

Regulación Saturada con Ganancia Variable Derivativa de Robots Manipuladores

Miguel A. Limón-Díaz^{a,*}, Fernando Reyes-Cortés^b, Emilio J. González-Galván^a

^aCentro de Investigación y Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, S.L.P. 78290, México

^bGrupo de Robótica, Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benémérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla 72570, México

Resumen

En este trabajo se presenta una familia grande de reguladores saturados tipo hiperbólicos para robots manipuladores. La propuesta considera a la ganancia proporcional constante y a la ganancia derivativa variable con sintonía automática definida en función del error de posición, velocidad de movimiento y un factor de inyección de amortiguamiento para modificar la velocidad de respuesta del robot. La acción de control derivativa con ganancia variable permite reducir sobreimpulsos, oscilaciones y rizo, tal que alcance el estado estacionario en forma suave. Asimismo, se presenta la propuesta de una función estricta de Lyapunov que permite demostrar la estabilidad asintótica global de la ecuación en lazo cerrado. Para mostrar el desempeño y funcionalidad de la familia propuesta de esquemas de control, un análisis comparativo experimental fue desarrollado entre siete estructuras de control, cinco reguladores pertenecen a la familia propuesta, y dos algoritmos de control bien conocidos como son el proporcional derivativo (PD) y tangente hiperbólico (Tanh). Los resultados experimentales fueron obtenidos con un robot manipulador de transmisión directa de tres grados de libertad.

Palabras Clave:

Regulador, Función de saturación, Ganancia Variable, Manipulador robótico, Algoritmos de control.

1. Introducción

Actualmente el control de robots manipuladores representa un tema clave y estratégico para México y en general para Iberoamérica. Los robots manipuladores se han convertido en herramientas indispensables para un amplio sector de la sociedad, como han sido los casos de la industria, aplicaciones especiales y médicas: cirugías robotizadas, fisioterapia, rehabilitación, asistencia robotizada a personas con capacidades diferenciadas, entre otras más.

Para que un robot manipulador realice correctamente una tarea encomendada, se requiere de un algoritmo de control de alto desempeño. Por lo tanto, el diseño de algoritmos de control se ha convertido en una actividad científica permanente y sistemática con la finalidad de proponer nuevos esquemas con alto desempeño y prestaciones adecuadas para una correcta ejecución en la tarea programada.

La técnica de moldeo de energía (*energy shaping*) propuesta por Takegaki and Arimoto (1981) ha sido utilizada por diversos

investigadores; esta metodología utiliza el teorema de invarianza de LaSalle para demostrar estabilidad asintótica. Más tarde Tomei (1991) perfecciona el método de Takegaki-Arimoto sin usar LaSalle, proponiendo una función estricta de Lyapunov para estudiar la estabilidad asintótica del control PD con compensación de gravedad. En esta dirección, es importante resaltar particularmente el trabajo de Santibáñez and Kelly (1997) quienes generalizaron la función estricta propuesta en Whitcomb et al. (1993) para el caso de regulación, así como su extensión al problema de control de trayectoria.

En la literatura existen diversos trabajos que han abordado el problema de sintonía de las ganancias, por ejemplo, usando lógica difusa para que el esquema de control tome decisiones por reglas específicas. En este enfoque, pueden clasificarse en dos grandes categorías de sintonía, el tipo Mamdani and Assilian (1975) y el tipo Takagi-Sugeno; estos métodos presentan como desventaja que la sintonización es manual. Una forma de solucionar la anterior desventaja es por el diseño convencional no-lineal Slotine et al. (1991), programación de ganancias difusas Palm (1997) y el control adaptable difuso Wang (1994).

Los controladores auto sintonizables (*self tuning controllers*) existen desde hace tiempo con diferentes concepciones Åström and Wittenmark (1973), reglas de sintonía en función del error de posición con lógica difusa y redes neuronales para

*Autor en correspondencia

Correos electrónicos: miangellim@hotmail.com (Miguel A. Limón-Díaz), fernando.reyes@correo.buap.mx (Fernando Reyes-Cortés), egonzalez@uaslp.mx (Emilio J. González-Galván)

las ganancias proporcional K_p y derivativa K_v se encuentran en Llama et al. (2000, 2001); Santibáñez et al. (2002, 2004); Meza et al. (2009); Llama et al. (2010); Meza et al. (2012); Armendariz et al. (2012). El concepto de ganancias variables se discute en Salas and Llama (2010); Salas et al. (2012b, 2013).

El término de ganancias variables (*variable gains*) es bien conocido (Kahn (1953)), se ha utilizado en diversas ramas del conocimiento; por ejemplo, es común en aplicaciones médicas, filtros, amplificadores operacionales, instrumentación, etc. Particularmente, en el área de la robótica y control se han desarrollado diferentes aportaciones usando este concepto, en Monopoli and Subbarao (1980) se describe el procedimiento para sintonizar ganancias variantes en el tiempo para un algoritmo adaptable, además se presentan derivaciones de algoritmos propuestos en otros trabajos agregando la variación temporal en los parámetros de ajuste, obteniendo estabilidad asintótica global.

Más tarde en 1993 Ying analiza las propiedades de diferentes controladores no lineales PI con ganancias variables, estudia diferentes estructuras y métodos en el contexto de control difuso, realizando pruebas de estabilidad y determinando el más adecuado de una manera analítica Ying (1993b). Además, relaciona un controlador difuso de múltiples entradas múltiples salidas, con controladores no lineales PI con ganancias variables Ying (1993a); en 1998 analiza la estructura de controladores tipo Takagi–Sugeno empleando un nuevo y simplificado esquema de reglas TS, en el que todas las reglas consecuentes usan una función común, y que son proporcionales a alguna otra condición, reduciendo así el número de parámetros necesarios en cada regla. También relaciona por medio de una regla de proporcionalidad este tipo de controladores con los PI no lineales de ganancias variables Ying (1998a,b). En 2001 analiza los controladores difusos de tipo Mamdani con retroalimentación de estado de ganancias variables consiguiendo demostrar estabilidad local Ying (2001). Posteriormente en 2004 Haj extiende estos trabajos, definiendo las condiciones para establecer que entre los controladores PID, PI y PD con ganancias variables, así como la clase desarrollada de controladores difusos son estructuralmente similares Haj-Ali and Ying (2004).

En Bai and Huang (2000) se proponen dos algoritmos de ganancias variables usando mínimos cuadrados con la finalidad de que tengan una alta velocidad de seguimiento de los parámetros y rendimiento suave en estado estable. Un controlador universal integral con ganancias no lineales para el sistema $\ddot{y} - \dot{y}^3 - 0,1y^3 = u$ es propuesto en Kay and Khalil (2003), el diseño fue realizado usando modos deslizantes, y las ganancias definidas positivas acotadas y localmente Lipschitz; los resultados experimentales mostraron un mejor rendimiento de la etapa transitoria, reducción de los sobrepulsos de la respuesta del sistema; en la prueba de estabilidad asintótica local incorporan una función estricta de Lyapunov. La naturaleza no lineal de las ganancias proporcional e integral tiene sustancial ventaja cuando las ganancias son lineales.

Un controlador PD de ganancias variables aplicado a tareas de seguimiento usando una estructura de red dinámica que nombran *Growing Multi-Expert Networks* (GMN) es desarrollado en Kiong et al. (2004) realizando mejoras del tamaño de la red.

Una estructura PID con modos deslizantes para control de

trayectoria de robots manipuladores es presentado en Jafarov et al. (2005); este trabajo considera el desconocimiento total o parcial de la dinámica completa del robot manipulador también realiza el análisis de estabilidad asintótica global formulada en términos de una forma cuadrática completa de Lyapunov.

En Kumar et al. (2006) se presentan dos nuevos controladores de ganancia variable demostrando estabilidad en el sentido de Lyapunov resolviendo la ecuación de Lyapunov. En el primer controlador se presenta un modelo difuso Takagi–Sugeno como una planta lineal, para el segundo controlador se presentan varios subsistemas lineales que son localmente estabilizados.

Un método de control por redes neuronales basados en ganancias variables desarrollado por Xiaobo et al. (2008) adaptan las ganancias de control para un sistema tele-operado en aplicaciones de rehabilitación, asegurando la estabilidad y suavidad del movimiento del robot esclavo y eliminando las perturbaciones debidas a espasmos del paciente. Las ganancias son variables que dependen de los cambios de rigidez e inercia del entorno.

En Moreno and Osorio (2008) proponen una función estricta de Lyapunov de una clase de algoritmos de modo deslizante de segundo orden, que permiten entender las propiedades de convergencia en tiempo finito y robustez. Más tarde, en 2010, se realiza un algoritmo de control VGSTA (*Variable Gain Super-Twisting Algorithm*) Dávila et al. (2010), este diseño permite estimar el tiempo de convergencia además de compensar perturbaciones con derivadas acotadas por funciones conocidas y realizando experimentalmente utilizando un péndulo de Furuta; en Gonzalez et al. (2012) se logra generalizar este trabajo.

En Draou et al. (2010) se presenta el diseño de un esquema de ganancias variables respecto a una curva polinomial para un controlador PI que permite eliminar el sobretiro característico para el control de velocidad de un motor de inducción.

