



Balance de Materia de un componente en Régimen Transitorio

Apellidos, nombre	Cárcel Carrión, Juan Andrés (jcarcel@tal.upv.es) Castelló Gómez, Marisa (mcasgo@upv.es) Fito Suñer, Pedro (pedfisu@tal.upv.es) Heredia Gutiérrez, Ana (anhegu@tal.upv.es) Sanjuán Pellicer, Nieves (nsanjuan@tal.upv.es) Tarrazó Morell, José (jtarrazo@tal.upv.es)
Departamento	Departamento de Tecnología de Alimentos
Centro	Universitat Politècnica de València

1 Resumen

En este artículo vamos a presentar una aplicación de los **balances de materia** en régimen transitorio para la predicción de la variación de concentración de un componente en un sistema a lo largo del tiempo. La ecuación resultante de la aplicación de los balances la validaremos con datos obtenidos experimentalmente. De esta manera, queremos resaltar la utilidad de los balances para predecir lo que sucede en un proceso y evitar así el montaje experimental.

En primer lugar, nos familiarizaremos con la estructura general de los balances (Figura 1):

$$\text{SALIDAS-ENTRADAS+ACUMULACIÓN=GENERACIÓN}$$



Figura 1. Representación de los términos de la ecuación general de los balances en un sistema

Siendo:

- **Entradas/Salidas:** Lo que cruza los límites del sistema
- **Acumulación:** Variación en un determinado tiempo de aquello que hay en el interior del sistema.
- **Generación:** Lo que aparece o desaparece dentro de los límites del sistema sin estar inicialmente presente ni haberse transferido a través de los límites

No siempre será necesario contemplar todos los términos de la ecuación general de los balances. En el caso de que no se produzca una aparición o desaparición de alguna especie química en el sistema, no tendremos en cuenta la generación. Sin embargo, si la *variable tiempo afecta a sus propiedades fisicoquímicas* se tendrá que considerar la **acumulación**. En este último caso, diremos que el sistema está en **estado no estacionario o transitorio**.

2 Introducción

Para poder predecir con éxito las cantidades necesarias de los diferentes componentes que se requieren para hacer una formulación de un alimento o un fármaco en base a su composición, se recurre a los **balances de materia** (Tarrazó, 2002; Tarrazó y Sanjuán, 2005). Estas herramientas matemáticas consideran los diferentes caudales másicos de entrada (m_e) y de salida (m_s) a un sistema expresados como kg de masa total o de un componente concreto por unidad de tiempo. Además, también se considera el término de acumulación, que representa la variación de la cantidad de materia total (dM/dt) o de un componente i (dx_i/dt) en función del tiempo. Por último, en situaciones en las que haya aparición o desaparición de especies químicas durante la operación tendremos en cuenta un término de generación de dicha especie (g_i). Para poder operar con los balances, aplicaremos **Ley de la Conservación de la Materia, Ley de Lomonósov-Lavoisier o**

Primer principio de la Termodinámica que establece que la materia y la energía ni se crean ni se destruyen, sino que se transforman (Figura 2).



Figura 2. Ejemplo de la ley de conservación de la materia (Rotary, 2020; Marcos, 2016).

3 Objetivos

Una vez te leas con detenimiento este documento, serás capaz de aplicar los balances de materia para la predicción de la concentración de un determinado componente en una corriente concreta de un proceso industrial.

4 Desarrollo

A la hora de aplicar los balances de materia, debemos empezar representando gráficamente nuestro caso de estudio. Para ello, utilizaremos un **diagrama de flujo** en el que se representan en bloques cada una de las etapas del proceso en las que entran o salen flechas indicando la entrada o salida de las diferentes corrientes involucradas en dicho proceso. A continuación, aplicarás los balances tanto de materia total como del componente que queramos predecir. Por último, validarás la ecuación obtenida con datos experimentales.

