

Aplicación de técnicas de control robusto QFT a sistemas navales

R. Muñoz-Mansilla*, J. Aranda, J.M. Díaz, D. Chaos.

Departamento de Informática y Automática, UNED, C/ Juan del Rosal, nº 16, 28040, Madrid, España.

Resumen

En este trabajo se realiza un análisis de diferentes metodologías de control robusto basadas en la técnica denominada Teoría de la Realimentación Cuantitativa, QFT (*Quantitative Feedback Theory*) para resolver diferentes problemáticas que surgen en los sistemas de control marinos. En concreto se estudia el posicionamiento dinámico de una plataforma marina fondeada, la estabilización de un buque de alta velocidad, y el seguimiento de referencia para un aerodeslizador. Estos problemas de control presentan grandes retos de diseño, dado que son sistemas no lineales, multivariados, subactuados y con grandes perturbaciones. Los diferentes tipos de diseño QFT obtenidos consiguen una implementación robusta con prevención de acoplamientos, reducción de perturbaciones ambientales, respuestas rápidas y precisión en el seguimiento, que demuestran finalmente que es una alternativa práctica y eficaz para la solución de problemas de control en vehículos navales. *Copyright © 2012 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.*

Palabras Clave:

Control robusto; sistema no lineal; vehículo subactuado, sistema naval, diseño QFT.

1. Introducción

Los problemas de control de sistemas marinos plantean grandes retos de diseño, dado que presentan problemas no lineales, multivariados, con grandes perturbaciones, restricciones no holonómicas (Ting-Yun J, 1996) y acoplamientos. Otra cuestión a tener en cuenta es el hecho de que los sistemas marinos en general son vehículos subactuados, es decir, sistemas con menos entradas de control independientes que grados de libertad a controlar, y no son totalmente linealizables, por lo que resultan difíciles de controlar.

Además, encontrar un modelo exacto para estas plantas resulta en muchas ocasiones una tarea dificultosa debido a, por ejemplo, limitaciones en los datos experimentales o complejidad de los sistemas. La robustez del diseño del control cobra de este modo una importancia fundamental para conseguir respuestas más rápidas, reducción de perturbaciones ambientales, precisión en el seguimiento a referencias determinadas y prevención del acoplamiento de movimientos en los sistemas marinos avanzados.

Existen diversas formas de clasificar los modelos de vehículos marinos y los problemas de control que presentan. Por ejemplo, según el nivel de automatización o manejabilidad del sistema. Dentro del grupo de nivel alto de automatización, dependiendo de las condiciones operacionales, los sistemas se pueden dividir de forma general en dos áreas: sistemas de baja velocidad (*station*

keeping) y sistemas de alta velocidad (*seakeeping*), tal como describe la Figura 1. En general, se podrían considerar cuatro grandes bloques de problemas de control de sistemas marinos: problema de control de rumbo y autopilotos, que fueron los primeros en estudiarse; problemas de estabilización del balance y de la dinámica vertical; problemas de posicionamiento dinámico; y problemas de maniobrabilidad y seguimiento de trayectoria o de referencia.

Este trabajo aborda algunas de estas problemáticas que resultan un desafío de diseño de gran interés en la actualidad, y aplica metodologías de control robusto basadas en la Teoría de la Realimentación Cuantitativa QFT (*Quantitative Feedback Theory*) de manera que puedan ser extensibles y sirvan de modelo de aplicación para otros sistemas marinos. En concreto, estudia los problemas del posicionamiento dinámico de una plataforma fondeada, la estabilización de un buque de alta velocidad, y el seguimiento de referencia de un aerodeslizador.

Las plataformas fondeadas requieren un alto nivel de precisión en el funcionamiento del posicionamiento, por lo que constituye una de las líneas de mayor interés en operaciones a baja velocidad. Por otro lado, un vehículo de alta velocidad puede llegar a volcar por la disminución de la estabilidad debido al oleaje, y en aguas calmadas puede mostrar movimientos característicos como oscilaciones, de ahí la importancia del problema a tratar de estabilidad y reducción de movimientos. En cuanto a los aerodeslizadores, la habilidad de maniobrar de forma

* Autor en correspondencia.

Correos electrónicos: rmunoz@dia.uned.es, jaranda@dia.uned.es,
josema@dia.uned.es, dchaos@dia.uned.es.

precisa cualquier tipo de sistema a lo largo de una trayectoria en el mar es de vital importancia para muchas aplicaciones, por ello el seguimiento de referencia de sistemas de superficie es uno de los problemas que con mayor frecuencia se proponen.

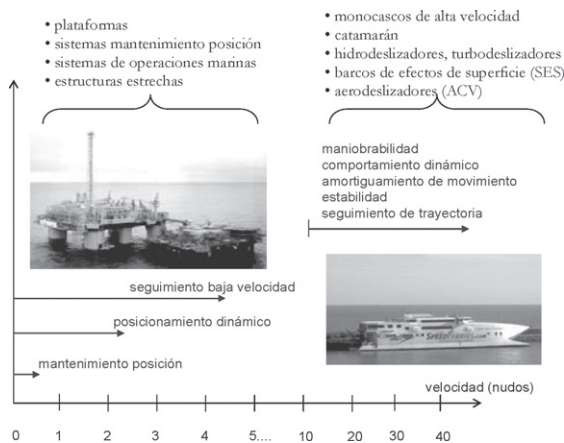


Figura 1: Clasificación sistemas marinos y problemas de control según la velocidad.

En la literatura existen numerosos algoritmos de control robusto para sistemas marinos. En (Yamamoto, 2001) se hace un repaso de los más destacados, como son el control óptimo LQG, H_∞ , síntesis- μ , redes neuronales; para problemas tales como control de estabilización de balance (Amerongen *et al.*, 1990), seguimiento (Djouani y Hamman, 1995), maniobrabilidad (Burns, 1995), posicionamiento (Katebi *et al.*, 2001) y control de rumbo (Fossen y Blanke, 2001).

La técnica QFT (Horowitz, 1963; 2001; Houppis *et al.*, 2006; Yaniv, 1999) es una metodología de diseño robusto en el dominio de la frecuencia que hasta el momento no ha sido muy común en el diseño de sistemas de control de sistemas navales. El desarrollo de QFT no lineal se basa en dos trabajos del Prof. Horowitz (Horowitz, 1975; 1976) que establecen dos aproximaciones de diseño, y que han dado lugar a diferentes contribuciones (Horowitz, 1981, Yaniv 1991; Baños y Horowitz, 2000, 2004). En (Baños, 2007) se detalla el estado del arte en QFT no lineal.

Algunos ejemplos de aplicación, referencias bibliográficas y líneas de investigación abiertas se puede encontrar en (García-Sanz, 2005). Otras aplicaciones prácticas son: aerógrafo síncrono multipolar (García-Sanz y Torres, 2004), amortiguamiento de un rectificador (Egaña y Salzaba, 2006), plantas solares (Cirre *et al.*, 2010), interferómetros óptico (Comasólvivas *et al.* 2004; Basso *et al.*, 1993), controladores ópticos (Ryoo *et al.*, 2002), actuadores electrohidráulicos (Niksefat *et al.*, 2007), neumáticos (Karpenki y Spehri, 2006), y control de vuelo (Wu *et al.*, 1998).

En este trabajo se pretende desarrollar y aplicar diversos diseños de control QFT multivariable, tanto lineal como no lineal, a diferentes sistemas navales, que muestren que es una alternativa práctica y eficaz para la solución de problemas de control en vehículos navales subacuados con requerimientos de movimientos desacoplados y rendimiento robusto contra perturbaciones e incertidumbres en el modelo de la planta.

El trabajo se organiza de la siguiente forma. En primer lugar, se realiza una breve introducción de la técnica de diseño de control robusto QFT. En el segundo apartado, se muestra el diseño de un sistema de posicionamiento dinámico en un modelo de una plataforma fondeada. A continuación, se desarrolla un control de estabilización de un buque de alta velocidad. En el

siguiente punto, se realiza un diseño de control de seguimiento de referencia para un aerodeslizador. Por último, se muestran las conclusiones.

2. Formulación QFT

En los años sesenta, como continuación de los trabajos pioneros de Bode, Isaac Horowitz introdujo una metodología de diseño en el dominio de la frecuencia (Horowitz, 1963), que fue refinada en los años setenta a su forma presente, conocida como Teoría de la Realimentación Cuantitativa (del inglés *Quantitative Feedback Theory* (QFT)).

Horowitz publicó trabajos para plantas de una entrada-una salida (SISO) (Horowitz y Sidi, 1972), para lineales multivariables (MIMO) (Yaniv y Horowitz, 1986), y para varias clases de sistemas no lineales variantes en el tiempo (Horowitz, 1976). En (Horowitz, 2001) se presenta una visión global del método.

Las dos técnicas originales sobre QFT no lineal planteadas en (Horowitz, 1975; 1976) se basan en el Principio de Schauders (Zeidler, 1986). En (Baños, 2007) se realiza una revisión de las principales contribuciones y un detallado repaso a estas dos técnicas: la primera consiste en la transformación de un sistema no lineal incierto W en un sistema lineal equivalente incierto P_e , mientras que el segundo método transforma la no linealidad en un modelo de perturbaciones equivalente, esto es, reemplaza W por un conjunto más simple P_e y un conjunto de perturbaciones D_e . Esta técnica da lugar a una solución más conservadora que la primera, pero a cambio es más simple de aplicar. Se puede generalizar a un conjunto de técnicas cuya finalidad es encontrar un balance apropiado entre la elección de los dos conjuntos P_e y D_e , donde cabe destacar el enfoque desarrollado en (Baños, *et al.* 2003), que realiza una transformación más equilibrada entre P_e y D_e , y que será la que se aplique en este trabajo.

QFT trabaja en el dominio de la frecuencia, y permite realizar diseño de controladores teniendo en cuenta la incertidumbre del sistema. La metodología QFT es cuantitativa en este sentido, pues permite diseñar un controlador para la cantidad exacta de incertidumbre estimada para la planta, para un conjunto de perturbaciones determinado, y para unas especificaciones requeridas. Además, una de las propiedades más atractivas de QFT es el hecho de que permite diseñar los compensadores con gran flexibilidad, teniendo un alto grado de control en el ajuste del ancho de banda de los mismos.

Existen diversas herramientas para la ayuda al diseño QFT, por ejemplo, la toolbox QFT de Matlab (Borguesani *et al.*, 1995), y las herramientas InterQFT (García Sanz *et al.*, 2001) y QFTIT (Díaz *et al.*, 2005), que ofrecen una mayor interactividad al usuario en todas las fases de diseño.

Para el caso general de un sistema con estructura de control de dos grados de libertad (Figura 2), el problema es encontrar un controlador $\{F(j\omega), G(j\omega)\}$ que haga que el sistema en lazo cerrado tenga la respuesta adecuada y que cumpla unas especificaciones requeridas. El procedimiento de diseño QFT consta de cuatro pasos básicos: *a)* generación de plantillas (*templates*); *b)* cálculo de las curvas de restricción o fronteras (*bounds*); *c)* ajuste del controlador (*loop-shaping*); *d)* análisis del diseño para la validación del controlador.

