

ANÁLISIS DE OSCILACIONES NO-LINEALES EN SISTEMAS COMPLEJOS DE MECÁNICA E HIDRODINÁMICA - HERRAMIENTAS Y METODOLOGÍA

Mario A. Jordán ¹ y Jorge L. Bustamante

*Dto. de Ing. Eléctrica y de Comp., Univ. Nacional del Sur
Av. Alem 1253, (8000) Bahía Blanca, ARGENTINA*

Resumen: En este trabajo se presenta una metodología de análisis y simulación interactiva de sistemas dinámicos oscilantes de mecánica e hidrodinámica, involucrando a distintas herramientas especializadas en elementos finitos, dinámica de multi-cuerpos y análisis de bifurcaciones. La interconexión de herramientas las lleva a cabo el usuario mediante el desarrollo de programas propios para cálculo simbólico a partir de ecuaciones básicas de la dinámica. La estructura de la metodología responde al objetivo de concretar el estudio de estabilidad y comportamiento de dinámicas complejas, previos a una experimentación en laboratorio. Se presentan diversos ejemplos de aplicación en la Ingeniería Oceánica. *Copyright ©2004 CEA-IFAC.*

Palabras claves: Hidrodinámica - Sistemas multi-cuerpos - Elementos Finitos - Bifurcaciones - Boyas - Barras de perforación - Vehículos subacuáticos con cable

1. INTRODUCCIÓN

El espectro de sistemas dinámicos enfocados en este estudio comprende a múltiples clases de sistemas autónomos con oscilaciones auto-inducidas y forzadas. Son de especial interés aquellos sistemas cuya dinámica está vinculada en forma elástica al fondo del océano a través de amarres, como es un vehículo sumergido con cable umbilical ligado a un barco. Esta clase está integrada por plataformas semisumergibles, buques tanques, buques grúa, pontones, boyas, vehículos operados remotamente (ROV's), entre otros (Griffiths, 2003; Fossen and Kijima, 2000).

Las estructuras acuáticas son ampliamente usadas en aplicaciones de Ingeniería Oceánica, por ejemplo, en prospección de suelos, asistencia de operaciones offshore y una amplia variedad de operaciones de puerto (Chakrabarti, 1994). El medio fluido desarrolla una interacción compleja con la

estructura, que está sujeta a leyes hidrodinámicas, generando fuerzas de olas incidentes y la perturbación de las mismas a través del movimiento de la estructura. El comportamiento resultante de vínculos y la interacción estructura-fluido tiene la característica de una dinámica no-lineal muy compleja y variante en el tiempo. Usualmente, estos sistemas de Ingeniería Oceánica se diseñan para soportar embates de olas, vientos y corrientes del medio, dentro de ciertos límites razonables. Sin embargo en algunos casos, la dinámica compleja es la causa de que disturbios periódicos de pequeña intensidad puedan acarrear comportamientos oscilatorios de alto período y a veces caos (Kreuzer *et al.*, 2002).

El estudio de estos fenómenos en sistemas dinámicos está avalado por la Teoría de Bifurcaciones. Las herramientas para abordar las diversas etapas del mismo, comenzando por el modelado, siguiendo por la simulación numérica hasta llegar al análisis de oscilaciones no-lineales, serán motivo principal de este trabajo.

¹ Autor a quien dirigir correspondencia, e-mail: mjordan@criba.edu.ar

Con el objetivo de minimizar los comportamientos no lineales impredecibles, se prevén en general diseños especiales de geometrías, sistemas de controles pasivos y activos, los cuales redundan en un aumento de estabilidad. Las técnicas de modelado fenomenológica e identificación comprenden el primer paso de análisis y control (Beltrán-Aguedo and Jordán, 2004 y 2003; Jordán and Beltrán-Aguedo, 2003a, 2004a y 2004c, Jordán, 2004). Posteriormente, el análisis de estabilidad dinámica de oscilaciones es importante a fin de poder entender cabalmente estos fenómenos complejos.

La naturaleza del comportamiento de los sistemas de Ingeniería Oceánica es caracterizada por las cargas distribuidas de índole hidrodinámica. Éstas son de dos tipos (Kokkinowrachos, 1980):

- 1) debido a la incidencia de olas en cuerpos semisumergidos (fuerzas incidentes, de difracción y de radiación potencial),
- 2) debido a la viscosidad del líquido, ocasionando fuerzas de arrastre y de fricción.

Las primeras fundamentalmente excitan al sistema y fuerzan su movimiento, aunque promueven la disipación lineal y radiación de olas. Las segundas, en cambio, sólo inducen disipación de energía inducida por las cargas incidentes o la propulsión.

Las cargas localizadas son variadas, a saber:

- 1) amarres tensos, cables en forma de catenaria,
- 2) peso muerto, empuje, peso variable de lastre,
- 3) cargas pendulantes en grúas,
- 4) fuerzas de propulsión.

Las características esenciales de un problema dinámico complejo en el marco de la Ingeniería Oceánica son:

- a) superficies extensas de un cuerpo rígido sometidas a cargas distribuidas y variables en el tiempo, como por ejemplo: cascos, aletas, estabilizadores, etc.,
- b) cuerpos deformables de longitud extensa, sometidos a cargas distribuidas y variables en el tiempo, como por ejemplo: barras de torsión, collares, cables umbilicales y amarres,
- c) interconexión elástica no-lineal de cuerpos rígidos, como por ejemplo: anclajes tensos, fricción de barras en collar, etc.,
- d) disipación de energía en forma no-lineal debido a vórtices, fuerzas de arrastre, etc.,
- e) excitación periódica y/o aleatoria por arriba y por debajo del plano de agua (superficie libre), como por ejemplo: sistemas de

posicionamiento dinámico, olas, corrientes, viento,

- f) Cambio de posición del baricentro (ejemplo: lastre, cargas transferidas), cambio dinámico en la distribución de masa (ejemplo: fenómeno de sloshing, es decir masa de lastre en movimiento oscilante).

El análisis de oscilaciones no-lineales en estado permanente plantea un problema serio para la simulación numérica, debido a que dicho proceso comienza con un transitorio hidrodinámico y mecánico, que usualmente se extiende mucho más allá de la capacidad de almacenamiento de datos en los medios de cálculo disponibles. La razón de ello es el bajo amortiguamiento con que cuentan los sistemas acuáticos en comportamientos de baja energía cinética (Fossen, 1995).

Una solución consiste en planificar "tandas de simulaciones" encadenadas con las condiciones finales e iniciales de cada una de ellas, hasta adquirir el estado estacionario del comportamiento oscilatorio. Otra posibilidad es prescindir de la simulación numérica para plantear en forma simbólica la solución estacionaria. Ni una ni la otra son adecuadas por sí solas, dado que el tiempo de cálculo en la primera sería inaceptable y la complejidad en la segunda sería inabordable.

En este trabajo se presenta una metodología que combina análisis numérico y simbólico y que satisface en gran manera los requerimientos de calidad y viabilidad de los estudios de comportamiento dinámico de los sistemas de Ingeniería Oceánica.

La diversidad de parámetros de bifurcaciones para evaluar la calidad y viabilidad de los estudios es alta, por lo que es necesario agruparlos en parámetros geométricos (por ejemplo: áreas efectivas, superficies de radiación potencial, posición del metacentro, entre otros), en parámetros intrínsecos al sistema (por ejemplo: coeficientes de elasticidad, de arrastre y de amortiguamiento, distribución de masa, entre otros) y en parámetros del medio (por ejemplo: profundidad del mar, coeficientes propios de la ola, de la corriente y del viento).

La metodología propuesta consiste en el uso de programas CAD específicos de mecánica e hidrodinámica, como así también programas estándares de cálculo simbólico y análisis de bifurcaciones. El usuario debe combinar los programas en las diversas etapas de análisis, pudiendo elegir ciertos elementos del multi-cuerpo y buscar con cierta habilidad subespacios de la dinámica donde puedan manifestarse fenómenos oscilatorios y cierto tipo de bifurcaciones en codimensión uno y dos. Este proceso le exige al usuario, por un lado, el planteo de ecuaciones básicas de la dinámica e hidro-

dinámica y de las restricciones de interconexión entre los elementos del multicuerpo. Por otro lado, el usuario debe ser capaz de establecer simplificaciones adecuadas de la dinámica para reducir la dimensión del espacio de las órbitas y realizar reflexiones de parámetros de un elemento finito a otro a fin de concentrar el estudio en un punto particular del multi-cuerpo.

2. ECUACIONES BÁSICAS DE LA DINÁMICA

2.1 Dinámica del cuerpo rígido en 6 grados de libertad

Tomado un sistema de referencia cartesiano x - y - z con centro en un punto arbitrario O , z hacia abajo y de giro levógiro, los modos de posición quedan representados por los desplazamientos de corrimiento frontal x (surge), de corrimiento lateral y (sway) y de corrimiento vertical z (heave), y las rotaciones respecto a dichos ejes, a saber: cabeceo lateral o rolo φ (roll), cabeceo frontal θ (pitch) y rumbo ψ (yaw). Estos se agrupan en el vector de posición generalizado del punto O que es $\mathbf{q} = [x, y, z, \varphi, \theta, \psi]^T$. En general z coincide con una línea de simetría del cuerpo.

