

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA
DOCTORADO EN INGENIERÍA Y PRODUCCIÓN INDUSTRIAL



**UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA**

Investigación para la extensión del fasor de la potencia aparente de desequilibrio a la potencia aparente de distorsión. Nuevo método para la compensación de la potencia reactiva y potencias de desequilibrio en sistemas trifásicos sinusoidales desequilibrados.

TESIS DOCTORAL

Doctorando:

Rafael Montoya Mira

Dirigida por:

Dr. D. Miguel Jorge Reig Pérez

Dr. D. Rafael Montoya Villena

Alcoy, 2020

AGRADECIMIENTOS

Una vez terminado uno de los mayores logros de mi vida, me gustaría dar las gracias a mis directores de tesis, Miguel Jorge Reig Pérez y Rafael Montoya Villena por sus consejos y orientación. Sin ellos no habría sido posible sacar este trabajo de investigación adelante.

Me gustaría hacer una mención especial a mi director y padre Rafael Montoya Villena. Sin sus lecciones, paciencia, apoyo y sacrificio sería imposible pensar en llegar a conseguir realizar este trabajo. No tengo suficientes páginas para expresar mi eterna gratitud, cariño y admiración hacia el cómo director y por encima de todo como padre.

Además, quisiera agradecer también a mis compañeros de investigación José Manuel Díez Aznar y Pedro Ángel Blasco Espinosa, por su ayuda, dedicación, entrega y sus consejos para poder elaborar este trabajo y así poder continuar con mi carrera investigadora.

Por supuesto no podría olvidar dar las gracias a mi madre y mi hermano, porque la familia está siempre presente, por muy lejos que se encuentre. Siempre me han ayudado como y cuando ha sido necesario. Por lo tanto, este trabajo también es suyo.

Por último, me gustaría agradecer a todas las personas que teniendo conocimiento o no, han contribuido a que este trabajo saliera adelante.

Gracias.

ÍNDICE

	Página
RESUMEN	11
RESUM	17
ABSTRACT	23
CAPÍTULO 1: INTRODUCCION	29
1.1 INTRODUCCIÓN	31
1.2 TEORÍAS DE LA POTENCIA ELÉCTRICA.	34
1.2.1 Teorías de la potencia eléctrica utilizada en esta tesis.	37
Teoría de Steinmetz.	37
Teoría de Buchholz.	43
IEEE Std.1459/2010.	44
Teoría unificada de las potencias, UPM.	50
Fasor de la potencia de desequilibrio.	59
1.3 METODOS ACTUALES DE COMPENSACIÓN DE LAS CORRIENTES NEGATIVA Y HOMOPOLAR, ASI COMO LA COMPONENTE REACTIVA DE LA SECUENCIA POSITIVA, MEDIANTE COMPENSADORES PASIVOS.	64
1.4 OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DE LA PRESENTE TESIS.	81
1.5 PUBLICACIONES.	83
1.6 REFERENCIAS.	84
CAPÍTULO 2: ARTICULO 1	91
Resumen.	93
1 INTRODUCCIÓN	93
2 REVISIÓN DE POTENCIA INSTANTÁNEA EN UN SISTEMA NO SINUSOIDAL.	95
3 ARMÓNICOS DE POTENCIA EN UN SISTEMA DE POTENCIA TRIFÁSICO NO LINEAL CON TENSIONES EQUILIBRADAS.	98
3.1 Parámetros armónicos A_n^m , B_n^m , C_n^m y D_n^m	102
3.2 Fasor de la potencia aparente armónica \overline{S}_n^m	103
3.3 Aplicación del fasor \overline{S}_n^m en un nodo con varias cargas conectadas en paralelo.	104
3.4 Aplicación del fasor \overline{S}_n^m entre dos nodos de un sistema.	105
4 POTENCIA ARMÓNICA EN SISTEMAS DE POTENCIA TRIFÁSICOS NO LINEALES CON TENSIONES DESEQUILIBRADAS.	105
5 POTENCIA APARENTE ARMÓNICA Y POTENCIA APARENTE TOTAL.	106

	Página
6 CASO PRÁCTICO.	107
7 CONCLUSIONES.	112
Referencias.	114
CAPÍTULO 3: ARTICULO 2	119
Resumen.	121
1 INTRODUCCIÓN	121
2 ANÁLISIS DE LA POTENCIA DE DESEQUILIBRIO EN UN SISTEMA TRIFÁSICO LINEAL.	126
3 COMPENSACIÓN EN SISTEMAS TRIFÁSICOS A 3 HILOS CON TENSIONES EQUILIBRADAS.	128
3.1 Compensador de potencia reactiva.	129
3.2 Compensador de potencia aparente de desequilibrio debida a la intensidad de secuencia negativa (NSCC).	130
4 COMPENSACIÓN CON TENSIONES DESEQUILIBRADAS.	134
4.1 Cálculo de las reactancias del compensador SVC a tensiones desequilibradas.	136
4.2 Cálculo de las reactancias del compensador NSCC a tensiones desequilibradas.	137
5 COMPENSADOR ÚNICO “SVC+NSCC” EN TRIÁNGULO.	138
6 CASO PRÁCTICO.	140
6.1 Cálculo del compensador SVC conectado en estrella.	141
6.2 Cálculo del compensador NSCC conectado en estrella.	142
6.3 Cálculo del compensador único “NSCC+SVC” en triángulo.	143
6.4 Análisis de las corrientes de línea y de las potencias antes y después de la compensación.	143
7 CONCLUSIONES.	145
Referencias.	146
CAPÍTULO 4: ARTICULO 3	151
Resumen.	153
1 INTRODUCCIÓN	153
2 ANÁLISIS DE LA POTENCIA DE DESEQUILIBRIO EN UN SISTEMA TRIFÁSICO LINEAL A CUATRO HILOS.	158
3 COMPENSACIÓN DE SISTEMAS LINEALES TRIFÁSICOS DESEQUILIBRADOS A 4 HILOS.	160
3.1 Compensador ZSCC con tensiones equilibradas.	161
3.2 Compensador ZSCC con tensiones desequilibradas.	166

	Página
3.3 Análisis y aplicación de los compensadores SVC y NSCC a un sistema a 4 hilos.	172
4 APLICACIÓN PRÁCTICA.	174
4.1 Cálculo del compensador ZSCC.	176
4.2 Calculo de compensador SVC conectado en estrella.	179
4.3 Calculo del compensador NSCC con conexión en estrella.	182
5 CONCLUSIONES.	185
Nomenclatura.	187
Referencias.	190
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.	195
5.1 CONCLUSIONES.	197
5.2 FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN.	200
CAPÍTULO 6: REFERENCIAS.	203
6.1 INTRODUCCIÓN.	205

RESUMEN

El campo de la ciencia donde se encuadra la presente tesis doctoral, es un campo muy antiguo y muy estudiado. La primera experiencia conocida en transmisión de energía eléctrica es atribuida a H. Fontaine en 1873 en la Exposición de Viena. Desde entonces se han desarrollado multitud de teorías sobre la potencia eléctrica, y aunque parezca poco creíble, hoy en día todavía no se ha establecido una teoría consensuada por toda la comunidad científica. No obstante, sí que hay una norma establecida que permite la construcción de los aparatos de medida bajo unos mínimos consensuados. Esta norma es la IEEE Std. 1459-2010.

Según la citada norma se establece una descomposición de la potencia eléctrica en función de sus características. Están la potencia útil y las potencias energéticamente ineficientes. Así la potencia útil se corresponde con la potencia activa, y las potencias ineficientes se corresponden con la potencia debida a los desfases entre tensión y corriente, también llamada potencia reactiva, la potencia debida a los desequilibrios de corriente y/o tensión, y la potencia de distorsión debida a las cargas no lineales.

En el año 2015, el Dr. Pedro Ángel Blasco Espinosa, presentó su tesis doctoral cuyo título es: "Formulación de la potencia de desequilibrio. Aplicación a redes eléctricas desequilibradas sinusoidales", en la cual se formulaba fasorialmente la potencia de desequilibrio, y conjuntamente con la potencia aparente de secuencia positiva, obtenía la potencia total suministrada por la red en un punto de la misma. Esta potencia coincidía con la obtenida con la norma reseñada y con la teoría de Buchholz (1922). No obstante, dejaba fuera la potencia de distorsión.

Así pues, y de acuerdo con los párrafos anteriores, esta tesis tiene dos objetivos diferenciados y complementarios entre sí. Por un lado, extender la formulación fasorial a las potencias de distorsión y por el otro, abordar la compensación de las potencias ineficientes debidas al desequilibrio.

El primer objetivo de esta tesis es el extender el fasor del Dr. Blasco, a la formulación fasorial de la potencia de distorsión. De esta forma se obtiene un procedimiento distinto y complementario al indicado en la norma reseñada, pero

sin la intención de sustituirla, para la obtención de la potencia aparente total suministrada por la red en un punto de la misma. Ello ha dado lugar al primer artículo publicado del compendio de la presente tesis titulado “Formulation of the Phasors of Apparent Harmonic Power: Application to Non-Sinusoidal Three-Phase Power Systems”, en la revista “Energies”, indexada en JCR y publicado con fecha de julio de 2018.

El segundo objetivo se centra en las potencias de desequilibrio, más concretamente en la modelización de circuitos compensadores pasivos constituidos por elementos reactivos, eliminando dichas potencias ineficientes de tal forma que no las tenga que entregar la red o el generador. En la literatura existe numerosa bibliografía al respecto, pero siempre desde la condición de que las tensiones de alimentación sean equilibradas y, además, de que se conozcan las características de la carga, tanto para sistemas eléctricos de tres como de cuatro hilos.

Este problema se resuelve mediante los filtros activos o híbridos. Estos filtros son necesarios para la eliminación o compensación de las potencias de distorsión. No obstante, estos filtros tienen un elevado coste económico respecto de los compensadores pasivos, y un consumo de energía eléctrica. Además, para muchas aplicaciones, como la mejora del factor de potencia o de la reducción de las potencias de desequilibrio, para la cual la velocidad de respuesta o la precisión de control de la compensación no son los requisitos principales, esta diferencia de costos es difícil de justificar.

La metodología de compensación que se describe en esta tesis, para sistemas a tres y cuatro hilos, no ocasiona un consumo energético adicional y es integrable en filtros híbridos, confiriéndole versatilidad y bajo coste económico.

Dadas las características y particularidades de los sistemas eléctricos a tres y cuatro hilos, especialmente en las redes de baja tensión, hace que estos deban ser estudiados de forma separada. Ello dio como resultado la publicación de dos nuevos artículos en la revista “Applied Sciences” indexada en JCR. El primer artículo titulado “Compensation of Reactive Power and Unbalanced Power in Three-Phase Three-Wire Systems Connected to an Infinite Power Network“, con

fecha de publicación diciembre de 2019, se centra en la compensación de redes trifásicas a tres hilos en una red de potencia de cortocircuito infinita, y en él se describe la metodología de compensación de las corrientes de secuencia negativa e imaginaria de secuencia positiva, las cuales son responsables de las ineficiencias debidas a las potencias de desequilibrio y de desfase o reactiva, poniendo de manifiesto la forma en la cual interactúan entre sí los diferentes dispositivos de compensación cuando el sistema de tensiones es desequilibrado. Este artículo es el segundo del compendio de la presente tesis.

El otro artículo, publicado en marzo de 2020 y titulado "Unbalanced and Reactive Currents Compensation in Three-Phase Four-Wire Sinusoidal Power Systems", se centra en la compensación de las ineficiencias ocasionadas en las redes eléctricas a 4 hilos por las corrientes de secuencia homopolar, las corrientes de secuencia negativa y la corriente positiva reactiva. Este artículo es el tercero y último del compendio de artículos de la presente tesis.

RESUM

El camp de la ciència on s'enquadra la present tesi doctoral, és un camp molt antic i molt estudiat. La primera experiència coneguda en transmissió d'energia elèctrica és atribuïda a H. Fontaine en 1873 en l'Exposició de Viena. Des de llavors s'han desenrotllat multitud de teories sobre la potència elèctrica, i encara que parega poc creïble, hui en dia encara no s'ha establert una teoria consensuada per tota la comunitat científica. No obstant això, sí que hi ha una norma establida que permet la construcció dels aparells de mesura davall uns mínims consensuats. Esta norma és la IEEE Std. 1459-2010.

Segons l'esmentada norma s'establix una descomposició de la potència elèctrica en funció de les seues característiques. Estan la potència útil i les potències energèticament ineficients. Així la potència útil es correspon amb la potència activa, i les potències ineficients es corresponen amb la potència deguda als desfasaments entre tensió i corrent, també anomenada potència reactiva, la potència deguda als desequilibris de corrent y/o tensió, i la potència de distorsió deguda a les càrregues no lineals.

L'any 2015, el Dr. Pedro Ángel Blasco Espinosa, va presentar la seua tesi doctoral el títol de la qual és: "Formulación de la potencia de desequilibrio. Aplicación a redes eléctricas desequilibradas sinusoidales", en la qual es formulava fasorialment la potència de desequilibri, i conjuntament amb la potència aparent de seqüència positiva, obtenia la potència total subministrada per la xarxa en un punt de la mateixa. Esta potència coincidia amb l'obtinguda amb la norma ressenyada i amb la teoria de Buchholz (1922). No obstant això, deixava fora la potència de distorsió.

Així, doncs, i d'acord amb els paràgrafs anteriors, esta tesi té dos objectius diferenciats i complementaris entre si. D'una banda, estendre la formulació fasorial a les potències de distorsió i per l'altre, abordar la compensació de les potències ineficients degudes al desequilibri.

El primer objectiu d'esta tesi és l'estendre el fador del Dr. Blasco, a la formulació fasorial de la potència de distorsió. D'esta manera s'obté un procediment distint i complementari a l'indicat en la norma ressenyada, però sense la intenció de substituir-la, per a l'obtenció de la potència aparent total subministrada per la

xarxa en un punt de la mateixa. Això ha donat lloc al primer article publicat del compendi de la present tesi titulat: "Formulation of the Phasors of Apparent Harmonic Power: Application to Non-Sinusoidal Three-Phase Power Systems", en la revista "Energies", indexada en JCR i publicat amb data juliol de 2018.

El segon objectiu se centra en les potències de desequilibri, més concretament en la modelització de circuits compensadors passius constituïts per elements reactius, eliminant les dites potències ineficients de tal forma que no les haja d'entregar la xarxa o el generador.. En la literatura hi ha nombrosa bibliografia respecte d'això, però sempre des de la condició que les tensions d'alimentació siguin equilibrades i, a més, de que es coneguen les característiques de la càrrega, tant per a sistemes elèctrics de tres com de quatre fils.

Este problema es resol per mitjà dels filtres actius o híbrids. Estos filtres són necessaris per a l'eliminació o compensació de les potències de distorsió. No obstant això, estos filtres tenen un elevat cost econòmic respecte dels compensadors passius, i un consum d'energia elèctrica. A més, per a moltes aplicacions, com la millora del factor de potència o de la reducció de les potències de desequilibri, per a la qual la velocitat de resposta o la precisió de control de la compensació no són els requisits principals, esta diferència de costos és difícil de justificar.

La metodologia de compensació que es descriu en esta tesi, per a sistemes a tres i quatre fils, no ocasiona un consum energètic addicional i és integrable en filtres híbrids, conferint-li versatilitat i baix cost econòmic.

Donades les característiques i particularitats dels sistemes elèctrics a tres i quatre fils, especialment en les xarxes de baixa tensió, fa que estos hagen de ser estudiats de forma separada. Això va donar com resultat la publicació de dos nous articles en la revista "Applied Sciences" indexada en JCR. El primer article titulat "Compensation of Reactive Power and Unbalanced Power in Three-Phase Three-Wire Systems Connected to an Infinite Power Network", amb data publicació desembre de 2019, se centra en la compensació de xarxes trifàsiques a tres fils en una xarxa de potència de curtcircuit infinita, i en ell es descriu la metodologia de compensació dels corrents de seqüència negativa i imaginària

de seqüència positiva, les quals són responsables de les ineficiències degudes a les potències de desequilibri i de desfasament o reactiva, posant de manifest la forma en la qual interactuen entre si els diferents dispositius de compensació quan el sistema de tensions és desequilibrat. Este article és el segon del compendi de la present tesi.

L'altre article, publicat al març de 2020 i titulat "Unbalanced and Reactive Currents Compensation in Three-Phase Four-Wire Sinusoidal Power Systems", se centra en la compensació de les ineficiències ocasionades en les xarxes elèctriques a 4 fils pels corrents de seqüència homopolar, els corrents de seqüència negativa i la corrent positiva reactiva. Este article és el tercer i últim del compendi d'articles de la present tesi.

ABSTRACT

The area of science in which this doctoral thesis is framed is a very old and highly studied area. The first known experience in electric power transmission is attributed to H. Fontaine in 1873 at the Vienna Exposition. Since then, a multitude of theories on electrical power have been developed, and although it may seem unbelievable, today a theory agreed by the entire scientific community has not yet been established. However, there is an established standard that allows the construction of measuring devices under agreed minimums. This standard is IEEE Std. 1459-2010.

According to the aforementioned standard, a decomposition of the electrical power is established depending on its characteristics. There is useful power and energy inefficient powers. Thus the useful power corresponds to the active power, and the inefficient powers correspond to the power due to the lag between voltage and current, also called reactive power, the power due to current and / or voltage imbalances, and the power of distortion due to nonlinear loads.

In 2015, Dr. Pedro Ángel Blasco Espinosa, presented his doctoral thesis whose title is: "Formulation of the power of imbalance. Application to sinusoidal unbalanced electrical networks", in which the unbalance power was phasorly formulated, and together with the apparent power of positive sequence, it obtained the total power supplied by the network at one point of it. This power coincided with that obtained with the mentioned norm and with the theory of Buchholz (1922). However, it left out the distortion power.

Thus, and in accordance with the preceding paragraphs, this thesis has two different and complementary objectives. On the one hand, extend the phasor formulation to the distortion powers and on the other, tackle the compensation of the inefficient powers due to the imbalance.

The first objective of this thesis is to extend Dr. Blasco's phasor to the phasor formulation of distortion power. In this way, a different and complementary procedure to that indicated in the aforementioned standard is obtained, but without the intention of replacing it, to obtain the total apparent power supplied by the network at a point in it. This has led to the first published article in the compendium of this thesis entitled "Formulation of the Phasors of Apparent

Harmonic Power: Application to Non-Sinusoidal Three-Phase Power Systems", in the journal "Energies", indexed in JCR and published with dated July 2018.

The second objective focuses on the unbalance powers, more specifically on the modelling of passive compensating circuits made up of reactive elements, eliminating these inefficient powers in such a way that they do not have to be delivered by the network or the generator. In the literature there is a large bibliography on this matter, but always on the condition that the supply voltages are balanced and, in addition, that the characteristics of the load are known, for both three-wire and four-wire electrical systems.

This problem is solved using active or hybrid filters. These filters are necessary for the elimination or compensation of distortion powers. However, these filters have a high economic cost compared to passive compensators, and a consumption of electrical energy. In addition, for many applications, such as power factor improvement or unbalance power reduction, for which response speed or offset control accuracy are not the primary requirements, this cost difference is difficult to justify.

The compensation methodology described in this thesis, for three and four-wire systems, does not cause additional energy consumption and is easy to implement in hybrid filters, giving it versatility and low economic cost.

Given the characteristics and peculiarities of three and four wire electrical systems, especially in low voltage networks, it means that these must be studied separately. This resulted in the publication of two new articles in the journal "Applied Sciences" indexed in JCR. The first article entitled "Compensation of Reactive Power and Unbalanced Power in Three-Phase Three-Wire Systems Connected to an Infinite Power Network", published in December 2019, focuses on the compensation of three-wire three-phase networks with power of infinite short circuit, and it describes the compensation methodology of negative sequence current and positive reactive current, which are responsible for the inefficiencies due to the imbalance and phase shift or reactive powers, showing how which the different compensation devices interact with each other when the

voltage system is unbalanced. This article is the second in the compendium of this thesis.

The other article, published in March 2020 and titled "Unbalanced and Reactive Currents Compensation in Three-Phase Four-Wire Sinusoidal Power Systems", focuses on compensating for inefficiencies caused in 4-wire electrical networks by zero-sequence current, negative-sequence current and reactive positive-sequence current. This article is the third and last of the compendium of articles in this thesis.

CAPITULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 INTRODUCCIÓN

Muchas son las teorías que desde los inicios del siglo XX han abordado distintos procedimientos encaminados a la definición de la potencia eléctrica, dividiendo ésta en componentes transformables en energía útil (energía activa) y en componentes ineficientes que no son transformables en energía útil, entre ellas la potencia reactiva.

Al principio las instalaciones eléctricas tanto a nivel de baja como de alta tensión, se suponían que estaban formadas por cargas lineales y equilibradas, lo que implicaba una simplificación de las características reales de las redes eléctricas y de las cargas que de éstas se alimentan, ya que conlleva implícitamente el no considerar las ineficiencias inherentes a la no linealidad y el desequilibrio de los sistemas eléctricos, y por tanto la obtención de valores aproximados.

A finales del siglo XX se observó que el análisis se complicaba, ya que cada vez se utilizaban más las cargas no lineales, equipos electrónicos, variadores de frecuencia, generaciones distribuidas, cargas monofásicas, etc., que han llevado al crecimiento incesante de corrientes no sinusoidales con alto contenido de armónicos, lo que se traduce en potencias de distorsión. Al mismo tiempo también aumentaban los desequilibrios por asimetría de las tensiones y las corrientes en las redes, dando lugar a potencias de desequilibrio que en todo caso provocan problemas en las redes eléctricas y en las cargas que a ellas se conectan.

Esto hace que ya no sea suficiente la separación únicamente en potencias activas y potencias reactivas según la forma “tradicional” de concepción de las potencias; basada en formas de onda de tensiones y corrientes sinusoidales y en potencias reactivas debidas a desfases ocasionados por reactancias inductivas y/o capacitivas.

Eso hizo necesario el buscar nuevas teorías de la potencia eléctrica que recogieran dichos fenómenos. Con mayor o menor éxito, diferentes teorías que han intentado dar una respuesta. Entre las más recientes están la IEEE Std. 1459-2010 [1] que intenta identificar y unificar criterios referentes a los

fenómenos eléctricos bajo condiciones sinusoidales o no sinusoidales y de equilibrio o desequilibrio; así como la Teoría Unificada de las Potencias (UPM, Unified Power Measurement) desarrollada por V. León, J. Montañana y J. Giner, miembros del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universitat Politècnica de València (UPV) [2]. Por último, se encuentra la tesis doctoral del Dr. Pedro A. Blasco Espinosa [3]. Este autor desarrolla un fador para cuantificar la potencia de desequilibrio en sistemas sinusoidales, es decir, en sistemas trifásicos con cargas lineales desequilibradas.

Así pues, se entiende por ineficiencia en un sistema eléctrico a toda circunstancia que lo aleja de su funcionamiento ideal, por lo que puede considerarse que, sí en un sistema eléctrico al menos una cualquiera de las magnitudes de la potencia eléctrica, tensión e intensidad, puede ser descompuesta en dos o más componentes simétricas, implica la existencia de ineficiencias en el mismo [4].

Hasta hace relativamente poco tiempo, no se han tenido en cuenta las potencias ineficientes generadas como consecuencia de los desequilibrios de las cargas. Incluso hoy día la técnica utilizada para mitigar dichas potencias sigue siendo el reparto equitativo de las cargas entre las tres fases de la instalación a criterio del proyectista.

Con lo cual, se hace necesario calcular de forma adecuada dichas potencias de desequilibrio para diseñar compensadores, en este caso pasivos, para que no las aporte el generador o la red en el punto de medida (bus).

En la actualidad conseguir que los sistemas de distribución en baja tensión se encuentran equilibrados es prácticamente imposible. Estos desequilibrios vienen dados por dos motivos. Uno, debido al desequilibrio de tensiones y otro debido al desequilibrio de las cargas. En ambos casos se generan potencias de desequilibrio.

A partir de aquí todo el esfuerzo de los investigadores se ha centrado en innovar y mejorar los compensadores o filtros activos, desde los filtros conectados a red mediante acoplamiento inductivo (IGCI) [5-6], hasta los filtros conectados a la red mediante acoplamiento híbrido (HGCI) [7-9], pasando por

los filtros conectados a la red mediante acoplamiento capacitivo (CGCI) [10], y los filtros híbridos que incluyen el compensador estático (SVC) en paralelo con un CGCI (SVC//CGCI) [11-12].

Una comparación entre los equipos pasivos y activos, utilizando criterios técnicos, revela la superioridad neta de estos últimos, porque pueden realizar más funciones para aumentar la calidad de energía en el bus, permitir un control más preciso, tener una respuesta más rápida, son más compactos, por lo que ocupan espacios más pequeños y son más silenciosos. Además, al contener menos elementos de circuito pasivo, producen menores pérdidas de energía y, por lo tanto, tienen una mayor eficiencia energética.

Sin embargo, un análisis técnico-económico de soluciones de funciones similares (corrección del factor de potencia, equilibrio de carga, control de voltaje o mitigación de parpadeo) demuestra que para equipos activos los costos son más altos con un 30–35% que para equipos pasivos como SVC [13]. Y para muchas aplicaciones, como la mejora del factor de potencia, para la cual la velocidad de respuesta o la precisión de control de la compensación no son los requisitos principales, esta diferencia de costos es difícil de justificar.

Desde el punto de vista del consumidor, y para cierto tipo de instalaciones, como aquellos suministros monofásicos que por la longitud de su derivación individual se tienen que alimentar con red trifásica, debido a la caída de tensión que puede haber, como pueden ser residencias particulares en la periferia del casco urbano, pequeñas granjas avícolas, ganaderas, etc., les interesa el compensador pasivo de secuencia negativa y homopolar de la corriente. También resulta interesante desde el punto de vista de la distribución de la energía eléctrica por parte de las empresas suministradoras en baja tensión, debido a que alimentan suministros monofásicos con redes trifásicas, como por ejemplos edificios destinados a viviendas, oficinas, etc.

Ello es así porque al eliminar las corrientes de secuencia negativa y homopolar, solo queda la componente positiva. Esto significa que las corrientes de fase serán idénticas en módulo, y que la corriente que circulará por el neutro será nula. Esto permite minimizar las pérdidas en la red, minimizar la caída de

tensión y tener la despreocupación, o estar menos preocupados, de repartir lo mejor posible las cargas monofásicas en la red trifásica.

Estos compensadores pasivos son robustos y con un mantenimiento muy bajo, lo que implican un coste bastante inferior a los compensadores activos. Además, se pueden combinar con los compensadores de potencia reactiva (SVC), en el caso de tener potencia reactiva inductiva de valor considerable.

1.2 TEORÍAS DE LA POTENCIA ELÉCTRICA.

A raíz de todo lo expuesto anteriormente en el apartado 1.1, ya se intuyen los objetivos de esta tesis doctoral. En un principio desarrollar el fasor de la potencia de desequilibrio a sistemas trifásicos con cargas no lineales y en segundo lugar eliminar las potencias ineficientes en sistemas trifásicos senoidales mediante compensadores pasivos.

Muchas teorías de la potencia eléctrica han sido desarrolladas hasta la fecha, y aún aparecerán más, ya que la comunidad científica aún no se ha puesto de acuerdo ni siquiera en la definición de la potencia reactiva [14]. No es objeto de esta tesis el analizarlas, pero valga como muestra las mencionadas a continuación:

- La primera experiencia conocida en transmisión de energía eléctrica es atribuida a H. Fontaine en 1873 en la Exposición de Viena.
- en el año 1888, por W. Stanley [15] y O.B. Shallenberger [16], quienes, simultáneamente, atribuyeron el mayor valor de la corriente en los circuitos de corriente alterna a la presencia en ellos de bobinas.
- 1897, C.P. Steinmetz [17] desarrolló el modelo analítico que explicaba el funcionamiento de los sistemas monofásicos lineales. Desde entonces, esta teoría ha sido recogida por numerosas normas y reglamentos, y en la actualidad es utilizada tanto en la enseñanza como en la práctica industrial.

- En el año 1922, F. Buchholz [18] pone en cuestión el modelo de funcionamiento de los sistemas desequilibrados lineales aportado por las teorías de la Energía y establece una nueva formulación más rigurosa de la potencia aparente.
- En 1927 Budeanu [19].
- En el año 1932 por S. Fryze [20].
- Buchholz en 1950 [21].
- En 1962 Depenbrock [22].
- En 1972 [23], Shepherd y Zakikhami.
- En 1980 Depenbrock aporta el modelo FBD (Fryze Buchholz Depenbrock), donde sienta las bases para el cálculo en valor instantáneo de las corrientes activas. El trabajo no fue publicado en inglés hasta 1993 [24].
- En 1980 [25], Kusters y Moore, desarrollan su modelo de funcionamiento en sistemas monofásicos no lineales como una modificación de la teoría de Fryze. Como novedad, los autores descomponen la potencia ficticia de Fryze en dos componentes: potencia reactiva principal y residual.
- En 1981 [26], Nowomiesjki utiliza el modelo de potencia de Fryze y descompone la corriente de los sistemas monofásicos no lineales en tres diferentes: activa, reactiva y de distorsión.
- En 1983 [27], H. Akagi, Y. Kanazawa y A. Nabae proponen la teoría de la potencia instantánea más conocida por "*Teoría p-q*" y en 1984 [28], los mismos autores proponen un modelo para obtener, a partir de la potencia instantánea, las potencias activas y reactivas en sistemas trifásicos, y las tensiones y corrientes que las producen.

- En 1992 [29], Willems presentó la expansión de la teoría “ $p-q$ ” a sistemas polifásicos.
- En 1993 [30], Watanabe adapta la teoría de la potencia instantánea de Akagi a sistemas trifásicos a 4 hilos.
- En 1994 [31], Nabae presenta una modificación de la teoría “ $p-q$ ” para que fuese aplicable a sistemas de cuatro hilos.
- En 1996 [32], Peng y Lai presentaron una generalización de la potencia reactiva instantánea.
- En 1996 [33], Nabae y Tanaka reformularon la teoría “ $p-q$ ” en coordenadas polares. En 1999 [50], fueron Kim y el propio Akagi quienes presentaron la teoría “ $p-q-r$ ” que expresa las variables de la teoría “ $p-q$ ” utilizando una transformación de coordenadas a un sistema de referencia giratorio. En la actualidad sigue siendo objeto de numerosos trabajos de investigación [34], [35], [36], [37], [38].
- En 1997 [53] Vicente León Martínez, Joaquín Montañana Romeu y José Giner, miembros del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universitat Politècnica de València (UPV) presentan la “Teoría Unificada de la potencia eléctrica, UPM, (Unified Power Measurement)”, así como el desarrollo de esta, que se encuentra plasmado en numerosas publicaciones y trabajos [39], [40], [41], [42], [43], [44], [45], [46].
- En el año 2000, como resultado de los trabajos del “IEEE Working Group in non-sinusoidal situations” [47], se publicó la norma IEEE Std. 1459 en su versión “trial use”, siendo ascendida a “full use” en 2002 y actualizada en 2010 a la versión “Red Line” [1].

1.2.1.- Teorías de la potencia eléctrica utilizada en esta tesis.

– Teoría de Steinmetz [17]

C.P. Steinmetz en 1897 presenta su teoría donde se desarrolla el primer modelo físico y analítico para el estudio de los sistemas monofásicos lineales. A través de este modelo, Steinmetz explicaba y cuantificaba porque no toda la potencia eléctrica en corriente alterna se transforma en energía útil. Partiendo de valores instantáneos, establece que la aplicación de una diferencia de potencial sinusoidal sobre un receptor **monofásico lineal**, en el que existen elementos reactivos, da lugar al paso de una corriente sinusoidal de la misma frecuencia. Esta corriente o intensidad se encuentra desfasada un ángulo (φ) respecto a la tensión y viene dada por la siguiente expresión:

$$v(t) = \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}\omega t \quad (1.1)$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi) \quad (1.2)$$

La corriente puede ser separada en dos componentes ortogonales, donde:

$$i(t) = i_A(t) + i_Q(t) \quad (1.3)$$

$$i_A(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot \text{sen}\omega t \quad (1.4)$$

$$i_Q(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \text{sen}\varphi \cdot \text{sen}(\omega t - \pi/2) \quad (1.5)$$

Cada una de estas corrientes identifica un fenómeno energético diferenciado. La corriente $i_A(t)$ representa la corriente activa y caracteriza la energía neta o transformable del sistema. La corriente $i_Q(t)$ representa la corriente reactiva y caracteriza la energía reactiva o de desfase del sistema.

