi: 10.1016/j.jhydrol.2005.04.019.
- Gray W. 2000. *Mathematical tools for changing spatial scales in the analysis of physical systems*. CRC Press: United States of America.
- Grayson R, Blöschl G. 2001. Spatial Modelling of Catchment Dynamics. In *Spatial patterns in catchment hydrology : observations and modelling*, Grayson R, Blöschl G (eds). Cambridge University Press: Cambridge.
- Gupta N, Rudra RP, Parkin G. 2006. Analysis of spatial variability of hydraulic conductivity at field scale. *Canadian Biosystems engineering* **48**.
- Gupta VK, Castro SL, Over TM. 1996. On scaling exponents of spatial peak flows from rainfall and river network geometry. *Journal of Hydrology* **187**: 81-104 doi: Doi: 10.1016/s0022-1694(96)03088-0.
- Gupta VK, Mesa OJ, Dawdy DR. 1994. Multiscaling theory of flood peaks: Regional quantile analysis. *Water Resour. Res.* **30**: 3405-3421 doi: 10.1029/94wr01791.
- Habets F, Etchevers P, Golaz C, Leblois E, Ledoux E, Martin E, Noilhan J, Ottlé C. 1999. Simulation of the water budget and the river flows of the Rhone basin. *J. Geophys. Res.* **104**: 31145-31172 doi: 10.1029/1999jd901008.
- Haddeland I, Matheussen BV, Lettenmaier DP. 2002. Influence of spatial resolution on simulated streamflow in a macroscale hydrologic model. *Water Resour. Res.* **38**: 1124 doi: 10.1029/2001wr000854.

-
- Haltas I. 2006. *Scaling of governing equations in hydrology*. PhD Thesis. University of California. Davis, Estados Unidos de America
- Hellebrand H, van den Bos R. 2008. Investigating the use of spatial discretization of hydrological processes in conceptual rainfall runoff modelling: a case study for the meso-scale. *Hydrological Processes* **22**: 2943-2952.
- Heuvelink GBM, Pebesma EJ. 1999. Spatial aggregation and soil process modelling. *Geoderma* **89**: 47-65 doi: Doi: 10.1016/s0016-7061(98)00077-9.
- Hilhorst HJ. 2009. Central limit theorems for correlated variables: some critical remarks. *Brazilian Journal of Physics* **39**: 371-380.
- Horritt MS, Di Baldassarre G, Bates PD, Brath A. 2007. Comparing the performance of a 2-D finite element and a 2-D finite volume model of floodplain inundation using airborne SAR imagery. *Hydrological Processes* **21**: 2745-2759.
- Huard D, Mailhot A. 2008. Calibration of hydrological model GR2M using Bayesian uncertainty analysis. *Water Resour. Res.* **44**: W02424 doi: 10.1029/2007wr005949.
- Kim S, Kavvas ML, Yoon J. 2005. Upscaling of Vertical Unsaturated Flow Model under Infiltration Condition. *Journal of Hydrologic Engineering* **10**: 151-159 doi: 10.1061/(asce)1084-0699(2005)10:2(151).
- Lee G, Tachikawa Y, Takara K. 2009. Interaction between Topographic and Process Parameters due to the Spatial Resolution of DEMs in Distributed Rainfall-Runoff Modeling. *Journal of Hydrologic Engineering* **14**: 1059-1069 doi: 10.1061/(asce)he.1943-5584.0000098.
- Leopold LB, Maddock T. 1953. The hydraulic geometry of stream channels and some physiographic implications. United States Government Printing Office.
- Li R, Zhu AX, Song X, Li B, Pei T, Qin C. 2011. Effects of Spatial Aggregation of Soil Spatial Information on Watershed Hydrological Modeling. *Hydrological Processes*: In press.
- Liang X, Guo J, Leung LR. 2004. Assessment of the effects of spatial resolutions on daily water flux simulations. *Journal of Hydrology* **298**: 287-310 doi: 10.1016/j.jhydrol.2003.07.007.
- Liang X, Lettenmaier DP, Wood EF. 1996. One-dimensional statistical dynamic representation of subgrid spatial variability of precipitation in the two-layer variable infiltration capacity model. *J. Geophys. Res.* **101**: 21403-21422 doi: 10.1029/96jd01448.
- Liang X, Xie Z. 2001. A new surface runoff parameterization with subgrid-scale soil heterogeneity for land surface models. *Advances in Water Resources* **24**: 1173-1193 doi: 10.1016/s0309-1708(01)00032-x.
- Loague KM, Freeze RA. 1985. A Comparison of Rainfall-Runoff Modeling Techniques on Small Upland Catchments. *Water Resour. Res.* **21**: 229-248 doi: 10.1029/WR021i002p00229.
-

Referencias

- Mantovan P, Todini E. 2006. Hydrological forecasting uncertainty assessment: Incoherence of the GLUE methodology. *Journal of Hydrology* **330**: 368-381 doi: 10.1016/j.jhydrol.2006.04.046.
- Mantovan P, Todini E, Martina MLV. 2007. Reply to comment by Keith Beven, Paul Smith and Jim Freer on "Hydrological forecasting uncertainty assessment: Incoherence of the GLUE methodology". *Journal of Hydrology* **338**: 319-324 doi: 10.1016/j.jhydrol.2007.02.029.
- Menabde M, Sivapalan M. 2001. Linking space-time variability of river runoff and rainfall fields: a dynamic approach. *Advances in Water Resources* **24**: 1001-1014 doi: Doi: 10.1016/s0309-1708(01)00038-0.
- Merz B. 1996. Modellierung des Niederschlag-Abfluß-Vorgangs in kleinen Einzugsgebieten unter berücksichtigung der natürlichen variabilität. Inst. f. Hydrologie u. Wasserwirtschaft, Univ. Karlsruhe: Alemania;56.
- Merz B, Bárdossy A. 1998. Effects of spatial variability on the rainfall runoff process in a small loess catchment. *Journal of Hydrology* **212-213**: 304-317 doi: Doi: 10.1016/s0022-1694(98)00213-3.
- Merz B, Plate EJ. 1997. An analysis of the effects of spatial variability of soil and soil moisture on runoff. *Water Resour. Res.* **33**: 2909-2922 doi: 10.1029/97wr02204.
- Merz R, Parajka J, Blöschl G. 2009. Scale effects in conceptual hydrological modeling. *Water Resour. Res.* **45**: W09405 doi: 10.1029/2009wr007872.
- Molnar DK, Julien PY. 2000. Grid-Size Effects on Surface Runoff Modeling. *Journal of Hydrologic Engineering* **5**: 8-16 doi: 10.1061/(asce)1084-0699(2000)5:1(8).
- Molnár P, Ramírez JA. 1998. An analysis of energy expenditure in Goodwin Creek. *Water Resour. Res.* **34**: 1819-1829 doi: 10.1029/98wr00982.
- Montoya JJ. 2008. *Desarrollo de un modelo conceptual de producción, transporte y depósito de sedimentos*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, Spain
- Morbideilli R, Corradini C, Govindaraju RS. 2006. A field-scale infiltration model accounting for spatial heterogeneity of rainfall and soil saturated hydraulic conductivity. *Hydrological Processes* **20**: 1465-1481.
- Moreda F, Koren V, Zhang Z, Reed S, Smith M. 2006. Parameterization of distributed hydrological models: learning from the experiences of lumped modeling. *Journal of Hydrology* **320**: 218-237 doi: DOI: 10.1016/j.jhydrol.2005.07.014.
- Nalbantis I, Efstratiadis A, Rozos E, Kopsiafti M, Koutsoyiannis D. 2011. Holistic versus monomeric strategies for hydrological modelling of human-modified hydrosystems. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **15**: 743-758 doi: 10.5194/hess-15-743-2011.
- Oldenborger GA, Schincariol RA, Mansinha L. 2003. Radar Determination of the Spatial Structure of Hydraulic Conductivity. *Ground Water* **41**: 24-32.
- Papoulis A. 2002. *Probability, random variables and stochastic processes*. McGraw-Hill: New York.

