

ALGORITMO DE CONTROL PREDICTIVO-ADAPTABLE EN EL ESPACIO DE PSEUDO-ESTADOS

Alberto Aguado

Instituto de Cibernética, Matemática y Física, Calle 15 No. 551, entre C y D, Vedado,
La Habana. e-mail : aguado@icmf.inf.cu

Resumen: En este trabajo se describe un controlador predictivo-adaptable desarrollado a partir de un modelo descrito en el llamado “espacio de pseudo-estados”. El algoritmo tiene entre sus atributos, el hecho de que propaga la raíz cuadrada de la matriz de Riccati en lugar de la matriz completa, gracias a lo cual se gana en robustez numérica y eficiencia de cómputo. En el trabajo se discuten dos aplicaciones posibles del método descrito: el control del número Kappa de un digestor continuo, que es un proceso fuertemente no lineal, con gran retardo puro y cuyos parámetros cambian en dependencia de la composición de la materia prima y un evaporador de múltiple efecto que es un objeto multivariable con fuertes interacciones entre sus variables y cuya dinámica cambia lentamente a lo largo del tiempo. Una versión en Simulink de este controlador fue aplicada en ambos ejemplos, lo que permite apreciar las cualidades del método y sus posibilidades prácticas. *Copyright © 2006 CEA-IFAC*

Palabras Clave: control predictivo, control adaptable, pseudo estados, mínimos cuadrados, digestor continuo, número Kappa, control multivariable, evaporadores de múltiple efecto.

1. INTRODUCCION

En el presente trabajo se retoma, con algunas modificaciones, un algoritmo de control predictivo-adaptable que se diseña a partir de un modelo al que llamamos de “pseudo estados” y que se describe muy detalladamente en (Aguado, 2000) y (Aguado y Martínez, 2003). Este modelo, que formalmente se asemeja a un modelo discreto, lineal, en el espacio de estados (de ahí su nombre), puede obtenerse directamente de la identificación convencional mínimo cuadrática de un modelo ARX, que requiere solamente de las entradas y salidas del proceso.

Con el objetivo de ilustrar las posibilidades del algoritmo de control desarrollado, se presentan dos casos de estudio que corresponden a procesos ampliamente difundidos en la industria y que resultan objetos dinámicos difíciles de controlar adecuadamente mediante soluciones convencionales: un digestor de pulpa para la producción de celulosa y/o papel y un evaporador de múltiple efecto.

Aunque el tema del control predictivo ha sido estudiado y aplicado ampliamente en los últimos años, existiendo numerosas soluciones exitosas tales como el GPC, DMC, etc., (Camacho y Bordons, 2004) consideramos que el método que se propone

puede resultar en algunos casos una alternativa ventajosa por las siguientes razones:

- Posee una capacidad adaptable opcional que resulta muy útil o incluso indispensable, cuando la dinámica del proceso controlado cambia significativamente con el transcurso del tiempo.
- Su extensión al caso multivariable es inmediata y no requiere un incremento notable del esfuerzo de cómputo.
- Es fácil de parametrizar, a diferencia de otros enfoques como el GPC, que requiere la definición por el usuario de varios horizontes temporales, coeficientes de filtraje, etc.
- Es muy robusto numéricamente gracias al algoritmo de "raíz cuadrada" utilizado para calcular el control óptimo, lo que garantiza una doble precisión efectiva en los cálculos.
- Comparado con otros métodos de control predictivo parece ser muy económico en cuanto a sus requerimientos de cómputo, aunque la demostración de esta propiedad requeriría un estudio detallado que no es posible incluir aquí por razones de espacio.

Las razones expuestas justifican según el autor, la consideración del método que se propone como una alternativa posible de control en aquellos casos en que otras soluciones establecidas no resultan ventajosas.

2. ALGORITMO DE RAÍZ CUADRADA PARA EL CONTROL PREDICTIVO-ADAPTABLE

Consideremos el siguiente modelo ARX para el caso de sistemas MIMO con retardo puro k :

$$\hat{y}(t+k) = P^T(t)\hat{z}(t+k-1) + e(t+k) \quad (1)$$

donde :

t – es el índice de tiempo discretizado.