Las leyes fundamentales de la dinámica de un cuerpo rígido de masa m son los cambios de sus momentos lineal $\dot{\mathbf{H}}_{L_O}$ y angulares $\dot{\mathbf{H}}_{A_O}$ y $\dot{\mathbf{H}}_{A_G}$ respecto a los puntos O y G (baricentro)

$$\dot{\mathbf{H}}_{L_O} = m\ddot{\mathbf{r}}_G \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{H}}_{A_O} = \dot{\mathbf{H}}_{A_G} + m\mathbf{r}_G \times \ddot{\mathbf{r}}_G, \quad (2)$$

donde \times es un producto externo, \mathbf{r}_G es la posición de G respecto a O partiendo de una posición estabilizada en $(0, 0, \bar{z}_G, 0, 0, 0)^T$

$$\mathbf{r}_G = \begin{bmatrix} \bar{z}_G [\sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \sin \theta \cos \psi] \\ \bar{z}_G [-\sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \theta \sin \psi] \\ \bar{z}_G [\cos \varphi \cos \theta] \end{bmatrix}, \quad (3)$$

siendo la aceleración

$$\ddot{\mathbf{r}}_G = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} \times \mathbf{r}_G + \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \mathbf{r}_G \right), \quad (4)$$

el momento lineal

$$\dot{\mathbf{H}}_{L_O} = \sum_i \mathbf{F}_i, \quad \dot{\mathbf{H}}_{A_O} = \sum_i (\mathbf{F}_i \times \mathbf{r}_{A_i O}) \quad (5)$$

y el momento angular respecto a G

$$\dot{\mathbf{H}}_{A_G} = \begin{bmatrix} I_{x_G x_G} & 0 & -I_{x_G z_G} \\ 0 & I_{y_G y_G} & 0 \\ -I_{x_G z_G} & 0 & I_{z_G z_G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

siendo I_{ij} momentos de inercia de cuerpos con al menos simetría en el plano x - z .

Considerando un conjunto de N_b cuerpos unidos (multi-cuerpos) en dos formas: a) elásticamente (ejemplo: catenarias, uniones flexibles, barras, tubos, collares, etc.) o b) mediante restricciones rígidas (ejemplo: bujes, cables tensos), y evaluando (1)-(2) para cada cuerpo en todos los modos posibles, y sus interacciones, se obtiene (Jordán and Beltrán-Aguedo, 2004b):

$$\mathbf{M}_j(\mathbf{q}_j)\ddot{\mathbf{q}}_j + \mathbf{K}_j(\mathbf{q}_j, \dot{\mathbf{q}}_j) + \mathbf{E}_j(\mathbf{q}_j)(\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_k) = \mathbf{F}_j \quad (7)$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_i \mathbf{F}_{ij} \\ \sum_i (\mathbf{F}_i \times \mathbf{r}_{A_i O}) \end{bmatrix}$$

$$\text{con } S_{l_1}(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n) \leq 0 \quad (8)$$

$$\text{y } S_{l_2}(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n) = 0, \quad (9)$$

donde \mathbf{q}_j es la posición del cuerpo j , \mathbf{M}_j su matriz de inercia generalizada, \mathbf{K}_j su vector de fuerzas de Coriolis y centrípetas y \mathbf{E}_j la matriz de elasticidad para uniones flexibles (cables tensos, catenarias, puntos de contacto entre cuerpos deformables), con puntos A_{ij} de fuerzas localizadas, siendo i el índice de fuerzas, j y k índices de cuerpos, con vínculos entre pares de cuerpos j y k , donde $k \neq j$, y vínculos de articulaciones limitantes S_{l_1} (ejemplo: cable pasando de tirante a flojo) y restricciones duras S_{l_2} (ejemplo: puntos de contacto entre cuerpos rígidos, bujes, rótulas, etc.) con $l_1 = 1, \dots, N_{\leq 0}$ y $l_2 = 1, \dots, N_{=0}$. Las funciones S_{l_2} describen superficies espaciales, mientras que las funciones S_{l_1} caracterizan volúmenes con superficies limitantes que los envuelven.

2.2 Fuerzas distribuidas

Las \mathbf{F}_i son fuerzas aplicadas en puntos A_i del cuerpo rígido (ejemplo: propulsión, peso, empuje, amarres, etc.). Otras pueden considerarse como la resultante de cargas hidrodinámicas y eventualmente también aerodinámicas, las que varían durante el movimiento y dependen de la geometría envolvente del cuerpo rígido. Cuando el cuerpo se desplaza en un medio viscoso como en el caso de cuerpos semi- o completamente sumergidos en el agua, la carga hidrodinámica debida al movimiento del cuerpo queda determinada por el potencial de flujo de velocidad sobre el casco.

Si el empinamiento de las olas incidentes es bajo ($2a/\lambda < 1/50$: a amplitud y λ período de la

ola), el flujo potencial puede expresarse para cada cuerpo j en el marco de la Teoría de Airy como en (Jordán and Beltrán-Aguedo, 2003a, 2004b)

$$\Phi(x, y, z, t) = \Phi_I + \Phi_D + \sum_j \Phi_{R_j}, \quad (10)$$

siendo $j \in \{x, y, z, \varphi, \theta, \psi\}$, Φ_I , Φ_D y Φ_R los potenciales de excitación incidente, de difracción y de radiación, respectivamente, debido al movimiento de los modos j . Integrando la presión de carga sobre cada punto de la superficie húmeda S_0 se tiene

$$\mathbf{F}_H(\mathbf{q}) = -\rho \int_{S_0} \frac{\partial \Phi_I}{\partial t} ds - \rho \int_{S_0} \frac{\partial \Phi_D}{\partial t} ds - \rho \sum_j \int_{S_0} \frac{\partial \Phi_{R_j}}{\partial t} ds - \rho g \int_{S_0} z ds, \quad (11)$$

siendo ds un área elemental alrededor del punto con versor normal en el punto considerado. El primer, segundo y tercer término de (11) caracterizan las fuerzas resultantes de excitación, difracción y potencial de radiación, mientras que el cuarto término describe a las fuerzas hidrostáticas (peso y flotabilidad). La determinación del punto de aplicación de ellas definirá los momentos respecto a O . Una característica de la fuerza de radiación potencial es la masa aditiva que, esta presente aún en cuerpos sumergidos a grandes profundidades.

Una excitación monocromática constituida por una ola de elevación ξ , con componentes de amplitud a , frecuencia ω , ángulo de incidencia β respecto a x , período de la ola λ , y fase inicial ϕ se caracteriza como

$$\xi(x, y, t) = a \cos(\sigma) \quad (12)$$

$$\sigma = \frac{2\pi}{\lambda} (x \cos(\beta - \psi) + y \sin(\beta - \psi)) - \omega t + \phi, \quad (13)$$

siendo $(\beta - \psi)$ la dirección de incidencia y $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$, donde c es la denominada celeridad.

La fuerza resultante de la excitación que comprende la incidencia y difracción de la ola sobre el casco es

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_W(\mathbf{q}, t) = & \mathbf{H}_{w_1} a \cos(-k(x(t) - x_b) \cos(\beta - \psi(t)) - \\ & - k(y(t) - y_b) \sin(\beta - \psi(t)) + \omega t + \phi) + \\ & + \mathbf{H}_{w_2} a \sin(-k_i(x(t) - x_b) \cos(\beta - \psi(t)) - \\ & - k_i(y(t) - y_b) \sin(\beta - \psi(t)) + \omega t + \phi) + \\ & + a^2 \mathbf{G}_w, \end{aligned} \quad (14)$$

donde los dos primeros términos constituyen la denominada componente de primer orden y el tercer término la componente de segundo orden de

la fuerza de excitación (ver Jordán and Beltrán-Aguedo, 2004b). Además x_b y y_b son coordenadas del punto de medición de ξ , $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ es el número de ola, y finalmente

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{w_r}(\omega, \beta - \psi) &= (H_{w_{rx}}, \dots, H_{w_{r\psi}})^T \\ \mathbf{H}_{w_i}(\omega, \beta - \psi) &= (H_{w_{ix}}, \dots, H_{w_{i\psi}})^T \\ \mathbf{G}_w(\omega, \beta - \psi) &= (G_x, \dots, G_\psi)^T, \end{aligned} \quad (15)$$

donde \mathbf{H}_{w_r} y \mathbf{H}_{w_i} son los vectores de ganancia de las partes real e imaginaria de la función de transferencia frecuencial de excitación de primer orden evaluadas en ω , y \mathbf{G}_w es el vector de ganancia de la función de transferencia frecuencial de excitación de segundo orden. Las fórmulas pueden generalizarse para varias armónicas integrantes.

Siguiendo con la descripción de cargas distribuidas, la fuerza de radiación potencial resultante de corrimiento frontal es

$$\mathbf{F}_R(\dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) = -M_\infty \ddot{\mathbf{q}} - \int_0^t K(\tau) \dot{\mathbf{q}}(t - \tau) d\tau, \quad (16)$$

donde $K(\tau)$ es una matriz de respuestas impulsivas calculada como

$$\begin{aligned} K(\tau) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty D(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty (M_a(\omega) - M_\infty) \omega \sin(\omega\tau) d\omega, \end{aligned} \quad (17)$$

siendo $D(\omega)$ es el amortiguamiento potencial y $M_a(\omega)$ la masa aditiva con $M_\infty = M_a(\infty)$.

