

Revisita al control de plantas mal condicionadas con H_∞ “Estructurado”

David Sánchez de la Llana ^{a,*}, Joaquín Aranda ^b^a Departamento de Sistemas y Software, Sección Software Engineering and Standards (TEC-SWE), ESTEC, ESA, Noordwijk, The Netherlands.^b Departamento de Automática, Ingeniería Electrónica e Informática, Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED) Madrid.

Resumen

Se propone el control con H_∞ de una planta destiladora con fuerte acoplamiento. Trabajos previos han considerado que H_∞ no es apropiado para el control de este tipo de plantas. Se demuestra que variantes de H_∞ que consideren la función de transferencia S_oP y la técnica H_∞ Estructurado proporcionan resultados de control satisfactorios. Las prestaciones son comparables a controladores μ , siendo los nuevos controladores más fáciles de diseñar y de menor dimensión.

Palabras Clave:

Control H_∞ , robustez, columna de destilación, acoplamiento.

1. Introducción

El objetivo de este trabajo es demostrar cómo usar el método H_∞ para diseñar controladores para plantas de destilación “mal condicionadas”. Este problema se ha considerado en la literatura como no manejable con H_∞ , consultar por ejemplo (Skogestad, 1996) y (Maciejowski, 1999).

Este problema de control fue introducido por Skogestad ver (Skogestad *et al*, 1988): se propone un modelo simple de columna de destilación para demostrar que plantas mal condicionadas son muy sensibles a la presencia de incertidumbre en los actuadores. El problema fue formalizado en (Limebeer, 1991) y se referirá en este artículo como el “problema CDC (Control de una Columna de Destilación)”. En general diversos autores han concluido que H_∞ , en cualquiera de sus variantes más comunes Sensibilidad Mixta (“Mixed Sensitivity”) o Modelado del Lazo (“Loop Shaping”) no pueden proporcionar un controlador satisfactorio. Se han propuesto otros controles usando μ , por ejemplo (Lundstrom *et al*, 1999) y (Gahinet *et al*, 2011) y QFT (“Quantitative Feedback Theory”) por ejemplo (Yaniv, 1992).

Se demuestra en este artículo que variantes de H_∞ , como la propuesta por Christen and Geering en (Christen *et al*, 1997) y la variante H_∞ “Estructurado” (“Structured”) introducida por Apkarian y Noll (Apkarian *et al*, 2006) proporcionan resultados satisfactorios.

Este artículo se estructura como sigue: la sección 2 introduce

* Autor en correspondencia.

Correo electrónico: David.Sanchez.de.la.Llana@esa.int (D. Sanchez),

la definición del “problema CDC”. La sección 3 verifica los problemas de la versión “Sensibilidad-Mixta” con esta planta. La sección 4 describe las diversas variantes propuestas. La sección 5 contiene los resultados de las simulaciones. La sección 6 contiene las conclusiones.

Todas las simulaciones y resultados presentados en este trabajo han sido obtenidos con Matlab® (20011b) y el toolbox “Robust Control”.

2. Definición del problema CDC

2.1. Modelo de la planta

La planta a controlar es una columna de destilación, ver Figura 1. Las entradas son el reflujo (dL) y la ebullición (“boilup”) (dV). Las salidas son las composiciones del producto destilado (dy_D) y residuo (dx_B). La columna se alimenta con una mezcla (F). El objetivo de control es que el producto destilado sea tan puro como sea posible y se obtenga suficiente cantidad de destilado. Manipulando el grado de ebullición la mezcla se evapora y el destilado sale por la parte superior de la columna. La válvula de reflujo permite controlar el flujo de destilado que se realimenta a la columna para aumentar la pureza del destilado. El modelo simplificado propuesto en (Skogestad *et al*, 1988) es:

$$\begin{bmatrix} dy_D \\ dx_B \end{bmatrix} = G_{LV} \begin{bmatrix} dL \\ dV \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} dy_D \\ dx_B \end{bmatrix} = \frac{1}{75s+1} \begin{bmatrix} 0.878 & -0.864 \\ 1.082 & -1.096 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 e^{-\tau s} & 0 \\ 0 & k_2 e^{-\tau s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dL \\ dV \end{bmatrix}$$

Donde k_1 y k_2 son las ganancias de los actuadores ($0.8 \leq k_i \leq 1.2$), es decir un 20% de incertidumbre en cada canal de entrada y τ es el retardo, ($0 \leq \tau \leq 1$ min.). Llamaremos canal 1 al canal actuado por dL (reflujo) y canal 2 al canal actuado por dV (ebullición). Es importante resaltar que la incertidumbre es independiente para cada canal pero generalmente se asume que el retardo es el mismo para ambos canales.

Nótese que el modelo de la planta está expresado en unidades de minutos. En consecuencia en este artículo usaremos siempre unidades de tiempo en minutos.

Debe mencionarse que el modelo es un modelo ideal con fuertes simplificaciones. El lector puede referirse por ejemplo a (Aguilera-González *et al*, 2010) para una descripción de modelos más detallados de una planta destiladora.

La planta es fuertemente dependiente de la “dirección” de las entradas. Por ejemplo, si el signo de las entradas es opuesto (el grado de reflujo decrece y ebullición crece), la respuesta es rápida (obtenemos mucho destilado pero de poca pureza) pero si el signo de las entradas es idéntico la respuesta es muy pequeña (obtenemos destilado de mucha pureza pero muy poca cantidad). Esto hace que la planta sea fácil de controlar para algunas combinaciones de las entradas pero muy difícil de controlar para otras. En efecto, tal como señala Skogestad, es difícil garantizar que las señales de control para el reflujo y la ebullición son grandes y a la vez mantener su diferencia pequeña, dado el grado de incertidumbre presente. Este ‘mal condicionamiento’ puede deducirse del diagrama de valores singulares de la planta, ver Figura 2.

El número de condición (el ratio entre el mayor valor singular y el menor valor singular) es 141.

Se propone la siguiente notación (Tabla 1) para designar una planta particular del conjunto de plantas: $g(idK_1)(idK_2)(idRetardo)$:

Tabla 1: Notación para las plantas

Indice	$i = 1$	$I = 2$	$i = 3$
idKi	0.8	1	1.2
idRetardo	0 (min)	0.5 (min)	1 (min)

Por ejemplo, g_{221} es la planta nominal sin retardo, es decir con: ($k_1 = 1.0$, $k_2 = 1.0$, retardo = 0 min), y g_{133} es la planta con: ($k_1 = 0.8$, $k_2 = 1.2$, retardo = 1 min)

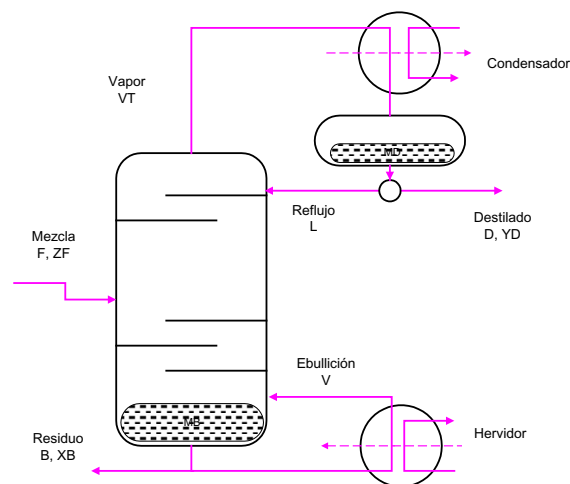


Figura 1: Planta de destilación CDC.

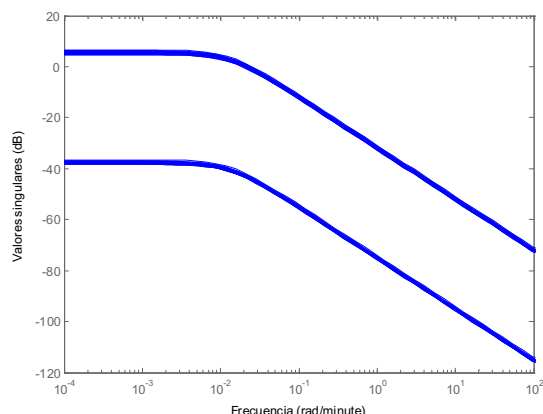


Figura 2: Valores singulares de la planta CDC en lazo abierto.

2.2. Especificaciones de diseño

Las especificaciones de diseño que se requieren en (Limebeer, 1991) son:

S1) Estabilidad del lazo cerrado

S2) Prestaciones: se definen 3 escenarios

Escenario 1: Para una entrada escalón en el canal 1, la salida de la planta (seguimiento y acoplamiento) debe satisfacer:

- $y_1(t) < 1.1$ para todo t , $y_1(t) > 0.9$ antes de 30 minutos
- $y_2(t)$ no debe sobrepasar 0.5
- $1.01 \geq y_1(\infty) \geq 0.99$
- $0.01 \geq y_2(\infty) \geq -0.01$

Escenario 2: Se requieren prestaciones análogas para el canal 2.