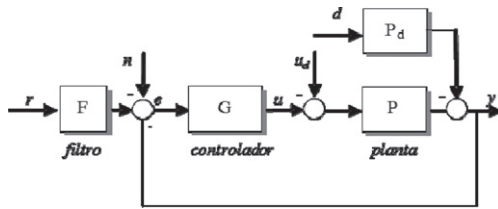


Figura 2: Estructura de control con dos grados de libertad.

En el diagrama de Nichols, la función que se dibuja es la función en lazo abierto, que se define como el producto del controlador G y la planta nominal P_0 :

$$L_0(j\omega) = G(j\omega) \cdot P_0(j\omega) \quad (1)$$

En sistemas con incertidumbre, previo al diseño QFT, en primer lugar se deben generar las plantillas de la planta, que son el conjunto de respuestas en frecuencia de las plantas para una frecuencia dada.

Para comenzar, es necesario formular cuál es el comportamiento deseado del sistema en lazo cerrado. Las especificaciones QFT deben darse en términos de respuesta en frecuencia, por lo tanto, es necesario traducir las restricciones en el dominio temporal en restricciones al dominio de la frecuencia, un problema que en general no resulta trivial. Las especificaciones QFT que se emplean en este trabajo son: márgenes de fase y ganancia (2), reducción de sensibilidad o eliminación de perturbaciones en la salida de la planta (3) y seguimiento de referencia (4):

$$\left| \frac{y}{r \cdot F} \right| = \left| \frac{P(j\omega) \cdot G(j\omega)}{1 + P(j\omega) \cdot G(j\omega)} \right| \leq \lambda(\omega); \forall \omega > 0, \forall P \in \varphi \quad (2)$$

$$\left| \frac{y}{d} \right| = \left| \frac{P(j\omega)}{1 + P(j\omega) \cdot G(j\omega)} \right| \leq \delta_s(\omega); \forall \omega > 0, \forall P \in \varphi \quad (3)$$

$$T_L(\omega) \leq \left| \frac{y}{r} \right| = \left| \frac{F(j\omega) \cdot P(j\omega) \cdot G(j\omega)}{1 + P(j\omega) \cdot G(j\omega)} \right| \leq T_U(\omega); \forall \omega > 0, \forall P \in \varphi \quad (4)$$

La especificación de estabilidad en Ec. (2) está relacionada con los márgenes de estabilidad relativa (margen de fase MF y margen de ganancia MG) a través de las siguientes expresiones:

$$MG = 1 + \frac{1}{\lambda} \quad (5)$$

$$MF = 180 - \frac{180}{\pi} \cdot \cos^{-1} \left(\frac{0.5}{\lambda^2} - 1 \right)$$

Las especificaciones en lazo cerrado dadas se traducen en curvas en el plano de Nichols, definiendo así zonas permitidas o restricciones para la función lazo L_0 , y es lo que se conoce como fronteras (*bounds*).

Una vez calculadas, para cada tipo de especificación, las fronteras para cada función $L(j\omega)$ a una determinada frecuencia para cada planta P en \mathcal{P} , se realiza la intersección de las fronteras correspondientes para cada frecuencia. Las fronteras pueden ser univaluadas o multivaluadas (Moreno et al., 2006), donde este último tipo conlleva la posibilidad de conseguir un menor esfuerzo de control.

Por último, la función en lazo abierto $L_0(j\omega) = P_0(j\omega) \cdot G(j\omega)$ correspondiente a la planta nominal seleccionada P_0 en \mathcal{P} , se diseña en el diagrama de Nichols para satisfacer simultáneamente sus restricciones y la estabilidad en lazo cerrado. A continuación, para cumplir las especificaciones de seguimiento de trayectoria, especificadas en Ec. (4), se realiza el diseño del pre-filtro $F(j\omega)$.

Una vez diseñado el controlador $\{F(j\omega), G(j\omega)\}$, el siguiente paso es el análisis del sistema en lazo cerrado para comprobar si el control cumple las especificaciones, mediante estudios en la frecuencia y simulaciones en el dominio temporal.

3. El problema de posicionamiento dinámico de una plataforma marina fondeada.

En esta parte del trabajo se va a estudiar la aplicación de un control robusto basado en técnicas de diseño QFT a un determinado tipo de sistema multivariable subactuado. En concreto, se va a tratar el problema de posicionamiento dinámico de un modelo de una plataforma marina fondeada.

Las plataformas fondeadas tienen muy diversas aplicaciones, como explotaciones petrolíferas o lanzamiento de cohetes (Strand y Sorensen, 2000), y requieren un alto grado de precisión en el posicionamiento para un funcionamiento óptimo. Estas plataformas están sujetas a cargas ambientales combinadas de olas, viento y corrientes, que afectan a su estabilidad además de a su posicionamiento.

En consecuencia, la robustez de cara a las incertidumbres en la planta, así como un óptimo rechazo a las perturbaciones ambientales son características cruciales en los sistemas de posicionamiento.

El modelo de una plataforma fondeada es un sistema no lineal, pero una aproximación lineal es considerada válida para comprobar la validez de la aplicación de técnicas de control robusto. Además, el sistema tiene menos grados de libertad para su actuación. Por tanto, se va a trabajar con un modelo lineal invariante en el tiempo de una entrada y varias salidas (SIMO) con perturbaciones.

El proceso de diseño del control para manejar el sistema SIMO se basa en la transformación del problema multivariable en el diseño de dos sistemas escalares SISO secuenciales mediante un procedimiento secuencial multi-etapa.

3.1 Modelo de la plataforma marina fondeada.

El sistema consiste en una plataforma flotante fondeada y equipada con dos propulsores (Kajiwar et al., 1995), como se muestra en la Figura 3.

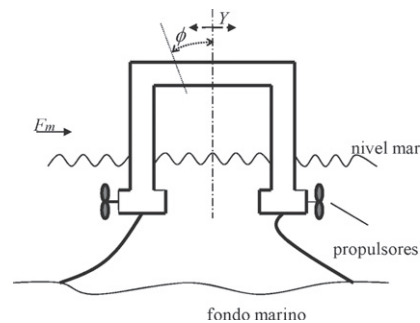


Figura 3: Esquema de plataforma fondeada.

El objetivo es conseguir un control apropiado de los propulsores con el fin de minimizar el desplazamiento Y y el ángulo de desviación ϕ provocado por el oleaje.

El modelo tiene dos salidas: el desplazamiento horizontal Y , y la desviación angular del eje vertical ϕ , una entrada de control: la fuerza de los propulsores F_u , y dos entradas de perturbación: la

fuerza F_m y el momento M generados por la acción del oleaje. Por tanto, el modelo de la plataforma, considerando solamente el plano vertical, es un sistema SIMO de una entrada y dos salidas, que se aproxima mediante un modelo lineal invariante en el tiempo. Se plantea un interesante problema de control de posicionamiento dinámico subactuado con fuertes perturbaciones.

Para el diseño de control en lazo cerrado, el sistema en variables de estado se transforma en un modelo de funciones de transferencia (Figura 4):

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{P}_{planta}(s)u + \mathbf{P}_d(s)\mathbf{d} \\ u &= -\mathbf{G}_{control}(s)\mathbf{y} \end{aligned} \quad (6)$$

donde $\mathbf{y} = [Y, \phi]^T$ es la salida de la planta, $\mathbf{d} = [F_m, M]^T$ es la entrada perturbación, $\mathbf{P}_{planta}(s)$ es una matriz (2x1) de funciones de transferencia que conecta la entrada u con la salida \mathbf{y} (asumiendo $F_m = M = 0$); y $\mathbf{P}_d(s)$ es una matriz (2x2) de funciones de transferencia que conectan la entrada perturbación \mathbf{d} con la salida \mathbf{y} . Escrito en forma explícita:

$$\begin{pmatrix} Y(s) \\ \phi(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{13}(s)G_{act}(s) \\ p_{23}(s)G_{act}(s) \end{pmatrix} u(s) + \begin{pmatrix} p_{11}(s) & p_{12}(s) \\ p_{21}(s) & p_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_m(s) \\ M(s) \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$u(s) = -G_{control}(s) \begin{pmatrix} Y(s) \\ \phi(s) \end{pmatrix}$$

donde $G_{act}(s)$ modela las dinámicas de los propulsores:

$$G_{act}(s) = \frac{1}{0.7s + 1} \quad (8)$$

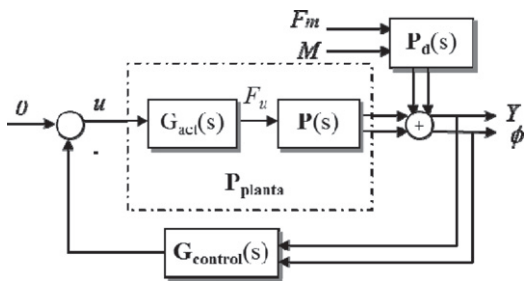


Figura 4: Sistema SIMO de un grado de libertad con perturbaciones en la salida.

Para la realización del diseño QFT, se debe seleccionar una planta nominal $\mathbf{p}_{planta}^0(s)$. En este caso viene dada por las siguientes expresiones:

$$p_{13}^0(s) = \frac{0.1476s^2 + 0.0269s + 0.443}{s^4 + 0.1729s^3 + 2.25s^2 + 0.1018s + 0.2264} \quad (9)$$

$$p_{23}^0(s) = \frac{-0.7557s^2 - 0.0427s - 0.0673}{s^4 + 0.1729s^3 + 2.25s^2 + 0.1018s + 0.2264}$$

Asimismo, la planta nominal $\mathbf{P}_d^0(s)$ viene dada por las siguientes funciones de transferencia:

$$\begin{aligned} p_{11}^0(s) &= \frac{0.1179s^2 + 0.0135s + 0.2282}{s^4 + 0.1729s^3 + 2.25s^2 + 0.1018s + 0.2264} \\ p_{12}^0(s) &= \frac{0.1441s^2 + 7.655 \cdot 10^{-6}s + 0.0217}{s^4 + 0.1729s^3 + 2.25s^2 + 0.1018s + 0.2264} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} p_{21}^0(s) &= \frac{0.1441s^2 - 5.502 \cdot 10^{-6}s + 0.0217}{s^4 + 0.1729s^3 + 2.25s^2 + 0.1018s + 0.2264} \\ p_{22}^0(s) &= \frac{1.7057s^2 + 0.0697s + 0.1810}{s^4 + 0.1729s^3 + 2.25s^2 + 0.1018s + 0.2264} \end{aligned}$$

El valor de la incertidumbre en los parámetros que se establece es de un intervalo del 10% de variación en los coeficientes de cada función de transferencia.