$\hat{y}(t+k)$ – es la predicción de k etapas del vector de salida centralizada con respecto a su referencia, de dimensión v .

$\hat{z}(t+k-1)$ – es el vector de datos y predicciones, con la estructura :

$$\hat{z}^T(t+k-1) = [\Delta u^T(t) \hat{y}^T(t+k-1) \Delta u^T(t-1) \dots \dots \hat{y}^T(t+k-n) \Delta u^T(t-n)] \quad (2)$$

en la que $\Delta u(t)$ representa al vector de los incrementos de control de dimensión μ . La dimensión del vector z es entonces: $\rho = n(\mu+v) + \mu$.

$$P^T(t) = [B_0 \ A_1 \ B_1 \ A_2 \ B_2 \ \dots \ A_n \ B_n] \quad (3)$$

es la matriz de parámetros del modelo, de dimensión $v \times \rho$. Los coeficientes B_i y A_i son matrices de dimensiones $v \times \mu$ y $v \times v$ respectivamente.

Las predicciones $\hat{y}(t), \hat{y}(t+1), \hat{y}(t+k-1)$ se calculan utilizando la estimación existente en cada tiempo t de los parámetros $\hat{P}(t)$, mediante el algoritmo recursivo :

$$\hat{y}(t+i) = \hat{P}(t)\hat{z}(t+i) \quad (4)$$

para $i = 0, 1, 2, \dots, k-1$.

$e(t)$ es la componente aleatoria del modelo a la que se le suponen las propiedades del ruido blanco discreto estacionario.

A partir del modelo (1), que puede ser identificado en tiempo real utilizando un algoritmo convencional mínimo cuadrático (Aguado, 2000), es posible escribir en una forma directa, el siguiente modelo similar a la representación en el espacio de estados :

$$\hat{x}(t+k) = \Omega \hat{x}(t+k-1) + \Lambda \Delta u(t) + I^* e(t+k) \quad (5)$$

donde:

$$\hat{x}^T(t+k) = [\hat{y}^T(t+k) \Delta u^T(t) \hat{y}^T(t+k-1) \dots \dots \hat{y}^T(t+k-n+1) \Delta u^T(t-n+1)] \quad (6)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & \dots & A_n & B_n \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ & 1 & \dots & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} B_0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad I^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Es posible comprobar fácilmente la equivalencia entre el modelo en su forma normal (1) y la representación de pseudo-estados definida mediante (5) - (7). Nótese que el vector $\hat{x}(t+k)$ contiene valores de las entradas y salidas (o sus predicciones) solamente y que su dimensión no es mínima, por lo que no es un vector de estados en el sentido convencional y de ahí el nombre de pseudo-estados.

utilizado para el diseño se obtiene por identificación; el controlador obtenido es finalmente reducido mediante técnicas de reducción de modelos. También, Funkquist (1994) propone un control multivariable robusto para la temperatura y álcalis efectivos medidos en la zona del lavado, que emplea predictores de Smith en combinación con el procedimiento de estabilización en H-infinito; el modelo lineal se identifica a partir de un modelo fenomenológico no lineal del digestor.

En este trabajo se propone una estrategia de control del $\#Kappa$, que se considera medible, y que parte de la estimación, mediante un experimento sencillo, del retardo puro existente entre la temperatura de cocción T_c y el $\#Kappa$. Esta información se utiliza para el diseño de un controlador predictivo-adaptable basado en el algoritmo descrito en el epígrafe 2. La utilización de un enfoque adaptable se justifica por las variaciones probables que ocurren en las características de la madera utilizada, lo que influye en los parámetros del modelo lineal aproximado. El modelo lineal de 5to. orden, tiene el doble propósito de calcular las predicciones necesarias para compensar el gran retardo existente (del orden de 4 a 5 horas) y también para calcular el control óptimo con respecto a un criterio cuadrático generalizado.

El algoritmo predictivo-adaptable expuesto anteriormente ha sido realizado en Simulink (Figura 3), lo que ha posibilitado hacer un estudio de simulación de su aplicación al modelo fenomenológico del digestor de Aros y Cipriano (2001), como un paso previo necesario antes de su aplicación a un digestor real.