- Pedraza RA. 2007. *Efectos de escala sobre la simulación del flujo de agua superficial en reas urbanas usando modelos basados en la onda cinemática*. Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
- Pinder GF, Celia MA. 2006. *Subsurface Hydrology*. John Wiley & Sons;488.
- Refsgaard JC, Henriksen HJ. 2004. Modelling guidelines--terminology and guiding principles. *Advances in Water Resources* **27**: 71-82 doi: 10.1016/j.advwatres.2003.08.006.
- Reggiani P, Schellekens J. 2005. Rainfall-runoff modeling: distributed models. In *Encyclopedia of hydrological sciences*, Anderson MG, McDonnell JJ (eds). John Wiley & Sons: Chichester, Reino Unido; 1967-1983.
- Renard B, Kavetski D, Kuczera G, Thyer M, Franks SW. 2010. Understanding predictive uncertainty in hydrologic modeling: The challenge of identifying input and structural errors. *Water Resour. Res.* **46**: W05521 doi: 10.1029/2009wr008328.
- Rodríguez-Iturbe I, Mejía J. 1974. On the transformation of point rainfall to areal rainfall. *Water Resour. Res.* **10**: 7.
- Rojas R, Velleux M, Julien PY, Johnson BE. 2008. Grid Scale Effects on Watershed Soil Erosion Models. *Journal of Hydrologic Engineering* **13**: 793-802 doi: 10.1061/(asce)1084-0699(2008)13:9(793).
- Romanowicz R, Beven K. 2003. Estimation of flood inundation probabilities as conditioned on event inundation maps. *Water Resour. Res.* **39**: 1073 doi: 10.1029/2001wr001056.
- Rosbjerg D, Madsen H. 2005. Concepts of hydrologic modelling. In *Encyclopedia of hydrological sciences*, Anderson MG, McDonnell JJ (eds). John Wiley & Sons: Chichester, Reino Unido; 155-163.
- Samaniego L, Kumar R, Attinger S. 2010. Multiscale parameter regionalization of a grid-based hydrologic model at the mesoscale. *Water Resour. Res.* **46**: W05523 doi: 10.1029/2008wr007327.
- Schmidt J, Hennrich K, Dikau R. 2000. Scales and similarities in runoff processes with respect to geomorphometry. *Hydrological Processes* **14**: 1963-1979.
- Schulz K, Seppelt R, Zehe E, Vogel HJ, Attinger S. 2006. Importance of spatial structures in advancing hydrological sciences. *Water Resour. Res.* **42**: W03S03 doi: 10.1029/2005wr004301.
- Seyfried MS, Wilcox BP. 1995. Scale and the Nature of Spatial Variability: Field Examples Having Implications for Hydrologic Modeling. *Water Resour. Res.* **31**: 173-184 doi: 10.1029/94wr02025.
- Shrestha R, Tachikawa Y, Takara K. 2006. Input data resolution analysis for distributed hydrological modeling. *Journal of Hydrology* **319**: 36-50 doi: 10.1016/j.jhydrol.2005.04.025.
- Shrestha R, Tachikawa Y, Takara K. 2007. Selection of scale for distributed hydrological modelling in ungauged basins In *Predictions in Ungauged Basins: PUB Kick-off (Proceedings of the PUB Kick-off meeting held in Brasilia, 20-22 November 2002)*, Schertzer D, Hubert P, Koide S, Takeuchi K eds). IAHS Press;290-297.

Referencias

- Shuttleworth J, Carrera J, Kabat P. 2010. Cycles, feedbacks, and main issues. In *Coupled models for the hydrological cycle: integrating atmosphere, biosphere, and pedosphere*, Bronstert A, Carrera J, Kabat P, Lütkeemeier S (eds). Springer; 1-74.
- Sidle RC. 2006. Field observations and process understanding in hydrology: essential components in scaling. *Hydrological Processes* **20**: 1439-1445.
- Sivapalan M. 2003. Process complexity at hillslope scale, process simplicity at the watershed scale: is there a connection? *Hydrological Processes* **17**: 1037-1041.
- Sivapalan M. 2005. Pattern, process and function: elements of a unified theory of hydrology at the catchment scale. In *Encyclopedia of hydrological sciences*, Anderson MG (ed). John Wiley & Sons: Chichester, Reino Unido; 193-219.
- Sivapalan M, Grayson R, Woods R. 2004. Scale and scaling in hydrology. *Hydrological Processes* **18**: 1369-1371.
- Sivapalan M, Kalma JD. 1995. Scale problems in hydrology: contributions of the Robertson workshop. In *Scale issues in hydrological modelling*, Kalma JD, Sivapalan M (eds). John Wiley and Sons: Chichester, Reino Unido; 1-8.
- Sivapalan M, Woods RA. 1995. Evaluation of the effects of general circulation models' subgrid variability and patchiness of rainfall and soil moisture on land surface water balance fluxes. *Hydrological Processes* **9**: 697-717.
- Sivapalan M, Young PC. 2005. Downward approach to hydrological model development. In *Encyclopedia of hydrological sciences*, Anderson MG (ed). John Wiley & Sons: Chichester, Reino Unido; 2081-2098.
- Skoiien JO, Blöschl G. 2006. Sampling scale effects in random fields and implications for environmental monitoring. *Environmental Monitoring and Assessment* **114**: 521-552.
- Taskinen A, Sirviö H, Bruen M. 2008. Statistical analysis of the effects on overland flow of spatial variability in soil hydraulic conductivity. *Hydrological Sciences Journal* **53**: 387 - 400.
- Tetzlaff D, Carey SK, Laudon H, McGuire K. 2010. Catchment processes and heterogeneity at multiple scales-benchmarking observations, conceptualization and prediction. *Hydrological Processes* **24**: 2203-2208 doi: 10.1002/hyp.7784.
- Tuli A, Kosugi K, Hopmans JW. 2001. Simultaneous scaling of soil water retention and unsaturated hydraulic conductivity functions assuming lognormal pore-size distribution. *Advances in Water Resources* **24**: 677-688 doi: 10.1016/s0309-1708(00)00070-1.
- Valdés JB. 2011. Comunicación personal. Valencia, España.
- Van Nieuwenhuysen BHJ, Antoine M, Wyseure G, Govers G. 2011. Pattern-process relationships in surface hydrology: hydrological connectivity expressed in landscape metrics. *Hydrological Processes*: n/a-n/a.

