



# Aplicación de la diferencia de temperatura media logarítmica a los intercambiadores de calor

<b>Apellidos, nombre</b>	Castelló Gómez, Marisa (mcasgo@upv.es) Fito Suñer, Pedro (pedfisu@tal.upv.es) Tarrazó Morell, José (jtarrazo@tal.upv.es)
<b>Departamento</b>	Departamento de Tecnología de Alimentos
<b>Centro</b>	Universitat Politècnica de València



## 1 Resumen de las ideas clave

En este artículo vamos a presentar las características básicas que hay que tener en cuenta a la hora de trabajar con **transporte de calor en intercambiadores de calor**. En estos dispositivos, la variación de temperatura a lo largo del recorrido de los tubos por los que viaja el fluido calefactor y el fluido refrigerante no es constante. Por ello, debemos utilizar la diferencia de temperatura media logarítmica ( $\Delta T_{ml}$ ) en la siguiente ecuación (Bird *et al.*, 2006):

$$q=UA\Delta T_{ml}$$

Donde:

q: velocidad de transporte de calor (W) entre dos puntos del sistema

U: coeficiente global de transmisión de calor (W/m<sup>2</sup>C)

A: área perpendicular al transporte (m<sup>2</sup>)

$\Delta T_{ml}$ : la diferencia de temperatura media logarítmica entre la entrada y la salida del intercambiador.

De esta manera, seremos capaces de ajustarnos mejor a la realidad y dimensionar con más precisión las necesidades de área de intercambio de calor o longitud de las tuberías necesarias en el intercambiador de calor. En definitiva, podremos diseñar mejor este tipo de equipos.

## 2 Introducción

Los intercambiadores de calor son dispositivos que se utilizan para transferir calor entre dos fluidos, o entre la superficie de un sólido y un fluido en movimiento, siendo elementos fundamentales en los sistemas de calefacción, refrigeración, acondicionamiento de aire, producción de energía y procesamiento químico. En su modalidad más sencilla, podemos encontrar los intercambiadores de calor de tubos concéntricos. En estos equipos, los fluidos involucrados pueden viajar en paralelo o en contracorriente (Figura 1). Como puede verse en la figura, la diferencia de temperatura entre ellos irá cambiando en función de la posición considerada, siendo más acentuada esta variación en la configuración en paralelo que en la configuración en contracorriente. Por ello, utilizaremos una diferencia de temperatura que sea representativa de la realidad. Este valor es la diferencia de temperatura media logarítmica y la calcularemos siguiendo la fórmula que se indica que en la Figura 2. En esta expresión, se considera la diferencia de temperatura entre el fluido caliente y el frío en cada extremo del intercambiador de calor, representándose la posición por los números 1 y 2. Da igual donde coloquemos estos números, pero una vez establecida su ubicación, tenemos que aplicar la fórmula en coherencia con las temperaturas de las corrientes en estas posiciones.