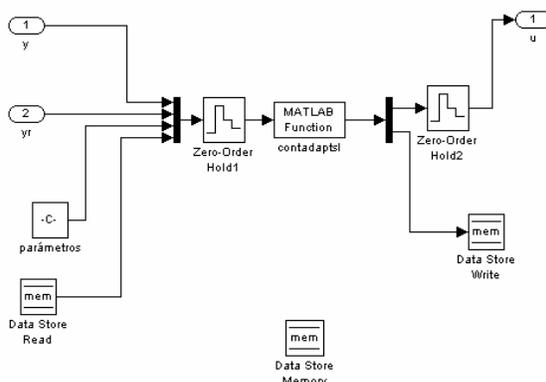


Figura 3. Esquema en Simulink del regulador predictivo-adaptable

Después de realizar varias pruebas se seleccionaron los siguientes valores para los parámetros principales del regulador así como de la estructura del controlador:

- El orden del modelo lineal aproximado fue fijado en 5 y su estructura coincide con la definida en las ecuaciones 1, 2 y 3, para $n=5$.
- El retardo estimado entre la temperatura de cocción y el $\#Kappa$ fue de 270 minutos aproximadamente y se seleccionó el período de control igual a 10 minutos, por lo que $k=27$.
- El coeficiente de penalización de los incrementos de control se hizo igual a 26. Este número relativamente grande se justifica por la tendencia marcada a un comportamiento oscilatorio de la variable controlada ante la presencia de un retardo muy grande.
- Se demostró la conveniencia de realizar un experimento previo de identificación antes de cerrar el lazo de control, para evitar grandes oscilaciones iniciales. El tiempo inicial de identificación, durante el que se aplica en la entrada una señal de ruido de pequeña amplitud fue de 200 minutos.
- Se supone que el regulador predictivo-adaptable actúa sobre la referencia de un regulador convencional de la temperatura de cocción, el cual se omite en aras de la simplicidad.
- La identificación del modelo lineal se realiza en tiempo real y se suspende cuando el error de regulación es menor que 0.1 en valor absoluto.
- Se propone una estrategia de iteraciones distribuidas para la aplicación del algoritmo ya que, la solución teórica que consiste en repetir N veces los pasos 1) a 3) antes de calcular el control óptimo, no resultó ventajosa en este caso y si mucho más costosa en tiempo.

En el estudio de simulación realizado del controlador propuesto, se fijaron las siguientes condiciones:

- Se adicionan perturbaciones con características de "paseo aleatorio" (drift) a las cinco variables que caracterizan a la madera utilizada como materia prima, estas son: concentración de la lignina de alta reactividad, concentración de la lignina de baja reactividad, concentración de la celulosa, la concentración de galactoglucomann, y la concentración de araboxylan. Este tipo de perturbación, que es característica de muchas variables industriales, fue realizada integrando una señal de ruido blanco discreto con varianza 0.025.
- Se adicionan perturbaciones que simulan ruido de medición en las variables $\#Kappa$ y las concentraciones de álcalis efectivo y lignina en los licores de extracción, así como las concentraciones de álcalis e hidrosulfitos en el licor blanco. Todas estas perturbaciones se simulan como ruido blanco discreto.

- c) Se realizaron cambios arbitrarios en forma de escalón en la referencia del #Kappa, en el intervalo de 25 a 32.

En la figura 4 se puede apreciar el comportamiento muy satisfactorio de la respuesta del #Kappa ante las perturbaciones y los cambios de referencia considerados. Igualmente en la figura 5 se observa el comportamiento suficientemente suave de la variable de control. Como una muestra del tipo de perturbaciones que ha tenido que compensar el controlador, en las figuras 6 y 7 se observan las variaciones en las concentraciones de lignina de alta y baja reactividad en la madera alimentada. Perturbaciones semejantes se producen en otras concentraciones, pero se omiten en aras de la brevedad.