Cada uno de estos fenómenos energéticos queda reflejado a partir de la expresión de la potencia instantánea de la siguiente forma:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (1.6)$$

$$p(t) = 2 \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot \text{sen}^2\omega t - V \cdot I \cdot \text{sen}\varphi \cdot \text{sen} 2\omega t \quad (1.7)$$

El primer término se manifiesta como un flujo de potencia unidireccional. El valor medio cuantifica la potencia activa “ P ” y caracteriza la transferencia de energía neta o transformable del sistema.

$$p_A(t) = 2 \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot \text{sen}^2\omega t \quad (1.8)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \cdot dt = V \cdot I \cdot \cos\varphi \quad (1.9)$$

El segundo término se manifiesta como un flujo de potencia sinusoidal del doble de frecuencia de la tensión e intensidad y cuyo valor medio es nulo. Representa y cuantifica la potencia reactiva del sistema “ Q ” o de desfase.

$$p_Q(t) = -V \cdot I \cdot \text{sen}\varphi \cdot \text{sen} 2\omega t \quad (1.10)$$

$$Q = V \cdot I \cdot \text{sen}\varphi \quad (1.11)$$

Steinmetz define la potencia reactiva como la amplitud de la potencia reactiva instantánea en base a las siguientes razones:

- a) por ser nulo el valor medio de la potencia reactiva instantánea.
- b) por la semejanza existente con la expresión de la potencia activa.
- c) y fundamentalmente por la relación que existe entre su valor y el fenómeno que cuantifica (en este caso, las oscilaciones de potencia entre el generador y el receptor debidas al desfase), cuyo origen se halla en la carga y descarga de la energía que en forma de campos electromagnéticos se almacena en las bobinas y condensadores.

La energía total del sistema para un sistema eléctrico monofásico en corriente alterna sinusoidal viene determinada por la potencia aparente “ S ” a través de la siguiente expresión:

$$S = V \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (1.12)$$

Para los seguidores de la Teoría Clásica, la potencia aparente debe ser conservativa, dado que sus dos componentes (P y Q) también lo son.

La energía reactiva constituye una ineficiencia del sistema ya que no se transforma en energía útil. Por lo tanto, el cociente entre la potencia activa y aparente, denominado factor de potencia del sistema eléctrico, representa un índice que mide la eficiencia del sistema:

$$\lambda = \frac{P}{S} = \cos\varphi \quad (1.13)$$

Sistemas trifásicos lineales equilibrados

La traslación directa de la Teoría de Steinmetz a los sistemas trifásicos lineales, llevada a cabo a principios del siglo XX, condujo a idénticos resultados a los obtenidos para los sistemas monofásicos lineales. Al igual que en los sistemas monofásicos y como una generalización de los mismos, en los sistemas trifásicos se consideran dos fenómenos que son el de transferencia de energía neta y los fenómenos reactivos.

La siguiente figura muestra un circuito trifásico equilibrado en tensiones e intensidades.

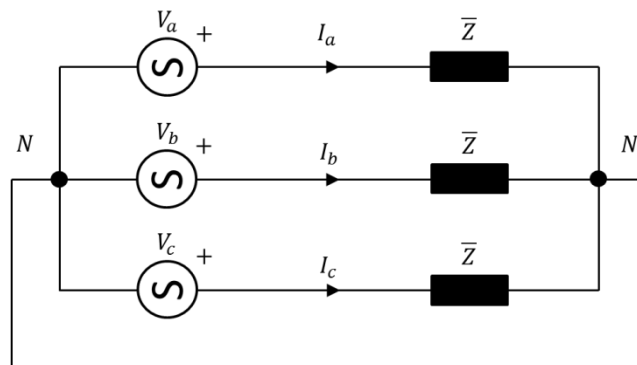


Fig.1.1 Sistema trifásico lineal equilibrado.

Las expresiones temporales de las tensiones e intensidades en cada una de las fases del sistema serán las siguientes:

$$\begin{aligned} v_a(t) &= \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}\omega t \\ v_b(t) &= \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega t - 120) \\ v_c(t) &= \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega t - 240) \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned}i_a(t) &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi) \\i_b(t) &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi - 120) \\i_c(t) &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi - 240)\end{aligned}\tag{1.15}$$

La potencia instantánea total del sistema viene determinada por la suma de las potencias de cada una de las fases, y al igual que en los sistemas monofásicos, tendrá dos componentes: activa y reactiva.

$$p(t) = \sum_{z=a,b,c} v_z(t) \cdot i_z(t) = v_a(t) \cdot i_a(t) + v_b(t) \cdot i_b(t) + v_c(t) \cdot i_c(t)\tag{1.16}$$

Al desarrollar esta expresión de la potencia instantánea, y al igual que en los sistemas monofásicos, las dos componentes de la potencia: activa y reactiva, representan los fenómenos energéticos de la transferencia de energía neta y de desfase.

$$p(t) = p_A(t) + p_Q(t)\tag{1.17}$$

a) Potencia activa instantánea:

$$\begin{aligned}p_A(t) &= 2 \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot \text{sen}^2\omega t + 2 \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot \text{sen}^2(\omega t - 120) + \\&+ 2 \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot \text{sen}^2(\omega t - 240)\end{aligned}\tag{1.18}$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \cdot dt = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi\tag{1.19}$$

b) Potencia reactiva instantánea:

$$\begin{aligned}p_Q(t) &= -V \cdot I \cdot \text{sen}\varphi \cdot \text{sen} 2\omega t - V \cdot I \cdot \text{sen}\varphi \cdot \text{sen} 2(\omega t - 120) - \\&- V \cdot I \cdot \text{sen}\varphi \cdot \text{sen} 2(\omega t - 240)\end{aligned}\tag{1.20}$$

$$Q = 3 \cdot V \cdot I \cdot \text{sen}\varphi\tag{1.21}$$

c) Potencia aparente:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 \cdot V \cdot I\tag{1.22}$$

Sistemas trifásicos lineales desequilibrados

En los sistemas desequilibrados, estas teorías de la energía proceden de idéntica forma que en los equilibrados, utilizando para ello el sistema mostrado en la figura 1.2.

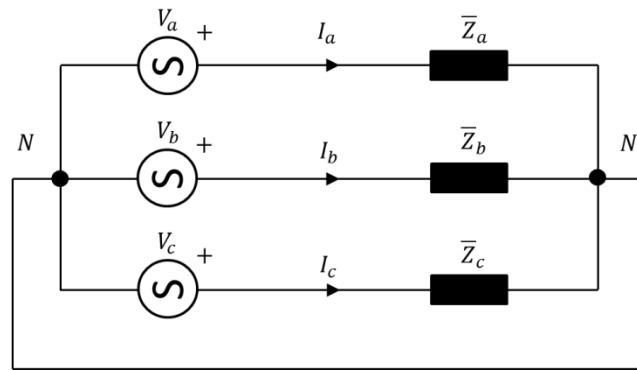


Fig.1.2 Sistema trifásico lineal desequilibrado.

En este caso, las expresiones temporales de las tensiones e intensidades de cada fase serán las siguientes:

$$\begin{aligned} v_a(t) &= \sqrt{2} \cdot V_a \cdot \text{sen}(\omega t + \alpha_a) \\ v_b(t) &= \sqrt{2} \cdot V_b \cdot \text{sen}(\omega t + \alpha_b - 120) \\ v_c(t) &= \sqrt{2} \cdot V_c \cdot \text{sen}(\omega t + \alpha_c - 240) \end{aligned} \quad (1.23)$$

$$\begin{aligned} i_a(t) &= \sqrt{2} \cdot I_a \cdot \text{sen}(\omega t + \alpha_a - \varphi_a) \\ i_b(t) &= \sqrt{2} \cdot I_b \cdot \text{sen}(\omega t + \alpha_b - \varphi_b) \\ i_c(t) &= \sqrt{2} \cdot I_c \cdot \text{sen}(\omega t + \alpha_c - \varphi_c) \end{aligned} \quad (1.24)$$

Al igual que en los sistemas equilibrados, ya que estas teorías tan solo contemplan el fenómeno de transferencia de energía neta y el de reactiva, a través de la expresión de la potencia total instantánea, se deducen las componentes activa y reactiva del sistema trifásico.

a) Potencia activa instantánea:

$$\begin{aligned} p_A(t) &= 2 \cdot V_a \cdot I_a \cdot \cos\varphi_a \cdot \text{sen}^2(\omega t + \alpha_a) \\ &+ 2 \cdot V_b \cdot I_b \cdot \cos\varphi_b \cdot \text{sen}^2(\omega t + \alpha_b) \\ &+ 2 \cdot V_c \cdot I_c \cdot \cos\varphi_c \cdot \text{sen}^2(\omega t + \alpha_c) \end{aligned} \quad (1.25)$$

$$P = V_a \cdot I_a \cdot \cos\varphi_a + V_b \cdot I_b \cdot \cos\varphi_b + V_c \cdot I_c \cdot \cos\varphi_c \quad (1.26)$$

b) Potencia reactiva instantánea

$$\begin{aligned} p_Q(t) &= 2 \cdot V_a \cdot I_a \cdot \sin\varphi_a \cdot \sin^2(\omega t + \alpha_a) \\ &+ 2 \cdot V_b \cdot I_b \cdot \sin\varphi_b \cdot \sin^2(\omega t + \alpha_b) \\ &+ 2 \cdot V_c \cdot I_c \cdot \sin\varphi_c \cdot \sin^2(\omega t + \alpha_c) \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$Q = V_a \cdot I_a \cdot \sin\varphi_a + V_b \cdot I_b \cdot \sin\varphi_b + V_c \cdot I_c \cdot \sin\varphi_c \quad (1.28)$$

c) Potencia aparente

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{\left(\sum_{z=abc} P_z\right)^2 + \left(\sum_{z=abc} Q_z\right)^2} \quad (1.29)$$

Incorrecciones de las teorías conservacionistas.

La opinión generalizada de los investigadores, como por ejemplo la UPM (Unified Power Measurement), Czarnecki y Enmanuel, es de que los usos de las teorías conservacionistas únicamente son válidos en sistemas lineales monofásicos y trifásicos equilibrados. Su empleo en el análisis de sistemas trifásicos lineales desequilibrados y no lineales conduce a resultados erróneos. Centrándonos en el fenómeno de desequilibrio, cabe destacar las siguientes incorrecciones:

- El principal planteamiento erróneo de estas teorías es no considerar como fenómeno energético a los desequilibrios. Los desequilibrios si dan lugar a energías y que son ineficiencias del sistema y como tales, perturban los flujos de transferencia de energía útil.
- En los sistemas desequilibrados, las expresiones de la potencia instantánea activa y reactiva no representan adecuadamente los fenómenos de transferencia de energía útil y de desfase, ya que hay términos que representan a energías debidas a desequilibrios. En las expresiones se encuentran inmersas las potencias inversas y homopolares, tanto en la componente activa como reactiva. Si no

existiese desequilibrio, estas potencias ineficientes tendrían un valor nulo.

- La expresión de la potencia aparente no es una magnitud conservativa porque no incluye el fenómeno de desequilibrio. El no tener en cuenta todas las energías presentes en el sistema, solo la potencia activa y reactiva, da lugar a resultados erróneos que conlleva el mal dimensionamiento de los sistemas.

– Teoría de Buchholz [18]

Los errores de las teorías Conservacionistas al explicar el funcionamiento de los sistemas trifásicos desequilibrados, así como la incorrecta formulación de la potencia aparente en estos sistemas eléctricos, son resueltos por F. Buchholz en 1922 y posteriormente por Goodhue [48], considerando que las magnitudes tensión y corriente de los circuitos trifásicos tienen tres componentes ortogonales, que son las correspondientes a cada una de sus fases. De esta manera, define a la potencia legal o potencia aparente del sistema, como la define Filipski más recientemente [49] de forma similar a los sistemas monofásicos, como el producto de los valores eficaces de la tensión (V) y de la corriente (I) del sistema.

$$S = V \cdot I = \sqrt{(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) \cdot (I_a^2 + I_b^2 + I_c^2)} \quad (1.30)$$

Esta magnitud, expresada en función de los valores eficaces o RMS, de las tensiones y corrientes de las fases o en función de valores de secuencia [40] [50], es muy utilizada a nivel de investigación desde hace casi tres décadas, ya que tiene en cuenta a todos los fenómenos existentes en el sistema.

Se encuentra incluida en la norma IEEE Std. 1459-2010 [1]

– **IEEE Std.1459/2010 [1]**

La IEEE Std. 1459-2010, es la última revisión de la norma estándar 1459 de IEEE, que recopila los trabajos realizados por “*IEEE Working Group in non-sinusoidal situations*” [47].

En esta norma se resumen diversas teorías usadas para la medida de cantidades relacionadas con la potencia eléctrica. En ella se ponen de manifiesto tanto las expresiones matemáticas usadas en el pasado como las más recientes. En su aplicación se incluyen las diversas condiciones que pueden darse en un sistema eléctrico y que son: linealidad, no linealidad, equilibrio y desequilibrio.

Las definiciones clásicas de potencia activa, reactiva y aparente, frecuentemente usadas se basan en el conocimiento desarrollado en los años 40 del siglo XX, y que fueron, y algunas aún son válidas sobre todo para propósitos comerciales, siempre y cuando las formas de onda de la tensión sean sinusoidales. Pero en los últimos 50 años, se han producido una serie de cambios en los sistemas provocados entre otras cosas por:

1. Profusa utilización de equipos electrónicos, tales como variadores de velocidad, rectificadores, balastos electrónicos, hornos de arco de inducción, ordenadores personales, etc., lo que ha generado la presencia de flujos de energía no activa que distorsionan las tensiones y corrientes, siendo los causantes de la presencia de armónicos en los sistemas.

Ello dio lugar al surgimiento de nuevas definiciones de la potencia eléctrica, que conllevan sus correspondientes discusiones, aprobaciones y rechazos, como podemos ver en numerosos trabajos y publicaciones [31], [47], [51], [52], [53], [54], [55], [56], [57], [58], [59].

2. La instrumentación usada hoy en día en la mayoría de aplicaciones es analógica y diseñada para el trabajo con ondas sinusoidales, a la frecuencia fundamental (50/60 Hz), lo que provoca que con ondas

distorsionadas se produzcan errores no aceptables, lo que ha derivado en el uso de sistemas de adquisición y medida, que conectados con un ordenador en el que se halle implementado el procedimiento de medida más adecuado, nos facilite la cuantificación de los parámetros eléctricos de nuestro interés.

En esta norma, surgen nuevas definiciones de la potencia eléctrica, que ya se plantean en las siguientes situaciones más acordes con nuestros días, tales como:

1. Presencia en los sistemas de tensiones y corrientes no sinusoidales.
2. Existencia de sistemas desequilibrados en la generación y/o en la carga.

Las definiciones y expresiones que contiene la norma se agrupan en dos secciones. La primera sección contiene el análisis de los sistemas eléctricos monofásicos lineales y no lineales. En la segunda sección se abordan los sistemas eléctricos trifásicos equilibrados y desequilibrados, tanto lineales como no lineales.

Sistemas trifásicos lineales equilibrados

En los sistemas trifásicos lineales equilibrado, la norma plantea en primer lugar la potencia instantánea para sistemas trifásicos a 3 y 4 hilos y las definiciones para cuantificar las potencias activa, reactiva y aparente, que coinciden con la formulación que se ha expuesto en los apartados anteriores dentro de las teorías conservacionistas basadas en la Teoría de Steinmetz [17] y que pasamos a recordar:

- a) Potencia instantánea para 3 hilos:

$$p = v_{ab} \cdot i_a + v_{cb} \cdot i_c = v_{ac} \cdot i_a + v_{bc} \cdot i_b = v_{ba} \cdot i_b + v_{ca} \cdot i_c = P \quad (1.31)$$

- b) Potencia instantánea para 4 hilos:

$$p = v_a \cdot i_a + v_b \cdot i_b + v_c \cdot i_c = P \quad (1.32)$$

c) Potencia activa:

$$P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi \quad (1.33)$$

d) Potencia reactiva:

$$Q = 3 \cdot V \cdot I \cdot \sen\varphi \quad (1.34)$$

e) Potencia aparente:

$$S = 3 \cdot V \cdot I \quad (1.35)$$

Sistemas trifásicos lineales desequilibrados

En la cuantificación de las potencias eléctricas en los sistemas trifásicos lineales desequilibrados, la norma recopila y contempla tres planteamientos posibles.

El primer planteamiento es idéntico al descrito anteriormente para los sistemas equilibrados, donde las definiciones y expresiones de las potencias activa y reactiva vienen determinadas como la suma aritmética de la correspondiente a cada una de las fases.

$$P = P_a + P_b + P_c = V_a \cdot I_a \cdot \cos\varphi_a + V_b \cdot I_b \cdot \cos\varphi_b + V_c \cdot I_c \cdot \cos\varphi_c \quad (1.36)$$

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c = V_a \cdot I_a \cdot \sen\varphi_a + V_b \cdot I_b \cdot \sen\varphi_b + V_c \cdot I_c \cdot \sen\varphi_c \quad (1.37)$$

$$S = \sqrt{(P_a + P_b + P_c)^2 + (Q_a + Q_b + Q_c)^2} = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (1.38)$$

El segundo planteamiento, emplea componentes simétricas [36] en lugar de componentes de fase en las definiciones de las potencias eléctricas; así:

a) Potencia activa:

$$P^+ = 3 \cdot V^+ \cdot I^+ \cdot \cos\varphi^+ \quad (1.39)$$

$$P^- = 3 \cdot V^- \cdot I^- \cdot \cos\varphi^- \quad (1.40)$$

$$P^0 = 3 \cdot V^0 \cdot I^0 \cdot \cos\varphi^0 \quad (1.41)$$

$$P = P^+ + P^- + P^0 \quad (1.42)$$

b) Potencia reactiva:

$$Q^+ = 3 \cdot V^+ \cdot I^+ \cdot \text{sen}\varphi^+ \quad (1.43)$$

$$Q^- = 3 \cdot V^- \cdot I^- \cdot \text{sen}\varphi^- \quad (1.44)$$

$$Q^0 = 3 \cdot V^0 \cdot I^0 \cdot \text{sen}\varphi^0 \quad (1.45)$$

$$Q = Q^+ + Q^- + Q^0 \quad (1.46)$$

c) Potencia aparente:

$$S^+ = |S^+| = |P^+ + jQ^+| \quad (1.47)$$

$$S^- = |S^-| = |P^- + jQ^-| \quad (1.48)$$

$$S^0 = |S^0| = |P^0 + jQ^0| \quad (1.49)$$

$$S = |S| = |S^+ + S^- + S^0| \quad (1.50)$$

El tercer planteamiento se refiere a la Teoría de Emanuel. A. [60] en el que expone la idea de que los sistemas trifásicos desequilibrados (lineales y no lineales) pueden ser explicados en base a un circuito virtual equilibrado que posea las mismas pérdidas de potencia que el sistema trifásico desequilibrado real y que consuma una potencia aparente denominada “Potencia Aparente Efectiva S_e ”.

La Potencia aparente efectiva (S_e), en función de los valores efectivos de la tensión e intensidad, viene determinada por la siguiente expresión:

$$S_e = 3 \cdot V_e \cdot I_e \quad (1.51)$$

La condición de igualdad de pérdidas de potencia del circuito real y del equivalente propuesto, para un sistema a 4 hilos, [54], [61] se expresa como:

$$r \cdot (I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho \cdot I_n^2) = 3 \cdot r \cdot I_e^2 \quad (1.52)$$

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho \cdot I_n^2}{3}} = \sqrt{(I^+)^2 + (I^-)^2 + (1 + 3 \cdot \rho) \cdot (I^0)^2} \quad (1.53)$$

siendo:

- I_e : Intensidad efectiva
- r : Resistencia de la línea.

- r_n : Resistencia del neutro.
- ρ : ratio (r_n/r)

Si consideramos que $r_n = r$, es decir, $\rho = 1$, el valor de I_e vendrá dado por la siguiente expresión:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}{3}} = \sqrt{(I^+)^2 + (I^-)^2 + 4 \cdot (I^0)^2} \quad (1.54)$$

Si en la expresión de igualdad de pérdidas de potencia en el circuito real y en el circuito equivalente, se sustituyen las corrientes por las tensiones en bornes del receptor, se define la tensión efectiva como:

$$V_e = \sqrt{\frac{3 \cdot (V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{18}} = \sqrt{(V^+)^2 + (V^-)^2 + \frac{(V^0)^2}{2}} \quad (1.55)$$

En un sistema a 3 hilos, [26] las expresiones de los valores de intensidad y tensión efectiva serán las siguientes:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} = \sqrt{(I^+)^2 + (I^-)^2} \quad (1.56)$$

$$V_e = \sqrt{\frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{9}} = \sqrt{(V^+)^2 + (V^-)^2} \quad (1.57)$$

A partir de la potencia aparente efectiva “ S_e ” y la potencia aparente de secuencia positiva “ S^+ ”, se cuantifica en módulo el valor de la potencia aparente de desequilibrio S_U , mediante la siguiente expresión:

$$S_U = \sqrt{S_e^2 - (S^+)^2} = \sqrt{S_e^2 - ((P^+)^2 + (Q^+)^2)} \quad (1.58)$$

La norma IEEE Std 1459 y Emanuel definen el factor de potencia efectivo como:

$$PF_e = \frac{P}{S_e} \quad (1.59)$$

Después define la potencia aparente no fundamental, es decir, la potencia aparente armónica. Para ello separa los valores rms de tensión e intensidad en valores fundamentales y los armónicos, dando lugar a:

$$S^2 = (V \cdot I)^2 = (V_1^2 + V_H^2) \cdot (I_1^2 + I_H^2)$$

$$S^2 = (V_1 \cdot I_1)^2 + (V_1 \cdot I_H)^2 + (V_H \cdot I_1)^2 + (V_H \cdot I_H)^2 = S_1^2 + S_N^2 \quad (1.60)$$

Siendo su módulo el siguiente:

$$\|S_N\| = \sqrt{S^2 - S_1^2} \quad (1.61)$$

Esta potencia aparente no fundamental se divide en tres, que para sistemas trifásicos viene dado por:

$$S_N^2 = D_I^2 + D_V^2 + S_H^2 = 3 \cdot (V_1 \cdot I_H)^2 + 3 \cdot (V_H \cdot I_1)^2 + 3 \cdot (V_H \cdot I_H)^2 \quad (1.62)$$

Definiendo, previamente, V_H e I_H , como:

$$V_H^2 = V_0^2 + \sum_{h \neq 1} V_h^2 = V^2 - V_1^2 \quad (1.63)$$

$$I_H^2 = I_0^2 + \sum_{h \neq 1} I_h^2 = I^2 - I_1^2 \quad (1.64)$$

Así pues, cuantifica la potencia total aparente para sistemas trifásicos como:

$$S^2 = S_e^2 + S_u^2 + S_N^2 \quad (1.65)$$

Incorrecciones a tener en cuenta.

La norma y Emanuel aciertan al separar las potencias activa y reactiva de secuencia directa y frecuencia fundamental [40], [51], [61]. De esta manera, reconoce, aunque implícitamente, el significado de los fenómenos de energía útil y reactiva, respectivamente. Asimismo, acierta al definir y cuantificar la potencia de desequilibrio como energía ineficiente.

No obstante, la definición de potencia aparente efectiva no es adecuada para cuantificar los efectos de los demás fenómenos. A pesar de que en su

obtención se relaciona con un hecho físico (las pérdidas de potencia), se trata de una magnitud formal que no recoge el funcionamiento real de los receptores, ni establece los fenómenos que en ellos se manifiestan. En los sistemas a tres hilos, no se tienen en cuenta los fenómenos debidos a la componente homopolar de las tensiones y corrientes de las fases del receptor, mientras que en los sistemas a cuatro hilos, se valora de forma desproporcionada los efectos del hilo neutro sobre el desequilibrio y la distorsión, magnificándolos [39].

La potencia aparente efectiva no determina la potencia aparente del receptor real y, por tanto, las potencias de desequilibrio y no fundamental de Emanuel, que se obtienen a partir de ella, no son adecuadas para cuantificar los fenómenos del desequilibrio y de la distorsión.

Tampoco los factores de potencia definidos por Emanuel son útiles para determinar la eficiencia del sistema real. El factor de potencia (1.59), definido por la relación entre la potencia activa y la potencia aparente efectiva, tiene términos en el numerador que no contribuyen a la eficiencia y el denominador está mal definido, tal como se ha indicado. Asimismo, los factores de potencia de frecuencia fundamental y secuencia directa sólo son útiles para conocer cuánto se puede mejorar la eficiencia del sistema [58], [61].

Finalmente, el modelo de potencia de Emanuel no proporciona información suficiente para el diseño de dispositivos de mejora de la eficiencia, dado que no se definen componentes de las tensiones y corrientes que caracterizan a los fenómenos de desequilibrio y distorsión [39].

– **Teoría unificada de las potencias, UPM. [53]**

La Teoría Unificada de la Potencia Eléctrica UPM, (Unified Power Measurement) [40], [45], fue descrita por Vicente León Martínez, Joaquín Montañana Romeu y José Giner, miembros del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universitat Politècnica de València (UPV) en 1997 partiendo de la utilización de la definición de la potencia instantánea $p(t)$ la cual tiene pleno

significado físico y refleja los fenómenos debidos a la transferencia de energía en los sistemas eléctricos caracterizados por componentes de las tensiones e intensidades de cada fase, conocidas de la Teoría de Circuitos, que verifican las leyes de Kirchhoff y el Principio de Superposición.

Considerando las ineficiencias posibles en un sistema eléctrico, las tensiones e intensidades instantáneas pueden ser expresadas como [42]:

$$v_z(t) = \underbrace{v_z^+(t)} + \underbrace{v_z^-(t) + v_z^0(t)} + \underbrace{\sum_{n=2}^{\infty} v_{nz}(t)} \quad (1.66)$$

$$i_z(t) = \underbrace{i_{az}^+(t) + i_{rz}^+(t)} + \underbrace{i_z^-(t) + i_z^0(t)} + \underbrace{\sum_{m=2}^{\infty} i_{mz}(t)} \quad (1.67)$$

Las expresiones anteriores dividen las tensiones e intensidades de cada fase en tres componentes de frecuencia fundamental, mediante la aplicación del Teorema de Fortescue (Stokvis) [62], de secuencia directa $(v_z^+(t); i_z^+(t))$, de secuencia inversa $(v_z^-(t); i_z^-(t))$ y de secuencia homopolar $(v_z^0(t); i_z^0(t))$ y en un sumatorio infinito de términos de tensión e intensidad múltiplos de la frecuencia fundamental debidos a las componentes armónicas de los elementos no lineales $(\sum_{n=2}^{\infty} v_{nz}(t); \sum_{m=2}^{\infty} i_{mz}(t))$.

- El primer término de las expresiones anteriores $(v_z^+(t); i_{az}^+(t); i_{rz}^+(t))$ caracteriza el efecto debido al desfase entre la tensión de secuencia directa del generador y las corrientes, que se separan en dos términos ortogonales entre sí $(i_{az}^+(t); i_{rz}^+(t))$ que muestran la corriente activa que determina la potencia efectiva $(p_e(t))$ que puede ser transformada en energía eficiente y la corriente reactiva debida al desfase, que es ortogonal a la tensión y determina la ineficiencia provocada por la existencia de elementos reactivos y que da lugar a la potencia reactiva $(p_R(t))$ que no puede ser transformada.
- El segundo término caracterizado por las secuencias inversas y homopolares $(v_z^-(t); v_z^0(t); i_z^-(t); i_z^0(t))$ muestra el efecto de las

asimetrías debidas a las cargas y el modo de conexión de estas, representándose como v_{Az}, i_{Az} .

- El tercer término corresponde a la distorsión debida a la no linealidad de elementos constituyentes del sistema eléctrico $(\sum_{n=2}^{\infty} v_{nz}(t); \sum_{m=2}^{\infty} i_{mz}(t))$, que es representado como v_{Dz}, i_{Dz} .

La figura siguiente muestra de forma esquemática lo anteriormente expuesto según la UPM (Unified Power Measurement):.

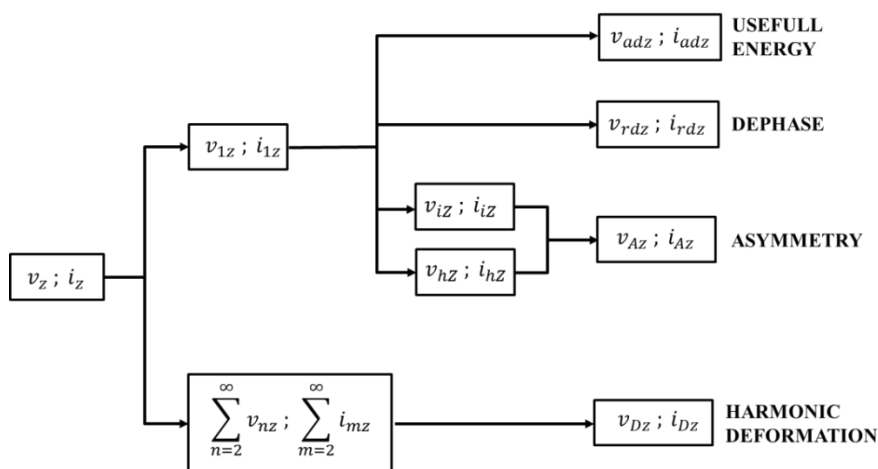


Fig.1.3 Fenómenos energéticos de acuerdo con la Teoría Unificada de las Potencias. Obtenido de la referencia [4]

Los fenómenos energéticos de transferencia de energía que se manifiestan en los sistemas eléctricos en régimen permanente, están caracterizados por las componentes de la potencia instantánea $p(t)$; así:

$$p(t) = \sum_{z=1,2,3} v_z(t) \cdot i_z(t) \tag{1.68}$$

en la que sustituyendo los términos $v(t)$ e $i(t)$ de las expresiones (1.66) y (1.67) la potencia instantánea quedará como:

$$p(t) = \sum_{z=1,2,3} \left[\left(v_z^+(t) + \sum_{x=-,0} v_z^x(t) + \sum_{n=2}^{\infty} v_{nz}(t) \right) \cdot \left(i_{az}^+(t) + i_{rz}^+(t) + \sum_{y=-,0} i_z^y(t) + \sum_{m=2}^{\infty} i_{mz}(t) \right) \right] \tag{1.69}$$

Agrupando adecuadamente los términos e identificando los efectos debidos a los fenómenos energéticos ocasionados por las ineficiencias atribuibles al desfase, asimetría y distorsión, la potencia instantánea puede ser expresada como:

$$p(t) = \sum_{z=1,2,3} \left[\begin{array}{l} \underbrace{\frac{v_z^+(t) \cdot i_{az}^+(t)}{p_e(t)} + \frac{v_z^+(t) \cdot i_{rz}^+(t)}{p_r(t)}}_{p_e(t) + p_r(t)} + \\ \underbrace{\sum_{\substack{x=-,0 \\ x=y}} v_z^x(t) \cdot i_z^y(t) + \sum_{\substack{x=+,-,0 \\ x \neq y}} v_z^x(t) \cdot i_z^y(t)}_{p_A(t)} + \\ \underbrace{\sum_{\substack{n=2 \\ n=m}}^{\infty} v_{nz}(t) \cdot i_{mz}(t) + \sum_{\substack{n,m=1 \\ n \neq m}}^{\infty} v_{nz}(t) \cdot i_{mz}(t)}_{p_D(t)} \end{array} \right] \quad (1.70)$$

quedando como:

$$p(t) = p_e(t) + p_r(t) + p_A(t) + p_D(t) \quad (1.71)$$

Identificando cada uno de los términos atribuibles a la potencia tendremos:

- El primer término $p_e(t)$ de (1.71) corresponde a la potencia efectiva instantánea debida a las componentes de secuencia directa y frecuencia fundamental de tensión e intensidad activa. Caracteriza la transferencia de energía neta con un flujo de potencia unidireccional de valor medio no nula y capaz por tanto de transformarse por completo en otro tipo de energía.

$$\begin{aligned} p_{a-mono}(t) &= v_a(t) \cdot i_a(t) = 2 \cdot V \cdot I \cdot \text{sen}^2(\omega t) \\ &= V \cdot I \cdot (1 - \cos(2\omega t)) \end{aligned} \quad (1.72)$$

$$p_{a-3F}(t) = \sum_{z=1}^3 v_z^+(t) \cdot i_{az}^+(t) \quad (1.73)$$

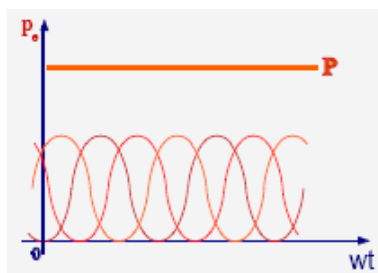


Fig.1.4 Componente de la potencia efectiva instantánea. Obtenido de la referencia [54]

Expresada en valores eficaces es:

$$P = 3 \cdot V^+ \cdot I_a^+ = 3 \cdot V^+ \cdot I^+ \cdot \cos \rho^+ \quad (W) \quad (1.74)$$

similar a la potencia activa clásica, considerando únicamente las componentes de secuencia directa y que puede ser también expresada como:

$$P = 3 \cdot \sqrt{V^{+2} \cdot I_a^{+2}} \quad (1.75)$$

- El segundo término $p_r(t)$ de (1.71) define la potencia instantánea reactiva debida a los desfases y está dada por las componentes de secuencia directa a frecuencia fundamental de tensión e intensidad reactiva. Caracteriza un flujo de potencia bidireccional, debido a los desfases que ocasionan los elementos reactivos (inductivos y/o capacitivos) del sistema eléctrico, y tiene un valor medio nulo, por lo que no puede ser transformada. A esta potencia se le denomina como potencia reactiva (o potencia de desfase), y se manifiesta siempre a frecuencia fundamental.

$$p_{r\text{-mono}}(t) = v(t) \cdot i_r(t) = V \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \pi/2) \quad (1.76)$$

$$p_{r\text{-3F}}(t) = \sum_{z=1}^3 v_z^+(t) \cdot i_{rz}^+(t) \quad (1.77)$$

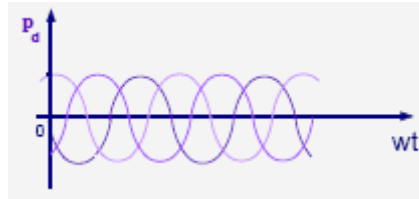


Fig.1.5 Componente de la potencia reactiva instantánea. Obtenido de la referencia [4]

Expresada en valores eficaces es:

$$Q = 3 \cdot \sqrt{V^{+2} \cdot I_r^{+2}} = 3 \cdot V^+ \cdot I_r^+ = 3 \cdot V^+ \cdot I^+ \cdot \text{sen } \rho^+ \quad (\text{VAr}) \quad (1.78)$$

similar a la potencia reactiva clásica, considerando únicamente las componentes de secuencia directa y que puede ser también expresada como:

$$Q^2 = 9 \cdot V^{+2} \cdot I_r^{+2} \quad (1.79)$$

- El tercer término $p_A(t)$ de (1.84) identifica la potencia instantánea de Asimetría o Desequilibrio de los sistemas trifásicos (en general es extensible a todos los sistemas polifásicos) debida a la existencia de algún valor de tensión e intensidad de módulo y/o ángulo de desfase distinto del correspondiente a un sistema trifásico equilibrado.