Por último el arrastre viscoso determina una fuerza altamente no-lineal y distribuida. Su caracterización matemática la describe la ley de Morison y es

$$\mathbf{F}_V(\dot{\mathbf{q}}) = \int_{S_0} \dot{\mathbf{q}}_{ds}^T \begin{bmatrix} C_{D_{\dot{x}\dot{x}}}(\dot{x}) & \dots & C_{D_{\dot{x}\dot{\psi}}}(\dot{x}, \dot{\psi}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{D_{\dot{\psi}\dot{x}}}(\dot{\psi}, \dot{x}) & \dots & C_{D_{\dot{\psi}\dot{\psi}}}(\dot{\psi}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{ds} ds \quad (19)$$

donde $\dot{\mathbf{q}}_{ds} = \left[\frac{\partial \dot{x}}{\partial ds}, \frac{\partial \dot{y}}{\partial ds}, \frac{\partial \dot{z}}{\partial ds}, \frac{\partial \dot{x}}{\partial ds} r_x, \frac{\partial \dot{y}}{\partial ds} r_y, \frac{\partial \dot{z}}{\partial ds} r_z \right]^T$ es un campo vectorial de la variación de velocidad en cada punto de la superficie del casco. Nótese la relación cuadrática de (19) con el movimiento, pero también la dependencia no-lineal de los coeficientes de arrastres $C_{D_{ij}}$ con las velocidades de los modos.

3. INTEGRACIÓN DE HERRAMIENTAS

El estudio de comportamiento dinámico oscilatorio no es sencillo dada las características enumeradas en a)-e). La obtención de un modelo

dinámico del sistema debería aplicar fundamentalmente técnicas de Elementos Finitos y análisis dinámico de multi-cuerpos. Luego debería permitir estudio de Estabilidad en función de algunos parámetros libres de diseño (por ejemplo, alerones estabilizadores, tensión de cables, ubicación de baricentro, etc.) o parámetros propios de la excitación (por ejemplo, amplitud y frecuencia de olas, perfil de corriente, espectro del viento, etc.). Así mismo, la validación de la dinámica del modelo debería ser entendida básicamente mediante simulación numérica y visualización en 3 dimensiones, donde la incidencia de cambios de parámetros de diseño y operación pueda establecerse intuitivamente por la simple observación directa del comportamiento. Finalmente, la evaluación fina de la dinámica debería fundamentarse en curvas cuantitativas de sus variables y sus relaciones.

Es importante destacar que el uso de programas CAD's diseñados *ad-hoc* para las áreas específicas permiten introducir la mayoría de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) y algebraicas (EA) de manera gráfica mediante el uso de objetos, vínculos e hipervínculos.

Un esquema propuesto de análisis se describe en la Fig. 1. El mismo integra programas comerciales para hidrodinámica, por ejemplo, el Advanced Quantitative Wave Analysis (AQWA, 2004), para dinámica de múltiples cuerpos, por ejemplo, el Universal Mechanism (UM, 2004; Pogorelov, 2002) y para análisis de bifurcaciones, por ejemplo, el XPPAUT (XPPAUT, 2004), incluyendo además otros programas más conocidos académicamente como MAPLE, MATHEMATICA, MATLAB, entre otros.

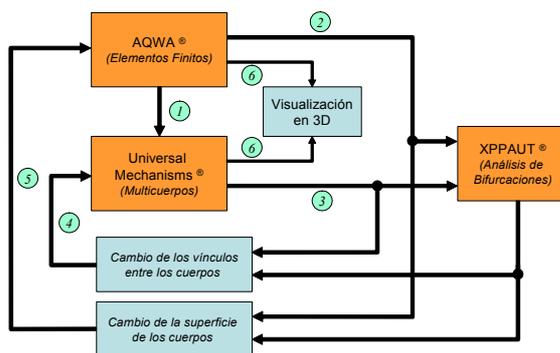


Fig. 1. Conexión de herramientas de análisis y simulación

La visualización de comportamiento en los programas CAD (AQWA y UM) mediante mímica en 3D con la posibilidad de cambio del ángulo de vista, es esencial para la captura del comportamiento real del sistema. Los eventuales cambios de estructura de la superficie del cuerpo semisumergido o sumergido completamente son

posibles interactivamente mediante AQWA. La introducción de otros cambios que incluyen el agregado o simplificación de elementos rígidos, también es posible en UM, agregando o quitando cuerpos al sistema en forma interactiva y fácil. La posibilidad de generar ecuaciones simbólicas de dinámicas reducidas tanto en grados de libertad como en cantidad de elementos rígidos y con la anulación de acoplamientos débiles, se realiza a partir de interfaces implementadas *ad-hoc* en formatos MAPLE o MATHEMATICA. Esto permite el análisis de comportamiento posterior en un programa como XPPAUT, en una dirección y codirección específica de parámetros y en subespacios de estados que impliquen movimientos simplificados. Otra alternativa a esta herramienta es MATCONT con entorno MATLAB (Dhooge *et al.*, 2003).

Los caminos de conexión entre las herramientas mencionadas están declarados en la Fig. 1. Estos incluyen varias realimentaciones producto de la interacción entre el usuario y los CAD a través de programas simbólicos realizados *ad-hoc* para cambios de coordenadas y simplificación de dinámica. Estas conexiones son:

- 1) Aporte de las ecuaciones diferenciales de la hidrodinámica. El usuario introduce las matrices de incidencia, refracción y radiación
- 2) Vínculo para análisis de bifurcaciones de la hidrodinámica. El usuario programa en lenguaje simbólico ecuaciones de la hidrodinámica para excitación monocromática y movimientos planares
- 3) Vínculo para análisis simbólico de la mecánica de multi-cuerpos. El usuario programa en lenguaje simbólico ecuaciones de la dinámica para un menor número de cuerpos rígidos y/o reducción del número de grados de libertad
- 4) Reconfiguración de cuerpos y juntas. Cálculo de matrices de inercia, de disipación y restauración. Interfaz usuario-CAD
- 5) Rediseño de superficie externa (sumergida y en el aire) y de la excitación. Interfaz usuario-CAD
- 6) Cálculo de fuerzas incidentes, de refracción y de radiación. Interpretación de la dinámica a través del movimiento. Interfaz gráfica usuario-CAD.

Como resultado del análisis simbólico y la simulación numérica, el usuario puede obtener puntos de vistas cualitativos y cuantitativos sobre la dinámica, facilitando una mejor definición de la estrategia de control y el diseño de un controlador. Luego de esto, es posible insertar el controlador y su realimentación negativa en el esquema de la Fig. 1, para poder simular la dinámica del lazo de control y evaluar su desempeño. Acto seguido

es viable introducir reformas en el control en la misma forma interactiva descripta.

3.1 Elementos finitos en AQWA

El programa AQWA (AQWA, 2004) es una herramienta de análisis hidrodinámico de difracción/radiación de un sistema semisumergido con excitación de olas regulares e irregulares. El mismo posee una estructura modular consistente en programas que corren por separado y secuencialmente. Estos módulos son:

- a) FEMGV: Construcción de un cuerpo en 3D mediante envolventes utilizando la combinación de figuras (cilindros, cubos, esferas, etc.) y planos de cortes con simetrías. Una vez que el cuerpo deseado se ha construido, se le aplica una función que divide al cuerpo en elementos finitos. También genera la información de masa referente al cuerpo diseñado (masa, momento de inercia, centro de gravedad, ubicación de los puntos de amarre, tensión inicial, etc.).
- b) AQWA-LINE: Cálculo de la transferencia hidrodinámica e hidrostática para perturbaciones de olas multicromáticas en una sola dirección de incidencia.
- c) AQWA-NAUT: Simulación numérica de la dinámica del cuerpo bajo distintas restricciones de amarre, bajo la Teoría de Airy (de primer orden) o de Stokes (de segundo orden).

Una particularidad a destacar son las funciones "ramp" y "hot". La primera permite comenzar con una excitación suavemente creciente, mientras que la segunda articula simulaciones encadenadas en períodos contiguos. Ambas facilitan sortear el período transitorio y alcanzar el estado permanente más rápidamente. La computación gráfica de AQWA en 3D posibilita el cambio de ángulo de visión en cada simulación y la grabación de archivos en formato avi en tiempos de muestreo preestablecidos iguales o mayores al de la simulación numérica.

3.2 Multi-cuerpos en UM

El programa Universal Mechanism (UM, 2004) posee una estructura funcional con dos módulos:

- a) El módulo INPUT para la definición taxonómica de multi-cuerpos en objetos y subsistemas en una escena inmóvil. Los objetos, subsistemas y la escena son construidos con superficies básicas como conos, elipsoides, toros, poliedros, planos etc. Los objetos se agrupan en subsistemas y se conectan me-

diantes articulaciones (joints) con propiedades elásticas y de amortiguamiento predefinidos en todos los grados de libertad. También se pueden adicionar restricciones de contacto duras y blandas en forma de manifolds dentro de la escena. INPUT genera además las ecuaciones del movimiento de acuerdo con el formalismo de Newton-Euler, incorporando programas externos provistos en Pascal y/o C++ de dinámicas especiales no contempladas, y son compilados conjuntamente. Las fuerzas son sólo puntuales y localizadas mediante coordenadas con asistencia gráfica, mostrando la imagen de los objetos y sus sistemas de coordenadas locales.

- b) El módulo SIMUL para la simulación numérica y animación de los movimientos del multicuerpo construido en INPUT. Presenta varios métodos de simulación numérica que son configurados esencialmente en el paso y calidad. Dispone de tres tipos de ventanas: para animación del multicuerpo en cualquier plano de corte o ángulo visual, para graficación de variables de la dinámica o externas de excitación y para texto con el fin de documentación. Permite la definición de variables mecánicas traslacionales o angulares de cualquier punto del multicuerpo para su visualización temporal en forma de curvas. Finalmente, provee una forma de almacenar imágenes en formato avi con tiempos de muestreo preestablecido. Posee también un módulo funcional para análisis lineal del estado estacionario alrededor de un punto de equilibrio.