En años recientes, en Salas et al. (2012a) se muestra un controlador PD con ganancias variables para el control de trayectoria de un robot manipulador. La sintonización de ganancias es mediante un algoritmo SOF (*Self-Organizing Fuzzy*) como función del error de posición y se le compara a un controlador PD clásico. Proponen la función candidata de Lyapunov y logran establecer condiciones para estabilidad en una región. En Hussein and Soffker (2012) se presenta la estimación de las variables de estado de una grúa elástica usando un sensor de visión para medir sin contacto las deformaciones que sufre, además desarrolla dos observadores de ganancias variables; el primero para estimar las variables de estado en relación al retardo y al ruido de cámara y el segundo para medir los potenciómetros sin retardos.

En Mendoza et al. (2014) se presentó un control PID saturado con estructura SP-SI-SD con una simple sintonía de ganancias con resultados experimentales en un robot manipulador de 2 grados de libertad. Un controlador PID basado en lógica difusa autosintonizable con ganancias no lineales fue mostrado en Sifuentes-Mijares et al. (2014). Un año más tarde, otro controlador PID basado en lógica difusa autosintonizable para un robot manipulador con eslabón flexible es mostrado en Dehghani and Khodadadi (2015). Para este trabajo se consideraron dos entradas, el error y el cambio del error, y cinco niveles, las

reglas generadas fueron diseñadas considerando la experiencia humana.

Sin embargo, los anteriores trabajos no proponen reglas de sintonía explícitas en las ganancias de los algoritmos de control a través de funciones continuas y suaves que tomen en cuenta las variables de estado del error de posición o la velocidad de movimiento, y que dicha descripción forme parte de la ecuación en lazo cerrado; por lo que, en este contexto la problemática de sintonía automática de las ganancias variables actualmente persiste como tema abierto.

Por lo tanto, la motivación del presente trabajo se ubica en utilizar la técnica de moldeado de energía (Takegaki and Arimoto (1981)) y la incorporación de una función estricta de Lyapunov para diseñar una nueva familia de algoritmos de control de posición (regulación) usando estructura de funciones hiperbólicas y con sintonía automática de la ganancia derivativa variable. La familia de algoritmos de control incluye un regulador tipo saturado hiperbólico en el error de posición, con ganancia proporcional constante, más un término de acción de control derivativa con ganancia variable, sintonizada a través de funciones específicas de error de posición y velocidad de movimiento para generar un perfil de respuesta deseado en la posición y velocidad del robot. Con esta estructura de control no es necesario tener la ganancia proporcional variable, únicamente la ganancia derivativa que depende del error de posición y velocidad de movimiento para obtener una respuesta transitoria del robot con pequeñas oscilaciones y rizo, reduciendo significativamente los sobreimpulsos, alcanzando suavemente el estado estacionario.

Asimismo, como parte de las aportaciones de este trabajo, presentamos una función estricta de Lyapunov para demostrar estabilidad asintótica global del punto de equilibrio de la ecuación en lazo cerrado, compuesta por la dinámica del robot manipulador de n grados de libertad y la estructura propuesta de la familia de esquemas de control; incorporando en esta ecuación en lazo cerrado las reglas de sintonía con retroalimentación de estados para la ganancia derivativa.

El proceso tradicional de sintonía en las ganancias proporcional y derivativa del controlador ha sido mantenerlas constantes, mediante un proceso empírico a prueba y error, y tratar de obtener una respuesta satisfactoria para una aplicación específica del robot. Este proceso no siempre es la forma más adecuada, ya que depende en gran parte de la experiencia del usuario. En contraste, un aspecto importante en la presente metodología es que la familia de esquemas de control mejora la respuesta del regulador saturado a través de la acción de control derivativa, la cual tiene una ganancia variable no lineal y sintonizada por funciones que dependen de un factor que define cierto porcentaje de amortiguamiento en la velocidad de movimiento del robot. Esta forma específica de sintonía en la acción de control derivativo tiene la finalidad de moldear la respuesta transitoria del robot, por medio de la inyección de amortiguamiento, generando un efecto disipativo. Es decir, convertir la energía mecánica en térmica, obteniendo como beneficio la reducción de sobreimpulsos y oscilaciones de la fase transitoria, entrando a la etapa estacionaria en forma suave. La metodología propuesta no requiere que la ganancia proporcional del regulador sea variable, más bien, la idea es mantenerla constante, satisfaciendo ciertas

restricciones prácticas de cotas superiores para evitar saturar los servo amplificadores del robot.

Este artículo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2, se recuerda la dinámica del robot y algunas propiedades importantes. En la Sección 3 se presenta la principal contribución del artículo, la propuesta de la familia de controladores y su demostración de estabilidad asintótica global en el sentido de Lyapunov. La Sección 4 contiene el diseño de las matrices de ganancia de control, y las reglas de sintonía de la ganancia derivativa. La Sección 5 describe una comparación experimental entre cinco miembros de la familia propuesta, con los esquemas de control ampliamente conocidos como son el PD y tangente hiperbólico (Tanh); para esta finalidad, se utiliza un robot de transmisión directa de tres grados de libertad. Finalmente, en la Sección 6 se presentan conclusiones sobre la metodología propuesta.

2. Dinámica del robot

Considere la dinámica no lineal (1) de un robot manipulador con eslabones rígidos de n grados de libertad

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + B\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

donde \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ y $\ddot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ son los vectores de posición, velocidad y aceleración articular, respectivamente, $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de pares aplicados, la matriz de inercia del robot manipulador $M(\mathbf{q})$ de orden $n \times n$, la cual es simétrica y definida positiva; $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ es la matriz de orden $n \times n$ de fuerzas centripetas y de Coriolis; $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ es el vector de pares gravitacionales orden $n \times 1$ obtenido como el gradiente de la energía potencial del robot manipulador $\mathcal{U}(\mathbf{q})$:

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathcal{U}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \quad (2)$$

y B es una matriz diagonal con los coeficientes de viscosidad para cada eslabón, con orden $n \times n$. Ya que el fenómeno de fricción es complejo y no lineal, para varias aplicaciones de robótica, un modelo que solo consista de la fricción viscosa es una simplificación aceptable, particularmente cuando los servomotores del robot son de transmisión directa.

El modelo dinámico (1) posee las siguientes propiedades importantes.

Propiedad 1. La matriz $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ y la derivada respecto del tiempo de la matriz de inercia $\dot{M}(\mathbf{q})$ satisfacen

$$\dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{1}{2} \dot{M}(\mathbf{q}) - C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$$

$$\dot{M}(\mathbf{q}) = C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T.$$

Koditschek (1984)

Propiedad 2. Para robots que solo contienen articulaciones giratorias, existe un número $k_{c_1} > 0$ tal que

$$\|C(\mathbf{q}, \mathbf{x})\mathbf{y}\| \leq k_{c_1} \|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\|$$

for all $\mathbf{q}, \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$.

3. Regulador tipo saturado con ganancia variable de la acción de control derivativo

En esta sección se presenta la nueva familia que incluye dentro de sus miembros una gran cantidad de esquemas de control con ganancia variable no lineal de la acción de control derivativa. La estructura del término de saturación del regulador es por medio de funciones hiperbólicas de la siguiente manera,

$$\tau = K_p \begin{bmatrix} \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_1) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_1)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_1)} \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_2) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_2)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_2)} \\ \vdots \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_n) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_n)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_n)} \end{bmatrix} - K_v(\tilde{q}, \dot{q})\dot{q} + g(q) \quad (3)$$

donde $m \in \mathbb{N}$ es el orden de la familia, α representa la pendiente de las funciones hiperbólicas y está definida por $\frac{1}{m}$; la ganancia proporcional es K_p , la cual es una matriz definida positiva diagonal de orden $n \times n$, cuyos elementos k_{pi} son números reales constantes, para $i = 1, 2, \dots, n$; mientras que, $K_v(\tilde{q}, \dot{q})$ es la ganancia derivativa, matriz diagonal de orden $n \times n$, con elementos $k_{vi}(\tilde{q}_i, \dot{q}_i) > 0$ son funciones pares no lineales, retornando siempre valores positivos $\forall t \geq 0$.

La ecuación de lazo cerrado del sistema se obtiene sustituyendo la ley de control (3) dentro de la ecuación de la dinámica del robot (1) obteniendo:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{q} \\ M^{-1}(q) \left[K_p \begin{bmatrix} \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_1) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_1)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_1)} \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_2) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_2)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_2)} \\ \vdots \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_n) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_n)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_n)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -K_v(\tilde{q}, \dot{q})\dot{q} - C(q, \dot{q})\dot{q} - B\dot{q} \end{bmatrix} \right] \end{bmatrix} \quad (4)$$

la cual es una ecuación diferencial autónoma no lineal y el origen del espacio de estados es el único punto de equilibrio.