-
- Vauclin M, Elrick DE, Thony JL, Vachaud G, Revol P, Ruelle P. 1994. Hydraulic conductivity measurements of the spatial variability of a loamy soil. *Soil Technology* **7**: 181-195 doi: 10.1016/0933-3630(94)90020-5.
- Vázquez RF, Feyen L, Feyen J, Refsgaard JC. 2002. Effect of grid size on effective parameters and model performance of the MIKE-SHE code. *Hydrological Processes* **16**: 355-372.
- Vélez JI. 2001. *Desarrollo de un modelo hidrológico conceptual y distribuido orientado a la simulación de las crecidas*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, España
- Vélez JJ. 2003. *Desarrollo de un modelo distribuido de predicción en tiempo real para eventos de crecidas*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia
- Vélez JJ, Puricelli M, López Unzu F, Francés F. 2009. Parameter extrapolation to ungauged basins with a hydrological distributed model in a regional framework. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **13**: 229-246 doi: 10.5194/hess-13-229-2009.
- Viney NR, Sivapalan M. 2004. A framework for scaling of hydrologic conceptualizations based on a disaggregation–aggregation approach. *Hydrological Processes* **18**: 1395-1408.
- Wagener T. 2003. Evaluation of catchment models. *Hydrological Processes* **17**: 3375-3378.
- Western AW, Blöschl G. 1999. On the spatial scaling of soil moisture. *Journal of Hydrology* **217**: 203-224 doi: 10.1016/S0022-1694(98)00232-7.
- Wheater H, Jakeman AJ, Beven K. 1993. Progress and directions in rainfall-runoff modelling. In *Modelling change in environmental systems*, Jakeman AJ, Beck MB, McAleer MJ (eds). John Wiley & Sons; 101-132.
- Wigmosta M, Prasad R. 2005. Upscaling and downscaling - dynamic models. In *Encyclopedia of hydrological sciences*, Anderson MG, McDonnell JJ (eds). John Wiley & Sons: Chichester, Reino Unido; 165-176.
- Wood EF. 1995. Scaling behaviour of hydrological fluxes and variables: Empirical studies using a hydrological model and remote sensing data. *Hydrological Processes* **9**: 331-346.
- Wood EF. 1998. Scale analyses for land-surface hydrology. In *Scale dependence and scale invariance in hydrology*, Sposito G (ed). Cambridge university press: Cambridge; 1-29.
- Wood EF, Sivapalan M, Beven K. 1986. Scale effects in infiltration and runoff production In *Conjunctive water use (Proceedings of the Budapest symposium)*. IAHS: Budapest;375-387.
- Wood EF, Sivapalan M, Beven K, Band L. 1988. Effects of spatial variability and scale with implications to hydrologic modeling. *Journal of Hydrology* **102**: 29-47.
- Woods R. 2005. Hydrologic concepts of variability and scale. In *Encyclopedia of hydrological sciences*, Anderson MG, McDonnell JJ (eds). John Wiley & Sons: Chichester, Reino Unido; 23-40.
-

Referencias

- Woods R, Sivapalan M, Duncan M. 1995. Investigating the representative elementary area concept: An approach based on field data. *Hydrological Processes* **9**: 291-312 doi: 10.1002/hyp.3360090306.
- Wooldridge SA, Kalma JD. 1999. Regional-scale hydrological modelling using multiple-parameter landscape zones and a quasi-distributed water balance model. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **5**: 59-74 doi: 10.5194/hess-5-59-2001.
- Woolhiser DA. 1996. Search for physically based runoff model - a hydrologic el dorado? *J. Hydr. Engrg.* **122**: 122-129 doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1996)122:3(122).
- Woolhiser DA, Smith RE, Giraldez JV. 1996. Effects of Spatial Variability of Saturated Hydraulic Conductivity on Hortonian Overland Flow. *Water Resour. Res.* **32**: 671-678 doi: 10.1029/95wr03108.
- Woolhiser DA, Smith RE, Goodrich D. 1990. KINEROS, a kinematic runoff and erosion model: documentation and user manual. Department of agriculture, agricultural research service: U S;130.
- Yang D, Herath S, Musiak K. 2000. Comparison of different distributed hydrological models for characterization of catchment spatial variability. *Hydrological Processes* **14**: 403-416.
- Zehe E, Blöschl G. 2004. Predictability of hydrologic response at the plot and catchment scales: Role of initial conditions. *Water Resour. Res.* **40**: W10202 doi: 10.1029/2003wr002869.
- Zeng XM, Zhao M, Su BK, Tang JP, Zheng YQ, Zhang YJ, Chen J. 2002. Effects of subgrid heterogeneities in soil infiltration capacity and precipitation on regional climate: a sensitivity study. *Theoretical and Applied Climatology* **73**: 207-221 doi: 10.1007/s00704-002-0673-9.
- Zhang D, Zhang R, Chen S, Soll WE. 2000. Pore scale study of flow in porous media: Scale dependency, REV, and statistical REV. *Geophys. Res. Lett.* **27**: 1195-1198 doi: 10.1029/1999gl011101.
- Zhang X, Drake NA, Wainwright J. 2004. Scaling issues in environmental modelling. In *Environmental modelling: finding simplicity in complexity*, Wainwright J, Mulligan M (eds). Wiley: Chichester, UK; 319-334.
- Zhu J, Mohanty BP. 2002. Upscaling of soil hydraulic properties for steady state evaporation and infiltration. *Water Resour. Res.* **38**: 1178 doi: 10.1029/2001wr000704.

