

## Diseño de Experimentos para la Estimación de Parámetros de Modelos de Maniobra Lineales de Buques

Elías Revestido Herrero<sup>a</sup>, Francisco J. Velasco González<sup>a</sup>, Eloy López García<sup>b</sup>, Emiliano Moyano Pérez<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Dept. Tecnología Electrónica e Ingeniería de Sistemas y Automática, Univ. Cantabria. E.T.S. de Náutica - C/ Gamazo 1- 39004 Santander (Cantabria).

<sup>b</sup>Dept. Ciencias y Técnicas de la Navegación, Máquinas y Construcciones Navales, Univ. País Vasco (UPV/EHU), E.T.S. de Náutica y Máquinas Navales - C/ Ma Díaz de Haro 68 - 48920 Portugalete (Vizcaya).

<sup>c</sup>Dept. Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación, Univ. Cantabria. E.T.S. de Ingenieros Industriales y de Telecomunicación - Avda. de los Castros, s/n-39005 Santander (Cantabria).

### Resumen

En este artículo, se propone el diseño de un experimento alternativo a la maniobra de zig-zag estándar para la estimación de parámetros de modelos de maniobra lineales de buques. En el diseño del experimento, se realiza la selección de la frecuencia de una señal de entrada mediante un enfoque basado en la sensibilidad de los parámetros. La estimación de los parámetros se efectúa utilizando un método de error de predicción junto con el filtro de Kalman. Para la evaluación del experimento diseñado con el estimador propuesto y la validación del modelo obtenido se proponen dos casos de estudio: uno en simulación y otro con datos adquiridos en aguas abiertas. Copyright © 2012 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

### Palabras Clave:

diseño de experimentos, estimación de parámetros, modelos de maniobra, métodos de error de predicción, filtro de kalman.

### 1. Introducción

En la actualidad, los acuerdos contractuales para la construcción de buques exigen, como requisito, modelos de maniobra de buques cada vez más exactos, lo que potencia el uso de la teoría de identificación de sistemas (ITTC, 2005). La teoría de identificación de sistemas ayuda a mejorar y validar los modelos con los datos adquiridos en las pruebas de mar ya sea con modelos a escala o con buques reales. Por lo tanto, la aplicación de los sistemas de identificación a los modelos de maniobra de buques está adquiriendo importancia en las diferentes etapas de evaluación del diseño de barcos.

Los parámetros de los modelos de maniobra se estiman habitualmente a partir de ensayos con buques a escala real. La capacidad de un método de estimación para obtener buenas estimaciones de los parámetros depende de la cantidad de información sobre la dinámica del sistema contenida en los datos, que a su vez depende del experimento realizado. Por lo tanto, el diseño de experimentos es de suma importancia para obtener parámetros exactos del modelo y para reducir el tiempo para llevar a cabo los experimentos.

El presente trabajo, se centra en el diseño de experimentos para la estimación de parámetros de modelos de maniobra lineales de buques. Estos modelos, son modelos acoplados de 2 grados de libertad (2GDL: desplazamiento lateral y guiñada) que se utilizan en aplicaciones de control de rumbo (Perez and Fossen, 2006). Este tipo de modelo lineal es adecuado para aplicaciones de baja velocidad como por ejemplo: aproximación a puerto o navegación en aguas confinadas, ya que en el caso de alta velocidad estos modelos no serían adecuados debido a la acentuación de los efectos no lineales. Un problema que se presenta a la hora de diseñar estos controladores de rumbo es que, si el modelo matemático utilizado para el diseño no es exacto, resulta difícil sintonizar el controlador para obtener un buen comportamiento. De ahí, la importancia de disponer de un modelo lo más exacto posible, que es el objetivo de este artículo.

En lo que se refiere a la estimación de parámetros de modelos de maniobra lineales destacan los trabajos de Shields and Hodder (1982); Van Amerongen (1984); Oltmann (2003) en los que se aplicaron distintas técnicas de estimación de parámetros para modelos de rumbo como: mínimos cuadrados ordinarios, mínimos cuadrados generales, variables instrumentales y mínimos cuadrados extendidos. En la mayoría de los citados trabajos, se utilizan maniobras estándar que se aplican habitualmente a los buques a escala real (Lewis, 1989). Otras referencias como las de Astrom (1980); Kallstrom and Astrom (1981) se

\*Autor en correspondencia.

Correos electrónicos: [revestidoe@unican.es](mailto:revestidoe@unican.es) (Elías Revestido Herrero), [velascof@unican.es](mailto:velascof@unican.es) (Francisco J. Velasco González), [eloy.lopez@ehu.es](mailto:eloy.lopez@ehu.es) (Eloy López García), [moyanoe@unican.es](mailto:moyanoe@unican.es) (Emiliano Moyano Pérez)

utilizaron datos de buques a escala real y se aplicaron técnicas de máxima verosimilitud y error de salida en la estimación de parámetros. En este artículo, se propone el diseño de experimentos de excitación bajo un enfoque de sensibilidad de los parámetros, utilizando métodos de error de predicción para la estimación de los parámetros. Como algunos de los parámetros de los modelos de maniobra de 2GDL son conocidos, la estimación, constituye un enfoque de caja gris.

En el campo del diseño de experimentos para la identificación de sistemas, es habitual la utilización de señales de excitación aleatorias (Barker et al., 2006; Braun et al., 2001). Sin embargo, estas señales tienen como desventaja, en el caso de la estimación de parámetros de modelos de maniobra, que la trayectoria que va a describir el buque con la señal aleatoria se puede salir del área en el que se realizan las pruebas. Este área está acotada cuando se habla de maniobra. En el caso de la estimación de parámetros de modelos de maniobra, se encuentran las referencias de Blanke and Knudsen (1999, 2006) que utilizan un enfoque de sensibilidad de los parámetros para el diseño de experimentos. Dichos autores, proponen el diseño de experimentos a partir de maniobras estándar. La propuesta de este artículo difiere del trabajo realizado por estos autores, ya que se propone una señal de excitación alternativa a la maniobra estándar de zig-zag a partir de una onda cuadrada desde el punto de vista de sensibilidad de los parámetros. Mediante simulaciones de Monte Carlo se cuantifican las propiedades estadísticas del estimador propuesto y se comprueba la mejora obtenida cuando se utiliza la señal de excitación diseñada. El modelo se valida con datos simulados y también con datos adquiridos con un modelo físico a escala en los alrededores de la Bahía de Santander.

## 2. El Modelo

El modelo de maniobra lineal, objeto de estudio de este trabajo, es el propuesto por Davidson and Schiff (1946), que presenta la siguiente forma:

$$M\dot{v} + N(u_0)v = \tau_\delta \quad (1)$$

donde  $v = [v, r]^T$  es el vector de velocidades en el punto  $O_b$  (ver Figura 1),  $u_0$  es la velocidad nominal,  $\tau_\delta = b\delta$  son las fuerzas hidrodinámicas generadas por la propulsión, siendo  $\delta$  el ángulo del mecanismo de la propulsión y  $b$  el vector de coeficientes de la propulsión. Los cálculos del vector  $\tau_\delta$  se especifican en la siguiente sección para dos tipos de propulsión.

El sistema  $n$  se usa para definir la posición del buque y conjuntamente con el sistema  $b$  también se define la orientación del buque (Perez, 2005). Todas las mediciones (de velocidades, aceleraciones, etc) de los instrumentos a bordo del buque son referenciadas al origen de coordenadas  $O_b$ , que también se utilizan para formular las ecuaciones de movimiento de esta sección. En este trabajo se ha adoptado como punto  $O_b$  a la intersección del plano de simetría de babor a estribor, el plano de la línea de agua y el plano transversal en  $L_{pp}/2$ . La matriz total de masas  $M$  de (1) está formada por las componentes de cuerpo rígido y masa adicional:

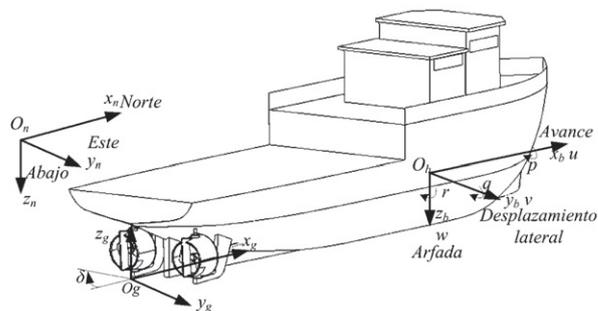


Figura 1: Notación para la descripción de los movimientos del buque.

$$M = \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_r \\ mx_G - N_{\dot{v}} & I_z - N_r \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde las derivadas hidrodinámicas siguen la notación de SNAME (1950). En la matriz  $N(u_0)$ , se incluyen los términos de amortiguamiento lineal, Coriolis y centrípetos.

$$N(u_0) = \begin{bmatrix} -Y_v & mu_0 - Y_r \\ -N_v & mx_G u_0 - N_r \end{bmatrix} \quad (3)$$

La ecuación (1) se puede expresar como un modelo en espacio de estados de la siguiente manera:

$$\dot{x} = Ax + b_1\delta \quad (4)$$

siendo  $x = v = [v, r]^T$  y las matrices

$$A = -M^{-1}N, \quad b_1 = M^{-1}b \quad (5)$$

donde los elementos  $m_{ij}$ ,  $n_{ij}$  y  $b_i$  ( $i=1,2$  y  $j=1,2$ ) están definidos en (2) y (3).