Escenario 3: Para un escalón $u = [0.4 \ 0.6]^T$ la salida de la planta (seguimiento y acoplamiento) debe satisfacer:

- $y_1(t) < 0.5$ para todo t , $y_1(t) > 0.35$ antes de 30 minutos
- $y_2(t) < 0.7$ para todo t , $y_2(t) > 0.55$ antes de 30 minutos
- $0.41 \geq y_1(\infty) \geq 0.39$
- $0.61 \geq y_2(\infty) \geq 0.59$

Para limitar el esfuerzo de control y evitar ganancias y anchos de banda no realistas se requiere:

S3) Esfuerzo de control: $KS_o < 50$ (dB)

S4) $KS_o < 1$ para $\omega > 150$ (rad/min)

Donde G (o indistintamente P) es la planta, K el controlador. S_o es la Sensibilidad de Salida ($1/(1+GK)$), T_o es la función de transferencia en lazo cerrado (referencias a salidas). T_o es también la complementaria de S_o ($T_o = 1 - S_o$). KS_o es la función de transferencia de las referencias a las señales de control (esfuerzo de control). S_i es la Sensibilidad de entrada ($1/(1+KG)$) y T_i es su complementaria ($T_i = 1 - S_i$).

2.3. Escalado de la planta CDC

Un punto señalado en (Skogestad *et al*, 1996) es la importancia de escoger un escalado apropiado para cualquier problema de control, en particular para métodos que usan optimización numérica tal como H_∞ y μ . El punto clave es que todas las entradas que entran a la planta aumentada y todas las salidas pesadas (ejemplo: el error S_o o el esfuerzo de control KS_o)

deben ser de magnitud comparable (por ejemplo en el rango [0..1]).

Para el problema CDC:

- Escalado de las referencias: no se necesita porque las referencias ya están en un rango [0..1] ($r_{max} = 1$)
- Escalado de las salidas medidas: no se necesita porque las salidas ya están en un rango [0..1] ($y_{max} = 1$)
- Escalado entre diferentes canales: no se necesita porque ambos canales están en las mismas unidades
- Sin embargo se necesita un escalado de las funciones de transferencia pesadas (T, S, KS_o).

En efecto, T y S tienen una magnitud similar. Sin embargo la función de transferencia KS_o deber escalarse. La lógica para escoger el escalado se describe a continuación. La especificación de diseño (S3) requiere ‘Esfuerzo de Control: $KS_o < 50$ (dB)’. Como KS_o es igual a $K/(1+PK)$, alcanza su máximo valor cuando P es pequeña. La planta con menos ganancia es g_{111} y su mínimo valor singular es 0.0111. Por tanto:

$$KS_o < 50 \text{ (dB)} \rightarrow K/(1+0.0111 K) < 316$$

Deduciéndose que el valor absoluto de la máxima ganancia permitida para K es aproximadamente 126.

La estrategia seguida puede observarse en la Figura 3. La ganancia deseada para el controlador se embebe en la planta durante la fase de diseño. El controlador final será el controlador sintetizado multiplicado por la ganancia. Puede observarse que todas las funciones de transferencia pesadas de la planta aumentada tienen ahora una magnitud similar.

Para tener en cuenta el hecho de que la respuesta en lazo abierto del segundo canal es aproximadamente un 26% mayor que para el primer canal, se toma el siguiente escalado:

$$G_s = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 126 \end{bmatrix} G$$

Debe mencionarse que el escalado de 100 usado en (Skogestad *et al*, 1996) es similar a nuestro escalado y se justifica con la explicación anterior pero preferimos que el escalado forme parte del controlador y no cambiar la planta original.

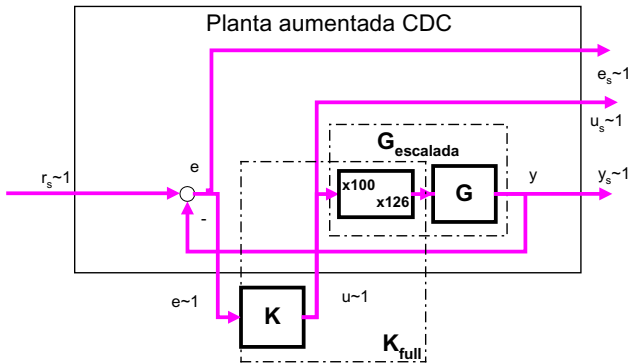


Figura 3: Integración del escalado en el controlador

3. Los problemas de H_∞ “Sensibilidad Mixta” con plantas mal condicionadas

3.1. Las razones del problema de H_∞ “Sensibilidad Mixta” con plantas mal condicionadas

Se sabe que la variante H_∞ “Sensibilidad Mixta” puede obtener malos resultados para plantas mal condicionadas. La razón es que en general el método H_∞ produce un controlador que cancela los polos de la planta con ceros. Esta cancelación de ceros y polos no es deseable cuando la planta a controlar está sujeta a incertidumbres.

En efecto, el controlador diseñado puede producir muy buenos resultados para la planta nominal pero malos resultados cuando hay perturbaciones. Por supuesto, en problemas de control reales la incertidumbre en planta siempre está presente.

La referencia (Christen, 1997) contiene una demostración formal y una demostración intuitiva del hecho de que los controladores obtenidos con la variante “Sensibilidad Mixta” tienden a invertir la planta y cancelar polos con ceros. La demostración intuitiva es como sigue:

El método H_∞ genera controladores que son “pasa-todo” es decir la planta en lazo cerrado tiene más o menos una magnitud 1 para el mayor valor singular en todas las frecuencias. Esto significa que $T_{zw} \approx 1$ si el controlador es óptimo (siendo T_{zw} la función de transferencia de la planta aumentada de las entradas exógenas w a las salidas pesadas z).

Si se pesa S_o con un peso W_s y se ha encontrado un buen controlador tal que:

$$W_s S_o \approx U \approx 1$$

Esto significa que S_o es aproximadamente la inversa de W_s . Pero la definición de S_o es $S_o = 1 / (1 + GK)^{-1}$ que a bajas frecuencias se puede aproximar por $(GK)^{-1}$

$$W_s S_o \approx U \approx 1 \rightarrow W_s (K^{-1}G^{-1}) = 1 \rightarrow K = G^{-1}W_s$$

Lo que significa que el controlador K contiene la inversa de la planta. Este es el efecto ‘cancelación de ceros y polos’.

3.2. Demostración del problema de H_∞ Sensibilidad Mixta con la planta CDC

En esta sección se genera un controlador para la planta CDC tomando los siguientes pesos W_s para S_o y W_y para T_o .

La expresión para los pesos son (el procedimiento para la selección de los pesos se explica más adelante):

$$W_s = I_2 \left(\frac{s^2 + 0.4s + 1.778 * 1e^{-6}}{s^2 + 0.4s + 0.01778} \right), W_y = I_2 \left(\frac{225s + 60}{0.1s + 60} \right)$$

El criterio S2 para los escenarios 1 y 2 se muestra en la Tabla 2. La respuesta es casi perfecta y hay una ausencia casi total de acoplamiento para la planta nominal. Sin embargo, hay un gran acoplamiento (valores de 6 o 7) y picos (valores de 5 a 6) para las plantas perturbadas g_{13x} , g_{31x} . Los resultados están en línea con la predicción de (Christen *et al*, 1997).

Tabla 2: Criterio S2 para un controlador Sensibilidad Mixta

plant ch	Seguimiento		Interacción		
	t=30	max	t=100	max	t=100
Escenario 1					
g223_u1	0.958	1.000	1.000	0.000	-0.000
g113_u1	0.914	1.000	1.000	0.000	-0.000
g133_u1	-1.403	5.191	0.993	7.287	-0.009
g313_u1	3.302	6.469	1.008	7.261	0.010
g333_u1	0.982	1.000	1.000	0.000	-0.000
Escenario 2					
g223_u2	0.958	1.000	1.000	0.000	0.000
g113_u2	0.914	1.000	1.000	0.000	0.000
g133_u2	3.300	6.490	1.007	4.660	0.006
g313_u2	-1.408	5.171	0.992	4.643	-0.006
g333_u2	0.982	1.000	1.000	0.000	0.000

El diagrama de valores singulares de S_oP y T_o para una simulación Montecarlo de 25 plantas se muestra en la Figura 4. Se aprecia claramente la gran variación de T_o en presencia de perturbaciones. Para algunas plantas la magnitud de S_oP es del mismo orden que la magnitud de T_o , lo que significa que la influencia en la salida de las perturbaciones a la entrada (S_oP) es del mismo orden que la salida misma (T_o). Se debe remarcar que este comportamiento es independiente del retardo de la planta y sucede también cuando el retardo es cero.