3.3 Análisis de Bifurcaciones en XPPAUT

El programa XPPAUT (XPPAUT, 2004) es una herramienta para realizar la simulación, animación y análisis de sistemas dinámicos. Además ofrece una interfaz con AUTO, el paquete de bifurcaciones. XPPAUT permite el seguimiento de puntos fijos, órbitas periódicas, problemas de valor de frontera (*boundary value problem*), órbitas homoclínicas y la bifurcación en dos parámetros de búsqueda. Con ayuda de este programa se pueden resolver ecuaciones diferenciales, ecuaciones de retardo, ecuaciones integrales de Volterra, bifurcaciones, entre otros.

A través de cualquier editor de texto se puede generar una ecuación diferencial en una sintaxis simple propia de XPPAUT. En ella se deben indicar variables con sus valores iniciales y parámetros con sus intervalos de variación.

Mediante un sistema de ventanas solapadas, XPPAUT permite la modificación de parámetros,

variables, condiciones iniciales, retardos, parámetros de resolutores, entre otros. Posee un buscador de datos (Data Browser) para examinar y manipular los números generados por la simulación. También permite importar archivos de números para dibujarlos. Este buscador se comporta de manera similar a una hoja de cálculo.

4. CASO DE ESTUDIO: BOYA AMARRADA EN UN PUNTO

Existen numerosos sistemas de Ingeniería Oceánica que son motivos de estudio para su control dinámico y análisis de estabilidad (Kreuzer, 2002). Uno de ellos representa a las boyas espigadas, las que debido a sus proporciones relativamente reducidas ofrece un amplio espectro de comportamientos oscilatorios inestables (Jordán et al, 2004). La interacción de la masa acuosa en movimiento en forma de olas puede simularse dentro de la Teoría de Airy (lineal) o de la Teoría de Stokes (no-lineal).

Las boyas ténsamente amarradas, sujetas a excitación de monoarmónica y variaciones lentas de nivel de la línea de agua son propensas a fenómenos como el denominado "tira y afloje" ("taut-slack"). Si bien este sistema puede analizarse como conformado por un sólo cuerpo rígido, la diversidad de comportamiento es muy alta. En general la boya puede oscilar en forma transversal a la dirección de la ola y acusar períodos altos, o desviarse de la línea de excitación con movimientos oscilatorios de nutación y precesión. La rigidez del sistema facilita el estudio con AQWA y XPPAUT solamente, debiendo proyectar ecuaciones sobre una dimensión menor del espacio de estado para conducir estudios de bifurcaciones en XPPAUT con codimensión de parámetros 1 o 2 (por ejemplo, órbitas en el plano de agua $x-y$ con parámetro igual al período de una ola monocromática). En este análisis, los parámetros de bifurcación más significativos son la posición del baricentro (distribución de masa), la tensión del amarre y fundamentalmente los parámetros de la ola, en particular la amplitud y el período.

4.1 Modelo completo en AQWA

Los fenómenos de inestabilidad pueden observarse en la mímica 3D de AQWA. Para ello se construye mediante FEMGV el volumen con elementos finitos, definiendo solamente 3 circunferencias directrices y planteando un número de divisiones de las mismas por donde cruzan líneas verticales que conforman la envolvente deseada. El número total de elementos finitos puede ser alto, pensando en la precisión de la hidrodinámica, sin embargo

aumenta los tiempos de simulación. Además, la longitud principal del elemento finito más chico no debe ser inferior al período más pequeño de las componentes frecuenciales de la ola de excitación.

Las ecuaciones dinámicas no se plantean explícitamente, sino a través de la determinación del volumen, la masa, la distribución, el baricentro, la profundidad y los parámetros de olas.

Teniendo el modelo del mismo, se calcula la hidrostática y la hidrodinámica con ayuda de AQWA-LINE, obteniendo el resultado de sus coeficientes hidrodinámicos en la frecuencia. El cable y sus parámetros pueden ajustarse con ayuda de MINI-LIBRIUM, cuya función es establecer el grado de hundimiento estático del cuerpo. Finalmente, se simula el modelo por medio de AQWA-NAUT, que contiene los parámetros de ola (excitación) y los resolutores numéricos con sus parámetros de ajuste.

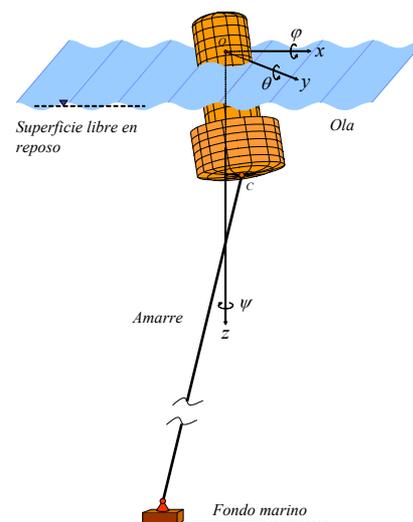


Fig. 2. Boya espigada con amarre tenso

Para la simulación de este caso de estudio se programó una boya real referida a la Fig. 2, con los siguientes datos geométricos: diámetro mayor $D = 3.3$ [m], diámetro menor $d = 1.3$ [m], altura del cilindro inferior $H = 2.7$ [m], altura del cilindro superior $h = 3$ [m], masa de la boya $m = 5289$ [Kg] y longitud del cable $L = 18$ [m]. La profundidad se fijó en $d = 19.5$ [m], la amplitud de ola $a = 0.25$ [m], la elasticidad del cable $EA_0/L = 0.897 \times 10^8$ [N/m] y el baricentro $(0, 0, -1.36)^T$ [m]. El período de la ola T fue usado como parámetro fundamental de control de bifurcaciones pues produce una alta diversidad cualitativa de las oscilaciones no-lineales en intervalos similares a los encontrados en la realidad.

Con las curvas obtenidas de AQWA, se procede a analizar la estabilidad dinámica de la boya mediante plano fásico y diagramas de Poincaré. La trayectoria del baricentro de la boya se aprecia en la Fig. 3, la cual evidencia una inestabilidad cinemática con cable tenso en un estado caótico con $T = 7$ [s]. La presencia de un período 2 (P2) se observó mediante simulación numérica desde AQWA en el modo de rotación de cabeceo frontal y rolido con $T = 7.4$ [s] (ver Fig. 4).

Aumentando el período a $T = 8.5$ [s], los modos de corrimientos frontal y lateral permanecen estables en P1, pero los modos de rotación se inestabilizan de tal forma que, desde el punto de vista de la simulación numérica, podría asociarse a un comportamiento caótico (ver Figs. 5 y 6, respectivamente). La limitación que representa la simulación de posibles comportamientos caóticos, debe ser subsanada con la ayuda de programas especiales que determinen por ejemplo, exponentes de Lyapunov.

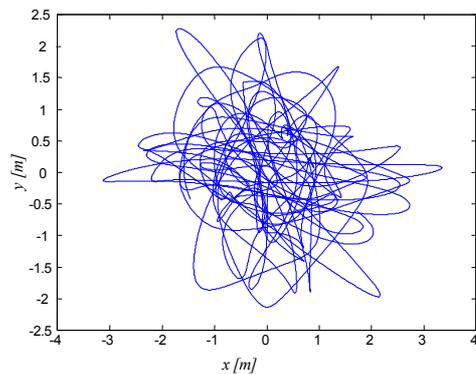


Fig. 3. Trayectoria x - y del baricentro con $T = 7$ [s]

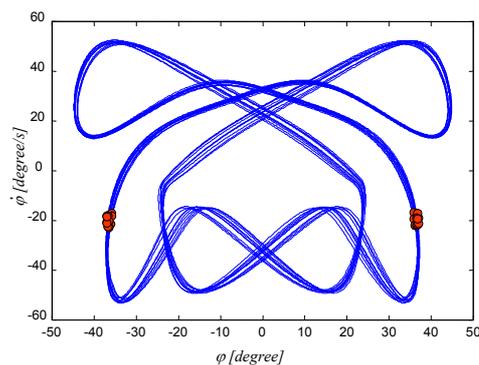


Fig. 4. Proyección de la órbita sobre el plano $\dot{\phi}$ - ϕ . Período 2 en modo de rolido ϕ con $T = 7.4$ [s]

Junto a la simulación numérica, AQWA provee una completa caracterización de los resultados en forma de curvas y archivos muy extensos (en general entre 100 y 200 MBytes por tramo máximo de simulación). Cada período de simulación contiene un máximo de 10^6 muestras.

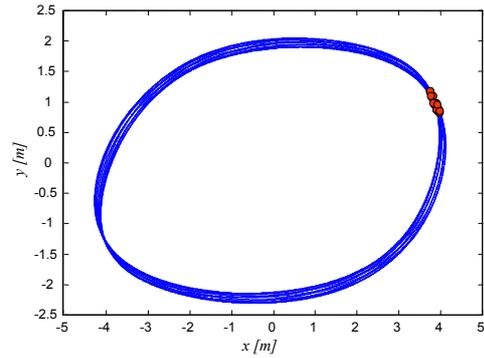


Fig. 5. Trayectoria x - y del baricentro. Período uno en modos x e y (surge-sway) con $T = 8.5$ [s].

