



Control Tolerante a Fallas Activo en Sensores y Actuadores: Aplicación a una Columna de Destilación

G. Ortiz-Torres^a, R. F. Escobar^{b,*}, M. Adam-Medina^b, C.M. Astorga-Zaragoza^b, G. V. Guerrero-Ramírez^b

^a Posgrado en Ingeniería Electrónica del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico - Tecnológico Nacional de México, Int. Internado Palmira S/N, Palmira C.P.62490, Cuernavaca, Morelos, México.

^b Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico - Tecnológico Nacional de México, Int. Internado Palmira S/N, Palmira C.P.62490, Cuernavaca, Morelos, México.

Resumen

En este trabajo se presentan los resultados en simulación de un sistema de control tolerante a fallas activo (CTFA) aplicado a una columna de destilación. El sistema de control tiene como objetivo mantener el proceso de destilación binaria (etanol-agua) en operación con y sin la presencia de fallas en sensores o actuadores. El CTFA se desarrolló a partir de un sistema de detección y diagnóstico de fallas empleando un observador de alta ganancia de orden completo para estimar las concentraciones no medidas de la columna de destilación, dicho observador estima todas las concentraciones de la columna de destilación a partir de una sola temperatura medida. Así mismo, se emplearon tres observadores adaptativos para estimar la presión de vapor y los parámetros de los actuadores; de tal forma que es posible determinar el tipo, instante de aparición y magnitud de la falla. El control tolerante a fallas en actuadores se basa en la compensación de la ley de control utilizando la información del sistema de detección y diagnóstico de fallas. El control tolerante a fallas en sensores se basa en la reconfiguración del elemento con falla. La principal contribución que se presenta en el artículo es el sistema CTFA, el cual es capaz de mantener al sistema de control operando aun con la presencia de fallas múltiples y simultáneas en sensores y por lo menos en un actuador. Las pruebas en simulación muestran que la ley de control permite que las concentraciones molares líquidas requeridas en los productos destilados sigan la referencia de manera adecuada aun en presencia de fallas.

Palabras Clave: Sensores e instrumentos virtuales, procesos químicos, simulación de sistemas.

1. Introducción

En la actualidad, la necesidad de mantener los procesos controlados y bajo estrictas normas de seguridad ha dado como resultado la implementación de sistemas de control como los sistemas de FDD (por su acrónimo en inglés, Fault Detection and Diagnosis) (Agudelo et al., 2013) y el control tolerante a fallas (Mahmoud and Khalid, 2013), que pueden mantener un sistema o proceso operando aun ante la presencia de fallas, ya sea en sensores o en actuadores. De acuerdo con (Puig et al., 2004), el control tolerante activo consiste en el diagnóstico en línea del elemento con falla, el cual considera el tipo de daño, su magnitud e instante de aparición y, a partir de la información proporcionada por el sistema de diagnóstico, activar un sistema de reconfiguración o acomodación para compensar la falla, o en casos extremos realizar el paro del sistema o la planta productiva. Por otro lado, existe el enfoque pasivo para tolerar cambios

en la dinámica de la planta; para ello se diseña un controlador fijo y el sistema controlado satisface sus objetivos bajo todas las condiciones de falla conocidas. La tolerancia a fallas es obtenida sin cambiar los parámetros del controlador. Sin embargo, presenta limitaciones en las capacidades de la tolerancia a fallas.

En la literatura han sido reportados esquemas de diagnóstico de fallas en procesos los cuales se basan en el modelo matemático del proceso. Por ejemplo en (Tian et al., 2013) se presentó un sistema de detección y diagnóstico de fallas aplicado en una columna de destilación; los resultados obtenidos de su investigación mostraron la efectividad del sistema de detección y diagnóstico de fallas basado en modelos no lineales. En (Escobar et al., 2011), se presentó un sistema para la detección y diagnóstico de fallas con la finalidad de diseñar un sistema tolerante a fallas para un intercambiador de calor utilizando observadores de alta ganancia; los resultados que obtuvieron fueron satisfactorios ya que el sistema es capaz de detectar y aislar la falla entre los periodos de muestreo de 5 s.

En (Téllez-Anguiano et al., 2010) se presenta un sistema de

* Autor en correspondencia

Correo electrónico: esjiri@cenidet.edu.mx (R. F. Escobar)

Tabla 1: Nomenclatura

Notación	Significado	Unidad
F	Flujo molar de alimentación	mol/min
z_f	Composición molar de alimentación	$frac. molar$
D	Flujo molar del producto destilado	mol/min
B	Flujo molar del producto de fondo	mol/min
Q_b	Potencia calefactora en el hervidor	$watts$
rv	Apertura de la válvula de reflujo	$adim$
bv	Apertura de la válvula de fondo	$adim$
x_1	Composición molar del producto destilado	$frac. molar$
x_{12}	Composición molar del producto de fondo	$frac. molar$
$L_{R,S}$	Flujo molar líquido en cada sección	mol/min
$V_{R,S}$	Flujo molar de vapor en cada sección	mol/min
N	Número total de etapas	$adim$
M_i	Retención molar en cada plato	$moles$
x_i	Composición del flujo molar líquido	$frac. molar$
y_i	Composición del flujo molar de vapor	$frac. molar$
P_i^{sat}	Presión de vapor para cada componente	$mm - Hg$
P_T	Presión total del proceso	$mm - Hg$
i	Coefficiente de actividad para cada componente	$adim$
T	Temperatura	$^{\circ}C$
q_F	Factor de calidad de la alimentación	$adim$
C_p	Calor específico	$kJ/mol^{\circ}C$
λ_i	Entalpía de vaporización de cada componente	kJ/mol
W_i	Peso molecular de cada componente	g
ρ_i	Densidad de cada componente	g/cm^3
R	Constante de gases	$gcal/gmolK$
λ_{ij}	Interacción de energía entre las moléculas	$gcal/gmol$
T_b	Temperatura de ebullición de cada componente	$^{\circ}C$
T_F	Temperatura de alimentación	$^{\circ}C$
A_i, B_i, C_i	Constantes de Antoine	$adim$

supervisión con diagnóstico de fallas aplicado en una columna de destilación con observadores de alta ganancia; el esquema propuesto se basa en el diseño de un banco de observadores de estados, es decir que implementa un observador por cada sensor existente en la columna de destilación. En (Laursen et al., 2008) se presenta un método que se basa en la combinación de varios modelos no lineales para el aislamiento de las fallas. Dada la complejidad en el modelado no lineal de diversos procesos, algunos autores sugieren realizar sistemas de detección y diagnóstico de fallas basados en modelos difusos (Rahman et al., 2013). En (Namdari and Jazayeri-Rad, 2014) se presenta un método clasificador SVM (por su acrónimo en inglés, Support Vector Machine) para el cual se diseñó una función de decisión para el diagnóstico de fallas incipientes; este método fue aplicado en una columna de destilación continua y a partir de los resultados que obtuvieron, los autores mencionan que el enfoque presentado es viable y que es mejor incluso que los métodos tradicionales.

Actualmente la investigación y la aplicación de los sistemas de control tolerante a fallas están orientadas a mantener los sistemas o procesos en condiciones continuas de operación con la finalidad de salvaguardar la integridad de los usuarios y de los equipos. En (Li-Ying and Guang-Hong, 2013) y (Hamayun et al., 2013) se presentan trabajos sobre control tolerante a fallas empleando métodos basados en modos deslizantes en donde la principal ventaja que aporta este enfoque es la robustez ante incertidumbre en el modelado. Por otro lado, en (Kargar et al., 2014) se presenta un enfoque de control tolerante a fallas en actuador para un reactor químico, basado en un modelo predictivo no lineal. Para el diseño del control tolerante a fallas se emplea un sistema de detección y diagnóstico de fallas el cual fue desarrollado a través de un banco de filtros de Kalman extendido para establecer las fallas en un actuador y el valor del paráme-

tro de posición del actuador. Los autores indican que el sistema detecta la falla en 16 s, sin embargo, esta propuesta está limitada debido a que se tienen que desarrollar múltiples modelos para la detección de fallas. Otras aplicaciones del control tolerante a fallas pueden encontrarse en los trabajos propuestos en (Chilin et al., 2013; MacGregor and Cinar, 2012).

Dada la importancia de la seguridad para los usuarios y equipos de procesos industriales nuestro objetivo es desarrollar un sistema de CTFA para una columna de destilación, donde la principal aportación y que lo hace diferente de otros trabajos propuestos (Flores, 2012; Aguilera, 2012; Téllez-Anguiano et al., 2010) es el esquema para detectar y diagnosticar fallas múltiples y s en sensores y actuadores, sin considerar un banco de observadores para detectar fallas en sensores. Además, el modelo de la columna de destilación que se empleó para el desarrollo de los observadores de alta ganancia y adaptativos considera el método denominado NRTL (por su acrónimo en inglés, Non Random Two Liquid) para el cálculo de la concentración. Cabe señalar que no se empleó el método de Van Laar como lo presentan los trabajos antes mencionados. La ventaja de emplear el método NRTL es la factibilidad de estimar la concentración a presiones diferentes a la ideal, por lo que se puede tener un cálculo preciso de la concentración de la mezcla a la presión atmosférica real.

2. Modelo Simplificado de una Columna de Destilación

En general, una columna de destilación fraccionada, consta de N etapas, de las cuales $N - 2$ son platos y las dos etapas restantes son el condensador y el hervidor. Los platos son numerados ascendentemente del condensador al hervidor de la siguiente forma:

- Condensador (plato $p = 1$)
- Plato de alimentación (plato $p = f$)
- Hervidor (plato $p = N$)

Las secciones en una columna de destilación son:

- Sección de enriquecimiento (platos: $p_1 = 2, \dots, f - 1$)
- Sección de empobrecimiento (platos: $p_2 = f + 1, \dots, N - 1$)

El esquema general de la columna de destilación es mostrado en la Figura 1. Para obtener el modelo de una columna de destilación es necesario un conjunto de ecuaciones diferenciales construidas a partir del balance de materia para cada componente en cada plato de la columna, así como ecuaciones algebraicas para describir las propiedades físicas y termodinámicas de los fluidos. La columna de destilación es modelada a partir de un balance de masa de la mezcla empleada y considerando un modelo termodinámico para el equilibrio líquido-vapor en donde es empleada la ley de Raoult, la ley de Dalton, la ecuación de Antoine y el cálculo del coeficiente de actividad, que es un factor de corrección altamente dependiente de la concentración.