Para demostrar la estabilidad asintótica global del punto de equilibrio del sistema dinámico autónomo no lineal (4), se propone la siguiente estructura de la función candidata de Lyapunov:

$$V(\tilde{q}, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \sqrt{\ln(1 + \cosh^m(\alpha\tilde{q}_1))} \\ \sqrt{\ln(1 + \cosh^m(\alpha\tilde{q}_2))} \\ \vdots \\ \sqrt{\ln(1 + \cosh^m(\alpha\tilde{q}_n))} \end{bmatrix}^T K_p \begin{bmatrix} \sqrt{\ln(1 + \cosh^m(\alpha\tilde{q}_1))} \\ \sqrt{\ln(1 + \cosh^m(\alpha\tilde{q}_2))} \\ \vdots \\ \sqrt{\ln(1 + \cosh^m(\alpha\tilde{q}_n))} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q)\dot{q} - \epsilon \dot{q}^T M(q) \begin{bmatrix} \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_1)}{1+\cosh(\alpha\tilde{q}_1)} \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_2)}{1+\cosh(\alpha\tilde{q}_2)} \\ \vdots \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_n)}{1+\cosh(\alpha\tilde{q}_n)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

para propósitos de notación en este trabajo representa:

$$\frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1 + \cosh(\alpha\tilde{q}))} = \begin{bmatrix} \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_1)}{1+\cosh(\alpha\tilde{q}_1)} \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_2)}{1+\cosh(\alpha\tilde{q}_2)} \\ \vdots \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_n)}{1+\cosh(\alpha\tilde{q}_n)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

calculando cotas de la función candidata de Lyapunov (5) adquiere la siguiente forma:

$$V(\tilde{q}, \dot{q}) \geq \frac{1}{2} \lambda_{\min}\{M(q)\} \|\dot{q}\|^2 + \frac{1}{2} \lambda_{\min}\{K_p\} \left\| \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1 + \cosh(\alpha\tilde{q}))} \right\|^2 - \epsilon \lambda_{\max}\{M(q)\} \left\| \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1 + \cosh(\alpha\tilde{q}))} \right\| \|\dot{q}\| \quad (7)$$

es claro que el término $\frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_i)}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}_i))} < 0,6$; para cuando $\alpha\tilde{q}_i < 2$, donde $\alpha \in \mathbb{R}^+$ y $\tilde{q}_i \in \mathbb{R}$, y está acotado entre los valores $[0, 1]$; $\forall \alpha\tilde{q}_i$, por otro lado, el término $\ln(1 + \cosh^m(\alpha\tilde{q}_i)) > 0,6$ y $\ln(1 + \cosh(2)) = 1,56$ por lo cual se toma como cota inferior. Ahora reescribiendo en forma cuadrática

$$V(\tilde{q}, \dot{q}) \geq \frac{1}{2} \left[\left\| \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \right\| \right]^T \begin{bmatrix} \lambda_{\min}\{K_p\} & -\epsilon \lambda_{\max}\{M(q)\} \\ -\epsilon \lambda_{\max}\{M(q)\} & \lambda_{\min}\{M(q)\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left\| \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \right\| \\ \|\dot{q}\| \end{bmatrix} > 0 \quad (8)$$

para que la relación (8) se cumpla, ϵ debe satisfacer:

$$\frac{\lambda_{\min}\{K_p\} \lambda_{\min}\{M(q)\}}{\lambda_{\max}^2\{M(q)\}} > \epsilon^2 > 0 \quad (9)$$

entonces se demuestra que $V(\tilde{q}, \dot{q})$ es una función definida positiva.

La derivada temporal de la función candidata de Lyapunov está descrita por

$$\dot{V}(\tilde{q}, \dot{q}) = \dot{q}^T M(q)\dot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{M}(q)\dot{q} - \begin{bmatrix} \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_1) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_1)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_1)} \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_2) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_2)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_2)} \\ \vdots \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_n) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_n)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_n)} \end{bmatrix}^T K_p \dot{q} - \epsilon \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1 + \cosh(\alpha\tilde{q}))}^T M(q)\dot{q} - \epsilon \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1 + \cosh(\alpha\tilde{q}))}^T \dot{M}(q)\dot{q} + \epsilon \dot{q}^T M(q) \begin{bmatrix} \frac{\alpha\tilde{q}_1}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}_1))} \\ \frac{\alpha\tilde{q}_2}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}_2))} \\ \vdots \\ \frac{\alpha\tilde{q}_n}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}_n))} \end{bmatrix} \quad (10)$$

en la cual se consideró que $\alpha \cdot m = 1$, $\dot{\tilde{q}} = -\dot{q}$ y se realizó el álgebra necesaria para obtener una versión simplificada de la derivada.

Sustituyendo en la ecuación de lazo cerrado (4) es expresada por:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{q}, \dot{q}) &= \dot{q}^T K_p \begin{bmatrix} \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_1) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_1)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_1)} \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_2) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_2)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_2)} \\ \vdots \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_n) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_n)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_n)} \end{bmatrix} - \dot{q}^T K_v(\tilde{q}, \dot{q}) \dot{q} - \dot{q}^T B \dot{q} + \\ &+ \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{M}(q) \dot{q} - \dot{q}^T C(q, \dot{q}) \dot{q} - K_p \dot{q} - \dot{V}(\tilde{q}, \dot{q}) \leq -[\lambda_{\min}\{K_v(\tilde{q}, \dot{q})\} + \lambda_{\min}\{B\} - \epsilon \sqrt{n}k_{c_1} - \\ &- 2\epsilon \lambda_{\max}\{M(q)\}] \|\dot{q}\|^2 - \epsilon \lambda_{\min}\{K_p\} \left\| \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \right\|^2 + \\ &+ \epsilon [\lambda_{\max}\{K_v(\tilde{q}, \dot{q})\} + \lambda_{\max}\{B\}] \left\| \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \right\| \|\dot{q}\| \end{aligned} \tag{15}$$

utilizando la propiedad anti-simétrica y $\dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C(q, \dot{q})^T$ la derivada de la función candidata de Lyapunov puede escribirse de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{q}, \dot{q}) &= -\dot{q}^T [K_v(\tilde{q}, \dot{q}) + B] \dot{q} + \epsilon \dot{q}^T M(q) \begin{bmatrix} \frac{\alpha\dot{q}_1}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}_1))} \\ \frac{\alpha\dot{q}_2}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}_2))} \\ \vdots \\ \frac{\alpha\dot{q}_n}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}_n))} \end{bmatrix} - \\ &- \epsilon \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} K_p \begin{bmatrix} \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_1) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_1)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_1)} \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_2) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_2)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_2)} \\ \vdots \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_n) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_n)}{1+\cosh^m(\alpha\tilde{q}_n)} \end{bmatrix} + \\ &+ \epsilon \dot{q}^T [K_v(\tilde{q}, \dot{q}) + B - C(q, \dot{q})] \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \end{aligned} \tag{12}$$

ahora tomando las cotas superiores para los siguientes términos

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{q}, \dot{q}) &\leq -\dot{q}^T [K_v(\tilde{q}, \dot{q}) + B - \epsilon M(q)] \dot{q} - \\ &- \epsilon \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} K_p \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} + \\ &+ \epsilon \dot{q}^T [K_v(\tilde{q}, \dot{q}) + B - C(q, \dot{q})] \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} -\epsilon \dot{q}^T C(q, \dot{q}) \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} &\leq \left| -\epsilon \dot{q}^T C(q, \dot{q}) \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \right| \\ &\leq \epsilon \|\dot{q}\| \left\| C(q, \dot{q}) \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \right\| \\ &\leq \epsilon k_{c_1} \|\dot{q}\|^2 \left\| \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \right\| \\ &\leq \epsilon \sqrt{n} k_{c_1} \|\dot{q}\|^2 \end{aligned} \tag{14}$$

donde se utilizó la propiedad de cotas de la matriz de Coriolis y acotando la derivada temporal (10) se reduce a

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{q}, \dot{q}) &\leq -[\lambda_{\min}\{K_v(\tilde{q}, \dot{q})\} + \lambda_{\min}\{B\} - \epsilon \sqrt{n}k_{c_1} - \\ &- 2\epsilon \lambda_{\max}\{M(q)\}] \|\dot{q}\|^2 - \epsilon \lambda_{\min}\{K_p\} \left\| \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \right\|^2 + \\ &+ \epsilon [\lambda_{\max}\{K_v(\tilde{q}, \dot{q})\} + \lambda_{\max}\{B\}] \left\| \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \right\| \|\dot{q}\| \end{aligned} \tag{15}$$

y puede ser reescrita por

$$\dot{V}(\tilde{q}, \dot{q}) \leq - \left[\left\| \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \right\| \right]^T Q \left[\left\| \frac{\sinh(\alpha\tilde{q})}{(1+\cosh(\alpha\tilde{q}))} \right\| \right] \|\dot{q}\| \tag{16}$$

donde Q está definida por

$$\begin{aligned} Q(1, 1) &= \epsilon \lambda_{\min}\{K_p\} \\ Q(1, 2) &= -\frac{\epsilon}{2} [\lambda_{\max}\{K_v(\tilde{q}, \dot{q})\} + \lambda_{\max}\{B\}] \\ Q(2, 1) &= Q(1, 2) \\ Q(2, 2) &= \lambda_{\min}\{K_v(\tilde{q}, \dot{q})\} + \lambda_{\min}\{B\} - \epsilon \sqrt{n}k_{c_1} - \\ &- 2\epsilon \lambda_{\max}\{M(q)\} \end{aligned} \tag{17}$$

las condiciones en ϵ para que $\dot{V}(\tilde{q}, \dot{q})$ sea definida negativa están dadas por

$$\frac{4\lambda_{\min}\{K_p\}(\lambda_{\min}\{K_v(\tilde{q}, \dot{q})\} + \lambda_{\min}\{B\})}{[\lambda_{\max}\{K_v(\tilde{q}, \dot{q})\} + \lambda_{\max}\{B\}]^2 + 4\lambda_{\min}\{K_p\}(\sqrt{n}k_{c_1} + 2\lambda_{\max}\{M(q)\})} > \epsilon \tag{18}$$

El conocimiento del valor numérico de ϵ en la familia de controladores propuestos no se requiere, este es necesario solo para propósito de la estabilidad. Por lo que se elige para satisfacer simultáneamente las condiciones (9) y (18). Entonces, utilizando el método directo de Lyapunov, se concluye que el origen del espacio de estados del sistema en lazo cerrado de la ecuación (4) es globalmente, asintóticamente estable.