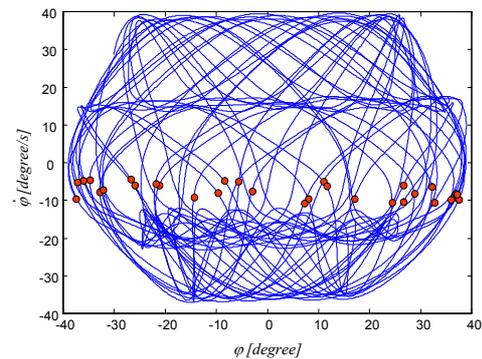


Fig. 6. Proyección de la órbita sobre el plano $\dot{\phi}$ - ϕ . Caos en modo de rolido ϕ con $T = 8.5$ [s]

Dado que la hidrodinámica posee un amortiguamiento muy débil en movimientos suaves, el transitorio se puede extender en el tiempo significativamente, abarcando más de un período permitido. Sumado a ello están las condiciones iniciales de la hidrodinámica desconocidas, las que son asumidas cero por default. Si el objetivo es estudiar las oscilaciones permanentes, este es un severo problema. La forma que provee AQWA para aliviarlo consiste en la aplicación de una función rampa, que sirve para excitar al cuerpo con una onda de amplitud creciente desde cero. La velocidad de crecimiento es la pendiente de la rampa. Si bien esto acerca el estado permanente, no siempre sucede así. Otro artilugio provisto por AQWA es el empalme de simulaciones encadenadas. Para ello AQWA guarda las condiciones hidrodinámicas y mecánicas de la dinámica del cuerpo en el último punto simulado y las introduce en la próxima simulación como condiciones iniciales. Estos procedimientos, si bien ayudan, no alcanzan en algunos casos debido al tiempo total de simulación que puede extenderse en forma desmesurada.

La solución provista en este trabajo consiste en la comunicación de AQWA con UM (véase Fig. 1) para la simulación del sistema multicuerpo con hidrodinámica incluida. El CAD UM no posee restricciones de tiempo de simulación. Con este

fin, se transcriben ecuaciones dinámicas sujetas a (7)-(9) y a la hidrodinámica calculada por AQWA-LINE que resultan en fuerzas (11) y (19) para un ángulo de incidencia β . Para lograr este objetivo, es menester simular AQWA-LINE en diferentes ángulos β uniformemente espaciados en $[0, 2\pi)$ en forma secuencial. Dado que la boya tiene simetría radial, puede asumirse la simetría radial de estas funciones matriciales y la interpolación spline resulta más simple. Las funciones de transferencias frecuenciales de incidencia y refracción en la variable ω y $(\beta - \psi)$ se asumen interpolaciones en cada modo (véase Fig. 7).

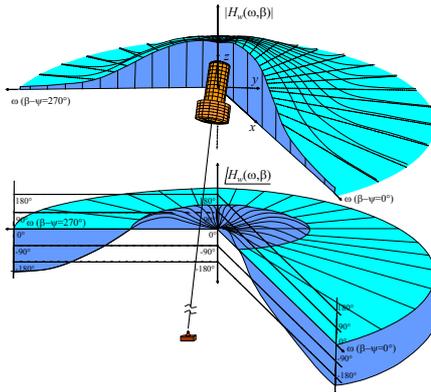


Fig. 7. Función de transferencia frecuencial de la excitación en función del ángulo de incidencia

El traspaso de fuerzas hidrodinámicas resultantes (14), (16) y (19) de AQWA a UM tiene que hacerse en forma directa, sin interfaz de por medio, programando las mismas en Pascal o C++, programas *ad-hoc*, que luego serán compilados en UM junto a las ecuaciones del cuerpo rígido de la boya generadas automáticamente. Esta transferencia de ecuaciones incluye las matrices $D(\omega)$, $M_a(\omega)$, M_∞ , $K(\tau)$ y C_D , y los vectores $\mathbf{H}_{wr}(\omega, \beta - \psi)$, $\mathbf{H}_{wi}(\omega, \beta - \psi)$ y \mathbf{G}_w para distintas direcciones de incidencias dadas por $\beta - \psi$.

La observación de período doble e inestabilidad cinemática mostrado en la Fig. 4 puede confirmarse *a-posteriori* a nivel experimental en un tanque de olas como se aprecia en la Fig. 8. En la misma se ejemplifica un período doble ocurrido en movimiento transversal a la dirección de la ola. Ambas fotos están tomadas en sincronismo y espaciadas en $T = 1[s]$, siendo T el período de la ola. Otros estudios más profundos de inestabilidad cinemática con fenómenos de nutación y precesión de la boya se encuentran en Jordán *et al.*, 2004 .

Finalmente, se pueden formular simplificaciones de la dinámica a unos pocos grados de libertad. En este sentido pueden estudiarse en XPPAUT las formas de ecuaciones de Mathieu con amortiguamiento no-lineal que conducen a inestabilidades cinemáticas y oscilaciones de período alto.

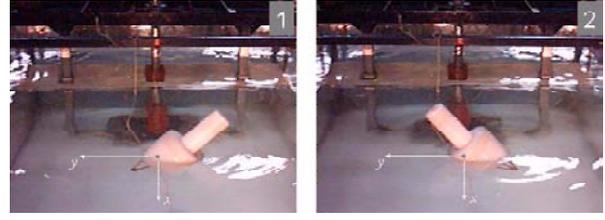


Fig. 8. Inestabilidad cinemática de período doble con órbita transversal a la ola en una boya a escala

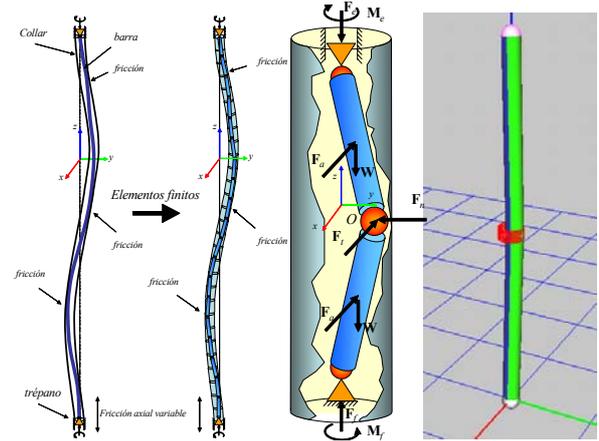


Fig. 9. Barra de torsión en una perforación subacuática (derecha). Modelo en UM de 2 elementos (izquierda)

Dichas formas serán evaluadas en otro ejemplo más adelante.

5. CASO DE ESTUDIO: BARRA DE PERFORACIÓN

El problema de una barra de perforación del subsuelo marítimo con collar, operando en el medio acuoso, es uno de los problemas más complejos de la Ingeniería Oceánica (Al-Hiddabi, 2003). La misma consiste en un trépano en la parte inferior unido rígidamente a barras de torsión encadenadas por secciones hasta el extremo superior, donde se acopla un motor que imprime un torque de rotación en el eje longitudinal y una fuerza axial de compresión (ver Fig. 9, izquierda).

La fuerza axial produce el pandeo de la barra en diferentes modos de flexión, produciendo contactos de ésta con el collar. A su vez, el torque de torsión produce el movimiento de rotación de la barra y la fricción estática en estos puntos. Además, el trépano perfora con velocidad variable al encontrar roca de distinta dureza. El fluido fangoso que llena el collar ocasiona un amortiguamiento no-lineal en la rotación de la barra, debido a la flexión de ésta en varios puntos. El comportamiento de perforación resultante queda luego descrito por ciclos límites a causa de la presencia de histéresis y zona muerta (back slash)

presente entre las partes en contacto y también por fricción seca entre dichos puntos, y por último debido a amortiguamiento no-lineal. Este fenómeno oscilatorio es conocido como "resbalamiento y choque" (stick-slip).

5.1 Modelo simplificado en UM

La forma apropiada de abordar el problema es dividir el collar y la barra en elementos finitos acoplados elásticamente en los 6 grados de libertad cada uno (ver Fig. 9, derecha) a manera de multi-cuerpos. En cada articulación que no esté en los extremos de la barra y del collar se aplican las leyes (7), donde las barras elementales están sujetas a restricciones dinámicas del tipo (8).

Para un mejor entendimiento de los fenómenos oscilatorios se puede estudiar un par de elementos, como se indica en la Fig. 9, con un collar rígido. El problema tiene 5 grados de libertad, a saber: la posición x e y del punto de articulación O , el ángulo de cabeceo frontal θ (o bien de rolido) de la barra superior, el cual es opuesto al ángulo de la barra inferior, y los ángulos de rumbo ψ_1 y ψ_2 respecto al eje longitudinal de cada barra. Las leyes que rigen la dinámica son

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1(\mathbf{q}_1)\ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{K}_1(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) + E(\mathbf{q}_1)(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) = \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_e + \mathbf{W} + \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_a \\ \mathbf{M}_e + \mathbf{M}_t \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_2(\mathbf{q}_2)\ddot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{K}_2(\mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_2) + E(\mathbf{q}_2)(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) = \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_f + \mathbf{W} + \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_a \\ \mathbf{M}_f + \mathbf{M}_t \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

$$x^2 + y^2 - D^2/2 \leq 0 \quad (22)$$

$$z_1 = z_2 = , \quad \theta_2 = \theta_1 + \frac{3}{2}\pi \quad (23)$$

siendo $\mathbf{q}_1 = [x_1, y_1, \theta_1, \psi_1]^T$ y $\mathbf{q}_2 = [x_2, y_2, \theta_2, \psi_2]^T$ variables generalizadas de los baricentros de las barras, las que se obtienen a través de x, y, θ, ψ_1 y ψ_2 . Las fuerzas $\mathbf{F}_e, \mathbf{W}, \mathbf{F}_t, \mathbf{F}_a, \mathbf{F}_f$ son respectivamente la axial externa, peso neto de la barra en el medio acuoso, tangencial, proporcional a la velocidad $\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$ del punto O , de arrastre viscoso debido a la ley de Morison $C_D v_1 |v_1|$, siendo v_1 la velocidad del baricentro de cualquier barra elemental, y finalmente la axial reactiva de la barra inferior.