La potencia instantánea de asimetría para un sistema trifásico desequilibrado será:

$$p_A(t) = \sum_{z=1}^3 (v_z(t) \cdot i_z(t))$$

$$= \sum_{z=1}^3 \left[\sum_{\substack{x=y \\ x,y=-,0}} (v_z^x \cdot i_z^y) + \sum_{\substack{x \neq y \\ x,y=+,-,0}} (v_z^x \cdot i_z^y) \right] \quad (1.80)$$

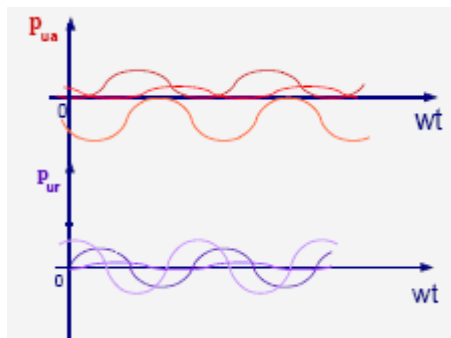


Fig.1.6 Componente de la potencia instantánea de desequilibrio o asimetría. Obtenido de la referencia [4]

y expresada en valor eficaz:

$$A_u = 3 \cdot \sqrt{\sum_{\substack{x=y \\ x,y=-,0}} (Vx^2 \cdot Iy^2) + \sum_{\substack{x \neq y \\ x,y=+,-,0}} (Vx^2 \cdot Iy^2)} \quad (VA) \quad (1.81)$$

- El cuarto término $p_D(t)$ de (1.71) cuantifica la potencia instantánea de distorsión armónica, debida a elementos de características no lineales que lleva aparejada la existencia de tensiones y corrientes armónicas múltiplo de la fundamental.

La potencia de distorsión en valor instantáneo se expresa según:

$$p_D(t) = \sum_{n,m=2}^{\infty} v_n(t) \cdot i_m(t) + \sum_{\substack{n \neq m \\ n,m=1}}^{\infty} v_n(t) \cdot i_m(t) \quad (1.82)$$

y en valor eficaz:

$$D_u = 3 \cdot \sqrt{\sum_{n,m=2}^{\infty} (V_n^2 \cdot I_m^2) + \sum_{\substack{n \neq m \\ n,m=1}}^{\infty} (V_n^2 \cdot I_m^2)} \quad (VA) \quad (1.83)$$

Así, la potencia aparente (S_u) y las componentes de las potencias presentes en un sistema eléctrico definidas por la UPM, expresadas en valores eficaces, será:

$$S_u^2 = P^2 + Q^2 + A_u^2 + D_u^2 \quad (1.84)$$

El artículo 1 de los que forman el compendio de la presente tesis, se centrará en la potencia de distorsión (D_u) o armónica, mientras que los artículos 2 y 3, se centran exclusivamente en el estudio de redes desequilibradas lineales, para compensar las potencias de desequilibrio. En este caso la expresión de la potencia aparente, será:

$$S_u = 3 \cdot \sqrt{(V^{+2} + V^{-2} + V^{02}) \cdot (I^{+2} + I^{-2} + I^{02})} = P^2 + Q^2 + A_u^2 \quad (1.85)$$

Las potencias activa o eficiente (P), reactiva (Q) y de desequilibrio (A_u) son ortogonales entre sí, sumándose cuadráticamente, ya que cuantifican fenómenos diferentes. Su representación gráfica en los lados de un tetraedro, cuya diagonal es la potencia aparente será:

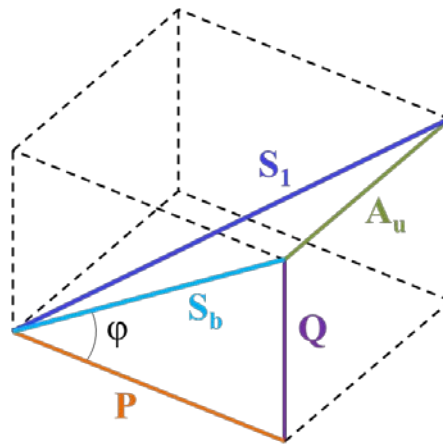


Fig.1.7 Tetraedro de potencias de un circuito trifásico desequilibrado en cargas. Obtenido de la referencia [40]

donde se pone de manifiesto el error que se comete al cuantificar la potencia aparente de la forma clásica con respecto a la expuesta por la UPM (Unified Power Measurement) en la cual se consideran las ineficiencias en los sistemas eléctricos.

$$S_1^2 = \underbrace{P^2 + Q^2}_{S_b^2} + A_u^2 = S_b^2 + A_u^2 \quad (1.86)$$

$$S_1^2 \geq S_b^2$$

Dado que la potencia de asimetría o desequilibrio aparece como consecuencia de los desequilibrios en las cargas, su valor será nulo cuando estos no existan coincidiendo en este caso la expresión anterior con la de la potencia aparente clásica.

Con el fin de cuantificar la eficiencia del sistema, la UPM define el factor de eficiencia (ε), mide el grado de energía que es aprovechable por el sistema, permitiendo determinar conjuntamente la eficiencia y la calidad de suministro de cualquier sistema eléctrico.

$$\varepsilon = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + A_u^2}} \quad (1.87)$$

En 2007 el grupo de investigación GINTEC (Grupo de investigación en Nuevas Tecnologías en Ingeniería Eléctrica) de la Universitat Politècnica de València (UPV) compuesto por Vicente León Martínez, Joaquín Montañana Romeu y José Giner, definió la potencia de desequilibrio de forma compleja mediante el “Fasor Potencia Total de Desequilibrio, \bar{A}_u ” [44] [45]:

$$\begin{aligned} \bar{A}_u &= |\bar{A}_{up}| \cdot \vec{p} + |\bar{A}_{uq}| \cdot \vec{q} = \\ &= \sqrt{2} \cdot (|P_1 + a^2 \cdot P_2 + a \cdot P_3| \cdot \vec{p} + |Q_1 + a^2 \cdot Q_2 + a \cdot Q_3| \cdot \vec{q}) \end{aligned} \quad (1.88)$$

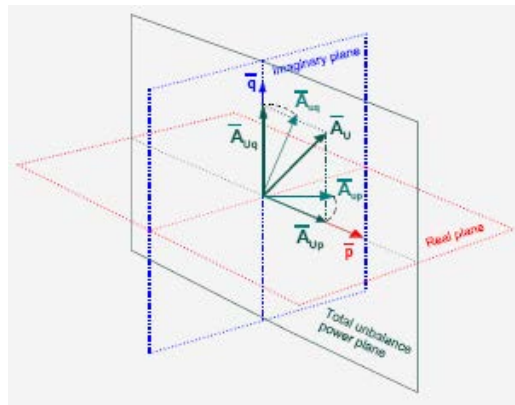


Fig.1.8 Fasor potencia de desequilibrio y sus componentes. Obtenido la referencia [45]

Donde los términos P_z y Q_z corresponden a las potencias activas (o eficientes) y reactivas de cada fase, $\vec{p} = e^{j0^\circ}$, $\vec{q} = e^{j90^\circ}$ son versores definidos en el espacio propio de la potencia de desequilibrio o asimetría y \bar{A}_{up} , \bar{A}_{uq} son las

componentes del fasor de potencia de desequilibrio debidos a las asimetrías de las cargas activas y reactivas, respectivamente.

El módulo del fasor de potencia de desequilibrio es:

$$A_u = \sqrt{[(P_1 - P_2)^2 + (P_2 - P_3)^2 + (P_3 - P_1)^2] + [(Q_1 - Q_2)^2 + (Q_2 - Q_3)^2 + (Q_3 - Q_1)^2]} \quad (1.89)$$

y su argumento determina la responsabilidad de las cargas activas y reactivas en la ineficiencia debida al desequilibrio.

– **Fasor de la potencia de desequilibrio, Pedro A. Blasco [3]**

El autor se basa en la expresión de Buchholz para sistemas lineales y en función de las componentes simétricas de las tensiones y corrientes de línea:

$$S_T = \sqrt{\frac{3^2 \cdot V_+^2 \cdot I_+^2}{s_+^2} + \frac{3^2 \cdot V_+^2 \cdot (I_+^2 + I_0^2) + 3^2 \cdot (V_-^2 + V_0^2) \cdot (I_+^2 + I_-^2 + I_0^2)}{D_U^2}} \quad (1.90)$$

$$S_T = \sqrt{S_+^2 + D_U^2}$$

Partiendo de la formulación anterior reagrupa los términos de otra forma:

$$S_T = \sqrt{\frac{3^2 \cdot V_+^2 \cdot I_+^2}{s_+^2} + \frac{3^2 \cdot V_+^2 \cdot (I_+^2 + I_0^2) + 3^2 \cdot (V_-^2 + V_0^2) \cdot (I_+^2 + I_-^2 + I_0^2)}{D_U^2}} \quad (1.91)$$

$$S_T = \sqrt{S_+^2 + (D_{ui}^2 + D_{uv}^2)}$$

Donde la parte que corresponde a la potencia total de desequilibrio (D_U) puede ser expresada como suma de dos componentes diferenciadas, la debida al desequilibrio de las intensidades (D_{ui}) y la debida al desequilibrio de las tensiones (D_{uv}). Así su expresión será la siguiente:

$$D_U = \sqrt{D_{ui}^2 + D_{uv}^2} \quad (1.92)$$

A continuación, define en un plano delimitado por dos versores ortogonales entre sí (\vec{p} y \vec{q}) que caracterizan la potencia de desequilibrio debida a las potencias de desequilibrio producidas por las corrientes de los elementos resistivos D_{ui_A} y reactivos de la carga D_{ui_R} , siendo esta:

$$\overline{D}_{ui} = D_{ui_A} \cdot \vec{p} + D_{ui_R} \cdot \vec{q}$$

La representación gráfica de \overline{D}_{ui} se muestra en la figura siguiente:

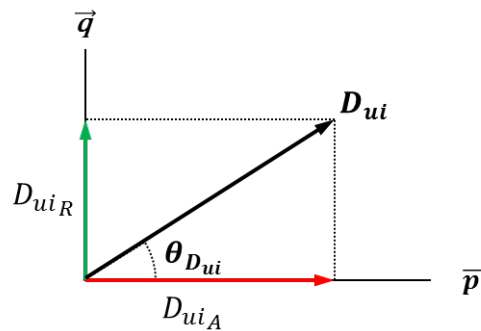


Fig.1.9 Representación gráfica de la potencia de desequilibrio debida a corrientes D_{ui} en el plano formado por los versores \vec{p} y \vec{q}

El valor de las potencias de desequilibrio producidas por las corrientes de los elementos resistivos D_{ui_A} , se determina en función de los parámetros de desequilibrio que los define como “A y B”, de valor:

$$A(t) = -2 \cdot \sum_{Z=a,b,c} V_{z+} \cdot I_z \cdot \cos\theta_Z^{z+} \cdot \cos 2\alpha_{z+} \cdot \cos 2\omega t \quad (1.93)$$

$$B(t) = 2 \cdot \sum_{Z=a,b,c} V_{z+} \cdot I_z \cdot \cos\theta_Z^{z+} \cdot \sin 2\alpha_{z+} \cdot \sin 2\omega t \quad (1.94)$$

Expresa esta potencia de desequilibrio $D_{uiA}(t)$, mediante el siguiente fasor:

$$\overrightarrow{D_{uiA}} = A u_a + B u_b \quad (1.95)$$

Siendo:

- A es el valor RMS de $A(t)$ y está asociado con el vector unitario u_a . Representa la parte real del fasor $\overrightarrow{D_{uiA}}$ y su valor se calcula a partir de la ecuación (1.96).
- B es el valor RMS de $B(t)$ y está asociado con el vector unitario u_b . Representa la parte imaginaria del fasor $\overrightarrow{D_{uiA}}$ y su valor se calcula a partir de la ecuación (1.97).
- Los vectores unitarios u_a y u_b son perpendiculares entre sí.

$$A = -\sqrt{2} \cdot \sum_{z=a,b,c} V_{z+} \cdot I_z \cdot \cos\theta_z^{z+} \cdot \cos 2\alpha_{z+} \quad (1.96)$$

$$B = \sqrt{2} \cdot \sum_{z=a,b,c} V_{z+} \cdot I_z \cdot \cos\theta_z^{z+} \cdot \sin 2\alpha_{z+} \quad (1.97)$$

El módulo y argumento de $\overrightarrow{D_{uiA}}$ viene dado por:

$$|D_{uiA}| = \sqrt{A^2 + B^2} \quad ; \quad \theta_{uiA} = \text{Atan}(B/A) \quad (1.98)$$

Mientras que el valor de las potencias de desequilibrio producidas por las corrientes de los elementos reactivos D_{uiR} se determina en función de los parámetros de desequilibrio que los define como “C y D”, de valor:

$$C(t) = -2 \cdot \sum_{z=a,b,c} V_{z+} \cdot I_z \cdot \sin\theta_z^{z+} \cdot \sin 2\alpha_{z+} \cdot \cos 2\omega t \quad (1.99)$$

$$D(t) = -2 \cdot \sum_{z=a,b,c} V_{z+} \cdot I_z \cdot \sin\theta_z^{z+} \cdot \cos 2\alpha_{z+} \cdot \sin 2\omega t \quad (1.100)$$

Expresa esta potencia de desequilibrio $D_{uiR}(t)$, mediante el siguiente fasor:

$$\overrightarrow{D_{uiR}} = C u_c + D u_d \quad (1.101)$$

Siendo:

- C es el valor RMS de $C(t)$ y está asociado con el vector unitario u_c . Representa la parte real del fasor $\overrightarrow{D_{uiR}}$ y su valor se calcula a partir de la ecuación (1.102).
- D es el valor RMS de $D(t)$ y está asociado con el vector unitario u_c . Representa la parte imaginaria del fasor $\overrightarrow{D_{uiR}}$ y su valor se calcula a partir de la ecuación (1.103).
- Los vectores unitarios u_c y u_d son perpendiculares entre sí.

$$C = -\sqrt{2} \cdot \sum_{Z=a,b,c} V_{Z+} \cdot I_Z \cdot \sin\theta_Z^{Z+} \cdot \sin 2\alpha_{Z+} \quad (1.102)$$

$$D = -\sqrt{2} \cdot \sum_{Z=a,b,c} V_{Z+} \cdot I_Z \cdot \sin\theta_Z^{Z+} \cdot \cos 2\alpha_{Z+} \quad (1.103)$$

El módulo y argumento de $\overrightarrow{D_{uiR}}$ viene dado por:

$$|D_{uiR}| = \sqrt{C^2 + D^2} \quad ; \quad \theta_{uiR} = \text{Atan}(D/C) \quad (1.104)$$

Con lo cual el fasor de la potencia de desequilibrio debido a la corriente lo define como:

$$\overrightarrow{D_{ui}} = A u_a + B u_b + C u_c + D u_d \quad (1.105)$$

Siendo su modulo el siguiente:

$$|D_{ui}| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 + D^2} = \sqrt{D_{uiA}^2 + D_{uiR}^2} \quad (1.106)$$

Después para el fasor de desequilibrio debido a la tensión, utiliza los mismos factores, pero introduce los coeficientes de desequilibrio y asimetría, dando lugar a la siguiente expresión:

$$\overrightarrow{D_{uv}} = \sqrt{\delta_-^2 + \delta_0^2} \cdot [A u_a + B u_b + C u_c + D u_d + P_+ u_x + Q_+ u_y] \quad (1.107)$$

Siendo su modulo el siguiente:

$$|D_{uv}| = \sqrt{\delta_-^2 + \delta_0^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + P_+^2 + Q_+^2} \quad (1.108)$$

Con estos dos fasores define el fador de la potencia total de desequilibrio, a saber:

$$\vec{D}_u = \sqrt{1 + \delta_-^2 + \delta_0^2} \cdot (A u_a + B u_b + C u_c + D u_d) + \sqrt{\delta_-^2 + \delta_0^2} \cdot (P_+ u_x + Q_+ u_y) \quad (1.109)$$

Siendo su módulo el siguiente:

$$|D_u| = \sqrt{(1 + \delta_-^2 + \delta_0^2) \cdot (A^2 + B^2 + C^2 + D^2) + (\delta_-^2 + \delta_0^2) \cdot (P_+^2 + Q_+^2)} \quad (1.110)$$

D_u es potencia aparente; por lo tanto, la unidad de medida a utilizar es VA.

Si se considera el fador de potencia aparente de secuencia positiva de la siguiente manera:

$$\vec{S}_+ = P_+ u_x + Q_+ u_y \quad (1.111)$$

El fador de potencia aparente en cualquier sistema lineal se puede expresar como:

$$\vec{S}_T = \sqrt{1 + \delta_-^2 + \delta_0^2} \cdot (A u_a + B u_b + C u_c + D u_d + P_+ u_x + Q_+ u_y) \quad (1.112)$$

Siendo su modulo el siguiente:

$$|S_T| = \sqrt{(1 + \delta_-^2 + \delta_0^2) \cdot (A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + P_+^2 + Q_+^2)} \quad (1.113)$$

El valor del módulo S_T obtenido en (1.113) es el mismo que el obtenido mediante la expresión de Buchholz, UPM y la norma IEEE Std. 1459-2010.

No obstante, este procedimiento no acomete la potencia aparente de distorsión, por lo que queda incompleta la metodología.

Nota: casi toda la información aportada en este punto 1.2.1.- ha sido extraída de la tesis doctoral del Dr. Pedro Blasco Espinosa “Formulación de la potencia de desequilibrio. Aplicación a redes eléctricas desequilibradas sinusoidales”, 2015.

1.3 METODOS ACTUALES DE COMPENSACIÓN DE LAS CORRIENTES NEGATIVA Y HOMOPOLAR, ASI COMO LA COMPONENTE REACTIVA DE LA SECUENCIA POSITIVA, MEDIANTE COMPENSADORES PASIVOS.

La idea de la compensación reactiva es muy antigua siendo el primer compensador de desequilibrio el desarrollado por Steinmetz [63] en 1917. La investigación sobre compensación reactiva continuó con resultados varios, por ejemplo, los presentados en [64] - [72]. En todos ellos no se tuvieron en cuenta las potencias ineficientes generadas como consecuencia de los desequilibrios de las cargas. Si bien es verdad que las componentes simétricas desarrolladas por Fortescue [62], fueron presentadas posteriormente, en 1918.

Gyugyi, 1978 [73]. Se basa en el estudio realizado por C.P. Steinmetz que dio lugar al conocido circuito o transformador de Steinmetz. Los autores extienden el trabajo de Steinmetz a las tres fases de un sistema trifásico a tres hilos, mediante la aplicación del Principio de Superposición Lineal.

Realizan la descomposición de la corriente que consume la carga (Y_{zz}), en componentes simétricas y obtiene un circuito en triángulo de susceptancias para compensar la componente imaginaria de la corriente positiva ($B_{P,zz}$) y otro, también en triángulo, para la corriente negativa ($B_{N,zz}$), siendo $zz = ab, bc$ y ca .

El circuito final obtenido es el siguiente:

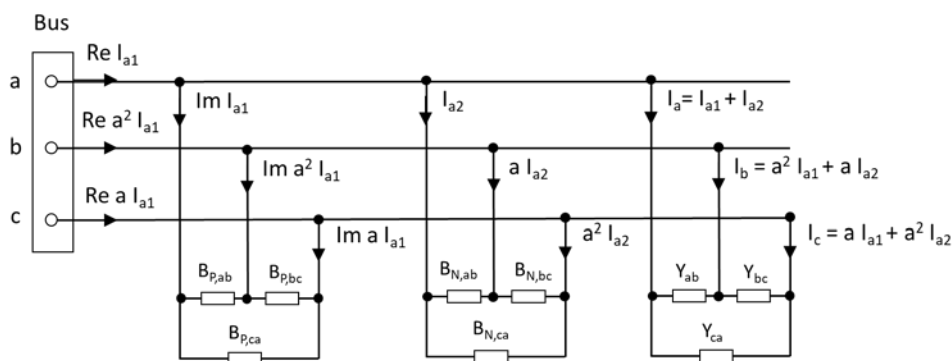


Fig.1.10 Propuesta inicial de Gyugyi.

Donde:

B = Susceptancias entre fases (ab, bc y ca), de los compensadores.

$\text{Im } I_{a1}$ = Parte imaginaria de la componente positiva de la corriente.

$\text{Im } I_{a2}$ = Parte imaginaria de la componente negativa de la corriente.

$\text{Re } I_{a1}$ = Parte real de la componente positiva de la corriente.

$\text{Re } I_{a2}$ = Parte real de la componente negativa de la corriente.

Las premisas de partida son el conocer las tensiones simples del bus (V_z), que se consideran equilibradas, y las características y conexionado de la carga. Con ello deducen las siguientes expresiones para la susceptancias de los compensadores:

$$B_{P,ab} = B_{P,bc} = B_{P,ca} = \frac{1}{3} \cdot (B_{ab} + B_{bc} + B_{ca}) \quad (1.114)$$

$$\left. \begin{aligned} B_{N,ab} &= -\frac{2}{3} \cdot B_{ab} + \frac{1}{3} \cdot B_{bc} + \frac{1}{3} \cdot B_{ca} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (G_{ac} - G_{bc}) \\ B_{N,bc} &= \frac{1}{3} \cdot B_{ab} - \frac{2}{3} \cdot B_{bc} + \frac{1}{3} \cdot B_{ca} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (G_{ab} - G_{ca}) \\ B_{N,ca} &= \frac{1}{3} \cdot B_{ab} + \frac{1}{3} \cdot B_{bc} - \frac{2}{3} \cdot B_{ca} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (G_{bc} - G_{ab}) \end{aligned} \right\} \quad (1.115)$$

Con estas susceptancias los autores consiguen que la red suministre en el bus, solamente la componente activa de la corriente.

También presentan una alternativa, y es la unificación de ambos compensadores en un solo triángulo. Ello da lugar al siguiente esquema:

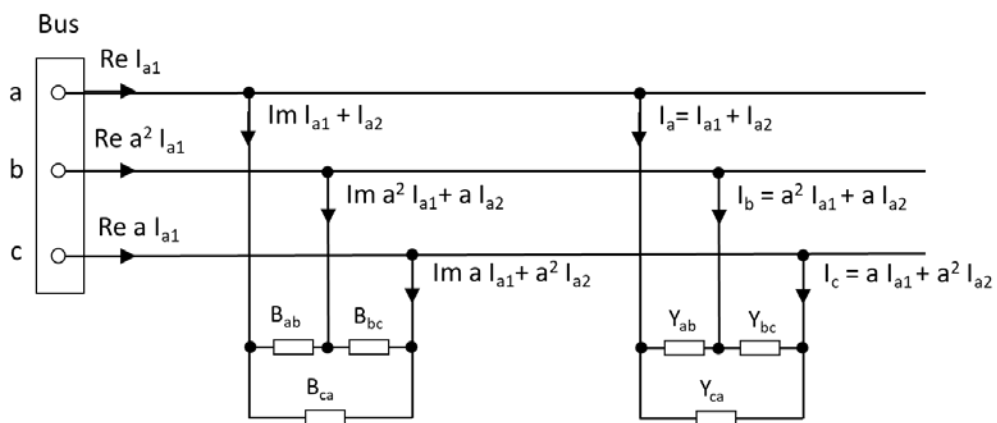


Fig.1.11 Propuesta con un solo compensador de Gyugyi.

Siendo los valores de las corrientes del compensador las siguientes:

$$\left. \begin{aligned} B_{ab} \cdot (V \cdot \sqrt{3}) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \text{Im } I_{a1} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \text{Im } I_{a2} + \text{Re } I_{a2} \\ B_{ab} \cdot (V \cdot \sqrt{3}) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \text{Im } I_{a1} + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Im } I_{a2} \\ B_{ab} \cdot (V \cdot \sqrt{3}) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \text{Im } I_{a1} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \text{Im } I_{a2} - \text{Re } I_{a2} \end{aligned} \right\} \quad (1.116)$$

Por último, los autores desarrollan un controlador a base de tiristores, para cargas variables en el tiempo.

Czarnechi L.S. 1989 [74]. Se aplica a circuitos trifásicos a tres hilos con cargas desequilibradas. Las premisas de partida es que estén alimentadas con tensiones equilibradas y que la carga, así como su conexión, también son conocidas. Con estas premisas y a través de la descomposición ortogonal de la corriente desarrollada por Czarnecki en un trabajo anterior [75], a saber:

$$\bar{i} = \bar{i}_a + \bar{i}_s + \bar{i}_r + \bar{i}_u \quad (1.117)$$

Siendo:

i_a = corriente activa

i_r = corriente reactiva

i_u = corriente de desequilibrio

i_s = corriente armónica.

En circuito senoidales:

El autor calcula las potencias activas, reactivas y de desequilibrio. Después divide la carga en varios circuitos equivalentes, según la figura siguiente:

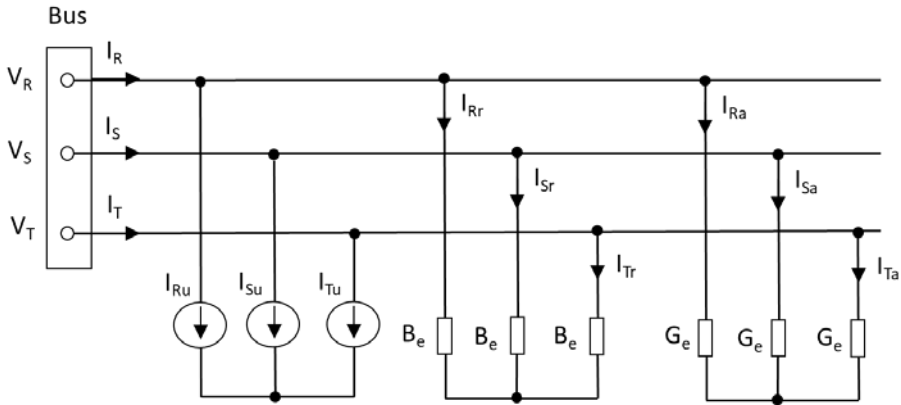


Fig.1.12 Propuesta inicial de Czarnechi.

Un circuito representa la potencia activa de la carga (G_e), otro la potencia reactiva (B_e) y otro en forma de fuentes de intensidad de valor la diferencia entre la corriente total de línea y la suma de la componente activa y reactiva de la carga.

Después calcula los circuitos equivalentes que compensan las corrientes ineficientes, dando lugar al circuito de la figura 1.13, Siendo los valores de las corrientes del compensador de la componente negativa los siguientes:

$$\begin{aligned}
 I_{Ru} &= -(Y_{ST} \cdot V_R + Y_{RS} \cdot V_S + Y_{TR} \cdot V_T) \\
 I_{Su} &= -(Y_{RS} \cdot V_R + Y_{TR} \cdot V_S + Y_{ST} \cdot V_T) \\
 I_{Tu} &= -(Y_{TR} \cdot V_R + Y_{ST} \cdot V_S + Y_{RS} \cdot V_T)
 \end{aligned}
 \tag{1.118}$$

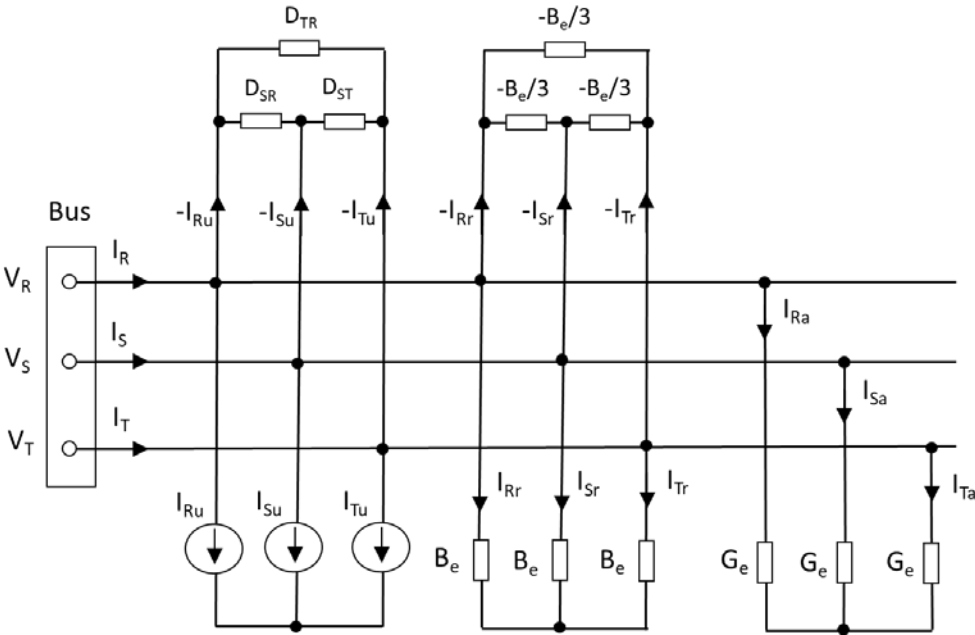


Fig.1.13 Propuesta de compensación de Czarnechi.

Mientras que los valores de $-Be/3$ pertenecen al compensador de la potencia reactiva y los coeficientes D , son las susceptancias que compensan las potencias de desequilibrio. Deduce el autor que estas susceptancias D , deben cumplir que:

$$D_{RS} + D_{ST} + D_{TR} = 0 \quad (1.119)$$

siendo sus valores los siguientes:

$$\left. \begin{aligned} D_{RS} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{Re} I_{a2} - \frac{1}{3} \cdot \operatorname{Im} I_{a2} \\ D_{ST} &= \frac{2}{3} \cdot \operatorname{Im} I_{a2} \\ D_{TR} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{Re} I_{a2} - \frac{1}{3} \cdot \operatorname{Im} I_{a2} \end{aligned} \right\} \quad (1.120)$$

J. L. Willems 1993 [76]. En este trabajo Willems analiza sistemas trifásicos a 3 hilos alimentados con tensiones equilibradas.

