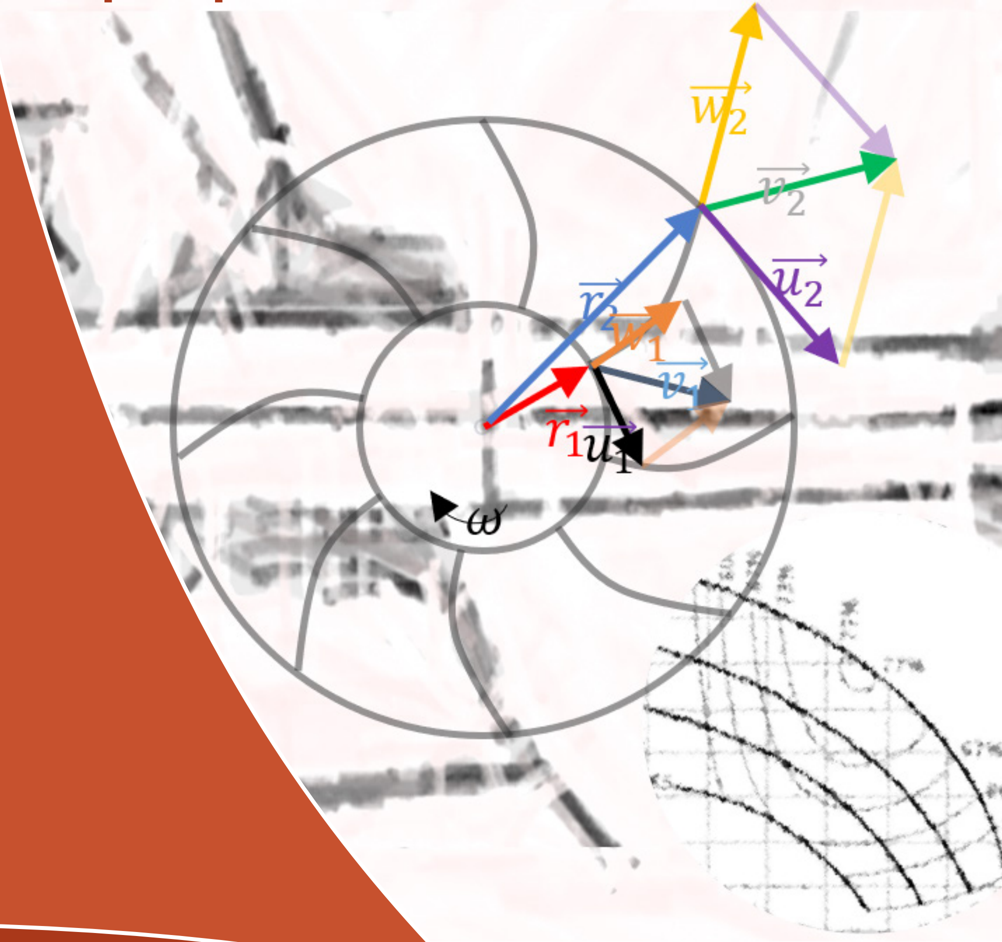
acadèmica

Ingeniería Fluidomecánica aplicada a maquinaria hidráulica: problemas y objetos de aprendizaje

Modesto Pérez-Sánchez
P. Amparo López-Jiménez



Editorial
Universitat Politècnica
de València

Modesto Pérez-Sánchez
P. Amparo López-Jiménez

Ingeniería Fluidomecánica aplicada a maquinaria hidráulica: problemas y objetos de aprendizaje

Editorial
Universitat Politècnica
de València

Colección Académica

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: Pérez-Sanchez, M.; López-Jiménez; P. A. (2020). *Ingeniería Fluidomecánica aplicada a maquinaria hidráulica: problemas y objetos de aprendizaje*. Valencia: Editorial Universitat Politècnica de València

Autoría
Modesto Pérez-Sánchez
P. Amparo López-Jiménez

Imagen de portada Joan M. Bengochea

Editorial Universitat Politècnica de València
Venta: www.lalibreria.upv.es / Ref.: 6606_01_01_01

ISBN: 978-84-9048-893-5 (versión impresa)

Si el lector detecta algún error en el libro o bien quiere contactar con los autores, puede enviar un correo a edicion@editorial.upv.es

Autores

P. Amparo López Jiménez

Doctora ingeniera industrial en Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente por la Universitat Politècnica de València. Catedrática en el Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente, del que es directora. Desde 1995, desarrolla su actividad investigadora en el área de ingeniería hidráulica. Cuenta con un total de más de 60 participaciones en artículos indexados, así como en congresos nacionales e internacionales, en el ámbito de la investigación en aspectos de modelación de mecánica y transporte de fluidos y maquinaria hidráulica. En docencia, tiene diferentes publicaciones indexadas en revistas internacionales relacionadas con el área de ingeniería hidráulica y mecánica de fluidos, así como publicaciones en congresos nacionales e internacionales, con la puesta en marcha de proyectos de innovación educativa en su área.

Modesto Pérez-Sánchez

Doctor en Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente por la Universitat Politècnica de València (UPV). Profesor en el Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente, dentro del área de ingeniería hidráulica, donde desarrolla su labor investigadora desde 2014. Cuenta con un total de más de 30 participaciones en artículos indexados, así como en congresos internacionales y nacionales. En docencia, tiene diferentes publicaciones indexadas en revistas internacionales relacionadas con el área de ingeniería hidráulica, así como publicaciones en congresos nacionales e internacionales, dentro del desarrollo de proyectos de innovación educativa en el área de ingeniería hidráulica. Profesor de Máquinas Hidráulicas de Ingeniería Fluidomecánica, en el Grado de Ingeniería Mecánica de la UPV, desde 2014.

Resumen

Esta publicación viene a complementar a la bibliografía ya existente de material publicado por otros profesores del Departamento de IHMA. El libro está dividido en 7 capítulos. En el primero, se muestra el análisis del triángulo de velocidades en las turbomáquinas hidráulicas. El capítulo segundo está focalizado en el estudio de máquinas motoras, analizando su funcionamiento y análisis de energías recuperadas. En el tercero, se estudia el modo de operación de las maquinas generadoras (bombas), analizando la variación desde la altura teórica ideal de Euler hasta obtener la curva real que se acostumbra a ver en catálogos. En el capítulo cuarto, se abordan las maquinas volumétricas, tanto rotativas como alternativas, mostrando ejemplos de cálculos de caudal, altura y potencia. El quinto capítulo desarrolla los resultados de aprendizaje para que los estudiantes puedan seleccionar correctamente una bomba a partir de los valores de caudal y altura demandada. El capítulo seis tiene por objetivo que el estudiante pueda alcanzar los conceptos de regulación de la curva motriz de una bomba rotodinámica mediante cambio de velocidad, cambio de geometría y recorte de rodete. Finalmente, el último capitulo muestra la asociación de bombas en serie y en paralelo.

Prólogo

El presente libro tiene como objetivo ayudar a alcanzar los resultados de aprendizaje relacionados con el funcionamiento y operación de maquinaría hidráulica. Todos somos conscientes que las metodologías de aprendizaje han evolucionado y continúan haciéndolo, por ello, además de la excelente bibliografía clásica existente, que ha sido de ayuda para la formación de eminentes ingenieros hidráulicos, a nuestro juicio, era necesario unir métodos clásicos de resolución de problemas con videos cortos. Estos videos u objetos de aprendizaje denominados polimedias dentro del programa Docencia en Red de la UPV forman parte también de la presente obra. Esa unión se traduce en la actual publicación, donde se ha hecho uso de la bibliografía clásica, problemas resueltos aplicados como los que esté libro recoge y los objetos de aprendizaje (polimedias) aplicados a los problemas contenidos en cada uno de los capítulos del libro.

Atendiendo a este propósito, los autores han estructurado el contenido en 7 capítulos manteniendo la mima estructura en todos ellos de manera que sea fácilmente comprensible y usable por el estudiante. El primer capítulo muestra el análisis del triángulo de velocidades en las turbomáquinas hidráulicas. El segundo capítulo está focalizado en el estudio de máquinas motoras, analizando su funcionamiento y análisis de energías recuperadas. El tercer capítulo estudia el modo de operación de las máquinas generadoras (bombas), analizando la variación desde la altura teórica ideal de Euler hasta obtener la curva real que se acostumbra a ver en catálogos. En el capítulo cuarto, se abordan las máquinas volumétricas tanto rotativas como alternativas, mostrando ejemplos de cálculos de caudal, altura y potencia. El quinto capítulo desarrolla los resultados de aprendizaje para que los estudiantes puedan seleccionar correctamente una bomba a partir de los valores de caudal y altura demandada. El capítulo seis tiene por objetivo que el estudiante pueda alcanzar los conceptos de regulación de la curva motriz de una bomba rotodinámica mediante cambio de velocidad, cambio de geometría y recorte de rodete. Finalmente, el último capítulo muestra la asociación de bombas en serie y paralelo, la puesta en marcha de los sistemas de impulsión y la regulación de sistemas simples que un egresado de Grado debe conocer, con análisis de cavitación y cálculos de sobrepresiones por parada de emergencia, este último aspecto en condiciones simplificadas, ya que estos análisis, hoy en día, recomiendan el uso de software específico para su análisis. Dentro de la regulación de los sistemas, se ha abordado tanto el análisis con bombas a velocidad fija, determinación del volumen del calderín, regulación de una o varias máquinas a velocidad variable, así como el análisis de los costes energéticos.

Explicado brevemente el contenido del libro, únicamente nos queda animar al usuario a emplear todas las herramientas disponibles para que pueda alcanzar los resultados de aprendizaje, dentro de la asignatura Ingeniería Fluidomecánica Iti.2 del Grado de Ingeniería Mecánica. No obstante, el manuscrito puede ser utilizado por cualquier estudiante que se inicie en el estudio de máquinas hidráulicas, tanto generadoras como motoras, teniendo unos conocimientos mínimos de mecánica de fluidos. Para concluir, únicamente se invita al estudiante a tener siempre presente que la máquina hidráulica no tiene la capacidad de tomar decisiones, por tanto, su funcionamiento será o no el correcto en función de la decisión del profesional de las muchas Ingenierías en las que la maquinaria hidráulica se ve implicada. Los autores agradecen a Joan M. Bengochea que desinteresadamente ha contribuido al diseño de la portada.

Los autores.

Índice

Capítulo 1
Ecuación de Euler

1.1 Resultados de aprendizaje

Este primer capítulo está enfocado para dotar al alumno de habilidad en el análisis de triángulo de velocidades de una turbomáquina hidráulica. Recoge ejercicios que además de determinar las velocidades tangenciales, relativa y absoluta tanto a la entrada como salida del rodete, estable cálculos simples y directos relacionados con la determinación de la altura teórica de Euler, caudal circulante, grado de reacción entre otros. Son ejercicios básicos que deben permitir al alumno alcanzar los resultados de aprendizaje iniciales en el curso de Ingeniería Fluidomecánica.

Los resultados de aprendizaje son:

- Determinar el triángulo de velocidades a la entrada y salida de un rodete
- Representar gráficamente las componentes de la velocidad y sus ángulos.
- Calcular el caudal circulante por un rodete
- Estimar la altura teórica de Euler a partir de la ecuación de Euler
- Determinar el grado de reacción de una turbomáquina hidráulica.

1.2 Objetos de aprendizaje de ayuda para la adquisición de los resultados de aprendizaje

A continuación, se adjuntan los objetos de aprendizaje que pueden ser de utilidad para alcanzar los resultados de aprendizaje establecidos en el apartado anterior.

POLIMEDIA	LINK	CÓDIGO QR
Clasificación de las máquinas que transportan fluidos	http://hdl.handle.net/10251/100855	
Clasificación de turbinas	http://hdl.handle.net/10251/78676	
Bombas y turbinas	http://hdl.handle.net/10251/78683	
La ecuación de Euler en turbomáquinas hidráulicas	http://hdl.handle.net/10251/78682	

1.3 Problemas

Problema 1

Un rodete teórico de una máquina hidráulica operando como bomba, presenta las siguientes características. Ángulo de entrada del álabe (β_1) igual a 32º, entrada radial, diámetro interior del rodete 125 mm, el diámetro exterior es el doble del interior. El espesor del rodete a la entrada es igual a 25 mm y el espesor a su salida 15 mm. Conociendo que el rodete gira a 1450 rpm y que la componente periférica de la velocidad a la salida es 0.7 veces la velocidad tangencial. Se pide calcular.

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 9,4905	β_1 (º) = 32
w_1 (m/s) = 11,1906	α_1 (º) = 90
v_1 (m/s) = 5,9301	V_{1u} (m/s) = 0

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 18,9804	β_2 (º)=40,95
w_2 (m/s) = 7,5396	α_2(º)=20,4
v_2 (m/s) = 14.1456	v_{2u} (m/s) = 13,2863

c) Caudal circulante por el rodete en m^3/s Q= 0,05822 m^3/s

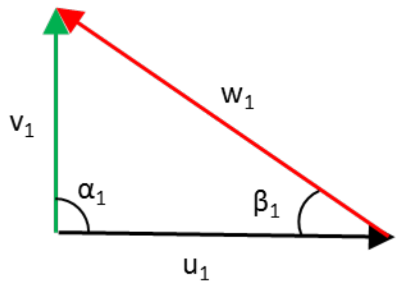
d) Representar gráficamente los triángulos de velocidades

SOLUCIÓN

Apartados a), b), c) y d)

Los datos del problema permiten determinar el triángulo de entrada, ya que se conocen variables suficientes del triángulo de entrada. Dados los datos, se conoce β_1 =32º; α_1 =90º (por tanto, V_{1u} es nulo). Indirectamente, podemos determinar la velocidad tangencial (u_1), conocida la velocidad de giro (n) y el diámetro de entrada al rodete.

$$u_1\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\ 0.125\ m}{60} 1450\ rpm = 9{,}4905\ m/s$$



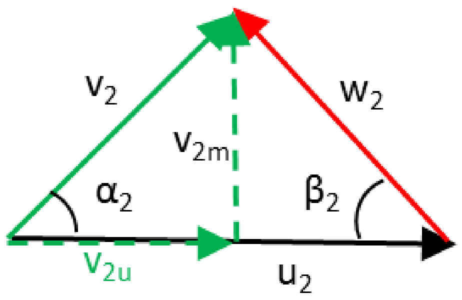
Conocida u_1 mediante la relación trigonométrica de la tangente.

$$v_1\left(\frac{m}{s}\right) = u_1 \tan\beta_1 = 9{,}4905 \tan(32°) = 5{,}9301\ m/s$$

Determinada la velocidad absoluta a la entrada, mediante el teorema de Pitágoras se puede calcular la velocidad relativa (w_1):

$$w_1\left(\frac{m}{s}\right) = \sqrt{u_1^2 + v_1^2} = 11{,}1906\ m/s$$

Una vez se conocen todos los parámetros del triángulo de entrada, se procede a la resolución del triángulo de salida. En este caso, el único dato que se dispone es de la relación entre la velocidad tangencial y la componente periférica de la velocidad tangencial (v_{2u}).



Dado que el caudal de entrada es igual al caudal de salida, podemos determinar la velocidad meridional de salida (v_{2m}).

$$Q_1 = Q_2$$

$$Q_1 = v_1 \pi D_1 b_1 = 5{,}9301 \frac{m}{s} \pi \, 0{,}125\, m \, 0{,}025\, m = 0{,}05822\, m^3/s$$

$$v_{2m} = \frac{Q_2}{\pi D_2 b_2} = \frac{0{,}05822\, m^3/s}{\pi \, 0{,}25\, m \, 0{,}015\, m} = 4{,}9419\, m/s$$

Conocida la velocidad meridional a la salida, así como la velocidad tangencial a la salida (u_2), la componente periférica (v_{2u}=0.7u_2; dado por el problema) puede determinarse, así como el ángulo de salida (α_2) y el ángulo de salida del álabe (β_2):

$$u_2\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{\pi D_2}{60} n = \frac{\pi \, 0{,}25\, m}{60} 1450\, rpm = 18{,}9804\, m/s$$

$$v_{2u}\left(\frac{m}{s}\right) = 0{,}7 u_2 = 13{,}2863\, m/s$$

$$\tan(\alpha_2) = \frac{v_{2m}}{v_{2u}} \longrightarrow \alpha_2 = 20{,}4°$$

$$\tan(\beta_2) = \frac{v_{2m}}{u_2 - v_{2u}} \longrightarrow \beta_2 = 40{,}95°$$

Finalmente, la velocidad relativa (w_2) puede determinarse mediante la expresión:

$$w_2\left(\frac{m}{s}\right) = \sqrt{v_{2m}^2 + (u_2 - v_{2u})^2} = 7{,}5396\, m/s$$

Problema 2

Un rodete teórico de una máquina hidráulica operando como bomba, presenta las siguientes características. Velocidad meridional de salida 4 m/s, entrada radial, diámetro interior del rodete 115 mm, el diámetro exterior es 2,5 veces el interior. El espesor del rodete a la entrada es igual a 25 mm y el espesor a su salida 15 mm. Conociendo que el rodete gira a 2900 rpm y que la componente periférica de la velocidad a la salida es 0,85 veces la velocidad tangencial. Se pide calcular.

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 17,462	β_1 (º) = 18,96
w_1 (m/s) =18,4641	α_1 (º) = 90
v_1 (m/s) = 6	V_{1u} (m/s) = 0

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 34,924	β_2 (º)= 37,36
w_2 (m/s) = 6,591	α_2(º)= 7,67
v_2 (m/s) = 29,9537	v_{2u} (m/s) = 29,6854

c) Caudal circulante por el rodete en m^3/s Q= 0,05419 m^3/s

d) Representar gráficamente los triángulos de velocidades

SOLUCIÓN

Apartados a), b), c) y d)

A partir de los datos del problema, puede determinarse el caudal circulante del rodete que, al tratarse de una máquina teórica, el caudal real y teórico son idénticos.

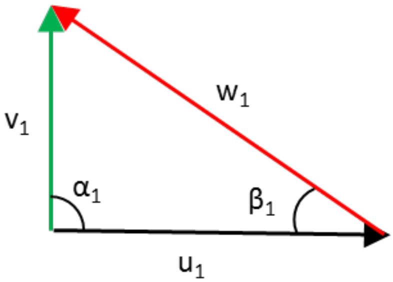
$$Q_2 = v_{2m} \pi D_2 b_2 = 4\,\pi\, 0{,}2875\; 0{,}015 = 0{,}05419 \frac{m^3}{s}$$

Del mismo modo, como $Q_1 = Q_2$, v_{1m} es igual a:

$$v_{1m} = \frac{Q_2}{\pi D_1 b_1} = \frac{0{,}05419}{\pi\; 0{,}115\; 0{,}025} = 6\; m/s$$

Dados los datos, α_1 =90º (por tanto, V_{1u} es nulo). Indirectamente, podemos determinar la velocidad tangencial (u_1), conocida la velocidad de giro (n) y el diámetro de entrada al rodete.

$$u_1\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\; 0{,}115\; m}{60} 2900\; rpm = 17{,}462\; m/s$$



Conocida u_1 y $v_{1m} = v_1$, la velocidad relativa (w_1) es igual a:

$$w_1\left(\frac{m}{s}\right) = \sqrt{u_1^2 + v_1^2} = 118{,}4641\; m/s$$

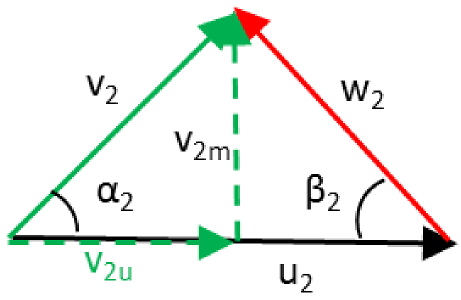
Conocidas las tres velocidades, el ángulo β_1 es igual a:

$$\beta_1 = \text{atan}\left(\frac{v_1}{u_1}\right) = 18{,}96°$$

Conocido el triángulo de entrada, del triángulo de salida se conoce v_{2m} y u_2,

$$u_2\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{\pi D_2}{60} n = \frac{\pi\; 2{,}5\; 0{,}115\; m}{60} 2900\; rpm = 34{,}924\; m/s$$

Una vez se conocen todos los parámetros del triángulo de entrada, se procede a la resolución del triángulo de salida. En este caso, el único dato que se dispone es de la relación entre la velocidad tangencial y la componente periférica de la velocidad tangencial (v_{2u}).



Conocida la velocidad meridional a la salida, así como la velocidad tangencial a la salida (u_2), la componente periférica (v_{2u}=0,85 u_2; dado por el problema) puede determinarse, así como el ángulo de salida (α_2) y el ángulo de salida del álabe (β_2):

$$v_{2u}\left(\frac{m}{s}\right) = 0{,}85u_2 = 29{,}6854\ m/s$$

$$\tan(\alpha_2) = \frac{v_{2m}}{v_{2u}} \longrightarrow \alpha_2 = 7{,}67°$$

$$\tan(\beta_2) = \frac{v_{2m}}{u_2 - v_{2u}} \longrightarrow \beta_2 = 37{,}36°$$

Finalmente, la velocidad relativa (w_2) puede determinarse mediante la expresión:

$$w_2\left(\frac{m}{s}\right) = \sqrt{v_{2m}^2 + (u_2 - v_{2u})^2} = 6{,}591\ m/s$$

La velocidad de salida será:

$$v_2\left(\frac{m}{s}\right) = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = 29{,}9537\ m/s$$

Problema 3

Un rodete teórico de una máquina hidráulica operando como bomba, presenta las siguientes características. Velocidad tangencial 18 m/s, entrada radial y se conoce que el diámetro exterior es 2,5 veces el interior. El espesor del rodete a la entrada es igual a 25 mm y el espesor a su salida 15 mm. Conociendo que el rodete gira a 2900 rpm y que la velocidad meridional a la salida son 5 m/s, siendo el ángulo de salida del álabe 35°. Se pide calcular.

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 18	β_1 (º) = 22,62
w_1 (m/s) =19,5003	α_1 (º) = 90
v_1 (m/s) = 7,5008	V_{1u} (m/s) = 0

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 45	β_2 (º)= 35
w_2 (m/s) = 8,7172	α_2(º)= 7,52
v_2 (m/s) = 38,188	v_{2u} (m/s) = 37,8593

c) Caudal circulante por el rodete en m^3/s Q= 0,06981 m^3/s

d) Representar gráficamente los triángulos de velocidades

SOLUCIÓN

Apartados a), b), c) y d)

A partir de los datos del problema, se puede determinar el diámetro interior del rodete

$$u_1\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{\pi D_1}{60} n \;\rightarrow D_1 = \frac{18\;60}{\pi\;2900} = 0{,}1185\;m$$

Por tanto, $u_2 = 2{,}5\;18 = 45\;m/s$ y el diámetro exterior será:

$$D_2 = 2{,}5\;0{,}1185 = 0{,}2963\;m$$

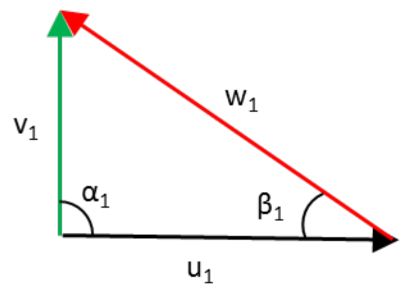
El caudal circulante por el rodete, conocida la velocidad meridional de salida será:

$$Q_2 = v_{2m}\pi D_2 b_2 = 5\;\pi\;0{,}2963\;0{,}015 = 0{,}06981\frac{m^3}{s}$$

Del mismo modo, como $Q_1 = Q_2$, v_{1m} es igual a:

$$v_{1m} = \frac{Q_2}{\pi D_1 b_1} = \frac{0{,}06981}{\pi\;0{,}1185\;0{,}025} = 7{,}5008\;m/s$$

Dados los datos, α_1 =90º (por tanto, V_{1u} es nulo). $v_1 = v_{1m}$



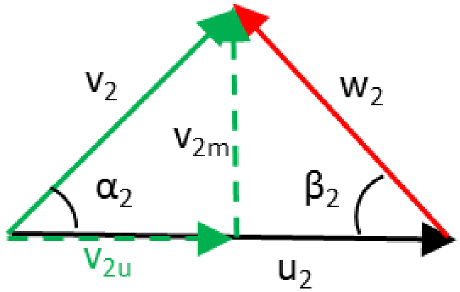
Conocida u_1 y $v_{1m} = v_1$, la velocidad relativa (w_1) es igual a:

$$w_1\left(\frac{m}{s}\right) = \sqrt{u_1^2 + v_1^2} = 19{,}5003\;m/s$$

Conocidas las tres velocidades, el ángulo β_1 es igual a:

$$\beta_1 = \text{atan}\left(\frac{v_1}{u_1}\right) = 22{,}62°$$

Una vez se conocen todos los parámetros del triángulo de entrada, se procede a la resolución del triángulo de salida. De partida, son conocidos β_2, u_2 y v_{2m}. El valor de la componente tangencial de la velocidad relativa ($w_{2u} = w_2 cos\beta_2$) puede determinarse mediante la expresión

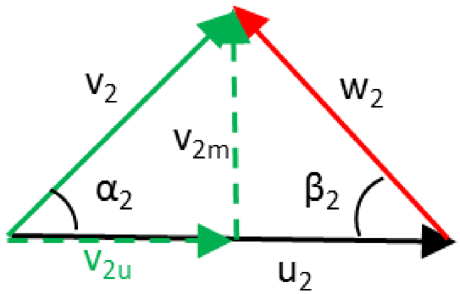


$$w_{2u} = v_{2m} cotan\beta_2 = 5\ cotan(35°) = 7{,}1407\ m/s$$

Del triángulo superior de salida, se observa que:

$$w_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + w_{2u}^2} = \sqrt{5^2 + 7{,}1407^2} = 8{,}7172 \frac{m}{s}$$

En este caso, el único dato que se dispone es de la relación entre la velocidad tangencial y la componente periférica de la velocidad tangencial (v_{2u}).



El resto de parámetros del triángulo puede determinarse como:

$$v_{2u}\left(\frac{m}{s}\right) = u_2 - w_{2u} = 37{,}8593\ m/s$$

$$\tan(\alpha_2) = \frac{v_{2m}}{v_{2u}} \longrightarrow \alpha_2 = 7{,}52°$$

La velocidad de salida será:

$$v_2\left(\frac{m}{s}\right) = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = 38{,}188\ m/s$$

Problema 4

Un rodete teórico de una máquina hidráulica operando como bomba, presenta las siguientes características. Ángulo de entrada del álabe (β_1) igual a 27º, entrada no radial (87º), diámetro interior del rodete 75 mm, el diámetro exterior es el triple del interior. El espesor del rodete a la entrada es igual a 50 mm y el espesor a su salida 15 mm. Conociendo que el rodete gira a 1450 rpm y que el ángulo de salida del álabe es igual a 35º. Se pide calcular.

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 5,6941	β_1 (º) = 27
w_1 (m/s) =6,2244	α_1 (º) = 87
v_1 (m/s) = 2,8297	V_{1u} (m/s) = 0,1481

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 17,0823	β_2 (º)=35
w_2 (m/s) =5,4739	α_2(º)=13,99
v_2 (m/s) = 12,9836	v_{2u} (m/s) = 12,5983

c) Caudal circulante por el rodete en m^3/s Q = 0,03329 m^3/s

d) Altura teórica de Euler aportada por la máquina hidráulica
$H_{t,\infty} = 21{,}85\ mca$

e) Altura de presión y cinética aportada por la máquina
$H_{p,\infty} = 13{,}67\ mca$

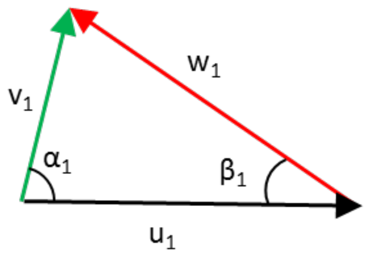
$H_{d,\infty} = 8{,}18\ mca$

SOLUCIÓN

Apartados a y b)

Los datos del problema permiten determinar el triángulo de entrada, ya que se conocen variables suficientes del mismo. Dados los datos, se conoce β_1 =27º; α_1 =87º. Indirectamente, podemos determinar la velocidad tangencial (u_1), conocida la velocidad de giro (n) y el diámetro de entrada al rodete.

$$u_1\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}075\ m}{60} 1450\ rpm = 5{,}6941\ m/s$$

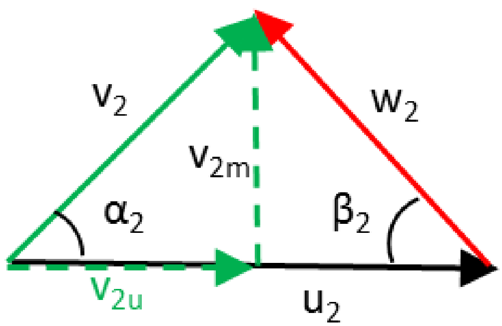


Conocida u_1, aplicando el teorema del seno se pueden conocer los módulos de v_1 y w_1, ya que el ángulo opuesto a u1 es igual a 180-27-87=66.

$$v_1\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{u_1 \text{seno}\beta_1}{seno(180-\beta_1-\alpha_1)} = \frac{5{,}6941\text{seno}(27°)}{seno(66°)} = 2{,}8297\ m/s$$

$$w_1\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{u_1 \text{seno}\alpha_1}{seno(180-\beta_1-\alpha_1)} = \frac{5{,}6941\text{seno}(87°)}{seno(66°)} = 6{,}2244\ m/s$$

Una vez se conocen todos los parámetros del triángulo de entrada, se procede a la resolución del triángulo de salida. En este caso, el único dato que se dispone es el ángulo de salida del álabe (β_2).



Dado que el caudal de entrada es igual al caudal de salida, podemos determinar la velocidad meridional de salida (v_{2m}).

$$Q_1 = Q_2$$

$$Q_1 = v_{1m}\pi D_1 b_1 = 2{,}8258\frac{m}{s}\pi\ 0{,}075\ m\ 0{,}055\ m = 0{,}03329\ m^3/s$$

$$v_{2m} = \frac{Q_2}{\pi D_2 b_2} = \frac{0{,}03329\ m^3/s}{\pi\ 0{,}225\ m\ 0{,}015\ m} = 3{,}1397\ m/s$$

Conocida la velocidad meridional a la salida, así como la velocidad tangencial a la salida (u_2), la velocidad relativa a la salida (w_2):

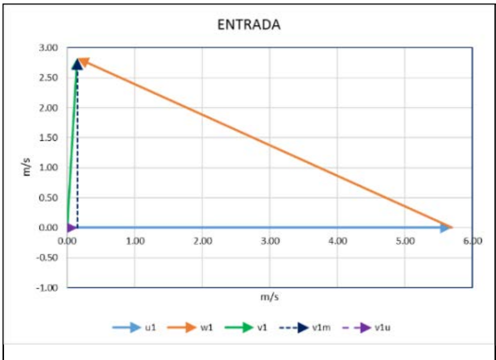
$$u_2\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{\pi D_2}{60}n = \frac{\pi\ 0{,}225\ m}{60}1450\ rpm = 17{,}0823\ m/s$$

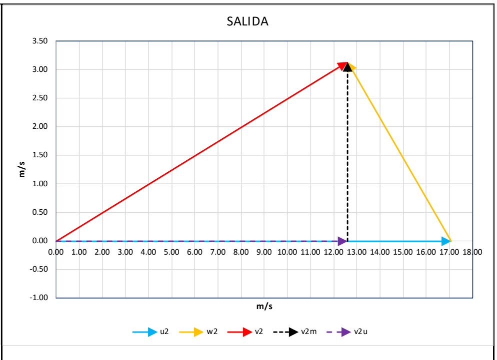
$$w_2\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{v_{2m}}{\text{seno}(\beta_2)} = 5{,}4739\ m/s$$

$$v_{2u}\left(\frac{m}{s}\right) = u_2 - w_2\cos(\beta_2) = 17{,}0823 - 5{,}4739 * \cos(35) = 12{,}5983\ m/s$$

$$\tan(\alpha_2) = \frac{v_{2m}}{v_{2u}} \longrightarrow \alpha_2 = 13{,}99°$$

Se adjuntan los triángulos de entrada y salida





Apartado c)

El caudal ha sido calculado en el apartado anterior.

$$Q_1 = v_{1m}\pi D_1 b_1 = 2{,}8258\frac{m}{s}\pi\ 0{,}075\ m\ 0{,}055\ m = 0{,}03329\ m^3/s$$

Apartado d)

La altura teórica de Euler, viene definida por la expresión:

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}}{g} = \frac{11{,}3882\ 6{,}9042 - 5{,}6941\ 0{,}1481}{g} = 7{,}93\ mca$$

Apartado e)

La altura de presión ($H_{p,\infty}$) y dinámica ($H_{d,\infty}$) pueden determinarse mediante la ecuación de Euler en su segunda forma:

$$H_{t,\infty} = H_{p,\infty} + H_{d,\infty}$$

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

$$H_{p,\infty} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} = \frac{11{,}3882^2 - 5{,}6941^2}{2g} + \frac{6{,}2244^2 - 5{,}4739^2}{2g}$$
$$= 5{,}41\ mca$$

$$H_{d,\infty} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{7{,}5846^2 - 2{,}8297^2}{2g} = 2{,}52\ mca$$

Problema 5

Un rodete teórico de una máquina hidráulica operando como bomba, presenta las siguientes características. Ángulo de entrada del álabe (β_1) igual a 29º, entrada no radial (88º), diámetro interior del rodete 80 mm, el diámetro exterior es el triple del interior. El espesor del rodete a la entrada es igual a 50 mm y el espesor a su salida 15 mm. Conociendo que el rodete gira a 2900 rpm y que el ángulo que forma la componente tangencial de la velocidad y la velocidad absoluta de salida del álabe es igual a 15º. Se pide calcular.

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 12,1475	β_1 (º) = 29
w_1 (m/s) =13,6252	α_1 (º) = 88
v_1 (m/s) = 6,6096	V_{1u} (m/s) = 0,2307

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 36,4425	β_2 (º)=39,04
w_2 (m/s) =11,6529	α_2(º)=15
v_2 (m/s) = 28,3584	v_{2u} (m/s) = 27,3921

c) Caudal circulante por el rodete en m^3/s Q = 0,08301 m^3/s

d) Altura teórica de Euler aportada por la máquina hidráulica

$H_{t,\infty} = 101{,}47\ mca$

e) Altura de presión y cinética aportada por la máquina

$H_{p,\infty} = 62{,}71\ mca$

$H_{d,\infty} = 38{,}76\ mca$

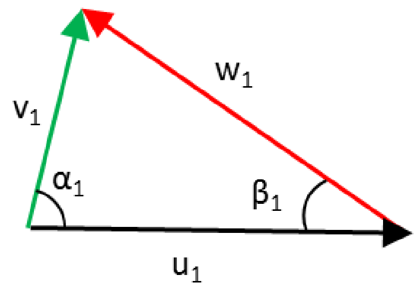
f) Par teórico en el eje en Nm $M = 272{,}09\ Nm$

SOLUCIÓN

Apartados a) y b)

Los datos del problema permiten determinar el triángulo de entrada, ya que se conocen variables suficientes del mismo. Dados los datos, se conoce β_1 =29º; α_1 =88º. Indirectamente, podemos determinar la velocidad tangencial (u_1), conocida la velocidad de giro (n) y el diámetro de entrada al rodete.

$$u_1\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}08\ m}{60} 2900\ rpm = 12{,}1475\ m/s$$

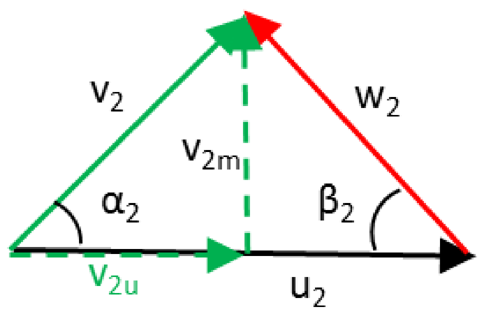


Conocida u_1, aplicando el teorema del seno se pueden conocer los módulos de v_1 y w_1, ya que el ángulo opuesto a u1 es igual a 180-29-88=63.

$$v_1\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{u_1 \text{seno}\beta_1}{seno(180 - \beta_1 - \alpha_1)} = \frac{12{,}1475\ \text{seno}(29°)}{seno(63°)} = 60{,}6096\ m/s$$

$$w_1\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{u_1 \text{seno}\alpha_1}{seno(180 - \beta_1 - \alpha_1)} = \frac{12{,}1475\ \text{seno}(88°)}{seno(63°)} = 13{,}6252\ m/s$$

Una vez se conocen todos los parámetros del triángulo de entrada, se procede a la resolución del triángulo de salida. En este caso, el único dato que se dispone es el ángulo de salida del álabe (α_2).



Dado que el caudal de entrada es igual al caudal de salida (máquina teórica), podemos determinar la velocidad meridional de salida (v_{2m}).

$$Q_1 = Q_2$$

$$Q_1 = v_{1m}\pi D_1 b_1 = 6{,}6056\frac{m}{s}\pi\ 0{,}08\ m\ 0{,}050\ m = 0{,}08301\ m^3/s$$

$$v_{2m} = \frac{Q_2}{\pi D_2 b_2} = \frac{0{,}08301\ m^3/s}{\pi\ 0{,}24\ m\ 0{,}015\ m} = 7{,}3397\ m/s$$

Conocida la velocidad meridional a la salida, así como la velocidad tangencial a la salida (u_2), la velocidad relativa a la salida (w_2):

$$u_2\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{\pi D_2}{60}n = \frac{\pi\ 0{,}24\ m}{60}2900\ rpm = 36{,}4425\ m/s$$

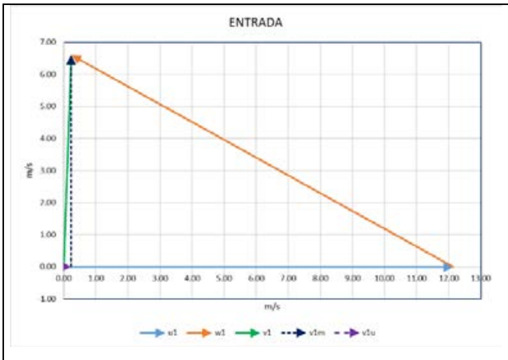
$$v_2\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{v_{2m}}{\text{seno}(\alpha_2)} = 28{,}3584\ m/s$$

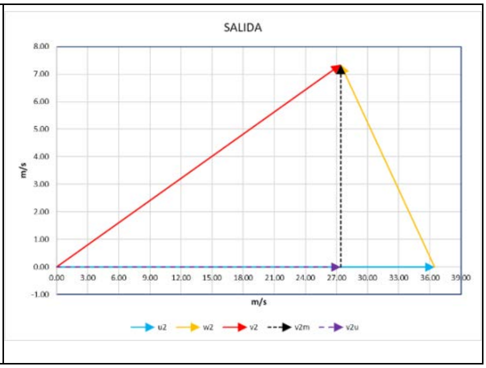
$$v_{2u}\left(\frac{m}{s}\right) = v_2\cos(\alpha_2) = 27{,}3921\ m/s$$

$$\tan(\beta_2) = \frac{v_{2m}}{u_2 - v_{2u}} \longrightarrow \beta_2 = 39{,}04°$$

$$w_2 = \frac{v_{2m}}{seno\beta_2} = \frac{7{,}3397}{seno(39{,}04°)} = 11{,}6529$$

Se adjuntan los triángulos de entrada y salida





Apartado c)

El caudal ha sido calculado en el apartado anterior.

$$Q_1 = v_{1m}\pi D_1 b_1 = 6{,}6056\frac{m}{s}\pi\, 0{,}08\, m\, 0{,}050\, m = 0{,}08301\, m^3/s$$

Apartado d)

La altura teórica de Euler, viene definida por la expresión:

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}}{g} = \frac{36{,}4425\; 27{,}3921 - 12{,}1475\; 0{,}2307}{9{,}81} = 101{,}47\, mca$$

Apartado e)

La altura de presión ($H_{p,\infty}$) y dinámica ($H_{d,\infty}$) pueden determinarse mediante la ecuación de Euler en su segunda forma:

$$H_{t,\infty} = H_{p,\infty} + H_{d,\infty}$$

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

$$H_{p,\infty} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} =$$

$$= \frac{36{,}4425^2 - 12{,}1475^2}{2g} + \frac{13{,}6252^2 - 11{,}6529^2}{2g} = 62{,}71\, mca$$

$$H_{d,\infty} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{28{,}3584^2 - 6{,}6096^2}{2g} = 38{,}76\, mca$$

Apartado f)

El par viene definido por la expresión

$$M = \rho Q(v_{2u} r_2 - v_{1u} r_1)$$

$$M = 1000\; 0{,}08301\left(27{,}3921\frac{0{,}24}{2} - 0{,}2307\frac{0{,}08}{2}\right) = 272{,}09\, Nm$$

Problema 6

Se conoce que la altura teórica de Euler aportada por una máquina es igual a 80,22 mca. La componente dinámica de la altura es igual a 36,85 mca. Se conoce que la máquina tiene entrada radial y se conoce que la velocidad tangencial es igual a 34,1649 m/s. Suponiendo un comportamiento teórico, el ángulo de entrada del álabe es igual a 26º, que la relación de diámetros entre la salida y la entrada es 3 y que los espesores son iguales. Se pide calcular:

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 11,3883	β_1 (º) = 26
w_1 (m/s) =12,6706	α_1 (º) = 90
v_1 (m/s) = 5,5544	V_{1u} (m/s) = 0

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

$_2$ (m/s) = 34,1649	β_2 (º)=53,32
w_2 (m/s) =18,6319	α_2(º)=32,97
v_2 (m/s) = 27,4563	v_{2u} (m/s) = 23,0341

SOLUCIÓN

Apartado a)

Conocida la altura teórica de Euler y que la entrada es radial ($v_{1u} = 0$),

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{2u}}{2g} \rightarrow v_{2u} = 80{,}22 \frac{19{,}62}{34{,}1649} = 23{,}0341\ m/s$$

Conocida la relación de diámetros, la velocidad tangencial a la entrada será:

$$u_1 = \frac{u_2}{3} = \frac{34{,}1649}{3} = 11{,}3883\ m/s$$

Por ser entrada radial, $v_{1m} = v_1$

$$v_1 = u_1 tan\beta_1 = 11{,}3883 \tan(26°) = 5{,}5544\ m/s$$

Por otro lado, se conoce que la altura dinámica es igual a 36,85 mca,

$$H_{d,\infty} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \rightarrow v_2 = \sqrt{2gH_{d,\infty} + v_1^2} = \sqrt{2\ 9{,}81\ 36{,}85 \quad + 5{,}5544^2} = 27{,}4563\ m/\mathrm{s}$$

Apartado b)

Aplicando el Teorema de Pitágoras, se puede determinar el valor de la velocidad meridional de salida.

$$v_{2m} = \sqrt{v_2^2 - v_{2u}^2} = 14{,}9425\ m/s$$

Conocida la componente meridional, se pueden determinar tanto α_2 así como β_2

$$tan\alpha_2 = \frac{v_{2m}}{v_{2u}} \rightarrow \alpha_2 = \mathrm{atan}\left(\frac{14{,}9425}{23{,}0341}\right) = 32{,}97°$$

$$tan\beta_2 = \frac{v_{2m}}{u_2 - v_{2u}} \rightarrow \beta_2 = \mathrm{atan}\left(\frac{14{,}9425}{34{,}1649 - 23{,}0341}\right) = 53{,}32°$$

La velocidad relativa de salida puede determinarse mediante

$$w_2 = \frac{v_{2m}}{seno(\beta_2)} = \frac{14{,}9425}{seno(53{,}32°)} = 18{,}6319\ m/s$$

Capítulo 2
Generación de energía mediante turbinas hidráulicas

2.1. Resultados de aprendizaje

El segundo capítulo está focalizado en el análisis de turbinas de reacción y acción (fundamentalmente Francis y Pelton) en el estudio de recuperación de energía y análisis de potencias. El capítulo recoge ejercicios que además de determinar las velocidades tangenciales, relativa y absoluta tanto a la entrada como salida del rodete, establece cálculos simples y directos relacionados con la determinación de la altura teórica de Euler, caudal circulante, grado de reacción entre otros. Asimismo, establece cálculos energéticos y de rendimientos de la máquina en función de sus características. Son ejercicios básicos que deben permitir alcanzar los resultados de aprendizaje para conceptos básicos de máquinas hidráulicas.

Los resultados de aprendizaje son:

- Determinar el triángulo de velocidades a la entrada y salida de una turbina
- Representar gráficamente las componentes de la velocidad y sus ángulos
- Calcular el caudal circulante por un rodete
- Estimar la altura teórica de Euler a partir de la ecuación de Euler
- Determinar la potencia y energía recuperada por una turbina en función de su salto neto o energía disponible

2.2. Objetos de aprendizaje de ayuda para la adquisición de los resultados de aprendizaje

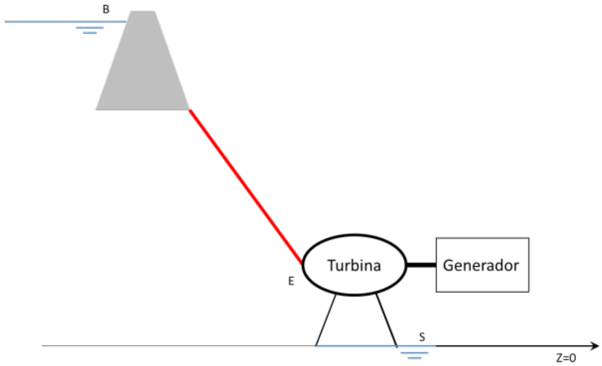
A continuación, se adjuntan los objetos de aprendizaje que pueden ser de utilidad para alcanzar los resultados de aprendizaje establecidos en el apartado anterior.

POLIMEDIA	LINK	CÓDIGO QR
La ecuación de Euler en turbomáquinas hidráulicas	http://hdl.handle.net/10251/78682	
Distribución de presiones en turbinas	http://hdl.handle.net/10251/78675	
Rendimientos de una turbina hidráulica	http://hdl.handle.net/10251/78877	
La turbina Francis. Principios generales	http://hdl.handle.net/ 10251/78879	

2.3 Problemas

Problema 1

La figura muestra el esquema de una central hidroeléctrica que es abastecida de un embalse. La lámina de agua se sitúa a la cota 356 msnm (Punto B de la figura). La presa conecta con la central mediante una conducción de acero cuyo diámetro interior es 998 mm. Se considera una rugosidad absoluta del material de la conducción de 0.1 mm, y la longitud de la misma es de 1650 m. Teniendo en cuenta que existen 4 codos de 30º (que tienen un coeficiente de pérdidas adimensional de 0.65 cada uno), una válvula de compuerta de DN800 mm (k_a=1,1) y una válvula de sobrevelocidad aguas arriba de la entrada a la turbina (k_a=1,8) de DN800. Conocido que el caudal de turbinado es igual a 900 l/s y que la descarga de la turbina se fija en la lámina libre S. Determinar:



a) Salto bruto del sistema en mca $H_{BRUTO} = 356\,mca$

b) Salto Neto $H_N = 353{,}857\,mca$

c) Potencia hidráulica en kW $P_{abs} = 3124{,}2\,kW$

d) Potencia teórica en kW, considerando que la altura de presión teórica es 310,25 mca y la altura dinámica teórica 16,32 mca. $P_{teórica} = 2883{,}64\,kW$

e) Potencia interna en kW, teniendo en cuenta que el caudal fugado (interno y externo) en la máquina es igual a 32 l/s. $P_{interna} = 2779{,}83\ kW$

f) Potencia útil en kW, si las pérdidas mecánicas son de 214 kW
$P_{útil} = 2565{,}78\,kW$

Nota. Considerar la viscosidad cinemática del agua igual a $1{,}1\cdot10^{-6}$ m^2/s y la expresión de White-Colebrook y Darcy-Weisbach para determinar las pérdidas de carga.

SOLUCIÓN

Apartado a)

La determinación del salto bruto (H_{BRUTO}) es directa mediante la expresión:

$$H_{BRUTO} = H_B - H_S = 356 - 0 = 356\, mca$$

Apartado b)

Determinado el salto bruto, el salto neto (H_N) viene definido por la expresión:

$$H_N = H_E - H_S = H_B - \sum h_{B-E} - H_S$$

siendo $\sum h_{B-E}$ las pérdidas de fricción y localizadas entre la presa (O) y la entrada a la turbina (E). En este caso, las pérdidas por fricción vienen determinadas por la expresión de Darcy-Weisbach, donde el factor de fricción *"f"*, es determinado con la expresión de White-Colebrook.

$$h_r = \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{2.51}{Re\sqrt{f}} + \frac{k}{3.71D}\right)$$

$$h_s = \frac{8k_a Q^2}{\pi^2 g D^4}$$

En este caso, teniendo en cuenta el caudal circulante (Q=0.9 m^3/s), f es igual a 0.01339, las pérdidas por fricción son igual a:

$$h_r = \frac{8\ 0.01339\ 1650\ 0.9^2}{\pi^2 g\ 0.998^5} = 1{,}494\, mca$$

Las pérdidas singulares se determinan a continuación:

$$h_s = \frac{8\ 4\ 0{,}65\ \ 0{,}9^2}{\pi^2 g 0{,}998^4} + \frac{8\ 1\ 1{,}1\ \ 0{,}9^2}{\pi^2 g 0{,}8^4} + \frac{8\ 1\ 1{,}8\ \ 0{,}9^2}{\pi^2 g 0{,}8^4} = 0{,}649\, mca$$

Por tanto, $\sum h_{B-E} = 1{,}494 + 0{,}649 = 2{,}143$ mca. A continuación, se determina el salto neto:

$$H_N = 356 - 2{,}143 - 0 = 353{,}857\, mca$$

Apartado c)

Conocido el salto neto, directamente se puede determinar la potencia hidráulica o absorbida, mediante la expresión:

$$P_{abs} = \gamma Q_T H_N = 9{,}81\ 0{,}9\ 353{,}857 = 3124{,}2\, kw$$

Apartado d)

Teniendo en cuenta que la potencia teórica es:

$$P_{teórica} = \gamma Q_T H_N \, \eta_{man}$$

Es necesario determinar el rendimiento manométrico. Para ello, el enunciado aporta la altura de presión y dinámica teórica del rodete.

$$H_{t,\infty} = H_{p,\infty} + H_{d,\infty}$$

$$\eta_{man} = \frac{H_{t,\infty}}{H_N}$$

Aplicando los datos aportados por el problema y los resultados ya obtenidos, el rendimiento manométrico es:

$$\eta_{man} = \frac{310,25 + 16,32}{353,857} = 0,923$$

$$P_{teórica} = \gamma Q_T H_N \eta_{man} = 9.81 \; 0,9 \; 353,857 \; 0,923 = 2883,64 \; kw$$

Apartado e)

La potencia interna debe determinarse una vez conocido el rendimiento volumétrico de la máquina. Conocido el caudal de fuga en la máquina, el rendimiento volumétrico viene definido por la expresión:

$$\eta_v = \frac{Q_T - q_f}{Q_T} = \frac{0,9 - 0,032}{0,9} = 0,964$$

Por tanto, la potencia interna será igual a:

$$P_{interna} = \gamma Q_T H_N \eta_{man} \eta_v = 9,81 \; 0,9 \; 353,857 \; 0,923 \; 0,964 = 2779,83 \; kw$$

Apartado f)

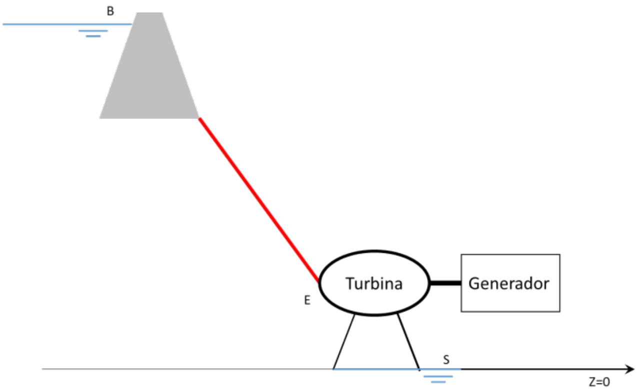
Finalmente, la potencia útil o al freno transmitida por la máquina debe conocerse el rendimiento mecánico de la misma una vez se conoce la potencia interna.

$$\eta_{mec} = \frac{P_{int} - Perdidas}{P_{int}} = \frac{2779,83 - 214}{2779,83} = 0,923$$

$$P_{útil} = \gamma Q_T H_N \eta_{man} \eta_v \eta_{mec} = 9,81 \; 0,9 \; 353,857 \; 0,923 \; 0,964 \; 0,923 = 2565,78 \; kW$$

Problema 2

La figura muestra el esquema de una central hidroeléctrica que es abastecida de un embalse. Se conoce que el término de presión a la entrada de la turbina (E) es 125 mca. Se conoce que el desnivel entre la entrada y la salida de la turbina (S) es 8 m. La presa conecta con la central mediante una conducción de acero cuyo diámetro interior es 998 mm. Se considera una rugosidad absoluta del material de la conducción de 0,1 mm, y la longitud de la misma es de 1650 m. Teniendo en cuenta que existen 4 codos de 30º (que tienen un coeficiente de pérdidas adimensional de 0,65 cada uno), una válvula de compuerta de DN800 mm (k_a=1,1) y una válvula de sobrevelocidad aguas arriba de la entrada a la turbina (k_a=1,8) de DN800. Conocido que el caudal de turbinado es igual a 900 l/s, la entrada tiene un diámetro de 800 mm y que la descarga de la turbina se fija en la lámina libre S. Además, se conoce que la altura dinámica del rodete es igual a 17 mca, la velocidad tangencial de entrada a la turbina es 48 m/s, la velocidad tangencial de salida 35 m/s y las velocidades relativas de entrada y salida son 30 y 45 m/s respectivamente. Determinar:



a) Salto bruto del sistema en mca $H_{BRUTO} = 135{,}306\ mca$

b) Salto neto $H_N = 133{,}163\ mca$

c) Potencia hidráulica en kW $P_{abs} = 1175{,}7\ kW$

d) Potencia teórica en kW. $P_{teórica} = 1141{,}6\ kW$

e) Potencia interna en kW, teniendo en cuenta que el caudal fugado (interno y externo) en la máquina es igual a 32 l/s. $P_{interna} = 1100{,}5\ kW$

f) Potencia útil en kW, si las pérdidas mecánicas son de 121 kW.
$P_{útil} = 979{,}45\ kW$

Nota. Considerar la viscosidad cinemática del agua igual a $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ m^2/s y la expresión de White-Colebrook y Darcy-Weisbach para determinar las pérdidas de carga.

SOLUCIÓN

A partir de los datos dados por el problema, se puede determinar el salto neto (H_N) mediante la expresión:

$$H_N = H_E - H_S = z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} - (z_S + \frac{P_S}{\gamma} + \frac{V_S^2}{2g})$$

La velocidad a la entrada puede determinarse como $V_E = \frac{4Q}{\pi D_E^2} = \frac{4\ 0,9}{\pi\ 0,8^2} = 1,79\ m/s$, siendo el término de presión y cinético a la salida nulo.

$$H_N = 8 + 125 + 0,163 = 133,163\ mca$$

La determinación del salto bruto (H_{BRUTO}) viene definido por la expresión:

$$H_B = H_N + \sum h_{B-E} - H_S$$

siendo $\sum h_{B-E}$ las pérdidas de fricción y localizadas entre la presa (O) y la entrada a la turbina (E). En este caso, las pérdidas por fricción vienen determinadas por la expresión de Darcy-Weisbach, donde el factor de fricción *"f"*, es determinado con la expresión de White-Colebrook.

$$h_r = \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5};\ \frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{2.51}{Re\sqrt{f}} + \frac{k}{3,71D}\right)$$

$$h_s = \frac{8k_a Q^2}{\pi^2 g D^4}$$

En este caso, teniendo en cuenta el caudal circulante (Q=0,9 m^3/s), f es igual a 0,01339, las pérdidas por fricción son igual a:

$$h_r = \frac{8\ 0,01339\ 1650\ 0,9^2}{\pi^2 g\ 0,998^5} = 1,494\ mca$$

Las pérdidas singulares se determinan a continuación:

$$h_s = \frac{8\ 4\ 0,65\quad 0,9^2}{\pi^2 g 0,998^4} + \frac{8\ 1\ 1,1\quad 0,9^2}{\pi^2 g 0,8^4} + \frac{8\ 1\ 1,8\quad 0,9^2}{\pi^2 g 0,8^4} = 0,649\ mca$$

Por tanto, $\sum h_{B-E} = 1,494 + 0,649 = 2,143$ mca. A continuación, se determina el salto neto:

$$H_B = 133,163 + 2.143 - 0 = 135,306\ mca$$

Apartado c)

Conocido el salto neto, directamente se puede determinar la potencia hidráulica o absorbida, mediante la expresión:

$$P_{abs} = \gamma Q_T H_N = 9,81\ 0,9\ 133,163 = 1175,7\ kW$$

Apartado d)

Teniendo en cuenta que la potencia teórica es:

$P_{teórica} = \gamma Q_T H_N \, \eta_{man}$

es necesario determinar el rendimiento manométrico. Para ello, es necesario determinar la altura teórica de Euler, mediante la ecuación de Euler en su segunda forma:

$$H_{t,\infty} = H_{p,\infty} + H_{d,\infty} = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$$

$$H_{t,\infty} = \frac{48^2 - 35^2}{2g} + \frac{45^2 - 30^2}{2g} + 17 = 129{,}334 \, mca$$

$$\eta_{man} = \frac{H_{t,\infty}}{H_N}$$

Aplicando los datos aportados por el problema y los resultados ya obtenidos, el rendimiento manométrico es:

$$\eta_{man} = \frac{129{,}334}{133{,}163} = 0{,}971$$

$$P_{teórica} = \gamma Q_T H_N \eta_{man} = 9{,}81 \; 0{,}9 \; 133{,}163 \; 0{,}971 = 1141{,}6 \, kW$$

Apartado e)

La potencia interna debe determinarse una vez conocido el rendimiento volumétrico de la máquina. Conocido el caudal de fuga en la máquina, el rendimiento volumétrico viene definido por la expresión:

$$\eta_v = \frac{Q_T - q_f}{Q_T} = \frac{0{,}9 - 0{,}032}{0{,}9} = 0{,}964$$

Por tanto, la potencia interna será igual a:

$$P_{interna} = \gamma Q_T H_N \eta_{man} \eta_v = 9{,}81 \; 0{,}9 \; 133{,}163 \; 0{,}971 \; 0{,}964 = 1100{,}5 \, kW$$

Apartado f)

Finalmente, la potencia útil o al freno transmitida por la máquina debe conocerse el rendimiento mecánico de la misma una vez se conoce la potencia interna.

$$\eta_{mec} = \frac{P_{int} - Perdidas}{P_{int}} = \frac{1100{,}5 - 121}{1100{,}5} = 0{,}89$$

$$P_{útil} = \gamma Q_T H_N \eta_{man} \eta_v \eta_{mec} = 9{,}81 \; 0{,}9 \; 133{,}163 \; 0{,}971 \; 0{,}964 \; 0{,}89 = 979{,}45 \, kW$$

Problema 3

Una central hidroeléctrica cuenta con una turbina Pelton un único chorro. El generador cuenta con 4 pares de polos y opera bajo la frecuencia de 50Hz. La sección de entrada de la turbina se encuentra a la cota 125 msnm y un manómetro instalado en la misma señala una presión igual a 259 mca. El diámetro de la sección es igual a 0,75 m. Se conoce que la turbina se alimenta de un embalse cuya lámina libre de agua se sitúa a la cota 396,175 m y las pérdidas de carga de la conducción cuyo diámetro es de 0,95 m desde el embalse hasta la turbina son igual a 12 mca. Se conoce que el diámetro del chorro es igual a 10 cm, el diámetro de la rueda de la turbina es 2,28 m. La pala de la turbina puede considerarse ideal su entrada. La salida de la cazoleta presenta un ángulo de 172º, la velocidad relativa a la salida es un 75% la velocidad relativa a la entrada. Suponiendo que entre la salida del inyector hasta la cazoleta no hay pérdidas de carga, y que tanto el inyector como la cazoleta se encuentran a la misma cota (122 m). Determinar:

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 89,5354	β_1 (º)=0
w_1 (m/s) =14,7429	α_1 (º)=0
v_1 (m/s) = 104,2783	V_{1u} (m/s) =104,2783

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 89,5354	β_2 (º)=172
w_2 (m/s) =11,052	α_2(º)= 1,12
v_2 (m/s) = 78,6009	v_{2u} (m/s) = 78,5858

c) Caudal circulante por el rodete en m^3/s Q= 0,819 m^3/s

d) Altura teórica de Euler en mca $H_{t,\infty} = 234{,}49\ mca$

e) Rendimiento hidráulico $\eta_H = 0{,}8944$

f) Potencia útil en kW, si el rendimiento mecánico es 0,88.
$P_{útil} = 1657{,}91\ kW$

SOLUCIÓN

Para abordar la resolución, es necesario determinar el caudal circulante. Para ello, es necesario realizar un balance de energía entre la sección 0 (embalse) y sección E (entrada a la turbina).

$$z_0 + \frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} = z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} + \sum h_{0-E}$$

$$396{,}175 + 0 + 0 = 125 + 259 + \frac{V_E^2}{2g} + 12$$

$$V_E = 1{,}853\, m/s$$

El caudal circulante viene definido por:

$$Q_E = V_E \cdot S_E = 1{,}853 \frac{\pi 0{,}75^2}{4} = 0{,}819\, m^3/s$$

Conocido el caudal, la velocidad de salida del inyector v_1 (coincidente con la de la entrada a la cuchara), es igual a:

$$v_{inyector} = v_1 = \frac{Q}{S} = \frac{0{,}819}{\frac{\pi 0{,}1^2}{4}} = 104{,}278\, m/s$$

Una vez conocida v_1, la velocidad tangencial de entrada puede conocerse mediante la expresión:

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60} n$$

$$n = \frac{60f}{z}$$

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60}\frac{60f}{z} = \frac{\pi\ 2{,}28}{60}\frac{60\ 50}{4} = 89{,}5354 \frac{m}{s} = u_2$$

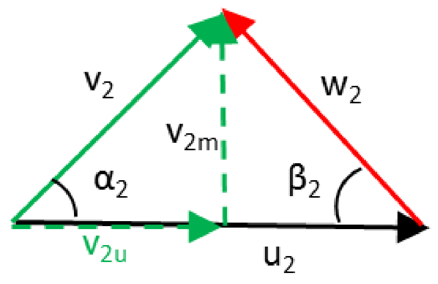
Dado que $\beta_1 = 180°$ y $\alpha_1 = 0°$ (entrada ideal), los vectores se encuentran en la misma dirección y, por lo tanto:

$$\overrightarrow{w_1} = \overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{u_1} = 14{,}7429 \frac{m}{s}$$

Conocido w_1, w_2 puede ser determinado a través de los datos dados por problema donde:

$$w_2 = 0{,}75 w_1 = 0{,}75\ 14{,}7429 = 11{,}0572 \frac{m}{s}$$

Dado que $\beta_2 = 172°$, puede determinarse el valor de v_{2u} y v_{2m}, mediante las expresiones:



$$v_{2u} = u_2 + w_2 cos\beta_2$$

$$v_{2m} = w_2 sen\beta_2$$

$$v_{2u} = 89{,}5354 + 11{,}572 cos172° = 78{,}5858 \frac{m}{s}$$

$$v_{2m} = 11{,}0572\, seno172° = 1{,}5389 \frac{m}{s}$$

Conocidas las componentes de la velocidad a la salida, puede determinarse el vector velocidad absoluta a la salida (v_2)

$$v_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = 78{,}6009 \text{ m/s}$$

Una vez, el ángulo de salida (α_2) es igual a:

$$\alpha_2 = \text{atan}\left(\frac{v_{2m}}{v_{2u}}\right) = \text{atan}\left(\frac{1{,}5389}{78{,}5858}\right) = 88{,}96°$$

Apartado c)

El caudal circulante ha sido determinado en la sección anterior.

Apartado d)

$$H_{t,\infty} = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g}$$

$$H_{t,\infty} = \frac{89{,}5354\ 104{,}2783 - 89{,}5354\ 78{,}5858}{9{,}81} = 234{,}09\ mca$$

Apartado e)

El rendimiento hidráulico, teniendo en cuenta que el rendimiento volumétrico ($\eta_v = 1$) es igual a la unidad en las turbinas Pelton.

$$\eta_h = \eta_v \eta_{man} = 1 \cdot \frac{H_{t,\infty}}{H_N}$$

En este caso el salto neto (H_N) viene definido por la expresión:

$$H_N = H_E - H_S = z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} - z_s + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g}$$

$$H_N = 125 + 259 + 0{,}175 - 122 - 0 - 0 = 262{,}175\ mca$$

Por tanto, $\eta_{man} = \frac{234{,}09}{262{,}175} = 0{,}8944$

Apartado f)

La potencia efectiva viene definida por la expresión:

$$P_{útil} = \gamma Q_T H_N \eta_{man} \eta_v \eta_{mec} = 9{,}81\ 0{,}819\ 262{,}175\ 0{,}8944\ 1\ 0{,}88 = 1657{,}91\ kW$$

Problema 4

Una turbina Francis de 10 pares de polos, está situada en una central hidroeléctrica localizada en Europa desarrollando una potencia efectiva de 1800 kW. Se conoce que el salto neto son 57 mca y que la máquina opera con un rendimiento total del 72%. El rendimiento mecánico es 0,98 y las pérdidas por fugas 92 l/s. Se conoce que el diámetro del rodete a la entrada es de 160 cm y a la salida de 95 cm. La velocidad meridional es 3,8 m/s a la entrada y la componente periférica a la salida es nula. La turbina dispone de tubo de aspiración cuyas velocidades de entrada es 4 m/s y la de salida de 0,95 m/s. Se conoce que la cota de entrada al rodete está 45 cm por encima de la salida y la presión a la salida del mismo es -2,5 mca. Si las pérdidas en el rodete están establecidas en 1,2 mca. Determinar:

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 25,1327	β_1 (º)=24,22
w_1 (m/s) =9,2627	α_1 (º)=12,83
v_1 (m/s) = 17,1137	V_{1u} (m/s) = 16,6865

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 14,9226	β_2 (º)=15,01
w_2 (m/s) =15,4448	α_2(º)= 90
v_2 (m/s) = 4	v_{2u} (m/s) = 0

c) Caudal circulante por el rodete en m^3/s Q= 4,377 m^3/s

d) Altura teórica de Euler en mca $H_{t,\infty} = 42,75\ mca$

e) Rendimiento Hidráulico $\eta_H = 0,7346$

f) Presión a la entrada del rodete en mca. $\frac{P_e}{\gamma} = 26,89\ mca$

SOLUCIÓN

Conocida el número de polos (z) y la frecuencia (f), se puede determinar la velocidad de rotación (n) y con ella las velocidades tangenciales u_1y u_2

$$n = \frac{60f}{z} = \frac{60\ 50}{10} = 300\ rpm$$

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\ 1{,}6}{60} 300 = 25{,}1327 \frac{m}{s}$$

Del mismo modo se puede conocer u_2

$$u_2 = \frac{\pi D_2}{60} n = \frac{\pi 0{,}95}{60} 300 = 14{,}9226 \frac{m}{s}$$

Conocida la altura neta (57 mca), potencia (1800 kW) y rendimiento total (0,72) puede determinarse el caudal teórico (Q_T) turbinado.

$$Q_T = \frac{P_{útil}}{\gamma H_N \eta_{total}} = \frac{1800}{9{,}81\ 57\ 0{,}72} = 4{,}471 \frac{m^3}{s}$$

Conocido Q_T, así como el caudal fugado, puede determinarse el rendimiento volumétrico η_v

$$\eta_v = \frac{(Q_T - q_f)}{Q_T} = \frac{(4{,}471 - 0{,}092)}{4{,}471} = 0{,}979$$

Una vez conocido η_v, puede determinarse el rendimiento manométrico:

$$\eta_m = \frac{\eta_T}{\eta_v \eta_{mec}} = \frac{0{,}72}{0{,}979\ 0{,}98} = 0{,}75$$

Conocido η_m y la altura neta, se puede determinar la altura teórica de Euler, que coincide con la efectiva en el caso de las turbinas:

$$H_{t,\infty} = \eta_m H_N = 0{,}75\ 57 = 42{,}75\ mca$$

De la expresión de Euler, se puede determinar:

$$H_{t,\infty} = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g}$$

$$42{,}75 = \frac{25{,}1327 v_{1u} - 14{,}9226\ 0}{9{,}81} \rightarrow v_{1u} = 16{,}6865 \frac{m}{s}$$

Conocidas ambas componentes de la velocidad absoluta, se puede determinar la misma.

$$v_1 = \sqrt{v_{1m}^2 + v_{1u}^2} = \sqrt{3{,}8^2 + 16{,}6865^2} = 17{,}1137 \frac{m}{s}$$

Del mismo modo, se puede determinar α_1 y β_1

$$\alpha_1 = \text{atan}\left(\frac{v_{1m}}{v_{1u}}\right) 12{,}83°$$

$$\beta_1 = \text{atan}\left(\frac{v_{1m}}{u_1 - v_{1u}}\right) = 24{,}22°$$

Conocidos el triángulo de entrada, se determinan los parámetros que restan del triángulo de salida.

$$\beta_2 = \text{atan}\left(\frac{v_{2m}}{u_2}\right) = 15{,}01°$$

$$w_2 = \frac{v_2}{seno\beta_2} = \frac{4}{seno 15{,}01°} = 15{,}4448\frac{m}{s}$$

Apartado c)

El caudal circulante por el rodete es:

$Q_r = Q_T\eta_v$= 4,471 0,979 = 4,377 m/s

Apartado d)

La altura teórica de Euler ya fue calculada en las secciones anteriores para poder definir los triángulos

Apartado e)

El rendimiento hidráulico (η_H)

$$\eta_h = \eta_v\eta_{man} = 0{,}734$$

Apartado f)

Para abordar la resolución, es necesario realizar un balance de energía entre la sección e (entrada rodete) y sección s (salida del rodete).

$$z_e + \frac{P_e}{\gamma} + \frac{V_e^2}{2g} = H_u + z_s + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + \sum h_{e-s}$$

$$\frac{P_e}{\gamma} = 42{,}75 - 0{,}45 + (-2{,}5\ ) - \frac{17{,}1137^2}{2g} + \frac{4^2}{2g} + 1{,}2 = 26{,}89\ mca$$

Problema 5

Una central hidroeléctrica está equipada con una turbina Pelton. Se conoce que la turbina desarrolla una potencia efectiva de 7800 kW y su velocidad de rotación es de 240 rpm. La altura de energía a la entrada de la turbina son 199 mca, tomando como referencia la cámara de descarga. Se conoce que el coeficiente de velocidad absoluta es 0,97, el coeficiente periférico de velocidad 0,47. El rendimiento mecánico de la turbina es 0,88 y el rendimiento manométrico 0,87. Se conoce que las cucharas de la turbina generan un 10% de pérdidas

a) Diámetro de chorro en m $d = 0{,}319\ m$

b) Diámetro del rodete en m $D = 2\ m$

Ángulo de salida de la cuchara β_2, suponiendo que la entrada de la máquina es ideal. $\beta_2 = 21{,}96°$

SOLUCIÓN

A partir de los datos aportados por el problema, el caudal turbinado es igual a

$$Q = \frac{P_u}{\eta_{man}\eta_v\eta_{mec}H_N 9{,}81} = \frac{7800}{0{,}87\ 1\ 0{,}88\ 199\ 9{,}81} = 5{,}2795\ m^3/s$$

Por otro lado, la velocidad absoluta a la entrada es igual a

$$v_1 = \varphi_1\sqrt{2gH_N} = 0{,}97\sqrt{2g199} = 60{,}6105\ m/s$$

Por tanto, el diámetro del chorro (d) vendrá definido por la expresión:

$$Q = v_1\frac{\pi d^2}{4} \rightarrow d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi v_1}} = 0{,}333\ m$$

Apartado b)

La expresión que tiene en cuenta el rodete de la máquina es

$$u_1 = \frac{\pi D}{60}n$$

Si se conoce la velocidad de giro (n), y la velocidad tangencial puede determinarse mediante

$$u_1 = \nu v_1 = 0{,}47\ 60{,}6105 = 28{,}4869\ m/s$$

Por tanto, $D = \frac{60u_1}{n\pi} = \frac{60\ 28{,}4869}{240\pi} = 2{,}27\ m$

Apartado c)

Conocido el salto neto y el rendimiento manométrico, se puede determinar la altura teórica de Euler.

$$H_{t,\infty} = \eta_{man}H_N = 0{,}87\ 199 = 171{,}14\ mca$$

Teniendo en cuenta la expresión de Euler,

$$H_{t,\infty} = \frac{u_1v_{1u} - u_2v_{2u}}{g}$$

Por tanto, teniendo en cuenta que $v_1 = v_{1u}$ por ser la entrada ideal, que $u_1 = u_2$ y que la $w_2 = 0{,}9w_1$, la componente periférica de la velocidad puede determinarse:

$$v_{2u} = \frac{u_1v_{1u} - gH_{t,\infty}}{u_2} = \frac{28{,}4869\ 60{,}6105\ - 9{,}81\ 171{,}14}{28{,}4869} = 1{,}6753\ m/s$$

La velocidad relativa a la entrada será:

$$w_1 = v_1 - u_1 = 60{,}6105 - 28{,}4869 = 32{,}1236\ m/s$$

Por tanto,

$$v_{2u} = u_2 - w_2 cos(\beta_2)$$

$$v_{2u} = u_1 - 0{,}9 w_1 cos(\beta_2)$$

$$v_{2u} = u_1 - 0{,}9 w_1$$

$$cos(\beta_2) = \frac{1{,}6753}{28{,}4869 - 0{,}9\ 32{,}1236} \rightarrow \beta_2 = 21{,}96°$$

Problema 6

Una central hidroeléctrica está equipada con una turbina Pelton que tiene dos inyectores. Se conoce que su velocidad específica es igual a 25 rpm (m, kW). Se conoce que la turbina tiene un rendimiento manométrico de 0,86. La altura efectiva absorbida por el eje son 69 mca. Se conoce que el coeficiente de velocidad absoluta es 0,97, el coeficiente periférico de velocidad 0,47. La máquina se encuentra operativa en Europa, conectada a su frecuencia nominal. El generador dispone de 4 pares de polos.

a) Salto neto en m $H_N = 80{,}233\ m$

b) Caudal turbinado en $\frac{m^3}{s}$ $Q = 1{,}2637\frac{m^3}{s}$

c) Potencia hidráulica absorbida por la máquina en kW $P_H = 994{,}64\ kW$

d) Velocidad tangencial del fluido dentro de la rueda $u_1 = u_2 = 17{,}7034\frac{m}{s}$

e) Fuerza del chorro a la salida del inyector $F_{sal_{chorro}} = 24299{,}88\ N$

SOLUCIÓN

A partir de los datos aportados por el problema, conocido el rendimiento manométrico y la altura efectiva, que coincide con la de Euler, se puede determinar el salto neto H_N

$$\eta_{man} = \frac{H_{t,\infty}}{H_N} \rightarrow H_N = \frac{69}{0{,}86} = 80{,}233\ mca$$

Apartado b)

Conocida la velocidad de rotación a partir de la frecuencia y número de pares de polos (z),

$$n = \frac{f\ 60}{z} = \frac{50\ 60}{4} = 750\ rpm$$

$$n_s = n\frac{Q^{\frac{1}{2}}}{X^{\frac{1}{2}}H^{\frac{3}{4}}} \rightarrow Q = \left(\frac{n_s\sqrt{X}\ H^{\frac{3}{4}}}{n}\right)^2 = \left(\frac{25\ \sqrt{2}\ 80{,}233^{\frac{3}{4}}}{750}\right)^2 = 1{,}2637\ m^3/s$$

Apartado c)

La potencia hidráulica absorbida por la máquina viene definida por la expresión

$$P = \gamma Q H_N = 9{,}81\ 1{,}2637\ 80{,}233 = 994{,}64\ kW$$

Apartado d)

La velocidad absoluta del fluido viene definida por la expresión

$$v_1 = \varphi_1\sqrt{2gH_N} = 0{,}97\sqrt{2\ g\ 80{,}233} = 38{,}4853\ m/s$$

Por tanto, la velocidad tangencial

$$u_1 = \nu v_1 = 0{,}46\ 38{,}4853 = 17{,}7034\ m/s$$

Apartado e)

La fuerza del chorro de cada inyector viene definida por la expresión

$$F_{sal_{chorro}} = \frac{\rho Q_T}{X}v_1 = 1000\frac{1{,}2637}{2}38{,}4583 = 24299{,}88\ N$$

Problema 7

Una central hidroeléctrica opera con un caudal de 3,2 m^3/s. En dicha central existe una turbina de acción que se conoce que su diámetro del chorro son 0,18 m y su generador tiene 12 pares de polos. En cuanto a la morfología de sus cucharas, se conoce que la entrada a las mismas es ideal y que las cucharas desvían el agua 10º a su salida. La ingeniera conoce que el coeficiente de velocidad absoluta a la entrada es 0,98 y el coeficiente periférico de velocidad 0,45, con unas pérdidas en las cazoletas del 9%. Suponiendo que el desnivel entre la salida de la cuchara y la cámara de descarga se encuentran en el mismo nivel. Se pide determinar:

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 56,5883	β_1 (º)= 0
w_1 (m/s) = 69,1635	α_1 (º)= 0
v_1 (m/s) = 125,7518	V_{1u} (m/s) =

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 56,5883	β_2 (º)= 10
w_2 (m/s) =62,9338	α_2(º)= 116,27
v_2 (m/s) = 12,188	v_{2u} (m/s) = -5,3943

c) Diámetro del rodete a la entrada $D_1 = $ 4,323 m

d) Altura teórica de Euler en mca $H_{t,\infty} = 756{,}51\ mca$

e) Rendimiento hidráulico de la turbina $\eta_H = 0{,}939$

f) Potencia al freno desarrollada en kW, conociendo que $\eta_{mec} = 0{,}88$

$P_{ef} = 20907{,}25\ kW$

g) Pérdidas de carga desde la salida de la cuchara hasta la cámara de descarga

$h_{r_{2S}} = 7{,}57\ mca$

h) Pérdidas en el inyector $h_{r_{E1}} = 0{,}5\ m$

i) Potencia remanente del chorro $P_{rem} = 237{,}68\ kW$

SOLUCIÓN

En este caso, en primer lugar, se puede determinar la velocidad de salida del inyector, que coincidirá con la entrada a la cuchara.