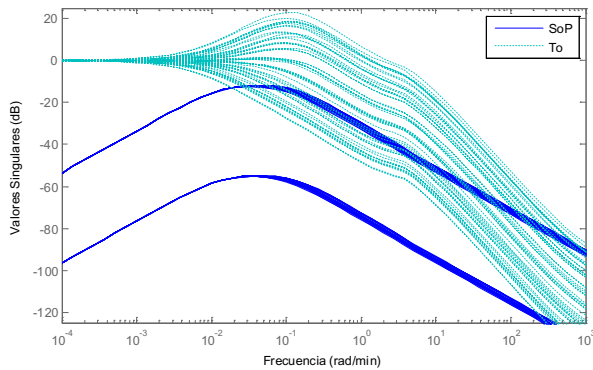


Figura 4: H_∞ Sensibilidad Mixta S_oP y T_o

4. Nuevos métodos H_∞

4.1. Método de Christeen-Geering

Christen y Geering propusieron en (Christen *et al*, 1997) una variación del problema H_∞ estándar. (Se llamará método “CHGE” de aquí en adelante). El punto fundamental es que *debe pesarse* la función de transferencia S_oP (la función de transferencia de d_u a z_y , es decir de la perturbaciones a la entrada de la planta a las salidas). Para el diseño se introduce en las referencias un pre-filtro escalar, ver Figura 5.

Debe notarse que el método CHGE toma en consideración una crítica “a-priori” formulada por Maciejowski al método H_∞ . La crítica es que el método no toma en consideración las

características específicas de la planta en lazo abierto, sólo se limita a formular objetivos de prestaciones en lazo cerrado. De hecho, como el método CHGE pesa S_oP la planta en lazo abierto, P se toma en cuenta explícitamente.

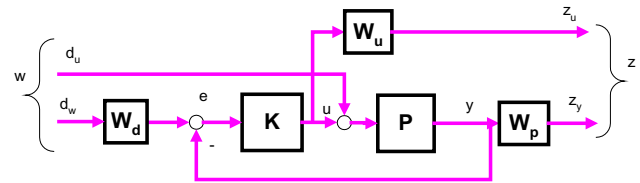


Figura 5: Problema CHGE

La matriz de transferencia para la planta aumentada es:

$$\begin{bmatrix} z_u \\ z_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_u T_i & W_u K S_o W_d \\ W_p S_o P & W_p T_o W_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_u \\ d_w \end{bmatrix}$$

Selección del peso W_d

El método CHGE propone tomar un peso ($W_d \ll 1$). Esto hace que la segunda columna de la matriz de transferencia (es decir $K S_o$ y S_o) no contribuyan demasiado a la norma H_∞ con lo que prácticamente se pesan solo T_i y S_oP . Esta recomendación se sigue en este trabajo.

Selección del peso W_p para S_oP

La elección más importante es para el peso S_oP . El método CHGE propone tomar un peso compuesto de dos partes: una parte para S_o y otra para P .

Para la parte S_o de W_p la propuesta más común en la literatura es tomar un filtro paso bajo:

$$W_{P(So_Part)} = \frac{s/M + \omega_B}{s + \omega_B A}$$

En este trabajo se propone una aproximación más directa que usa un “sistema ideal de segundo orden” como sigue:

- Escoger un sistema de segundo orden que satisface las especificaciones temporales de S2 (es decir, escoger ω_n y δ).
- La FT (función de transferencia) del sistema de segundo orden es:

$$T_{o_id} = \omega_n^2 / (s^2 + 2 \delta \omega_n s + \omega_n^2)$$

- Calcular $S_{o_id} = 1 - T_{o_id}$
- Tomar el peso como la inversa de S_{o_id}

Nota: un punto práctico es que el algoritmo H_∞ implementado en Matlab trabaja mejor si el peso es estrictamente propio (mismo número de polos y ceros). Para lograr este objetivo se pueden añadir ceros alejados del “ancho de banda”. Esto puede hacerse simplemente calculando $S_{o_id} = 1.00001 - T_{o_id}$.

Para la parte P de W_p , la referencia CHGE avisa contra tomar la inversa de P directamente porque en tal caso, el controlador incluirá la inversa de P y se reproducirá el efecto de cancelación de polos y ceros. En cambio el método CHGE propone tomar la ganancia estacionaria de P : P_0 ($\equiv G_0$).

Pero el problema CDC define una familia de plantas perturbadas. ¿Qué P se debería tomar para seleccionar su ganancia estacionaria P_0 ? Es decir, ¿debería tomarse P_0 de g_{22x} , o de g_{13x} , o de g_{33x} ...?. ¿O debería tomarse P_0 de g_{22x} (la planta nominal) y añadir a esta planta nominal un modelo de la incertidumbre? (Debe recordarse que el retardo no juega ningún papel en la ganancia estacionaria de la planta).

Variante 1 para la selección de P_0 :

¿Qué ganancia estática tomar del conjunto de plantas?

Una posible elección es tomar “la planta P_0 promedio”. Se toma una descomposición en valores singulares para el conjunto de plantas g_{22x} , g_{11x} , g_{13x} , g_{31x} , g_{33x} :

$$[U, S, V] = \text{svd}(g_{xxx})$$

Y se calculan los valores promedios de V , S y U (por columnas). El ejercicio obtiene los siguientes resultados (U_{AVG} , S_{AVG} , V_{AVG}). Se muestra también la descomposición ($U_{g_{22x}}$, $S_{g_{22x}}$, $V_{g_{22x}}$) de la planta nominal g_{22x} :

$$U_{AVG} = \begin{bmatrix} -0.6246 & -0.7809 \\ -0.7809 & 0.6246 \end{bmatrix}$$

$$S_{AVG} = \begin{bmatrix} 1.9877 & 0 \\ 0 & 0.0136 \end{bmatrix}$$

$$V_{AVG} = \begin{bmatrix} -0.7011 & -0.7021 \\ 0.7021 & -0.7011 \end{bmatrix}$$

$$U_{g_{22x}} = \begin{bmatrix} -0.6246 & -0.7809 \\ -0.7809 & 0.6246 \end{bmatrix}$$

$$S_{g_{22x}} = \begin{bmatrix} 1.9721 & 0 \\ 0 & 0.0139 \end{bmatrix}$$

$$V_{g_{22x}} = \begin{bmatrix} -0.7066 & -0.7077 \\ 0.7077 & -0.7066 \end{bmatrix}$$

Puede deducirse que las matrices U, S, V de la planta ‘ P_0 promedio’ son similares a los valores de P_0 para la planta nominal g_{22x} . Se deduce (al menos para el caso específico de la planta CDC) que se puede tomar como ganancia estática P_0 la de g_{22x} .

Variante 2 para la selección de P_0 :

Tomar P_0 de g_{22x} y añadir un modelo de incertidumbre.

En la variante 2 se propone tomar la parte del peso para P como la inversa de una perturbación multiplicativa (Δ) sobre P_0 de la planta nominal:

$$W_{p(part)} = \text{inv}(P_0 * (I + \Delta))$$

Se debe decidir que perturbación Δ debe tomarse: podría ser $\Delta = [0.2 \ 0; \ 0 \ 0.2]$ o $\Delta = [-0.2 \ 0; \ 0 \ -0.2]$ o $\Delta = [-0.2 \ 0; \ 0 \ 0.2]$... o cualquier valor de perturbación menor que 0.2.

En este trabajo se sigue una aproximación sistemática, tomando el conjunto de perturbaciones $P_0 * (I + \Delta)$, donde $\Delta =$

$[\Delta_1 \ 0; \ 0 \ \Delta_2]$ con $\Delta_i \in [-0.2, 0.2]$, seleccionando el caso con mayores valores singulares.

En conclusión el peso W_p se define como:

$$W_p = \underbrace{\text{inv}(P_0 * (I + \Delta))}_{\text{parte (P)}} \underbrace{\text{inv} \begin{pmatrix} 1 - \frac{w_n^2}{s^2 + 2\delta w_n s + w_n^2} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{w_n^2}{s^2 + 2\delta w_n s + w_n^2} \end{pmatrix}}_{\text{parte (S}_o)}$$

Para la variante 1 (denominada en adelante ‘CHGE pura’), $\Delta = 0$ y P_0 es la ganancia estática de la planta nominal g_{22x} .

Para la variante 2, $\Delta = [\Delta_1 \ 0; \ 0 \ \Delta_2]$ siendo Δ_1, Δ_2 los valores de perturbación que maximizan los valores singulares de $P_0 * (I + \Delta)$.

Selección del peso W_u para T_i

Las normas propuestas en la literatura para el peso de T_o son seleccionar un filtro paso alto con “ancho de banda” un poco mayor que el “ancho de banda” deseado para el lazo cerrado. Como T_o tiende a ser la inversa de W_u , T_o decrecerá después de la frecuencia de corte obteniéndose robustez a perturbaciones no estructuradas (errores de modelado a altas frecuencias) y robustez a ruido en la salida de la planta.