El controlador predictivo-adaptable propuesto en el presente trabajo parece ser una solución ventajosa con respecto a otras soluciones convencionales (reguladores PI con predictores de Smith, difusos, predictivos, etc.) para el control del #Kappa en un digestor continuo. Tanto en los resultados mostrados, como en muchos otros que no se incluyen en aras de la brevedad, el comportamiento del control ante perturbaciones de distinto tipo así como ante cambios de referencia, ha sido muy satisfactorio. Teniendo en

cuenta que en las simulaciones realizadas se ha utilizado un modelo fenomenológico muy completo, que tiene en cuenta las características dinámicas principales del digestor (parámetros distribuidos, no linealidades, alto orden, retardo muy grande), puede esperarse que se obtengan resultados semejantes en la aplicación de este controlador a un digestor real.

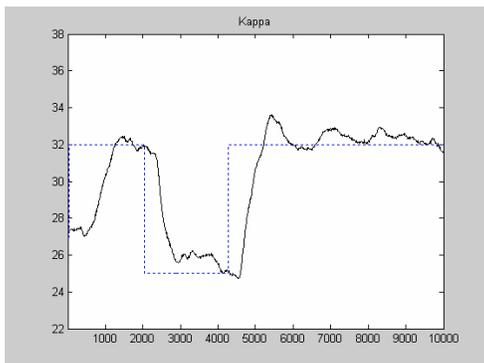


Figura 4. Seguimiento del #Kappa a cambios en la referencia, en presencia de perturbaciones

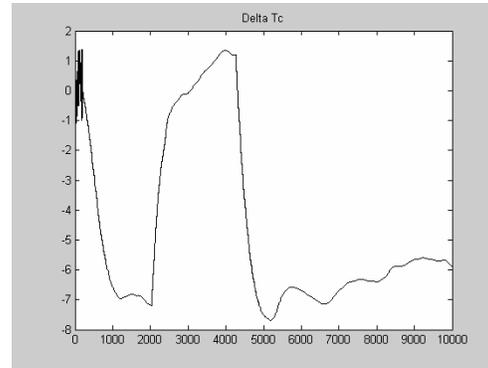


Figura 5. Comportamiento del control

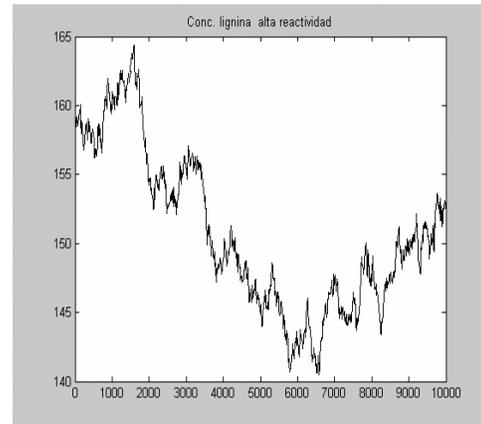


Figura 6. Concentración de lignina de alta reactividad

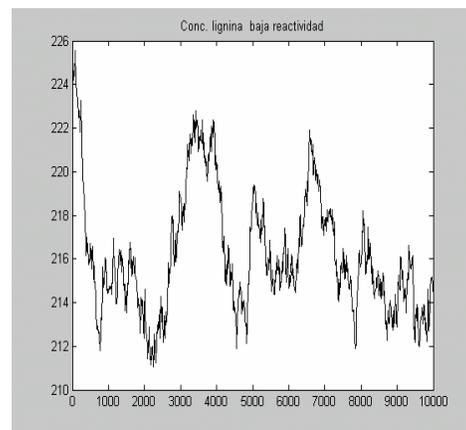


Figura 7. Concentración de lignina de baja reactividad

4. CONTROL MULTIVARIABLE DE UN EVAPORADOR DE MÚLTIPLE EFECTO

En este ejemplo vamos a considerar el control predictivo-adaptable de un evaporador de cuádruple efecto que es un proceso multivariable de relativa complejidad. Estos equipos se utilizan en los centrales azucareros y otros procesos de la industria alimentaria; su control adecuado constituye un objetivo importante para garantizar la eficiencia energética y la calidad de todo el proceso.

En la figura 8 se representa esquemáticamente un evaporador de cuádruple efecto, que es típico de la industria azucarera cubana.