Existen dos propuestas alternativas a la representación del modelo Davidson and Schiff (1946), que fueron propuestas por Nomoto et al. (1957). Estos modelos se obtienen eliminando la velocidad lateral  $v$  de (1) para obtener una función de transferencia, que relaciona la velocidad de cambio de rumbo  $r$  con el ángulo del timón  $\delta$ , esto es:

$$\frac{r}{\delta} = \frac{K(1 + T_3s)}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)} \quad (6)$$

donde  $r = \frac{d\psi}{dt}$ , siendo  $\psi$  el rumbo del buque. Los parámetros de la función de transferencia (6) están relacionadas con las derivadas hidrodinámicas:

$$T_1 T_2 = \frac{\det(M)}{\det(N)}, \quad K = \frac{n_{21}b_1 - n_{11}b_2}{\det(N)}, \quad KT_3 = \frac{m_{21}b_1 - m_{11}b_2}{\det(N)} \\ T_1 + T_2 = \frac{n_{11}m_{22} + n_{22}m_{11} - n_{12}m_{21} - n_{21}m_{12}}{\det(N)} \quad (7)$$

Estos modelos se utilizan habitualmente en el análisis de la estabilidad de buques y en el diseño de controladores de rumbo. La otra propuesta de Nomoto et al. (1957) fue un modelo aproximado de primer orden con una constante de tiempo  $T_T = T_1 + T_2 - T_3$ :

$$\frac{r}{\delta} = \frac{K}{(1 + T_T s)} \quad (8)$$

### 3. Actuadores y Propulsión

Existen distintos tipos de elementos que, hasta cierto punto, pueden afectar al movimiento del buque como pueden ser: los timones, las aletas estabilizadoras “fins”, las aletas de popa “flaps”, los impulsores laterales “thrusters” y las hélices. Estos dispositivos, junto con los elementos de mando, constituyen lo que se conoce en ingeniería de control como actuadores proporcionando un nexo de unión entre el controlador y el sistema controlado. En este apartado se describe la formulación de las fuerzas generadas por los timones y por la propulsión de chorro de agua “water jets”, que forman parte de la propulsión de los buques que se utilizan en este trabajo, completando de esta forma los modelos descritos en la sección anterior.

#### 3.1. Fuerzas Generadas por los Timones y las Aletas Estabilizadoras

Cuando el fluido se mueve de forma relativa al timón y existe un ángulo de incidencia (o ángulo de ataque)  $\beta_f$ , entre el flujo y el timón, el flujo permanece adherido a su superficie y entonces aparecen fuerzas sobre el mismo, ver Figura 2.

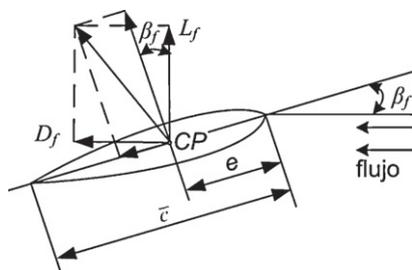


Figura 2: Fuerzas de arrastre y sustentación sobre un perfil de timón con un ángulo de ataque.

Bajo estas condiciones, aparece una distribución de campo de flujo a lo largo de ambos lados del timón que induce, a su vez, una presión sobre su superficie. Esta última, da como resultado una fuerza llamada sustentación,  $L_f$ , perpendicular a la velocidad del flujo y una fuerza de arrastre,  $D_f$ , perpendicular a la fuerza de sustentación. Ambas fuerzas,  $L_f$  y  $D_f$  se asume que actúan sobre un punto llamado centro de presión CP. Para más detalles ver (Perez, 2005).

Debido a aspectos prácticos, las fuerzas de arrastre y sustentación se expresan en forma no dimensional:

$$C_L = \frac{L_f}{0,5V_f^2 A_f}, \quad C_D = \frac{D_f}{0,5V_f^2 A_f} \quad (9)$$

donde  $V_f$  es la velocidad del flujo y  $A_f$  es el área de la superficie del timón. En la siguiente formulación se estiman los coeficientes adimensionales de sustentación y arrastre, basándose en resultados experimentales (Whicker and F., 1958).

$$C_L = \frac{\partial C_L}{\partial \beta_f} + \frac{C_{Dc}}{a} \left( \frac{\beta_f}{57,3} \right)^2, \quad C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{0,9\pi a} \quad (10)$$

donde  $\beta_f$  se mide en grados,  $C_{Dc}$  es el coeficiente de arrastre transversal,  $C_{D0}$  es la sección mínima de arrastre (por ejemplo para un perfil NACA 15,  $C_{D0} = 0,0065$ ) y  $a$  es la razón de aspecto.

En aplicaciones de maniobra, las fuerzas producidas por el timón en el centro de coordenadas  $O_b$ , para 2GDL resultan,

$$\tau_Y = L_f, \quad \tau_N = -x_b L_f \quad (11)$$

donde  $x_b$  es la distancia horizontal del CP al punto  $O_b$ .

#### 3.2. Fuerzas Generadas por la Propulsión de Chorro de Agua

El modelo para la propulsión de chorro de agua fue propuesto por Perdon (1998). En éste modelo, las fuerzas generadas por la propulsión de chorro de agua están expresadas en función del empuje y del ángulo de desvío de la tobera  $\delta$ .

$$\tau_Y = T \sin 2\delta, \quad \tau_N = x_b T \sin 2\delta \quad (12)$$

El empuje  $T$  debido a la propulsión de chorro de agua se expresa como,

$$T(v, r, \delta) = (1 - |v - 0,33r|)^{0,6} \sqrt{1 - 0,4 \sin|\delta|} \sqrt{\delta} T_a \quad (13)$$

donde  $T_a$  es el empuje total a la velocidad inicial en línea recta. El primer término de la ecuación expresa una reducción en el empuje causada por la componente de velocidad transversal,  $v$ . El segundo término expresa la pérdida en el empuje debido al ángulo de desvío en la tobera.

#### 3.3. Dispositivos de Empuje y Hélices

Una primera aproximación del empuje proporcionado por una hélice  $T_a$  se puede encontrar en los cálculos de sustentación. Estos cálculos fueron propuestos por Blanke (1981), que los utilizó para sentar las bases de aproximación del diagrama de la hélice en aguas abiertas. Las características adimensionales en aguas abiertas están definidas en términos del coeficiente  $J_0$ :

$$J_0 = V_a / (nD) \quad (14)$$

donde  $V_a$  (m/s) es la velocidad de avance,  $n$  (rps) son las revoluciones por segundo y  $D$  (m) el diámetro de la hélice. Normalmente, para definir la reducción de la velocidad relativa de la velocidad de avance en la hélice (la velocidad del agua que entra en ella), se utiliza la siguiente expresión:

$$V_a = (1 - w)U \quad (15)$$

donde  $w$  es la constante de estela “wake fraction number” y  $U$  (m/s) es la velocidad en el eje  $x$ . La constante de estela en la popa se expresa como (Clark, 2004):

$$w = 0,5C_B - 0,05 \quad (16)$$

El empuje positivo proporcionado por la hélice se define como:

$$K_{T_a} = \alpha_1 + \alpha_2 J_0 + \alpha_3 J_0^2, \quad T_a = \rho D^4 K_{T_a} |n| \quad (17)$$

El coeficiente de empuje  $K_{T_a}$  se obtiene de las curvas características de la hélice (Bertnitsas et al., 1981). El coeficiente de empuje es función de:

$$K_{T_a} = f(J, P/D, A_E/A_o, z) \quad (18)$$

donde  $P/D$  es la razón de diámetro de paso,  $A_E/A_o$  es la razón de área de la pala,  $z$  es el número de palas de la hélice.

#### 4. El Filtro de Kalman

El filtro de Kalman (1960) (KF: “Kalman filter”) es un tipo especial de observador que tiene en cuenta la incertidumbre en el modelo y el ruido en la medición. Se asume que, en cada instante de tiempo, la función de densidad de probabilidad posterior de los estados es Gaussiana, por lo que se puede caracterizar por dos parámetros: la media y la covarianza.

Para la aplicación del KF se considera el siguiente modelo discreto

$$\begin{aligned} x_k &= \Phi x_{k-1} + \Delta u_{k-1} + w_{k-1} \\ y_k &= H x_k + n_k \end{aligned} \quad (19)$$

siendo  $w_{k-1} \sim N(0, Q)$  el ruido del proceso,  $n_k \sim N(0, R)$  el ruido en la medición,  $x_k$  los estados,  $y_k$  las mediciones y  $u_{k-1}$  las entradas. Las matrices  $\Phi$  (dimensión  $n_x \times n_x$ ),  $H$  (dimensión  $n_y \times n_x$ ) y  $\Delta$  (dimensión  $n_x \times n_u$ ) son conocidas.