Debe mencionarse que en MIMO, en general T_i no es igual a T_o , pero en primera aproximación son similares. Para la selección del peso W_u puede seguirse la estrategia previa con el sistema ideal $T_{o, id}$. El peso necesita ser una función de transferencia estrictamente propia y deben añadirse los ceros necesarios.

Otro punto a tener en cuenta en el método CHGE está relacionado con el escalado de las diferentes funciones de transferencia pesadas. El algoritmo H_∞ asume que los términos que están siendo pesados tienen magnitudes similares (si no es así, solo la función de transferencia con magnitud mayor contribuye significativamente al valor optimizado total). Previamente se ha introducido en el peso W_p un factor similar a $1/P_0$. Esto significa que la FT de W_p es $1/P_0$ veces menor que el término para W_u . Por tanto un escalado similar debe introducirse en el término para W_u , restaurando la situación en la que ambas FT contribuyen equivalentemente a la norma.

En el caso específico del “problema CDC” sin embargo no puede usarse directamente P_0 (la ganancia estática de la planta) porque dado que P_0 está mal condicionada este mal condicionamiento pasaría directamente a T_i obteniéndose mal comportamiento en lazo cerrado. En vez de esto usamos un escalado diagonal “ A ” en W_u igual al máximo valor singular de P_0 .

En resumen, W_u se diseña como sigue:

- Tomar un sistema ideal de segundo orden que cumple las especificaciones temporales de S2 (escoger ω_n y δ)
- Multiplicar por un factor ‘ $A = \max(\text{svd}(P_0))$ ’
- Escoger el peso como $\text{inv}(A * T_{o, id})$
- Incluir los ceros necesarios para hacer el peso estrictamente propio

4.2. H_∞ “Estructurado”

El método H_∞ “Estructurado” ha sido introducido muy recientemente por Apkarian y Gahinet (Apkarian *et al*, 2006). El problema de control se define como:

“Encontrar un controlador que estabiliza internamente el sistema y garantiza que la norma H_∞ de la FT de w a z es menor que un valor dado y adicionalmente satisface que el controlador pertenece a una familia de controladores preestablecida \mathbf{K} ”.

$$\|T_{wz}(K)\|_\infty < \gamma \text{ sujeto a } K \in \mathbf{K}$$

Asumiendo que el controlador K está estructurado por un vector θ de parámetros (donde se asume que la dependencia de K en θ es “suave”), el objetivo se convierte en minimizar la siguiente función de transferencia en lazo cerrado:

$$f(\theta) := \|T_{wz}\|_\infty = \max_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(C(K(\theta))(sI - A(K(\theta)))^{-1}B(K(\theta)) + D(K(\theta)))$$

Se ha definido un problema de minimización anidado: la función de transferencia en lazo cerrado depende del controlador K y sucesivamente el controlador K depende del vector de parámetros θ . La siguiente función “compuesta” asigna a cada elemento del conjunto de parámetros θ un valor de la norma H_∞ y es la función de coste a minimizar:

$$f : \theta \rightarrow \left(\| \cdot \|_\infty \circ T_{zw} \circ K(\theta) \right)$$

El problema de minimización de la función “compuesta” no es “suave”. Este hecho impide usar métodos de minimización que usen la derivada.

Apkarian y Gahinet introducen el concepto de “Clarke sub-diferencial” de la función “compuesta”. Este sub-diferencial juega el papel de la derivada para una función “no-suave”. La formulación matemática completa es demasiado larga y compleja para ser descrita en este trabajo. Puede consultarse en (Apkarian *et al*, 2006) y (Apkarian *et al*, 2009). El “Clarke sub-diferencial” de la función “compuesta” es:

$$\partial_c f(\mathcal{G}) = \Phi_Y =$$

$$\|T_{zw}\|_\infty^{-1} \text{Re}((I - KP_{22})^{-1}P_{21}T_{zw}^H QYQ^H P_{12}(I - P_{22}K)^{-1})$$

El algoritmo de minimización de la función “anidada” es como sigue:

1. Escoger un controlador $K \in \mathbf{K}$ que estabiliza el lazo cerrado
2. Si su “Clarke sub-diferencial” es 0 (estamos en un mínimo local, STOP)
3. Calcular la dirección de descenso más pronunciada como: $H = -\frac{\Phi_Y}{\text{Tr}(\Phi_Y^H \Phi_Y)}$ (con el Φ_Y previo)
4. Ejecutar una búsqueda lineal a lo largo de esta dirección, usando $x_{new} = x + H\delta$ (siendo δ un pequeño incremento)
5. Ir a 2

En la práctica el algoritmo previo tiene algunos problemas de condicionamiento numérico y se usan métodos más avanzados, descritos en las referencias precedentes.

Ya se dispone de software comercial que facilita el uso práctico del método H_∞ “Estructurado” (por ejemplo el “Robust Control toolbox” para Matlab en versiones 2011 o posteriores).

5. Resultados del “problema CDC”

En esta sección se diseñan diversos controladores H_∞ . Se comparan con dos controladores μ de referencia: el controlador μ propuesto en (Lundstrom, 1999) y un nuevo controlador μ elaborado con el “Robust Control Toolbox”.

5.1. Controlador μ LUND99

Este controlador se propuso en (Lundstrom *et al*, 1999). En nuestro artículo el controlador ha sido re-sintetizado con el script Matlab ‘sec8_124.m’ de la referencia (Skogestad *et al*, 1996) pero usando los pesos propuestos por Lundstrom. Debe notarse que los resultados obtenidos difieren (son peores) que los obtenidos en el artículo original de Lundstrom. La causa es que los resultados de la optimización μ dependen fuertemente del escalado de la planta. El controlador de Lundstrom no usa la planta original propuesta en el “problema CDC” sino la planta con escalado mejorado propuesta en (Skogestad *et al*, 1996) y además usa un prefiltro en la referencia (constante de tiempo de 5 minutos). Si se incluye el prefiltro no está claro cómo aplicar los criterios S3 y S4 al controlador. En este artículo hemos preferido que todos los controladores usen la planta original propuesta en el “problema CDC” y usar las referencias escalón originales (no filtradas).

Los resultados para el criterio S2 se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3: Criterio S2 para el controlador LUND99

plant ch	Seguimiento			interacción	
	t=30	max	t=100	max	t=100
Escenario 1					
g223_u1	0.850	1.004	1.001	0.595	-0.001
g113_u1	0.773	0.998	0.998	0.583	0.001
g133_u1	0.691	1.017	1.001	0.482	-0.000
g313_u1	0.978	1.030	1.000	0.959	-0.001
g333_u1	0.920	1.025	1.000	0.609	0.000
Escenario 2	t=30	max	t=100	max	t=100
g223_u2	0.905	1.002	1.000	0.595	-0.001
g113_u2	0.856	0.999	0.999	0.583	0.001
g133_u2	1.038	1.170	1.000	0.761	-0.001
g313_u2	0.753	1.019	1.001	0.523	-0.000
g333_u2	0.949	1.016	1.000	0.610	0.000
Escenario 3	t=30	max	t=100	max	t=100
g223_u3	0.413	0.551	0.400	0.689	0.600
g113_u3	0.419	0.542	0.400	0.679	0.600
g133_u3	0.425	0.558	0.400	0.701	0.600
g313_u3	0.403	0.544	0.400	0.679	0.600
g333_u3	0.407	0.565	0.400	0.708	0.600

El controlador presenta buenas prestaciones. El tiempo de subida se viola en algunos casos pero la violación es pequeña excepto para las plantas g_{133} y g_{313} . El máximo se viola para la planta g_{133} en el escenario 2 y siempre (para todas las plantas) en el escenario 3. El error estacionario siempre está dentro de los requisitos. El acoplamiento excede los valores permitidos. La

violación es importante para la planta g_{313} en el escenario 1 y g_{133} en el escenario 2.

Las respuestas a las simulaciones Monte Carlo para un conjunto de 25 plantas en los escenarios 1 y 2 con máximo retardo se muestran en las Figuras 6 y 7. Se observa el mismo tipo de violaciones comentadas para la tabla precedente.

Nota: Por falta de espacio las figuras para el escenario 3 no se muestran en este trabajo pero en general la planta es mucho más fácil de controlar y los resultados son buenos para todos los controladores (con ligeras violaciones del valor máximo). Nótese que los escenarios 1 y 2 son los de mayor interés porque corresponden a mayor pureza de destilado y residuo.