4. Diseño de las matrices de ganancias

Por simplicidad para el análisis de estabilidad de la ecuación de lazo cerrado de la familia de controladores propuesta, la matriz derivativa $K_v(\tilde{q}, \dot{q})$ se elige una matriz de orden $n \times n$ definida positiva diagonal.

Los elementos de la matriz derivativa fueron elegidos como funciones continuas, hiperbólicas en relación del error de posición y de la velocidad.

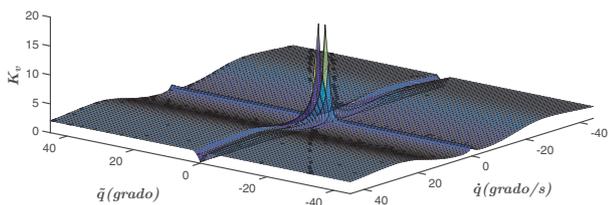


Figura 1: Perfil de ganancias derivativa

La siguiente función representa la propuesta para cada elemento de la matriz derivativa

$$k_{vi}(\tilde{q}_i, \dot{q}_i) = \left[\frac{\tau_i^{max}}{|\dot{q}_i| + 1} \right] 0,25[(\tanh(|\tilde{q}_i|) - 1) + 1) (\tanh(0,1(|\dot{q}_i| - \dot{q}_{di})) + 1) + (0,01\dot{q}_{di}(\tanh(5(|\tilde{q}_i| - 0,5) + 1)) (\tanh(1 - |\tilde{q}_i|) + 1))], \quad (19)$$

donde \dot{q}_{di} es el factor de velocidad de movimiento permitido por el efecto de amortiguamiento de la acción de control derivativo; este parámetro debe ser menor a la velocidad máxima de rotación que hace referencia el manual técnico de los servomotores, esto tiene la finalidad de mantener la característica de fuente de par o torque de los servomotores de transmisión directa. El propósito práctico en este diseño, es que la acción de control derivativo introduzca el efecto de amortiguamiento en función del error de posición y velocidad de movimiento para modificar la respuesta transitoria del robot y alcanzar el estado estacionario en forma suave. La gráfica del perfil de esta ganancia puede observarse en la Fig. 1.

Tomando como base que existe un σ_i , donde $0 < \sigma_i < 1$, tal que $\sigma_i \|\tilde{q}_i\| - \gamma \leq \tanh(\|\tilde{q}_i\| - \gamma)$, el $\lambda_{min}\{K_v\} = \left[\frac{\tau_i^{max}}{|\dot{q}_i| + 1} \right] 0,25[(\gamma_1(\|\tilde{q}_i\| - 1) + 1)(\gamma_2(0,1(\|\dot{q}_i\| - \dot{q}_{di})) + 1) + (0,01\dot{q}_{di}(\gamma_3(5(\|\tilde{q}_i\| - 0,5) + 1)))(\gamma(1 - \|\tilde{q}_i\| + 1))]$.

5. Resultados experimentales

En la Facultad de Ciencias de la Electrónica, de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México se ha diseñado y construido un robot manipulador de 3 grados de libertad con tecnología de transmisión directa (direct drive). El robot manipulador se denomina “Rotradi” (ver Fig. 2), el cual consiste de 3 eslabones rígidos de aluminio 6061 actuados por servomotores de transmisión directa sin escobillas. Los servomotores empleados son de la compañía Parker Compumotor, cuyas características se encuentran en la Tabla 1. Todos los servomotores fueron configurados en modo torque, de tal forma que aceptan una referencia de señal analógico de voltaje como comando del par aplicado.

Los algoritmos de control fueron implementados en tiempo real con lenguaje C, en una computadora Pentium III, que incluye una tarjeta de instrumentación MicroDynamics, modelo MFIO3A (3 FPGA's, DAC's de 12 bits, timers, puertos digitales), el período de muestreo utilizado fue de 2.5 mseg y la

Tabla 1: Características de los servomotores

Articulación	Modelo	Par máx.	Resolución
Base	DM-1050	50 [Nm]	1,024,000 [cpr]
Hombro	DM-1150A	150 [Nm]	1,024,000 [cpr]
Codo	DM-1015B	15 [Nm]	1,024,000 [cpr]



Figura 2: Robot manipulador “Rotradi”

velocidad de movimiento del robot se estimó por el método tradicional de diferenciación numérica de la posición (método de Euler).

Una de las características principales de la tecnología de transmisión directa es que funcionan como fuente de par aplicado o torque. Para mantener esta propiedad, es necesario operar a los servomotores dentro del ancho de banda recomendado por el fabricante; la Tabla 2 muestra los límites de velocidad que deben ser operados los servomotores que forman las articulaciones del robot manipulador.

Tabla 2: Ancho de banda de los servomotores

Articulación	Modelo	Velocidad máxima (grados/seg)
Base	DM-1050	270
Hombro	DM-1150A	135
Codo	DM-1015B	270

Los parámetros del robot manipulador pueden ser encontrados en Chávez et al. (2012); Chávez-Olivares et al. (2012), en donde se realizó la identificación paramétrica utilizando diferentes esquemas de regresión.

El experimento consiste en mover cada uno de los eslabones del robot desde la posición de casa $[0^\circ, 0^\circ, 0^\circ]^T$ a una posición deseada de $[45^\circ, 45^\circ, 45^\circ]^T$; se eligió el primer elemento de la familia de controladores comparando 3 factores de amortiguamiento: $20^\circ/s$, $60^\circ/s$ y $120^\circ/s$.

El controlador usado será para el primer elemento de la fa-

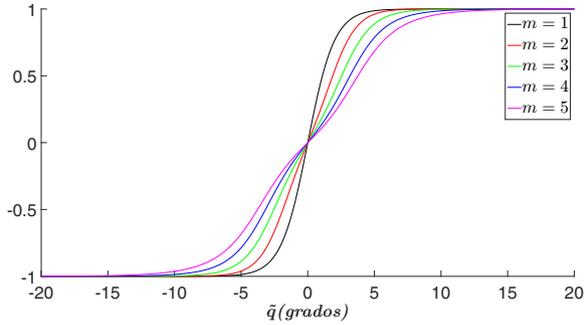


Figura 3: Parte proporcional a diferentes valores de m

milia por lo que el valor sera de $m = 1$ y consecuentemente $\alpha = 1$ por lo que el controlador queda expresado por:

$$\tau = K_p \begin{bmatrix} \frac{\sinh(\tilde{q}_1)}{1+\cosh(\tilde{q}_1)} \\ \frac{\sinh(\tilde{q}_2)}{1+\cosh(\tilde{q}_2)} \\ \vdots \\ \frac{\sinh(\tilde{q}_n)}{1+\cosh(\tilde{q}_n)} \end{bmatrix} - K_v(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}})\dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (20)$$

En la Fig. 3 se muestran las gráficas para diferentes valores de m , cuando m se incrementa, la pendiente decrece, comportándose de una manera más lineal parecida a un PD clásico.

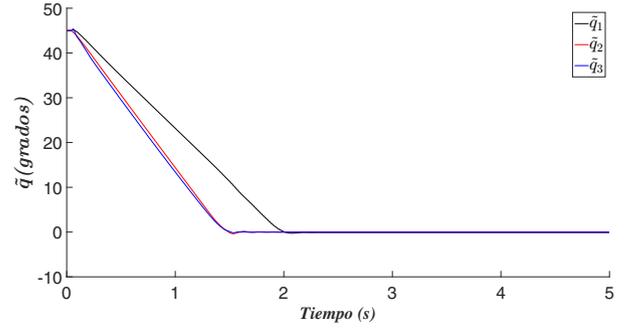
En la Fig. 4 se muestran los errores de posición. La Fig. 4a muestra la gráfica del error de posición para un factor de amortiguamiento de velocidad de $20^\circ/s$. Se puede observar un transitorio suave sin sobre impulsos, más rápido para el hombro y codo, ligeramente más lento para la base. En el estado estacionario se muestra un error de posición muy pequeño que en el caso del hombro y codo no sobrepasa el 0.01° y para la base de 0.07° .

El error de posición correspondiente al factor de amortiguamiento en la velocidad de $60^\circ/s$ está mostrado en la Fig. 4b; el transitorio es claramente menor que para el caso anterior teniendo un pequeño sobreimpulso en la base; de igual manera en el estado estacionario el error de posición es pequeño tomando valores menores de 0.025° .