Para implementar el filtro KF se realizan los siguientes pasos (Gelb, 1999):

1. Estimar la predicción de los estados,

$$\hat{x}_{k|k-1} = F \hat{x}_{k-1|k-1} + \Delta u_{k-1|k-1} \quad (20)$$

2. Obtener la predicción de la covarianza,

$$P_{k|k-1} = F P_{k-1|k-1} F^T + Q \quad (21)$$

3. Calcular la ganancia de Kalman,

$$K_{k|k} = P_{k|k-1} H^T (H P_{k|k-1} H^T + R)^{-1} \quad (22)$$

4. Corregir los estados,

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_{k|k} [y_k - H \hat{x}_{k|k-1}] \quad (23)$$

5. Corregir la covarianza,

$$P_{k|k} = (I - K_{k|k} H)^{-1} P_{k|k-1} \quad (24)$$

donde la matriz  $Q$  es la covarianza de la incertidumbre en el modelo y  $R$  es la matriz de covarianza del ruido en la medición.

##### 4.1. Sintonización del Filtro de Kalman

La sintonización del filtro KF contempla tres aspectos:

**Ruido en la Medición ( $n_k$ ):** El ruido en la medición normalmente está asociado al ruido de los sensores. Si los sensores no presentan sesgo, y  $\sigma_{ni}$  es una estimación del valor RMS (“root mean square”) de la componente  $i$ , podemos escoger  $R = \text{diagonal}(\sigma_{n1}, \sigma_{n2}, \dots, \sigma_{np})$ .

**Estado inicial y su covarianza ( $x_0, P_0$ ):** El estado  $x_0$  es una estimación del estado inicial, y su covarianza  $P_0$  una medida de la certeza de esa estimación inicial. Las componentes de  $x_0$ , en algunos casos, se pueden tomar de la salida  $y_{-1}$ . La matriz  $P_0$  se escoge diagonal con altos valores para los estados no medidos y valores apropiados para los medidos.

**Ruido del proceso ( $w_k$ ):** Las estadísticas de la incertidumbre en el modelo normalmente no son fáciles de determinar. Debido a esto, la matriz de covarianza  $Q$  se escoge diagonal y sus valores se usan para sintonizar el filtro KF mediante prueba y error. Si se acepta que el modelo es exacto, se reducen los valores de la matriz  $Q$  de covarianzas de ruido en los estados, lo cual reduce la influencia de la incertidumbre del modelo en las estimaciones. Sin embargo, si se considera que el modelo presenta cierta incertidumbre, es necesario incrementar la matriz de covarianza de estados  $Q$ ; esto reduce el sesgo en las estimaciones de los estados e incrementa la influencia de la incertidumbre en el modelo de dichas estimaciones.

##### 4.2. Estimación de Estados con el filtro KF de un Modelo Lineal de Maniobra

El ejemplo que se propone a continuación, servirá de punto de partida para las secciones de diseño de experimentos. Se considera un modelo lineal de maniobra de 2GDL, cuyas ecuaciones dinámicas se definieron en (4) y (5). La propulsión, que actúa sobre las entradas de este modelo de maniobra, se implementa según las ecuaciones que se definieron en (11) añadiendo a este vector el empuje provocado por las hélices (ver datos en el Apéndice B.1). Se han tomado como parámetros del modelo de maniobra lineal, los que se obtienen con la formulación de Clarke et al. (1983) (ver Apéndice A). El sistema continuo de (4) se ha discretizado siguiendo un método de discretización estándar (Fossen, 1994), con lo que se obtiene el siguiente sistema discreto.

$$x_k = \Phi x_{k-1} + \Delta \delta_{k-1} + w_{k-1} \quad (25)$$

$$y_k = x_k + n_k \quad (26)$$

donde  $x_k = [v_k, r_k]^T$ ,  $\Phi \approx I + Ah$  y  $\Delta \approx Bh$ .

Los ruidos  $w_{k-1}$  y  $n_k$  son secuencias aleatorias independientes con media cero en ambos casos y covarianza  $Q$  y  $R$  respectivamente. La ecuación (26) indica que las salidas son iguales a los estados, como sucede en los modelos de maniobra.

Se han utilizado datos simulados de una patrullera (ver Apéndice B) incluido en la toolbox de Matlab (MSS: Marine Systems Simulator (Fossen and Perez, 2004)). Estos datos, han sido contaminados con niveles de ruido no correlacionado similares a los esperados en la instrumentación a bordo de un buque.

Como el modelo de la patrullera, implementado en el simulador MSS, es un modelo no lineal, es necesario escoger una maniobra de zig-zag adecuada para excitar únicamente la dinámica lineal del sistema. En la Figura 3 se muestran los gráficos típicos de fuerza-velocidad (Abkowitz, 1964) en el sistema de coordenadas fijado al buque, punto  $O_b$ , para una maniobra de zig-zag. Se observa como el comportamiento de la patrullera para una maniobra de zig-zag de  $5^\circ$  es aproximadamente

lineal con respecto al comportamiento no lineal de la maniobra de zig-zag de 20°. Por este motivo, se escoge una maniobra de zig-zag 5-5 para excitar la dinámica lineal del sistema.

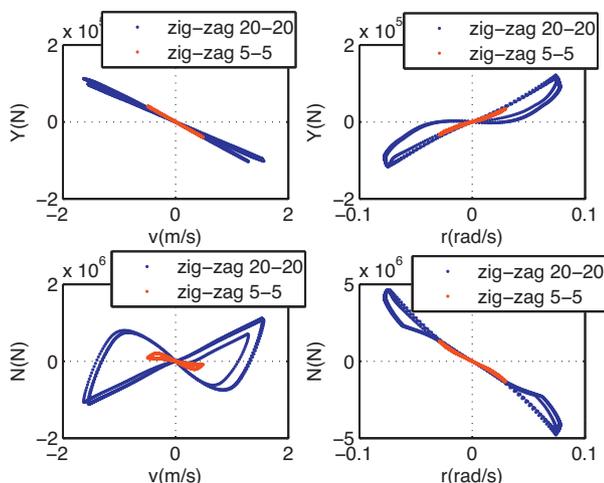


Figura 3: Gráficos de fuerza y velocidad de una patrullera para unas pruebas de zig-zag 20-20 y 5-5 en el intervalo de simulación [0 120s].

En la Figura 4 se muestran los resultados de la estimación de los estados con KF para la patrullera. Se observa como los datos estimados (señal roja separada por guiones) siguen a los datos limpios sin ruido (señal verde) pese al ruido con que fueron contaminadas las mediciones (señal punteada azul) y la incertidumbre en el modelo provocada por los parámetros calculados con la formulación de Clarke. El filtro KF se implementó tal y como se ha descrito previamente. La matriz de covarianza de las mediciones  $R$  es diagonal,

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & \sigma_r^2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

La matriz de covarianza de los estados  $Q$  se escoge diagonal, considerando que la incertidumbre del modelo es pequeña ya que la formulación de Clarke et al. (1983) es bastante exacta. Por lo tanto se considera,  $R \gg Q$ .

### 5. Estimación de Parámetros Basada en Métodos de error de Predicción

Los métodos de estimación de parámetros (Ljung, 1987) tienen como objetivo, mapear los datos observados  $Y_N$  en el espacio perteneciente a los parámetros  $D_M$ , es decir:  $Y_N \rightarrow \hat{\theta}_N \in D_M$ ; siendo  $N$  el número de muestras,  $D_M$  el conjunto de valores sobre los que los parámetros del vector  $\theta$  oscilan en una estructura de un modelo.

Los métodos de error de predicción (PEM: “prediction error methods”) persiguen este objetivo y son aquellos que utilizan un modelo de predicción y un criterio, que postula una función de errores de predicción.

El error de predicción, para un determinado modelo  $M(\theta)$ , viene dado por

$$\varepsilon(k, \theta) = y(k) - \hat{y}(k, \theta) \quad (28)$$

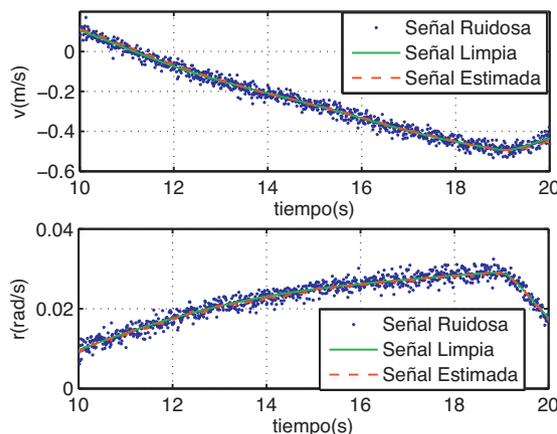


Figura 4: Estimación de los estados con el filtro KF de un modelo de maniobra lineal (maniobra zig-zag 5-5 con la patrullera).

En la aplicación a modelos de maniobra lineales en el espacio de estados, la estimación de los parámetros utilizando el método PEM, se puede formular, según Ljung (1987), de la siguiente manera:

$$\hat{\theta}_{PEM}(Y_N) = \arg \min_{\theta \in D_M} V_N(\theta, Y_N) \quad (29)$$

con

$$\begin{aligned} \varepsilon_k(\theta) &= y_k - \hat{y}_{k|k-1} \\ \hat{y}_{k|k-1} &= \hat{x}_{k|k-1} \\ \hat{x}_{k|k} &= f(\hat{x}_{k|k-1}, \tau_k, \theta) + K(\theta)(y_k - \hat{y}_{k|k-1}) \end{aligned} \quad (30)$$

El método PEM se aplica utilizando el filtro KF para la estimación de los estados.