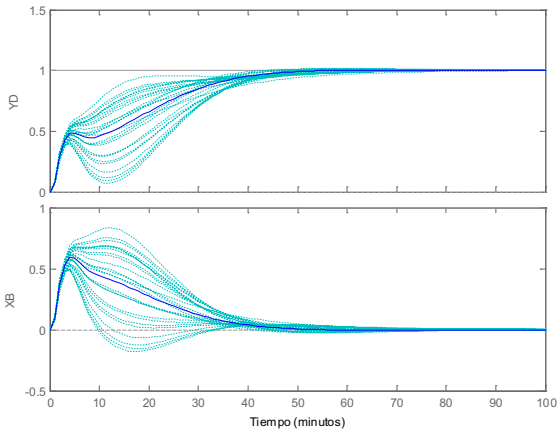


Figura 6: Controlador μ LUND99 respuesta a escenario 1

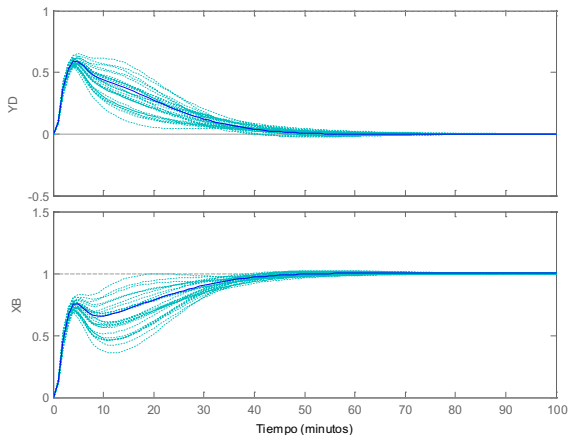


Figura 7: Controlador μ LUND99 respuesta a escenario 2

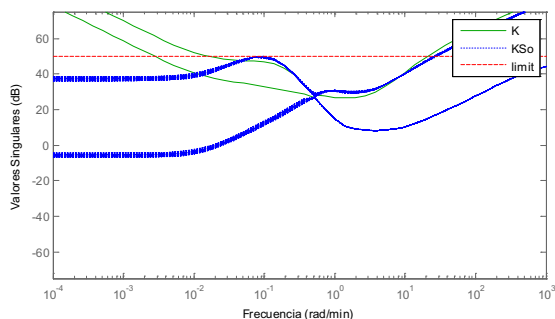


Figura 8: Controlador μ LUND99 K y KSo

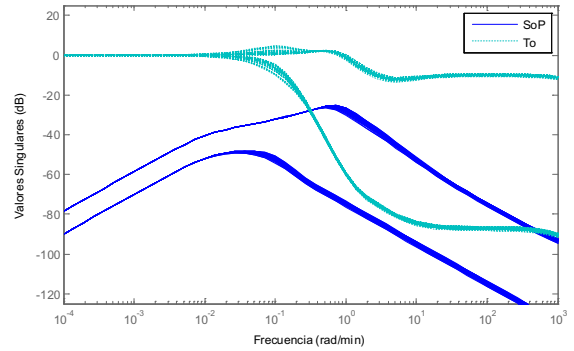


Figura 9: Controlador μ LUND99 S_oP y T_o

Debe remarcarse que el controlador no satisface los criterios S3 y S4. A altas frecuencias la máxima ganancia permitida se sobrepasa como se ve en la Figura 8. Además la ganancia no cae a altas frecuencias con lo que el controlador no sería físicamente implementable sin incluir términos adicionales. El diagrama de valores singulares de S_oP y T_o en la Figura 9 demuestra la robustez del diseño. El máximo valor singular de S_oP siempre es menor que el máximo valor singular de T_o (es decir, el efecto de la perturbación es menor que la salida nominal).

5.2. Controlador μ 2012

Este controlador es un desarrollo de los autores del artículo elaborado a partir de varias ideas presentadas en un curso de Balas, Packard y Seiler en la Agencia Espacial Europea (ESA). El interés de incluir este controlador es básicamente comprobar la mejora del toolbox “Matlab Robust Control μ toolbox” en los 10 últimos años.

Un peso W_d modela la incertidumbre de los actuadores con un error de un 20% a baja frecuencia y 200% a alta frecuencia. Este es el mismo peso que el propuesto en (Lundstrom, 1999).

$$W_d = \begin{pmatrix} 0.2 \frac{5s+1}{2.5s+1} & 0 \\ 0 & 0.2 \frac{5s+1}{2.5s+1} \end{pmatrix}$$

Un segundo peso W_s se deriva de un sistema ideal de segundo orden que cumple las especificaciones (‘diez veces más rápido que el lazo abierto):

$$\omega_n = 10/75 \text{ (rad/min)}; \delta = 1.0;$$

A continuación se crea un ‘LTI uncertain object’ y se combina en serie con la planta:

$$\text{Delta} = \text{ultidyn}(\text{'Delta'}, [2 \ 2]);$$

$$\text{GPert} = \text{G} * (\text{ss}(\text{eye}(2)) + \text{Delta} * \text{WD});$$

La planta aumentada se muestra en la Figura 10.

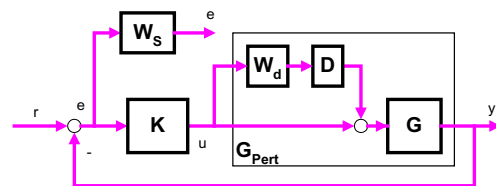


Figura 10: Diagrama de bloques del controlador μ 2012

Se invoca la función $dk_{syn}()$ del μ toolbox. El controlador generado tiene 32 estados.

Los resultados para el criterio S2 se muestran en la Tabla 4. El controlador es comparable al controlador LUND99. El tiempo de subida se viola en algunos casos pero la violación es pequeña excepto para las plantas g_{133} y g_{313} . El máximo se viola solo para la planta g_{313} en el escenario 1 y g_{133} en el escenario 2. El error estacionario se cumple siempre. El peor comportamiento se da para el acoplamiento que excede los valores permitidos.

Tabla 4: Criterio S2 para el controlador μ 2012

plant ch	Seguimiento			Interacción	
	t=30	max	t=100	max	t=100
Escenario 1					
g223_u1	0.852	1.002	1.002	0.573	-0.002
g113_u1	0.779	0.997	0.997	0.575	0.001
g133_u1	0.835	1.025	0.997	0.318	-0.007
g313_u1	0.840	1.130	1.006	1.216	0.003
g333_u1	0.916	1.009	1.002	0.571	-0.003
Escenario 2					
g223_u2	0.906	1.001	1.001	0.573	-0.002
g113_u2	0.859	0.998	0.998	0.575	0.001
g133_u2	0.900	1.337	1.005	0.964	0.001
g313_u2	0.895	1.036	0.997	0.334	-0.005
g333_u2	0.947	1.006	1.001	0.571	-0.003
Escenario 3					
g333_u3	0.947	1.006	1.001	0.571	-0.003
g223_u3	0.413	0.552	0.399	0.697	0.600
g113_u3	0.419	0.557	0.400	0.704	0.599
g133_u3	0.414	0.587	0.400	0.743	0.600
g313_u3	0.414	0.518	0.399	0.652	0.599
g333_u3	0.407	0.547	0.399	0.690	0.600

Las respuestas a una simulación Monte Carlo para los escenarios 1 y 2 para un conjunto de 25 plantas con el retardo máximo se muestran en las Figuras 11 y 12. Se observa el mismo tipo de violaciones comentadas para la tabla precedente.

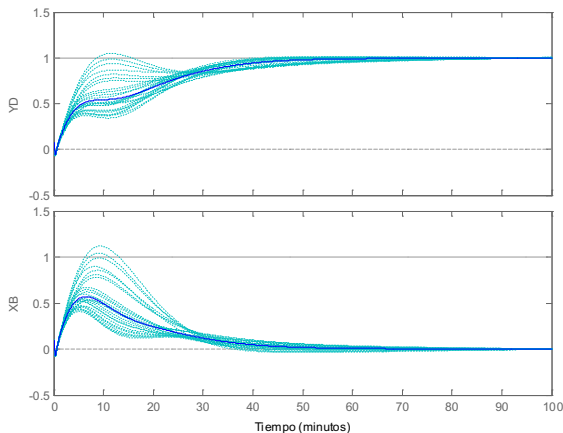


Figura 11: Controlador μ 2012 respuesta a escenario 1

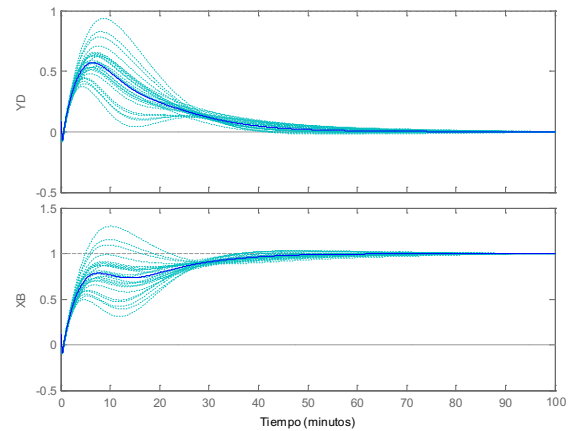


Figura 12: Controlador μ 2012 respuesta a escenario 2

La especificación S3 ($KS_o < 50$ dB) se cumple. La especificación S4 no se cumple ($KS_o = 104$), ver Figura 13. Sin embargo, a diferencia del controlador LUND99 el esfuerzo de control cae a altas frecuencias como se requiere de manera que el controlador es físicamente implementable.