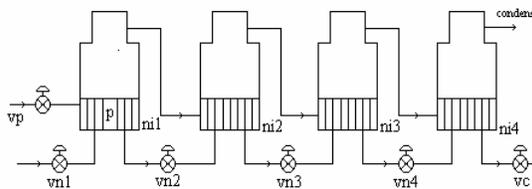


Figura 8. Esquema de evaporador de cuádruple efecto

El objetivo de este equipo en una fábrica de azúcar es concentrar el jugo de la caña extraído y diluido en los molinos desde una concentración inicial de un 10-15% de sólidos hasta la concentración final de alrededor de un 60%. Para lograr ese objetivo se evapora agua sucesivamente en los efectos, mediante el intercambio calórico que se produce en la parte inferior de cada efecto, llamada comúnmente "calandria". En cada calandria hay unos tubos metálicos verticales por donde se introduce el jugo en ebullición, mientras que el vapor que se encuentra en el exterior de los tubos cede su calor y se condensa. El vapor generado en cada efecto circula hacia el siguiente y sirve a su vez como vapor de calefacción, gracias a que a lo largo del evaporador hay un gradiente de presión decreciente que garantiza valores también decrecientes del punto de ebullición.

En un esquema de control típico para los evaporadores de múltiple efecto, se incluyen generalmente lazos de control de nivel, de presión en la calandria del primer efecto y de la concentración de salida. También es frecuente encontrar un lazo de control de vacío en el último efecto accionando sobre el flujo de agua que se alimenta a un condensador barométrico al que fluye el vapor del último efecto. En este trabajo omitimos, por simplicidad, este último lazo y se considera un vacío constante.

El nivel equivalente del jugo en cada efecto tiene una influencia considerable sobre el coeficiente de

transferencia de calor y por tanto sobre la eficiencia energética del proceso; generalmente trata de regularse a un valor de alrededor del 30% de la longitud de los tubos. La presión del vapor que se alimenta al primer efecto determina la intensidad de la evaporación y debe regularse a un valor aproximado de 10 lbs/pg². Finalmente el mantenimiento de la concentración de salida en valores de alrededor de 60° Brix (60% de sólidos) es el objetivo fundamental del control de los evaporadores.

Los evaporadores de los centrales azucareros están generalmente sometidos a un régimen periódico de limpiezas debido a que la superficie de intercambio calórico se incrusta con el uso continuado. Esto equivale a que los parámetros que caracterizan la dinámica de este proceso cambian con el tiempo y puede justificarse, por tanto, un esquema de control adaptable, en el que se identifican periódicamente y en tiempo real, los parámetros de un modelo dinámico del evaporador.

Las variables de control que consideramos en nuestro ejemplo, cuya selección coincide con la práctica habitual, son las posiciones de las válvulas de alimentación de jugo a cada efecto, que se usan para la regulación de los niveles; la posición de la válvula de salida del jugo del último efecto para la regulación de la concentración y la posición de la válvula de alimentación de vapor al primer efecto.

De acuerdo con la explicación anterior, estamos en presencia de un objeto multivariable con 6 variables controladas y 6 variables de control que además es multiconectado, ya que cada una de las variables de control perturba de manera directa o indirecta a las restantes variables controladas.

Esta última característica justifica la utilización de un controlador multivariable que compense implícitamente las fuertes interconexiones existentes entre las variables principales.

Para la simulación del control de los evaporadores hemos utilizado un modelo lineal experimental muy simplificado, pero que respeta la esencia multivariable y multiconectada del proceso real. El modelo, en su forma discreta consta de las siguientes ecuaciones de primer orden:

$$p(k) = 0.47 v_p(k) + 0.82 p(k-1) + 0.23 v_p(k-1) + e_1(k) \quad (19)$$

$$n_1(k) = 0.48 v_{n1}(k) + 0.91 n_1(k-1) + 0.24 v_{n1}(k-1) - 0.49 v_p(k) - 0.23 v_p(k-1) - 0.48 v_{n2}(k) - 0.22 v_{n2}(k-1) + e_2(k) \quad (20)$$

$$n_2(k) = 0.52v_{n_2}(k) + 0.88 n_2(k-1) + 0.27 v_{n_2}(k-1) - 0.49v_{n_3}(k) - 0.25v_{n_3}(k-1) + e_3(k) \quad (21)$$