El autor plantea una matriz de susceptancias B , simétrica de orden 3. Estas susceptancias son las que compensarán la potencia reactiva de la carga y la potencia de desequilibrio que genera la corriente de secuencia negativa.

Se pregunta cómo obtener una corriente I , mediante elementos reactivos que conectados a una tensión V , anule los efectos reactivos y de desequilibrio que genera la carga. Si existiera una respuesta, tomaría la forma de la relación:

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{V} = -j\mathbf{I} \quad (1.121)$$

Desarrollando el anterior producto para cada una de las fases se obtienen seis incógnitas y seis ecuaciones, pero éstas son linealmente dependientes, luego existen infinitas soluciones.

Para resolverlo plantea, entre otras, las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} B_{23} &= B_{23}^0 + \frac{k}{3 \cdot V_S \cdot V_T \cdot \operatorname{sen}(\Psi_S - \Psi_T)} \\ B_{13} &= B_{13}^0 + \frac{k}{3 \cdot V_T \cdot V_R \cdot \operatorname{sen}(\Psi_T - \Psi_R)} \\ B_{12} &= B_{12}^0 + \frac{k}{3 \cdot V_R \cdot V_S \cdot \operatorname{sen}(\Psi_R - \Psi_S)} \end{aligned} \quad (1.122)$$

Donde k es un número real aleatorio.

El circuito equivalente sería el siguiente:

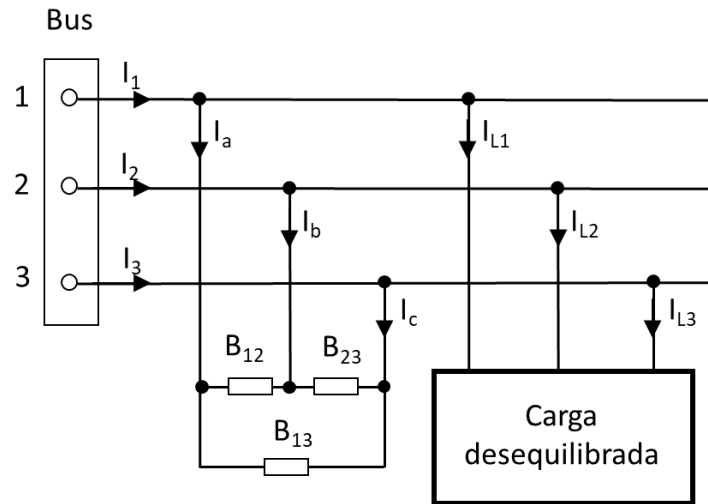


Fig.1.14 Propuesta de compensación de Willems.

Donde las corrientes I_a , I_b e I_c , son las componentes reactiva positiva y de secuencia negativa de la carga, pero con signo cambiado.

San-Yi Lee and Chi-Jui Wu. 1993 [77]. Los autores desarrollan un nuevo método de compensación de potencia reactiva para reducir las componentes de secuencia negativa y homopolar de las corrientes de la carga y para mejorar el factor de potencia en el bus, en sistemas trifásicos a cuatro hilos.

Para ello se basa en los modelos propuestos por Gyugyi (Sept/Oct 1978) y los combina con los compensadores de la componente reactiva de la corriente positiva. Propone distintas expresiones:

- Una para eliminar la componente negativa y la componente reactiva positiva con un solo compensador en triángulo, que lo denominan (Δ -SVC).
- Otra en la que es el compensador de la homopolar quien elimina la componente reactiva de la corriente positiva, que la denomina (Y-SVC).
- Y por último otra en la que se compensa la componente reactiva de la corriente positiva entre los dos compensadores, el conectado en

triángulo para la componente negativa y el conectado en estrella para la componente homopolar.

También aporta otra solución a través de minimizar la suma cuadrática mínima de las corrientes del compensador SVC y también la suma cuadrática mínima de las corrientes de dichos compensadores. Un circuito equivalente sería el siguiente:

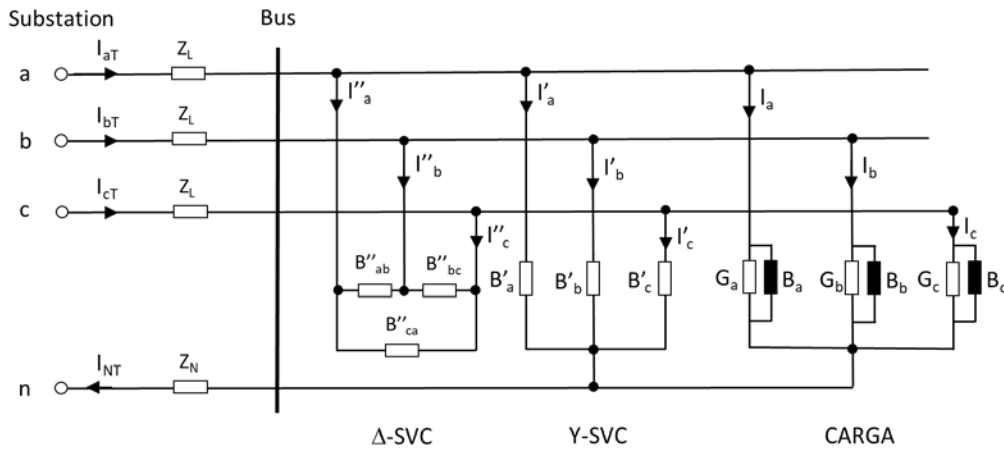


Fig.1.15 Propuesta de compensación de San-Yi Lee.

Como ejemplo, las expresiones sugeridas en que la parte imaginaria de la componente de secuencia positiva de las corrientes de carga es compensada solo por el Y-SVC, es decir, el Δ -SVC no genera parte imaginaria de las corrientes de secuencia positiva, son:

$$\left. \begin{aligned} B'_a &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot [(G_b - G_c) - B_a] \\ B'_b &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot [(G_c - G_a) - B_b] \\ B'_c &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot [(G_a - G_b) - B_c] \end{aligned} \right\} \quad (1.123)$$

$$\left. \begin{aligned} B''_{ab} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (G_a - G_b) \\ B''_{bc} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (G_b - G_c) \\ B''_{ca} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (G_c - G_a) \end{aligned} \right\} \quad (1.124)$$

Los autores indican que, según las expresiones anteriores, las susceptancias de los compensadores son independientes de las tensiones del bus porque solo dependen de los valores de la carga. Con lo cual es independiente el considerar que las tensiones estén o no equilibradas en el bus.

Así pues, los autores afirman que dichas expresiones son válidas para circuitos alimentados con tensiones desequilibradas argumentando, además, que al eliminar las corrientes ineficientes se equilibrarán las tensiones en el bus puesto que solo quedará unas corrientes equilibradas en la carga.

Esto supone que desde el bus hasta el generador estará la red equilibrada, lo cual casi nunca será así, dependerá de dónde este el bus y como sea el reparto que tiene la línea a lo largo de su recorrido hasta llegar al bus. Luego, al igual que Gyugui [73], están considerando las tensiones equilibradas.

L. C. Origa, Manoel C. Barros Neto, Julio Borges de Souza. 2000 [78] [79]. Los autores utilizan la metodología desarrollada en Gyugyi [73]. Además de lo propuesto por Gyugyi, los autores adaptan la metodología a sistemas trifásicos con cuatro hilos, introduciendo para ello el valor del factor de potencia. El planteamiento da lugar al siguiente circuito:

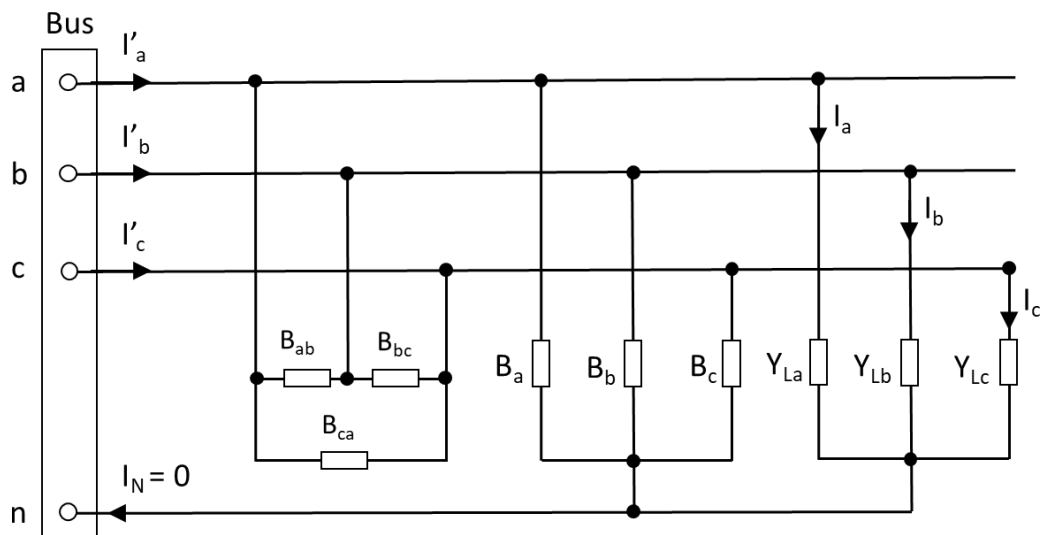


Fig.1.16 Propuesta de compensación de Origa.

La solución propuesta por los autores viene dada en función de las componentes real e imaginaria de la admitancia de la carga. Por lo tanto, estos valores deben ser conocidos. Dichas expresiones son las siguientes:

$$\begin{bmatrix} B_a \\ B_b \\ B_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{La} \\ B_{Lb} \\ B_{Lc} \end{bmatrix} + \frac{\tan(\varphi)}{3} [G_{La} + G_{Lb} + G_{Lc}] + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G_{La} \\ G_{Lb} \\ G_{Lc} \end{bmatrix} \quad (1.125)$$

$$\begin{bmatrix} B_{ab} \\ B_{bc} \\ B_{ca} \end{bmatrix} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{9} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G_{La} \\ G_{Lb} \\ G_{Lc} \end{bmatrix} \quad (1.126)$$

Donde se puede observar que existe una incógnita más que ecuaciones hay. Para resolver el sistema se fija el factor de potencia que se quiere alcanzar y se obtienen las susceptancias que compensarán las corrientes ineficientes.

No obstante, al estar basado en Gyugyi, adolece de las mismas limitaciones, sobre todo que solo es válido para sistemas trifásicos alimentados con tensiones equilibradas. Además, el modelo presenta infinitas soluciones.

O. Jordi, L. Sainz, M. Chindris. 2002 [80]. En este trabajo los autores analizan el primer compensador que se conoce diseñado por Steinmetz en 1917, pero alimentado con tensiones desequilibradas. Recordando, el esquema de Steinmetz es el siguiente:

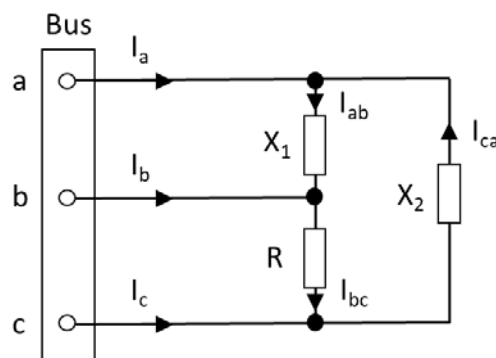


Fig.1.17 Circuito compensador de Steinmetz.

Donde es conocida la carga R, y se trata de calcular las reactancias X1 y X2 para compensar las potencias reactivas y de desequilibrio.

Los autores proponen las siguientes expresiones para el caso de que las tensiones sean equilibradas en el bus:

$$X_1 = \frac{R_L \cdot \sqrt{3}}{\lambda^2 \cdot (1 + \lambda_m \cdot \sqrt{3})} \quad (1.127)$$

$$X_2 = \frac{R_L \cdot \sqrt{3}}{\lambda^2 \cdot (1 - \lambda_m \cdot \sqrt{3})} \quad (1.128)$$

Siendo:

$$\lambda = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \lambda_m = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2 - 1}} \quad (1.129)$$

Los autores llegan a la conclusión de que es esencial conocer los valores de voltaje en el bus del sistema Steinmetz para diseñar este sistema en condiciones desequilibradas, pero estos voltajes no pueden determinarse hasta que el circuito Steinmetz esté conectado. Por lo tanto, su diseño no es posible de forma directa.

Para su resolución proponen dos posibles procedimientos para calcular las reactancias X_1 y X_2 en condiciones desequilibradas:

- Considerando que el desequilibrio es lo suficientemente pequeño como para aplicar la expresión tradicional en condiciones de simetría, que no depende del voltaje
- Utilizando métodos de optimización.

Con lo cual no resuelven el problema de la compensación de las potencias de desequilibrio generadas por las componentes negativa y homopolar de la corriente de la carga, ni la potencia reactiva demandada por ésta.

Vicente León-Martínez, Joaquín Montañana-Romeu. 2014 [81]. Los autores en este trabajo analizan sistemas trifásicos a tres y cuatro hilos con cargas desequilibradas, la cual deben conocer, y alimentados con tensiones

equilibradas. Descomponen la carga en parte real y parte imaginaria conectadas en paralelo de forma que consuman la potencia activa y reactiva.

Los autores descomponen las potencias ineficientes en circuitos equivalentes que representan dichas ineficiencias debidas al desequilibrio de la carga. Un circuito para las potencias debidas a la componente negativa de la corriente y otro para las potencias ineficientes debidas a la corriente homopolar.

Para ello se basan en la aportación de dichas componentes por parte de los elementos activos y reactivos. No obstante, aparecen resistencias de valor negativo, lo que lleva a los autores a replantear el método y obtener otros circuitos equivalentes formados por elementos únicamente reactivos.

El circuito equivalente, debido a las potencias de desequilibrio en sistemas trifásicos a 3 hilos, viene dada por la componente negativa de la corriente, a parte de la potencia reactiva, y el circuito equivalente se compone de una conexión en triángulo:

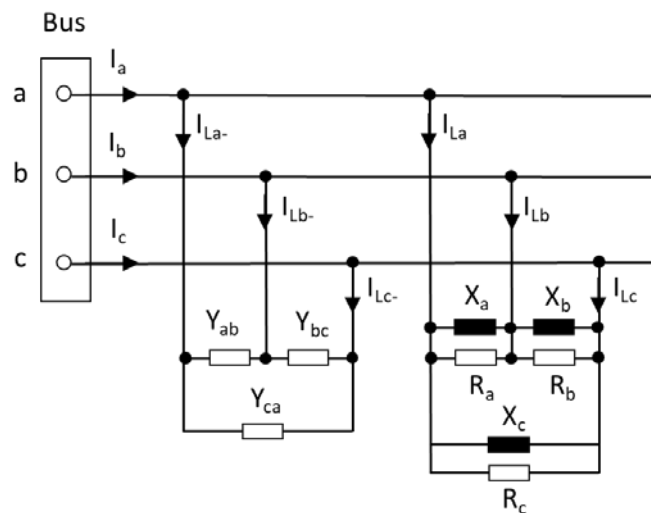


Fig.1.18 Circuito compensador a tres hilos propuesto por León.

Los valores de las admitancias del circuito en triángulo que consumen la componente negativa de las corrientes de línea que consume carga, son los siguientes:

$$\left. \begin{aligned} Y_{ab} &= \frac{1}{3} \cdot \left[j \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (G_b - G_c) + 2 \cdot B_a - B_b - B_c \right] \\ Y_{bc} &= \frac{1}{3} \cdot \left[j \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (G_c - G_a) - B_a + 2 \cdot B_b - B_c \right] \\ Y_{ca} &= \frac{1}{3} \cdot \left[j \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (G_c - G_a) - B_a - B_b + 2 \cdot B_c \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.130)$$

Para sistemas a 4 hilos los autores deducen dos circuitos equivalentes que representan las ineficiencias producidas por las corrientes de secuencia negativa y homopolar, respectivamente. El circuito equivalente debido estas potencias de desequilibrio se compone de dos conexiones trifásicas, una en estrella y otra en triángulo:

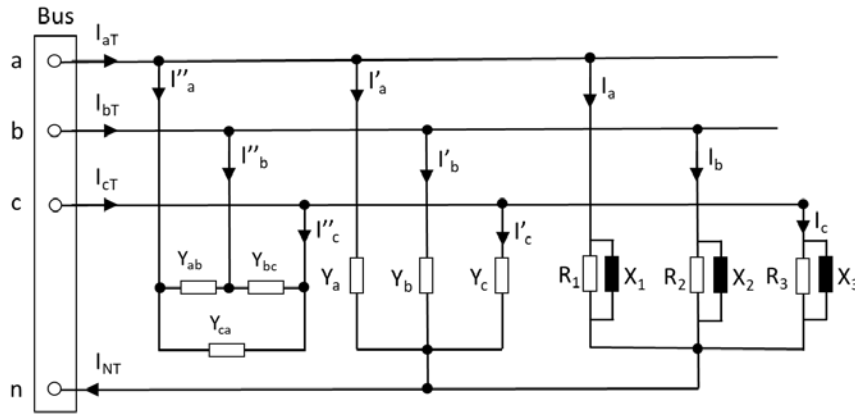


Fig.1.19 Circuitos compensadores para sistemas a cuatro hilos propuesto por León.

Las admittancias del circuito en estrella consumen una corriente igual a la siguiente expresión:

$$\overline{I'_z} = \overline{I'_{z0}} - \overline{I_z^r} + \overline{I_z^x} \quad (1.131)$$

mientras sus valores vienen dados por las siguientes expresiones:

$$\left. \begin{aligned} Y_a &= \frac{1}{3} \cdot \left[j\sqrt{3} \cdot (G_3 - G_2) + 2 \cdot B_1 - B_2 - B_3 \right] \\ Y_b &= \frac{1}{3} \cdot \left[j\sqrt{3} \cdot (G_1 - G_3) - B_1 + 2 \cdot B_2 - B_3 \right] \\ Y_c &= \frac{1}{3} \cdot \left[j\sqrt{3} \cdot (G_2 - G_1) - B_1 - B_2 + 2 \cdot B_3 \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.132)$$

Mientras que las admittancias conectadas en triángulo consumen la siguiente corriente:

$$\overline{I''_z} = 2 \cdot \overline{I_{z-r}} \quad (1.133)$$

Siendo sus valores:

$$\left. \begin{aligned} Y_{ab} &= \frac{1}{3} \cdot \left[j \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (G_2 - G_1) \right] \\ Y_{bc} &= \frac{1}{3} \cdot \left[j \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (G_3 - G_2) \right] \\ Y_{ca} &= \frac{1}{3} \cdot \left[j \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (G_1 - G_3) \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.134)$$

Estos circuitos equivalentes, con sus admitancias cambiadas de signo, se corresponden con los compensadores de las potencias de desequilibrio debidas a las corrientes de secuencia positiva y negativa.

Leszek S. Czarnecki, Paul M. Haley. 2015 [82]. En este trabajo los autores utilizaron la descomposición de la corriente de carga en componentes físicos de la corriente (CPC) ya formulada en un artículo anterior [75]. Se desarrolla un compensador de equilibrio reactivo para sistemas lineales de cuatro hilos con tensión de alimentación sinusoidal y simétrica, y cargas estacionarias lineales, invariantes en el tiempo (LTI), desequilibradas.

Hallan la carga equivalente desde los valores de tensión e intensidad medidos y descomponen la carga en un receptor en estrella formado por conductancias para representar la potencia activa que consume la carga:

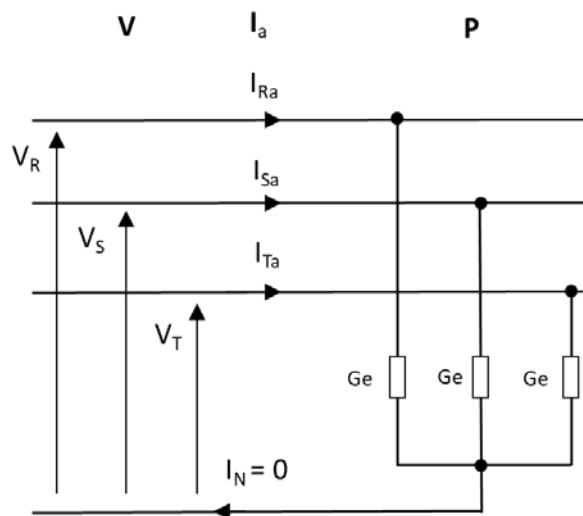


Fig.1.20 Circuitos equivalente para la potencia activa propuesta por Czarnecki.

Donde:

$$G_e = \frac{1}{3} \cdot (G_R + G_S + G_T) \quad (1.135)$$

O también desde:

$$P = G_e \cdot \|V\|^2 \quad (1.136)$$

Siendo:

$$\|V\| = \sqrt{V_R^2 + V_S^2 + V_T^2} \quad (1.137)$$

Otro circuito es estrella con susceptancias que representan la potencia reactiva de la carga:

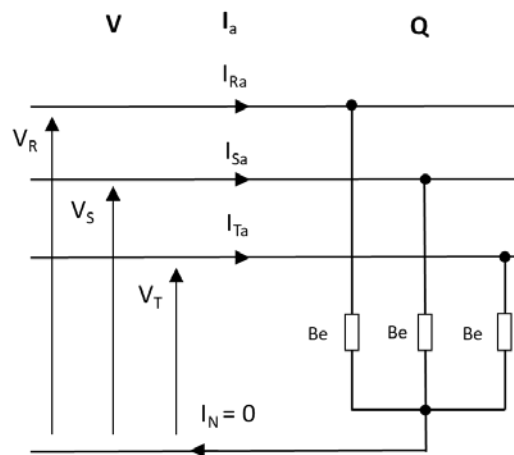


Fig.1.21 Circuitos equivalente para la potencia reactiva propuesta por Czarnecki.

Donde:

$$B_e = -\frac{Q}{V_R^2 + V_S^2 + V_T^2} \quad (1.138)$$

O también desde:

$$B_e = -\frac{Q}{\|V\|^2} = \frac{1}{3} \cdot (B_R + B_S + B_T) \quad (1.139)$$

Después calculan la corriente de desequilibrio como:

$$\bar{i}_u = \bar{i} - \bar{i}_a - \bar{i}_r \quad (1.140)$$

A continuación, demuestran que la corriente de desequilibrio está formada por dos corrientes, la de desequilibrio debida a la secuencia negativa y la debida a la secuencia cero:

$$\bar{i}_u = \bar{i}_u^n + \bar{i}_u^z \quad (1.141)$$

Además, verifican la ortogonalidad de todas las corrientes dando lugar a:

$$\|\bar{i}\|^2 = \|\bar{i}_a\|^2 + \|\bar{i}_r\|^2 + \|\bar{i}_u^n\|^2 + \|\bar{i}_u^z\|^2 \quad (1.142)$$

Siendo sus valores RMS los siguientes:

$$\begin{aligned} \|\bar{i}_a\| &= G_e \cdot \|\bar{V}\| \\ \|\bar{i}_r\| &= |B_e| \cdot \|\bar{V}\| \\ \|\bar{i}_u^n\| &= A^n \cdot \|\bar{V}\| \\ \|\bar{i}_u^z\| &= A^z \cdot \|\bar{V}\| \end{aligned} \quad (1.143)$$

Donde los factores A son las admitancias equivalentes de la secuencia negativa y cero. Y multiplicándolas al cuadrado, por el cuadrado del valor RMS trifásico del voltaje, se obtiene la ecuación de la potencia:

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D_u^{n2} + D_u^{z2} \quad (1.144)$$

Lo que da lugar al siguiente circuito equivalente:

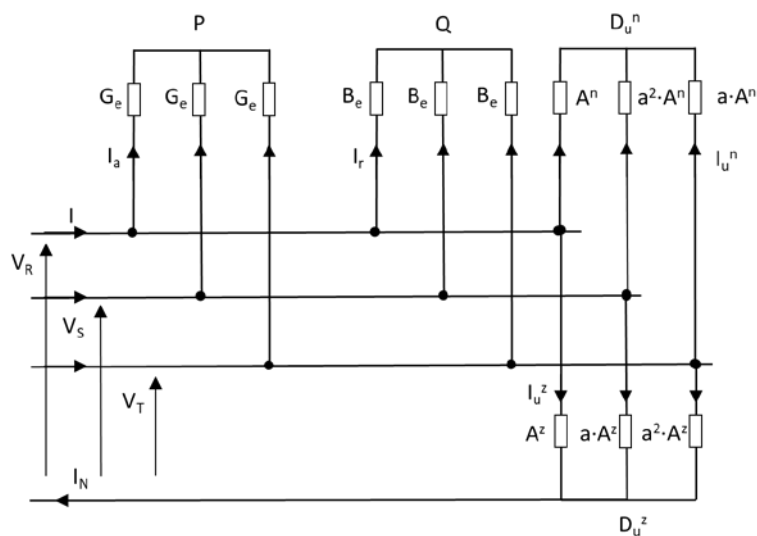


Fig.1.22 Circuitos equivalentes de la propuesta de Czarnecki.

Siendo los valores de las admitancias negativa y cero los siguientes:

$$A^n = \frac{1}{3} \cdot (Y_R + a \cdot Y_S + a^2 \cdot Y_T) \quad (1.145)$$

$$A^z = \frac{1}{3} \cdot (Y_R + a^2 \cdot Y_S + a \cdot Y_T) \quad (1.146)$$

No obstante, los propios autores expresan que:

“La ecuación de potencia desarrollada en esta sección es válida con un voltaje sinusoidal simétrico, que suministra a una carga desequilibrada, pero lineal e invariante en el tiempo. El desarrollo de esta ecuación no terminará los estudios sobre este tema. Nuevas ideas aparecerán.”

Adrian Pană, Alexandru Băloi and Florin Molnar-Matei. 2018 [83]. Por último, debo comentar este artículo, el cual apareció una vez se tenían los resultados propuestos en la presente tesis doctoral.

En este artículo los autores presentan un modelo matemático para el dimensionamiento y el funcionamiento de un compensador reactivo de equilibrio que denominan clásico ya que se basa en los comentados anteriormente y que los autores denominan BRC (Balancing Reactive Compensator), para una red trifásica de cuatro hilos y luego presenta algunos métodos de cambio de tamaño para convertirlo en un compensador capacitivo de equilibrio BCC (Balancing Capacitive Compensator). Es decir, intenta eliminar las bobinas que aparecen en los compensadores clásicos BRC.

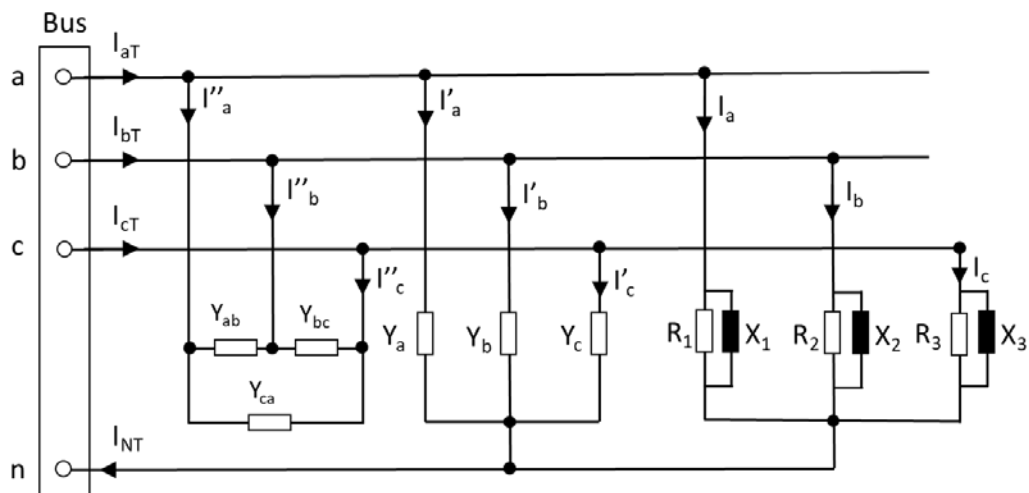


Fig.1.23 Circuitos compensadores clásicos (BRC).

Utilizan los conocimientos previos analizados en artículos anteriores para obtener las susceptancias de los compensadores expresadas en función de los componentes activos y reactivos de las corrientes o las potencias activa y reactiva en las fases de la carga.

Y, al igual que todos los anteriores, utiliza un sistema equilibrado de tensiones para la alimentación del circuito a analizar.

Los valores de las seis susceptancias del compensador resultan negativos o positivos, dependiendo de la naturaleza y el nivel del desequilibrio de carga. Para el compensador Δ , se tiene que cumplir que la suma algebraica de los valores de las tres susceptancias debe ser nula. Esto hace que en la estructura de este compensador se incluya al menos una susceptancia inductiva (bobina) y al menos una susceptancia capacitiva (banco de condensadores).

La propuesta de los autores es la de compensar la potencia que aportan la bobinas hasta anularlas y que todo sean condensadores. Ello siempre será posible mientras que la carga sea lo suficientemente inductiva.

Es obvio que la versión BCC del compensador es más ventajosa que la versión clásica BRC porque contiene solo capacidades, y se eliminan así las sobretensiones de las bobinas y, además, los bancos de condensadores monofásicos ya existen en el mercado.

Para verificar los resultados obtenidos utilizando Mathcad, realizaron un modelado de los mismos circuitos trifásicos utilizando la herramienta Matlab-Simulink, módulo SimPowerSys.

Al parecer existe más de una versión del modelo matemático, ya que según los autores en el ejemplo práctico solo se consideró el BCC, dimensionando la versión número 5. Los valores de capacidad de los dos compensadores se corrigieron ligeramente contra los valores obtenidos por computación para reproducirse mejor en el experimento de laboratorio. Observaron que, en condiciones normales de funcionamiento, los instrumentos de medición virtuales básicamente indicaban los mismos valores de potencia y corriente que los obtenidos mediante la computación en Mathcad.

Los resultados del estudio teórico y experimental demostraron que la compensación total de la potencia reactiva en la secuencia positiva y el equilibrio total de las cargas en redes trifásicas de cuatro hilos se puede lograr mediante una compensación capacitiva desequilibrada, sin la utilización de bobinas. No obstante, analizado el ejemplo supuesto por los autores, se puede afirmar que es un ejemplo con datos ajustados para obtener la solución presentada, ya que ante un cambio de valores de la carga el modelo no responde con las expresiones aportadas por los autores.

Además, el algoritmo es lo bastante complicado como para necesitar varios programas de computación para resolverlo, además parte de la necesidad de conocer la naturaleza de las cargas y está desarrollado para sistemas con tensiones equilibradas, aunque los autores analizan la desviación que se produce ante una asimetría muy pequeña de las tensiones, del orden del 1,1% en los módulos y del 0,75% en los argumentos.

Demuestran que con el compensador clásico de la potencia reactiva BRC, alimentado con dichas tensiones desequilibradas, si bien se elimina la potencia reactiva positiva no se eliminan las corrientes de secuencia negativa y homopolar. Con lo cual siguen existiendo potencias ineficientes en el sistema.

1.4 OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DE LA PRESENTE TESIS.

La presente tesis se centra en los dos aspectos comentados en la introducción. En primer lugar, y teniendo en cuenta las potencias definidas en la norma IEEE Std. 1459 – 2010, mostrada en la figura 1.3, en el Capítulo 2 se hace la extensión del fasor de la potencia de desequilibrio desarrollado por el Dr. Pedro A. Blasco Espinosa (2015), a la potencia aparente armónica, y conseguir así, otra forma alternativa para la obtención de la potencia total entregada por una red o generador en un bus. Este Capítulo se corresponde con la primera de las publicaciones del compendio que forma esta tesis.

En segundo lugar, se abordará la compensación de las potencias de desequilibrio producidas por las corrientes de secuencia negativa y homopolar de la corriente de línea, así como la componente reactiva de la corriente de

secuencia positiva que demanda la carga. Para ello se modelizarán compensadores pasivos formados por elementos reactivos puros (bobinas y condensadores).

En el Capítulo 3, se presenta el segundo artículo. En éste se desarrollan los compensadores pasivos para la eliminación en el bus de la corriente de secuencia negativa. Por lo tanto, se eliminan las potencias aparentes ineficientes donde está involucrada dicha corriente. Este compensador funcionará correctamente tanto con tensiones equilibradas como desequilibradas.

Cuando las tensiones son equilibradas el compensador de la componente reactiva de la secuencia positiva, no interactúa con el compensador de la secuencia negativa de la corriente, luego son válidas las expresiones que dicta la técnica para los compensadores pasivos a base de condensadores (SVC).