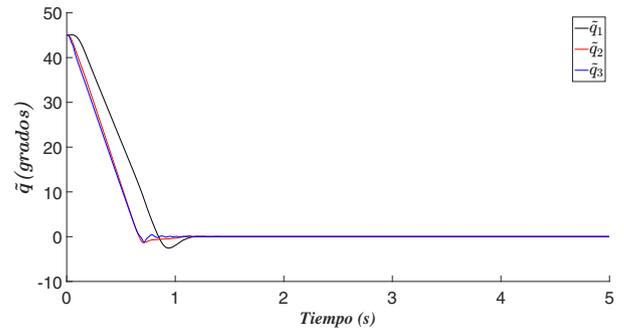
Finalmente en la Fig. 4c se muestra el error de posición para un factor de amortiguamiento en la velocidad de $100^\circ/s$. El tiempo de transitorio es más corto para los 3 casos con el sobre impulso mayor pero no superando el 10 % del error máximo, en el estado estacionario tenemos un error máximo en el codo con 0.07° , pero para la base y el hombro el error máximo no pasa de 0.01° .

La Fig. 5 se muestran las gráficas de las velocidades articulares para el controlador con ganancias variables para sus diferentes valores propuestos. En la Fig. 5a se tiene para el factor de amortiguamiento en la velocidad de $20^\circ/s$ en la que toma valores promedio, durante el transitorio, para la base de $35^\circ/s$ y de $25^\circ/s$ para el hombro y codo.

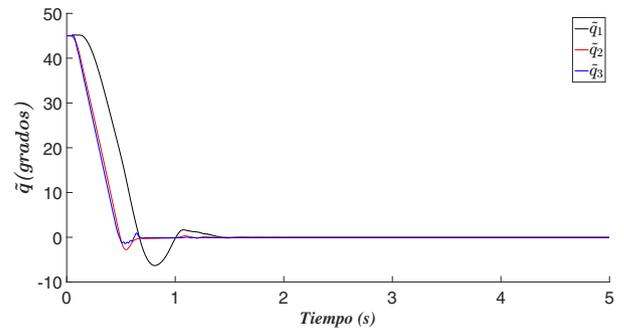
En la Fig. 5b se muestra la gráfica de velocidad articular para el factor de amortiguamiento $60^\circ/s$, se observa que adquiere valores promedio, durante el transitorio, para la base de $62^\circ/s$, para el hombro y codo toma valores de $73^\circ/s$.



(a) Factor de amortiguamiento $20^\circ/s$

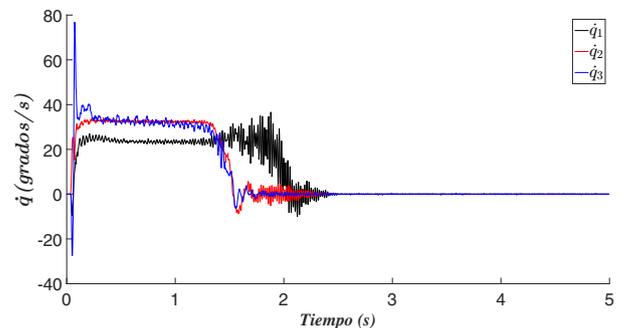


(b) Factor de amortiguamiento $60^\circ/s$

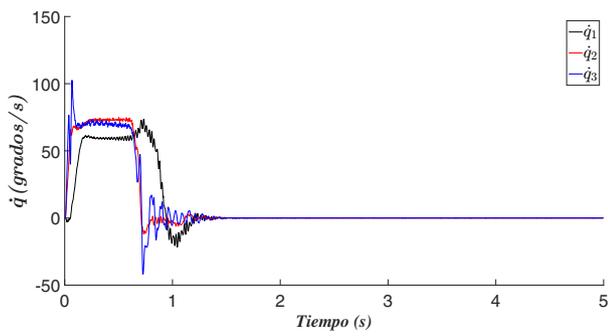


(c) Factor de amortiguamiento $100^\circ/s$

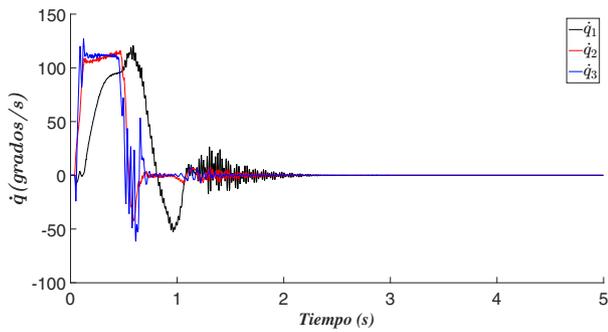
Figura 4: Errores de posición del regulador hiperbólico $m = 1$.



(a) Factor de amortiguamiento $20^\circ/s$

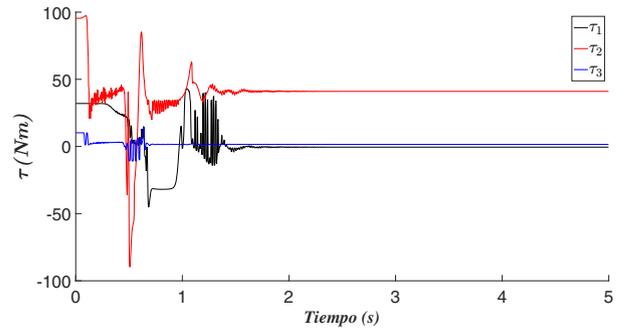


(b) Factor de amortiguamiento $60^\circ/s$



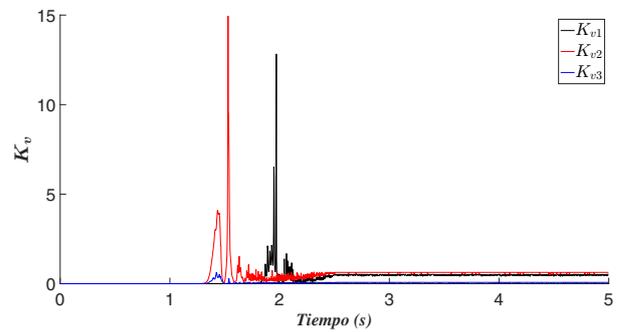
(c) Factor de amortiguamiento $100^\circ/s$

Figura 5: Velocidad articular del del regulador hiperbólico $m = 1$.

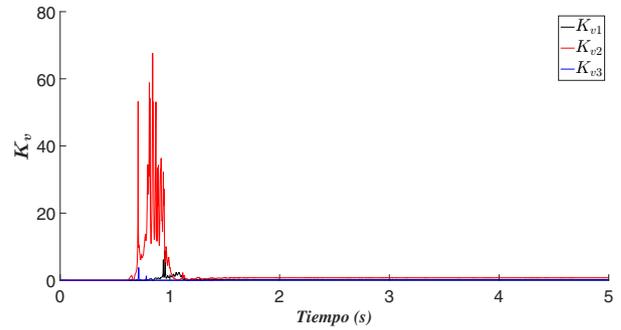


(c) Factor de amortiguamiento $100^\circ/s$

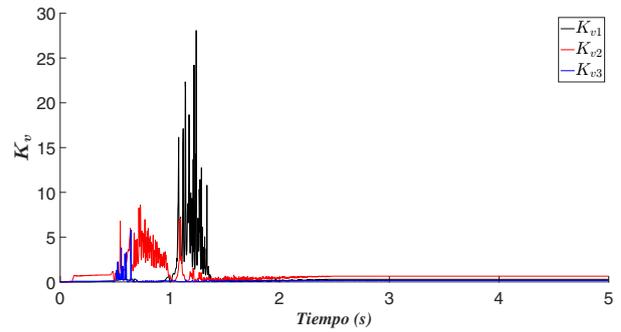
Figura 6: Pares aplicados del regulador hiperbólico $m = 1$.



(a) Factor de amortiguamiento $20^\circ/s$

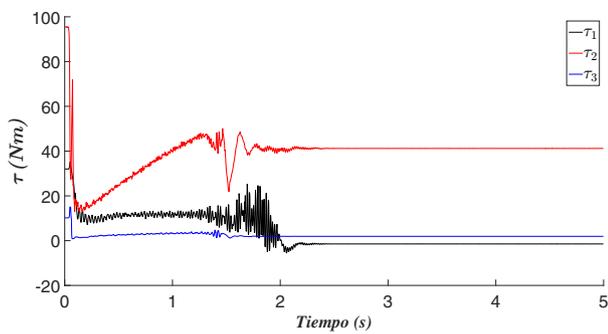


(b) Factor de amortiguamiento $60^\circ/s$

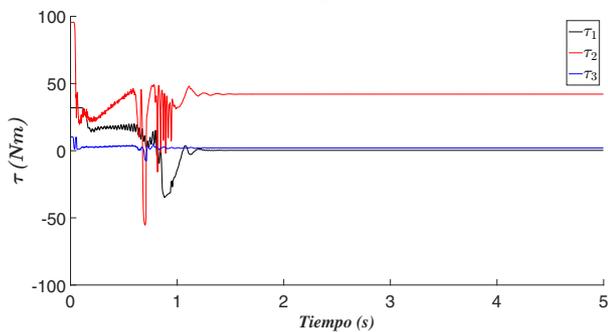


(c) Factor de amortiguamiento $100^\circ/s$

Figura 7: Ganancias derivativas.