4.1 Caso teórico

Como la mejor manera de ver cómo se trabaja con los balances es usarlos en un **caso práctico**, vamos a plantear uno. *Supongamos un proceso industrial que consiste en un depósito agitado que contiene un volumen inicial (V_0) de disolución de agua con sal con una concentración c_0 expresada en gramos de sal por litro de disolución (g/L). En un determinado momento, se introduce en este depósito una corriente de agua pura con un caudal volumétrico q_1 (L/min) y, simultáneamente, se extrae una corriente con un caudal volumétrico similar al de entrada ($q_2=q_1$). ¿Cuál será la función matemática que relaciona la concentración de sal en el depósito con el tiempo?*

Para responder a la pregunta anterior vamos a ver los pasos a seguir:

1. Representar en un diagrama de flujo todas las corrientes

A partir de los datos aportados en el proceso a estudiar, podremos saber qué corrientes están involucradas en el mismo y las identificaremos con un número. En este ejemplo tenemos la corriente de entrada 1 y la corriente de salida 2 expresada en unidades volumétricas. Además, sabemos que la corriente de entrada 1 tiene un caudal volumétrico q_1 que es idéntico al de salida q_2 . Por otro lado, conocemos la concentración de sal inicial de la disolución del depósito (c_0), expresada en gramos de sal por litro de disolución (Figura 3).

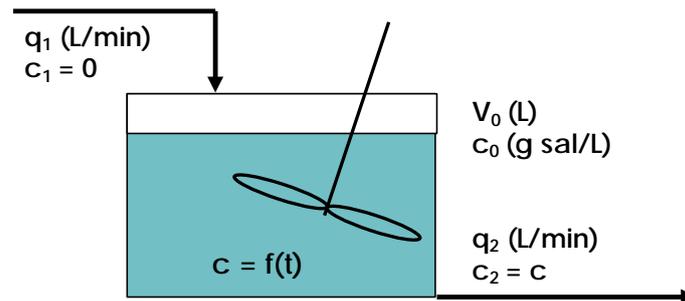


Figura 3. Diagrama de flujo teórico de un depósito con una disolución de sal en la que entra una corriente de agua sin sal y sale simultáneamente otra corriente de disolución que va ir diluyéndose con el tiempo

2. Plantear los balances de materia total y de tantos componentes como se consideren linealmente independientes.

Como hemos visto en el apartado anterior (Figura 2), **la materia es lo que se conserva**, por lo que vamos a plantear balances de materia total o del componente con el que estemos trabajando. En este sentido, lo habitual en la aplicación de los balances de materia es trabajar con caudales másicos (m , kg por unidad de tiempo) y con la composición de cada componente (i), expresada en fracciones másicas (x_i , kilogramos del componente i respecto a kilogramos totales). Así, a partir de la ecuación general de los balances recogida en el resumen de este objeto de aprendizaje se obtienen las siguientes expresiones matemáticas:

BALANCE DE MATERIA TOTAL (BMT) (kilogramos totales):

$$\sum m_s - \sum m_e + \frac{dM}{dt} = G$$

BALANCE DE CADA COMPONENTE (BC) (kilogramos de cada componente):

$$\sum x_{is} m_s - \sum x_{ie} m_e + x_i \frac{dM}{dt} + M \frac{dx_i}{dt} = g_i$$

En el caso que nos ocupa sabemos que la variación de volumen en el sistema con el tiempo va a ser nula, ya que el caudal volumétrico de la corriente de entrada es igual al caudal volumétrico de la corriente de salida ($q_1=q_2$) y por tanto (dV/dt) = 0. Además, sabemos que no va a haber generación de especies químicas ($G = g_i = 0$). Por ello, en este caso, a pesar de no conocer la densidad de la disolución de sal para pasar el caudal volumétrico a caudal másico,



podemos plantear el balance de componente sal de con unidades volumétricas porque seguiremos trabajando con unidades másicas.