No ocurre lo mismo cuando las tensiones son desequilibradas. Así pues, se desarrollan nuevas expresiones para diseñar el compensador de la componente reactiva de la secuencia positiva de la corriente (SVC), para que sean efectivos cuando coexistan con compensadores de la secuencia negativa de la corriente de línea y las tensiones de alimentación sean desequilibradas.

En el Capítulo 4, se presenta el tercer artículo del compendio que conforma la presente tesis. Se desarrollarán las ecuaciones para obtener los valores de las reactancias a colocar en el compensador de la corriente homopolar que consume la carga, de tal forma que la red deje de suministrarla en el bus.

También se analizará la interacción con los compensadores anteriores, de tal forma que se consiga una compensación total de las potencias de desequilibrio debidas a las corrientes ineficientes antes indicadas. Esta compensación total también será efectiva para sistemas trifásicos alimentados con tensiones desequilibradas.

Por último, en el Capítulo 5 se establecen las futuras líneas de investigación propuestas a raíz de la investigación realizada en esta tesis y que se cree podrán llegar a obtenerse resultados positivos.

1.5 PUBLICACIONES.

A continuación, se presentan las publicaciones, en orden cronológico, obtenidas durante el desarrollo de la tesis. Las publicaciones 1, 3 y 4 corresponden a los capítulos 2, 3 y 4 respectivamente, formando el compendio de publicaciones de la presente tesis.

1. Pedro A. Blasco, Rafael Montoya-Mira, José M. Diez, Rafael Montoya y Miguel J. Reig. *Formulation of the Phasors of Apparent Harmonic Power: Application to Non-Sinusoidal Three-Phase Power Systems*. *Energies* 2018, 11, 1888; doi:10.3390/en11071888.
2. Rafael Montoya-Mira, José M. Diez, Pedro A. Blasco, Rafael Montoya. *Equivalent circuit and calculation of unbalanced power in three-wire three-phase linear networks*. *IET Gener. Transm. Distrib.*, 2018, Vol. 12 Iss. 7, pp. 1466-1473. doi: 10.1049/iet-gtd.2017.0670.
3. Pedro A. Blasco, Rafael Montoya-Mira, José M. Diez, Rafael Montoya y Miguel J. Reig. *Compensation of Reactive Power and Unbalanced Power in Three-Phase Three-Wire Systems Connected to an Infinite Power Network*. *Appl. Sci.* 2020, 10, 113; doi:10.3390/app10010113
4. Rafael Montoya-Mira, Pedro A. Blasco, José M. Diez, Rafael Montoya y Miguel J. Reig. *Unbalanced and reactive currents compensation in three-phase four-wire sinusoidal power systems*. *Appl. Sci.* 2020, 10, 113; doi:10.3390/app10010113

A continuación, se presentan los índices de impacto de las revistas donde han sido publicados los artículos anteriores:

Revista	2018	2017	2016
Energies	2,707 (Q3)	2,676 (Q2)	2,262 (Q2)
IET Generation, Trans., Distribution.	3,229 (Q2)	2,618 (Q2)	2,213 (Q2)
Applied Scienes	2,217 (Q2)	1,689 (Q3)	1,679 (Q3)

1.6 REFERENCIAS.

1. IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions, IEEE Std 1459-2010 (Revision of IEEE Std 1459-2000), pp. 1-40.
2. León V., J. Montañana, A. Cazorla, J. Giner, J. Roger. "Phasor total unbalance power: Formulation and some properties". Instrumentation and Measurement Technology Conference – IMTC 2007, Warsaw, Poland, May 1-3, 2007.
3. Pedro A. Blasco Espinosa. Tesis doctoral: "Formulación de la potencia de desequilibrio. Aplicación a redes eléctricas desequilibradas sinusoidales". Universidad Politécnica de Valencia, 2015.
4. León V., J. Montañana, J. Giner, A. Cazorla. "Ineficiencias de los Sistemas Eléctricos. Efectos, cuantificación y dispositivos de mejora de la eficiencia". Editorial Universidad Politécnica de Valencia, 2001. Ref 2001-4292, ISBN 84-9705-121-1
5. S. Bosch, J. Staiger and H. Steinhart, "Predictive Current Control for an Active Power Filter With LCL-Filter," IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 65, no. 6, pp. 4943-4952, June 2018.
6. W. U. K. Tareen and S. Mekhief, "Three-Phase Transformerless Shunt Active Power Filter With Reduced Switch Count for Harmonic Compensation in Grid-Connected Applications". IEEE Trans. Power Electron., vol. 33, no. 6, pp. 4868-4881, June 2018.
7. S. Rahmani, A. Hamadi, and K. Al-Haddad, "A combination of shunt hybrid power filter and thyristor-controlled reactor for power quality," IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 61, no. 5, pp. 2152-2164, May 2014.
8. L. Wang, C. S. Lam and M. C. Wong, "Unbalanced control strategy for a thyristor-controlled LC-coupling hybrid active power filter in three-phase three-wire systems," IEEE Trans. Power Electron., vol. 32, no. 2, pp. 1056- 1069, Feb. 2017.
9. L. Wang, C. S. Lam and M. C. Wong, "Minimizing Inverter Capacity Design and Characteristic Comparisons of Shunt Hybrid Active Power Filters" IEEE Trans. Power. Electron., doi: 10.1109/TPEL.2018.2828159
10. Tao Ye, NingYi Dai, Chi-Seng Lam, Man-Chung Wong, Josep M. Guerrero, "Analysis, Design and Implementation of a Quasi Proportional-Resonant Controller for Multifunctional Capacitive-Coupling Grid-Connected Inverter," 978-1-4673-7151-3/15/\$31.00 ©2015 IEEE.
11. A. Luo, S. Peng, C. Wu, J. Wu and Z. Shuai, "Power electronic hybrid system for load balancing compensation and frequency-selective harmonic suppression," IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 59, no. 2, pp. 723-732, Feb. 2012.
12. L. Wang, C. S. Lam and M. C. Wong, "Hybrid Structure of Static Var Compensator and Hybrid Active Power Filter (SVC//HAPF) for Medium Voltage Heavy Loads Compensation" IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 65, no. 6, pp. 4432-4442, Jun. 2018.

13. Barrios-Martínez, E.; Ángeles-Camacho, C. Technical comparison of FACTS controllers in parallel connection. *J. Appl. Res. Technol.* 2017, 15, 36–44.
14. Giovanni Bucci et al. 'Survey about classical and innovative definitions of the power quantities under nonsinusoidal Conditions'. *International Journal of Emerging Electric Power Systems*, 2017, Vol. 18, nº 3. DOI: <https://doi.org/10.1515/ijeeps-2017-0002>.
15. Stanley, W. "Phenomena of Retardation in the Induction Coil. *American Institute of Electrical Engineers*, Vol. V, Nº 4, January 1888, pp. 97-115.
16. Shallenberger, O.B. "The Distribution of Electricity by Alternative Current". *Electrical World*, March 3, 1888, pp. 114-115.
17. Steinmetz, C.P. "Theory of alternating current phenomena". Mc Graw. New York. 1897.
18. Buchholz, F. "Die Drehstrom-Scheinleistung bei Ungleichmassiger Belastung Der Drei Zweige". *Licht und Kraft*, Nº2, Jan. 20, 1922, pp. 9-11.
19. Budeanu, C.I. "Puissances reactives et fictives". *Institut Romain de L'Energie*, Bucharest - 1927.
20. Fryze S., "Active, reactive and apparent power in non-sinusoidal systems". *Przeglad Elektrot.*, nº 7, pp. 193-203, Polonia, 1931.
21. Buchholz F., "Das begriffssystem rechteistung. Wirleistung, totale blindleistung", Munich, Germany: Selbstverlag, 1950.
22. Depenbrock, M., *Untersuchungen über die Spannungs- und Leistungsverhältnisse bei Umrichtern ohne Energiespeicher. (On voltage- and power-state of power electronic converters without energy storage, in German language)*, Dissertation, TH Hannover, 1962, pp. 15-25.
23. Shepherd W., P. Zakikhani. "Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems". *Proceedings IEE*, Vol. 119, nº 9, 1972, pp. 1361-1362.
24. Depenbrock M., "The FBD-Method, A generally applicable tool for Analyzing power relations", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 8, Nº. 2, May 1993.
25. Kusters N. L., W. J. M. Moore, "On the definition of reactive power in nonsinusoidal conditions". *IEEE Transactions on Power Applications Systems*, Vol. 99, nº 5, 1980. pp. 1845-1850.
26. Nowomiejski Z., "Generalized theory of electrical power", *Arch. Elecktrotech*, vol. 3, 1981, pp.177-182.
27. Akagi H., Y. Kanazawa, A. Nabae, "Generalized theory of the instantaneous reactive power in the three-phase circuits," *Proceedings International Power Engineering Conference*, pp. 1375-1386, 1983.
28. Akagi H., Y. Kanazawa, A. Nabae, "Instantaneous reactive power compensator comprising switching devices without energy storage components," *IEEE Trans. On Industrial Applications*, vol. 20, pp. 625-630, 1984.
29. Willems J. L., "A new interpretation on the Akagi-Nabae power components for nonsinuoidal three-phase situations," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 41, pp. 523-527. 1992.

30. Watanabe, R.M.; Stephan, M.A.; Aredes, M. "New concepts of instantaneous active and reactive powers in electrical systems with generic loads". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 8, nº 2, 1993, pp. 697- 703.
31. Togasawa S., T.Murase, H. Nakano, and A. Nabae, "Reactive power compensation based on a novel cross-vector theory," IEEE Trans. on Industrial Applications, vol. 114, pp. 340-341, 1994.
32. Peng F., J. Lai, "Generalized instantaneous reactive power theory for three-phase power systems," IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, vol. 45, pp. 293-297, 1996.
33. Nabae A., T. Tanaka, "A new definition of instantaneous active reactive current and a power based on instantaneous space vectors on polar coordinates in three phase circuits", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 11, no. 3, pp. 1238–1243, Jul. 1996.
34. Kim H., H. Akagi, "The instantaneous power theory on the rotating p-q-r reference frames", Proceedings of the IEEE International Conference on Power Electronics and Drive Systems, PEDS '99. vol. 1, pp. 422-427, 1999.
35. Kim H., Blaabjerg F., Back, B., "Spectral Analysis of Instantaneous Power in Single-Phase and Three-Phase Systems With of p-q-r Theory", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol 17, Nº 5, September 2002.
36. Reginatto R., Ramos R. A., "On electrical power evaluation in dq coordinates under sinusoidal unbalanced conditions", IET Gener. Transm. Distrib. 2014, vol. 8, Iss. 5, pp. 976-982. www.ietdl.org
37. Sanchez-Herrera M. R., "Nuevas propuestas en la teoría de la potencia reactiva instantánea: aplicación a la compensación de cargas industriales con filtros activos de potencia". Tesis doctoral. Universidad de Huelva 2007.
38. Salmerón P., Montañó J.C., "Instantaneous power components in polyphase systems under nonsinusoidal conditions", IEEE Proc.-Sci Meas. Technol., Vol. 143, Nº 2, March 1996.
39. Graña M. "Significado y medida de los fenómenos de desfase en los sistemas trifásicos desequilibrados, lineales. Aplicación a la medida en sistemas con conductor neutro.". Tesis doctoral, Servicio de Publicaciones de la UPV, 2010.
40. León V., "Método integral para la mejora de la eficiencia y la calidad del suministro de la energía eléctrica en Baja Tensión", tesis doctoral, Servicio de Publicaciones de la UPV, 1997.
41. León V., J. Giner, J. Montañana, A. Cazorla, "Cortes en el suministro de energía eléctrica: una solución a la sobrecarga de los transformadores de CT.", Mundo electrónico, nº 327, pp. 34-38, enero 2002.
42. León V., Montañana J., J. Giner, A. Cazorla. "Measurement of energies associated of power quality with unbalanced and nonsinusoidal voltages in electric power systems". 14th Power Systems Computation Conference PSCC 02, 2002, pp. 1-5.
43. León V.; Graña, M.; Chouza, J.; Cazorla, A.; Montañana, J.; Giner, J.; "Modelización de fenómenos energéticos de desfase en sistemas trifásicos desequilibrados, lineales a tres

- hilos". Conferencia Internacional de Energía y Medioambiente, TIEMA 2005. Camagüey, Cuba, Junio 2005. Universidad de Camagüey. Libro de actas.
44. León V., J. Montañana, J. Giner, A. Cazorla, J. Roger, M. Graña. "Power Quality Effects on the Measurement of Reactive Power in Three-Phase Power Systems in the Light of the IEEE Standard 1459-2000", 9th International Conference. Electrical Power Quality and Utilisation. Barcelona. 2007.
 45. León V., J. Montañana, A. Cazorla, J. Giner, J. Roger. "Phasor total unbalance power: Formulation and some properties". Instrumentation and Measurement Technology Conference – IMTC 2007, Warsaw, Poland, May 1-3, 2007
 46. Montañana J.. "Medida Integral de la eficiencia en el suministro de energía eléctrica en baja tensión.". Tesis doctoral, Servicio de Publicaciones de la UPV, 1999.
 47. IEEE Working group in non-sinusoidal situations: Effects on meter of performance and definitions of power, "Practical definitions in systems with non-sinusoidal waveforms and unbalanced loads: a discussion," IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 11, no. 1, pp. 79-87, Jan. 1996.
 48. Goodhue W. M., "Discussion to Reactive power concepts in need of clarification". AIEE Trans. Vol.52, p. 787, Sept. 1933
 49. Filipski, P. S., Bagzouz, Y., Cox, M. D. "Discussion of power definitions contained in the IEEE Dictionary, IEEE Trans. On Power Delivery, Vol. 9, No. 3, July 1994, pp:1237-1243.
 50. Emanuel A. E., "Apparent and reactive powers in three-phase systems: In search of a physical meaning and a better resolution", ETEP, Vol. 3, nº 1, January/February 1993, pp. 7-14.
 51. Willems J. L., Ghijselen J. A., Emanuel A. E., "The Apparent Power Concept and the IEEE Std 1459-2000", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 20, nº 2, April 2005.
 52. Czarnecki L. S., "Comments on Apparent and reactive powers in three-phase systems: in search of a physical meaning and better resolution", European transactions on electrical power ETEP, vol. 4, no. 5, pp. 421-426, Sept./Oct. 1994.
 53. Czarnecki L. S., "Comments on Apparent power – a misleading quantity in the non-sinusoidal power theory: are all non-sinusoidal power theories doomed to fail?". European transactions on electrical power ETEP, vol. 4, nº 4, pp. 427-432, Sept./Oct. 1994.
 54. Emanuel A. E., "Apparent power definitions for three-phase systems", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 14, nº 3, July 1999, pp- 767-772.
 55. Emanuel A. E., "Summary of IEEE Standard 1459: Definitions for the Measurement of Electric Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 40, Nº 3, May/June 2004.
 56. Jeon S. J., "Definitions of Apparent Power and Power Factor in a Power System Having Transmission Lines with Unequal Resistances", IEEE Trans. on Power Delivery, vol.20 nº 3, pp. 1806-1811, June 2005.

57. Orts-Grau S., Muñoz N., Alfonso J. C., Gimeno F. J., Seguí S., "Discussion on Useless Active and Reactive Powers Contained in the IEEE Standard 1459", IEEE Trans on Power Delivery, Vol. 26, Nº 2, April 2011.
58. Salmerón P. Vázquez J. R., Herrea R. S., Litán S. P., "Los términos de potencia en el marco del standard IEEE 1429-2010". XVII Reunión de grupos de investigación de ingeniería eléctrica, XVII RGIIE, Sevilla, 29 y 30 de Marzo, 2007.
59. Willems J. L., Ghijselen J. A., Emanuel A. E., "Addendum to the Apparent Power Concept and the IEEE Standard 1459-2000", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 20, Nº 2, April 2005.
60. Emanuel A. E., "Power in nonsinusoidal situations. A review of definitions and physical meaning", IEEE Trns. on Power Delivery, VOL. 5, nº 3, July 1990, pp 1377-1389.
61. Emanuel A.E., "The Buchholz-Goodhue apparent power definition: the practical approach for nonsinusoidal and unbalanced systems", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 13, nº 2, April 1998, pp. 344-350.
62. Fortescue C. L., "Methods Symmetrical Co-ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks", Presented at te 34th Annual Convention on American Institute of Electrical Engineers, Atlantic City, N.J., June 28, 1918.
63. Steinmetz, Ch.P., Theory and Calculation of Electrical Apparatur. New York, USA: McGraw-Hill, 1917.
64. M. Grandpierr and B. Trannoy, "Astationary power device to rebalance and compensate reactive power in three-phase network," in Proc Ind. Appl. Soc. Annu. Conf., 1977, pp. 127–135.
65. G. Klinger, "LC Kompensation und symmetrierung fur Mehrphasensysteme mit belibigen Spanungdverlauf," ETZ Archiv, pp. 57–61, 1979.
66. J. E. Miller, Reactive Power Control in Electric Systems. NewYork: Wiley, 1982.
67. L. S. Czarnecki, "Minimization of unbalanced currents in three-phase asymmetrical circuits with nonsinusoidal voltage," in Proc. Inst. Elect. Eng., B, 1992, vol. 139, no. 4, pp. 347–354.
68. S. Y. Lee and C. J. Wu, "On-line reactive power compensation schemes for unbalanced three-phase four wire distribution systems," IEEE Trans. Power Del., vol. 8, no. 4, pp. 1235–1239, Oct. 1993.
69. L. S. Czarnecki, "Supply and loading quality improvement in sinusoidal power systems with unbalanced loads supplied with asymmetrical voltage," Archiv Elektrotech., vol. 77, pp. 169–177, 1994.
70. L. Sainz, M. Caro, and E. Caro, "Analytical study of series resonance in power systems with the Steinmetz circuit," IEEE Trans. Power Del., vol. 24, no. 4, pp. 2090–2099, Oct. 2009.
71. D. Mayer and P. Kropik, "New approach to symmetrization of threephase networks," Int. J. Elect. Eng., vol. 56, no. 5–6, pp. 156–161, 2005.

-
72. C. Arendse and G. Atkinson-Hope, "Design of Steinmetz symmetrizer and application in unbalanced network," presented at the UPEC Conf., Cardiff, Wales, U.K., 2010.
 73. L. Gyugyi, R. A. Otto, T. H. Putman, "Principles and applications of static, thyristor-controlled shunt compensators", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-97, No. 5, Sept/Oct 1978.
 74. Czarnecki L. S. "Reactive and Unbalanced Currents Compensation in Three-phase Asymmetrical Circuits Under Nonsinusoidal Conditions", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 38. no 3. june 1989.
 75. Leszek S. Czarnecki, "Orthogonal decomposition of the currents in a 3-phase nonlinear asymmetrical circuit with a nonsinusoidal voltage source," IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 37, pp. 30-34, Mar. 1988.
 76. J. L. Willems, "Current compensation in three phase power system", ETEP Vol. 3, nº 1 – January/February 1993
 77. Lee, S.Y.; Wu, C.J. On-line reactive power compensation schemes for unbalanced three-phase four wire distribution feeders. *IEEE Trans. Power Deliv.* **1993**, *8*, 1958–1965, doi:10.1109/61.248308.
 78. L. C. Oriega, De. Oliviera, M. C. Barros Neto, and J. B. de Souza, "Load compensation in four-wire electrical power systems," in Proc. Int. Conf. Power Syst. Technol., 2000, vol. 3, pp. 1975–1580.
 79. De Oliveira, L.C.O.; Neto, M.C.B.; De Souza, J.B. Load compensation in four-wire electrical power systems. In Proceedings of the 2000 International Conference on Power System Technology (Cat. No.00EX409), Perth, Australia, 4–7 December 2000; pp. 1575–1580, doi:10.1109/ICPST.2000.898206.
 80. O. Jordi, L. Sainz, M. Chindris. Steinmetz System Design under Unbalanced Conditions. ETEP Vol. 12, No. 4, July/August 2002.
 81. León-Martinez, V.; Montañana-Romeu, J. Representation of load imbalances through reactances. Application to working standards. In Proceedings of the 2014 16th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP), Bucharest, Romania, 25–28 May 2014; pp. 307–311, doi:10.1109/ICHQP.2014.6842894.
 82. Czarnecki, L.S.; Haley, P.M. Unbalanced power in four-wire systems and its reactive compensation. *IEEE Trans. Power Deliv.* **2015**, *30*, 53–63, doi:10.1109/TPWRD.2014.2314599.
 83. Pană, A.; Băloi, A.; Molnar-Matei, F. From the balancing reactive compensator to the balancing capacitive compensator. *Energies* **2018**, *11*, 1-24, doi:10.3390/en11081979.

CAPITULO 2

ARTICULO 1:

FORMULACIÓN DE LOS FASORES DE LA POTENCIA APARENTE ARMÓNICA. APLICACIÓN A SISTEMAS ELÉCTRICOS TRIFÁSICOS NO SINUSOIDALES.

Pedro A. Blasco ¹, **Rafael Montoya-Mira** ¹, José M. Diez ^{1,*}, Rafael Montoya ¹ y Miguel J. Reig ²

¹ **Departamento de Ingeniería Eléctrica**, Universitat Politècnica de València, Plaza Ferrandiz y Carbonell s/n, Alcoy, Spain.

² **Departamento de Ingeniería Mecánica y Materiales**, Universitat Politècnica de València, Plaza Ferrandiz y Carbonell s/n, Alcoy, Spain;

Energies 2018, 11, 1888;

Publicado: 19 de julio 2018

DOI:10.3390/en11071888

Resumen: En este trabajo, y dentro del dominio del tiempo, se desarrolla el fasor de la potencia aparente de distorsión armónica. Con ello, y junto con el fasor de la potencia aparente de desequilibrio, nos permite obtener un nuevo conjunto de fasores que engloban todas las potencias ineficientes que aparecen en la transferencia de energía en los sistemas eléctricos, ya sean equilibrados o no, y/o senoidales o no. De esta forma se aporta una nueva visión de las potencias ineficientes de los sistemas eléctricos. Para ello se descompone la corriente en dos componentes. Una componente debida a las cargas activas y otra debida a las cargas reactivas. A su vez, estas se descomponen en dos componentes cada una de ellas. De esta manera se consiguen cuatro componentes ortogonales entre sí. En la sección 3 se analizan los sistemas eléctricos trifásicos equilibrados con cargas no lineales y en la sección 4 se hace para sistemas desequilibrados. Además, mantiene todas las ventajas del fasor de potencia de desequilibrio. Nos permite sumar los fasores homólogos cuando las cargas están en paralelo y sustraerlos cuando la carga está en serie. Se presenta un ejemplo a través de un sistema eléctrico trifásico, desequilibrado y con cargas no lineales.

1. INTRODUCCION.

En un sistema eléctrico trifásico la potencia generada no es sólo la potencia útil para la transferencia de energía, denominada potencia activa. Existen otras potencias generadas, no útiles, que deben tenerse en cuenta durante el análisis de la transferencia de la energía [1]. Cuando se produce un desfase entre la tensión y la corriente de la misma fase aparece la potencia reactiva [2]. Cuando el sistema eléctrico es trifásico y está desequilibrado, aparece otra potencia denominada de desequilibrio [3]. Además, estos sistemas eléctricos son diseñados para trabajar con tensiones y corrientes sinusoidales. No obstante, el uso de cargas no lineales y/o variantes en el tiempo, distorsionan las formas de onda de tensión y corriente, provocando la aparición de componentes armónicas. El análisis de la generación y propagación de tales componentes a través del sistema eléctrico se denomina flujo de potencia armónica [4].

Los efectos que producen estas potencias no útiles en un sistema eléctrico pueden ser críticos. Pueden afectar al funcionamiento de las protecciones y equipos de medida

produciendo disparos intempestivos y medidas erróneas [5]. Aumentan las pérdidas de potencia en las líneas de transmisión al aumentar la corriente [6]. En los motores provocan sobrecalentamiento en los devanados, pérdidas de aislamiento térmico, pérdidas en el cobre y en el hierro, una reducción en el par motor, disminución del rendimiento, etc [7]. En los generadores dificultan la sincronización automática con la red. En el conductor neutro producen sobrecalentamientos peligrosos al sumarse las corrientes armónicas de orden $3n$. Etc. Estas potencias y su significado físico han sido ampliamente discutidas por la comunidad científica [8-11].

Las cargas no lineales se utilizan cada vez más en aplicaciones generales, incluidas las fuentes de alimentación conmutadas, motores y unidades de velocidad variable, fotocopiadoras, computadoras personales, impresoras láser, máquinas de fax, cargadores de baterías, etc. Actualmente, también existe una gran cantidad de apoyo gubernamental para el desarrollo de la generación de energía con tecnología fotovoltaica. Las plantas solares se consideran una fuente importante de armónicos como resultado de la tecnología electrónica de potencia utilizada en el proceso de generación de electricidad [12]. Por lo tanto, las cargas no lineales y el suministro de energía solar han aumentado la potencia armónica general presente en los sistemas eléctricos.

Esta potencia armónica también ha sido discutida ampliamente por la comunidad científica [13-15], aunque ahora la comunidad está más enfocada al desarrollo de filtros activos para mitigar los efectos de las componentes harmónicas [16-20]. En la actualidad se admiten como expresiones válidas las desarrolladas en IEEE Std. 1459-2010 [9] y obtenidas en el dominio del tiempo, aunque hay otros enfoques, como las expresiones que se obtienen en el dominio de la frecuencia [21]. Se establecen las tasas de distorsión armónica de corriente y de tensión (THDi y THDv). Estas tasas son proporciones de las componentes fundamentales y vienen expresadas en tanto por ciento de dichas componentes.

En 2016 los autores del presente artículo definieron el fasor de la potencia de desequilibrio D_u [22] y determinaron el circuito equivalente para el análisis de la potencia de desequilibrio en sistemas eléctricos a tres hilos [23]. A partir del fasor de la potencia de desequilibrio y del fasor de potencia aparente de secuencia positiva, se obtiene el fasor de potencia aparente en un sistema eléctrico sin potencia armónica. El módulo de esta potencia aparente es el mismo que el obtenido por Buchholz, UPM y IEEE Std. 1459-2010 [9].

En este trabajo se extiende el método de la formulación del fasor de la potencia aparente de desequilibrio [22] a la potencia de distorsión armónica. Ello nos permite obtener un nuevo conjunto de fasores que engloban todas las potencias ineficientes que aparecen en la transferencia de energía en los sistemas eléctricos, ya sean equilibrados, desequilibrados, senoidales o no. Además, mantiene todas las ventajas del fasor de potencia de desequilibrio.

El procedimiento desarrollado en este trabajo no pretende sustituir el procedimiento establecido en IEEE Std. 1459-2010, sólo aporta un nuevo enfoque de las potencias ineficientes de los sistemas eléctricos, basado también en el dominio del tiempo.

El resto del trabajo se organiza como sigue. En la Sección 2, se revisa la potencia instantánea en sistemas no lineales. En la Sección 3, se formula el fasor de la potencia armónica aparente y se aplica a un sistema trifásico con tensiones equilibradas y cargas no lineales. En la Sección 4, se analiza el fasor de potencia armónica aparente para un sistema trifásico con tensiones desequilibradas y cargas no lineales. En la Sección 5, se analiza la potencia aparente total de un sistema eléctrico y su módulo. Para ayudar a comprender el método de cálculo propuesto y su aplicación, en la Sección 6 resuelve un caso práctico que involucra un sistema con tensiones desequilibradas y cargas no lineales.

2. REVISIÓN DE POTENCIA INSTANTÁNEA EN UN SISTEMA NO SINUSOIDAL.

En un sistema monofásico no sinusoidal, la tensión y la corriente instantánea se dan por las siguientes ecuaciones:

$$v(t) = V_0 + \sqrt{2} \sum_m V_m \sin(m\omega t + \alpha_m) \quad (1)$$

$$i(t) = I_0 + \sqrt{2} \sum_n I_n \sin(n\omega t + \beta_n) \quad (2)$$

Siendo:

- m es el orden armónico de tensión y n es el orden armónico de la corriente.
- V_0 y I_0 son el término constante de tensión y corriente, respectivamente. En los sistemas de corriente alterna, estos valores

suelen ser muy pequeños. Por lo tanto, no vamos a considerarlos en este trabajo.

- V_m y I_n son valores RMS para tensión armónico y corriente armónica de órdenes m y n , respectivamente.
- α_m y β_n son los ángulos de fase de la tensión armónica y la corriente armónica de orden m y n respectivamente.

La potencia instantánea viene dada por la siguiente ecuación:

$$p(t) = v i = p_a + p_q \quad (3)$$

El primer término p_a es potencia activa instantánea que se descompone en tres componentes instantáneos, a saber:

$$p_a = p_{a1} + p_{ah} + p_{a(m,n)} \quad (4)$$

Donde p_{a1} es la potencia activa instantánea fundamental, que se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$p_{a1} = V_1 I_1 \cos\theta_1 [1 - \cos(2\omega t + 2\alpha_1)] \quad (5)$$

Esta expresión tiene dos términos: la potencia activa fundamental $P_1 = V_1 I_1 \cos\theta_1$ y la componente oscilante $-P_1 \cos(2\omega t + 2\alpha_1)$. El primer término es igual al valor medio de p_{a1} y determina la potencia activa causada por los armónicos fundamentales de tensión y corriente. El valor medio del segundo término es nulo y siempre está presente cuando la energía neta se transfiere a la carga; sin embargo, no causa pérdida de energía en los conductores.

El segundo término de (4), p_{ah} , es la potencia activa armónica del orden h , para $h \neq 1$, que se calcula a partir de (6).

$$p_{ah} = \sum_{h \neq 1} V_h I_h \cos\theta_h [1 - \cos(2h\omega t + 2\alpha_h)] \quad (6)$$

Esta potencia es causada por la tensión armónica del orden h y la corriente armónica del orden h , es decir, para armónicos de tensión y corrientes iguales.

Su valor es nulo cuando el sistema eléctrico es lineal. Esta expresión también tiene dos términos.

El primer término de (6) viene dado por la suma de las potencias activas armónicas P_h , donde, $P_h = V_h I_h \cos \theta_h$. La suma $\sum_{h \neq 1} P_h$ es igual al valor medio de p_{ah} . La suma de P_1 y $\sum_{h \neq 1} P_h$ es la potencia activa total de un sistema eléctrico no sinusoidal.

El segundo término de (6) viene dado por la suma de componentes armónicas oscilantes de amplitud P_h y frecuencia $2h$. El valor medio del segundo término es nulo y no causa pérdida de potencia en los conductores.

El tercer término de (4), $p_{a(m,n)}$ es la potencia activa instantánea armónica, que es causada por la tensión armónica de la orden m y la corriente armónica de la orden n , donde $m \neq n$. El valor medio de este término es nulo. Esta potencia se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$p_{a(m,n)} = \sum_{\substack{m \neq n \\ m,n=1}} V_m I_n \cos \theta_n^m [\cos(m-n)\omega t - \cos((m+n)\omega t + 2\alpha_h)] \quad (7)$$

El segundo término de (3), p_q , es la potencia reactiva instantánea que también se descompone en tres componentes instantáneos:

$$p_q = p_{q1} + p_{qh} + p_{q(m,n)} \quad (8)$$

Siendo:

- p_{q1} es la potencia reactiva instantánea fundamental, que se calcula a partir de (9).

$$p_{q1} = -V_1 I_1 \sin \theta_1 \sin(2\omega t + 2\alpha_1) \quad (9)$$

- p_{qh} es la potencia reactiva instantánea armónica del orden h , para $h \neq 1$, que se calcula a partir de (10). Esta potencia es causada por la tensión armónica del orden h y la corriente armónica del orden h .

$$p_{qh} = - \sum_{h \neq 1} V_h I_h \sin \theta_h \sin(2h\omega t + 2\alpha_1) \quad (10)$$

- $p_{q(m,n)}$ es la potencia reactiva instantánea armónica, que es causada por la tensión armónica de la orden m y la corriente armónica de la orden n , donde $m \neq n$. Esta potencia se calcula a partir de la siguiente ecuación (11).

$$p_{q(m,n)} = - \sum_{\substack{m \neq n \\ m,n=1}} V_m I_n \sin \theta_n^m [\sin(m-n)\omega t + \sin((m+n)\omega t + 2\alpha_n)] \quad (11)$$

En un sistema trifásico no sinusoidal, la potencia instantánea y sus componentes se expresan mediante la siguiente ecuación:

$$p(t) = \sum_{z=a,b,c} v_z i_z = \sum_{z=a,b,c} p_{az} + \sum_{z=a,b,c} p_{qz} \quad (12)$$

Para cada una de las fases (a , b y c), la potencia activa instantánea p_{az} y la potencia reactiva instantánea p_{qz} se calculan a partir de (4-7) y (8-11), respectivamente.