APÉNDICE A1: FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN USADAS PARA CALCULAR PARÁMETROS EN LA MESOESCALA

$$f_{X_{2,t}} [X_{2,t}] = \begin{cases} \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} \int_0^{\frac{n_t}{(1-w)\Lambda}} \tau^{a-1} (1-\tau)^{b-1} d\tau & \text{si } X_{1,t} \leq X_{2,t} \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} \int_0^{\frac{p_t}{\Lambda}} \tau^{a-1} (1-\tau)^{b-1} d\tau & \text{si } H_u \geq H_{1,t-1} + X_{1,t} \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b) \cdot (1-w)\Lambda} \left(\frac{q_t}{(1-w)\Lambda} \right)^{a-1} \left(1 - \frac{q_t}{(1-w)\Lambda} \right)^{b-1} & \text{caso contrario} \end{cases}$$

$$F_{X_{2,t}} [X_{2,t}] = \begin{cases} 1 & \text{si } X_{1,t} \leq X_{2,t} \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} \int_0^{\frac{p_t}{\Lambda}} \tau^{a-1} (1-\tau)^{b-1} d\tau & \text{si } H_u \geq H_{1,t-1} + X_{1,t} \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} \cdot \left(\frac{q_t^a}{a(1-w)^a \Lambda^a} \right) \cdot {}_2F_1 \left(a, 1-b; a+1; \frac{q_t}{(1-w)\Lambda} \right) & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Donde,

$$p_t = \frac{(1-w)\Lambda - n_t}{(1-w)}$$

$$q_t = X_{2,t} + (1-w)\Lambda - n_t$$

${}_2F_1$ = función hipergeométrica

$$f_{X_u}[X_{3,t}] = \begin{cases} \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_0^{\frac{k_t}{(1-w)\Lambda}} \int_0^{\frac{k_t}{(1-w)\Lambda}} e^{a-1} (1-\tau)^{b-1} d\tau & \text{si } X_{1,t} \leq X_{3,t} \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_0^{\frac{k_t}{(1-w)\Lambda}} \int_0^{\frac{k_t}{(1-w)\Lambda}} e^{a-1} (1-\tau)^{b-1} d\tau & \text{si } H_u \geq H_{1,t} + X_{1,t} \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \cdot \frac{1}{(1-w)\Lambda} \left(\frac{\min(X_{2,t}, \Delta t \cdot k_t) + (1-w)\Lambda - n_t}{(1-w)\Lambda} \right)^{a-1} \left(1 - \frac{\min(X_{2,t}, \Delta t \cdot k_t) + (1-w)\Lambda - n_t}{(1-w)\Lambda} \right)^{b-1} & \text{si } \Lambda > n_t \\ \frac{\Gamma(a+b) \cdot w}{\Gamma(a)\Gamma(b) \cdot \Lambda} \left(\frac{\min(X_{2,t}, \Delta t \cdot k_t) \cdot w}{\Lambda} \right)^{a-1} \left(1 - \frac{\min(X_{2,t}, \Delta t \cdot k_t) \cdot w}{\Lambda} \right)^{b-1} & \text{Caso contrario} \end{cases}$$

$$F_{X_u}[X_{3,t}] = \begin{cases} 1 & \text{si } X_{1,t} \leq X_{3,t} \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_0^{\frac{k_t}{(1-w)\Lambda}} \int_0^{\frac{k_t}{(1-w)\Lambda}} e^{a-1} (1-\tau)^{b-1} d\tau & \text{si } H_u \geq H_{1,t} + X_{1,t} \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \left(\frac{\min(X_{2,t}, \Delta t \cdot k_t) + (1-w)\Lambda - n_t}{a(1-w)^\alpha \Lambda^\alpha} \right)^a \cdot {}_2F_1 \left(a, 1-b; a+1; \frac{\min(X_{2,t}, \Delta t \cdot k_t) + (1-w)\Lambda - n_t}{(1-w)\Lambda} \right) & \text{si } \Lambda > n_t \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \left(\frac{\min(X_{2,t}, \Delta t \cdot k_t) \cdot w}{a\Lambda^\alpha} \right)^a \cdot {}_2F_1 \left(a, 1-b; a+1; \frac{\min(X_{2,t}, \Delta t \cdot k_t) \cdot w}{\Lambda} \right) & \text{Caso contrario} \end{cases}$$

Asumiendo que k_s sigue una función de distribución lognormal $LN(\mu_{k_s}, \sigma_{k_s})$:

$$f_{k_s} \left[X_{3,t} / \Delta t \right] = \frac{1}{\min(X_{2,t}, \Delta t \cdot k_s) \cdot \Delta t \cdot \sigma_{k_s} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(\ln \frac{\min(X_{2,t}, \Delta t \cdot k_s)}{\Delta t} - \mu_{k_s} \right)^2}{2\sigma_{k_s}^2}}$$

$$F_{k_s} \left[X_{3,t} / \Delta t \right] = \frac{1}{\sigma_{k_s} \sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{\min(X_{2,t}, \Delta t \cdot k_s)}{\Delta t}} \frac{e^{-\frac{(\ln(\tau) - \mu_{k_s})^2}{2\sigma_{k_s}^2}}}{\tau} d\tau$$

Asumiendo que k_p sigue una función de distribución lognormal $LN(\mu_{k_p}, \sigma_{k_p})$:

$$f_{k_p} \left[X_{4,t} / \Delta t \right] = \frac{1}{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p) \cdot \Delta t \cdot \sigma_{k_p} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(\ln \frac{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p)}{\Delta t} - \mu_{k_p} \right)^2}{2\sigma_{k_p}^2}}$$

$$F_{k_p} \left[X_{4,t} / \Delta t \right] = \frac{1}{\sigma_{k_p} \sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p)}{\Delta t}} \frac{e^{-\frac{(\ln(\tau) - \mu_{k_p})^2}{2\sigma_{k_p}^2}}}{\tau} d\tau$$

$F_{X_3}(X_4)$ y $f_{X_3}(X_4)$ están expresados por:

$$F_{X_3} [X_4] = 1 - \left[1 - F_{k_s} (X_4 / \Delta t) - F_{X_2} (X_4) + F_{k_s} (X_4 / \Delta t) \cdot F_{X_2} (X_4) \right]$$

$$f_{X_3} [X_4] = F'_{k_s} (X_4 / \Delta t) + F'_{X_2} (X_4) - F'_{k_s} (X_4 / \Delta t) \cdot F_{X_2} (X_4) - F_{k_s} (X_4 / \Delta t) \cdot F'_{X_2} (X_4)$$

$F_{k_s} (X_4 / \Delta t)$ y $f_{k_s} (X_4 / \Delta t)$ son:

$$f_{k_s} \left[\frac{X_{4,t}}{\Delta t} \right] = \frac{1}{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p) \sigma_{k_s} \sqrt{2\pi}} e^{\left\{ \frac{\left(-\ln \frac{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p)}{\Delta t} - \mu_{k_s} \right)^2}{2\sigma_{k_s}^2} \right\}}$$

$$F_{k_s} \left[\frac{X_{4,t}}{\Delta t} \right] = \frac{1}{\sigma_{k_s} \sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p)}{\Delta t}} e^{\left\{ \frac{-(\ln(\tau) - \mu_{k_s})^2}{2\sigma_{k_s}^2} \right\}} \frac{1}{\tau} d\tau$$

