

## VIBRACIONES MECÁNICAS EN UNA SARTA DE PERFORACIÓN: PROBLEMAS DE CONTROL \*

E.M. Navarro-López y R. Suárez

*Programa de Investigación en Matemáticas Aplicadas y  
Computación  
Instituto Mexicano del Petróleo  
Eje Central Lázaro Cárdenas, 152, ed. 2, planta baja, cub.1,  
A.P. 14-805, 07730 México, D.F., México*

**Resumen:** Este trabajo estudia desde el punto de vista dinámico las vibraciones mecánicas que aparecen en una sarta de perforación convencional. En particular, se analizan las oscilaciones autoexcitadas de atascamiento-deslizamiento provocadas por la fricción existente entre la barrena y el pozo. Se tratan dos problemas. Por una parte, el modelado del comportamiento torsional de la sarta, junto al modelado de la interacción roca/barrena, esta última es aproximada mediante una fricción seca. Por otra parte, se interpretan algunos objetivos de perforación como problemas de control, básicamente: obtener una velocidad constante en la superficie y reducir el fenómeno de atascamiento-deslizamiento de la barrena. *Copyright ©2005 CEA-IFAC*

**Palabras clave:** aplicaciones del control, fricción seca, oscilaciones autoexcitadas, ciclos límite.

### 1. INTRODUCCIÓN

Las vibraciones son inevitables en una perforación. Sin embargo, el grado de severidad de las mismas y sus consecuencias sobre el proceso de perforación dependen del diseño de la parte inferior de la sarta (aparejo de fondo), de la formación perforada, y, en gran medida, de la elección de los parámetros de perforación, sobre todo, el peso en la barrena (WOB) y la velocidad rotacional de la sarta y de la barrena. La aplicación de técnicas de análisis dinámico y de control en un sistema de perforación puede llevar a conclusiones que permitan la propuesta de estrategias y recomendaciones de operación para el perforador,

así como recomendaciones de diseño de la sarta y del aparejo de fondo con el fin de reducir los efectos de las vibraciones.

Las vibraciones mecánicas que aparecen en una sarta de perforación se clasifican en: vibraciones axiales o longitudinales, torsionales y laterales, dependiendo de la dirección en que se presentan (ver Fig. 1). Asociado a cada tipo de vibración se tiene una serie de fenómenos: (i) rebote (“bit bouncing”, en inglés), la barrena de forma periódica da saltos en el fondo del pozo, incluso puede llegar a soltarse; (ii) fenómeno de atascamiento-deslizamiento (“stick-slip”), mientras que la sarta gira a una velocidad constante, la velocidad de la barrena varía de cero hasta seis veces la velocidad medida en la superficie, normalmente, este fenómeno lleva consigo importantes variaciones de pares de torsión (ver Fig. 2); (iii) fenómeno de remolino (“whirl”), causado porque el centro de gravedad de la sarta no coincide con su eje geométrico de rotación, esto tiene como consecuencia que la trayectoria del

\* Autor de contacto: Eva María Navarro-López. Tel. +52 55 9175 6770. Fax +52 55 9175 6277. Dirección e-mail: [enavarro@imp.mx](mailto:enavarro@imp.mx).

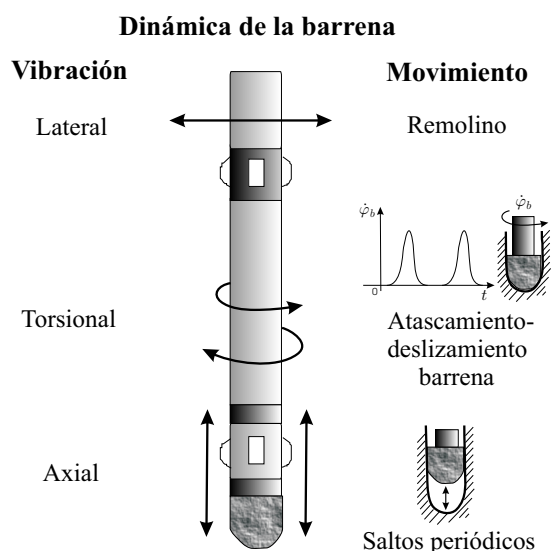


Figura 1. Vibraciones mecánicas en una sarta de perforación. Consecuencias de las mismas.

centro geométrico de la parte inferior de la sarta no sea circular y se produzcan choques de la sarta con las paredes del pozo.

Este artículo se centra en las vibraciones torsionales causa del fenómeno de atascamiento-deslizamiento. Estas vibraciones están originadas, principalmente, por el contacto barrena/roca. La frecuencia de aparición de estas vibraciones se puede reducir mediante técnicas de control. Las vibraciones laterales y axiales, por su parte, requieren otro tipo de soluciones, más orientadas a nuevos diseños mecánicos de la sarta y de sus componentes.

Las oscilaciones de atascamiento-deslizamiento son dañinas, más por su carácter cíclico que por su amplitud. Experimentos en campo señalan que dichas oscilaciones aparecen en un 50 % del tiempo de perforación (Brett, 1992; Henneuse, 1998; Kriesels *et al.*, 1999). Además, las altas velocidades de la barrena en la fase de deslizamiento, normalmente generan vibraciones laterales y axiales importantes en el aparejo de fondo.

Este tipo de vibraciones origina cuatro problemas, principalmente: (i) fatiga de la tubería (Kriesels *et al.*, 1999); (ii) fallos en las componentes de la sarta (Kriesels *et al.*, 1999); (iii) inestabilidad del pozo (Kriesels *et al.*, 1999) y deformaciones en las paredes del pozo; (iv) daños en la barrena (Henneuse, 1998; Macpherson *et al.*, 2001).

Una de las causas principales de la aparición de las vibraciones de atascamiento-deslizamiento es la fricción existente entre las diferentes componentes de la sarta y la fricción originada por la interacción del aparejo de fondo con la formación (Kyllingstad y Halsey, 1988). Por ello, la fricción es un fenómeno importante a modelar y a tener en cuenta a la hora de analizar el comportamiento dinámico de la sarta.

Existe un número importante de estudios dedicados a las oscilaciones autoexcitadas de atascamiento-deslizamiento en sistemas mecánicos que abordan el modelado de la misma y la influencia de la fricción en la respuesta de estos sistemas, consultar (Armstrong-Hélouvy *et al.*, 1994; Hensen, 2002) y referencias.

Una de las características principales de la fricción, es que no es cero cuando la velocidad es cero, en general, es una función multivaluada en cero. Este fenómeno se modela a través del modelo de fricción estática ("stiction", en inglés), es decir, las fuerzas externas aplicadas a un objeto deben sobrepasar un umbral (fuerza de ruptura) para que el objeto comience a moverse sobre una superficie. Esta fuerza es mayor que aquella que se necesita para mantener el objeto en movimiento. El modelo, normalmente usado en términos prácticos es el modelo clásico discontinuo de fricción estática más fricción de Coulomb, que es conocido como fricción seca (Armstrong-Hélouvy *et al.*, 1994). En este artículo se presenta una variación del modelo clásico de fricción seca. El hecho de tener una discontinuidad a velocidades iguales a cero derivada de los modelos de fricción considerados, complica el análisis y la aplicación de metodologías de control para la mejora del comportamiento de sistemas sujetos a fricción.

Para la selección de algunos parámetros importantes en la perforación es necesario un método de predicción de la dinámica del aparejo de fondo sujeta a condiciones específicas. Por esta razón, es importante modelar adecuadamente el comportamiento de la sarta. El modelado del comportamiento torsional de la sarta orientado a la descripción del fenómeno de atascamiento-deslizamiento se ha planteado desde distintos puntos de vista. En la mayoría de los trabajos se considera a la sarta como un péndulo torsional con distintos grados de libertad. Por ejemplo: (Kyllingstad y Halsey, 1988; Richard, 2001; van de Vrande *et al.*, 1999) proponen modelos de un grado de libertad; en cambio, (Abassian y Dunayevsky, 1998; Brett, 1992) presentan modelos de dos grados de libertad y (Jansen y van den Steen, 1995; Mihajlović *et al.*, 2003; Serrarens *et al.*, 1998) modelos de dos grados de libertad para la parte mecánica del sistema junto con el modelo del motor eléctrico del mecanismo rotatorio superior de la sarta. En este trabajo la sarta se modela como un péndulo torsional simple de dos grados de libertad que incluye pares de fricción seca y viscosa asociados al mecanismo rotatorio superior de la sarta y a la barrena. Dicho modelo es similar a los dados en (Jansen y van den Steen, 1995; Mihajlović *et al.*, 2003; Serrarens *et al.*, 1998) con las siguientes diferencias: la dinámica del motor eléctrico no se considera, se varía el modelado de la interacción roca/barrena. En el modelo de la interacción roca/barrena se incluye el peso en la barrena ( $W_{ob}$ ) que se corresponde con la fuerza de reacción normal y la geometría de la barrena a través del radio de la barrena ( $R_b$ ). Además, se considera que

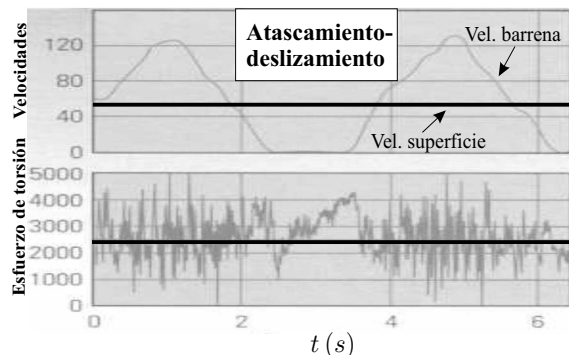


Figura 2. Fenómenos asociados al movimiento de atascamiento-deslizamiento de la barrena: velocidades en la parte superior de la sarta y en la barrena, junto con el esfuerzo de torsión (Besson *et al.*, 2001).

el coeficiente de fricción en la barrena es decreciente para velocidades de rotación crecientes.