3. ARMÓNICOS DE POTENCIA EN UN SISTEMA DE POTENCIA TRIFÁSICO NO LINEAL CON TENSIONES EQUILIBRADAS.

La Fig.1 muestra una carga no lineal que está conectada a un sistema eléctrico con tensiones equilibradas.

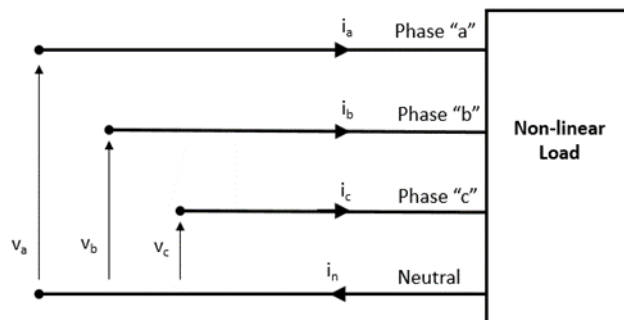


Fig. 1. Sistema trifásico a cuatro hilos con una carga no lineal.

Donde:

$$\begin{aligned} v_a &= \sum_{m=1} v_{am} & i_a &= \sum_{n=1} i_{an} \\ v_b &= \sum_{m=1} v_{bm} & i_b &= \sum_{n=1} i_{bn} \\ v_c &= \sum_{m=1} v_{cm} & i_c &= \sum_{n=1} i_{cn} \end{aligned}$$

Siendo v_{am} , v_{bm} y v_{cm} las tensiones simples para el armónico de orden m y i_{an} , i_{bn} e i_{cn} las intensidades para el armónico de orden n .

Estos valores expresados en términos de componentes simétricas vienen dados, para las tensiones, por las siguientes ecuaciones:

$$v_{m+} = \sqrt{2} \sum_{m=1} V_{m+} \sin(m\omega t + \alpha_{m+}) \quad (13)$$

$$v_{m-} = \sqrt{2} \sum_{m=1} V_{m-} \sin(m\omega t + \alpha_{m-}) \quad (14)$$

$$v_{m0} = \sqrt{2} \sum_{m=1} V_{m0} \sin(m\omega t + \alpha_{m0}) \quad (15)$$

Y para las corrientes

$$i_{n+} = \sqrt{2} \sum_{n=1} I_{n+} \sin(n\omega t + \beta_{n+}) \quad (16)$$

$$i_{n-} = \sqrt{2} \sum_{n=1} I_{n-} \sin(n\omega t + \beta_{n-}) \quad (17)$$

$$i_{n0} = \sqrt{2} \sum_{n=1} I_{n0} \sin(n\omega t + \beta_{n0}) \quad (18)$$

Donde:

- V_{m+} y I_{n+} son valores RMS para la tensión armónica de secuencia positiva y corriente armónica de secuencia positiva de orden m y n , respectivamente.

- V_{m-} y I_{n-} son valores RMS para la tensión armónica de secuencia negativa y corriente armónica de secuencia negativa de orden m y n , respectivamente.
- V_{m0} y I_{n0} son valores RMS para la tensión armónica de secuencia homopolar y corriente armónica de secuencia cero de orden m y n , respectivamente.
- α_{m+} , α_{m-} y α_{m0} son los ángulos de secuencia positiva, secuencia negativa y secuencia homopolar de la tensión armónica de la orden m .
- β_{m+} , β_{m-} y β_{m0} son los ángulos de secuencia positiva, secuencia negativa y secuencia homopolar de corriente armónica de orden n .

Como las tensiones son equilibradas, las tensiones de secuencia negativa y homopolar (v_{m-} y v_{m0}) son nulas. Luego las tensiones de secuencia positiva referidas a cada una fase vienen determinadas de la siguiente forma:

$$v_{am+} = v_{m+} \quad v_{bm+} = a^2 \cdot v_{m+} \quad v_{cm+} = a \cdot v_{m+}$$

dónde, $a = 1 e^{j120}$.

Por otro lado, referidas a cada una de las fases, las corrientes expresadas en términos de componentes simétricas vienen dadas por las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} i_{an+} &= i_{n+} & i_{bn+} &= a^2 \cdot i_{n+} & i_{cn+} &= a \cdot i_{n+} \\ i_{an-} &= i_{n-} & i_{bn-} &= a \cdot i_{n-} & i_{cn-} &= a^2 \cdot i_{n-} \\ i_{an0} &= i_{bn0} = i_{cn0} = i_{n0} \end{aligned}$$

En estas condiciones, la potencia instantánea del sistema viene determinada por:

$$p(t) = p_+ + p_- + p_0 \quad (19)$$

Donde,

$$p_+ = \sum_{\substack{m=1 \\ n=1 \\ z=a,b,c}} V_{zm+} I_{zn+} \quad (20)$$

$$p_{-}^{\pm} = \sum_{\substack{m=1 \\ n=1 \\ z=a,b,c}} V_{zm+} I_{zn-} \quad (21)$$

$$p_0^+ = \sum_{\substack{m=1 \\ n=1 \\ z=a,b,c}} V_{zm+} I_{zn0} \quad (22)$$

Siendo:

- p_+ , la potencia instantánea que es causada por las tensiones de secuencia positiva y las intensidades de secuencia positiva.
- p_{-}^{\pm} , la potencia instantánea que es causada por las tensiones de secuencia positiva y las intensidades de secuencia negativa.
- p_0^+ , la potencia instantánea que es causada por las tensiones de secuencia positiva y las intensidades de secuencia homopolar.

Desarrollando estas expresiones de potencias instantáneas para un armónico de tensión de orden m y un armónico de intensidad de orden n , se obtienen:

$$p_{+(m,n)} = 3 V_{m+} I_{n+} \cos((m - n)\omega t + \theta_{n+}^{m+}) \quad (23)$$

$$p_{-(m,n)}^{\pm} = -3 V_{m+} I_{n-} \cos((m + n)\omega t + 2\alpha_{m+} - \theta_{n-}^{m+}) \quad (24)$$

$$p_{0(m,n)}^+ = -3 V_{m+} I_{n0} \cos((m + n)\omega t + 2\alpha_{m+} - \theta_{n0}^{m+}) \quad (25)$$

donde:

- θ_{n+}^{m+} es el ángulo entre la tensión de secuencia positiva del armónico m e intensidad de secuencia positiva del armónico n .
- θ_{n-}^{m+} es el ángulo entre la tensión de secuencia positiva del armónico m e intensidad de secuencia negativa del armónico n .
- θ_{n0}^{m+} es el ángulo entre la tensión de secuencia positiva del armónico m e intensidad de secuencia homopolar del armónico n .

La ecuación (23) se descompone en dos términos según (26) y (27).

$$P_{n+}^{m+} = 3 V_{m+} I_{n+} \cos \theta_{n+}^{m+} \quad (26)$$

$$Q_{n+}^{m+} = 3 V_{m+} I_{n+} \sin \theta_{n+}^{m+} \quad (27)$$

Donde, P_{n+}^{m+} es la potencia activa de secuencia positiva para un armónico de tensión de orden m y un armónico de intensidad de orden n . Q_{n+}^{m+} es la potencia reactiva de secuencia positiva para un armónico de tensión de orden m y un armónico de intensidad de orden n .

3.1. Parámetros armónicos A_n^m , B_n^m , C_n^m y D_n^m .

Considérese un sistema trifásico de cuatro hilos conectado en estrella con una carga monofásica en la fase A . Las tensiones son sinusoidales y equilibradas.

En estas condiciones, se cumplen los siguientes supuestos:

$$I_{n-} = I_{n0} = I_{n+} = \frac{1}{3} I_{an}$$

$$V_{am} = V_{am+} = V_{m+}$$

$$\alpha_{m+} = \alpha_{am} = \alpha_{am+}$$

$$\theta_{n+}^{m+} = \theta_{n-}^{m+} = \theta_{n0}^{m+} = \theta_{an}^{am} = \theta_{an}^{am+}$$

Sustituyendo estas igualdades en (24-25), se obtiene la siguiente expresión:

$$p_{-(m,n)}^+ + p_{0(m,n)}^+ = -2 V_{am+} I_{an} \cos((m+n)\omega t + 2\alpha_{am+} - \theta_{an}^{am+}) \quad (28)$$

Si procedemos de la misma manera conectando la carga a la Fase B y luego a la Fase C , luego aplicando el teorema de superposición, se obtiene la siguiente expresión:

$$p_{-(m,n)}^+ + p_{0(m,n)}^+ = -2 \sum_{z=a,b,c} V_{zm+} I_{zn} \cos((m+n)\omega t + 2\alpha_{zm+} - \theta_{zn}^{zm+}) \quad (29)$$

La expresión (29) puede descomponerse en $A_n^m(t)$, $B_n^m(t)$, $C_n^m(t)$ y $D_n^m(t)$ mediante la ecuación (30).

$$p_{-(m,n)}^+ + p_{0(m,n)}^+ = A_n^m(t) + B_n^m(t) + C_n^m(t) + D_n^m(t) \quad (30)$$

donde:

$$A_n^m(t) = -2 \sum_{z=a,b,c} V_{zm+} I_{zn} \cos \theta_{zn}^{zm+} \cos 2\alpha_{zm+} \cos(m+n)\omega t \quad (31)$$

$$B_n^m(t) = 2 \sum_{z=a,b,c} V_{zm+} I_{zn} \cos \theta_{zn}^{zm+} \sin 2\alpha_{zm+} \cos(m+n)\omega t \quad (32)$$

$$C_n^m(t) = -2 \sum_{z=a,b,c} V_{zm+} I_{zn} \sin \theta_{zn}^{zm+} \sin 2\alpha_{zm+} \cos(m+n)\omega t \quad (33)$$

$$D_n^m(t) = -2 \sum_{z=a,b,c} V_{zm+} I_{zn} \sin \theta_{zn}^{zm+} \cos 2\alpha_{zm+} \sin(m+n)\omega t \quad (34)$$

Estos parámetros instantáneos representan ondas senoidales con valor medio nulo. Sus valores eficaces vienen determinados por las siguientes ecuaciones:

$$A_n^m = -\sqrt{2} \sum_{z=a,b,c} V_{zm+} I_{zn} \cos \theta_{zn}^{zm+} \cos 2\alpha_{zm+} \quad (35)$$

$$B_n^m = \sqrt{2} \sum_{z=a,b,c} V_{zm+} I_{zn} \cos \theta_{zn}^{zm+} \sin 2\alpha_{zm+} \quad (36)$$

$$C_n^m = -\sqrt{2} \sum_{z=a,b,c} V_{zm+} I_{zn} \sin \theta_{zn}^{zm+} \sin 2\alpha_{zm+} \quad (37)$$

$$D_n^m = -\sqrt{2} \sum_{z=a,b,c} V_{zm+} I_{zn} \sin \theta_{zn}^{zm+} \cos 2\alpha_{zm+} \quad (38)$$

3.2. Fasor de la potencia aparente armónica \overrightarrow{S}_n^m .

Para cada armónico de orden $m \neq 1$ e intensidad de orden $n \neq 1$, se define el fasor de potencia aparente armónica \overrightarrow{S}_n^m a partir de la expresión siguiente:

$$\overrightarrow{S}_n^m = u_{n(A)}^m A_n^m + u_{n(B)}^m B_n^m + u_{n(C)}^m C_n^m + u_{n(D)}^m D_n^m + u_{n(X)}^m P_{n+}^m + u_{n(Y)}^m Q_{n+}^m \quad (39)$$

donde

- $u_{n(A)}^m$, $u_{n(B)}^m$, $u_{n(C)}^m$ y $u_{n(D)}^m$ son los vectores unitarios que están asociados a los parámetros A_n^m , B_n^m , C_n^m y D_n^m (véase (35-38)).
- $u_{n(X)}^m$ y $u_{n(Y)}^m$ son los vectores unitarios que están asociados a las potencias de secuencia positivas P_{n+}^{m+} y Q_{n+}^{m+} ((véase (26-27)).

Todos estos vectores unitarios son perpendiculares entre sí. Por lo tanto, el módulo de la potencia aparente para un armónico de tensión de orden m y de intensidad de orden n viene determinado por:

$$|S_n^m| = \sqrt{A_n^{m^2} + B_n^{m^2} + C_n^{m^2} + D_n^{m^2} + P_{n+}^{m+2} + Q_{n+}^{m+2}} \quad (40)$$

Para $m = n = 1$, se obtendría el fasor de potencia aparente fundamental a partir de (41).

$$\vec{S}_1^1 = u_{1(A)}^1 A_1^1 + u_{1(B)}^1 B_1^1 + u_{1(C)}^1 C_1^1 + u_{1(D)}^1 D_1^1 + u_{1(X)}^1 P_{1+}^{1+} + u_{1(Y)}^1 Q_{1+}^{1+} \quad (41)$$

Esta expresión coincide con la definida en [22]. Este fasor incluye la potencia aparente de secuencia positiva fundamental y la potencia de desequilibrio que es debida al desequilibrio de intensidades.

3.3. Aplicación del fasor \vec{S}_n^m en un nodo con varias cargas conectadas en paralelo.

La Fig.2 muestra dos cargas no lineales trifásicas, conectadas en estrella y a un nodo i del sistema eléctrico.

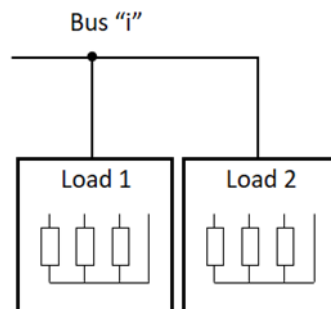


Fig. 2. Dos cargas paralelas no lineales conectadas a un bus del sistema

En estas condiciones, para un armónico de tensión de orden m y de intensidad de orden n , el fasor de potencia aparente armónica resultante en el bus viene determinado por la suma de los fasores de cada una de las cargas conectadas al bus a partir de la ecuación siguiente:

$$\overline{S(\text{bus } i)_n^m} = \overline{S(\text{load } 1)_n^m} + \overline{S(\text{load } 2)_n^m} \quad (42)$$

3.4. Aplicación del fasor $\overline{S_n^m}$ entre dos nodos de un sistema.

La Fig.3 muestra dos nodos (i y j) de una red unidos por una línea de impedancia Z_{ij} .

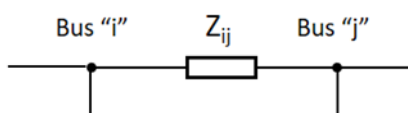


Fig. 3. Dos buses de un sistema unidos por una línea eléctrica

En estas condiciones, para un armónico de tensión de orden m y de intensidad de orden n , el fasor de potencia aparente armónica resultante en la línea entre ambos buses viene determinado por la resta entre los fasores en los buses i y j a partir, es decir:

$$\overline{S(\text{bus line})_n^m} = \overline{S(\text{bus } i)_n^m} - \overline{S(\text{bus } j)_n^m} \quad (43)$$

4. POTENCIA ARMÓNICA EN SISTEMAS DE POTENCIA TRIFÁSICOS NO LINEALES CON TENSIONES DESEQUILIBRADAS.

En la sección anterior se ha considerado que las tensiones eran no sinusoidales, pero estaban equilibradas en cada una de las fases. Normalmente en un sistema trifásico real no lineal, las tensiones son no sinusoidales y distintas en cada fase. En estas condiciones, extendiendo la expresión del módulo de la potencia aparente definida por Buchholz en [24] para un armónico de tensión e intensidad de orden m y n respectivamente, se obtiene la siguiente expresión:

$$|S_{T_n}^m| = 3 \cdot \sqrt{(V_{m+}^2 + V_{m-}^2 + V_{m0}^2) (I_{n+}^2 + I_{n-}^2 + I_{n0}^2)} \quad (44)$$

Sustituyendo los factores de desequilibrio de las tensiones de orden m , $\delta_{m-} = V_{m-}/V_{m+}$ y $\delta_{m0} = V_{m0}/V_{m+}$ en (44), se obtiene la siguiente expresión:

$$|S_{T_n}^m| = \sqrt{1 + F_{um}^2} \cdot \sqrt{9 V_{m+}^2 (I_{n+}^2 + I_{n-}^2 + I_{n0}^2)} \quad (45)$$

donde, $F_{um} = \sqrt{\delta_{m-}^2 + \delta_{m0}^2}$ y lo denominaremos factor global de desequilibrio de tensiones del armónico de orden m . Por otra parte, la segunda raíz de (45) corresponde al módulo del fasor de potencia aparente armónica definido en (39). Por lo tanto, el módulo de la potencia aparente $|S_n^m|$ para un armónico de tensión m y de intensidad n en cualquier punto del sistema debe corregirse y multiplicarse por $\sqrt{1 + F_{um}^2}$, quedando de la siguiente forma:

$$|S_{T_n}^m| = |S_n^m| \sqrt{1 + F_{um}^2} \quad (46)$$

5. POTENCIA APARENTE ARMÓNICA Y POTENCIA APARENTE TOTAL.

En cualquier nodo de un sistema no lineal, el número de armónicos de tensión y corriente que se consideran determinará el número de fasores de potencia aparente armónica. Como estos fasores son mutuamente ortogonales, no se pueden sumar aritméticamente. En cualquier nodo, el módulo de potencia aparente armónica total S_{TH} se calcula a partir de cualquiera de las dos expresiones siguientes:

$$|S_T| = \sqrt{\sum_{m,n} |S_{T_n}^m|^2} \quad (47)$$

$$|S_T| = \sqrt{\sum_{m,n} |S_n^m|^2 (1 + F_{um}^2)} \quad (48)$$

Estos valores coinciden con los obtenidos en IEEE Std. 1459-2010 [7] y por Buchholz [24]. Las ecuaciones (47) y (48) pueden expresarse en función del armónico fundamental de tensión e intensidad ($m = n = 1$) en cualquiera de las siguientes formas:

$$|S_T| = H |S_{T_1}^1| \quad (49)$$

$$|S_T| = H |S_1^1| \sqrt{(1 + F_{u1}^2)} \quad (50)$$

Donde:

$$H = \sqrt{1 + THD_I^2 + THD_V^2 + THD_I^2 THD_V^2} \quad (51)$$

Los valores THD_I y THD_V son las tasas de distorsión armónica de tensiones e intensidades del sistema trifásico y en componentes simétricas vienen determinadas por:

$$THD_I = \sqrt{\frac{\sum_{n \neq 1} (I_{n+}^2 + I_{n-}^2 + I_{n0}^2)}{I_{1+}^2 + I_{1-}^2 + I_{10}^2}} \quad (52)$$

$$THD_V = \sqrt{\frac{\sum_{m \neq 1} (V_{m+}^2 + V_{m-}^2 + V_{m0}^2)}{V_{1+}^2 + V_{1-}^2 + V_{10}^2}} \quad (53)$$

O en componentes de fase como se muestra en las expresiones siguientes:

$$THD_I = \sqrt{\frac{\sum_{n \neq 1} (I_{na}^2 + I_{nb}^2 + I_{nc}^2)}{I_{1a}^2 + I_{1b}^2 + I_{1c}^2}} \quad (54)$$

$$THD_V = \sqrt{\frac{\sum_{m \neq 1} (V_{ma}^2 + V_{mb}^2 + V_{mc}^2)}{V_{1a}^2 + V_{1b}^2 + V_{1c}^2}} \quad (55)$$

6. CASO PRÁCTICO.

En esta sección, se desarrolla el estudio de un caso práctico para verificar todos los conceptos discutidos en las secciones anteriores. La figura 4 muestra un sistema eléctrico de cuatro hilos y dos buses con dos cargas no lineales trifásicas no equilibradas y una línea trifásica desequilibrada. Las cargas se modelan a una impedancia constante.

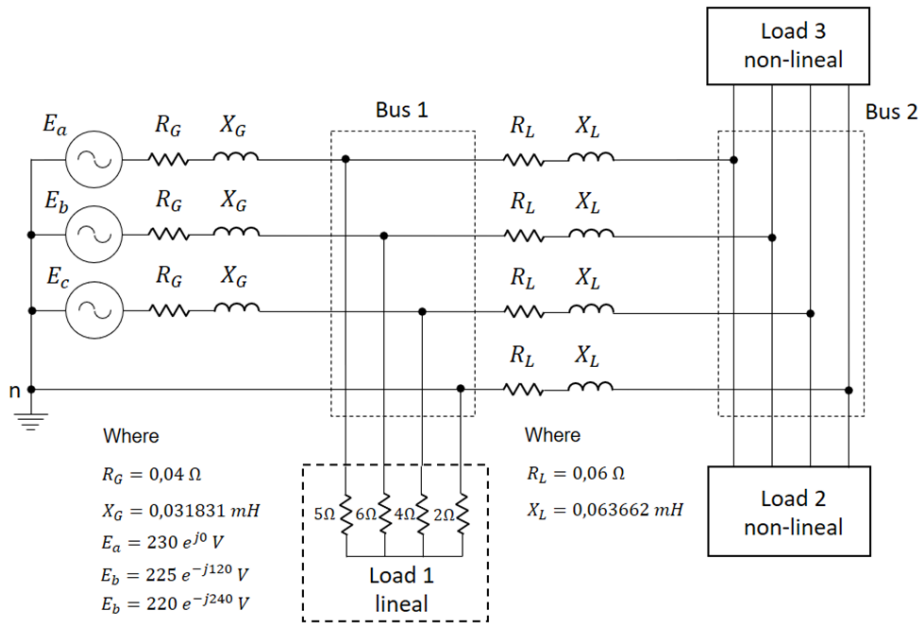


Fig. 4. Sistema trifásico con carga no lineal.

Para la simulación de la carga 2 y 3, se han utilizado rectificadores monofásicos de onda completa (ver Fig. 5).

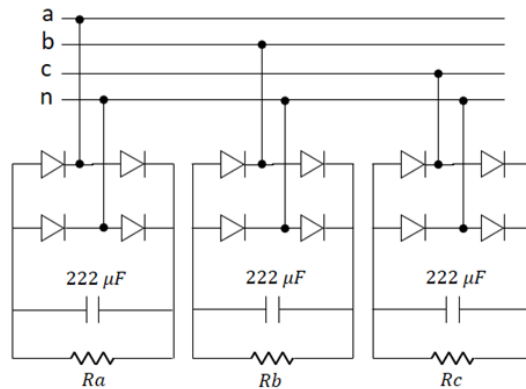


Fig. 5. Rectificadores monofásicos de onda completa (cargas 2 y 3)

Los valores R_a , R_b y R_c de la carga 2 y la carga 3 se muestran en la Tabla 1.

	Carga 2	Carga 3
R_a (Ω)	7	5
R_b (Ω)	12	15
R_c (Ω)	20	25

Tabla 1. Valores de carga 2 y carga 3 (ver Fig. 5).

	Armónico	V_{am} (V)		V_{bm} (V)		V_{cm} (V)	
	Orden m	Modulo	Angulo	Modulo	Angulo	Modulo	Angulo
Bus 1	1	227,500	-0,086	223,000	-120,100	217,600	119,900
	3	0,2612	-137,400	0,1889	-127,100	0,140	-121,100
	5	0,196	-137,000	0,143	-11,270	0,099	114,000
	7	0,174	-137,600	0,126	108,200	0,085	-5,423
Bus 2	1	226,400	-0,109	222,200	-120,100	217,00	119,900
	3	0,704	-131,900	0,521	-122,400	0,376	-115,900
	5	0,555	-131,500	0,411	-5,450	0,278	120,200
	7	0,507	-133,000	0,375	112,000	0,248	-1,351

Tabla 2. tensiones de línea armónicas.

	Harmonic	I_{an} (A)		I_{bn} (A)		I_{cn} (A)		I_{n+} (A)	
	Order n	Modulus	Angle	Modulus	Angle	Modulus	Angle	Modulus	Angle
Carga 1	1	45,590	-3,680	39,100	-118,500	51,510	121,400	45,360	-0,271
	3	0,032	-143,200	0,013	-124,800	0,010	-98,120	0,008	-144,690
	5	0,036	-137,200	0,025	-8,218	0,025	103,400	0,005	-144,872
	7	0,033	-138,80	0,208	102,100	0,024	-3,652	0,088	-136,744
Carga 2	1	9,174	-13,120	6,168	-137,200	4,647	98,810	6,652	-16,254
	3	2,850	3,895	1,928	12,580	1,472	20,610	0,436	7,065
	5	1,679	-9,547	1,113	117,200	0,823	-116,600	0,266	-41,311
	7	1,183	-19,320	0,780	-133,000	0,573	113,000	0,842	-14,594
Carga 3	1	7,435	-15,470	5,363	-139,500	4,197	96,690	5,656	-18,677
	3	2,297	7,580	1,678	15,970	1,337	23,770	0,312	8,613
	5	1,342	-7,510	0,654	119,100	0,733	-114,600	0,192	-43,644
	7	0,946	-18,040	0,667	-131,800	0,509	114,300	0,704	-13,122

Tabla 3. Corrientes armónicas en cada fase y corrientes armónicas de secuencia positiva.

	Harmonic	V_{m+} (V)		V_{m-} (V)		V_{m0} (V)		δ_{m-}	δ_{m0}
	Order m	Modulus	Angle	Modulus	Angle	Modulus	Angle		
Bus 1	1	222,700	-0,10	2,872	33,21	2,852	-32,80	0,13	0,013
	3	0,035	-133,15	0,042	-177,50	0,195	-130,23	1,185	5,525
	5	0,030	-174,90	0,145	-132,65	0,028	-120,97	4,778	0,910
	7	0,128	-133,02	0,026	-121,31	0,028	-176,28	0,202	0,218
Bus 2	1	221,867	-0,10	2,712	33,21	2,725	-33,82	0,012	0,012
	3	0,095	-124,37	0,113	-174,05	0,530	-125,05	1,192	5,607
	5	0,088	-171,11	0,413	-126,89	0,079	-114,57	4,692	0,894
	7	0,376	-128,79	0,075	-114,48	0,080	-172,97	0,201	0,214

Tabla 4. Tensiones de línea armónicas en componentes de secuencia y factores de desequilibrio de las tensiones.

Armónico		A_n^m	B_n^m	C_n^m	D_n^m	P_{n+}^{m+}	Q_{n+}^{m+}	F_{um}	S_n^m
m	n	(VA)	(VA)	(VA)	(VA)	(W)	(VAr)		(VA)
1	1	-2115,820	-2638,241	-138,238	-1463,141	38155,487	2534,164	0,018	38423,268
1	3	-2057,604	-583,353	1460,404	188,710	490,788	-64,749	0,018	2643,823
1	5	-1240,003	-70,671	-820,267	-79,911	223,934	207,223	0,018	1521,736
1	7	-261,988	-52,893	-84,365	-128,994	960,705	287,299	0,018	1049,309
3	1	0,297	-0,080	0,423	0,263	-3,843	-4,702	5,650	35,010
3	3	-0,123	-0,237	0,233	0,211	-0,061	-0,050	5,650	2,409
3	5	0,094	-0,132	0,147	-0,091	0,000	-0,048	5,650	1,387
3	7	0,003	-0,014	0,043	-0,018	-0,071	-0,143	5,650	0,956
5	1	0,330	0,306	0,027	0,224	-5,158	-0,817	4,864	26,051
5	3	0,289	0,009	-0,202	0,037	-0,068	0,003	4,864	1,793
5	5	0,168	-0,011	0,114	0,006	-0,028	-0,031	4,864	1,032
5	7	0,032	-0,012	0,016	0,018	-0,127	-0,051	4,864	0,711
7	1	1,072	-0,291	1,535	0,947	-13,864	-17,045	0,297	23,027
7	3	-0,449	-0,854	0,849	0,757	-0,219	-0,181	0,297	1,584
7	5	0,339	-0,477	0,530	-0,330	0,000	-0,175	0,297	0,912
7	7	0,011	-0,049	0,156	-0,067	-0,255	-0,517	0,297	0,629

Tabla 5. Resultados en el bus 1

Armónico		A_n^m	B_n^m	C_n^m	D_n^m	P_{n+}^{m+}	Q_{n+}^{m+}	F_{um}	S_n^m
m	n	(VA)	(VA)	(VA)	(VA)	(W)	(VAr)		(VA)
1	1	-2052,781	742,814	-72,357	-181,155	7821,842	2430,956	0,017	8480,335
1	3	-2058,524	-587,648	1456,722	195,425	493,339	-67,699	0,017	2644,456
1	5	-1246,019	-61,539	-825,547	-69,403	225,739	204,571	0,017	1528,464
1	7	-242,657	-91,012	-51,341	-146,629	999,690	245,924	0,017	1073,082
3	1	-0,299	-0,343	0,611	-0,540	-1,020	-3,337	5,732	21,022
3	3	-0,552	-0,387	0,835	0,270	-0,142	-0,157	5,732	6,555
3	5	0,184	-0,367	0,359	-0,331	0,018	-0,129	5,732	3,789
3	7	-0,006	-0,005	0,096	-0,085	-0,153	-0,411	5,732	2,660
5	1	0,666	-0,518	0,132	0,166	-2,916	-1,439	4,777	16,426
5	3	0,822	-0,120	-0,562	0,236	-0,198	-0,004	4,777	5,122
5	5	0,484	-0,078	0,336	0,001	-0,076	-0,094	4,777	2,961
5	7	0,072	-0,057	0,047	0,061	-0,377	-0,158	4,777	2,078
7	1	-1,096	-1,735	2,602	-1,667	-5,063	-12,905	0,293	14,954
7	3	-1,804	-2,092	2,959	1,712	-0,611	-0,580	0,293	4,663
7	5	0,860	-1,449	1,505	-1,149	0,031	-0,515	0,293	2,695
7	7	-0,042	-0,055	0,426	-0,274	-0,733	-1,581	0,293	1,892

Tabla 6. Resultados en el bus 2

Armónico		A_n^m	B_n^m	C_n^m	D_n^m	P_{n+}^{m+}	Q_{n+}^{m+}	F_{um}	S_n^m
m	n	(VA)	(VA)	(VA)	(VA)	(W)	(VAr)		(VA)
1	1	-55,554	-3384,389	-65,460	-1281,048	30304,594	93,023	0,018	30525,191
1	3	8,837	5,750	-1,922	-6,779	-4,413	3,137	0,018	13,791
1	5	10,703	-9,126	8,391	-10,302	-2,625	1,853	0,018	19,617
1	7	-18,464	38,519	-32,779	18,204	-42,707	40,317	0,018	81,743
3	1	0,383	0,117	0,171	0,375	-3,275	-3,527	5,650	27,813
3	3	0,000	0,002	0,000	-0,001	0,001	0,000	5,650	0,013
3	5	0,000	0,002	0,000	0,002	0,000	0,000	5,650	0,018
3	7	0,008	-0,005	0,000	0,001	0,009	0,001	5,650	0,074
5	1	0,075	0,455	-0,001	0,178	-4,120	-0,388	4,864	20,696
5	3	-0,001	-0,001	0,000	0,001	0,001	0,000	4,864	0,009
5	5	-0,001	0,001	-0,001	0,001	0,000	0,000	4,864	0,013
5	7	0,004	0,005	0,004	-0,003	0,006	-0,005	4,864	0,055
7	1	1,386	0,418	0,624	1,357	-11,819	-12,786	0,297	18,293
7	3	-0,001	0,006	-0,001	-0,003	0,003	0,001	0,297	0,008
7	5	0,001	0,008	0,000	0,007	0,002	0,000	0,297	0,012
7	7	0,028	-0,017	0,001	0,003	0,034	0,002	0,297	0,049