$F_{X_2} (X_4 / \Delta t)$ y $f_{X_2} (X_4 / \Delta t)$ se pueden expresar por:

$$f_{X_5} [X_{4,t}] = \begin{cases} \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_0^{\frac{h_t}{(1-w)\Lambda}} (1-w)^{a-1} (1-\tau)^{b-1} dt & \text{si } X_{4,t} \leq X_{4,t} \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_0^{\frac{h_t}{\Lambda}} \tau^{a-1} (1-\tau)^{b-1} dt & \text{si } H_u \geq H_{4,t} + X_{4,t} \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \left(\frac{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p) + (1-w)\Lambda}{(1-w)\Lambda} \right)^{a-1} \left(1 - \frac{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p) + (1-w)\Lambda - h_t}{(1-w)\Lambda} \right)^{b-1} & \text{si } \Lambda > h_t \\ \frac{\Gamma(a+b) \cdot w}{\Gamma(a)\Gamma(b) \cdot \Lambda} \left(\frac{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p) \cdot w}{\Lambda} \right)^{a-1} \left(1 - \frac{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p) \cdot w}{\Lambda} \right)^{b-1} & \text{Caso contrario} \end{cases}$$

$$F_{X_5} [X_{4,t}] = \begin{cases} \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_0^{\frac{h_t}{(1-w)\Lambda}} (1-w)^{a-1} (1-\tau)^{b-1} dt & \text{si } X_{4,t} \leq X_{4,t} \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \left(\frac{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p) + (1-w)\Lambda}{a(1-w)^a \Lambda^a} \right)^a \cdot {}_2F_1 \left(a, 1-b; a+1; \frac{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p) + (1-w)\Lambda - h_t}{(1-w)\Lambda} \right) & \text{si } \Lambda > h_t \\ \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \left(\frac{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p) \cdot w}{a\Lambda^a} \right)^a \cdot {}_2F_1 \left(a, 1-b; a+1; \frac{\min(X_{3,t}, \Delta t \cdot k_p) \cdot w}{\Lambda} \right) & \text{Caso contrario} \end{cases}$$

APÉNDICE A2: SELECCIÓN DE MODELOS

Se realizó el ajuste de cinco tipos de modelos acotados por una asíntota superior a través de la minimización de la raíz cuadrada del error cuadrático medio (RMSE) entre los valores de los parámetros efectivos simulados en la mesoescala vía simulaciones de Monte Carlo y la estimación de cada modelo candidato. El algoritmo de optimización utilizado fue el cuasi-Newton. Sin embargo, en algunos casos se empleó el algoritmo genético disponible en la versión 7.7.0.471(R2008b) de MATLAB para tener mayor fiabilidad de que el mínimo encontrado fuera global.

A continuación se presentan los modelos candidatos para representar el escalado de los parámetros H_u , k_s y k_p de la microescala $S1$ a la mesoescala $S2$:

Modelo tipo 1:

$$H_u [S2]_t = \bar{H}_u [S1] - \bar{H}_u [S1] \cdot \exp \left\{ -\beta_1 \exp(-\beta_3 \beta_2) \cdot (X_1 [S2]_t + H_1 [S2]_t)^{(\beta_3 \beta_2^{\beta_4})} \right\}$$

$$k_s [S2]_t = \bar{k}_s [S1] - \bar{k}_s [S1] \cdot \exp \left\{ -\beta_1 \exp(-\beta_3 \beta_2) \cdot (X_2 [S2]_t)^{(\beta_3 \beta_2^{\beta_4})} \right\}$$

$$k_p [S2]_t = \bar{k}_p [S1] - \bar{k}_p [S1] \cdot \exp \left\{ -\beta_1 \exp(-\beta_3 \beta_2) \cdot (X_3 [S2]_t)^{(\beta_3 \beta_2^{\beta_4})} \right\}$$

Modelo tipo 2:

$$H_u [S2]_t = \bar{H}_u [S1] - \bar{H}_u [S1] \cdot \exp \left\{ (-\beta_1) \cdot (X_1 [S2]_t + H_1 [S2]_t)^{\beta_2} \right\}$$

$$k_s [S2]_t = \bar{k}_s [S1] - \bar{k}_s [S1] \cdot \exp \left\{ (-\beta_1) \cdot (X_2 [S2]_t)^{\beta_2} \right\}$$

$$k_p [S2]_t = \bar{k}_p [S1] - \bar{k}_p [S1] \cdot \exp \left\{ (-\beta_1) \cdot (X_3 [S2]_t)^{\beta_2} \right\}$$

Modelo tipo 3:

$$H_u [S2]_t = \bar{H}_u [S1] - \frac{\bar{H}_u [S1]}{1 + (-\beta_1) \cdot (X_1 [S2]_t + H_1 [S2]_t)^{\beta_2}}$$

$$k_s [S2]_t = \bar{k}_s [S1] - \frac{\bar{k}_s [S1]}{1 + (-\beta_1) \cdot (X_2 [S2]_t)^{\beta_2}}$$

$$k_p [S2]_t = \bar{k}_p [S1] - \frac{\bar{k}_p [S1]}{1 + (-\beta_1) \cdot (X_3 [S2]_t)^{\beta_2}}$$

Modelo tipo 4:

$$H_u [S2]_t = \bar{H}_u [S1] \cdot \beta_1 \cdot \{1 - \beta_2 \cdot \exp(-\beta_3 (X_1 [S2]_t + H_1 [S2]_t))\}$$

$$k_s [S2]_t = \bar{k}_s [S1] \cdot \beta_1 \cdot \{1 - \beta_2 \cdot \exp(-\beta_3 \cdot (X_2 [S2]_t))\}$$

$$k_p [S2]_t = \bar{k}_p [S1] \cdot \beta_1 \cdot \{1 - \beta_2 \cdot \exp(-\beta_3 \cdot (X_3 [S2]_t))\}$$

Modelo tipo 5:

$$H_u [S2]_t = (X_{1,t} + H_{1,t}) \left\{ 1 - \Phi \left[\frac{\ln(X_{1,t} + H_{1,t} - \beta_1)}{\beta_2} \right] \right\} + \bar{H}_u [S1] \left\{ \Phi \left[\frac{\ln(X_{1,t} + H_{1,t} - \beta_1)}{\beta_2} - 0.93\beta_1^{-0.47} \beta_2 \right] \right\}$$

$$k_s [S2]_t = \bar{k}_s [S1] \{ \varepsilon(X_2 [S2]_t ; \beta_1) \} - X_2 [S2]_t \{ 1 - \varepsilon(X_2 [S2]_t ; \beta_1) \}$$

$$k_p [S2]_t = \bar{k}_p [S1] \{ \varepsilon(X_3 [S2]_t ; \beta_1) \} - X_3 [S2]_t \{ 1 - \varepsilon(X_3 [S2]_t ; \beta_1) \}$$

donde,

$H_u [S2]_t$ = Capacidad de almacenamiento estático efectivo en el intervalo de tiempo t (en la mesoescala) en mm

$X_1 [S2]_t$ = Precipitación en el intervalo de tiempo t (en la mesoescala) en mm

$H_1[S2]_t$ = Almacenamiento estático en el intervalo de tiempo t (en la mesoescala) en mm

$\bar{H}_u[S1]$ = Promedio de H_u en la microescala

$k_s[S2]_t$ = Conductividad hidráulica saturada efectiva en el intervalo de tiempo t (en la mesoescala) en mm/h.

$X_2[S2]_t$ = Excedente de precipitación en el intervalo de tiempo t (en la mesoescala) en mm.