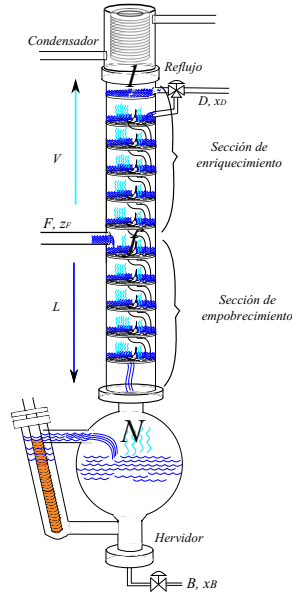


Figura 1: Columna de Destilación Binaria.

Para construir el modelo matemático se establecen las siguientes suposiciones en las diferentes etapas de la columna (Luyben, 1992; Cingara et al., 1990):

- S1 Condensador total, la columna es adiabática.
- S2 La fase líquida y de vapor que abandonan el plato se encuentran en equilibrio termodinámico.
- S3 La presión se considera constante, las propiedades del líquido se comportan como una mezcla no ideal.
- S4 Se desprecia la retención molar de vapor a lo largo del sistema.
- S5 El hervidor se considera como un plato teórico y la retención volumétrica del líquido es constante.

Las tasas molares en la columna de destilación son descritas tanto para líquido como vapor. En la sección de enriquecimiento, el flujo molar de vapor es representado por V_R y el flujo molar del líquido es representado por L_R con respecto al componente más ligero (Gunter, 2003); la válvula de recirculación por donde pasa L_R será uno de los actuadores en donde se aplica la detección y diagnóstico de fallas.

$$\begin{aligned} V_R &= V_S + (1 - q_F)F & p &= 1, \dots, f \\ L_R &= (1 - rv)V_R & p &= 1, \dots, f - 1 \end{aligned} \quad (1)$$

siendo:

$$q_F = 1 + \frac{C_p(T_b - T_F)}{\lambda} \quad (2)$$

donde q_F describe la calidad de la alimentación en el plato f . Para este trabajo se considera $q_F = 1$, es decir se supone que la alimentación ingresa como líquido saturado, en este caso V_R y

V_S son iguales; rv es una variable binaria que representa la posición de la válvula de reflujo (tipo ON-OFF de tres vías), C_p es el calor específico, T_b es la temperatura de ebullición, T_F es la temperatura de alimentación y λ es la entalpía de vaporización. F es el flujo molar de alimentación y se define como:

$$F = F_v[\rho_1 w_1 + \rho_2(1 - w_1)] \left(\frac{x_f}{W_1} + \frac{1 - x_f}{W_2} \right) \quad (3)$$

donde F_v es el flujo volumétrico de la alimentación, ρ_i son densidades de cada componente ($i = 1$ para el etanol e $i = 2$ para el agua); W_i son los pesos moleculares para cada componente y w_1 es el porcentaje en peso del componente más volátil dado por:

$$w_1 = \frac{x_f \rho_1}{x_f \rho_1 + (1 - x_f) \rho_2} \quad (4)$$

La tasa de flujo del producto destilado, D está dado por:

$$D = V_R rv \quad (5)$$

En la sección de empobrecimiento, el flujo molar de vapor V_S y el flujo molar líquido L_S se calculan con las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} V_S &= \frac{Q_b}{\lambda_1 x_N + \lambda_2 (1 - x_N)} & p &= f + 1, \dots, N \\ L_S &= L_R + q_F F & p &= f, \dots, N \end{aligned} \quad (6)$$

donde Q_b es la potencia calefactora en el hervidor. La resistencia calefactora es uno de los actuadores donde se aplicará el sistema de detección y diagnóstico de fallas. Finalmente, la tasa de flujo del producto de fondo B está definido como:

$$B = (L_S - V_S) b_v \quad (7)$$

donde b_v es una variable binaria que representa la apertura de la válvula de fondo, para este trabajo se opera la columna en modo por lotes ($b_v = 0$). Las entalpías del proceso son consideradas constantes, por lo tanto, el balance de energía no es tomado en cuenta para el desarrollo del modelo. Un conjunto de ecuaciones diferenciales pueden ser obtenidas a partir del balance por componente en cada plato (Linhart and Skogestad, 2009; Skogestad, 2007; Levine and Rouchon, 1991).

$$\begin{aligned} M_1 \dot{x}_1 &= V_R(y_2 - x_1) \\ M_{p_1} \dot{x}_{p_1} &= V_R(y_{p_1+1} - y_{p_1}) + L_R(x_{p_1-1} - x_{p_1}) \\ M_f \dot{x}_f &= V_S y_{f+1} - V_R y_f + L_R x_{f-1} - L_S x_f + F z_f \\ M_{p_2} \dot{x}_{p_2} &= V_S (y_{p_2+1} - y_{p_2}) + L_S (x_{p_2-1} - x_{p_2}) \\ M_N \dot{x}_N &= V_S (x_N - y_N) + L_S (x_{N-1} - x_N) \end{aligned} \quad (8)$$

donde y_p y x_p son las composiciones de vapor y de líquido, respectivamente; es decir, el número de moles del componente ligero en el plato p . En (8), p_1 son los platos en la sección de enriquecimiento, y p_2 en la sección de empobrecimiento con $p_1 = 2, \dots, f - 1$ y $p_2 = f + 1, \dots, N - 1$; F y z_F son el flujo molar líquido de alimentación y la fracción molar del componente ligero en la alimentación, respectivamente. M_p es la masa retenida en cada uno de los platos, N es el número total de platos de

la columna de destilación. Las variables restantes se definieron anteriormente. El cálculo de la composición de vapor y_p se hace mediante el modelo termodinámico.

Para mezclas no ideales o azeotrópicas (como en el caso de este trabajo), los sistemas químicos a baja presión utilizan la siguiente ecuación que representa la composición molar de vapor en función del componente ligero y es conocida como la ley de Raoult modificada (Perry, 1999; Gmehling, 1999):

$$y_p P_T = P_i^{sat} x_p \gamma_i \quad (9)$$

$$y_p = \frac{\alpha x_p}{1 + (\alpha - 1)x_p} \quad (10)$$

donde P_T es la presión total del proceso y α es la volatilidad relativa; P_i^{sat} y γ_i son la presión de saturación y el coeficiente de actividad de cada componente, respectivamente. La elección del método para predecir el coeficiente de actividad de una mezcla binaria depende de cuatro factores (Carlson, 1996): la naturaleza de las propiedades de interés, la composición de la mezcla, el rango de presión y temperatura y finalmente de los parámetros disponibles. Así mismo, se utiliza el método de aproximación NRTL para predecir correctamente el coeficiente de actividad necesario para construir la curva de equilibrio líquido-vapor y el punto azeotrópico en un amplio rango de presiones (Baker, 1942).

La presión de vapor de cada uno de los componentes, que está en función de la temperatura, es calculada con la ecuación de Antoine:

$$\ln(P_i^{sat}) = A_i - \left(\frac{B_i}{T + C_i} \right) \quad (11)$$

donde A_i , B_i y C_i son los coeficientes de Antoine dados para cada componente de la mezcla.

3. Control Tolerante a Fallas

El esquema general del sistema de control tolerante a fallas activo presentado en este artículo se muestra en la Figura 2. El módulo de detección de fallas (ver Figura 3) consiste en observadores de estado, (explicados a detalle en la Figura 4), en el error de estimación, en la evaluación de residuos y finalmente, en una decisión global que indica si ha ocurrido falla en los sensores y/o en actuadores. El módulo de diagnóstico de fallas consiste en detectar y estimar la falla. Con base en esta información, el módulo de acomodación de falla en actuador genera una señal de compensación para la ley de control de acuerdo a la magnitud de la falla, esta señal de compensación reduce los efectos de la falla en el sistema. En el módulo de reconfiguración de fallas en sensores, los estados medidos o estimados se seleccionan con base en la información del indicador de falla, el cual depende del sistema de detección y diagnóstico. Una vez ocurrida la falla se realiza la acción de conmutación de los estados medidos por los estados estimados.

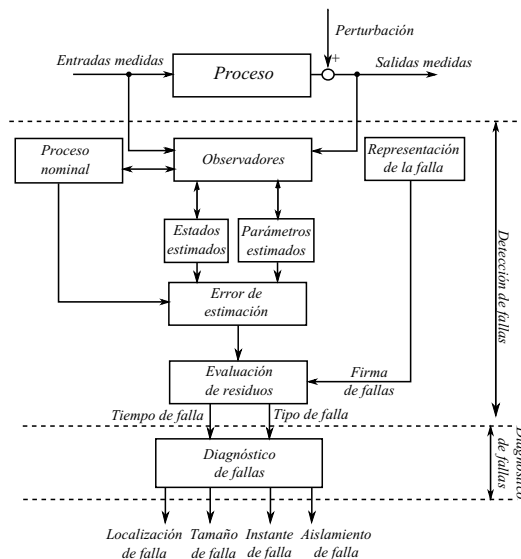


Figura 3: Esquema de Detección y Diagnóstico de Fallas.

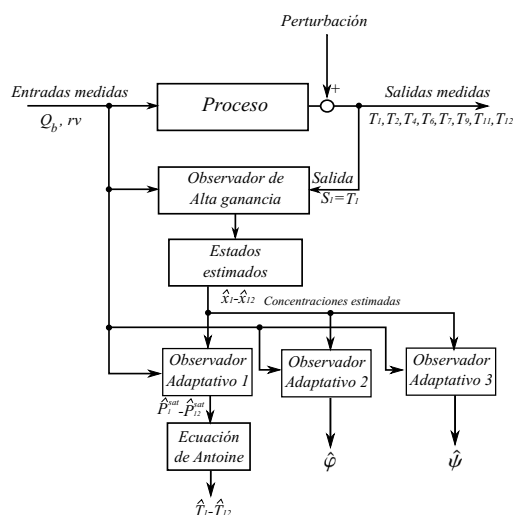


Figura 4: Esquema de Observadores.