$$n_3(k) = 0.51 v_{n_3}(k) + 0.88 n_3(k-1) + 0.26 v_{n_3}(k-1) - 0.47v_{n_4}(k) - 0.25v_{n_4}(k-1) + e_4(k) \quad (22)$$

$$n_4(k) = 0.52 v_{n_4}(k) + 0.91 n_4(k-1) + 0.27 v_{n_4}(k-1) - 0.49v_c(k) - 0.24v_c(k-1) + e_5(k) \quad (23)$$

$$c(k) = 0.5 v_c(k) + 0.95 c(k-1) + 0.25 v_c(k-1) + e_6(k) \quad (24)$$

Todas las variables que aparecen en este modelo son desviaciones adimensionales expresadas en por ciento, calculadas con respecto a un estado de equilibrio del evaporador. Así tenemos que:

Los niveles $n_i(k)$ para $i = 1,2,3,4$ se definen en la forma $n_i(k) = 100\Delta n_i(k) / n_{i0}$, donde n_{i0} representa al valor estacionario de los niveles que se consideró igual a 30.

$p(k)$ y $c(k)$ son respectivamente las desviaciones de la presión en la calandria y la concentración de salida, que se calculan en forma semejante con respecto a los valores de equilibrio: $p_0 = 10 \text{ lbs/pg}^2$ y $c_0 = 60^\circ\text{Bx}$.

Por otra parte, $v_{ni}(k)$ ($i = 1, \dots, 4$) simboliza a las posiciones de las válvula de alimentación de jugo, $v_c(k)$ a la de la válvula de salida de jugo del último efecto y $v_p(k)$, a la posición de la válvula de admisión de vapor. Los valores de las posiciones de las válvulas se encuentran en el intervalo 0 – 100%.

Se considera que el modelo representado por las ecuaciones (19)-(24) es razonablemente válido para desviaciones de las variables controladas menores a un 10% en valor absoluto, lo que representa una exigencia para el sistema de control.

Por último, $e_1(k), \dots, e_6(k)$ son las componentes de ruido que representan la inexactitud del modelo y otros factores aleatorios que influyen sobre las salidas y que se consideran procesos de ruido blanco, con media cero.

El método de control que vamos a utilizar para este ejemplo es el algoritmo predictivo-adaptable multivariable de raíz cuadrada explicado en el epígrafe 2. Usaremos una estrategia de iteraciones distribuidas, teniendo en cuenta que los cambios en los parámetros del modelo identificado van a ser muy lentos. Los coeficientes de penalización de todas las variables de control se escogió igual a 20.

La aplicación del método de control propuesto requiere la utilización de un algoritmo de identificación en línea, que se aplica para identificar los parámetros contenidos en la matriz P . En nuestro trabajo utilizamos el algoritmo convencional recursivo mínimo cuadrático que se describe en (Aguado, 2000), el cual se aplica inicialmente todo el tiempo y posteriormente cuando el error de regulación sobrepasa a 0.1 en valor absoluto. Para evaluar las posibilidades del controlador propuesto para un evaporador de cuádruple efecto de la industria azucarera, hemos realizado un estudio de simulación en el ambiente de Simulink-MatLab.

El experimento de simulación consistió en someter al sistema controlado a variaciones periódicas de las referencias en el intervalo de -5 a 5% en la forma de ondas cuadradas “suavizadas” mediante un filtro discreto de primer orden. Al mismo tiempo, hemos incluido una componente de ruido en todas las variables controladas, que puede representar tanto el ruido en las mediciones como a inexactitudes debidas a la imprecisión del modelo y que tiene media cero y varianza igual a 0.1.