El problema de interés es realizar el diseño del controlador $\mathbf{G}_{control}$ a partir de los siguientes objetivos del control (Kajiwaru et al., 1995):

- Reducir el efecto de la fuerza de desplazamiento mediante el control de los actuadores.
- Mantener la magnitud del desplazamiento $|Y(t)|$ por debajo de 0.025 m., teniendo en cuenta que todas estas cifras son relativas a un modelo de laboratorio de la plataforma.
- Mantener la magnitud de la desviación $|\phi(t)|$ por debajo de 0.07° .
- Debido a las limitaciones de los actuadores, mantener la fuerza liberada por los propulsores $|F_u|$ por debajo de 0.25 N.
- Asegurarse que los propulsores no responden a la componente de alta frecuencia de la fuerza F_m .

3.2 Un controlador QFT SIMO

Para el caso particular de la plataforma, las especificaciones vienen dadas en el dominio temporal ($|Y(t)| < 0.025$ m, $|\phi(t)| < 0.07^\circ$), por lo que un paso previo necesario al diseño del control es la traducción en especificaciones en el dominio de la frecuencia. En concreto éstas son la estabilidad en márgenes de fase y ganancia en Ec. (2), y el rechazo a las perturbaciones de salida en Ec. (3).

La ley de control del sistema en la Figura 4 es:

$$\mathbf{G}_{control}(s) = \begin{pmatrix} k_1(s) & k_2(s) \end{pmatrix} \quad (11)$$

Resolviendo (7) y (11), finalmente se obtiene una ecuación con dos cantidades desconocidas, k_1 y k_2 :

$$\begin{aligned} (p_{13}^+ + k_1)Y + (p_{23}^+ + k_2)\phi &= (p_{13}^+ p_{11} + p_{23}^+ p_{21})F + \\ &+ (p_{13}^+ p_{12} + p_{23}^+ p_{22})M \end{aligned} \quad (12)$$

donde $p_{13}^+(s)$ y $p_{23}^+(s)$ son los términos de la matriz pseudo inversa de la matriz de la planta $\mathbf{P}_{planta}(s)$:

$$\mathbf{P}_{planta}^{-1}(s) = \begin{pmatrix} p_{13}(s)G_{act}(s) \\ p_{23}(s)G_{act}(s) \end{pmatrix}^{-1} \equiv \begin{pmatrix} p_{13}^+(s) & p_{23}^+(s) \end{pmatrix} \quad (13)$$

El diseño de control se realiza a partir de (12), que ayuda a transformar el problema SIMO en dos sistemas SISO consecutivos bajo un esquema iterativo, de forma que el diseño del primer sistema se emplea para la obtención del control del segundo sistema, y así de forma iterativa hasta lograr una ley de control adecuada que satisfaga las especificaciones dadas. La Figura 5 resume el esquema de diseño implantado.

Finalmente, el proceso de diseño de control se completa en 5 etapas, y los controladores son

$$k_1(s) = -\frac{(0.74s + 0.4)}{(0.023s^2 + 0.42s + 1)} \quad (14)$$

$$k_2(s) = \frac{(0.74s^2 + 0.008s + 0.05)}{(0.001s^3 + 0.18s^2 + 0.59s + 1)} \quad (15)$$

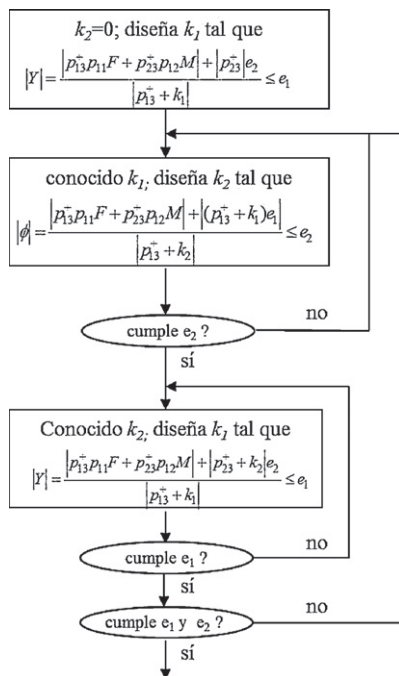


Figura 5: Esquema de diseño QFT SIMO.

Una vez diseñados los controladores, el siguiente paso es el análisis del sistema en lazo cerrado (Figura 4) para su validación. Con tal fin se realizan análisis en el dominio de la frecuencia y en el dominio del tiempo. Las Figuras 6 y 7 muestran respectivamente las respuestas temporales $Y(t)$ y $\phi(t)$ del sistema en lazo abierto, comparadas con las salidas en lazo cerrado teniendo en cuenta la ley de control diseñada $u(t) = -k_1(t)Y(t) - k_2(t)\phi(t)$. Como se puede observar, el control consigue que la salida $Y(t)$ entre dentro del rango ± 0.025 m antes de los $t = 120$ segundos. Con respecto a $\phi(t)$, se puede decir que permanece dentro del rango especificado $\pm 0.07^\circ$ desde casi el principio.

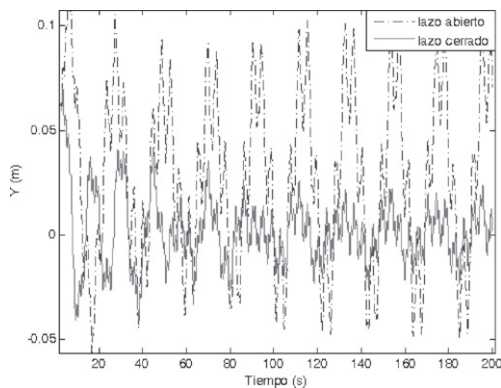


Figura 6: Salida $Y(t)$ en lazo abierto (línea discontinua) y lazo cerrado (línea continua).

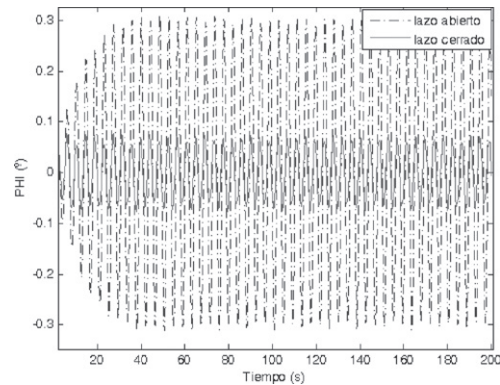


Figura 7: Salida $\phi(t)$ en lazo abierto (línea discontinua) y lazo cerrado (línea continua).

La Figura 8 muestra la señal de control $u(t)$ y de los actuadores $F_{u_i}(t)$, comprobando que no se llega a la saturación. Por tanto, queda validado el control puesto que cumple las especificaciones originales y consigue el sistema de posicionamiento, a partir de un procedimiento iterativo multi-etapa secuencial.

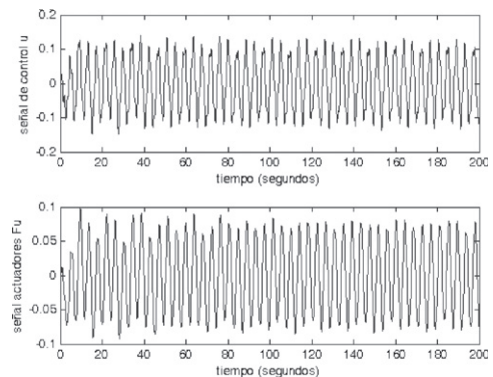


Figura 8: Señal de control $u(t)$ (superior); señal de actuador $F_{u_i}(t)$ (inferior).

4. Control de estabilización de un buque de alta velocidad.

En este segundo ejemplo se presenta el problema de control multivariable de estabilización y reducción de movimiento, planteado en un buque de alta velocidad (BAV) como consecuencia de la acción perturbadora del oleaje y del acoplamiento entre las dinámicas longitudinal y transversal causado por los actuadores, cuando se consideran distintos ángulos de incidencia del oleaje.

Los tres modos del sistema analizados (Figura 9) son los movimientos de arfada y cabeceo (dinámica vertical o longitudinal), y balance (dinámica transversal u horizontal), dado que las aceleraciones verticales asociadas a estos movimientos son la principal causa del mareo. Los actuadores que se emplean para el control de los modos consisten en dos superficies estabilizadoras activas: una aleta de proa (*T-Foil*), dos aletas en popa (*flaps*) y dos aletas laterales (*fins*) para el control del balance.

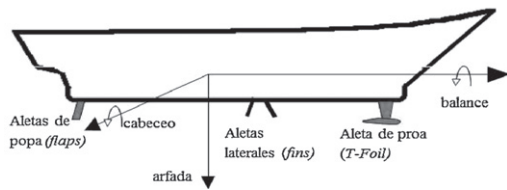


Figura 9: Esquema de un buque de alta velocidad.

El acoplamiento de los tres modos se considera como una consecuencia de la acción de cada superficie de control cuando el oleaje incide con ángulo μ respecto a la dirección de rumbo diferentes de $\mu=180^\circ$ (conocido como mar de proa). Así, la acción del T-Foil, y la propia acción de control de cabeceo en sí misma, causan un acoplamiento con el modo de balance. En consecuencia, se produce un aumento en la componente vertical de este movimiento. De igual forma, las superficies activas laterales (fins) que controlan la dinámica transversal del balance generan una componente en el modo de cabeceo.

Se plantea de esta forma un problema de control de estabilización de un sistema con estructura de un grado de libertad, multivariable (MIMO 3x3), con acoplamiento en tres movimientos, y con fuertes perturbaciones debido al oleaje.

El principal objetivo entonces es cómo diseñar los controladores para estas superficies activas, con el fin de conseguir una reducción del Índice de Mareo (de la Cruz et al., 2004) que haga cumplir las especificaciones de estabilidad del sistema, reducción de los modos arfada, cabeceo y balance, y no saturación de los actuadores

Bajo consideraciones de efectos pequeños de acoplamiento causado por actuadores, se realiza una primera aproximación (Aranda et al., 2005) donde se desprecian estos efectos del acoplamiento, y se realiza un diseño de un controlador para cada dinámica desacoplada. En la simulación, donde el acoplamiento sí es considerado, se comprueba que los controladores obtenidos son capaces de estabilizar el sistema completo, y por tanto la aproximación funciona.

Sin embargo, cuando el grado del acoplamiento debido a la acción de los actuadores es notable, los resultados de este primer enfoque no resultan eficientes, por lo que se debe buscar un nuevo diseño.

De esta forma, se plantea el problema de diseño robusto multivariable QFT de un sistema con tres modos acoplados. Dado que el sistema es de fase no mínima (como se verá en los modelos identificados en la próxima sección), la solución clásica (Yaniv, 1999) que consiste en convertir el sistema MIMO en un número de subsistemas SISO donde los efectos del acoplamiento entre subsistemas se tratan como perturbaciones a la entrada, no es aplicable. En la literatura existen trabajos donde se proponen otras formas para tratar con el problema de fase no mínima, como por ejemplo (Horowitz y Sidi, 1978), (Chen y Balance, 2001), (Mark et al., 1992) y (Kerr y Jayasuriya, 2005).