Balance de Sal (g sal):

$$q_2 \cdot c_2 - q_1 \cdot c_1 + \frac{dV \cdot c}{dt} = 0 \quad \frac{L}{\text{min}} \cdot \frac{g}{L} - \frac{L}{\text{min}} \cdot \frac{g}{L} + \frac{L \cdot g}{\text{min}} = 0 \quad \left(\frac{g \text{ sal}}{\text{min}} \right)$$

Como $c_1=0$, se trata de agua pura, en la ecuación, eliminamos el término de la corriente 1. Por otra parte, la concentración de sal en la corriente 2 será la misma que la que tenga el depósito en un tiempo determinado, puesto que el contenido del mismo está bien agitado ($c_2=c$). Además, el término diferencial, lo vamos a resolver por partes y puesto que $dV/dt=0$, la ecuación también se simplifica:

$$q_2 \cdot c_2 + c \cdot \frac{dV}{dt} + V \cdot \frac{dc}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad q_2 \cdot c + V \cdot \frac{dc}{dt} = 0$$

Reorganizando las variables para dejar cada término diferencial en un lado de la expresión, tendremos:

$$V \cdot \frac{dc}{dt} = -q_2 \cdot c \quad \Rightarrow \quad \frac{dc}{c} = -\frac{q_2}{V} dt$$

Integrando:

$$\int_{c_0}^c \frac{dc}{c} = -\frac{q_2}{V} \int_0^t dt \quad \Rightarrow \quad \ln c - \ln c_0 = -\frac{q_2}{V} t$$

Por tanto, desde el punto de vista teórico, la expresión matemática que nos permite predecir la concentración de sal con el tiempo en el sistema de estudio, sería:

$$\ln c = \ln c_0 - \frac{q_2}{V} t$$

Para ver si realmente este modelo matemático obtenido a partir de la aplicación de los balances de materia se ajusta a la realidad, lo mejor es ponerlo a prueba. ¿Te animas a comprobarlo?

4.2 Aplicación con datos experimentales

Para poder comprobar que el modelo teórico funciona, vamos a validarlo con un sistema similar al teórico del punto anterior, pero con los datos numéricos que se presentan en la Figura 4. Para ello, en el laboratorio, llenaremos un bidón con 15 L de agua y colocaremos en el mismo 200 gramos de sal y lo someteremos a una agitación constante que provocará la completa homogeneización del contenido

en todo momento. El bidón estará provisto de un orificio por el que se inserte una conducción en la que entrará agua (corriente 1) y también tendrá otro orificio con otra conducción por la que se extraerá disolución del interior del depósito (corriente 2) con el mismo caudal que en la corriente de entrada. Para ello, ambas conducciones estarán provistas de una válvula estranguladora para abrir o cerrar las mismas y controlar el caudal de los fluidos (Figura 5).

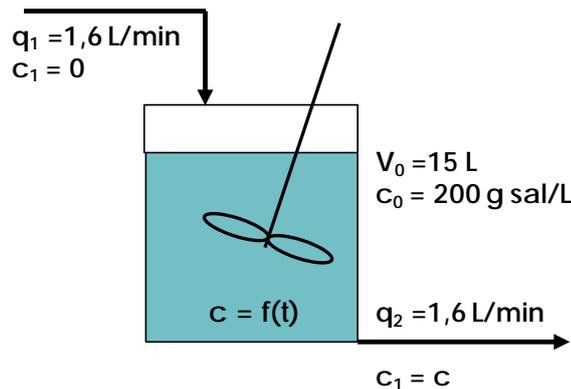


Figura 4. Diagrama de flujo de un depósito con una disolución de sal en la que entra una corriente de agua sin sal y sale simultáneamente otra corriente de disolución que va ir diluyéndose con el tiempo con datos concretos