Para procesos Gaussianos la función  $V_N$  se puede seleccionar como:

$$V_N = \det \sum_{k=1}^N \varepsilon(\theta) \varepsilon(\theta)^T \quad (31)$$

lo que proporciona estimaciones con la varianza asintótica pequeña. Astrom (1980) expuso que (31) proporciona una estimación de máxima verosimilitud (MLE: “Maximum likelihood estimate”).

### 6. Diseño de Experimentos

En el diseño de experimentos de entrada para la estimación de los parámetros, se ha utilizado un enfoque basado en su sensibilidad, propuesto por Knudsen (1994), que tiene las siguientes características:

- Presenta una mayor independencia de supuestos y aproximaciones. Por ejemplo con referencia al ruido (gracias al planteamiento propuesto por Knudsen (1994) que se especificará en esta sección).
- Debido a la interpretación geométrica (la elipsoide de sensibilidad que se construye con medidas de sensibilidad que se definirán posteriormente) es compatible con el conocimiento físico.

- También se aplica a parámetros físicos, incluyendo parámetros que no pueden ser estimados en tiempo discreto.

Estas características tienen ciertas ventajas sobre otros criterios más comunes para el diseño de experimentos, concretamente el diseño de experimentos óptimos; como son la matriz de información de covarianza de las estimaciones o la matriz de información de Fisher (Goodwin and Payne, 1977; Ljung, 1987; Soderstrom and Stoica, 1994). Sin embargo, este planteamiento de diseño de experimentos óptimos, tiene ciertas desventajas:

- Se basa en ciertos supuestos difíciles de llevar a la aplicación práctica.
- Es incompatible con el conocimiento físico.
- Se aplica únicamente a las estimaciones de los parámetros de modelos lineales en tiempo discreto.

En el caso de la estimación de parámetros de modelos de maniobra, dado el significado físico de los términos de estos modelos (ver matrices (2) y (3)), el procedimiento de Knudsen (1994) resulta muy adecuado para el diseño de experimentos de entrada. El término maniobra, que se utiliza para clasificar a este tipo de modelos, se refiere al movimiento del buque en aguas tranquilas y sin olas, por lo que las pruebas de mar se realizan cerca de la costa con limitaciones dimensionales para realizarlas. Por lo tanto, se propone el diseño de una señal cuadrada, que también se puede realizar con estas limitaciones espaciales, y que proporciona una respuesta similar a la de una prueba de zig-zag que se utiliza habitualmente con los buques a escala real.

Un enfoque general en la estimación de parámetros es el de minimizar el sumatorio de los residuos al cuadrado, que se suele denominar como  $V(\theta)$ . La exactitud y precisión de los parámetros estimados dependen principalmente de la estructura del modelo y de la señal de entrada. La función  $V(\theta)$  proporciona, por un lado, una medida de los errores de medición de las señales del modelo pero, por otra parte, es también una medida de los errores de sus parámetros. No existe garantía de que un valor pequeño de  $V(\theta)$  proporcione errores pequeños en las estimaciones de los parámetros, incluso en el caso de que la estructura sea la correcta. Una condición necesaria pero no suficiente es que  $V(\theta)$  sea sensible a todos los parámetros. Esto corresponde a que el experimento sea rico en información, lo cual requiere de una señal de excitación persistente (Ljung, 1987). Es necesario que la estructura del modelo sea identificable. Esto quiere decir que si para una distribución  $f(Y_N|\theta)$ , existe más de un valor de  $\theta$  que corresponde a un único valor de  $f$ , no es posible decir cual de los dos valores de  $\theta$  es el correcto, incluso si el número de muestras tomadas fuera infinito. En este caso se dice que el parámetro no es identificable (Stuart et al., 1999).

### 6.1. Sensibilidad de los Parámetros

En un enfoque general, para la estimación de modelos de maniobra, se pretende obtener:

$$\hat{y}(k) = f(\tau_\delta, v, \hat{\theta}) \quad (32)$$

donde, como se definió anteriormente,  $\hat{\theta}$  es el vector que contiene las estimaciones de los parámetros físicos,  $\tau_\delta$  es el vector de fuerzas de la propulsión y  $v$  es el vector de velocidades.

La medida de la sensibilidad en los parámetros con respecto a errores del modelo, propuesta por Knudsen (1994), es válida en un rango local alrededor de la estimación óptima del parámetro,  $\theta_N$ .

El error del modelo se divide en dos partes, una parte es  $\varepsilon_0(k)$  correspondiente a  $\theta = \theta_N$  que está causada por el ruido en la medición y errores en la estructura del modelo, y la otra parte es la que depende de los parámetros  $\varepsilon_p(k)$ ,

$$\begin{aligned} \varepsilon(k, \theta) &= \varepsilon_0(k) + \varepsilon_p(k), \quad \varepsilon_0(k) = y(k) - \hat{y}(k, \theta_N) \\ \varepsilon_p(k) &= \hat{y}(k, \theta_N) - \hat{y}(k, \hat{\theta}) \end{aligned} \quad (33)$$

Para que la sensibilidad sea independiente del punto de operación se ha introducido  $\varepsilon_p(k)$  y se realiza una linealización en los parámetros del modelo (suponiendo un caso general no lineal en los parámetros) mediante el desarrollo en serie de Taylor,

$$\tilde{y}(k, \theta) \cong \hat{y}(k, \theta_N) + \psi(k, \theta_N)(\theta - \theta_N) \quad (34)$$

donde se hace necesario calcular el gradiente

$$\psi(k, \theta_N) = \left. \frac{df(\theta)}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_N} \quad (35)$$

Después, se calcula el valor RMS de  $\varepsilon_p(k, \theta)$  cuyo valor es

$$\varepsilon_{p,RMS}(k, \theta) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon_p^2(k, \theta)} = \sqrt{(\theta - \theta_N)^T H(\theta_N) (\theta - \theta_N)} \quad (36)$$

donde la matriz  $H(\theta_N)$ , es el Hessiano definido por

$$H(\theta_N) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi(k, \theta_N) \psi^T(k, \theta_N) \quad (37)$$

Como los valores de cada uno de los parámetros pueden ser muy diferentes entre sí, es conveniente utilizar sensibilidades relativas de la siguiente forma,

$$\theta_r = L^{-1}\theta, \quad L = \text{diag}(\theta_N) \quad (38)$$

entonces, se vuelve a calcular  $\varepsilon_{p,RMS}$

$$\varepsilon_{p,RMS}(k, \theta_r) = \sqrt{(\theta_r - I)^T H_r(\theta_N) (\theta_r - I)}, \quad I = \{1 \dots 1\}^T \quad (39)$$

donde

$$H_r(\theta_N) = L^T H(\theta_N) L \quad (40)$$

Las sensibilidades de  $\varepsilon_{p,RMS}(\theta)$  relativas a un parámetro  $\theta_i$  son entonces,

$$S_i = \frac{d\varepsilon_{p,RMS}}{d\theta/\theta_{Ni}} = \sqrt{h_{rii}}, \quad h_{rii} = \{H_r(\theta_N)\}_{ii} \quad (41)$$

se realiza una transformación ortogonal

$$H_{dr}(\theta) = T_r^T H_r(\theta) T_r \quad (42)$$

donde  $T_r$  es la matriz de transformación ortogonal que contiene los autovectores de  $H_r$  como columnas.

La medida de la variación de sensibilidad en diferentes direcciones dentro del espacio  $n\theta$  de los parámetros se denomina  $R$ .

$$R = \frac{S_{max}}{S_{min}} = \frac{\sqrt{\lambda_{max}}}{\sqrt{\lambda_{min}}}, \quad \lambda_i = \{H_{dr}(\theta)\}_{ii} \quad (43)$$

La mínima sensibilidad de  $\theta_i$ ,  $S_i$ , se determina

$$\theta_{i\ max} = \sqrt{\{H_r^{-1}(\theta)\}_{ii}}, \quad S_{i\ min} = \frac{1}{\theta_{i\ max}} = \sqrt{\{H_r^{-1}(\theta)\}_{ii}^{-1}} \quad (44)$$

Las cuatro mediciones características de sensibilidad más importantes, que se han de tener en cuenta a la hora de diseñar un experimento de entrada, están resumidas en la Tabla 1.

Tabla 1: Mediciones características de sensibilidad de los parámetros.

Sensibilidad	Ecuaciones	Valores requeridos
$S_{min}$	(43), (42)	tan grande como sea posible
$S_{i\ min}$	(44), (40)	tan grande como sea posible
$R$	(43), (42)	tan próximo a 1 como sea posible
$R_i = S_i/S_{i\ min}$	(40), (41), (44)	tan próximo a 1 como sea posible

Basándose en las consideraciones de sensibilidad resumidas en la Tabla 1, para diseñar una señal buena (no optima) de entrada, se han de seguir los siguientes pasos:

1. Obtener unas estimaciones iniciales de los parámetros cerca de la estimación óptima.
2. Escoger una clase preliminar de señales de entrada con una energía espectral físicamente realizable. Un parámetro ha de controlar el espectro. Utilizar la intuición y el conocimiento físico.
3. Optimizar la señal de entrada. Calcular y dibujar algunas de las medidas características de sensibilidad en función de los parámetros de la señal de entrada, y escoger los mejores valores según la Tabla 1.
4. Utilizar la señal seleccionada en el paso anterior sobre el sistema y obtener estimaciones de los parámetros mejoradas.
5. Si es necesario, volver al paso 2.