Tabla 7. Resultados en la carga 1

Armónico		A_n^m	B_n^m	C_n^m	D_n^m	P_{n+}^{m+}	Q_{n+}^{m+}	F_{um}	S_n^m
m	n	(VA)	(VA)	(VA)	(VA)	(W)	(VAr)		(VA)
1	1	-1200,933	419,477	-38,060	-101,712	4253,073	1231,714	0,017	4608,918
1	3	-1133,333	-294,699	779,618	70,706	288,081	-36,232	0,017	1438,408
1	5	-685,076	-42,472	-440,704	-48,682	133,342	116,764	0,017	836,270
1	7	-142,086	-51,436	-28,300	-84,158	542,853	140,298	0,017	587,532
3	1	-0,174	-0,203	0,359	-0,310	-0,586	-1,793	5,732	11,425
3	3	-0,298	-0,202	0,462	0,131	-0,082	-0,093	5,732	3,566
3	5	0,100	-0,198	0,202	-0,177	0,009	-0,075	5,732	2,073
3	7	-0,004	-0,003	0,056	-0,049	-0,081	-0,225	5,732	1,456
5	1	0,392	-0,298	0,074	0,096	-1,591	-0,747	4,777	8,927
5	3	0,448	-0,075	-0,295	0,141	-0,115	-0,004	4,777	2,786
5	5	0,266	-0,040	0,181	0,006	-0,045	-0,054	4,777	1,620
5	7	0,042	-0,033	0,027	0,035	-0,204	-0,089	4,777	1,138
7	1	-0,632	-1,023	1,523	-0,950	-2,872	-6,922	0,293	8,127
7	3	-0,983	-1,104	1,653	0,874	-0,353	-0,342	0,293	2,536
7	5	0,468	-0,782	0,8438	-0,6093	0,0132	-0,2997	0,293	1,47
7	7	-0,025	-0,034	0,2487	-0,1560	-0,3889	-0,8656	0,293	1,04

Tabla 8. Resultados en la carga 2

Armónico		A_n^m	B_n^m	C_n^m	D_n^m	P_{n+}^{m+}	Q_{n+}^{m+}	F_{um}	S_n^m
m	n	(VA)	(VA)	(VA)	(VA)	(W)	(VAr)		(VA)
1	1	-851,848	323,337	-34,297	-79,444	3568,7682	1199,2412	0,017	3875,109
1	3	-925,192	-292,949	677,104	124,719	205,2581	-31,4666	0,017	1208,049
1	5	-560,943	-19,067	-384,842	-20,720	92,3965	87,8068	0,017	692,781
1	7	-100,571	-39,576	-23,041	-62,471	456,8366	105,6255	0,017	485,841
3	1	-0,125	-0,140	0,252	-0,230	-0,4337	-1,5443	5,732	9,606
3	3	-0,254	-0,186	0,373	0,139	-0,0603	-0,0647	5,732	2,995
3	5	0,084	-0,170	0,157	-0,154	0,0088	-0,0536	5,732	1,717
3	7	-0,002	-0,001	0,040	-0,037	-0,0724	-0,1862	5,732	1,204
5	1	0,274	-0,220	0,058	0,070	-1,3247	-0,6917	4,777	7,506
5	3	0,375	-0,045	-0,267	0,096	-0,0824	-0,0004	4,777	2,340
5	5	0,218	-0,038	0,156	-0,005	-0,0308	-0,0402	4,777	1,342
5	7	0,029	-0,024	0,020	0,026	-0,1726	-0,0698	4,777	0,941
7	1	-0,095	-0,067	0,161	-0,233	-0,2011	-1,2414	0,293	6,531
7	3	-0,230	-0,062	0,318	0,015	-0,0413	-0,0558	0,293	2,036
7	5	0,050	-0,133	0,109	-0,140	0,0116	-0,0410	0,293	1,168
7	7	0,002	0,002	0,024	-0,035	-0,0399	-0,1515	0,293	0,819

Tabla 9. Resultados en la carga 3

Armónico		A_n^m	B_n^m	C_n^m	D_n^m	P_{n+}^{m+}	Q_{n+}^{m+}	F_{um}	S_n^m
m	n	(VA)	(VA)	(VA)	(VA)	(W)	(VAr)		(VA)
1	1	-7,467	3,324	-0,440	-0,928	29,051	10,185	0,252	32,861
1	3	-7,882	-1,450	5,569	0,058	1,862	-0,188	0,252	10,247
1	5	-4,683	-0,007	-3,115	-0,206	0,820	0,799	0,252	5,923
1	7	-0,865	-0,398	-0,246	-0,567	3,722	1,058	0,252	4,158
3	1	0,188	0,150	-0,334	0,424	0,452	2,162	5,739	13,318
3	3	0,393	0,128	-0,564	-0,037	0,081	0,107	5,739	4,153
3	5	-0,095	0,232	-0,208	0,239	-0,019	0,080	5,739	2,400
3	7	-0,002	-0,002	-0,050	0,064	0,073	0,268	5,739	1,685
5	1	-0,408	0,366	-0,107	-0,117	1,878	1,009	4,742	10,699
5	3	-0,526	0,128	0,353	-0,199	0,129	0,007	4,742	3,336
5	5	-0,313	0,065	-0,223	0,004	0,048	0,063	4,742	1,928
5	7	-0,043	0,040	-0,035	-0,039	0,243	0,112	4,742	1,354
7	1	0,762	1,025	-1,671	1,259	3,018	8,647	0,291	9,875
7	3	1,330	1,209	-2,082	-0,929	0,389	0,398	0,291	3,079
7	5	-0,525	0,962	-0,971	0,813	-0,034	0,339	0,291	1,780
7	7	0,022	0,024	-0,268	0,203	0,444	1,062	0,291	1,250

Tabla 10. Resultados en la línea (bus 1 – bus2)

	S_{1+}^1 (VA)	$S_{T_1}^1$ (VA)	S_{TH} (VA)	S_T (VA)
Bus 1	38239,550	38423,268	3328,831	38567,196
Bus 2	8190,894	8480,335	3339,870	9114,319
Carga 1	30304,737	30525,191	95,775	30525,341
Carga 2	4427,839	4608,918	1820,784	4955,540
Carga 3	3764,875	3875,109	1521,095	4162,956
Línea 1-2	30,785	32,861	26,840	42,429

Tabla 11. Resumen de las potencias aparentes.

7. CONCLUSIONES.

En un sistema de potencia, son varias las potencias ineficientes que intervienen en el balance energético. Es imprescindible que estas potencias se cuantifiquen adecuadamente para poder reducirse o eliminarse. Un sistema trifásico sinusoidal está afectado exclusivamente por componentes fundamentales de tensión y corriente. El desequilibrio de estas magnitudes a frecuencia fundamental conlleva la aparición de la potencia de desequilibrio. Esta potencia es analizada por los autores en un trabajo anterior [22] a partir del fasor de potencia de desequilibrio. Cuando el sistema es no sinusoidal, las tensiones y las corrientes están marcadas por un número determinado de componentes armónicas distintos al fundamental. Estas componentes armónicas generan potencias armónicas que también son ineficientes.

En este trabajo, los autores extienden el método empleado en la potencia de desequilibrio al análisis de las potencias armónicas. Para ello, se formula el fasor de la potencia armónica aparente para un armónico de tensión de orden m y de corriente de orden n . La cantidad de fasores depende del número de armónicos de tensión y corriente que se consideren. Se consideran tanto los fasores de armónicos de tensión y corrientes del mismo orden, como los cruzados o de orden distinto. Cada fasor de potencia aparente armónica se forma a partir de seis parámetros o componentes que son ortogonales entre sí. Estos componentes se calculan a partir de las tensiones armónicas en los nudos de la red y las corrientes armónicas que circulan. En un nodo con varias cargas conectadas en paralelo, las componentes de cada fasor resultante se calculan a partir de la suma aritmética de las componentes individuales de las cargas. En una línea entre dos nodos se calculan mediante la diferencia. En un punto cualesquiera, se propone la expresión de los módulos de la potencia total armónica y de la potencia aparente total. Estos valores coinciden con los obtenidos a través de IEEE Std. 1459-2010.

Este conjunto de fasores de potencia armónica unido al fasor de la potencia de desequilibrio, nos permite analizar todas las potencias ineficientes que aparecen en la transferencia de energía en los sistemas eléctricos, ya sean equilibrados, desequilibrados, sinusoidales o no sinusoidales.

Para validar la aplicabilidad de las expresiones propuestas y mejorar la comprensión, se ha desarrollado un caso práctico de un sistema eléctrico de cuatro hilos, con dos nudos, con tensiones y cargas desequilibradas y además cargas no lineales.




Referencias.

1. Emanuel, A.E.: 'On the definition of power factor and apparent power in unbalanced polyphase circuits with sinusoidal voltage and currents', IEEE Trans. Power Del., 1993, 8, (3), pp. 841–852.
2. Jeon, S.J.: 'Definitions of apparent power and power factor in a power system having transmission lines with unequal resistances', IEEE Trans. Power Del., 2005, 20, (3), pp. 1806–1811.
3. Jouane, A., Banerjee, B.: 'Assessment of voltage unbalance', IEEE Trans. Power Deliv., 2001, 16, (4), pp. 782–790.
4. J. Arrillaga, E. Acha and A. Semlyen 'Newton-Type Algorithms for the Harmonic Phasor Analysis of Non-linear Power Circuits in Periodical Steady State with Special Reference to Magnetic Non-linearities', IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 3, Issue 3, pp. 1090-1098. 1988.
5. Kersting, W.H.: 'Causes and effects of unbalanced voltages serving an induction motor', IEEE Trans. Ind. Appl., 2001, 37, (1), pp. 165–170.
6. Viswanadha Raju, G.K., Bijwe, P.R.: 'Efficient reconfiguration of balanced and unbalanced distribution systems for loss minimisation', IET Gener. Transm. Distrib., 2008, 2, (1), pp. 7–12.
7. Pillay, P., Manyage, M.: 'Loss of life in induction machines operating with unbalanced supplies', IEEE Trans. Energy Convers., 2006, 21, pp. 813–822.
8. Angarita, M.L., Ramos, G.A.: 'Power calculations in nonlinear and unbalanced conditions according to IEEE Std 1459-2010', Power Electronics and Power Quality Applications (PEPQA), Bogota, Colombia, July 2013, pp. 1–7.
9. IEEE Std 1459-2010: 'IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Non-sinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions', 2010.
10. Willems, J.L.: 'Reflections on apparent power and power factor in non-sinusoidal and polyphase situations', IEEE Trans. Power Del., 2004, 19, (2), pp. 835–840.
11. Emanuel, A.E.: 'Apparent powers definitions for three-phase systems', IEEE Trans. Power Del., 1999, 14, (3), pp. 767–772.
12. Chicco, G., Schlabach, J., Spertino, F.: 'Characterisation and assessment of the harmonic emission of grid-connected photovoltaic systems'. 2005 IEEE Russia Power Tech, PowerTech, 2005, pp. 1–7.

13. Jayatunga, U., Perera, S., Ciufo, P., et al.: 'Deterministic methodologies for the quantification of voltage unbalance propagation in radial and interconnected networks', *IET Gener. Transm. Distrib.*, 2015, 9, (11), pp. 1069–1076.
14. Giovanni Bucci, Fabrizio Ciancetta, Edoardo Fiorucci, Antonio Ometto.: 'Survey about Classical and Innovative Definitions of the Power Quantities Under Nonsinusoidal Conditions', *International Journal of Emerging Electric Power Systems*. 2017; 20170002.
15. D.A. Barkas, C.S. Psomopoulos, G.C. Ioannidis, S.D. Kaminaris, P. Malatestas: 'Experimental and theoretical investigation of harmonic distortion in high voltage 3-phase transformers', (*MedPower* 2014), 2014 p. 76 (8).
16. Marcos B. Ketzer, Cursino B. Jacobina, Antonio M.N. Lima: 'Shaping control strategies for active power filters', *IET Power Electronics*, Volume 11, Issue 1, January 2018, p. 175 – 181.
17. Jiazhu Xu, Xiutian Gu, Chonggan Liang, Ziyi Bai, Andreas Kubis: 'Harmonic suppression analysis of a harmonic filtering distribution transformer with integrated inductors based on field–circuit coupling simulation', *IET Generation, Transmission & Distribution*, Volume 12, Issue 3, February 2018, p. 615 – 623.
18. Shady H.E. Abdel Aleem, Ahmed M. Ibrahim, Ahmed F. Zobaa: 'Harmonic assessment-based adjusted current total harmonic distortion', Volume 2016, Issue 4 (open access article published by the IET), April 2016, p. 64 – 72 DOI: 10.1049/joe.2016.0002 , Online ISSN 2051-3305.
19. M. Badr, M. Maarouf, M.M. Basyouni, S.A. Ahmed: 'Reducing harmonic distortion and correcting power factor in distribution systems', 22nd International Conference and Exhibition on Electricity Distribution (CIRED 2013), 2013 page 0096.
20. Carvajal William, Ordoñez Gabriel, Moreno Andres L. et al: 'Simulation of electric systems with non-linear and time-variant loads', *Ingeniare* vol. 19 N° 1, pp. 76-92, 2011.
21. E.E. Ahmed, W. Xu: 'Assessment of harmonic distortion level considering the interaction between distributed three-phase harmonic sources and power grid', *IET Generation, Transmission & Distribution*, Volume 1, Issue 3, 2007 , p. 506 – 515.
22. Diez, J.M., Blasco, P.A., Montoya, R.: 'Formulation of phasor unbalance power: application to sinusoidal power systems', *IET Gener. Transm. Distrib.*, 2016, 10, (16), pp. 4178–4186.
23. Montoya-Mira, Diez, J.M., Blasco, P.A., Montoya, R.: 'Equivalent circuit and calculation of unbalanced power in three-wire three-phase linear networks', *IET Gener. Transm. Distrib.*, 2017, pp. 1–10 – DOI: 10.1049/iet-gtd.2017.0670
24. Buchholz, F.: 'Die drehstrom-scheinleistung bei ungleichmassiger belastung der drei zweige', *Licht und Kraft*, 1922, 2, pp. 9–11.

Article

Formulation of the Phasors of Apparent Harmonic Power: Application to Non-Sinusoidal Three-Phase Power Systems

Pedro A. Blasco ¹ , Rafael Montoya-Mira ¹, José M. Diez ^{1,*} , Rafael Montoya ¹ and Miguel J. Reig ² 

¹ Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universitat Politècnica de València, Plaza Ferrandiz y Carbonell s/n, 03801 Alcoy, Spain; pedblaes@die.upv.es (P.A.B.); ramonmi@alumni.upv.es (R.M.-M.); rmontoya@die.upv.es (R.M.)

² Departamento de Ingeniería Mecánica y Materiales, Universitat Politècnica de València, Plaza Ferrandiz y Carbonell s/n, 03801 Alcoy, Spain; mjreig@mcm.upv.es

* Correspondence: jmdiez@die.upv.es; Tel: +34-9-6652-8452

Received: 27 June 2018; Accepted: 16 July 2018; Published: 19 July 2018



Abstract: In this work, the expression of the phasor of apparent power of harmonic distortion is formulated in the time domain. Applying this phasor along with the phasor of apparent unbalance power allows us to obtain a new set of phasors that include all of the inefficient power components appearing in the transfer of energy in non-linear and unbalanced systems. In this manner, a new model of inefficient power in electrical systems is developed. For each voltage harmonic of order ‘m’ and current harmonic of order ‘n’, a phasor of harmonic apparent power is obtained. Accuracy in the determination of the total apparent power of a system depends on the number of harmonics considered. Each phasor of apparent harmonic power is formed from six mutually orthogonal parameters or components that are calculated from the harmonic voltages at the nodes of the network and the circulating harmonic currents. To demonstrate the validity of the proposed formulation, a four-wire non-linear system formed by two nodes is assessed.

Keywords: harmonic load flow; harmonics analysis; power flow

1. Introduction

In addition to useful power for the transfer of energy (or active power), the power generated by a three-phase electrical system includes non-useful components that must be taken into account in the analysis of energy transfer [1]. Phase differences between voltage and current result in reactive power [2], and an unbalanced three-phase electrical system produces a so-called power of unbalance [3]. In addition, such electrical systems are designed to work with voltages and sinusoidal currents, and the use of non-linear loads and/or variants over time distorts the voltage and current waveforms, resulting in the creation of harmonic components. The analysis of the generation and propagation of harmonic components through an electrical system is called harmonic power flow analysis [4].

These types of non-useful power can be critically detrimental to an electrical system through their effects on the operation of protection and measuring equipment, which can result in unexpected opening and erroneous measurement [5,6]. In addition, increased currents can enhance power losses in transmission lines [7] and in motors can cause winding overheating; loss of thermal insulation, copper and iron; reduction in the motor torque; decrease in performance, etc. [8]. In generators, non-useful components can hinder automatic synchronization with the network, and in neutral conductors they produce dangerous overheating because they add harmonic currents of the third-order (or integer

CAPITULO 3

ARTICULO 2:

COMPENSACIÓN DE LA POTENCIA REACTIVA Y DE LA POTENCIA DE DESEQUILIBRIO EN SISTEMAS TRIFÁSICOS A 3 HILOS CONECTADOS A UNA RED DE POTENCIA INFINITA.

Rafael Montoya-Mira ¹, Pedro A. Blasco ¹, José M. Diez ^{1,*}, Rafael Montoya ¹ and Miguel J. Reig ²

¹ **Departamento de Ingeniería Eléctrica**, Universitat Politècnica de València, Plaza Ferrandiz y Carbonell s/n, Alcoy, Spain.

² **Departamento de Ingeniería Mecánica y Materiales**, Universitat Politècnica de València, Plaza Ferrandiz y Carbonell s/n, Alcoy, Spain;

Resumen: La compensación de un sistema eléctrico a partir de compensadores pasivos se centra principalmente en sistemas lineales donde sus cargas de consumo no varían de forma muy notable a lo largo del tiempo. En sistemas trifásicos a tres hilos, cuando las tensiones de la red están desequilibradas aparecen tensiones y corrientes de secuencia negativa que pueden aumentar significativamente el valor de la potencia total aparente suministrada por la red. Ello conlleva un aumento de las pérdidas en la red. En este trabajo se presenta un método para el cálculo de la compensación mediante elementos reactivos (bobinas y/o condensadores) de la potencia reactiva de secuencia positiva y de las potencias de desequilibrio causadas por las corrientes de secuencia negativa. La compensación se aplica a sistemas lineales trifásicos a 3 hilos desequilibrado en tensiones y con cargas desequilibradas que están conectados a una red de potencia infinita. El método es sencillo y es independiente de las características de la carga. Se basa en lo que los autores hemos denominado potencias reactivas de desequilibrio, y únicamente es necesario conocer las tensiones compuestas y corrientes de línea en el punto donde se desea realizar la compensación. La solución que se obtiene es la óptima y el sistema visto desde la red se comporta como un sistema que solo consume la potencia activa que requiere la carga, formando las corrientes un sistema simétrico de secuencia directa. Para ayudar a la comprensión del método propuesto y demostrar su validez, se desarrolla un caso práctico de un sistema lineal trifásico a 3 hilos conectado a una red de potencia infinita que está desequilibrado en tensiones y corrientes.

1. INTRODUCCION

En los sistemas de potencia eléctricos actuales, conseguir que los sistemas de distribución en baja tensión se encuentren equilibrados es prácticamente imposible. En mayor o menor medida estos sistemas son desequilibrados. Estos desequilibrios son debidos a la asimetría de tensiones y al uso de cargas desequilibradas. En ambos casos se generan potencias de desequilibrio que perjudican la eficiencia del sistema. No obstante, cabe destacar que cuando los sistemas eléctricos son de alta tensión estas potencias de desequilibrio son muy pequeñas. Estas potencias de desequilibrio constituyen ineficiencias en el

sistema [1-4]. Estas ineficiencias provocan aumentos de pérdidas en la red, mal funcionamiento de motores, generadores, transformadores, equipos de protección, etc. Por lo tanto, aumentan de forma considerable la potencia aparente del sistema [5-8]. Por ello, es necesario calcular de forma correcta estas potencias desequilibradas para diseñar dispositivos de compensación. En este trabajo se utilizarán compensadores pasivos formados por bobinas y condensadores.

En la actualidad no existe una teoría consensuada por la comunidad científica que permita valorar adecuadamente este tipo de fenómenos [9]. La mayoría de los trabajos utilizan las expresiones propuestas en la norma IEEE Std. 1459-2010 [10] y Buchholz [11]. Estas expresiones utilizan los valores RMS de voltaje y corriente que sus valores son expresados en componentes simétricas o componentes de fase. El uso de estos valores no nos permite valorar de forma adecuada estas ineficiencias. Según [13-14], los desequilibrios en un punto de la red pueden ayudar a compensar parte de los desequilibrios en otro punto de la red. Este tipo de situaciones no pueden analizarse si se conocen únicamente los módulos de las tensiones e intensidades.

La aplicación de la electrónica en la compensación de los sistemas eléctricos hace que la mayoría de los trabajos a día de hoy se centren principalmente en el uso de compensadores activos. Las ventajas de estos compensadores o filtros no se pueden negar, sobre todo para la compensación de sistemas no lineales. Estos compensadores activos son más caros y menos robustos que los compensadores pasivos, además consumen energía. En determinadas situaciones para sistemas lineales donde la carga no es variable a lo largo del tiempo, el uso de compensadores pasivos es una buena alternativa. A diferencia de los activos, estos compensadores son más baratos y más robustos que los anteriores sin consumir energía alguna. Están configurados a partir de elementos reactivos (bobinas y/o condensadores). En este trabajo se usan compensadores pasivos para compensar la potencia reactiva y la potencia de desequilibrio debida a la intensidad de secuencia negativa de un sistema a 3 hilos cualesquiera.

La idea de compensación de un sistema eléctrico mediante compensadores pasivos no es nueva. Steinmetz en 1917 [15] desarrolló un compensador pasivo para que las corrientes de línea estuviesen equilibradas. Utilizó una carga monofásica cuyos datos eran conocidos y fue capaz de, con una bobina y condensador, compensarla. Evidentemente consideró las tensiones equilibradas. Estos estudios fueron extendidos por numerosos trabajos [16] - [24].

Gyugyi y otros en 1978 [25] estudiaron la compensación mediante compensadores pasivos para un sistema lineal a 3 hilos con carga desequilibrada y tensiones equilibradas. En este trabajo descomponen las intensidades de línea en valores de componentes simétricas y proponen dos compensadores conectados en triángulo: uno para compensar la parte imaginaria de la intensidad de secuencia positiva y otro para compensar la intensidad de secuencia negativa. Al final estos dos compensadores se unifican en uno solo asociándolos en paralelo. Para la formulación de sus expresiones debían conocer los valores y las características de la carga.

Czarnecki en 1989 [26] aplica a un circuito no lineal a tres hilos con cargas desequilibradas, la descomposición de las corrientes propuesta en un trabajo anterior [27]. Después su trabajo lo centra en sistemas lineales con tensiones equilibradas. Descompone la carga original en varios circuitos equivalentes: un circuito resistivo que representa la potencia activa, un circuito inductivo que representa la potencia reactiva y un circuito a partir de fuentes de intensidad para representar su corriente de desequilibrio. Para cada circuito equivalente propone un compensador pasivo.

Willems en 1993 [28] propone una matriz de susceptancias para compensar la potencia reactiva y la potencia de desequilibrio debidas a las corrientes de secuencia negativa utilizando elementos pasivos. En el desarrollo se considera que las tensiones son equilibradas. La solución presenta infinitas soluciones en sistema trifásicos a 3 hilos.

Origa y otros en 2000 [29] adaptaron el trabajo de Gyugyi [25] a sistemas trifásicos a cuatro hilos para compensar mediante elementos pasivos la

potencia reactiva y potencia de desequilibrio que consume una carga desequilibrada. Al igual que Willems [28], la solución presenta infinitas posibilidades. Destacar como en los trabajos anteriores que se considera que las tensiones están equilibradas. Además, como datos de partida, se deben conocer los valores y características de la carga.

Jeon y Willems en 2011 [30] a partir de [28], presenta un procedimiento para compensar únicamente la potencia reactiva mediante circuitos compensadores pasivos, tanto en configuración estrella como en triángulo. Se aplica a sistemas desequilibrados trifásicos a 3 hilos y polifásicos.

León y Montañana en 2014 [31], basado en un trabajo anterior [32], descomponen una carga desequilibrada en varios circuitos equivalentes que representan la potencia activa, la potencia reactiva y la potencia de desequilibrio. Excepto para la potencia activa, el resto de circuitos equivalentes están configurados a partir de elementos reactivos (bobinas y/o condensadores). Utilizan los circuitos opuestos a los equivalentes obtenidos como compensadores de las potencias de desequilibrio y la potencia reactiva de secuencia positiva. En su trabajo los autores consideran que las tensiones son equilibradas y que las cargas son conocidas.

Por último, Czarnecki and Haley en 2015 [33], extienden los trabajos anteriores de Czarnecki [26] y [27], a sistemas de 4 hilos. Demuestran que la potencia de desequilibrio en sistemas a 4 hilos está formada por una corriente de secuencia negativa y otra de secuencia homopolar. Para compensar estas corrientes es necesario utilizar al menos dos compensadores. Esta conclusión también es considerada por León [31] y es compartida por nosotros. Como en la mayoría de los trabajos anteriores se aplica a sistemas con tensiones equilibradas.

A parte de las bondades e inconvenientes de todos los trabajos analizados anteriormente, cabe indicar que todos ellos tienen algo en común, solo son aplicables a sistemas con tensiones equilibradas. Su comportamiento no es el adecuado a tensiones desequilibradas, sobre todo en sistemas eléctricos de potencia infinita donde las tensiones vienen impuestas por la red.

En este trabajo, los autores proponen un nuevo procedimiento para calcular la compensación de un sistema lineal trifásico a 3 hilos conectado a una red de potencia infinita. Para redes de potencia no infinita, el procedimiento es perfectamente válido. Mediante dos compensadores pasivos conectados en estrella y que están configurados a partir de elementos reactivos (Bobinas y condensadores) se compensa la potencia reactiva de secuencia positiva y la potencia de desequilibrio causada por la corriente de secuencia negativa. Utilizando las transformaciones estrella-triángulo, estos fenómenos se unifican en un solo compensador conectado en triángulo. La gran ventaja del método propuesto es su aplicación a sistemas con tensiones desequilibradas y no es necesario conocer los valores de la carga. Simplemente se utilizan las tensiones compuestas e intensidades de línea que pueden medirse fácilmente en el bus.

Para ello, en la sección 2 se identifica el balance de potencias que interviene en este tipo de sistemas y se valoran sus efectos. Se utiliza la expresión de la potencia aparente de Buchholz expresada en valores de componentes simétricos de tensión y corriente. Esta relación de potencias y sus expresiones de cálculo son la base de nuestro método. En la sección 3, aplicado a un sistema trifásico a 3 hilos desequilibrado en cargas y con tensiones compuestas equilibradas, se propone el nuevo método de cálculo de los compensadores. Separando las dos líneas de compensación, se utiliza un compensador para compensar la potencia reactiva de secuencia positiva y otro para compensar las potencias de desequilibrio causada por la corriente de secuencia negativa, ambos conectados en estrella. En la Sección 4, se adapta el diseño de ambos compensadores a sistemas trifásicos a 3 hilos con tensiones desequilibradas que está conectado a una red de potencia infinita cuyas tensiones vienen impuestas por la red. En su diseño se analiza las interacciones que se producen en estos compensadores cuando se conectan a un sistema de estas características. En la sección 5, se unifican los dos compensadores en uno solo conectado en triángulo. En la sección 6, se utiliza el caso práctico de un sistema trifásico a 3 hilos conectado a una red de potencia infinita que está desequilibrado en cargas y tensiones para facilitar y

comprobar el método propuesto en este trabajo. Por último, en la sección 7 se exponen las conclusiones del trabajo presentado.

2. ANÁLISIS DE LA POTENCIA DE DESEQUILIBRIO EN UN SISTEMA TRIFÁSICO LINEAL

La Figura 1 visualiza una carga lineal desequilibrada cualesquiera que está conectada a un sistema trifásico a 3 hilos con tensiones compuestas desequilibradas.

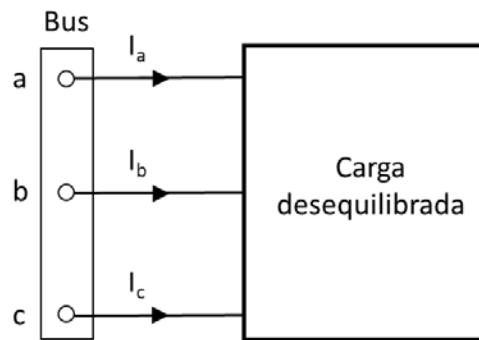


Fig.1. Sistema trifásico a 3 hilos con una carga desequilibrada cualesquiera.

La potencia instantánea p del sistema viene determinada por (1). Donde, v_{ab} , v_{bc} y v_{ca} son las tensiones compuestas en el bus y i_a , i_b y i_c son las intensidades de línea.

$$p = v_{ab} i_a - v_{bc} i_c = v_{bc} i_b - v_{ca} i_a = v_{ca} i_c - v_{ab} i_b \quad (1)$$

Por ejemplo, considerando la primera igualdad de (1) y expresando estos valores en forma compleja, podemos determinar la potencia activa P , la potencia reactiva Q y potencia aparente del sistema S mediante (2), (3) y (4), respectivamente.

$$P = V_{ab} I_a \cos(\alpha_{ab} - \beta_a) - V_{bc} I_c \cos(\alpha_{bc} - \beta_c) \quad (2)$$

$$Q = V_{ab} I_a \sin(\alpha_{ab} - \beta_a) - V_{bc} I_c \sin(\alpha_{bc} - \beta_c) \quad (3)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (4)$$

Expresando las tensiones compuestas e intensidades de línea en términos de componentes simétricas se obtienen (5) y (6). Como se trata de un sistema a 3

hilos, la tensión compuesta de secuencia homopolar y la intensidad de línea de secuencia homopolar son nulas.

$$\bar{V}_{ab} = \bar{V}_{ab+} + \bar{V}_{ab-} \quad \bar{V}_{bc} = \bar{V}_{bc+} + \bar{V}_{bc-} \quad \bar{V}_{ac} = \bar{V}_{ac+} + \bar{V}_{ac-} \quad (5)$$

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{a+} + \bar{I}_{a-} \quad \bar{I}_b = \bar{I}_{b+} + \bar{I}_{b-} \quad \bar{I}_c = \bar{I}_{c+} + \bar{I}_{c-} \quad (6)$$

Sabiendo que $\bar{V}_{ab+} = V_{ab+} e^{j\alpha_{ab+}}$ y $\bar{V}_{ab-} = V_{ab-} e^{j\alpha_{ab-}}$, la tensión simple de secuencia positiva V_{a+} y la tensión de secuencia negativa V_{a-} vienen determinadas por (7) y (8) respectivamente. α_{ab+} y α_{ab-} son los ángulos referidos a la fase A de ambas tensiones. El operador "a" es igual a $1 \cdot e^{j120}$.

$$\bar{V}_{a+} = \frac{\bar{V}_{ab+}}{\sqrt{3}} \cdot e^{j(\alpha_{ab+}-30)} \quad \bar{V}_{b+} = a^2 \cdot \bar{V}_{a+} \quad \bar{V}_{c+} = a \cdot \bar{V}_{a+} \quad (7)$$

$$\bar{V}_{a-} = \frac{\bar{V}_{ab-}}{\sqrt{3}} \cdot e^{j(\alpha_{ab-}+30)} \quad \bar{V}_{b-} = a \cdot \bar{V}_{a-} \quad \bar{V}_{c-} = a^2 \cdot \bar{V}_{a-} \quad (8)$$

En el punto de medida (PCC o bus) y en estas condiciones, la potencia total aparente de Buchholz S_T viene determinada por (9). En un sistema equilibrado, S tiene el mismo valor que S_T . En sistemas desequilibrados, S no refleja la potencia aparente real del sistema y tiene distinto valor que S_T .

$$S_T = 3\sqrt{(V_+^2 + V_-^2)(I_+^2 + I_-^2)} \quad (9)$$

Desarrollando los términos de (9) se obtiene (10).

$$S_T = 3\sqrt{V_+^2 I_+^2 + V_-^2 I_-^2 + V_+^2 I_-^2 + V_-^2 I_+^2} = \sqrt{S_+^2 + S_-^2 + S_{u+}^2 + S_{u-}^2} \quad (10)$$

Donde

- S_+ es la potencia aparente de secuencia positiva que es debida a la tensión de secuencia positiva y la intensidad de secuencia positiva.
- S_- es la potencia aparente de secuencia negativa que es debida a la tensión de secuencia negativa y la intensidad de secuencia negativa.

- S_{u+}^- es la potencia aparente que es debida a la tensión de secuencia positiva y la intensidad de secuencia negativa.
- S_{u-}^+ es la potencia aparente que es debida a la tensión de secuencia negativa y la intensidad de secuencia positiva.

Las potencias S_+ y S_- están relacionadas con la potencia aparente S de (4) mediante (11).

$$S_+^2 + S_-^2 = S^2 - 2 P_+ P_- - 2 Q_+ Q_- \quad (11)$$

Sustituyendo (11) en (10) y considerando (4) se obtiene (12).

$$S_T = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2 P_+ P_- - 2 Q_+ Q_- + S_{u+}^-^2 + S_{u-}^+^2} \quad (12)$$

3. COMPENSACIÓN EN SISTEMAS TRIFÁSICOS A 3 HILOS CON TENSIONES EQUILIBRADAS.

La Figura 2 muestra una carga lineal trifásica desequilibrada que está conectada a un sistema trifásico a 3 hilos.