Este trabajo se presenta como un texto resumen de la problemática de modelado, análisis y control de vibraciones mecánicas torsionales en sarta de perforación. La solución de algunos de los problemas mencionados no ha sido planteada en la literatura y se presentan como temas nuevos de investigación.

La valía de este trabajo radica en interpretar algunos de los objetivos de perforación como problemas de análisis dinámico y control automático. Se distinguen dos partes principales del artículo. En primer lugar, el planteamiento del modelo simplificado del comportamiento torsional de una sarta de perforación convencional orientado a la descripción de las oscilaciones de atascamiento-deslizamiento. En segundo lugar, la presentación de algunas recomendaciones de operación con el fin de mantener condiciones óptimas de perforación, es decir, minimizar el tiempo en que la barrena está atascada con una velocidad constante en la superficie. Para ello, se propone que la velocidad superior de la sarta y la velocidad de la barrena sean controladas de forma separada. La tarea de supervisión se daría al perforador (supervisión y monitoreo de parámetros de perforación). Muchos de los trabajos que actualmente han aparecido en la literatura, por ejemplo, (Jansen y van den Steen, 1995; Halsey *et al.*, 1988; Pavone y Desplans, 1994; Serrarens *et al.*, 1998), no consideran el problema de manipulación de parámetros de perforación para la reducción de vibraciones de atascamiento-deslizamiento desde este punto de vista. Algunos de ellos sólo consideran el sistema de perforación como una plataforma de prueba de determinadas técnicas de control, sin verificar la factibilidad de aplicación de las mismas al sistema.

Las vibraciones mecánicas y los fenómenos asociados a éstas en una sarta nunca se van a suprimir por completo, sólo podremos reducir la frecuencia de aparición de los mismos. Teniendo esto en cuenta, las soluciones al problema de atascamiento de la barrena son de tres tipos:

1. Modificación del diseño de la estructura de corte y de las barrenas. Se destacan los estudios realizados sobre barrenas compactas de cortadores de diamante policristalino (barrenas PDC). Se tienen, entonces, las barrenas de amortiguamiento positivo o de baja fricción (Fear, 2000; Murdock y Jelley, 2000) o la reciente barrena flexible antivibración (Defourny y Abbassian, 1998). La introducción de motores en la barrena se plantea también como una medida para la eliminación de las oscilaciones de atascamiento-deslizamiento. Los primeros motores incorporados a la barrena se denominaron *turbodrill* (Dufeyte *et al.*, 1991). Una mejora de estos motores se consigue con los motores de PDMs (“positive displacement mud motors”) de par elevado (Gallagher *et al.*, 1994).
2. Introducción de dispositivos adicionales a lo largo de la sarta. Se destaca el uso de estabilizadores (Challamel *et al.*, 2000) y absorbedores de vibraciones (“shock subs”) que se colocan inmediatamente encima de la barrena (Warren y Oster, 1999).
3. Manipulación de parámetros de perforación. Se han propuesto algunas metodologías de control que, básicamente, manipulan el par aplicado en la parte superior de la sarta (Halsey *et al.*, 1988; Jansen y van den Steen, 1995; Pavone y Desplans, 1994; Sananikone *et al.*, 1992; Serrarens *et al.*, 1998). Esto se comentará en la Sección 4.

Para más información acerca de las consecuencias de las vibraciones en sarta de perforación y métodos para su reducción, consultar (Navarro-López, 2003).

El artículo está organizado de la siguiente manera. La Sección 2 plantea un modelo de la sarta de perforación orientado a la descripción del comportamiento torsional de la misma. La interacción roca/barrena se considera como una fricción seca que da lugar a un par en la barrena con la forma de la curva de Stribeck (fricción decreciente con la velocidad para velocidades cercanas a cero, ver Fig. 5). Al final de la Sección 2 se dan algunas notas acerca de la estimación y medida de parámetros en el fondo del pozo, hechos íntimamente relacionados con la validación de los modelos. La interpretación de los objetivos de perforación como problemas de análisis dinámico y de control se dan en las Secciones 3 y 4, respectivamente. En la Sección 3 se analizan de forma sucinta los puntos de equilibrio del sistema y su estabilidad se relaciona con algunos de los parámetros del sistema. En la Sección 4 se plantean dos problemas básicos de control: (i) mantenimiento de una velocidad constante en la superficie, (ii) que la barrena siga la velocidad del mecanismo rotatorio de la superficie, reduciendo en lo posible el fenómeno de atascamiento-deslizamiento. En la última sección se presentan las conclusiones.

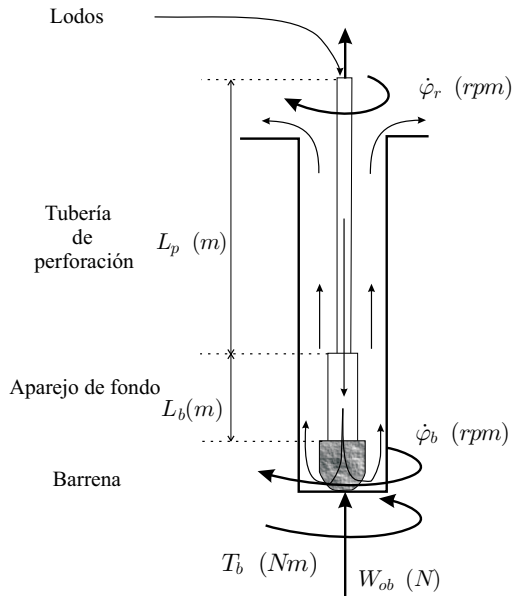


Figura 3. Elementos más importantes de una sarta de perforación vertical convencional.

## 2. MODELADO DEL COMPORTAMIENTO DE UNA SARTA DE PERFORACIÓN

En esta sección se tratan dos problemas: (i) modelado de una sarta de perforación orientado al estudio del comportamiento torsional; el modelo integrará los elementos básicos de la perforación mostrados en la Fig. 3; (ii) modelado de la interacción barrena/roca, normalmente descrito a través de fuerzas de fricción, en nuestro caso, mediante un modelo de fricción seca.

### 2.1 Modelo para el comportamiento torsional

Una sarta de perforación está formada por el llamado aparato de fondo y una serie de tuberías de perforación enroscadas unas a otras para formar una tubería de mayor longitud (ver Fig. 3). El aparato de fondo (“bottom-hole assembly”, BHA, en inglés) contiene la herramienta de corte o barrena, los estabilizadores (al menos dos), cuya función es compensar el desbalance de la sarta, y una serie de elementos relativamente pesados denominados lastrabarrenas. Normalmente, las sartas tienen justo encima del aparato de fondo una tubería extra pesada (con el fin de mantener la estabilidad de la herramienta en el fondo del pozo). La longitud del aparato de fondo es fija ( $L_b$ ), en cambio la longitud de las tuberías se incrementa a medida que la perforación avanza y puede alcanzar varios kilómetros ( $L_p$ ). Un elemento esencial en la perforación son los lodos o fluidos de perforación, los cuales se introducen en el pozo a través de las tuberías y se recirculan a la superficie por el espacio anular (espacio entre las tuberías y las paredes del pozo). Los lodos de perforación proporcionan presión hidrostática para estabilizar el pozo, además, limpian, enfrían y lubrican la barrena. La sarta gira gracias a la acción de un motor eléctrico situado en la superficie del pozo.

El mecanismo rotatorio puede ser de dos clases: una mesa rotatoria o el denominado “top drive”. El motor eléctrico puede ser de corriente continua o alterna (CD o CA).

El comportamiento torsional de una sarta de perforación convencional se puede modelar de forma simplificada a través de un péndulo torsional simple que es movido por un motor eléctrico y que está sujeto a una fricción seca. Distintos modelos de este tipo han sido propuestos en la literatura (Abbassian y Dunayevsky, 1998; Brett, 1992; Jansen y van den Steen, 1995; Kyllingstad y Halsey, 1988; Mihajlović *et al.*, 2003; Serrarens *et al.*, 1998; van de Vrande *et al.*, 1999).