En el trabajo de Knudsen (1994) se aplica el limite inferior de Cramer-Rao, para establecer una relación entre la varianza del parámetro y la sensibilidad de los parámetros, obteniéndose:

$$\sigma_{r,\theta_i} = \sqrt{\frac{2}{N} V(\theta_N) / S_{i\ min}} \quad (45)$$

Este resultado es importante ya que la varianza es directamente proporcional a la varianza del ruido e inversamente proporcional a la sensibilidad. Lo cual quiere decir que cuanto mayor sea la sensibilidad, menor será la varianza del estimador y, por lo tanto, el estimador será más eficiente.

### 6.2. Casos de Estudio

Para poder comprobar las características del diseño de la señal de entrada junto con el estimador propuesto, basándose en la teoría previamente explicada, se proponen dos casos de estudio para modelos de maniobra lineales:

- Caso 1: Entorno de simulación utilizando los datos generados por un modelo de maniobra de una patrullera de costas a escala real propuesto por Perez et al. (2006), que está incluido en la toolbox de matlab GNC (Fossen and Perez, 2004)(datos para la velocidad nominal  $u_0$ , tabla B.5).
- Caso 2: Entorno de aguas abiertas en calma con los datos adquiridos en un laboratorio marino remoto LMR (Velasco et al., 2010) de un modelo (escala 1:25) de un turbo ferry TF-120, ver Apéndice B (datos para la velocidad nominal  $u_0$ , tabla B.5).

En el caso 1, todas las mediciones se han perturbado con niveles de ruido similares a los que tienen la instrumentación estándar a bordo de un buque. Dado que el modelo con el que se generan los datos en el caso 1 es un modelo no lineal, se ha escogido un valor de amplitud adecuado para excitar únicamente la dinámica lineal del sistema. Por los motivos que se explicaron en la sección 4.2, se escoge una amplitud de la señal a diseñar de  $5^\circ$ .

Se ha seleccionado como la señal de entrada a diseñar, una onda cuadrada, que proporciona una trayectoria descrita por el buque similar a la que produce una maniobra de zig-zag (como se puede observar comparando las Figuras 5 y 6). De esta forma, se tienen en cuenta las limitaciones dimensionales que existen con los buques reales a la hora de realizar las pruebas.

La amplitud de la señal cuadrada se escoge de  $5^\circ$  para excitar la dinámica lineal, por las razones anteriormente expuestas, y la frecuencia  $f$  representa el parámetro a seleccionar. Se parte del ejemplo para un modelo de maniobra lineal de 2GDL definido en (25) y (26), al que se le aplica el procedimiento descrito previamente de diseño de experimentos (Knudsen, 1994). Para poder aplicar este procedimiento, se utiliza la formulación propuesta por Clarke et al. (1983) (Apéndice A) para obtener las estimaciones iniciales de los parámetros del modelo de maniobra lineal. Después, se aplica el procedimiento de Knudsen (1994) y se obtienen las medidas de sensibilidad (Figura 7) para un barrido de la frecuencia  $f$  de la señal de entrada en el intervalo  $[0, 01Hz\ 0, 2Hz]$  donde la señal puede ser físicamente realizable.

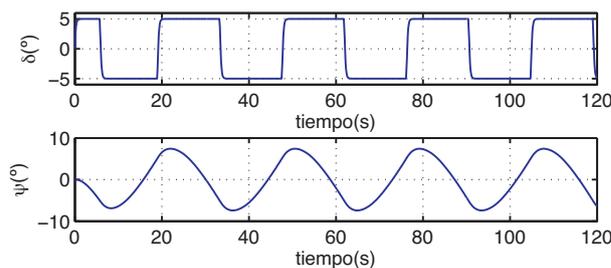


Figura 5: Maniobra de zig-zag 5-5 para una patrullera.

En el punto  $f = 0,06Hz$  se observa como  $S_{min}$  y  $R$  alcanzan sus valores máximos y más próximos a 1 respectivamente en el rango de frecuencias seleccionado. En este mismo punto, los

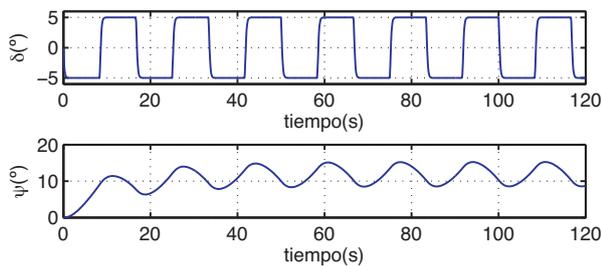


Figura 6: Señal cuadrada optimizada en el rango de frecuencias [0,01Hz, 0,2Hz], cuyo valor de amplitud es 5° y  $f = 0,06Hz$  (patrullera).

valores  $S_{i\ min}$  para cada uno de los parámetros adquieren valores máximos para la mayoría de los parámetros y los valores  $R_i$  son mínimos locales. Por lo tanto, según la Tabla 1,  $f = 0,06Hz$  es el valor de la frecuencia de entrada que proporciona los valores más adecuados de medidas de sensibilidad en el rango de frecuencias seleccionado.

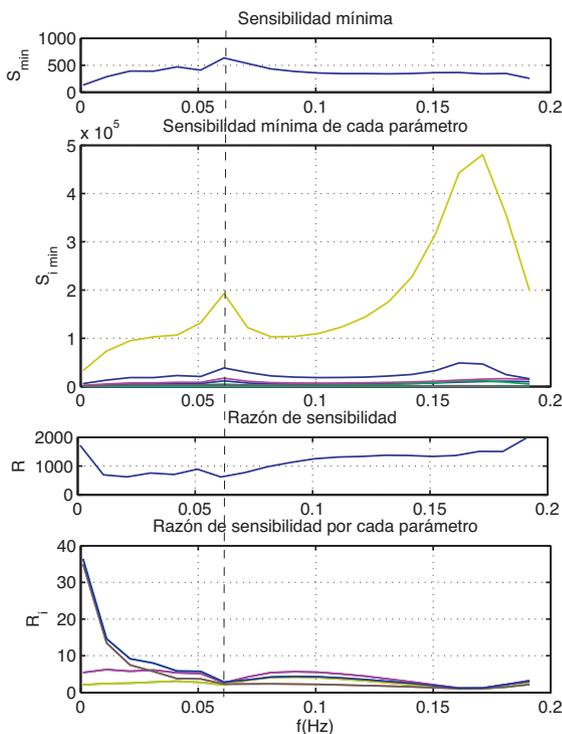


Figura 7: Gráficos de medidas de sensibilidad para una señal cuadrada con frecuencia variable,  $f$  (patrullera).

La estimación de los parámetros del modelo de maniobra lineal se realiza aplicando el método de error de predicción junto con el filtro KF, expuesto previamente, tomando como valores iniciales (de los parámetros) los que proporciona la formulación de Clarke et al. (1983). Para cuantificar las propiedades estadísticas del estimador propuesto, se realizan 2 estudios de Monte Carlo de 100 realizaciones cada uno. En el primero de ellos, se utiliza una maniobra de zig-zag 5-5 y en el segundo se utiliza la señal cuadrada diseñada de 5° de amplitud y frecuen-

cia  $f = 0,06Hz$ . Si se comparan los resultados de la maniobra de zig-zag indicados en la Tabla 2, con los resultados de la señal diseñada de la Tabla 3, se observa que, en el caso de la señal diseñada, se produce una reducción en el sesgo para cinco de los parámetros estimados y también, una reducción en la varianza para cuatro de los parámetros. Además, la reducción en el sesgo es significativamente mayor para cuatro de los parámetros que el incremento de sesgo que experimentan tres de ellos. Estas razones indican que la estimación con la señal diseñada es mejor que con la maniobra de zig-zag.

Tabla 2: Resultados estadísticos de la estimación de parámetros de modelos lineales de maniobra basadas en simulaciones de Monte Carlo (100 realizaciones) para una maniobra de zig-zag 5-5 (patrullera).

	$\theta$ verdadero	$E(\hat{\theta})$	Desv. Estándar	Sesgo PEM
$Y_v$	-3,9300e+005	-4,3259e+005	1,3522e+004	3,9590e+004
$Y_r$	-1,4000e+006	-1,5612e+006	3,3969e+004	1,6118e+005
$N_v$	5,3800e+005	7,7891e+005	2,1207e+004	-2,4091e+005
$N_r$	-3,8700e+007	-4,4569e+007	1,6785e+006	5,8690e+006
$Y_v$	-1,1800e+004	-1,1356e+004	2,3860e+002	-4,4441e+002
$Y_r$	1,3100e+005	1,7569e+005	3,0209e+003	-4,4694e+004
$N_v$	-9,2000e+004	-4,4298e+004	1,0784e+003	-4,7702e+004
$N_r$	-4,7100e+006	-5,1902e+006	5,9715e+004	4,8018e+005

Tabla 3: Resultados estadísticos de la estimación de parámetros de modelos lineales de maniobra basadas en simulaciones de Monte Carlo (100 realizaciones) para una señal cuadrada de amplitud 5° y frecuencia  $f = 0,06Hz$  (patrullera).