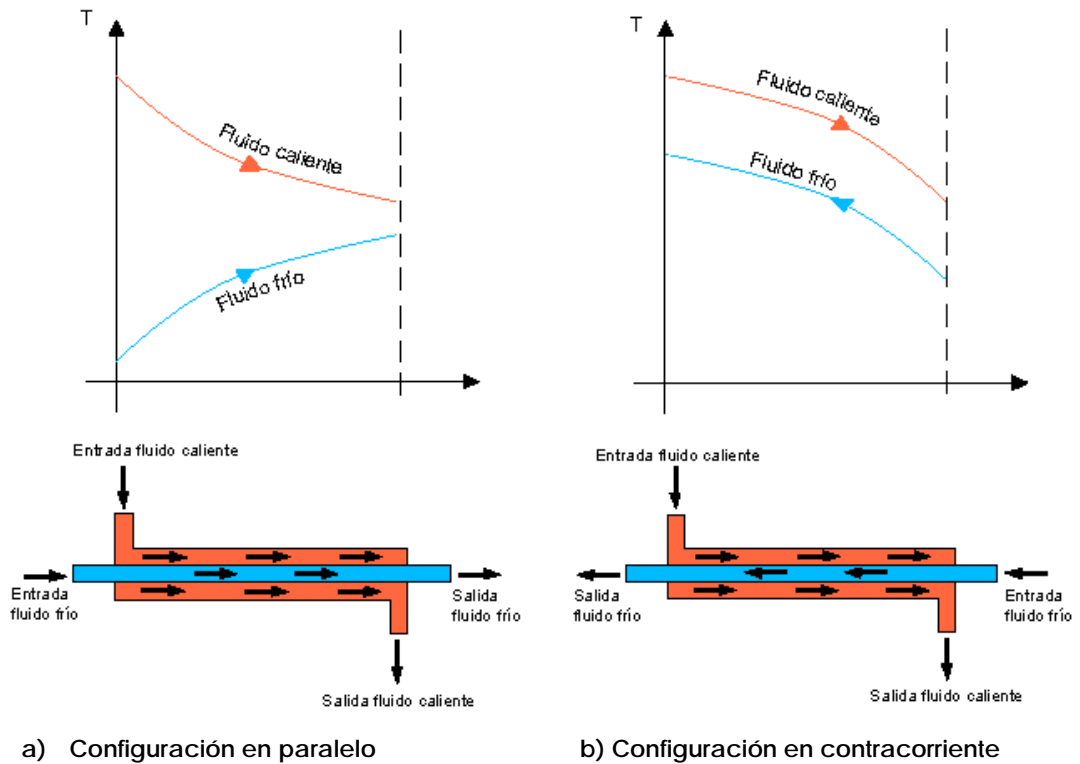


Figura 1. Cambio de la diferencia de temperatura en el recorrido del intercambiador según esté configurado el flujo en paralelo o en contracorriente (Adaptada de Alba, 2006)

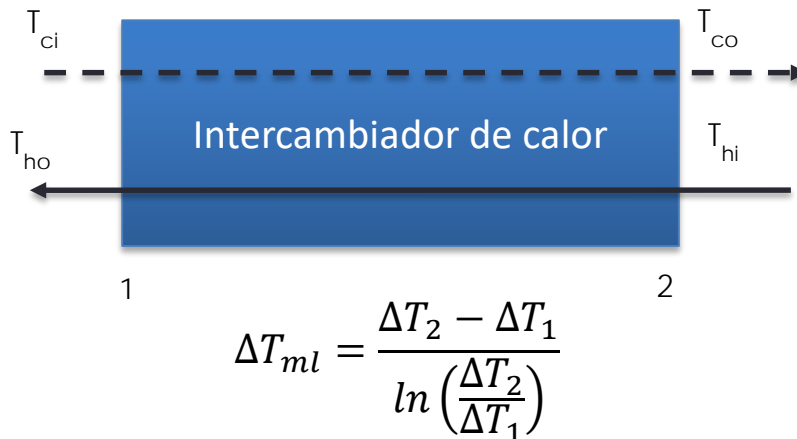


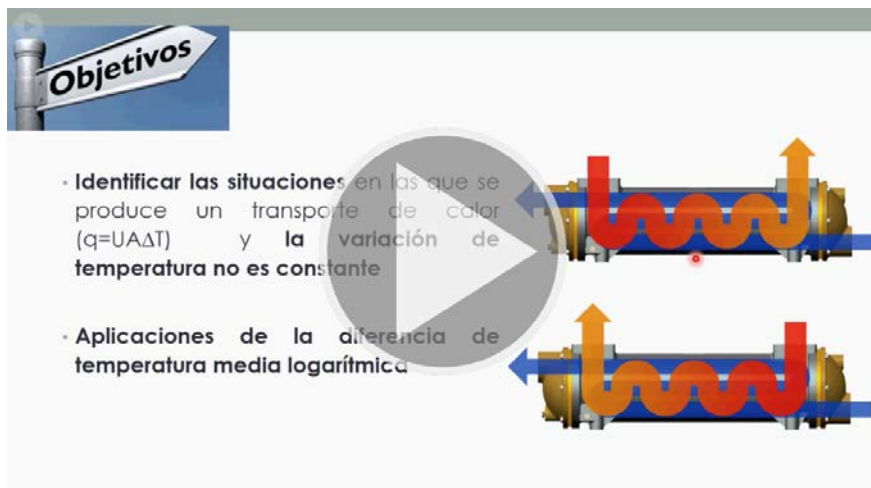
Figura 2. Representación esquemática de las corrientes del fluido frío y caliente en un intercambiador de calor y expresión matemática del cálculo de la diferencia de temperatura media logarítmica ( $\Delta T_{ml}$ ) (Doran, 2013). Cada subíndice en la variable temperatura ( $T$ ) se refiere entrada del fluido frío ( $ci$ ), salida de del fluido frío ( $co$ ), entrada del fluido caliente ( $hi$ ) y salida del fluido caliente ( $ho$ ).