3.1. Diseño del Sistema de Detección y Diagnóstico de Fallas en Sensores

El esquema de detección y diagnóstico de fallas, aplicado a la columna de destilación se muestra en la Figura 3. Para desarrollar la detección y el diagnóstico de fallas se empleó redundancia analítica, generada por observadores de estado no lineales. Los observadores están diseñados para estimar estados y parámetros de la columna de destilación (ver Figura 4).

En el esquema del FDD se utilizan las características propias del observador de alta ganancia y adaptable para la estimación de estados y de parámetros no medidos; específicamente la concentración (observador de alta ganancia) y la presión de vapor (observador adaptable), como se muestra en la Figura 4. El observador de alta ganancia es empleado para estimar los es-

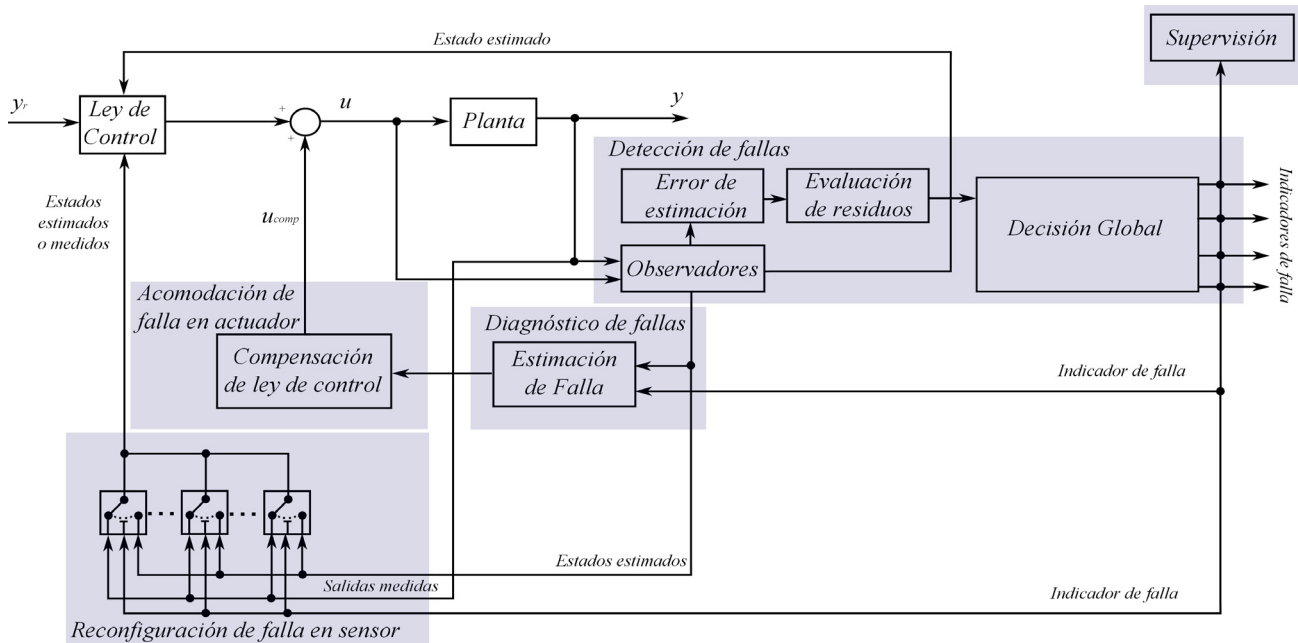


Figura 2: Esquema de Control Tolerante a Fallas Activo.

tados del sistema (concentraciones) utilizando únicamente una salida medida (temperatura en plato 1). Para desarrollar el sistema de FDD con redundancia analítica en sensores de temperatura es necesario estimar las temperaturas en cada uno de los platos de la columna de destilación. Para realizar la redundancia analítica se emplean las concentraciones estimadas por el observador de alta ganancia y se inyectan a un observador adaptativo, el cual estima la presión de vapor. Una vez estimada la presión de vapor (salida de observador adaptativo) se sustituye en una función de aproximación (ecuación de Antoine) para determinar la temperatura con (11) y de esta forma estimar el error con respecto a la temperatura medida.

La potencia suministrada a la resistencia calefactora es representada por la variable Q_b . Para desarrollar el sistema de FDD en la potencia calefactora es necesario incluir en (6) un parámetro (φ) cuyo valor en el tiempo y sin falla es igual a 1. Cuando ocurre una falla en el actuador, derivado de una variación de voltaje, este valor se ve afectado proporcionalmente a la magnitud de la falla, es decir, si la potencia calefactora disminuye o aumenta en un porcentaje del 50 % del valor establecido, el parámetro disminuirá o aumentará su valor en la misma proporción. Dicho parámetro es estimado mediante un observador adaptativo, como se muestra en la Figura 4, y se compara con el valor nominal constante establecido sin considerar falla. Al hacer el análisis del error de estimación se determina la magnitud de la falla (ver Sección 3.2 para una mayor explicación).

Para aplicar el FDD en el actuador 2, válvula de reflujo (rv), se considera un nuevo observador adaptativo, como se muestra en la Figura 4, el cual es desarrollado a partir de (1) utilizando un parámetro (ψ) cuyo valor en el tiempo y sin falla es igual a 1. De la misma forma que el observador adaptativo desarrollado para el actuador 1, este observador permite conocer en propor-

ción la magnitud de la falla, al estimar de forma aproximada la dinámica de la válvula de reflujo con valores de entre cero (totalmente cerrado) y uno (totalmente abierta) (ver Sección 3.3).

De manera general el sistema de FDD realiza la evaluación del error para conocer el tiempo de ocurrencia de la falla y el tipo de falla. Realiza la evaluación del residuo para hacer el diagnóstico de fallas y finalmente localizar y aislar el elemento con falla, de acuerdo a la firma de fallas generada. Este sistema es necesario para construir el control tolerante a fallas activo (Blanke et al., 2006).

3.1.1. Observadores de Alta Ganancia

La finalidad de emplear el observador de alta ganancia es conocer todas las concentraciones del sistema a partir de una sola temperatura medida. Partiendo del supuesto de que sólo se pueden medir ocho temperaturas de las doce etapas de la columna de destilación, es necesario el diseño de un observador de alta ganancia que permita estimar las concentraciones no medidas. Para ello se establece que las temperaturas medidas se encuentran en los platos 1, 2, 4, 6, 7, 9, 11, 12. Los elementos del vector de salida del observador de alta ganancia son las concentraciones de entrada de los observadores adaptativos y tiene la finalidad de estimar la presión de vapor en cada plato, así como el parámetro de cada actuador.

El observador de alta ganancia empleado fue propuesto en (Hammouri et al., 2002; Targui et al., 2002) con resultados favorables a nivel experimentación (Téllez-Anguiano et al., 2010). Para el diseño del observador de alta ganancia se considera un modelo no lineal de la forma dada en (12), con un sólo estado medido (\hat{q}) y un vector de perturbación (d):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) + d(t) \\ \varrho(t) = \varrho_1(t) = C_n x(t) \end{cases} \quad (12)$$

donde los estados y las entradas del sistema son $x(t) \in R^n$ y $u(t) \in R^m$, respectivamente; $\varrho(t) = \varrho_1(t) \in R$ es la salida; $C_n = [1, 0, \dots, 0] \in R^n$. $f(x(t), u(t))$ es una función globalmente Lipschitz, uniformemente acotada con respecto a las variables de estado $x(t)$. En el modelo de la columna de destilación los estados son las concentraciones del componente ligero en su fase líquida, x_p , con $p = 1, \dots, N$ y las entradas del sistema son $u(t) = [u_1(t), u_2(t)]^T = [V_R, L_R]^T$. La función $f(x(t), u(t))$ de (12) tiene la siguiente estructura triangular:

$$f(x(t), u(t)) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, u) \\ f_2(x_1, x_2, x_3, u) \\ \vdots \\ f_{N-1}(x_1, \dots, x_N, u) + d(t) \\ f_N(x_1, \dots, x_N, u) + d(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$C_n = [1, 0, \dots, 0] \quad (14)$$

Considerando que la composición del condensador x_1 , es medible, la salida medida estará dada por:

$$\varrho(t) = \varrho_1(t) = x_1(t) \quad (15)$$

Para este trabajo el número de estados estimados considerado por el observador de alta ganancia es de $N = 12$. Por lo que el observador de alta ganancia para el sistema dado en (13) estimará dichos estados únicamente con una variable de temperatura medida. A continuación se muestra de forma general el diseño del observador de alta ganancia propuesto en (Hammouri et al., 2002). Considerando que el sistema dado en (8) puede representarse de la forma dada en (13) se consideran las siguientes expresiones:

$$A_{n_j}(t) = \begin{bmatrix} 0 & a_1(t) & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & a_2(t) & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & a_{n_j-1}(t) \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

donde $a_k(t)$, $k = 1, \dots, n_j-1$ son funciones acotadas y desconocidas que deben satisfacer la hipótesis **H1**

H1 : Existen dos números reales finitos estrictamente positivos α, β , tal que $\alpha \leq a_k(t) \leq \beta$

$$S_{n_j}(t) = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{22} & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & s_{(n_j-1)n_j} \\ 0 & \dots & 0 & s_{(n_j-1)n_j} & s_{n_j n_j} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Lema : Suponga que **H1** se cumple, entonces para cada $\sigma_j > 0$, $j > 0$ existe una $n_j \times n_j$ matriz constante simétrica definida positiva S_{n_j} y $\exists \eta_j > 0$, tal que:

$$A_{n_j}^T(t)S_{n_j} + S_{n_j}A_{n_j}(t) - \sigma_j C_{n_j}^T C_{n_j} \leq -\eta_j I_{n_j} \quad \forall t \geq 0; j > 0 \quad (18)$$

donde $A_{n_j}(t)$ está dada por (16), I_{n_j} es la $n_j \times n_j$ matriz identidad.

Considerando estas expresiones, se propone el siguiente teorema:

Teorema : Denote por η el límite superior máximo de $\|\eta^j(t)\|$, con $j = 1$. Es decir, $\eta = \sup_{t \geq 0} \|\eta^j(t)\|$ (\sup denota el supremo).