	$\theta$ verdadero	$E(\hat{\theta})$	Desv. Estándar	Sesgo PEM
$Y_v$	-3,9300e+005	-4,0446e+005	1,1495e+004	1,1459e+004
$Y_r$	-1,4000e+006	-1,5943e+006	2,2881e+004	1,9429e+005
$N_v$	5,3800e+005	8,9493e+005	4,2229e+004	-3,5693e+005
$N_r$	-3,8700e+007	-4,1517e+007	9,4759e+005	2,8173e+006
$Y_v$	-1,1800e+004	-1,1683e+004	4,1955e+002	-1,1746e+002
$Y_r$	1,3100e+005	1,5725e+005	8,5045e+003	-2,6248e+004
$N_v$	-9,2000e+004	-4,7811e+004	1,8735e+003	-4,4189e+004
$N_r$	-4,7100e+006	-5,2914e+006	2,2419e+004	5,8140e+005

En la Tabla 4, se comparan las medidas de sensibilidad para la maniobra de zig-zag de la señal cuadrada diseñada. Se observa que para la señal diseñada todos los parámetros de sensibilidad, incluidos los parámetros de sensibilidad de cada una de las estimaciones, mejoran según las directrices indicadas en la Tabla 1. La Tabla 4 también proporciona información sobre cada uno de los parámetros. En el caso del parámetro  $N_v$  el valor de  $S_{N_{vmin}}$  es el más pequeño de todos los  $S_{imin}$  y en el caso del parámetro  $N_r$  el valor de  $R_{N_r}$  es uno de los mayores valores de todos los  $R_i$ , lo que indica que los resultados estadísticos para estos parámetros pueden no ser tan buenos. Esto se confirma en los estudios de Monte Carlo, ya que no se produce una disminución del sesgo para estos parámetros. Sin embargo, los resultados son claramente mejores en general para la mayor parte de parámetros en el caso de la señal diseñada.

Para la validación del modelo, se utilizan datos distintos a los usados en la estimación de parámetros, para lo cual se escoge una maniobra de zig-zag 3-3. En la Figura 8 se muestra el ajuste del modelo estimado a los datos medidos. Se observa como el ajuste se va haciendo cada vez más fino. En la estimación inicial con la formulación de Clarke, el ajuste es bastante

Tabla 4: Tabla comparativa de sensibilidades en los parámetros para 2 tipos de maniobras (patrullera).

	Diseño Experimento		Zig-Zag	
	$S_{min} = 632, 84$	$R = 621, 09$	$S_{min} = 498, 57$	$R = 640, 67$
	$S_{i min}$	$R_i$	$S_{i min}$	$R_i$
$Y_v$	1,19E+08	2,63E+04	7,32E+07	4,45E+04
$Y_f$	4,87E+07	2,03E+04	3,25E+07	2,47E+04
$N_v$	7,34E+06	2,28E+04	6,87E+06	3,79E+04
$N_f$	1,07E+07	2,84E+04	6,99E+06	5,31E+04
$Y_v$	1,74E+08	2,63E+04	1,07E+08	4,45E+04
$Y_r$	1,93E+09	2,03E+04	1,29E+09	2,47E+04
$N_v$	3,12E+07	2,28E+04	2,92E+07	3,79E+04
$N_f$	3,85E+08	2,84E+04	2,52E+08	5,31E+04

aproximado (línea verde), en el caso de la estimación con el método PEM usando el filtro KF para una maniobra de zig-zag 5-5 el ajuste mejora considerablemente (línea negra). Por último con la señal diseñada estimando con el método PEM y el filtro KF (Línea roja) se obtiene el ajuste más fino de todos, que se aprecia sobre todo en la velocidad lateral  $v$ , confirmando la afirmación de que la estimación con la señal diseñada es mejor que con la maniobra de zig-zag, hecha a raíz de los resultados obtenidos en los estudios de Monte Carlo previamente realizados.

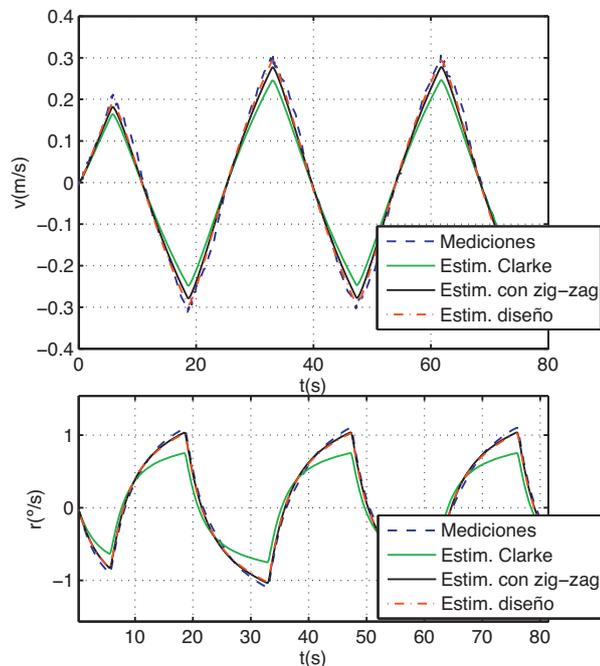


Figura 8: Validación del modelo de maniobra lineal para el caso 1 mediante una maniobra de zig-zag 3-3 (patrullera).

En el caso 2 de estudio, se repite el mismo proceso que en caso 1, considerando el modelo definido en (4) y (5) cuya propulsión se implementa según las ecuaciones que se definieron en (12). Los parámetros iniciales como en casos anteriores se obtienen con la formulación de Clarke et al. (1983).

Se diseña un señal de excitación a partir de una señal cuadrada de amplitud  $5^\circ$  y frecuencia  $f$  a determinar. En la Figura

9 se muestran las distintas medidas de sensibilidad para un barrido de la frecuencia. Se observa que para  $f = 0, 1Hz$  el valor de  $S_{min}$  es máximo, los valores de  $S_{i min}$  se mantienen prácticamente constantes excepto para dos de los parámetros que disminuyen su valor al aumentar la frecuencia. El resto de medidas de sensibilidad, valores de  $R$  y  $R_i$ , se mantienen próximos a 1. Esta sería una buena opción pero como  $f = 0, 1Hz$  resulta un frecuencia bastante alta de cambio de dirección de la propulsión, se escogió finalmente una frecuencia menor  $f = 0, 05Hz$ . Para  $f = 0, 05Hz$  ocurre lo siguiente:  $S_{min}$  es un poco menor que el valor que se obtiene con  $f = 0, 1Hz$ , los valores  $S_{i min}$  para un par de parámetros son mayores con respecto a los obtenidos con  $f = 0, 1Hz$ , el valor de  $R$  es ligeramente mayor con respecto al obtenido con  $f = 0, 1Hz$ , y el resto de valores de  $R_i$  son próximos a 1. Por lo tanto, se considera que para  $f = 0, 05Hz$ , los valores de sensibilidad son adecuados, siendo entonces la señal utilizada en la estimación de los parámetros una onda cuadrada de amplitud  $5^\circ$  y  $f = 0, 05Hz$ .

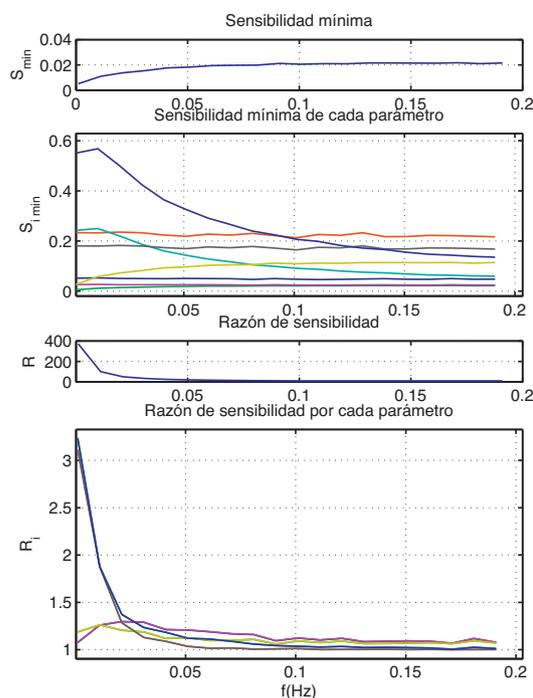


Figura 9: Gráficos de medidas de sensibilidad para una señal cuadrada con frecuencia variable,  $f$  (turbo ferry TF-120).