El experimento se construye en UM haciendo un proyecto de objeto multicuerpo mediante el módulo "input", constituido por dos cuerpos rígidos (barras) unidos por una restricción elástica con amortiguamiento, tanto en flexión como en compresión. Para esta construcción se utilizan menús con geometrías estándares como esferas, conos, prismas, etc. Además se introduce una

fuerza de fricción estática. A su vez el extremo inferior se une a la base (punto de desplazamiento fijo). El extremo superior se desplaza axialmente e imprime un torque constante. El contacto del tubo con el collar es elástico con amortiguamiento. Los parámetros del multicuerpo se introducen en planillas alfanuméricas que caracterizan las propiedades de los cuerpos rígidos, de las restricciones y de las fuerzas. Si existen ecuaciones diferenciales adicionales pueden editarse en programas como DELPHI Pascal o C++ y se integran en el proceso de generación de ecuaciones.

La simulación se realiza con el módulo "simul", en el cual se eligen rutinas estándares por default. Los parámetros del proyecto son: masas $m_1 = m_2 = 65.53$ [Kg], longitudes de barras $l_1 = l_2 = 1$ [m], diámetros de barra y collar: $D_{bar} = 0.05$ [m] y $D_{col} = 0.07$ [m], excitación $\mathbf{F}_e = 1000$ [N] y $\mathbf{M}_e = 100$ [Nm], coeficiente de arrastre $C_D = 1$, velocidad de rotación $\omega = 62.8$ [rad/min], constante elástica a la torsión entre las barras $K_{b_tors} = 10^2$ [N/rad], constante elástica a la flexión entre barras $K_{b_flex} = 10$ [N/rad], constante elástica a la compresión entre barras y $K_{b_comp} = 10^6$ [N/m], constante elástica a la compresión entre collar y punto de contacto $K_{c_comp} = 10^5$ [N/m], constante de amortiguamiento a la torsión entre barras $C_{b_tors} = 20$ [Ns/rad], constante de amortiguamiento a la flexión entre barras $C_{b_flex} = 10^3$ [Ns/rad], constante de amortiguamiento a la compresión entre barras y $C_{b_comp} = 10^3$ [Ns/m], constante de amortiguamiento a la compresión en el collar $C_{c_comp} = 10^3$ [Ns/m], y finalmente el coeficiente de fricción seca $C = 0.2$ [Ns/m].

En la Fig. 10 se muestran la posición del punto de contacto O de las barras con el collar, luego la velocidad de rotación de la barra 1 respecto a su eje, y finalmente la fuerza normal al collar en O . Si se toma el período de rotación de una vuelta como referencia ($T_z = 0.1$ [s]), se observa que el movimiento de nutación de la barra quebrada en estado estacionario tomando contacto con el punto O es 4 veces más lento ($T_O = 0.4$ [s]). Esto verifica la presencia de una bifurcación $P4$. La fuerza normal, en cambio, muestra un período más bajo que el de la rotación angular, debido a que se establece una transferencia de vibraciones normales al collar en forma no-lineal.

La Fig. 11 muestra la trayectoria del punto O en una sección transversal de la camisa, comenzando desde la línea vertical del eje z y recibiendo sólo energía cinética angular en ese eje.

Para la búsqueda más precisa de fenómenos de oscilación no-lineal, se recurre a los diagramas de bifurcación con ayuda de XPPAUT. Con este fin se procede a reflejar los coeficientes de los

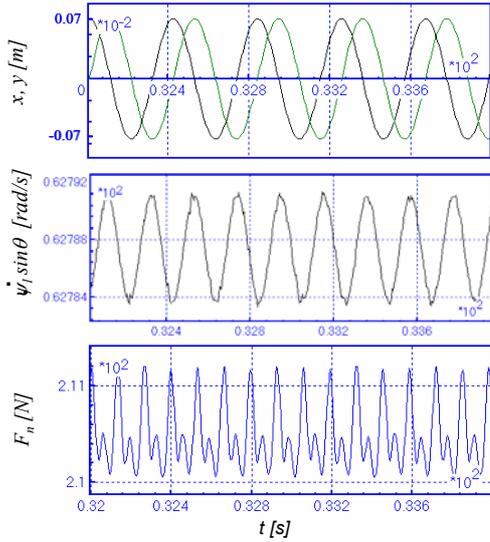


Fig. 10. Evolución temporal de las coordenadas x e y del punto O , de la velocidad de rotación de la barra superior sobre su eje y de la fuerza normal al collar en el punto O

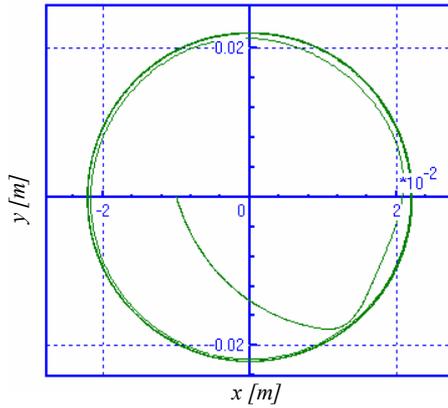


Fig. 11. Trayectoria del punto medio O entre barras durante el transitorio de perforación

elementos finitos de los dos segmentos de barra al punto medio O que hace contacto con el tubo.

Usando un cambio de coordenadas radial y tangencial de la trayectoria (r, ψ) , respectivamente, sobre el plano x - y , se obtienen las ecuaciones en el nuevo espacio de estados

$$2m \left(\ddot{r} - r\dot{\psi}^2 \right) + \frac{2EA_0}{D_{col}} \left(r - \frac{D_{col}}{2} \right) + C_{F_n} \dot{r} = u_{n_0} \quad (24)$$

$$2m \left(2\dot{r}\dot{\psi} + r\ddot{\psi} \right) + C_{F_t} \left(r - \frac{D_{col}}{2} \right) \dot{\psi} + C_D \frac{\rho A_w}{2} \dot{\psi} |\dot{\psi}| = u_{t_0}, \quad (25)$$

donde C_{F_n} , C_{F_t} y C_D son los coeficientes dependientes del amortiguamiento, de la fricción seca y del arrastre, respectivamente, y F_{n_0} y F_{t_0} las excitaciones normal y tangencial, respectivamente,

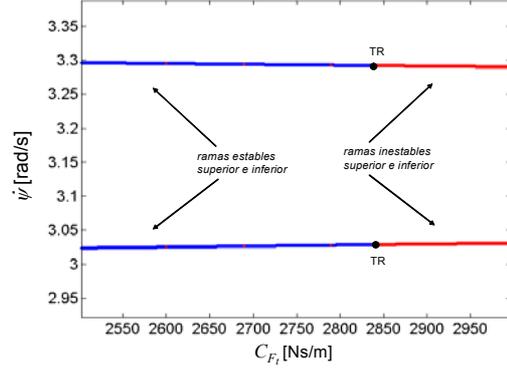


Fig. 12. Bifurcación de toroide para el parámetro de fricción seca

inducidas a través del giro axial de la barra sobre su eje. Éstas dos últimas son

$$u_{n_0} = \bar{u}_{n_0}(\omega) + k_n(\omega) \sin \omega t \quad (26)$$

$$u_{t_0} = \bar{u}_{t_0}(\omega) + k_t(\omega) \sin(\omega t + \psi_0), \quad (27)$$

con ω la velocidad angular de giro de la barra sobre sí misma, ψ_0 un ángulo de desfase inicial, k_n, k_t dos números reales función de ω , \bar{u}_{n_0} y \bar{u}_{t_0} son constantes reales también función de ω . El punto de contacto O puede ofrecer inestabilidades tanto en forma de bifurcaciones con doblado de período (como se deduce de la Fig. 10), como así también bifurcaciones de toroide las cuales aparecen, en general, antes del doblado de período.

Las bifurcaciones de toroide se evidencian del diagrama de bifurcaciones para el parámetro libre de fricción seca C_{F_t} . En la Fig. 12 se observa el cambio de estabilidad para $C_{F_t} = 2842.27$ [Ns/m²] y el conjunto de constantes $C_D = 1$, $C_{F_n} = 1$ [Ns/m], $m = 65.53$ [kg], $EA_0 = 2500$ [N], $D_{col}/2 = 0.045$ [m], $\bar{u}_{n_0} = -60$ [N], $\bar{u}_{t_0} = 100$ [N], $C_{F_t} = .0002$, $k_n = 11$ [N], $k_t = 11$ [N], ψ_0 [rad] y $\omega = 1$ [rad/s]. En la Fig. 13 se muestra la evolución temporal de la posición radial del punto de contacto O para $C_{F_t} = 2849$ [Ns/m²]. La misma presenta un subperíodo de $T_0 = 0.3$ [s] junto al período fundamental $T = 2\pi/\omega = 2\pi$ [s]. El plano físico para el estado r se ilustra en la Fig. 14 mostrando la proyección de órbita inestable típica correspondiente a una bifurcación de toroide.