Sea δ_1 , una constante estrictamente positiva, y la matriz $\Delta_{\Xi^{\delta_1}} = \text{diag}(\Xi^{\delta_1}, \Xi^{2\delta_1}, \dots, \Xi^{n_j \delta_1})$. Entonces, existe una matriz simétrica definida positiva S_{n_j} dadas por el **Lema**, tal que el sistema:

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(x, u) + p(\hat{x}, w) - Q_{\Xi}(C_n \hat{x} - \varrho_1) \quad (19)$$

donde $Q_{\Xi} = r \Delta_{\Xi^{\delta_1}} S_{n_j}^{-1} C_{n_j}^T$, $r > 0$; $\Xi > 0$; $\exists \lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, \nu > 0$; $\Delta_{\Xi^{\delta_1}} = \text{diag}(\Xi^{\delta_1}, \Xi^{2\delta_1}, \dots, \Xi^{n_j \delta_1})$; (19) es un observador para el sistema dado en (12), tal que, $\forall \hat{x}(0), x(0), \|\hat{x}(t) - x(t)\| \leq \lambda_1 \exp(-\nu t) \|\hat{x}(0) - x(0)\| + \lambda_2 \varepsilon$.

3.1.2. Observadores Adaptativos

Un observador adaptativo es un algoritmo matemático recursivo diseñado para estimar las variables de estado de un sistema o proceso, así como algún parámetro desconocido (Sotomayor and Odloak, 2005). En (Besançon, 2000) se propone un observador adaptativo que permite la estimación asintótica de los estados y de parámetros desconocidos para un sistema no lineal de la siguiente forma:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, t) + g(x, u, t)\theta(t) \\ y(t) = h(x) \end{cases} \quad (20)$$

donde las variables x, u, y, θ , denotan el estado $\in R^n$, la entrada de control $\in R^m$, el vector de salida $\in R^p$ y el vector de entradas desconocidas $\theta \in R^r$ (en este caso parámetros desconocidos), respectivamente.

El observador adaptativo propuesto para el sistema no lineal representado en (20) está dado en (21).

$$\begin{cases} \dot{\hat{y}}(t) = \alpha(y(t), u(t)) + \beta(y(t), u(t))\theta(t) - k_y(\hat{y}(t) - y(t)) \\ \dot{\hat{\theta}}(t) = -k_{\theta}\beta^T(y(t), u(t))(\hat{y}(t) - y(t))^T \end{cases} \quad (21)$$

de tal forma que para toda $\hat{y}(0), y(0)$ y $u(t)$ medible y acotada, el error de estimación $\|\hat{y}(t) - y(t)\|$ tienda asintóticamente a cero cuando el tiempo t tienda a infinito. Si $\beta^T(y, u, t)$ es excitada persistentemente y es uniformemente continua (esta condición se cumple en la columna de destilación, ya que la válvula de reflujo es de tipo ON-OFF), entonces $\|\hat{\theta}(t) - \theta(t)\|$ tiende a cero cuando el tiempo t tienda a infinito. Las constantes k_y y k_{θ} son las ganancias del observador, generalmente son positivas y $k_y < k_{\theta}$. Una vez establecidas las ecuaciones del observador adaptativo el sistema dado en (8) se pasa a la forma dada en (20) de la forma siguiente:

$$\begin{cases} M_1 \dot{x}_1 = -V_R x_1 + P_2^{sat} \left(\frac{V_R x_2 \gamma_2}{P_T} \right) \\ M_{p_1} \dot{x}_{p_1} = L_R (x_{p_1-1} - x_{p_1}) + P_{p_1+1}^{sat} \left(\frac{V_R x_{p_1+1} \gamma_{p_1+1}}{P_T} \right) - P_{p_1}^{sat} \left(\frac{V_R x_{p_1} \gamma_{p_1}}{P_T} \right) \\ M_f \dot{x}_f = L_R (x_{f-1} - x_f) + F(z_f - x_f) + P_{f+1}^{sat} \left(\frac{V_R x_{f+1} \gamma_{f+1}}{P_T} \right) - P_f^{sat} \left(\frac{V_R x_f \gamma_f}{P_T} \right) \\ M_{p_2} \dot{x}_{p_2} = (F + L_R) (x_{p_2-1} - x_{p_2}) + P_{p_2+1}^{sat} \left(\frac{V_R x_{p_2+1} \gamma_{p_2+1}}{P_T} \right) - P_{p_2}^{sat} \left(\frac{V_R x_{p_2} \gamma_{p_2}}{P_T} \right) \\ M_N \dot{x}_N = (F + L_R) (x_{N-1} - x_N) + V_R x_N + P_N^{sat} \left(\frac{V_R x_N \gamma_N}{P_T} \right) \end{cases} \quad (22)$$

Una vez que el sistema dinámico de la columna de destilación ha sido representado de la forma dada en (20), se propone el observador adaptativo para dicho sistema, considerando el vector de salida del observador de alta ganancia como el vector de entrada del observador adaptativo.

$$\begin{cases} M_1 \hat{x}_1 = -V_R x_1 + \hat{P}_2^{sat} \left(\frac{V_R x_2 \gamma_2}{P_T} \right) - k_y (\hat{x}_1 - x_1) \\ M_{p_1} \hat{x}_{p_1} = L_R (x_{p_1-1} - x_{p_1}) + P_{p_1+1}^{sat} \left(\frac{V_R x_{p_1+1} \gamma_{p_1+1}}{P_T} \right) - \hat{P}_{p_1}^{sat} \left(\frac{V_R x_{p_1} \gamma_{p_1}}{P_T} \right) \\ \quad - k_y (\hat{x}_{p_1} - x_{p_1}) \\ M_f \hat{x}_f = L_R (x_{f-1} - x_f) + F(z_f - x_f) + P_{f+1}^{sat} \left(\frac{V_R x_{f+1} \gamma_{f+1}}{P_T} \right) - \hat{P}_f^{sat} \left(\frac{V_R x_f \gamma_f}{P_T} \right) \\ \quad - k_y (\hat{x}_f - x_f) \\ M_{p_2} \hat{x}_{p_2} = (F + L_R) (x_{p_2-1} - x_{p_2}) + P_{p_2+1}^{sat} \left(\frac{V_R x_{p_2+1} \gamma_{p_2+1}}{P_T} \right) - \hat{P}_{p_2}^{sat} \left(\frac{V_R x_{p_2} \gamma_{p_2}}{P_T} \right) \\ \quad - k_y (\hat{x}_{p_2} - x_{p_2}) \\ M_N \hat{x}_N = L_R (x_{N-1} - x_N) + V_R x_N - \hat{P}_N^{sat} \left(\frac{V_R x_N \gamma_N}{P_T} \right) - k_y (\hat{x}_N - x_N) \end{cases} \quad (23)$$

Como se aprecia en (23) no se tiene la presión de vapor en el plato 1 (condensador) lo que significa que $P_1^{sat} = 0$. El parámetro a estimar por el observador adaptativo será la presión de vapor debido a que se busca estimar la temperatura en cada plato. El observador estima las presiones de vapor de la siguiente manera:

$$\left\{ \hat{P}_p^{sat} = k_\theta \left(\frac{V_R x_p \gamma_p}{P_T} \right) (\hat{x}_p - x_p) M_p, \text{ con } p = 2, \dots, N \quad (24) \right.$$

Con la presión de vapor estimada y empleando la ecuación de Antoine (11) se obtiene la temperatura estimada \hat{T} para cada plato $i = 2, 4, 6, 7, 9, 11$ y 12 . Por lo tanto el error de estimación será:

$$r_i = T_i - \hat{T}_i, \text{ con } i = 2, 4, 6, 7, 9, 11 \text{ y } 12 \quad (25)$$

En un caso ideal, el residuo será igual a cero cuando no ocurra falla y diferente de cero cuando exista falla, es decir, el diseño de la evaluación del residuo resultaría trivial y bastaría con determinar cuándo el residuo es igual a cero o no. En (Bask, 2005) se propone que en lugar de comparar el umbral con el error de estimación se compare con una señal de evaluación, que es una función del residuo. El problema de la evaluación del residuo se puede separar en dos partes: escoger una señal de evaluación y el diseño del umbral. Tomando en cuenta las características de las fallas, la señal de evaluación $\Gamma(t)$ puede ser elegida de tal manera que ponga de manifiesto la contribución de las fallas por el error de estimación. El umbral $\Phi(t)$ se construye tal que:

$$\begin{cases} \Gamma(t) \leq \Phi(t) \quad \forall(t) \geq 0 \Rightarrow \text{libre de falla} \\ \Gamma(t) > \Phi(t) \quad \forall(t) \geq 0 \Rightarrow \text{falla (alarma)} \end{cases} \quad (26)$$

Calculando la señal de evaluación y el umbral de la siguiente forma (Ding et al., 2003):

$$\begin{cases} \Gamma_i(t) = |r_i(t)| \\ \Phi_i \geq \sup_{f=0, \|d\| \leq \varepsilon} (\Gamma_i) \end{cases} \quad (27)$$

se asume que las perturbaciones d son acotadas $\|d\| \leq \varepsilon$, donde ε es un número real y $\|\cdot\|$ es una norma euclidiana. Si (27) se cumple significa que, mientras no se presenten fallas y las perturbaciones sean acotadas, el umbral será mayor que la señal de evaluación. Si ocurre una falla en el sensor del plato 1 (condensador) la estimación de los estados y por consiguiente el sistema de FDD en sensores y actuadores no será válido, ya que con este sensor se estiman todos los estados (observador de alta ganancia), lo que implica la necesidad de un sistema de detección y diagnóstico de fallas con redundancia física únicamente en el plato 1.

3.2. Diseño del Sistema de Detección y Diagnóstico de Fallas en el Actuador 1

Para modelar el comportamiento de la falla en el actuador 1 (resistencia calefactora) se propone el diseño de un observador adaptativo que proporciona información de la magnitud de la falla a partir del diseño de un parámetro $\varphi(t)$ (Chen et al., 2000). La estimación del parámetro $\varphi(t)$ del observador adaptativo es diseñado a partir del error entre las concentraciones estimadas por un observador de alta ganancia y las del observador adaptativo.