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4\ 3{,}2}{\pi\ 0{,}18^2} = 125{,}7518\ m/s$$

Conocida la velocidad absoluta, la velocidad tangencial en la rueda será

$$u_1 = v\ v_1 = 0{,}45\ 125{,}7518 = 56{,}5883\ m/s$$

Cómo la entrada es ideal, los vectores de velocidad se encuentran en la misma dirección, por tanto:

$$w_1 = v_1 - u_1 = 69{,}1635\ m/s$$

Conocido el valor de la velocidad relativa a la entrada, cómo se conocen las pérdidas de la cuchara (9%), el valor de la velocidad relativa a la salida será:

$$w_2 = 0{,}91\ w_1 = 62{,}9388\ m/s$$

Por tanto, $v_{2u} = u_2 - w_2 cos\beta_2 = 56{,}5883 - 62{,}9388\cos(10°) = -5{,}3943\ m/s$

Aplicando el teorema del coseno, se puede determinar el valor de v_2

$$v_2^2 = u_2^2 + w_2^2 - 2u_2 w_2 cos\beta_2$$

$$v_2 = \sqrt{u_2^2 + w_2^2 - 2u_2 w_2 cos\beta_2}$$

$$= \sqrt{56{,}5883^2 + 62{,}9388^2 - 2\ 56{,}5883\ 62{,}9388\ cos10}$$

$$v_2 = 12{,}188\ m/s$$

El ángulo α_2 se puede determinar mediante la expresión

$$cos\alpha_2 = \frac{v_{2u}}{v_2} \rightarrow \alpha_2 = 63{,}73°$$

(α es el suplementario del ángulo interior que forman u_2y v_2, el ángulo del interior del tríangulo de velocidad sería $180 - 63{,}73 = 116{,}27°$)

Apartado c)

El diámetro de la rueda puede determinarse directamente, una vez se conoce la velocidad tangencial

$$u_1 = \frac{\pi D}{60}\frac{60f}{z} \rightarrow D = \frac{u_1 z}{\pi f} = \frac{56{,}5883\ 12}{\pi\ 50} = 4{,}323\ m$$

Apartado d)

La altura teórica de Euler será igual a

$$H_{t,\infty} = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g} = \frac{u_1(v_{1u} - v_{2u})}{g} = 756{,}51\ mca$$

Apartado e)

El rendimiento hidráulico de la turbina (η_H), en el caso de las máquinas Pelton, es igual al rendimiento manométrico

$$\eta_{man} = \frac{H_{t,\infty}}{H_N}$$

El salto neto se puede determinar mediante

$$v_1 = \sqrt{2gH_N} \rightarrow H_N = \frac{v_1^2}{2g} = 805{,}99\ mca$$

$$\eta_{man} = \frac{756{,}51}{805{,}99} = 0{,}939$$

Apartado f)

La potencia efectiva o al freno será igual a

$$P_{ef} = 9{,}81 Q H_n \eta_H \eta_{mec} = 9{,}81\ 3{,}2\ 805{,}99\ 0{,}939\ 0{,}88 = 20907{,}25\ kW$$

Apartado g)

Las pérdidas desde la salida de la cuchara hasta la cámara de descarga, teniendo en cuenta que la cámara de descarga es el nivel de referencia ($H_S = 0$) pueden determinarse mediante un balance de energía entre 2 y S

$$z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = z_s + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{v_s^2}{2g} + h_{r_{2s}}$$

Teniendo en cuenta que: $z_2 - z_s = 0; \frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_s}{\gamma} = 0; v_s \approx 0$

$$h_{r_{2s}} = 0 + \frac{12{,}188^2}{2g} = 7{,}57\ mca$$

Apartado h)

Las pérdidas de carga en el inyector pueden determinarse mediante el balance de energía

$$H_N = H_{t,\infty} + h_{r_{E1}} + h_{r_{12}} + hr_{2S}$$

$$h_{r_{E1}} = H_N - H_{t,\infty} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} - hr_{2S}$$

$$h_{r_{E1}} = \quad 805{,}99 - 756{,}51 - \frac{69{,}1635^2 - 62{,}9388^2}{2g} - 7{,}57 = 0{,}5\ m$$

Apartado i)

La potencia remanente del chorro, será la que tiene a la salida de la cuchara, por tanto

$$P_{rem} = \gamma Q H_2 = 9{,}81\ 3{,}2 \frac{12{,}188^2}{2g} = 237{,}68\ kW$$

Problema 8

En una central hidroeléctrica, una turbina Pelton está desarrollando una potencia útil de 2500 kW, con un rendimiento hidráulico máximo de 0,93. El generador tiene 6 pares de polos y el ángulo de salida de la cuchara son 14º y el orificio del inyector 0,12 m. Teniendo en cuenta que el rendimiento mecánico es 0,87. Determinar:

a) Altura teórica de Euler absorbida por la máquina $H_{t,\infty} = 423{,}06\ mca$

b) Coeficiente periférico de velocidad $\quad v = 0{,}492$

c) Coeficiente característico de velocidad absoluta $\quad \varphi_1 = 0{,}972$

d) Fuerza tangencial del chorro en la rueda $\quad F = 95442{,}75\ N$

SOLUCIÓN

Determinar la altura teórica de Euler, teniendo en cuenta que se conoce el rendimiento manométrico, debe abordarse determinando la altura neta.

$$P_u = \gamma Q H_N \eta_H \eta_{mec}$$

Por tanto, se desconoce tanto Q como H_N

De la condición teórica se conoce que:

$$\eta_{max} = \varphi_1^2 \frac{1 + cos\beta_2}{2}$$

Así como que $\upsilon = \frac{u_1}{v_1} = \frac{\eta_{max}}{2\,\varphi_1^2}$

Por tanto, $\varphi_1 = \sqrt{\frac{2\eta_{max}}{1+cos\beta_2}} = \sqrt{\frac{2\ 0{,}93}{1+cos15°}} = 0{,}972$

El coeficiente periférico será $\upsilon = \frac{0{,}93}{2\ 0{,}972^2} = 0{,}492$

Conocidos los coeficientes, se conoce que

$$Q = \frac{v_1 \pi d^2}{4} = \frac{\varphi_1 \sqrt{2gH_N} \pi d^2}{4}$$

$$P_u = \gamma \frac{\varphi_1 \sqrt{2gH_N} \pi d^2}{4} H_N \eta_H \eta_{mec}$$

$$P_u = \gamma \frac{\varphi_1 \sqrt{2g} \pi d^2}{4} \eta_H \eta_{mec} H_N^{3/2}$$

$$H_N = 454{,}91\ mca$$

Para tal caso, $H_{t,\infty} = \eta_{man} H_N = 0{,}93\ 454{,}91 = 423{,}06\ mca$

Apartado b) y c)

Resuelto para llegar al apartado a)

Apartado d)

Para conocer el módulo de la fuerza tangencial del chorro, se puede aplicar la conservación de cantidad de movimiento

$$F = \rho Q(v_1 - v_{2u})$$

El caudal es igual a

$$Q = \frac{v_1 \pi d^2}{4} = \frac{\varphi_1 \sqrt{2gH_N} \pi d^2}{4} = \frac{0{,}972\sqrt{2g454{,}91}\pi 0{,}12^2}{4} = 1{,}039 \frac{m^3}{s}$$

La velocidad absoluta de entrada $v_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH_N}$= 91,8287 m/s

La componente v_{2u} puede determinarse a partir de la altura teórica de Euler

$$H_{t\infty} = \frac{u_1 v_1 - u_2 v_{2u}}{g} \rightarrow v_{2u} = \frac{u_1 v_1 - gH_{t,\infty}}{u_1}$$

$$v_{2u} = \frac{v\ v_1 v_1 - gH_{t,\infty}}{u_1} = \frac{0{,}492\ 91{,}8287^2 - 9{,}81\ 423{,}06}{0{,}492\ 91{,}8287} = -0{,}0315\ m/s$$

Por tanto, la fuerza será igual a

$$F = 1000\ 1{,}039\ \big(91{,}8287 - (-0{,}0315)\big) = 95442{,}75\ N$$

Problema 9

Una central hidroeléctrica está instalada bajo un salto neto de 235 m. Las características de la rueda son: diámetro medio 1,9 m, diámetro del chorro 0,14 m, entrada ideal, ángulo desviado por las cucharas 167º, pérdida de velocidad relativa en la cuchara 25%, coeficiente característico de velocidad absoluta 0,98 y coeficiente característico de velocidad tangencial 0,44 y un rendimiento mecánico de 0,89. Se pide determinar:

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 29,8769	β_1 (º)= 180
w_1 (m/s) =33,6671	α_1 (º)= 0
v_1 (m/s) = 66,541	V_{1u} (m/s) = 66,541

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 29,8769	β_2 (º)= 167
w_2 (m/s) =25,2503	α_2(º)= 64,34
v_2 (m/s) = 7,7509	v_{2u} (m/s) = 5,2763

c) Potencia al freno de la máquina $P_u = 1992{,}47\ kW$

d) Número de pares de polos de la máquina $z = 10$

e) Número de Camerer $n_q = 5{,}05\ rpm$

f) Si se quiere dimensionar una máquina con una potencia cinco veces superior, manteniendo la frecuencia en la entrega de la energía generada. Determinar el nuevo diámetro de la rueda $D = 2{,}62\ m$

g) Rendimiento del inyector $\eta_{iny} = 0{,}96$

SOLUCIÓN

La velocidad tangencial puede definirse como

$$u_1 = u_2 = \varepsilon_1\sqrt{2gH_N} = 0{,}44\sqrt{2g235} = 29{,}8769\ m/s$$

La velocidad absoluta es igual

$$v_1 = \varphi_1\sqrt{2gH_N} = 0{,}98\ \sqrt{2g235} = 66{,}544\ m/s$$

Por tanto, teniendo en cuenta que la entrada es ideal ($\alpha_1 = 0°$), la velocidad relativa es igual a $w_1 = v_1 - u_1 = 33{,}6671\ m/s$

Conocida las pérdidas de velocidad relativa→ $w_2 = 0{,}75\ w_1$=25,2503 m/s

Del triángulo de salida puede determinarse que

$$v_{2u} = u_2 - w_2 cos\beta_2 = 29{,}8769 - 25{,}2503 cos13° = 5{,}2763$$

Aplicando el teorema del coseno, se puede determinar el valor de v_2

$$v_2^2 = u_2^2 + w_2^2 - 2u_2w_2cos\beta_2$$

$$v_2 = \sqrt{u_2^2 + w_2^2 - 2u_2w_2cos\beta_2} =$$

$$v_2 = \sqrt{29{,}8769^2 + 25{,}2503^2 - 2\ 29{,}8769\ 25{,}2503\ cos13} = 7{,}7509\ m/s$$

$$v_2 = 12{,}188\ m/s$$

El ángulo α_2 se puede determinar mediante la expresión

$$cos\alpha_2 = \frac{v_{2u}}{v_2} \rightarrow \alpha_2 = 64{,}34°$$

Apartado c)

La potencia generada por la máquina en el eje viene definida por la expresión:

$$P_u = \gamma Q H_N \eta_{man}\eta_{mec}$$

$$\eta_{max} = \varphi_1^2\frac{1 + cos\beta_2}{2}$$

$$\eta_{max} = 0{,}98^2\frac{1 + cos13°}{2} = 0{,}948$$

Por tanto, teniendo en cuenta que le rendimiento volumétrico es 1, la potencia al freno será

$$P_u = 9{,}81\ 66{,}544\frac{\pi 0{,}14^2}{4}235\ 0{,}948\ 0{,}89 = 1992{,}47\ kW$$

Apartado d)

Conocida la velocidad tangencial y el diámetro medio,

$$u_1 = \frac{\pi D}{60} n \rightarrow n = \frac{60\, u_1}{\pi D} = 300{,}31\, rpm \rightarrow n = 300\, rpm$$

El número de polos será:

$$60f = zn \rightarrow z = \frac{60f}{n} = \frac{60\ 50}{300} = 10$$

Apartado e)

El número de Camerer viene definido por la expresión:

$$n_q = n \quad Q^{\frac{1}{2}} H_N^{-\frac{3}{4}}$$

$$n_q = 300\ 1{,}024^{\frac{1}{2}} 235^{-\frac{3}{4}} = 5{,}05\, rpm$$

Apartado f)

Aplicando la ley de semejanza, teniendo en cuenta que la velocidad de giro es la misma (se mantiene la frecuencia y el número de pares de polos), el nuevo diámetro de la rueda será:

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{D}{D_0}\right)^5 \rightarrow D = \sqrt[5]{\frac{P}{P_0}} D_0 = \sqrt[5]{\frac{5P_0}{P_0}} D_0 = \sqrt[5]{5}\ 1{,}9 = 2{,}62\, m$$

Apartado g)

El rendimiento del inyector establece la relación existente entre la energía a la salida del inyector y la energía a la entrada, en este caso el salto neto, por ser la salida la cámara de descarga, siendo nula su energía en este punto.

$$\eta_{iny} = \frac{H_1}{H_N} = \frac{\frac{v_1^2}{2g}}{H_N} = \frac{66{,}544^2}{2g\ 235} = 0{,}96$$

Problema 10

Una turbina Pelton está instalada en una central hidroeléctrica, la cual se alimenta de un embalse. La entrada de la turbina está situada a la cota 5 m sobre el nivel de referencia. La presión a la entrada son 190 mca y el término cinético a la entrada es 5 mca. Se conoce que las pérdidas desde el embalse a la entrada de la turbina son 12 mca. La descarga de la turbina se produce en una cámara de descarga a lámina libre, donde se sitúa el nivel de referencia, encontrándose el inyector a la misma cota que la salida. Teniendo en cuenta que: el coeficiente periférico de velocidad es 0,53, el coeficiente de velocidad absoluta 0,97, la entrada es ideal, la componente periférica a la salida es igual a 3,5 m/s, el rendimiento mecánico 0,98 y el diámetro del chorro 10 cm. Se pide determinar:

a) Altura del embalse (m) $H_0 = 200\ m$

b) Rendimiento manométrico (m) $\eta_{man} = 0{,}94$

c) Potencia útil (kW) $P_u = 862{,}12\ kW$

SOLUCIÓN

Apartado a)

La altura del embalse (H_0) vendrá definida por:

$$H_0 = H_N + h_{r_{OE}}$$

$$H_0 = H_E - H_S + h_{r_{OE}}$$

$$H_0 = z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{v_E^2}{2g} - H_S + h_{r_{OE}}$$

$$H_0 = 5 + 195 + 5 - 0 + 12 = 212\, mca$$

Apartado b)

El rendimiento manométrico viene definido por la expresión

$$\eta_{man} = \frac{H_{t,\infty}}{H_N}$$

La altura teórica de Euler, es necesario conocer la velocidad tangencial de la rueda, así como la velocidad de entrada.

$$v_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH_N} = 0{,}97\, \sqrt{2g\; 200} = 60{,}7626\, m/s$$

La velocidad tangencial, conocido el coeficiente periférico

$$u_1 = u_2 = v\, v_1 = 0{,}53\; 60{,}7626 = 32{,}2042\, m/s$$

Por tanto, la Altura de Euler

$$H_{t,\infty} = \frac{u_1 v_1 - u_2\, v_{2u}}{g} = \frac{32{,}2042\; (60{,}7626 - 3{,}5)}{g} = 187{,}98\, mca$$

$$\eta_{man} = \frac{187{,}98}{200} = 0{,}94$$

Apartado c)

La potencia útil será

$$P_u = \gamma Q H_N \eta_{man} \eta_{mec}$$

El caudal puede ser determinado conocida la velocidad de salida y el diámetro del chorro

$$Q = \frac{v_1 \pi d^2}{4} = 60{,}7626 \frac{\pi 0{,}1^2}{4} = 0{,}477 \frac{m^3}{s}$$

$$P_u = 9{,}81\; 0{,}477\; 200\; 0{,}94\; 0{,}98 = 862{,}12\, kW$$

Problema 11

Una turbina Francis de eje vertical con tubo de aspiración, instalada en Europa y con 10 pares de polos, está alimentada por un embalse mediante una conducción de DN1600 mm (Diámetro interior) y de longitud 3500 m (f=0,018). El caudal circulante por la conducción es de 3 m^3/s y las fugas internas (recirculación) y externas (lubricación) de la turbina Francis son igual a 50 l/s. La entrada a la turbina, cuyo diámetro es de 1000 mm, se sitúa 10 m por encima del nivel de agua de la cámara de descarga y el manómetro instalado en la entrada de la misma señala 79,26 mca. La cota de entrada del rodete se sitúa a 8,5 m y la salida del rodete a la cota 8,0 m. En estas condiciones, el rendimiento hidráulico es igual al 90% y el rendimiento mecánico igual al 98%. El ángulo de salida del distribuidor es de 15º, el ángulo que forman los alabes de entrada es de 15º y de 18º a la salida. Del mismo modo se conoce que la velocidad meridional a la entrada del rodete es 8 m/s, que se corresponde con el doble del valor de la velocidad meridional a la salida. Se pide determinar:

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 59,7126	β_1 (º)=15
w_1 (m/s) =30,9096	α_1 (º)= 15
v_1 (m/s) = 30,9096	V_{1u} (m/s) = 29,8564

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 37,9697	β_2 (º)=18
w_2 (m/s) =12,9443	α_2(º)= 8,86
v_2 (m/s) = 25,9658	v_{2u} (m/s) = 25,6569

c) Diámetro del rodete a la entrada $D_1 = 3{,}80$ m

d) Espesor del rodete a la salida en m $b_2 = 0{,}0971\ m$

e) Altura teórica de Euler en mca $H_{t,\infty} = 82{,}44\ mca$

f) Salto bruto de la instalación $H_B = 94{,}47\ mca$

SOLUCIÓN

En este caso, en primer lugar, se puede determinar el salto neto, ya que el problema aporta información tanto de la entrada de la turbina como de la salida (S). En la salida indica que es cota 0 (Nivel de referencia) y la cota de entrada se sitúa a 10 m, se conoce la presión, y se puede determinar la velocidad de entrada (V_E)

$$V_E = \frac{Q_T}{S_E} = \frac{3 \cdot 4}{\pi D_E^2} = 3{,}82\,\frac{m}{s}$$

Por lo tanto, $H_E = 10 + 79{,}26 + \frac{3{,}82^2}{2\ 9{,}81} = 90\ mca$

Conocido H_E, $H_N = H_E - H_S = 90 - 0$ = 90 mca

Conocida el número de polos (z) y la frecuencia (f), se puede determinar la velocidad de rotación (n) y con ella las velocidades tangenciales u_1y u_2

$$n = \frac{60f}{z} = \frac{60\ 50}{10} = 300\ rpm$$

Conocidos los ángulos β_1 y α_1 que ambos son igual a 15º, así como la velocidad meridional de entrada (v_{1m}), se puede determinar el triángulo de entrada

$$v_1 = \frac{v_{1m}}{seno\alpha_1} = \frac{8}{seno15°} = 30{,}9096\ m/s$$

$$w_1 = \frac{v_{1m}}{seno\beta_1} = \frac{8}{seno15°} = 30{,}9096\ m/s$$

Conocido v_1y w_1, puede determinarse u_1 mediante la suma de las componentes tangenciales

$$u_1 = v_1 cos\alpha_1 + w_1 cos\beta_1$$

$$u_1 = 30{,}9096cos15° + 30{,}9096cos15° \quad = 59{,}7128\ m/s$$

Una vez conocido el triángulo de entrada, de forma análoga se puede determinar el módulo de la velocidad relativa a la salida w_2

$$w_2 = \frac{v_{2m}}{seno\beta_2} = \frac{4}{seno18°} = 12{,}9443\ m/s$$

Al no disponer de más información de partida, se desconoce los valores de u_2 y v_{2u}, que están relacionados con la expresión de Euler

$$H_{t,\infty} = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g}$$

$$v_{2u} = u_2 - w_2 cos\beta_2$$

Para conocer la altura de Euler, se debe conocer el rendimiento manométrico, una vez hemos determinado anteriormente el salto neto

$$\eta_{man} H_N = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g}$$

El problema no da información del rendimiento manométrico de forma directa, pero sí se conoce el rendimiento hidráulico y las fugas, por tanto:

$$\eta_v = \frac{Q_T - q_F}{Q_T} = \frac{3 - 0{,}05}{3} = 0{,}983$$

$$\eta_{man} = \frac{\eta_H}{\eta_v} = \frac{0{,}9}{0{,}983} = 0{,}916$$

Por tanto, u_2 es

$$\eta_{man} H_N = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 (u_2 - w_2 cos\beta_2)}{g}$$

$$\eta_{man} H_N g = u_1 v_{1u} - u_2^2 + w_2 cos\beta_2 u_2$$

$$u_2^2 - w_2 cos\beta_2 u_2 + (\eta_{man} H_N g - u_1 v_{1u}) = 0$$

$$u_2^2 - 12{,}9443 cos 18° u_2 + (0{,}916 \quad 90\ 9{,}81 \quad - 59{,}7128 \quad 30{,}9096 cos 15°) = 0$$

La única solución válida es u_2=37,9697 m/s

Conocida u_2, $v_{2u} = 37{,}9697 - 12{,}9443 cos 18° = 25{,}6559 \frac{m}{s}$

Finalmente, $v_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = \sqrt{4^2 + 25{,}6569^2} = 25{,}9658 \frac{m}{s}$

$$\alpha_2 = \text{atan}\left(\frac{4}{25{,}6569}\right) = 8{,}86°$$

Apartado c)

Definidos los triángulos de velocidades a la entrada y salida del rodete, puede definirse el diámetro del rodete a la entrada

$$D_1 = \frac{u_1 60}{\pi n} = \frac{59{,}7128\ 60}{\pi 300} = 3{,}80\ m$$

Apartado d)

A la hora de determinar el espesor a la salida, se conoce que:

$$Q_r = \pi D_2 b_2 v_{2m} \rightarrow b_2 = \frac{Q_r}{\pi D_2 v_{2m}} = \frac{Q_r}{\pi \frac{u_2 60}{\pi n} v_{2m}} = \frac{Q_r n}{u_2 60 v_{2m}} = 0{,}0971\ m$$

Apartado e)

La altura teórica de Euler viene definida por la expresión:

$$H_{t,\infty} = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g} = \frac{59{,}7128\ 29{,}8564 - 37{,}9697\ 25{,}6559}{9{,}81} = 82{,}44\ mca$$

Apartado f)

El salto bruto puede determinarse desarrollando un balance de energía entre el embalse y la entrada de la turbina (E) considerando las pérdidas desde el origen hasta la entrada de la turbina.

$$H_B = H_E + \sum h_{BE} = H_E + \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} = 90 + \frac{8\ 0{,}018\ 3500\ 3^2}{\pi^2 g 1{,}6^5} = 94{,}47\ mca$$

Problema 12

En una central hidroeléctrica existe una turbina de reacción que está turbinando un caudal de 1,4 $\frac{m^3}{s}$ con un caudal de fuga estimado en 27 l/s. Se conoce que el salto neto son 12 mca y que el generador de la turbina tiene 18 pares de polos, bajo una frecuencia de 50 Hz. Se conoce que el diámetro interior es 0,7 y el diámetro exterior 1,1 m. La velocidad absoluta del fluido a la entrada es igual a 8 m/s y la de salida 2,4 m/s. Finalmente, se conoce que el ángulo que forman los vectores de velocidad tangencial y absoluta son 55º y 78º a la entrada y salida respectivamente. Se pide:

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 9,5990	β_1 (º)= 52,60
w_1 (m/s) = 8,2489	α_1 (º)=55
v_1 (m/s) = 8	V_{1m} (m/s) =6,5532

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 6,1085	β_2 (º)=22,70
w_2 (m/s) =6,0808	α_2(º)= 78
v_2 (m/s) = 2,4	v_{2m} (m/s) =2,3476

c) Grado de reacción de la máquina $\sigma_{t,\infty} = 0,7329$

d) Potencia al freno en kW, si el rendimiento mecánico es 0,94
$P_{eff} = 140{,}73\ kW$

e) Rendimiento hidráulico de la turbina η_H =0,9084

f) Velocidad específica de la máquina $n_s = 88{,}526\ rpm$

g) Relación de espesores del rodete, teniendo en cuenta que el coeficiente de obstrucción a la entrada es de 0,78 y a la salida 0,89 $\frac{b_1}{b_2} = 0{,}2601$

SOLUCIÓN

En primer lugar, se determina la velocidad de giro de la máquina

$$60\,f = n\,z \rightarrow n = \frac{60\;50}{18} = 166{,}67\;rpm$$

Por tanto, las velocidades tangenciales a la entrada (1) y salida (2), serán:

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\;1{,}1}{60} 166{,}67 = 9{,}5992\;m/s$$

$$u_2 = \frac{\pi D_2}{60} n = \frac{\pi\;0{,}7}{60} 166{,}67 = 6{,}1085\;m/s$$

Conocidos los vectores de velocidad tangencial, mediante el teorema del coseno puede determinarse el modelo de los vectores de velocidad relativa

$$w_1 = \sqrt{u_1^2 + v_1^2 - 2u_1 v_1 cos\alpha_1} = \sqrt{9{,}5992^2 + 8^2 - 2\;9{,}5992\;8\cos 55°}$$
$$= 8{,}2489\;m/s$$

$$w_2 = \sqrt{u_2^2 + v_2^2 - 2u_2 v_2 cos\alpha_2} =$$

$$= \sqrt{6{,}1085^2 + 2{,}4^2 - 2\;6{,}1085\;2{,}4\cos 78°} = 6{,}0808\;m/s$$

La velocidad meridional en ambas secciones puede ser determinada mediante:

$$v_{1m} = v_1 sen\alpha_1 = 8\;sen55° = 6{,}5532\;m/s$$

$$v_{2m} = v_2 sen\alpha_2 = 2{,}4\;sen78° = 2{,}3476\;m/s$$

Por tanto, el ángulo que forma el álabe con la dirección tangencial

$$sen\beta_1 = \frac{v_{1m}}{w_1} \rightarrow \beta_1 = 52{,}60°$$

$$sen\beta_2 = \frac{v_{2m}}{w_2} \rightarrow \beta_2 = 22{,}71°$$

Apartado c)

El grado de reacción teórico viene definido por la expresión:

$$\sigma = \frac{H_{p,\infty}}{H_{t,\infty}}$$

El término de presión viene definido por los términos

$$H_{p,\infty} = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}$$

Mientras que la altura teórica de Euler, en su segunda forma

$$H_{t,\infty} = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$$

$$\sigma = \frac{8{,}15}{11{,}12} = 0{,}7329$$

Apartado d)

La potencia al freno de la máquina vendrá definida por la expresión

$$P_u = \gamma Q H_N \eta_g$$

El rendimiento volumétrico será igual a

$$\eta_{vol} = \frac{Q - q}{Q} = \frac{1{,}4 - 0{,}027}{1{,}4} = 0{,}9807$$

El rendimiento manométrico viene definido por

$$\eta_{man} = \frac{H_{t,\infty}}{H_N} = \frac{11{,}12}{12} = 0{,}9263$$

Por tanto, el rendimiento global será

$$\eta_g = \eta_{man}\eta_{vol}\eta_{mec} = \ 0{,}9263\ 0{,}9807\ 0{,}94 = 0{,}8539$$

$$P_u = 9{,}81\ 1{,}4\ 12\ 0{,}8539 = 140{,}73\ kW$$

Apartado e)

El rendimiento volumétrico de la máquina será:

$$\eta_h = \eta_{vol}\ \eta_{man} = 0{,}9263\ 0{,}9807 = 0{,}9804$$

Apartado f)

La velocidad específica viene definida por la expresión

$$n_s = n\ P^{\frac{1}{2}}\ H^{-\frac{5}{4}} = 166{,}67\ 140{,}73^{\frac{1}{2}}\ 12^{-\frac{5}{4}} = 88{,}526\ rpm\ (m, kW)$$

Apartado g)

La relación de espesores $\frac{b_1}{b_2}$, teniendo en cuenta que el caudal de entrada y salida del rodete es el mismo

$$v_{1m}\pi D_1 b_1 \chi_1 = v_{2m}\pi D_2 b_2 \chi_2$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{v_{2m} D_2 \chi_2}{v_{1m} D_1 \chi_1} = \frac{2{,}3476\ 0{,}7\ 0{,}89}{6{,}5532\ 1{,}1\ 0{,}78} = 0{,}2601$$

Problema 13

En una determinada instalación hidráulica, existe instalada una máquina de reacción de la que se conoce que: el ángulo que forman los vectores velocidad absoluta y de arrastre a la entrada es 32º, el ángulo del álabe a la entrada 94º y salida 45º, la relación de diámetros entre la entrada y salida es 1,4 y que la componente periférica a la salida es nula. Además, se conoce que el grado de reacción es 0,48, que el rendimiento volumétrico es 0,96 y el rendimiento mecánico es 0,98. Se conoce que la velocidad de giro de la máquina son 300 rpm (10 pares de polos), salto neto 160 mca y el número específico de la máquina es igual a 80 rpm (m, kW)

Se pide:

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 37,0134	β_1 (º)= 94
w_1 (m/s) = 24,2444	α_1 (º)=32
v_1 (m/s) = 45,6396	V_{1u} (m/s) = 38,7046

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 26,4381	β_2 (º)=45
w_2 (m/s) =37,3892	α_2(º)= 90
v_2 (m/s) = 26,4381	v_{2u} (m/s) = 0

c) Potencia interna en Kw $P_{int} = 7256{,}24\ kW$

d) Potencia al freno en kW $P_{eff} = 7111{,}11\ kW$

e) Caudal circulante en la entrada a la turbina $Q_T = \frac{m^3}{s}$

SOLUCIÓN

A partir de los datos que se conocen,

$$\sigma = 1 - \frac{v_1^2 - v_2^2}{2gH_N}$$

Por tanto,

$$v_1^2 - v_2^2 = 2gH_N(1-\sigma)$$

Del triángulo de velocidades se conoce que:

$$u_1 = 1{,}4u_2$$

$$v_2 = u_2 tan\beta_2 = \frac{u_1 tan\beta_2}{1{,}4}$$

$$u_1 = v_1 cos\alpha_1 + \frac{v_1 sen\alpha_1}{\tan\beta_2}$$

Sustituyendo,

$$v_1^2 - \left(\frac{(v_1 cos\alpha_1 + \frac{v_1 sen\alpha_1}{\tan\beta_2}) tan\beta_2}{1{,}4}\right)^2 = 2gH_N(1-\sigma)$$

$$v_1^2 - \frac{1}{1{,}4^2}(v_1^2 \cos^2\alpha_1 \tan^2\beta_2 + v_1^2 sen^2\alpha_1)^2 = 2gH_N(1-\sigma)$$

$$v_1^2 (1 - \frac{\cos^2\alpha_1 \tan^2\beta_2 + sen^2\alpha_1}{1{,}4^2}) = 2gH_N(1-\sigma)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gH_N(1-\sigma)}{1 - \frac{\cos^2\alpha_1 \tan^2\beta_2 + sen^2\alpha_1}{1{,}4^2}}} = \sqrt{\frac{2g\ 100\ (1-0{,}48)}{1 - \frac{\cos^2\alpha_1 \tan^2\beta_2 + sen^2\alpha_1}{1{,}4^2}}}$$
$$= 45{,}6396\ m/s$$

Conocida, la velocidad absoluta de entrada, la velocidad meridional a la entrada y la componente periférica serán:

$$v_{1u} = v_1 cos\alpha_1 = 45{,}6396\ cos32° = 38{,}7046\ m/s$$

$$v_{1m} = v_1 sen\alpha_1 = 45{,}6396\ sen32° = 24{,}1853\ m/s$$

Aplicando el teorema del seno:

$$w_1 = \frac{v_{1m}}{sen(180-\beta_1)} = \frac{24{,}1853}{sen(180-94)} = 24{,}2444\ m/s$$

Conocida la velocidad relativa, la velocidad lineal de arrastre será:

$$u_1 = v_{1u} + w_1 cotan\beta_1 = 38{,}7046 + 24{,}2444\ cos94° = 37{,}0134\ m/s$$

Conocidos los parámetros del triángulo de entrada, la velocidad de arrastre de salida será, teniendo en cuenta que $\frac{D_1}{D_2} = 1{,}4$

$$u_2 = \frac{u_1}{1{,}4} = \frac{37{,}0134}{1{,}4} = 26{,}4381\ m/s$$

Por ser un triángulo isósceles, $u_2 = v_2 = 26{,}4381$

Finalmente, la velocidad relativa de salida será:

$$w_2 = \sqrt{u_2^2 + v_2^2} = \sqrt{26{,}4381^2 + 26{,}4381^2} = 37{,}3892\ m/s$$

Apartado c)

La potencia interna vendrá definida por:

$$P_{int} = \gamma Q H_N \eta_{vol} \eta_{man}$$

$$n_s = nP^{0,5}H_N^{-1,25} \rightarrow P_u = \left(\frac{n_s}{nH_N^{-1,25}}\right)^2 = \left(\frac{80}{300\ 160^{-1,25}}\right)^2 = 23027\ kW$$

Conocido el rendimiento mecánico, $P_{int} = \frac{P_u}{\eta_{mec}} = \frac{23027}{0{,}98} = 23496{,}94\ kW$

Apartado d)

Ya ha sido calculado anteriormente.

Apartado e)

Conocida la potencia, el caudal circulante será

$$Q = \frac{P_u}{9{,}81\ H_N \eta_{vol} \eta_{man} \eta_{mec}}$$

El rendimiento manométrico puede ser calculado

$$\eta_{man} = \frac{H_{t,\infty}}{H_N} = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{gH_N} = \frac{146{,}04}{160} = 0{,}9127$$

$$Q = \frac{23027}{9{,}81\ 160\ 0{,}96\ 0{,}9127\ 0{,}98} = 17{,}09 \frac{m^3}{s}$$

Problema 14

Un sistema de generación está equipado por una turbina de reacción cuya velocidad de giro son 50 rpm con un caudal turbinado de 2,8 $\frac{m^3}{s}$. Se conoce que el diámetro exterior del rodete es 3 m, el interior 2,5 m, el espesor es constante a lo largo del todo el rodete e igual a 30 cm siendo los coeficientes de obstrucción 0,96 tanto a la entrada como a la salida. Se conoce que el ángulo que forman la velocidad absoluta y de arrastre son 14º. Se conoce que la salida no tiene componente periférica, que la presión a la salida del rodete es 4 mca, las pérdidas del rodete vienen establecidas por la expresión $h_{r_{rod}} = \frac{0{,}4u_2^2}{2g} + \frac{0{,}35w_2^2}{2g}$. Así mismo, se conoce que la entrada de la turbina está 1 m por encima de la entrada del rodete, siendo el diámetro de la entrada de 1 m. La diferencia de cotas entre la entrada del rodete y la salida es 0,4 m, y se conoce que el desnivel entre la salida del rodete y la cámara de descarga que conecta mediante el tubo de aspiración son 1,5 m (Tomad como referencia la cámara de descarga). Se conoce que las pérdidas de carga entre la entrada de la turbina y del rodete son 1,9 mca.

Se pide:

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 7,854	β_1 (º)= 15,51
w_1 (m/s) = 3,857	α_1 (º)=14
v_1 (m/s) = 4,2642	V_{1u} (m/s) = 4,1376

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 6,545	β_2 (º)=10,71
w_2 (m/s) = 6,661	α_2(º)= 90
v_2 (m/s) = 1,2379	v_{2u} (m/s) = 0

c) Salto neto de la instalación en mca $H_N = 12{,}45\ mca$

d) Pérdidas de carga en el tubo de aspiración $h_{r_{asp}} = 5{,}58\ mca$

e) Potencia al freno, considerando un rendimiento mecánico de 0,97 en kW $P_{eff} = 7111{,}11\ kW$

f) Par torsor en el eje en Nm $M = 16843\ Nm$

SOLUCIÓN

En este caso, se puede resolver el triángulo de salida

$$u_2 = \frac{\pi D_2}{60} n = \frac{\pi 2{,}5}{60} 50 = 6{,}545\ m/s$$

$$Q = v_{2m} \pi D_2 \chi_2 b_2 \rightarrow v_{2m} = \frac{2{,}8}{\pi\ 2{,}5\ 0{,}96\ 0{,}3} = 1{,}2379\ m/s$$

Como $\alpha_2 = 90°$, $v_2 = v_{2m} = 1{,}2379\ m/s$

Por ser el triángulo rectángulo, $w_2 = \sqrt{v_2^2 + u_2^2} = \sqrt{1{,}2379^2 + 6{,}545^2} = 6{,}661\ m/s$

$$tan\beta_2 = \frac{v_2}{u_2} \rightarrow \beta_2 = 10{,}71º$$

Una vez se conocen las componentes del triángulo de salida, conocida v_{2m}, puede determinarse v_{1m}

$$v_{1m} \pi D_1 \chi_1 b_1 = v_{2m} \pi D_2 \chi_2 b_2$$

$$v_{1m} = \frac{v_{2m} \pi D_2 \chi_2 b_2}{\pi D_1 \chi_1 b_1} = \frac{1{,}2379\ 2{,}5}{3} = 1{,}0316\ m/s$$

$$v_1 = \frac{v_{1m}}{sen\alpha_1} = \frac{1{,}0316}{sen 14°} = 4{,}2642\ m/s$$

$$v_{1u} = v_1 cos\alpha_1 = 4{,}2642\ cos 14° = 4{,}1376\ m/s$$

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\ 3}{60} 50 = 7{,}854\ m/s$$

Aplicando el teorema del coseno,

$$w_1 = \sqrt{v_1^2 + u_1^2 - 2 u_1 v_1 cos\alpha_1} =$$

$$= \sqrt{7{,}854^2 + 4{,}2642^2 - 2\ 7{,}854\ 4{,}2642\ cos 14°} = 3{,}857\ m/s$$

Finalmente, el ángulo del álabe con la dirección tangencial será

$$sen\beta_1 = \frac{v_{1m}}{w_1} \rightarrow \beta_1 = 15{,}51°$$

Apartado c)

El salto neto viene definido por la expresión

$$H_N = H_{t,\infty} + h_{r_{E1}} + h_{r_{12}} + h_{r_{2s}} = H_E - H_S$$

Además es conocido que,

$$H_1 = H_{t,\infty} + H_2 + h_{r_{12}}$$

$$H_{t,\infty} = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g} = \frac{7{,}854\ 4{,}1376}{9{,}81} = 3{,}31\ mca$$

Conocida la altura teórica de Euler, las pérdidas de carga en el rodete pueden determinarse mediante,

$$h_{r_{rod}} = \frac{0{,}4u_2^2}{2g} + \frac{0{,}35w_2^2}{2g} = \frac{0{,}4\ 6{,}545^2}{2g} + \frac{0{,}35\ 6{,}661^2}{2g} = 1{,}66\ mca$$

$$H_1 = H_{t,\infty} + H_2 + h_{r_{12}}$$

$$H_2 = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = 1{,}5 + 4 + \frac{1{,}2379^2}{2g} = 5{,}58\ mca$$

$$H_1 = 3{,}31 + 5{,}58 + 1{,}66 = 10{,}55\ mca$$

La energía a la entrada de la turbina será:

$$H_E = H_1 + h_{r_{E1}} = 10{,}55 + 1{,}9 = 12{,}45\ mca$$

Por tanto, $H_N = H_E - H_S = 12{,}45 - 0 = 12{,}45\ mca$

Apartado d)

Las pérdidas de carga en el tubo de aspiración serán

$$h_{r_{2s}} = H_N - H_{t,\infty} - h_{r_{E1}} - h_{r_{12}} = 12{,}45 - 3{,}31 - 1{,}9 - 1{,}66 = 5{,}58\ mca$$

Apartado e)

Conocido el caudal turbinado (caudal real), la potencia efectiva al freno será:

$$P_{ef} = \gamma Q H_{t\infty} \eta_{mec} = 9{,}81\ 2{,}8\ 3{,}31\ 0{,}97 = 88{,}19\ kW$$

Apartado f)

El par vendrá definido por la expresión

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{88190}{\frac{2\pi\ 50}{60}} = 16843\ Nm$$

Problema 15

Un sistema de generación equipado con una turbina Francis de 5 pares de polos desarrolla una potencia útil de 500 kW bajo un caudal de 0,85 $\frac{m^3}{s}$. El salto neto en el cual está instalada la máquina es de 70 m. El rendimiento volumétrico es 0,98 y el mecánico 0,97, además se conoce que la salida es radial, el espesor del rodete es igual a 10 cm y el diámetro de 0,9 m.

a) Ángulo de entrada del alabe $\beta_1 = 40{,}36°$

b) Velocidad específica en rpm $n_s = 33{,}13\ rpm$

c) Definir la velocidad de giro de la máquina si se desea que, manteniendo el caudal, se adapte a un salto de 80 m $n_1 = 320{,}71\ rpm$

SOLUCIÓN

En este caso, la altura efectiva puede determinarse mediante

$$P_u = \gamma Q H_u \eta_{mec} \rightarrow H_u = \frac{500}{9{,}81\ 0{,}85\ 0{,}97} = 61{,}82\ mca$$

Teniendo en cuenta que la salida es radial,

$$H_u = \frac{u_1 v_{1u}}{g}$$

u_1 puede determinarse mediante

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}9}{60} \frac{60\ 50}{5} = 28{,}2744\ m/s$$

Por tanto, $v_{1u} = \frac{61{,}82\ 9{,}81}{28{,}2744} = 21{,}4489\ m/s$

La velocidad meridional de entrada es igual a

$$v_{1m} = \frac{Q}{\pi D_1 b_1} = \frac{0{,}82}{\pi\ 0{,}9\ 0{,}05} = 5{,}8003\ m/s$$

Por tanto, $\alpha_1 = \text{atan}\left(\frac{5{,}8003}{21{,}4489}\right) = 15{,}13°$ y $v_1 = \sqrt{v_{1u}^2 + v_{1m}^2} = 22{,}2193\ m/s$

La velocidad relativa a la entrada podrá determinarse mediante el teorema del coseno

$$w_1 = \sqrt{u_1^2 + v_1^2 - 2u_1 v_1 cos\alpha_1} = 8{,}9564\ m/s$$

El ángulo β_1 puede ser determinado mediante

$$\beta_1 = asen\left(\frac{v_{1m}}{w_1}\right) = asen\left(\frac{5{,}8003}{8{,}9564}\right) = 40{,}36°$$

Apartado b)

La velocidad específica de la máquina viene definida por

$$n_s = nP^{0{,}5} H_N^{-1{,}25} = 300\ 500^{0{,}5}\ 70^{-1{,}25} = 33{,}13\ rpm\ (m, kW)$$

Apartado c)

Aplicando las leyes de semejanza

$$\frac{H_1}{H_0} = \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2 \rightarrow n_1 = 320{,}71\ rpm$$

Problema 16

Una turbina de reacción opera bajo un caudal de 400 l/s. La presión a la entrada de la turbina es 21 mca y su cota sobre el nivel de referencia 4, siendo la velocidad de 1 m/s. La cota de salida se sitúa como nivel de referencia. En cuanto a las características del rodete, se conoce que su espesor a la entrada es 95 mm, el diámetro exterior 0,65 m, el diámetro interior 0,29 m y su espesor 105 mm. Los álabes tienen una inclinación de 68º respecto a la componente tangencial en su entrada. El triángulo de salida se conoce que no tiene componente periférica y que los coeficientes de obstrucción de los alabes es 1 al igual que a la entrada. Finalmente, se conoce que el rendimiento volumétrico es 1, el manométrico 0,90 y el mecánico 0,92. En cuanto a las pérdidas de carga, se conoce que las pérdidas desde la entrada de la turbina hasta la entrada del rodete son 1 mca y las del rodete vienen definidas por la expresión $h_{r_{12}} = \frac{0{,}4w_2^2}{2g}$. Relativo a la posición del rodete, se conoce que la cota geométrica es 4 m, y la de salida 3,8 m. Determinar

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 15,460	β_1 (º)= 68
w_1 (m/s) =2,2228	α_1 (º)=8.02
v_1 (m/s) = 14,7726	V_{1u} (m/s) = 14,627

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 6,8975	β_2 (º)=31,23
w_2 (m/s) =8,066	α_2(º)= 90
v_2 (m/s) = 4,1815	v_{2u} (m/s) =0

c) Potencia al freno en kW $P_{eff} = 7111{,}11\ kW$

d) Diferencia de altura útil si se elimina el tubo de aspiración

SOLUCIÓN

A partir de los datos que se conocen, el salto neto será igual a

$$H_N = z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{v_E^2}{2g} - H_S = 4 + 21 + \frac{1^2}{2g} = 25{,}05\ mca$$

Conocido el salto neto, la altura efectiva de la máquina será

$$H_{t,\infty} = \eta_{man} H_N = 0{,}92\ 25{,}05 = 23{,}05\ mca$$

Teniendo en cuenta que $v_{2u} = 0$,

$$H_{t,\infty} = \frac{u_1 v_{1u}}{g} = \frac{u_1\left(u_1 - \frac{Q}{\pi D_1 b_1 tan\beta_1}\right)}{g}$$

$$u_1^2 - \frac{Q}{\pi D_1 b_1 tan\beta_1} u_1 - gH_{t,\infty} = 0$$

$$u_1^2 - \frac{0.4}{\pi\ 0{,}65\ 0{,}095\ tan68°} u_1 - 9{,}81\ 23{,}05 = 0$$

$$u_1^2 - 0{,}833 u_1 - 226{,}12 = 0$$

$$u_1 = 15{,}460\ \frac{m}{s}$$

Conocida u_1, $v_{1u} = 15{,}460 - \frac{0.4}{\pi\ 0{,}65\ 0{,}095\ tan68°} = 14{,}627\ m/s$

La velocidad meridional de entrada será

$$v_{1m} = \frac{Q}{\pi D_1 b_1} = \frac{0{,}4}{\pi\ 0{,}65\ 0{,}095} = 2{,}062\ m/s$$

Por tanto,

$$v_1 = \sqrt{v_{1u}^2 + v_{1m}^2} = 14{,}7716\ m/s$$

Finalmente, $\alpha_1 = atan\left(\frac{v_{1m}}{v_{1u}}\right) = 8{,}02°$

Conocido $v_1, u_1\ y\ \alpha_1$, la velocidad relativa de entrada será igual a

$$w_1 = \sqrt{v_1^2 + u_1^2 - 2u_1 v_1 cos\alpha_1} = 2{,}2228 \frac{m}{s}$$

Apartado b)

Conocida la velocidad lineal de arrastre a la entrada, la velocidad de arrastre a la salida será igual a:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{0{,}65}{0{,}29} \rightarrow u_2 = 6{,}8975\ m/s$$

La velocidad meridional será igual a

$$v_{2m} = \frac{v_{1m} D_1 b_1}{D_2 b_2} = 2{,}062 \frac{0{,}65\ 0{,}095}{0{,}29\ 0{,}105} = 4{,}1815\ m/s$$

La velocidad relativa de salida puede determinarse como:

$$w_2 = \sqrt{v_2^2 + u_2^2} = 8{,}066\ m/s$$

Finalmente, el ángulo de los álabes de salida será igual a

$$sen\beta_2 = \frac{v_2}{w_2} \rightarrow \beta_2 = 31{,}23°$$

Apartado c)

La potencia útil viene definida por:

$$P = \gamma Q H_N \eta_T = 9{,}81\ 0{,}4\ 25{,}05\ 0{,}9\ 0{,}92\ 1 = 81{,}39\ kW$$

Apartado d)

La altura útil sin tubo de aspiración viene definida por la expresión:

$$H_{u_{sta}} = \left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}\right) - h_{r_{12}}$$

Las pérdidas en el rodete son igual a $h_{r_{12}} = \frac{3w_2^2}{2g} = \frac{3\ 8{,}066^2}{2g} = 9{,}945\ mca$

$$H_{u_{sta}} = \left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}\right) - h_{r_{12}}$$

$$H_{u_{sta}} = \left(4 + 21 - 1 + \frac{14{,}7726^2}{2g}\right) - \left(3{,}8 + 0 + \frac{4{,}1815^2}{2g}\right) - 9{,}945 = 20{,}486\ mca$$

La diferencia de altura útil será $23{,}05 - 20{,}486 = 2{,}564\ mca$.

Problema 17

En una central hidroeléctrica existe una turbina de reacción cuyo salto neto es igual a 48 m. Se conoce que el número de pares de polos del generador es igual a 10, siendo el diámetro 1,41 m. En el punto de operación, la máquina desarrolla una potencia efectiva de 3800 kW, siendo los rendimientos total, mecánico y volumétrico, 0,88, 1 y 0,99 respectivamente. Además, se conoce que la entrada del rodete se sitúa a la cota 2 m sobre el plano de comparación, siendo su presión a la entrada de 24,5 mca. La salida del rodete se sitúa a la cota 1,70 m y la presión alcanzada es -2,5 mca, siendo la componente periférica de velocidad de salida nula y manteniéndose la componente meridional a lo largo de todo el rodete. La máquina dispone de un tubo de aspiración cuyas velocidades a la entrada y salida son 7 y 1 respectivamente. Determinar:

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 22,1483	β_1 (º)= 65,10
w_1 (m/s) =7,7171	α_1 (º)=20,32
v_1 (m/s) = 20,1452	V_{1u} (m/s) = 18,8955

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 22,1483	β_2 (º)=17,54
w_2 (m/s) =23,2282	α_2(º)= 90
v_2 (m/s) = 7	v_{2u} (m/s) = 0

c) Grado de reacción de la máquina $\sigma = 0{,}573$

d) Coeficientes característicos de velocidad absoluta y periférica a la entrada

$\varphi_1 = 0{,}4309 \quad \varepsilon_1 = 0{,}5208$

e) Caudal de operación en m^3/s $\quad Q = 9{,}17\,\frac{m^3}{s}$

f) Pérdidas desde la entrada de la turbina a la entrada del rodete en mca $h_{E1} = 0{,}82\,mca$

g) Pérdidas de carga en el rodete en mca $\quad h_{12} = 2{,}827\,mca$

h) Pérdidas de carga en el tubo de aspiración en mca $\quad h_{23} = 1{,}646\,mca$

i) Rendimiento del tubo difusor $\quad \eta_{ta} = 0{,}319$

SOLUCIÓN

Del enunciado se puede extraer que $v_2 = v_{2m} = 7\frac{m}{s} = v_{1m}$

La velocidad de giro de la máquina es igual a

$$n = \frac{60f}{z} = 60\frac{50}{10} = 300\,rpm$$

La velocidad lineal de arrastre puede determinarse mediante

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60}n = \frac{\pi 1{,}41}{60}300 = 22{,}1483\frac{m}{s} = u_2$$

La altura teórica de Euler es igual a

$$H_{t,\infty} = \eta_{man}H_N = \frac{0{,}88}{0{,}99\ 1}48 = 42{,}66\,mca$$

$$v_{1u} = \frac{gH_{t,\infty}}{u_1} = \frac{9{,}81\ 42{,}66}{22{,}1483} = 18{,}8955\,m/s$$

$$v_1 = \sqrt{v_{1u}^2 + v_{1m}^2} = \sqrt{18{,}8995^2 + 7^2} = 20{,}1452\,m/s$$

Los ángulos que definen el triángulo de velocidades serán

$$tan\alpha_1 = \frac{v_{1m}}{v_{1u}} \rightarrow \alpha_1 = 20{,}32°$$

$$tan\beta_1 = \frac{v_{1m}}{u_1 - v_{1u}} \rightarrow \beta_1 = 65{,}10°$$

El módulo de la velocidad relativa a la entrada será

$$w_1 = \sqrt{v_{1m}^2 + (u_1 - v_{1u})^2} = 7{,}7171\,m/s$$

Apartado b)

La velocidad relativa de salida será igual a

$$w_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + u_2^2} = \sqrt{7^2 + 22{,}1483^2} = 23{,}2282\,m/s$$

$$tan\beta_2 = \frac{v_{2m}}{u_2} \rightarrow \beta_2 = 17{,}54°$$

El apartado anterior recoge el resto de valores de la velocidad

Apartado c)

El grado de reacción de la máquina será igual a

$$\sigma = \frac{\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}}{H_{t\infty}} = \frac{\frac{22{,}1483^2 - 22{,}1483^2}{2g} + \frac{23{,}2282^2 - 7{,}7171^2}{2g}}{42{,}66} = 0{,}573$$

Apartado d)

Los coeficientes característicos de velocidad vienen definidos por la expresión

$$v_1 = \varphi_1\sqrt{2gH_N} \rightarrow \varphi_1 = \frac{v_1^2}{2gH_N} = \frac{20{,}1452^2}{2g48} = 0{,}4309$$

$$u_1 = \varepsilon_1\sqrt{2gH_N} \rightarrow \varepsilon_1 = \frac{u_1^2}{2gH_N} = \frac{22{,}1483^2}{2g48} = 0{,}5208$$

Apartado e)

El caudal circulante por la instalación es

$$P_u = \gamma Q H_N \eta_T \rightarrow Q = \frac{3800}{9{,}81\ 48\ 0{,}88} = 9{,}17\,\frac{m^3}{s}$$

Apartado f)

Las pérdidas en la cámara de la espiral y distribuidor son igual a

$$H_N = H_E - H_S$$

$$H_E = H_1 + h_{E1} \rightarrow h_{E1} = 48 - 2 - 24{,}5 - \frac{20{,}1452^2}{2g} = 0{,}82\ mca$$

Apartado g)

Las pérdidas en el rodete son

$$H_1 = H_{t,\infty} + H_2 + h_{12}$$

$$2 + 24{,}5 + \frac{20{,}1452^2}{2g} = 42{,}66 + 1{,}7 - 2{,}5 + \frac{7^2}{2g} + h_{12}$$

$$h_{12} = 2{,}827\ mca$$

Apartado h)

Las pérdidas en el tubo difusor son

$$H_2 = H_3 + h_{23}$$

$$1{,}7 - 2{,}5 + \frac{7^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{1^2}{2g} + h_{23}$$

$$h_{23} = 1{,}646\ mca$$

Apartado i)

El rendimiento del tubo de aspiración viene definido por la expresión

$$\eta_{ta} = \frac{\frac{v_2^2 - v_3^2}{2g} - h_{23}}{\frac{v_2^2}{2g}} = \frac{\frac{7^2 - 1^2}{2g} - 1{,}646}{\frac{7^2}{2g}} = 0{,}319$$

Problema 18

En una central hidroeléctrica situada en España existe una turbina de reacción cuyo salto neto es igual a 75 m, proporcionando una potencia útil de 204 kW. Se conoce que la velocidad lineal de arrastre es igual 27 m/s a la entrada, siendo el espesor a la entrada 1/5 de su diámetro. El ángulo de entrada de los álabes forma 90º y la relación de diámetros entrada y salida es 1,2. Se conoce que la salida del rodete no tiene componente periférica y que los coeficientes característicos de velocidad absoluta son 0,12 y 0,11 respectivamente (entrada y salida). Los rendimientos total y volumétrico son 0,83 y 0,95, respectivamente. La entrada a la turbina se encuentran 5 m por encima de la salida de la máquina, siendo las pérdidas de carga entre la entrada de la turbina y el rodete 1,8 mca, y 2,1 m las del rodete. La máquina carece de tubo de aspiración y la cota del rodete se sitúa a 4 m sobre el nivel de referencia. Determinar:

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 27	β_1 (º)= 90
w_1 (m/s) = 27,3896	α_1 (º)=9,68
v_1 (m/s) = 4,6032	V_{1u} (m/s) =27

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 22,5	β_2 (º)=10,62
w_2 (m/s) =22,8922	α_2(º)= 90
v_2 (m/s) = 4,2962	v_{2u} (m/s) =22,5

c) Grado de reacción de la máquina $\sigma = 0{,}997$

d) Caudal de operación en m^3/s $Q = 0{,}334\,\frac{m^3}{s}$

e) Presión a la entrada de la turbina, considerando nulo el término cinético $\frac{P_E}{\gamma} = 77{,}82\ mca$

f) Velocidad especifica de la máquina en rpm (m,kW) $n_s = 97{,}07\ rpm$

SOLUCIÓN

Del enunciado se puede extraer que

$$v_1 = \varphi_1\sqrt{2gH_N} = 0{,}12\sqrt{2g75} = 4{,}6032\, m/s$$

Teniendo en cuenta que el triángulo de entrada es rectángulo ($\beta_1 = 90°$) y $u_1 = 27\, m/s$, la velocidad relativa a la entrada será

$$w_1 = \sqrt{v_1^2 + u_1^2} = \sqrt{4{,}6032^2 + 27^2} = 27{,}3896\, m/s$$

El ángulo formado por u_1 y v_1 será

$$tan\alpha_1 = \frac{v_1}{u_1} \rightarrow \alpha_1 = 9{,}68°$$

Apartado b)

La velocidad de arrastre a la salida será igual a $u_2 = \frac{u_1}{1{,}2} = \frac{27}{1{,}2} = 22{,}5\, m/s$

La velocidad de salida será

$$v_2 = \varphi_2\sqrt{2gH_N} = 0{,}11\sqrt{2g75} = 4{,}2196\, m/s$$

La velocidad relativa de salida será:

$$w_2 = \sqrt{v_2^2 + u_2^2} = \sqrt{4{,}2196^2 + 22{,}5^2} = 22{,}8922\, m/s$$

El ángulo del álabe de salida será

$$\beta_2 = asen\left(\frac{v_2}{w_2}\right) = 10{,}62°$$

Apartado c)

El grado de reacción viene definido por

$$\sigma = 1 - \varphi_1^2 + \varphi_2^2 = 1 - 0{,}12^2 + 0{,}11^2 = 0{,}997$$

Apartado d)

El caudal puede ser determinado mediante

$$Q = \frac{P_u}{\gamma H_N \eta_T} = \frac{204}{9{,}81\ 75\ 0{,}83} = 0{,}334\frac{m^3}{s}$$

Apartado e)

La energía a la entrada del rodete puede determinarse

$$H_1 = H_{t\infty} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{r_{12}}$$

$$H_1 = \frac{27\ 27}{g} + 4 + 0 + \frac{4{,}2196^2}{2g} + 1{,}8 = 81{,}02\ mca$$

Por tanto, la presión a la entrada será

$$\frac{P_E}{\gamma} = H_1 + h_{r_{E1}} - z_E - \frac{v_E^2}{2g} = 81{,}02 + 1{,}8 - 5 - 0 = 77{,}82\ mca$$

Apartado f)

La velocidad específica de la máquina será

$$n_s = \frac{nP^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{5}{4}}}$$

La velocidad de giro de la máquina será

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi D_1}{60} \frac{60f}{z} = \frac{50\pi D_1}{z} = 27$$

Se desconoce el diámetro y el número de pares de polos, pero a través del caudal

$$Q_T \eta_v = v_{1m} D_1 b_1 \pi = \frac{v_{1m} D_1 D_1}{5} \pi \rightarrow D_1 = \sqrt{\frac{5 Q_T \eta_v}{\pi v_{1m}}} = \sqrt{\frac{5\ 0{,}334\ 0{,}95}{\pi\ 4{,}2196}} = 0{,}346\ m$$

Por tanto,

$$z = \frac{50\ \pi\ 0{,}346}{27} \approx 2$$

Conocido los pares de polos, la velocidad de giro será $n = \frac{60\ 50}{2} = 1500\ rpm$

Por lo que la velocidad específica será

$$n_s = \frac{1500\ 204^{0{,}5}}{75^{1{,}25}} = 97{,}07\ rpm$$

Problema 19

Pasadas las fiestas y viendo la factura de luz de la "Enrramà", un alumno decide realizar un trabajo final de grado, el cual busque el ahorro energético a partir de generación hidroeléctrica. Un alumno ha proyectado una turbina Francis de eje vertical, con 10 pares de polos, alimentada por el Río Serpis con una conducción DN1000 mm y de longitud 100 m (f=0.025). El caudal circulante esperado es de 1.5 m^3/s y las fugas internas (recirculación) y externas (lubricación) de la turbina Francis son despreciables. La entrada a la turbina, cuyo diámetro es de 1000 mm, se sitúa 5 m por encima del nivel de agua de la cámara de descarga y el manómetro instalado en la entrada de la misma señala 20 mca. El diámetro de entrada del rodete es de 1.5 m. La cota de entrada del rodete se sitúa a 4.5 m del nivel de referencia y la salida del rodete a la cota 3 m. En estas condiciones el rendimiento hidráulico es igual al 98% y el rendimiento mecánico igual al 94%. Teniendo en cuenta que el ángulo de salida del distribuidor es de 20º, el ángulo de los alabes a la entrada y salida son 20º y 22º, respectivamente, y que la velocidad meridional a la entrada del rodete es 6 m/s, la cual se corresponde con el triple del valor de la velocidad meridional a la salida. Se pide determinar:

a) Triángulo de entrada a la turbina

u_1 (m/s) = 32,9698	β_1 (º)=20
w_1 (m/s) =17,5429	α_1 (º)=20
v_1 (m/s) = 17,5429	V_{1u} (m/s) =16,4849

b) Triángulo de salida de la turbina

u_2 (m/s) =20,01	β_2 (º)=22
w_2 (m/s) =5,3389	α_2 (º) = 7,56
v_2 (m/s) =15,192	v_{2u} (m/s) =15,0599

c) Potencia efectiva de la turbina en kW $P_u = 341{,}46\ kW$

d) Ancho del rodete a la entrada en m $b_1 = 0{,}053\ m$

e) Si la máquina opera en modo reversible, si está formada por 8 alabes. Determinar la altura de Euler, si la máquina opera como bomba, siendo su velocidad de giro 600 rpm, la relación entre diámetro exterior e interior es 0,607, la entrada es no radial, con un ángulo de 87º y la relación de velocidades entre la entrada y salida es 2, manteniéndose los ángulos de los alabes en modo turbina $H_{t,\infty} = 149{,}95\ mca$

SOLUCIÓN

Apartado a)

Abordando el triángulo de entrada

$$tan\alpha_1 = \frac{v_{1m}}{v_{1u}} \rightarrow v_{1u} = \frac{6}{tan20°} = 16,4849\, m/s$$

La velocidad absoluta de entrada tendrá por módulo

$$v_1 = \sqrt{v_{1m}^2 + v_{1u}^2} = \sqrt{6^2 + 16,4849^2} = 17,5429\, m/s$$

Por ser el triángulo isósceles, $v_1 = w_1 = 17,5429\, m/s$

El valor del módulo de la velocidad lineal de arrastre a la entrada es igual a

$$u_1 = 2\, v_{1u} = 32,9698\, m/s$$

Apartado b)

La velocidad meridional a la salida, teniendo en cuenta la relación de velocidades será

$$v_{2m} = \frac{v_{1m}}{3} = \frac{6}{3} = 2\, m/s$$

Conocido que $\beta_2 = 22°$,

$$tan\beta_2 = \frac{v_{2m}}{u_2 - v_{2u}} \rightarrow u_2 - v_{2u} = \frac{2}{tan20°} = 4,9501\, m/s$$

La velocidad relativa puede determinarse

$$w_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + (u_2 - v_{2u})^2} = 5,3389\, m/s$$

Es necesario determinar la velocidad lineal de arrastre a la salida para poder fijar el resto de valores del triángulo de velocidades. De los datos del enunciado se puede determinar el salto neto

$$H_N = H_E - H_S$$

La energía a la entrada de la turbina

$$H_E = z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} = 5 + 20 + \frac{\frac{1,5}{\pi 0,5^2}}{2g} = 25,19\, m$$

Por tanto, el salto neto será $H_N = H_E - H_S = 25,19 - 0 = 25,19\, m$

Como se conoce el rendimiento manométrico es igual al hidráulico por ser el volumétrico la unidad

$$H_{t,\infty} = \eta_{man} H_N = 0{,}98\ 25{,}19 = 24{,}69\ mca$$

Por otro lado,

$$H_{t\infty} = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g} = \frac{32{,}9698 - u_2 v_{2u}}{g}$$

$$v_{2u} = u_2 - 4{,}9501$$

Resolviendo el sistema

$$u_2 = 20{,}01\ m/s$$

$$v_{2u} = 15{,}0599\ m/s$$

Finalmente

$$v_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = \sqrt{2^2 + 15{,}0599^2} = 15{,}192\ m/s$$

El ángulo entre u_2 y v_2 es

$$\tan \alpha_2 = \frac{v_{2m}}{v_{2u}} \rightarrow \alpha_2 = 7{,}56°$$

Apartado c)

La potencia efectiva en el eje será

$$P_u = \gamma Q H_N \eta_h \eta_{mec} = 9{,}81\ 1{,}5\ 25{,}19\ 0{,}98\ 0{,}94 = 341{,}46\ kW$$

Apartado d)

El ancho del rodete a la entrada puede ser determinado mediante

$$b_1 = \frac{Q}{\pi D_1 v_{1m}} = \frac{1{,}5}{\pi\ 1{,}5\ 6} = 0{,}053\ m$$

Apartado e)

En este caso, teniendo en cuenta que se invierten la entrada y salida

$$u_2 = \frac{\pi D_2}{60} n = \frac{\pi 1{,}5}{60} 600 = 47{,}124\ m/s$$

$$u_1 = 0{,}607\ u_2 = 28{,}6043\ m/s$$

En este caso, $\beta_2 = 20$, $\beta_1 = 22°$ y $\alpha_1 = 87°$

Aplicando el teorema del seno

$$\frac{u_1}{seno(180-22-87)}=\frac{v_1}{seno(\beta_1)}=\frac{w_1}{seno(\alpha_1)}$$

$$v_1 = 11{,}3328\, m/s$$

$$w_1 = 30{,}2111\, m/s$$

La velocidad meridional a la entrada

$$v_{1m} = v_1 seno\alpha_1 = 11{,}3173\, m/s$$

$$v_{1u} = v_1 cos\alpha_1 = 0{,}5931\, m/s$$

En cuanto al triángulo de salida, teniendo en cuenta la relación de velocidades meridionales,

$$v_{2m} = \frac{v_{1m}}{2} = \frac{11{,}3173}{2} = 5{,}6587\, m/s$$

Por tanto,

$$tan\beta_2 = \frac{v_{2m}}{u_2 - v_{2u}} \rightarrow u_2 - v_{2u} = \frac{5{,}6587}{tan20°} = 15{,}5471\, m/s$$

$$v_{2u} = 47{,}124 - 15{,}5471 = 31{,}5769\, m/s$$

Por tanto, la altura teórica aportada por la bomba

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}}{g} = \frac{47{,}124\ 31{,}5769 - 28{,}6043\ 0{,}5931}{g} = 149{,}95\, mca$$

Problema 20

Una turbina Pelton está instalada en una central hidroeléctrica, la cual se alimenta de un embalse. La entrada de la turbina está situada a la cota 5 m sobre el nivel de referencia. La presión a la entrada son 190 mca y el término cinético a la entrada es 5 mca. Se conoce que las pérdidas desde el embalse a la entrada de la turbina son 12 mca. La descarga de la turbina se produce en una cámara de descarga a lámina libre, donde se sitúa el nivel de referencia, encontrándose el inyector a la misma cota que la salida. Teniendo en cuenta que: el coeficiente periférico de velocidad es 0.53, el coeficiente de velocidad absoluta 0.97, la entrada es ideal, la componente periférica a la salida es igual a 3.5 m/s, el rendimiento mecánico 0.98 y el diámetro del chorro 10 cm. Se pide determinar:

a) Altura del embalse en m $z_0 = 212\ m$

b) Rendimiento manométrico de la máquina $\eta_{man} = 0{,}94$

c) Potencia útil en kW $P_u = 862{,}13\ kW$

SOLUCIÓN

Apartado a)

La altura del embalse puede determinarse mediante el balance de energía entre el propio embalse (0) y la entrada a la turbina (E)

$$H_0 = H_E + h_{r_{OE}}$$

$$z_0 + \frac{P_o}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{v_E^2}{2g} + h_{r_{OE}}$$

$$z_0 + 0 + 0 = 5 + 190 + 5 + 12 = 212\ m$$

Apartado b)

El rendimiento manométrico viene definido por la expresión

$$\eta_{man} = \frac{H_{t,\infty}}{H_N}$$

El salto neto es igual a

$$H_N = H_E - H_S = 200 - 0 = 200\ mca$$

La altura teórica de Euler

$$H_{t\infty} = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g}$$

Teniendo en cuenta que la entrada es ideal $v_1 = v_{1u}$ y la velocidad absoluta de entrada será

$$v_1 = \varphi_1 \sqrt{2gH_N} = 0{,}97\sqrt{2\ g\ 200} = 60{,}7626\ m/s$$

Conocido el coeficiente periférico v, la velocidad de arrastre de la rueda será

$$u_1 = u_2 = v\ v_1 = 0{,}53\ 60{,}7626 = 32{,}2042\ m/s$$

$$H_{t\infty} = \frac{32{,}2042\ 60{,}7626 - 32{,}2042\ 3{,}5}{g} = 187{,}98$$

Por tanto,

$$\eta_{man} = \frac{187{,}98}{200} = 0{,}94$$

Apartado c)

La potencia útil será

$$P_u = \gamma Q H_N \eta_{man} \eta_{mec}$$

El caudal puede determinarse

$$Q = v_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = 60{,}7626 \frac{\pi 0{,}1^2}{4} = 0{,}477 \frac{m^3}{s}$$

$$P_u = 9{,}81\ 0{,}477\ 200\ 0{,}94\ 0{,}88 = 862{,}13\ kW$$

Capítulo 3
Bombas rotodinámicas y ventiladores

3.1 Resultados de aprendizaje

En este tercer capítulo se aborda el estudio de las curvas teóricas y reales de turbomáquinas cinéticas que operan como máquinas generadoras. El capítulo recoge ejercicios de máquinas radiales, meridionales y ventiladores que además de determinar la altura teórica de Euler, analizan curvas reales, incrementos de altura y de presión, potencias consumidas y caudales de trabajo, así como eficiencias derivadas de las condiciones de contorno establecidas.