El modelo que en esta sección se presenta se corresponde con el modelo mecánico presentado en la Fig. 4. En el mismo, se consideran las siguientes suposiciones: (i) tanto el pozo como la sarta son verticales; (ii) no existe movimiento lateral de la barrena; (iii) la velocidad angular del mecanismo rotatorio de la superficie es no negativa, es decir, no puede girar hacia atrás; (iv) la fricción entre las tuberías y el pozo y entre las tuberías es despreciada; (v) la acción de los lodos de perforación se simplifica a través de una fricción viscosa en la barrena; (vi) el movimiento de los fluidos de perforación se considera laminar (es decir, sin turbulencias); (vii) no se considera la dinámica del motor; (viii) el WOB es constante.

Teniendo en cuenta el esquema de la Fig. 4, a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange del sistema, se derivan las ecuaciones del movimiento torsional de una sarta simplificada:

$$\begin{aligned} J_r \ddot{\varphi}_r + c_t (\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_b) + k_t (\varphi_r - \varphi_b) &= T_m - T_r(\dot{\varphi}_r) \\ J_b \ddot{\varphi}_b - c_t (\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_b) - k_t (\varphi_r - \varphi_b) &= -T_b(x) \end{aligned} \quad (1)$$

donde:  $x = (\varphi_r, \dot{\varphi}_r, \varphi_b, \dot{\varphi}_b)^T$  es el vector de estados del sistema con  $\varphi_r$  y  $\varphi_b$  los desplazamientos angulares del mecanismo rotatorio de la superficie y del aparato de fondo, respectivamente. Se considera  $\dot{\varphi}_r \geq 0$ .  $k_t$  y  $c_t$  son los coeficientes de rigidez y amortiguamiento torsionales asociados a las tuberías que componen la

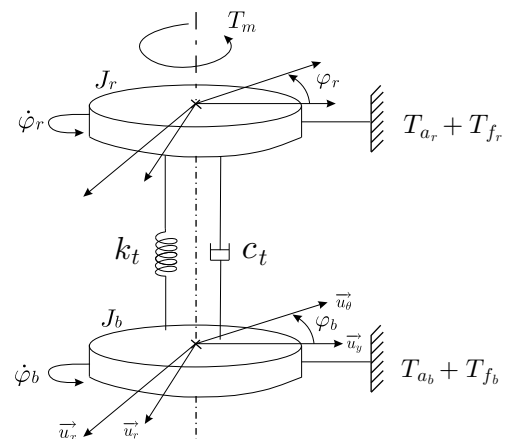


Figura 4. Modelo mecánico que describe el comportamiento torsional de una sarta genérica.

sarta,  $J_r$  es el momento de inercia torsional equivalente del mecanismo rotatorio de la superficie,  $J_b$  es el momento de inercia torsional de las tuberías de perforación y del aparejo de fondo. Normalmente,  $J_b$  se considera como la suma de la inercia del aparejo de fondo más un tercio de la inercia de las tuberías de perforación (Brett, 1992).  $T_m$  es el par dado por el motor eléctrico situado en la superficie, se considerará  $T_m = k_m u$ ;  $u$  será una de las entradas de control del sistema y  $k_m > 0$  es la constante del motor.  $T_r$ ,  $T_b$  son los pares asociados a las inercias  $J_r$  y  $J_b$ , respectivamente, y toman la siguiente forma:

$$T_r(\dot{\phi}_r) = T_{ar}(\dot{\phi}_r) + T_{fr}(\dot{\phi}_r) \quad (2a)$$

$$T_b(x) = T_{ab}(\dot{\phi}_b) + T_{fb}(x) \quad (2b)$$

$T_{fr}$  es el par de fricción seca asociado a la inercia  $J_r$ . Se considera como una función exponencial dependiente de la velocidad angular:

$$T_{fr}(\dot{\phi}_r) = T_{cr} + (T_{sr} - T_{cr})e^{-\gamma_r \dot{\phi}_r} \quad (3)$$

con  $T_{sr} > 0$ ,  $0 < T_{cr} < T_{sr}$  los pares de fricción estática y de Coulomb, respectivamente, asociados a la inercia  $J_r$ .  $0 < \gamma_r < 1$  es una constante que define la velocidad de decrecimiento de  $T_{fr}$ .  $T_{ar}$  es el par de amortiguamiento viscoso asociado a la inercia  $J_r$  y se corresponde con la lubricación de los elementos mecánicos del sistema rotatorio superior y tiene la forma:

$$T_{ar} = c_{ar} \dot{\phi}_r \quad (4)$$

con  $c_{ar}$  el coeficiente de amortiguamiento torsional. Por otra parte,  $T_{ab}$  es el par de amortiguamiento viscoso asociado al contacto de la barrena ( $J_b$ ) con la formación rocosa. Este par aproxima la influencia del movimiento de los fluidos de perforación en el comportamiento de la barrena. Se supone que dicho movimiento es laminar, por tanto, se tiene para  $T_{ab}$  una relación lineal con la velocidad:

$$T_{ab} = c_{ab} \dot{\phi}_b \quad (5)$$

El par de fricción seca asociado a la inercia  $J_b$  queda denotado por  $T_{fb}(x)$  y se define en la siguiente sección.

El sistema (1) se puede reescribir como:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + T_f(x) \quad (6)$$

donde,  $A$  y  $B$  son matrices constantes dependientes de los parámetros físicos del sistema:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_t}{J_r} & -\frac{c_t + c_{ar}}{J_r} & \frac{k_t}{J_r} & \frac{c_t}{J_r} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_t}{J_b} & \frac{c_t}{J_b} & -\frac{k_t}{J_b} & -\frac{c_t + c_{ab}}{J_b} \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k_m}{J_r} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad T_f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{T_{fr}(\dot{\phi}_r)}{J_r} \\ 0 \\ -\frac{T_{fb}(x)}{J_b} \end{pmatrix}$$

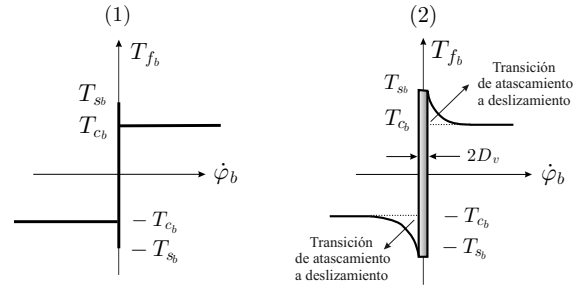


Figura 5. Fricción en la barrena: (1) modelo clásico de fricción seca; (2) modelo conmutado de fricción con una variación del modelo de fricción de Karnopp.

## 2.2 Modelado de la interacción roca/barrena

La interacción roca/barrena se modela mediante  $T_{fb}$  y se simplifica a través de considerar  $T_{fb}$  como una fricción seca.  $T_{fb}$  se propone como una variación de la fricción de Stribeck más el modelo de fricción estática (Armstrong-Hélouvy *et al.*, 1994). El modelo de fricción seca, o sea, el carácter multivaluado de  $T_{fb}$  cuando  $\dot{\phi}_b = 0$ , se aproxima mediante una combinación del modelo conmutado propuesto en (Leine *et al.*, 1998) y el modelo de fricción seca en el que se introduce una banda de velocidad cero (modelo de Karnopp (Karnopp, 1985)), es decir:

$$T_{fb}(x) = \begin{cases} T_{eb}(x) & \text{si } |\dot{\phi}_b| < D_v, |T_{eb}| \leq T_{sb} \\ & \text{(atascamiento)} \\ T_{sb} \operatorname{sgn}(T_{eb}(x)) & \text{si } |\dot{\phi}_b| < D_v, |T_{eb}| > T_{sb} \\ & \text{(transición atasc. a desl.)} \\ f_b(\dot{\phi}_b) \operatorname{sgn}(\dot{\phi}_b) & \text{si } |\dot{\phi}_b| \geq D_v \\ & \text{(deslizamiento)} \end{cases} \quad (8)$$

donde:

$D_v > 0$ : define un entorno de  $\dot{\phi}_b = 0$  lo suficientemente pequeño.

$T_{eb}(x)$ : par de reacción, es el par que debe superar el par de fricción estática  $T_{sb}$  para que la barrena se mueva. Tiene la siguiente forma:

$$T_{eb}(x) = c_t(\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_b) + k_t(\phi_r - \phi_b) - T_{ab}(\dot{\phi}_b) \quad (9)$$

$W_{ob} > 0$ : peso en la barrena. Es la segunda entrada de control, que de momento, se considera constante.

$T_{sb}$ : par de fricción estática asociado a la inercia  $J_b$  cuya expresión es,

$$T_{sb} = \mu_{sb} W_{ob} R_b \quad (10)$$

con  $R_b > 0$  el radio de la barrena.

$f_b(\dot{\phi}_b) = R_b \mu_b(\dot{\phi}_b) W_{ob}$ .