El valor de la potencia empleada en el observador de alta ganancia para estimar las concentraciones es calculado por el sistema de control y depende de la región de operación en que se esté trabajando. El valor de la potencia inyectada como entrada al observador adaptativo proviene de la medición real del proceso, por lo que al ocurrir una falla por baja o alta potencia se verá reflejada en el parámetro $\varphi(t)$. Para iniciar con el diseño del observador adaptativo, el parámetro $\varphi(t)$ es agregado en (6) reescribiéndose como:

$$\begin{cases} V_S = \frac{Q_b}{\lambda_1 x_N + \lambda_2 (1 - x_N)} \\ V_R = V_S \varphi(t) + (1 - q_F) F \end{cases} \quad (28)$$

se define $\varphi_H = 1$ como el valor nominal y sin fallas en el actuador 1. Si $\varphi(t)$ sufre una variación es indicativo de que la potencia calefactora tiene una desviación de su comportamiento nominal. La magnitud de la variación de $\varphi(t)$ es equivalente en porcentaje a la falla que sufre el actuador 1, en consecuencia el flujo de vapor V_S varía, afectando a los flujos V_R , L_R y L_S en (28). Para el diseño del observador adaptativo se redefine el modelo no lineal (8) a la forma siguiente:

$$\begin{cases} M_1 \dot{x}_1 = \varphi_1 (y_2 V_S - x_1 V_S) \\ M_{p_1} \dot{x}_{p_1} = L_R (x_{p_1-1} - x_{p_1}) + \varphi_{p_1} (y_{p_1+1} V_S - y_{p_1} V_S) \\ M_f \dot{x}_f = L_R (x_{f-1} - x_f) + F(z_f - x_f) + \varphi_f (y_{f+1} V_S - y_f V_S) \\ M_{p_2} \dot{x}_{p_2} = L_R (x_{p_2-1} - x_{p_2}) + F(x_{p_2-1} - x_{p_2}) + \varphi_{p_2} (y_{p_2+1} V_S - y_{p_2} V_S) \\ M_N \dot{x}_N = L_R (x_{N-1} - x_N) + F(x_{N-1} - x_N) + \varphi_N (x_N V_S - y_N V_S) \end{cases} \quad (29)$$

El diseño del observador adaptativo se muestra en (30-31), donde (30) es la estimación de las concentraciones que serán comparadas en (31) contra las concentraciones inyectadas por el observador de alta ganancia, insensibles a la falla en el actuador 1, para realizar la estimación de parámetro $\varphi(t)$.

$$\begin{cases} M_1 \dot{\hat{x}}_1 = \hat{\varphi}_1(y_2 V_S - x_1 V_S) - k_y(\hat{x}_1 - x_1) \\ M_{p_1} \dot{\hat{x}}_{p_1} = L_R(x_{p_1-1} - x_{p_1}) + \hat{\varphi}_{p_1}(y_{p_1+1} V_S - y_{p_1} V_S) \\ \quad - k_y(\hat{x}_{p_1} - x_{p_1}) \\ M_f \dot{\hat{x}}_f = L_R(x_{f-1} - x_f) + F(z_f - x_f) + \hat{\varphi}_f(y_{f+1} V_S - y_f V_S) \\ \quad - k_y(\hat{x}_f - x_f) \\ M_{p_2} \dot{\hat{x}}_{p_2} = L_R(x_{p_2-1} - x_{p_2}) + F(x_{p_2-1} - x_{p_2}) + \hat{\varphi}_{p_2}(y_{p_2+1} V_S - y_{p_2} V_S) \\ \quad - k_y(\hat{x}_{p_2} - x_{p_2}) \\ M_N \dot{\hat{x}}_N = L_R(x_{N-1} - x_N) + F(x_{N-1} - x_N) + \hat{\varphi}_N(x_N V_S - y_N V_S) \\ \quad - k_y(\hat{x}_N - x_N) \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\varphi}}_1 = -k_\theta(y_2 V_S - x_1 V_S)(\hat{x}_1 - x_1) M_1 \\ \dot{\hat{\varphi}}_{p_1} = -k_\theta(y_{p_1+1} V_S - y_{p_1} V_S)(\hat{x}_{p_1} - x_{p_1}) M_{p_1} \\ \dot{\hat{\varphi}}_f = -k_\theta(y_{f+1} V_S - y_f V_S)(\hat{x}_f - x_f) M_f \\ \dot{\hat{\varphi}}_{p_2} = -k_\theta(y_{p_2+1} V_S - y_{p_2} V_S)(\hat{x}_{p_2} - x_{p_2}) M_{p_2} \\ \dot{\hat{\varphi}}_N = -k_\theta(x_N V_S - y_N V_S)(\hat{x}_N - x_N) M_N \end{cases} \quad (31)$$

El error de estimación se calcula para el plato del hervidor de la siguiente forma:

$$r = \varphi_H - \hat{\varphi}_N \quad (32)$$

donde el valor de la potencia calefactora con falla se calcula usando (33).

$$Qb_f = \hat{\varphi}_N Qb_n \quad (33)$$

donde Qb_n es el valor de la potencia calefactora sin falla y se selecciona físicamente en la interfaz de usuario; Qb_f es el valor estimado de la potencia cuando existe falla en la resistencia calefactora. Para obtener la señal de evaluación y el umbral se utiliza (27).

3.3. Diseño del Sistema de Detección y Diagnóstico de Fallas en el Actuador 2

Para modelar el comportamiento de la falla en el actuador 2 (válvula de reflujo) se propone el diseño de un observador adaptativo que proporciona información de la magnitud de la falla a partir del diseño de un parámetro $\psi(t)$. Al igual que en el sistema de detección y diagnóstico de fallas aplicado al actuador 1, la estimación del parámetro $\psi(t)$ del observador adaptativo es diseñado a partir del error entre las concentraciones estimadas por un observador de alta ganancia y las del observador adaptativo.

El valor del flujo que proporciona la válvula de reflujo (1) (flujo total o cero flujo debido a la acción ON-OFF de la válvula) se utiliza en el observador de alta ganancia para estimar las concentraciones y es calculado por el sistema de control dependiendo de los requerimientos establecidos para cumplir con los objetivos de control, mientras que el valor del flujo que se inyecta al observador adaptativo como entrada proviene de la medición real del proceso. Por lo que, al ocurrir una falla derivada

del mal funcionamiento del actuador 2, dicha falla se verá reflejada en una desviación del parámetro $\psi(t)$, ya que éste depende en su diseño del error que existe entre las concentraciones de ambos observadores. Para iniciar con el diseño del observador adaptativo, el parámetro $\psi(t)$ es agregado a la ecuación (1).

$$\begin{cases} L_R = (1 - rv)V_R \\ L_S \psi(t) = L_R + q_F F \end{cases} \quad (34)$$

se define $\psi_H = 1$ como el valor nominal y sin fallas en el actuador 2. Si $\psi(t)$ sufre una variación es indicativo de que la válvula de reflujo tiene una desviación de su comportamiento nominal. La magnitud de la variación de $\psi(t)$ es equivalente en porcentaje a la falla que sufre el actuador 2, modificando el flujo de líquido L_R y el flujo L_S en (34). Para el diseño del observador adaptativo se redefine el modelo no lineal (8) de la siguiente forma:

$$\begin{cases} M_1 \dot{x}_1 = V_R(y_2 - x_1) \\ M_{p_1} \dot{x}_{p_1} = V_R(y_{p_1+1} - y_{p_1}) + \psi_{p_1}(L_S x_{p_1-1} - L_S x_{p_1}) \\ \quad - k_y(\hat{x}_{p_1} - x_{p_1}) \\ M_f \dot{x}_f = V_R(y_{f+1} - y_f) + F(z_f - x_f) + \psi_f(L_S x_{f-1} - L_S x_f) \\ M_{p_2} \dot{x}_{p_2} = V_R(y_{p_2+1} - y_{p_2}) + F(x_{p_2-1} - x_{p_2}) + \psi_{p_2}(L_S x_{p_2-1} - L_S x_{p_2}) \\ M_N \dot{x}_N = V_R(x_N - y_N) + F(x_{N-1} - x_N) + \psi_N(L_S x_{N-1} - L_S x_N) \end{cases} \quad (35)$$

El diseño del observador adaptativo se muestra en (36-37), donde (36) es la estimación de las concentraciones que serán comparadas en (37) contra las concentraciones inyectadas por el observador de alta ganancia, insensibles a la falla en el actuador 2, para realizar la estimación de parámetro $\psi(t)$.

$$\begin{cases} M_1 \dot{\hat{x}}_1 = V_R(y_2 - x_1) - k_y(\hat{x}_1 - x_1) \\ M_{p_1} \dot{\hat{x}}_{p_1} = V_R(y_{p_1+1} - y_{p_1}) + \hat{\psi}_{p_1}(L_S x_{p_1-1} - L_S x_{p_1}) \\ \quad - k_y(\hat{x}_{p_1} - x_{p_1}) \\ M_f \dot{\hat{x}}_f = V_R(y_{f+1} - y_f) + F(z_f - x_f) + \hat{\psi}_f(L_S x_{f-1} - L_S x_f) \\ \quad - k_y(\hat{x}_f - x_f) \\ M_{p_2} \dot{\hat{x}}_{p_2} = V_R(y_{p_2+1} - y_{p_2}) + F(x_{p_2-1} - x_{p_2}) + \hat{\psi}_{p_2}(L_S x_{p_2-1} - L_S x_{p_2}) \\ \quad - k_y(\hat{x}_{p_2} - x_{p_2}) \\ M_N \dot{\hat{x}}_N = V_R(x_N - y_N) + F(x_{N-1} - x_N) + \hat{\psi}_N(L_S x_{N-1} - L_S x_N) \\ \quad - k_y(\hat{x}_N - x_N) \end{cases} \quad (36)$$

El observador estima el vector de parámetro $\hat{\psi}$ de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\psi}}_1 = 0 \\ \dot{\hat{\psi}}_{p_1} = -k_\theta(L_S x_{p_1-1} - L_S x_{p_1})(\hat{x}_{p_1} - x_{p_1}) M_{p_1} \\ \dot{\hat{\psi}}_f = -k_\theta(L_S x_{f-1} - L_S x_f)(\hat{x}_f - x_f) M_f \\ \dot{\hat{\psi}}_{p_2} = -k_\theta(L_S x_{p_2-1} - L_S x_{p_2})(\hat{x}_{p_2} - x_{p_2}) M_{p_2} \\ \dot{\hat{\psi}}_N = -k_\theta(L_S x_{N-1} - L_S x_N)(\hat{x}_N - x_N) M_N \end{cases} \quad (37)$$

definiendo a ψ_H como el parámetro nominal y sin falla, el error de estimación se calcula de la siguiente forma:

$$r = \psi_H - \hat{\psi}_N \quad (38)$$

donde el valor de la señal de válvula de reflujo con falla se calcula utilizando (39).

$$rv_{mf} = 1 - \frac{L_S \hat{\psi}_N}{V_R} \quad (39)$$

donde rv_{mf} es el valor medio estimado de la válvula cuando existe falla. Para obtener la señal de evaluación y el umbral se utiliza (27).