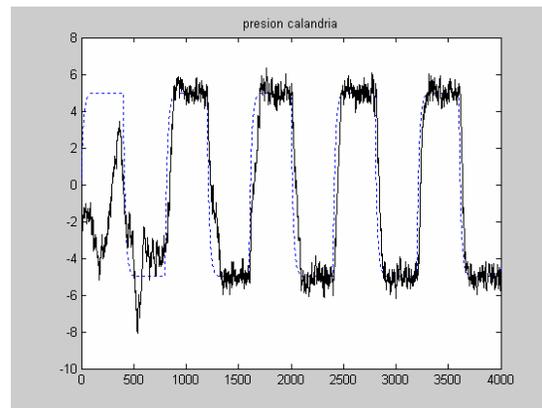


Figura 9. Respuesta de la presión en la calandria

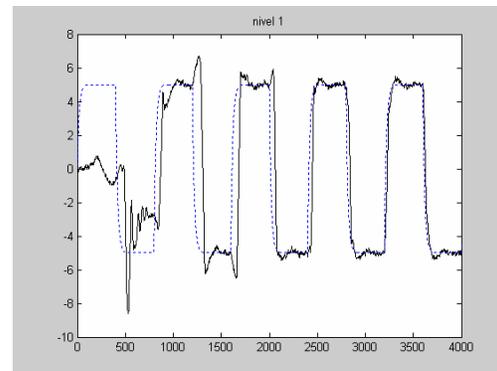


Figura 10. Respuesta del nivel en el primer efecto

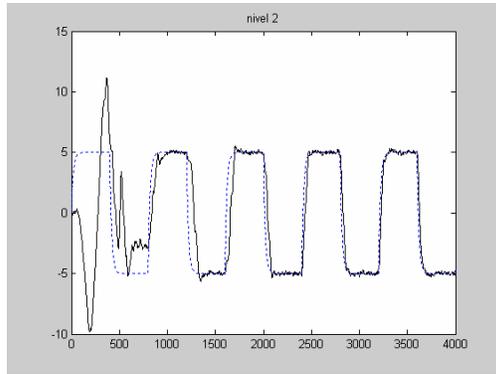


Figura 11. Respuesta del nivel en el segundo efecto

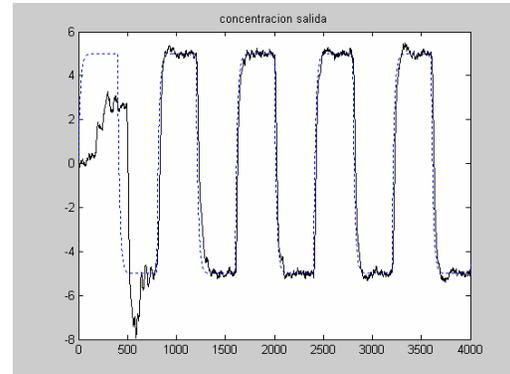


Figura 14. Respuesta de la concentración de salida

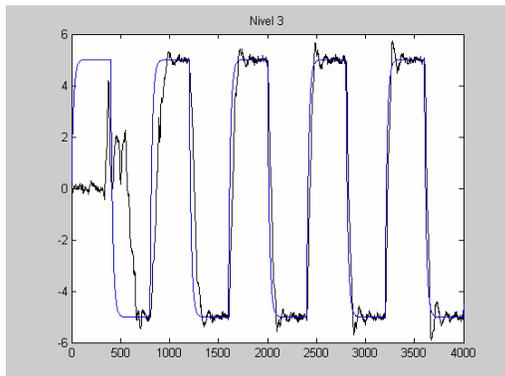


Figura 12. Respuesta del nivel en el tercer efecto

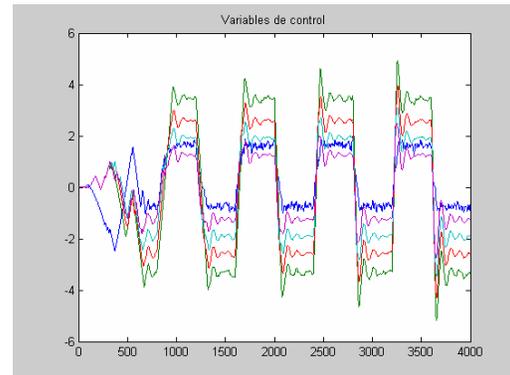


Figura 15. Comportamiento de las variables de control

En las figuras 9 a 14 se puede observar el comportamiento sumamente satisfactorio de todas las variables controladas, incluso en las condiciones extremas de perturbación a que ha sido sometido el evaporador.