$\mu_b(\dot{\phi}_b)$ : coeficiente de fricción seca en la barrena dependiente de la velocidad de rotación, considerado como,

$$\mu_b(\dot{\phi}_b) = [\mu_{cb} + (\mu_{sb} - \mu_{cb})e^{-\gamma_b |\dot{\phi}_b|}] \quad (11)$$

con  $\mu_{sb}$ ,  $\mu_{cb}$  los coeficientes de fricción estática y de Coulomb asociados a la inercia  $J_b$  y  $0 < \gamma_b < 1$

una constante. Nótese que  $\mu_b(\dot{\phi}_b)$ ,  $\mu_{sb}$ ,  $\mu_{cb} \in (0, 1)$  y  $\mu_{sb} > \mu_{cb}$ . La Fig. 5.2 muestra la forma de  $T_{fb}$  que se puede comparar con el modelo de fricción seca clásico dado en la Fig. 5.1. Se concluye, por tanto, que el par de fricción seca  $T_{fb}$  para  $\dot{\phi}_b > 0$  varía entre  $T_{sb} = \mu_{sb}W_{ob}R_b$  y  $T_{cb} = \mu_{cb}W_{ob}R_b$ . De aquí en adelante, se considerará  $\gamma_r = \gamma_b = \gamma$ .

La forma exponencial de la fricción para la fase de deslizamiento coincide con valores de pares de fricción recogidos en experimentos de campo y está inspirada en los modelos dados en (Abbassian y Dunayevsky, 1998; Brett, 1992; Pavone y Desplans, 1994; Richard, 2001).

Aunque el modelo resultante es una simplificación del comportamiento de la sarta de perforación, captura los fenómenos más importantes, de forma cualitativa, que están asociados al fenómeno de atascamiento-deslizamiento. El modelo puede ser un buen punto de partida para el análisis de los fenómenos aparecidos.

### 2.3 Problemas asociados a la validación del modelo

El siguiente paso una vez que se ha obtenido un modelo de la sarta que describa los fenómenos vibratorios es el de la validación del modelo a través de datos de campo. Para ello, se deben resolver los problemas de la medición de las variables del aparejo de fondo y la detección del atascamiento de la barrena.

Existen distintos métodos para estimar los parámetros del aparejo de fondo (como  $\dot{\phi}_b$  y  $W_{ob}$ ), por ejemplo, los usados junto con el sistema TRAFOR diseñado en el *Institut Français du Pétrole* (Perreau *et al.*, 1998). Además, se tienen diversos métodos para predecir el atascamiento de la sarta, ver, por ejemplo, la patente (Whitten, 1993).

En la medición y estimación de parámetros de perforación, el principal problema es elegir si el sistema de medida estará en la superficie o en el aparejo de fondo. Los sistemas que proporcionan mayores ventajas son los que combinan las medidas en la superficie y en el fondo del pozo (Macpherson *et al.*, 2001). La principal ventaja de usar un sistema de medida de parámetros del aparejo de fondo en la superficie es la alta velocidad de transmisión de datos. Su mayor desventaja es que debido a que el sistema de medida está lejos del punto donde se producen las vibraciones y otras variables, éstas pueden ser atenuadas. Es por ello que los sistemas de medida en el aparejo de fondo son preferidos a los de la superficie, y se denominan sistemas MWD (“Measure While Drilling”) (Close *et al.*, 1988).

Con el uso comercial de avanzadas herramientas MWD, se introduce en la perforación el concepto de *control de vibraciones en lazo cerrado*, refiriéndose con este término al sistema de monitoreo que da información al perforador y le permite modificar los parámetros de perforación en tiempo real.

### 3. ANÁLISIS DEL MODELO TORSIONAL

El análisis de los conjuntos de puntos de equilibrio del sistema y las condiciones de estabilidad de los mismos ayuda a identificar los parámetros determinantes en el comportamiento dinámico de la sarta. En nuestro caso, se identifican la velocidad en estado estacionario del mecanismo superior, el  $W_{ob}$  y el par  $u$ .

Con el fin de reducir la dimensión del sistema, se define  $\varphi = \phi_r - \phi_b$ , con lo cual, se tiene como nuevo vector de estados  $x' = (\dot{\phi}_r, \varphi, \dot{\phi}_b)^T$  y el sistema queda como:

$$\dot{x}'(t) = A'x'(t) + B'u(t) + T_f'(x') \quad (12)$$

con:

$$A' = \begin{pmatrix} -\frac{c_t + c_{ar}}{J_r} & -\frac{k_t}{J_r} & \frac{c_t}{J_r} \\ 1 & 0 & -1 \\ \frac{c_t}{J_b} & \frac{k_t}{J_b} & -\frac{c_t + c_{ab}}{J_b} \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$B' = \begin{pmatrix} \frac{k_m}{J_r} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad T_f'(x') = \begin{pmatrix} -\frac{T_{fr}(\dot{\phi}_r)}{J_r} \\ 0 \\ -\frac{T_{fb}(x')}{J_b} \end{pmatrix}$$

Considérese el sistema (12)-(13) con  $T_{fr}$  y  $T_{fb}$  definidas por (3) y (8), respectivamente. En el equilibrio, se tiene que  $\dot{\phi}_r = \dot{\phi}_b = \bar{\Omega}$ , con  $\bar{\Omega} \geq 0$ , por lo tanto, se obtienen dos conjuntos de puntos de equilibrio:

(i)  $\dot{\phi}_r = \dot{\phi}_b = \bar{\Omega} = 0$ :  $\bar{x}' = (0, \bar{\varphi}, 0)^T \in \mathcal{E}_0$ , con  $u = \bar{u} =$  cte. satisfaciendo  $\frac{T_{sr} - T_{sb}}{k_m} \leq \bar{u} \leq \frac{T_{sb} + T_{sr}}{k_m}$ , y:

$$\mathcal{E}_0 = \left\{ x' \in \mathfrak{R}^3 : \varphi \in \left[ -\frac{T_{sb}}{k}, \frac{T_{sb}}{k} \right], \dot{\phi}_r = \dot{\phi}_b = 0 \right\}$$

(ii)  $\dot{\phi}_r = \dot{\phi}_b = \bar{\Omega}$ ,  $\bar{\Omega} > 0$ : con  $\bar{x}' = (\bar{\Omega}, \bar{\varphi}, \bar{\Omega})^T$  un único punto de equilibrio solución del siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{k_t} \left[ (c_{ab}\bar{\Omega} + \bar{T}_{fb}(\bar{\Omega})) \right] \quad (14)$$

$$k_m\bar{u} - (c_{ar} + c_{ab})\bar{\Omega} - \bar{T}_{fb}(\bar{\Omega}) - \bar{T}_{fr}(\bar{\Omega}) = 0$$

satisfaciendo:

$$\bar{u} > \frac{T_{sb} + T_{sr}}{k_m} \quad (15)$$

$$\bar{T}_{fr}(\bar{\Omega}) > 0, \bar{T}_{fb}(\bar{\Omega}) > 0, \forall \bar{\Omega} > 0 \quad (16)$$

con:

$$\bar{T}_{fr}(\bar{\Omega}) = T_{cr} + (T_{sr} - T_{cr})e^{-\gamma\bar{\Omega}}$$

$$\bar{T}_{fb}(\bar{\Omega}) = W_{ob}R_b \left[ \mu_{cb} + (\mu_{sb} - \mu_{cb})e^{-\gamma\bar{\Omega}} \right] \quad (17)$$

La siguiente proposición da una serie de condiciones para la estabilidad local de los puntos de equilibrio del sistema en el caso de tener  $\bar{\Omega} > 0$ , que es la situación deseada.

*Proposición 1.* Sea el sistema (12)-(13) con  $T_{fr}$  y  $T_{fb}$  definidas por (3) y (8), respectivamente. Considérese  $\bar{\Omega} > 0$  y  $u = \bar{u}$  con  $\bar{u}$  una constante que satisface (15).



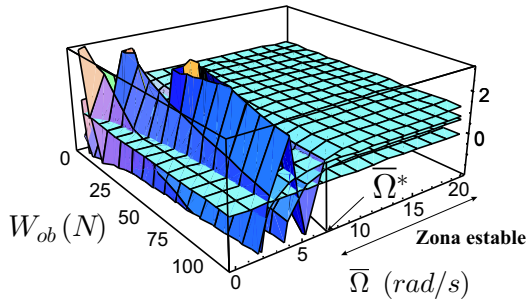


Figura 6. Coeficientes  $a_2$ ,  $a_0$ ,  $b_1$  derivados del criterio de Routh-Hurwitz al ser aplicado al sistema linealizado en torno al punto de equilibrio  $\bar{x}' = (\bar{\Omega}, \bar{\varphi}, \bar{\Omega})^T$ , con  $\bar{\Omega} > 0$ .

Entonces, para cualquier  $W_{ob} > 0$  existe una  $\bar{\Omega}^*$  tal que  $\bar{\Omega} > \bar{\Omega}^*$  y el punto de equilibrio que satisface (14) es localmente asintóticamente estable.