3.4. Ley de Control

El modelo no lineal de la columna de destilación (8), con $N = 12$ y la etapa de alimentación $f = 7$, puede representarse de la siguiente manera (Javaheri et al., 2004; Castro et al., 1990):

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{j=1}^2 g_j(x)u_j + \sum_{k=1}^2 p_k(x)w_k \\ y = h(x) \end{cases} \quad (40)$$

dados los vectores:

$$g_1(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ (x_{p1-1} - x_{p1})/M_{p1} \\ (x_{f-1} - x_f)/M_f \\ (x_{p2-1} - x_{p2})/M_{p2} \\ (x_{N-1} - x_N)/M_N \end{bmatrix}; g_2 = \begin{bmatrix} (y_2 - x_1)/M_1 \\ (y_{p1+1} - y_{p1})/M_{p1} \\ (y_{f+1} - y_f)/M_f \\ (y_{p2+1} - y_{p2})/M_{p2} \\ (x_N - y_N)/M_N \end{bmatrix};$$

$$p_1(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ (z_f - x_f)/M_f \\ (x_{p2-1} - x_{p2})/M_{p2} \\ (x_{N-1} - x_N)/M_N \end{bmatrix}; p_2(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ F/M_f \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

donde $G(x) = [g_1, g_2]$, $P(x) = [p_1, p_2]$ y el vector de entrada es:

$$u = \begin{bmatrix} L_R \\ V_R \end{bmatrix} \quad (42)$$

El control de una columna de destilación se basa en mantener constantes las concentraciones del producto destilado (x_1) y el producto de fondo (x_N). Para desarrollar el modelo de la columna de destilación se considera el plato 2 como salida del sistema debido a que es el último plato de la columna de destilación donde se encuentra masa retenida de la solución y además es donde se recircula el destilado. Por lo que, desde un punto de vista práctico, se elige la concentración del plato 2 (x_2) como salida, en lugar de x_1 . Esto es posible debido a que x_1 depende directamente de x_2 y se puede esperar una buena regulación de x_1 y de x_N controlando x_2 , mediante la regulación de la válvula de recirculación; de esta manera se podría llevar al sistema a un estado estable (Pinak et al., 2009, 2007). Si se desea controlar las concentraciones x_2 y x_N , entonces el vector de salida es:

$$h(x) = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_N \end{bmatrix} \quad (43)$$

y el procedimiento de diseño del controlador consta de los siguientes pasos:

1. Calcular la matriz de desacoplo $A(x)$:

$$A(x) = \begin{bmatrix} (x_1 - x_2)/M_2 & (y_3 - y_2)/M_2 \\ (x_{11} - x_{12})/M_{12} & (x_{12} - y_{12})/M_{12} \end{bmatrix} \quad (44)$$

se define $\Delta(x)$ como el determinante de $A(x)$. La matriz $A(x)$ tiene inversa y puede obtenerse un vector de grado relativo $r = [r_1, r_2] = [1, 1]$.

2. Obtener la matriz $\Omega(x)$ mediante:

$$\Omega(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

3. Verificar el efecto de las perturbaciones en las salidas: El vector $p_1(x)$ está en el espacio nulo de las filas de la matriz $\Omega(x)$ sí y sólo sí tiene el segundo y el N -ésimo componente igual a cero. Se puede ver entonces que la salida y del sistema no puede ser desacoplada para la perturbación w_1 , ya que $p_1(x)$ no pertenece al espacio nulo $\{\Omega(x)\}$, resultando afectada la salida y_2 del sistema. Para desacoplar las perturbaciones se puede utilizar la ley de retroalimentación.
4. Calcular los parámetros de la ley de control:

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v + \gamma(x)w;$$

$$\beta(x) = A^{-1}(x) = \frac{1}{\Delta(x)} \text{adj}(A(x)) = \frac{1}{\Delta(x)} \begin{bmatrix} (x_{12} - y_{12})/M_{12} & -(y_3 - y_2)/M_2 \\ -(x_{11} - x_{12})/M_{12} & (x_1 - x_2)/M_2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha(x) = -A^{-1}(x)L_p h(x) = 0 \quad (46)$$

$$L_p h(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ (x_{11} - x_{12})/M_{12} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\gamma(x) = -A^{-1}(x)L_p h(x) = \frac{1}{\Delta(x)} \begin{bmatrix} -(y_3 - y_2)(x_{11} - x_{12})/M_2 M_{12} & 0 \\ (x_{11} - x_{12})(x_1 - x_2)/M_{12} M_2 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Se obtiene un sistema en lazo cerrado:

$$\begin{cases} \dot{x} = [G(x)\beta(x)]v + [P(x) + G(x)\gamma(x)]w = G_c(x)v + P_c(x)w \\ y = h(x) \end{cases} \quad (47)$$

donde la salida y está desacoplada de la perturbación w mediante γ . Además, teniendo implementadas las mismas $\alpha(x)$ y $\beta(x)$ de la ley de desacoplo, el comportamiento entrada-salida de v a y es lineal y desacoplado.

3.4.1. Reconfiguración de Falla en Sensores

La reconfiguración de fallas en sensores (esquemática en la Figura 2) puede lograrse calculando una nueva ley de control, utilizando la estimación libre de falla para cada elemento con falla. La estimación libre de falla se obtiene del observador de alta ganancia y del observador adaptativo, que se construyen para que sean insensibles a fallas en los sensores. La columna

de destilación en estudio tiene sensores en los platos 1, 2, 4, 6, 7, 9, 11 y 12 y para construir la ley de control (46) son necesarios los estados 1, 2, 3, 11 y 12. Entonces se define un vector de concentraciones para la ley de control:

$$x_{control} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_{11}, \bar{x}_{12}]^T \quad (48)$$

Estas concentraciones se obtienen de la siguiente forma:

1. La concentración en el plato 1 (x_1) medida (con FDD redundancia material), $\bar{x}_1 = x_1$
2. La concentración en el plato 3 (x_3) estimada por el observador de alta ganancia, $\bar{x}_3 = \hat{x}_3$
3. Las concentraciones en los platos 2, 11 y 12 (x_2, x_{11} y x_{12}) medida o estimada, de acuerdo a la ecuación:

$$\bar{x}_j = [1 - I(f_j)]x_j + I(f_j)\hat{x}_j, \quad j = 2, 11 \text{ y } 12$$

$$con I(f_j) = \begin{cases} 1 & \text{falla en sensor } j \\ 0 & \text{sensor } j \text{ libre de falla} \end{cases} \quad (49)$$

3.4.2. Acomodación de Falla en Actuadores

La acomodación de fallas en actuadores compensa el efecto de la falla en ellos, formulando una nueva ley de control $u_{comp}(t)$ de compensación que se adiciona a la ley de control $u_f(t)$, (esquemática en la Figura 2). La nueva ley de control $u(t)$ que se aplica al sistema se calcula (Tang et al., 2005) de la forma siguiente:

$$u(t) = u_f(t) + u_{comp}(t) \quad (50)$$

$$\begin{aligned} u_{comp1} &= (\varphi_H - \hat{\varphi}_N)u_{f1} \\ u_{comp2} &= (\psi_H - \hat{\psi}_N)u_{f2} \end{aligned} \quad (51)$$

donde $\hat{\varphi}_N$ y $\hat{\psi}_N$ son los parámetros estimados en el sistema de detección y diagnóstico de fallas en actuadores y que se relacionan proporcionalmente con las fallas ocurridas en el actuador 1 (resistencia calefactora) y el actuador 2 (válvula de reflujo), respectivamente. Para el cumplimiento de los objetivos de control, el controlador no es modificado en su estructura, sin embargo, el controlador se encuentra en modo de funcionamiento degradado debido a la presencia de la falla. Para efectos de garantizar la operatividad del sistema controlado, en este modo de operación (bajo fallas), deben analizarse las propiedades de controlabilidad y determinar si las ganancias del controlador pueden permanecer fijas o deben ser recalculadas. En este trabajo, se realizaron diversas pruebas en simulación en las cuales no fue necesario recalcularse las ganancias del controlador ante la presencia de fallas en actuadores. Sin embargo, en experimentos con la planta piloto real, se evaluará la pertinencia de implementar un controlador de ganancias programadas en caso de ser necesario y dependiendo del funcionamiento del esquema de control propuesto en tiempo real.

4. Resultados

Los datos de la mezcla etanol y agua bajo los cuales se realiza el análisis del sistema de control se presentan en la Tabla 2. En la Tabla 3 se presentan las características de las fallas en los sensores y los actuadores.

Tabla 2: Especificaciones de los datos experimentales y componentes de la mezcla

	Unidades	Etanol	Agua
Mezcla	(ml)	2000	2000
Densidad	(g/cm ³)	0,789	1
Peso Molecular	(g)	46,069	18,0152
Temperatura de Ebullición	(°C)	78,4	100
Entalpía de Vaporización	(kJ/mol)	38,560	40,650
Calor específico	(kJ/mol°C)	0,1124	0,0754
Presión	(mm - Hg)	662,4	662,4

Tabla 3: Características de las fallas en los sensores y actuadores

Ubicación de la falla	Magnitud	Tiempo de ocurrencia	Tipo de falla
Actuador 1	50 %	15min – 20min	Abrupta, parcial, transitoria
Sensor 11	±2° C	25min – 30min	Abrupta, parcial, transitoria
Actuador 2 Sensor 11	60 % ±2° C	35min – 50min 35min – 40min	Abrupta, parcial, parcial y simultánea

El objetivo de control es el seguimiento de la referencia de las variables controladas, las concentraciones en el plato 2 (x_2) y en el plato 12 (x_{12}). En la Figura 5 se muestra la dinámica de las concentraciones y las señales de control (flujo molar líquido y flujo molar de vapor) necesarias para que las salidas sigan la referencia de manera adecuada. Con la finalidad de mostrar la utilidad del sistema de control tolerante a fallas en una columna de destilación, a continuación se muestran los resultados obtenidos mediante la reconfiguración de fallas en sensores y la compensación de fallas en actuadores (ver Figura 5).