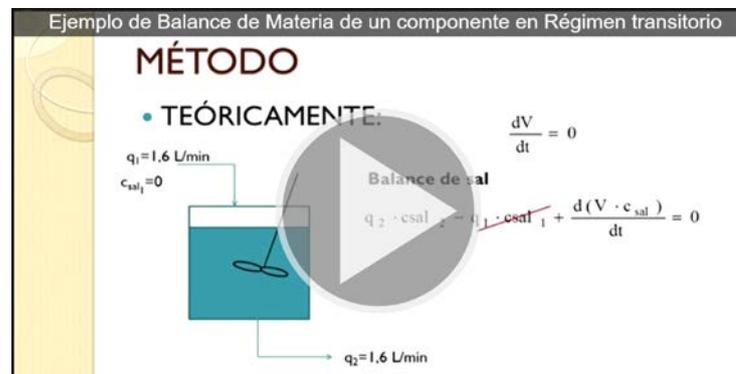


Figura 5. Polimedia ejemplo de la aplicación de los balances de materia para la predicción del componente sal en un proceso concreto (Castelló, 2013).

Recuerda que queremos conocer cómo varía la concentración de sal en el depósito con el tiempo. Dado que el depósito está perfectamente agitado esa concentración de sal será igual a la concentración de sal en la corriente de salida. Por ello, una vez realizado el montaje, abriremos las dos válvulas de las conducciones y recogeremos muestras de la corriente de salida cada dos minutos, durante aproximadamente 20-30 minutos.

¿Cómo podemos conocer la concentración de sal de las muestras que hemos tomado?

Piensa que la sal es un compuesto iónico y que al disolverlo en el agua conduce la electricidad, por lo que cuanto mayor sea la concentración de sal de una disolución, mayor será su conductividad. Así que lo que haremos será medir la conductividad de las muestras que hemos tomado. Posteriormente, habrá que

traducir dichas medidas de conductividad en contenidos de sal por lo que deberemos realizar una **recta de calibrado** que relacione la concentración de sal con la conductividad. Para determinar la recta de calibrado, prepararemos disoluciones de concentración conocida y mediremos su conductividad, como se muestra en la Tabla 1; ajustaremos estos datos a una recta y tendremos así una ecuación que nos relacionará conductividad y la concentración de sal.

De acuerdo a la información de la Figura 4, sabemos que la concentración inicial de sal del depósito es de 13,3 g/L y puesto que la concentración de sal en el depósito irá disminuyendo, la recta de calibrado será mejor hacerla en el rango de 0 a 14 g/L porque será el intervalo de concentraciones de sal de trabajo. Es importante manejar distintos tipos de unidades, por lo que en el caso práctico la concentración de sal se expresa tanto en concentración másica (g/L) como en concentración molar (mol/m^3), sabiendo que el peso molecular de la sal es 58,4 g/mol. Así, podremos predecir la concentración de sal en el caso práctico en las dos unidades y para ello, también nos prepararemos las rectas de calibrado en ambas unidades (Tabla 1 y Figura 6).

Tabla 1. Datos experimentales para la elaboración de la recta de calibrado

Concentración NaCl (g/L)	Concentración NaCl (mol/m^3)	Conductividad (mS/cm)
0,5	8,6	1,42
2	34,2	4,91
4	68,5	8,57
6	102,7	11,64
8	137,0	14,09
10	171,2	16,56
12	205,5	20,60
14	239,7	22,60