Los resultados de aprendizaje son:

- Determinar el triángulo de velocidades a la entrada y salida de una Bombay/o ventilador
- Calcular el caudal circulante por un rodete
- Estimar la altura teórica de Euler a partir de la ecuación de Euler
- Estimar la altura teórica ideal con un número finito de álabes
- Calcular la altura manométrica de bombeo a partir de las pérdidas por choque y de fricción
- Determinar los rendimientos volumétricos, manométricos y mecánicos que permiten relacionar las diferentes potencias.

3.2. Objetos de aprendizaje de ayuda para la adquisición de los resultados de aprendizaje

A continuación, se adjuntan los objetos de aprendizaje que pueden ser de utilidad para alcanzar los resultados de aprendizaje establecidos en el apartado anterior.

POLIMEDIA	LINK	CÓDIGOS QR
La ecuación de Euler en turbomáquinas hidráulicas	http://hdl.handle.net/10251/78682	
Caracterización de las máquinas hidráulicas en función de la morfología del rodete	http://hdl.handle.net/10251/98844	
Diferencia entre las alturas de Euler, teórica y real aportada por una bomba	http://hdl.handle.net/10251/98845	
Consideraciones sobre rendimientos y potencias en turbomáquinas	http://hdl.handle.net/10251/100853	

3.3. Problemas

Problema 1

Una bomba centrífuga radial de agua está diseñada para girar a 1450 rpm siendo su entrada radial en los alabes del rodete. El caudal teórico en el punto de rendimiento óptimo es de 160 m^3/h. De esta bomba se conoce las siguientes características: relación de diámetros de salida y entrada de los álabes: D2/D1 = 2; Diámetro exterior del rodete: 300 mm; Ancho del rodete a la salida 20 mm; Ángulo de salida de los álabes: 45º. Además, se conoce para el punto de óptimo rendimiento que el rendimiento hidráulico es igual a 0,8, el rendimiento volumétrico igual a 0,9 y el rendimiento mecánico igual a 0,85. Despreciando el espesor de los 12 alabes y teniendo en cuenta que la bomba está diseñada para que la componente meridional de la velocidad se constante e igual a la entrada y a la salida del rodete. Se pide calcular, considerando que la entrada y salida de la bomba se encuentran a la misma cota:

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 11,3883	β_1 (º) =11,46
w_1 (m/s) = 11,6298	α_1 (º) = 90
v_1 (m/s) = 2,3579	V_{1u} (m/s) = 0

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 22,7765	β_2 (º)=45
w_2 (m/s) =3,3346	α_2(º)= 6,59
v_2 (m/s) = 20,5543	v_{2u} (m/s) = 20,4186

c) Altura de Euler (m) $H_{t,\infty} = 47,41\ mca$

d) Altura Útil (m) $H_u = 34,35\ mca$

e) Potencia interna de la bomba (kW) $P_{interna} = 16,85\ kw$

f) Potencia absorbida por la bomba (kW) $P_{abs} = 19,82\ kw$

g) Grado de reacción teórico $\sigma_\infty = 0,547$

SOLUCIÓN

Apartado a)

Los datos de partida permiten determinar la velocidad de arrastre a la entrada (u_1) y a la salida (u_2),

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}15}{60} 1450 = 11{,}3883 \frac{m}{s}$$

$$u_2 = \frac{\pi D_2}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}3}{60} 1450 = 22{,}7765 \frac{m}{s}$$

Determinadas las velocidades tangenciales, se puede determinar la velocidad meridional de salida que coincide con la de entrada tal y como indica el enunciado.

$$v_{1m} = v_{2m} = \frac{Q_T}{\pi D_2 b_2} = \frac{0{,}0444}{\pi\ 0{,}3\ 0{,}02} = 2{,}3579 \frac{m}{s}$$

Una vez conocida la velocidad meridional a la entrada, teniendo en cuenta que la entrada es radial (α_1 = 90°), puede determinarse el valor de la velocidad relativa a la entrada (w_1) y β_1

$$w_1 = \sqrt{v_1^2 + u_1^2} = \sqrt{2{,}3579^2 + 11{,}3883^2} = 11{,}6298 \frac{m}{s}$$

$$\beta_1 = aseno\left(\frac{v_1}{w_1}\right) = aseno\left(\frac{2{,}3579}{11{,}6298}\right) = 11{,}46°$$

Apartado b)

Definido el triángulo de entrada, se puede determinar el valor de la velocidad relativa de salida (w_2),

$$w_2 = \frac{v_{2m}}{seno\beta_2} = \frac{2{,}3579}{seno45°} = 3{,}3346 \frac{m}{s}$$

Determinada w_2 el valor de la componente periférica puede ser determinado:

$$v_{2u} = u_2 - w_2 cos\beta_2 = 22{,}7765 - 3{,}3346 cos45° = 20{,}4186 \frac{m}{s}$$

Por tanto, la velocidad absoluta a la salida será:

$$v_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = \sqrt{2{,}3579^2 + 20{,}4186^2} = 20{,}5543 \frac{m}{s}$$

Apoyados en las componentes meridional y periférica, puede determinarse el ángulo de salida de la velocidad absoluta respecto a la línea tangencial

$$\alpha_2 = \text{atan}\left(\frac{v_{2m}}{v_{2u}}\right) = \text{atan}\left(\frac{2,3579}{20,4186}\right) = 6,59°$$

Apartado c)

Conocidos ambos triángulos, puede determinarse directamente la altura teórica de Euler.

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}}{g} = \frac{22,7765\ \ 20,4186 - 11,3883\ 0}{9,81} = 47,41\ mca$$

Apartado d)

La altura útil o manométrica (H_u), viene definida por la expresión:

$$\eta_m = \frac{H_u}{H_{t,Z}}$$

Conocido el rendimiento volumétrico y el hidráulico, el rendimiento manométrico será:

$$\eta_m = \frac{\eta_H}{\eta_v} = \frac{0,8}{0,9} = 0,889$$

Para determinar la altura teórica ideal (considerando el número finito de alabes), es necesario determinar el coeficiente de Pfleiderer, mediante la expresión:

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{1.2\ (1 + seno45°)}{z\left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right)}} = \frac{1}{1 + \frac{1.2\ (1 + seno45°)}{12\left(1 - \left(\frac{0.15}{0.3}\right)^2\right)}} = 0.815$$

$$H_{t,z} = \mu H_{t,\infty} = 0.815\ 47,41 = 38,64\ mca$$

Por tanto,

$$H_u = \eta_m H_{t,z} = 0,889\ 38,64 = 34,35\ mca$$

Apartado e)

La potencia interna viene definida por la expresión:

$$P_{interna} = \frac{\gamma Q_R H_u}{\eta_v \eta_m} = \frac{9,81\ 0,04\ 34,35}{0,9\ 0,889} = 16,85\ kW$$

Apartado f)

Finalmente, la potencia absorbida es igual a:

$$P_{abs} = \frac{P_{interna}}{\eta_{mec}} = \frac{16,85}{0,85} = 19,82\ kw$$

Apartado g)

El grado de reacción teórico viene definido por la expresión:

$$\sigma = \frac{H_{p,\infty}}{H_{t,\infty}} = \frac{26,16}{47,41} = 0,551$$

Problema 2

Una bomba centrifuga gira a 1450 rpm, impulsa un caudal de 1200 m^3/h (caudal que atraviesa el rodete). El rodete está formado por 8 álabes que presentan un espesor de 5 mm en su proyección horizontal. El ángulo de entrada del álabe es igual a 19º, siendo el de salida 21º. El diámetro interior es igual a 110 mm y su diámetro exterior 25 cm. Los anchos de rodete son 45 y 80 mm para la entrada y salida respectivamente. Una vez ensayada la bomba en este punto de trabajo, se observa que su entrada es radial, el rendimiento volumétrico es 1 y el mecánico de 0,96. Las pérdidas del rodete vienen dadas por la expresión $h_{rodete} = \frac{0{,}15v_2^2}{2g} + \frac{0{,}04w_2^2}{2g}$ (pérdidas debidas a rozamiento del rodete y choque, no contempla las pérdidas por desviación del fluido; h en mca y las velocidades en m/s)

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 8,3514	β_1 (º) =19
w_1 (m/s) = 8,832	α_1 (º) = 90
v_1 (m/s) = 2,8756	V_{1u} (m/s) = 0

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 18,9805	β_2 (º)=21
w_2 (m/s) =15,5829	α_2(º)= 51,56
v_2 (m/s) = 7,1298	v_{2u} (m/s) = 4,4326

c) Área útil del rodete en su salida, en m^2 $0{,}05963\ m^2$

d) Rendimiento manométrico η_m =0,871

e) Potencia absorbida por la bomba (kW) $P_{abs} = 23{,}28\ kW$

SOLUCIÓN

Apartado a)

Teniendo en cuenta los datos de partida, pueden determinarse la velocidad de arrastre a la entrada (u_1) y a la salida (u_2).

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}11}{60} 1450 = 8{,}3514 \frac{m}{s}$$

$$u_2 = \frac{\pi D_2}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}25}{60} 1450 = 18{,}9805 \frac{m}{s}$$

Determinadas las velocidades tangenciales, se puede determinar la velocidad meridional entrada y salida, para ello en primer lugar, se debe determinar el área útil de entrada y de salida.

$$S_2 = \pi D_2 b_2 - ze = \pi\ 0{,}25\ 0{,}08 - 8\ 0{,}005\ 0{,}08 = 0{,}05963\ m^2$$

tal y como indica el enunciado.

$$v_{2m} = \frac{Q_r}{S_2} = \frac{0{,}333}{0{,}05963} = 5{,}5844 \frac{m}{s}$$

Apartado b)

Una vez conocida la velocidad meridional a la entrada, teniendo en cuenta que la entrada es radial ($\alpha_1 = 90°$), puede determinarse el valor de la velocidad (v_1) y w_1

$$v_1 = u_1 \tan \beta_1 = 8{,}3514 tan 19° = 2{,}8756 \frac{m}{s}$$

$$w_1 = \frac{v_1}{seno \beta_1} = \frac{2{,}8756}{seno 19°} = 8{,}832 \frac{m}{s}$$

Definido el triángulo de entrada, se puede determinar el valor de la velocidad relativa de salida (w_2),

$$w_2 = \frac{v_{2m}}{seno \beta_2} = \frac{5{,}5844}{seno 21°} = 15{,}5829 \frac{m}{s}$$

Determinada w_2 el valor de la componente periférica puede ser determinado:

$$v_{2u} = u_2 - w_2 cos \beta_2 = 18{,}9805 - 15{,}5829 cos 21° = 4{,}4326 \frac{m}{s}$$

Por tanto, la velocidad absoluta a la salida será:

$$v_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = \sqrt{5{,}5844^2 + 4{,}4326^2} = 7{,}1298 \frac{m}{s}$$

Apoyados en las componentes meridional y periférica, puede determinarse el ángulo de salida de la velocidad absoluta respecto a la línea tangencial

$$\alpha_2 = \text{atan}\left(\frac{v_{2m}}{v_{2u}}\right) = \text{atan}\left(\frac{5{,}5844}{4{,}4326}\right) = 51{,}56°$$

Apartado c)

Determinada anteriormente

Apartado d)

Conocidos ambos triángulos, puede determinarse directamente la altura teórica de Euler.

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}}{g} = \frac{18{,}9805\ \ 4{,}4326 -\ 0}{9{,}81} = 8{,}576\, mca$$

Para determinar la altura teórica ideal (considerando el número finito de alabes), es necesario determinar el coeficiente de Pfleiderer, mediante la expresión:

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{1{,}2\ (1 +\ seno\beta_2)}{z\left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right)}} = \frac{1}{1 + \frac{1{,}2\ (1 + seno 21°)}{8\left(1 - \left(\frac{0{,}11}{0{,}25}\right)^2\right)}} = 0{,}798$$

$$H_{t,z} = \mu H_{t,\infty} = 0{,}798\ 8{,}58 = 6{,}84\, mca$$

La altura útil o manométrica (H_u), viene definida por la expresión:

$$\eta_m = \frac{H_{t,u}}{H_{t,z}}$$

En este caso se conocen las pérdidas producidas por fricción en el rodete

$$h_{rodete} = \frac{0{,}15\ 7{,}1298^2}{2g} + \frac{0{,}04\ 15{,}5829^2}{2g} = 0{,}884\, mca$$

Por tanto, la H_u será:

$$H_u = H_{t,z} - h_{rodete} = 6{,}84 - 0{,}884 = 5{,}96\, mca$$

Por lo que

$$\eta_m = \frac{5{,}96}{6{,}84} = 0{,}871$$

Apartado e)

La potencia absorbida viene definida por la expresión:

$$P_{abs} = \frac{\gamma Q_R H_u}{\eta_v \eta_m \eta_{mec}} = \frac{9{,}81\ 0{,}333\ 5{,}96}{1\ 0{,}871\ 0{,}96} = 23{,}28\ kW$$

Problema 3

Una bomba centrifuga gira a 1800 rpm. Se conoce que el ángulo de los alabes la entrada es 20º siendo la salida 27º. El rodete está formado por 8 álabes y el diámetro interior es igual a 90 mm, siendo su diámetro exterior 23 cm. Los anchos de rodete son 45 y 35 mm para la entrada y salida respectivamente, siendo la velocidad meridional a la entrada 3 m/s. Una vez ensayada la bomba en este punto de trabajo, se observa que su entrada es no radial, el rendimiento volumétrico es 1 y las pérdidas mecánicas son 0,4 kW. Las pérdidas del rodete vienen dadas por la expresión $h_{rodete} = \frac{0{,}18v_2^2}{2g} + \frac{0{,}08w_2^2}{2g}$ (pérdidas debidas a rozamiento del rodete y choque, no contempla las pérdidas por desviación del fluido; h en mca y las velocidades en m/s)

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 8,4823	β_1 (º) =20
w_1 (m/s) =8,7714	α_1 (º) =28,68
v_1 (m/s) = 6,2494	V_{1u} (m/s) = 5,4823

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 21,6770	β_2 (º)=27
w_2 (m/s) =3,3245	α_2(º)= 4,61
v_2 (m/s) = 18,7756	v_{2u} (m/s) = 18,7148

c) Grado de reacción de la máquina $\sigma = 0{,}646$

d) Rendimiento manométrico η_m =0,887

e) Rendimiento mecánico $\eta_{mec} = 0{,}964$

f) Potencia absorbida por la bomba (kW) $P_{abs} = 11{,}61\ kW$

SOLUCIÓN

Apartado a)

Teniendo en cuenta los datos de partida, pueden determinarse la velocidad de arrastre a la entrada (u_1) y a la salida (u_2).

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}09}{60} 1800 = 8{,}4823$$

$$u_2 = \frac{\pi D_2}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}23}{60} 1800 = 21{,}6770 \frac{m}{s}$$

El caudal entrante al rodete será

$$Q_1 = v_{1m} \pi D_1 b_1 = 3\ \pi\ 0{,}09\ 0{,}045 = 0{,}03784\ m^3/s$$

La velocidad relativa a la entrada será

$$w_1 = \frac{v_{1m}}{seno\beta_1} = \frac{3}{seno 20°} = 8{,}7714\ m/s$$

Por tanto, $v_{1u} = u_1 - w_1 cos\beta_1 = 8{,}4823 - 8{,}7714\ seno 20° = 5{,}4823\ m/s$

Conocida la componente periférica

$$v_1 = \sqrt{v_{1m}^2 + v_{1u}^2} = \sqrt{3^2 + 5{,}4823^2} = 6{,}2494\ m/s$$

$$tan\alpha_1 = \frac{v_{1m}}{v_{1u}} \rightarrow \alpha_1 = 28{,}68°$$

Apartado b)

La velocidad meridional de salida será

$$v_{2m} = \frac{v_{1m} D_1 b_1}{D_2 b_2} = \frac{3\ 0{,}09\ 0{,}045}{0{,}23\ 0{,}035} = 1{,}5093\ m/s$$

$$Q = 3\ \pi\ 0{,}09\ 0{,}045 = 0{,}0381 \frac{m^3}{s}$$

Conocida la velocidad meridional,

$$w_2 = \frac{v_{2m}}{sen\beta_2} = \frac{1{,}5093}{seno 27°} = 3{,}3245\ m/s$$

Por tanto, $v_{2u} = u_2 - w_2 cos\beta_2 = 21{,}6770 - 3{,}3245\ cos 27° = 18{,}7148\ m/s$

Conocida la componente periférica

$$v_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = \sqrt{1{,}5093^2 + 18{,}7148^2} = 18{,}7756\ m/s$$

$$tan\alpha_2 = \frac{v_{2m}}{v_{2u}} \rightarrow \alpha_2 = 4{,}61°$$

Apartado c)

El grado de reacción es igual a $\sigma = \frac{\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}}{\frac{u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}}{g}} = \frac{20{,}2825 + 3{,}3580}{36{,}61} = 0{,}646$

Apartado d)

Para determinar la altura teórica ideal (considerando el número finito de alabes), es necesario determinar el coeficiente de Pfleiderer, mediante la expresión:

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{1{,}2\ (1 +\ seno\beta_2)}{z\left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right)}} = \frac{1}{1 + \frac{1{,}2\ (1 + seno27°)}{8\left(1 - \left(\frac{0{,}09}{0{,}23}\right)^2\right)}} = 0{,}795$$

$$H_{t,z} = \mu H_{t,\infty} = 0{,}795\ 36{,}61 = 29{,}10\ mca$$

La altura útil o manométrica (H_u), viene definida por la expresión:

$$\eta_m = \frac{H_{t,u}}{H_{t,z}}$$

En este caso se conocen las pérdidas producidas por fricción en el rodete

$$h_{rodete} = \frac{0{,}18\ 18{,}7756^2}{2g} + \frac{0{,}08\ 3{,}3245^2}{2g} = 3{,}28\ mca$$

Por tanto, la H_u será:

$$H_u = H_{t,z} - h_{rodete} = 29{,}10 - 3{,}28 = 25{,}82\ mca$$

Por lo que $\eta_m = \frac{25{,}82}{29{,}10} = 0{,}887$

Apartado e)

El rendimiento mecánico viene definido por la expresión $\eta_{mec} = \frac{P_i}{P_i + P_{mec}}$

La potencia interna puede determinarse como

$$P = \frac{\gamma Q H_u}{\eta_{man}\eta_{vol}} = \frac{9{,}81\ 0{,}0382\ 25{,}82}{0{,}887\ 1} = 10{,}91\ kW$$

$$\eta_{mec} = \frac{10{,}91}{10{,}91 + 0{,}4} = 0{,}964$$

Apartado f)

La potencia absorbida viene definida por la expresión:

$P_{abs} = 10{,}91 + 0{,}4 = 11{,}31\ kW$

Problema 4

Una bomba centrifuga gira a 1800 rpm. Se conoce que el ángulo de los alabes la entrada es 20º siendo la salida 27º. El rodete está formado por 8 álabes y el diámetro interior es igual a 90 mm, siendo su diámetro exterior 23 cm. Los anchos de rodete son 45 y 35 mm para la entrada y salida respectivamente. Una vez ensayada la bomba en este punto de trabajo, se observa que su entrada es radial, el rendimiento volumétrico es 0,88 y las pérdidas mecánicas son 0,4 kW. Las pérdidas del rodete vienen dadas por la expresión $h_{rodete} = \frac{0{,}18 v_2^2}{2g} + \frac{0{,}08 w_2^2}{2g}$ (pérdidas debidas a rozamiento del rodete y choque, no contempla las pérdidas por desviación del fluido; h en mca y las velocidades en m/s)

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 8,4823	β_1 (º) =20
w_1 (m/s) =9,0258	α_1 (º) =90
v_1 (m/s) = 3,087	V_{1u} (m/s) = 0

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 21,6770	β_2 (º)=27
w_2 (m/s) =3,4210	α_2(º)= 4,77
v_2 (m/s) = 18,6935	v_{2u} (m/s) = 18,6289

c) Grado de reacción de la máquina σ =0,406

d) Rendimiento manométrico η_m =0,9

e) Rendimiento mecánico η_{mec} =0,972

f) Potencia absorbida por la bomba (kW) $P_{abs} = 14{,}34\ kW$

SOLUCIÓN

Apartado a)

Teniendo en cuenta los datos de partida, pueden determinarse la velocidad de arrastre a la entrada (u_1) y a la salida (u_2).

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}09}{60} 1800 = 8{,}4823$$

$$u_2 = \frac{\pi D_2}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}23}{60} 1800 = 21{,}6770 \frac{m}{s}$$

$$v_1 = v_{1m} = u_1 tan\ \beta_1 = 8{,}4823 \tan 20° = 3{,}087\ m/s$$

El caudal entrante al rodete será

$$Q_1 = v_{1m} \pi D_1 b_1 = 3{,}087\ \pi\ 0{,}09\ 0{,}045 = 0{,}03928\ m^3/s$$

La velocidad relativa a la entrada será

$$w_1 = \frac{v_{1m}}{seno\beta_1} = \frac{3{,}087}{seno 20°} = 9{,}026\ m/s$$

Apartado b)

La velocidad meridional de salida será

$$v_{2m} = \frac{v_{1m} D_1 b_1}{D_2 b_2} = \frac{3{,}087\ 0{,}09\ 0{,}045}{0{,}23\ 0{,}035} = 1{,}5531\ m/s$$

Conocida la velocidad meridional,

$$w_2 = \frac{v_{2m}}{sen\beta_2} = \frac{1{,}5531}{seno 27°} = 3{,}4210\ m/s$$

Por tanto, $v_{2u} = u_2 - w_2 cos\beta_2 = 21{,}6770 - 3{,}421\ cos 27° = 18{,}6289\ m/s$

Conocida la componente periférica

$$v_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = \sqrt{1{,}5531^2 + 18{,}6289^2} = 18{,}6935\ m/s$$

$$tan\alpha_2 = \frac{v_{2m}}{v_{2u}} \rightarrow \alpha_2 = 4{,}77°$$

Apartado c)

El grado de reacción es igual a $\sigma = \frac{\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}}{\frac{u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}}{g}} = \frac{20{,}2825 + 3{,}5556}{41{,}16} = 0{,}579$

Apartado d)

Para determinar la altura teórica ideal (considerando el número finito de alabes), es necesario determinar el coeficiente de Pfleiderer, mediante la expresión:

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{1{,}2\,(1 +\ seno\beta_2)}{z\left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right)}} = \frac{1}{1 + \frac{1{,}2\,(1 + seno27°)}{8\left(1 - \left(\frac{0{,}09}{0{,}23}\right)^2\right)}} = 0{,}795$$

$$H_{t,z} = \mu H_{t,\infty} = 0{,}795\ 41{,}16 = 32{,}72\ mca$$

La altura útil o manométrica (H_u), viene definida por la expresión:

$$\eta_m = \frac{H_{t,u}}{H_{t,z}}$$

En este caso se conocen las pérdidas producidas por fricción en el rodete

$$h_{rodete} = \frac{0{,}18\ 18{,}6935^2}{2g} + \frac{0{,}08\ 3{,}421^2}{2g} = 3{,}25\ mca$$

Por tanto, la H_u será:

$$H_u = H_{t,z} - h_{rodete} = 32{,}72 - 3{,}25 = 29{,}47\ mca$$

Por lo que $\eta_m = \frac{29{,}47}{32{,}72} = 0{,}9$

Apartado e)

El rendimiento mecánico viene definido por la expresión

$$\eta_{mec} = \frac{P_i}{P_i + P_{mec}}$$

La potencia interna puede determinarse como

$$P = \frac{\gamma Q H_u}{\eta_{man}\eta_{vol}} = \frac{9{,}81\ 0{,}0382\ 29{,}47}{0{,}9\ 0{,}88} = 13{,}94\ kW$$

$$\eta_{mec} = \frac{13{,}94}{13{,}94 + 0{,}4} = 0{,}972$$

Apartado f)

La potencia absorbida viene definida por la expresión:

$P_{abs} = 13{,}94 + 0{,}4 = 14{,}34\ kw$

Problema 5

Una bomba centrifuga gira a 1200 rpm. Se conoce que el ángulo de los alabes la entrada es 17º siendo la salida 27º. El rodete está formado por 8 álabes y el diámetro interior es igual a 95 mm, siendo su diámetro exterior 22 cm. Los anchos de rodete son 45 y 35 mm para la entrada y salida respectivamente. Una vez ensayada la bomba en este punto de trabajo, se observa que su entrada es radial, el rendimiento volumétrico es 0,88 y el mecánico 0,91. Las pérdidas por fricción del rodete vienen dadas por la expresión $h_{r_{fricción}} = 260\ Q^2$ y las pérdidas por choque $h_{s_{choque}} = Q^2 - 10Q + 1{,}3$ (pérdidas en mca y Q en m^3/s)

a) Triángulo de velocidades a la entrada

u_1 (m/s) = 5,969	β_1 (º) =17
w_1 (m/s) = 6,2417	α_1 (º) =90
v_1 (m/s) = 1,8249	V_{1u} (m/s) = 0

b) Triángulo de velocidades a la salida del rodete

u_2 (m/s) = 15,708	β_2 (º)=27
w_2 (m/s) =1,9639	α_2(º)= 3,65
v_2 (m/s) = 13,9866	v_{2u} (m/s) = 13,9582

c) Caudal circulante en el punto de diseño en m3/s $Q_1 = 0{,}02451\ m^3/s$

d) Altura teórica de Euler en mca $H_{t,\infty} = 22{,}35\ mca$

e) Altura teórica ideal en mca $H_{t,z} = 17{,}81\ mca$

f) Altura real aportada por la máquina en mca $H_u = 16{,}60\ mca$

g) Altura teórica de Euler en función del caudal $H_{t\infty} = 25{,}15 - 114{,}32Q$

h) Altura teórica ideal en función del caudal $H_{t,z} = 20{,}04 - 91{,}11Q$

i) Altura teórica real en función del caudal $H_u = 21{,}34 - 81{,}11Q - 261Q^2$

j) Potencia absorbida por la máquina, si el rendimiento eléctrico es 0,95 $P = 4{,}95\ kW$

k) Potencia absorbida por la máquina en función del caudal
$P = 258{,}42Q - 1174{,}86Q^2$

SOLUCIÓN

Apartado a)

Teniendo en cuenta los datos de partida, pueden determinarse la velocidad de arrastre a la entrada (u_1) y a la salida (u_2).

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}095}{60} 1200 = 5{,}969\ m/s$$

$$u_2 = \frac{\pi D_2}{60} n = \frac{\pi\ 0{,}25}{60} 1200 = 15{,}708 \frac{m}{s}$$

$$v_1 = v_{1m} = u_1 tan\ \beta_1 = 5{,}969 \tan 17° = 1{,}8249\ m/s$$

El caudal entrante al rodete será

$$Q_1 = v_{1m} \pi D_1 b_1 = 1{,}8249\ \pi\ 0{,}095\ 0{,}045 = 0{,}02451\ m^3/s$$

La velocidad relativa a la entrada será

$$w_1 = \frac{v_{1m}}{seno\beta_1} = \frac{1{,}8249}{seno 17°} = 6{,}2417\ m/s$$

Apartado b)

La velocidad meridional de salida será

$$v_{2m} = \frac{v_{1m} D_1 b_1}{D_2 b_2} = \frac{1{,}8249\ 0{,}095\ 0{,}045}{0{,}25\ 0{,}035} = 0{,}8916\ m/s$$

Conocida la velocidad meridional,

$$w_2 = \frac{v_{2m}}{sen\beta_2} = \frac{0{,}8916}{seno 27°} = 1{,}9639\ m/s$$

Por tanto, $v_{2u} = u_2 - w_2 cos\beta_2 = 15{,}708 - 1{,}9639\ cos 27° = 13{,}9582\ m/s$

Conocida la componente periférica

$$v_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = \sqrt{0{,}8916^2 + 13{,}9582^2} = 13{,}9866\ m/s$$

$$tan\alpha_2 = \frac{v_{2m}}{v_{2u}} \rightarrow \alpha_2 = 3{,}65°$$

Apartado c)

El caudal entrante al rodete será

$$Q_1 = v_{1m} \pi D_1 b_1 = 1{,}8249\ \pi\ 0{,}095\ 0{,}045 = 0{,}02451\ m^3/s$$

Apartado d)

La altura teórica de Euler será igual a

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 V_{2u} - u_1 v_{1u}}{g} = \frac{15{,}708\ 13{,}9582}{g} = 22{,}3502\ mca$$

Apartado e)

Para determinar la altura teórica ideal (considerando el número finito de alabes), es necesario determinar el coeficiente de Pfleiderer, mediante la expresión:

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{1{,}2\ (1 +\ seno\beta_2)}{z\left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right)}} = \frac{1}{1 + \frac{1{,}2\ (1 + seno27°)}{8\left(1 - \left(\frac{0{,}095}{0{,}25}\right)^2\right)}} = 0{,}797$$

$$H_{t,z} = \mu H_{t,\infty} = 0{,}797\ 22{,}35 = 17{,}81\ mca$$

Apartado f)

La altura aportada por la bomba puede determinarse mediante la expresión

$$H_u = H_{t,z} - h_{r_{fricción}} - h_{s_{choque}} = 17{,}81 - 260\ Q^2 - (Q^2 - 10Q + 1{,}3\ ) =$$

$$= 17{,}81 - 260\ 0{,}02451^2 - (0{,}02451^2 - 10\ 0{,}02451 + 1{,}3\ ) = 16{,}60\ mca$$

Apartado g)

La altura en función del caudal viene definida por la expresión

$$H_{t\infty} = \frac{u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}}{g} = \frac{u_2(u_2 - v_{2m} cotan(\beta_2))}{g} = \frac{u_2^2 - \frac{u_2 cotan(\beta_2) Q}{\pi D_2 b_2}}{g}$$

$$= \frac{15{,}708^2 - \frac{15{,}708 cotan(27°) Q}{\pi\ 0{,}25\ 0{,}035}}{g} = 25{,}15 - 114{,}32Q$$

Apartado h)

La altura teórica ideal en función del caudal será

$$H_{t,z} = \mu H_{t,\infty} = 0{,}797(25{,}15 - 114{,}32Q) = 20{,}04 - 91{,}11Q$$

Apartado i)

La altura aportada por la bomba puede determinarse mediante la expresión

$$H_u = H_{t,z} - h_{r_{fricción}} - h_{s_{choque}} = (20{,}04 - 91{,}11Q) - 260\,Q^2 - (Q^2 - 10Q + 1{,}3\,)$$
$$= 21{,}34 - 81{,}11Q - 261Q^2$$

Apartado j)

La potencia en función del caudal será

$$P = \frac{\gamma Q H_{t,z}}{\eta_v \eta_{mec} \eta_{elec}} = \frac{9{,}81\ 0{,}02157\ 17{,}81}{0{,}88\ 0{,}91\ 0{,}95} = 4{,}95\ kW$$

Apartado k)

La potencia en función del caudal real impulsado será

$$P = \frac{\gamma Q(20{,}04 - 91{,}11Q)}{0{,}88\ 0{,}91\ 0{,}95} = 258{,}42Q - 1174{,}86Q^2$$

Problema 6

Una bomba centrífuga radial de agua está diseñada para girar a 1300 rpm siendo su entrada radial en los alabes del rodete. El caudal real en el punto de rendimiento óptimo es de 110 m^3/h. De esta bomba se conoce las siguientes características: relación de diámetros de salida y entrada de los álabes: $D_2/D_1 = 3$; Diámetro exterior del rodete: 250 mm; Ancho del rodete a la salida 20 mm; Ángulo de salida de los álabes: 50º. Además, se conoce para el punto de óptimo rendimiento que el rendimiento manométrico es igual a 0,75, el rendimiento volumétrico igual a 0,98 y el rendimiento mecánico igual a 0,91. Despreciando el espesor de los 8 alabes y teniendo en cuenta que la bomba está diseñada para que la componente meridional de la velocidad se constante e igual a la entrada y a la salida del rodete. Se pide calcular, considerando que la entrada y salida de la bomba se encuentran a la misma cota:

a) Triángulo de entrada a la bomba

u_1 (m/s) = 5,672	β_1 (º) =19,29
w_1 (m/s) = 6,0093	α_1 (º) = 90
v_1 (m/s) = 1,985	V_{1u} (m/s) = 0

b) Triángulo de salida de la bomba

u_2 (m/s) = 17,017	β_2 (º)=50
w_2 (m/s) =2,5912	α_2 (º) = 6,05
v_2 (m/s) =15,4782	v_{2u} (m/s) =15,3504

c) Altura de Euler en mca $H_{t,\infty} = 26{,}63\ mca$

d) Altura teórica ideal con número finito de álabes $H_{t,z} = 20{,}51\ mca$

e) Altura manométrica aportada en mca $H_u = 19{,}97\ mca$

f) Potencia absorbida por la bomba en kW $P_{abs} = 10{,}23\ kW$

SOLUCIÓN

Apartado a)

La velocidad lineal de arrastre será

$$u_1 = \frac{\frac{\pi 0{,}25}{3}}{60}\ 1300 = 5{,}672\ m/s$$

$$u_2 = 3u_1 = 3\ 5{,}672 = 17{,}016\ m/s$$

Conocido el caudal

$$Q_2 = v_{2m}\pi D_2 b_2 \rightarrow v_{2m} = \frac{Q}{\eta_v \pi D_2 b_2} = \frac{\frac{110}{3600}}{0{,}98\ \pi\ 0{,}25\ 0{,}02} = 1{,}985\ m/s$$

Conocida la velocidad meridional, la velocidad relativa de salida será

$$w_2 = \frac{v_{2m}}{seno\beta_2} = \frac{1{,}985}{seno 50°} = 2{,}5912\ m/s$$

Por lo tanto, la componente periférica

$$v_{2u} = u_2 - w_2 cos\beta_2 = 17{,}016 - 2{,}5912 cos 50° = 15{,}3504\ m/s$$

Finalmente

$$v_2 = \sqrt{v_{2u}^2 + v_{2m}^2} = \sqrt{15{,}3504^2 + 1{,}985^2} = 15{,}4782\ m/s$$

Apartado b)

En la entrada al rodete

$$v_{1m} = v_{2m} = v_1 = 1{,}985\ m/s$$

$$w_1 = \sqrt{u_1^2 + v_{1m}^2} = \sqrt{5{,}672^2 + 1{,}985^2} = 6{,}0093\ m/s$$

Por tanto, $seno\beta_1 = \frac{v_1}{w_1} \rightarrow \beta_1 = asen\left(\frac{1{,}985}{6{,}0093}\right) = 19{,}29°$

Apartado c)

La altura teórica de Euler proporcionada por la máquina será

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}}{g} = \frac{17{,}016\ 15{,}3504}{9{,}81} = 26{,}63\ mca$$

Apartado d)

Para determinar la altura teórica ideal (considerando el número finito de alabes), es necesario determinar el coeficiente de Pfleiderer, mediante la expresión:

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{1,2\,(1 + \ seno\beta_2)}{z\left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right)}} = \frac{1}{1 + \frac{1,2\,(1 + seno50°)}{8\left(1 - \left(\frac{0,083}{0,25}\right)^2\right)}} = 0,77$$

$$H_{t,z} = \mu H_{t,\infty} = 0,77\ 26,63 = 20,51\ mca$$

Apartado e)

La altura útil en función del caudal será

$$H_u = \eta_{man} H_{t,\infty} = 0,75\ 26,63 = 19,97\ mca$$

Apartado f)

La potencia en función del caudal será

$$P = \frac{\gamma Q H_{t,z}}{\eta_{man}\eta_v\eta_{mec}\eta_{elec}} = \frac{9,81\ 0,03055\ 20,51}{0,75\ 0,88\ 0,91} = 10,23\ kW$$

Problema 7

Una máquina hidráulica impulsa agua entre dos depósitos. La diferencia de nivel entre los depósitos es 12 m y las pérdidas de carga del circuito 4 mca. Los datos que se conocen del rodete son: velocidad meridional constante e igual a 2,3 m/s; entrada radial; velocidad de giro 800 rpm; relación de diámetros 2; 12 álabes, ángulo de salida de los álabes 48º y ancho del rodete a su salida 2 cm. Se conoce que la bomba opera con un rendimiento manométrico de 0,8 y las pérdidas mecánicas son 0,3 kW, considerando un rendimiento volumétrico igual a 0,96.

a) Triángulo de entrada a la bomba

u_1 (m/s) = 8,315	β_1 (º) =15,46
w_1 (m/s) = 8,627	α_1 (º) = 90
v_1 (m/s) = 2,3	V_{1u} (m/s) = 0

b) Triángulo de salida de la bomba

u_2 (m/s) = 16,63	β_2 (º)=48
w_2 (m/s) =3,0949	α_2 (º) = 8,98
v_2 (m/s) =14,7397	v_{2u} (m/s) =14,5591

c) Caudal circulante por el rodete en m^3/s $Q = 0{,}05737 \frac{m^3}{s}$

d) Ancho del rodete a la entrada en m $b_1 = 0{,}04$

e) Rendimiento total de la máquina η_T =0,764

f) Potencia absorbida en kW $P_{abs} = 11{,}55\ kW$

SOLUCIÓN

Apartados a y b)

En este caso, se conoce la altura manométrica aportada por la bomba

$$H_m = \Delta z + h_r = 12 + 4 = 16\, mca$$

A partir del rendimiento manométrico, se puede determinar la altura teórica ideal

$$\eta_{man} = \frac{H_m}{H_{t,z}} \to H_{t,z} = \frac{16}{0{,}8} = 20\, mca$$

A partir del coeficiente de Pfleiderer, podemos determinar la altura teórica de Euler

$$\mu = \frac{H_{t,z}}{H_{t,\infty}}$$

Conocido los datos proporcionados por el problema

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{1{,}2\,(1 +\ seno\beta_2)}{z\left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right)}} = \frac{1}{1 + \frac{1{,}2\,(1 + seno48°)}{12(1 - (0{,}5)^2)}} = 0{,}811$$

$$H_{t,\infty} = \frac{H_{t,z}}{\mu} = \frac{20}{0{,}811} = 24{,}66\, mca$$

Por otro lado, se puede determinar las velocidades de arrastre

$$u_2 = \frac{\pi D_2}{60}\, n = 41{,}889\, D_2$$

Conocido β_2 y v_{2m}, se puede determinar v_{2u}

$$v_{2u} = u_2 - v_{2m} cotan\beta_2 = 41{,}889 D_2 - 2{,}3\, cotan48° = 41{,}889 D_2 - 2{,}0709$$

Asimismo, conocida que la entrada es radial

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{2u}}{g}$$

$$24{,}66 = \frac{41{,}889 D_2 (41{,}889\, D_2 - 2{,}0709)}{g}$$

Resolviendo $D_2 = 0{,}397\, m$

Por lo que $u_2 = 41{,}889 D_2 = 16{,}63\, m/s$ y $v_{2u} = u_2 - 2{,}0709 = 14{,}5591\, m/s$

Conocidas las componentes de la velocidad, el módulo de la velocidad será

$$v_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = 14{,}7397\ m/s$$

La velocidad relativa de salida puede determinarse como

$$w_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + (u_2 - v_{2u})^2} = \sqrt{2{,}3^2 + (16{,}63 - 14{,}5597)^2} = 3{,}0949\ m/s$$

Y finalmente $\alpha_2 = \text{atan}\left(\frac{v_{2m}}{v_{2u}}\right) = \text{atan}\left(\frac{2{,}3}{14{,}5591}\right) = 8{,}98°$

Una vez se conoce los parámetros de salida, la velocidad de arrastre a la entrada será

$$u_1 = \frac{u_2}{2} = \frac{16{,}63}{2} = 8{,}315\ m/s$$

Como la velocidad meridional se mantiene constante y la entrada es radial

$$v_{1m} = v_1 = 2{,}3\frac{m}{s}$$

Por lo que la velocidad relativa

$$w_1 = \sqrt{2{,}3^2 + 8{,}315^2} = 8{,}627\ m/s$$

El ángulo de entrada de los álabes puede determinarse como

$$tan\beta_1 = \frac{v_1}{u_1} \rightarrow \beta_1 = 15{,}46°$$

Apartado c)

El caudal circulante por el rodete será

$$Q = v_{2m}\pi D_2 b_2 = 2{,}3\ \pi\ 0{,}397\ 0{,}02 = 0{,}05737\frac{m^3}{s}$$

Apartado d)

Como se cumple la continuidad

$$v_{2m}\pi D_2 b_2 = v_{1m}\pi 0{,}5 D_2 b_1$$
$$b_1 = 0{,}04\ m$$

Apartado e)

La potencia interna de la máquina será igual a

$$P_{int} = \frac{\gamma Q_r H_{t,z}}{\eta_{vol}} = 9{,}81\ 0{,}05737\ 20 = 11{,}25\ kW$$

La potencia absorbida es igual a

$$P_{abs} = P_{int} + P_{mec} = 11{,}25 + 0{,}3 = 11{,}55\ kW$$

Por tanto, el rendimiento mecánico será

$$\eta_{mec} = \frac{11{,}25}{11{,}55} = 0{,}974$$

Finalmente, el rendimiento total será

$$\eta_T = \eta_{vol}\eta_{man}\eta_{mec} = 0{,}98\ 0{,}8\ 0{,}974 = 0{,}764$$

Problema 8

Un ventilador de paletas rectas gira a una velocidad nominal de 600 rpm y mueve un caudal de 400 m^3/h. De su rodete se conoce que presenta una entrada radial, que el ancho es igual a 0,05 m y la relación entre el diámetro exterior e interior es 1,1, siendo el diámetro interior 50 cm. Se pide, considerando una densidad del aire de 1,2 kg/m^3 y un rendimiento volumétrico de 0,98

a) Triángulo de entrada del ventilador

u_1 (m/s) = 15,708	β_1 (º) =5,25
w_1 (m/s) =15,7742	α_1 (º) =90
v_1 (m/s) = 1,4436	V_{1u} (m/s) = 0

b) Triángulo de salida del ventilador

u_2 (m/s) = 17,2788	β_2 (º)=25,14
w_2 (m/s) =3,0897	α_2 (º) =5,18
v_2 (m/s) =14,5411	v_{2u} (m/s) =14,4818

c) Presión estática generada por el ventilador $\Delta p_{est} = 174{,}62\ Pa$

d) Presión dinámica generada por el ventilador $\Delta p_{din} = 125{,}62\ Pa$

e) Potencia consumida por el ventilador, suponiendo un rendimiento mecánico de 0,98 y un rendimiento hidráulico de 0,91 $P_{abs} = 37{,}41\ W$

SOLUCIÓN

Apartado a)

Conocida la velocidad de giro y el diámetro del rodete, puede determinarse la velocidad tangencial

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60}\,n = \frac{\pi\ 0{,}5}{60}600 = 15{,}708\ m/s$$

Al ser la entrada radial, $v_{1m} = v_1$

$$v_1 = \frac{Q}{\eta_v \pi D_1 b_1} = \frac{400}{3600\ 0{,}98\ \pi\ 0{,}5\ 0{,}05} = 1{,}4436\ m/s$$

Por lo que el ángulo del álabe del ventilador

$$\beta_1 = \operatorname{atan}\left(\frac{v_1}{u_1}\right) = 5{,}25°$$

La velocidad relativa será igual a

$$w_1 = \sqrt{(v_1^2 + u_1^2)} = \sqrt{1{,}4436^2 + 15{,}708^2} = 15{,}7742\ m/s$$

Apartado b)

La velocidad tangencial de salida será igual a

$$u_2 = 1{,}1\ u_1 = 17{,}2788\ m/s$$

La velocidad meridional será igual a

$$v_{2m} = \frac{Q}{\eta_v \pi D_2 b_2} = \frac{\frac{400}{3600}}{0{,}98\ \pi\ 0{,}55\ 0{,}05} = 1{,}3124\ m/s$$

Por ser de paletas rectas

$$\frac{cos\beta_1}{cos\beta_2} = \frac{D_2}{D_1}$$

$$\beta_2 = \operatorname{acos}\left(\frac{D_1}{D_2}cos\beta_1\right) = 25{,}14°$$

Conocido el ángulo del álabe, la velocidad relativa de salida es

$$w_2 = \frac{v_{2m}}{seno\beta_2} = \frac{1{,}3126}{seno(25{,}14)} = 3{,}0897\ m/s$$

Por tanto, la componente periférica de salida

$$v_{2u} = u_2 - w_2 cos\beta_2 = 17{,}2788 - 3{,}0897 \cos 5{,}24° = 14{,}4818\ m/s$$

Por tanto,

$$v_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = 14{,}5411\ m/s$$

El ángulo entre la velocidad absoluta y arrastre será

$$\alpha_2 = asen\left(\frac{v_{2m}}{v_2}\right) = 5{,}18°$$

Apartado c)

La presión estática desarrollada por el generador será igual a

$$\Delta p_{est} = \frac{\rho}{2}\left(u_2^2 - u_1^2 + w_1^2 - w_2^2\right)$$

$$\Delta p_{est} = \frac{1{,}2}{2}\left(17{,}2788^2 - 15{,}708^2 + 15{,}7742^2 - 3{,}0897^2\right) = 174{,}62\ Pa$$

Apartado d)

La presión dinámica desarrollada por el generador será igual a

$$\Delta p_{din} = \frac{\rho}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$\Delta p_{din} = \frac{1{,}2}{2}\left(14{,}5411^2 - 1{,}4436^2\right) = 125{,}62\ Pa$$

Apartado e)

La potencia absorbida será igual a

$$P_{abs} = \frac{Q(\Delta p_{est} + \Delta p_{din})}{\eta_H \eta_{mec}} = \frac{\frac{400}{3600}(174{,}62 + 125{,}62)1}{0{,}91\ 0{,}98} = 37{,}41\ W$$

Problema 9

Un ventilador impulsa 1,5 m^3/s girando a una velocidad de 400 rpm. El diámetro exterior del ventilador es igual a 1 m, siendo el espesor constante e igual a 0,06 m, con una entrada radial. Se conoce que la relación de diámetros entre la entrada y la salida es 0,98, siendo la presión diferencial medida entre la entrada y la salida 4 mbar. Se conoce que la potencia consumida en el eje del ventilador es igual a 2 kW. Se pide, considerando una densidad del aire de 1,2 kg/m^3, rendimiento volumétrico unitario y un rendimiento mecánico de 0,95

a) Triángulo de entrada del ventilador

u_1 (m/s) = 51,3128	β_1 (º) =67,16
w_1 (m/s) =21,1545	α_1 (º) =90
v_1 (m/s) = 8,1201	V_{1u} (m/s) = 0

b) Triángulo de salida del ventilador

u_2 (m/s) = 52,36	β_2 (º)=13,88
w_2 (m/s) =33,1692	α_2 (º) =21,54
v_2 (m/s) =21,6734	v_{2u} (m/s) =20,1596

c) Incremento de presión teórica $\Delta p_{teo} = 1266{,}67\ Pa$

d) Presión estática generada por el ventilador $\Delta p_{est} = 1024{,}38\ Pa$

e) Presión dinámica generada por el ventilador $\Delta p_{din} = 242{,}29\ Pa$

f) Rendimiento hidráulico de la máquina $\eta_h = 0{,}6316$

g) Pérdida de carga en el ventilador $\Delta p_r = 466{,}67\ Pa$

SOLUCIÓN

Apartado a)

Conocida la velocidad de giro y el diámetro del rodete, puede determinarse la velocidad tangencial a la entrada y salida

$$u_1 = \frac{\pi D_1}{60}\, n = \frac{\pi\ 0{,}98\ 1}{60} 1000 = 51{,}3128\ m/s$$

$$u_2 = \frac{\pi D_2}{60}\, n = \frac{\pi\ 1}{60} 1000 = 52{,}36\ m/s$$

Al ser la entrada radial, $v_{1m} = v_1$

$$v_1 = \frac{Q}{\pi D_1 b_1} = \frac{1{,}5}{\pi\ 0{,}98\ 1\ 0{,}06} = 8{,}1201\ m/s$$

Por lo que el ángulo del álabe del ventilador

$$\beta_1 = \text{atan}\left(\frac{v_1}{u_1}\right) = 8{,}99°$$

La velocidad relativa será igual a

$$w_1 = \sqrt{(v_1^2 + u_1^2)} = \sqrt{8{,}1201^2 + 51{,}3128^2} = 51{,}9513\ m/s$$

Apartado b)

La velocidad meridional será igual a

$$v_{2m} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} = \frac{1{,}5}{\pi\ 1\ 0{,}06} = 7{,}9577\ m/s$$

Conocida la potencia

$$P = \frac{Q \Delta p_{teo}}{\eta_{mec}} \rightarrow \Delta p_{teo} = 1266{,}67\ Pa$$

$$\Delta p_{teo} = \rho u_2 v_{2u} \rightarrow v_{2u} = 20{,}1596\ m/s$$

Por lo que α_2

$$\alpha_2 = \text{atan}\left(\frac{v_{2m}}{v_{2u}}\right) = 21{,}54°$$

Por tanto, la velocidad total

$$v_2 = \sqrt{v_{2m}^2 + v_{2u}^2} = \sqrt{7{,}9577^2 + 20{,}1596^2} = 21{,}6734\ m/s$$

Aplicando el teorema del coseno

$$w_2 = \sqrt{u_2^2 + v_2^2 - 2u_2 v_2 cos\alpha_2} = 33{,}1692\ m/s$$

El ángulo de salida del álabe será

$$\beta_2 = aseno\left(\frac{v_{2m}}{w_2}\right) = 13{,}88°$$

Apartado c)

Ha sido determinada anteriormente

Apartado d)

La presión estática desarrollada por el generador será igual a

$$\Delta p_{est} = \frac{\rho}{2}(u_2^2 - u_1^2 + w_1^2 - w_2^2)$$

$$\Delta p_{est} = \frac{1{,}2}{2}(52{,}36^2 - 51{,}3128^2 + 51{,}9513^2 - 33{,}1692^2) = 1024{,}38\ Pa$$

Apartado e)

La presión dinámica desarrollada por el generador será igual a

$$\Delta p_{din} = \Delta p_{teo} - \Delta p_{est} = 242{,}29\ Pa$$

Apartado f)

El rendimiento hidráulico, teniendo en cuenta que el rendimiento volumétrico es 1, viene definido por

$$\eta_h = \frac{\Delta p}{\Delta p_{teo}} = \frac{800}{1266{,}67} = 0{,}6316$$

Apartado e)

Las pérdidas en el ventilador serán

$$\Delta p_{teo} = \Delta p + \Delta p_r \rightarrow \Delta p_r = 1266{,}67 - 800 = 466{,}67\ Pa$$

Problema 10

Un sistema de ventilación tiene un conducto de entrada de 0,8 m de diámetro y una sección de salida de 1,4 m de diámetro. Un piezómetro en U marca una diferencia de presión igual a 20 mbar, y el telemando está indicando un consumo de 12 kW. Teniendo en cuenta que el caudal medido en la conducción es 18000 m^3/h. Considerando un rendimiento eléctrico de 0,98 y mecánico de 0,95, así como que la temperatura del aire es 30º ($R = 287{,}7\ Pa\, m^{-1} K^{-1}$) siendo la presión atmosférica 740 mmHg

a) Incremento de presión teórica $\Delta p_{teo} = 2234{,}4\ Pa$

b) Presión estática generada por el ventilador $\Delta p_{est} = 2000\ Pa$

c) Presión dinámica generada por el ventilador $\Delta p_{din} = 3{,}13\ Pa$

d) Rendimiento hidráulico de la máquina $\eta_h = 0{,}895$

SOLUCIÓN

Apartado a)

La densidad del aire será igual a

$$\rho_{aire} = \frac{P_{atm}}{RT} = \frac{13{,}6\ 1000\ 9{,}81\ 0{,}74}{287{,}7(273{,}15 + 30)} = 1{,}13\ kg/m^3$$

La potencia viene definida por la expresión

$$P = \frac{Q\Delta p_{teo}}{\eta_{ele}\eta_{mec}} \rightarrow \Delta p_{teo} = \frac{12000\ 0{,}98\ 0{,}95}{\frac{18000}{3600}} = 2234{,}4\ Pa$$

Apartado b)

El incremento de presión estática será igual a

$$\Delta p_{est} = 2000\ Pa$$

La velocidad a la entrada y a la salida es

$$v_E = \frac{Q}{\pi D_E^2} = \frac{\frac{18000}{3600}}{\pi 0{,}8^2} = 2{,}49\ m/s$$

$$v_S = \frac{Q}{\pi D_S^2} = \frac{\frac{18000}{3600}}{\pi\ 1{,}4^2} = 0{,}81\ m/s$$

Apartado c)

Por tanto, el incremento de presión dinámico será igual a

$$\Delta p_{din} = \frac{\rho}{2}(v_S^2 - v_E^2) = \frac{1{,}13}{2}(2{,}49^2 - 0{,}81^2) = 3{,}13\ Pa$$

Apartado d)

El rendimiento hidráulico, teniendo en cuenta que el rendimiento volumétrico es 1, viene definido por

$$\eta_h = \frac{\Delta p}{\Delta p_{teo}} = \frac{2000}{2234{,}4} = 0{,}895$$

Problema 11

Teniendo en cuenta que el diámetro interior del rodete es de 100 mm, siendo la mitad del diámetro exterior. Además, se conoce que: la entrada es no radial, los 8 álabes forman un ángulo a la salida de 21º y de 19º a la entrada, la potencia absorbida por la bomba es de 541,24 W, el caudal impulsado 2,5 l/s, el caudal fugado 0,132 l/s, el rendimiento mecánico 0,98 y la velocidad meridional a la salida de 3 m/s, el coeficiente de obstrucción de los álabes es 0,97 tanto a la entrada como a la salida, el espesor a la entrada del rodete es el doble que el de la salida. Determinar la velocidad giro de la máquina

$$n = 1801\, rpm$$

SOLUCIÓN

A partir de la potencia, podemos determinar la altura manométrica impulsada por la máquina

$$P = \frac{\gamma Q H}{\eta_{mec}} \rightarrow 541{,}24 = \frac{9810\ 2{,}510^{-3}\ H_{t,\infty}}{0{,}98} \rightarrow H_{t,\infty} = 21{,}63\ mca$$

El rendimiento manométrico viene definido por:

$$H_{t,\infty} = \frac{u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u}}{g}$$

$$v_{2u} = u_2 - v_{2m} cotg \beta_2$$

$$v_{1m} = \frac{v_{2m} \pi D_2 b_2 \tau_2}{\pi D_1 b_1 \tau_1} = \frac{3\ 2D_1\ b_2 \tau_2}{D_1 2 b_2 \tau_1} = 3\ m/s$$

$$21{,}63 = \frac{\frac{\pi 0{,}2}{60} n (\frac{\pi 0{,}2}{60} n - 3cotg21) - \frac{\pi 0{,}1}{60} n (\frac{\pi 0{,}1}{60} n - 3cotg19)}{g} \rightarrow n = 1801\ rpm$$

Capítulo 4
Máquinas de desplazamiento positivo

4.1 Resultados de aprendizaje

El cuarto capítulo aborda el análisis de máquinas de desplazamiento positivo. El capítulo recoge ejercicios de máquinas volumétricas tanto de desplazamiento lineal como rotativas. Análisis de alturas, presiones potencias consumidas y caudales de trabajo, así como eficiencias derivadas de las condiciones de contorno establecidas.

Los resultados de aprendizaje son:

- Determinar los valores de caudal impulsados por una máquina volumétrica
- Estimar la potencia consumida y útil por una máquina volumétrica.
- Determinar los rendimientos volumétricos, manométricos y mecánicos que permiten relacionar las diferentes potencias.

4.2 Objetos de aprendizaje de ayuda para la adquisición de los resultados de aprendizaje

A continuación, se adjuntan los objetos de aprendizaje que pueden ser de utilidad para alcanzar los resultados de aprendizaje establecidos en el apartado anterior.

POLIMEDIA	LINK	CÓDIGOS QR
Generalidades sobre máquinas de desplazamiento positivo	http://hdl.handle.net/10251/100847	
Las máquinas rotativas de desplazamiento positivo	http://hdl.handle.net/10251/100849	
Las máquinas alternativas de desplazamiento positivo	http://hdl.handle.net/10251/100856	

4.3. Problemas

Problema 1

Una máquina de pistón está conectada a un motor que gira a 150 rpm. El diámetro del pistón son 5 cm y la carrera del mismo 18 cm. El diámetro del vástago tiene 1 cm. Se conoce que el incremento de presión efectivo es de 3 bar y su rendimiento volumétrico es 0,95. Se pide determinar:

a) Caudal teórico impulsado en m^3/s $\quad Q_t = 8{,}84\ 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}$

b) Caudal real impulsado en m^3/s $\quad Q_t = 8{,}40\ 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}$

c) Potencia teórica en W $\quad P_t = 265{,}2\,W$

d) Potencia absorbida por la máquina si el rendimiento mecánico del sistema es 0,93 $\quad P_{abs} = 285{,}16\,W$

SOLUCIÓN

Apartado a)

El área del pistón es igual a

$$A_p = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi 0{,}05^2}{4} = 1{,}963\ 10^{-3}\ m^2$$

Por tanto, el caudal teórico impulsado será

$$Q_t = \frac{A_p s n}{60} = \frac{1{,}963\ 10^{-3}\ 0{,}18\ 150}{60} = 8{,}84\ 10^{-4}\ \frac{m^3}{s}$$

Apartado b)

El caudal real es igual a

$$Q_r = Q_t \eta_{vol} = 8{,}84\ 10^{-4}\ 0{,}95 = 8{,}40\ 10^{-4}\ \frac{m^3}{s}$$

Apartado c)

La potencia teórica transmitida al fluido será

$$P_t = Q_t \Delta P = 8{,}84\ 10^{-4}\ \frac{m^3}{s}\ 3\ bar\ \frac{10^5\ Pa}{1\ bar} = 265{,}2\ W$$

Apartado d)

La potencia absorbida vendrá influenciada por la potencia teórica y el rendimiento mecánico

$$P_{abs} = \frac{P_t}{\eta_{mec}} = \frac{265{,}2}{0{,}93} = 285{,}16\ W$$

Problema 2

Una máquina de duplex está conectada a un motor que gira a 150 rpm. El diámetro del pistón son 5 cm y la carrera del mismo 18 cm. El diámetro del vástago tiene 1 cm. Se conoce que el incremento de presión efectivo es de 3 bar y su rendimiento volumétrico es 0,95. Se pide determinar:

a) Caudal teórico impulsado en m^3/s $\quad Q_t = 1{,}73\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$

b) Caudal real impulsado en m^3/s $\quad Q_t = 1{,}65\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$

c) Potencia teórica en W $\quad P_t = 519{,}6\ W$

d) Potencia absorbida por la máquina en W, si el rendimiento mecánico del sistema es 0,93 $\quad P_{abs} = 558{,}71\ W$

SOLUCIÓN

Apartado a)

El área del pistón es igual a

$$A_p = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi 0{,}05^2}{4} = 1{,}963\ 10^{-3}\ m^2$$

El área del vástago será igual a

$$A_v = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 0{,}01^2}{4} = 7{,}854\ 10^{-5}\ m^2$$

Por tanto, el caudal teórico impulsado será

$$Q_t = \frac{(2A_p - A_v)sn}{60} = \frac{(2\ 1{,}963\ 10^{-3} - 7{,}854\ 10^{-5})\ 0{,}18\ 150}{60} = 1{,}73\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$$

Apartado b)

El caudal real es igual a

$$Q_r = Q_t \eta_{vol} = 1{,}73\ 10^{-3}\ 0{,}95 = 1{,}65\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$$

Apartado c)

La potencia teórica transmitida al fluido será

$$P_t = Q_t \Delta P = 1{,}73\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}\ 3\ bar\ \frac{10^5\ Pa}{1\ bar} = 519{,}6\ W$$

Apartado d)

La potencia absorbida vendrá influenciada por la potencia teórica y el rendimiento mecánico

$$P_{abs} = \frac{P_t}{\eta_{mec}} = \frac{265{,}2}{0{,}93} = 558{,}71\ W$$

Problema 3

Una bomba de engranajes opera a 100 rpm. Se conoce que el diámetro exterior del engranaje son 150 mm y el diámetro interior 137 mm. Cada uno de los engranajes está compuesto por 12 dientes, y se supone que el hueco del diente y el diente tienen la misma área, siendo el espesor del engranaje 16 mm. Además, se conoce que el rendimiento volumétrico es igual a 0,97, el rendimiento mecánico 0,85 y el incremento de presión 6 bar:

a) Caudal teórico impulsado en m^3/s $\quad Q_t = 7{,}8\ 10^{-5}\ \frac{m^3}{s}$

b) Caudal real impulsado en m^3/s $\quad Q_r = 7{,}6\ 10^{-5}\ \frac{m^3}{s}$

c) Potencia teórica en W $\quad P_t = 46{,}8\ W$

d) Potencia absorbida por la máquina en W $\quad P_{abs} = 55{,}06\ W$

SOLUCIÓN

Apartado a)

En este caso en primer lugar, es necesario conocer el área del diente, conocido el número de dientes (N)

$$A_d = \frac{\pi\left(D_{ext}^2 - D_{int}^2\right)}{4}\frac{1}{2N} = \frac{\pi(0{,}15^2 - 0{,}137^2)}{4}\frac{1}{2\;12} = 1{,}22\;10^{-4}\;m^2$$

El caudal teórico será

$$Q_t = \frac{2A_d en}{60} = \frac{2\;1{,}22\;10^{-4}\;0{,}016\;12\;100}{60} = 7{,}8\;10^{-5}\,\frac{m^3}{s}$$

Apartado b)

El caudal real es igual a

$$Q_r = Q_t\eta_{vol} = 7{,}8\;10^{-5}\;0{,}97 = 7{,}6\;10^{-5}\,\frac{m^3}{s}$$

Apartado c)

La potencia teórica transmitida al fluido será

$$P_t = Q_t\Delta P = 7{,}8\;10^{-5}\,\frac{m^3}{s}\;6\;bar\;\frac{10^5\;Pa}{1\;bar} = 46{,}8\;W$$

Apartado d)

La potencia absorbida vendrá influenciada por la potencia teórica y el rendimiento mecánico

$$P_{abs} = \frac{P_t}{\eta_{mec}} = \frac{46{,}8}{0{,}85} = 55{,}06\;W$$

Problema 4

Una máquina de simplex está conectada a un motor que gira a 300 rpm. El diámetro del pistón son 7 cm y la carrera del mismo 15 cm. El diámetro del vástago tiene 1 cm. Se conoce que el incremento de presión efectivo es de 13 bar y su rendimiento volumétrico es 0,95. Se pide determinar:

a) Altura efectiva teniendo en cuenta que opera con un aceite SAE40 de densidad relativa 0,9, en $H = 147{,}24\ mcf$

b) Fuerza desarrollada por el pistón $F = 5002{,}4\ N$

c) Caudal real impulsado en m^3/s $Q_t = 1{,}65\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$

d) Potencia útil en W $P_u = 7056{,}79\ W$

e) Potencia teórica en W $P_t = 7428{,}2\ W$

f) Potencia absorbida por la máquina en W, si el rendimiento mecánico del sistema es 0,93 $P_{abs} = 7987{,}31\ W$

SOLUCIÓN

Apartado a)

La altura efectiva aportada por la bomba es igual a

$$H = \frac{p}{\rho g} = \frac{13\ 10^5}{0{,}9\ 1000\ 9{,}81} = 147{,}24\ mcf$$

Apartado b)

La fuerza que ejerce el pistón será igual a

$$F_p = \Delta P\ A_p$$

El área del pistón es igual a

$$A_p = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi 0{,}07^2}{4} = 3{,}848\ 10^{-3}\ m^2$$

Por tanto,

$$F_p = 13\ 10^5\ 3{,}848\ 10^{-3} = 5002{,}4\ N$$

Apartado c)

El caudal real es igual a

$$Q_r = \frac{A_p s n}{60}\eta_{vol} = \frac{3{,}848\ 10^{-3}\ 0{,}15\ 300}{60}\ 0{,}95 = 5{,}43\ 10^{-3}\,\frac{m^3}{s}$$

Apartado c)

La potencia útil transmitida al fluido será

$$P_u = Q_r \Delta P = 5{,}43\ 10^{-3}\,\frac{m^3}{s}\ 13\ bar\ \frac{10^5\ Pa}{1\ bar} = 7056{,}79\ W$$

Apartado e)

La potencia teórica transmitida al fluido será

$$P_t = \frac{P_u}{\eta_{vol}} = \frac{7056{,}79}{0{,}95} = 7428{,}2\ W$$

Apartado f)

La potencia absorbida vendrá influenciada por la potencia teórica y el rendimiento mecánico

$$P_{abs} = \frac{P_t}{\eta_{mec}} = \frac{7428{,}2}{0{,}93} = 7987{,}31\ W$$

Problema 5

Una cafetera está compuesta por una bomba vibratoria de pistón cuya curva teórica de presión (bar)/caudal (l/min), viene definida por la expresión $P = 16 - 10{,}4Q$. Teniendo en cuenta que se está operando a una presión de 10 bar y la carrera del pistón es de 2 cm, realizando 600 ciclos por minuto. Determinar, suponiendo que el funcionamiento de la máquina tiene un rendimiento volumétrico de 0,98 y electromecánico de 0,97:

a) Caudal circulante en l/min $Q_r = 0{,}565\ l/min$

b) Fuerza desarrollada por el pistón en N $F = 48\ N$

c) Diámetro del pistón en m $D = 7{,}8\ 10^{-3}\ m$

d) Potencia consumida por la bomba en W $P = 9{,}90\ W$

SOLUCIÓN

Apartado a)

En este caso, la ecuación teórica que relaciona caudal y presión, viene definida por

$$P = 16 - 10{,}4Q$$

Por tanto, para una presión de 10 bar, $Q = \frac{10-16}{-10{,}4} = 0{,}577\ l/min$

Si el rendimiento volumétrico es 0,98, el caudal real suministrado por la cafetera es

$$Q_r = 0{,}577\ 0{,}98 = 0{,}565\ l/min$$

Apartado b)

La fuerza que ejerce el pistón será igual a

$$F_p = \Delta P\ A_p$$

El área del pistón es igual a

$$A_p = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi 0{,}07^2}{4} = 3{,}848\ 10^{-3}\ m^2$$

Por otro lado, conocemos

$$Q_r = A_p sn\, \eta_{vol}$$

$$0{,}565\ 10^{-3} = A_p\ 0{,}02\ 600\ 0{,}98 \rightarrow A_p = 4{,}8\ 10^{-5}\ m^2$$

Por tanto,

$$F_p = 10\ 10^5\ 4{,}8\ 10^{-5} = 48\ N$$

Apartado c)

$$A_p = \frac{\pi D^2}{4} \rightarrow D = \sqrt{\left(\frac{4{,}8\ 10^{-5}\ 4}{\pi}\right)} = 7{,}8\ 10^{-3}\ m$$

Apartado d)

La potencia útil transmitida al fluido será

$$P_u = Q_r \Delta P = \frac{0{,}565}{60} 10^{-3} \frac{m^3}{s}\ 10\ bar\ \frac{10^5\ Pa}{1\ bar} = 9{,}41\ W$$

Por lo que la potencia absorbida será

$$P_{abs} = \frac{P_u}{\eta_{vol}\eta_{mec}} = \frac{9{,}41}{0{,}98\ 0{,}97} = 9{,}90\ W$$

Problema 6

Una máquina de tratamiento fitosanitario tiene una bomba compuesta por tres embolos que cada uno de ellos tiene un diámetro de 7 cm. La carrera de cada pistón es de 10 cm. La máquina está tarada a una presión de trabajo de 16 bar y gira a 540 rpm con un rendimiento volumétrico de 0,98. Se pide determinar:

a) Caudal teórico impulsado en m^3/s $\quad Q_t = 1{,}04\ 10^{-2}\,\frac{m^3}{s}$

b) Caudal real impulsado en m^3/s $\quad Q_r = 1{,}02\ 10^{-2}\,\frac{m^3}{s}$

c) Potencia teórica en W $\quad P_t = 16625{,}6\ W$

d) Potencia absorbida por la máquina en W, si el rendimiento mecánico del sistema es 0,93 $\quad P_{abs} = 17877\ W$

SOLUCIÓN

Apartado a)

El área del pistón es igual a

$$A_p = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi 0{,}07^2}{4} = 3{,}848\ 10^{-3}\ m^2$$

Por tanto, el caudal teórico impulsado será

$$Q_t = \frac{3\ A_p s n}{60} = \frac{3\ 3{,}848\ 10^{-3}\ 0{,}1\ 540}{60} = 1{,}04\ 10^{-2}\ \frac{m^3}{s}$$

Apartado b)

El caudal real es igual a

$$Q_r = Q_t \eta_{vol} = 1{,}04\ 10^{-2}\ 0{,}98 = 1{,}02\ 10^{-2}\ \frac{m^3}{s}$$

Apartado c)

La potencia teórica transmitida al fluido será

$$P_t = Q_t \Delta P = 1{,}04\ 10^{-2}\ \frac{m^3}{s}\ 16\ bar\ \frac{10^5\ Pa}{1\ bar} = 16625{,}6\ W$$

Apartado d)

La potencia absorbida vendrá influenciada por la potencia teórica y el rendimiento mecánico

$$P_{abs} = \frac{P_t}{\eta_{mec}} = \frac{16625{,}6}{0{,}93} = 17877\ W$$

Problema 7

Una máquina de tratamiento fitosanitario tiene una bomba compuesta por una membrana que tiene un radio de 8 cm. Se supone que el desplazamiento de la membrana es de 4 cm, generando un casquete esférico. La máquina está tarada a una presión de trabajo de 16 bar y desarrolla 1000 ciclos por minuto. Se pide determinar:

a) Caudal teórico impulsado en m^3/s $\quad Q_t = 5{,}58\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$

b) Potencia teórica en W $\quad P_t = 8933{,}33\ W$

c) Potencia absorbida por la máquina en W, si el rendimiento mecánico del sistema es 0,93 $\quad P_{abs} = 9605{,}73W$

d) Fuerza a la que se ve sometida la membrana en la fase de impulsión
$F = 32170\ N$

SOLUCIÓN

Apartado a)

Para abordar el cálculo del desplazamiento en un ciclo, se debe determinar el volumen del casquete esférico

$$V = \frac{1}{3}\pi h^2(3R - h) = \frac{1}{3}\pi 0{,}04^2(3\ 0{,}08 - 0{,}04) = 3{,}35\ 10^{-4}\ m^3/rev$$

Por tanto, el caudal será

$$Q_t = \frac{Vn}{60} = \frac{3{,}35\ 10^{-4}\ 1000}{60} = 5{,}58\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$$

Apartado b)

La potencia teórica transmitida al fluido será

$$P_t = Q_t\Delta P = 5{,}58\ 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}\ 16\ bar\ \frac{10^5\ Pa}{1\ bar} = 8933{,}33\ W$$

Apartado c)

La potencia absorbida vendrá influenciada por la potencia teórica y el rendimiento mecánico

$$P_{abs} = \frac{P_t}{\eta_{mec}} = \frac{8933{,}33}{0{,}93} = 9605{,}73\ W$$

Apartado d)

La fuerza a la que se ve sometida la membrana será igual a

$$F = p\ A = p\ 2\pi Rh = 16\ 10^5\ 2\pi\ 0{,}08\ 0{,}04 = 32170\ N$$

Problema 8

Un cilindro de doble efecto trabaja con un caudal de 20 l/min. Se conoce que el diámetro del embolo son 140 mm y el diámetro del vástago 55 mm. Conocida que la carrera son 2 cm. Determinar:

a) Velocidad de giro de la máquina en rpm $n = 36{,}3\ rpm$

b) Velocidad de avance del embolo $V_{avance} = 0{,}02166\frac{m}{s}$

c) Tiempo de carrera en el avance y retroceso
$t_{avance} = 0{,}923\ s; t_{retroceso} = 0{,}781\ s$

d) Si la máquina opera con una presión de trabajo de 4 bar, determinar la potencia absorbida si el rendimiento mecánico es 0,95 y el volumétrico 0,97.
$P_{abs} = 146{,}61\ W$

SOLUCIÓN

Apartado a)

Se conoce que el caudal impulsado por una máquina de doble efecto, viene definido por la expresión:

$$Q_R = \frac{(2A - a)sn}{60}\eta_v$$

El área del émbolo es: $A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi 0{,}14^2}{4} = 0{,}01539\ m^2$

El área del vástago es: $a = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi 0{,}055^2}{4} = 0{,}002376\ m^2$

Por tanto, la velocidad de giro de la máquina será:

$$n = \frac{Q_R 60}{(2A - a)s\eta_v} = \frac{20\ 60}{1000\ 60\ (2\ 0{,}01539 - 0{,}002376)\ 0{,}02\ 0{,}97} = 36{,}3\ rpm$$

Apartado b)

La velocidad del embolo en el avance será:

$$V_{avance} = \frac{Q_R}{A} = \frac{20}{60\ 1000\ 0{,}01539} = 0{,}02166\ m/s$$

Apartado c)

El tiempo de avance y retroceso será

$$t_{avance} = \frac{s}{V_{avance}} = \frac{0{,}02}{0{,}02166} = 0{,}923\ s$$

Para determinar el tiempo de retroceso, es necesario determinar la velocidad de retroceso

$$V_{retroceso} = \frac{Q_R}{A - a} = \frac{20}{60\ 1000\ (0{,}01539 - 0{,}002376)} = 0{,}02561\ m/s$$

$$t_{retroceso} = \frac{V_{retroceso}}{s} = \frac{0{,}02}{0{,}02561} = 0{,}781\ s$$

Por lo que el tiempo de ciclo será: $0{,}923 + 0{,}781 = 1{,}704\ s$

Apartado d)

La potencia absorbida viene definida por la expresión:

$$P_{abs} = \frac{Q\ P}{\eta_v\,\eta_{mec}} = \frac{20\ 4\ 101325}{60\ 1000\ 0{,}97\ 0{,}95} = 146{,}61\ W$$

Problema 9

Un conjunto de dos engranajes opera como máquina de desplazamiento positivo. El diámetro exterior del engranaje es 120 mm y el interior 95 mm. El número de dientes es 14 y el espesor del engranaje 22 mm. La velocidad de giro es 1200 rpm y se conoce que la presión de trabajo es igual a 4 bar. Conocido que su rendimiento volumétrico es 0,88. Se pide determinar:

a) Caudal teórico impulsado en l/s $Q_T = 1{,}86\,\frac{l}{s}$

b) Potencia teórica aportada $P_t = 753{,}86\ W$

c) Caudal de fugas en l/s $q_f = 0{,}22\,\frac{l}{s}$

d) Potencia absorbida (en W), suponiendo un rendimiento mecánico de 0,97.
$P_{abs} = 777{,}17\ W$

Solución

Apartado a)

El caudal teórico impulsado viene definido por la expresión:

$$Q_T = \frac{2Azbn}{60}$$

En este caso se puede determinar el área de una revolución, que será igual al área de la corona circular (exterior menos interior) ya que se desconoce el área del diente.

$$Q_T = \frac{\frac{\pi\left(D_e^2 - D_i^2\right)}{4} bn}{60} = \frac{\frac{\pi(0{,}12^2 - 0{,}095^2)}{4} 0{,}022\ 1200}{60} = 0{,}00186 \frac{m^3}{s}$$

Apartado b)

La potencia teórica aportada viene definida por la expresión:

$$P_{teórica} = Q_T P = 0{,}00186\ 4\ 101325 = 753{,}86\ w$$

Apartado c)

El caudal fugado puede determinarse, mediante:

$$q_f = (1 - \eta_v) Q_T = (1 - 0{,}88) 0{,}00186 = 0{,}000223 \frac{m^3}{s} = 0{,}22\ l/s$$

Apartado d)

La potencia absorbida viene definida por:

$$P_{abs} = \frac{P_t}{\eta_{mec}} = \frac{753{,}86}{0{,}97} = 777{,}17\ w$$

Capítulo 5

Selección de bombas rotodinámicas y ventiladores

5.1 Resultados de aprendizaje

En este quinto capítulo se aborda la selección de bombas rotodinámicas una vez determinado el punto de funcionamiento. El capítulo incluye únicamente 5 problemas, ya que los capítulos 6 y 7 del presente libro recogen problemas que el estudiante deberá seleccionar bombas para poder desarrollar el proyecto propuesto. Además, el capítulo recoge un ejemplo de cómo determinar el punto de funcionamiento cuando se opera con un fluido de viscosidad diferente al agua, así como la selección de un ventilador.