### 3 Objetivos

Una vez te leas con detenimiento este documento, serás capaz de:

- Identificar las situaciones en las que habría que recurrir al uso de la diferencia de temperatura media logarítmica
- Calcular la diferencia de temperatura media logarítmica ( $\Delta T_m$ ) en base a las temperaturas de los extremos en un intercambiador de calor tanto del fluido caliente como del fluido frío
- Dimensionar un intercambiador de calor

*Para que te quede más clara la utilidad de este término, te animo a que veas el siguiente vídeo (Figura 3).*



**Figura 3.** Video explicativo de la aplicación de la diferencia de temperatura media logarítmica en los intercambiadores de calor (Castelló, (2020)).

<https://media.upv.es/#/portal/video/d9a06900-750b-11ea-b131-2da5ec4e0605>

### 4 Desarrollo

Bueno, como la mejor manera de entender cómo proceder cuando necesitamos recurrir al manejo de la diferencia de temperatura media logarítmica es viendo su **aplicación**, en este apartado vamos a abordar la resolución de dos casos prácticos. Concretamente, son las siguientes **situaciones**:

- Intercambiador de calor con o sin cambio de estado
- Diseño de un serpentín refrigerante o calefactor en un fermentado en el que se quiere mantener la temperatura constante

#### 4.1 Intercambiador de calor con o sin cambio de estado

Para poder conocer el calor que tiene que ceder el fluido caliente para calentar al fluido frío, podemos plantear un balance de energía en la tubería por la que circula el fluido caliente. Si no hay cambios en la posición ni en el diámetro de la tubería, ese balance de energía contemplaría sólo los términos de energía interna ( $\Delta u$ ) si hay

cambio de temperatura entre la entrada y la salida del fluido en la tubería, considerando el calor específico del fluido ( $C_p$ ), o cambios de trabajo de flujo ( $\Delta PV$ ), si la temperatura permanece constante porque hay un cambio de estado en el fluido. En este último caso, tendríamos en cuenta el calor latente ( $\Delta H$ ) para poder averiguar las necesidades de caudal másico del fluido ( $m$ ) (Figura 4).

$$q = \Delta u + \Delta(PV) = m C_p (T_s - T_e) + m \cdot \Delta H$$

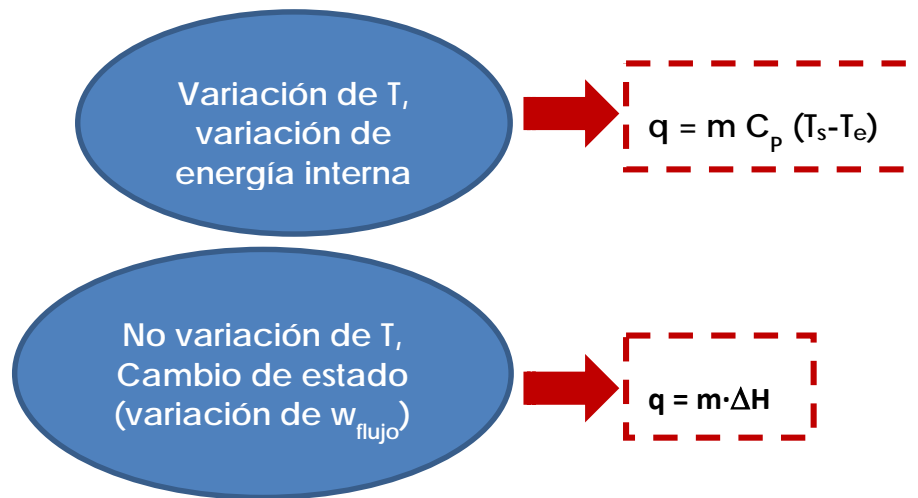


Figura 4. Esquema del cálculo de las necesidades energéticas en los fluidos por balance de energía según haya o no cambio de estado