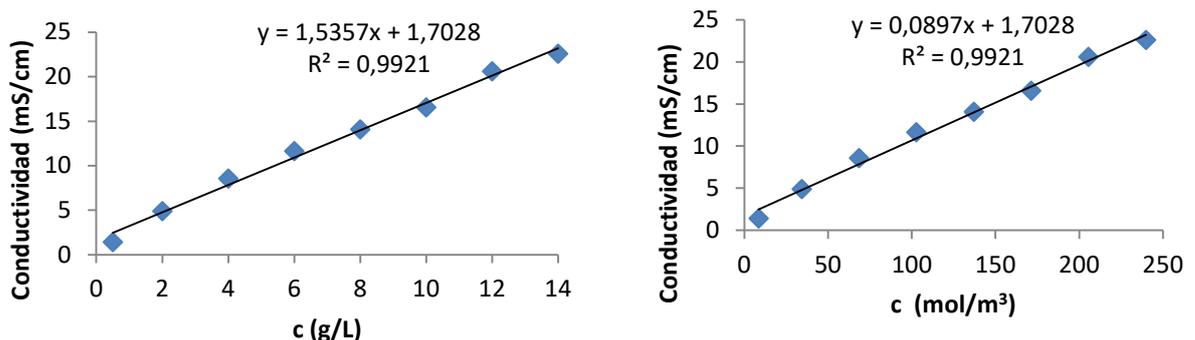


Figura 6. Ejemplos de rectas de calibrado en el rango de trabajo del caso práctico

Mediante la pendiente y la ordenada en el origen de los ajustes lineales de las rectas de calibrado de la Figura 6, podremos transformar los valores de conductividad medidos experimentalmente de la Tabla 2 en concentraciones de sal en las respectivas unidades. Además, para poder llegar a una expresión matemática que nos permita compararla

con la teórica, calcularemos el logaritmo neperiano de la concentración, tanto en unidades másicas como molares (Tabla 2).

Tabla 2. Valores de conductividad, concentración de sal y logaritmo neperiano de dicha concentración de las muestras recogidas del experimento a los distintos tiempos utilizando unidades de concentraciones másicas o molares.

t (min)	t (s)	Conductividad (mS/cm)	C _{sal} (g/L)	ln C _{sal} (g/L)	C _{sal} (mol/m ³)	ln C _{sal} (mol/m ³)
0	0		13,33	2,59	228,31	5,43
2	120	15,73	9,12	2,21	156,14	5,05
4	240	15,39	8,90	2,19	152,38	5,03
6	360	14,04	8,03	2,08	137,44	4,92
8	480	12,79	7,22	1,98	123,62	4,82
10	600	11,26	6,23	1,83	106,69	4,67
12	720	9,80	5,29	1,67	90,54	4,51
14	840	8,49	4,44	1,49	76,04	4,33
16	960	7,37	3,72	1,31	63,65	4,15
18	1080	6,32	3,04	1,11	51,94	3,95
20	1200	5,55	2,54	0,93	43,44	3,77

A continuación, representaremos gráficamente la columna del logaritmo neperiano de la concentración de sal respecto al tiempo y ajustaremos los puntos a una ecuación lineal (Figura 7). La ordenada en el origen corresponderá al valor del logaritmo neperiano de la concentración inicial de sal en el depósito (**ln c₀**), mientras que la pendiente de la recta será el valor numérico del cociente entre el caudal volumétrico de salida (**q₂**) y el volumen inicial de disolución el depósito (**V = V₀**).

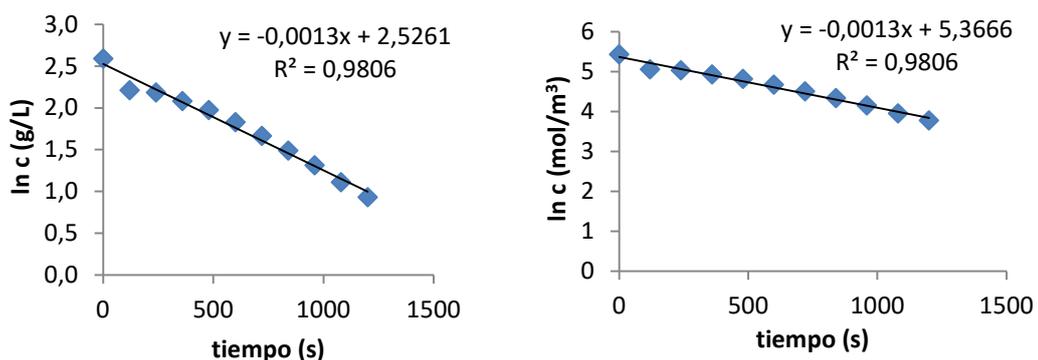


Figura 7. Ejemplos de representación de los valores del logaritmo neperiano de la concentración de sal expresada en unidades másicas o unidades molares frente al tiempo del experimento

Como puede verse, la pendiente de los ajustes lineales de las gráficas de la Figura 7 son iguales, dado que en la modelización equivalen al cociente entre el caudal de salida y el volumen inicial de disolución en el depósito (**q₂/V₀**) y esas variables no se ven afectadas por la forma de expresar la concentración de sal.