Los resultados de aprendizaje son:

- Estimar la curva resistente de una instalación
- Seleccionar una máquina hidráulica en función de las condiciones de contorno
- Estimar el punto de funcionamiento de una bomba que opera con un fluido de viscosidad diferente al agua.

5.2 Objetos de aprendizaje de ayuda para la adquisición de los resultados de aprendizaje

A continuación, se adjuntan los objetos de aprendizaje que pueden ser de utilidad para alcanzar los resultados de aprendizaje establecidos en el apartado anterior.

POLIMEDIA	LINK	CÓDIGOS QR
Consideraciones sobre rendimientos y potencias en turbomáquinas	http://hdl.handle.net/10251/100853	
La curva resistente de una instalación hidráulica	http://hdl.handle.net/10251/100852	
Selección de bombas conocido el caudal y altura manométrica	http://hdl.handle.net/10251/98843	
Bombas operando con fluidos de diferente viscosidad. Estimación Punto de funcionamiento	http://hdl.handle.net/10251/135050	

5.3 Problemas

Problema 1

Una comunidad de regantes quiere cambiar el equipo de bombeo que transporta el agua desde el Canal de toma (Cota=73 msnm) hasta una balsa nueva que desean construir. Se conoce que la cota de coronación de la futura balsa será de 135 m y la cota de fondo de 125 m. La conducción de impulsión está formada por una conducción de fibrocemento de DN400 mm (f=0,0217) de 2635 m de longitud y un tramo de conducción de fibrocemento de DN325 mm (f=0,0225) de 725 m de longitud. Tomando como coeficiente de pérdidas singulares un 15% de las pérdidas por rozamiento y sabiendo que en la conducción de aspiración no existen pérdidas se pide:

a) Determinar la curva característica de la conducción cuando el nivel de agua en la balsa está en su cota de fondo (125 m). $H_{resistente} = 52 + 959{,}02Q^2$

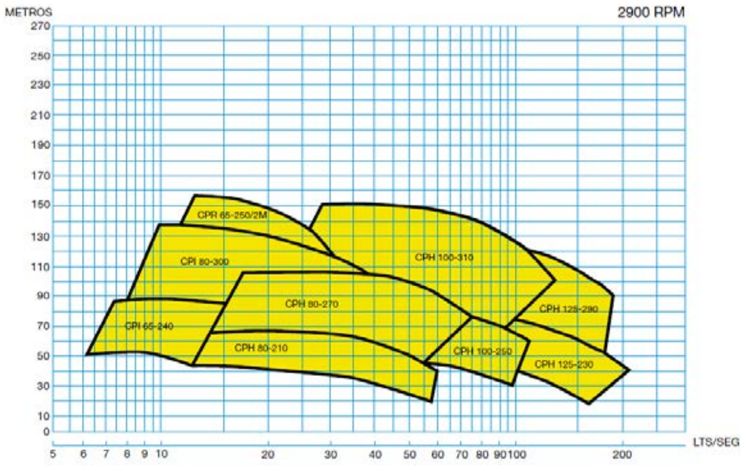
b) Determinar la curva característica de la conducción cuando el nivel de agua en la balsa está en su cota máxima (135 m). $H_{resistente} = 62 + 959{,}02Q^2$

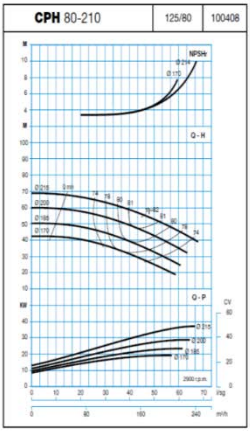
Si se desea instalar una bomba de cámara partida se pide, con los datos obtenidos y conociendo que la bomba trabajará entre caudales de 70 a 90 l/s:

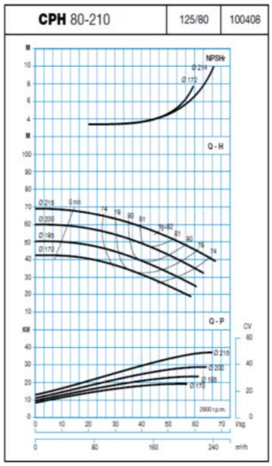
c) Elección de la serie de la bomba a partir de la información que se adjunta
$CPH\ 100 - 250$

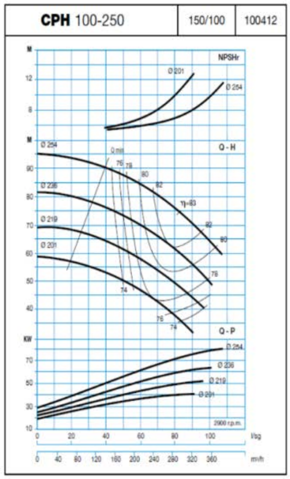
d) Elección del modelo de la bomba concreta establecida la serie.
$CPH\ 100 - 250\ \emptyset 254$

e) Una vez elegida la bomba y rodete concreto, establecer los puntos de funcionamiento suponiendo que la balsa se encuentra a vacía y llena y que la bomba gira en su régimen nominal de 2900 rpm.
$Q_{balsa\ vacia} = 0{,}10424\,\frac{m^3}{s};\ Q_{balsa\ llena} = 0{,}09151\,\frac{m^3}{s}$


METROS
2900 RPM
CPR 65-250/2M
CPI 80-300
CPH 100-310
CPH 80-270
CPI 65-240
CPH 80-210
CPH 125-290
CPH 100-250
CPH 125-230
LTS/SEG


CPH 80-210
125/80
100408
NPSHr
Q - H
Q - P
2900 r.p.m.


CPH 80-210
125/80
100408
NPSHr
Q - H
Q - P
2900 r.p.m.


CPH 100-250
150/100
100412
NPSHr
Q - H
Q - P
2900 r.p.m.

SOLUCIÓN

Apartado a)

La curva resistente (H_R) se determina mediante la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5}$$

En este caso se conocen los factores de fricción, la impulsión es entre sistemas abiertos a la atmósfera y los términos cinéticos pueden despreciarse

$$H_R = 125 - 73 + \frac{8\ 0{,}0217\ 1{,}15\ 2635Q^2}{\pi^2 g 0{,}4^5} + \frac{8\ 0{,}225\ 1{,}15\ 725Q^2}{\pi^2 g 0{,}325^5} = 52\ +\ 959{,}02\mathrm{Q}^2$$

Apartado b)

En el caso de que el depósito se encuentre lleno a su nivel máximo.

$$H_R = 135 - 73 + \frac{8\ 0{,}0217\ 1{,}15\ 2635Q^2}{\pi^2 g 0{,}4^5} + \frac{8\ 0{,}225\ 1{,}15\ 725Q^2}{\pi^2 g 0{,}325^5} = 62\ +\ 959{,}02\mathrm{Q}^2$$

Apartado c)

Si la bomba impulsa 70 l/s, la altura manométrica necesaria serán:

Condición balsa vacía: $H_r = 52 + 959{,}02\ 0{,}07^2 = 56{,}70\ mca$ (P1)

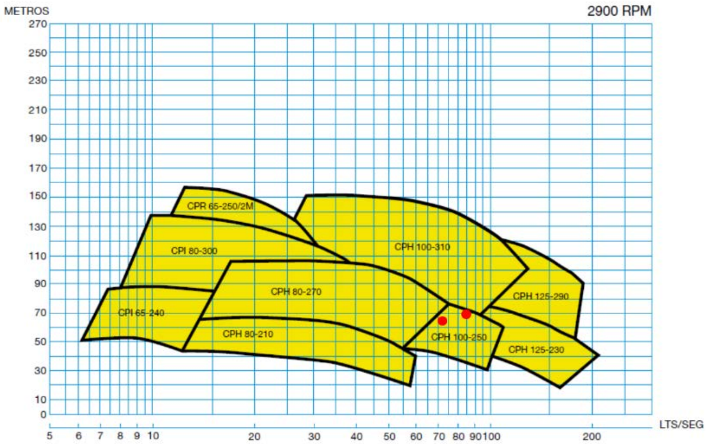
Condición balsa llena: $H_r = 62 + 959{,}02\ 0{,}07^2 = 66{,}70\ mca$ (P2)

En el caso de que se impulsen 90 l/s, la altura requerida será:

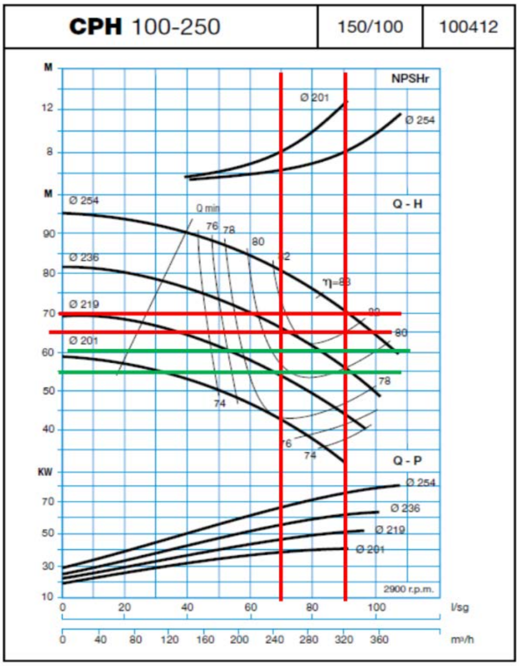
Condición balsa vacía: $H_r = 52 + 959{,}02\ 0{,}09^2 = 59{,}77\ mca$ (p3)

Condición balsa llena: $H_r = 62 + 959{,}02\ 0{,}09^2 = 69{,}77\ mca$ (P4)

Por tanto, considerando los puntos más desfavorables de menor y mayor altura (P1 y P4), la serie seleccionada es CPH 100-250

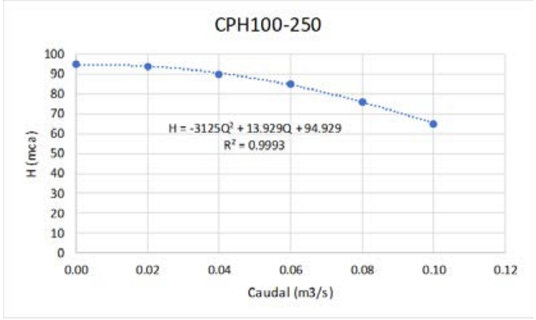


Definida la serie el modelo vendrá seleccionado igualmente considerando los puntos más desfavorables para garantizar los 90 l/s.



En este caso el modelo será $CPH\ 100 - 250\ \emptyset 254$. Si se obtienen diferentes puntos de la curva de la gráfica, (ver tabla), se puede obtener la curva de regresión de segundo grado

Q (m3/s)	H (mca)
0.00	95
0.02	94
0.04	90
0.06	85
0.08	76
0.10	65



Igualando la curva de la bomba, a la curva resistente se puede obtener los puntos de funcionamiento

$$H_B = H_r$$

$$-3125Q^2 + 13{,}923Q + 94{,}929 = 52 + 959{,}02Q^2$$

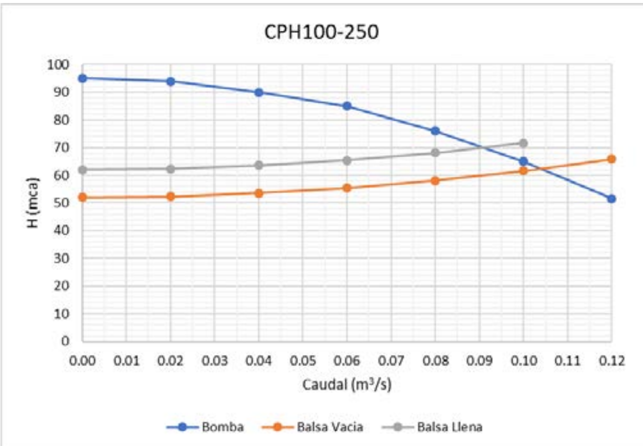
$$Q = 0{,}10424\frac{m^3}{s}$$

En el caso de que la balsa se encuentra a su nivel máximo.

$$-3125Q^2 + 13{,}923Q + 94{,}929 = 62 + 959{,}02Q^2$$

$$Q = 0{,}09151\frac{m^3}{s}$$

Gráficamente, se adjunta la solución:



Problema 2

Un sistema de bombeo capta aguas de una derivación de un rio a la cota 0 y la inyecta en un sistema presurizado cuya presión es 29 mca, situándose la cota a 14 m. El sistema está formado por una conducción de polietileno de alta densidad (PEAD) de DN125 (SDR11; espesor 11,4 mm) de 1980 m de longitud. Teniendo en cuenta que la estación de bombeo genera unas pérdidas de 5 mca y considerando un coeficiente mayorador de perdidas singulares de 0,2. Determinar:

a) Determinar la altura manométrica de impulsión para un caudal de 10 l/s. $H_b = 86{,}39$ mca

b) Determinar la curva característica de la conducción considerando el factor de fricción constante. $H_{resistente} = 48 + 383857{,}2Q^2$

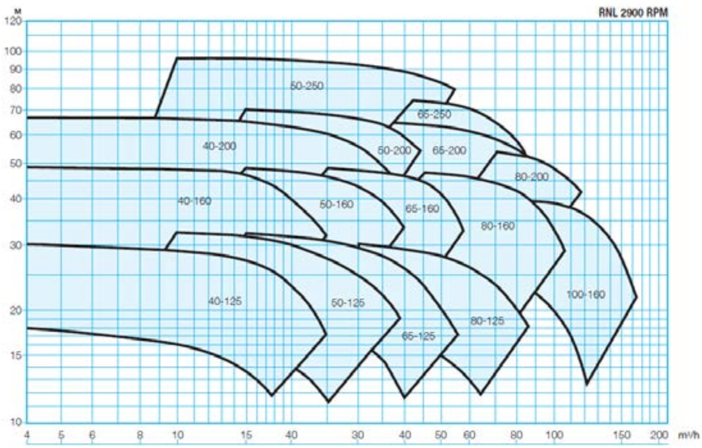
c) Elección de la serie de la bomba a partir de la información que se adjunta $RNL\ 50-250$

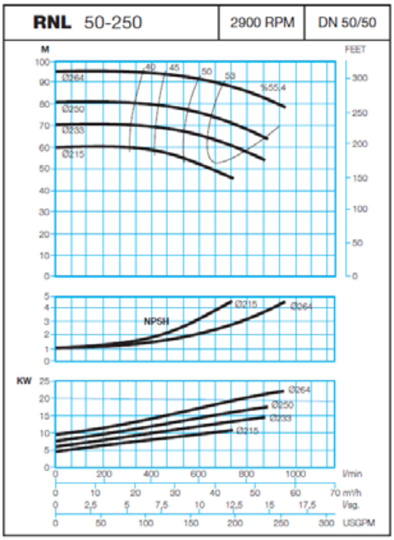
d) Elección del modelo de la bomba concreta establecida la serie. $RNL-250\ \emptyset 264$

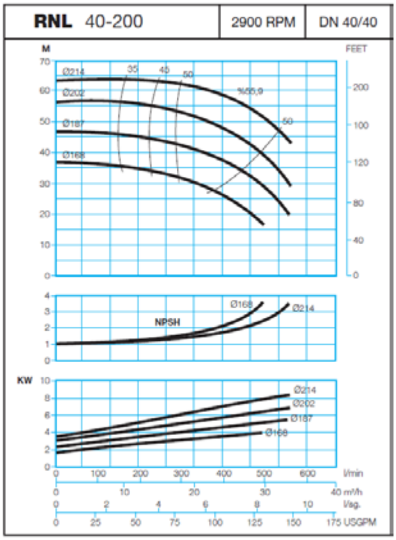
e) Una vez elegida la bomba y rodete concreto, determinar el punto de funcionamiento $P_F(0{,}01047\frac{m^3}{s}; 90{,}10\ mca)$

f) Determinar la potencia absorbida por la bomba en kW $P = 17{,}77\ kW$

Nota. Considerar para determinar el factor de fricción, una rugosidad de 0,1 mm y una viscosidad cinemática del agua de 1,1 10^{-6} m^2/s




RNL 50-250
2900 RPM
DN 50/50
M
FEET
NPSH
KW
l/min
m³/h
l/sg.
USGPM


RNL 40-200
2900 RPM
DN 40/40
M
FEET
NPSH
KW
l/min
m³/h
l/sg.
USGPM

SOLUCIÓN

Apartado a)

La altura necesaria de la bomba puede determinarse realizando un balance de energía entre el punto de captación y el punto de entrega

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_B = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

$$0 + 0 + (\approx 0) + H_B = 14 + 29 + (\approx 0) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

En el caso de las pérdidas se debe determinar el factor de fricción

El diámetro interior de la conducción será

$$D = DN - 2e = 125 - 2\ 11{,}4 = 102{,}2\ mm$$

Por tanto, la velocidad del fluido, considerando 10 l/s

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{0{,}01}{\pi\left(\frac{0{,}1022}{2}\right)^2} = 1{,}22\ m/s$$

Conocida la velocidad el número de Reynolds es igual a

$$Re = \frac{VD}{v} = \frac{1{,}22\ 0{,}1022}{1{,}1\ 10^{-6}} = 113257{,}4$$

Mediante la expresión de White-Colebrook se puede determinar el factor de fricción

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}} + \frac{k}{3{,}7D}\right) \rightarrow f = 0{,}0218$$

Por tanto, la altura manométrica de la bomba será

$$H_b = 43 + \frac{8\ 0{,}0218\ 1980\ 0{,}01^2}{\pi^2 g\ 0{,}1022^5} + 0{,}2\frac{8\ 0{,}0218\ 1980\ 0{,}01^2}{\pi^2 g\ 0{,}1022^5} + 5 = 86{,}39\ mca$$

Apartado b)

La curva resistente (H_R) se determina mediante la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5}$$

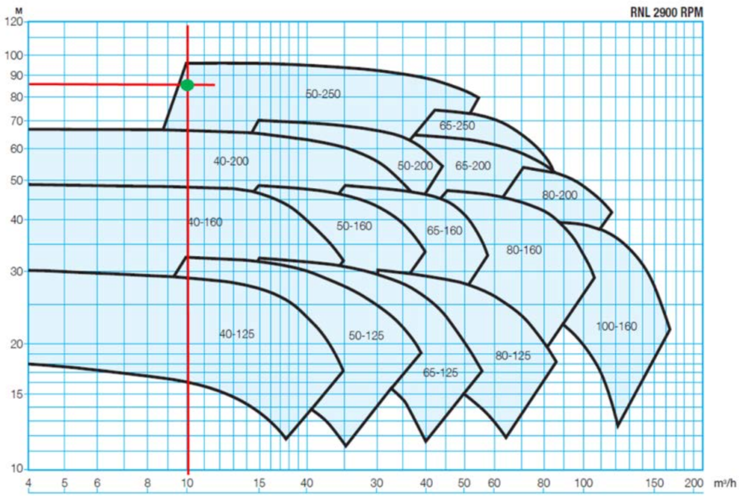
En este caso se supone constante el factor de fricción del apartado anterior, la impulsión es entre sistemas abiertos a la atmósfera y los términos cinéticos pueden despreciarse

$$H_R = 43 + \frac{8\ 0{,}0218\ 1980\ Q^2}{\pi^2 g\ 0{,}1022^5} + 0{,}2\frac{8\ 0{,}0218\ 1980\ Q^2}{\pi^2 g\ 0{,}1022^5} + 5 = 48\ +\ 383857{,}2\mathrm{Q}^2$$

Apartado c)

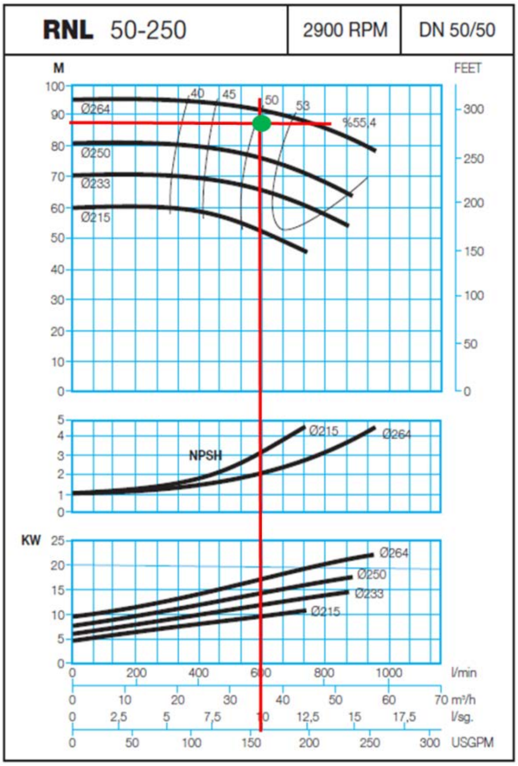
Si la bomba impulsa 10 l/s, la altura manométrica necesaria es 86,39 mca

Por tanto, la serie seleccionada es RNL 50-250



Apartado d)

Definida la serie el modelo será



En este caso el modelo será $RNL\ 50-250\ \emptyset 264$. Si se obtienen diferentes puntos de la curva de la gráfica, las curvas características de la bomba seleccionada son

$$H = 95 + 496{,}7Q - 92111Q^2$$

$$\eta = 8201{,}7Q - 308356Q^2$$

Apartado e)

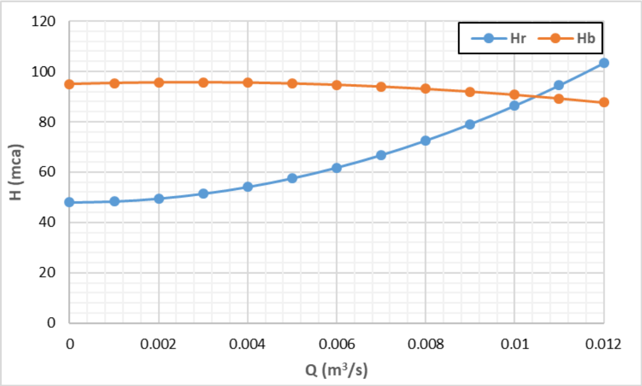
Igualando la curva de la bomba, a la curva resistente se puede obtener el punto de funcionamiento

$$H_B = H_r$$

$$95 + 496{,}7Q - 92111Q^2 = 48 + 383857{,}2Q^2$$

$$Q = 0{,}01047\frac{m^3}{s}$$

Gráficamente, se adjunta la solución:



Sustituyendo el valor del caudal en cualquiera de las curvas (bomba o resistente), la altura proporcionada será:

$$H = 48 + 383857{,}2\ 0{,}01047^2 = 90{,}1\ mca$$

Apartado f)

Finalmente, la potencia absorbida por la bomba vendrá definida por la expresión

$$P = \frac{\gamma QH}{\eta}$$

En este caso la eficiencia de la máquina, para el punto de funcionamiento será:

$$\eta = 8201{,}7\ 0{,}01047 - 308356\ 0{,}01047^2 = 52{,}07\%$$

$$P = \frac{9{,}81\ 0{,}01047\ 90{,}1}{0{,}5207} = 17{,}77\ kW$$

Problema 3

Un pequeño sistema de bombeo conecta un sistema hidráulico en una industria. El agua se conecta directamente de la red (cota 0 en el nivel de referencia), con una presión mínima de 20 mca y se impulsa hasta un depósito presurizado cuya presión mínima deben ser 48 mca, considerando una cota igual a 9 m sobre el nivel de referencia. El circuito está compuesto por una conducción de acero inoxidable de 70 mm de diámetro interior, 40 m de longitud y una rugosidad absoluta igual a 0,15 mm. Considerando que la válvula de retención de la bomba, así como los elementos de control instalados tienen un coeficiente de caudal igual a 590 mca/(m^3/s)^2. Determinar, considerando una longitud equivalente de 15 m para considerar las pérdidas localizadas en la conducción:

a) Determinar la altura manométrica de impulsión para un caudal de 4 l/s.
$H_b = 38{,}14$ mca

b) Determinar la curva característica de la conducción considerando el factor de fricción constante. $H_{resistente} = 37 + 71432{,}69\mathrm{Q}^2$

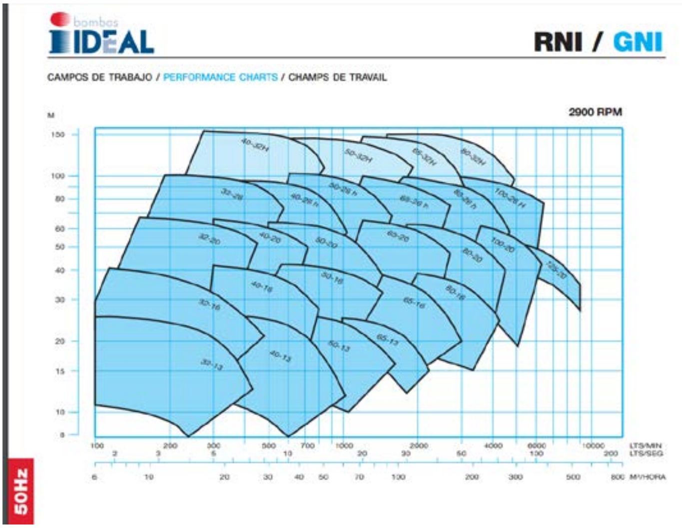
c) Elección de la serie de la bomba a partir de la información que se adjunta
$\frac{RNI}{GNI} 32 - 20$

d) Elección del modelo de la bomba concreta establecida la serie.
GNI$-32 - 20 - 5{,}5\ \emptyset 180$

e) Una vez elegida la bomba y rodete concreto, determinar el punto de funcionamiento $P_F(0{,}00545\,\frac{m^3}{s}; 39{,}12\,mca)$

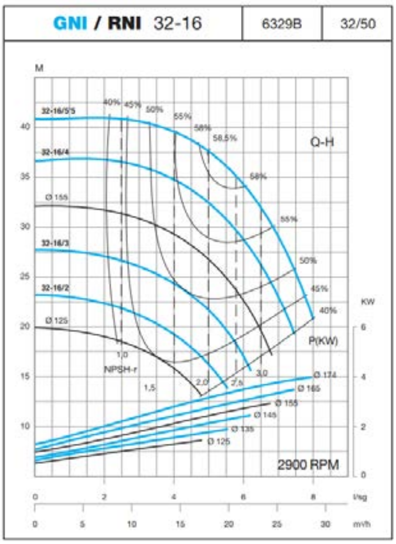
f) Determinar la potencia absorbida por la bomba en kW $P = 4{,}21\,kW$

Nota. Considerar para determinar el factor de fricción, una rugosidad de 0,15 mm y una viscosidad cinemática del agua de 1,1 10^{-6} m^2/s

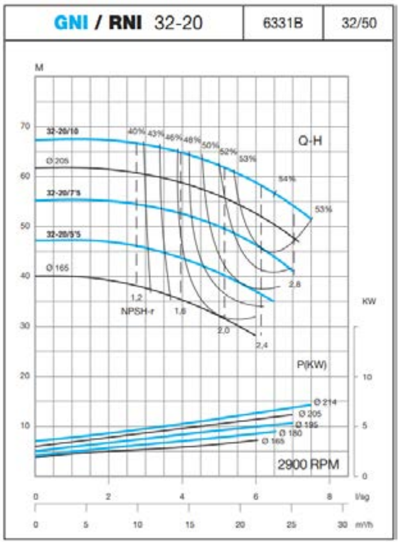


bombas IDEAL
RNI / GNI
CAMPOS DE TRABAJO / PERFORMANCE CHARTS / CHAMPS DE TRAVAIL
2900 RPM
M
LTS/MIN
LTS/SEG
M³/HORA
50Hz

2900 RPM



GNI / RNI 32-16
6329B
32/50
Q-H
NPSH-r
P(KW)
KW
2900 RPM
l/sg
m³/h



GNI / RNI 32-20
6331B
32/50
Q-H
NPSH-r
P(KW)
KW
2900 RPM
l/sg
m³/h

SOLUCIÓN

Apartado a)

La altura necesaria de la bomba puede determinarse realizando un balance de energía entre el punto de captación y el punto de entrega

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_B = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

$$0 + 20 + (\approx 0) + H_B = 9 + 48 + (\approx 0) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

En el caso de las pérdidas se debe determinar el factor de fricción

El diámetro interior de la conducción es70 mm

Por tanto, la velocidad del fluido, considerando 4 l/s

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{0,004}{\pi\left(\frac{0,07}{2}\right)^2} = 1,04\ m/s$$

Conocida la velocidad el número de Reynolds es igual a

$$Re = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{1,04\ 0,07}{1,1\ 10^{-6}} = 66142,3$$

Mediante la expresión de White-Colebrook se puede determinar el factor de fricción

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{2,51}{Re\sqrt{f}} + \frac{k}{3,7D}\right) \rightarrow f = 0,0262$$

Por tanto, la altura manométrica de la bomba será

$$H_b = 37 + \frac{8\ 0,0262\ 40\ 0,004^2}{\pi^2 g\ 0,07^5} + \frac{8\ 0,0218\ 15\ 0,004^2}{\pi^2 g\ 0,07^5} + 590\ 0,004^2\ = 38,14\ mca$$

Apartado b)

La curva resistente (H_R) se determina mediante la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5}$$

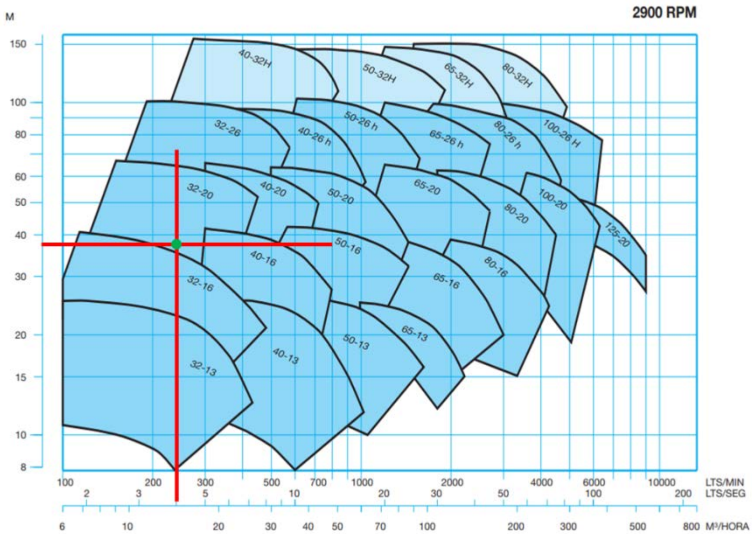
En este caso se supone constante el factor de fricción del apartado anterior, la impulsión es entre sistemas abiertos a la atmósfera y los términos cinéticos pueden despreciarse

$$H_R = 37 + \frac{8\ 0{,}0262\ 40\ Q^2}{\pi^2 g\ 0{,}07^5} + \frac{8\ 0{,}0262\ 15\ Q^2}{\pi^2 g\ 0{,}07^5} + 590\mathrm{Q}^2 = 37\ +\ 71432{,}69\mathrm{Q}^2$$

Apartado c)

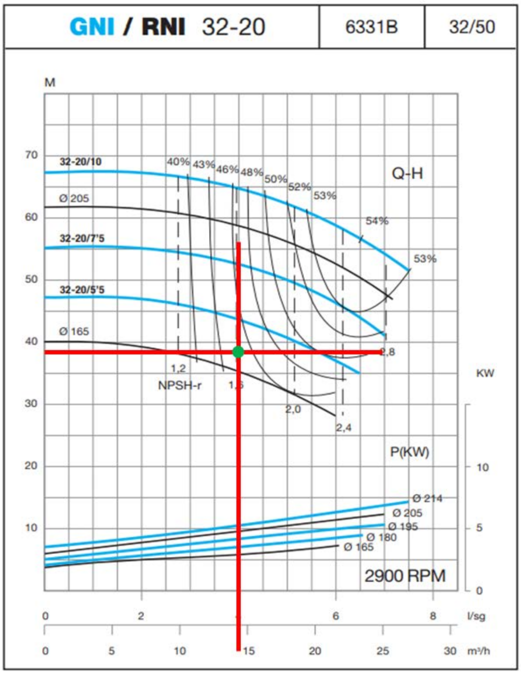
Si la bomba impulsa 4 l/s, la altura manométrica necesaria es 38,14 mca

Por tanto, la serie seleccionada es RNI/GNI 32-20



Apartado d)

Definida la serie el modelo será



En este caso el modelo será $GNI32 - 20 - 5{,}5\ \emptyset 180$. Si se obtienen diferentes puntos de la curva de la gráfica, las curvas características de la bomba seleccionada en unidades del SI son

$$H = 47 + 835{,}7Q - 416667Q^2$$

$$\eta = 17{,}7\ 10^3 Q - 1{,}575\ 10^6 Q^2$$

Apartado e)

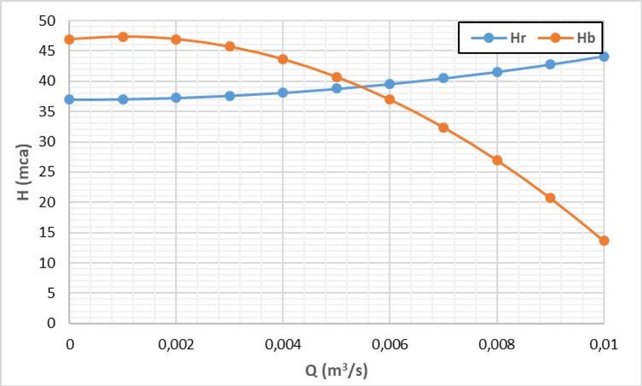
Igualando la curva de la bomba, a la curva resistente se puede obtener el punto de funcionamiento

$$H_B = H_r$$

$$47 + 835{,}7Q - 416667Q^2 = 37 + 71432{,}69\mathrm{Q}^2$$

$$Q = 5{,}45\ 10^{-3}\,\frac{m^3}{s}$$

Gráficamente, se adjunta la solución:



Sustituyendo el valor del caudal en cualquiera de las curvas (bomba o resistente), la altura proporcionada será:

$$H = 37 + 71432{,}69\ 5{,}45\ 10^{-3^2} = 39{,}12\ mca$$

Apartado f)

Finalmente, la potencia absorbida por la bomba vendrá definida por la expresión

$$P = \frac{\gamma Q H}{\eta}$$

En este caso la eficiencia de la máquina, para el punto de funcionamiento será:

$$\eta = 17{,}7\ 10^3\ 5{,}45\ 10^{-3} - 1{,}575\ 10^6\ 5{,}45\ 10^{-3^2} = 49{,}65\%$$

$$P = \frac{9{,}81\ 0{,}00545\ 39{,}12}{0{,}4965} = 4{,}21\ kW$$

Problema 4

Determinar el punto de operación de una bomba que cuando se considera que el fluido es agua, opera con un caudal de 25 l/s y una altura 80 mca, con una eficiencia del 72%.

a) Estimar el punto de funcionamiento en caso de operar con un fluido newtoniano de 200 10^{-6} m^2/s y una densidad de 950 kg/m^3.

   $Q_f = 23{,}25\frac{l}{s}; H_f = 72{,}80\ mcf; \eta_f = 0{,}454$

b) Determinar la potencia consumida por la bomba $P_f = 34{,}78\ 10^3 W$

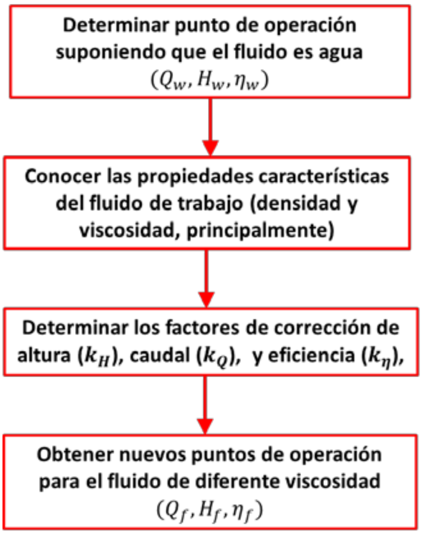
c) Calcular el incremento de potencia respecto al punto de operación que el fluido sea agua $\Delta P = 1{,}434\ W$

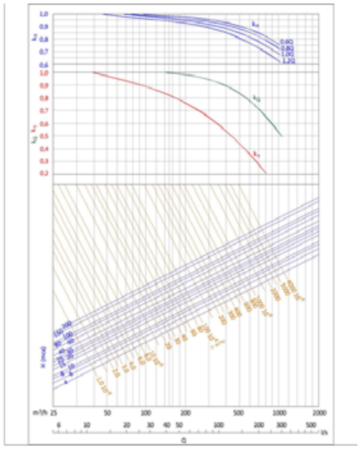
d) Determinar la nueva ecuación *Q-H* de la bomba.
   $H = 76{,}48 + 0{,}2925Q - 0{,}0185Q^2$

SOLUCIÓN

Apartado a)

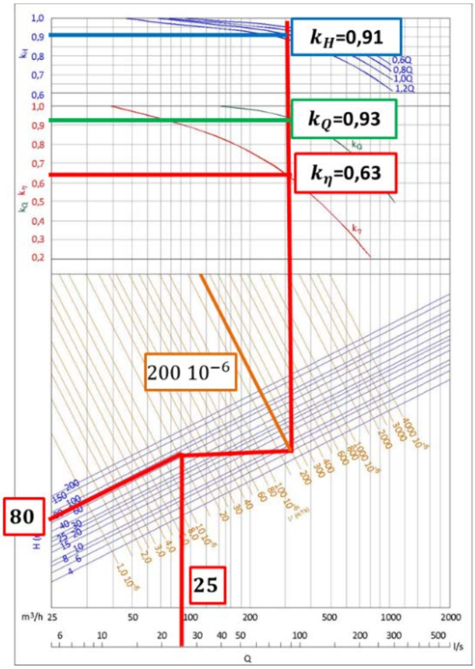
En este caso, al conocer el punto de operación de la bomba cuando el fluido es agua, se debe estimar el punto de operación que la máquina tendría con ese fluido. Para ello, nos seguimos de la siguiente metodología





$$Q_f = Q_w k_Q$$
$$H_f = H k_H$$
$$\eta_f = \eta_w k_\eta$$

Por tanto, conocido el punto de operación, así como la densidad y viscosidad del fluido, el siguiente paso es estimar los coeficientes de corrección a partir de la gráfica de factores de corrección



Conocidos los coeficientes de corrección, los nuevos puntos de operación de la máquina serán:

$$Q_f = Q_w k_Q = 25\ 0{,}93 = 23{,}25\ l/s$$

$$H_f = H_w k_H = 80\ 0{,}91 = 72{,}80\ mca$$

$$\eta_f = \eta_w k_\eta = 0{,}72\ 0{,}63 = 0{,}454$$

Apartado b)

La potencia absorbida por la máquina viene definida por la expresión

$$P_f = \frac{\gamma_f Q_f H_f}{\eta_f} = \frac{950\ 9{,}81\ 0{,}02325\ 72{,}80}{0{,}454} = 34{,}78\ 10^3 w$$

Apartado c)

La potencia absorbida por la máquina, si el fluido fuese agua, en el punto de operación para agua,Escriba aquí la ecuación. viene definida por la expresión

$$P_w = \frac{\gamma_w Q_w H_w}{\eta_w} = \frac{1000\ 9{,}81\ 0{,}025\ 80}{0{,}72} = 27{,}25\ 10^3 w$$

El incremento de potencia será igual a

$$\frac{P_f}{P_w} = \frac{34{,}78\ 10^3}{27{,}25\ 10^3} = 1{,}434$$

Apartado d)

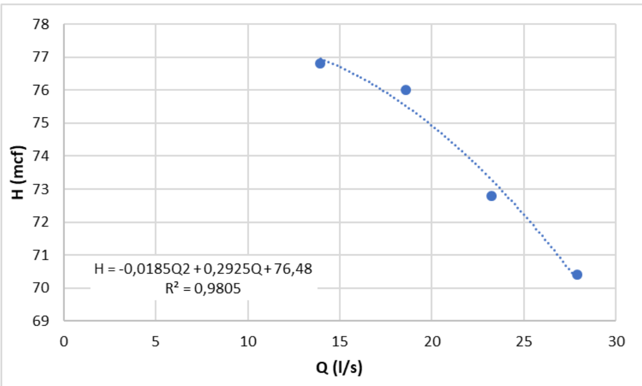
En este caso nos ayudaremos de la siguiente tabla y de la gráfica anterior para obtener los coeficientes para diferentes caudales

Q_f	H_f
$0{,}6Q_f$	$H_{f_{0,6Q}} = H_w k_{H\_0,6Q}$
$0{,}8Q_f$	$H_{f_{0,8Q}} = H_w k_{H\_0,8Q}$
Q_f	$H_{f_{1Q}} = H_w k_{1Q}$
$1{,}2Q_f$	$H_{f_{1,2Q}} = H_w k_{1,2Q}$

Completando la tabla quedaría

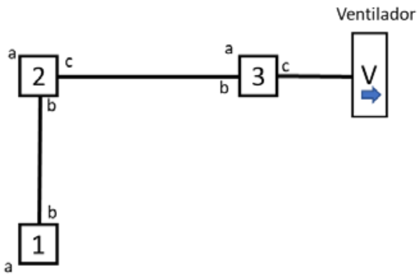
	Qf (l/s)	kf	Hf (mcf)
0,6Q	13,95	0,96	76,8
0,8Q	18,6	0,95	76
Q	23,25	0,91	72,8
1,2Q	27,9	0,88	70,4

Si representamos los puntos anteriores,



Problema 5

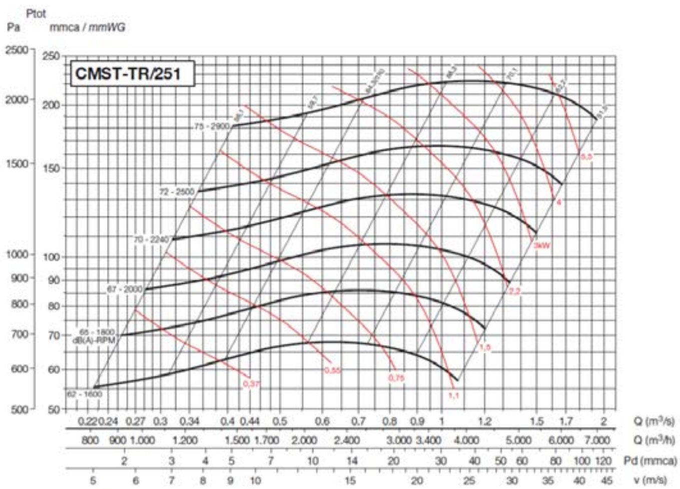
Un ventilador extractor opera según el esquema que se muestra en la figura. Está compuesto por tres rejillas idénticas (30x30 cm) que cada una de ellas debe extraer 0,2 m^3/s de acuerdo al criterio de renovación del local. Las conducciones están formadas por tubo helicoidal siendo la línea 12 de 150 mm de diámetro y la línea 23 y 3V de 200 mm. Teniendo en cuenta que el coeficiente de pérdidas de cada rejilla es igual a 80, considerando un factor de fricción de 0,022 y que la longitud de todos los tramos es igual a 12 m (considerando las perdidas localizadas del tramo).



a) Seleccionar el ventilador más adecuado CMST-TR/251 2000 rpm

b) Determinar el punto de funcionamiento del ventilador
$P(0{,}838\,\frac{m^3}{s};\,106{,}91\ mmca)$

c) Determinar la potencia consumida $P = 1{,}27\ kW$



SOLUCIÓN

Apartado a)

En este caso, es necesario conocer el caudal y altura que deberá aportar el ventilador. Para ello en primer lugar, se determina el caudal circulante por cada línea suponiendo que el sistema está equilibrado

$$Q_{12} = 0{,}2\frac{m^3}{s}$$

$$Q_{23} = 0{,}4\frac{m^3}{s}$$

$$Q_{3V} = 0{,}6\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, el coeficiente resistente de cada una de las líneas será $R_i = \frac{1{,}2\ 8fL}{\pi^2 gD^5}\frac{mmca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}$, y si se considera el caudal circulante por cada una de ellas

$$h_{r_{12}} = \frac{1{,}2\ 8\ 0{,}022\ 12}{\pi^2 g\ 0{,}15^5}\ 0{,}2^2 = 344{,}71\ 0{,}2^2 = 13{,}79\ mmca$$

$$h_{r_{23}} = \frac{1{,}2\ 8\ 0{,}022\ 12}{\pi^2 g\ 0{,}2^5}\ 0{,}4^2 = 81{,}80\ 0{,}4^2 = 13{,}09\ mmca$$

$$h_{r_{3V}} = \frac{1{,}2\ 8\ 0{,}022\ 12}{\pi^2 g\ 0{,}2^5}\ 0{,}6^2 = 81{,}80\ 0{,}6^2 = 29{,}45\ mmca$$

La pérdida de carga en la rejilla será igual a

$$h_{s_{1a}} = 1{,}2\ n\frac{V^2}{2g}$$

La velocidad en la rejilla será igual a

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{0{,}2}{0{,}3^2} = 2{,}22\ m/s$$

Por tanto, las pérdidas serán igual a

$$h_{s_{1a}} = 1{,}2\ 80\frac{2{,}22^2}{2g} = 24{,}11\ mmca$$

En este caso, suponiendo que todas las rejillas y salida del ventilador se encuentran a la misma cota

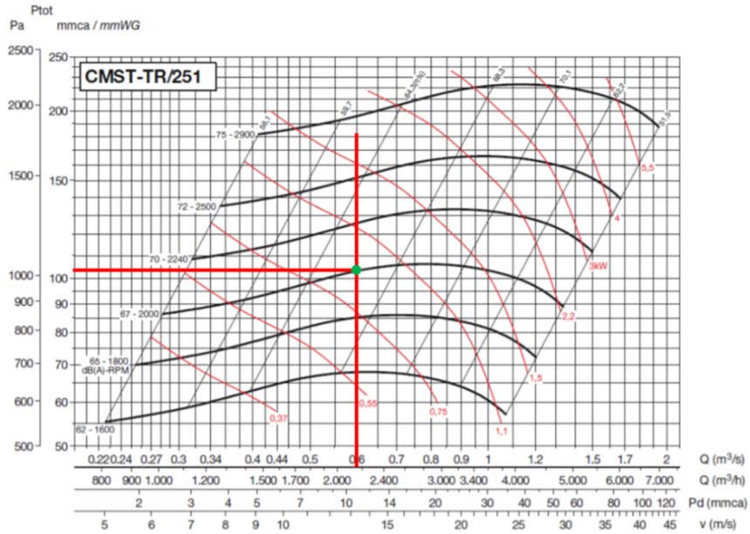
$$1{,}2z_{rej_{1a}} + \frac{1{,}2P_{1a}}{\gamma} + \frac{1{,}2V_{1a}^2}{2g} + H_V = 1{,}2z_{V_b} + \frac{1{,}2P_{V_b}}{\gamma} + \frac{1{,}2V_{Vb}^2}{2g} + h_{rej_{1a}} + h_{r_{12}} + h_{r_{23}} + h_{r_{3V}}$$

De todos los términos, falta por conocer la altura dinámica del ventilador

$$V_V = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{0{,}6}{\frac{\pi 0{,}2^2}{4}} = 19{,}11\ m/s$$

$$H_V = \frac{1{,}2\ 19{,}11^2}{2g} + 24{,}11 + 13{,}79 + 13{,}09 + 29{,}45 = 102{,}77\ mmca$$

Por tanto, el ventilador deberá operar en el punto 0,6 m^3/s y 102,77 mmca. De los propuestos se selecciona CMST-TR/251 a 2000 rpm



El ventilador tiene una curva que puede aproximarse a la expresión

$$H\ (mmca) = 46{,}17 + 147{,}19Q - 89{,}16Q^2 \rightarrow Q\left(\frac{m^3}{s}\right), valido\ para\ Q > 0{,}3$$

Apartado b)

Para determinar el punto de funcionamiento del sistema es necesario calcular la curva resistente de la instalación. Para ello, se determinan los coeficientes resistentes de las rejillas y tramos

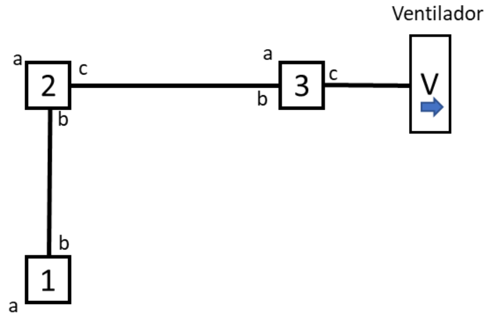
Rejilla $\quad R_{rej} = \frac{1{,}2\frac{80}{2g}Q^2}{0.3^2} = 54{,}36Q^2$

Tramo 12 $\quad R_{12} = 344{,}71\ Q^2$

Tramo 23 $\quad R_{23} = 81{,}80\ \ Q^2$

Tramo 3V $\quad R_{3V} = 81{,}80\ \ Q^2$

Teniendo en cuenta el esquema del sistema de ventilación



$$R_{2b} = R_{1a} + R_{12} = 399.07Q^2$$

$$R_{2c} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{R_{2b}}} + \frac{1}{\sqrt{R_{2a=rej}}}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{399{,}07}} + \frac{1}{\sqrt{54{,}36}}\right)^2} = 29{,}01Q^2$$

$$R_{3b} = R_{2c} + R_{23} = 29{,}01 + 81{,}80 = 110{,}81Q^2$$

$$R_{3c} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{R_{3b}}} + \frac{1}{\sqrt{R_{3a=rej}}}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{110{,}81}} + \frac{1}{\sqrt{54{,}36}}\right)^2} = 18{,}80$$

$$R_V = R_{3c} + R_{3V} = 18{,}80 + 81{,}80 = 100{,}6$$

$$R_{Total} = R_V + R_{dináica} = 100{,}6 + \frac{1}{2g\left(\frac{\pi 0{,}2^2}{4}\right)^2} = 100{,}6 + 51{,}6 = 152{,}24$$

Por tanto, el punto de funcionamiento será

$$46{,}17 + \ 147{,}19Q \ -89{,}16Q^2 = 152{,}24Q^2$$

$$Q = 0{,}838\frac{m^3}{s}$$

La altura aportada por el ventilador sería

$$46{,}17 + \ 147{,}19\ 0.838 \ -89{,}160.838^2 = 106{,}91\ mmca$$

Este punto de operación provocaría que el sistema estuviese desequilibrado y que cada rejilla extrajese un caudal diferente. Para solucionarlo, habría que equilibrar el sistema que no es objeto de este problema.

Apartado c)

La potencia del ventilador será igual, considerando una eficiencia (obtenida de la gráfica del ventilador) de 0,69,

$$P = \frac{9{,}81\ 0{,}10690{,}838}{0{,}69} = 1{,}27\ kW$$

Capítulo 6
Regulación de bombas rotodinámicas

6.1 Resultados de aprendizaje

El sexto capítulo se aborda la regulación de la curva motriz, cuando el punto de funcionamiento no coincide con el deseado. En este caso se incluyen 10 ejercicios resueltos completos en cuanto a contenido, con diferentes apartados, que permitirán al estudiante adquirir los resultados de aprendizaje establecidos pudiendo aplicar las leyes de semejanza restringida para cambio de velocidad y geometría, así como las relaciones de los triángulos de velocidades para las consideraciones. Los resultados de aprendizaje son:

- Determinar la velocidad de giro necesaria para establecer un punto de funcionamiento
- Estimar la relación de velocidad teniendo en cuenta que se quiere operar en el punto de máxima eficiencia, teniendo en cuenta la curva resistente de la instalación
- Determinar el cambio de geometría para obtener un punto de funcionamiento deseado.
- Definir el recorte de rodete clásico y por la norma ISO/DIS9906

6.2 Objetos de aprendizaje de ayuda para la adquisición de los resultados de aprendizaje

A continuación, se adjuntan los objetos de aprendizaje que pueden ser de utilidad para alcanzar los resultados de aprendizaje establecidos en el apartado anterior.

POLIMEDIA	LINK	CÓDIGOS QR
Regulación de máquinas hidráulicas. Principios fundamentales	http://hdl.handle.net/10251/98842	
Cambio de la curva motriz al cambiar la velocidad de rotación	http://hdl.handle.net/10251/100613	
Cambio de la curva motriz en máquinas hidráulicas al variar la geometría	http://hdl.handle.net/10251/100614	
Cambio de la curva motriz máquinas hidráulicas al tornear el rodete	http://hdl.handle.net/10251/100615	
Comparativa en la regulación de la curva motriz en máquinas hidráulicas	http://hdl.handle.net/10251/100621	

6.3 Problemas

Problema 1

Considerando un sistema cuya curva resistente está definida por $H_r = 57 + 959{,}02Q^2$, y la bomba seleccionada es $CPH\ 100 - 250\ \emptyset 254$, determinar:

a) Determinar el punto de funcionamiento para tal situación $\quad Q = 0{,}09809\,\frac{m^3}{s}$

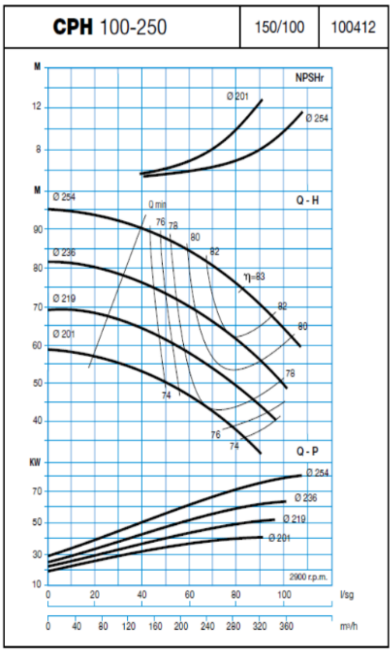
b) Si la bomba tiene instalado un variador de frecuencia y se fija una velocidad de giro de 2700 rpm. Representar gráficamente la curva de la bomba a este nuevo régimen (obtener al menos 8 puntos)
$H_B = 82{,}281 + 12{,}962Q - 3125Q^2$

c) Determinar el punto de funcionamiento para esta nueva situación.
$Q = 0{,}08028\,\frac{m^3}{s}$

d) Obtener las expresiones de las parábolas de congruencia para los rendimientos 80, 82 y 83 (En total 5 parábolas).

e) ¿Cuál es la potencia consumida en el punto de funcionamiento de la bomba a régimen de giro nominal? $\quad P_{abs} = \frac{9{,}81\ 0{,}09809\ 66{,}23}{0{,}8140} = 78{,}29\ kw$

f) Si se desea bombear 90 l/s, ¿a qué velocidad girará la bomba? $\quad n = 2801\ rpm$

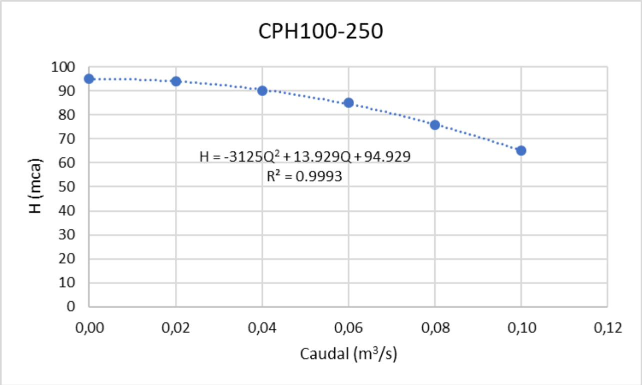


SOLUCIÓN

Apartado a)

En este caso el modelo será $CPH\ 100-250\ \emptyset 254$. Si se obtienen diferentes puntos de la curva de la gráfica, (ver tabla), se puede obtener la curva de regresión de segundo grado

Q	$H_{\_2900}$
m^3/s	mca
0,00	95
0,02	94
0,04	90
0,06	85
0,08	76
0,10	65
0,12	52



Igualando la curva de la bomba, a la curva resistente se puede obtener los puntos de funcionamiento

$$H_B = H_r$$

$$-3125Q^2 + 13{,}923Q + 94{,}929 = 55 + 959{,}02Q^2$$

$$Q = 0{,}09809\frac{m^3}{s}$$

Apartado b)

Para la nueva situación de giro de 2700 rpm, la nueva curva vendrá definida por la expresión:

$$H_B = \alpha^2 A + \alpha B Q + C Q^2$$

En este caso la relación de velocidad (α) es:

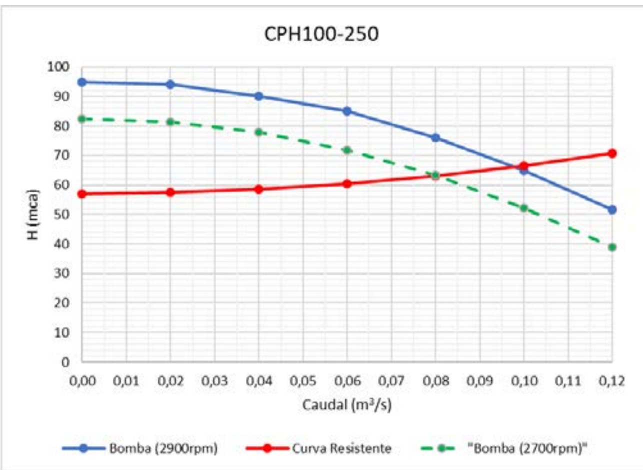
$$\alpha = \frac{2700}{2900} = 0{,}931$$

Por tanto, la nueva ecuación de la bomba será:

$$H_B = 0{,}931^2\ 94{,}929 + 0{,}931\ 13{,}923Q - 3125Q^2$$

$$H_B = 82{,}281 + 12{,}962Q - 3125Q^2$$

Q	$H_{\_2900}$	$H_{\_2700}$
m^3/s	mca	mca
0,00	95	94,929
0,02	94	93,957
0,04	90	90,486
0,06	85	84,514
0,08	76	76,043
0,10	65	65,071
0,12	52	51,6



Apartado c)

El nuevo punto de funcionamiento es: $Q = 0{,}08028\,\frac{m^3}{s}$

Apartado d)

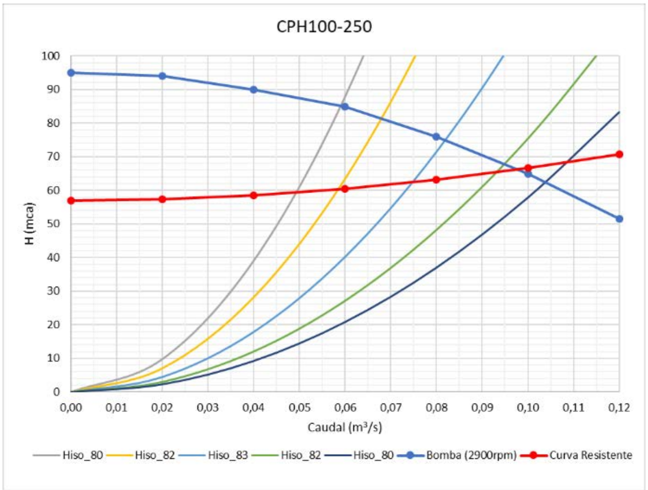
Las curvas de isorrendimiento vienen definidas por la expresión:

$$H_{congruencia} = \frac{H_0}{Q_0^2}Q^2$$

Para cada uno de los rendimientos del enunciado, se obtienen los valores de caudal y altura:

H (mca)	Q (m^3/s)	Eficiencia (%)	H_0/Q_0^2
84,87	0,059	80	24380,93
81,43	0,068	82	17610,29
75,06	0,082	83	11163
68,05	0,095	82	7540,166
62,58	0,104	80	5785,873

Gráficamente, las parábolas de congruencias serán:



Apartado e)

La potencia consumida vendrá definida por la expresión:

$$P_{abs} = \frac{\gamma Q H}{\eta}$$

Teniendo en cuenta que el punto de funcionamiento es: 0,09809 m^3/s, 66,23 mca, y el rendimiento para ese valor de caudal viene definido por la expresión:

$\eta =$ -6002,7Q^2 + 978,42Q + 43,184 para el rango de caudales entre 0,059 y 0,104 m^3/s. (Recordad que la expresión genérica del rendimiento para todo rango de caudal no tiene término independiente)

En este caso, para 0,09809 m^3/s, $\eta = 81{,}40\%$

Por tanto,

$$P_{abs} = \frac{9{,}81\ 0{,}09809\ 66{,}23}{0{,}8140} = 78{,}29\ kW$$

Apartado f)

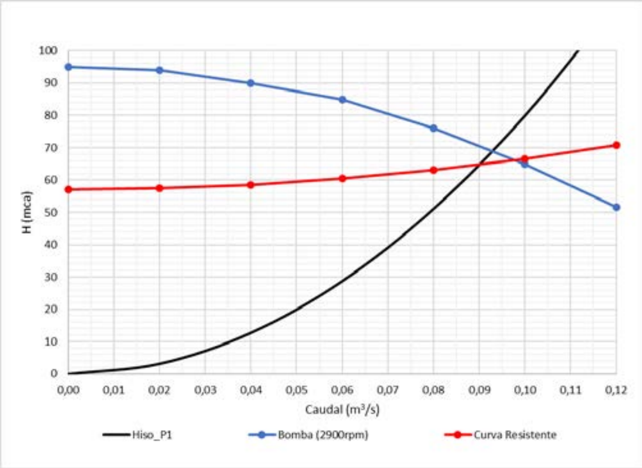
En este caso se debe reducir la velocidad de giro cómo consecuencia que, para su régimen nominal, el caudal es superior al deseado. En esto caso, el punto de funcionamiento requerido es 90 l/s. Para este caudal, se requiere una altura manométrica igual a:

$$H_r = 57 + 959{,}02Q^2 = 64{,}77\ mca$$

Por tanto, la curva de congruencia deberá contener al punto de funcionamiento deseado P_1 (0,09, 64,77), su curva será:

$$H_{P_1} = \frac{64{,}77}{0{,}09^2} Q^2 = 7996{,}30Q^2$$

Gráficamente,



Por tanto, el punto P1 será punto homólogo al punto P2 (resultante de la intersección entre H_{iso_P1} y H_{bomba}). P2 se obtiene

$$H_{P1} = H_{bomba}$$

$$7996{,}30Q^2 = -3125Q^2 + 13{,}923Q + 94{,}929$$

$$Q_{P2} = 0{,}09317\,\frac{m^3}{s}$$

La altura de P2 será, aplicando Q_{P2} en H_{P1} o H_{bomba}. $H_{P2} = 69{,}19\ mca$

Una vez conocido P2, como P1 y P2 son homólogos, se puede determinar la relación de velocidad

$$\alpha = \frac{Q_{P1}}{Q_{P2}} = \sqrt{\frac{H_{P1}^2}{H_{P2}^2}} = \frac{0{,}09}{0{,}09317} = 0{,}966$$

Problema 2

Considerando un sistema cuya curva resistente está definida por $H_r = 60 + 1752Q^2$, y teniendo en cuenta las bombas que se adjuntan, se pide:

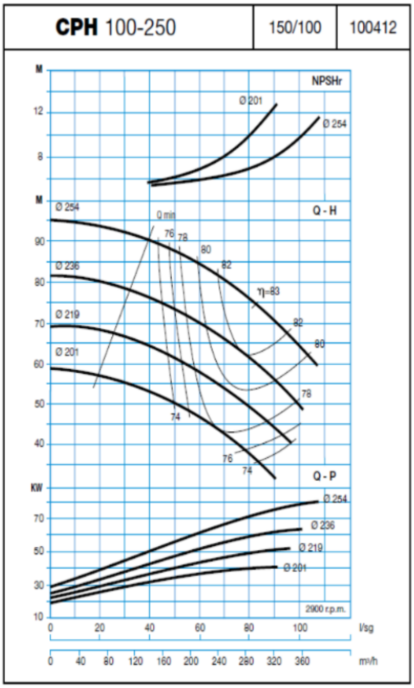
a) Seleccionar la bomba que más se ajuste para operar con un caudal de 58 l/s
$CPH\ 100 - 250\phi 236$

b) Determinar el punto de funcionamiento para la situación de régimen nominal
$Q = 0{,}06703\,\frac{m^3}{s}$

c) Establecer la potencia consumida en ese punto de funcionamiento
$P = 55{,}05\ kw$

d) Determinar el caudal de funcionamiento de la instalación para que la bomba opere en su punto de máxima eficiencia.
$Q = 0{,}07994\ m^3/s$; $H = 71{,}19\ mca$

e) Definir la velocidad de giro de la bomba para el apartado anterior, así como las nuevas curvas de motriz y eficiencia
$n = 3047\ rpm.$ $\quad H_B = 90{,}65 - 72{,}08Q - 2142{,}9Q^2$
$\eta(\%) = 34{,}1 + 1191{,}95Q - 7454{,}4Q^2$



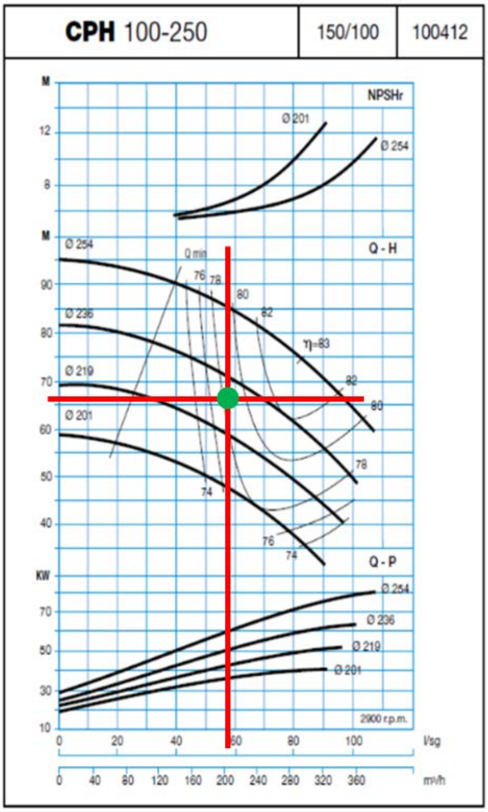
SOLUCIÓN

Apartado a)

Dada la curva resistente de la instalación, la altura necesaria para un caudal de 58 l/s, sería

$$H = 60 + 1752\ 0{,}058^2 = 65{,}89\ mca$$

Por tanto, si se comprueba en la gráfica de bombas disponibles, bomba seleccionada sería el modelo $CPH\ 100 - 250\phi 236$



Apartado b)

Igualando la curva de la bomba, a la curva resistente se puede obtener los puntos de funcionamiento. Por tanto, se debe obtener la curva de la bomba para el modelo seleccionado

MODELO	**R236**
Q (m^3/s)	**H (mca)**
0	82
0,02	80
0,04	76
0,06	70
0,08	63

Ajustando por regresión, la ecuación que define la curva motriz de la bomba sería

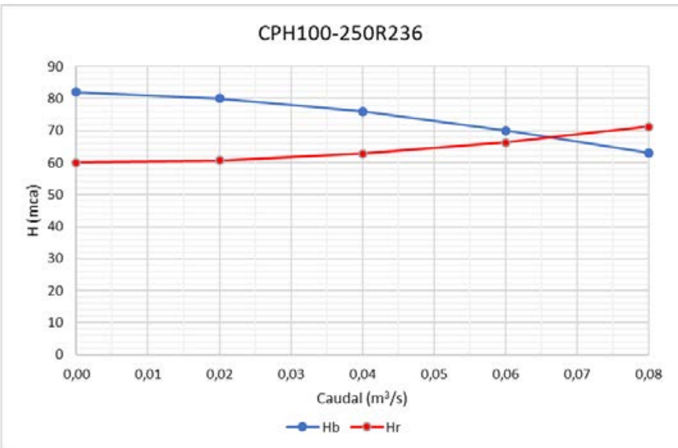
$$H_B = 82{,}1 - 68{,}6Q - 2142{,}9Q^2$$

$$H_B = H_r$$

$$82{,}1 - 68{,}6Q - 2142{,}9Q^2 = 60 + 1752Q^2$$

$$Q = 0{,}06703\frac{m^3}{s}$$

Gráficamente se puede observar en la siguiente figura



Apartado c)

Para determinar la potencia es necesario conocer la curva de eficiencia. Para ello, para la bomba seleccionada, se pueden obtener los siguientes puntos

Q (m^3/s)	Eficiencia (%)
0,045	74
0,05	76
0,055	78
0,062	80
0,079	82
0,09	80

Estos puntos pueden ajustarse a la ecuación

$$\eta(\%) = D + FQ + EQ^2$$

Utilizando los datos obtenidos de la tabla

$$\eta(\%) = 34{,}1 + 1252Q - 8231Q^2 \rightarrow [0{,}045 < Q < 0{,}09\frac{m^3}{s}]$$

Por tanto, para el caudal de funcionamiento, la eficiencia es igual a

$$\eta(\%) = 34{,}1 + 1252{,}5\ 0{,}06703 - 82310{,}06703^2 = 81{,}07\%$$

Por tanto, la potencia absorbida por la máquina,

$$P = \frac{\gamma QH}{\eta} = \frac{9{,}81\ 0{,}06703\ 67{,}87}{0{,}8107} = 55{,}05\ kw$$

Apartado d)

En primer lugar, debe determinarse el punto de máxima eficiencia, para ello se obtiene el máximo de la función

$$\frac{d\eta}{dQ} = 0$$

$$1252 - 16462Q = 0 \rightarrow Q_0 = 0{,}07608\frac{m^3}{s}$$

Aplicando la ecuación de la curva motriz de la bomba, la altura (H_0) será

$$H_0 = 82{,}1 - 68{,}6\ 0{,}07608 - 2142{,}9\ 0{,}07608^2 = 64{,}48\ mca$$

Para ese caudal, la eficiencia es igual a

$$\eta(\%) = 34{,}1 + 1252{,}5\ 0{,}07608 - 82310{,}07608^2 = 81{,}74\%$$

Si se quiere conocer el punto de funcionamiento operando a máxima eficiencia, se debe trazar la parábola de congruencia que pasa por el punto P_0

$$H_{PC} = \frac{H_0}{Q_0^2}Q^2 = \frac{64{,}84}{0{,}07608^2}Q^2 = 11139Q^2$$

Igualando la parábola de congruencia (H_{PC}) y la curva resistente (H_r), se obtiene el punto de funcionamiento de la instalación

$$11139Q^2 = 60 + 1752\,Q^2$$

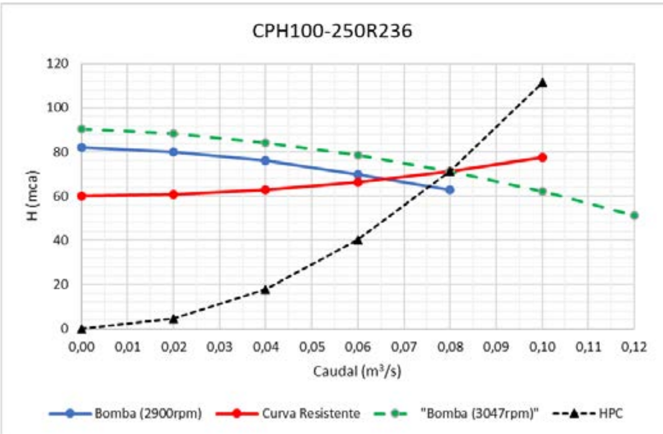
Resolviendo $Q = 0{,}07994\,m^3/s$ siendo la altura $H = 71{,}19\,mca$

Apartado e)

Por tanto, la velocidad de giro de la máquina será

$$\alpha = \frac{Q}{Q_0} = \frac{0{,}07994}{0{,}07608} = 1{,}0508 \rightarrow n = 1{,}0508\;2900 = 3047\,rpm$$

En este caso, se deberá incrementar la velocidad de giro de la máquina. En la siguiente gráfica se observa la solución gráfica del problema



La curva de la bomba girando a 3047 rpm vendrá definida por la expresión

$$H_B = 1{,}0508^2 82{,}1 - 1{,}0508\;68{,}6Q - 2142{,}9Q^2$$
$$H_B = 90{,}65 - 72{,}08Q - 2142{,}9Q^2$$

La curva de rendimiento de la bomba, para la nueva situación de giro, vendrá definida por la expresión

$$\eta(\%) = 34{,}1 + \frac{1252Q}{1{,}0508} - \frac{8231Q^2}{1{,}0508^2}$$
$$\eta(\%) = 34{,}1 + 1191{,}95Q - 7454{,}4Q^2$$

Problema 3

En un sistema de impulsión se dispone de una bomba centrifuga que viene definida por las siguientes curvas

$$H_b(mca) = 80 - 2000Q^2 \; (Q \; en \frac{m^3}{s})$$

$$\eta \; (\%) = 1750Q - 10500Q^2$$

El sistema debe abastecer a un sistema a la demanda en una industria. Los puntos de funcionamiento son

Punto	Q (m^3/s)	H (mca)
P1	0,06	60
P2	0,08	60
P3	0,10	50
P4	0,04	70
P5	0,07	70,2

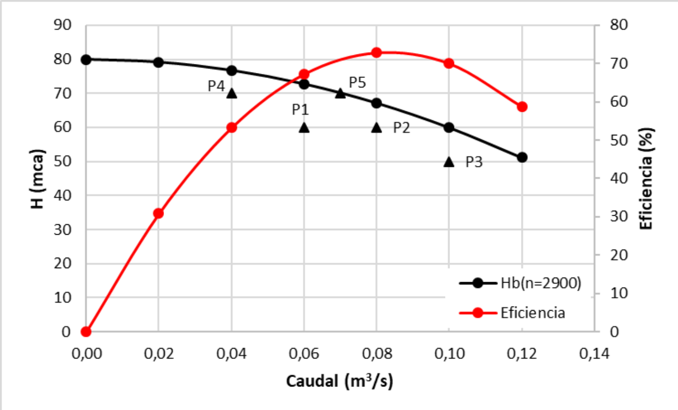
Conocidos los puntos de funcionamiento del sistema, determinar la velocidad de giro de la máquina para satisfacedlos, así como la potencia consumida en cada uno de ellos.