$\bar{k}_s[S1]$ = Promedio de k_s en la microescala.

$k_p[S2]_t$ = Conductividad hidráulica saturada efectiva del sustrato del suelo en el intervalo de tiempo t (en la mesoescala) en mm/h.

$X_3[S2]_t$ = Infiltración gravitacional en el intervalo de tiempo t (en la mesoescala) en mm.

$\bar{k}_p[S1]$ = Promedio de k_p en la microescala.

$\beta_1; \beta_2; \beta_3; \beta_4$ = parámetros de ajuste del modelo

Se empleó el criterio de información bayesiana (BIC) para seleccionar el mejor modelo que represente cada uno de los tres parámetros hidrológicos en la mesoescala. El propósito de emplear BIC es combinar la medida de ajuste (en este caso RMSE) con un término que penalice la complejidad del modelo y así tratar de escoger el modelo más parsimonioso (Chakrabarti y Ghosh, 2011):

$$BIC = n \log(1 + RMSE) + p \log(n)$$

Donde, n es el número de datos utilizados en la optimización y p es el número de parámetros del modelo candidato. De acuerdo con los resultados de las optimizaciones, el modelo 5 es el que presenta un menor BIC para H_u y para k_p , por tanto es el que ha sido seleccionado. En el caso de k_s , los modelos que tienen un mejor ajuste son 1 y 4, pero han sido descartados por tener 3 parámetros de ajuste. Por el contrario, el Modelo 5 tiene solo 1 parámetro de ajuste y tiene un mejor índice BIC en comparación con los modelos 2 y 3 que tienen dos parámetros de ajuste. Por tanto para k_s también ha sido seleccionado el modelo 5.

Apéndice A2

Tabla A2-1. Medidas de desempeño de los 5 modelos candidatos

	<i>Hu</i>			<i>ks</i>			<i>kp</i>		
	RMSE	p	BIC	RMSE	p	BIC	RMSE	p	BIC
Modelo 1	1.71	3	517.1	0.142	3	85.0	0.014	3	25.5
Modelo 2	1.66	2	501.6	0.254	2	125.6	0.015	2	19.8
Modelo 3	3.12	2	720.35	1.21	2	408.9	0.019	2	21.8
Modelo 4	2.35	3	623.1	0.129	3	79.3	0.011	3	24.1
Modelo 5	1.65	2	499.7	0.269	1	123.4	0.018	1	15.1

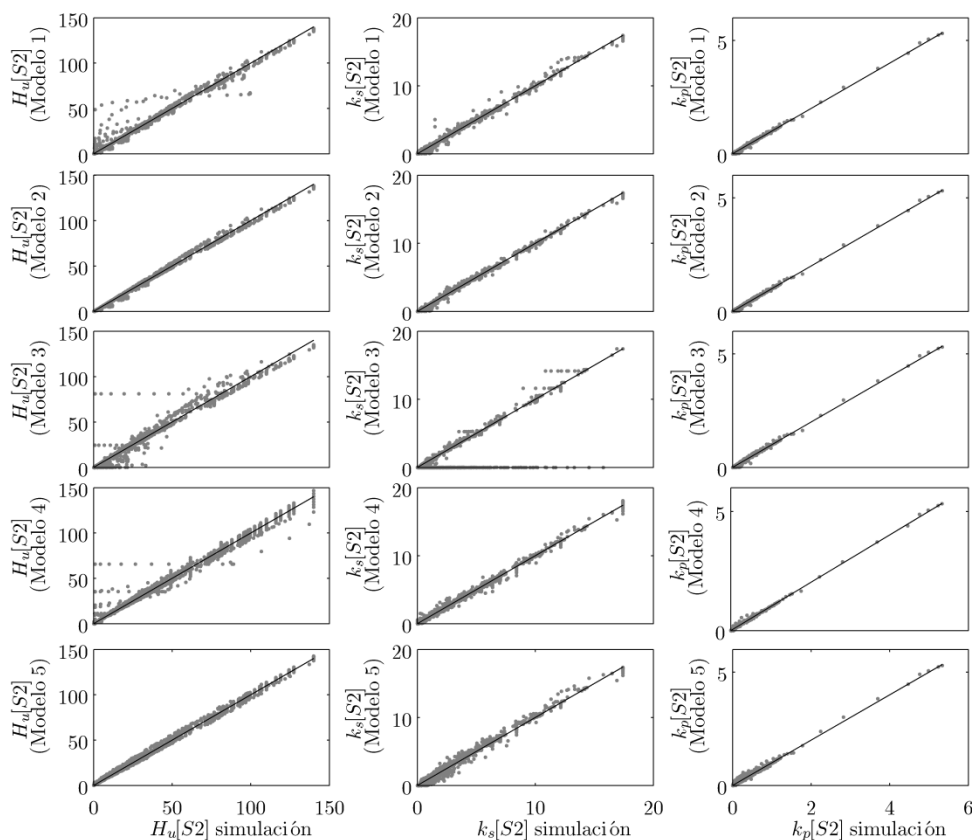


Figura A2-1. Diagramas de dispersi3n de los parámetros efectivos no estacionarios calculados por los 5 modelos candidatos en funci3n de los valores de los parámetros calculados por simulaciones de Monte Carlo para celdas de 15x15 m²

APÉNDICE A3: DESCRIPCIÓN DEL MODELO HIDROLÓGICO DISTRIBUIDO TETIS

A continuación se presenta la descripción del modelo TETIS elaborada por Bussi (2010). La representación de la producción de escorrentía se hace mediante esquemas conceptuales simples adaptados a la escala de la celda y al intervalo de tiempo que se considera en la modelación.

En TETIS, la producción de la escorrentía se basa en la realización de un balance hídrico en cada celda, asumiendo que el agua se distribuye en cinco niveles o tanques de almacenamiento conceptuales y conectados entre sí, como puede observarse en la Figura A3-1.

El esquema adoptado para la simulación del movimiento vertical del agua en cada celda se basa en describir las interacciones atmósfera – vegetación – suelo – acuífero a través de cinco tanques (Figura A3-1). El flujo entre los tanques es función del agua almacenada en ellos, por lo que las variables de estado son los volúmenes almacenados en cada uno de los tanques. La función que relaciona el flujo con estas variables de estado es función del esquema conceptual adoptado, del tipo de tanque y de las características morfológicas de la celda e hidrológicas del suelo en la misma.

Los flujos verticales de agua entre cada tanque representan los procesos hidrológicos de: precipitación (lluvia o nieve, X1), evapotranspiración (Y1), infiltración (X3), percolación (X4) y pérdidas subterráneas (X5), mientras que los horizontales representan respectivamente: escorrentía directa (Y2), interflujo (Y3) y flujo base (Y4). El flujo entre los tanques es función del agua almacenada en ellos, por lo que las variables de estado son los volúmenes almacenados en cada uno de los tanques. La función que relaciona el flujo con estas variables de estado es función del esquema conceptual adoptado, del tipo de tanque y de las características morfológicas de la celda e hidrológicas del suelo en la misma.