(a) Factor de amortiguamiento $20^\circ/s$



(b) Factor de amortiguamiento $60^\circ/s$

Por último, la gráfica de la velocidad articular con un factor de amortiguamiento en las ganancias derivativas variables de $100^\circ/s$ se presenta en la Fig. 5c, durante el transitorio la velocidad promedio de la base toma valores de $100^\circ/s$, para el hombro y codo toma valores de $112^\circ/s$. Es importante resaltar que esta prueba experimental es la que mayor sobreimpulso presenta, debido a que el ancho de banda del motor de la base es 135 grados/segundo, el factor de amortiguamiento en la velocidad $100^\circ/s$ representa el 74 % del ancho de banda del servomotor, por lo que operar a estas articulaciones es un motivo para degradar el desempeño del algoritmo de control.

Los pares aplicados al robot son mostrados en las gráficas de la Fig. 6. Es importante notar que para los 3 casos mostrados con sus diferentes velocidades, estos no superan los pares máximos de los actuadores.

El comportamiento general de los pares aplicados muestran un perfil ruidoso debido a los cambios de velocidad mostrados en las gráficas de la Fig. 5.

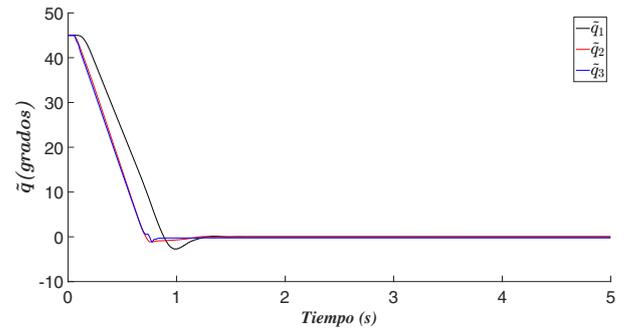
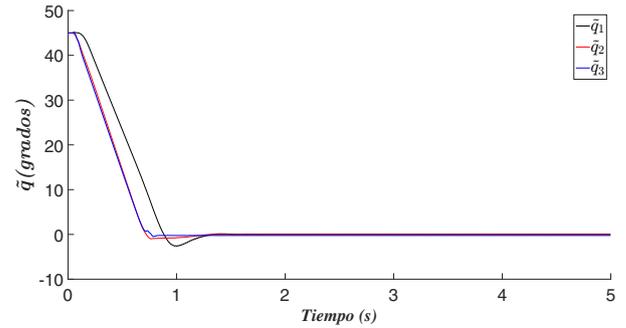
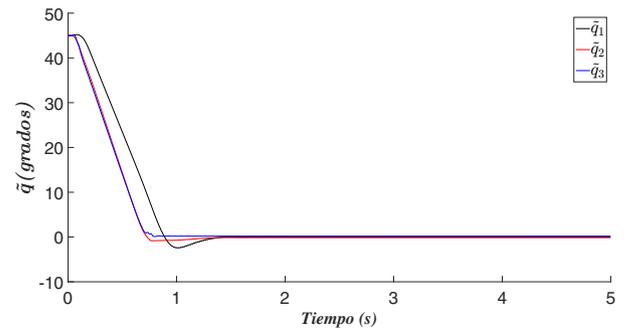
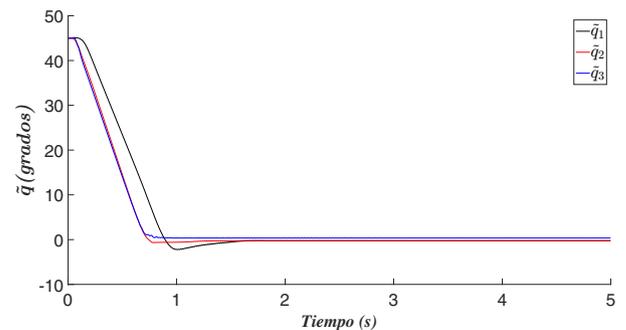
La Fig. 6c muestra el par aplicado para un factor de amortiguamiento en la velocidad de $100^\circ/s$; el par se encuentra más cercano a sus límites, cuando está cerca de la posición deseada, dado que se aplica un valor más grande en la ganancia derivativa durante el freno mecánico debido al amortiguamiento de la acción de control derivativo.

La forma tradicional de sintonía de las ganancias proporcional y derivativa es complicada, ya que depende de la experiencia del usuario; en este trabajo se ha evaluado experimentalmente una forma específica de sintonía automática para la ganancia variable no lineal de la acción de control derivativo, la cual permite simplificar el proceso de sintonía, y reduce sustancialmente el tiempo que un operador le dedica a esta labor; observe que se atenúan los sobreimpulsos en las etapas transitorias de los perfiles de error de posición para cada uno de los casos evaluados; nótese también que, como en la Figura 7, las ganancias derivativas de cada articulación se auto-ajustan para lograr una adecuada respuesta transitoria.

Para propósito de comparación se muestran en la Fig. 8 las gráficas de los errores de posición de otros elementos de la familia de controladores con un factor de amortiguamiento de $60^\circ/s$, estos elementos serán para $m = 2, 3, 4, 5$.

Un método para medir y comparar el desempeño de los controladores es por medio de la norma L^2 . En este caso se realizó la sintonización manual de un controlador PD, la gráfica del error de posición se muestra en la Fig. 9a, y un tangente hiperbólico (Tanh) Kelly et al. (1996) donde la gráfica del error de posición se muestra en la Fig. 9b, estos se compararán con los reguladores con la metodología de ganancias variables aquí propuestos. La comparación por medio de la norma L^2 estará normalizada respecto al controlador PD y será dividida en dos partes, la primera para el estado transitorio, la cual nos proporcionará información referente a la velocidad con la que el controlador se acerca a la posición deseada; la segunda se tomará para el error en estado estable, la que nos mostrará información respecto al controlador que logró el menor error.

La Fig. 10a muestra la primera parte de la norma L^2 , se observa que el regulador con velocidad propuesta de $20^\circ/s$ (V20) es el más lento de todos como era de esperarse, pero los con-

(a) Elemento $m = 2$ (b) Elemento $m = 3$ (c) Elemento $m = 4$ (d) Elemento $m = 5$ Figura 8: Errores de posición con factor de amortiguamiento de $60^\circ/s$.

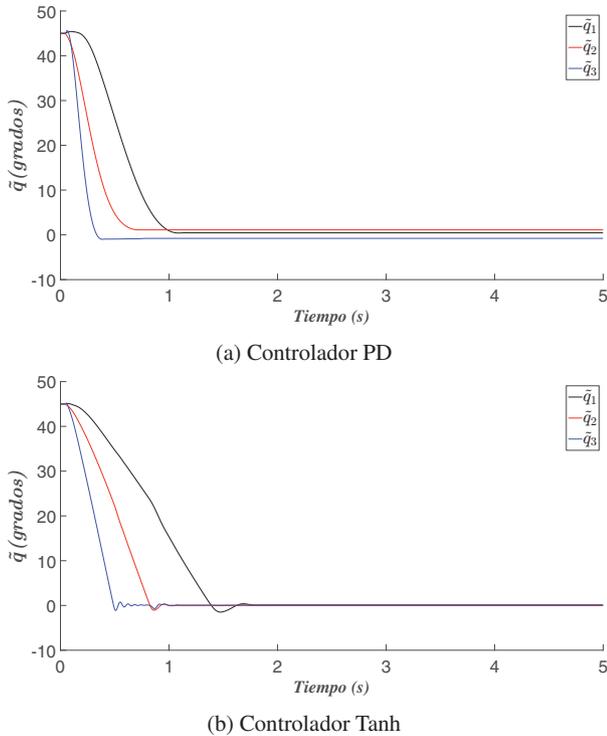


Figura 9: Errores de posición sintonización manual.

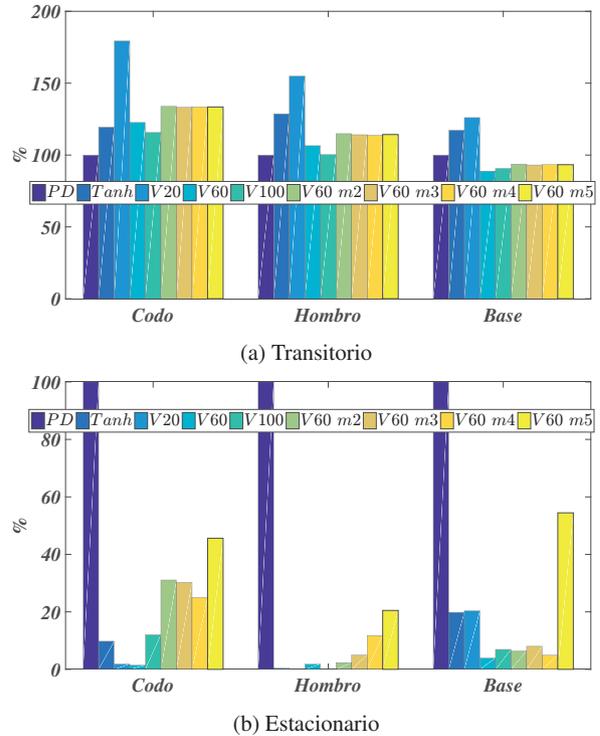


Figura 10: Norma L2.

troladores con velocidad propuesta de $60^\circ/s$ (V60) y de $100^\circ/s$ (V100) tienen valores muy similares al caso del PD. También se muestran los valores para 4 elementos más de la familia de controladores en una velocidad de $60^\circ/s$.