En este trabajo se plantea aplicar una nueva aproximación que maneja el sistema de control robusto MIMO empleando una combinación de dos técnicas de control. En concreto, el procedimiento consiste en combinar la técnica QFT con la técnica de asignación de autoestructuras (EA). Con un adecuado diseño de asignación de autoestructuras, se puede conseguir un buen desacoplamiento para el modelo de la planta nominal, que da lugar a la transformación del sistema MIMO en tres sistemas SISO desacoplados. Tras este proceso, la metodología SISO QFT es empleada para tratar el problema de robustez y conseguir que

las respuestas del sistema bajo incertidumbres converjan dentro de las respuestas de la planta nominal.

4.1 Modelo del buque de alta velocidad.

Previo al diseño del control de estabilización, se han obtenido modelos matemáticos de los movimientos de arfada, cabeceo y balance para diferentes ángulos de incidencia de oleaje respecto a la dirección de rumbo μ , usando métodos de identificación de sistemas (Muñoz-Mansilla et al., 2009). El método identifica modelos lineales continuos a partir de los datos obtenidos mediante experiencias con un modelo a escala 1:25 del buque de alta velocidad en el CEHIPAR (Centro de Experiencias Hidrodinámicas de El Pardo), que reproduce condiciones específicas (tipos de ola, velocidad de buque y ángulo de incidencia), y emplea un modelo geométrico del buque de alta velocidad para predecir su comportamiento dinámico (Bazán, 1995). A su vez, las dinámicas de los actuadores (Figura 10(a)-(c)) son también modeladas.

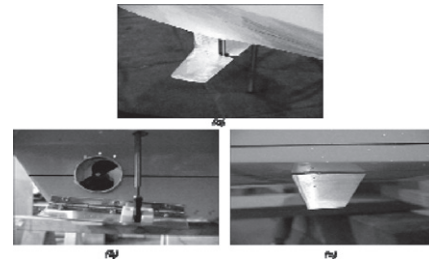


Figura 10: (a) aleta de proa (T-Foil), (b) aletas de popa (flaps), y (c) aletas laterales (fins).

El modelo del sistema tiene tres salidas: la velocidad angular de balance (ω_{roll}), y las aceleraciones verticales de arfada ($acvh$) y cabeceo ($acvp$). La entrada de perturbación es el oleaje. Las entradas de control son los ángulos de ataque del T-Foil (α_p), aletas de popa (α_H), y aletas laterales (α_R). Por tanto, se establece un problema de control con estructura de un grado de libertad de un sistema MIMO 3x3 con 3 entradas y 3 salidas.

La Figura 11 muestra el diagrama de bloques de los tres modos, donde queda reflejada la idea del acoplamiento debido a los actuadores.

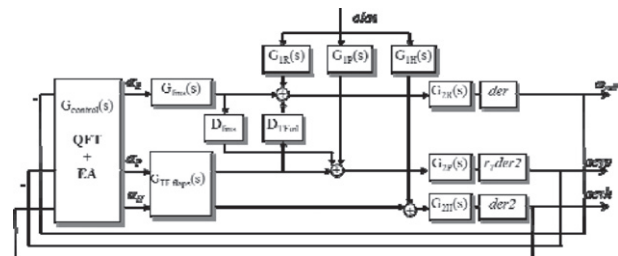


Figura 11: Diagrama de bloques de las dinámicas longitudinal y transversal de un BAV con control multivariable QFT+AE.

Las funciones de transferencia $G_{1H}(s)$, $G_{1P}(s)$ y $G_{1R}(s)$ tienen de entrada la altura de ola (m), y salidas la fuerza de arfada (KN), momento de cabeceo y momento de balance (KN·m) respectivamente. La función de transferencia $G_{2H}(s)$ conecta la fuerza de arfada (N) con el movimiento de arfada; $G_{2P}(s)$ el momento de cabeceo (KN·m) con el movimiento de cabeceo ($^\circ$); y $G_{2R}(s)$ el momento de balance con el movimiento de balance ($^\circ$). $G_{TF-flaps}(s)$ es la matriz de funciones de transferencia con los

ángulos de ataque α_p ($^\circ$) y α_H ($^\circ$) como entradas; las salidas son la contribución a la fuerza de arfada (KN) y al momento de cabeceo (KN·m). $G_{fms}(s)$ es la función de transferencia con entrada el ángulo de ataque α_R ($^\circ$), y salida la contribución al momento de balanceo (KN·m). $D_{fms}(s)$ representa el acoplamiento entre los modos de balanceo y cabeceo; y $D_{TFoil}(s)$ el acoplamiento entre los modos de cabeceo y balanceo. Los bloques *der* y *der2* representan los derivadores que dan las respuestas ω_{roll} , $acvp$ y $acvh$.

En el problema de estabilización robusta, se selecciona como modelo nominal el correspondiente al modelo del buque con una ángulo de incidencia de olas respecto a la dirección de rumbo de $\mu=135^\circ$, especificado en (16), un tipo de oleaje de interés en náutica, y conocido como mar de amura. La incertidumbre es la asociada a los modelos del buque identificados para olas incidentes diferentes al del caso nominal (Muñoz-Mansilla et al., 2009), reflejados en el Apéndice A. El oleaje es la perturbación de entrada.

$$\begin{aligned}
 G_{1H}^0(s) &= 9333 \frac{26.02s^3 - 22.13s^2 + 160.9s^1 + 0.9}{s^4 + 125.4s^3 + 149.1s^2 + 181.3s^1 + 0.9} \\
 G_{2H}^0(s) &= 1.06^{-4} \frac{0.44s^2 - 1.08s^1 + 3.015}{s^2 + 0.63s + 3.015} \\
 G_{1P}^0(s) &= 18 \cdot 10^4 \frac{-1.42s^3 + 0.82s^2 - 12.6s}{s^4 + 5.25s^3 + 10.99s^2 + 15.5s^1 + 5.9} \\
 G_{2P}^0(s) &= 4.22^{-6} \frac{-0.50s + 2.82}{s^2 + 0.49s + 2.71} \\
 G_{1R}^0(s) &= 2794 \frac{-34.73s^3 + 79.6s^2 - 109s}{s^4 + 67.04s^3 + 125.8s^2 + 247.3s + 135.6} \\
 G_{2R}^0(s) &= 1.210^{-3} \frac{-1.910^{-3}s^3 + 0.28s^2 + 0.29s + 3.5}{s^3 + 4.36s^2 + 1.41s^1 + 4.84}
 \end{aligned} \tag{16}$$

El problema de interés es cómo diseñar los controladores con los siguientes objetivos a tener en cuenta:

- Estabilidad del sistema.
- Reducción de los movimientos arfada, cabeceo, y balance.
- Evitar la saturación en los actuadores T-Foil, aletas de popa y aletas laterales, esto es, el ángulo de ataque en ambos sentidos no debe ser mayor de 15° ($|\alpha_i| < \pm 15^\circ$).

4.2 Control combinado QFT y EA

Tal y como se ha señalado anteriormente, el problema de estabilización MIMO es tratado primeramente mediante la técnica de asignación de autoestructuras EA, que permite la descomposición del sistema MIMO en tres sistemas SISO desacoplados a resolver con la metodología QFT, que se emplea para hacer converger las respuestas del sistema de plantas con incertidumbres en la respuesta de la planta nominal.

1) Diseño EA.

La técnica EA (Andry et al., 1995) es una técnica de diseño de control multivariable, donde tanto las dinámicas de transitorio como sus relaciones de acoplamiento pueden ser mejoradas a través de una asignación apropiada de las autoestructuras en lazo cerrado, bien por control por realimentación de estados o de salida (Sobel y Shapiro, 1985). Esta técnica se ha empleado de forma extensa en el diseño de sistemas de control de vuelo, como por ejemplo en los trabajos (de la Cruz et al., 1997; Wu et al., 2004).

La técnica EA se aplica sobre un modelo concreto, por lo que en este trabajo se aplicará sobre el modelo de la planta nominal, correspondiente al modelo identificado en Ec. (16). El principio básico es asignar los autovalores y autovectores del sistema de control en lazo cerrado a sus valores especificados a través de estrategias de realimentación. Para un estado específico, si alguno de los elementos en su correspondiente autovector puede asignarse al valor cero a través de un apropiado diseño del sistema, se puede conseguir respuestas desacopladas entre este estado y los otros.

La técnica EA requiere el modelo del sistema expresado en ecuaciones en el espacio de estado, por lo que la matriz de funciones de transferencia debe traducirse en la forma:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= A \cdot x + B \cdot u \\
 y &= C \cdot x
 \end{aligned} \tag{17}$$

donde el vector de entrada es $u = [\alpha_R, \alpha_p, \alpha_H]^T$ y el vector salida $y = [\omega_{roll}, acvp, acvh]^T$.

En los trabajos (Andry et al., 1983; y Sobel y Sapiro, 1985) se realiza un estudio detallado sobre los algoritmos para la obtención de la matriz de ganancia K , de manera que los autovalores y autovectores de la matriz del sistema en lazo cerrado $A - BKC$ que se obtiene al emplear la ley de control $u = -K \cdot y$, consiguieren el comportamiento desacoplado deseado.

Como en este caso particular se tienen tres entradas ($n_u = 3$), según este método, se pueden modificar tres autovalores del sistema en lazo cerrado. Como el número de salidas es $n_y = 3$, se podrán asignar arbitrariamente tres elementos en cada autovector.

Finalmente, a partir de estos algoritmos, la matriz de ganancia K para el caso nominal que se obtiene es

$$K = \begin{pmatrix} 0.047 & -8.6526 & 1.3301 \\ -0.0037 & -3.6554 & 0.5620 \\ 0.0947 & -9.1661 & 1.3670 \end{pmatrix} \tag{18}$$

Con el diseño realizado, se demuestra que los efectos del acoplamiento en los modelos de balanceo y cabeceo se han hecho más débiles. Sin embargo, el acoplamiento para otros ángulos de incidencia diferentes al caso nominal, pueden tener efectos bastante más notorios. Por tanto, con el fin de conseguir comportamientos robustos frente a los efectos de los actuadores a diferentes ángulos incidentes, en primer lugar, y a las incertidumbres en los parámetros del modelo sobre la envergadura del oleaje en segundo lugar, se propone un diseño de control robusto tal y como ofrece la técnica QFT.

2) Diseño QFT para los resultados del diseño EA.

A partir de los resultados del diseño de asignación de autoestructuras, el diseño QFT se enfrenta al sistema en lazo cerrado descrito en la Figura 12. Las matrices en el espacio de estados serán las siguientes:

$$A_c = A - BKC; B_c = B; C_c = C \tag{19}$$

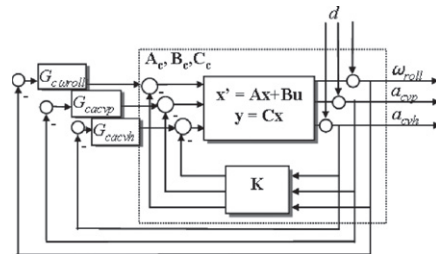


Figura 12: Sistema buque en cascada con control EA/QFT combinados.