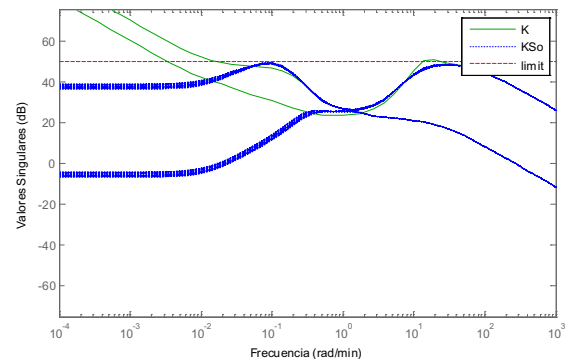


Figura 13: Controlador μ 2012 KS_o

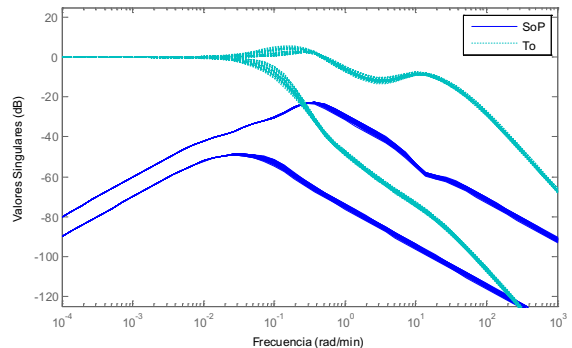


Figura 14: Controlador μ 2012, S_oP y T_o

El diagrama de valores singulares de S_oP y T_o en la Figura 14 demuestra la robustez del control. El máximo valor singular de S_oP siempre está bien por debajo del máximo valor singular de T_o para las frecuencias de interés.

5.3. Controlador H_∞ CHGE

Se siguen las directrices propuestas anteriormente para la selección del peso para S_oP en el párrafo 4.1. Para la parte del peso de S_o se toma un sistema ideal de segundo orden con $\omega_n =$

10/75 (rad/min); $\delta = 0.9$ (canal 1) y $\omega_n = 5/75$ (rad/min); $\delta = 0.9$ (canal 2). (Es decir, tomamos sistemas ideales que son 10 y 5 veces más veloces que la planta en lazo abierto).

Para la parte P del paso se prueban las dos variantes definidas previamente:

Variante 1: propuesta por CHGE, tomar P_o como la ganancia estática de la planta P nominal escalada (g_{22x}) es decir:

$$P_o = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 126 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8780 & -0.8640 \\ 1.0820 & -1.0960 \end{bmatrix}$$

Variante 2: propuesta en este trabajo, tomar como peso para P la inversa de una perturbación multiplicativa (Δ) sobre P_0 , es decir:

$$W_{p(Ppart)} = inv(P_o * (I + \Delta))$$

Donde los valores seleccionados $\Delta = [0.1666 \ 0; \ 0 \ 0.1374]$ maximizan el mayor valor singular. Nótese que estos valores difieren de los valores $\Delta = [0.2 \ 0; \ 0 \ 0.2]$ que a 'a priori' podrían suponerse.

Para el peso W_u para T_i se siguen las indicaciones del párrafo 4.1. Tomar un sistema ideal con $\omega_n = 15/75$ (rad/min); $\delta = 0.9$ (canal 1) y $\omega_n = 10/75$ (rad/min); $\delta = 0.9$ (canal 2) y una ganancia A igual al máximo valor singular de la planta nominal g_{223} .

En resumen, se toman los siguientes pesos:

$$W_p = inv(P_o * (I + \Delta)) * inv \left(\begin{bmatrix} 1.00001 - \frac{0.1333^2}{s^2 + 0.24s + 0.1333^2} & 0 \\ 0 & 1.00001 - \frac{0.0667^2}{s^2 + 0.12s + 0.0667^2} \end{bmatrix} \right)$$

Para la variante 1, $\Delta = 0$.

Para la variante 2, $\Delta = [0.1666 \ 0; \ 0 \ 0.1374]$

Para ambas variantes, W_u :

$$W_u = inv \left(\begin{bmatrix} 299.84 \begin{bmatrix} \frac{0.2^2 (1e^{-8}s + 0.002s + 1)}{s^2 + 0.36s + 0.02^2} & 0 \\ 0 & \frac{0.1333^2 (1e^{-8}s + 0.002s + 1)}{s^2 + 0.24s + 0.1333^2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \right)$$

Las simulaciones muestran que los resultados de ambas variantes 1 y 2 son muy similares entre sí. Por razones de espacio solo se muestran a continuación los resultados de la variante 2.

Los resultados para el criterio S2 se muestran en la Tabla 5. El caso peor es g_{313} con un acoplamiento de 1.289 en el escenario 1, mayor que el máximo permitido de 0.5. El error estacionario del seguimiento de la referencia en $t = 100$ min está también fuera de especificación, pero el error es siempre muy pequeño (alrededor de 0.05). El tiempo de subida se viola por un amplio margen en el escenario 2.

Las respuestas a una simulación Monte Carlo con 25 plantas se muestran en las Figuras 15 y 16. Se observa el mismo tipo de violaciones comentadas para la tabla precedente.

La especificación S3 ($KS_o < 50$ dB) se cumple, ver la Figura 17. La especificación S4 ($KS_o = 0.016$) se cumple. Los diagramas de S_oP y T_o mostrados en la Figura 18 demuestran la robustez del control. El máximo valor singular de S_oP siempre está por debajo del máximo valor singular de T_o para las frecuencias de interés.

Tabla 5: Criterio S2 para CHGE variante 2

plant ch	Seguimiento			Interacción	
	t=30	max	t=100	max	t=100
Escenario 1					
g223_u1	0.893	1.035	1.035	0.743	-0.087
g113_u1	0.865	1.026	1.026	0.758	-0.045
g133_u1	0.521	1.195	1.119	0.636	-0.005
g313_u1	1.155	1.233	0.973	1.289	-0.113
g333_u1	0.923	1.042	1.033	0.856	-0.097
Escenario 2	t=30	max	t=100	max	t=100
g223_u2	0.615	1.070	1.070	0.406	-0.028
g113_u2	0.564	1.036	1.036	0.364	-0.021
g133_u2	1.039	1.112	1.003	0.703	-0.096
g313_u2	0.280	1.092	1.092	0.432	0.022
g333_u2	0.665	1.080	1.078	0.479	-0.027
Escenario 3	t=30	max	t=100	max	t=100
g223_u3	0.422	0.479	0.397	0.607	0.607
g113_u3	0.429	0.463	0.398	0.604	0.604
g133_u3	0.457	0.496	0.390	0.636	0.600
g313_u3	0.397	0.522	0.402	0.647	0.610
g333_u3	0.417	0.564	0.397	0.699	0.608

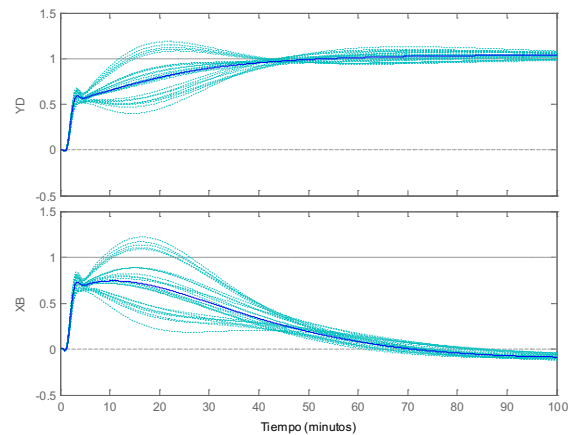


Figura 15: Controlador CHGE respuesta a escenario 1

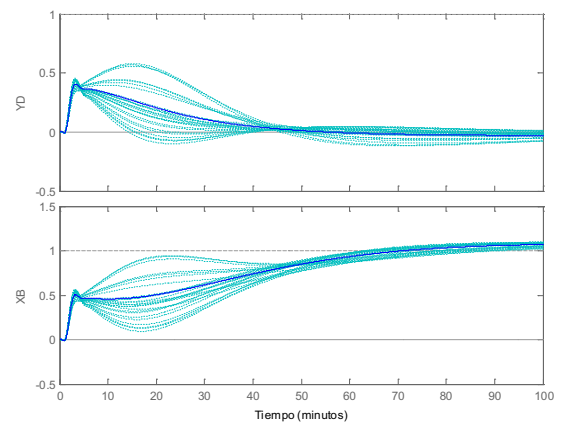
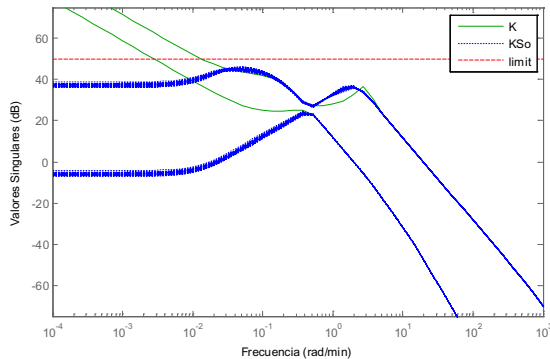
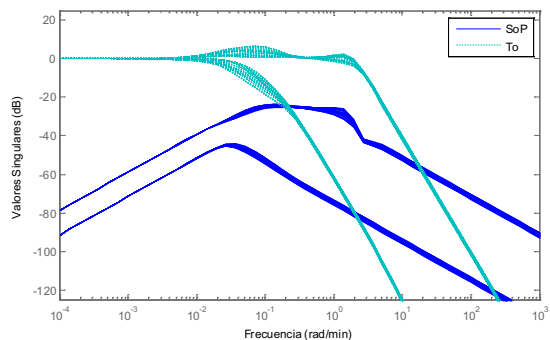