6. CASO DE ESTUDIO: ROV PERTURBADO POR OLAS Y CORRIENTE

Considérese el problema dinámico de un robot subacuático operado desde un barco anclado, a través de imágenes de cámara (Kreuzer and Pinto, 1996; Jordán *et al.*, 2003; Jordán and Bustamante, 2004a, 2004b, 2004c). El mismo es controlado mediante un cordón umbilical para proveer energía y control en los propulsores del vehículo (ver Fig. 15). La acción de las olas y la corriente produce un

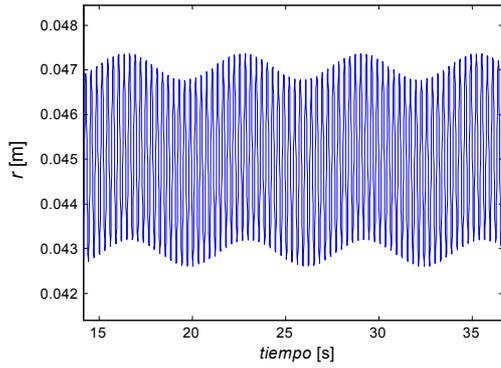


Fig. 13. Posición del punto medio de la barra en contacto con el collar ($C_{F_t} = 2849[\text{Ns}/\text{m}^2]$)

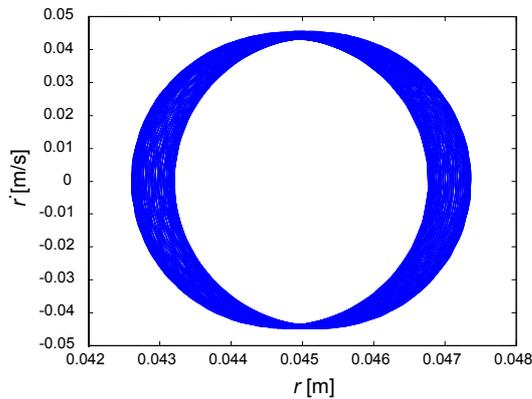


Fig. 14. Plano fásico \dot{r} - r para $C_{F_t} = 2849[\text{Ns}/\text{m}^2]$

avance en la dirección objetivo, pero con una modulación en la frecuencia de la perturbación de ola compuesta de una armónica simple. En algunos casos la acción de la corriente sobre el vehículo y el cable produce vórtices, causando crecimiento y decrecimiento de la fuerza viscosa a partir de una cierta velocidad de corriente. Este tipo de dinámica produce oscilaciones autoexcitadas, es decir, en el caso de que no actúe excitación de la propulsión o de olas.

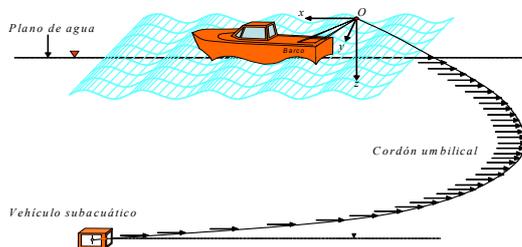


Fig. 15. Robot subacuático con cable umbilical sujeto a corriente y olas

La influencia del cable umbilical en la dinámica total, será motivo principal de este estudio.

6.1 Modelo simplificado en XPPAUT

Las ecuaciones diferenciales ordinarias y las correspondientes a la hidrodinámica de arrastre pueden

simplificarse en uno o dos modos combinados, que sean de interés para el análisis simbólico de oscilaciones no-lineales estacionarias. Por ejemplo, supóngase la dinámica que regula el avance en la dirección contraria a la ola, en la dirección x . Además, se pueden hacer valer las abstracciones de que el cable se comporta como una catenaria cuasi-estática (hay movimientos lentos en sus extremos), y de que su característica puede ser aproximada por un polinomio de grado tres. La dinámica en el modo de corrimiento lateral es por lo tanto

$$(m + m_a) \ddot{x} + C_D A_w \dot{x} |\dot{x}| + b_1 x + b_2 \dot{x} |\dot{x}| + b_3 x^3 = c_0 + c_1 a^2 + c_2 a \sin(\omega t) + F_t(t), \quad (28)$$

donde m y m_a son la masa y la masa aditiva, respectivamente, C_D es el coeficiente de arrastre del ROV, supuesto constante, A_w es la sección transversal frontal del ROV, b_i son los coeficientes de la respuesta catenaria del cable umbilical, a y ω son la amplitud y frecuencia de la ola, respectivamente, c_0 es el coeficiente de arrastre de la corriente, c_1 es la ganancia de la componente de segundo orden de la fuerza de excitación de la ola y c_2 es la ganancia de la componente de primer orden de la misma.

En general, se debe elegir una variable principal para el desarrollo de diagramas de bifurcación. El análisis con dos variables libres (una principal y otra secundaria), se hace dificultoso e insume mucho esfuerzo, por lo que resultaría beneficioso precisar intervalos adecuados de los parámetros, interactuando con las mímicas en 3D de los programas CAD's para explotar las ventajas del esquema de la Fig. 1.

6.1.1. Fuerza de viscosidad dominante Para una dinámica del ROV en presencia de una fuerza viscosa no-lineal, característica del cable lineal, y la fuerza propulsora cumpliendo $F_t(t) = -c_0 - c_1 a^2$ y $b_2 = 0$, la EDO (28) queda simplificada a (Stoker, 1950)

$$(m + m_a) \ddot{x} + C_D A_w \dot{x} |\dot{x}| + b_1 x + b_3 x^3 = c_2 a \sin(\omega t). \quad (29)$$

Si se quiere una mayor simplificación, se puede asumir un coeficiente de arrastre C_D constante, es decir, no teniendo en cuenta la formación de vórtices de Von Karmann. Si se toma a $C_D A_w$ como parámetro libre, se obtiene el diagrama de bifurcación dado en la Fig. 16. En ella se observa una diversidad muy alta de oscilaciones no-lineales y coexistencia de ellas en forma estable e inestable.

6.1.2. Fuerza de restauración dominante La Ec. (28) puede estudiarse desde otro punto de vista, y

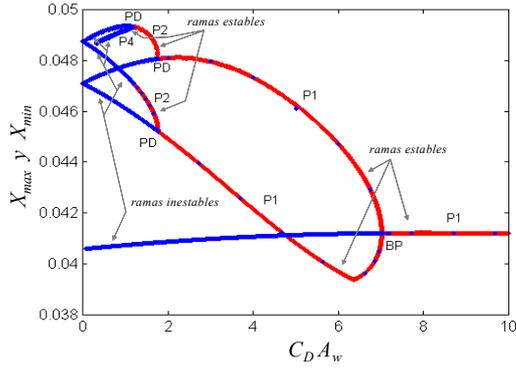


Fig. 16. Diagrama de bifurcaciones. Coexistencia de oscilaciones $P1$, $P2$, $P4$, estables e inestables. Presencia de doblados y punto de bifurcación. Parám. principal: $C_D A_w$. Parám. fijos: $b_1 = 1$, $b_3 = 1750$, $c_2 a = 0.3$, $\omega = 1$.

es el de presuponer fuerzas de una catenaria con elasticidad dura, con presencia de viscosidad débil y representada por una fuerza viscosa lineal, junto a una fuerza $F_t(t) = -c_0 - c_1 a^2$, con lo que se llega a una ecuación de Duffing forzada

$$(m+m_a) \ddot{x} + a_1 \dot{x} + b_1 x + b_3 x^3 = c_2 a \cos(\omega t) \quad (30)$$

Si no existe ola ($a = 0$), tampoco existe viscosidad ($a_1 = 0$) y además $F_t(t) = -c_0$ y $b_1 < 0$, la ecuación diferencial describe el denominado Oscilador de Duffing (oscilación autoexcitada) para

$$\ddot{x} + \frac{b_1}{m+m_a} x + \frac{b_3}{m+m_a} x^3 = 0, \quad (31)$$

con generación de oscilaciones naturales para determinados valores de b_1 , b_2 , y $(m+m_a)$.

Las Ecs. (30)-(31) se programan simbólicamente en la sintaxis de XPPAUT con valores de sus parámetros fijos y asignación de intervalos a las variables libres principal y secundaria, respectivamente. Con ello es posible el análisis de estabilidad mediante los diagramas de bifurcaciones en sus diferentes especialidades.

En las Figs. 17, 18 y 19, y para el caso (30), se muestran los diagramas de bifurcación en función del parámetro principal b_3 para $b_1 < 0$ (fuerza de restauración respondiendo a la de una catenaria), las que evidencian puntos de bifurcación (PB) y de doblado (DB). Se describen los modos de indicación de las ramas en la forma de máximo X_{max} y mínimo X_{min} .

Si la fuerza de restauración es tal que $b_1 > 0$, las oscilaciones no-lineales aparecen con mayor diversidad, tal como se representa en la Fig. 20.

La figura evidencia un doblado del tipo "pitchfork" para el intervalo del parámetro libre b_3 estudiado. Se observa en este caso que el intervalo de b_3 es notablemente superior al intervalo de búsqueda del caso anterior.

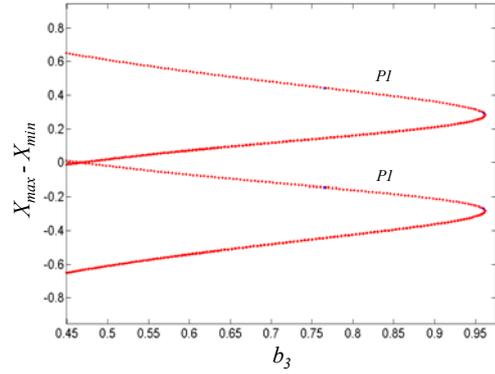


Fig. 17. Diagrama de bifurcaciones. Coexistencia de 2 oscilaciones estables $P1$. Parám. principal: b_3 . Parám. fijos: $a_1 = 0.0625$, $b_1 = -0.117$, $c_2 a = 0.3$, $\omega = 1$.