**Demostración** La estabilidad del punto de equilibrio que satisface (14)-(17) se puede analizar de forma local a través de los autovalores del jacobiano del sistema en  $\bar{x}' = (\bar{\Omega}, \bar{\varphi}, \bar{\Omega})^T$ . Dichos autovalores quedan definidos por:

$$\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$$

con:

$$a_2 = \frac{1}{J_b J_r} [(c_{a_r} + c_t)J_b + (c_{a_b} + c_t + d_b)J_r]$$

$$a_1 = \frac{1}{J_b J_r} [c_{a_b}(c_{a_r} + c_t) + c_{a_r}(c_t + d_b) + c_t(d_r + d_b) + (J_b + J_r)k_t]$$

$$a_0 = \frac{k_t}{J_b J_r} (c_{a_b} + c_{a_r} + d_r + d_b)$$

$$d_r = -\gamma(T_{s_r} - T_{c_r})e^{-\gamma\bar{\Omega}}$$

$$d_b = -W_{ob}R_b\gamma(\mu_{s_b} - \mu_{c_b})e^{-\gamma\bar{\Omega}}$$

Mediante el criterio de Routh-Hurwitz podemos asegurar que el punto de equilibrio es asintóticamente estable de forma local si las raíces de la ecuación característica tienen parte real negativa, es decir, cuando:  $a_2 > 0$ ,  $a_0 > 0$  y  $b_1 = a_1 - \frac{a_0}{a_2} > 0$ . Si se considera que los parámetros del sistema son fijos excepto la velocidad  $\bar{\Omega}$  y el  $W_{ob}$ , se llega a la conclusión de que los coeficientes  $a_2$ ,  $a_0$ ,  $b_1$  son positivos para  $W_{ob}$  reducidos o para cualquier  $W_{ob} > 0$  y velocidades  $\bar{\Omega} > \bar{\Omega}^*$ . En la Fig. 6 queda reflejado este hecho. En dicha figura se representan los coeficientes  $a_2$ ,  $a_0$ ,  $b_1$  obtenidos al variar el  $W_{ob}$  y  $\bar{\Omega}$ .

#### 4. PROBLEMAS DE CONTROL ASOCIADOS

Los problemas de control asociados a la dinámica presentada de la sarta de perforación son los siguientes: (i) mantener la velocidad del mecanismo rotatorio de la superficie constante (problema de regu-

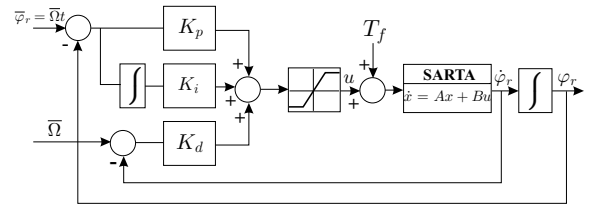


Figura 7. Esquema de una sarta de perforación con una acción de control PID en la parte superior.

lación), (ii) reducir las oscilaciones de atascamiento-deslizamiento (análisis de la discontinuidad a velocidad cero en la fricción de la barrena). En esta sección se analizan dichos problemas. El problema del control de las velocidades superior y de la barrena se plantea de forma independiente.

#### 4.1 Mantenimiento de una velocidad constante en la superficie y en la barrena

En esta sección, al modelo de la sarta presentado en la Sección 2 se le integra en la parte superior una acción de control lineal del tipo proporcional-derivativa-integral (PID) o proporcional-integral (PI) con el fin de mantener la velocidad en la superficie constante. El objetivo de esta acción de control no es la de suprimir las oscilaciones de atascamiento-deslizamiento.

La velocidad del mecanismo rotatorio superior se puede regular a través del par suministrado por el motor. Esto se puede introducir en el modelo (1) a través de  $T_m$ . En dicho modelo no se considera la dinámica del motor. Un punto de partida en el diseño es asumir que pares arbitrarios  $T_m$  se pueden aplicar sin tener en cuenta la dinámica que los generan.

Considérese como salida del sistema el desplazamiento angular del mecanismo rotatorio superior, es decir,  $y = \varphi_r$  y como señal de error  $e = \bar{\Omega}t - \varphi_r$ . El control  $u$  sobre el sistema (6)-(7) se puede proponer como un controlador PID de la siguiente manera:

$$u(t) = K_p(\bar{\Omega}t - \varphi_r(t)) + K_d(\bar{\Omega} - \dot{\varphi}_r(t)) + K_i r(t) \quad (18)$$

con  $\bar{\Omega} > 0$  la velocidad de referencia,

$$r(t) = \int_{t_0}^t (\bar{\Omega}\tau - \varphi_r(\tau))d\tau,$$

y  $K_p > 0$ ,  $K_d > 0$ ,  $K_i > 0$ ,  $t_0 > 0$ . Este control hace el papel de un absorbedor de vibraciones amortiguado, es decir, como si un sistema virtual de masa-resorte-amortiguador se hubiera incorporado al extremo superior de la sarta. Además, se supone que el control  $u$  es acotado, por lo tanto, se satura a un valor  $u_{max} > 0$ , o sea,

$$|u| \leq u_{max} \quad (19)$$

A continuación, se analiza la estabilidad de los puntos de equilibrio del sistema en lazo cerrado.

Considérese el sistema (6)-(7) con  $u$  definido por (18) y el nuevo vector de estados  $x'' = (\varphi_r, \dot{\varphi}_r, \varphi_b, \dot{\varphi}_b, r)^T =$

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^T$ . Dicho sistema tiene como puntos de equilibrio:

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \bar{\Omega}t \\ \bar{x}_2 &= \bar{x}_4 = 0 \\ \bar{x}_3 &= \bar{\Omega}t - \frac{T_{fb}(x'')|_{x_4=0}}{k_t} \\ \bar{x}_5 &= \frac{1}{K_i k_m} \left[ T_{fb}(x'')|_{x_4=0} + T_{sr} - K_d k_m \bar{\Omega} \right]\end{aligned}\quad (20)$$

con  $T_{fb}(x'')|_{x_4=0} \in [-T_{sb}, T_{sb}]$ . Si se define un nuevo vector de estados como  $z = (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5)^T$  con:

$$z_i = x_i - \bar{x}_i, \quad i \in \{1, 2, \dots, 5\} \quad (21)$$

se obtiene el sistema:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 - \bar{\Omega} \\ \dot{z}_2 &= -\frac{k_t}{J_r}(z_1 + \bar{x}_1) - \frac{c_t + c_{ar}}{J_r}z_2 + \frac{k_t}{J_r}(z_3 + \bar{x}_3) + \frac{c_t}{J_r}z_4 \\ &\quad + \frac{k_m}{J_r} \left[ K_p(\bar{\Omega}t - z_1 - \bar{x}_1) + K_d(\bar{\Omega} - z_2) + \right. \\ &\quad \left. + K_i(z_5 + \bar{x}_5) \right] - \frac{T_{fr}(z_2)}{J_r} \\ \dot{z}_3 &= z_4 - \bar{\Omega} \\ \dot{z}_4 &= \frac{k_t}{J_b}(z_1 + \bar{x}_1) + \frac{c_t}{J_b}z_2 - \frac{k_t}{J_b}(z_3 + \bar{x}_3) - \frac{c_t + c_{ab}}{J_b}z_4 \\ &\quad - \frac{T_{fb}(z)}{J_b} \\ \dot{z}_5 &= \bar{\Omega}t - (z_1 + \bar{x}_1)\end{aligned}\quad (22)$$

Los puntos de equilibrio de (22) son:

$$\begin{aligned}\bar{z}_1 &= 0 \\ \bar{z}_2 &= \bar{z}_4 = \bar{\Omega} \\ \bar{z}_3 &= \frac{1}{k_t} \left[ T_{fb_0} - \bar{T}_{fb} - c_{ab} \bar{\Omega} \right] \\ \bar{z}_5 &= \frac{1}{K_i k_m} \left[ (c_{ab} + c_{ar} + K_d k_m) \bar{\Omega} + \bar{T}_{fb} + \bar{T}_{fr} - \right. \\ &\quad \left. - (T_{sr} + T_{fb_0}) \right]\end{aligned}\quad (23)$$

con:

$$\begin{aligned}T_{fb_0} &= T_{fb}(z)|_{z_4=0} \\ \bar{T}_{fr} &= T_{fr}(z)|_{z_2=\bar{\Omega}}, \quad \bar{T}_{fb} = T_{fb}(z)|_{z_4=\bar{\Omega}} \\ T_{fb_0} &\in [-T_{sb}, T_{sb}]\end{aligned}$$

Si se considera  $\bar{\Omega} > 0$ , se tiene que  $\bar{T}_{fr}$  y  $\bar{T}_{fb}$  tienen la forma dada en (17).

**Proposición 2.** Sea el sistema (22) con  $\bar{\Omega} > 0$ . Considérese una constante  $T_{fb_0}^* \in [-T_{sb}, T_{sb}]$ . El punto de equilibrio dado por (23) y  $T_{fb_0} = T_{fb_0}^*$ ,  $\forall T_{fb_0}^*$  es localmente asintóticamente estable para un  $\bar{\Omega}$  y un  $W_{ob}$  si  $K_p > 0$ ,  $K_d > K_d^*$ ,  $K_i > 0$ , con  $K_d^*$  una constante dependiente de los parámetros físicos del sistema.