Para ejemplificar, se presentan las firmas generadas por las señales de evaluación Γ para fallas múltiples y simultáneas en dos sensores (ver Tabla 4). Las columnas representan las señales de evaluación y las filas son el o los sensores S de la columna de destilación que pueden presentar falla.

Tabla 4: Matriz de Fallas

Falla	S _{2,4}	S _{2,6}	S _{2,7}	S _{2,9}	S _{2,11}	S _{2,12}	S _{4,6}	S _{4,7}	S _{4,9}	S _{4,11}	S _{4,12}	S _{6,7}	S _{6,9}	S _{6,11}	S _{6,12}	S _{7,9}	S _{7,11}	S _{7,12}	S _{9,11}	S _{9,12}	S _{11,12}
Γ_1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Γ_2	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Γ_3	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
Γ_4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
Γ_5	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
Γ_6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
Γ_7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1

4.1. Resultados con Falla en Actuador

La primera falla inducida fue en el actuador 1 (resistencia calefactora) de 50 % de magnitud. Esta falla inicia en el minuto 15 y finaliza en el minuto 20. En la Figura 5 se observa que al presentarse la falla en el actuador 1 hay un error de 0.001 en la concentración molar, con una duración de 1 min aproximadamente hasta que el control es capaz de compensar la falla. En el

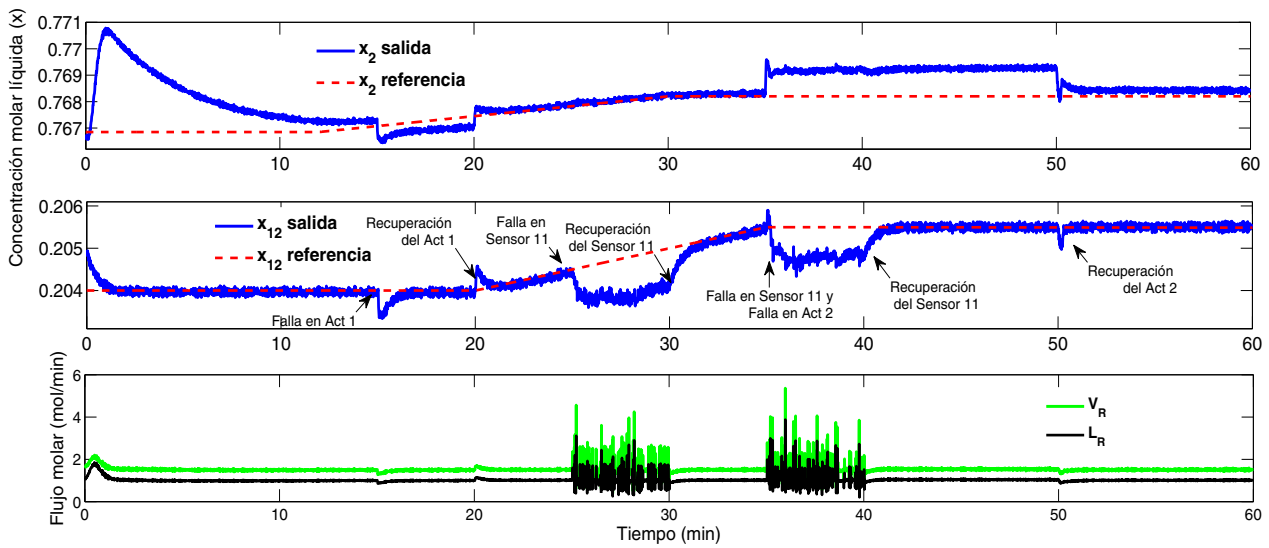


Figura 5: Resultados de Control Tolerante a Fallas Activo.

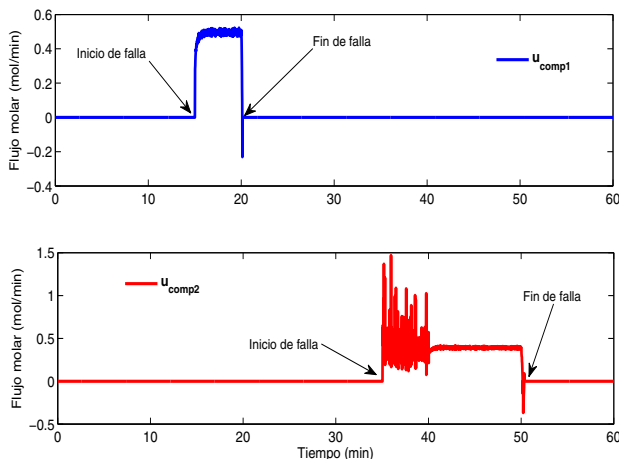


Figura 6: Señal de compensación.

minuto 20 se observa la recuperación del actuador, por lo que la acción de compensación termina.

En la parte superior de la Figura 6 se aprecia la compensación en la ley de control exactamente en el instante de la aparición de la falla del actuador 1 y cuando ésta finaliza. En la Figura 7 se muestra la magnitud de la falla en el actuador 1, el instante de aparición de la falla y su estimación.

4.2. Resultados con Falla en Sensor

En la Figura 8 se muestra la inducción de una falla aditiva y transitoria en el sensor de temperatura del plato 11 con una magnitud de $\pm 2^\circ\text{C}$, aproximadamente. La falla inicia en el minuto 25 y finaliza en el minuto 35, como se observa en la Figura

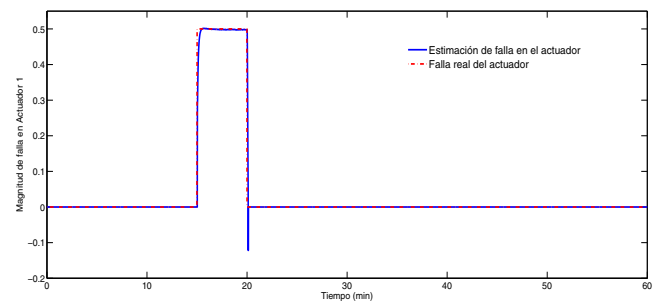


Figura 7: Estimación de falla en el actuador 1.

8. Al ocurrir la falla, el observador adaptativo (línea discontinua) sigue estimando el valor de la temperatura adecuadamente, por lo que en el momento de detectar la falla en el sensor la medida dada por éste es sustituida por la estimación del observador o sensor virtual. El error del control en la concentración molar de la mezcla es de 0.001, desde que se presenta la falla hasta que finaliza (ver Figura 5).

4.3. Resultados con Fallas Múltiples y Simultáneas en Sensor y Actuador

Por último, se muestra la inducción de fallas múltiples y simultáneas en el actuador 2 (válvula de reflujo) y en el sensor del plato 11. La falla en el sensor 11 es de magnitud $\pm 2^\circ\text{C}$, iniciando en el minuto 35 y finalizando en el minuto 40, como se muestra en Figura 8 (ver Tabla 3 para detalles de ocurrencia de fallas). Cuando se detecta la falla en el sensor, ésta es sustituida por la estimación del observador adaptativo (línea punteada). Una vez que el sistema detecta que no hay falla en el sensor (min 40) la estimación del observador es nuevamente reemplazada por la medida real del sensor. Por otra parte, la falla en el

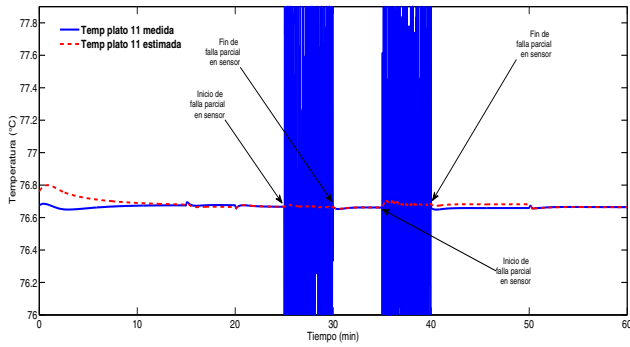


Figura 8: Falla en sensor 11.

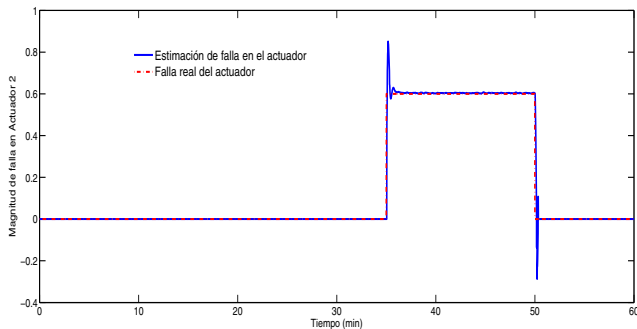


Figura 9: Estimación de falla en el actuador 2.

actuador 2 tiene una magnitud del 60 %, como se aprecia en la Figura 9. La falla inicia en el minuto 35 y finaliza en el minuto 50. Esta falla es compensada por la ley de control y se muestra en la parte inferior de la Figura 6. Los resultados obtenidos en el control de la concentración de la mezcla en presencia de fallas múltiples y simultáneas se muestran en la Figura 5; se puede observar que la concentración tiene un error de 0.0013 con respecto a la concentración de referencia. Este error se debe principalmente a la falla en el sensor ya que se ha observado que la compensación de la ley de control para falla en actuadores ajusta la concentración aun ante fallas en los actuadores. Sin embargo, el valor del error en el control de la concentración de la mezcla no afecta el proceso.