Figura 16: Controlador CHGE respuesta a escenario 2

Figura 17: Controlador CHGE KS_0 Figura 18: Controlador CHGE S_0P y T_0

5.4. Controlador H_∞ “Estructurado”

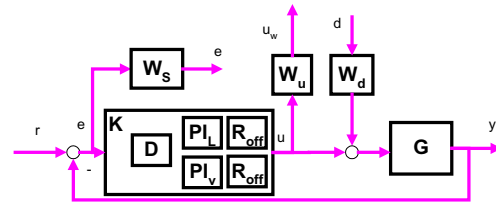
En esta sección se diseña un controlador H_∞ “Estructurado” elaborado y mejorado a partir del ejemplo de (Gahinet *et al*, 2011), “Section V, Distillation Column example”. Se han introducido un conjunto de modificaciones significativas:

- La planta propuesta en (Gahinet *et al*, 2011) es la planta “escalada” de (Skogestad, 1996), no la planta original del “problema CDC”. En este trabajo usamos la planta original del “problema CDC”. El escalado formará parte del controlador
- El artículo original de Gahinet no toma en cuenta el retardo. En nuestro trabajo re-introducimos el retardo como viene requerido en el “problema CDC”.
- El peso en el ruido se elimina (el ruido de medición no es parte del “problema CDC”)
- Se introduce un peso en la señal de control de los actuadores para satisfacer los criterios S3 y S4.

El método H_∞ “Estructurado” permite imponer una estructura para el controlador. La estructura escogida es un filtro desacoplador en serie con un control PI para cada canal de entrada.

A continuación diseñamos la estructura de pesos. Un peso W_s , pesa a S_0 . Un peso W_d pesa las perturbaciones a la entrada de la planta. Un peso W_u pesa la señal de control. (Un término adicional para garantizar el *roll-off* debe ser añadido y se explicará después). Ver Figura 19.

La planta aumentada se crea con la función de Matlab “connect()”, ver Figura 20.

Figura 19: Planta aumentada para el controlador H_∞ Estructurado

```
% Label block I/Os: Entradas y salidas de la planta
G.InputName = {'L','V'}; G.OutputName = {'yD','yB'};

% La entrada al desacoplador es la señal de error
DM.u = 'e'; DM.y = {'yDL','yDV'};

% La entrada a los PID es la salida del desacoplador
PI_L.u = 'yDL'; PI_L.y = 'yPL';
PI_V.u = 'yDV'; PI_V.y = 'yPV';

% Error es ref menos salida. Las referencias son rD, rB
Sum1 = sumblk('e = %r - %y', {'rD','rB'}, G.y);

% La entrada a la planta G es la suma de la perturbacion y
la señal del controlador
Sum2 = sumblk('%u = %uc + d', G.u, [PI_L.y ; PI_V.y]);

CL0 = connect(G,DM,PI_L,PI_V,Sum1,Sum2,
{'rD','rB','d'},{'e','yD','yB','yPL','yPV'});

% Peso_salidas * planta * Peso_entradas
% Peso salidas es: Ws, identidad para y (eye(2)) y Wu
% Peso entradas es: identidad para las refs (eye(2)) y Wd
CL0 = blkdiag(Ws, eye(2), Wu) * CL0 * blkdiag(eye(2),
Wd*eye(2));
```

Figura 20: Creación de la planta aumentada con Matlab

Pre-selección de las ganancias del desacoplador y los PIDs

El bloque desacoplador propuesto en el artículo original de Gahinet no tiene ligaduras (el toolbox permite especificar valores concretos para cualquier bloque o dejarlos libres para ser optimizados). Después de algunas iteraciones de diseño se ha notado que es mejor dejar libre solo los términos no diagonales (1,2) y (2,1) y fijar los términos diagonales (1,1) y (2,2) a un valor de (0.5, -0.5). La justificación es que se desea que la ganancia total producida por el desacoplador este cerca de 1. El signo se justifica por el signo de la planta estacionaria.

La ganancia de los PIDs se fija tal como en el artículo original. En vez de fijar el valor a 1 se fija a 0.8 para el primer canal y 1 para el segundo canal. Esto reproduce la ganancia de la planta en lazo abierto (recuérdese que el segundo canal tiene un 26% más ganancia).

Selección del peso W_s

Se sigue la estrategia del “sistema ideal de segundo orden” en vez del peso propuesto por Gahinet.

Por la física del problema se sabe que la planta tiene una ganancia baja cuando ambas entradas crecen o decrecen simultáneamente. Se introduce una pequeña asimetría en los pesos que hace la entrada u_1 ligeramente más rápida que la entrada para u_2 .

Se toman $\omega_n = 10/75$ (rad/min) para el primer canal (es decir 10 veces más rápida que el lazo abierto) y $\omega_n = 8/75$ (rad/min) para el segundo canal. Para ambos canales se toma $\delta = 1.0$.

$$W_s = inv \begin{pmatrix} 1.0001 - \frac{0.1333^2}{s^2 + 0.2667s + 0.1333^2} & 0 \\ 0 & 1.0001 - \frac{0.1067^2}{s^2 + 0.2133s + 0.1067^2} \end{pmatrix}$$

Selección del peso W_d

Los actuadores tienen un 20% de incertidumbre. Esta es una incertidumbre multiplicativa de $P_o*(I+A)$ que en lazo cerrado se evalúa a 1.2 (o 0.8 si la incertidumbre es -20%). El peso debe ser la inversa de este valor. Se escoge pues un peso estático a diferencia del artículo de Gahinet.

$$W_d = inv \begin{pmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.8 \end{pmatrix}$$

Selección del peso W_u

Se quiere penalizar el esfuerzo de los actuadores a altas frecuencias. Tomando la forma estándar de un peso tal como:

$$W_u = \frac{s/M + \omega_b}{s + \omega_b A}$$

Se escoge un “ancho de banda” $\omega = 0.06$ (rad/min) y $A = 316$ (= 50 dB), que es la máxima ganancia permitida para los actuadores. Como antes se introduce una pequeña asimetría en el parámetro M que limita el esfuerzo del actuador ($M = 0.75$ para el primer canal y $M = 0.25$ para el segundo canal):

$$W_u = eye(2) * \begin{pmatrix} \frac{s/0.75 + 0.06}{s + 0.06 * 0.316} & 0 \\ 0 & \frac{s/0.25 + 0.06}{s + 0.06 * 0.316} \end{pmatrix}$$

Término Roll-off

Una primera iteración de diseño muestra que el termino KS_o no cae a altas frecuencias como requiere el criterio S4. Se añade un filtro *roll-off* en el controlador:

$$W_{roll-off} = eye(2) * \begin{pmatrix} 60 \\ s + 60 \end{pmatrix}$$

Los resultados para el criterio S2 se muestran en la Tabla 6. En general el control es muy aceptable. El tiempo de subida no se satisface para los escenarios 1 y 2. El máximo se viola en el escenario 1 pero las violaciones son pequeñas. El error estacionario se viola por un amplio margen en el escenario 1 (11% en g_{333}). El acoplamiento permitido se excede en el escenario 1 y en el escenario 2. Los resultados como es usual son peores para las plantas con $k_1 < k_2$ (g_{133} y g_{313}). En el escenario 3 se cumplen casi todos los indicadores.

Las Figuras 21 y 22 muestran la respuesta temporal para un conjunto de 25 simulaciones Monte Carlo para los escenarios 1 y 2. Se observa el mismo tipo de violaciones comentadas para la tabla precedente.

La especificación S3 ($KS_o < 50$ dB) se cumple. La especificación S4 no se cumple ($KS_o = 24.6$) pero la adición de término *roll-off* hace el controlador físicamente implementable (el esfuerzo de control cae a altas frecuencias). Ver la Figura 23. Los diagramas de S_oP y T_o mostrados en la Figura 24 demuestran la robustez del control. El máximo valor singular de S_oP siempre está por debajo del máximo valor singular de T_o para las frecuencias de interés.