4.3 Comparación de los parámetros teóricos y experimentales

Por último, en la Tabla 3, se comparan los resultados que se obtendrían con el modelo teórico ($\ln c = \ln c_0 - \frac{q_2}{V} t$), reemplazando las variables teóricas por los datos experimentales.

En este caso, sabemos que $q_2 = 1,6$ mL/min, $c_{sal0} = 13,3$ g/L y el $V_0 = 15$ L.

Tabla 3. Comparación de los parámetros obtenidos en el ajuste de los datos experimentales y los resultantes de la aplicación de los balances (modelo teórico).

Parámetros	Teórico	Experimental
Ordenada en el origen ($\ln c_{sal0}$) cuando c_{sal} (g/L)	2,59	2,53
Ordenada en el origen ($\ln c_{sal0}$) cuando c_{sal} (mol/m ³)	5,43	5,37
Pendiente (q_2/V_0) cuando el tiempo está en s	0,0018	0,0013

No obstante, el valor experimental de la ordenada en el origen es algo menor que el experimental. Esto quiere decir que la concentración inicial de sal era ligeramente inferior a la que en teoría debería tener el tanque, es decir, menor que 13,3 g/L. Lo mismo sucede con la pendiente. **¿A qué crees que podría ser debido?**

Podría ser porque el caudal de salida es más bajo que el que teóricamente debería de haber. Otra posible razón sería que el volumen inicial (V_0) es mayor de los 15 L previstos. Quizás, ambas posibilidades se produzcan simultáneamente o haya otro tipo de desajustes en los valores experimentales.

En cualquier caso, los valores teóricos y experimentales son prácticamente iguales. Por tanto, podemos concluir que si sabemos plantear y resolver correctamente las ecuaciones de los balances de materia total y de un componente en régimen estacionario podemos predecir cómo varía la concentración con el tiempo y ahorrarnos así todo el montaje experimental y la recogida de datos.

5 Cierre

A lo largo de este objeto de aprendizaje hemos visto cómo trabajar con la ecuación de los balances materia aplicada al componente sal en un ejemplo concreto de proceso. En este caso, hemos abordado una situación en la que el término de **acumulación** hay que considerarlo porque la variable tiempo afecta a las propiedades del sistema. Además, hemos comprobado que la modelización se ajusta muy bien a los valores obtenidos experimentalmente, corroborando la utilidad de los balances para predecir la variación de la concentración de un componente con el tiempo. Ahora ya estáis LISTOS para llevar a la práctica esta herramienta de cálculo a otros casos habituales en la industria.



6 Bibliografía

Castelló (2013). Polimedia Ejemplo de Balance de Materia de un Componente en Régimen Transitorio. <https://media.upv.es/player/?id=0a0cbf87-a1d3-4d71-a9a7-65da17b154df>

Marcos, R. (2018). Ácido-acético-bicarbonato-reacción. Blog Ciencia y Cosmética. Disponible en: <http://cienciaycosmetica.com/2018/10/18/bicarbonato-el-unico-ingrediente-sintetico-apto-en-la-cosmetica-casera-natural/acido-acetico-bicarbonato-reaccion/>

Rotary, (2020). Conservación de la masa. Rotary e-Club de Puerto Rico y Las Américas. Estoy aprendiendo. <http://www.estoy-aprendiendo.com/conservacion-de-la-masa.html>

Tarrazó, J. (2002). Introducción a las operaciones básicas en la ingeniería de alimentos. Editorial UPV.

Tarrazó, J., Sanjuán N. (2005). Problemas de ingeniería de procesos en las industrias agroalimentarias. Editorial UPV.