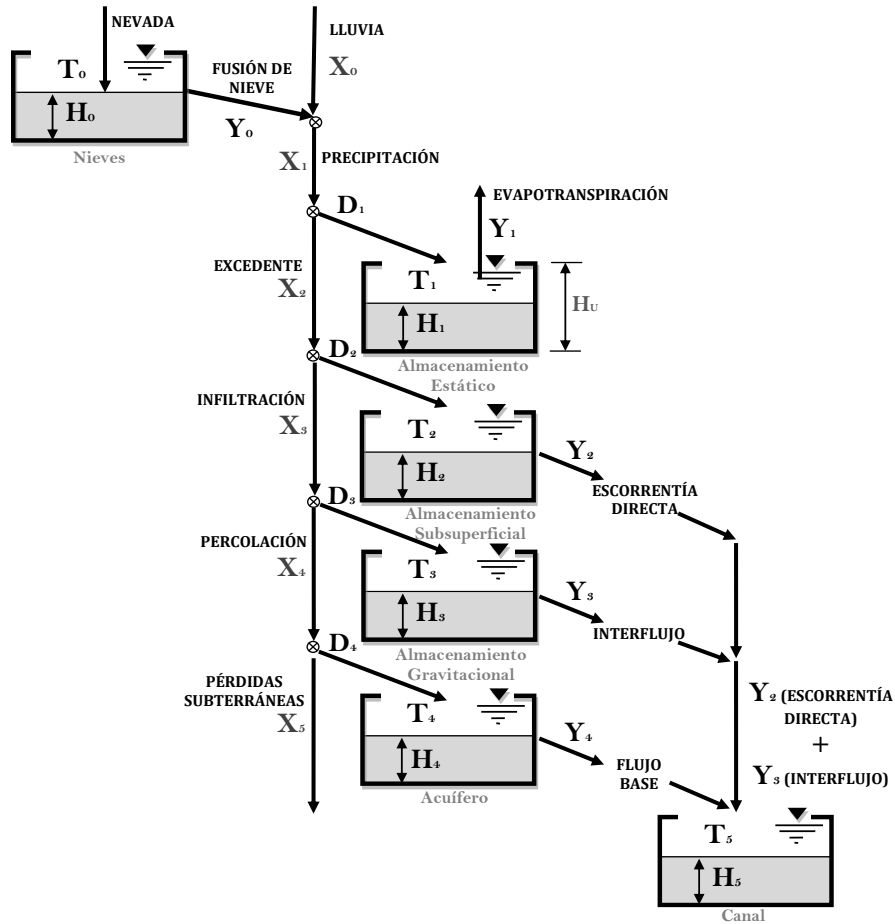


Figura A3-1 Esquema conceptual de celda del modelo TETIS

En realidad, la conceptualización del modelo TETIS es una malla interconectada en tres dimensiones como se puede observar en la Figura A3-2. Los tres tanques inferiores drenan hacia el correspondiente tanque aguas abajo, siguiendo las direcciones del flujo propuestas por el MED, hasta alcanzar la red principal de drenaje.

La longitud de interconexión máxima para cada tanque es definida por el usuario, teniendo en cuenta que para la escorrentía y el flujo subsuperficial esta longitud está asociada al tamaño de las laderas. Para el flujo base esta longitud se estima teniendo en cuenta el punto inicial del flujo permanente en el cauce.

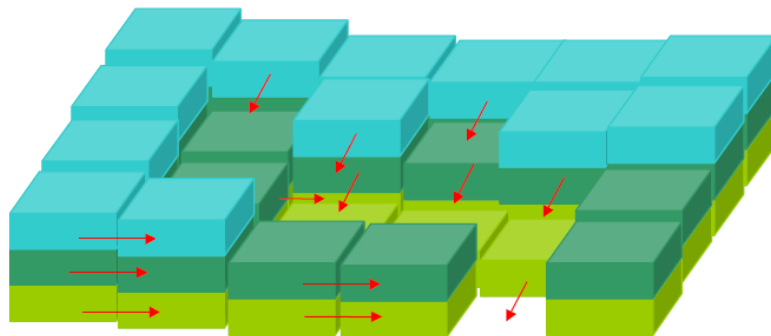


Figura A3-2 Movimiento horizontal propuesto por el modelo TETIS (Vélez, 2001)

Las salidas posibles de agua para cada celda se da por los tres componentes principales de la escorrentía: la escorrentía directa (producida por escorrentía hortoniana y escorrentía por saturación), el interflujo y el flujo base. Cada proceso involucrado se simula con ecuaciones simples y con pocos parámetros para estimar (Vélez, 2001; Francés *et al.*, 2007).

En Montoya (2008) se propone que las salidas del interflujo y del flujo base a la superficie diferencian las zonas de la cuenca en tres elementos, definidos por las áreas umbrales para que las diferentes componentes de la escorrentía salgan a la superficie: las laderas, las cárcavas y los cauces (Figura A3-3 y Figura A3-4).

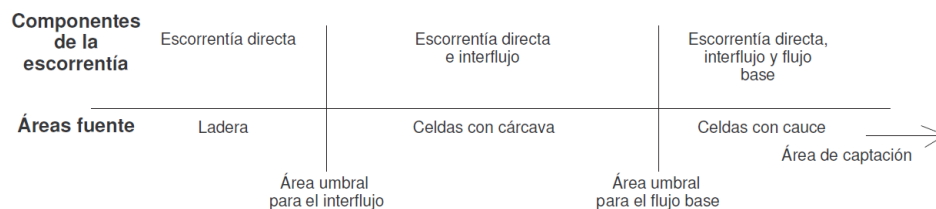


Figura A3-3 Elementos del sistema, áreas umbrales y componentes de la escorrentía (Montoya, 2008)

En las laderas el flujo superficial tiene lugar en combinación entre flujo laminar y a través de una red de surcos. En el modelo TETIS, los procesos hidrológicos que ocurren en las áreas inter-surcos (*interrill*) y en los surcos (*rills*) se tratan de manera conjunta, de modo que no es necesaria la caracterización geomorfológica de estos elementos. En paralelo, el interflujo y el flujo base se generan en las

Apéndice A3

respectivas capas de suelo. Una vez el interflujo, en su recorrido, alcanza una celda con área drenada superior al área umbral para el interflujo, sale a la superficie, integrándose a la escorrentía superficial que fluye en las cárcavas. Lo mismo ocurre cuando el flujo base alcanza una celda cuya área drenada es superior al umbral para el flujo base; a partir de este punto, las tres salidas de agua se concentraran en un cauce. Estos principios se explican en la Tabla A3-1, Tabla A3-2, y Tabla A3-3, donde se muestran las transferencias de escorrentía directa, interflujo y flujo base entre una celda y otra en función de la tipología de celda de origen y la tipología de celda de destino.