*¿Estás preparado/a para resolver un caso práctico que contempla ambas situaciones? ¡Vamos a verlo!*

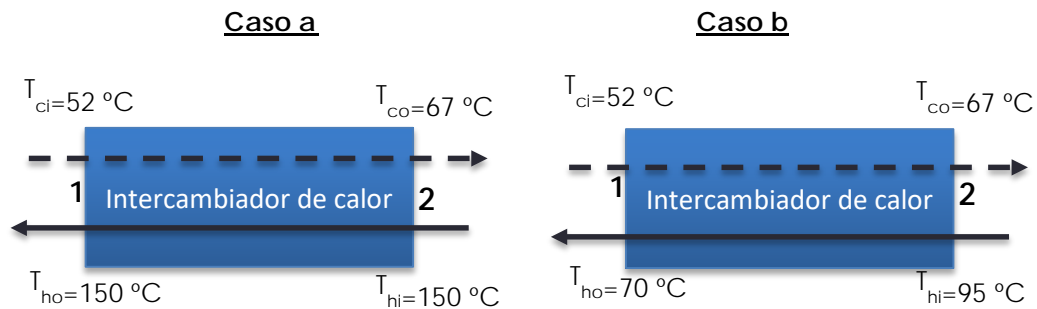
Se quiere **diseñar un pasteurizador** para que trabaje con 100 kg/s de zumo de naranja que entren a 52 °C y salgan a 67 °C ( $C_{p\text{zumo}}=3,88$  kJ/kg°C). Para ello, se plantean **dos posibilidades**:

- Utilizar como fluido externo **vapor sobrecalentado a 150 °C** ( $\Delta H^v= 2145,7$  kJ/kg) que mantiene dicha temperatura constante
- Usar como fluido externo **agua caliente** en contracorriente que **entra a 95 °C** y **sale a 70 °C** ( $C_{pw}=4,187$  kJ/kg°C).

En ambos casos se considera que el coeficiente global de transmisión de calor ( $U$ ) es de 500 kJ/sm<sup>2</sup>K. Calcular:

- El **calor** intercambiado
- El **caudal másico** del fluido caliente
- El **área** de intercambio de calor

1º) Para resolverlo, lo primero que vamos a hacer es un **esquema** en el que indiquemos las temperaturas de entrada de cada fluido



2º) Calcularemos el **calor (q)** que necesita **absorber el zumo** para ser pasteurizado mediante un balance de energía en el que usaremos la fórmula del calor sensible:

$$q = m_z \cdot C_{pz} \cdot (T_{co} - T_{ci}) = 5820 \text{ kJ/s}$$

Ese calor tendrá el mismo valor que el que tiene que cederle el fluido caliente. Por tanto, utilizando la ecuación correspondiente de la Figura 4 en cada caso, podremos averiguar el caudal de fluido caliente

3º) Obtener el **caudal másico del fluido caliente**

- Para el caso a (vapor sobrecalentado):  $m_v = \frac{q}{\Delta H^v} = 2,71 \text{ kg/s}$
- Para el caso b (agua caliente):  $m_w = \frac{q}{(T_{hi} - T_{ho})} = 55,6 \text{ kg/s}$

4º) Averiguaremos el **área** perpendicular al transporte con la expresión de la velocidad de transferencia de calor:  $q = UA\Delta T_{ml}$ . Para ello, tendremos que obtener la  $\Delta T_{ml}$  en cada caso, considerando las posiciones 1 y 2 seleccionadas al azar en los intercambiadores de calor.