Como en este caso de estudio 2, se ha trabajado con un modelo a escala y la velocidad lateral  $v$  en consecuencia es muy proxima a cero, tal como se puede apreciar en una simulación en la Figura 10 con una estimación previa realizada con la formulación de Clarke, y la señal diseñada con amplitud  $5^\circ$  y  $f = 0, 05Hz$ , se ha considerado una simplificación del modelo de 2GDL utilizado en el caso 1. Es decir, se emplea el modelo simplificado de Nomoto (8), calculando sus parámetros con las expresiones de (7) a partir de las derivadas hidrodinámicas para obtener finalmente como parámetros iniciales para la estimación las constantes  $T_T$  y  $K$ . De esta forma, al realizar la validación del modelo como en el caso anterior con datos distintos

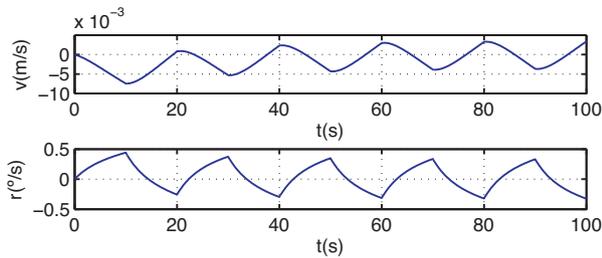


Figura 10: Respuesta del modelo simulado (turbo ferry TF-120) para una onda cuadrada de  $5^\circ$  y  $f = 0,05\text{Hz}$ .

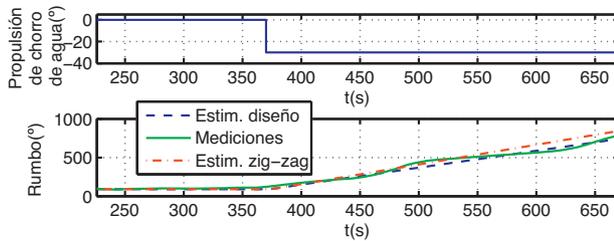


Figura 11: Validación del modelo de maniobra lineal con datos capturados por el LMR de un modelo a escala de un turbo ferry TF-120 (maniobra de curva de evolución en la Bahía de Santander).

a los utilizados en la estimación, se puede apreciar el ajuste del modelo con los datos de rumbo adquiridos con el girocompás en el LMR. En la Figura 11 se muestra una comparativa del ajuste para una maniobra de curva de evolución. Se observa la mejora obtenida con la señal diseñada, dado que el ajuste a los datos medidos es mejor que con la maniobra de zig-zag. El ajuste con la señal diseñada no es totalmente exacto debido a que se está utilizando un modelo lineal para reproducir un comportamiento no lineal de las mediciones tomadas en aguas abiertas. Además, a pesar de que estas mediciones se realizaron en aguas tranquilas y en condiciones ambientales de viento y corriente suaves, siempre existe un pequeño efecto de estas perturbaciones en los datos.

## 7. Conclusiones

Se ha propuesto el diseño de señales de entrada alternativas a la maniobra estándar de zig-zag a partir de una onda cuadrada cuya frecuencia fue seleccionada mediante un enfoque de sensibilidad de los parámetros, para mejorar las estimaciones de los parámetros de un modelo de maniobra lineal. Se ha conseguido una reducción en el sesgo para cinco de los parámetros. La reducción para cuatro de ellos es significativamente mayor que el incremento del sesgo que experimentan los tres parámetros restantes en el modelo obtenidos en los estudios de Monte Carlo con la patrullera. Dichas razones indican que la estimación con la señal diseñada, es mejor que con la maniobra de zig-zag. Esta afirmación se ha confirmado en la validación del modelo obteniéndose un ajuste a los datos medidos con la señal diseñada mejor que con la maniobra de zig-zag, tanto con datos de simulaciones de la patrullera como también con datos adquiridos en pruebas de mar en la Bahía de Santander procedentes

de un modelo a escala de un turbo ferry TF-120.

## English Summary

### Experiment Design for Parameter Estimation of Ship Linear Maneuvering Models.

#### Abstract

In this paper we propose an experiment design alternative to the standard zig-zag maneuver in order to estimate parameters of ship linear maneuvering models. In the experiment design is selected the frequency of an input signal using a sensitivity approach. The parameter estimation is performed using prediction error methods together with the Kalman filter. For the evaluation of the designed experiment with the proposed estimator and for the model validation, we propose two cases of study: one in simulation and another one with acquired data in open waters.

#### Keywords:

experiment design, parameter estimation, maneuvering models, prediction error methods, Kalman filters.

## Referencias

- Abkowitz, M., 1964. Lectures on ship hydrodynamics, steering and manoeuvrability. Tech. rep., Hy-5 Hydrodynamics Department, hydro and Aerodynamics Laboratory.
- Astrom, K., 1980. Maximum likelihood and prediction error methods. *Automatica* 16 (5), 551 – 74.
- Barker, H., Rivera, D., Tan, A., Godfrey, K., 2006. Perturbation signal design. Amsterdam, Netherlands, pp. 6 pp. –.
- Bertitsas, M. M., D., R., P., K., 1981. Kt, kq and efficient curves for the wagnen b-series propellers. Tech. rep., Department of Naval Architecture and Marine Engineering The University of Michigan.
- Blanke, M., 1981. Ship propulsion losses related to automated steering and prime mover control. Ph.D. thesis, The University of Denmark Lyngby.
- Blanke, M., Knudsen, M., 1999. Optimized experiment design for marine systems identification. Vol. vol.17. Kidlington, UK, pp. 575 – 80.
- Blanke, M., Knudsen, M., 2006. Efficient parameterization for grey-box model identification of complex physical systems. Amsterdam, Netherlands, pp. 6 pp. –.
- Braun, M., Rivera, D., Stenman, A., 2001. A 'model-on-demand' identification methodology for non-linear process systems. *International Journal of Control* 74 (18), 1708 – 1717.
- Clark, I., 2004. Ship Dynamics for Mariners. The Nautical Institute.
- Clarke, D., P.Gedling, Hine, G., 1983. The application of maneuvering criteria in hull design using linear theory. *The Naval Architect*, 45–68.
- Davidson, K. S. M., Schiff, L. I., 1946. Turning and course keeping qualities. In: *Transactions of SNAME*. Vol. 54.
- Fossen, T. I., 1994. Guidance and Control of Ocean Marine Vehicles. John Wiley and Sons Ltd.
- Fossen, T. I., Perez, T., 2004. Marine systems simulator (mss).
- Gelb, A., 1999. Applied optimal estimation. MIT Press.
- Goodwin, G., Payne, R., 1977. Dynamic system identification: Experiment design and data analysis.
- Inoue, S., Kijima, K., 1978. The hydrodynamic derivatives on ship manoeuvrability in the trimmed condition. *ITTC* 2, 87–92.
- ITTC, 2005. The manoeuvring committee final report and recommendations to the 24th ITTC. Report in proceedings of the 24th ittc vol 1, International Towing Tank Conference (ITTC).
- Kallstrom, C., Astrom, K., 1981. Experiences of system identification applied to ship steering. *Automatica* 17 (1), 187 – 98.

- Kalman, R. E., 1960. A new approach to linear filtering and prediction problems. Transactions of the ASME-Journal of Basic Engineering 82, 35–45.
- Knudsen, M., 1994. A sensitivity approach for estimation of physical parameters. In: SYSID'94.
- Lewis, E. V., 1989. Principles of Naval Architecture. The Society of Naval Architects and Marine Engineers.
- Ljung, L., 1987. System identification: theory for the user.
- Nomoto, K., Taguchi, T., Honda, T., Hirano, S., 1957. On the steering qualities of ships. Tech. rep., International Shipbuilding Progress.
- Oltmann, P., 2003. Identification of hydrodynamic damping derivatives a pragmatic approach. In: MARSIN03.
- Perdon, P., September 1998. Rotating arm manoeuvring test and simulation or waterjet propelled vessels. In: Proc. International Symposium and Workshop on Force Acting on a Manoeuvring Vessel. Val de Reuil, France.
- Perez, T., 2005. Ship Motion control Course keeping and roll Stabilisation using rudder and fins. Springer.
- Perez, T., Fossen, T. I., 2006. Time-domain models of marine surface vessels on seakeeping computations. In: 7th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft MCMC. Lisbon, Portugal.
- Perez, T., Ross, A., Fossen, T. I., 2006. A 4-dof simulink model of a coastal patrol vessel for manoeuvring in waves. In: Manoeuvring and Control of Marine Craft (MCMC 2006). Lisbon.
- Shields, D., Hodder, S., 1982. Identification of ship dynamics - a comparison of current techniques. Systems Science 8 (2-3), 103 – 113.
- SNAME, 1950. Nomenclature for treating the motion of submerged body through a fluid. Technical and Research bulletin 1-5, The Society of Naval Architects and Marine Engineers.
- Soderstrom, T., Stoica, P., 1994. System Identification. Prentice-Hall.
- Stuart, A., Ord, K., Arnold, S., 1999. Classical Inference and the Linear Model, 6th Edition. Vol. 2A of Kendal's Advanced Theory of Statistics. Arnold.
- Van Amerongen, J., 1984. Adaptive steering of ships-a model reference approach. Automatica 20 (1), 3 – 14.
- Velasco, F. J., Revestido, E., López, E., Moyano, E., 2010. Remote laboratory for marine vehicles experimentation. Computer Applications in Engineering Education. DOI: 10.1002/cae.20444
- Whicker, L. F., F. L., 1958. Free stream characteristics of a family of low aspect ratio-control surfaces for applications to ship design. Tech. rep., 933 DTRC.