**Demostración** La estabilidad de forma local de los puntos de equilibrio del sistema (22) con  $T_{fb_0} = T_{fb_0}^*$

y  $\bar{\Omega} > 0$ , se puede analizar a partir de los autovalores del jacobiano de (22) particularizado para dicho punto de equilibrio, que tiene la forma:

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ J_{21} & J_{22} & \frac{k_t}{J_r} & \frac{c_t}{J_r} & \frac{k_m K_i}{J_r} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_t}{J_b} & \frac{c_t}{J_b} & -\frac{k_t}{J_b} & J_{44} & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

donde:

$$\begin{aligned}J_{21} &= -\frac{k_t + k_m K_p}{J_r} \\ J_{22} &= -\frac{c_t + c_{ar} + k_m K_d + d_r}{J_r} \\ J_{44} &= -\frac{c_t + c_{ab} + d_b}{J_b}\end{aligned}$$

con:

$$\begin{aligned}d_r &= -\gamma(T_{sr} - T_{cr})e^{-\gamma\bar{\Omega}} \\ d_b &= -W_{ob} R_b \gamma(\mu_{sb} - \mu_{cb})e^{-\gamma\bar{\Omega}}\end{aligned}$$

Considerando  $T_{fb_0} = T_{fb_0}^*$  en (23), para cada  $T_{fb_0}^* \in [-T_{sb}, T_{sb}]$  se puede asegurar que los autovalores de (24) tienen parte real negativa, a partir del criterio de Routh-Hurwitz y siguiendo este procedimiento:

- (i) Fijar los valores del peso en la barrena y de  $\bar{\Omega}$  tales que  $\bar{\Omega} > \bar{\Omega}^*$  con  $\bar{\Omega}^*$  y  $W_{ob}$  que aseguren la estabilidad de los puntos de equilibrio del sistema (12)-(13) considerando una  $u = \bar{u}$  fija. Ver Proposición 1.
- (ii) Fijar el valor de  $K_d$  a través del primer coeficiente a evaluar involucrado en el criterio de Routh-Hurwitz ( $a_4$ ) que aparece en la ecuación característica que define los autovalores asociados a  $J$  (24):

$$\lambda^5 + a_4 \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0$$

$a_4$  es positivo si  $K_d > K_d^*$ , con:

$$K_d^* = -\frac{1}{J_b k_m} \left\{ (c_t + c_{ar}) J_b + (c_t + c_{ab}) J_r + \right. \\ \left. + \gamma e^{-\gamma\bar{\Omega}} [J_b(T_{cr} - T_{sr}) + J_r W_{ob} R_b (\mu_{cb} - \mu_{sb})] \right\}$$

- (iii) Con  $\bar{\Omega}$ ,  $W_{ob}$ ,  $K_d > K_d^*$ , la estabilidad local de los puntos de equilibrio (23) se asegura si  $K_p > 0$  y  $K_i > 0$ .

En cuanto a la consideración de un control saturado, consultar (Suárez y Álvarez, 1995) para un estudio detallado de sistemas realimentados que incluyen una saturación en el control.

Nótese que al regular la velocidad de la superficie al valor deseado  $\bar{\Omega}$ , se consigue de forma indirecta, que la velocidad de la barrena también sea  $\bar{\Omega}$ , por la forma de los puntos de equilibrio.

Una variación del controlador PID propuesto arriba es la introducción de un controlador PI considerando



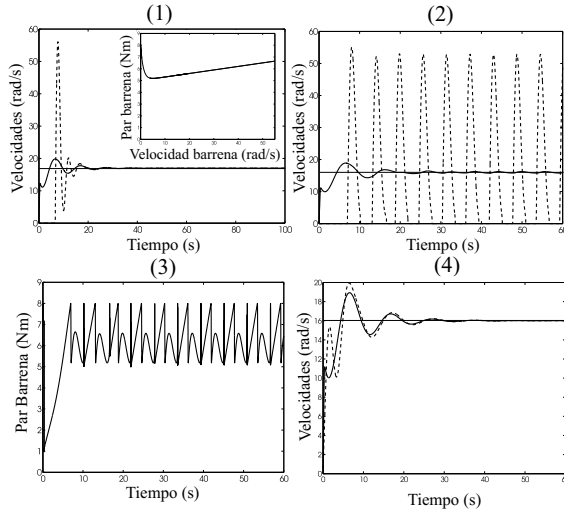


Figura 8. Simulaciones del modelo (6)-(7) con (8) y (18) sujeto a (19): (1)  $\dot{\varphi}_r$ ,  $-\dot{\varphi}_b$  con  $T_b$  versus  $\dot{\varphi}_b$  en el gráfico más pequeño, usando  $\bar{\Omega} = 17 \text{ rad/s}$ ,  $W_{ob} = 100 \text{ N}$ ; (2)  $\dot{\varphi}_r$ ,  $-\dot{\varphi}_b$  con  $\bar{\Omega} = 16 \text{ rad/s}$ ,  $W_{ob} = 100 \text{ N}$ ; (3)  $T_b$  versus tiempo para la situación dada en (2); (4)  $\dot{\varphi}_r$ ,  $-\dot{\varphi}_b$  con  $\bar{\Omega} = 16 \text{ rad/s}$ ,  $W_{ob} = 14.72 \text{ N}$ .

como salida la velocidad angular del mecanismo rotatorio superior, o sea,  $y = \dot{\varphi}_r$ . En este caso la señal de error a considerar es  $e = \bar{\Omega} - \dot{\varphi}_r$ . El control  $u$  tiene, entonces, la siguiente forma:

$$u(t) = K_p(\bar{\Omega} - \dot{\varphi}_r(t)) + K_i s(t) \quad (25)$$

con,

$$s(t) = \int_{t_0}^t (\bar{\Omega} - \dot{\varphi}_r(\tau)) d\tau,$$

Los resultados son análogos a los dados para el control PID con una adecuada elección de los parámetros del controlador.

#### 4.2 Reducción de las oscilaciones de atascamiento-deslizamiento

El modelo resultante de la sarta considerando el control  $u$  definido por la acción de control PID (18) se representa en la Fig. 7. Este modelo, aunque es simplificado, captura los fenómenos más relevantes del comportamiento torsional de la sarta, principalmente, la aparición de las oscilaciones de atascamiento-deslizamiento dependiendo de determinadas condiciones de operación, dadas por los valores de la velocidad en la parte superior de la sarta ( $\bar{\Omega}$ ) y el WOB. El incremento de  $\bar{\Omega}$  y el descenso del WOB hace que dichas oscilaciones desaparezcan, esto queda reflejado en la Fig. 8. Se puede asegurar un rango de valores de  $\bar{\Omega}$  y de  $W_{ob}$  para los que aseguremos que el estado estacionario del sistema es un punto de equilibrio localmente asintóticamente estable (ver Proposición 1). También se pueden proponer unos valores adecuados de los parámetros del controlador para asegurar que los puntos de equilibrio del sistema controlado sean asintóticamente estables (ver Proposición 2).

Nótese que cuando aparecen las oscilaciones de atascamiento-deslizamiento, se tienen importantes fluctuaciones de par, un fenómeno que es señalado en pozos reales (Brett, 1992; Chen *et al.*, 2002; Henneuse, 1998; Kriesels *et al.*, 1999; Perreau *et al.*, 1998), ver Fig. 8.3. El control  $u$  también presenta un comportamiento oscilatorio cuando el fenómeno de atascamiento-deslizamiento aparece.

Para obtener las gráficas de la Fig. 8 se han usado los siguientes valores de los parámetros del modelo:  $J_r = 0.518 \text{ kg m}^2$ ,  $J_b = 0.0318 \text{ kg m}^2$ ,  $c_{ar} = 0.18 \text{ N m s/rad}$ ,  $c_t = 0.0001 \text{ N m s/rad}$ ,  $c_{ab} = 0.03 \text{ N m s/rad}$ ,  $k_t = 0.073 \text{ N m/rad}$ ,  $R_b = 0.1 \text{ m}$ ,  $\mu_{cb} = 0.5$ ,  $\mu_{sb} = 0.8$ ,  $T_{sr} = 1 \text{ N m}$ ,  $T_{cr} = 0.5 \text{ N m}$ ,  $k_m = 1$ ,  $D_v = 10^{-6}$ ,  $\gamma_r = \gamma_b = 0.9$ ,  $u_{max} = 20 \text{ N m}$ ,  $K_p = 3$ ,  $K_d = 10$ ,  $K_i = 4$ . Las inercias y los coeficientes de rigidez y amortiguamiento torsionales corresponden a un modelo de una sarta a escala presentado en (Mihajlović *et al.*, 2003). Aunque dichos valores no se correspondan con valores de parámetros reales, pueden usarse para describir el comportamiento de la sarta en términos generales.

Por último, cabe destacar que debido a que el sistema es subactuado, la velocidad de la barrena se debe controlar de forma indirecta a través de los parámetros de la superficie o a través de la manipulación de otros parámetros de perforación, principalmente el  $W_{ob}$ .

Al problema de las oscilaciones de atascamiento-deslizamiento viene asociado el análisis de la discontinuidad dada por la fricción en la barrena y el estudio de la aparición de dichos ciclos límite dependiendo de las condiciones de operación, como: la longitud de la sarta (que aumenta a medida que aumenta la profundidad del pozo), características de la barrena, WOB, velocidad de rotación, par aplicado, coeficientes de fricción, y propiedades de los lodos de perforación (en nuestro modelo, simplificadas en el coeficiente de amortiguamiento  $c_{ab}$ ).