- Para el caso a:  $\Delta T_{ml} = \frac{(T_{hi} - T_{co}) - (T_{ho} - T_{ci})}{\ln\left(\frac{T_{hi} - T_{co}}{T_{ho} - T_{ci}}\right)} = \frac{(150 - 67) - (150 - 52)}{\ln\left(\frac{150 - 67}{150 - 52}\right)} = 90,3 \text{ °C}$
- Para el caso b:  $\Delta T_{ml} = \frac{(T_{hi} - T_{co}) - (T_{ho} - T_{ci})}{\ln\left(\frac{T_{hi} - T_{co}}{T_{ho} - T_{ci}}\right)} = \frac{(95 - 67) - (70 - 52)}{\ln\left(\frac{95 - 67}{70 - 52}\right)} = 22,63 \text{ °C}$

Por tanto, el área para el caso a sería de **0,13 m<sup>2</sup>** y para el caso b **0,51 m<sup>2</sup>**

## 4.2 Serpentes refrigerantes o calefactores en tanques

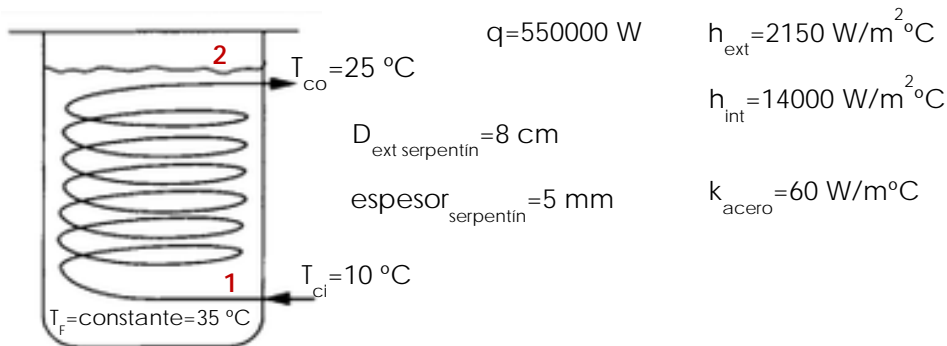
Con frecuencia en los depósitos que se utilizan para realizar alguna reacción (biorreactores), como las de fermentación, en la elaboración de cerveza, vino o incluso en la producción de fármacos, se requiere mantener el medio a una temperatura óptima en la que los microorganismos o enzimas pueden desarrollar su actividad de la mejor forma posible (Alva, 2016). Sin embargo, el propio proceso de reacción provoca una liberación o consumo de energía térmica, asociada a los cambios químicos, que hace que aumente o disminuya la temperatura del medio de reacción, ralentizando o incluso deteniendo el proceso. Para evitar este problema, una estrategia habitualmente empleada es la incorporación de serpentes refrigerantes o calefactores en el propio tanque. Estos dispositivos consisten en tuberías enrolladas por las que circula un fluido refrigerante o

calefactor que en muchas ocasiones es agua. La longitud y el área necesaria de los serpentines se puede obtener combinando los cálculos obtenidos por la ecuación de transporte de calor ( $q=UA\Delta T_{ml}$ ), mencionada anteriormente, con los derivados de los balances de energía, tanto en el seno del fluido que circula por el interior del serpentín, como el fluido que se quiere mantener a temperatura constante, que sería el equivalente al fluido caliente o frío de los intercambiadores clásicos. En la ecuación  $q=UA\Delta T_{ml}$ , a lo largo de todo el recorrido del serpentín, la variación de temperatura respecto al fluido que lo envuelve va a ser distinta.

### Veamos un ejemplo.

Un **fermentador** que se utiliza para la producción de un antibiótico debe mantenerse a **35 °C**. Después de considerar la demanda de oxígeno del organismo y la disipación de calor del agitador, se calcula que la **velocidad máxima de transmisión de calor** es de **550 kW**. Se dispone de **agua de refrigeración a 10 °C** y la temperatura de salida, calculada mediante un balance de energía, es de **25 °C**. El coeficiente de transmisión de calor para el caldo de fermentación es **2150 W/m<sup>2</sup>°C** y para el agua de refrigeración es **14000 W/m<sup>2</sup>°C**. Se propone instalar un serpentín de refrigeración helicoidal dentro del fermentador. El diámetro exterior de la tubería es 8 cm, el espesor 5 mm y la conductividad térmica del acero es **60 W/m°C**. **¿Qué longitud de serpentín se necesita?**

1º) Realizar un **esquema** en el que indiquemos las temperaturas de entrada del fluido refrigerante, así como la temperatura del fermentador. Indicar también el resto de datos