	$\boldsymbol{n}$ $(\boldsymbol{rpm})$
P1	2659,3
P2	2766,6
P3	2711,5
P4	2775,3

SOLUCIÓN

Apartado a)

En este caso, se conocen los puntos de funcionamiento deseados, que si se representan gráficamente se observa que no coinciden con la altura aportada por la bomba tal y como muestra la siguiente figura.



No obstante, analíticamente, se puede comprobar, determinando para cada caudal dado la altura aportada por la bomba, tal y como muestra la siguiente tabla.

Punto	Q (m^3/s)	H (mca)	Hb (mca)
P1	0,06	60	72,8
P2	0,08	60	67,2
P3	0,10	50	60
P4	0,04	70	76,8
P5	0,07	70,2	70,2

Se observa que excepto el punto P5 el resto de puntos no coinciden con la curva motriz, por tanto, se deberá regular la velocidad para adecuar la curva al punto de operación.

La metodología a aplicar en los cuatro puntos es idéntica siendo

1) Determinar curva de congruencia H_{PC_i} que pasa por el punto requerido. La parábola de congruencia vendrá definida por la expresión:

$$H_{PC_i} = \frac{H_i}{Q_i^2} Q^2$$

2) Determinar el punto de intersección (P_{PCH_b}) entre H_{PC_i} y H_b. Para ello se iguala la curva motriz de la bomba con la parábola de congruencia, obteniendo el caudal. Sustituyendo en cualquiera de las expresiones se obtiene la altura.

$$H_b = H_{PC_i}$$

3) Determinar $\alpha = \frac{Q_i}{Q_{PCH_{b_i}}}$

4) Determinar la nueva expresión de la curva de la bomba y de eficiencia mediante las expresiones

$$H_{b_{n_i}} = \alpha^2 A + \alpha BQ + CQ^2$$

$$\eta_{n_i} = \frac{E}{\alpha}Q + \frac{F}{\alpha^2}Q^2$$

5) Determinar la potencia consumida

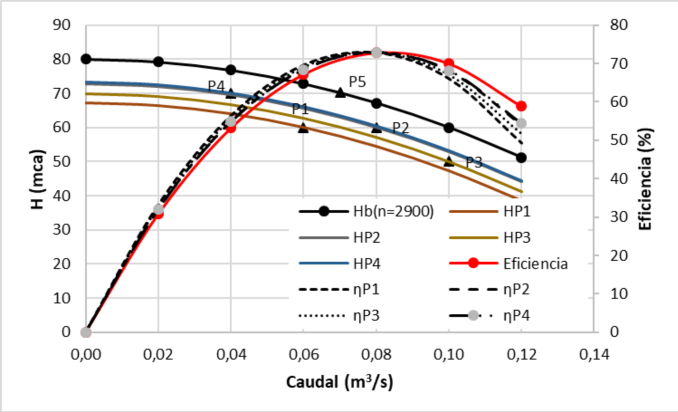
$$P = \frac{\gamma Q H_{b_{n_i}}}{\eta_{n_i}}$$

Los resultados se muestran en la siguiente tabla

	Q	**H**		***Intersección PC y H_b***			
	$\left(\frac{m^3}{s}\right)$	**mca**	$\frac{H_i}{Q_i^2}$	Q_{PCHb}	H_{PCH_b}	α	$n\ (rpm)$
P1	0,06	60	16667	0,0654	71,43	0,917	2659,3
P2	0,08	60	9375	0,0839	65,93	0,954	2766,6
P3	0,1	50	5000	0,1069	57,14	0,935	2711,5
P4	0,04	70	43750	0,0418	76,5	0,957	2775,3

	Coeficientes Curva Motriz			**Coeficientes Eficiencia**				C_E
	A_α	B_α	C_α	E_α	F_α	**η (%)**	**P (kW)**	$\frac{kwh}{m^3}$
P1	67,27	0	-2000	1908,4	-12486,78	69,55	50,78	0,235
P2	72,81	0	-2000	1834,38	-11536,99	72,91	64,58	0,224
P3	69,94	0	-2000	1871,66	-12010,64	67,06	73,14	0,203
P4	73,27	0	-2000	1828,63	-11464,77	54,8	50,12	0,348

Gráficamente, se representa la solución



Problema 4

Se pretende instalar un sistema de bombeo que abastece una inyección presurizada (A). El equipo de bombeo capta las aguas de una planta potabilizadora (0). El punto de origen se toma un depósito abierto a la atmósfera cuya cota geométrica de la lámina de agua es 10 msnm. El punto de inyección (A) se encuentra a la cota 23 msnm y se debe garantizar una presión mínima de 55 mca. El sistema está unido por una conducción de aspiración de DN500mm, cuyo factor de fricción es 0,017 y su longitud 50 m. Esta conducción tiene instalados en ella un filtro de malla (k=1), cuatro codos de 32º (k=0,74 cada uno) y una embocadura de DN250 (k=1,2). La conducción de impulsión está formada por una conducción telescópica de tres diámetros diferentes. El tramo 1 de DN400, longitud 1600 m y f=0,018. El tramo 2 cuyo diámetro es 350 mm, longitud 850m y f=0,019. Finalmente, el tramo III está conformado por un diámetro de 300 mm, longitud 500m y un factor de fricción de 0,02. El tramo 1 presenta un valor de pérdidas singulares estimado en un 15% sus pérdidas por fricción, El tramo 2 tiene un coeficiente de pérdidas igual a $80\frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}$. Finalmente, el tramo 3 se han evaluado las pérdidas singulares con una longitud equivalente de 50 m. El equipo seleccionado tiene una curva definida por la expresión $H_B = 90 + 100Q - 3000Q^2$ $(mca, \frac{m^3}{s})$. Determinar

a) Determinar el punto de funcionamiento para tal situación

$$Q = 0{,}0876\frac{m^3}{s}$$

b) Si se considera aplicar un cambio de geometría para trabajar en el punto de máximo rendimiento. ¿Cuál será la nueva relación λ?. La expresión del rendimiento viene definida por el polinomio $\eta\ (\%) = 1500Q - 8000Q^2$

$$\lambda = 1{,}043$$

SOLUCIÓN

El hecho de determinar el punto de funcionamiento, obliga a conocer la curva resistente de la instalación. Por tanto, la curva resistente viene definida por la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

Para el caso de estudio, se disponen cuatro conducciones (una de aspiración y tres conectadas en serie en la impulsión) y se da información de las pérdidas singulares de diferentes formas.

Los resultados de pérdidas de fricción aplicando la ecuación de Darcy-Weisbach son:

TRAMO	D (m)	f	L (m)	h_r (mca)
Aspiración	0,5	0,017	50	$2{,}247Q^2$
Impulsión_1	0,4	0,018	1600	$232{,}388Q^2$
Impulsión_2	0,35	0,019	850	$254{,}07Q^2$
Impulsión_3	0,3	0,02	500	$340{,}028Q^2$

En el caso de las pérdidas singulares, estas vienen definidas a continuación:

Pérdidas singulares en la aspiración:

$$h_{s_{aspiración}} = \frac{8\ 1}{\pi^2 g 0{,}5^4} Q^2 + 4\frac{8\ 0{,}72}{\pi^2 g 0{,}5^4} Q^2 + \frac{8\ 1{,}2}{\pi^2 g 0{,}25^4} Q^2 = 30{,}512Q^2$$

Pérdidas impulsión Tramo 1

$$h_{s_{Impul\_1}} = 0{,}15\ h_{r_{tramo1}} = 0{,}15\ 232{,}388 = 34{,}858Q^2$$

Pérdidas impulsión Tramo 2

$$h_{s_{Impul\_2}} = 80Q^2$$

Pérdidas impulsión Tramo 3

$$h_{s_{Impul\_3}} = \frac{8f_e L_e Q^2}{\pi^2 g D^5} = \frac{8\ 0{,}02\ 50Q^2}{\pi^2 g 0{,}3^5} 34{,}003Q^2$$

$$H_R = 23 + 55 + \approx 0 - (10 + 0 + \approx 0) + 828{,}733Q^2 + 30{,}512Q^2 + 34{,}858Q^2 + 80Q^2 + 34{,}003Q^2 = 68 + 1008{,}16Q^2$$

Conocida la ecuación de la curva $HvsQ$ de la bomba, $H_B = 90 + 100Q - 3000Q^2$, el punto de funcionamiento es

$$H_R = H_B$$

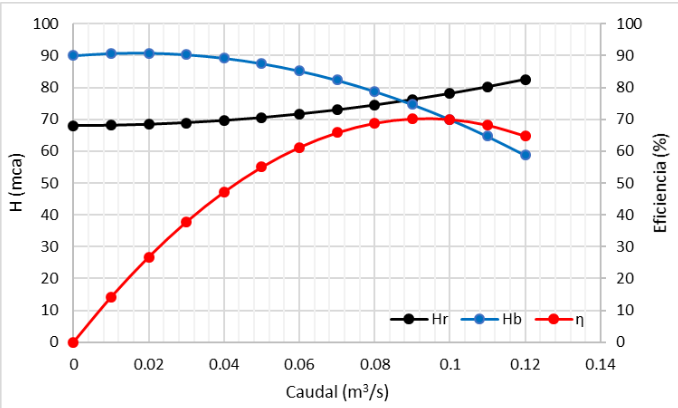
$$68 + 1008{,}16Q^2 = 90 + 100Q - 3000Q^2$$

$$Q = 0{,}0876 \frac{m^3}{s}$$

Apartado b)

El hecho de conocer la relación de semejanza por cambio de geometría para operar en el máximo rendimiento teniendo en cuenta la instalación, obliga a conocer cuál es caudal en que la bomba opera al máximo rendimiento (P_{BEP}). Conocido ese valor, habrá que determinar el punto de homólogo a P_{BEP} que corta con la curva resistente (P_2). Por lo tanto, se debe trazar la curva de congruencia que pasa por P_{BEP} y obtener P_2.

El primer paso es conocer el caudal para el cual la bomba opera a su máximo rendimiento



$$\frac{d\eta}{dQ} = 0$$

$$1500 - 16000Q = 0 \rightarrow Q = \frac{1500}{16000} = 0{,}09375 \frac{m^3}{s}$$

Se puede comprobar que el caudal de máximo rendimiento no es el punto de funcionamiento de la bomba. En este caso, BEP será (0,09375 m^3/s;73 mca), para el cual tiene un rendimiento del 70,31%.

La curva de congruencia por cambio de geometría viene definida por la expresión:

$$H_{cong} = \frac{H_{BEP}}{Q_{BEP}^{\frac{2}{3}}} Q^{\frac{2}{3}} = \frac{73}{0{,}09375^{\frac{2}{3}}} Q^{\frac{2}{3}} = 353{,}733 Q^{\frac{2}{3}}$$

En la figura siguiente puede observarse la curva de congruencia y la intersección del punto 2 (línea negra y amarilla). El valor de dicho punto es

$$H_{cong} = H_R$$

$$353{,}733 Q^{\frac{2}{3}} = 68 + 1008{,}16 Q^2 \rightarrow Q = 0{,}10635 \frac{m^3}{s}$$

Considerando la ley de semejanza:

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{Q_2}{Q_{BEP}}} = \sqrt[3]{\frac{0{,}10635}{0{,}09375}} = 1{,}043$$

Problema 5

Se pretende instalar un sistema de bombeo que suministre el volumen necesario a un depósito de riego (A). El equipo de bombeo capta las aguas de una acequia (0) cuya cota geométrica de la lámina de agua es 5 msnm. El punto de inyección (A) se encuentra a la cota 67 msnm. El sistema está unido por una conducción de aspiración de DN400mm, cuyo factor de fricción es 0,015 y su longitud 40 m. Esta conducción tiene instalados en ella un filtro de malla (k=2), tres codos de 36º (k=0,79 cada uno) y una embocadura de DN250 (k=1,2). La conducción de impulsión está formada por una conducción telescópica de tres diámetros diferentes. El tramo 1 de DN400, longitud 1500 m y f=0,018. El tramo 2 cuyo diámetro es 350 mm, longitud 950 m y f=0,019. Finalmente, el tramo III está conformado por un diámetro de 250 mm, longitud 500m y un factor de fricción de 0,02. El tramo 1 presenta un valor de pérdidas singulares estimado en un 20% sus pérdidas por fricción, El tramo 2 tiene un coeficiente de pérdidas igual a $80 \frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}$. Finalmente, el tramo 3 se han evaluado las pérdidas singulares con una longitud equivalente de 5 m. El equipo seleccionado tiene una curva definida por la expresión

$$H_B = 82{,}1 - 68{,}6Q - 2142{,}9Q^2 (mca, \frac{m^3}{s})$$

$$\eta(\%) = 1700Q - 9450Q^2$$

Determinar

a) Determinar el punto de funcionamiento para tal situación
$Q = 0{,}0653 \frac{m^3}{s}; H = 68{,}49\ mca$

b) Si se considera aplicar un cambio de geometría para trabajar a 70 l/s. ¿Cuál será la nueva relación λ?.
$\lambda = 1{,}013$

c) Determinar la potencia para la situación anterior
$P = 66{,}60\ kW$

SOLUCIÓN

El hecho de determinar el punto de funcionamiento, obliga a conocer la curva resistente de la instalación. Por tanto, la curva resistente viene definida por la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

Para el caso de estudio, se disponen cuatro conducciones (una de aspiración y tres conectadas en serie en la impulsión) y se da información de las pérdidas singulares de diferentes formas.

Los resultados de pérdidas de fricción aplicando la ecuación de Darcy-Weisbach son:

TRAMO	D (m)	f	L (m)	hr (mca)
Aspiración	0,4	0,015	40	4,841
Impulsión_1	0,4	0,018	1500	217,864
Impulsión_2	0,35	0,019	950	283,961
Impulsión_3	0,25	0,02	500	846,099

En el caso de las pérdidas singulares, estas vienen definidas a continuación:

Pérdidas singulares en la aspiración:

$$h_{s_{aspiración}} = \frac{8\ 2}{\pi^2 g 0{,}4^4}Q^2 + 3\frac{8\ 0{,}79}{\pi^2 g 0{,}4^4}Q^2 + \frac{8\ 1{,}2}{\pi^2 g 0{,}25^4}Q^2 = 39{,}487Q^2$$

Pérdidas impulsión Tramo 1

$$h_{s_{Impul\_1}} = 0{,}20\ h_{r_{tramo1}} = 0{,}20\ 217{,}864 = 43{,}573Q^2$$

Pérdidas impulsión Tramo 2

$$h_{s_{Impul\_2}} = 80Q^2$$

Pérdidas impulsión Tramo 3

$$h_{s_{Impul\_3}} = \frac{8f_e L_e Q^2}{\pi^2 g D^5} = \frac{8\ 0{,}02\ 5Q^2}{\pi^2 g 0{,}25^5} = 8{,}461Q^2$$

$$H_R = 67 - 5 + 4{,}841Q^2 + 217{,}864Q^2 + 283{,}961Q^2 + 846{,}099Q^2 + 39{,}487Q^2 + 43{,}573Q^2 + 80Q^2 + 8{,}461Q^2 = 62 + 1524{,}286Q^2$$

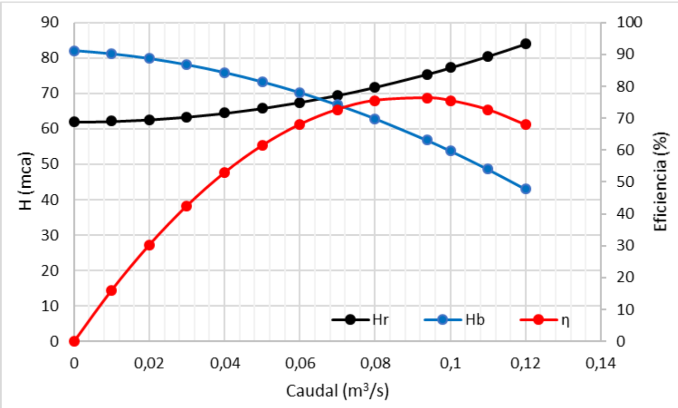
Conocida la ecuación de la curva $HvsQ$ de la bomba, $H_B = 82{,}1 - 68{,}6Q - 2142{,}9Q^2$, el punto de funcionamiento es

$$H_R = H_B$$

$$62 + 1524{,}286Q^2 = H_B = 82{,}1 - 68{,}6Q - 2142{,}9Q^2$$

$$Q = 0{,}0653\frac{m^3}{s}; H = 68{,}49\, mca$$

La solución gráfica se muestra en la siguiente figura



Apartado b)

El hecho de conocer la relación de semejanza por cambio de geometría para operar en el punto que se desea, impulsando 70 l/s, obliga en primer término a determinar la altura de bombeo. Conocida la curva resistente, la altura manométrica necesaria será

$$H_r = 62 + 1524{,}286Q^2 = 62 + 1524{,}286\, 0{,}07^2 = 69{,}47\, mca$$

Por tanto, se debe trazar una parábola de congruencia que pase por dicho punto, *P₂*. La curva vendrá definida por la expresión

$$H_{PCCG_{P_2}} = \frac{H_{P2}}{Q_{P2}^{\frac{2}{3}}} Q^{\frac{2}{3}} = \frac{69{,}47}{(0{,}07)^{\frac{2}{3}}} Q^{\frac{2}{3}} = 409\; Q^{\frac{2}{3}}$$

Definida la parábola de congruencia, para determinar el punto homólogo a P_2 que se sitúa sobre la curva de la bomba (P_b) se iguala la curva motriz de la bomba con la parábola de congruencia que pasas por P_2

$$409\; Q^{\frac{2}{3}} = 82{,}1 - 68{,}6Q - 2142{,}9Q^2$$

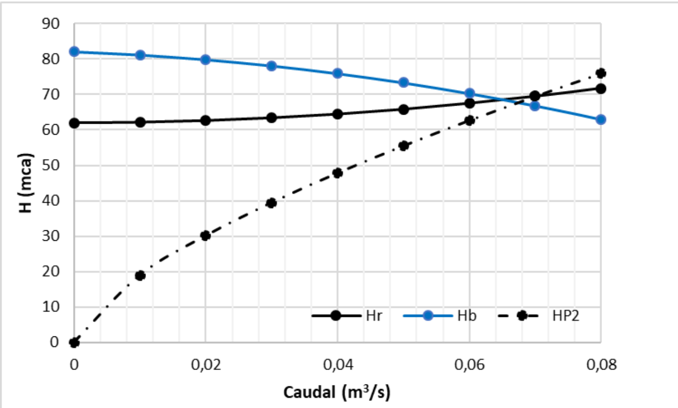
Resolviendo

$$Q_b = 0{,}0674 \frac{m^3}{s}$$

Considerando la ley de semejanza:

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{Q_2}{Q_b}} = \sqrt[3]{\frac{0{,}07}{0{,}0674}} = 1{,}013$$

La solución gráfica se muestra a continuación



Apartado c)

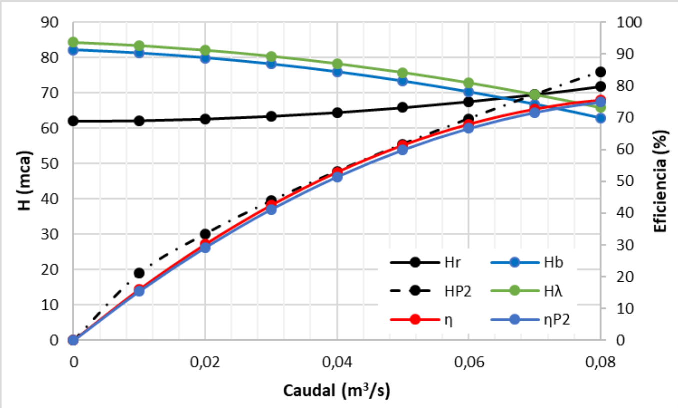
Para determinar la potencia consumida en el apartado anterior, se debe conocer la eficiencia para la nueva situación suponiendo la condición de semejanza restringida. La nueva curva de eficiencia será

$$\eta = \frac{E}{\alpha^3} Q + \frac{F}{\alpha^6} Q^2$$

$$\eta = \frac{1700}{1{,}013^3} Q + \frac{F}{1{,}013^6} Q^2 = 1635{,}39Q - 8745{,}31Q^2$$

Para el valor del $Q = 0{,}07 \frac{m^3}{s}$, el valor de la eficiencia es igual a 71,63%.

Gráficamente se puede ver la curva motriz y de eficiencia en la nueva situación



La potencia será igual a

$$P = \frac{9{,}81\ 0{,}07\ 69{,}47}{0{,}7163} = 66{,}60\ kW$$

Problema 6

Se desea que una bomba rotodinámica que tiene por curva motriz $H = A + BQ^2$ opere dotando un caudal de 30 l/s y una altura de 40 mca. Se sabe que dos puntos de su curva motriz son A (0,02; 56,8) y B (0,05; 40).

a) Determinar la escala a la que habría que realizar una bomba para operar en dicho punto de funcionamiento.

   $\lambda = 0{,}915$

b) Definir la nueva curva de la bomba

   $H_\lambda = \ 0{,}23 - 11413{,}15Q^2$

SOLUCIÓN

Apartado a)

En primer lugar, hay que determinar la ecuación de la curva de la bomba original a partir de los datos dados

$$56{,}8 = A + B\ 0{,}02^2$$

$$40 = A + B\ 0{,}05^2$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones,

$$A = 60$$

$$B = 8000$$

Por tanto, la curva de la bomba será

$$H = 60 - 8000Q^2$$

Como queremos que el punto de funcionamiento sea P (0,03;40), la parábola de congruencia a P por cambio de geometría será

$$H_{PC_P} = \frac{40}{0{,}03^{\frac{2}{3}}} Q^{\frac{2}{3}} = 414{,}30Q^{\frac{2}{3}}$$

Definida la parábola, un punto homologo situado en la curva de la bomba se puede obtener igualando la curva de la bomba y la parábola de congruencia

$$414{,}30Q^{\frac{2}{3}} = 60 - 8000Q^2$$

$$Q_2 = 0{,}0391 \frac{m^3}{s}; H_2 = 47{,}75\ mca$$

Por tanto, como P y 2 son homólogos,

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{Q_p}{Q_2}} = \sqrt[3]{\frac{0{,}03}{0{,}039}} = 0{,}915$$

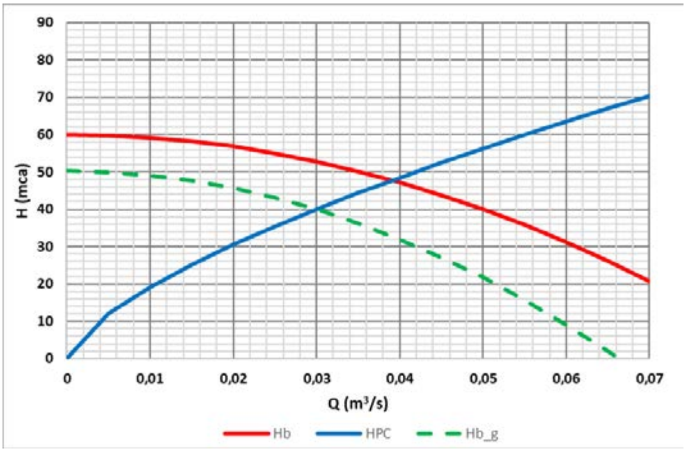
Apartado b)

La nueva curva vendrá definida por la expresión.

$$H_\lambda = \lambda^2 A - \frac{B}{\lambda^4} Q^2$$

$$H_\lambda = 0{,}915^2 60 - \frac{8000}{0{,}915^4} Q^2 = 50{,}23 - 11413{,}15Q^2$$

La solución gráfica puede verse en la siguiente gráfica



Problema 7

Se pretende instalar un sistema de bombeo que abastece una inyección presurizada (A). El equipo de bombeo capta las aguas de una planta potabilizadora (0). El punto de origen se toma un depósito abierto a la atmósfera cuya cota geométrica de la lámina de agua es 10 msnm. El punto de inyección (A) se encuentra a la cota 13 msnm y se debe garantizar una presión mínima de 55 mca. El sistema está unido por una conducción de aspiración de DN450mm, cuyo factor de fricción es 0,016 y su longitud 60 m. Esta conducción tiene instalados en ella un filtro de malla (k=1,2), tres codos de 32º (k=0,81 cada uno) y una embocadura de DN300 (k=1,1). La conducción de impulsión está formada por una conducción telescópica de tres diámetros diferentes. El tramo 1 de DN400, longitud 1400 m y f=0,018. El tramo 2 cuyo diámetro es 350 mm, longitud 650m y f=0,019. Finalmente, el tramo III está conformado por un diámetro de 300 mm, longitud 500m y un factor de fricción de 0,02. El tramo 1 presenta un valor de pérdidas singulares estimado en un 15% sus pérdidas por fricción. El tramo 2 tiene un coeficiente de pérdidas igual a $80\frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}$. Finalmente, el tramo 3 se han evaluado las pérdidas singulares con una longitud equivalente de 50 m. El equipo seleccionado tiene una curva definida por la expresión $H_B = 90 + 100Q - 3000Q^2\ (mca, \frac{m^3}{s})$. Determinar:

a) Determinar el punto de funcionamiento para tal situación

$$Q = 0{,}10423\frac{m^3}{s}$$

b) Si se considera aplicar un recorte de rodete tradicional para trabajar en el punto de máximo rendimiento. ¿Cuál será el recorte a efectuar? La expresión del rendimiento viene definida por el polinomio

$$\eta\ (\%) = 1500Q - 8000Q^2$$

$$RC = 6{,}26\%$$

c) Definir cuáles serán las nuevas curvas caudal-altura y caudal-eficiencia

$$H' = 79{,}02 + 100Q - 3416{,}98\ Q^2$$

$$\eta' = 1708{,}49Q - 10378{,}43Q^2$$

d) Si se realizase un recorte de rodete siguiendo la normativa ISO/DIS9906. ¿Cuál será el recorte a efectuar?

$$RC = 5{,}56\%$$

SOLUCIÓN

Apartado a)

El hecho de determinar el punto de funcionamiento, obliga a conocer la curva resistente de la instalación. Por tanto, la curva resistente viene definida por la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

Para el caso de estudio, se disponen cuatro conducciones (una de aspiración y tres conectadas en serie en la impulsión) y se da información de las pérdidas singulares de diferentes formas.

Los resultados de pérdidas de fricción aplicando la ecuación de Darcy-Weisbach son:

TRAMO	D (m)	f	L (m)	hr (mca)
Aspiración	0,45	0,016	60	$4{,}299Q^2$
Impulsión_1	0,4	0,018	1400	$203{,}34Q^2$
Impulsión_2	0,35	0,019	650	$194{,}289Q^2$
Impulsión_3	0,3	0,02	500	$340{,}028Q^2$

En el caso de las pérdidas singulares, estas vienen definidas a continuación:

Pérdidas singulares en la aspiración:

$$h_{s_{aspiración}} = \frac{8\ 1{,}2}{\pi^2 g 0{,}45^4}Q^2 + 3\frac{8\ 0{,}81}{\pi^2 g 0{,}45^4}Q^2 + \frac{8\ 1{,}1}{\pi^2 g 0{,}3^4}Q^2 = 18{,}535Q^2$$

Pérdidas impulsión Tramo 1

$$h_{s_{Impul\_1}} = 0{,}15\ h_{r_{tramo1}} = 0{,}15\ 203{,}34Q^2 = 30{,}501Q^2$$

Pérdidas impulsión Tramo 2

$$h_{s_{Impul\_2}} = 80Q^2$$

Pérdidas impulsión Tramo 3

$$h_{s_{Impul\_3}} = \frac{8f_eL_eQ^2}{\pi^2 g D^5} = \frac{8\ 0{,}02\ 50Q^2}{\pi^2 g 0{,}3^5}34{,}003Q^2$$

$$H_R = 13 + 55 + \approx 0 - (10 + 0 + \approx 0) + 741{,}956Q^2 + 18{,}535Q^2 + 30{,}501Q^2 + 80Q^2 + 34{,}003Q^2 = 58 + 904{,}995Q^2$$

Conocida la ecuación de la curva $HvsQ$ de la bomba, $H_B = 90 + 100Q - 3000Q^2$, el punto de funcionamiento es

$$H_R = H_B$$

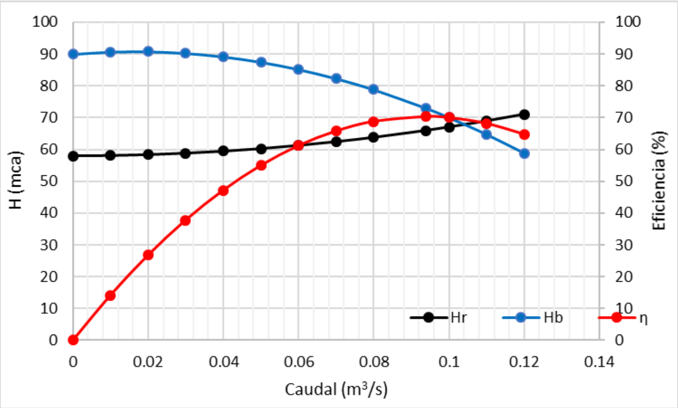
$$58 + 904{,}995Q^2 = 90 + 100Q - 3000Q^2$$

$$Q = 0{,}10423\frac{m^3}{s}$$

Apartado b)

El hecho de conocer la relación de semejanza por cambio de geometría para operar en el máximo rendimiento teniendo en cuenta la instalación, obliga a conocer cuál es caudal en que la bomba opera al máximo rendimiento (P_{BEP}). Conocido ese valor, habrá que determinar el punto de homólogo a P_{BEP} que corta con la curva resistente (P_2). Por lo tanto, se debe trazar la curva de congruencia que pasa por P_{BEP} y obtener P_2.

El primer paso es conocer el caudal para el cual la bomba opera a su máximo rendimiento



$$\frac{d\eta}{dQ} = 0$$

$$1500 - 16000Q = 0 \rightarrow Q = \frac{1500}{16000} = 0{,}09375\frac{m^3}{s}$$

Se puede comprobar que el caudal de máximo rendimiento no es el punto de funcionamiento de la bomba. En este caso, BEP será (0,09375 m^3/s;73 mca), para el cual tiene un rendimiento del 70,31%.

La curva de congruencia por recorte de rodete tradicional viene definida por la expresión:

$$H_{cong} = \frac{H_{BEP}}{Q_{BEP}} Q \quad = \frac{73}{0,09375} Q \quad = 778,667Q$$

En la figura siguiente puede observarse la curva de congruencia y la intersección del punto 2 (línea negra y amarilla). El valor de dicho punto es

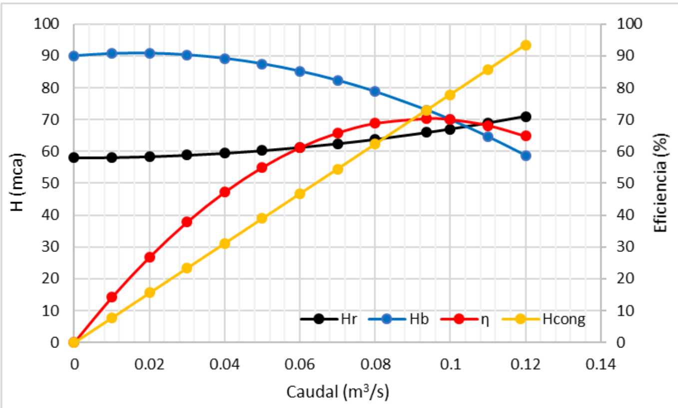
$$H_{cong} = H_R$$

$$778,667Q \quad = 58 + 904,995Q^2 \rightarrow Q = 0,08237 \frac{m^3}{s}$$

Considerando la ley de semejanza:

$$\lambda = \sqrt{\frac{Q_2}{Q_{BEP}}} = \sqrt{\frac{0,08237}{0,09375}} = 0,937$$

Por tanto, el recorte de rodete será del 6,26%.



Apartado c)

Las nuevas curvas vendrán definidas por la expresión:

$$H = \lambda^2 A + BQ + \frac{C}{\lambda^2} Q^2$$

$$\eta = \frac{E}{\lambda^2} Q + \frac{F}{\lambda^4} Q^2$$

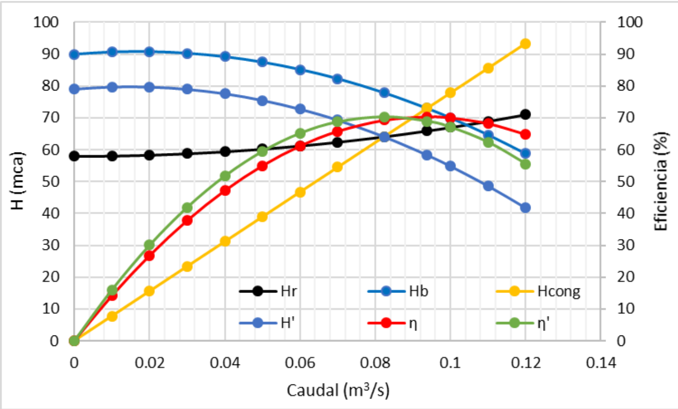
Conocido que λ=0,937,

$$H = 0{,}937^2 90 + 100Q - \frac{3000}{0{,}937^2}\,Q^2$$

$$H = 79{,}02 + 100Q - 3416{,}98\,Q^2$$

$$\eta = \frac{1500}{0{,}937^2}Q - \frac{8000}{0{,}937^4}Q^2 = 1708{,}49Q - 10378{,}43Q^2$$

Gráficamente se muestra la solución:



Apartado d)

La curva de congruencia por recorte de rodete mediante la norma ISO viene definida por la expresión:

$$H_{cong} = \frac{H_{BEP}}{Q_{BEP}^2}Q^2 = \frac{73}{0{,}09375^2}Q \quad = 8306{,}667Q$$

En la figura siguiente puede observarse la curva de congruencia y la intersección del punto 2 (línea negra y amarilla). El valor de dicho punto es

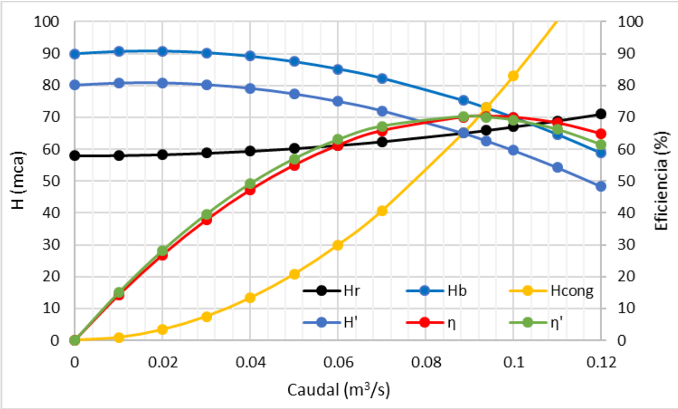
$$H_{cong} = H_R$$

$$8306{,}667Q^2 = 58 + 904{,}995Q^2 \rightarrow Q = 0{,}08852\frac{m^3}{s}$$

Considerando la ley de semejanza:

$$\lambda = \frac{Q_2}{Q_{BEP}} = \frac{0{,}08852}{0{,}09375} = 0{,}944$$

Por tanto, el recorte de rodete será del 5,57%. (Estrictamente no podría aplicarse, ya que su límite de aplicación es un recorte máximo del 5%)



H (mca)
Eficiencia (%)
Caudal (m³/s)
Hr
Hb
Hcong
H'
η
η'
0
0.02
0.04
0.06
0.08
0.1
0.12
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

Problema 8

Se quiere bombear agua desde un canal de toma situado a la cota 73 msnm hasta un depósito de un municipio situado a la cota 133,20 msnm. La conducción que une ambos puntos está compuesta por un tramo de conducción de DN400 mm (f=0,0217) de 849 m y un tramo de conducción de DN325 mm (f=0,0225) y longitud 1082 m. Se conoce que las perdidas singulares son un 15% de las pérdidas de rozamiento y que la conducción de aspiración no tiene pérdidas. La bomba se encuentra a la misma cota que la toma del canal.

La bomba de cámara partida instalada, tiene una curva que se rige por la expresión (en unidades del Sistema Internacional) $H_b=80+50Q-1200Q^2$ y la curva de su rendimiento viene dada por la curva: $\eta=1849{,}8Q-10298\ Q^2$, siendo la velocidad de giro nominal 1450 rpm. Se pide determinar:

a) Curva Característica de la Conducción en función del caudal
$H_r = 60{,}2 + 809{,}77\ Q^2$

b) Punto de funcionamiento y rendimiento. $Q = 0{,}1147\frac{m^3}{s}; \eta = 77{,}78\%$

c) Si se desea impulsar 100 l/s, ¿cuál será la velocidad de giro? En esta situación ¿Qué rendimiento tendrá la máquina?$n = 1408\ rpm;\ \eta = 81{,}28\%$

d) Expresar la curva de la bomba para esa velocidad de giro y la expresión de su rendimiento en función del caudal.
$H_\alpha = 75{,}43 + 48{,}55Q - 1200Q^2; \eta_\alpha = 1905{,}05Q - 10922{,}31Q^2$

e) ¿A qué caudal se obtiene el rendimiento máximo? Para mantener el rendimiento máximo en la instalación, ¿Cuál será la velocidad de giro de la bomba?
$Q = 0{,}08981\ m^3/s;\ \eta = 83{,}01\%;\ n = 1362\ rpm$

f) Si se desea impulsar 100 l/s, ¿cuál será la relación λ si se sustituye el rodete? En esta situación ¿Qué rendimiento tendrá la máquina?
$\lambda = 0{,}9769\ ;\ \eta = 79{,}94\%$

g) Expresar la curva de la bomba para esa relación de cambio de rodete y la curva del rendimiento.
$H = 76{,}36 + 51{,}17Q - 1317\ Q^2;\ \eta = 1983{,}90Q - 11845{,}3\ Q^2$

h) Teniendo en cuenta la curva resistente, ¿A qué caudal se obtiene el rendimiento máximo modificando la geometría? Para mantener el rendimiento máximo, ¿Cuál será la relación λ si se sustituye el rodete?
$Q = 0{,}0717\ m^3/s;\ \lambda\ = 0{,}9275$

i) Expresar y dibujar la curva de la bomba para esa relación de cambio de rodete y la curva del rendimiento del apartado h)
$H_\lambda = 68{,}82 + 53{,}91Q - 1621{,}53Q^2; \eta = 2318{,}37Q - 16175{,}930Q^2$

j) Si se desea impulsar 100 l/s, ¿cuál será la relación λ si se recorta el rodete? En esta situación ¿Qué rendimiento tendrá la máquina?
$\lambda = 0{,}9743$; $\eta = 80{,}58\%$; $Recorte = 2{,}57\%$

k) Expresar la curva de la bomba para esa relación de recorte de rodete y la curva del rendimiento del apartado j)
$H_\lambda = 75{,}94 + 50Q - 1264{,}14Q^2$; $\eta = 1948{,}67Q - 11428{,}31\,Q^2$

l) Teniendo en cuenta la CCC, ¿A qué caudal se obtiene el rendimiento máximo? Para mantener el rendimiento máximo, ¿Cuál será la relación λ si se recorta el rodete?
$Q = 0{,}0782\ m^3/s$; $\lambda = 0{,}9332$; $Recorte = 6{,}67\%$

m) Expresar la curva de la bomba para esa relación de recorte de rodete y la curva del rendimiento del apartado l)
$H_\lambda = 69{,}67 + 50Q - 1377{,}94Q^2$; $\eta = 2124{,}10Q - 13578{,}57Q^2$

SOLUCIÓN

Apartado a)

El hecho de determinar el punto de funcionamiento, obliga a conocer la curva resistente de la instalación. Por tanto, la curva resistente viene definida por la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

Para el caso de estudio, se disponen cuatro conducciones (una de aspiración y tres conectadas en serie en la impulsión) y se da información de las pérdidas singulares de diferentes formas.

Los resultados de pérdidas de fricción aplicando la ecuación de Darcy-Weisbach son:

TRAMO	D (m)	f	L (m)	hr (mca)	h_s (mca) 15% Pérdidas
Impulsión_1	0,4	0,0217	849	$148,81Q^2$	$22,32\ Q^2$
Impulsión_2	0,325	0,0225	1082	$555,33Q^2$	$83,31\ Q^2$

$$H_R = 133,2 + 0 + \approx 0 - (73 + 0 + \approx 0) + 148,81Q^2 + 555,33Q^2 + 22,32Q^2 + 83,30Q^2$$

$$H_r = 60,2 + 809,77Q^2$$

Apartado b)

Conocida la ecuación de la curva $HvsQ$ de la bomba, $H_B = 80 + 50Q - 1200Q^2$, el punto de funcionamiento es

$$H_R = H_B$$

$$60,2 + 809,77Q^2 = 80 + 50Q - 1200Q^2$$

$$Q = 0,11247 \frac{m^3}{s}$$

Conocido Q, el rendimiento será:

$$\eta = 1849,8Q - 10298Q^2 = 1849,8\ 0,11247 - 10298\ 0,11247^2 = 77,78\%$$

Apartado c)

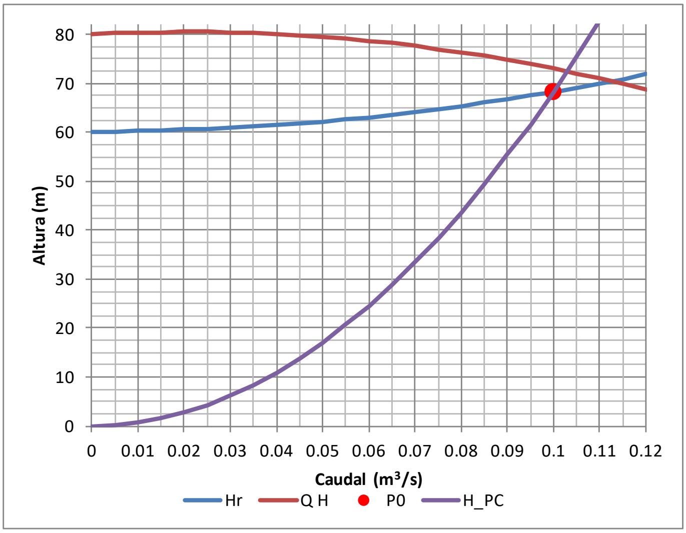
Para impulsar 100 l/s, la altura manométrica será:

$$H_r = 60{,}2 + 809{,}77Q^2 = 60{,}2 + 809{,}77\ 0{,}1^2 = 68{,}298\,mca$$

Para adaptarnos a ese caudal, la máquina deberá modificar su velocidad de giro. En este caso, el punto de operación (P0) será: 0,1 m^3/s, 68,297 mca

Por tanto, la parábola de congruencia que pase por P0 será:

$$H_{PC} = \frac{H_0}{Q_0^2}Q^2 = \frac{68{,}298}{0{,}1^2}Q^2 = 6829{,}8Q^2$$



La intersección de H_{PC} con la curva de la bomba (H_b) se obtiene el punto P1

$$6928{,}8Q^2 = 80 + 50Q - 1200Q^2$$

$$Q = 0{,}10298\,m^3/s$$

En este caso P1 y P0 son puntos homólogos, por tanto, la relación de velocidad será:

$$\alpha = \frac{Q_{P0}}{Q_{P1}} = \frac{0{,}1}{0{,}10298} = 0{,}971$$

$$\alpha = \frac{n}{n_0} \rightarrow n = 0{,}971\ 1450 = 1408\,rpm$$

El rendimiento vendrá definido por la expresión

$$\eta = \frac{1849{,}8Q}{0{,}971} - \frac{10298Q^2}{0{,}971^2} = 1905{,}046Q - 10922{,}308Q^2$$

Considerando el caudal de 100 l/s

$$\eta = 81{,}28\%$$

Apartado d)

La nueva curva (H_α) vendrá definida por la expresión:

$$H_\alpha = \alpha^2 A + \alpha BQ + CQ^2$$

Por tanto, teniendo en cuenta que $\alpha = 0{,}971$, la nueva curva será:

$$H_\alpha = 0{,}971^2 80 + 0{,}971\ 50Q - 1200Q^2$$

$$H_\alpha = 75{,}43 + 48{,}55Q - 1200Q^2$$

El rendimiento (η_α) vendrá definido por la expresión:

$$\eta_\alpha = \frac{E}{\alpha}Q + \frac{F}{\alpha^2}Q^2$$

$$\eta_\alpha = \frac{1849{,}8}{0{,}971}Q - \frac{10298}{0{,}971^2}Q^2$$

$$\eta_\alpha = 1905{,}05Q - 10922{,}31Q^2$$

Apartado e)

El rendimiento máximo (η_{max}) vendrá establecido para la condición de máximo de la expresión del rendimiento:

$$\frac{d\eta}{dQ} = EQ + 2FQ = 0$$

$$1849{,}8 - 2\ 10298\ Q = 0$$

$$Q = 0{,}08981\frac{m^3}{s}$$

$$\eta_{max} = 1849{,}8Q - 10298Q^2 = 1849{,}8\ 0{,}08981 - 10298\ 0{,}08981^2 = 83{,}01\%$$

Si se desea mantener el rendimiento máximo de operación, habrá que definir una parábola de congruencia por el punto de máxima eficiencia ($P_0. -Q_0 = 0{,}08981\frac{m^3}{s}$; $H_0 = 74{,}81\ m$)

$$H_{PC} = \frac{H_0}{Q_0^2}Q^2 = 9274{,}92Q^2$$

Por tanto, el punto de operación de máxima eficiencia será la intersección entre la curva de congruencia en la curva resistente de la instalación.

$$H_{PC} = H_r$$

$$9274{,}92Q^2 = 60{,}2 + 809{,}77Q^2$$

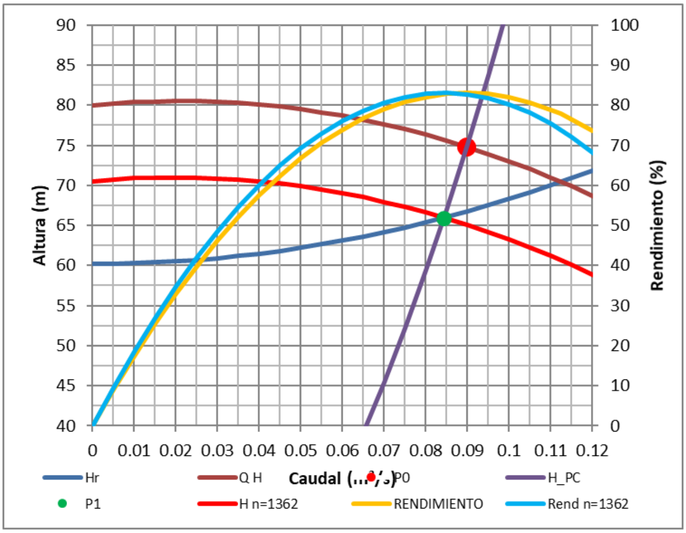
$$Q = 0{,}08433\frac{m^3}{s}; H = 65{,}96\, mca$$

Por tanto, al ser P1 y P0 puntos homólogos, la relación de velocidad será:

$$\alpha = \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{0{,}08433}{0{,}08981} = 0{,}939$$

Por tanto, la velocidad de giro será:

$$n = 0{,}939\ 1450 = 1362\, rpm$$



Apartado f)

En este caso, el punto de operación (P0) será: 0,1 m^3/s, 68,297 mca

Por tanto, la parábola de congruencia que pase por P0 será:

$$H_{PC} = \frac{H_0}{Q_0^{2/3}}Q^{2/3} = \frac{68{,}298}{0{,}1^{2/3}}Q^{2/3} = 317{,}01Q^{2/3}$$

La intersección de H_{PC} con la curva de la bomba (H_b) se obtiene el punto P1

$$317{,}01Q^{2/3} = 80 + 50Q - 1200Q^2$$

$$Q = 0{,}10725\ m^3/s$$

$$H = 71{,}56\ mca$$

En este caso P1 y P0 son puntos homólogos, por tanto, la relación de velocidad será:

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{Q_{P0}}{Q_{P1}}} = \sqrt[3]{\frac{0{,}1}{0{,}10725}} = 0{,}9769$$

El rendimiento vendrá definido por la expresión

$$\eta = \frac{1849{,}8Q}{0{,}9769^3} - \frac{10298Q^2}{0{,}9769^6} = 1984{,}15Q - 11846{,}20Q^2$$

Considerando el caudal de 100 l/s

$$\eta = 79{,}93\ \%$$

Apartado g)

La nueva curva (H_α) vendrá definida por la expresión:

$$H_\lambda = \lambda^2 A + \frac{B}{\lambda}Q + \frac{C}{\lambda^4}Q^2$$

Por tanto, teniendo en cuenta que $\lambda = 0{,}9769$, la nueva curva será:

$$H_\lambda = 0{,}9769^2 80 + \frac{50}{0{,}9769}Q - \frac{1200}{0{,}9769^4}Q^2$$

$$H_\lambda = 76{,}36 + 51{,}17Q - 1317{,}05Q^2$$

El rendimiento (η_λ) vendrá definido por la expresión determinada en el apartado anterior

$$\eta = 1984{,}15Q - 11846{,}20Q^2$$

Apartado h)

El rendimiento máximo (η_{max}) fue determinado en el apartado e)

$$Q = 0{,}08981\frac{m^3}{s}$$

$$\eta_{max} = 1849{,}8Q - 10298Q^2 = 1849{,}8\ 0{,}08981 - 10298\ 0{,}08981^2 = 83{,}01\%$$

Si se desea mantener el rendimiento máximo de operación, habrá que definir una parábola de congruencia por el punto de máxima eficiencia ($P_0. -Q_0 = 0{,}08981\frac{m^3}{s};\quad H_0 = 74{,}81\, m$)

$$H_{PC} = \frac{H_0}{Q_0^{2/3}}Q^{2/3} = 373{,}03\, Q^{2/3}$$

Por tanto, el punto de operación de máxima eficiencia será la intersección entre la curva de congruencia en la curva resistente de la instalación.

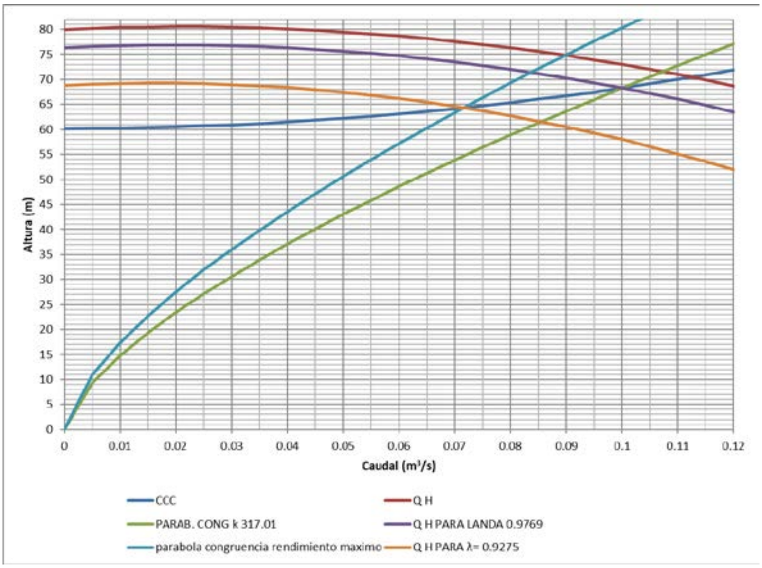
$$H_{PC} = H_r$$

$$373{,}03\, Q^{2/3} = 60{,}2 + 809{,}77Q^2$$

$$Q = 0{,}07166\frac{m^3}{s}; H = 64{,}36\, mca$$

Por tanto, al ser P1 y P0 puntos homólogos, la relación de velocidad será:

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{Q_1}{Q_0}} = \sqrt[3]{\frac{0{,}07166}{0{,}08981}} = 0{,}9275$$



Apartado i)

La nueva curva (H_{α}) vendrá definida por la expresión:

$$H_{\lambda} = \lambda^2 A + \frac{B}{\lambda} Q + \frac{C}{\lambda^4} Q^2$$

Por tanto, teniendo en cuenta que $\lambda = 0{,}9769$, la nueva curva será:

$$H_{\lambda} = 0{,}9275^2 80 + \frac{50}{0{,}9275} Q - \frac{1200}{0{,}9275^4} Q^2$$

$$H_{\lambda} = 68{,}82 + 53{,}91Q - 1621{,}53Q^2$$

El rendimiento (η_{λ}) vendrá definido por la expresión determinada en el apartado anterior

$$\eta = \frac{1849{,}8Q}{0{,}9275^3} - \frac{10298Q^2}{0{,}9275^6}$$

$$\eta = 2318{,}37Q - 16175{,}930Q^2$$

Apartado j)

En este caso, el punto de operación (P0) será: 0,1 m^3/s, 68,297 mca

Por tanto, la parábola de congruencia que pase por P0 será:

$$H_{PC} = \frac{H_0}{Q_0} Q \quad = \frac{68{,}298}{0{,}1} Q \quad = 682{,}98Q$$

La intersección de H_{PC} con la curva de la bomba (H_b) se obtiene el punto P1

$$682{,}98Q \quad = 80 + 50Q - 1200Q^2$$

$$Q = 0{,}10535\, m^3/s$$

$$H = 71{,}95\, mca$$

En este caso P1 y P0 son puntos homólogos, por tanto, la relación de velocidad será:

$$\lambda = \sqrt[2]{\frac{Q_{P0}}{Q_{P1}}} = \sqrt[2]{\frac{0{,}1}{0{,}10535}} = 0{,}9743$$

El rendimiento vendrá definido por la expresión

$$\eta = \frac{1849{,}8Q}{0{,}9743^2} - \frac{10298Q^2}{0{,}9743^4} = 1948{,}67Q - 11428{,}31Q^2$$

Considerando el caudal de 100 l/s

$$\eta = 80{,}58\,\%$$

El recorte del rodete será RC=1-0,9743=0,0257.

Apartado k)

La nueva curva (H_λ) vendrá definida por la expresión:

$$H_\lambda = \lambda^2 A + BQ + \frac{C}{\lambda^2} Q^2$$

Por tanto, teniendo en cuenta que $\lambda = 0{,}9743$, la nueva curva será:

$$H_\lambda = 0{,}9743^2 80 + 50Q - \frac{1200}{0{,}9743^2} Q^2$$

$$H_\lambda = 75{,}94 + 50Q - 1264{,}14Q^2$$

Apartado l)

El rendimiento máximo (η_{max}) fue determinado en el apartado e)

$$Q = 0{,}08981 \frac{m^3}{s}$$

$$\eta_{max} = 1849{,}8Q - 10298Q^2 = 1849{,}8\ 0{,}08981 - 10298\ 0{,}08981^2 = 83{,}01\%$$

Si se desea mantener el rendimiento máximo de operación, habrá que definir una parábola de congruencia por el punto de máxima eficiencia ($P_0. -Q_0 = 0{,}08981 \frac{m^3}{s}$; $H_0 = 74{,}81\ m$)

$$H_{PC} = \frac{H_0}{Q_0} Q \quad = 832{,}98\ Q$$

Por tanto, el punto de operación de máxima eficiencia será la intersección entre la curva de congruencia en la curva resistente de la instalación.

$$H_{PC} = H_r$$

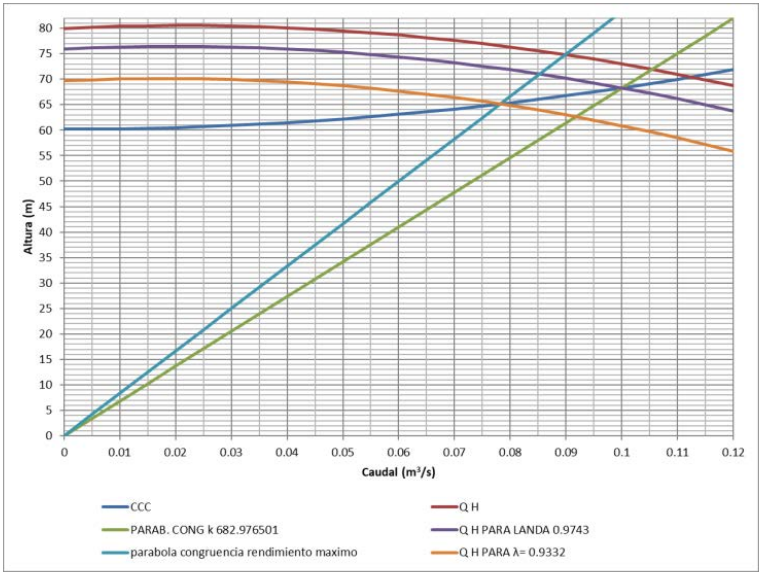
$$832{,}98\ Q \quad = 60{,}2 + 809{,}77Q^2$$

$$Q = 0{,}07821 \frac{m^3}{s}; H = 65{,}15\ mca$$

Por tanto, al ser P1 y P0 puntos homólogos, la relación de velocidad será:

$$\lambda = \sqrt[2]{\frac{Q_1}{Q_0}} = \sqrt[2]{\frac{0{,}07821}{0{,}08981}} = 0{,}9332$$

El recorte de rodete será 1- 0,9332=0,0668



Apartado m)

Por tanto, teniendo en cuenta que $\lambda = 0{,}9332$, la nueva curva será:

$$H_{\lambda} = 0{,}9332^2 80 + 50Q - \frac{1200}{0{,}9332^2} Q^2$$

$$H_{\lambda} = 69{,}67 + 50Q - 1377{,}94Q^2$$

La curva del rendimiento será:

$$\eta = \frac{1849{,}8Q}{0{,}9332^2} - \frac{10298Q^2}{0{,}9332^4} = 2124{,}10Q - 13578{,}57Q^2$$

Problema 9

Una industria química textil toma el agua de lavado de un depósito atmosférico que se encuentra a cota 0 m. En una primera fase, el agua es elevada hasta un depósito que se encuentra en la azotea del edificio que se encuentra situado a la cota 35 m. La conducción que une ambos depósitos es de PEAD de DN125 PN16 (D_i =90 mm; f=0,007; L= 245 m). Sabiendo que tiene que impulsar un caudal de 12,5 l/s. Determinar:

a) Curva resistente de la instalación, considerando las pérdidas localizadas igual a un 15% de las pérdidas por fricción.

   $H_r = 35 + 27597{,}56Q^2$

b) Seleccionar la bomba a instalar en el sistema, indicando serie (campo característico) y modelo de bomba. Justificar gráficamente elección en las figuras contenidas en el documento.

   Serie: 50-16 Modelo:50-16-15

c) Si la bomba viene definida por la ecuación H_b= 43 + 179Q - 25063Q^2 y la curva de rendimiento (%) por la expresión η=8490Q - 231712Q^2, ¿cuál será el punto de funcionamiento de la bomba? Las ecuaciones vienen definidas en unidades del SI

   Q (m^3/s) = 0,01414 H (mca)= 40,52

d) Determinar el valor del rendimiento y la potencia absorbida por la bomba para el punto de funcionamiento.

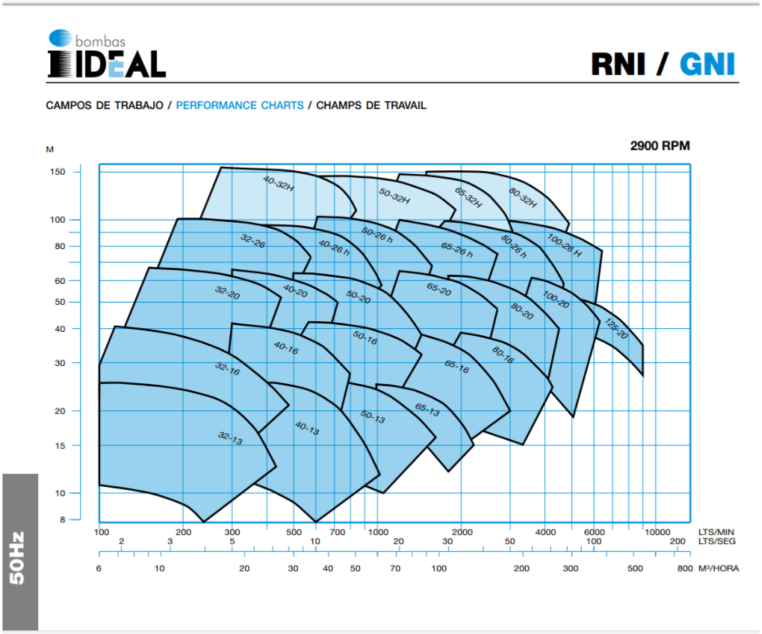
   η (%) = 73,72 P (kW)=7,62

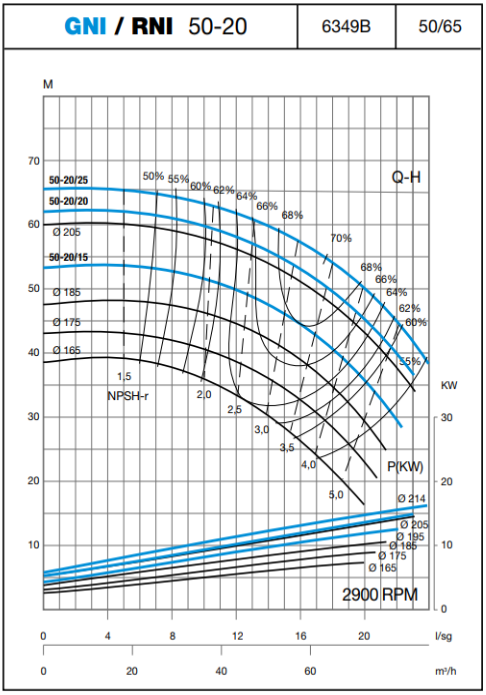
e) Si se quieren impulsar los 12,5 l/s, ¿cuál será la velocidad giro de la máquina, si la velocidad en régimen nominal es 2900 rpm?

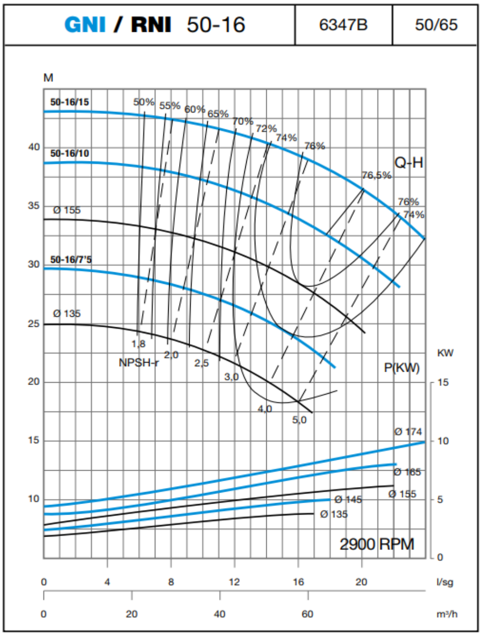
   n (rpm) = 2833

f) Para esta nueva situación del apartado e), ¿cuál será el rendimiento de funcionamiento de la máquina y la potencia consumida?