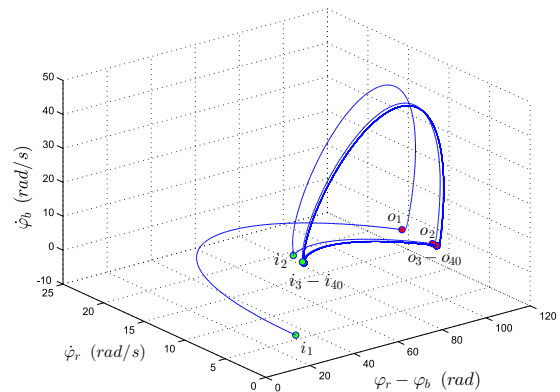


Figura 9. Trayectorias del sistema (1)-(8) en el espacio de estados  $(\dot{\varphi}_r, \varphi_r - \varphi_b, \dot{\varphi}_b)$ . Se muestran los puntos de retorno por donde las trayectorias del sistema entran ( $i$ ) y salen ( $o$ ) de la región de atascamiento donde  $\dot{\varphi}_b = 0$ . Se consideran los primeros 40 puntos de entrada y de salida.

Bajo ciertas condiciones de operación, en el sistema aparece una órbita periódica para cada  $W_{ob}$  y  $u$  constantes, ver Fig. 9. Existe una superficie de atascamiento (región donde  $\dot{\phi}_b = 0$ ) que se puede considerar como un hiperplano de conmutación del sistema  $\mathcal{S} \subset \mathcal{R}^2$  que tiene la siguiente forma:

$$\mathcal{S} = \left\{ (\dot{\phi}_r, \phi, \dot{\phi}_b) \in \mathcal{R}^3 : \dot{\phi}_b = 0, |c_t \dot{\phi}_r + k_t \phi| \leq T_{s_b} \right\}$$

con  $T_{s_b} = W_{ob} R_b \mu_{s_b}$ .

Las soluciones más comúnmente usadas en campo para la reducción del fenómeno de atascamiento-deslizamiento son: el aumento de la velocidad de rotación, el descenso del WOB (como se comprobó en la sección anterior a través de simulaciones del modelo) o la modificación de las características de los lodos de perforación (Sananikone *et al.*, 1992). Algunas metodologías de control más efectivas se han propuesto para la solución de este problema, las cuales, básicamente, manipulan el par aplicado en la parte superior de la sarta. Se destacan las siguientes:

1. Introducción de una retroalimentación del par en la parte superior de la sarta, el denominado "soft torque rotary system", (Halsey *et al.*, 1988; Sananikone *et al.*, 1992), que tiene como objetivo de control la reducción de las fluctuaciones de par. Este sistema ha sido incorporado por *Shell* en distintos pozos, consiguiendo una reducción considerable de las fluctuaciones del par de torsión en la superficie y la aparición del fenómeno de atascamiento-deslizamiento (Javanmardi y Gaspard, 1992).
2. Introducción de un absorbedor de vibraciones en la parte superior de la mesa rotatoria (Jansen y van den Steen, 1995), enfoque similar al propuesto en (Halsey *et al.*, 1988; Sananikone *et al.*, 1992).
3. Introducción de un controlador PID en la superficie para regular la velocidad de la parte superior de la sarta (Pavone y Desplans, 1994).

Una metodología de control más sofisticada se plantea en (Serrarens *et al.*, 1998), donde un control lineal  $H_\infty$  se usa para eliminar las oscilaciones de atascamiento-deslizamiento en la barrena. En este trabajo no se plantea la factibilidad de aplicación real del controlador. Ejemplos de trabajos relacionados con la eliminación del fenómeno de atascamiento-deslizamiento en sistemas mecánicos, cuyas metodologías podrían ser aplicables al sistema de la sarta son (Armstrong-Hélouvy *et al.*, 1994; Dupont, 1994; Southward *et al.*, 1991; Yang y Tomizuka, 1988)

Bajo ciertas condiciones de operación, el hecho de manipular las propiedades eléctricas del motor de la parte superior de la sarta, y en consecuencia, el par aplicado por dicho motor puede que no reduzca el fenómeno de atascamiento-deslizamiento en la barrena. Es por ello que otro tipo de soluciones a dicho problema deben ser planteadas, por ejemplo, la ma-

nipulación de algunos parámetros relacionados con el comportamiento de la parte inferior de la sarta (el WOB) o la inclusión de dispositivos adicionales en el aparejo de fondo. Estas dos soluciones han sido evaluadas en (Navarro-López y Suárez, 2004) sobre un modelo dinámico de la sarta, y se ha comprobado su efectividad en la reducción de la aparición de las vibraciones de atascamiento-deslizamiento. A continuación, se exponen las ideas básicas de estos dos enfoques propuestos en (Navarro-López y Suárez, 2004).

La manipulación del peso en la barrena se puede modelar de la siguiente manera:

$$W_{ob}(\dot{\phi}_b) = K_w |\dot{\phi}_b| + W_{ob_0} \quad (26)$$

con  $W_{ob_0} > 0$  and  $W_{ob} \geq W_{ob_0}$ . La expresión (26) captura dos características importantes del WOB: (i) si  $\dot{\phi}_b$  decrece,  $W_{ob}$  debe decrecer; (ii) el WOB debe mantenerse mayor que un valor mínimo  $W_{ob_0}$  con el fin de garantizar que se está avanzando en la perforación.

Otra estrategia para reducir la aparición de oscilaciones de atascamiento-deslizamiento en el aparejo de fondo es el incremento del amortiguamiento en el extremo inferior de la sarta. Esto se puede hacer, principalmente, de dos maneras: (i) modificando las características de los fluidos de perforación (que puede ser aproximado mediante el incremento del coeficiente de amortiguamiento  $c_{ab}$ ); esta solución no es factible en algunos casos y supone un coste elevado; (ii) introducir algún dispositivo mecánico en el aparejo de fondo. Esta segunda opción se puede llevar a la práctica mediante la introducción de los llamados *shock subs*, o absorbedores de vibraciones incorporados encima de la barrena. Este dispositivo se puede aproximar mediante un resorte y un amortiguador conectados al aparejo de fondo, el cual tiene el efecto de un absorbedor amortiguado de vibraciones. La inercia del absorbedor de vibraciones se incorpora a la inercia  $J_b$ . El par suministrado por el absorbedor es el siguiente:

$$T_{sub}(x) = k_a(\phi_r - \phi_b) + c_a(\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_b) \quad (27)$$

con  $k_a$  y  $c_a$  los coeficientes de rigidez y amortiguamiento torsionales asociados al absorbedor y que dependen de las características del material. El comportamiento de la barrena dependerá en gran medida de los parámetros  $k_a$  y  $c_a$ . Si  $k_a$  y  $c_a$  son pequeños, las oscilaciones de atascamiento-deslizamiento no se reducirán. Cuanto mayores sean  $k_a$  y  $c_a$ , menor será el tiempo en que la barrena permanece atascada, de hecho, si  $k_a$  y  $c_a$  fueran lo suficientemente grandes, la barrena nunca se atascaría. Sin embargo, existen limitaciones para los valores de los parámetros señalados. Éstos dependen de las características del material y tienen un rango de valores válidos.

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se han planteado desde el punto de vista dinámico y de control automático algunos de los

objetivos del proceso de perforación. Esto se ha hecho a través del modelado del comportamiento torsional de una sarta de perforación y de sus interacciones con el pozo de forma simplificada. Sobre dicho modelo se han planteado problemas de análisis y de control a resolver, siempre intentando interpretar los resultados desde el punto de vista práctico y teniendo en cuenta las experiencias del perforador.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Julien Cabillic (*Institut Français de Mécanique Avancée*) por sus correcciones y mejoras hechas en el modelo mecánico de la sarta. Este trabajo ha sido apoyado parcialmente por el proyecto CONACYT, ref. 35989-A y el proyecto del IMP D.00222.02.002.