Tabla A3-1 Flujos de salida desde el tanque 2 (escorrentía directa), según tipo de celda de origen y de destino (tanque 5 = flujo en canal)

TANQUE 2			
Celda de origen →	LADERA	CÁRCAVA	CAUCE
Celda de destino ↓			
LADERA	Tanque 2	-	-
CÁRCAVA	Tanque 5	Tanque 5	-
CAUCE	Tanque 5	Tanque 5	Tanque 5

Tabla A3-2 Flujos de salida desde el tanque 3 (interflujo), según tipo de celda de origen y de destino (tanque 5 = flujo en canal)

TANQUE 3			
Celda de origen →	LADERA	CÁRCAVA	CAUCE
Celda de destino ↓			
LADERA	Tanque 3	-	-
CÁRCAVA	Tanque 5	Tanque 5	-
CAUCE	Tanque 5	Tanque 5	Tanque 5

Tabla A3-3 Flujos de salida desde el tanque 4 (flujo base), según tipo de celda de origen y de destino (tanque 5 = flujo en canal)

TANQUE 4			
Celda de origen →	LADERA	CÁRCAVA	CAUCE
Celda de destino ↓			
LADERA	Tanque 4	-	-
CÁRCAVA	Tanque 4	Tanque 4	-
CAUCE	Tanque 5	Tanque 5	Tanque 5

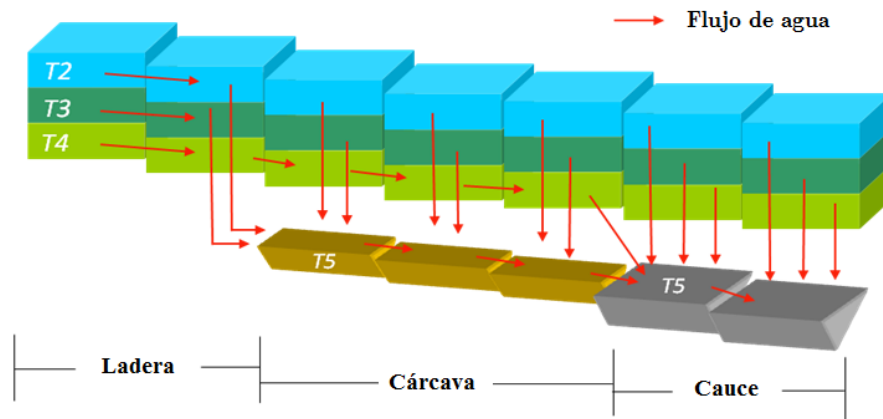


Figura A3-4 Representación esquemática de los componentes de la escorrentía en TETIS.

La formulación hidráulica para la propagación en la red de cauces utilizada en el modelo TETIS se basa en una aproximación de la onda cinemática, asumiendo un lecho fijo en cada celda en el cual se aplica una ecuación de balance. Dicha formulación se denomina Onda Cinemática Geomorfológica (Vélez, 2001). La forma de la sección de flujo en cada uno de los elementos que forman la red de drenaje puede obtenerse a partir de relaciones de geometría hidráulica previa validación de sus parámetros. Las relaciones utilizadas son las relaciones de Leopold y Maddock (1953), que asocian las dimensiones de la sección de flujo (profundidad, ancho, velocidad y caudal) mediante ecuaciones de tipo potencial. Las ecuaciones son las siguientes:

Área de captación Λ y caudal a sección llena Q_b :

$$\Lambda = \kappa \cdot Q_b^{\rho} \quad (\text{A3.1})$$

Ancho de la sección transversal a sección llena W_b y caudal a sección llena Q_b :

$$W_b = a_1 \cdot Q_b^{\alpha_1} \quad (\text{A3.2})$$

Ancho de la sección transversal W y caudal que pasa por la sección Q :

$$W = Q^{\alpha_2} \quad (\text{A3.3})$$

Diámetro del sedimento d , pendiente S y profundidad del flujo h :

$$d = c_d \cdot (S \cdot h)^g \quad (\text{A3.4})$$

Coeficiente de rugosidad n y diámetro del sedimento d :

$$n = c_n \cdot d^\xi \quad (\text{A3.5})$$

Los coeficientes y los exponentes de las ecuaciones anteriores pueden estimarse utilizando regresiones lineares a partir de un número pequeño de secciones transversales medidas en campo para cada región geomorfológica homogénea. En la se muestran los intervalos de variación habituales en cauces naturales según literatura.

Tabla A3-4 Intervalos de variación de los coeficientes y exponentes geomorfológicos (Francés *et al.*, 2007)

Parámetro	Intervalo de variación
κ	0.5 – 0.75
φ	0.65 – 0.8
a_1	0.5 – 5.75
α_1	0.34 – 0.55
α_2	0.05 – 0.2
c_d	0.5 – 50
θ	0.5 – 2.75
c_n	0.025 – 0.07
ξ	0.125 – 0.18

El modelo TETIS, en su parte hidrológica, utiliza una estructura de parámetros efectivos separada en dos partes (Francés *et al.*, 2007):

- Las características físicas del medio natural, estimadas según la información disponible y medida a una escala espacial definida.
- Los factores correctores.

Las características físicas expresan el valor medido o estimado del parámetro para cada celda de la cuenca, describen la variabilidad espacial del mismo y poseen significado físico.

Los factores correctores absorben los errores provenientes de todas las fuentes citadas antes. Es razonable suponer que el factor corrector sea común para todas las zonas de la cuenca, o al menos para un número limitado de regiones dentro de la cuenca. Además, siendo todas las celdas del mismo tamaño, los efectos de escala son iguales para toda la cuenca. La ecuación que describe la estructura separada del parámetro efectivo es la siguiente:

$$\theta_{i,j}^* \approx R_i \theta_{i,j}, \quad j=1, \dots, n; \quad i=1, \dots, p \quad (A3.6)$$

donde $\theta_{i,j}^*$ es el parámetro efectivo i -enésimo para la celda j , R_i es el factor corrector del parámetro i , común para todas las celdas, $\theta_{i,j}$ es el parámetro estimado para la celda j , n es el número total de celdas y p es el número total de parámetros por celda.

La ventaja principal de esta estructura del parámetro es que, en la fase de calibración, se reduce notablemente el número de variables que deben ser ajustadas, siendo sólo necesario calibrar los p factores correctores, en vez de np valores (número de parámetros por número de celdas).

De este modo, el modelo hidrológico TETIS podrá ser calibrado a través del ajuste de 9 factores correctores (Tabla A3-5).

Tabla A3-5 Factores correctores y los respectivos parámetros ajustados.

Factor corrector (R_i)	Parámetro ($\theta_{i,j}^*$)	Símbolo
FC1	Capacidad de almacenamiento estático	H_u
FC2	Índice de cobertura de vegetación	λ
FC3	Capacidad de infiltración	K_s
FC4	Velocidad del flujo superficial	u
FC5	Capacidad de percolación	K_p
FC6	Velocidad del interflujo	k_{ss}
FC7	Capacidad de percolación profunda	K_{ps}
FC8	Velocidad del flujo base	K_{sa}
FC9	Velocidad del flujo en canal	v