Con el propósito de realizar un diseño QFT, el modelo de la planta en ecuaciones de estado (17) es transformado de nuevo a funciones de transferencia. La matriz de funciones de transferencia del sistema en lazo cerrado para el caso nominal tendrá la siguiente forma:

$$P = C_c (sI - A_c)^{-1} B_c = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} \quad (20)$$

Como tras la asignación de autoestructuras se han conseguido las respuestas desacopladas de arfada, cabeceo y balance para el caso nominal, se va a realizar la consideración de que las funciones de transferencia referentes al acoplamiento cruzado son aproximadamente cero, esto es, $P_{ij} (i \neq j) = 0$. Por tanto se tendrán en cuenta tres sistemas SISO independientes (P_{11}, P_{22}, P_{33}).

Cada sistema de control SISO se diseñará con la metodología QFT. En cada caso, se aplicarán las especificaciones de estabilidad y demás características de rendimiento robustas que garanticen unos márgenes de ganancia y sensibilidad suficientemente robustos por las incertidumbres en los parámetros de la planta del buque debido a los diferentes ángulos de incidencia, y un adecuado rechazo a perturbaciones de entrada en la planta generadas por el oleaje.

3) Diseño QFT para la dinámica del subsistema de balance.

Las especificaciones para estabilidad robusta ($\lambda_{11} = 1.2$) y límites de rendimiento robustos ($\delta_{s11} = 1.4$) fijados para el diseño QFT garantizan unos márgenes de ganancia y reducción de sensibilidad adecuados.

$$\left| \frac{P_{11} G_{caroll}}{1 + P_{11} G_{caroll}} \right| \leq \lambda_{11} = 1.2, \quad \omega \geq 0 \quad (21)$$

Las fronteras a baja frecuencia ($\omega \leq 3$ rad/s) se calculan para satisfacer la desigualdad de rechazo a perturbaciones. Esta desigualdad queda de la forma:

$$\left| \frac{1}{1 + P_{11} G_{caroll}} \right| \leq \delta_{s11} = 1.4; \quad \omega \leq 3 \text{ rad/s} \quad (22)$$

El controlador debe ser diseñado de forma que la función nominal en lazo abierto

$$L_{avoll}^0(j\omega) = G_{caroll}(j\omega) \cdot P_{11}^0(j\omega) \quad (23)$$

satisfaga las fronteras derivadas de (21) y (22). La Figura 13 muestra el diagrama de Nichols sobre el que se realiza el ajuste. Finalmente, el controlado es un filtro de segundo orden:

$$G_{caroll}(s) = 1.5 \frac{(1.72s + 1)}{(0.03s^2 + 0.16s + 1)} \quad (24)$$

Para el diseño de G_{acvp} y G_{acvh} , se lleva a cabo el mismo procedimiento de diseño QFT SISO. Los controladores que se obtienen son:

$$G_{acvp}(s) = 3.1 \frac{(38.5s + 1)}{(28.57s + 1)(0.08s + 1)} \quad (25)$$

$$G_{acvh}(s) = 5.4 \frac{(0.17s^2 + 0.22s + 1)}{(0.12s^2 + 0.03s + 1)(0.28s + 1)} \quad (26)$$

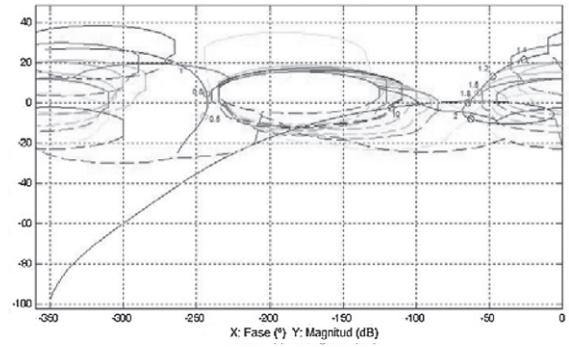


Figura 13: Diseño de control. Función de lazo abierto nominal $L_{avoll}^0(j\omega)$ junto con las fronteras.

Por último, con el fin de comprobar la eficiencia de los controladores se desarrolla un modelo que simula el comportamiento de las dinámicas del buque en lazo cerrado (Figura 11). Así, se representan gráficamente las respuestas temporales de los tres movimientos, las aceleraciones verticales asociadas, y el movimiento de los actuadores. En concreto, las simulaciones emplean una velocidad de buque de $V = 40$ nudos, olas regulares de 0.8 m. y amplitud de frecuencia comprendidas en el rango 0.393 y 1.147 rad/s, y olas irregulares de estado de la mar de marejada (SSN=4) y fuerte marejada (SSN= 5). Como ejemplo, la Figura 14 muestra la velocidad angular de balance ($\omega_{roll}(t)$) para el caso SSN=5 y ángulo de incidencia entre oleaje y dirección de rumbo $\mu=150^\circ$. Se observa en la comparación entre las respuestas en lazo abierto y cerrado que se consigue un amortiguamiento de este movimiento. La Figura 15 describe, para el mismo caso, el movimiento de las aletas laterales, donde se comprueba que no existe saturación.

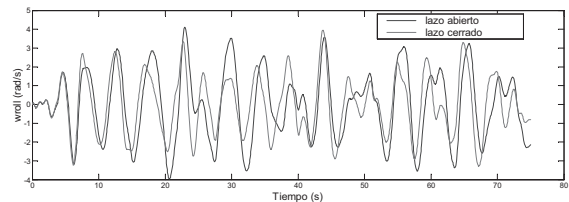


Figura 14: Velocidad angular de balance. SSN=5, $\mu=150^\circ$.

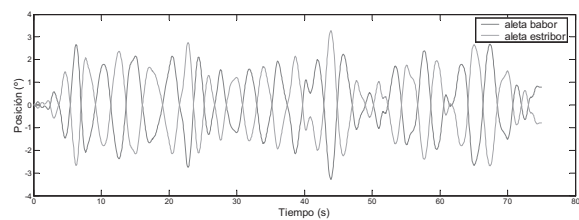


Figura 15: Movimiento aletas laterales SSN=5, $\mu=150^\circ$.

La Tabla 1 muestra los valores de porcentaje de reducción con respecto a la respuesta en lazo abierto obtenidos, para el caso particular de $V=40$ nudos y SSN= 4 y 5. Como se puede observar, existe una notable variación entre las medidas obtenidas, que se puede entender por varios motivos. En primer lugar, cabe decir que los modelos identificados se realizan a partir de datos en frecuencia medidos en un modelo a escala, donde se observó que para ciertos ángulos estas medidas no eran totalmente fiables (Muñoz-Mansilla et al, 2009). En segundo lugar, debido a la metodología de diseño empleada, primero se realiza un

desacoplamiento sobre el caso nominal, que es donde se observa claramente mayor reducción. Por otro lado, el objetivo intentó ser conseguir una única ley de control para todos los casos, hecho que dificultó el diseño para conseguir reducción y no saturación para todos los modelos.

Tabla 1. Porcentaje de reducción de arfada, cabeceo y balance con control EA-QFT. V = 40 nudos. SSN=4 y 5.

	μ (°)	Reducción ω_{roll} (%)	Reducción $acvp$ (%)	Reducción $acvh$ (%)
SSN4	105	0,8%	34,4%	2,9%
	120	12,1%	44,6%	4,8%
	135	78,3%	48,6%	2,9%
	150	45,7%	44,3%	3,2%
	165	86,8%	0,7%	4,2%
SSN5	180	66,1%	13,2%	2,9%
	105	1,0%	34,2%	3,1%
	120	40,5%	45,6%	5,3%
	135	87,1%	49,6%	5,0%
	150	28,8%	46,6%	7,0%
	165	12,6%	46,3%	7,0%
	180	50,8%	14,4%	0,01%

A modo de conclusión, con los resultados obtenidos, se demuestra que una única ley de control fija alcanza las especificaciones marcadas para las diferentes condiciones de velocidad, oleaje y ángulo de incidencia, y que el sistema diseñado en lazo cerrado consigue el desacoplamiento entre las dinámicas del sistema a la vez que unas respuestas amortiguadas.

Se demuestra así que la técnica combinada EA/QFT es un método robusto muy apropiado para su implementación, y que consigue los objetivos eficientemente. Además, los controladores obtenidos alcanzan un orden máximo de tres, por lo que su simplicidad es otro factor favorable. Queda verificado así que este método es una excelente opción para el diseño de control en sistemas multivariables acoplados, y en concreto en la aplicación de un control de estabilización de un sistema marino avanzado, como es un buque de alta velocidad.

5. Seguimiento de referencia de un aerodeslizador.

De igual forma que en los casos anteriores, recientemente se ha reforzado intensamente la investigación en el control de seguimiento de trayectoria de vehículos subactuados autónomos. Los problemas de seguimiento de trayectoria están relacionados con el diseño de las leyes de control que fuerzan a un vehículo a alcanzar y seguir una referencia parametrizada en el tiempo.

El sistema que se va a considerar para estudiar este tipo de problemas es un aerodeslizador. El modelo es no lineal, multivariable. con incertidumbres en la planta y con menos grados de libertad para actuar (2x3 MIMO), por lo resulta difícil de controlar. El problema de control consiste en conseguir un seguimiento de referencias, en concreto seguimiento de rumbo y velocidad.

Existen muchas publicaciones relacionadas con el control de sistemas no lineales subactuados (Aguar y Hespanha, 2003). Sin embargo, en la mayoría de los casos no se consideran las perturbaciones de entrada e incertidumbres en la planta, por lo que los controles diseñados no garantizan un rendimiento robusto. Con este propósito, se propone aplicar la metodología QFT, y en

concreto la que se conoce como linealización local (Baños et al., 2003), donde se realiza una linealización local de la planta no lineal alrededor de unas salidas en lazo cerrado aceptables.

5.1 Modelo del aerodeslizador

La Figura 16 muestra el modelo esquemático, donde $\{XY\}$ es el sistema de referencia inercial, y $\{X_B Y_B\}$ el sistema de coordenadas fijo al cuerpo. Las ecuaciones cinemáticas y dinámicas empleadas para obtener el modelo matemático del aerodeslizador se basan en el modelo no lineal de un buque (Fossen, 1994), y vienen descritas mediante las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= u(t) \cos \theta(t) - v(t) \sin \theta(t) \\
 \dot{y}(t) &= u(t) \sin \theta(t) + v(t) \cos \theta(t) \\
 \dot{\theta}(t) &= r(t) \\
 \dot{u}(t) &= r(t)v(t) + \frac{1}{m}F_x(t) - \frac{1}{m}r_l u(t) \\
 \dot{v}(t) &= -r(t)u(t) - \frac{1}{m}r_l v(t) \\
 \dot{r}(t) &= \frac{1}{J}T_\theta(t) - \frac{1}{J}r_r r(t)
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

donde $x(t)$, $y(t)$, $\theta(t)$ denotan la posición y orientación del aerodeslizador en el sistema terrestre; $u(t)$, $v(t)$ son respectivamente las velocidades de avance y desplazamiento lateral en el sistema fijo al cuerpo, y $r(t)$ es la velocidad angular de guiñada; m es la masa del vehículo, J es la inercia, y r_l y r_r son los coeficientes de viscosidad y fricción rotacional respectivamente. Las entradas de control son la fuerza en la dirección de avance $F_x = (F_p + F_s)$ y el momento de guiñada $T_\theta = l \cdot (F_s - F_p)$, siendo F_s y F_p las fuerzas ejercidas por los propulsores de estribor y babor, y l el brazo de momento de las fuerzas con respecto al centro de geometría. El modelo es subactuado, dado que no existe una variable de control en el modo de desplazamiento lateral (*sway*) según el eje Y_B , como se puede ver en la quinta expresión de (27).