La norma L^2 para la parte del error en estado estacionario se muestra en la Fig. 10b. Se observa que el comportamiento de los reguladores con la metodología de ganancias variables tiene un mejor desempeño, incluso en el caso del factor de amortiguamiento en la velocidad de $20^\circ/s$ (V20) que fue el más lento de todos. Más aún, los resultados muestran mejor desempeño que el controlador de tangente hiperbólico cuya efectividad ha quedado en evidencia en múltiples publicaciones.

Los valores numéricos de las ganancias proporcionales constantes K_p de los cinco esquemas de control hiperbólicos (casos $m=1, 2, 3, 4, y 5$) están dadas por 32Nm para la base, 95Nm para el hombro y 9.5Nm para el codo, para el esquema proporcional derivativo PD es $0.538 \frac{Nm}{s}$, $2.666 \frac{Nm}{s}$ y $0.262 \frac{Nm}{s}$ para la base, hombro y codo respectivamente y los valores para el esquema tangente hiperbólico Tanh son 20Nm, 70Nm, y 7Nm para la base, el hombro y el codo respectivamente.

5.1. Experimentos con compensación de fricción Stribeck

En esta sub-sección se presentan resultados experimentales correspondientes al algoritmo de control hiperbólico (caso $m=1$) utilizando compensación de fricción Stribeck. El modelo de fricción del robot manipulador (viscosa y Coulomb) no fue utilizado como fenómeno de compensación en los experimentos anteriores. Sin embargo, cuando la velocidad de movimiento

del robot es baja, otro fenómeno disipativo aparece, el cual es conocido como fricción Stribeck. Canudas de Wit et al. (1995); Márton and Lantos (2009).

En las tres articulaciones del robot se utilizó el siguiente modelo de compensación de fricción: $f_{si} = f_{ci} + [f_{ei} - f_{ci}]e^{-|\frac{\dot{q}_i}{v_{si}}|}$, donde f_{si} es el modelo de compensación de fricción de Coulomb más Stribeck, f_{ci} es el coeficiente de fricción de Coulomb, f_{ei} es la fricción estática, v_{si} es una constante positiva que representa la velocidad de Stribeck, mientras que, \dot{q}_i es la velocidad de movimiento del robot Canudas de Wit et al. (1995).

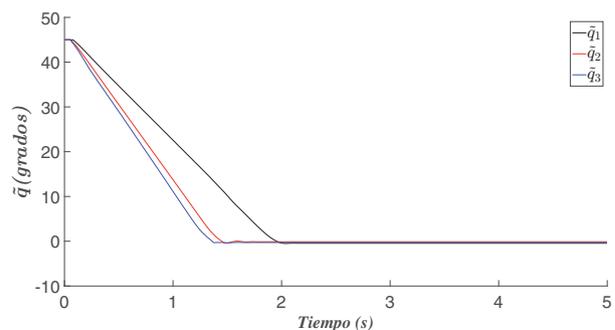


Figura 11: Error de posición del control (21) para $m=1$ y compensación de fricción (Coulomb y Stribeck).

La Fig. 11 muestra los resultados experimentales del error de posición del algoritmo de control (21) para el caso $m = 1$

con compensación de fricción de Coulomb y Stribeck; observe que en la acción de control derivativa del algoritmo de control hiperbólico compuesta por la velocidad de movimiento y la forma estructural de la ganancia derivativa, engloba a la compensación de fricción viscosa. En este experimento, las ganancias proporcional K_p y derivativa $K_v(\tilde{q}, \dot{q})$ son las mismas que fueran usadas anteriormente. Observe que las respuestas transitoria y estacionaria con compensación de fricción del robot manipulador son muy parecidas a los resultados obtenidos sin compensación del fenómeno disipativo (ver Fig. 4a). Sin embargo, debido a la complejidad de modelado del fenómeno de fricción o cuando existe incertidumbre sobre la dinámica no modelada de este fenómeno, es recomendable llevar a cabo la comparación experimental sin la compensación de este efecto disipativo.

$$\tau = K_p \begin{bmatrix} \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_1) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_1)}{1 + \cosh^m(\alpha\tilde{q}_1)} \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_2) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_2)}{1 + \cosh^m(\alpha\tilde{q}_2)} \\ \vdots \\ \frac{\sinh(\alpha\tilde{q}_n) \cosh^{m-1}(\alpha\tilde{q}_n)}{1 + \cosh^m(\alpha\tilde{q}_n)} \end{bmatrix} - K_v(\tilde{q}, \dot{q})\dot{q} + g(q) + \begin{bmatrix} 0,65 + 7,35e^{-\left|\frac{\dot{q}_1}{20}\right|^2} \\ 0,88 + 5,62e^{-\left|\frac{\dot{q}_2}{20}\right|^2} \\ 0,35 + 0,85e^{-\left|\frac{\dot{q}_3}{20}\right|^2} \end{bmatrix} \quad (21)$$

6. Conclusión

En este artículo se ha presentado una nueva metodología de sintonía automática de ganancias variables para el problema de regulación para robots manipuladores. Resultados experimentales con cinco miembros de la familia propuesta de algoritmos de control son evaluados para medir el desempeño con respecto a dos esquemas ampliamente conocidos el PD y Tanh. Con base en los resultados experimentales, la nueva familia de esquemas de control con ganancia variable en la acción de control derivativa y manteniendo constante la ganancia proporcional se tiene un buen desempeño en diferentes aplicaciones de posición

El proceso tradicional de sintonización de ganancias es tardado y generalmente se realiza de manera manual; con la metodología aquí propuesta este proceso se realiza de manera sencilla y rápida teniendo buenos resultados en el desempeño de los controladores. La presente técnica de sintonía de la ganancia derivativa variable muestra características interesantes como es el modificar el comportamiento del estado transitorio, alterando solamente valores que por definición son determinados por el usuario a través de un factor de amortiguamiento en la velocidad de movimiento del robot; con la simplicidad de un controlador de posición compuesto por una combinación de funciones hiperbólicas para obtener una estructura saturada en el error de posición teniendo un desempeño experimental incluso mejor a los algoritmos PD y Tanh que ya ha demostrado su desempeño práctico.

Otra característica a destacar es que la metodología propuesta evita la saturación de los motores del robot manipulador, situación que se ilustra a partir de las gráficas mostradas del par aplicado al robot.

También se demostró la estabilidad asintótica global en el sentido de Lyapunov por medio de una función candidata estricta, en la que los parámetros de diseño para modificar la velocidad del regulador están consideradas.

English Summary

Saturated regulation with derivative variable gain for robot manipulators

Abstract

In this paper a family with a large number of hyperbolic-type saturated regulators for robot manipulators, was presented. The proposed regulators consider a constant proportional gain while the derivative variable gain is self-tuned according to a function that depends on the position error, speed of motion and a damping factor, in order to modify the velocity of the transient response of the robot. The derivative control with variable gain enables reduced overshoots, oscillations and ripple, enabling a smooth arrival to the steady state. The paper also proposes a strict Lyapunov function which enables the demonstration of asymptotic global stability of the closed-loop equation. In order to illustrate the performance and functionality of the proposed family of control schemes, an experimental comparison between seven control schemes was implemented. Five of these control schemes belong to the proposed family while two additional control schemes are well-known strategies such as the proportional-derivative (PD) and hyperbolic tangent (Tanh) control schemes. The experiments were performed by using a three degree-of-freedom, direct-drive robot manipulator.

Keywords:

Regulator, Variable gain, Robotic manipulator, Control algorithm.

Agradecimientos

M.A. Limón-Díaz agradece por la beca # 351549 otorgada por CONACYT para estudios de doctorado.