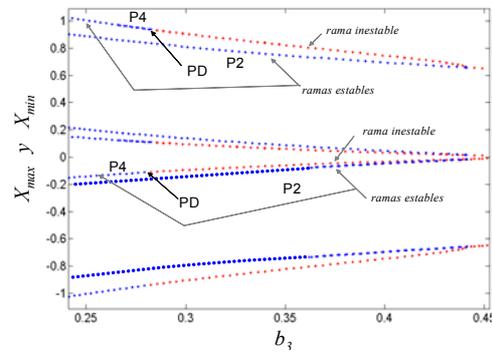


Fig. 18. Diagrama de bifurcaciones. Coexistencia de dos pares de oscilaciones estables $P2$ y $P4$. Parám. principal: b_3 . Parám. fijos: $a_1 = 0.0625$, $b_1 = -0.117$, $c_2 a = 0.3$, $\omega = 1$.

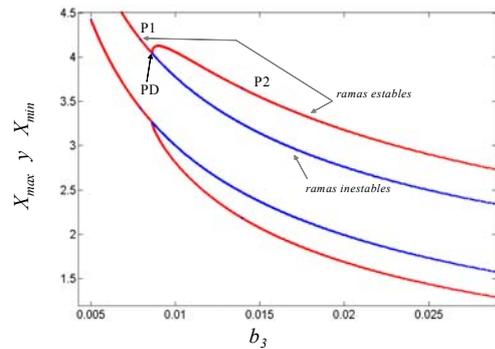


Fig. 19. Diagrama de bifurcaciones. Coexistencia de dos pares de oscilaciones estables $P1$ y $P2$. Parám. principal: b_3 . Parám. fijos: $a_1 = 0.0625$, $b_1 = -0.117$, $c_2 a = 0.3$, $\omega = 1$.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado una metodología de análisis interactiva de sistemas dinámicos oscilantes de mecánica e hidrodinámica, involucrando distintas herramientas CAD, especializadas en hidrodinámica, mecánica de multi-cuerpos y análisis de bifurcaciones. La estructura de la metodología responde al objetivo de concretar el estudio de estabilidad y comportamiento de

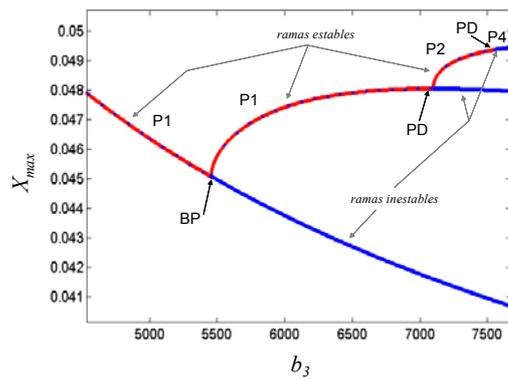


Fig. 20. Diagrama de bifurcaciones. Punto de bifurcación de $P1$ y doblados de $P2$ y $P4$. Parám. principal: b_3 . Parám. fijos: $a_1 = 0.1$, $b_1 = 1$, $c_2 a = 0.3$, $\omega = 1$.

dinámicas complejas, previos y posteriores al control de oscilaciones. Esta fase es importante antes de una experimentación en laboratorio y construcción de prototipos a escala reducida. La comprensión acabada del comportamiento de un sistema dinámico exige, según nuestra experiencia, más que la simulación y el análisis simbólico, incluye también la animación de movimiento en 3 dimensiones, provista por la computación gráfica, que favorece la interpretación de fenómenos, ayudando a elaborar modificaciones de diseño estructural o paramétricas, o a juzgar influencias de variables vinculadas con la excitación y la perturbación. Se presentan ejemplos de aplicación en la Ingeniería Oceánica, los que describen el proceso de uso de las herramientas de cálculo y visualización, como así también su interconexión desde el punto de vista del usuario durante la aplicación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Prof. Dr.-Ing. Edwin Kreuzer y Dr.-Ing. Volker Schlegel, del Instituto de Mecánica e Ingeniería Oceánica de la Univ. de Hamburgo-Harburgo, Alemania, por su asistencia en esta investigación. Así mismo al Prof. Dr. Dmitry Pogorelov y Ing. Dmitry Agapov, del Dept. Mecánica Aplicada de la Univ. de Bryansk, Rusia, por asistencia en uso del Software UM, y al Ing. José L. Bonitatibus de nuestro departamento, por parte de las simulaciones experimentales en laboratorio. Adicionalmente, los autores agradecen al CONICET, SETCIP, DAAD y DIEC-UNS por el financiamiento de este trabajo.

REFERENCIAS

Al-Hiddabi, S.A., B. Samanta, A. Seibi (2003). Non-linear control of torsional and bending vibrations of oilwell drillstrings. *J. of Sound and Vibration*, **265**, pp. 401-415.

AQWA Home Page (2004). *Advanced Quantitative Wave Analysis*, <http://www.century-dynamics.co.uk/index.htm>.

Beltrán-Aguedo, R. and M.A. Jordán (2003). A method for continuous-time identification of moored systems. *Latin Amer. Appl. Research*, **33**(4), pp. 483-488.

Beltrán-Aguedo, R. y M.A. Jordán (2004). Identificación en línea de coeficientes de fuerzas viscosas y de excitación en sistemas amarrados de Ingeniería Oceánica. XI Congreso Latinoamer. de Control Automát., La Habana, Cuba.

Chakrabarti, S.K. (1994). *Offshore structure modeling*. Singapore: World Scientific.

Dhooge, A., W. Govaerts, Y.A. Kuznetsov. (2003). MATCONT: A MATLAB package for numerical bifurcation analysis of ODEs, *ACM Transactions on Mathematical Software*, **29**(2), pp. 141-164.

Fossen, T.I. and K.Kijima (2000). *Control applications in marine systems*, Elsevier Sc.

Fossen, T.I. (1995). *Guidance and control of ocean vehicles*. John Wiley & Sons.

Griffiths G. (2003). *Technology and applications of autonomous underwater vehicles*. London: Taylor and Francis.

Jordán, M.A., J.L. Bustamante and J.L. Bonitatibus (2003). Stability analysis of marine umbilical-ROV systems in heave motion. Reunión de Proces. de la Informac. y Control RPIC X, San Nicolas, Argentina.

Jordán, M.A. and R.Beltrán-Aguedo (2003a). Optimal identification of hydrodynamics for marine structures and vehicles Two general approaches in time-domain. X Reunión de Proces. de la Informac. y Control, San Nicolas, Argentina.

Jordán, M.A. and R. Beltrán-Aguedo (2003b). Identification a catenary systems in moored marine vehicles. X Reunión de Proces. de la Informac. y Control, San Nicolás, Argentina.

Jordán M.A. (2004). Nonlinear parameter identification of mooring lines in dynamic operation. 6th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, Stuttgart.

Jordán M.A., J.L. Bonitatibus y J.L. Bustamante (2004). Fenómenos de oscilación no-lineal en dinámicas de cuerpos flotantes tensos bajo excitación monocromática. AADECA'04, Buenos Aires.

Jordán M.A. y J.L. Bustamante (2004a). Control de semiglobal de profundidad y tensión de cable para vehículos subacuáticos. AADECA'04, Buenos Aires.

Jordán, M.A., y J.L. Bustamante (2004b). Diseño de un sistema de control con modelo de referencia para robots subacuáticos. III Jornadas Arg. de Robótica, San Juan, Argentina.

Jordán, M.A., y J.L. Bustamante (2004c). Diseño de un observador no-lineal para robots

- subacuáticos en operación de ascenso/descenso. III Jornadas Arg. de Robótica, San Juan, Argentina.
- Jordán, M.A. and R. Beltrán-Aguedo (2004a). Nonlinear identification of mooring lines in dynamic operation of floating structures. *Ocean Engineering*, **31**, pp. 436-455.
- Jordán, M.A. and R. Beltrán-Aguedo (2004b). Optimal identification of potential-radiation hydrodynamics for moored floating structures A new general approach in state space. *Ocean Engineering*, **31**, pp. 1859-1914.
- Kokkinowrachos, K. (1980). Hydrodynamik der Seebauwerke, Handbuch der Werfen, Bd. XV.
- Kreuzer, E. and F. Pinto (1996). Controlling the position of a remotely operated underwater vehicle. *Applied Mathem. and Comput.*, **78**, pp. 175-185.
- Kreuzer, E., K. Ellermann, and M. Markiewicz (2002). Nonlinear dynamics of floating cranes. *Nonlinear Dynamics* **27**, pp. 107-183.
- Pogorelov, D. (2002). Numeric algorithms for computer-aided simulation of multibody systems. formulations and implementations. Lecture at the Pusan National University, South Korea.
- Stoker, J.J. (1950). *Nonlinear vibrations in mechanical and electrical systems*, New York: Interscience Publishers, John Wiley and Sons, Inc.
- XPPAUT Home Page (2004). X-Windows Phase Plane plus AUTO, <http://www.math.pitt.edu/~bard/xpp/xpp.html>.
- UM Home Page (2004). *Universal Mechanisms*, version 3.0. Universal Mechanism Lab, <http://www.umlab.ru>, User Manual.