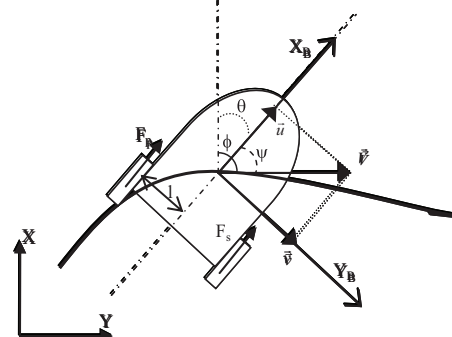


Figura 16: Modelo del aerodeslizador. Sistema fijo al cuerpo $X_B Y_B$ y sistema inercial XY .

Los parámetros nominales del aerodeslizador se han calculado experimentalmente en un sistema de laboratorio: masa $m = 0.894$ Kg, momento de inercia $J = 0.0125$ Kg·m², momento $l = 0.0485$ m, coeficientes de fricción $r_l = 0.10$ Kg/s, y $r_r = 0.05$ Kg·m²/s, y $F \in [0.342, -0.121]$ N.

El objetivo es conseguir un control de seguimiento. Las dos salidas que se toman son: la velocidad tangencial V , definida como $V = \sqrt{u^2 + v^2}$, y la derivada del ángulo de rumbo $\dot{\phi}$. El ángulo de rumbo se define a partir del ángulo de guiñada θ y el

ángulo de deriva ψ , de forma que, según indica la Figura 16, $\phi = \psi + \theta$.

Para el establecimiento del problema de seguimiento de referencia, se fijan especificaciones para líneas rectas y circunferencias. Las especificaciones del control de seguimiento asignan una sobrelongación máxima de $M_p=2$ y un tiempo de asentamiento $t_s=1.5$ s. El sistema contiene incertidumbres en la planta, tales como los parámetros dinámicos y los coeficientes de rozamiento, considerados con una variabilidad en un rango del 10%.

5.2 Diseño QFT no lineal basado en linealización local.

1) Paso 1. Linealización local.

En este punto, se plantea un problema de control no lineal de un sistema no lineal de dos grados de libertad multivariable de 2 entradas y 2 salidas (2x2 MIMO). La solución que se propone es una técnica de control robusto QFT no lineal (Baños, 2007) basado en la linealización local (Baños et al., 2003). Esta técnica se basa en el teorema del punto fijo de Schauder (Zeidler, 1986) y la idea consiste en sustituir la planta no lineal N por un conjunto de plantas lineales $\{P\}$, denominada familia lineal equivalente de plantas (ELF), y un conjunto de perturbaciones D , dando como resultado un problema de control multivariable lineal a resolver en el marco QFT.

Por tanto, el primer paso consiste en la asociación de una ELF lineal invariante en el tiempo a cada salida aceptable. Así, para la planta no lineal N y para cada salida aceptable y_a , se asigna una ELF $\{P\}$ y un conjunto de perturbaciones D (Figura 17), de forma que el sistema lineal equivalente da lugar a las mismas entradas-salidas.

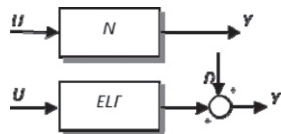


Figura 17: Sistema no lineal y familia lineal equivalente ELF y perturbaciones.

2) Paso 2. Diseño control MIMO lineal QFT.

A continuación, una vez se ha obtenido la familia lineal equivalente $\{P\}$ y el conjunto de perturbaciones D , se plantea un problema de síntesis QFT de un sistema MIMO 2x2 de estructura de control de dos grados de libertad con perturbaciones en la salida, tal y como se describe de forma esquemática en la Figura 18. El conjunto de plantas ELF $\{P\}$ se interpreta como un conjunto de sistemas inciertos. Esta consideración, sumada a la incertidumbre debido a la variabilidad en los coeficientes de fricción del modelo, plantea un problema de rendimiento robusto.



Figura 18: Sistema MIMO 2x2 de 2 grados de libertad y perturbaciones en la salida.

Para el diseño QFT, las ecuaciones en el espacio de estados (27) se transforman en el siguiente sistema de funciones de transferencia:

$$y = \begin{pmatrix} V \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = P(s)u + D = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ T_\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$u = \begin{pmatrix} F_x \\ T_\theta \end{pmatrix} = G(s) \cdot (F(s)r - y) = \begin{pmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_2 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_r \\ \dot{\phi}_r \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} V \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} \right)$$

donde $P(s)$ es una matriz 2x2 de funciones de transferencia de la ELF, que conecta la entrada u con la salida y , y $G(s)$ es un control diagonal $G = \text{diag}(g_1, g_2)$.

A partir de la teoría del punto fijo, y empleando la notación $P^{-1} = [q_{ij}]$ se resuelve el sistema de ecuaciones (28), dando lugar a cuatro ecuaciones (Yaniv, 1999; Houppis et al., 2006) que transforman el problema en el diseño de dos sistemas secuenciales MISO (múltiple entrada, una salida) de dos grados de libertad. Cada problema MISO consiste en el diseño de un controlador g_i ($i = 1, 2$) y un prefiltro f_{ii} para la planta q_{ii} cuya salida es V para $i=1$, y $\dot{\phi}$ para $i=2$, de forma que se satisfaga las especificaciones de estabilidad y rendimiento robusto.

3) Resultados.

El conjunto de salidas aceptables en lazo cerrado y_a que se eligen son trayectorias circulares con $u \in [0.2, 0.8]$ m/s, $v=0$; $R \in [0.5, 2]$ m; $\dot{\phi} = \dot{\theta} \in [0.1, 0.4]$ rad/s, y rectilíneas con $i) u=V \in [0.1, 1]$ m/s, $v=0$, y $\Psi = \theta \in [-90, 90]^\circ$, y $ii) u \in [0.2, 1]$ m/s; $v \in [0.08, 0.12]$ m/s; $\theta \in [-60, 60]^\circ$.

De acuerdo con estas trayectorias de salidas aceptables, la linealización local da lugar a la ELF $\{P\}$ siguiente:

$$\{P\} = \left\{ \begin{matrix} P(s) = \begin{pmatrix} \frac{k_1}{s^2 + a} & \frac{-k_2}{s^3 + a s} \\ \frac{-5s}{s^2 + a} & \frac{80s^2 + k_3s + k_4}{s^3 + a s} \end{pmatrix}; \\ a \in [0.01, 0.16]; k_1 \in [0.1, 0.52]; k_2 \in [0.1, 2.4]; \\ k_3 \in [80, 138]; k_4 \in [0.1, 12.8]; \end{matrix} \right\} \quad (29)$$

La planta nominal P_0 seleccionada es la correspondiente a la linealización local en torno a la trayectoria definida por $R = 2$ m, $u = 0.2$ m/s, $v = 0$ m/s:

$$P_0(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.1}{s^2 + 0.01} & \frac{-1.6}{s^3 + 0.01s} \\ \frac{-5s}{s^2 + 0.01} & \frac{80s^2 + 80s + 0.8}{s^3 + 0.01s} \end{pmatrix} \quad (30)$$

El cálculo del conjunto de perturbaciones D se puede realizar mediante diferentes métodos. En este caso, empleamos la definición $D = \{d(t) | d = y_a(t) - P u_a(t)\}$, donde P es la planta lineal obtenida tras la linealización de la planta no lineal N alrededor de la trayectoria $y_a(t)$, y donde $u_a(t)$ es la entrada de la linealización de N , alrededor de la trayectoria $y_a(t)$. El cálculo de D no resulta una cuestión trivial, por lo que en la práctica se puede aproximar por el conjunto mayor $D = \{d | |d(t)| < D_M\}$, que representa el peor de los casos (Baños, 2007). Así, para este caso, se estima D_M como $D_M = [5.9, 2.1]^T$.

El siguiente paso es el cálculo de fronteras. La Tabla 2 detalla las especificaciones en lazo cerrado de estabilidad robusta (2), seguimiento (3) y rechazo a las perturbaciones (4) y sus valores fijados en el dominio de la frecuencia.

Tabla 2. Especificaciones en lazo cerrado.

	MISO $i=1$	MISO $i=2$
Estabilidad	$\lambda_1=1.2$	$\lambda_2=1.2$
Seguimiento	$T_{v_1} = T_{v_2} = \frac{5s + 37.53}{s^2 + 2.66s + 36.73}$	
	$T_{L_1} = T_{L_2} = \frac{64.8}{s^3 + 24.42s^2 + 89.64s + 64.8}$	
Rechazo a perturbaciones	$\delta_{p1}=0.15$	$\delta_{p2}=0.8$

Una vez que se han calculado estas especificaciones para cada subsistema MISO, el control g_i se ajusta sobre el diagrama de Nichols de forma que la función nominal de lazo abierto $L_i^0 = g_i \cdot 1/q_{ii}^0$ ($i=1,2$) satisfaga el peor de los casos de las fronteras. Posteriormente, f_{ii} se diseña para conseguir las especificaciones de seguimiento. A modo de ilustración, la Figura 19 muestra el diagrama de Nichols de la función nominal de lazo abierto L_2^0 con la intersección de todas las fronteras, con el fin de obtener el control g_2 , y la Figura 20 muestra el diseño del prefiltro f_{22} .

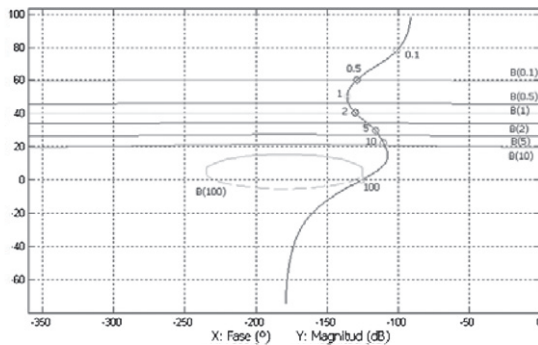


Figura 19: Función lazo abierto nominal $L_2^0(jw)$, con intersección de todas las curvas de restricción, para el segundo sistema MISO.

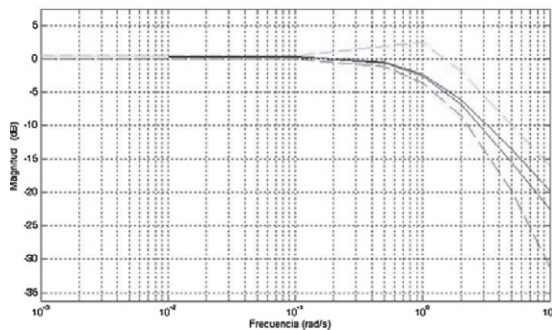


Figura 20: Respuesta de seguimiento en lazo cerrado con prefiltro f_{22} , y fronteras superior e inferior (en discontinuo) para el segundo sistema MISO.