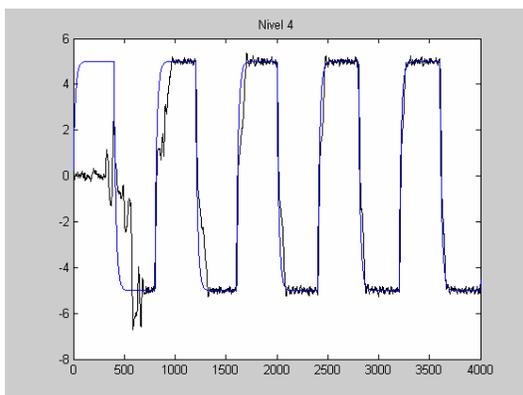


Figura 13. Respuesta del nivel en el cuarto efecto

Las oscilaciones que se observan en las primeras 500 etapas de tiempo se deben al proceso de identificación inicial, partiendo supuestamente de un desconocimiento total del modelo del proceso.

De particular interés es observar como son compensadas las interacciones existentes entre los niveles, sometidos a las fuertes perturbaciones que representan, en cada efecto, las acciones de control del nivel en el efecto siguiente mediante el accionamiento de la válvula correspondiente. Este desacople casi perfecto no puede lograrse en general mediante un esquema convencional de control consistente en lazos de control independientes y representa una de las ventajas evidentes del enfoque multivariable utilizado.

En la figura 15 se muestran agrupadas en un sólo gráfico las 6 acciones de control representadas por el % de desviación de las válvulas de control con respecto al valor estacionario de 50% de abertura. Esta figura permite apreciar que todas las acciones de control son moderadas y que sólo se producen cambios bruscos en los tiempos de transición de las referencias, los que no son típicos de la operación de este proceso y que sólo se han introducido en este ejemplo con fines demostrativos.

5. CONCLUSIONES

El esquema de control predictivo-adaptable propuesto en este trabajo y ejemplificado en la simulación del control de digestores y evaporadores, parece ser una buena alternativa práctica para el control de objetos difíciles (no lineales, con gran retardo, multivariados, de dinámica variable, etc.) cuando otras soluciones más establecidas no ofrecen buenas prestaciones o no se encuentran disponibles. No obstante, las bondades del algoritmo propuesto deberán ser confirmadas en el control de objetos reales y también deberá hacerse un estudio comparativo riguroso con otras soluciones, en particular con los reguladores predictivos más conocidos, a fin de establecer con mayor precisión las ventajas o desventajas que puede presentar el enfoque presentado en este trabajo.

REFERENCIAS

- Aguado, A. (2000) *Temas de Identificación y Control Adaptable*, Ediciones ICIMAF, La Habana.
- Aguado A. y M. Martínez (2003), *Identificación y Control Adaptativo*, Prentice-Hall.
- Allison B., G. Dumont y L. Novak (1991), Multi-input adaptive-predictive control of kamyrdigester chip level, *Canadian Journal Chemical Eng.*, **69**, pp. 111-119.
- Aros N. y A. Cipriano (2001), Simulador dinámico de un digestor continuo Kamyrdigester para ambiente matlab/simulink. *Proc. XV Congreso Chileno de Ingeniería Eléctrica*.
- Belanger P. R., L. Rochon, G. A. Dumont y S. Gendron (1986), Self-tuning control of chip level in a kamyrdigester", *AIChE Journal*, **32 (1)**
- Camacho, E. y Bordons, C. (2004), *Model Predictive Control. Second edition*. Springer Verlag, London.
- Funkquist J. y E. Jacobsen, Modelling for robust control of the continuous pulp digester (1995). *European Control Conference '95*, Roma, Italy.
- Funkquist J., On modeling and identification of a continuous pulp digester (1994). *Proceedings of 10th IFAC Symposium on System Identification, (SYSID'94)*.
- Kayihan, M., S. Gelormino, E. M. Hanczysc, F. J. Doyle III y Y. Arkum (1996), A kamyrdigester model for identification and controller desing, *Proc. 13th. IFAC. World Congress*, San Francisco, USA, **7, (2)**, pp. 37-42.
- Wisniewsky P. A., F. J. Doyle III and F. Kayihan (1997) Fundamental continuous-pulp-digester model for simulation and control. *AIChE Journal*, **43 (12)**, pp. 3175-3192.