Referencias

- Armendariz, J., Parra-Vega, V., Garcia-Rodriguez, R., Hirai, S., 2012. Dynamic self-tuning pd control for tracking of robot manipulators. In: Decision and Control (CDC), 2012 IEEE 51st Annual Conference on. IEEE, pp. 1172–1179.
DOI: 10.1109/CDC.2012.6426562
- Åström, K. J., Wittenmark, B., 1973. On self tuning regulators. *Automatica* 9 (2), 185–199.
- Bai, E.-W., Huang, Y.-F., 2000. Variable gain parameter estimation algorithms for fast tracking and smooth steady state. *Automatica* 36 (7), 1001–1008.
- Canudas de Wit, C., Olsson, H., Astrom, K. J., Lischinsky, P., Mar 1995. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control* 40 (3), 419–425.
DOI: 10.1109/9.376053
- Chávez, C., Reyes, F., González, E., Mendoza, M., Bonilla, I., 2012. Experimental evaluation of parameter identification schemes on an anthropomorphic direct drive robot. *International Journal of Advanced Robotic Systems* 9.
DOI: DOI: 10.5772/52190
- Chávez-Olivares, C. A., Reyes-Cortés, F., González-Galván, E. J., Mendoza-Gutiérrez, M. O., Bonilla-Gutiérrez, I., 2012. Experimental evaluation of parameter identification schemes on a direct-drive robot. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering* 226 (10), 1419–1431.
DOI: 10.1177/0959651812456795

- Dávila, A., Moreno, J. A., Fridman, L., 2010. Variable gains super-twisting algorithm: a Lyapunov based design. In: American Control Conference (ACC), 2010. IEEE, pp. 968–973.
- Dehghani, A., Khodadadi, H., Oct 2015. Fuzzy logic self-tuning pid control for a single-link flexible joint robot manipulator in the presence of uncertainty. In: Control, Automation and Systems (ICCAS), 2015 15th International Conference on. pp. 186–191. DOI: 10.1109/ICCAS.2015.7364904
- Draou, A., Miloud, A., Miloud, Y., 2010. A variable gains PI speed controller in a simplified scalar mode control induction machine drive - Design and implementation -. In: Control Automation and Systems (ICCAS), 2010 International Conference on. pp. 2467–2471.
- Gonzalez, T., Moreno, J. A., Fridman, L., 2012. Variable gain super-twisting sliding mode control. Automatic Control, IEEE Transactions on 57 (8), 2100–2105.
- Haj-Ali, A., Ying, H., 2004. Structural analysis of fuzzy controllers with nonlinear input fuzzy sets in relation to nonlinear PID control with variable gains. Automatica 40 (9), 1551–1559.
- Hussein, M. T., Soffker, D., 2012. Variable gain control of elastic crane using vision sensor data. In: Control Automation Robotics & Vision (ICARCV), 2012 12th International Conference on. IEEE, pp. 1783–1788.
- Jafarov, E., Parlakci, M., Istefanopulos, Y., 2005. A new variable structure PID-controller design for robot manipulators. Control Systems Technology, IEEE Transactions on 13 (1), 122–130.
- Kahn, L. R., 1953. Analysis of a limiter as a variable-gain device. Electrical Engineering 72 (12), 1106–1109. DOI: 10.1109/EE.1953.6438395
- Kay, H. S., Khalil, H. K., 2003. Universal integral controllers with variable gains. In: American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003. Vol. 1. IEEE, pp. 885–890.
- Kelly, R., Santibáñez, V., Reyes, F., 1996. On saturated-proportional derivative feedback with adaptive gravity compensation of robot manipulators. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing 10, 465–479.
- Kiong, L. C., Rajeswari, M., Kiong, W. E., Rao, 2004. A self-learning nonlinear variable gain proportional derivative (pd) controller in robot manipulators. Pertanika Journal of Science & Technology 12 (2), 139–158.
- Koditschek, D., 1984. Natural motion for robot arms. In: Decision and Control, 1984. The 23rd IEEE Conference on. Vol. 23. pp. 733–735. DOI: 10.1109/CDC.1984.272106
- Kumar, P. P., Kar, I., Behera, L., 2006. Variable-gain controllers for nonlinear systems using the T-S fuzzy model. Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on 36 (6), 1442–1449.
- Llama, M. A., Kelly, R., Santibáñez, V., 2001. A stable motion control system for manipulators via fuzzy self-tuning. Fuzzy Sets and Systems 124 (2), 133–154. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0165-0114\(00\)00061-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0165-0114(00)00061-0)
- Llama, M. A., Kelly, R., Santibáñez, V., 2010. An adaptive fuzzy controller for robot manipulators: Theory and experimentation. International Journal of Factory Automation, Robotics and Soft.
- Llama, M. A., Kelly, R., Santibáñez, V., February 2000. Stable computed-torque control of robot manipulators via fuzzy self-tuning. IEEE Systems, Man, and Cybernetics Society, 143–150.
- Mamdani, E. H., Assilian, S., 1975. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. International journal of man-machine studies 7 (1), 1–13.
- Márton, L., Lantos, B., 2009. Control of mechanical systems with stribek friction and backlash. Systems & Control Letters 58 (2), 141–147.
- Mendoza, M., Zavala-Río, A., Santibáñez, V., Reyes, F., Dec 2014. A pid-type global regulator with simple tuning for robot manipulators with bounded inputs. In: 53rd IEEE Conference on Decision and Control. pp. 6335–6341. DOI: 10.1109/CDC.2014.7040382
- Meza, J., Santibáñez, V., Soto, R., Llama, M., 2009. Stable fuzzy self-tuning pid control of robot manipulators. In: Systems, Man and Cybernetics, 2009. SMC 2009. IEEE International Conference on. pp. 2624–2629. DOI: 10.1109/ICSMC.2009.5346112
- Meza, J., Santibáñez, V., Soto, R., Llama, M., 2012. Fuzzy self-tuning pid semiglobal regulator for robot manipulators. Industrial Electronics, IEEE Transactions on 59 (6), 2709–2717. DOI: 10.1109/TIE.2011.2168789
- Monopoli, R., Subbarao, V., 1980. A new algorithm for model reference adaptive control with variable adaptation gains. Automatic Control, IEEE Transactions on 25 (6), 1245–1248.
- Moreno, J. A., Osorio, M., 2008. A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers. In: Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on. IEEE, pp. 2856–2861.
- Palm, R., 1997. Model based fuzzy control: fuzzy gain schedulers and sliding mode fuzzy controllers. Springer.
- Salas, F., Llama, M., Santibáñez, V., May 2013. A stable self-organizing fuzzy pd control for robot manipulators. International Journal of Innovative Computing, Information and Control 9 (5), 2065–2086. URL: <http://www.ijicic.org/ijicic-12-02104.pdf>
- Salas, F. G., Llama, M. A., 2010. Self-organizing fuzzy pid tracking control for a 2 d.o.f. robotic arm. In: Congreso Anual 2010 de la Asociación de México de Control Automático. Puerto Vallarta, Jalisco, México.
- Salas, F. G., Santibáñez, V., Llama, M. A., 2012a. Variable gains PD tracking control of robot manipulators: Stability analysis and simulations. In: World Automation Congress (WAC), 2012. IEEE, pp. 1–6.
- Salas, F. G., Santibáñez, V., Llama, M. A., 2012b. Variable gains pd tracking control of robot manipulators: Stability analysis and simulations. In: World Automation Congress (WAC), 2012. IEEE, pp. 1–6.
- Santibáñez, V., Kelly, R., April 1997. Strict lyapunov functions for control of robot manipulators. Automatica 33, 675–682.
- Santibáñez, V., Kelly, R., Llama, M. A., 2002. Asymptotic stable tracking for robot manipulators via sectorial fuzzy control 1/2. In: 15th Triennial World Congress. Barcelona, Spain.
- Santibáñez, V., Kelly, R., Llama, M. A., 2004. Global asymptotic stability of a tracking sectorial fuzzy controller for robot manipulators. Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on 34 (1), 710–718.
- Sifuentes-Mijares, J., Santibanez, V., Medina, J. L. M., Aug 2014. A globally asymptotically stable nonlinear pid regulator with fuzzy self-tuned pd gains, for robot manipulators. In: 2014 World Automation Congress (WAC). pp. 573–578. DOI: 10.1109/WAC.2014.6936049
- Slotine, J. J. E., Li, W., et al., 1991. Applied nonlinear control. Vol. 199. Prentice hall New Jersey.
- Takegaki, M., Arimoto, S., June 1981. A new feedback method for dynamic control of manipulators. ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control 103, 119–125.
- Tomei, P., 1991. Adaptive pd controller for robot manipulators. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 565–570.
- Wang, L., 1994. Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis. Electrical engineering. PTR Prentice Hall. URL: <http://books.google.com.mx/books?id=spIeAQAIAAJ>
- Whitcomb, L. L., Rizzi, A. A., Koditschek, D. E., February 1993. Comparative experiments with a new adaptive controller for robot arms. IEEE Transactions on Robotics and Automation 9 (1).
- Xiaobo, G., Aiguo, S., Yan, Z., 2008. Neural Network Control for Tele-rehabilitation Robot based on Variable Gain. BioMedical Engineering and Informatics, International Conference on 2, 778–782.
- Ying, H., 1993a. A two-input two-output fuzzy controller is the sum of two nonlinear PI controllers with variable gains. In: Fuzzy Systems, 1993., Second IEEE International Conference on. pp. 35–37 vol.1. DOI: 10.1109/FUZZY.1993.327467
- Ying, H., 1993b. The simplest fuzzy controllers using different inference methods are different nonlinear proportional-integral controllers with variable gains. Automatica 29 (6), 1579–1589. DOI: 10.1016/0005-1098(93)90025-0
- Ying, H., 1998a. Constructing nonlinear variable gain controllers via the Takagi-Sugeno fuzzy control. Fuzzy Systems, IEEE Transactions on 6 (2), 226–234.
- Ying, H., 1998b. The Takagi-Sugeno fuzzy controllers using the simplified linear control rules are nonlinear variable gain controllers. Automatica 34 (2), 157–167.
- Ying, H., 2001. Conditions on general Mamdani fuzzy controllers as nonlinear, variable gain state feedback controllers with stability analysis. In: IF-SA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, 2001. Joint 9th. Vol. 3. IEEE, pp. 1265–1270.