Tabla 6: Criterio S2 para el controlador H_∞ Estructurado

plant ch	Seguimiento			Interacción	
	t=30	max	t=100	max	t=100
Escenario 1					
g223_u1	0.802	1.113	1.113	0.533	-0.007
g113_u1	0.766	1.096	1.096	0.555	0.072
g133_u1	0.579	1.103	1.103	0.288	0.046
g313_u1	1.046	1.138	1.077	0.907	-0.077
g333_u1	0.835	1.122	1.117	0.582	-0.058
Escenario 2					
g223_u2	0.616	1.006	1.006	0.594	-0.089
g113_u2	0.586	0.944	0.944	0.535	-0.075
g133_u2	0.783	1.116	0.964	0.863	-0.080
g313_u2	0.412	1.062	1.062	0.292	-0.060
g333_u2	0.646	1.047	1.047	0.659	-0.092
Escenario 3					
g223_u3	0.421	0.537	0.392	0.682	0.601
g113_u3	0.425	0.490	0.393	0.622	0.595
g133_u3	0.436	0.598	0.393	0.758	0.597
g313_u3	0.404	0.477	0.395	0.606	0.606
g333_u3	0.417	0.592	0.392	0.751	0.605

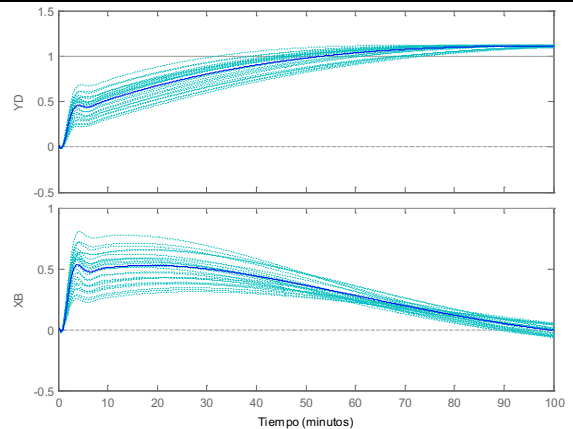


Figura 21: Controlador H_∞ Estructurado respuesta a escenario 1

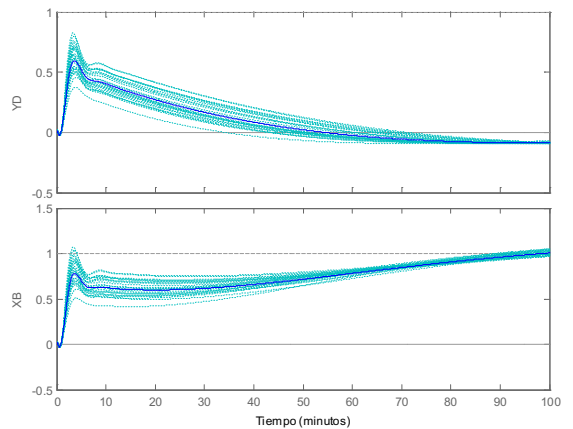


Figura 22: Controlador H_∞ Estructurado respuesta a escenario 2

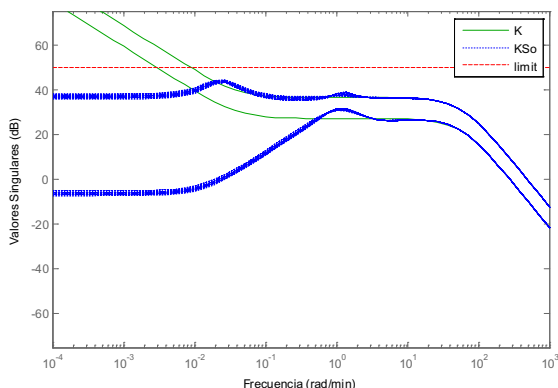


Figura 23: Controlador H_∞ Estructurado K y KS_0

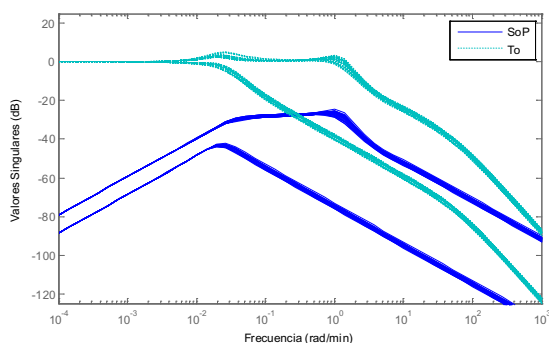


Figura 24: Controlador H_∞ Estructurado S_0P y T_0

6. Conclusión

Se han diseñado nuevos controladores H_∞ para el “problema CDC”. Por referencia, las prestaciones de los nuevos controladores se han comparado con controladores μ .

La conclusión de (Skogestad *et al*, 1996) de que el método H_∞ no es apropiado para el control de plantas mal condicionadas es correcta sólo cuando se refiere a la variante H_∞ “Sensibilidad Mixta”. Este trabajo demuestra que otras variantes más modernas tales como la variante H_∞ CHGE propuesta por Christen y Geering en (Christen *et al*, 1997) o la variante H_∞ “Estructurado” propuesta por (Apkarian *et al*, 2006) y mejorada en este trabajo puede usarse para el control de plantas mal condicionadas.

La Tabla 7 contiene los resultados. Los métodos H_∞ “CHGE” y H_∞ “Estructurado” proporcionan un método más automatizado para el diseño del controlador que el método μ (aunque algún ciclo de prueba y error es inevitable).

Adicionalmente, los controladores generados tienen un orden significativamente menor que los controladores μ . En comparación con otras técnicas tal como QFT en (Yaniv, 1992), las prestaciones son similares. Sin embargo se debe mencionar que en (Yaniv, 1992) se incluye un prefiltro en las referencias (tal como hace también el controlador original μ LUND99) y que hemos preferido no incluir en este trabajo. También debe mencionarse la mejora en los algoritmos de μ síntesis que pueden apreciarse en el controlador μ 2012.

Una ventaja adicional del método H_∞ “Estructurado” sobre todos los demás es la posibilidad de imponer una estructura de control predeterminada.

Tabla 7: Sumario de controladores

Controlador	S1 Stab.	S2 Perf.	S3 KS_0	S4	Num. Est.	Esfuerzo “tuning”
μ LUN99	OK	Mejor	FAIL	FAIL	33	Alto
μ 2012	OK	Bueno	OK	FAIL	32	Medio
H_∞ CHGE	OK	Bueno	OK	OK	14	Medio
H_∞ Estruct.	OK	Bueno	OK	FAIL	4	Bajo

English Summary

Revisiting the control of ill conditioned plants with H_∞ Structured

Abstract

The control of an ill conditioned distillation process is attempted with modern H_∞ methods. H_∞ was previously considered as not appropriate for this problem. It is demonstrated that variants of the H_∞ that weight the S_0P transfer function or the H_∞ Structured techniques provide satisfactory results. The performances are comparable to the μ approaches being the design process simpler and the generated controllers of less order.

Keywords:

H_∞ control, robustness, distillation columns, decoupling.

Referencias

Aguilera-González et al. (2010). Validación Experimental de un Observador de Alta Ganancia Constante Continuo-Discreto para una Columna de Destilación Binaria. RIAI, Vol. 7, Núm. 2, Abril 2010, pp. 31-38

Apkarian, P, Noll D. (2006). *Nonsmooth H_∞* . IEEE Trans. Aut. Control, 51, pp. 71

Apkarian, P, Noll D., Simoes A. (2009). *Time-domain control design: a nonsmooth approach*. IEEE Trans. on Control Systems Technology, vol. 17, no. 6.

Christen U., Geering. H. (1997). *Inverting and non Inverting H_∞ Controllers*. System and Control Letters 30.

Gahinet P., Apkarian P. (2011). *Decentralized and Fixed-Structure H inf Control in M atlab*. Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC).

Limebeer D. J. N. (1991). *The Specification and Purpose of a Controller Design Case Study*. Proceedings of the 30th Conference on Decision and Control Brighton, England

Lundstrom, P, Skogestad S, and John C. Doyle (1999). *Two-Degree-of-Freedom Controller Design for an Ill-Conditioned Plant using μ synthesis*. IEEE Transactions on Control System Technology, Vol.7, N.1.

Maciejowski, J. (1989). *Multivariable Feedback Design (Text book)*. Addison Wesley.

Skogestad, S, Morari, Doyle (1988). *Robust control of ill-conditioned plants: high purity distillation*. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol No.12.

Skogestad, S, Postlethwaite, I (1996). *Multivariable Feedback Systems (Text book)*. Wiley and Sons.

Yaniv, O (1992). *Robust non iterative synthesis of ill-conditioned plants*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 37(7), pp. 1080-1083.