5. Conclusiones

El sistema de detección y diagnóstico de fallas basado en observadores de estado ha mostrado ser capaz de estimar correctamente la presencia de fallas en sensores o actuadores en una columna de destilación. La información provista por el sistema de detección y diagnóstico de fallas es fundamental para la implementación del control tolerante a fallas. El control tolerante a fallas desarrollado con una ley de control no lineal por linealización de entrada-salida y desacoplo de perturbaciones basada en la compensación de la falla mediante la información

de los sistemas de detección y diagnóstico de fallas en actuadores y sensores, mostró seguir de manera adecuada la señal de referencia aun en presencia de fallas (en sensores y actuadores). Se observó que existen degradaciones en el control como consecuencia de las fallas en los sensores principalmente. En presencia de falla en actuadores, la ley de control fue capaz de compensar adecuadamente la señal de control, lo que significa que es físicamente posible su implementación ya que no se sobrepasan los rangos máximos y mínimos de operación establecidos para cada actuador. La única limitante que se observa en el diseño del sistema de detección y diagnóstico de fallas es que el sensor de la etapa 1 debe estar libre de fallas para que el sistema opere correctamente, en caso contrario sería necesario realizar redundancia material sólo en esa etapa de la columna de destilación. Cabe señalar que esta metodología puede aplicarse a otros procesos, por ejemplo: intercambiadores de calor (Astorga-Zaragoza et al., 2007), fermentadores (Farza et al., 2000), reactores (Févotte et al., 1998) de polimerización, dado que los modelos contienen parámetros agrupados que son necesarios de estimar para diversas aplicaciones de control automático. El uso de observadores adaptativos es una estrategia viable para desarrollar estrategias de control tolerante a fallas en estos procesos. En trabajos futuros se espera poder aplicar de forma experimental la metodología de diagnóstico de fallas presentada en este artículo, tanto en una columna de destilación como en un intercambiador de calor. Así mismo, se está considerando emplear modelos fraccionarios para desarrollar los modelos de estos procesos y desarrollar estrategias de control.

English Summary

Active Fault Tolerant Control System in Sensors and Actuators: Application in a Distillation Column.

Abstract

This work presents the simulation results of an active fault tolerant control system on a distillation column. The aim of the control system is to maintain the binary distillation process (ethanol-water) in continuous operation even if both sensors or actuator fault occurs. To develop the active fault tolerant control system, it was designed a fault detection and diagnosis system by using a full-order high-gain observer to estimate the temperatures and concentrations on the distillation column; the estimation of the temperatures and concentrations was made by using only one measured temperature. Also, there were employed three adaptive observers, one is used to estimate the vapor pressure, the other two observers are used to estimate a parameter in each actuator, in that way is estimated the size, instant and magnitude of the fault. The active fault tolerant system is based on the compensation of the fault based on the information given by the fault detection and diagnosis system. The fault tolerant in sensor is based in the reconfiguration of the faulty sensor. The main contribution of this work is that proposed scheme is able to detect and diagnosis, multiple and simultaneous failures in sensors and at least in one actuator. The simulation test

shows that the control law allows that the liquid molar concentrations required in distillates, follow the reference properly, even in presence of faults.

Keywords: *Sensors and virtual instruments, chemical processes, system simulation.*

Agradecimientos

G. Ortiz-Torres agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) de México el apoyo otorgado durante el desarrollo de la Tesis de Maestría.

Referencias

- Aguado, C., Morant, A. F., Quiles, C. E., M. E. G., 2013. Integration of techniques for early fault detection and diagnosis for improving process safety: Application to a fluid catalytic cracking refinery process. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* 26, 660–665.
- Aguilera, A., 2012. Control tolerante a fallas de sistemas singulares lpv politópicos: Aplicación a una columna de destilación. Tesis Doctoral, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Dept. Electrónica, http://www.cenidet.edu.mx/subaca/web-elec/tesis_dc/29DR_ag.pdf.
- Astorga-Zaragoza, C., Zavala-Río, A., Alvarado, V., Méndez, R., Reyes-Reyes, J., 2007. Performance monitoring of heat exchangers via adaptive observers. *Measurement* 40, 392–405.
- Baker, E. M., 1942. Equilibrium in ethanol-water systems at pressures less than atmospheric. *Transactions Institution of Chemical Engineers* 34, 1501–1504.
- Bask, M., 2005. Dynamic threshold generators for robust fault detection. Tesis Doctoral. Lulea University of Technology. Computer Science and Electrical Engineering, <http://publ.ltu.se/1402-1544/2005/11/LTU-DT-0511-SE.pdf>.
- Besaçon, G., 2000. Remarks on nonlinear adaptive observer design. *Systems and Control Letters* 41, 271–280.
- Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., M.Staroswiecki, 2006. *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Carlson, C., 1996. Don't gamble with physical properties for simulations. *Chemical Engineering Progress* 1, 35–46.
- Castro, R., Alvarez, J., Alvarez, J., 1990. Nonlinear disturbance decoupling control of a binary distillation column. *Automatica* 3, 567–572.
- Chen, W., Saif, M., Soh, Y., 2000. A variable structure adaptive observer approach for actuator fault, detection and diagnosis in uncertain nonlinear systems. In: *Proceeding of the American Control Conference*.
- Chilin, D., Liu, J., Chen, X., Christofides, P. D., 2013. Fault detection and isolation and fault tolerant control of a catalytic alkylation of benzene process. *Chemical Engineering Science* 78, 155–166.
- Cingara, A., Jovanovic, M., Mitrovic, M., 1990. Analytical first-order dynamic model of a binary distillation column. *Chemical Engineering Science* 45, 3585–3592.
- Ding, S. X., Zhang, P., Frank, P. M., 2003. Threshold calculation using lmi-technique and its integration in the design of fault detection systems. In: *Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*. Maui, Hawaii USA.
- Escobar, R. F., Astorga-Zaragoza, C. M., Téllez-Anguiano, A. C., Juárez-Romero, D., Hernández, J. A., Guerrero-Ramírez, G. V., 2011. Sensor fault detection and isolation via high-gain observers: Application to a double-pipe heat exchanger. *Isa Transactions* 50, 480–486.
- Farza, M., Nadri, M., Hammouri, H., 2000. Nonlinear observation of specific growth rate in aerobic fermentation processes. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 23, 359–366.
- Févote, G., McKenna, T. F., Othman, S., Hammouri, H., 1998. Non-linear tracking of glass transition temperatures for free radical emulsion copolymers. *Chemical Engineering Science* 53, 773–786.
- Flores, M., 2012. Detección y estimación de fallas en sistemas singulares lpv con aplicación a una columna de destilación. Tesis de Maestría, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico. Dept. Electrónica, http://www.cenidet.edu.mx/subaca/web-elec/tesis_mc/261MC_fm.pdf.
- Gmehling, J., 1999. *Chemistry Data Series*. DECHEMA. Vol.1. Germany.
- Gunter, A. M., 2003. Dynamic mathematical model of a distillation column. Tesis Doctoral. University of Tennessee, College of Engineering and Computer Science.
- Hamayun, M. T., Edwards, C., Alwi, H., 2013. A fault tolerant control allocation scheme with output integral sliding modes. *Automatica* 49, 1830–1837.
- Hammouri, H., Targui, B., Armanet, F., 2002. High gain observer based on a triangular structure. *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 12 (6), 497–518.
- Javaheri, H., Gooyabadi, A., Kakavand, M., 2004. Nonlinear control of distillation using approximate feedback linearization. *Iranian Journal of Chemical Engineering* 1 (1), 19–40.
- Kargar, S., Salahshoor, K., Yazdanpanah, M., 2014. Integrated nonlinear model predictive fault tolerant control and multiple model based fault detection and diagnosis. *Chemical Engineering Research and Design* 92, 340–349.
- Laursen, M., Blanke, M., Dustegor, D., 2008. Fault diagnosis of a water for injection system using enhanced structural isolation. *International Journal Appl. Math. Comput.* 18, 593–603.
- Levine, J., Rouchon, P., 1991. Quality control of binary distillation columns via nonlinear aggregated models. *Automatica* 27 (3), 463–480.
- Li-Ying, H., Guang-Hong, Y., 2013. Robust fault tolerant control based on sliding mode method for uncertain linear systems with quantization. *ISA Transactions* 52, 600–610.
- Linhart, A., Skogestad, S., 2009. Computational performance of aggregated distillation models. *Computers and Chemical Engineering* 33, 296–308.
- Luyben, W. L., 1992. *Practical Distillation Control*. Van Nostrand Reinhold, New York, USA.
- MacGregor, J., Cinar, A., 2012. Monitoring, fault diagnosis, fault-tolerant control and optimization: Data driven methods. *Computers and Chemical Engineering* 47, 111–120.
- Mahmoud, M. S., Khalid, H. M., 2013. Model prediction-based approach to fault tolerant control with applications. Submitted to IMA of mathematical control and information Article in Press.
- Namdari, M., Jazayeri-Rad, H., 2014. Incipient fault diagnosis using support vector machines based on monitoring continuous decision functions. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 28, 22–35.
- Perry, R., 1999. *Perry's Chemical Engineer's Handbook*. McGraw-Hill.
- Pinak, B., Subhabrata, R., Amar, N., 2007. Multi-objetive constraint optimizing iol control of distillation column with nonlinear observer. *Journal of Process Control* 17, 73–81.
- Pinak, B., Subhabrata, R., Amar, N., 2009. Nonlinear control of high purity distillation column under input saturation and parametric uncertainty. *Journal of Process Control* 19, 75–84.
- Puig, V., Quevedo, J., Escobet, T., Morcego, B., Ocampo, C., 2004. Control tolerante a fallos (parte i): Fundamentos y diagnóstico de fallos. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 1, 15–31.
- Rahman, R. Z., Yusof, R., Ismail, F. S., 2013. Model-based fault detection and diagnosis optimization for process control rig. *Control Conference (ASCC) 9th Asian*, 1–6.
- Skogestad, S., 2007. The dos and don'ts of distillation column control. *Transactions Institution of Chemical Engineers* 85 (1), 13–23.
- Sotomayor, O. A., Odloak, D., 2005. Observer-based fault diagnosis in chemical plants. *Chemical Engineering Journal* 112, 93–108.
- Tang, X., Tao, G., Joshi, 2005. Virtual grouping based adaptive actuator failure compensation for MIMO nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 50 (11), 1775–1780.
- Targui, B., Farza, M., Hammouri, H., 2002. Constant-gain observer for a class of multi-output nonlinear systems. *Applied Mathematics Letters* 15, 709–720.
- Téllez-Anguiano, A. C., Astorga-Zaragoza, C. M., Targui, B., Aguilera-González, A., J., R.-R., Adam-Medina, M., 2010. Experimental validation of a high-gain observer for composition estimation in an ethanol-water distillation column. *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering* 4, 942–952.
- Tian, W., Sun, S. L., Guo, Q. J., 2013. Fault detection and diagnosis for distillation column using two-tier model. *Canadian Journal of Chemical Engineering* 91, 1671–1685.