## Apéndice A. Derivadas Hidrodinámicas

Formulación empírica para calcular las derivadas hidrodinámicas propuesta por Clarke et al. (1983) donde las derivadas con el subíndice  $_h$  se calculan a partir del conocimiento de la geometría del casco del buque. Se presenta en la forma normalizada según el sistema "Prime-System I" (SNAME, 1950).

$$\begin{aligned}(Y'_v)_h &= -\left(\frac{\pi T_c}{L_{pp}}\right)^2 (1 + 0,16C_B B(B/T_c) - 5,1\left(\frac{B}{L_{pp}}\right)^2) \\(Y'_r)_h &= -\left(\frac{\pi T_c}{L_{pp}}\right)^2 (0,67B/L_{pp} - 0,0033(B/T_c)^2) \\(N'_v)_h &= -\left(\frac{\pi T_c}{L_{pp}}\right)^2 (1,1B/L_{pp} - 0,041B/T_c) \\(N'_r)_h &= -\left(\frac{\pi T_c}{L_{pp}}\right)^2 (1/12 + 0,017C_B(B/T_c) - \frac{0,33B}{L_{pp}}) \\(Y'_v(0))_h &= -\left(\frac{\pi T_c}{L_{pp}}\right)^2 (1 + 0,4C_B B(B/T_c)) \\(Y'_r(0))_h &= -\left(\frac{\pi T_c}{L_{pp}}\right)^2 (-0,5 + 2,2(B/L_{pp}) - 0,08(B/T_c)) \\(N'_v(0))_h &= -\left(\frac{\pi T_c}{L_{pp}}\right)^2 (0,5 + 2,4(T_c/L_{pp}))\end{aligned}$$

$$(N'_r(0))_h = -\left(\frac{\pi T_c}{L_{pp}}\right)^2 (0,25 + 0,039(B/T_c) - 0,56\left(\frac{B}{L_{pp}}\right))$$

donde  $T_c$  es el calado medio.

Esta formulación se aplica a barcos con balance estable ("on even keel"). Para barcos con diferencias de calado  $T_d = T_{ap} - T_{fp}$ , se deben aplicar factores de corrección a los coeficientes lineales de velocidad (Inoue and Kijima, 1978).

$$\begin{aligned}(Y'_v)_h &= Y'_v(0)(1 + 0,67T_d/T_c) \\(Y'_r)_h &= Y'_r(0)(1 + 0,8T_d/T_c) \\(N'_v)_h &= N'_v(0)(1 - 0,27T_d/T_c \cdot Y'_v(0)/N'_v(0)) \\(N'_r)_h &= N'_r(0)(1 + 0,3T_d/T_c)\end{aligned} \quad (A.1)$$

Para buques con aletas estabilizadoras, la fuerza  $Y$  y el momento  $N$  para un ángulo de ataque  $\beta_f$  son:

$$\begin{aligned}Y_f &= L_f \cos \beta_f + D_f \sin \beta_f \\N_f &= Y_f x_f\end{aligned} \quad (A.2)$$

donde  $L_f$  y  $D_f$  son las fuerzas de sustentación y arrastre en el centro de presión (CP) de la aleta estabilizadora, que está situado en  $sp/2$  y a una distancia  $e$  desde su borde (Figura 2). La posición del centro de presión varía con el ángulo de ataque, pero se puede considerar para pequeños ángulos de ataque, que el CP está situado a una distancia  $e \approx \bar{c}$ . La distancia  $x_f$  es la que va del punto  $O_b$  al CP de la aleta estabilizadora.

Basándose en un enfoque desarrollado por Lewis (1989), en el cual se utilizan los coeficientes de sustentación y arrastre de la aleta estabilizadora, se obtiene para  $\beta_f = 0$ :

$$(Y_v)_f = -\rho/2A_f U \left( \frac{\partial C_L}{\partial \beta} \right)_f + (C_D)_f \quad (A.3)$$

Para estimar los valores de la pendiente de la curva de sustentación,  $\partial C_L / \partial \beta$ , necesaria para la ecuación (A.3), se utiliza la siguiente expresión:

$$\frac{\partial C_L}{\partial \beta} = \frac{2\pi}{1 + 2/a} \quad (A.4)$$

siendo la relación de aspecto  $a > 0,5$ .

El resto de derivadas hidrodinámicas se pueden calcular de la siguiente manera:

$$(N'_v)_f = x'_f (Y'_v)_f, \quad (Y'_r)_f = x'_f (Y'_v)_f, \quad (N'_r)_f = x'^2_f (Y'_v)_f \quad (A.5)$$

De la misma forma, las contribuciones de la aleta estabilizadora a las derivadas de aceleración del casco son función de la fuerza dependiente de la aceleración de la aleta estabilizadora,  $(Y'_v)_f$ . Estas derivadas corresponden a la masa adicional de las aletas estabilizadoras y se aproximan por:

$$(Y'_v)_f = -\frac{2\pi b \rho A_f}{(4a_G^2 + 1)^{1/2}} \frac{1}{\rho/2L^3 U} \quad (A.6)$$

donde  $A_f$  es el área de la aleta estabilizadora,  $b$  es la envergadura, y  $a_G$  es la razón de aspecto geométrico  $b^2/A_f$ .

Las expresiones para las contribuciones de las otras derivadas de aceleración de la aleta estabilizadora son las siguientes:

$$(N'_v)_f = x'_f (Y'_v)_f, \quad (Y'_r)_f = x'_f (Y'_v)_f, \quad (N'_r)_f = x'^2_f (Y'_v)_f \quad (A.7)$$

Finalmente, las derivadas totales del buque son la suma de las contribuciones de la aleta estabilizadora y las contribuciones del casco para cada grado de libertad:

$$\begin{aligned}
 Y'_v &= (Y'_v)_h + n_f(Y'_v)_f & Y'_\psi &= (Y'_\psi)_h + n_f(Y'_\psi)_f \\
 N'_v &= (Y'_v)_h + n_f(Y'_v)_f & N'_\psi &= (Y'_\psi)_h + n_f(Y'_\psi)_f \\
 Y'_r &= (Y'_r)_h + n_f(Y'_r)_f & Y'_\phi &= (Y'_\phi)_h + n_f(Y'_\phi)_f \\
 N'_r &= (N'_r)_h + n_f(N'_r)_f & N'_\phi &= (N'_\phi)_h + n_f(N'_\phi)_f
 \end{aligned}$$

siendo  $n_f$  el número de la aleta estabilizadora.

**Apéndice B. Datos de Buques**

Datos principales del casco y condición de carga.

Tabla B.5: Dimensiones de los distintos buques.

Dimensión	Símbolo	Patrullera	TF-120	Unidad
Eslora entre perpen.	$L_{pp}$	51.5	4.4	$m$
Manga	$B$	8.6	0.588	$m$
Masa	$m$	$364,78 \times 10^3$	120	$Kg$
Velocidad Nominal	$u_0$	7	0.4	$m/s$
Calado en $L_{pp}/2$	$T_c$	2.29	0.096	$m$
Desplazamiento vol.	$\nabla$	355.88	0.11	$m^3$
Centro de Gravedad Vertical	VCG	1.549	0.3963	$m$
Momento de Inercia	$I_z$	$3,3818 \times 10^7$	120.259	$Kgm^2$
Distancia en el eje x a $O_b$	$x_G$	-5.93	-0.5	$m$

Nota:  $\rho = 1025 Kg/m^3$ ;  $g = 9,81 m/s^2$ . El coeficiente de bloqueo es una relación entre el desplazamiento,  $\nabla$ , y el volumen del paralelepípedo (bloque rectangular) con las dimensiones  $L$ ,  $B$  y  $T_c$ :  $C_B = \nabla / (LBT_c)$

Tabla B.6: Buques de superficie.

Vehículo	Descripción	Propulsión
Patrullera	Buque patrullero de costas a escala real	2 timones, 2 hélices
Turbo ferry	Modelo a escala de un turbo ferry de pasajeros de alta velocidad TF-120	4 “water jets” 2 centrales fijos, 2 laterales direc.

*Apéndice B.1. Propulsión y Apéndices*

Tabla B.7: Datos de perfiles NACA para timones y apéndices (Lewis, 1989).

Tipo de Perfil	$a$	$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha_e}$ (por <sup>o</sup> )	$C_{Lmax}$	$C_{D0}$	$\alpha_{stall}$
NACA 15 Cuad.	3	0,054	1,25	0,0065	23
NACA 15 Cuad.	2	0,046	1,33	0,0065	28,8

Tabla B.8: Datos de los apéndices.

Dimensión	Símb.	TF-120		Patrullera	
		Aleta estab.	Timón	Aleta estab.	Uni.
Area	$A_f$	$2 \times 0,0044$	$2 \times 1,5$	$2 \times 1,3$	$m^2$
Envergadura	$b$	0,044	1,5	1,3	$m$
Cuerda Media	$\bar{c}$	0,125	1	1,3	$m$
Razón de Aspecto	$a$	0,7	3	2	$m$
Distancia del CP del apéndice a $O_b$	$r_f$	20,4	1,4	4,22	$m$

Tabla B.9: Datos de las hélices del modelo TF-120

	Hélices centrales		Hélices laterales	
$D$	0,04		0,029	
$P/D$	1		0,8	
$A_e/A_0$	0,8		0,9	
$Z$	2		2	
$n$	45		35	