   η (%) = 70,44 P (kW)=6,96


bombas
IDEAL
RNI / GNI
CAMPOS DE TRABAJO / PERFORMANCE CHARTS / CHAMPS DE TRAVAIL
2900 RPM
M
LTS/MIN
LTS/SEG
M³/HORA
50Hz


GNI / RNI 50-20
6349B
50/65
M
Q-H
50-20/25
50-20/20
Ø 205
50-20/15
Ø 185
Ø 175
Ø 165
NPSH-r
P(KW)
KW
Ø 214
Ø 205
Ø 195
Ø 185
Ø 175
Ø 165
2900 RPM
l/sg
m³/h


GNI / RNI 50-16
6347B
50/65
M
50-16/15
50-16/10
Ø 155
50-16/7'5
Ø 135
50%
55%
60%
65%
70%
72%
74%
76%
76,5%
76%
74%
Q-H
1,8
2,0
2,5
3,0
4,0
5,0
NPSH-r
KW
P(KW)
Ø 174
Ø 165
Ø 155
Ø 145
Ø 135
2900 RPM
l/sg
m³/h

SOLUCIÓN

Apartado a)

El hecho de determinar el punto de funcionamiento, obliga a conocer la curva resistente de la instalación. Por tanto, la curva resistente viene definida por la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

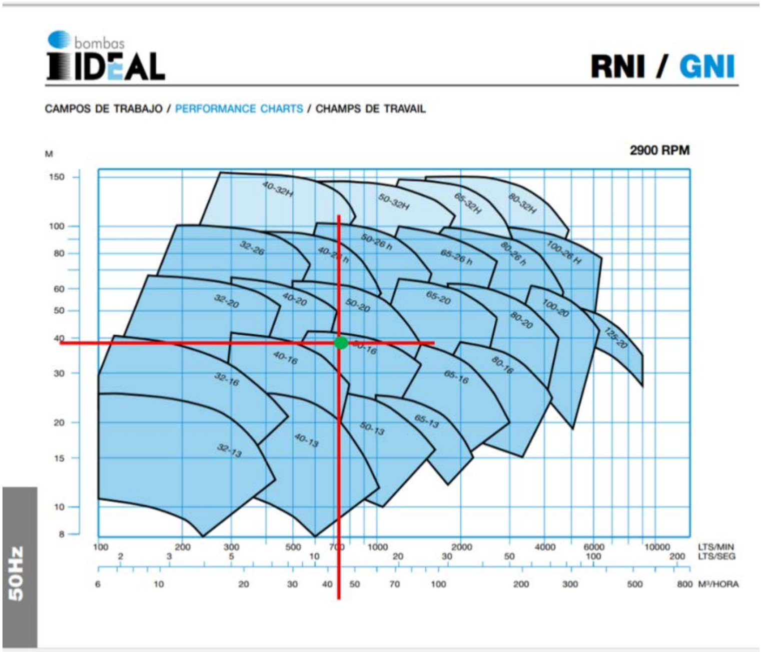
$$H_R = 35 + \frac{8\ 0{,}007\ 1{,}15\ 245}{\pi^2 g\ 0{,}09^5} Q^2 = 35 + 27597{,}56 Q^2$$

Apartado b)

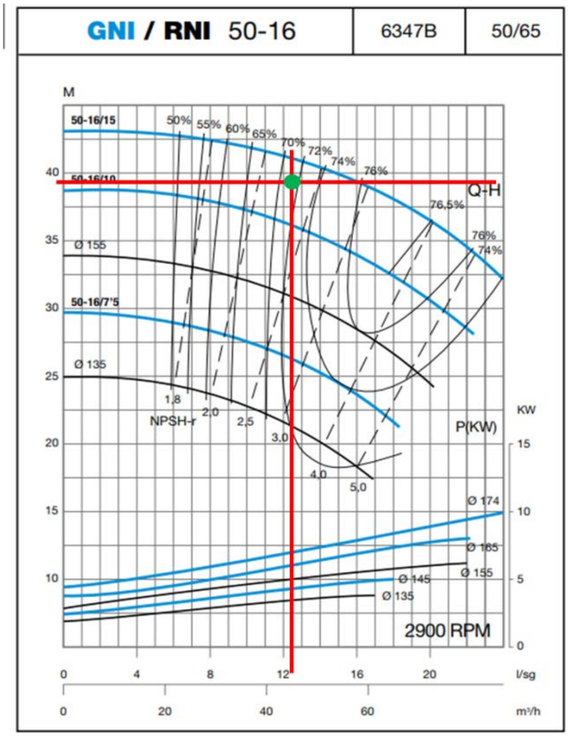
Para poder seleccionar la bomba, es necesario conocer la altura manométrica de bombeo para un caudal de 12,5 l/s. En este caso será:

$$H_R = 35 + 27597{,}56\ 0{,}0125^2 = 39{,}31\ mca$$

Con estos valores de caudal y altura, se utiliza la información facilitada para fijar la serie



Definida la serie 50-16, se observa que se tiene que seleccionar el modelo 50-16/15



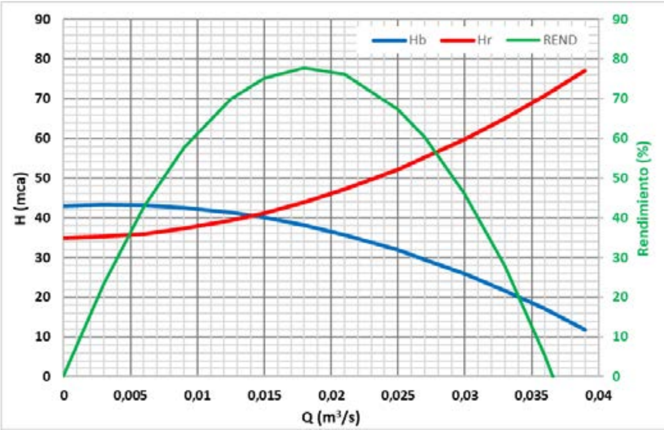
Apartado c)

El punto de funcionamiento viene definido por la intersección de la curva de la bomba y la curva resistente

$$H_b = H_r$$

$$43 + 179\mathrm{Q} - 25063\mathrm{Q}^2 = 35 + 27597{,}56Q^2$$

$$Q_F = 0{,}01414\frac{m^3}{s}; H_F = 40{,}52\; mca$$



Apartado d)

Conocido el punto de funcionamiento, la eficiencia de la máquina será

$$\eta = 8490Q - 231712Q^2 = 8490\ 0{,}01414 - 231712\ 0{,}01414^2 = 73{,}72\%$$

Por tanto, la potencia absorbida por la máquina

$$P = \frac{\gamma Q H}{\eta} = \frac{9{,}81\ 0{,}01414\ 40{,}52}{0{,}7372} = 7{,}62\ kW$$

Apartado e)

Para poder determinar la velocidad de rotación de la máquina para impulsar los 12,5 l/s, es necesario calcular la curva de puntos homólogos que pasan por el punto deseado

$$P_1(0{,}0125; 39{,}31)$$

$$H_{P_1} = \frac{39{,}31}{0{,}0125^2}Q^2 = 255737{,}6Q^2$$

Determinada la parábola de congruencia a P1, para determinar un punto homólogo de la bomba, se busca la intersección entre H_{P_1} y H_b

$$255737{,}6Q^2 = 43 + 179Q - 25063Q^2$$

$$Q_{P_2} = 0{,}01269\frac{m^3}{s}; H_{P_2} = 41{,}23\ mca$$

Por tanto, la relación de velocidades (α) es igual a

$$\alpha = \frac{0{,}0125}{0{,}01269} = 0{,}9844$$

Por tanto, la velocidad de giro será $n = \alpha\ n_0 = 0{,}9844\ 2900 = 2855\ rpm$

Apartado f)

Conocida la variación de velocidad, la nueva curva de eficiencia vendrá definida por la expresión:

$$\eta = \frac{8490Q}{\alpha} - \frac{231712Q^2}{\alpha^2} = \frac{8490}{0{,}9844}\ 0{,}01414 - \frac{231712}{0{,}9844^2}\ 0{,}01414^2 = 70{,}74\%$$

Por tanto, la potencia absorbida por la máquina

$$P = \frac{\gamma Q H}{\eta} = \frac{9{,}81\ 0{,}0125\ 39{,}31}{0{,}7074} = 6{,}96\ kW$$

Problema 10

Teniendo en cuenta que una instalación presenta una curva resistente definida por la expresión $H_r = 35 + 27597{,}56Q^2$ y la curva de motriz de la bomba por la expresión $H_b = 43 + 179Q - 25063Q^2$ y la curva de rendimiento (%) por la expresión $\eta = 8490Q - 231712Q^2$, (todas las expresiones en unidades del SI). Determinar el recorte de rodete a realizar de acuerdo a la norma DIS9906

SOLUCIÓN

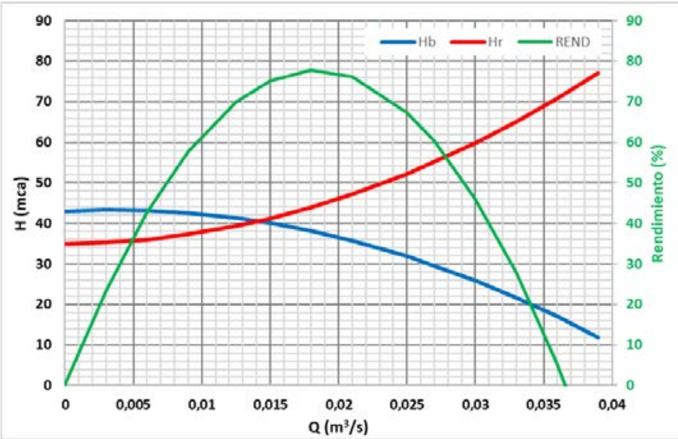
Apartado a)

El punto de funcionamiento viene definido por la intersección de la curva de la bomba y la curva resistente

$$H_b = H_r$$

$$43 + 179Q - 25063Q^2 = 35 + 27597{,}56Q^2$$

$$Q_F = 0{,}01414\frac{m^3}{s}; H_F = 40{,}52\,mca$$



Para poder determinar el recorte de rodete de la máquina para impulsar los 12,5 l/s, es necesario calcular la curva de congruencia que pasan por el punto deseado

$$P_1(0{,}0125; 39{,}31)$$

$$H_{P_1} = \frac{39{,}31}{0{,}0125^2}Q^2 = 255737{,}6Q^2$$

Determinada la parábola de congruencia a P1, para determinar un punto homólogo de la bomba, se busca la intersección entre H_{P_1} y H_b

$$255737{,}6Q^2 = 43 + 179Q - 25063Q^2$$

$$Q_{P_2} = 0{,}01269\frac{m^3}{s}; H_{P_2} = 41{,}23\,mca$$

Por tanto, la relación de diámtros (λ) es igual a

$$\lambda = \frac{0{,}0125}{0{,}01269} = 0{,}9844$$

Por tanto, el recorte de rodete será del $RC = 1 - 0{,}9844 = 0{,}0156$ (1,56%), que entra dentro del máximo que se puede realizar de acuerdo a la normativa (5%).

Capítulo 7

Asociación, puesta en marcha y regulación de sistemas de bombeo

7.1 Resultados de aprendizaje

El presente capítulo está focalizado en dotar al alumno de ejemplos que muestran la asociación en serie y paralelo de máquinas hidráulicas. Esta asociación puede llevarse a cabo con máquinas iguales o diferentes. Además, el capítulo desarrolla numéricamente los conceptos de determinación de la zona útil cuando operan a velocidad variable y la existencia o no de recubrimiento cuando las máquinas están asociadas en paralelo.

El establecimiento de los conceptos anteriores, permite desarrollar la metodología de resolución de problemas de regulación. Esta regulación podrá ser abordada:

a) Con máquinas operando a velocidad fija e instalando un calderín, pudiendo determinar su volumen y presión de hinchado.

b) Con máquinas asociadas en paralelo o en serie, disponiendo una de ellas únicamente variador de frecuencia

c) Con máquinas asociadas en paralelo o en serie, disponiendo todas ellas de variador de frecuencia.

El desarrollo de los tres casos anteriores es contemplado en el presente capítulo, analizando la regulación de caudales, así como el coste energético derivado de esa regulación. En estos casos, son abordados ejemplos de cavitación y estimaciones de sobrepresiones por parada de emergencia de los sistemas de bombeo.

Finalmente, se contemplan casos de estudio de puesta en marcha de instalaciones considerando la existencia de válvula cerrada en serie, válvula abierta con y sin variador de frecuencia y puesta en marcha de sistemas de bombeo.

Los resultados de aprendizaje son:

- Determinar las ecuaciones que permiten conocer las curvas motrices y de eficiencia de la asociación en serie y/o paralelo, siendo las bombas iguales o diferentes
- Analizar la puesta en marcha de sistemas de impulsión con válvula cerrada, válvula abierta, con variador de frecuencia y con válvula en bypass.
- Establecer el volumen mínimo necesario de un calderín, en función de las presiones de consigna máximas y mínimas establecidas cuando se opera con máquinas a velocidad fija.
- Determinar la regulación necesaria en la velocidad de giro de las máquinas, en función del caudal circulante, condiciones de contorno del sistema y número de máquinas.
- Analizar el coste energético del sistema de impulsión en función del sistema de regulación.
- Comprobar la cavitación o no en las máquinas hidráulicas.
- Estimar la sobrepresión debida a una parada de emergencia de un sistema de bombeo.

7.2 Objetos de aprendizaje de ayuda para la adquisición de los resultados de aprendizaje

A continuación, se adjuntan los objetos de aprendizaje que pueden ser de utilidad para alcanzar los resultados de aprendizaje establecidos en el apartado anterior.

POLIMEDIA	LINK	CÓDIGOS QR
ASOCIACIÓN BOMBAS		
Asociación de turbomáquinas en una instalación de bombeo	http://hdl.handle.net/10251/100857	
Asociación de bombas en serie: máquinas iguales	http://hdl.handle.net/10251/116109	
Asociación de bombas en serie: máquinas diferentes	http://hdl.handle.net/10251/116093	
Asociación de bombas en paralelo: máquinas iguales	http://hdl.handle.net/10251/116099	
Asociación de bombas en paralelo: máquinas diferentes	http://hdl.handle.net/10251/116104	

PUESTA EN MARCHA DE SISTEMAS DE INYECCIÓN

Puesta en marcha de equipos de inyección: válvula en serie cerrada	http://hdl.handle.net/10251/116103	
Puesta en marcha de equipos de inyección: válvula en serie abierta	http://hdl.handle.net/10251/116105	
Puesta en marcha de equipos de inyección: válvula en bypass	http://hdl.handle.net/10251/135455	

REGULACIÓN DE SISTEMAS DE INYECCIÓN

Regulación de equipos de inyección. Conceptos generales	http://hdl.handle.net/10251/135456	
Área útil de operación de una bomba hidráulica operando a velocidad variable	http://hdl.handle.net/10251/135047	
Recubrimiento en bombas asociadas en paralelo	http://hdl.handle.net/10251/135068	
Volumen necesario de un acumulador hidroneumático en redes inyectadas	http://hdl.handle.net/10251/135459	
Coste energético de un grupo de inyección a velocidad fija con un acumulador hidroneumático	http://hdl.handle.net/10251/135457	

CAVITACIÓN

Cavitación en turbomáquinas	http://hdl.handle.net/10251/16289	
El fenómeno de la cavitación	http://hdl.handle.net/10251/16291	

7.3 Problemas

Problema 1

Determinar la zona útil de operación de una bomba de velocidad variable, considerando que la altura mínima aportada debe ser 40 mca, y teniendo en cuenta que tiene que operar por encima del 70% de eficiencia. La curva motriz viene definida por la expresión $H_{b1} = 90 - 5000Q^2$ (mca, m^3/s) y la curva de eficiencia vienen definida por $\eta_{b1} = 40Q - 450Q^2$

SOLUCIÓN

En primer lugar, hay que determinar el rango de caudales que la eficiencia es mayor a 0,70. Para ello,

$$0{,}7 = 40Q - 450Q^2 \rightarrow Q_1 = 0{,}02396\frac{m^3}{s}; Q_2 = 0{,}06493\frac{m^3}{s}$$

Para estos valores de caudal se obtienen los puntos P1 y P2 sobre la curva motriz de la bomba

$$H_{P1} = 90 - 5000\ 0{,}02396^2 = 87{,}12\ mca$$

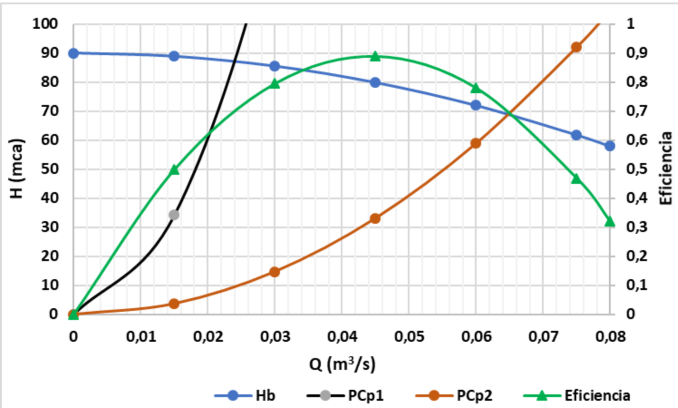
$$H_{P2} = 90 - 5000\ 0{,}06493^2 = 68{,}96\ mca$$

Por tanto, las parábolas de congruencia a P1 y P2 serán

$$H_{PC_{P1}} = \frac{H_{P1}}{Q_{P1}^2}Q^2 = \frac{87{,}12}{0{,}02396^2}Q^2$$

$$H_{PC_{P2}} = \frac{H_{P1}}{Q_{P1}^2}Q^2 = \frac{68{,}96}{0{,}06493^2}Q^2$$

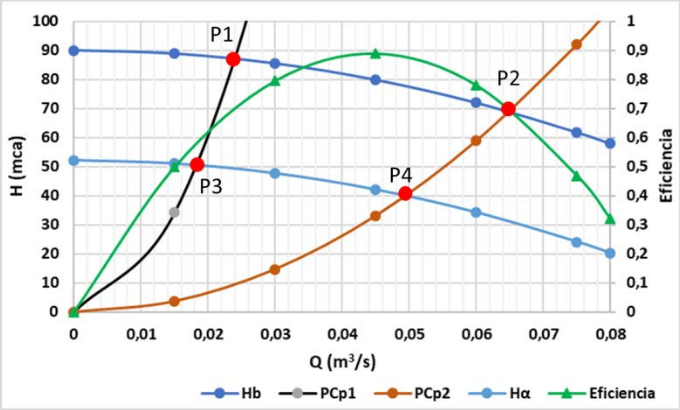
El área teórica útil vendrá determinada por las curvas de congruencia y la curva de la bomba



Por tanto, teniendo en cuenta que la altura mínima aportada por la bomba debe ser 40 mca, la velocidad de giro vendrá determinada por el punto homologo en PCP2 (0,04947, 40)

Por tanto, la velocidad de giro será $\alpha = \frac{0{,}04947}{0{,}06493} = 0{,}7618$, siendo la curva de la bomba al variar la velocidad de giro

$$H_\alpha = 0{,}7618^2 90 - 5000Q^2 = 52{,}23 - 5000Q^2$$



Si se observa la gráfica anterior, el área útil viene definida por las parábolas de congruencia, H_b y H_α. Estos puntos son dados por

$$P1\ (0{,}02396\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}};\ 87{,}12\ mca)$$

$$P2\ (0{,}06493\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}};\ 68{,}96\ mca)$$

$$P3\ (0{,}01825\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}};\ 50{,}57\ mca)$$

$$P4\ (0{,}04947\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}};\ 40\ mca)$$

Problema 2

a) Determinar si existe recubrimiento en un grupo de bombeo compuesto por 3 bombas de velocidad fija (BVF) cuya curva motriz viene definida por la expresión $H_{b1} = 100 - 18000Q^2$ (mca, m^3/s), siendo la presión de parada y arranque 85 y 55 mca, respectivamente.

b) Determinar si existe recubrimiento para el mismo grupo de bombeo si las presiones de parada y arranque son 75 y 55 mca

SOLUCIÓN

Apartado a)

Para determinar el recubrimiento en primer lugar, deben determinarse los caudales mínimo y máximo de bombeo en función de las presiones de consigna, para una, dos y tres bombas instaladas en paralelo.

Para una bomba

$$H_{max} = 85 = 100 - 18000Q^2 \rightarrow Q_{min1B} = 0{,}02887 \frac{m^3}{s}$$

$$H_{min} = 55 = 100 - 18000Q^2 \rightarrow Q_{max1B} = 0{,}05 \frac{m^3}{s}$$

Para dos bombas instaladas en paralelo

$$H_{max} = 85 = 100 - \frac{18000}{2^2}Q^2 \rightarrow Q_{min2B} = 0{,}05779 \frac{m^3}{s}$$

$$H_{min} = 55 = 100 - \frac{18000}{2^2}Q^2 \rightarrow Q_{max2B} = 0{,}1 \frac{m^3}{s}$$

Para tres bombas instaladas en paralelo

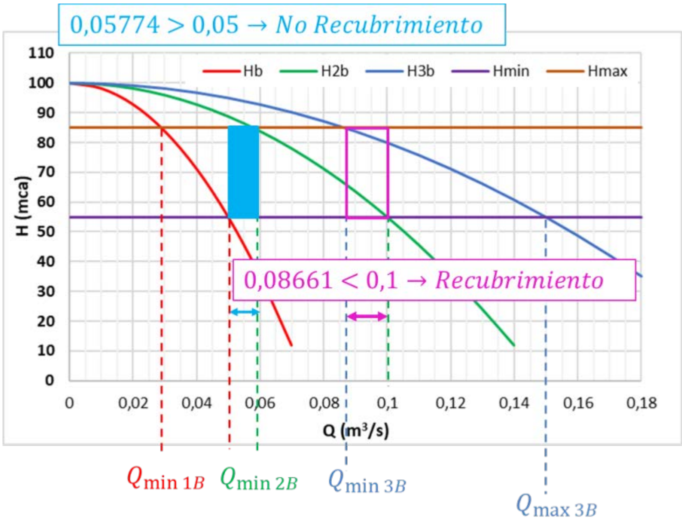
$$H_{max} = 85 = 100 - \frac{18000}{3^2}Q^2 \rightarrow Q_{min3B} = 0{,}08661 \frac{m^3}{s}$$

$$H_{min} = 55 = 100 - \frac{18000}{3^2}Q^2 \rightarrow Q_{max3B} = 0{,}15 \frac{m^3}{s}$$

Se puede observar que:

a) $Q_{min2B} > Q_{max1B} \rightarrow No\ existe\ recubrimiento$

b) $Q_{min3B} < Q_{max3B} \rightarrow Existe\ recubrimiento$



Apartado b)

En este caso, los caudales cuando opera una bomba

$$H_{max} = 75 = 100 - 18000Q^2 \rightarrow Q_{min1B} = 0{,}03727\frac{m^3}{s}$$

$$H_{min} = 55 = 100 - 18000Q^2 \rightarrow Q_{max1B} = 0{,}05\frac{m^3}{s}$$

Para dos bombas instaladas en paralelo

$$H_{max} = 75 = 100 - \frac{18000}{2^2}Q^2 \rightarrow Q_{min2B} = 0{,}07454\frac{m^3}{s}$$

$$H_{min} = 55 = 100 - \frac{18000}{2^2}Q^2 \rightarrow Q_{max2B} = 0{,}1\frac{m^3}{s}$$

Para tres bombas instaladas en paralelo

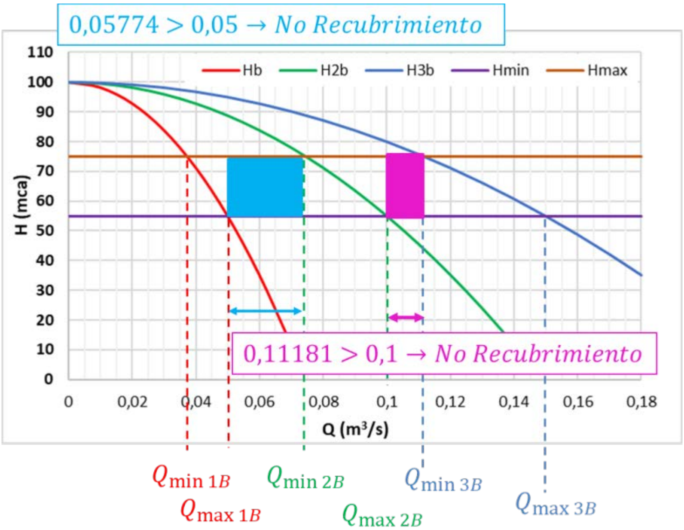
$$H_{max} = 85 = 100 - \frac{18000}{3^2}Q^2 \rightarrow Q_{min3B} = 0{,}1118\frac{m^3}{s}$$

$$H_{min} = 55 = 100 - \frac{18000}{3^2}Q^2 \rightarrow Q_{max3B} = 0{,}15\frac{m^3}{s}$$

Se puede observar que:

a) $Q_{min2B} > Q_{max1B} \rightarrow No\ existe\ recubrimiento$

b) $Q_{min3B} > Q_{max3B} \rightarrow No\ existe\ recubrimiento$



0,05774 > 0,05 → No Recubrimiento
Hb
H2b
H3b
Hmin
Hmax
H (mca)
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
0,02
0,04
0,06
0,08
0,1
0,12
0,14
0,16
0,18
Q (m³/s)
0,11181 > 0,1 → No Recubrimiento
Q min 1B
Q max 1B
Q min 2B
Q max 2B
Q min 3B
Q max 3B

Problema 3

Una industria química textil toma el agua de lavado de un depósito atmosférico que se encuentra a cota 0 m. En una primera fase, el agua es elevada hasta un depósito que se encuentra en la azotea del edificio que se encuentra situado a la cota 35 m. La conducción que une ambos depósitos es de PEAD de DN125 PN16 (D_i =90 mm; f=0.007; L= 245 m). Sabiendo que tiene que impulsar un caudal de 12.5 l/s. Determinar:

a) Curva resistente de la instalación, considerando las pérdidas localizadas igual a un 15% de las pérdidas por fricción.

$H_r = 35 + 27597{,}56Q^2$

b) Si la bomba viene definida por la ecuación H_b= 43 + 179Q - 25063Q^2 y la curva de rendimiento (%) por la expresión η=8490Q - 231712Q^2, ¿cuál será el punto de funcionamiento de la bomba? Las ecuaciones vienen definidas en unidades del SI

Q (m^3/s) = 0,01414 H (mca)= 40,52

c) Si el caudal aumenta a 25 l/s, y el ingeniero dispone de otra bomba idéntica (B2) a la definida en el apartado c). ¿Qué solución correcta debería proponer? Dada la solución propuesta, y teniendo en cuenta que solo se dispone de un variador de frecuencia para una única bomba. Definir punto de funcionamiento de B2 y velocidad de giro.

Asociación en serie.

B1 (0,025 m^3/s; 31,81 mca; 2900 rpm). B2 (0,025 m^3/s; 20,41mca; 2510 rpm)

d) Cuál es el coste energético (kWh/m^3) en dicha situación de ambas bombas.

$C_E \ \left(\frac{kwh}{m^3}\right) = 0{,}2357\ kWh/m^3$

SOLUCIÓN

Apartado a)

El hecho de determinar el punto de funcionamiento, obliga a conocer la curva resistente de la instalación. Por tanto, la curva resistente viene definida por la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

$$H_R = 35 + \frac{8\ 0{,}007\ 1{,}15\ 245}{\pi^2 g\ 0{,}09^5} Q^2 = 35 + 27597{,}56Q^2$$

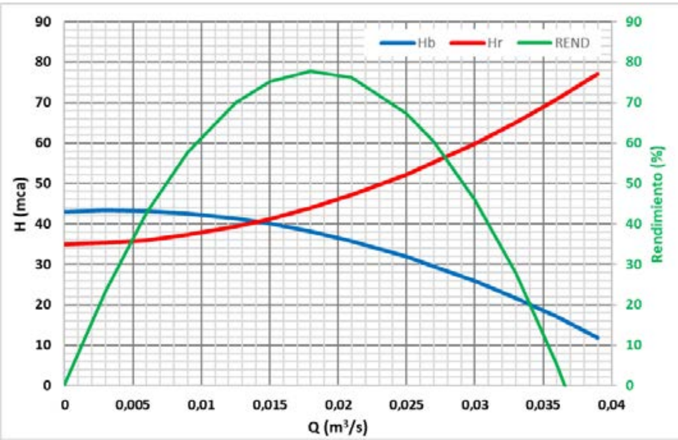
Apartado b)

El punto de funcionamiento viene definido por la intersección de la curva de la bomba y la curva resistente

$$H_b = H_r$$

$$43 + 179\text{Q} - 25063\text{Q}^2 = 35 + 27597{,}56Q^2$$

$$Q_F = 0{,}01414 \frac{m^3}{s}; H_F = 40{,}52\ mca$$



Apartado c)

En este caso, si se desea impulsar 25 l/s, la altura manométrica de bombeo necesaria seria

$$H_r = 35 + 27597{,}56Q^2 = 35 + 27597{,}56\ 0{,}025^2 = 52{,}24\ m$$

Por tanto, teniendo en cuenta que la bomba da una altura máxima de 43 m, es necesario asociar en serie las bombas para poder suministrar esa altura.

Una bomba (B1) operando a velocidad nominal proporcionará una altura igual a

$$\mathrm{H_{B1}} = 43 + 179\ 0{,}025 - 25063\ 0{,}025^2 = 31{,}81\ m$$

Por lo tanto, la altura a aportar por la segunda bomba (B2) conectada en serie será

$$H_{B2} = 52{,}24 - 31{,}81 = 20{,}43\ mca$$

Por tanto, el punto de funcionamiento de B2 será B2(0,025; 20,43), siendo la parábola de congruencia que pasa por este punto la ecuación

$$H_{PC_{B2}} = \frac{20{,}43}{0{,}025^2} Q^2 = 32699{,}2Q^2$$

Igualando $H_{PC_{B2}}$ y la curva de la bomba H_b, se obtiene un punto homólogo (P3),

$$32699{,}2Q^2 = 43 + 179\ \mathrm{Q} - 25063\ \mathrm{Q}^2$$

$$Q_{P3} = 0{,}02888\ m^3/s$$

$$H_{P3} = 27{,}27\ mca$$

Por tanto, la relación de velocidades α será

$$\alpha = \frac{0{,}025}{0{,}0288} = 0{,}8657$$

La nueva curva de la bomba vendrá definida por la expresión

$$H_{B2} = 0{,}8657^2 43 + 0.8567\ 179Q - 25063Q^2$$

$$H_{B2} = 32{,}23 + 154{,}96Q - 25063Q^2$$

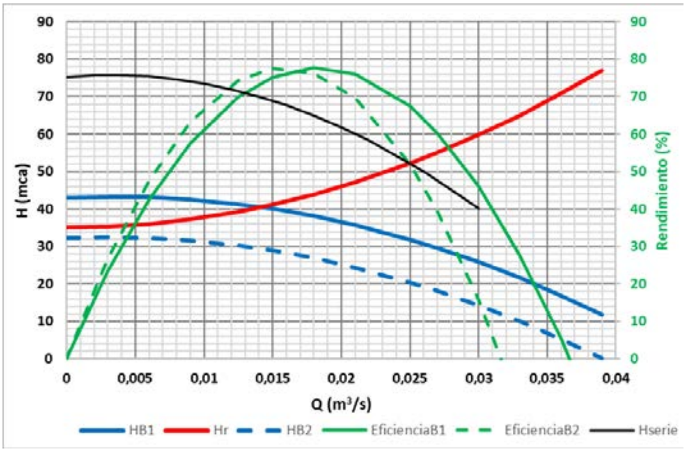
y la curva de eficiencia

$$\eta_{B2} = \frac{8490}{08657} Q\ - \frac{231712}{0{,}8657^2} Q^2 = 9807{,}1Q - 309181{,}6Q^2$$

Finalmente, la curva de las dos máquinas conectadas en serie será

$$H_{serie} = (43 + 32{,}23) + (179 + 154{,}96)Q - (25063 + 25063)Q^2$$

$$H_{serie} = 75{,}23 + 333{,}96Q - 50126Q^2$$



Apartado d)

Conocido el punto de funcionamiento, la eficiencia de la máquina B1 será

$$\eta = 8490Q - 231712Q^2 = 8490\ 0{,}025 - 231712\ 0{,}025^2 = 67{,}43\%$$

Por tanto, la potencia absorbida por la máquina B1

$$P = \frac{\gamma Q H}{\eta} = \frac{9{,}81\ 0{,}025\ 31{,}81}{0{,}6743} = 11{,}57\ kW$$

Para la máquina B2

$$\eta_{B2} = 9807{,}1\ 0{,}025 - 309181{,}6\ 0{,}025^2 = 51{,}94\%$$

Por tanto, la potencia absorbida por la máquina B2

$$P = \frac{\gamma Q H}{\eta} = \frac{9{,}81\ 0{,}025\ 20{,}44}{0{,}5194} = 9{,}65\ kW$$

El coste energético será

$$C_E\left(\frac{kwh}{m^3}\right) = \frac{11{,}57+9{,}65}{0{,}025*3600} = 0{,}2357\ kWh/m^3$$

Problema 4

Una industria química textil toma el agua de lavado de un depósito atmosférico que se encuentra a cota 0 m. En una primera fase, el agua es elevada hasta un depósito que se encuentra en la azotea del edificio que se encuentra situado a la cota 25 m. La conducción que une ambos depósitos es de PEAD de DN125 PN16 (D_i =90 mm; f=0.007; L= 245 m). Sabiendo que tiene que impulsar un caudal de 12,5 l/s. Determinar:

a) Curva resistente de la instalación, considerando las pérdidas localizadas igual a un 15% de las pérdidas por fricción. $H_r = 25 + 27597{,}56\mathrm{Q}^2$

b) Si la bomba viene definida por la ecuación $Hb = 43 + 179Q - 25063Q^2$ y la curva de rendimiento (%) por la expresión η=8490Q - 231712Q^2, ¿cuál será el punto de funcionamiento de la bomba? Las ecuaciones vienen definidas en unidades del SI

$$Q = 0{,}02027\ \frac{m^3}{s};\ H = 36{,}33\ mca$$

c) Si se asocian dos bombas idénticas en paralelo girando a su régimen nominal, determinar el punto de funcionamiento, la potencia de cada una de las bombas y coste energético.

$$Q = 0{,}02441\ \frac{m^3}{s};\ H = 41{,}45\ mca;\ P = 7{,}18\ kW; C_E = 0{,}1633\frac{kWh}{m^3}$$

d) Si se desea que el caudal sea 23 l/s, y el ingeniero dispone de otra bomba idéntica (B2) a la definida en el apartado b) que conecta en paralelo y teniendo en cuenta que solo se dispone de un variador de frecuencia para una única bomba. Definir punto de funcionamiento de B2 y velocidad de giro.

B1 (0,01577 m^3/s; 39,59 mca; 2900 rpm).

B2 (0,00723 m^3/s; 39,59 mca; 2785 rpm)

e) Cuál es el coste energético (kWh/m^3) en dicha situación de ambas bombas.

$$C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right) = 0{,}163\ kWh/m^3$$

SOLUCIÓN

Apartado a)

El hecho de determinar el punto de funcionamiento, obliga a conocer la curva resistente de la instalación. Por tanto, la curva resistente viene definida por la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

$$H_R = 25 + \frac{8\ 0{,}007\ 1{,}15\ 245}{\pi^2 g\ 0{,}09^5} Q^2 = 35 + 27597{,}56Q^2$$

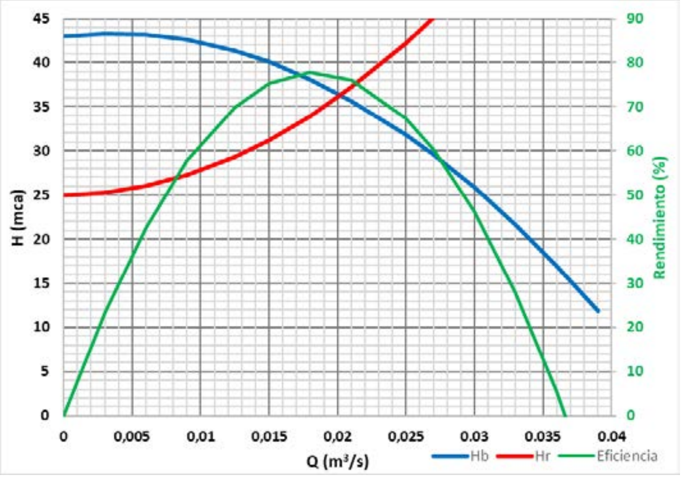
Apartado b)

El punto de funcionamiento viene definido por la intersección de la curva de la bomba y la curva resistente

$$H_b = H_r$$

$$43 + 179\mathrm{Q} - 25063\mathrm{Q}^2 = 25 + 27597{,}56Q^2$$

$$Q_F = 0{,}02027 \frac{m^3}{s}; H_F = 36{,}33\ mca$$



Apartado c)

La ecuación de dos bombas asociadas en paralelo girando a su régimen nominal viene definida por la expresión

$$H_{2B} = 43 + \frac{179}{2}\ \mathrm{Q} - \frac{25063}{2^2}\ \mathrm{Q}^2 = 43 + 89{,}5Q - 6265{,}75Q^2$$

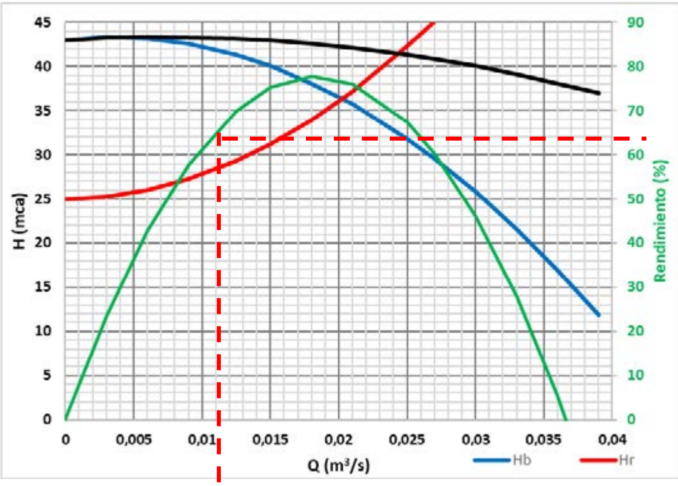
Por tanto, el punto de funcionamiento, si giran las dos máquinas a su velocidad nominal será:

$$43 + 89{,}5Q - 6265{,}75Q^2 = 25 + 27597{,}56Q^2$$

$$Q_F = 0{,}02441\frac{m^3}{s}; H_F = 41{,}05\ mca$$

Por tanto, cada máquina proporcionará un caudal de 0,0122 m^3/s, siendo la eficiencia de cada máquina

$$\eta = 8490Q\ -\ 231712Q^2 = 8490\ 0{,}0122 - 231712\ 0{,}0122^2 = 69{,}11\%$$



La potencia consumida por cada una de las bombas será

$$P = \frac{9{,}81\ 0{,}0122\ 41{,}05}{0{,}6911} = 7{,}18\ kW$$

El coste energético será igual a

$$C_E = \frac{2P(kW)}{Q\left(\frac{m^3}{h}\right)} = \frac{2\ 7{,}18}{0{,}02441\ 3600} = 0{,}1633\frac{kWh}{m^3}$$

Apartado d)

En este caso, si se desea impulsar 23 l/s, la altura manométrica de bombeo necesaria seria

$$H_r = 25 + 27597{,}56Q^2 = 25 + 27597{,}56\ 0{,}023^2 = 39{,}59\ m$$

Una bomba (B1) operando a velocidad nominal proporcionará una altura igual a

$$39{,}59 = 43 + 179\text{ Q} - 25063Q^2 \rightarrow Q = 0{,}01577\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la bomba 2 (B2), tendrá que operar en el punto de funcionamiento $P_{B2}(0{,}023 - 0{,}01577\frac{m^3}{s}; 39{,}59\, mca)$, siendo la parábola de congruencia que pasa por este punto la ecuación

$$H_{PC_{B2}} = \frac{39{,}59}{0{,}00723^2}Q^2 = 757371{,}4Q^2$$

Igualando $H_{PC_{B2}}$ y la curva de la bomba H_b, se obtiene un punto homólogo (P3),

$$757371{,}4Q^2 = 43 + 179\text{ Q} - 25063\text{ Q}^2$$

$$Q_{P3} = 0{,}00753\, m^3/s$$

$$H_{P3} = 42{,}93\, mca$$

Por tanto, la relación de velocidades α será

$$\alpha = \frac{0{,}00723}{0{,}00753} = 0{,}9603$$

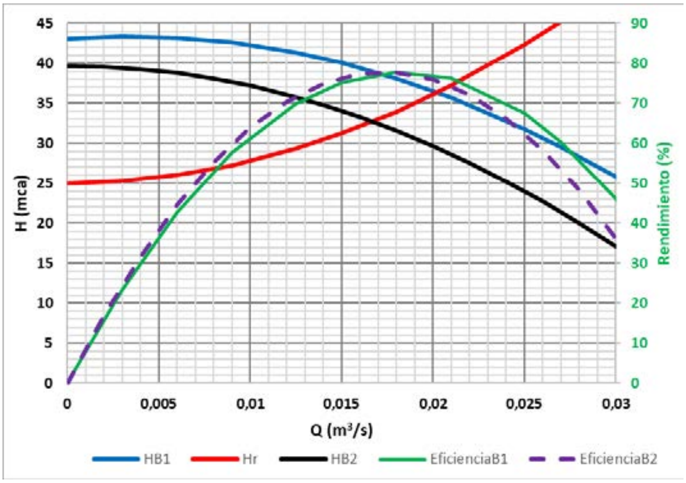
La nueva curva de la bomba vendrá definida por la expresión

$$H_{B2} = 0{,}9603^2 43 + 0{,}9603\ 179Q - 25063Q^2$$

$$H_{B2} = 32{,}23 + 154{,}96Q - 25063Q^2$$

y la curva de eficiencia

$$\eta_{B2} = \frac{8490}{0{,}9603}Q - \frac{231712}{0{,}9603^2}Q^2 = 8840{,}99Q - 251266{,}55Q^2$$



Apartado e)

Conocido el punto de funcionamiento, la eficiencia de la máquina B1 será

$$\eta = 8490Q - 231712Q^2 = 8490\ 0{,}01577 - 231712\ 0{,}01577^2 = 76{,}26\%$$

Por tanto, la potencia absorbida por la máquina B1

$$P = \frac{\gamma QH}{\eta} = \frac{9{,}81\ 0{,}001577\ 39{,}59}{0{,}7626} = 8{,}03\ kW$$

Para la máquina B2

$$\eta_{B2} = 8840{,}99Q - 251266{,}55Q^2 = 8840{,}99\ 0{,}00723 - 251266{,}55\ 0{,}00723^2 = 51{,}38\%$$

Por tanto, la potencia absorbida por la máquina B2

$$P_{B2} = \frac{\gamma QH}{\eta} = \frac{9{,}81\ 0{,}00723\ 39{,}59}{0{,}5138} = 5{,}47\ kW$$

El coste energético será

$$C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right) = \frac{8{,}03 + 5{,}47}{0{,}023 * 3600} = 0{,}163\ kWh/m^3$$

Problema 5

Considerando un sistema cuya curva resistente está definida por $H_r = 145 + 4500Q^2$ (H en mca y Q en $\frac{m^3}{s}$) y que quieren bombearse 40 l/s

a) Determinar la altura manométrica necesaria $H = 152{,}2\ mca$

b) Teniendo en cuenta que el ingeniero dispone únicamente de una bomba de cada modelo aportado en la figura del enunciado. Determinar la mejor combinación en serie.

   1 bomba R254 +1 Bomba R219

c) Definir curva resultante de asociación

   $H_{BS} = 164{,}3 - 22{,}8Q - 5714{,}3Q^2$

d) Determinar punto de funcionamiento (F) y coste energético de cada una de las bombas.

   $Q_F = 0{,}04237\ m^3/s$

   $H_F = 153{,}08$ mca

MODELO	$C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right)$
R254	0,331
R219	0,246
BS	0,577

e) Aunque la solución no sea correcta desde un punto de vista energético. Determinar el coeficiente de caudal (K_v) de la válvula a instalar para conseguir 40 l/s.

   $$K_v = 1281{,}25 \frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}$$

f) Si el ingeniero puede seleccionar dos bombas del mismo modelo. Definir dicha selección teniendo en cuenta que en régimen nominal se debe garantizar una altura mínima a la establecida por la curva resistente.

   2 bombas R254

g) Determinar el punto de funcionamiento (F) si las máquinas operan a la velocidad de régimen nominal. Del mismo modo, determinar el coste energético de cada una de las bombas

   $Q_F = 0{,}066\ m^3/s$

   $H_F = 164{,}60$ mca

MODELO	$C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right)$
R254	0,275
R254	0,275
BS	0,550

h) Aunque la solución no sea correcta desde un punto de vista energético. Determinar el coeficiente de caudal (K_v) de la válvula a instalar. Determinar el coste energético

$$K_v = 17950\frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}$$

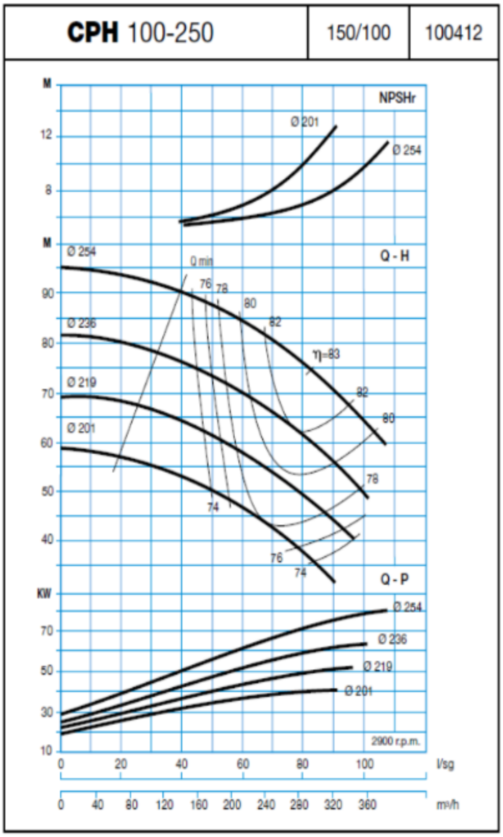
MODELO	$C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right)$
R254	0,338
R254	0.338
BS	0,676

i) Si se dispone de un variador de frecuencia instalado en una de las bombas. Determinar la velocidad de giro necesaria para operar en el punto de funcionamiento. Determinar el coste energético para esta situación

$$n = 2423\ rpm;\ \mathrm{C_E}\left(\frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m^3}}\right) = 0{,}558$$

j) Comparar situación del apartado h) e i)

El coste energético para dos bombas a régimen nominal es de 0,676 kWh/m^3 *mientras que si se opera a velocidad variable es 0,558* kWh/m^3 *(82,54% del anterior)*


CPH 100-250
150/100
100412
NPSHr
Ø 201
Ø 254
Q - H
Q min
Ø 254
Ø 236
Ø 219
Ø 201
76
78
80
82
η=83
82
80
78
76
74
74
Q - P
Ø 254
Ø 236
Ø 219
Ø 201
2900 r.p.m.
M
KW
l/sg
m³/h

SOLUCIÓN

Apartado a)

Teniendo en cuenta la curva resistente para un caudal de 40 l/s, la altura requerida es:

$$H_r = 145 + 4500Q^2 = 152{,}2\ mca$$

Apartado b)

Para buscar la combinación de bombas en serie, es necesario determinar las curvas Q-H y $\eta - Q$ para los modelos establecidos.

MODELO	**R254**	**R236**	**R219**	**R201**
Q (m^3/s)	**H (mca)**	**H (mca)**	**H (mca)**	**H (mca)**
0	95	82	69	58
0,02	94	80	68	57
0,04	90	76	64	52
0,06	85	70	57	46
0,08	76	63	50	38
Ecuación Curva $H = A + BQ + CQ^2$				
A	95	82,1	69,3	58,3
B	7,9	-68,6	-30,7	-40,7
C	-3035,7	-2142,9	-2678,6	-2678,6
Q_{min} (m^3/s)	0,042	0,045	0,049	0,05
Q_{max} (m^3/s)	0,104	0,09	0,095	0,082

En el caso de las curvas de rendimiento, la tabla viene definida por

R254		**R236**		**R219**		**R201**	
η(%)	**Q (m^3/s)**	η(%)	**Q (m^3/s)**	η(%)	**Q (m^3/s)**	η(%)	**Q (m^3/s)**
74	0,042	74	0,045	74	0,049	74	0,05
76	0,048	76	0,05	76	0,053	76	0,055
78	0,052	78	0,055	78	0,059	78	0,068
80	0,059	80	0,062	78	0,086	76	0,077
82	0,068	82	0,079	76	0,092	74	0,082
83	0,082	80	0,09	74	0,095		
82	0,095						
80	0,104						
Ecuación Curva $\eta\ (\%) = D + EQ + FQ^2$							
D	43,8	34,1		20,6		9,66	
E	961,8	1252,5		1648,5		2069,9	
F	-5897,4	-8231		-11407		-15679	
Qmin (m^3/s)	0,042	0,045		0,049		0,05	
Qmax (m^3/s)	0,104	0,09		0,095		0,082	

Por tanto, viendo la tabla de Q-H, la combinación será una bomba R254 y otra R219, cuyas curvas serían:

$$H_{R254} = 95 + 7{,}9Q - 3035{,}7Q^2$$

$$H_{R219} = 69{,}3 - 68{,}6Q - 2142{,}9Q^2$$

Apartado c)

La curva resultante sería:

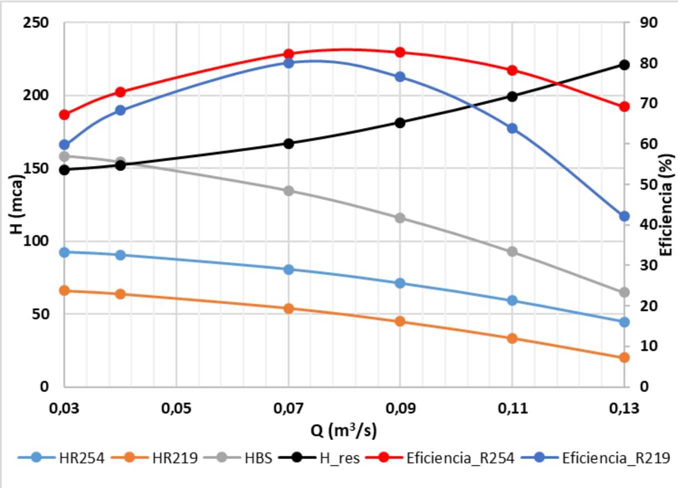
$$H_{BS} = 164{,}3 - 22{,}8Q - 5714{,}3Q^2$$

Cada una de las bombas operaria con su curva de rendimiento definida para el intervalo de caudales de las tablas anteriores:

$$\eta_{R254}(\%) = 43{,}8 + 961{,}8Q - 5897{,}4Q^2$$

$$\eta_{R219}(\%) = 20{,}6 + 1648{,}5Q - 11407Q^2$$

La representación gráfica de las curvas, se muestra a continuación (aunque la representación se sale fuera del dominio de las funciones obtenidas, se han ampliado los límites con el objetivo de que los alumnos puedan ver como varían las funciones). No obstante, el punto de funcionamiento está dentro del dominio definido para la función.



Apartado d)

Gráficamente o analíticamente se puede obtener la altura que aportan las dos bombas instaladas en serie.

$$H_{BS} = 164{,}3 - 22{,}8\ 0{,}04 - 5714{,}3\ 0{,}04^2 = 154{,}25\ mca$$

Y el punto de funcionamiento teniendo en cuenta la instalación sería:

$$H_r = H_{BS}$$

$$145 + 4500Q^2 = 164{,}3 - 22{,}8\ Q - 5714{,}3\ Q^2$$

$$Q = 0{,}04236\ m^3/s$$

$$H = 153{,}07\ \text{mca}$$

Para Q_F el coste energético seria:

$$C_E\left(\frac{kwh}{m^3}\right) = \frac{Energía}{Volumen} = \frac{P(kw)\ t\ (h)}{\forall\ (m^3)} = \frac{P(kw)\ t\ (s)}{Q\ t\ (m^3)} = \frac{\gamma H}{\eta\ 3600}\left(\frac{kwh}{m^3}\right)$$

$$P(kw) = \frac{\gamma Q H}{\eta}$$

En el caso de estudio los resultados se adjuntan a continuación:

MODELO	**Q (m^3/s)**	**H (mca)**	$\boldsymbol{\eta}$ **(%)**	$\boldsymbol{P(kw)}$	$\boldsymbol{C_E\left(\frac{kwh}{m^3}\right)}$
R254	0,04237	89,885	73,964	50,512	0,331
R219	0,04237	63,191	69,969	37,538	0,246
BS	0,04237	153,076	--	88,050	0,577

Apartado e)

Las pérdidas de carga que debe introducir la válvula serán:

$$h_s = H_{BS}(Q = 0{,}04) - H_r(Q = 0{,}04) = 154{,}25 - 152{,}2 = 2{,}05\, mca$$

Conocido que $h_s = K_v Q^2$

$$K_v = \frac{h_s}{Q^2} = \frac{2{,}05}{0{,}04^2} = 1281{,}25 \frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}$$

Apartado f)

En este caso, los 40 l/s demandan una altura de bombeo de 152,2 m. Una bomba R254 para un caudal de 40 l/s aporta 90,46 mca. Por tanto, dos bombas, para este caudal aportarían 180,92 mca superior a los 152,2 mca que fija la curva resistente

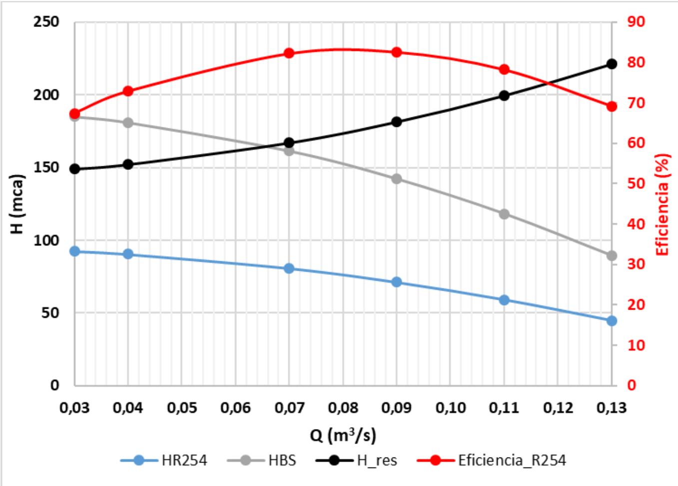
La curva resultante sería:

$$H_{BS} = 190 + 15{,}8Q - 6071{,}4Q^2$$

Cada una de las bombas operaria con la curva de rendimiento definida para el intervalo de caudales de las tablas anteriores:

$$\eta_{R254}(\%) = 43{,}8 + 961{,}8Q - 5897{,}4Q^2$$

La representación gráfica de las curvas, se muestra a continuación (aunque la representación se sale fuera del dominio de las funciones obtenidas, se han ampliado los límites con el objetivo de que los alumnos puedan ver como varían las funciones). No obstante, el punto de funcionamiento está dentro del dominio definido para la función.



Apartado g)

El punto de funcionamiento teniendo en cuenta la instalación sería:

$$H_r = H_{BS}$$

$$145 + 4500Q^2 = 190 + 15{,}8\,Q - 6071{,}4\,Q^2$$

$$Q_F = 0{,}066\,m^3/s$$

$$H_F = 164{,}60\text{ mca}$$

MODELO	**Q (m³/s)**	**H (mca)**	$\boldsymbol{\eta}$ **(%)**	$\boldsymbol{P(kw)}$	$\boldsymbol{C_E\left(\frac{kwh}{m^3}\right)}$
R254	0,066	82,30	81,590	65,308	0,275
R254	0,066	82,30	81,590	65,308	0,275
BS	0,066	164,60		130,62	0,550

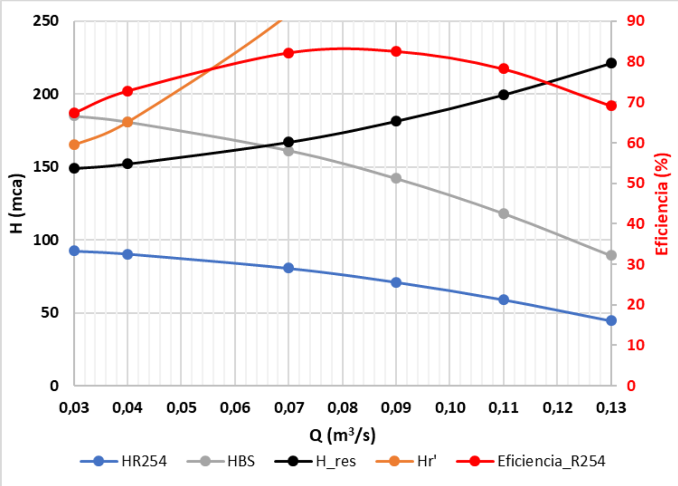
Apartado h)

Las pérdidas de carga que debe introducir la válvula serán:

$$h_s = H_{BS}(Q = 0{,}04) - H_r(Q = 0{,}04) = 180{,}92 - 152{,}2 = 28{,}72\,mca$$

Conocido que $h_s = K_v Q^2$

$$K_v = \frac{h_s}{Q^2} = \frac{28{,}72}{0{,}04^2} = 17950\,\frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}$$



MODELO	Q (m^3/s)	H (mca)	η (%)	$P(kw)$	$C_E\left(\frac{kwh}{m^3}\right)$
R254	0,04	90,46	72,84	48,73	0,338
R254	0,04	90,46	72,84	48,73	0,338
BS	0,04	181,92		97,46	0,676

Apartado i)

En este caso se tiene una bomba operando a régimen nominal (Q=0,04 m3/s; H=90,46 mca). Por tanto, la bomba 2 deberá aportar la diferencia:

$$H_{B2} = H_r - H_{B1}$$

$$H_{B2} = 152{,}2 - 90{,}46 = 61{,}74\ mca$$

Por tanto, la bomba 2 debe operar en el punto $P_{B2}(0{,}04, 6174)$. Si se traza la parábola de congruencia por P_{B2} viene definida por la expresión:

$$H_{PC} = \frac{H_{B2}}{Q_{B2}^2}Q^2 = \frac{61{,}74}{0{,}04^2}Q^2 = 38588{,}2Q^2$$

La intersección de H_{PC} con la curva de la bomba R254, permite obtener el punto homólogo a B2.

$$H_{PC} = H_{R254}$$

$$38588{,}2\,Q^2 = 95 + 7{,}9Q - 3035{,}7Q^2$$

$$Q_3 = 0{,}047869\ m^3/s$$

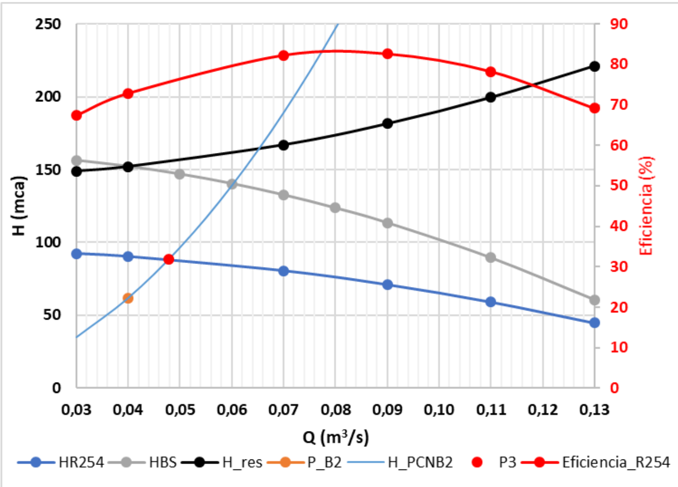
$$H_3 = 84{,}422\ mca$$

$$\alpha = \frac{Q_{B2}}{Q_3} = \frac{0{,}04}{0{,}047869} = 0{,}8356$$

$$n = 0{,}8356\ 2900 = 2423\ rpm$$

El coste energético puede determinarse de manera similar a los apartados anteriores.

MODELO	Q (m^3/s)	H (mca)	η (%)	$P(kw)$	$C_E\left(\frac{kwh}{m^3}\right)$
R254	0,04	90,46	72,836	48,734	0,338
$R254_{\alpha}$	0,04	61,74	76,327	31,740	0,220
BS	0,04	152,2	--	80,474	0,558



Apartado j)

Se observa que el coste energético para dos bombas a régimen nominal es de 0,676 kWh/m^3 mientras que si se opera a velocidad variable es 0,558 kWh/m^3 (82,54%)

Problema 6

Considerando un sistema cuya curva resistente está definida por $H_r = 32 + 3000Q^2$ (H en mca y Q en $\frac{m^3}{s}$).

a) Si el sistema debe abastecer un caudal de 120 l/s y teniendo en cuenta que el ingeniero dispone únicamente de una bomba de cada modelo aportado en la figura del enunciado. Determinar la mejor combinación en paralelo.

   1 bomba R254 +1 Bomba R236

b) Establecer el caudal de funcionamiento de la instalación.

   $$Q_F = 0{,}12091 \frac{m^3}{s}$$

   $$H_F = 75{,}86\, m$$

c) Para la situación del apartado b) determinar el coste energético para tal situación de operación.

MODELO	**Q (m^3/s)**	**H (mca)**	$\boldsymbol{C_E \left(\frac{kWh}{m^3}\right)}$
R254	0,08072	75,858	0,249
R236	0,04028	75,860	0,290
BP	0,12100	75,860	0,539

d) Si el ingeniero puede seleccionar dos bombas del mismo modelo. Definir dicha selección teniendo en cuenta que en régimen nominal se debe garantizar una altura mínima a la establecida por la curva resistente.

   2 bombas R254

e) Determinar el punto de funcionamiento (F_p) si las máquinas operan a la velocidad de régimen nominal. Del mismo modo, determinar el coste energético de cada una de las bombas

   $$Q_{F_P} = 0{,}12998 \frac{m^3}{s}$$

   $$H_{F_P} = 82{,}69\, mca$$

f) Si se dispone de un variador de frecuencia instalado en una de las bombas. Determinar la velocidad de giro necesaria para operar en el punto de funcionamiento. Determinar el coste energético para esta situación

   $$n = 2650\, rpm$$

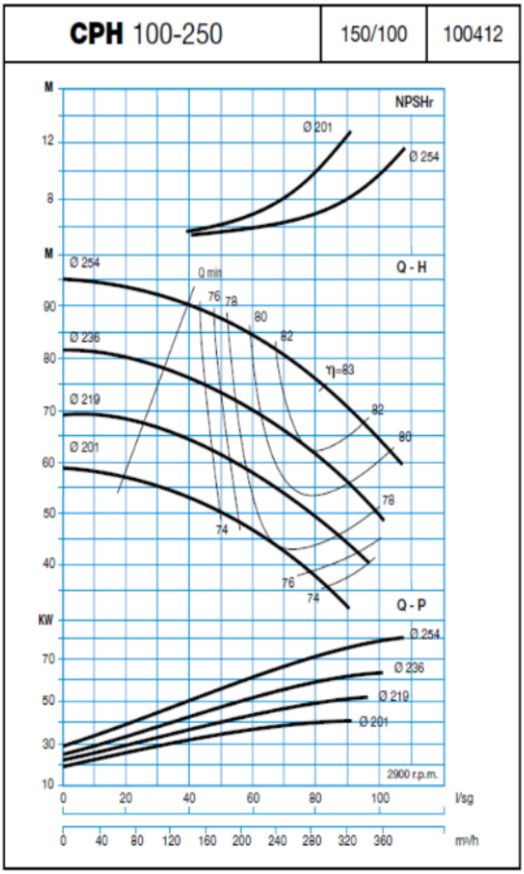
   $$\mathrm{C_E}\left(\frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{m}^3}\right) = 0{,}525$$

g) Si se dispone de dos variadores de frecuencia instalados en cada una de las bombas. Determinar la velocidad de giro necesaria para operar en el punto de funcionamiento. Determinar el coste energético para esta situación

$$n = 2754\,rpm$$

$$C_E\left(\frac{\text{kWh}}{\text{m}^3}\right) = 0{,}506$$

h) Comparar situación del apartado f) y g)



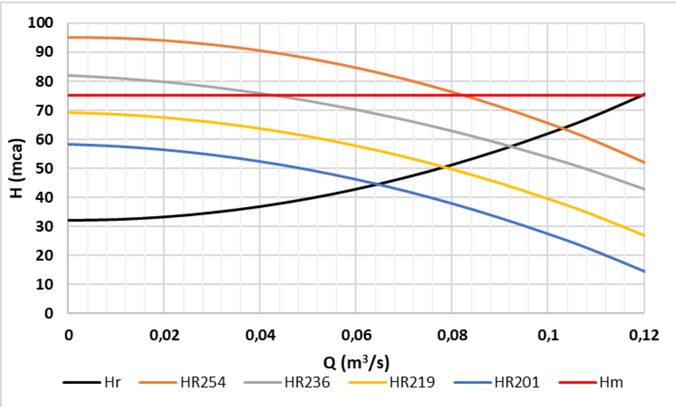
SOLUCIÓN

Apartado a)

Teniendo en cuenta la curva resistente para un caudal de 120 l/s, la altura requerida es:

$$H_r = 32 + 3000Q^2 = 75{,}2\ mca$$

En este caso, teniendo en cuenta las curvas de las bombas.



A tenor de la imagen que muestra las cuatro bombas disponibles. Sólo las bombas R254 y R236 son posibles.

Apartado b)

En primer lugar, se determinan las curvas Q-H y $\eta - Q$ para los modelos establecidos.

MODELO	**R254**	**R236**	**R219**	**R201**
Q (m^3/s)	**H (mca)**	**H (mca)**	**H (mca)**	**H (mca)**
0	95	82	69	58
0,02	94	80	68	57
0,04	90	76	64	52
0,06	85	70	57	46
0,08	76	63	50	38
Ecuación Curva $H = A + BQ + CQ^2$				
A	95	82,1	69,3	58,3
B	7,9	-68,6	-30,7	-40,7
C	-3035,7	-2142,9	-2678,6	-2678,6
Q_{min} (m^3/s)	0,042	0,045	0,049	0,05
Q_{max} (m^3/s)	0,104	0,09	0,095	0,082

En el caso de las curvas de rendimiento

R254		**R236**		**R219**		**R201**	
$\boldsymbol{\eta}$(%)	**Q (m³/s)**	$\boldsymbol{\eta}$(%)	**Q (m³/s)**	$\boldsymbol{\eta}$(%)	**Q (m³/s)**	$\boldsymbol{\eta}$(%)	**Q (m³/s)**
74	0,042	74	0,045	74	0,049	74	0,05
76	0,048	76	0,05	76	0,053	76	0,055
78	0,052	78	0,055	78	0,059	78	0,068
80	0,059	80	0,062	78	0,086	76	0,077
82	0,068	82	0,079	76	0,092	74	0,082
83	0,082	80	0,09	74	0,095		
82	0,095						
80	0,104						
Ecuación Curva η (%) $= D + EQ + FQ^2$							
D	43,8	34,1		20,6		9,66	
E	961,8	1252,5		1648,5		2069,9	
F	-5897,4	-8231		-11407		-15679	
Qmin (m³/s)	0,042	0,045		0,049		0,05	
Qmax (m³/s)	0,104	0,09		0,095		0,082	

Dado que las dos bombas seleccionadas son H_{R254} y H_{R236}, debe determinarse el punto de acoplamiento (P_A). En este caso, la bomba R254 operara sola, hasta que alcance el valor del caudal de acoplamiento, donde las alturas de las bombas se igualan

$$H_{R254} = H_{R236}(Q_{R256} = 0)$$

$$95 + 7{,}9Q - 3035{,}7Q^2 = 82{,}1$$

$$Q_A = 0{,}06675\,\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, P_A (0,06675, 82,1)

Definido el punto de acoplamiento, deben obtenerse dos puntos más P_B y P_C, suponiendo un caudal para la bomba A y obteniendo el valor del caudal para la bomba B

	HR254		HR236		HR254+HR236	
	Q	**H**	**Q**	**H**	**Q**	**H**
	0	95,00	--	--	0,00000	95,00
	0,01	94,78	--	--	0,01000	94,78
	0,02	93,94	--	--	0,02000	93,94
	0,03	92,50	--	--	0,03000	92,50
	0,04	90,46	--	--	0,04000	90,46
	0,05	87,81	--	--	0,05000	87,81
	0,06	84,55	--	--	0,06000	84,55
P_A	0,06675	82,00	0,00000	82,10	0,06675	82,00
P_B	0,07	80,68	0,01432	80,68	0,08432	80,68
P_C	0,08	76,20	0,03884	76,20	0,11884	76,20

La parábola que define la curva resultante de disponer las dos bombas en paralelo (parábola que pasa por los puntos A, B y C), viene definida por la expresión:

$$H_{R254+R236} = 81{,}16 + 82{,}205Q - 1042{,}7Q^2 \qquad Q > 0{,}06675\,\frac{m^3}{s}$$

Por lo que el punto de funcionamiento será:

$$81{,}16 + 82{,}205Q - 1042{,}7Q^2 = 32 + 3000Q^2$$

$$Q_F = 0{,}12091\,\frac{m^3}{s}$$

$$H_F = 75{,}86\ m$$

La curva resultante sería:

$$Q \leq 0{,}06675 \rightarrow H = 95 + 7{,}9Q - 3035{,}7Q^2$$

$$Q > 0{,}06675 \rightarrow H_{R254+R236} = 81{,}16 + 82{,}205Q - 1042{,}7Q^2$$

Cada una de las bombas operaria con su curva de rendimiento definida para el intervalo de caudales de las tablas anteriores:

$$\eta_{R254}(\%) = 43{,}8 + 961{,}8Q - 5897{,}4Q^2$$

$$\eta_{R236}(\%) = 34{,}1 + 1252{,}5Q - 8231Q^2$$

Para Q_F el coste energético seria:

$$C_E\left(\frac{kwh}{m^3}\right)=\frac{Energía}{Volumen}=\frac{P(kw)\ t\ (h)}{\forall\ (m^3)}=\frac{P(kw)\ t\ (s)}{Q\ t\ (m^3)}=\frac{\gamma H}{\eta\ 3600}(\frac{kwh}{m^3})$$

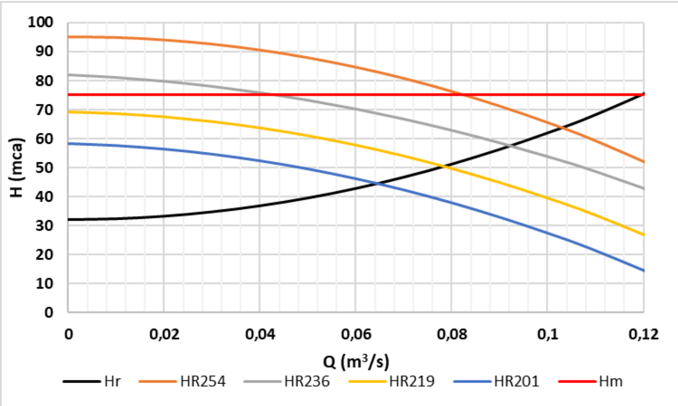
$$P(kw)=\frac{\gamma QH}{\eta}$$

En el caso de estudio los resultados se adjuntan a continuación:

MODELO	Q (m^3/s)	H (mca)	η (%)	$P(kw)$	$C_E\left(\frac{kwh}{m^3}\right)$
R254	0,08072	75,858	83,011	72,363	0,249
R236	0,04028	75,860	71,196	42,103	0,290
BP	0,12100	75,860	--	114,466	0,539

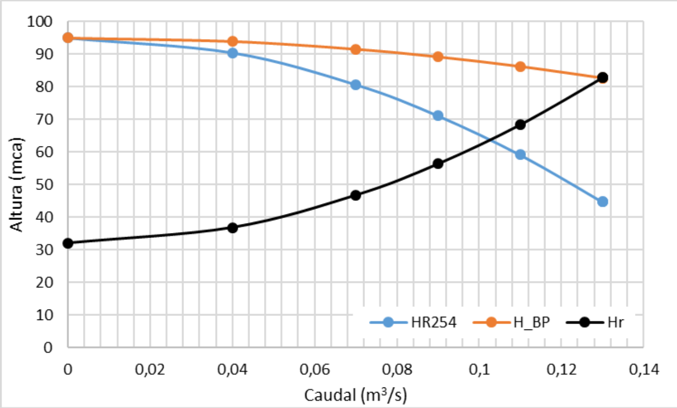
Apartado d)

La única asociación que permite garantizar con dos bombas la altura requerida, son dos bombas R254. En el caso de elegir la bomba R236 se necesitarían 3 bombas.



La curva resultante de dos bombas R254 en paralelo será:

$$H_{BP}=95+\frac{7{,}9Q}{2}-\frac{3035{,}7Q^2}{2^2}=95+3{,}95Q-758{,}93Q^2$$



Apartado e)

El punto de funcionamiento (F_p) será:

$$95 + 3{,}95Q - 758{,}93Q^2 = 32 + 3000Q^2$$

$$Q_{F_P} = 0{,}12998\frac{m^3}{s}$$

$$H_{F_P} = 82{,}69\ mca$$

Apartado f)

En el caso que nos ocupa la bomba deben suministrar una altura manométrica de 75,2 mca (definido en el apartado a) cuando circulan 120 l/s por la instalación. La bomba 1 que gira a régimen nominal operará en el siguiente punto:

$$B1\ (0{,}0821\frac{m^3}{s}; 75{,}2\ mca)$$

Por lo tanto, la bomba 2 debe aportar un caudal de: 0,12-0,0821=0,0379 m^3/s

Su punto de operación será:

$$B2\ (0{,}0379\frac{m^3}{s}; 75{,}2\ mca)$$

Si se traza la parábola de congruencia por P_{B2} viene definida por la expresión:

$$H_{PC} = \frac{H_{B2}}{Q_{B2}^2}Q^2 = \frac{75{,}2}{0{,}0379^2}Q^2 = 52352{,}7Q^2$$

La intersección de H_{PC} con la curva de la bomba R254, permite obtener el punto homólogo a B2.

$$H_{PC} = H_{R254}$$

$$52352{,}7\, Q^2 = 95 + 7{,}9Q - 3035{,}7Q^2$$

$$Q_3 = 0{,}0414\, m^3/s$$

$$H_3 = 90{,}103\, mca$$

$$\alpha = \frac{Q_{B2}}{Q_3} = \frac{0{,}0379}{0{,}0414} = 0{,}9136$$

$$n = 0{,}9136\ 2900 = 2650\, rpm$$

El coste energético puede determinarse de manera similar a los apartados anteriores.

MODELO	Q (m^3/s)	H (mca)	η (%)	$P(kw)$	$C_E\left(\frac{kwh}{m^3}\right)$
R254	0,08210	75,187	83,013	72,947	0,247
$R254_\alpha$	0,03790	75,206	73,550	38,017	0,279
BP	0,12000	150,390	--	110,964	0,525

Apartado h)

En este caso, como ambas bombas deben operar con variador, se conoce el caudal (120 l/s) y la altura (75,2 mca),

$$\alpha^2 95 + \alpha 3{,}95Q - 758{,}93Q^2 = 75{,}2$$

Resolviendo, $\alpha = 0{,}9497$

Por tanto, cada bomba girará a 2754 rpm y el coste energético de cada bomba será:

MODELO	Q (m^3/s)	H (mca)	η (%)	$P(kw)$	$C_E\left(\frac{kwh}{m^3}\right)$
$R254_\alpha$	0,06000	75,20	81,025	54,632	0,253
$R254_\alpha$	0,06000	75,20	81,025	54,632	0,253
BP	0,12000	75,20	--	109,263	0,506

Apartado j)

Se observa que el coste energético para dos bombas a régimen nominal es de 0,5025 kWh/m^3 mientras que si se opera a velocidad variable es 0,506 kWh/m^3 (3,6% inferior)

***Problema** 7*

Una estudiante del Grado de Ingeniería Mecánica quiere hacer prácticas en una empresa de gestión de agua. Cómo existen más candidatos, la empresa decide hacer una prueba de selección. Proponen a la candidata que busque una solución para poder impulsar agua entre dos depósitos instalados en el término municipal de Alicante. Se conoce que el depósito inicial se encuentra a la cota de 40 msnm y el depósito atmosférico final a la cota de 90 msnm. La conducción de aspiración está compuesta por una conducción de diámetro interior 500 mm, longitud 320 m y un factor de fricción de 0,012. La conducción de impulsión tiene 3500 m de longitud, su diámetro interior es 0,4 m y su factor de fricción 0.015. Las pérdidas localizadas de la conducción son un 15% de las pérdidas por fricción. Teniendo en cuenta las opciones de bombas que se aportan y que se dispone de un único variador de frecuencia, se pide:

a) Seleccionar una bomba que permita trasvasar 2000 m^3 en 16 h entre los dos depósitos.

   Bomba R201

b) Definir el punto de operación P (caudal, altura manométrica y velocidad de giro). La velocidad de régimen nominal es de 2900 rpm para todas las bombas adjuntadas en la figura

   $P\left(0{,}03472\frac{m^3}{s};50{,}60\,mca\right)\ n = 2822\,rpm)$

c) Establecer el coste energético (kWh/m^3) para la situación del apartado a)

   $C_e\left(\frac{kWh}{m^3}\right) = 0{,}217\ kWh/m^3$

d) Definir el recorte de rodete necesario, de acuerdo a la normativa ISO/DIS9906, si se desea operar en el punto de operación del apartado a)

   $RC(\%) = 2{,}69\%$

e) La situación a) está referida a los fines de semana que se dispone de 16h para bombear caudales. Si se desea impulsar los 2000 m^3 en 8h, definir el número de bombas a instalar, cómo se asociarían y velocidad de giro de las mismas, teniendo en cuenta que solo una de ellas puede tener variador de velocidad. En caso de necesitar asociación de bombas, todas las bombas deben ser iguales a la seleccionada en el apartado a).