Los resultados del diseño vienen especificados en (31). La Figura 21 muestra las señales de control.

$$\begin{aligned}
 g_1(s) &= 15.32 \frac{1/1.3^2 s^2 + 2 * 0.7/1.3s + 1}{(1/5.5s + 1)(1/6.04s + 1)(1/121s + 1)} \\
 f_{11}(s) &= \frac{1}{0.17s + 1} \\
 g_2(s) &= 11.2 \frac{(1/2.8s + 1)}{(1/0.4s + 1)(1/204s + 1)} \\
 f_{22}(s) &= \frac{1}{0.31s + 1}
 \end{aligned} \tag{31}$$

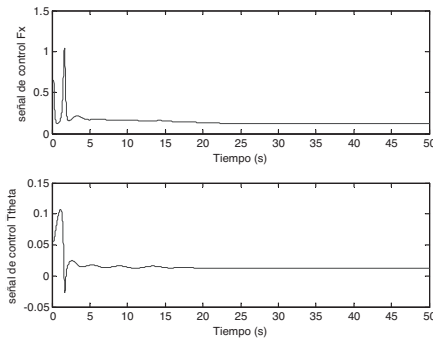


Figura 21: Señales de control: $F_x(t)$ (superior); $T_\theta(t)$ (inferior).

Por último, se realiza un análisis del sistema completo en lazo cerrado para comprobar si el diseño cumple las especificaciones requeridas y se ha conseguido el seguimiento de referencia. La Figura 22 muestra la trayectoria para la planta nominal P_0 en simulación. La posición de referencia en cada instante está representada por triángulos rojos, y la figura geométrica con un círculo verde en su interior marca la posición del aerodeslizador. Como se puede ver, el modelo del aerodeslizador sigue la referencia bastante bien, por lo que se verifica que el controlador diseñado consigue el control de seguimiento de posición.

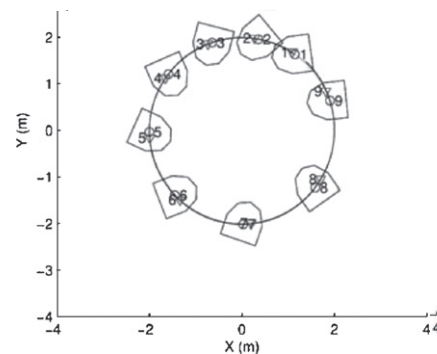


Figura 22: Trayectoria circular para P_0 . $V=1\text{m/s}$ y $\dot{\phi}=0.5\text{rad/s}$.

Además, con el fin de comprobar la robustez del diseño, se realizan unas simulaciones Monte-Carlo con una variabilidad en los parámetros en un rango del 10%. La Figura 23 presenta la respuesta temporal de las salidas V y $\dot{\phi}$, junto con sus referencias correspondientes para la trayectoria circular, que muestra que se consiguen las especificaciones para todo el rango de parámetros, confirmando así la robustez del controlador diseñado.

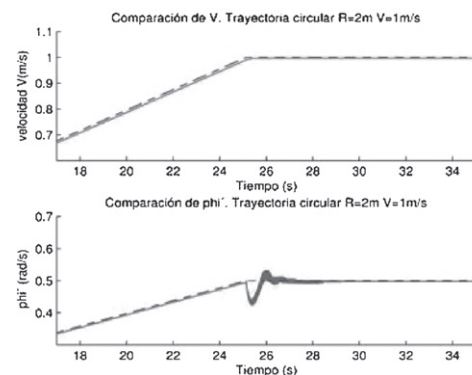


Figura 23: Prueba de robustez. $V(t)$ y $\dot{\phi}(t)$. En línea discontinua: referencia trayectoria circular $R=2$, $V=1\text{m/s}$ y $\dot{\phi}=0.5\text{rad/s}$.

6. Conclusión

Este trabajo supone una aportación a los sistemas marinos avanzados en la utilización de sistemas de control basados en la metodología de control robusto conocida como Teoría de la Realimentación Cuantitativa (QFT). De esta forma, se han implementado diseños de control QFT multivariable lineal y no lineal, y se ha demostrado que estas metodologías, de uso poco frecuente en los sistemas de control marino, son una elección efectiva, favorable, ventajosa y práctica para la solución de problemas de control en vehículos marinos.

Para todo ello, se han abordado tres problemas principales de control correspondientes a aplicaciones de gran interés industrial en la actualidad. Estos problemas engloban parte de las características más importantes en los sistemas de control marinos, como son problemas de grandes perturbaciones, restricciones no holonómicas, acoplamiento de movimientos, precisión en el seguimiento a referencias, y rapidez en las respuestas, por lo que la robustez del diseño es esencial.

English Summary

Applications of QFT robust control techniques to marine systems.

Abstract

In this work an analysis of the application of the Quantitative Feedback Theory (QFT) technique to different marine systems is presented. Specifically, the problems of dynamic positioning of a moored platform, stabilization of a fast ferry and the tracking control of a hovercraft are studied. This control problem presents interesting questions to deal with, since the plants are non-linear, multivariable, underactuated and subject to large disturbances due to waves.

Three multivariable nonlinear problems are solved using different sequential procedures. It is shown that the QFT controllers synthesis achieve robust performance, decoupling, environment disturbance reduction, quick answers and tracking precision. Therefore, it is shown that robust techniques based on QFT methodologies result feasible and very suitable, constituting an attractive alternative for robust design of marine vehicles.

Keywords:

Nonlinear system, robust control, underactuated vehicle, control marine system, QFT design.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias al apoyo del Ministerio de Educación bajo el proyecto DPI2009-14552-C02-02.

Referencias

Aguir A.P, Hespanha J.P., 2003. Position tracking of underactuated vehicles. Proc. of the 2003 American Control Conference. Denver. CO. USA.
 Amerongen van, J. and Klugt van der, P.G.M., Nauta Lemke van, H.R., 1990. Rudder roll stabilization for ships. Automatica. 26(4), 679-690.
 Allison, J.L., Forstell, B.G., Lavis, D.R. Purnell, J., 2004. The Influence of New Technology on the Design and Manufacture of High Speed Craft. RINA International Conference on High Speed Craft.
 Andry, A. N., Shapiro E.Y., Chung, J.C., 1983. Eigenstructure assignment for linear systems, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 5, 711-729.

Aranda, J., Díaz, J.M., Muñoz- Mansilla, R., 2005. QFT Control of a coupled system applied to a fast ferry, Proc. of 16th IFAC World Congress. Prague.
 Baños, A. 2007. Nonlinear quantitative feedback theory. Int. J. of Robust and Nonlinear Control, vol. 17, pp. 181-202.
 Baños, A., Horowitz, I.M., 2000. QFT design of multi-loop nonlinear control systems, Int. Journal of Robust and Nonlinear Control, 10(15), 1263-1277.
 Baños A., Horowitz, I.M., 2004. Nonlinear quantitative stability, Int. Journal of Robust and Nonlinear Control, 14, 289-306.
 Baños, A., Yaniv, O., Montoya, Y., 2003. Non-linear QFT synthesis by local linearization. Int. Journal of Control, 79(5), 429-436.
 Basso, M., Angeli, A., Genesio, R., Galanti, M., 1993. An automatic procedure for the QFT control design of a mirror interferometer. Proc. of the 2nd European Control Conference. Groningen.
 Bazán National Company, 1995. Sea behavior tests of the Turbo Ferry TF-120. OTI-2086-CM-1.
 Borguesani, C., Chait Y., Yaniv, O., 1995. Quantitative Feedback Theory Toolbox-for use with Matlab. The Mathworks Inc. Natick. M.A.
 Burns, R., 1995. The use of artificial neural networks for the intelligent optimal control of surface ship. IEEE J. Ocean Eng. 20(1), 65-72.
 Chen, W., Balance, D.J., 2001. QFT design for uncertain non-minimum phase and unstable plants visited. Int. Journal of Control, 4(9), 957-965.
 Cirre, C., Moreno, J.C., Berenguel, M., Guzmán, J.L., 2010. Robust control of solar plants with distributed collectors. Proc. of the 9th International Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, Leuven, Belgium, July 5-7.
 Comasólvias, R., Escobet, T., Quevedo, J., 2004. Aplicación de la técnica de la QFT para el control activo de las perturbaciones mecánicas en un interferómetro óptico. Revista Iberoamericana de Sistemas, Cibernética e Informática, 1(1),1-6.
 Cruz de la J.M, Aranda, J., Girón-Sierra, J.M., Velasco, F., Esteban, S., Díaz, J.M., de Andrés-Toro, B., 2004. Improving the comfort of a fast ferry, smoothing a ship's vertical motion with the control of flaps and T-foil, IEEE Control System Magazine, 24(2), 47-60.
 Cruz de la J.M., Ruipérez, P. Aranda, J., 1997. An Eigenstructure Assignment Approach (2). Robust Flight Control, a design challenge. Ed. J.F. Magni, S. Bannani, J. Terlouw. LNCIS n. 224. Springer.
 Díaz J.M., Dormido S., Aranda, J. 2005. Interactive computed-aided control design using quantitative feedback theory: the problem of vertical movement stabilization on a high-speed craft. Int. Journal of Control. 78(11), 813-825.
 Djouani, K., Hamam, Y., 1995. Minimum time-energy trajectory planning for automatic ship berthing. IEEE Journal of Ocean Engineering, 20(1), 4-11.
 Egaña, I., Sabalza, X., 2006. Diseño de un controlador basado en QFT para el amortiguamiento del chatter en rectificadoras sin centros. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial. RIAI, 3(2), 90-98.
 Fossen, T.I., 1994. Guidance and Control of Ocean Vehicles. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.
 Fossen, T.I., Blanke, M., 2000. Nonlinear output feedback control of underwater vehicle propellers using feedback from estimated axial flow velocity. IEEE Journal of Ocean Engineering, 25, 2, 241-255.
 García-Sanz, M., Vital, P., Barreras, M., Huarte, A., 2001. Interactive tool for easy robust control design. IFAC Int. Workshop on internet based control educations.83-88. Madrid. Spain.
 García Sanz, M., 2005. Control robusto cuantitativo QFT: historia de una idea. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial. RIAI, 2(3), 25-38.
 García Sanz, M., Torres, E., 2004. Control y experimentación del aerogenerador síncrono multipolares de velocidad variable TWT1650. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial. RIAI, 1(3), 53-62.
 Horowitz, I. M., 1963. Synthesis of feedback systems, Acad. Press. N.Y.
 Horowitz, I.M., 1975. A synthesis theory for linear time-varying feedback systems with plant uncertainty, IEEE Transactions on Automatic Control, 1975, 20(4), 454-464
 Horowitz, I.M., 1976. Synthesis of feedback systems with nonlinear time-varying uncertain plants to satisfy quantitative performance specifications, Proc. of the IEEE, 64, 123-130.
 Horowitz, I.M., 2001. Survey of Quantitative Feedback Theory (QFT). Int. Journal of Robust and Nonlinear Control, 11(10), 887-921.
 Horowitz I.M., Sidi, 1972. Synthesis of feedback systems with large plant ignorance for prescribed time domain tolerances. Int. Journal of Control, 16(2), 287-309.