2º) Aplicar la ecuación  $q=UA\Delta T_{ml}$ . Para ello, será necesario calcular la resistencia total al transporte de calor ( $1/UA_{referencia}$ ), ya que en su desarrollo estará la longitud del serpentín (L), que es la variable incógnita. Tendremos que calcular la  $\Delta T_{ml}$  y despejar la L porque q es dato.

$$\frac{1}{UA_{ref}} = \sum \frac{1}{hA_i} + \sum \frac{espesor_j}{k_j A_j} = \frac{1}{h_{int} A_{int}} + \frac{1}{h_{ext} A_{ext}} + \frac{espesor_{acero}}{K_{acero} A_{ml}}$$

En los términos de resistencia debida a la convección ( $\sum \frac{1}{hA_i}$ ), el área que consideraremos será el área lateral de un cilindro ( $2\pi rL$ ). En el término de resistencia debido a la conducción del acero del serpentín, tendremos que tener en cuenta el área media logarítmica, puesto que el área perpendicular al transporte será función del radio de la tubería y se utilizará el área media logarítmica ( $A_{ml} = \frac{2\pi L(r_{ext}-r_{int})}{\ln(\frac{r_{ext}}{r_{int}})}$ ).

Por tanto, la resistencia total será:

$$\frac{1}{UA_{ref}} = \frac{1}{h_{int} 2\pi L r_{int}} + \frac{1}{h_{ext} 2\pi L r_{ext}} + \frac{\ln\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right)}{k_{acero} 2\pi L}$$

Reemplazando las variables por su valor numérico, obtendremos:

$$\frac{1}{UA_{ref}} = \frac{0,00253}{L}$$

A continuación, calcularemos la diferencia de temperatura media entre el fluido refrigerante del serpentín y el medio del fermentador. Para ello, supongamos las posiciones 1 y 2 indicadas en rojo en el esquema del fermentador. Aplicando la fórmula de  $\Delta T_{ml}$ :

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)} = \frac{(T_F - T_{co}) - (T_F - T_{ci})}{\ln\left(\frac{T_F - T_{co}}{T_F - T_{ci}}\right)} = \frac{(T_{ci} - T_{co})}{\ln\left(\frac{T_F - T_{co}}{T_F - T_{ci}}\right)} = 16,37 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Por último, nos quedará despejar la longitud, reemplazando los valores de  $q$ ,  $1/UA_{ref}$  y  $\Delta T_{ml}$  en la ecuación  $q = UA_{ref} \Delta T_{ml}$

$$L = \frac{0,00253 \cdot q}{\Delta T_{ml}} = \mathbf{85 \text{ m}}$$

## 5 Cierre

En este artículo hemos visto en qué situaciones es necesario recurrir a la diferencia de temperatura media logarítmica para ajustarse mejor a la realidad y poder diseñar con más precisión los sistemas utilizados para calentar o refrigerar fluidos. Para ello, hemos combinado el manejo de la ecuación que nos permite predecir la velocidad de transporte de calor con las expresiones derivadas de los balances de energía para determinar las necesidades energéticas de absorción o cesión de calor ( $q$ ) de los fluidos involucrados en los intercambiadores de calor.

## 6 Bibliografía

**Alba, R. (2006).** Apuntes de transferencia de calor. Tema 6. Intercambiadores de calor. Disponible en: [http://pi-dir.com/calor/transferencia\\_de\\_calor\\_07\\_intercambiadores.htm](http://pi-dir.com/calor/transferencia_de_calor_07_intercambiadores.htm)

**Alva, (2016).** ALVA controlled Brewing and Fermenting in One Vessel. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=DLcHZMr-ieg>

**Bird, R.B, Stewart, W.E. y Lightfoot, E.N. (2002).** Transport Phenomena, Revised 2nd Edition, Editorial: Wiley & Sons Inc. New York (EEUU)

**Castelló, M.L. (2020).** Screencast "Diferencia de Temperatura Media Logarítmica. Aplicación en Intercambiadores de Calor" Disponible en: <https://media.upv.es/#/portal/video/d9a06900-750b-11ea-b131-2da5ec4e0605>

**Doran, P.M. (2013).** Bioprocess Engineering Principles. Editorial AP.