   Asociar dos bombas en paralelo (1BVF+1BVV (2780rpm))

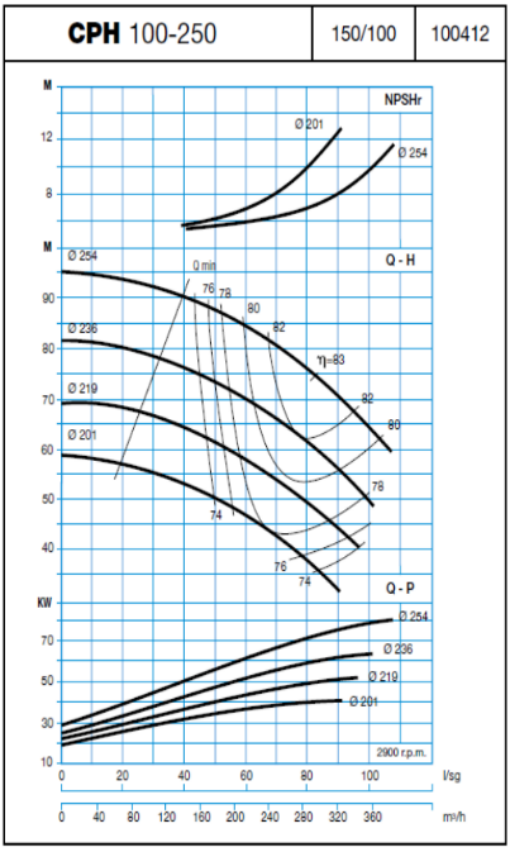
f) Si únicamente está operando una bomba (apartado a)), y se conoce que la brida de aspiración de la bomba cuyo diámetro es de 100mm, se encuentra a la cota 32 m. Justificar numéricamente si existe cavitación, teniendo en cuenta que la expresión del $NPSH_R$, viene definida por la expresión $NPSH_R = 3{,}33 - 50Q + 1666{,}67Q^2$ (unidades en SI)

   NO cavita, CS=13,38 m

g) Si para la situación del apartado a), se produce una parada de emergencia por fallo eléctrico. Determinar el valor de la sobrepresión máxima que se ve sometida la instalación, si el tiempo de cierre de la válvula antirretorno, situada aguas abajo de la bomba es de 0,1 s. (Considerar K_0=0.59 y espesor de la conducción de impulsión de 10 mm)

   $\Delta H = 94{,}70\ mca$

Nota: para obtener las curvas se recomienda ajustar un polinomio del tipo $H = A + BQ + CQ^2$ y $\eta = E + FQ + GQ^2$ que es el que proporciona mejor ajuste en el entorno del punto de trabajo



SOLUCIÓN

Apartado a)

En primer lugar, hay que definir la curva resistente de la instalación del sistema planteado

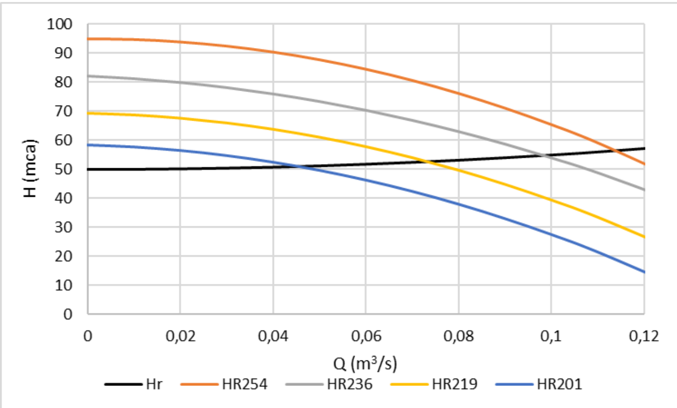
$$H_r(m) = B_1 - B_0 + \sum \frac{8 f_i L_i}{\pi^2 g D^5} Q^2$$

$$H_r(m) = 90 - 40 + \frac{80{,}012 \quad 320}{\pi^2 g 0{,}5^5} Q^2 + \frac{8\ 0{,}015\ 3500}{\pi^2 g 0{,}4^5} Q^2 = 50 + 498{,}84 Q^2$$

Teniendo en cuenta la curva resistente para un caudal de 2000 m^3/h (0,03472 m^3/s), la altura requerida es:

$$H_r = 50 + 498{,}84 Q^2 = 50{,}60\, mca$$

En este caso, teniendo en cuenta las curvas de las bombas.



A tenor de la imagen que muestra las cuatro bombas disponibles. La bomba más recomendable es R201

Apartado b)

En primer lugar, se determinan las curvas Q-H y $\eta - Q$ para los modelos establecidos.

MODELO	**R254**	**R236**	**R219**	**R201**
Q (m^3/s)	**H (mca)**	**H (mca)**	**H (mca)**	**H (mca)**
0	95	82	69	58
0,02	94	80	68	57
0,04	90	76	64	52
0,06	85	70	57	46
0,08	76	63	50	38
Ecuación Curva $H = A + BQ + CQ^2$				
A	95	82,1	69,3	58,3
B	7,9	-68,6	-30,7	-40,7
C	-3035,7	-2142,9	-2678,6	-2678,6
Q_{min} (m^3/s)	0,042	0,045	0,049	0,05
Q_{max} (m^3/s)	0,104	0,09	0,095	0,082

En el caso de las curvas de rendimiento

R254		**R236**		**R219**		**R201**	
η(%)	**Q (m^3/s)**	η(%)	**Q (m^3/s)**	η(%)	**Q (m^3/s)**	η(%)	**Q (m^3/s)**
74	0,042	74	0,045	74	0,049	74	0,05
76	0,048	76	0,05	76	0,053	76	0,055
78	0,052	78	0,055	78	0,059	78	0,068
80	0,059	80	0,062	78	0,086	76	0,077
82	0,068	82	0,079	76	0,092	74	0,082
83	0,082	80	0,09	74	0,095		
82	0,095						
80	0,104						
Ecuación Curva η (%) $= D + EQ + FQ^2$							
D	43,8	34,1		20,6		9,66	
E	961,8	1252,5		1648,5		2069,9	
F	-5897,4	-8231		-11407		-15679	
Q_{min} (m^3/s)	0,042	0,045		0,049		0,05	
Q_{max} (m^3/s)	0,104	0,09		0,095		0,082	

Seleccionada H_{R201}, si la máquina gira a su régimen nominal, el punto de funcionamiento será

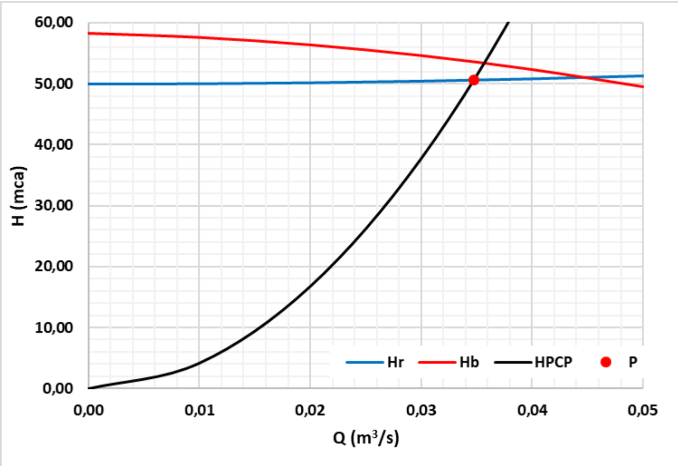
$$50 + 498{,}84Q^2 = 58{,}3 - 40{,}7Q - 2678{,}6Q^2$$

$$Q_F = 0{,}03568\, m^3/s$$

$$H_F = 53{,}44\, mca$$

El punto deseado de operación es $P(0{,}03472\frac{m^3}{s}; 50{,}6\, mca)$, por tanto, deberá trazarse una curva de congruencia que pase por dicho punto

$$H_{PC_P} = \frac{50{,}6}{0{,}03472^2}Q^2 = 41976{,}15Q^2$$



El punto homologo Q vendrá definido por la intersección de la curva de la bomba y la parábola de congruencia

$$41976{,}15Q^2 = 58{,}3 - 40{,}7Q - 2678{,}6Q^2$$

$$Q(0{,}03568\frac{m^3}{s}; 53{,}44\, mca)$$

Siendo P y Q homólogos, la relación de velocidad vendrá definida por:

$$\alpha = \frac{Q_P}{Q_Q} = \frac{0{,}03472}{0{,}03568} = 0{,}9731$$

Por tanto, la velocidad de giro será $n = 0{,}9731\ 2900 = 2822\, rpm$

Apartado c)

La curva de eficiencia de la máquina R201 viene definida por la expresión $\eta(\%) = 9{,}66 + 2069{,}9Q - 15679Q^2$, por tanto, teniendo en cuenta la variación de velocidad

$$\eta(\%) = 9{,}66 + \frac{2069{,}9}{0{,}9731}Q - \frac{15679}{0{,}9731^2}Q^2$$

Para el caudal de operación P, la eficiencia es igual a 0,6355. Por tanto, la potencia consumida para la bomba,

$$P = \frac{\gamma Q_P H_P}{\eta_P} = \frac{9{,}81\ 0{,}03472\ 50{,}6}{0{,}6355} = 27{,}12\ kW$$

Finalmente, el coste energético será

$$C_e\left(\frac{kWh}{m^3}\right) = \frac{P(kW)}{Q\left(\frac{m^3}{h}\right)} = \frac{27{,}12}{0{,}03472\ 3600} = 0{,}217\ kWh/m^3$$

Apartado d)

El recorte de rodete atendiendo a la normativa ISO, viene definido por la parábola

$$H_{PR_{ISO}} = \frac{50{,}6}{0{,}03472^2}Q^2 = 41976{,}15Q^2$$

Por tanto, al ser la misma curva que el apartado b), el punto de intersección con la curva de la bomba (Q) será el mismo. Por tanto, el recorte de rodete será

$$\lambda = \frac{Q_P}{Q_Q} = 0{,}9731$$

Por lo que el recorte de rodete será $RC = 1 - 0{,}9731 = 0{,}0269 \rightarrow RC(\%) = 2{,}69\%$

Apartado e)

En este caso el caudal deseado es el doble a la situación anterior $Q'_P = 0{,}06944\frac{m^3}{s}$, y la altura requerida en el sistema, teniendo en cuenta la curva resistente será $H'_P = 52{,}41\ mca$. Ante esta situación, se hace necesario instalar dos bombas en paralelo. La bomba B1 operará a velocidad fija y la segunda bomba (B2) a velocidad variable.

Para esta situación, el caudal de B1 será:

$$52{,}40 = 58{,}3 - 40{,}7Q - 2678{,}6Q^2$$

$$Q_{B1} = 0{,}03992\ m^3/s$$

Siendo su eficiencia $\eta(\%) = 9{,}66 + 2069{,}9\ 0{,}03992 - 15679\ 0{,}03992^2 = 67{,}29\%$

Por tanto, B2 deberá operar en el punto $P_{B2}(0{,}02952\,\frac{m^3}{s};52{,}40\ mca)$, siendo la parábola de congruencia que pasa por dicho punto

$$H_{PC_{B2}}=\frac{52{,}40}{0{,}02952^2}Q^2$$

El punto homologo perteneciente a la curva de la bomba, será

$$\frac{52{,}40}{0{,}02952^2}Q^2=58{,}3-40{,}7Q-2678{,}6Q^2\rightarrow Q=0{,}03013\,\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la relación de velocidad para B2 será

$$\alpha_{B2}=\frac{0{,}02952}{0{,}03013}=0{,}9793$$

Siendo la velocidad $n=0{,}9793\ 2900=2780\ rpm$

Determinando la eficiencia, potencia y coste energético para cada bomba, se obtiene

	Q (m^3/s)	H (mca)	Eficiencia (%)	Potencia (kW)	$\boldsymbol{C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right)}$
R201 BVF	0,03992	52,40	67,304	30,493	0,212
R201 BVV	0,02952	52,40	63,897	23,747	0,223
B1+B2	0,06944	52,40	--	54,240	0,436

Apartado f)

Para la situación del apartado a, operando con una BVV, el $NPSH_r$ de cada bomba es diferente.

$$NPSH_R=3{,}33-50Q+1666{,}67Q^2$$

El $NPSH_d$ vendrá definido por el Bernoulli entre el depósito y las bridas de aspiración

$$NPSH_d=(z_0-z_1)+\frac{P_0}{\gamma}+\left(\frac{v_0^2-v_1^2}{2g}\right)-h_r-h_s-P_v$$

Se deberá de comprobar el coeficiente de seguridad, debiendo ser este mayor a 1, para que no exista cavitación y tener cierto margen de seguridad

$$(40-32)+10{,}33+\left(\frac{0^2-4{,}42^2}{2g}\right)-0{,}014-0{,}33=$$
$$=3{,}33-50\ 0{,}03472+1666{,}67\ 0{,}03472^2+CS\rightarrow CS=13{,}38\ m$$

Apartado d)

La celeridad vendrá definida por la expresión

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48{,}3 + K_0 \frac{D}{e}}} = \frac{9900}{\sqrt{48{,}3 + 0{,}59 \frac{400}{10}}} = 1167{,}5\ m/s$$

El tiempo crítico de cierre será

$$t_c = \frac{2L}{a} = \frac{2\ 3500}{1167{,}5} = 5{,}99\ s$$

Como la válvula cierra en 0,1 s, el cierre es rápido. Por ser un cierre rápido, la sobrepresión vendrá definida por

$$\Delta H = \frac{aV}{g}$$

Por tanto, la sobrepresión de Allievi será

$$\Delta H = \frac{1167{,}5 \frac{0{,}1}{\pi 0{,}2^2}}{g} = 94{,}70\ mca$$

Problema 8

A consecuencias de las últimas lluvias protagonizadas durante la Semana Santa, una comunidad de vecinos ha decido recuperar el agua que llueve sobre la plaza para emplearla posteriormente como agua de riego de jardines y baldeo. El sistema de bombeo debe desarrollar diferentes funciones:

1. Impulsar los caudales recogidos por la lluvia a los depósitos de acumulación. En este caso, la curva resistente de la instalación viene definida por la expresión $H_r=90+149500Q^2$. El caudal de bombeo no es condicionante en esta fase, siendo el caudal mínimo 1 l/s.
2. Inyectar en red de riego de jardines. En este caso, en función del sector que se establezca, se conoce los valores de altura y caudal

SITUACIÓN	**Q (l/s)**	**H (mca)**
S2.1	1,33	48
S2.2	2	49
S2.3	5	51
S2.4	6	50

3. Dentro de la red contra incendios, la cual está establecida por una conducción de 50.8 mm de 250 m, un factor de fricción de 0.012 y cuyo caudal máximo es de 144 l/min. En este caso, el desnivel geométrico es de 45 m.,

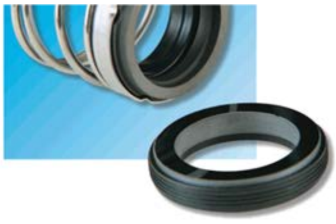
Se pide para estas condiciones y dado el catálogo del que se dispone (adjuntado en la página siguiente)

a. Seleccionar el tipo de bomba más eficiente que opera en todas las situaciones, justificando numéricamente y gráficamente la selección.

   RFA 32-20/7,5

b. Definir las condiciones de operación para cada situación (número de bombas (Nb), asociación (A), velocidad de rotación (n))

S 1	**S 2.1**	**S 2.2**	**S 2.3**	**S 2.4**	**S 3**
Nb 2 A SERIE (1BVF+1BVV) n (rpm) (2900 - 2475)	Nb 1 A Individual BVV n (rpm) (2781)	Nb 1 A Individual BVV n (rpm) (2826)	Nb 2 A PARALELO (2BVF) n (rpm) (2900 - 2900)	Nb 2 A PARALELO (1BVF+1BVV) n (rpm) (2900 - 2877)	Nb 1 A Individual BVV n (rpm) (2845)



Tablas de selección / Selection charts / Tables de selection **2900 RPM**

Tipo/Type	Motor/Moteur P2		l/min.	0	75	100	125	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
	HP	KW	m³/h.	0	4,5	6	7,5	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
RFA 32 - 16/3	3	2,2	m.c.a. m.w.c m.c.e.	29		28,5	28	27,3	25,7	23,8	21,4	18,5	14,8				
RFA 32 - 16/4	4	3		36,8		36,4	36	35,4	34,2	32,8	31,1	28,8	26	22,3			
RFA 32 - 20/5,5	5,5	4		41		40	39,5	38,9	37,5	36	34,2	32,2	30	27			
RFA 32 - 20/7,5	7,5	5,5		52,8		52	51,5	51	50	48,5	46,8	45	42,7	40,1	37	33,3	28,7
RFA 32 - 20/10	10	7,5		61		60,5	60,1	59,6	58,5	57,2	55,5	53,7	51,5	49	46,2	42,7	38,5

SOLUCIÓN

Apartado a)

En primer lugar, hay que seleccionar la bomba adecuada que cumpla con todas las condiciones. Para ello, es necesario conocer cuales van a ser los puntos de operación en todas las situaciones.

Para la situación 1, la curva resistente es conocida y, por tanto, la altura necesaria será

$$H = 90 + 149500\ 0{,}001^2 = 90{,}60\ mca$$

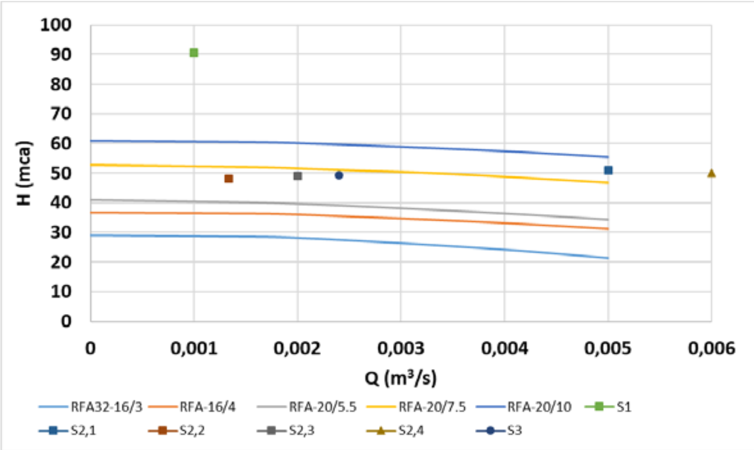
Para la situación 2 se dan en el enunciado y para la situación 3 se puede determinar

$$H_r = 45 + \frac{8\ 0{,}012\ 250}{\pi^2 g 0{,}0508^5} 0{,}0024^2 = 49{,}22\ mca$$

Por tanto, los puntos serán

SITUACIÓN	Q (l/s)	H (mca)
1	1	90,6
2.1	5	51
2.2	1,33	48
2.3	2	49
2.4	6	50
3	2,4	49,22

Teniendo en cuenta, las bombas que nos ofrece el enunciado (mostrada sus curvas en la siguiente figura) y los puntos de operación, únicamente las bombas RFA20/7.5 Y RFA20/10 son capaces de suministrar los puntos de funcionamiento bien de forma individual o asociadas. Teniendo en cuenta la potencia consumida, se opta por seleccionar la bomba RFA20/7.5 por tener un menor consumo energético.



Apartado b)

Seleccionada la bomba, ésta viene definida por la expresión, siendo sus unidades en el SI (mca, m^3/s)

$$H_b = 52{,}81 - 184{,}09Q - 203189Q^2$$

Análisis Situación 1

En esta situación S1(0,001m^3/s;90,60 mca) hay que asociar dos máquinas en serie ya que una bomba solo aportará una altura de

$$H_{B1} = 52{,}81 - 184{,}09\ 0{,}001 - 203189\ 0{,}001^2 = 52{,}42\ mca$$

Por tanto, la segunda bomba asociada en serie (B2), deberá aportar una altura de

$$H_{B2} = H_{R_{S1}} - H_{B1} = 90{,}60 - 52{,}42 = 38{,}18\ mca$$

Por lo que el punto de operación de B2 será (0,001 m^3/s; 38,18 mca), por lo que hay que trazar una parábola de congruencia que pasa por B2 y buscar su intersección con la curva de la bomba girando a su régimen nominal.

$$H_{PC_{B2}} = \frac{38{,}18}{0{,}001^2}Q^2$$

$$H_{PC_{B2}} = H_b$$

$$\frac{38{,}18}{0{,}001^2}Q^2 = 52{,}81 - 184{,}09Q - 203189Q^2 \rightarrow Q = 1{,}17\ 10^{-3}\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la velocidad de giro de B2 será:

$$\alpha_{B2} = \frac{Q_{B2}}{Q_3} = \frac{1\ 10^{-3}}{1{,}17\ 10^{-3}} = 0{,}8542 \rightarrow n_{B2_{S1}} = 2477\ rpm$$

Análisis Situación 2.1

En esta situación S2.1(0,005 m^3/s; 51 mca) hay que asociar dos máquinas en paralelo ya que una bomba solo aportará un caudal de 2,5 l/s para una altura de 51 mca (ver tabla de catálogo). En este caso, dos bombas asociadas en paralelo aportarán el punto de funcionamiento deseado.

Análisis Situación 2.2

En esta situación S2.2(0,00133 m^3/s; 48 mca) una bomba será suficiente y habrá que determinar su velocidad de giro. En este caso, la parábola de congruencia que pasa por el punto de funcionamiento requerido

$$H_{PC_{S2.2}} = \frac{48}{0{,}00133^2} Q^2$$

$$H_{PC_{S2.2}} = H_b$$

$$\frac{48}{0{,}00133^2} Q^2 = 52{,}81 - 184{,}09Q - 203189Q^2 \rightarrow Q = 1{,}39\ 10^{-3}\,\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la velocidad de giro será:

$$\alpha_{S2.2} = \frac{Q_{S2.2}}{Q_3} = \frac{1{,}33\ 10^{-3}}{1{,}39\ 10^{-3}} = 0{,}9593 \rightarrow n_{S2.2} = 2782\ rpm$$

Análisis Situación 2.3

En esta situación S2.3(0,002 m^3/s; 49 mca) una bomba será suficiente y habrá que determinar su velocidad de giro. En este caso, la parábola de congruencia que pasa por el punto de funcionamiento requerido

$$H_{PC_{S2.3}} = \frac{48}{0{,}00133^2} Q^2$$

$$H_{PC_{S2.3}} = H_b$$

$$\frac{49}{0{,}002^2} Q^2 = 52{,}81 - 184{,}09Q - 203189Q^2 \rightarrow Q = 2{,}052\ 10^{-3}\,\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la velocidad de giro será:

$$\alpha_{S2.3} = \frac{Q_{S2.3}}{Q_3} = \frac{1{,}33\ 10^{-3}}{1{,}39\ 10^{-3}} = 0{,}9747 \rightarrow n_{S2.3} = 2827 rpm$$

Análisis Situación 2.4

En esta situación S2.4(0,006 m^3/s; 50 mca) una bomba no será suficiente y habrá que operar de manera que las dos bombas se dispongan en paralelo, girando una a régimen nominal y una segunda máquina a velocidad variable, que habrá que determinar su velocidad de giro.

La BVF (B1), para una altura requerida de 50 mca, el caudal impulsado será:

$$50 = 52{,}81 - 184{,}09Q - 203189Q^2 \rightarrow Q = 3{,}29\ 10^{-3}\,\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, B2 operará en el punto de operación (0,006-0,00329 m^3/s; 50 mca). En este caso, la parábola de congruencia que pasa por el punto de funcionamiento requerido

$$H_{PC_{B2_{S2.4}}} = \frac{50}{0{,}00271^2}Q^2$$

$$H_{PC_{S2.3}} = H_b$$

$$\frac{50}{0{,}00271^2}Q^2 = 52{,}81 - 184{,}09Q - 203189Q^2 \rightarrow Q = 2{,}73\ 10^{-3}\,\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la velocidad de giro será:

$$\alpha_{B2_{S2.4}} = \frac{Q_{S2.4}}{Q_3} = \frac{2{,}71\ 10^{-3}}{2{,}73\ 10^{-3}} = 0{,}9922 \rightarrow n_{B2_{S2.4}} = 2878\,rpm$$

Problema 9

Una industria química textil toma el agua de lavado de un depósito atmosférico que se encuentra a cota 0 m. En una primera fase, el agua es elevada hasta un depósito que se encuentra en la azotea del edificio que se encuentra situado a la cota 35 m. La conducción que une ambos depósitos es de fundición de DN125 (f=0.015; L= 160 m; DN=Dinterior). Sabiendo que tiene que impulsar un caudal de 20 l/s. Determinar:

a) Curva resistente de la instalación, considerando las pérdidas localizadas igual a un 15% de las pérdidas por fricción.

$$H_R = 35 + \frac{8\ 0{,}015\ 1{,}15\ 160}{\pi^2 g\ 0{,}125^5} Q^2 = 35 + 7472{,}75 Q^2$$

b) Si la bomba viene definida por la ecuación $H_b = 63 + 379Q - 61347Q^2$ y la curva de rendimiento (%) por la expresión $\eta = 8360Q - 249011Q^2$, ¿cuál será el punto de funcionamiento de la bomba? Las ecuaciones vienen definidas en unidades del SI

$$Q_F = 0{,}02311 \frac{m^3}{s}; H_F = 38{,}99\ mca$$

c) Determinar el valor del rendimiento y la potencia absorbida por la bomba para el punto de funcionamiento.

$$\eta = 60{,}228\%; P = 14{,}68\ kW$$

d) Si se quieren impulsar los 20 l/s y se dispone de un variador de velocidad ¿cuál será el rendimiento de funcionamiento de la máquina y la potencia consumida?

$$\eta = 65{,}06\%;\ P = 11{,}46 kW$$

e) Si se optara por un recorte de rodete clásico. ¿cuál debería ser el recorte de rodete para impulsar 20 l/s?

$$RC = 4{,}56\%$$

f) Si el caudal aumenta a 30 l/s, y el ingeniero dispone de otra bomba idéntica (B2) a la definida en el apartado b). ¿Qué solución correcta debería proponer? Dada la solución propuesta, y teniendo en cuenta que solo se dispone de un variador de frecuencia para una única bomba. Definir punto de funcionamiento de cada una de las bombas, velocidad de giro y coste energético.

$$Asociación\ en\ paralelo\ (1BVF + 1BVV)$$

$$B1\left(0{,}00297\frac{m^3}{s}; 41{,}73\ mca; 2900\ rpm\right)$$

$$B2\left(0{,}00803\frac{m^3}{s}; 41{,}73\ mca; 2400\ rpm\right)$$

$$C_{E_{B1}} = 0{,}179\frac{kWh}{m^3}; C_{E_{B2}} = 0{,}197\frac{kWh}{m^3}; C_{E_{global}} = 0{,}184\ kWh/m^3$$

g) Determinar el punto de funcionamiento, velocidad de giro y coste energético si se disponen de dos variadores de velocidad.

$$C_E = 0{,}162\frac{kWh}{m^3}$$

SOLUCIÓN

Apartado a)

El hecho de determinar el punto de funcionamiento, obliga a conocer la curva resistente de la instalación. Por tanto, la curva resistente viene definida por la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

$$H_R = 35 + \frac{8\ 0{,}015\ 1{,}15\ 160}{\pi^2 g\ 0{,}125^5} Q^2 = 35 + 7472{,}75Q^2$$

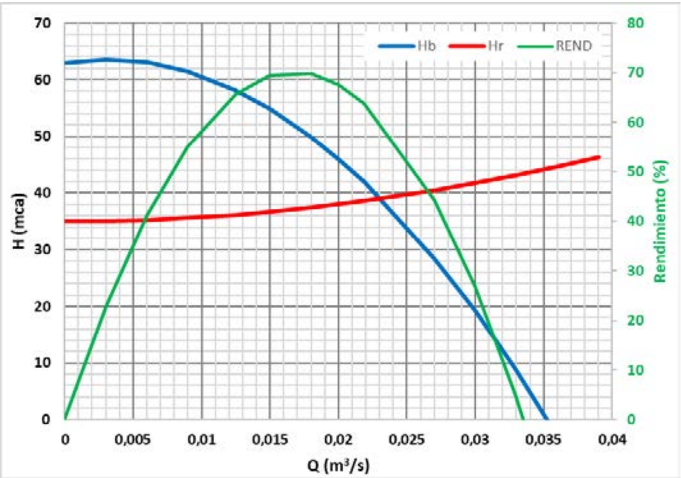
Apartado b)

El punto de funcionamiento viene definido por la intersección de la curva de la bomba y la curva resistente

$$H_b = H_r$$

$$63 + 379Q - 61347Q^2 = 35 + 7472{,}75Q^2$$

$$Q_F = 0{,}02311 \frac{m^3}{s}; H_F = 38{,}99\ mca$$



Apartado c)

El rendimiento de la máquina vendrá definido por la expresión

$$\eta = 8360Q - 249011Q^2 = 8360\ 0{,}02311 - 249011\ 0{,}02311^2 = 60{,}228\%$$

Por tanto, la potencia absorbida por la máquina será:

$$P = \frac{\gamma Q H}{\eta} = \frac{9{,}81\ 0{,}02311\ 38{,}99}{0{,}60228} = 14{,}68\ kW$$

Apartado d)

Si se desea bombear 20 l/s, la altura necesaria será:

$$H_r = 35 + 7472{,}75Q^2 = 37{,}99\,mca$$

Por tanto, el punto de funcionamiento será P (0,02 m^3/s, 37,99 mca)

$$H_{PC_P} = \frac{37{,}99}{0{,}02^2}Q^2$$

$$H_{PC_P} = H_b$$

$$\frac{37{,}99}{0{,}02^2}Q^2 = 63 + 379\mathrm{Q} - 61347\mathrm{Q}^2 \rightarrow Q_3 = 0{,}02132\frac{m^3}{s}$$

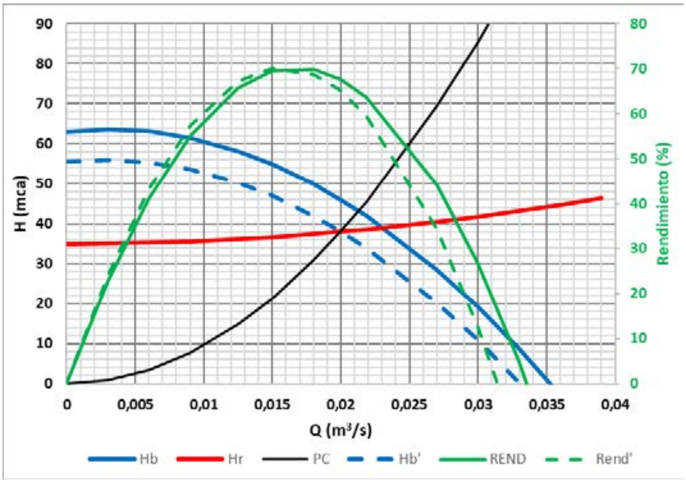
Por tanto, la velocidad de giro será:

$$\alpha = \frac{Q_P}{Q_3} = \frac{2{,}71\ 10^{-3}}{2{,}73\ 10^{-3}} = 0{,}9922 \rightarrow n_{B2_{S2.4}} = 2878\,rpm$$

$$\eta = \frac{8360}{\alpha}\mathrm{Q} - \frac{249011}{\alpha^2}\mathrm{Q}^2 = \frac{8360}{0{,}9922}\ 0{,}02 - \frac{249011}{0{,}9922^2}\ 0{,}02^2 = 65{,}06\%$$

$$P = \frac{\gamma QH}{\eta} = \frac{9{,}81\ 0{,}02\ 37{,}99}{0{,}6506} = 11{,}46kW$$

La figura siguiente muestra la resolución gráfica del apartado



Apartado e)

La recta de isorrendimiento de recorte de rodete vendrá dada por la ecuación

$$H = \frac{37{,}99}{0{,}02}Q = 1899{,}5Q$$

Por tanto, el punto auxiliar sobre la curva de la bomba (Q_3) será

$$1899{,}5Q = 63 + 379\mathrm{Q} - 61347\mathrm{Q}^2 \rightarrow Q_3 = 0{,}02196\frac{m^3}{s}$$

$$\lambda = \frac{Q_P}{Q_3} = \frac{0{,}02}{0{,}02196} = 0{,}954 \rightarrow RC = 4{,}56\%$$

Apartado f)

En esta ocasión, la asociación se produce en paralelo, por lo que debemos analizar que altura manométrica de impulsión se requiere y que caudal aportará la primera bomba operando a su régimen nominal de giro.

Si se desea bombear 30 l/s, la altura necesaria será:

$$H_r = 35 + 7472{,}75Q^2 = 41{,}73\,mca$$

La bomba (B1) aportará un caudal

$$41{,}73 = 63 + 379\mathrm{Q} - 61347\mathrm{Q}^2 \rightarrow Q_{B1} = 0{,}02197\frac{m^3}{s}$$

El caudal de B2 será $0{,}03 - 0{,}02197 = 0{,}00803\frac{m^3}{s}$

Por tanto, el punto de funcionamiento será B2(0,00803m^3/s, 41,73 mca) y su parábola de congruencia que pasa por dicho punto será:

$$H_{PC_P} = \frac{41{,}73}{0{,}00803^2}Q^2$$

$$H_{PC_P} = H_b$$

$$\frac{41{,}73}{0{,}00803^2}Q^2 = 63 + 379\mathrm{Q} - 61347\mathrm{Q}^2 \rightarrow Q_3 = 0{,}00971\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la velocidad de giro será:

$$\alpha = \frac{Q_P}{Q_3} = \frac{8{,}03\ 10^{-3}}{9{,}71\ 10^{-3}} = 0{,}8277 \rightarrow n_{B2} = 2400\ rpm$$

$$\eta = \frac{8360}{\alpha} Q - \frac{249011}{\alpha^2} Q^2 = \frac{8360}{0{,}8277}\ 0{,}00803 - \frac{249011}{0{,}8277^2}\ 0{,}00803^2 = 57{,}30\%$$

$$P = \frac{\gamma Q H}{\eta} = \frac{9{,}81\ 0{,}00803\ 41{,}73}{0{,}5730} = 5{,}70 kW$$

$$C_{E_{B2}} = \frac{5{,}70}{0{,}00803\ 3600} = 0{,}197 \frac{kWh}{m^3}$$

La potencia consumida por cada una de las bombas y el coste energético vendrán definidos por:

$$P_{B1} = \frac{\gamma Q H}{\eta} = \frac{9{,}81\ 0{,}02197\ 41{,}73}{0{,}6349} = 14{,}16 kW$$

$$C_{E_{B1}} = \frac{14{,}16}{0{,}02197\ 3600} = 0{,}179 \frac{kWh}{m^3}$$

$$P_{B2} = \frac{\gamma Q H}{\eta} = \frac{9{,}81\ 0{,}00803\ 41{,}73}{0{,}5730} = 5{,}70 kW$$

$$C_{E_{B2}} = \frac{5{,}70}{0{,}00803\ 3600} = 0{,}197 \frac{kWh}{m^3}$$

El coste energético total será

$$C_{E\,global} = \frac{P_{B1} + P_{B2}\ (kW)}{Q_T \left(\frac{m^3}{h}\right)} = \frac{(14{,}16 + 5{,}70)}{0{,}03\ 3600} = 0{,}184\ kWh/m^3$$

Apartado g)

En este caso cada una de las bombas operaran en el punto de operación $C(0{,}0015 \frac{m^3}{s}; 41{,}73\ mca)$. Su parábola de congruencia que pasa por dicho punto será:

$$H_{PC_P} = \frac{41{,}73}{0{,}015^2} Q^2$$

$$H_{PC_P} = H_b$$

$$\frac{41{,}73}{0{,}015^2} Q^2 = 63 + 379Q - 61347Q^2 \rightarrow Q_3 = 0{,}01676 \frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la velocidad de giro será:

$$\alpha = \frac{Q_C}{Q_3} = \frac{0,015}{0,01676} = 0,8948 \rightarrow n_{B2} = 2595\ rpm$$

$$\eta = \frac{8360}{\alpha} Q - \frac{249011}{\alpha^2} Q^2 = \frac{8360}{0,8948}\ 0,015 - \frac{249011}{0,8948^2}\ 0,015^2 = 70,18\%$$

$$P = \frac{\gamma Q H}{\eta} = \frac{9,81\ 0,015\ 41,73}{0,7018} = 8,74 kW$$

$$C_{E_{B1}} = \frac{8,74}{0,015\ 3600} = 0,162 \frac{kWh}{m^3}$$

La potencia consumida por cada una de las bombas y el coste energético vendrán definidos por:

$$P_{B1} = \frac{\gamma Q H}{\eta} = \frac{9,81\ 0,02197\ 41,73}{0,6349} = 14,16 kW$$

$$C_{E_{B1}} = \frac{14,16}{0,02197\ 3600} = 0,179 \frac{kWh}{m^3}$$

Problema 10

Se desea impulsar agua desde un depósito que ese encuentra a la cota 20 msnm hasta otro depósito que sitúa a la cota 115 msnm, Se sabe que ambos depósitos están conectados por una conducción de diferentes diámetros. Estos tramos son:

- Tramo de Aspiración: Longitud: 60 m. DN600 mm f=0,0157
- Tramo Impulsión 1: Longitud 1320 m. DN400 mm f=0,018
- Tramo Impulsión 2: Longitud 3740 m, DN350 mm f=0.0177

Los elementos que producen pérdidas localizadas son:

- Tubería de aspiración: Filtro DN600 (k=1,7), 4 codos de 45º DN600 (k=0,65)
- Tubería de impulsión: 8 codos de 90º DN400 (k=0,8), 1 reducción DN400 (k=0,5), 2 reducción DN350 (k=0,6), 1 válvula antirretorno DN150 (k=1,8).

La bomba seleccionada por el ingeniero tiene una ecuación $H_b=180+60Q-1600Q^2$ y la curva de su rendimiento viene dada por la curva: $\eta=1310Q-5150\,Q^2$, siendo la velocidad de giro nominal 1450 rpm

a) Determinar la curva característica de la conducción.

$$H_r = 95 + 1556{,}23Q^2$$

b) ¿Cuál es el rendimiento de la bomba trabajando a régimen nominal?

$$\eta = 72{,}07\%$$

c) Si cambiando el rodete, se desea que la bomba trabaje en su rendimiento óptimo teniendo en cuenta la curva característica de la conducción ¿Cuál sería el punto de funcionamiento, la nueva curva de la bomba y rendimiento?

$$Q_F = 0{,}0629\frac{m^3}{s}; H_F = 101{,}16\,mca; \eta_F = 83{,}31\%$$

$$H_\lambda = 112{,}57 + 75{,}87Q - 4091{,}22Q^2$$

$$\eta_\lambda = 2648{,}93Q - 21057{,}52Q^2$$

d) Para la misma instalación, el ingeniero compra otra bomba que tiene por curva $H_b=240+40Q-9500Q^2$. Si las instala en paralelo y giran a su régimen nominal, determinar el punto de acoplamiento y completar la tabla, la cual deberá contener tres puntos de funcionamiento antes del punto de acoplamiento, el punto de acoplamiento, tres puntos posteriores al acoplamiento y el punto de funcionamiento teniendo en cuenta la instalación.

$$Q_F = 0{,}211\frac{m^3}{s};\ H_F = 164{,}26\,m$$

	QA (m^3/s)	HA (mca)	QB (m3/s)	HB (mca)	QT (m3/s)	HT (mca)
	0	240	--	--	0	240
	0,05	218,25	--	--	0,05	218,25
	0,07	196,25	--	--	0,07	196,25
P_A	0,0816	180	0	180	0,0816	180
P_B	0,090	166,65	0,111	166,65	0,202	166,65
P_C	0,095	158,06	0,137	158,06	0,232	158,06
P_D	0,100	149	0,159	149	0,259	149

SOLUCIÓN

Apartado a)

El hecho de determinar el punto de funcionamiento, obliga a conocer la curva resistente de la instalación. Por tanto, la curva resistente viene definida por la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

En el caso de las conducciones, las pérdidas de carga vienen definidas por

Pérdidas por fricción	
Tramo	K (mca/(m³/s)²
Aspiración	1
Tramo I	191,72
Tramo II	1041,42
Total	1234,14

Los términos singulares se muestran en la siguiente tabla

Singulares	**nº elementos**	**k**	**D (m)**	**K (mca/(m³/s)²**
Filtro	1	1,7	0,6	1,08
Codos 45º	4	0,65	0,6	1,66
Codos 90º	8	0,8	0,4	20,66
Reducción DN400	1	0,5	0,4	1,61
Reducción DN350	1	0,6	0,35	3,3
$V_{retención}$	1	1,8	0,15	293,78
			Total	322,09

Por tanto, la curva resistente vendrá definida por la expresión

$$H_R = 115 - 20 + 1234{,}14Q^2 + 322{,}09Q^2 = 95 + 1556{,}23\,Q^2$$

Apartado b)

El punto de funcionamiento viene definido por la intersección de la curva de la bomba y la curva resistente

$$H_b = H_r$$

$$180 + 60\mathrm{Q} - 1600\mathrm{Q}^2 = 95 + 1556{,}23\,Q^2$$

$$Q_F = 0{,}17389\frac{m^3}{s}; H_F = 142{,}05\,mca$$

La eficiencia en este punto será $\eta = 1310\ 0{,}17389 - 5150\ 0{,}17389^2 = 72{,}07\%$

En este caso, el punto de máximo rendimiento será en el máximo de la función

$$\frac{d\eta}{dQ} = 0$$

$$1310 - 2\ 1600\ Q = 0 \rightarrow Q = 0{,}12718\frac{m^3}{s}$$

Para ese punto, la máquina aporta una altura de
$H = 180 + 60\ 0{,}12718 - 5150\ 0{,}12718^2 = 161{,}75\ m$

Para ese punto de máxima eficiencia, se puede determinar la parábola de congruencia que pasa por ese punto

$$H_{PC_P} = \frac{161{,}75}{0{,}12718^{\frac{2}{3}}}Q^{\frac{2}{3}}$$

Si esa parábola se iguala a la curva resistente de la instalación, se obtiene el punto de funcionamiento a máximo rendimiento, considerando la semejanza restringida

$$\frac{161{,}75}{0{,}12718^{\frac{2}{3}}}Q^{\frac{2}{3}} = 180 + 60\mathrm{Q} - 1600\mathrm{Q}^2 \rightarrow Q_F = 0{,}0629\frac{m^3}{s}$$

Siendo la altura $H_F = 95 + 1556{,}23\ 0{,}0629^2 = 101{,}16\ m$

Por tanto, la relación λ es igual a

$$\lambda = \left(\frac{Q_F}{Q}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{0{,}0629}{0{,}12718}\right)^{\frac{1}{3}} = 0{,}7908$$

Siendo la nueva ecuación de la bomba

$$H_\lambda = \lambda^2 A + \frac{B}{\lambda}Q + \frac{C}{\lambda^4}Q^2$$

$$H_\lambda = 0{,}7908^2 180 + \frac{60}{0{,}7908}Q - \frac{1600}{0{,}7908^4}Q^2 = 112{,}57 + 75{,}87Q - 4091{,}22Q^2$$

La curva de la eficiencia vendrá definida por la expresión

$$\eta_\lambda = \frac{E}{\lambda^3}Q + \frac{F}{\lambda^6}Q^2$$

$$\eta_\lambda = \frac{1310}{0{,}7908^3}Q - \frac{5150}{0{,}7908^6}Q^2 = 2648{,}93Q - 21057{,}52Q^2$$

Apartado d)

Dado que las dos bombas seleccionadas son diferentes debe determinarse el punto de acoplamiento (P_A). En este caso, la bomba R254 operara sola, hasta que alcance el valor del caudal de acoplamiento, donde las alturas de las bombas se igualan

$$H_{B1} = 240 + 40Q - 9500Q^2$$

$$\mathrm{H_{B2}} = 180 + 60\mathrm{Q} - 1600\mathrm{Q}^2$$

$$H_{B1} = H_{B2}(Q_{B2} = 0)$$

$$240 + 40Q - 9500Q^2 = 180$$

$$Q_A = 0{,}0816\,\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, P_A (0,0816, 180)

Definido el punto de acoplamiento, deben obtenerse dos puntos más P_B y P_C. Se supone dos valores de caudal mayor al punto de acoplamiento (0,09 y 0,10 m^3/s). Para estos valores se determina la altura aportada por B1, y con ese mismo valor, se obtiene los valores de caudal que aporta la bomba 2 (B2), tal y como se muestra en la siguiente tabla:

	Q_A (m^3/s)	**H_A (mca)**	**Q_B (m^3/s)**	**H_B (mca)**	**Q_T (m^3/s)**	**H_T (mca)**
	0	240	--	--	0	240
	0,05	218,25	--	--	0,05	218,25
	0,07	196,25	--	--	0,07	196,25
P_A	0,0816	180	0	180	0,0816	180
P_B	0,090	166,65	0,111	166,65	0,202	166,65
P_C	0,095	158,06	0,137	158,06	0,232	158,06
P_D	0,100	149	0,159	149	0,259	149

La parábola que define la curva resultante de disponer las dos bombas en paralelo, viene definida por la expresión:

$$H_{B1+B2} = 170{,}74 + 204{,}51Q - 1114{,}6Q^2 \qquad Q > 0{,}0813\,\frac{m^3}{s}$$

Por lo que el punto de funcionamiento será:

$$170{,}74 + 204{,}51Q - 1114{,}6Q^2 = 95 + 1556{,}23\,Q^2$$

$$Q_F = 0{,}211\,\frac{m^3}{s}$$

$$H_F = 164{,}26\,m$$

Problema 11

El esquema de la figura muestra el equipo de bombeo de un colector de aguas residuales utilizado para impulsar las aguas procedentes de un núcleo urbano que son recogidas en una arqueta (depósito A) y se impulsan hasta la depuradora, situada en el depósito B. Para ello, se dispone de dos bombas iguales cuya curva de funcionamiento es: $H_b = 120 + 40Q - 4800Q^2$, siendo la curva de rendimiento $\eta(\%) = 3200Q - 32000Q^2$ [Q (m^3/s) y H (mca)] y la velocidad de giro nominal 2900 rpm. Las características de la instalación están recogidas en la tabla 1. En la tabla 2, se muestra los caudales que recibe la arqueta A en función de los tramos horarios.

Tabla 1. Elementos singulares

TRAMO	ELEMENTO	f	L (m)	D (m)	k
ASPIRACIÓN	CONDUCCIÓN	0,0173	35	0,50	--
ASPIRACIÓN	FILTRO	--	--	0,50	2
ASPIRACIÓN	VALVULA	--	--	0,25	2
IMPULSIÓN	CONDUCCIÓN	0,0189	3200	0,40	--
IMPULSIÓN	CODO	--	--	0,40	1
IMPULSIÓN	VALVULA	--	--	0,30	1,2
Nota: En la conducción de impulsión existen 4 codos					

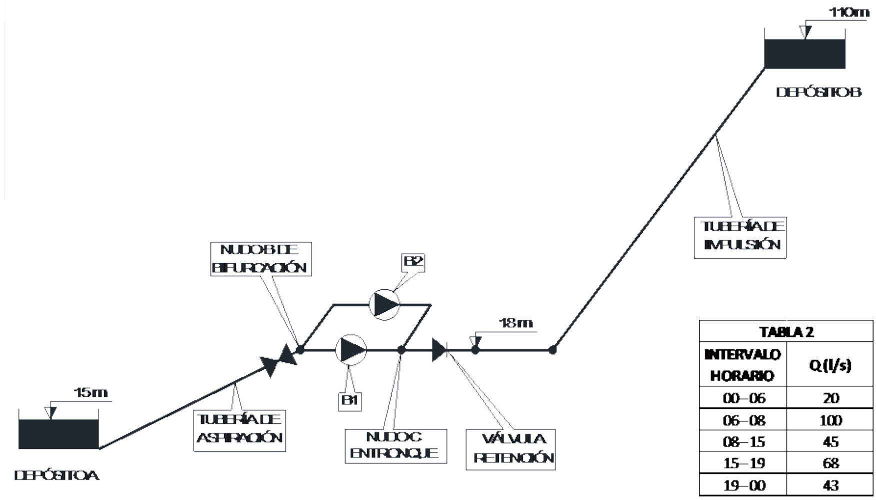


TABLA 2	
INTERVALO HORARIO	Q(l/s)
00–06	20
06–08	100
08–15	45
15–19	68
19–00	43

Se pide determinar:

a) Curva resistente de la instalación

$$H_R = 95 + 559{,}72Q^2$$

b) Para los puntos dados, establecer la regulación necesaria para establecerlos, sabiendo que se dispone de una bomba idéntica que puede conectarse en paralelo. Determinar el coste energético para cada acción y comparando la instalación de un único variador de frecuencia o de dos variadores trabajando con ambas bombas a velocidad variable.

	C_E		C_E
	kWh/m³		**kWh/m³**
P1	0,468	P3	0,328
P2 (BVF+BVV)	0,389	P4	0,387
P2 (2BVV)	0,343	P5	0,333

c) Teniendo en cuenta que el $NPSH_r$ de cada bomba viene definido por la expresión $3 + 1300\ Q^2$ (Q en m^3/s; $NPSH_r$ en mca). Determinar que margen de seguridad tiene cada máquina hasta que se produzca la cavitación en la situación obtenida del apartado d). Presión atmosférica: 10.33 mca; Presión de vapor = 0.33 mca

$B1;\ -2{,}69\ mca\ (CAVITA); B2\ 2{,}03\ mca$

d) Cuál sería la sobrepresión máxima en un cierre rápido de la instalación en la situación de funcionamiento del apartado d). Espesor de la conducción 8.1 mm, Material de la conducción: fundición dúctil (K_0=0.59). En esta situación, qué tiempo es el tiempo crítico de cierre para diferenciar entre cierre rápido y lento.

$\Delta H = 91{,}30\ mca \qquad t_c = 5{,}69\ s$

SOLUCIÓN

Apartado a)

El hecho de determinar el punto de funcionamiento, obliga a conocer la curva resistente de la instalación. Por tanto, la curva resistente viene definida por la expresión:

$$H_R = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} - \left(z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}\right) + \sum \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} + \sum h_s$$

Las pérdidas singulares serán:

Singulares	**nº elementos**	**k**	**D (m)**	**K (mca/(m³/s)²**
Filtro	1	2	0,5	2,65
Válvula Corte	1	2	0,25	42,35
Codos	4	1	0,4	12,92
Válvula Antir	1	1,2	0,3	12,25
			Total	70,10

Teniendo en cuenta la instalación, la curva resistente será:

$$H_R = 110 - 15 + (\frac{8\ 0{,}0173\ 35}{\pi^2 g 0{,}5^5} + \frac{8\ 0{,}0189\ 3200}{\pi^2 g 0{,}4^5})Q^2 + 70{,}17Q^2$$

$$H_R = 95 + 559{,}72Q^2$$

Apartado b)

Para cada una de las situaciones habrá que determinar la altura manométrica de bombeo requerida, teniendo en cuenta la curva resistente.

PUNTO	**Q (m³/s)**	**H (mca)**
P1	0,020	95,22
P2	0,100	100,60
P3	0,045	96,13
P4	0,068	97,59
P5	0,043	96,03

Teniendo en cuenta la curva de la bomba, el caudal máximo a régimen nominal será el de funcionamiento, obtenido como intersección entre la curva resistente y la curva de la bomba

$$95 + 559{,}72Q^2 = 120 + 40Q - 4800Q^2$$

$$Q_F = 0{,}07213\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, todos los puntos a excepción de P2, podrán suministrarse variando la velocidad de giro de una bomba. Para P2 será necesario de disponer de dos bombas en paralelo. Para cada uno de los puntos P_i, se deberá obtener la parábola de congruencia que pasa por dicho punto y determinar su intersección con la curva de la bomba para establecer un punto homologo y con este, obtener la relación de velocidades α.

	$\boldsymbol{Q_0}$	$\boldsymbol{H_0}$	$\boldsymbol{\frac{H_0}{Q_0^2}}$	**Q**	**H**	$\boldsymbol{\alpha}$
	m³/s	**mca**		**m³/s**	**mca**	
P1	0,02	95,22	238059,716	0,02231	95,28	0,8965
P3	0,045	96,13	47473,2966	0,0483	96,31	0,9317
P4	0,068	97,59	21104,699	0,06884	97,65	0,9878
P5	0,043	96,03	51938,8402	0,04334	96,05	0,9922

	Coeficientes Curva BVV			**Coeficientes Eficiencia BVV**		$\boldsymbol{\eta}$	**P**	**Ce**
	A	**B**	**C**	**E**	**F**	**%**	**kW**	**kWh/m³**
P1	-32000	35,86	-4800	3569,44	-39815,25	55,46	33,69	0,468
P3	-34562,22	37,27	-4800	3434,58	-36863,60	79,91	53,11	0,328
P4	-38849,68	39,51	-4800	3239,52	-32795,33	68,64	94,84	0,387
P5	-39196,55	39,69	-4800	3225,16	-32505,10	78,58	51,55	0,333

En el caso de P2(0,1 m³/s; 100,6 mca), se debe determinar la asociación en paralelo. En primer lugar, se analiza la regulación con una máquina operando a velocidad nominal y la otra a velocidad variable.

Para esta situación, el caudal de B1 será:

$$100{,}6 = 120 - 40Q - 4800Q^2$$

$$Q_{B1} = 0{,}06788\, m^3/s$$

Siendo su eficiencia $\eta(\%) = 3200\ 0{,}06788 - 32000\ 0{,}06788^2 = 69{,}76\%$

Por tanto, B2 deberá operar en el punto $P_{B2}(0{,}03212\,\frac{m^3}{s}; 100{,}6\,mca)$, siendo la parábola de congruencia que pasa por dicho punto

$$H_{PC_{B2}} = \frac{100{,}6}{0{,}03212^2}Q^2$$

El punto homologo perteneciente a la curva de la bomba, será

$$\frac{100{,}6}{0{,}03212^2}Q^2 = 120 - 40Q - 4800Q^2 \rightarrow Q = 0{,}03444\,\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la relación de velocidad para B2 será

$$\alpha_{B2} = \frac{0{,}03212}{0{,}03444} = 0{,}9325$$

Siendo la velocidad $n = 0{,}9325\ 2900 = 2704\ rpm$

Determinando la eficiencia, potencia y coste energético se obtiene

MODELO	Q (m^3/s)	H (mca)	η (%)	$P(kw)$	$C_E\left(\frac{kwh}{m^3}\right)$
BVF	0,06788	100,6	69,76	96,02	0,393
BVV	0,03212	100,6	72,25	43,87	0,379
BVF+BVV	0,1	100,6	--	139,89	0,389

Finalmente, si se opera en el punto P2 con dos bombas en paralelo a velocidad variable, cada una de las bombas deberá aportar 0,05 m^3/s, siendo la altura de impulsión 100,6 m.

Por tanto, la parábola de congruencia que pasa por el punto de operación será

$$H_{PC_B} = \frac{100{,}6}{0{,}05^2} Q^2$$

El punto homologo perteneciente a la curva de la bomba, será

$$\frac{100{,}6}{0{,}05^2} Q^2 = 120 - 40Q - 4800Q^2 \rightarrow Q = 0{,}05206 \frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la relación de velocidad para B2 será

$$\alpha_{B2} = \frac{0{,}05}{0{,}05206} = 0{,}9603$$

Siendo la velocidad $n = 0{,}9603\ 2900 = 2785\ rpm$

Determinando la eficiencia, potencia y coste energético se obtiene

MODELO	Q (m^3/s)	H (mca)	η (%)	$P(kw)$	$C_E\left(\frac{kwh}{m^3}\right)$
BVV	0,05	100,6	79,86	61,79	0,343
2BVV	0,1	100,6	79,86	123,58	0,343

Apartado c)

Para la situación del P2, operando con una BVF+BVV, cada una de las bombas operará con un caudal y, por tanto, el $NPSH_r$ de cada bomba es diferente.

$$NPSH_r = 3 + 1300\ Q^2$$

El $NPSH_d$ vendrá definido por el Bernoulli entre el depósito y las bridas de aspiración

$$NPSH_d = (z_0 - z_1) + \frac{P_0}{\gamma} + \left(\frac{v_0^2 - v_1^2}{2g}\right) - h_r - h_s - P_v$$

Se deberá de comprobar el coeficiente de seguridad, debiendo ser este mayor a 1, para que no exista cavitación y tener cierto margen de seguridad

$$(z_0 - z_1) + \frac{P_0}{\gamma} + \left(\frac{v_0^2 - v_1^2}{2g}\right) - h_r - h_s - P_v = 3 + 1300\ Q^2 + CS$$

Para B1

$$(15 - 18) + 10{,}33 + \left(\frac{0^2 - 1{,}38^2}{2g}\right) - \frac{8\ 0{,}0173\ 35}{\pi^2 g 0{,}5^5} 0{,}1^2 - 44{,}95\ 0{,}1^2 - 0{,}33$$
$$= 3 + 1300\ 0{,}06788^2 + CS \rightarrow CS = -2{,}69\ mca$$

Para B2

$$(15 - 18) + 10{,}33 + \left(\frac{0^2 - 1{,}38^2}{2g}\right) - \frac{8\ 0{,}0173\ 35}{\pi^2 g 0{,}5^5} 0{,}1^2 - 44{,}95\ 0{,}1^2 - 0{,}33$$
$$= 3 + 1300\ 0{,}03212^2 + CS \rightarrow CS = 2{,}03\ mca$$

Apartado d)

Por ser un cierre rápido, la sobrepresión vendrá definida por

$$\Delta H = \frac{aV}{g}$$

La celeridad vendrá definida por la expresión

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48{,}3 + K_0 \frac{D}{e}}} = \frac{9900}{\sqrt{48{,}3 + 0{,}59 \frac{400}{8{,}1}}} = 1125\ m/s$$

Por tanto, la sobrepresión de Allievi será

$$\Delta H = \frac{1125 \frac{0{,}1}{\pi 0{,}2^2}}{g} = 91{,}30\ mca$$

El tiempo crítico de cierre será $t_c = \frac{2L}{a} = \frac{2\ 3200}{1125} = 5{,}69\ s$

Problema 12

Una bomba está instalada en un sistema cuya conducción de aspiración presenta un coeficiente de pérdidas de 1200 $\frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}$. La bomba instalada es del tipo R254 y su curva característica viene definida por la expresión $H = 95 + 7{,}9Q - 3035{,}7Q^2$. Considerando un sistema cuya curva resistente está definida por $H_r = 42 + 3000Q^2$ (H en mca y Q en $\frac{m^3}{s}$). El desnivel geométrico de aspiración (diferencia entre la cota de entrada a la brida de aspiración y el depósito que alimenta dicho sistema de bombeo) son -3 m. Considerando que la presión de vapor es 0,33 mca y que el diámetro de la brida de aspiración son 150 mm.

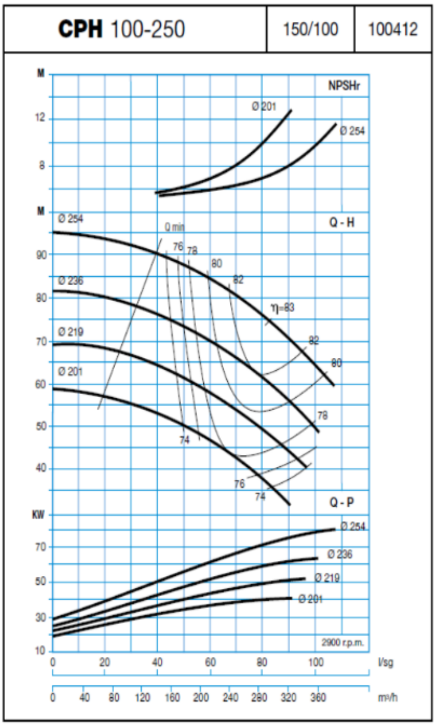
a) Determinar el coeficiente de seguridad frente a la cavitación.

CS=-7,96 mca (No existe coeficiente. La bomba cavita)

b) En caso de que la bomba cavite, proponer una solución para un funcionamiento correcto.

Solución 1. Disminuir la cota de la bomba 8,94 m

Solución 2. Reducir la velocidad de giro de la bomba a 2450 rpm, impulsando un menor caudal.



SOLUCIÓN

Apartado a)

Considerando la curva de la bomba y la curva resistente, el punto de funcionamiento será:

$$H_b = H_r$$

$$95 + 7{,}9Q - 3035{,}7Q^2 = 42 + 3000Q^2$$

$$Q_F = 0{,}09436\frac{m^3}{s};\, H_F = 68{,}71\, mca$$

La ecuación del NPSHd en función del caudal, puede determinarse desarrollando un Bernoulli entre el depósito y la brida de aspiración. En este caso se conoce las pérdidas y el desnivel geométrico.

$$NPSH_d = \left(z_0 - z_{asp}\right) + \frac{P_0}{\gamma} - P_v - \frac{8Q^2}{\pi^2 D^4 g} - KQ^2$$

$$NPSH_d = (3 - 0) + 10{,}33 - 0{,}33 - \frac{8Q^2}{\pi^2 0{,}15^4 g} - 1200Q^2 = 13 - 1363{,}21Q^2$$

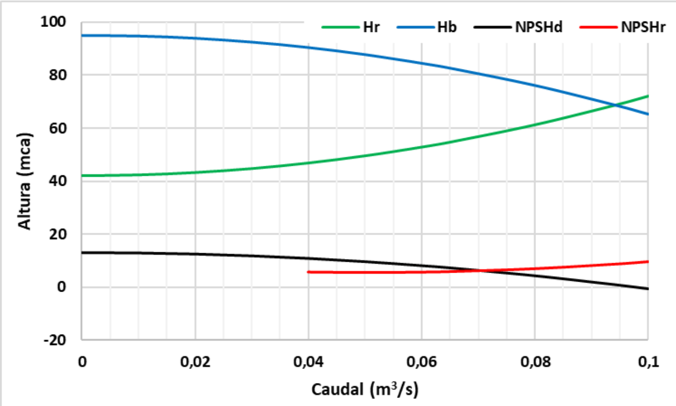
La expresión del NPSHr se obtiene a partir de puntos de la gráfica aportada de catálogo en el enunciado.

Q (m^3/s)	**NPSHr (mca)**
0,04	5,8
0,06	6
0,07	6,4
0,08	7
0,09	8
0,1	9,8

Por regresión, se obtiene la expresión:

$$NPSH_r = 9{,}74 - 160{,}5Q + 1595{,}2Q^2\ para\ Q > 0{,}04\, m^3/s$$

El $NPSH_d$ para el caudal de funcionamiento es 0,86 mca, mientras que el $NPSH_r$ es 8,80 mca. Por tanto, la máquina cavita. Gráficamente se puede ver:



Apartado b)

Cómo solución constructiva, se puede colocar la bomba a una cota inferior para garantizar 1 m de coeficiente de seguridad:

$$NPSH_d + \Delta z = NPSH_r + CS$$

$$\Delta z = 8{,}8 + 1 - 0{,}86 = 8{,}94\, m$$

Cómo el descenso es demasiado, se puede reducir el caudal circulante. El nuevo caudal será:

$$13 - 1363{,}21Q^2 = 9{,}74 - 160{,}5Q + 1595{,}2Q^2 + 1$$

Teniendo en cuenta la curva resistente para un caudal de 120 l/s, la altura requerida es:

$$H_r = 32 + 3000Q^2 = 75{,}2\, mca$$

$$Q = 0{,}06588 \frac{m^3}{s}$$

Para ese caudal, la altura manométrica necesaria es: $H_r = 55{,}02\, mca$

Por tanto, la parábola de congruencia vendrá definida por:

$$H_{PC} = \frac{55{,}02}{0{,}06588^2} Q^2 = 12676{,}91Q^2$$

Igualando H_{PC} y H_b, se obtiene $Q_b = 0{,}078 \frac{m^3}{s}$; por tanto, $\alpha = \frac{0{,}06588}{0{,}078} = 0{,}8446$. Por tanto, la velocidad de rotación será 2450 rpm.

Problema 13

Determinar el volumen necesario de un calderín en una estación de bombeo, donde existe una única bomba cuya curva característica es H_{b1}=100-18000Q^2 (mca, m^3/s) y $\eta = 40Q - 450Q^2$, siendo la presión de parada y arranque 75 y 55 mca, respectivamente. Se sabe que el número máximo de arranques a la hora es de 5 y el calderín es de membrana, siendo el consumo de la instalación constante e igual a 30 l/s y la presión de hinchado del calderín 50 mca. Conocido el volumen, determinar el coste energético del sistema.

$$C_E = 0{,}2275\ kWh/m^3$$

SOLUCIÓN

Teniendo en cuenta las presiones de paro y arranque de las bombas, se determina el caudal máximo y mínimo impulsado por la bomba.

En este caso será

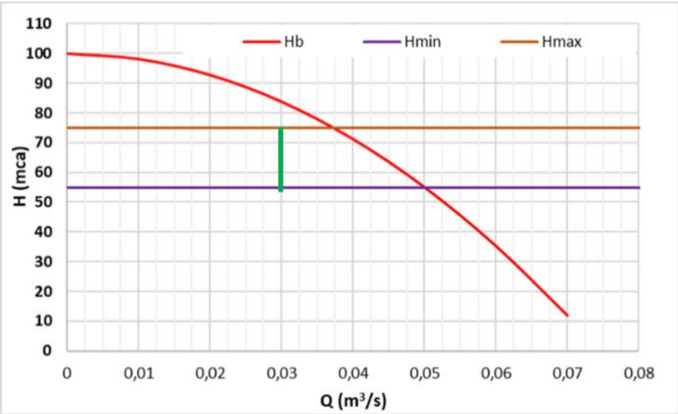
$$H = 100 - 18000Q^2$$

Para la presión de paro,

$$75 = 100 - 18000Q^2 \rightarrow Q_{min} = 0{,}03727\frac{m^3}{s}$$

Para la presión de arranque,

$$55 = 100 - 18000Q^2 \rightarrow Q_{max} = 0{,}05\frac{m^3}{s}$$



El volumen del calderín vendrá definido por la expresión

$$V_c = 15k\frac{Q_b p^*_{max}}{N_{max}N_b(p_{max} - p_{min})}$$

$$Q_b = \frac{2}{3}\frac{Q^2_{max} + Q_{max}Q_{min} + Q^2_{min}}{Q_{max}Q_{min}} = \frac{2}{3}\frac{(0{,}05^2 + 0{,}05\ 0{,}03727 + 0{,}03727^2}{0{,}05 + 0{,}03727}$$

$$Q_b = 0{,}0444\frac{m^3}{s}$$

Teniendo en cuenta los datos aportados por el enunciado el volumen del calderín será

$$\forall_C = 15\ 1{,}25\frac{44{,}4\ 60\ (75 + 10{,}33)}{5\ 1\ (75 - 55)} = 42622\ l$$

Siendo el volumen útil

$$\Delta\forall_u = \forall_c p_h^* \left(\frac{1}{p_{min}^*} - \frac{1}{p_{max}^*}\right) = 9225\ l$$

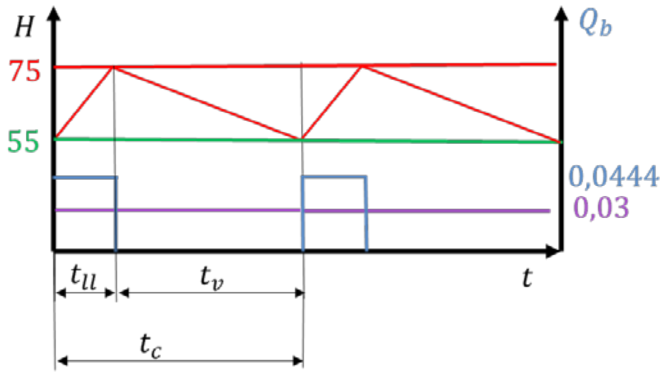
Considerando el volumen útil y los caudales en cada fase de llenado y vaciado, los tiempos de llenado del calderín será

$$t_{ll} = \frac{\Delta\forall_u}{Q_{b_m} - Q_c} = \frac{9225}{43{,}6 - 30} = 678{,}3\ s$$

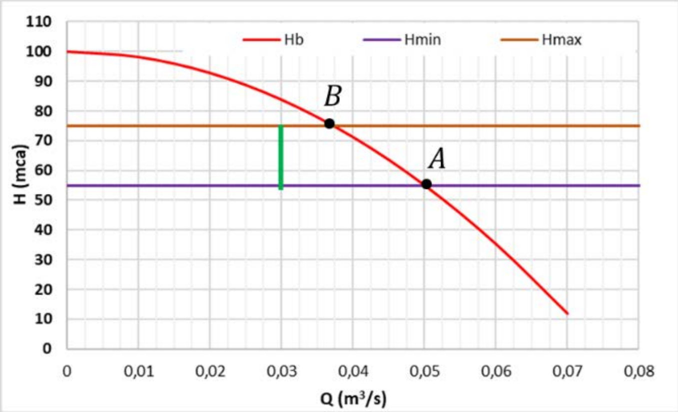
$$t_v = \frac{\Delta\forall_u}{Q_c} = \frac{9225}{30} = 307{,}5\ s$$

El tiempo del ciclo total

$$t_C = 678{,}3 + 307{,}5 = 958{,}8\ s$$



Conocidos los tiempos de ciclo, debemos determinar la potencia media consumida por la bomba en la fase de llenado. Esta potencia se determina como la media entre la potencia mínima y máxima de los puntos de funcionamiento en los extremos.



Para el punto A (0,05; 55), la eficiencia es igual a $\eta_A = 40\ 0{,}05 - 450\ 0{,}05^2 = 0{,}875$, por tanto, la potencia será

$$P_A = \frac{\gamma Q_A H_A}{\eta_A \eta_e} = \frac{9{,}81\ 0{,}05\ 55}{0{,}875\ 0{,}9} = 34{,}26\ kW$$

Para el punto B (0,03727; 75), la eficiencia es igual a
$\eta_B = 40\ 0{,}03727 - 450\ 0{,}03727^2 = 0{,}866$

$$P_B = \frac{\gamma Q_B H_B}{\eta_B \eta_e} = \frac{9{,}81\ 0{,}03727\ 75}{0{,}866\ 0{,}9} = 35{,}2\ kW$$

Por tanto, la potencia media en la fase de llenado será
$P_m = \frac{P_A + P_B}{2} = \frac{34{,}26 + 35{,}2}{2} = 34{,}73\ kW$

La potencia en el ciclo vendrá establecida por

$$P_c = \frac{P_m t_{ll} + P_v t_v}{t_c} = \frac{34{,}73\ 678{,}3 + 0\ 307{,}5}{958{,}8} = 24{,}57\ kW$$

$C_E = \frac{P_c\ (kW)}{Q_c\ (\frac{m^3}{h})} = \frac{24{,}57}{0{,}03\ 3600} = 0{,}2275\ kWh/m^3$

Problema 14

Se desea diseñar un grupo de inyección en un sistema de inyección (situado a la cota cero) que aspira de un depósito cuya cota de la lámina de agua es cero. La presión a la salida de la bomba es determinada por la curva de consigna viene definida por la expresión $P_c = 40 + 1500Q^2$ (P_c $en\ mca; Q\ en \frac{m^3}{s}$). Se dispone de bombas centrifugas cuya curva motriz viene definida por la expresión $H_b = 75 - 3000Q^2$ ($H_b\ en\ mca; Q\ en \frac{m^3}{s}$) y la curva de eficiencia $\eta_b = 20Q - 130Q^2$. Todas las bombas giran a una velocidad nominal de 2900 rpm. Se conoce que los caudales de consumo pueden ser 50 l/s (Situación A) y 100 l/s (Situación B). Se pide diseñar la regulación del sistema para ambas situaciones según las siguientes hipótesis:

a) Hipótesis I. Utilizando bombas operando a su velocidad nominal (BVF) e instalando un calderín (tomar k=1,25 para el dimensionado del calderín). La situación de funcionamiento en este caso vendrá determinada por:

   I. Presión mínima. Presión necesaria más desfavorable

   II. Presión máxima. 15 mca mayor a la presión mínima

   III. Presión de hinchado. 5 mca inferior a la presión mínima

Hipótesis I					
$P_{min}(mca)$55	P_{max} (mca)70	P_h (mca)50	$\forall_c$ (l) =62000	Nb =2+1R	
SITUACIÓN	*ID bomba*	*Q (l/s)*	*H (mca)*	*n (rpm)*	$C_E(\frac{kWh}{m^3})$
A	1BVF	40,82-81,65	70-55	2900	0,278
B	2BVF	81,64-163,3	70-55	2900	0,278

b) Hipótesis II. Se dispone de 1 BVF y el resto de máquinas necesarias a BVV. Operando desde el inicio con BVV hasta llegar a la velocidad nominal.

Hipótesis II					
SITUACIÓN	*ID bomba*	Q (l/s)	H (mca)	n (rpm)	$C_E(\frac{kWh}{m^3})$
A	BVV	50	43,75	2398	0,191
B	BVF BVV BVF+BVV	81,65 18,35 100	55 55 55	2900 2500 --	0,230 0,480 0,276

c) Hipótesis III. Todas las máquinas instaladas disponen de variador de frecuencia.