## REFERENCIAS

- Abbassian, F. y V.A. Dunayevsky (1998). Application of stability approach to torsional and lateral bit dynamics". *SPE Drilling and Completion* **13**(2), 99–107.
- Armstrong-Hélouvy, B., P. Dupont y C. Canudas de Wit (1994). A survey of models, analysis tools, and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica* **30**(7), 1083–1183.
- Besson, A., B. Burr, S. Dillard, E. Drake, B. Ivie, R. Smith y G. Watson (2001). Bordes cortantes. *Oilfield Review in Spanish Invierno*, 38–63.
- Brett, J.F. (1992). The genesis of torsional drillstring vibrations. *SPE Drilling Engineering* **September**, 168–174.
- Challamel, N., H. Sellami, E. Chenevez and L. Gosuin (2000). A stick-slip analysis based on rock/bit interaction: Theoretical and experimental contribution. *Proceedings of the IADC/SPE Drilling Conference*, IADC/SPE 59230.
- Chen, S.L., K. Blackwood y E. Lamine (2002). Field investigation of the effects of stick-slip, lateral, and whirl vibrations on roller-cone bit performance. *SPE Drilling and Completion* **17**(1), 15–20.
- Close, D.A., S.C. Owens y J.D. MacPherson (1988). Measurement of BHA vibration using MWD. *Proceedings of the IADC/SPE Drilling Conference* pp. 659–668, Dallas, Texas, IADC/SPE 17273.
- Defourny, P.M. y F. Abbassian (1998). Flexible bit: a new antivibration PDC-bit concept, *SPE Drilling and Completion* **13**(4), 237–242.
- Dufeyte, M.-P., H. Henneuse y E. Aquitaine (1991). Detection and monitoring of the slip-stick motion: Field experiments, *Proceedings of the SPE/IADC Drilling Conference* pp. 429–438, Amsterdam SPE/IADC 21945.
- Dupont, P.E. (1994). Avoiding stick-slip through PD control, *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-39**(5), 1094–1097.
- Fear, M. (2000). Progress toward a cure for slip-stick vibration with PDC bits, *Proceedings of the IADC/SPE Drilling Conference*, New Orleans, IADC/SPE 59232.
- Gallagher, J., M. Waller y J. Ruzska (1994). Performance drilling: A practical solution to drillstring vibration, *Proceedings of the IADC/SPE Drilling Conference* pp. 961–970, Dallas, IADC/SPE 27538.
- Halsey, G.W., Å. Kyllingstad y A. Kylling (1988). Torque feedback used to cure slip-stick motion. *Proceedings of the 63rd SPE Annual Technical Conference and Exhibition* pp. 277–282, SPE 18049.
- Henneuse, H. (1998). Surface detection of vibrations and drilling optimization: Field experience. *Proceedings of the IADC/SPE Drilling Conference* pp. 409–423.
- Jansen, J.D. and L. van den Steen (1995). Active damping of self-excited torsional vibrations in oil well drillstrings. *Journal of Sound and Vibration* **179**(4), 647–668.
- Javanmardi, K. y D. Gaspard (1992). Soft torque rotary system reduces drillstring failures. *Oil & Gas Journal* **90**(4), 68–72.
- Hensen, R.H.A. (2002). *Controlled Mechanical Systems with Friction*, Ph.D. thesis, Technical University of Eindhoven, The Netherlands.
- Karnopp, D. (1985). Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems. *ASME Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control* **107**(1), 100–103.
- Kyllingstad, Å. y G.W. Halsey (1988). A study of slip/stick motion of the bit. *SPE Drilling Engineering* **December**, 369–373.
- Kriesels, P.C., W.J.G. Keultjes, P. Dumont, I. Huneidi, A. Furat, O.O. Owoeye y R.A. Hartmann (1999). Cost savings through an integrated approach to drillstring vibration control. *Proceedings of the SPE/IADC Middle East Drilling Technology Conference*, SPE/IADC 57555.
- Leine, R.I., D.H. van Campen, A. de Kraker y L. van den Steen (1998). Stick-slip vibrations induced by alternate friction models. *Nonlinear Dynamics* **16**, 41–54.
- Macpherson, J.D., P.N. Jogi y J.E.E. Kingman (2001). Application and analysis of simultaneous near bit and surface dynamics measurements. *SPE Drilling and Completion* **16**(4), 230–238.
- Mihajlović, N., A.A. van Veggel, N. van de Wouw y H. Nijmeijer (2003). Analysis of friction-induced limit cycling in an experimental drill-string system. *Accepted in the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*.
- Murdock, A. y D. Jelley (2000). Positive damping: A new PDC bit design characteristic that eliminates bit generated slip-stick. *Proceedings of the IADC/SPE Drilling Conference* New Orleans, IADC/SPE 59231.
- Navarro-López, E.M. Notas acerca del modelado, análisis y control de las vibraciones mecánicas en

- una sarta de perforación. *Informe interno de investigación*. Instituto Mexicano del Petróleo. Junio, 2003.
- Navarro-López, E.M. y R. Suárez (2004). Practical approach to modelling and controlling stick-slip oscillations in oilwell drillstrings. *IEEE Conference on Control Applications* pp. 1454-1460, Taipei, Taiwán. ISBN: 0-7803-8633-7.
- Pavone, D.R. y J.P. Desplans (1994). Application of high sampling rate downhole measurements for analysis and cure of stick-slip in drilling. *Proceedings of the SPE Annual Technical Conference and Exhibition* pp. 335-345, SPE 28324.
- Perreau, P.J., I.F. Rey-Fabret, M.M. Gomel y C.M. Mabile (1998). New results in real time vibrations prediction. *Proceedings of the 8th International Petroleum Exhibition and Conference* pp. 190-199, Abu Dhabi, U.A.E.
- Richard, T. (2001). *Self-excited stick-slip oscillations of drag bits*. Ph.D. thesis. University of Minnesota.
- Sananikone, P., O. Kamoshima y D.B. White (1992). A field method for controlling drillstring torsional vibrations. *Proceedings of the IADC/SPE Drilling Conference* pp. 443-452, IADC/SPE 23891.
- Serrarens, A.F.A., M.J.G. van de Molengraft, J.J. Kok y L. van den Steen (1998).  $H_\infty$  control for suppressing stick-slip in oil well drillstrings. *IEEE Control Systems April*, 19-30.
- Southward, S.C., C.J. Radcliffe y C.R. MacCluer (1991). Robust nonlinear stick-slip friction compensation, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control* **113**, 639-645.
- Suárez, R. y J. Álvarez (1995). Regions of attraction of closed-loop linear systems with saturated linear feedback. *Math. Est. Control* **5**, 1-22.
- van de Vrande, B.L., D.H. van Campen y A. de Kraker (1999). An approximate analysis of dry-friction-induced stick-slip vibrations by a smoothing procedure. *Nonlinear Dynamics*, **19**, 157-169.
- Warren, T.M. y J.H. Oster (1999). Torsional resonance of drill collars with PDC bits in hard rock, *Journal of Petroleum Technology, Drilling Technology* pp. 44-45.
- Whitten, R.G. (1993). Method for predicting dillstring sticking. *United States Patent number 5,181,172*, Teleco Oilfield Services Inc., Meriden, Conn.
- Yang, S. y M. Tomizuka (1988). Adaptive pulse width control for precise positioning under the influence of stiction and Coulomb friction. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control* **110**, 221-227.
- $T_m$ : par dado por el motor eléctrico situado en la superficie ( $Nm$ ).
- $k_m$ : constante del motor DC de la superficie.
- $u$ : entrada de control ( $Nm$ ).
- $J_r$ : momento de inercia torsional equivalente del mecanismo rotatorio de la superficie ( $kgm^2$ ).
- $J_b$ : momento de inercia torsional de las tuberías de perforación y del aparejo de fondo ( $kgm^2$ ).
- $T_r$ : par asociado a la inercia  $J_r$  ( $Nm$ ).
- $T_b$ : par asociado a la inercia  $J_b$  ( $Nm$ ).
- $k_t$ : coeficiente de rigidez torsional asociado a las tuberías que componen la sarta ( $Nm/rad$ ).
- $c_t$ : coeficiente de amortiguamiento torsional asociado a las tuberías que componen la sarta ( $Nms/rad$ ).
- $T_{fr}$ : par de fricción seca asociado a la inercia  $J_r$  ( $Nm$ ).
- $T_{sr}, T_{cr}$ : pares de fricción estática y de Coulomb asociados a la inercia  $J_r$  ( $Nm$ ).
- $T_{ar}$ : par de amortiguamiento viscoso asociado a la inercia  $J_r$  ( $Nm$ ).
- $T_{ab}$ : par de amortiguamiento viscoso asociado al contacto de la barrena con la formación rocosa ( $Nm$ ).
- $c_{ar}, c_{ab}$ : coeficientes de amortiguamiento torsional asociados a  $J_r$  y  $J_b$  ( $Nms/rad$ ).
- $T_{fb}$ : par de fricción seca asociado a la inercia  $J_b$  ( $Nm$ ).
- $T_{eb}$ : par externo aplicado que debe superar el par de fricción estática para que la barrena se mueva ( $Nm$ ).
- $T_{sb}, T_{cb}$ : pares de fricción estática y de Coulomb asociados a la inercia  $J_b$  ( $Nm$ ).
- $W_{ob}$ : peso en la barrena ( $N$ ).
- $R_b$ : radio de la barrena ( $m$ ).
- $\mu_b$ : coeficiente de fricción seca en la barrena dependiente de la velocidad de rotación.
- $\mu_{sb}, \mu_{cb}$ : coeficientes de fricción estática y de Coulomb asociados a la inercia  $J_b$ .
- $L_p, L_b$ : longitud de las tuberías y del aparejo de fondo ( $m$ ).
- $\gamma_r, \gamma_b$ : constantes positivas que aparecen en  $T_{fr}$  y  $\mu_b$ , respectivamente.
- $\bar{\Omega}$ : velocidad de referencia del mecanismo rotatorio superior ( $rad/s$ ).

#### Apéndice A. DESCRIPCIÓN DE VARIABLES Y PARÁMETROS

$\varphi_r$ : desplazamiento angular del mecanismo rotatorio de la superficie ( $rad$ ).

$\varphi_b$ : desplazamiento angular del aparejo de fondo ( $rad$ ).