Horowitz, I.M., Sidi, 1978, Optimus Synthesis of non-minimum phase feedback system with plant uncertainty, *Int. Journal of Control*, 27, 361-386.

Houpis, C. H., Rassmussen, S.J., García-Sanz, M., 2006. *Quantitative Feedback Theory: fundamentals and applications*, 2nd Edition, CRC Taylor & Francis: Boca Ralen.

Hu, S.S., Yang, P.H., Juang, J.Y, Chang, B.C., 2003. Robust nonlinear ship course-keeping control by H_∞ I/O linearization and μ -synthesis. *Int. Journal of Robust and Nonlinear Control*, 13, 55-70.

Juang, J.Y., Chang, B.C, 1999. Robust control theory applied to ship maneuvering. *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*, 2186-2191.

Kajiwar, H., Koterayama, W., Nakamura, M. 1995. LMI-based design of dynamic positioning control laws for a moored floating platform model. *Proc. 14th SICE Kyushu Branch.Conference*, 181-184.

Karpenko, M., Sepehri, N., 2006. QFT Synthesis of a Position Controller for a Pneumatic Actuator in the presence of Worst-Case persistent disturbances. *Proc.of the American Control Conference*, 3158-3163.

Katebi, M.R., Grimble, M.J., Zhang, Y., 1997. H_∞ robust control design for dynamic ship positioning. *IEE Proc. on Control Theory and Applications*, 144(2), 110-120.

Katebi, M.R., Yamamoto, I., Matsuura, M., Grimble, M.J., 2001. Robust dynamic ship positioning control system design and applications. *Int. Journal of Robust and Nonlinear Control*, 11, 1257-1284.

Kerr, M., Jayasuriya, S., 2005. An Improved Non-Sequential MIMO QFT Design Method. *American Control Conference*, 2005. Portland, USA.

McClure M.A., Paschall, R.N., 1992. Applying Variations of the Quantitative Feedback Technique to Unstable, Non-Minimum Phase aircraft dynamics models. *Proc.of the IEEE National Aerospace and Electronic Conference*, NAECON, 334-341.

Moreno, J.C., Baños, A., y Berenguel, M., 2006, Improvements on the Computation of Boundaries in QFT, *Int. Journal of Robust and Nonlinear Control*, 16, 575–597.

Muñoz-Mansilla, R., Aranda, J., Díaz, J.M., Cruz, J.M., 2009. A parametric model identification of high-speed craft dynamics. *Ocean Engineering*, 6, 1025-1038.

Niksefat, N., Sepehri, N., Wu, Q., 2007. Design and experimental evaluation of a QFT contact task controller for electro-hydraulic actuators. *Int. Journal of Robust and NonlinearControl*, 17, 225-250.

Ryoo, J.R., Doh, T.Y, Chung, M.J., 2002. A QFT design of disturbance observer for the track-following control system of an optical disk drive. *Advanced Motion control*, 7th Intern. Workshop on.

Strand, J.P., Sorensen, A.J., 2000. *Marine Positioning systems*. Ocean Eng.Handbook. (El-Hawary, Ed.), 3, 163-176. CRC Press, USA.

Sobel, K.M., Shapiro, E.Y., 1985. Eigenstructure Assignment: a tutorial. *Proc. American Control Conference*, Boston, 456-467.

Tanaka, K., Iwasaki, M., Wang, H., 2001. Switching Control of and R/C Hovercraft. *Stabilization and Smooth Switching*. *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics*, 31(6), 853-863.

Ting-Yun, J., 1996. Control of nonholonomic systems. WS. Levine, Ed, *The Control Handbook*, USA, CRC Press & IEEE Press, 1359-1368.

Wu, S.F., Grimble, M.J., Breslin, S.G., 1998. Introduction to Quantitative Feedback Theory for lateral robust flight control systems design. *Control Engineering Practice*, 6, 805-828.

Wu, S.F., Wei, W. Grimble, M.J, 2004. Robust MIMO control-system design using eigenstructure assignment and QFT. *IEE Proc. Control Theory Applications*, 151(2), 198-209.

Yamamoto, I., 2001. Robust and non-linear control of marine system. *Int. Journal of Robust and Nonlinear Control*, 11, 1285-1341.

Yaniv, O., 1991. Robust design of MIMO feedback systems having an uncertain non-linear plant, *Int. Journal of Control*, 53(6), 1283-1294.

Yaniv, O., 1999. *Quantitative Feedback design of linear and nonlinear control systems*, Kluwer Acad. Publishers: Norwell, Massachusetts.

Yaniv, O., Horowitz, I.M., 1986. A quantitative design method for MIMO linear feedback systems having uncertain plant. *Int. Journal of Control*, 43(2), 401-421.

Zeidler, E., 1986. *Nonlinear Functional Analysis and its Applications*, Springer-Verlag .N.Y

Apéndice A

Funciones de transferencia identificadas para el buque de alta velocidad, con los valores de los parámetros estimados para cada ángulo de incidencia de ola con respecto al rumbo $\mu=105^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 165^\circ, 180^\circ$ (Muñoz-Mansilla et al. 2009).

$$\left\{ G_{1H}(s) = k \frac{b_4 s^3 + b_3 s^2 + b_2 s^1 + b_1}{s^4 + a_4 s^3 + a_3 s^2 + a_2 s^1 + a_1} : \right. \\ \left. \begin{aligned} k &= [9.52, 9.43, 9.33, 9.22, 9.12, 9.01] 10^3; b_4 = [1.6, -0.14, 26.02, 2.32, 0.36, 24.6] \\ b_3 &= [32.2, 31.1, -22.1, -2.6, -0.07, 24.6]; b_2 = [-6.2, 49.01, 161, 19.2, 2.8, 55.3] \\ b_1 &= a_1 = [0.008, 0.33, 0.9, 0.12, 0.016, 55.3] \\ a_4 &= [31.8, 83.6, 125.4, 20.3, 3.3, 151.7] \\ a_3 &= [30.5, 63.3, 149, 20.6, 3.8, 295.7] \\ a_2 &= [0.31, 67.3, 181.3, 23.4, 3.2, 374] \\ a_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \left\{ G_{2H}(s) = k \frac{b_3 s^2 + b_2 s^1 + b_1}{s^2 + a_2 s^1 + a_1} : \right. \\ \left. \begin{aligned} k &= [1.05, 1.07, 1.06, 1.08, 1.10, 0.5] 10^{-4}; \\ b_3 &= [0.75, 0.49, 0.44, 0.42, 0.40, 0.27] \\ b_2 &= [1.37, 1.14, 1.08, 1.05, 1.04, 0.51] \\ b_1 &= a_1 = [2.76, 2.88, 3.015, 3.10, 3.15, 3.05] \\ a_2 &= [0.79, 0.69, 0.63, 0.59, 0.58, 0.47] \end{aligned} \right\}$$

$$\left\{ G_{1P}(s) = k \frac{b_4 s^3 + b_3 s^2 + b_2 s^1}{s^4 + a_4 s^3 + a_3 s^2 + a_2 s^1 + a_1} : \right. \\ \left. \begin{aligned} k &= [17.8, 18.38, 18.13, 18.63, 18.87, 18.91] 10^4; b_4 = [-23.42, -24.53, -1.41, -28.31, -0.75, -0.15], \\ b_3 &= [400.2, 36.24, 0.86, 17.44, 1.04, 0.21], \\ b_2 &= [65.03, -206.8, -12.6, -323.8, -9.31, -3.23] \\ a_4 &= [203.32, 88.5, 25.183, 7.5, 27.2, 34] \\ a_3 &= [420.5, 130.3, 10.99, 165.1, 13.07, 5.16] \\ a_2 &= [131.1, 220.1, 115.51, 458.7, 13.07, 4.77] \\ a_1 &= [0.64, 110.8, 5.94, 14.4, 4.76, 2.14] \end{aligned} \right\} \left\{ G_{2P}(s) = k \frac{b_2 s^1 + b_1}{s^2 + a_2 s^1 + a_1} : \right. \\ \left. \begin{aligned} k &= [1.59, 2.83, 4.22, 4.86, 4.91, 4.9] 10^{-6}, \\ b_2 &= [-0.74, -0.76, -0.503, -0.42, -0.43, 1.87] \\ b_1 &= [4.99, 3.70, 2.82, 2.58, 2.64, 12.61] \\ a_2 &= [0.34, 0.44, 0.49, 0.52, 0.54, 0.74] \\ a_1 &= [2.64, 2.70, 2.71, 2.701, 2.703, 2.61] \end{aligned} \right\}$$

$$\left\{ G_{1R}(s) = k \frac{b_4 s^3 + b_3 s^2 + b_2 s^1 + b_1}{s^4 + a_4 s^3 + a_3 s^2 + a_2 s^1 + a_1} : \right. \\ \left. \begin{aligned} k &= [2.79, 3.86, 2.79, 1.79, 0.91, 0.009] 10^3, \\ b_4 &= [14.5, 0.4, -34.7, -57.7, -54.3, -1.2] \\ b_3 &= [-23.7, 1.3, 79.6, 124.8, 111.9, -0.3] \\ b_2 &= [0.4, -2.1, -109, -153.9, -145.6, -0.2] \\ b_1 &= 0; \\ a_4 &= [24.3, 2.6, 67.0, 106.1, 09.3, 27.1] \\ a_3 &= [32.3, 6.5, 125.8, 190.3, 166.5, 4.5] \\ a_2 &= [27.8, 7.9, 247.3, 359.7, 344.6, 0.1] \\ a_1 &= [0.1, 3.5, 135.6, 194.4, 145.8, 0.0013] \end{aligned} \right\} \left\{ G_{2R}(s) = k \frac{b_3 s^2 + b_2 s^1 + b_1}{s^3 + a_3 s^2 + a_2 s^1 + a_1} : \right. \\ \left. \begin{aligned} k &= [8.7, 9.7, 12.0, 12.0, 12.0, 16] \\ b_4 &= [0.6, 0.4, -0.0019, 0.01, 0.02, 22] \\ b_3 &= [-1.0, 0.6, 0.2, -0.3, -0.009, -0.7] \\ b_2 &= [-0.6, 0.58, 0.3, 0.7, 0.6, 0.4] \\ b_1 &= [4.8, 5.4, 3.5, 1.2, 1.6, 0.2] \\ a_3 &= [6.8, 5.1, 4.4, 1.9, 2.3, 4.3] \\ a_2 &= [1.5, 1.5, 1.4, 1.2, 0.6, 0.6] \\ a_1 &= [7.5, 5.6, 4.8, 2.0, 2.5, 2.2] \end{aligned} \right\}$$