Hipótesis III					
SITUACIÓN	$ID\ bomba$	Q (l/s)	H (mca)	n (rpm)	$C_E(\frac{kWh}{m^3})$
A	BVV	50	43,75	2398	0,191
B	2BVV	50	55	2648	0,250

En todos los casos hay que definir: la velocidad de giro de la máquina o máquinas (si es necesario), punto de operación (caudal, altura y eficiencia) y coste energético (kWh/m^3) suponiendo que el motor eléctrico tiene una eficiencia de 0,85 y el número máximo de arranques es 8.

Notas al problema. Despreciar las pérdidas de carga existentes en la aspiración entre el depósito y las bombas. En la columna ID bomba, hay que identificar las bombas como BVF1, BVF2, BVF3… en función del número de bombas a instalar y si las máquinas operan a velocidad variable BVV1, BVV2, BVV3…

$$\forall_C = 15k \frac{Q_b\ p^*_{max}}{N_{max} N_b (P_{max} - P_{min})}$$

VOLÚMENES COMERCIALES CALDERÍN (litros)				
50000	54000	58000	62000	66000

SOLUCIÓN

Apartado a)

Para la situación más desfavorable ($Q = 100\ l/s$), la altura será

$$H_r = P = 40 + 1500\ 0{,}1^2 = 55\ mca$$

Las presiones de trabajo serán

$$P_{min} = 55\ mca; P_{max} = 55 + 15 = 70\ mca; P_h = 55 - 5 = 50\ mca$$

Para esas presiones, teniendo en cuenta la ecuación de la bomba, los caudales de operación serán

$$Q_{max} = \sqrt{\frac{55 - 75}{-3000}} = 0{,}08165 \frac{m^3}{s}$$

$$Q_{min} = \sqrt{\frac{70 - 75}{-3000}} = 0{,}04082 \frac{m^3}{s}$$

Teniendo en cuenta que el caudal máximo a aportar son 100 l/s, se necesitan 2 bombas conectadas en paralelo.

El volumen del calderín viene definido por la expresión

$$\forall_C = 15\ 1{,}25 \frac{0{,}1633\ 1000\ 60\ (70 + 10{,}33)}{8\ 2\ (70 - 55)} = 61490{,}1\ l$$

Se selecciona un calderín de 62000 litros

El volumen útil del calderín, teniendo en cuenta las presiones serán

$$\Delta\forall_u = \forall_c p_h^* \left(\frac{1}{p_{min}^*} - \frac{1}{p_{max}^*}\right) = 62000\ (50 + 10{,}33) \left(\frac{1}{65{,}33} - \frac{1}{80{,}33}\right) = 10691{,}18\ l$$

HIPÓTESIS I. Situación A

En este caso el caudal de consumo es 50 l/s, el caudal medio bombeado por la bomba será

$$Q_{1bm} = \frac{Q_{max} + Q_{min}}{2} = \frac{0{,}08165 + 0{,}04082}{2} = 0{,}06124 \frac{m^3}{s}$$

Con este caudal, el tiempo de llenado y vaciado del calderín será

$$t_{ll} = \frac{\Delta\forall_u}{Q_{b_m} - Q_c} = \frac{10{,}69}{0{,}06124 - 0{,}050} = 951{,}07\ s$$

$$t_v = \frac{\Delta\forall_u}{Q_c} = \frac{10{,}69}{0{,}05} = 213{,}8\ s$$

El tiempo del ciclo total

$$t_C = 951{,}07 + 213{,}8 = 1164{,}9s$$

Para el punto A (0,08165; 55), la eficiencia es igual a

$\eta_A = 40\ 0{,}08165 - 450\ 0{,}08165^2 = 0{,}766$,

por tanto, la potencia será

$$P_A = \frac{\gamma Q_A H_A}{\eta_A \eta_e} = \frac{9{,}81\ 0{,}08165\ 55}{0{,}766} = 67{,}66\ kW$$

Para el punto B (0,04082; 70), la eficiencia es igual a
$\eta_B = 40\ 0{,}04082 - 450\ 0{,}04082^2 = 0{,}6$

$$P_B = \frac{\gamma Q_B H_B}{\eta_B \eta_e} = \frac{9{,}81\ 0{,}040827\ 70}{0{,}6} = 54{,}96\ kW$$

Por tanto, la potencia media en la fase de llenado será
$P_m = \frac{P_A+P_B}{2} = \frac{67{,}66+54{,}96}{2} = 61{,}31\ kW.$

La potencia en el ciclo vendrá establecida por

$$P_c = \frac{P_m t_{ll} + P_v t_v}{t_c} = \frac{61{,}31\ 951{,}07 + 0\ 213{,}8}{1164{,}9} = 50{,}05\ kW$$

$$C_E = \frac{P_c\ (kW)}{Q_c\ (\frac{m^3}{h})} = \frac{50{,}05}{0{,}05\ 3600} = 0{,}278\ kWh/m^3$$

HIPÓTESIS I. Situación B

En este caso, la curva resultante de asociar dos bombas en paralelo será

$$H = 40 - \frac{3000}{2^2} Q^2 = 75 - 750Q^2$$

Los caudales serán el doble de los obtenidos en la situación A, anteriormente desarrollada

$$Q_{max} = \sqrt{\frac{55-75}{-750}} = 0{,}1633 \frac{m^3}{s}$$

$$Q_{min} = \sqrt{\frac{70-75}{-750}} = 0{,}08164 \frac{m^3}{s}$$

Los puntos de operación de cada una de las bombas son los mismos que en la situación A, por tanto, el coste energético será el mismo.

Apartado b)

Se dispone de una máquina a velocidad variable (BVV) y otra a velocidad fija (BVF)

HIPÓTESIS II. Situación A

En este caso el caudal de consumo es 50 l/s, teniendo en cuenta que la máquina opera a velocidad variable, la altura manométrica será igual a:

$$H_r = 40 + 1500Q^2 = 40 + 1500\ 0{,}05^2 = 43{,}75\ m$$

Por tanto, la parábola de congruencia es

$$H_{PC_{HIISA}} = \frac{43{,}75}{0{,}05^2} = 17500Q^2$$

Determinando el punto de intersección con la curva motriz de la bomba y la parábola de congruencia.

$$H_{PC_{HIISA}} = H_b$$

$$17500Q^2 = 75 - 3000Q^2 \rightarrow Q = 0{,}06049\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la variación de velocidad será

$$\alpha = \frac{Q_{SA}}{Q} = \frac{0{,}05}{0{,}06049} = 0{,}8266 \rightarrow n = 2398\ rpm$$

Para este punto de operación, la eficiencia de la máquina será

$$\eta_F = \frac{20}{0{,}8266}0{,}05 - \frac{130}{0{,}8266^2}0{,}05^2 = 0{,}734$$

$$P_F = \frac{\gamma Q_F H_F}{\eta_F} = \frac{9{,}81\ 0{,}05\ 43{,}75}{0{,}734} = 34{,}40\ kW$$

$$C_E = \frac{P_F\ (kW)}{Q_F\ (\frac{m^3}{h})} = \frac{34{,}40}{0{,}05\ 3600} = 0{,}191\ kWh/m^3$$

HIPÓTESIS II. Situación B

Para esta situación ($Q = 100\ l/s$), la altura será

$$H_r = P = 40 + 1500\ 0{,}1^2 = 55\ mca$$

Ante esta situación, se hace necesario instalar dos bombas en paralelo. La bomba B1 operará a velocidad fija y la segunda bomba (B2) a velocidad variable.

Para esta situación, el caudal de B1 será:

$$55 = 75 - 3000Q^2$$

$$Q_{B1} = 0{,}08165\, m^3/s$$

Siendo su eficiencia $\eta = 20\ 0{,}08165 - 130\ 0{,}08165^2 = 0{,}766$

El caudal de B2 (BVV) será $Q_{B2} = Q_T - Q_{B1} = 0{,}1 - 0{,}08165 = 0{,}01835\frac{m^3}{s}$, por lo que $P_{B2}\left(0{,}01835\frac{m^3}{s}; 55\, mca\right)$, siendo la parábola de congruencia que pasa por dicho punto

$$H_{PC_{B2}} = \frac{55}{0{,}01835^2}Q^2$$

El punto homologo perteneciente a la curva de la bomba, será

$$\frac{55}{0{,}01835^2}Q^2 = 75 - 3000Q^2 \rightarrow Q = 0{,}02129\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la relación de velocidad para B2 será

$$\alpha_{B2} = \frac{0{,}01835}{0{,}02129} = 0{,}8619$$

Siendo la velocidad $n = 0{,}8619\ 2900 = 2500\, rpm$

Para este punto de operación, la eficiencia de la máquina será

$$\eta_{B2} = \frac{20}{0{,}8619}0{,}01835 - \frac{130}{0{,}8619^2}0{,}01835^2 = 0{,}325$$

$$P_{B2} = \frac{\gamma Q_{B2} H_{B2}}{\eta_{B2}} = \frac{9{,}81\ 0{,}01835\ 55}{0{,}367} = 31{,}74\, kW$$

$$C_E = \frac{P_{B2}\,(kW)}{Q_{B2}\,(\frac{m^3}{h})} = \frac{31{,}74}{0{,}01835\ 3600} = 0{,}484\, kWh/m^3$$

Determinando la eficiencia, potencia y coste energético para cada bomba, se obtiene

	Q (m^3/s)	**H (mca)**	**Eficiencia**	**Potencia (kW)**	$\boldsymbol{C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right)}$
BVF	0,08165	55	0,766	67,66	0,230
BVV	0,01835	55	63,897	31,74	0,484
B1+B2	0,1	55	--	99,40	0,276

En este caso, la curva resultante de asociar dos bombas en paralelo será

$$H = 40 - \frac{3000}{2^2}Q^2 = 75 - 750Q^2$$

Apartado c)

Se dispone de dos máquinas a velocidad variable (BVV)

HIPÓTESIS II. Situación A

Ha sido calculada en el apartado anterior de la Hipótesis II

HIPÓTESIS II. Situación B

Para esta situación ($Q = 100\ l/s$), la altura será

$$H_r = P = 40 + 1500\ 0{,}1^2 = 55\ mca$$

Ante esta situación, se hace necesario instalar dos bombas en paralelo. El caudal que debe operar cada máquina será de 0,05 m^3/s

El punto de operación $P_{BVV}\left(0{,}05\frac{m^3}{s}; 55\ mca\right)$, siendo la parábola de congruencia que pasa por dicho punto

$$H_{PC_{B2}} = \frac{55}{0{,}05^2}Q^2$$

El punto homologo perteneciente a la curva de la bomba, será

$$\frac{55}{0{,}05^2}Q^2 = 75 - 3000Q^2 \rightarrow Q = 0{,}05477\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, la relación de velocidad para BVV será

$$\alpha_{BVV} = \frac{0{,}05}{0{,}05477} = 0{,}9129$$

Siendo la velocidad $n = 0{,}9129\ 2900 = 2648\ rpm$

Para este punto de operación, la eficiencia de la máquina será

$$\eta_{BVV} = \frac{20}{0{,}9129}0{,}05 - \frac{130}{0{,}9129^2}0{,}05^2 = 0{,}705$$

$$P_{BVV} = \frac{\gamma Q_{BVV} H_{BVV}}{\eta_{BVV}} = \frac{9{,}81\ 0{,}05\ 55}{0{,}705} = 44{,}99\ kW$$

$$C_E = \frac{P_{BVV}\ (kW)}{Q_{BVV}\ (\frac{m^3}{h})} = \frac{44{,}99}{0{,}05\ 3600} = 0{,}25\ kWh/m^3$$

Problema 15

Un parque de atracciones acuáticas representado por la Figura 1, dispone de 6 puntos de consumo de agua que los cuales se les garantiza la presión y caudal mediante un equipo de bombeo y un depósito que actúa a modo de reservorio de agua. Las cotas y demandas de cada uno de los puntos de consumo, así como las longitudes de las conducciones del sistema de distribución. Para el correcto funcionamiento de las instalaciones debe garantizarse al menos una presión mínima de 30 mca, considerando que todas las atracciones están funcionando simultáneamente. Suponiendo un factor de fricción constante para todas las conducciones igual a 0,018, así como que la velocidad del fluido debe situarse entre 0,5 y 3 m/s. Se pide:

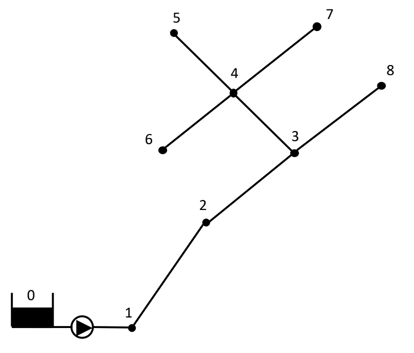


Figura 1. Modo de Operación A

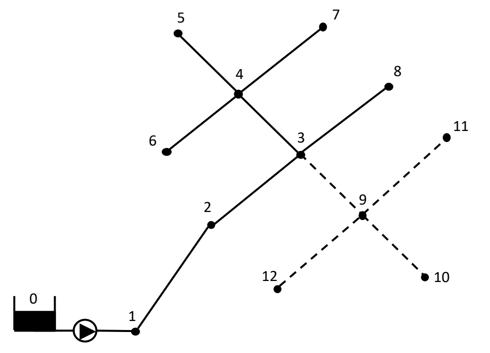


Figura 2. Modo de operación B

a) Para el modo de operación A (Figura 1), dimensionado del tramo crítico considerando una pendiente crítica de diseño de 25 mm/m, normalizando los diámetros teóricos obtenidos al diámetro comercial superior.

LÍNEA	Dcomercial (mm)
2	0,3
3	0,3
4	0,25
6	0,125

b) Para el modo de operación A (Figura 1) y los diámetros normalizados, caudal y altura manométrica que debe aportar la bomba instalada.

$$Q = 0{,}165\frac{m3}{s};\ H\ =\ 86{,}02\,mca$$

c) Debido a un incremento de visitantes, el gestor del área recreativa decide duplicar 4 de las atracciones, operando el parque en modo B (Figura 2). Para ello decide instalar sobre la instalación previa dimensionada, un nuevo equipo de bombeo cuya curva viene definida por la expresión $H = 100- 45Q^2$ (H en mca y Q en m^3/s). Ante esta nueva situación, dimensionar las nuevas líneas instaladas (en la figura 2 aparecen trazadas de forma discontinua), garantizando tanto la presión mínima como la velocidad correcta de diseño de la instalación.

LÍNEA	**DN (m)**
9	0,15
10	0,1
11	0,1
12	0,1

d) Una vez dimensionado las nuevas líneas del modo operación B. Justificar numéricamente si el funcionamiento del conjunto es correcto (atendiendo a los criterios de velocidad y presiones mínimas establecidas)

LINEA	**Caudal (l/s)**	**DN (m)**	**V (m/s)**
2	255	0,3	**3,61**
3	225	0,275	**3,79**

No cumple

Datos

NUDO	COTA (m)	DEMANDA (l/s)
0 Depósito	0	0
1	0	0
2	5	30
3	15	35
4	25	20
5	45	30
6	50	15
7	42	25
8	15	10
9	18	20
10	21	30
11	16	25
12	29	15

LÍNEAS	Nudo Inicial	Nudo Final	Longitud (m)
1	0	1	Despreciable
2	1	2	150
3	2	3	200
4	3	4	60
5	4	5	80
6	4	6	50
7	4	7	100
8	3	8	60
9	3	9	60
10	9	10	80
11	9	11	100
12	9	12	50

Tabla de Diámetros Comerciales de Fundición (el diámetro interior coincide con el nominal)

DN (mm)	100	125	150	200	250	300	350	400	500

SOLUCIÓN

Apartado a)

En primer lugar, se determinan los caudales circulantes por cada una de las líneas del modo de operación A.

ID LÍNEAS	1	2	3	4	5	6	7	8
Caudal Modo Operación A (l/s)	165	165	135	90	30	15	25	10

Determinado el caudal y considerando la pendiente crítica de diseño dada (25 mm/m), se determina el nudo más desfavorable, aplicando Bernoulli entre el depósito y cada uno de los nudos.

$z_0 + \frac{P_0}{\gamma} + H_b = z_i + (\frac{P_i}{\gamma})_{min} + j * \sum L_i$

NUDO	**Longitud acumulada (m) [$\sum L_i$]**	**Cota Nudo (m) [z_i]**	**$j * \sum L_i$ (mca)**	**Hb (mca)**
2	150	5	3,75	38,75
3	350	15	8,75	53,75
4	410	25	10,25	65,25
5	490	45	12,25	87,25
6	**460**	**50**	**11,5**	**91,5**
7	510	42	12,75	84,75
8	410	15	10,25	55,25

Por lo tanto, el tramo crítico es 0-1-2-3-4-6. El diámetro teórico para este tramo, puede determinarse mediante la expresión de Darcy-Weisbach:

$$D_t = \sqrt[5]{\frac{8fQ^2}{\pi^2 g\, j}}$$

LÍNEA	**Caudal (l/s)**	**Dt (m)**	**Dcomercial (mm)**	**L (m)**	**hr (mca)**	**V (m/s)**
2	165	0,2766	0,3	150	2,50	2,33
3	135	0,2553	0,3	200	2,23	1,91
4	90	0,2171	0,25	60	0,74	1,83
6	15	0,1060	0,125	50	0,55	1,22
					$\sum h_r$ =6,02	

Apartado b)

Por lo tanto, el punto de funcionamiento de la bomba será:

$$H_b = (z_6 - z_0) + (\frac{P_6}{\gamma})_{min} - \frac{P_0}{\gamma} + \sum h_r$$

$$H_b = (50 - 0) + 30 - 0 + 6{,}02 = 86{,}02\text{mca}$$

El punto de funcionamiento será Q=0,165 m^3/s y H = 86,02 mca, estando todos los diámetros dimensionados en el rango de velocidades permitido.

Apartado c)

El problema se convierte en un problema de altura conocida, ya que la curva del equipo de bombeo se conoce y, por lo tanto, conocidos la nueva distribución de caudales, se puede conocer tanto el punto de funcionamiento de la bomba como la altura piezométrica del nudo 3 (nudo de derivación).

ID LINEAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Caudal Modo Operación B (l/s)	255	255	225	90	30	15	25	10	90	30	25	15

La altura aportada por la bomba es H= 100 – 45 $0{,}255^2$= 97,07 mca y el caudal 0,255 m^3/s.

Por lo tanto, la altura piezométrica del nudo 3 es:

$$H_0 + H_b = H_3 + \sum h_r$$

La altura piezométrica del depósito (punto 0) se conoce e igual a 0, mientras que las nuevas pérdidas de carga de las líneas 2 y 3 (la línea 1 no tiene pérdidas) se pueden determinar nuevamente:

LÍNEA	**Caudal (l/s)**	**DN(m)**	**L (m)**	**hr**
2	255	0,3	150	5,97
3	225	0,3	200	6,20

$$H_3 = 0 + 97{,}07 - 5{,}97 - 6{,}20 = 84{,}91\ mca$$

Conocida la altura piezométrica, se determina el tramo crítico de la nueva subred (línea de trazos de la figura 2), teniendo en cuenta que debe garantizarse la presión mínima de 30 mca.

NUDO	**Cota (m)**	**H_{min} (m)**	**L_{acum} (m)**	**h_r disponible (mca)**	**$j_{diseño}$**
9	18	48	60	36,91	0,6151
10	21	51	140	33,91	0,2422
11	16	46	160	38,91	0,2432
12	**29**	**59**	**110**	**25,91**	**0,2355**

Por lo tanto, el tramo crítico será 3-9-12 y su diámetro puede determinarse utilizando la pendiente de diseño igual 0,2048 y la expresión de Darcy-Weisbach, conocido f, L y Q.

LÍNEA	Longitud (m)	Caudal (l/s)	$j_{diseño}$	$D_{teórico}$ (m)	DN (m)	h_r (mca)	V_{max} (m/s)
9	60	90	0,2355	0,1386	0,15	9,52	5,093
12	50	15	0,2355	0,0677	0,1	1,67	1,910

La línea 9 presenta una velocidad superior a 3, por lo que debe incrementarse el diámetro comercial de la línea 9.

LÍNEA	Longitud (m)	Caudal (l/s)	$j_{diseño}$	$D_{teórico}$ (m)	DN (m)	h_r (mca)	V_{max} (m/s)
9	60	90	0,2355	0,1386	0,2	2,26	2,865
12	50	15	0,2355	0,0677	0,1	1,67	1,910

Dimensionado el tramo 3-9-12, se determina la altura piezométrica en el nudo 9, para poder dimensionar los ramales 10 y 11.

$$z_3 + \frac{P_3}{\gamma} = z_9 + \frac{P_9}{\gamma} \quad + h_{3-9}$$

$$z_9 + \frac{P_9}{\gamma} \quad = H_9 = 84{,}91 - 2{,}26 = 82{,}65\ mca$$

Conocida H_9, se pueden determinar la perdida de carga admisible en las líneas 10 y 11.

NUDO	Cota (m)	Hmin (m)	Lacumulada (m)	hr disponible (mca)
10	21	51	80	28,27
11	16	46	100	33,27

Conocida la perdida de carga disponible para garantizar la presión mínima, se puede dimensionar las líneas 10 y 11.

LÍNEA	Caudal (l/s)	L (m)	$h_{rdisponible}$ (mca)	$D_{teórico}$ (m)	DN (m)	h_r (mca)	V_{max} (m/s)
10	30	80	28,27	0,0823	0,1	10,71	**3,82**
11	25	100	33,27	0,0800	0,1	9,30	**3,18**

Como la velocidad es superior a los 3 m/s, se deben incrementar los diámetros comerciales a uno superior y comprobar la nueva velocidad.

LÍNEA	Caudal (l/s)	L (m)	$h_{rdisponible}$ (mca)	$D_{teórico}$ (m)	DN (m)	h_r (mca)	V_{max} (m/s)
10	30	80	28,27	0,0824	0,125	3,51	2,44
11	25	100	33,27	0,0801	0,125	3,05	2,04

Apartado d)

La justificación numérica del correcto dimensionado de la instalación en modo operación B se desarrolla llevando a cabo la comprobación de la nueva presión en el nudo crítico 6 y las velocidades en el tramo afectado por el nuevo modo de operación (líneas 2 y 3).

La presión en el nudo 6 se determina aplicando Bernoulli entre el nudo 3 y nudo 6, considerando las pérdidas de carga producidas con los diámetros escogidos en el apartado b)

$$H_3 = z_6 + \frac{P_6}{\gamma} + h_{3-4} + h_{4-6}$$

$$\frac{P_6}{\gamma} = 81{,}53 - 50 - 0{,}74 - 0{,}55 = 30{,}24\, mca > 30\, mca. CUMPLE$$

Comprobada la presión en el nudo más desfavorable, se comprueba la velocidad en las líneas 2 y 3 con los caudales de funcionamiento en el modo de operación B, los cuales son 255 y 225 l/s.

LINEA	Caudal (l/s)	DN (m)	V (m/s)
2	255	0,3	**3,61**
3	225	0,275	**3,79**

Por lo tanto, se justifica que la velocidad se encuentra por encima de la velocidad máxima permitida, y por lo tanto NO cumpliría un diseño correcto la solución propuesta por el gestor.

Problema 16

Desde la concejalía de medio ambiente de un municipio de la provincia de Alicante, encomiendan al ingeniero municipal, utilizar parte del agua regenerada para regar las zonas verdes de un barrio de nueva construcción. Como trabajo previo, el ingeniero dispone de la topología de la red (Figura 1). Esta red está constituida por una red ramificada que es presurizada mediante un grupo de inyección. Este grupo se alimenta de un depósito atmosférico (cuya cota relativa es 0 m, suponiendo constante el nivel a lo largo del tiempo). Las cotas y demandas de cada uno de los nodos, así como las longitudes de las conducciones de la red están definidas en la Tabla 1. Las pérdidas singulares son igual al 20% de las pérdidas por fricción. Los requerimientos mínimos de presión son de 30 mca en los nudos de consumo y 10 mca en los nudos de no consumo, considerando que todas las zonas verdes están regándose simultáneamente. Suponiendo un factor de fricción constante igual a 0,017 para todas las conducciones, así como que la velocidad del fluido debe situarse entre 0,5 y 3 m/s. Se pide:

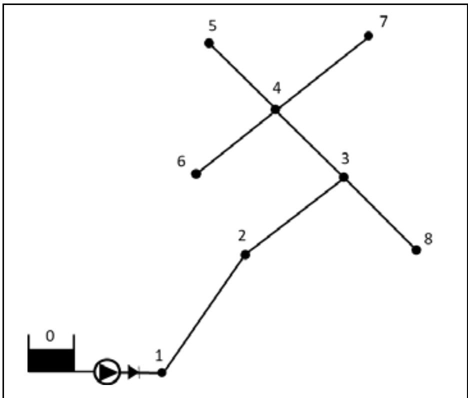


Figura 1. Red de distribución

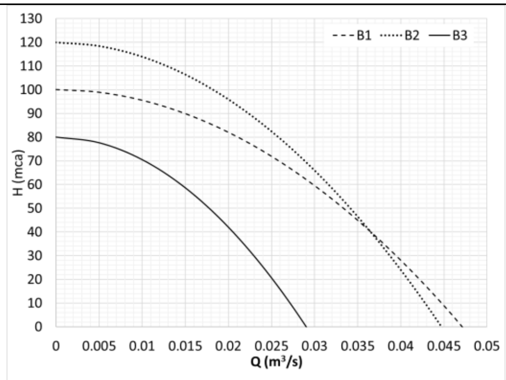


Figura 2. Bombas disponibles

a) Dimensionado del tramo crítico considerando una pendiente de diseño de 20 m/km, normalizando los diámetros teóricos obtenidos al diámetro comercial superior (Tabla 2).

LÍNEA	DN (mm)
2	200
3	180
4	140
5	110

b) Para los diámetros normalizados en el apartado a), caudal y altura manométrica que debe aportar el grupo de bombeo empleado.

$$Q = 0{,}038\frac{m^3}{s};\ H\ =\ 95{,}25\ mca$$

c) Dimensionado del resto de tramos a partir de la altura manométrica aportada por la bomba, obtenida en el apartado anterior.

LÍNEA	**DN (mm)**
6	75
7	63
8	63

d) Teniendo en cuenta que el ingeniero dispone de las siguientes curvas de bombas dadas en la Figura 2 (B1.- $H=100-45000Q^2$; B2.- $H=120-60000Q^2$; B3.- $H=80-90000Q^2$; unidades H (mca); $Q(m^3/s)$). Definir el grupo de bombeo (número de bombas y tipo de bomba) para satisfacer la situación de demanda simultánea en todos los nudos. Tened en cuenta que la formación del grupo debe estar formada por bombas idénticas operando a su velocidad nominal de giro. Para la resolución del apartado, NO es necesario dimensionar el calderín para las condiciones de funcionamiento, ni las presiones de parada y arranque. Solamente, seleccionar tipo bomba y número de bombas, suponiendo que el coste unitario de cada bomba es igual e independiente del tipo de bomba (B1, B2 o B3).

Si se selecciona la bomba B1, se necesitaría disponer de un grupo de inyección de 4 bombas en paralelo para aportar el caudal demandado. En cambio, con la bomba B2, únicamente sería necesario 2 bombas en paralelo, por lo que el coste de inversión sería menor

Tabla 1. Datos de Nudos y Líneas de la Red

ID NUDO	COTA (m)	q (l/s)		ID Línea	Nudo Inicial	Nudo Final	L (m)
0 (Depósito)	0	0		1	0	1	Despreciable
1	0	0		2	1	2	200
2	5	12		3	2	3	350
3	25	8		4	3	4	120
4	64	0		5	4	5	350
5	50	6		6	4	6	140
6	46	4		7	4	7	125
7	42	3		8	3	8	160
8	15	5					

Tabla 2. Diámetros comerciales y espesores para PEAD PE100 PN16. DN coincide con el diámetro exterior.

DIÁMETROS COMERCIALES Y ESPESORES (PEAD PE-100 SDR11)							
DN (mm)	25	32	40	50	63	75	90
e (mm)	2,3	3,0	4,0	4,6	5,8	6,8	8,2
DN (mm)	110	125	140	160	180	200	250
e (mm)	10.0	11,4	13,0	14,6	16,4	18,2	22,7

SOLUCIÓN

Apartado a)

En primer lugar, se determinan los caudales circulantes por cada una de las líneas.

ID	Q (l/s)
2	38
3	26
4	13
5	6
6	4
7	3
8	5

Determinado el caudal y considerando la pendiente crítica de diseño dada (20 m/km), se determina el nudo más desfavorable, aplicando Bernoulli entre el depósito y cada uno de los nudos.

$z_0 + \frac{P_0}{\gamma} + H_b = z_i + (\frac{P_i}{\gamma})_{min} + j * \sum L_i$

NUDO	Longitud acumulada (m) [$\sum L_i$]	Longitud equivalente (m) [$1,2 \sum L_i$]	Cota Nudo (m) [z_i]	$j * \sum L_i$ (mca)	Hb (mca)
2	200	240	5	4,8	39,8
3	550	660	25	13,2	68,2
4	670	804	64	16,08	90,08
5	**1020**	**1224**	**50**	**24,48**	**104,48**
6	810	972	46	19,44	95,44
7	795	954	42	19,08	91,08
8	710	852	15	17,04	62,04

Por lo tanto, el tramo crítico es 0-1-2-3-4-5. El diámetro teórico para este tramo, puede determinarse mediante la expresión de Darcy-Weisbach, normalizando a su diámetro superior, y determinándose nuevamente las pérdidas de carga con el diámetro normalizado:

$$D_t = \sqrt[5]{\frac{8 f Q^2}{\pi^2 g\, j}}$$

LÍNEA	Caudal (l/s)	Dt (m)	DN (mm)	D_{int} (m)	L_{eq} (m)	h_r (mca)	V (m/s)
2	38	0,1589	200	0,1636	240	4,15	1,81
3	26	0,1366	180	0,1472	420	5,77	1,53
4	13	0,1035	140	0,1146	144	1,73	1,26
5	6	0,0760	110	0,09	420	3,60	0,94
						$\sum h_r$ =15,25	

Apartado b)

El punto de funcionamiento de la bomba puede determinarse, si se desarrolla un Bernoulli entre los puntos 0 y 5:

$$H_b=(z_5 - z_0) + (\frac{P_5}{\gamma})_{min} - \frac{P_0}{\gamma} + \sum h_r$$

$H_b=(50 - 0) + 30 - 0 + 15{,}25 = 95{,}25$ mca

El punto de funcionamiento será Q=0,038 m^3/s y H = 95,25 mca, estando todos los diámetros dimensionados en el rango de velocidades permitido.

Apartado c)

El problema se convierte en un problema de altura conocida, ya que se conoce tanto el punto de funcionamiento de la bomba como la altura piezométrica de los nudos 3 y 4 (nudos de derivación).

Por lo tanto, la altura piezométrica del nudo 3 es:

$$H_0 + H_b=H_3 + \sum h_{r0\_3}$$

El valor de la pérdida de carga por fricción de cada línea está determinado en el apartado a). Por tanto.

$$H_3 = 0 + 95{,}25 - 4{,}15 - 5{,}77 = 85{,}33\, mca$$

De forma análoga, $H_4 = 0 + 95{,}25 - 4{,}15 - 5{,}77 - 1{,}73 = 83{,}60\, mca$

Conocida $H_4\ y\ H_3$, se pueden determinar la perdida de carga admisible en las líneas 6, 7 y 8.

NUDO	Cota (m)	H_{min} (m)	L_{equiv} (m)	$h_{r\ disponible}$ (mca)
6	46	76	168	7,60
7	42	72	150	11,60
8	15	45	192	40,33

Conocida la perdida de carga disponible para garantizar la presión mínima, se puede dimensionar las líneas aplicando la ecuación de Darcy-Weisbach

LÍNEA	Caudal (l/s)	L_{equiv} (m)	$h_{r\ disponible}$ (mca)	$D_{teórico}$ (m)	DN (mm)	V_{max} (m/s)
6	4	168	7,60	0,05487	75	1,35
7	3	150	11,60	0,04393	63	1,45
8	5	192	40,33	0,0442	63	2,41

Apartado d)

Conocida la altura necesaria (95,25 mca), se observa que la bomba B3 no puede aportar la altura necesaria, ya que su altura máxima aportada es 80 mca. Para elegir entre la bomba B1 o B2, se determina el caudal impulsado por la bomba para el valor de altura manométrica (95,25 mca). En este caso,

$$\mathrm{H_{B1}} = 100 - 45000\mathrm{Q}^2$$

$$Q_{B1} = \sqrt{\frac{100 - 95{,}25}{45000}} = 0{,}01027\,\frac{m^3}{s}$$

$$\mathrm{H_{B2}} = 120 - 60000\mathrm{Q}^2$$

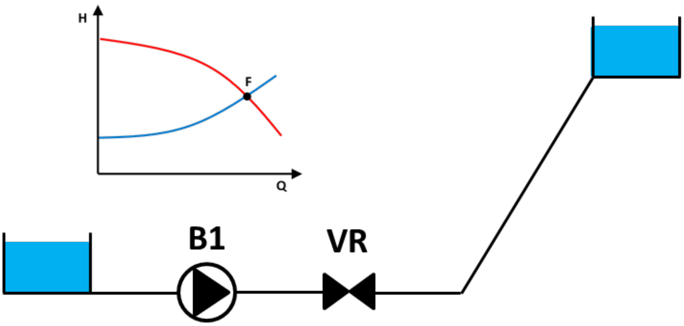
$$Q_{B2} = \sqrt{\frac{120 - 95{,}25}{60000}} = 0{,}02031\,\frac{m^3}{s}$$

Por tanto, si se selecciona la bomba B1, se necesitaría disponer de un grupo de inyección de 4 bombas en paralelo para aportar el caudal demandado. En cambio, con la bomba B2, únicamente sería necesario 2 bombas en paralelo, por lo que el coste de inversión sería menor.

Problema 17

Una instalación de bombeo entre dos depósitos, está definida por la curva resistente $H_r(mca) = 20 + 7000Q^2$ $\left(Q\ en \frac{m^3}{s}\right)$. El sistema de puesta en marcha cuenta con una válvula en serie que se encuentra generalmente abierta. La puesta en marcha se realiza mediante un variador de frecuencia. Teniendo en cuenta que el depósito inicial se encuentra a la cota 0, igual que la estación de bombeo. Determinar la velocidad mínima de puesta en marcha, teniendo en cuenta que la curva de la bomba viene definida por $H_b = 70 - 3000Q^2$ y la curva de eficiencia $\eta = 22Q - 160Q$. Se conoce que la potencia absorbida en el eje, a válvula cerrada es 32 kW.

ELEMENTOS SINGULARES	$\boldsymbol{K\left(\frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}\right)}$
P1	900000000
P2	95000
P3	9000
P4	20



$[Q_{P1} = 0\frac{m^3}{s};\ H_{P1} = 70\ mca]\ ;\ [Q_{P2} = 0{,}02182\frac{m^3}{s}; H_{P2} = 68{,}57\ mca]$

$$\left[Q_{P3} = 0{,}05130\frac{m^3}{s}; H_{P3} = 62{,}11\ mca\right]; \left[Q_{P4} = 0{,}07064\frac{m^3}{s}; H_{P4} = 55{,}03\ mca\right]$$

SOLUCIÓN

En este caso se debe de establecer los diferentes puntos de funcionamiento, teniendo en cuenta las pérdidas de carga que introduce la válvula.

En el caso de P1 (válvula totalmente cerrada), el punto de operación de la bomba será $P1(0\ m^3/s), 70\ mca)$

En el caso de P2

$$20 + (7000 + 95000)\ Q^2 = 70 - 3000Q^2$$

$$Q_{P2} = 0{,}02182\frac{m^3}{s}; H_{P2} = 68{,}57\ mca$$

Para este punto, la eficiencia será

$$\eta_{P2} = 22\ 0{,}02182 - 160\ 0{,}02182^2 = 0{,}4038$$

La potencia en este punto será

$$P_{P2} = \frac{\gamma Q_{P2} H_{P2}}{\eta_{P2}} = 36{,}34\ kW$$

En el caso de P3

$$20 + (7000 + 9000)\ Q^2 = 70 - 3000Q^2$$

$$Q_{P3} = 0{,}05130\frac{m^3}{s}; H_{P3} = 62{,}11\ mca$$

Para este punto, la eficiencia será

$$\eta_{P3} = 22\ 0{,}05130 - 160\ 0{,}05130^2 = 0{,}7075$$

La potencia en este punto será

$$P_{P3} = \frac{\gamma Q_{P3} H_{P3}}{\eta_{P3}} = 44{,}17\ kW$$

En el caso de P4

$$20 + (7000 + 20)\ Q^2 = 70 - 3000Q^2$$

$$Q_{P4} = 0{,}07064\frac{m^3}{s}; H_{P4} = 55{,}03\ mca$$

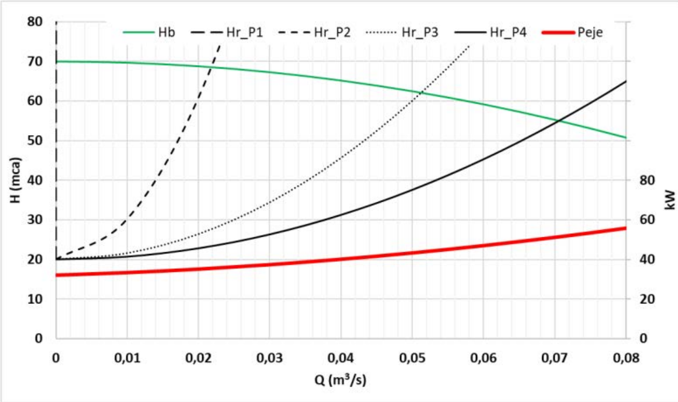
Para este punto, la eficiencia será

$$\eta_{P4} = 22\ 0{,}05130 - 160\ 0{,}05130^2 = 0{,}7556$$

La potencia en este punto será

$$P_{P4} = \frac{\gamma Q_{P4} H_{P4}}{\eta_{P4}} = 51{,}44\ kW$$

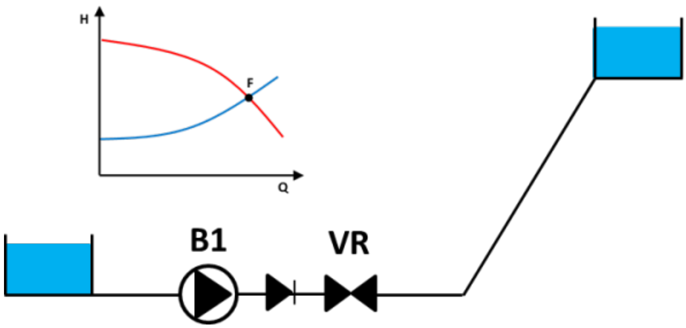
Se adjunta gráficamente la solución



Problema 18

Una instalación de bombeo entre dos depósitos, está definida por la curva resistente $H_r(mca) = 20 + 7000Q^2\ \left(Q\ en \frac{m^3}{s}\right)$. El sistema de puesta en marcha cuenta con una válvula en serie. La puesta en marcha se realiza considerando cuatro posiciones diferentes, siendo P1 totalmente cerrada y P4 totalmente abierta. Los valores de la resistividad hidráulica (K) de la válvula se adjunta a continuación. Determinar la velocidad mínima de giro de la bomba para que por el sistema comience a circular caudal, teniendo en cuenta que la curva de la bomba viene definida por $H_b = 70 - 3000Q^2$ y la curva de eficiencia $\eta = 22Q - 160Q$. La curva de la potencia girando a su régimen nominal es $P = 32 + 106Q + 2395Q^2$ (kW; m^3/s). Determinar dos puntos intermedios de funcionamiento, que consideren la rampa de aceleración de la bomba.

ELEMENTOS SINGULARES	$\boldsymbol{K\left(\frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}\right)}$
V. ANTIRRETORNO	40
CORTE	20



$$\left[Q_{P1} = 0\frac{m^3}{s};\ H_{P1} = 70\ mca\right];\left[Q_{P2} = 0{,}03636\frac{m^3}{s}; H_{P2} = 29{,}33\ mca\right]$$

$$\left[Q_{P3} = 0{,}06358\frac{m^3}{s}; H_{P3} = 48{,}54\ mca\right];\left[Q_{P4} = 0{,}07064\frac{m^3}{s}; H_{P4} = 55{,}03\ mca\right]$$

SOLUCIÓN

En este caso se debe de establecer el primer punto de funcionamiento que será cuando la válvula antirretorno comienza a abrir. Determinar la velocidad mínima de giro de la bomba para que por el sistema comience a circular caudal. los diferentes puntos de funcionamiento, teniendo en cuenta las pérdidas de carga que introduce la válvula.

En el caso de P1 (mínima velocidad de giro), el punto de operación de la bomba será $P1(0\ m^3/s), 20\ mca)$

Por tanto,

$$20 = \alpha^2 70 - 3000\ 0^2 \rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{20}{70}} = 0{,}5345$$

Por tanto, la ecuación de la curva motriz será

$$H_\alpha = 0{,}5345^2 70 - 3000Q^2 = 20 - 3000Q^2$$

La ecuación de la potencia en este punto de funcionamiento será igual

$$P_\alpha = \alpha^3 32 + \alpha^2 106Q + \alpha 2395Q^2$$

$$P_\alpha = 0{,}5345^3 32 + 0{,}5345^2 106Q + 0{,}5345\ 2395Q^2 = 4{,}89 + 30{,}28Q + 1280{,}12Q^2$$

Por tanto, para el punto objeto de estudio, la potencia será 4,89 kW.

Como hay que considerar dos puntos intermedios, el rango de variación será

$$\Delta\alpha = 1 - 0{,}5345 = 0{,}4655$$

Por tanto, las velocidades de P2 y P3 será:

$$\alpha_{P2} = 0{,}5345 + \frac{0{,}4655}{4} = 0{,}6897$$

$$\alpha_{P3} = 0{,}6897 + \frac{0{,}4655}{4} = 0{,}8449$$

En el caso de P2

$$20 + 7060\ Q^2 = 0{,}6597^2 70 - 3000Q^2$$

$$Q_{P2} = 0{,}03636 \frac{m^3}{s}; H_{P2} = 29{,}33\ mca$$

Para este punto, la eficiencia será

$$\eta_{P2} = \frac{22}{0{,}6597}\ 0{,}03636 - \frac{160}{0{,}6597^2}\ 0{,}03636^2 = 0{,}7265$$

La potencia en este punto será

$$P_\alpha = 0{,}6897^3 32 + 0{,}6897^2 106Q + 0{,}6897\ 2395Q^2 = 14{,}51\ kW$$

En el caso de P3

$$20 + 7060\,Q^2 = 0{,}8449^2 70 - 3000Q^2$$

$$Q_{P3} = 0{,}06358 \frac{m^3}{s};\, H_{P3} = 48{,}54\, mca$$

La potencia en este punto será

$$P_\alpha = 0{,}8449^3 32 + 0{,}8449^2 106Q + 0{,}8449\; 2395Q^2 = 32{,}29\, kW$$

En el caso de P4

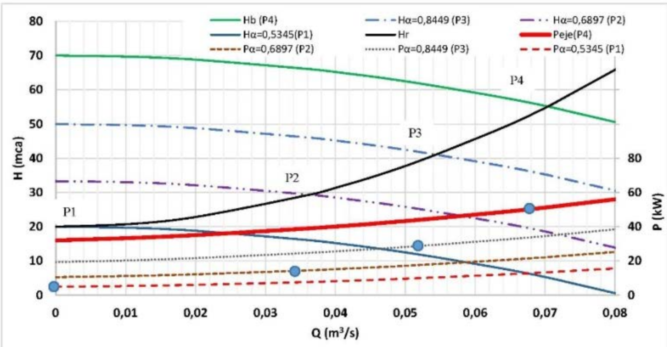
$$20 + 7060\,Q^2 = 70 - 3000Q^2$$

$$Q_{P4} = 0{,}07064 \frac{m^3}{s};\, H_{P4} = 55{,}03\, mca$$

La potencia en este punto será

$$P \quad = 32 + 106Q + 2395Q^2 = 51{,}44\, kW$$

Se adjunta gráficamente la solución



Problema 19

Una instalación de bombeo entre dos depósitos, está definida por la curva resistente $H_r(mca) = 20 + 7000Q^2 \left(Q\ en \frac{m^3}{s}\right)$. El sistema de puesta en marcha cuenta con una válvula en bypass cuyo circuito de recirculación tiene una curva resistente $H_{bp} = 35000Q^2$. La puesta en marcha se puede realizar de dos maneras diferentes:

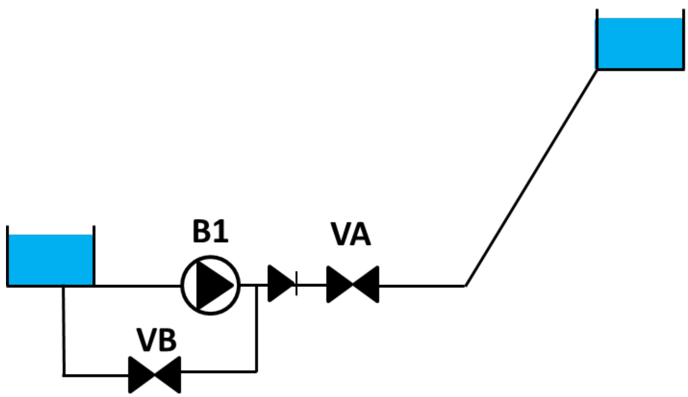
a) Primero se pone en marcha la bomba con ambas válvulas (VA y VB) cerradas. Se abre primero la válvula del bypass (VB), después se abre la válvula que deriva al depósito final (VA) y finalmente se cierra (VB).

PUNTO	Q (m^3/s)	H (mca)	P (kW)
P1	0	70	32
P2	0,04292	64,47	40,96
P3	0,08659	47,51	59,14
P4	0,07071	55	51,47

b) Primero se pone en marcha la bomba con VA y VB abiertas. Después, se cierra (VB).

PUNTO	Q (m^3/s)	H (mca)	P (kW)
P1	0,0239	20	7,08
P2	0,08659	47,51	59,14
P3	0,07071	55	51,47

Conocida que la curva de la potencia girando a su régimen nominal es $P = 32 + 106Q + 2395Q^2$ (kW; m^3/s). Determinar los puntos de funcionamiento para cada una de las situaciones.



SOLUCIÓN

Apartado a)

El primer punto de funcionamiento se establece con ambas válvulas cerradas y, por tanto, la máquina opera a válvula cerrada siendo el caudal nulo. Por tanto, el punto de operación será

$$P_1\left(0\frac{m^3}{s};70\,mca\right)$$

La potencia consumida para este punto sería 32kW.

En el siguiente instante cuando abra VB, el punto de funcionamiento (P2) vendrá definido por la intersección de la curva de la bomba y de la curva resistente del bypass

$$H_b = H_{r_{bp}}$$

$$70 - 3000\,Q^2 = 35000Q^2$$

$$Q_{P2} = \sqrt{\frac{70}{38000}} = 0{,}04292\frac{m^3}{s};H_{P2} = 64{,}47\,mca$$

La potencia absorbida será

$$P_{P2} = 32 + 106\;0{,}04292 + 2395\;0{,}04292^2 = 40{,}96\,kW$$

Establecido el punto de funcionamiento P2, al abrir la válvula VA, se alcanza el punto de funcionamiento P3. En este caso ambas válvulas están abiertas por tanto se cumplirá que por el bypass circulará un caudal correspondiente a la altura geométrica del sistema y el restante por conducción de impulsión

$$Q_{P3} = Q_{bp} + Q_c$$

$$Q_{bp} = \sqrt{\frac{20}{35000}} = 0{,}0239\frac{m^3}{s}$$

Igualando la curva de la bomba y la curva resistente

$$70 - 3000Q_{P3}^2 = 20 + 7000(Q_{P3} - 0{,}0239)^2$$

$$Q_{P3} = 0{,}08659\frac{m^3}{s};H_{P3} = 47{,}51\,mca$$

La potencia absorbida será

$$P_{P3} = 32 + 106\;0{,}08659 + 2395\;0{,}08659^2 = 59{,}14\,kW$$

Finalmente, establecido el régimen permanente, se cierra VB y la operación pasa de P3 a P4.

Igualando la curva de la bomba y la curva resistente

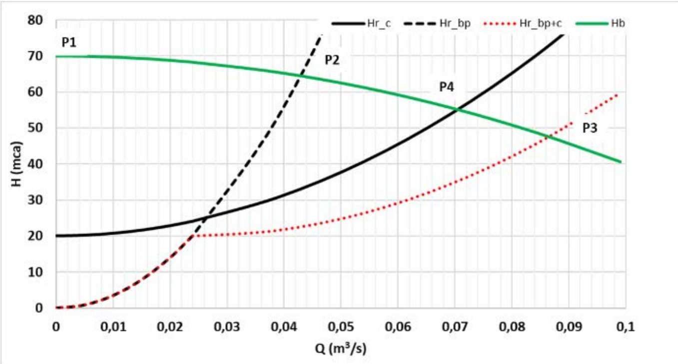
$$70 - 3000Q_{P4}^2 = 20 + 7000(Q_{P4})^2$$

$$Q_{P3} = 0{,}07071\frac{m^3}{s}; H_{P3} = 55\, mca$$

La potencia absorbida será

$$P_{P3} = 32 + 106\ 0{,}07071 + 2395\ 0{,}07071^2 = 51{,}47\, kW$$

Se adjunta gráficamente la solución



Apartado b)

El primer punto de funcionamiento se establece cuando con las dos válvulas abiertas, la puesta en marcha se desplaza por la curva resistente del bypass hasta llegar al valor del desnivel geométrico (20 mca).

$$H_g = H_{r_{bp}}$$

$$20 = 35000Q^2$$

$$Q_{P1} = \sqrt{\frac{20}{35000}} = 0{,}0239\frac{m^3}{s}; H_{P1} = 20\, mca$$

La velocidad de la bomba para este punto de funcionamiento sería

$$H = \alpha^2 70 - 3000Q^2$$

$$20 = \alpha^2 70 - 3000\ 0{,}0239^2 \rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{20 + 3000\ 0{,}0239^2}{70}} = 0{,}557$$

Por tanto, la bomba tendrá una velocidad de giro en ese punto de

$$n = 0{,}557\ 2900 = 1615\, rpm$$

La potencia absorbida será

$$P_{P1} = 0{,}557^3 32 + 0{,}557^2 106\ 0{,}0239 + 2395\ 0{,}0239^2 = 7{,}08\ kW$$

Establecido el punto de funcionamiento P1, a medida que la bomba vaya incrementando su velocidad se desplazará por la curva ($H_{r_{bp+c}}$), hasta alcanzar el régimen permanente a su velocidad nominal de giro en el punto de funcionamiento P2. En este caso ambas válvulas están abiertas por tanto se cumplirá que por el bypass circulará un caudal correspondiente a la altura geométrica del sistema y el restante por conducción de impulsión

$$Q_{P3} = Q_{bp} + Q_c$$

$$Q_{bp} = \sqrt{\frac{20}{35000}} = 0{,}0239\frac{m^3}{s}$$

Igualando la curva de la bomba y la curva resistente

$$70 - 3000Q_{P2}^2 = 20 + 7000(Q_{P2} - 0{,}0239)^2$$

$$Q_{P2} = 0{,}08659\frac{m^3}{s}; H_{P3} = 47{,}51\ mca$$

La potencia absorbida será

$$P_{P3} = 32 + 106\ 0{,}08659 + 2395\ 0{,}08659^2 = 59{,}14\ kW$$

Finalmente, establecido el régimen permanente, se cierra VB y la operación pasa de P2 a P3.

Igualando la curva de la bomba y la curva resistente

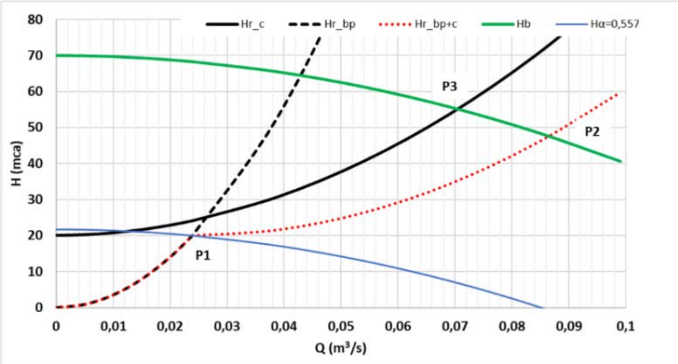
$$70 - 3000Q_{P3}^2 = 20 + 7000(Q_{P3})^2$$

$$Q_{P3} = 0{,}07071\frac{m^3}{s}; H_{P3} = 55\ mca$$

La potencia absorbida será

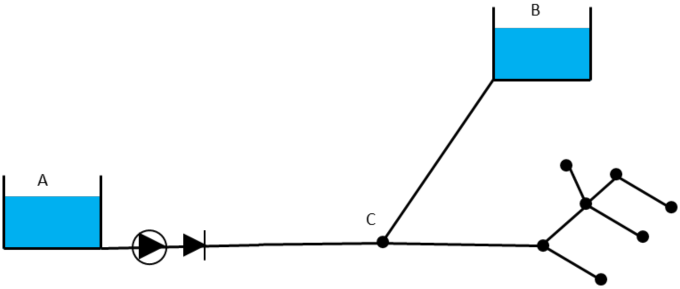
$$P_{P3} = 32 + 106\ 0{,}07071 + 2395\ 0{,}07071^2 = 51{,}47\ kW$$

Se adjunta gráficamente la solución



Problema 20

Un sistema de abastecimiento presenta el esquema que se observa en la figura. Existe un depósito acumulador en B, que abastece la red de abastecimiento desde un punto C. Se conoce que la presión mínima que debe existir en C (z=20 m) para que el sistema tenga la presión necesaria de servicio es 35 mca. Se conoce que la cota del depósito de aspiración es 10 m, estando los equipos de bombeo a la misma cota. La longitud AC son 3200 m y la longitud CB 1800 m. Se conocen los caudales demandados por la red (a partir de sus demandas base y patrones de demanda).



Horas	Q_d (m^3/h)	Horas	Q_d (m^3/h)
0	530,64	12	767,89
1	506,71	13	873,01
2	480,79	14	744,13
3	418,33	15	870,49
4	362,89	16	777,97
5	422,65	17	758,53
6	540,73	18	721,99
7	546,49	19	739,09
8	716,05	20	672,85
9	702,19	21	633,79
10	809,65	22	702,72
11	749,17	23	633,60

Se pide:

a) Dimensionar las conducciones, con un criterio de diseño de j = 2,5 mca/km para el caudal máximo. Considerar los siguientes diámetros nominales (coinciden con el interior) en mm 200/250/300/400/500/600/700/800. Suponer un f = 0,016 y que las pérdidas de carga singulares son un 15% de las de fricción

$$D_{AC} = 700\ mm \quad D_{CB} = 700\ mm$$

b) Definir el volumen que debe tener el depósito B, para una hipótesis de regulación diaria considerando que únicamente se bombea en periodo P6 de la tarifa eléctrica (8 h al día)

$$\forall = 14248\ m^3$$

c) Definir la cota de la lámina de agua mínima del depósito para garantizar la presión mínima en C. Suponer que la altura es $h = \sqrt[5]{Volumen}$ y el área rectangular.

$$z_{B_{min}} = 55{,}83\ m$$

$$z_{B_{max}} = 62{,}60\ m$$

d) Para la hipótesis del apartado b), definir caudal y altura manométrica de bombeo máxima

$$Q = 0{,}54452 \frac{m^3}{s}; H_b = 62{,}25\ m$$

e) Seleccionar el número de bombas, asociación y tipo de bomba entre las que se adjuntan a continuación del tipo $H = A + BQ^2$ y la curva de la eficiencia para todas $\eta = 20 + 300Q - 700Q^2$

TIPO	**A**	**B**	**TIPO**	**A**	**B**
B1	60	-500	B5	80	-500
B2	65	-500	B6	85	-500
B3	70	-500	B7	90	-500
B4	75	-500	B8	95	-500

$$Bomba\ Tipo\ B5, 3\ bombas\ en\ paralelo + 1\ de\ reserva$$

f) Definir la velocidad de giro de las bombas y coste energético unitario por m^3 si operan a velocidad variable para garantizar los puntos de funcionamiento en cada una de las situaciones tanto de bombeo directo como bombeo al depósito

Resultados para el bombeo a depósito, 3 bombas en paralelo a velocidad variable

t (h)	**n (rpm)**	$C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right)$
0	2786	0,3023
1	2800	0,3065
2	2815	0,3109
3	2833	0,3161
4	2850	0,3214
5	2860	0,3244
6	2865	0,3260
7	2877	0,3296

En el caso de inyección en directo, únicamente es necesaria una bomba para satisfacer el caudal demandado a la altura requerida.

t (h)	**n (rpm)**	$C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right)$	**t (h)**	**n (rpm)**	$C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right)$	**16**	**2704**	**0,2423**
0	2436	0,2429	8	2630	0,2405	16	2704	0,2423
1	2414	0,2444	9	2614	0,2402	17	2680	0,2416
2	2391	0,2466	10	2743	0,2436	18	2637	0,2406
3	2341	0,2538	11	2669	0,2413	19	2657	0,2410
4	2301	0,2634	12	2692	0,2420	20	2581	0,2398
5	2344	0,2532	13	2825	0,2469	21	2539	0,2398
6	2445	0,2424	14	2663	0,2412	22	2615	0,2402
7	2451	0,2421	15	2822	0,2468	23	2538	0,2398

g) Como se debe mantener la presión constante en C, se coloca una válvula reductora de presión. Determinar la resistividad hidráulica de la válvula (K) para garantizar la presión de 35 mca

t (h)	$K\left(\frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}\right)$	**t (h)**	$K\left(\frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}\right)$	**t (h)**	$K\left(\frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}\right)$
0	16,45	8	422,13	16	291,38
1	19,01	9	430,76	17	299,12
2	21,68	10	312,88	18	323,10
3	24,85	11	359,60	19	299,34
4	28,05	12	333,57	20	354,95
5	29,80	13	247,82	21	392,13
6	30,82	14	338,14	22	307,56
7	33,01	15	236,21	23	371,86

SOLUCIÓN

Apartado a)

Antes de dimensionar las conducciones es necesario conocer los caudales circulantes por cada una de ellas. Para ello se determinar el volumen diario demandado (V_d), en este caso, teniendo en cuenta la tabla de datos será

$$V_d = \sum_{0}^{23} (Q_d * 1h) = 15048{,}69\, m^3/día$$

Como se bombea durante 8 h, el caudal de bombeo (Q_b) será

$$Q_b = \frac{V_d}{24} = 1881{,}09 \frac{m^3}{h} = 0{,}52252 \frac{m^3}{s}$$

Este caudal coincidirá con el caudal circulante por la línea AC.

Si se realiza el análisis horario para cada hora del sistema, se obtiene los caudales circulantes por la línea CB que serán los acumulados en el depósito, detrayendo los valores demandados

Horas	Qb (m3//h)	Q_d (m^3/h)	Q_{cb} (m^3/h)	V_p (m^3)	V_T (m^3)
0	1960,29	530,64	1429,65	1429,65	1429,65
1	1960,29	506,71	1453,58	1453,58	2883,23
2	1960,29	480,79	1479,50	1479,50	4362,73
3	1960,29	418,33	1541,96	1541,96	5904,69
4	1960,29	362,89	1597,40	1597,40	7502,09
5	1960,29	422,65	1537,64	1537,64	9039,73
6	1960,29	540,73	1419,56	1419,56	10459,29
7	1960,29	546,49	1413,80	1413,80	11873,09
8	0	716,05	-716,05	-716,05	11157,04
9	0	702,19	-702,19	-702,19	10454,85
10	0	809,65	-809,65	-809,65	9645,21
11	0	749,17	-749,17	-749,17	8896,04
12	0	767,89	-767,89	-767,89	8128,15
13	0	873,01	-873,01	-873,01	7255,14
14	0	744,13	-744,13	-744,13	6511,01
15	0	870,49	-870,49	-870,49	5640,53
16	0	777,97	-777,97	-777,97	4862,56

Horas	**Qb (m3//h)**	**Q_d (m^3/h)**	**Q_{cb} (m^3/h)**	**V_p (m^3)**	**V_T (m^3)**
17	0	758,53	-758,53	-758,53	4104,04
18	0	721,99	-721,99	-721,99	3382,05
19	0	739,09	-739,09	-739,09	2642,96
20	0	672,85	-672,85	-672,85	1970,11
21	0	633,79	-633,79	-633,79	1336,33
22	0	702,72	-702,72	-702,72	633,60
23	0	633,60	-633,60	-633,60	0,00

Conocida la distribución, ya se conoce los caudales de diseño de las conducciones. Para la línea AC el caudal será 0,54452 m^3/s, mientras que para la línea CB será 0,44372 m^3/s (1597,40 m^3/h en la hora 4).

Teniendo en cuenta el criterio de pendiente de diseño

$$D = \left(\frac{8fQ^2}{\pi^2 gj}\right)^{\frac{1}{5}}$$

El diámetro teórico para la línea AC será

$$D = \left(\frac{8fQ^2}{\pi^2 gj}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{8\ 0{,}016\ 0{,}54452^2}{\pi^2 g\ 0{,}0025}\right)^{\frac{1}{5}} = 0{,}6903\ m \rightarrow DN = 700\ mm$$

El diámetro teórico para la línea CB será

$$D = \left(\frac{8fQ^2}{\pi^2 gj}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{8\ 0{,}016\ 0{,}44372^2}{\pi^2 g\ 0{,}0025}\right)^{\frac{1}{5}} = 0{,}636\ m \rightarrow DN = 700\ mm$$

Por tanto, la resistividad hidráulica de las conducciones, teniendo en cuenta un 15% de pérdidas de carga singulares

$$R_{AC} = \frac{8fL}{\pi^2 gD^5} = \frac{8\ 0{,}016\ 1{,}15\ 3200}{\pi^2 g 0{,}7^5} = 25{,}17 \frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}$$

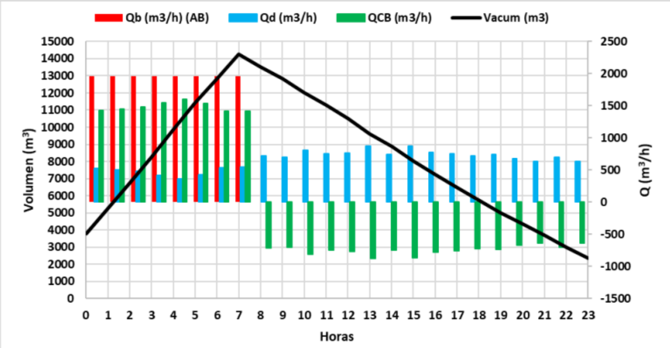
$$R_{CB} = \frac{8fL}{\pi^2 gD^5} = \frac{8\ 0{,}016\ 1{,}15\ 1800}{\pi^2 g 0{,}7^5} = 14{,}16 \frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}$$

Apartado b)

Teniendo en cuenta la tabla anteriormente expuesta en el apartado a), el volumen mínimo de regulación será de

$$V_r = 11873{,}09\ m^3$$

Gráficamente se puede observar



Los caudales negativos indican que salen del depósito B hacia C.

Por tanto, teniendo en cuenta un 20% de seguridad del volumen, el volumen útil será

$$V_{depósito} = 1{,}2V_r = 1{,}2\ 11873{,}79 = 14247{,}70\ m^3 \rightarrow V_{dep} = 14248\ m^3$$

El volumen inicial (t=0) que deberá tener el depósito será:

$$V_{t=0\_} = 14248 - 11239{,}49 = 2371{,}91\ m^3$$

Apartado c)

La altura del depósito será igual a

$$h = \sqrt[5]{\forall} = \sqrt[5]{14248} = 6{,}77\ m$$

Por tanto, el área del depósito, suponiendo que es rectangular será

$$A = \frac{\forall}{h} = \frac{14278}{6{,}78} = 2103{,}79\ m^2$$

Teniendo en cuenta que debe cumplirse la condición de presión mínima, esta se deberá dar para la situación de caudal punta cuando las bombas se encuentran paradas (t=13 Q=873,01 m^3/h). Por tanto,

$$B_B = B_C + h_{r_{BC}}$$

$$z_B = z_C + \frac{P_C}{\gamma} + h_{r_{BC}}$$

$$z_B = 20 + 35 + 14{,}16\ 0{,}2425^2 = 55{,}83\ m$$

Por tanto, el depósito oscilará entre las cotas

$$z_{B_{min}} = 55{,}83\ m$$

$$z_{B_{max}} = 55{,}83 + 6{,}77 = 62{,}60\ m$$

Apartado c)

La altura de bombeo máxima vendrá dada para la situación en la que la cota del depósito es máxima (t=7h). No obstante, habrá que comprobar la situación en la que el caudal circulante por la línea CB es máximo (t=4h)

$$H_{r_{t=7}} = 62{,}60 - 10 + 25{,}17Q_{AC}^2 + 14{,}16\left(Q_{AC} - Q_{d_t}\right)^2 = 62{,}25\,m$$

$$H_{r_{t=4}} = 55{,}83 + 4{,}69 - 10 + 25{,}17Q_{AC}^2 + 14{,}16\left(Q_{AC} - Q_{d_t}\right)^2 = 60{,}78\,m$$

Apartado d)

Para esa situación definida en el apartado c) la máxima altura y caudal serán:

$$Q = 0{,}54452\frac{m^3}{s}; H_b = 62{,}25\,m$$

Apartado e)

No obstante, a continuación, se adjunta los puntos (curva de consigna) que tiene que operar la bomba en función de la hora y de la altura del depósito

Horas	**Q_b (m^3/h) (AB)**	**Hb (mca)**
0	1960,29	57,34
1	1960,29	58,1
2	1960,29	58,89
3	1960,29	59,83
4	1960,29	60,78
5	1960,29	61,3
6	1960,29	61,6
7	**1960,29**	**62,25**

Teniendo en cuenta el caudal y la altura la bomba seleccionada será tipo B5 ya que instalando 3 bombas en paralelo podrá satisfacer el caudal bombeado al depósito y en caso de funcionar en directo, será la que menor variación de velocidad tenga. El resto de bombas superiores (B6, B7 y B8) también son válidas, pero implicaría una mayor potencia, una mayor variación de velocidad (menor eficiencia) para satisfacer los puntos inyectados en directo y el número de bombas en paralelo es el mismo (3).

Apartado f)

$$H = 80 - \frac{500}{3^2}Q^2 = 80 - 55{,}56Q^2$$

La velocidad de giro para la para esta situación de bombeo a depósito se establece considerando que las tres bombas disponen de variador de velocidad, por tanto, para cada instante

$$H_{r_t} = \alpha^2 A - \frac{B}{n^2}Q^2$$

La eficiencia será determinada mediante

$$\eta = 20 + \frac{120Q}{\alpha n} - \frac{700Q^2}{\alpha^2 n^2}$$

El coste energético es determinado mediante la expresión

$$C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right) = \frac{P(kW)}{Q\left(\frac{m^3}{h}\right)}$$

A continuación, se muestran los resultados para el bombeo a depósito

t (h)	$\boldsymbol{Q\left(\frac{m^3}{s}\right)}$	**H (mca)**	**α**	**n (rpm)**	**η (%)**	$\boldsymbol{P(kW)}$	$\boldsymbol{C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right)}$
0	0,54452	57,340	0,9606	2786	51,69	592,57	0,3023
1	0,54452	58,100	0,9655	2800	51,66	600,77	0,3065
2	0,54452	58,890	0,9706	2815	51,62	609,41	0,3109
3	0,54452	59,830	0,9766	2833	51,58	619,62	0,3161
4	0,54452	60,780	0,9827	2850	51,53	630,07	0,3214
5	0,54452	61,300	0,986	2860	51,5	635,83	0,3244
6	0,54452	61,600	0,9879	2865	51,49	639,06	0,3260
7	0,54452	62,250	0,992	2877	51,46	646,18	0,3296

En el caso de inyección en directo, únicamente es necesaria una bomba para satisfacer el caudal demandado a la altura requerida

t (h)	$Q\left(\frac{m^3}{s}\right)$	H (mca)	α	n (rpm)	η (%)	$P(kW)$	$C_E\left(\frac{kWh}{m^3}\right)$
0	0,14740	45,55	0,8397	2436	51,09	128,91	0,2429
1	0,14075	45,50	0,8322	2414	50,72	123,86	0,2444
2	0,13355	45,45	0,8244	2391	50,23	118,54	0,2466
3	0,11620	45,34	0,8069	2341	48,69	106,15	0,2538
4	0,10080	45,26	0,7932	2301	46,82	95,58	0,2634
5	0,11740	45,35	0,8081	2344	48,81	107,00	0,2532
6	0,15020	45,57	0,843	2445	51,23	131,06	0,2424
7	0,15180	45,58	0,8449	2451	51,3	132,31	0,2421
8	0,19890	46,00	0,9068	2630	52,12	172,20	0,2405
9	0,19505	45,96	0,9013	2614	52,14	168,66	0,2402
10	0,22490	46,27	0,9458	2743	51,76	197,24	0,2436
11	0,20810	46,09	0,9202	2669	52,04	180,81	0,2413
12	0,21330	46,15	0,928	2692	51,97	185,80	0,2420
13	0,24250	46,48	0,9739	2825	51,3	215,54	0,2469
14	0,20670	46,08	0,9181	2663	52,06	179,47	0,2412
15	0,24180	46,47	0,9728	2822	51,32	214,80	0,2468
16	0,21610	46,18	0,9322	2704	51,93	188,50	0,2423
17	0,21070	46,12	0,9241	2680	52,01	183,28	0,2416
18	0,20055	46,01	0,9091	2637	52,11	173,72	0,2406
19	0,20530	46,06	0,9161	2657	52,08	178,12	0,2410
20	0,18690	45,88	0,8898	2581	52,13	161,37	0,2398
21	0,17605	45,78	0,8752	2539	52,02	151,99	0,2398
22	0,19520	45,96	0,9015	2615	52,14	168,79	0,2402
23	0,17600	45,78	0,8751	2538	52,02	151,94	0,2398

Apartado g)

Para conocer la resistividad hidráulica de la válvula para garantizar la presión de 35 mca en el punto C, habrá que determinar la presión existente en C en los periodos de bombeo y cuando funciona por gravedad. La altura en C será para cada intervalo de tiempo

Fase de bombeo para cada intervalo de t

$$B_A + H_b \quad = B_c + h_{AC}$$

Fase de no bombeo para cada intervalo de t

$$B_B = B_C + h_{r_{BC}}$$

Conocida la altura en C, la pérdida de carga a introducir por la válvula será

$$h_{sv} = z_C + \frac{P_C}{\gamma} - 20 - 35 = KQ^2$$

Se adjunta a continuación la tabla resumen

t (h)	$\boldsymbol{Q\left(\frac{m^3}{s}\right)}$	**H (mca)**	$\boldsymbol{h_r\ (mca)}$	$\boldsymbol{h_{sv}\ (mca)}$	$\boldsymbol{K\left(\frac{mca}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}\right)}$
0	0,54452	57,34	7,46	4,88	16,45
1	0,54452	58,10	7,46	5,64	19,01
2	0,54452	58,89	7,46	6,43	21,68
3	0,54452	59,83	7,46	7,37	24,85
4	0,54452	60,78	7,46	8,32	28,05
5	0,54452	61,30	7,46	8,84	29,80
6	0,54452	61,60	7,46	9,14	30,82
7	0,54452	62,25	7,46	9,79	33,01
8	0,19890	62,26	0,56	16,70	422,13
9	0,19505	61,93	0,54	16,39	430,76
10	0,22490	61,54	0,72	15,83	312,88
11	0,20810	61,19	0,61	15,57	359,60
12	0,21330	60,82	0,64	15,18	333,57
13	0,24250	60,41	0,83	14,57	247,82
14	0,20670	60,05	0,60	14,45	338,14
15	0,24180	59,64	0,83	13,81	236,21
16	0,21610	59,27	0,66	13,61	291,38
17	0,21070	58,91	0,63	13,28	299,12
18	0,20055	58,57	0,57	13,00	323,10
19	0,20530	58,21	0,60	12,62	299,34
20	0,18690	57,89	0,49	12,40	354,95
21	0,17605	57,59	0,44	12,15	392,13
22	0,19520	57,26	0,54	11,72	307,56
23	0,17600	56,96	0,44	11,52	371,86

Bibliografía

Karassik, Igor J., (1911-); Messina, Joseph P; Cooper, Paul; Heald, Charles C; Dawsonera. Pump handbook. Maidenhead: McGraw-Hill Professional, 2008. | 4th ed

López Patiño, Gonzalo | Martínez Solano, Francisco Javier. Máquinas hidráulicas.Valencia: Editorial Universitat Politècnica de València, 2010.

Mataix, Claudio. Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas. México: Oxford University Press 2004. | 2ª ed.

Mataix, Claudio. Turbomáquinas hidráulicas: turbinas hidráulicas, bombas, ventiladores. Madrid : ICAI, 2009. | 2ª ed. rev. y corrrg.