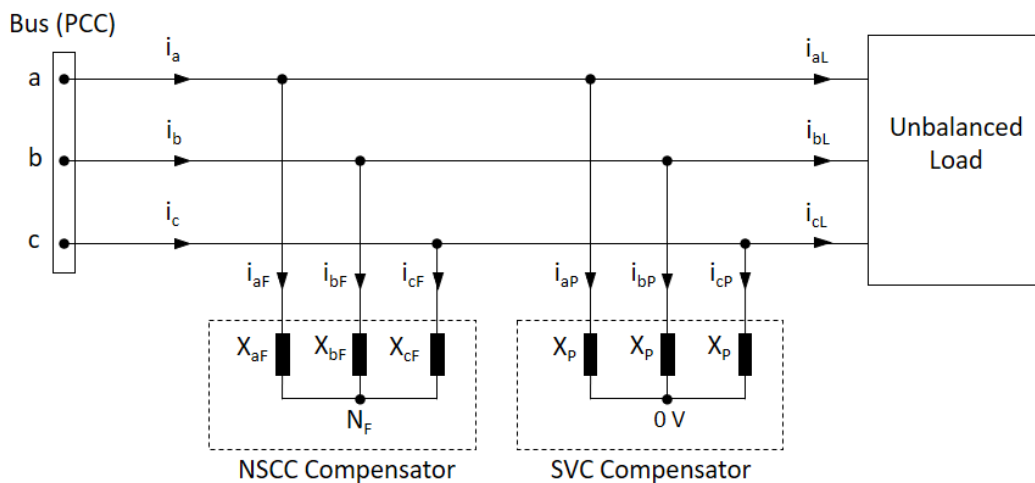


Fig. 2. Compensación de un sistema con una carga desequilibrada

Se considera que la red tiene una potencia de cortocircuito infinita. Como las tensiones son equilibradas, las potencias P_- , Q_- y S_{u-}^+ incluidas en (12) son nulas. Por lo tanto, la potencia aparente total S_T viene determinada por (13) e incluye las siguientes potencias: la potencia activa P que a tensiones

equilibradas es igual a P_+ , la potencia reactiva Q que a tensiones equilibradas es igual a Q_+ y la potencia aparente de desequilibrio S_{u+}^- que es debida a la tensión de secuencia positiva y a la intensidad de secuencia negativa.

$$S_T = \sqrt{P^2 + Q^2 + S_{u+}^{-2}} \quad (13)$$

Q_+ y S_{u+}^- son potencias que su valor medio es nulo, por lo tanto, se pueden compensar a partir de elementos reactivos puros (bobinas y/o condensadores). Con este objetivo hemos incorporado dos compensadores: SVC (Static Var Compensator) para compensar la potencia reactiva del sistema Q_+ y NSCC (Negative-Sequence Current Compensator) para compensar la potencia aparente de desequilibrio S_{u+}^- . Como las tensiones son equilibradas, ambos compensadores son independientes, es decir, el diseño de cualquiera de los compensadores no afecta al otro. Esta última afirmación no es válida cuando las tensiones son desequilibradas.

3.1. Compensador de potencia reactiva.

El uso de compensadores de potencia reactiva (SVC) ha sido muy estudiado. Los dos métodos o estrategias más empleados para el cálculo de los valores de las reactancias son: SBC (Sinusoidal and balanced current) y MLL (The minimum line loss). Nosotros utilizaremos el método SBC en este trabajo. En el método SBC, los valores de las reactancias en cada fase son idénticos y su valor se determina a partir de las tensiones e intensidades de secuencia positiva según (14). X_p con valor positivo es una bobina y X_p con valor negativo es un condensador. Normalmente, este compensador es de naturaleza capacitiva ya que las cargas suelen ser inductivas. La única potencia reactiva de secuencia positiva a compensar para tensiones equilibradas es la de la carga, por lo tanto, Q_{p+} es igual a $-Q_{L+}$.

$$X_p = 3 \frac{V_+^2}{Q_{p+}} = -3 \frac{V_+^2}{Q_{L+}} \quad (14)$$

Siendo

- X_p es el valor de la reactancia del compensador SVC.

- V_+ es la tensión simple de secuencia positiva.
- Q_{P+} es la potencia reactiva de secuencia positiva total a compensar.
- Q_{L+} es la potencia reactiva de secuencia positiva total de la carga.

3.2. Compensador de potencia aparente de desequilibrio debida a la intensidad de secuencia negativa (NSCC).

Tal y como muestra la figura 2, para compensar la potencia aparente de desequilibrio S_{u+}^- utilizaremos el compensador NSCC a partir de reactancias puras (bobinas y/o condensadores). En este caso, los valores de las reactancias del compensador (X_{aF} , X_{bF} y X_{cF}) serán distintos en cada una de las fases. Esto es debido a que la tensión de secuencia positiva y la intensidad de secuencia negativa son de secuencias distintas.

En nuestro caso, el objetivo es compensar las potencias de desequilibrio debidas a las intensidades de secuencia negativa de la carga (I_{aL-} , I_{bL-} y I_{cL-}). Por lo tanto, las intensidades que consume el compensador NSCC serán iguales a I_{aL-} , I_{bL-} y I_{cL-} pero de sentido contrario según (15).

$$\bar{I}_{aF} = -\bar{I}_{aL-} \quad \bar{I}_{bF} = -\bar{I}_{bL-} \quad \bar{I}_{cF} = -\bar{I}_{cL-} \quad (15)$$

Considerando un punto de referencia "0" para todas las tensiones y aplicando la segunda ley de Kirchhoff en el compensador se obtienen las expresiones (16-18). Se han utilizado las tensiones de secuencia positiva porque las tensiones están equilibradas. Por otra parte, se sabe que las potencias en cada fase que consume el compensador NSCC a tensiones equilibradas son debidas a tensiones e intensidades de secuencia distinta, por lo tanto, la suma de los valores de todas las fases es nulo, cumpliéndose con ello la expresión (19).

$$\bar{V}_{a+} - \bar{X}_{aF} \bar{I}_{aF} = \bar{V}_{NF} \quad (16)$$

$$\bar{V}_{b+} - \bar{X}_{bF} \bar{I}_{bF} = \bar{V}_{NF} \quad (17)$$

$$\bar{V}_{c+} - \bar{X}_{cF} \bar{I}_{cF} = \bar{V}_{NF} \quad (18)$$

$$\bar{X}_{aF} + \bar{X}_{bF} + \bar{X}_{cF} = 0 \quad (19)$$

Las expresiones (16-19) forman un sistema de 4 ecuaciones con números complejos donde se desconocen \bar{X}_{aF} , \bar{X}_{bF} , \bar{X}_{cF} y \bar{V}_{NF} . Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtendrían directamente los valores de las reactancias del compensador NSCC. Nosotros utilizaremos otra forma de resolver el sistema con el objetivo de obtener unas expresiones más sencillas y rápidas de utilizar.

Considerando (16) que está referida a la fase A y descomponiendo esta expresión en parte real e imaginaria, se obtienen las ecuaciones (20) y (21). El ángulo de X_{aF} es de $\frac{\pi}{2}$ cuando sea una bobina y de $-\frac{\pi}{2}$ cuando sea un condensador. Nosotros consideramos que la potencia de desequilibrio causada por la intensidad de secuencia negativa en la carga es inductiva, por lo tanto, la reactancia del compensador X_{aF} será capacitiva y su ángulo será de $-\frac{\pi}{2}$.

$$V_{a+} \cos \alpha_{a+} - X_{aF} I_{aF} \cos \left(\beta_{aF} - \frac{\pi}{2} \right) = V_{NF} \cos \alpha_{NF} \quad (20)$$

$$V_{a+} \sin \alpha_{a+} - X_{aF} I_{aF} \sin \left(\beta_{aF} - \frac{\pi}{2} \right) = V_{NF-} \sin \alpha_{NF-} \quad (21)$$

Elevando al cuadrado (20) y (21), sumando ambas ecuaciones y agrupando los términos se obtiene (22). Para simplificar consideramos que el ángulo de la tensión α_{a+} es cero.

$$I_{aF}^2 X_{aF}^2 - 2 V_{a+} I_{aF} X_{aF} \cos \left(\beta_{aF} - \frac{\pi}{2} \right) + (V_{a+}^2 - V_{NF}^2) = 0 \quad (22)$$

Realizando el mismo procedimiento para la fase B a partir de (17) y para la fase C a partir de (18) se obtienen (23) y (24) respectivamente.

$$I_{bF}^2 X_{bF}^2 - 2 V_{b+} I_{bF} X_{bF} \cos \left(\beta_{bF} - \frac{\pi}{2} \right) + (V_{b+}^2 - V_{NF}^2) = 0 \quad (23)$$

$$I_{cF}^2 X_{cF}^2 - 2 V_{c+} I_{cF} X_{cF} \cos \left(\beta_{cF} - \frac{\pi}{2} \right) + (V_{c+}^2 - V_{NF}^2) = 0 \quad (24)$$

Para incluir la condición definida en (19), nosotros hemos analizado gráficamente diferentes casos prácticos. En ellos hemos variado tanto las características de las cargas como las tensiones de alimentación, tanto los valores como equilibradas o desequilibradas. La figura 3 muestra la relación

entre la diferencia de los módulos de las tensiones $V_{z+} - V_{NF}$ (para $z=a, b$ y c) y la suma de las reactancias del compensador X_{aF}, X_{bF} y X_{cF} . Se observa que independientemente de las características de la carga y de las tensiones, la suma de las reactancias es nula cuando la diferencia de los módulos $V_{z+} - V_{NF} = 0$. Ello implica que (19) se cumple cuando los módulos de V_{z+} y V_{NF} sean iguales. Considerando esta condición en (22), (23) y (24) y generalizando para $z = a, b$ y c se obtiene (25).

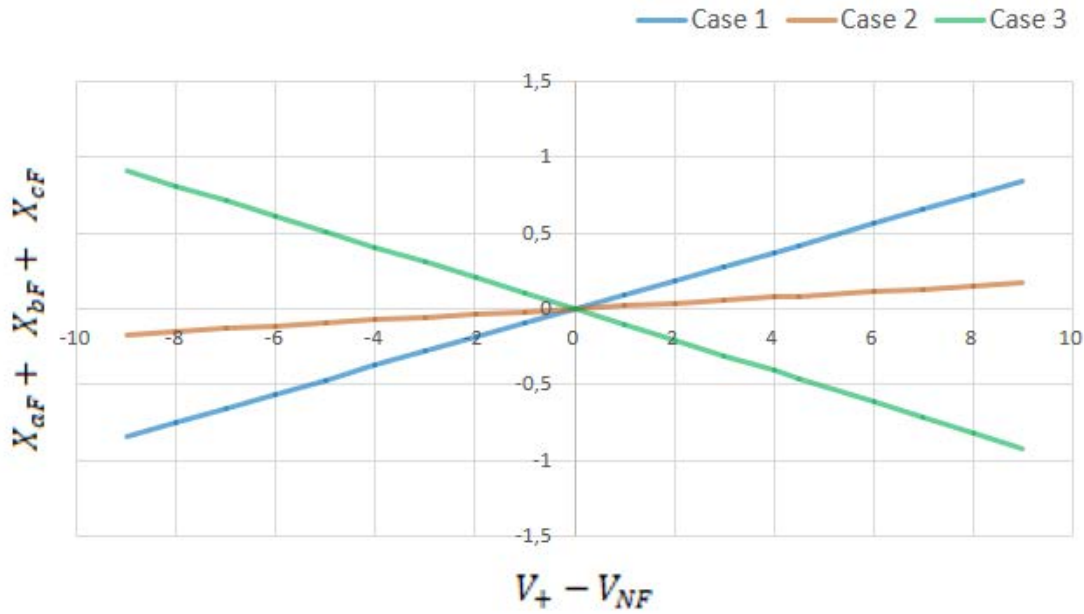


Fig. 3. Gráfica de relación entre $V_{+} - V_{NF}$ y la suma de reactancias del compensador.

$$I_{zF}^2 X_{zF}^2 - 2 V_{z+} I_{zF} X_{zF} \cos\left(\beta_{zL} - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad z = a, b \text{ y } c \quad (25)$$

Resolviendo (25) se obtienen los valores de las reactancias X_{aF}, X_{bF} y X_{cF} a partir de (26).

$$X_{zF} = 2 \frac{V_{z+}}{I_{zF}} \cos\left(\beta_{zF} - \frac{\pi}{2}\right) \quad z = a, b \text{ y } c \quad (26)$$

Sabiendo que $\cos\left(\beta_{zF} - \frac{\pi}{2}\right) = \sin \beta_{zF}$ se obtiene (27).

$$X_{zF} = 2 \frac{V_{z+}}{I_{zF}} \sin \beta_{zF} \quad z = a, b, c \quad (27)$$

Multiplicando ambos términos de (27) por el cuadrado de I_{zF-} y considerando (15) se obtiene (28).

$$X_{zF} I_{zF}^2 = -2 V_{z+} I_{zL-} \sin \beta_{zL-} \quad z = a, b, c \quad (28)$$

Por otra parte, se sabe que:

$$Q_{zF} = X_{zF} I_{zF}^2 \quad z = a, b, c \quad (29)$$

$$Q_{zL+}^- = V_{z+} I_{zL-} \sin \beta_{zL-} \quad z = a, b, c \quad (30)$$

Donde, Q_{zF} es la potencia reactiva que consume el compensador NSCC en cualquiera de las fases y Q_{zL+}^- es la potencia reactiva causada por la tensión de secuencia positiva y la intensidad de secuencia negativa en la misma fase de la carga. Sustituyendo (29) y (30) en (28) se obtiene (31). Se observa que la potencia que consume el compensador en una fase es igual al doble de la potencia reactiva causada por la intensidad de secuencia negativa en la carga en cualquiera de las fases, pero con signo contrario. El cambio de signo identifica que la potencia de la carga y del compensador en cualquier fase son de naturaleza distintas (inductiva y capacitiva).

$$Q_{zF} = -2 Q_{zL+}^- \quad z = a, b, c \quad (31)$$

Según (15) $I_{zF}^2 = I_{zL-}^2$, por lo tanto, el valor de la reactancia en cada fase del compensador de intensidad de secuencia negativa viene determinado por (32). En nuestro desarrollo se ha considerado que la potencia en la carga Q_{zL+}^- es inductiva, por lo tanto, X_{zF} es un condensador cuando su valor es negativo y bobina cuando es positivo.

$$X_{zF} = -2 \frac{Q_{zL+}^-}{I_{zL-}^2} \quad z = a, b, c \quad (32)$$

Con estos valores se obtiene un sistema de corrientes de secuencia negativa, pero de sentido contrario al de la carga. Con ello se compensan las potencias de desequilibrio generadas como consecuencia del producto de la tensión simple de secuencia positiva y la corriente de secuencia negativa que consume la carga. Todo ello sin modificar la potencia activa que suministra la red.

4. COMPENSACIÓN CON TENSIONES DESEQUILIBRADAS.

Considérese que las tensiones compuestas del sistema que muestra la figura 2 son desequilibradas. En estas condiciones, la potencia aparente S_T incluye todos los términos de potencias definidos en (12). Como se considera un sistema de potencia de cortocircuito infinita, los valores de las tensiones compuestas en el bus no varían, por lo tanto, existirá una tensión compuesta de secuencia negativa cuyo valor será constante. Esto provoca que la potencia aparente S_{u-}^+ no puede ser compensada ya que la tensión de secuencia negativa viene impuesta por la propia red. El valor de S_{u-}^+ una vez conectados los compensadores SVC y NSCC se modificará en función del nuevo valor de la intensidad de secuencia positiva en el bus que es entregada por la red y será inferior a su valor inicial.

A diferencia de los sistemas con tensiones equilibradas, el comportamiento de los compensadores SVC y NSCC no son independientes. En efecto, existe una interacción entre ambos compensadores, de tal forma que en el diseño de uno de ellos repercute en el otro y viceversa. El motivo es evidente, cuando las tensiones son desequilibradas, el compensador SVC consume una intensidad de secuencia positiva y una intensidad de secuencia negativa. Esta intensidad de secuencia negativa debe tenerse en cuenta en el diseño del compensador NSCC. La reacción del compensador NSCC es similar, a tensiones desequilibradas consume una intensidad de secuencia positiva y otra de secuencia negativa. Esta intensidad de secuencia positiva debe considerarse en el diseño del compensador SVC. Esta dependencia de un compensador con el otro, hace que para determinar los valores de las reactancias de ambos compensadores sea necesario iterar. El número de iteraciones hasta converger en la solución óptima dependerá del grado de desequilibrio de las tensiones. La propuesta de cálculo que nosotros proponemos en este trabajo permite obtener la solución óptima sin necesidad de iterar. Para ello, analizamos el sistema y el comportamiento de los compensadores SVC y NSCC a tensiones desequilibradas de donde se deducen las siguientes consideraciones:

- En un sistema a 3 hilos con tensiones desequilibradas, la potencia activa total P que consume el sistema viene determinada por la suma de la potencia activa de secuencia positiva y la potencia activa de secuencia negativa, es decir, $P = P_+ + P_-$. Esta potencia es unidireccional y los compensadores SVC y NSCC sólo pueden compensar potencias con valor medio nulo porque están configurados a partir de elementos reactivos puros (bobinas y/o condensadores). Por este motivo, el valor de P debe ser constante y tiene que seguir siendo suministrado por la red o generador. El encargado en el sistema de mantener constante P es el compensador NSCC. En efecto, este compensador consume una potencia activa de secuencia positiva en cada fase P_{zF+} del mismo valor que la potencia negativa que consume la carga P_{zL-} y una potencia activa de secuencia negativa en cada fase P_{zF-} de sentido contrario, es decir, $P_{zF+} = P_{zL-} = -P_{zF-}$. Por lo tanto, P_{zF-} compensará P_{zL-} y la potencia activa de secuencia positiva P_{zF+} es la encargada de mantener constante la potencia activa P del sistema. El compensador SVC no consume ni potencia activa de secuencia positiva ni potencia activa de secuencia negativa porque las tensiones y corrientes de la misma secuencia están desfasadas $\pm \frac{\pi}{2}$. Esto es debido a que las reactancias del compensador SVC tienen el mismo valor. El signo dependerá de la naturaleza inductiva o capacitiva del sistema que se quiere compensar y será el mismo para los valores de cada secuencia.
- La potencia reactiva total Q que consume el sistema viene determinada por la suma de la potencia reactiva de secuencia positiva Q_+ y la potencia reactiva de secuencia negativa Q_- , por lo tanto $Q = Q_+ + Q_-$. A tensiones desequilibradas, ambos compensadores consumen potencias reactivas de secuencia positiva y potencias reactivas de secuencia negativa. Evidentemente, la solución óptima es aquella cuyo resultado anule las potencias reactivas Q_+ y Q_- , por lo tanto $Q = 0$. Analizando ambos compensadores para obtener la solución óptima se observa que:

en el compensador SVC se cumple la relación (33) y en el compensador NSCC se cumple la relación (34). Donde, $\delta_- = \frac{V_-}{V_+}$.

$$Q_{zP-} = \delta_-^2 Q_{zP+} \quad (33)$$

$$Q_{zF+} = Q_{zF-} \quad (34)$$

A continuación, para calcular los valores de las reactancias de los compensadores SVC y NSCC a tensiones desequilibradas consideraremos primero el cálculo del compensador SVC y después el compensador NSCC.

4.1.Cálculo de las reactancias del compensador SVC a tensiones desequilibradas.

Considérese el sistema que muestra la figura 2 a tensiones desequilibradas. Se sabe que la potencia reactiva Q_{zL} que consume la carga viene determinado por (35) y que la potencia reactiva Q_{zP} que consume el compensador SVC viene determinada por (36).

$$Q_{zL} = Q_{zL+} + Q_{zL-} \quad z = a, b, c \quad (35)$$

$$Q_{zP} = Q_{zP+} + Q_{zP-} \quad z = a, b, c \quad (36)$$

Por otra parte, la potencia reactiva Q_{zF} que consume el compensador NSCC viene determinado por (37).

$$Q_{zF} = Q_{zF+} + Q_{zF-} \quad z = a, b, c \quad (37)$$

Si consideramos el balance de potencias se cumplen (38 y (39).

$$Q_{zL+} + Q_{zP+} + Q_{zF+} = 0 \quad (38)$$

$$Q_{zL-} + Q_{zP-} + Q_{zF-} = 0 \quad (39)$$

Sustituyendo la condición (34) definida para el compensador NSCC en (38) y (39) se obtiene la igualdad (40).

$$Q_{zL+} + Q_{zP+} = Q_{zL-} + Q_{zP-} \quad (40)$$

Considerando la condición (33) definida para el compensador SVC en (40) se obtiene (41).

$$Q_{zL+} + Q_{zP+} = Q_{zL-} + \delta_-^2 Q_{zP+} \quad (41)$$

De (41) se deduce que la potencia reactiva que consume el compensador SVC en cada fase Q_{zP+} a tensiones desequilibradas serán iguales y su valor viene determinado por (42). Considerando los valores Q_{zP+} en (14) para cada fase se obtiene (43) que nos permite determinar los valores de las reactancias del compensador SVC (X_{aP} , X_{bP} y X_{cP}). X_{zP} con valor positivo es una bobina y X_{zP} con valor negativo es un condensador. Evidentemente, $X_{aP} = X_{bP} = X_{cP} = X_P$.

$$Q_{zP+} = \frac{Q_{zL-} - Q_{zL+}}{1 - \delta_-^2} \quad (42)$$

$$X_{zP} = \frac{V_{z+}^2}{Q_{zP+}} = 3 \frac{V_+^2}{Q_{P+}} \quad z = a, b \text{ y } c \quad (43)$$

A tensiones equilibradas las expresiones (14) y (43) son idénticas ya que $\delta_- = 0$ y $Q_{zL-} = 0$.

4.2. Cálculo de las reactancias del compensador NSCC a tensiones desequilibradas.

Según (32) para determinar los valores de las reactancias X_{aF} , X_{bF} y X_{cF} es necesario determinar la intensidad de secuencia negativa I_{zF-} que consume el compensador NSCC. A partir de los valores de I_{zF-} y V_{z+} determinaremos la potencia reactiva Q_{zF+}^- .

A tensiones desequilibradas, tal y como se ha comentado anteriormente, el compensador SVC también consume una intensidad de secuencia negativa. Por este motivo, el compensador NSCC debe compensar las intensidades de secuencia negativa que consumen la carga y el compensador SVC. Si consideramos el conjunto formado por la carga y el compensador SVC, $\overline{I_{zF-}}$ viene determinada por (44). Donde, $\overline{I_{zL-}}$ es la intensidad de secuencia negativa que consume la carga y $\overline{I_{zP-}}$ es la intensidad de secuencia negativa que

consume el compensador SVC. Como las reactancias en cada fase del compensador SVC son iguales, el valor de \bar{I}_{zP-} se obtiene a partir de (45).

$$-\bar{I}_{zF-} = \bar{I}_{zL-} + \bar{I}_{zP-} \quad (44)$$

$$\bar{I}_{zP-} = \frac{\bar{V}_{z-}}{\bar{X}_{zP}} \quad (45)$$

Considerando el valor \bar{I}_{zF-} en cada fase obtenido a partir de (44), la potencia reactiva Q_{zF+}^- se determina a partir de (46).

$$Q_{zF+}^- = V_{z+} I_{zF-} \sin(\alpha_{z+} - \beta_{zF-}) = -(Q_{zL+}^- + Q_{zP+}^-) \quad (46)$$

Sustituyendo los valores de (44) y (46) en (32) se calculan los valores de las reactancias X_{aF} , X_{bF} y X_{cF} a partir (47). Para valores negativos de X_{zF} utilizaremos condensadores y para positivos utilizaremos bobinas.

$$X_{zF} = -2 \frac{-(Q_{zF+}^-)}{I_{zF-}^2} \quad z = a, b \text{ y } c \quad (47)$$

A tensiones equilibradas (32) y (47) son idénticas ya que se cumple que $Q_{zF+}^- = -Q_{zL+}^-$ y $I_{zF-} = I_{zL-}$.

5. COMPENSADOR ÚNICO “SVC+NSCC” EN TRIÁNGULO.

Los compensadores SVC y NSCC desarrollados en apartados anteriores están conectados en estrella. Como las reactancias del compensador NSCC no son iguales, el punto N_F del compensador NSCC y el punto 0 del compensador SVC no están al mismo potencial, por lo tanto, es imposible asociarlos en paralelo. Para unir ambos compensadores en un único compensador es necesario convertirlos a conexión triángulo utilizando para ello las transformaciones de Kenelly-Rosen. Véase en la figura 4 la compensación del sistema utilizando el compensador conjunto “SVC+NSCC”.

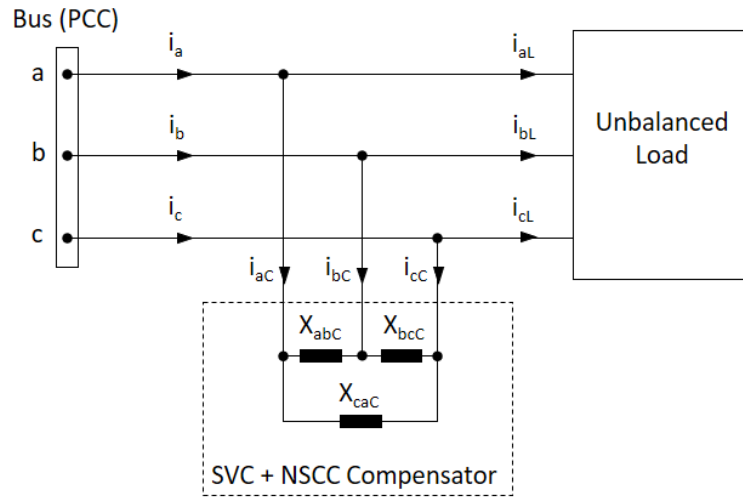


Fig. 4. Compensador único “SVC + NSCC”

Como los valores de las reactancias del compensador SVC en conexión en estrella son idénticos, los valores de las reactancias en conexión triángulo X_{zzP} es sencilla a partir de (48). Para $zz = ab, bc$ y ca .

$$X_{zzP} = 3 \cdot X_{zP} \quad (48)$$

Aplicando la transformación de estrella a triángulo de Kenelly-Rosen en el compensador NSCC se obtienen los valores de las reactancias según (50), (51) y (52).

$$X_{abF} = X_{aF} + X_{bF} + \frac{X_{aF} X_{bF}}{X_{cF}} \quad (50)$$

$$X_{bcF} = X_{bF} + X_{cF} + \frac{X_{bF} X_{cF}}{X_{aF}} \quad (51)$$

$$X_{caF} = X_{cF} + X_{aF} + \frac{X_{cF} X_{aF}}{X_{bF}} \quad (52)$$

Por lo tanto, las reactancias X_{abc} , X_{bcc} y X_{cac} del compensador “SVC+NSCC” que muestra la figura 4 se obtienen a partir de (53).

$$X_{zzC} = \frac{X_{zzP} X_{zzF}}{X_{zzP} + X_{zzF}} \quad zz = ab, bc \text{ y } ca \quad (53)$$

6. CASO PRÁCTICO.

En esta sección, se desarrolla el estudio de un caso práctico para verificar todos los conceptos discutidos en las secciones anteriores.

La Figura 5 muestra un sistema lineal trifásico a 3 hilos desequilibrado conectado a una red de potencia infinita con tensiones desequilibradas.

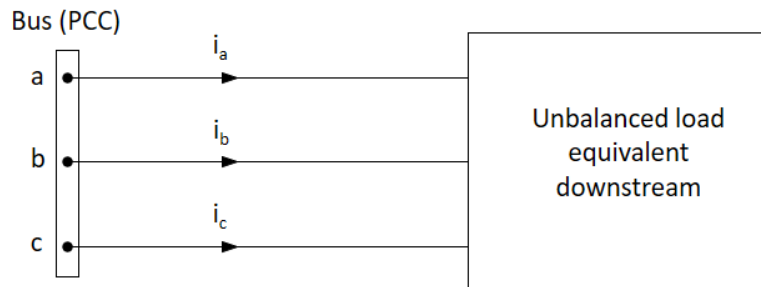


Fig.5. Sistema trifásico a tres hilos con tensiones y cargas desequilibradas.

Se ha considerado una carga desequilibrada equivalente que representa a toda la red aguas abajo del bus. Evidentemente, se desconocen las características de toda la red a partir del bus. En el bus (PCC) se han medido los siguientes valores de las tensiones compuestas y corrientes de línea:

$$\bar{V}_{ab} = 405,15 e^{j38,50} \quad \bar{V}_{bc} = 353,49 e^{-j95,68} \quad \bar{V}_{ca} = 299,10 e^{j160,56}$$

$$\bar{I}_a = 14,88 e^{-j138,77} \quad \bar{I}_b = 25,51 e^{-j84,49} \quad \bar{I}_c = 36,27 e^{j76,05}$$

Considerando los valores de las tensiones compuestas y las corrientes de línea que se han medido en el bus, la Tabla 1 y la Tabla 2 visualizan los valores de las tensiones compuestas y las corrientes de línea en componentes simétricas.

Fases	V_{zz+} (V)		V_{zz-} (V)	
	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo
ab	349,84	34,35	61,65	62,72
bc	349,84	-85,65	61,65	-177,28
ca	349,84	154,35	61,65	-57,28

Tabla 1. Secuencia positiva y negativa de las tensiones compuestas medidas en el bus.

Phase	I_{zL+} (A)		I_{zL-} (A)	
	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo
a	13,66	-24,47	23,29	-172,38
b	13,66	-149,47	23,29	-52,38
c	13,66	90,53	23,29	67,62

Tabla 2. Secuencia positiva y negativa de las corrientes de línea medidas en el bus.

La Tabla 3 visualiza los valores de las tensiones simples en componentes simétricas según (7) y (8). Estos valores se han calculado a partir de la Tabla 1.

Phase	V_{z+} (V)		V_{z-} (V)	
	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo
a	201,98	4,35	35,59	92,72
b	201,98	-115,65	35,59	-147,28
c	201,98	124,35	35,59	-27,28

Tabla 3. Secuencia positiva y negativa de las tensiones de fase medidas en el bus.

A continuación, se procede a determinar los valores de las reactancias en cada fase de los compensadores SVC y NSCC según el esquema que muestra la Figura 2.

6.1. Cálculo del compensador SVC conectado en estrella.

Considerando la Tabla 1 o Tabla 3, el factor de desequilibrio δ_- , viene dado por:

$$\delta_- = \frac{V_-}{V_+} = 0,1762$$

La potencia reactiva de secuencia positiva que consume la carga equivalente viene determinada por la siguiente expresión

$$Q_{zL+} = V_{zL+} I_{zL+} \sin(\alpha_{zL+} - \beta_{zL+}) = Q_{aL+} = Q_{bL+} = Q_{cL+}$$

que sustituyendo los valores de la Tabla 2 y Tabla 3 se obtiene:

$$Q_{aL+} = Q_{bL+} = Q_{cL+} = 1536,15 \text{ VAr}$$

Por otra parte, la potencia reactiva de secuencia negativa que consume la carga equivalente viene determinada por la siguiente expresión:

$$Q_{zL-} = V_{zL-} I_{zL-} \sin(\alpha_{zL-} - \beta_{zL-}) = Q_{aL-} = Q_{bL-} = Q_{cL-}$$

que sustituyendo los valores de la Tabla 2 y Tabla 3 se obtiene:

$$Q_{aL-} = Q_{bL-} = Q_{cL-} = -826,12 \text{ VAr}$$

La potencia reactiva de secuencia positiva que consume el compensador SVC viene determinada por (42) y su valor es el siguiente

$$Q_{zP+} = \frac{-826,12 - 1536,15}{1 - 0,1742^2} = -2437,95 \text{ VAr}$$

Considerando Q_{zP+} en (43), las reactancias que debe tener el compensador SVC determinadas por

$$X_p = X_{aP} = X_{bP} = X_{cP} = \frac{201,98^2}{-2437,95} = -16,7333 \Omega$$

Como el valor es negativo, X_p es un condensador.

Para el cálculo de las reactancias del compensador NSCC es necesario determinar las corrientes de secuencia negativa que consume el compensador SVC. Considerando (45), los valores de estas corrientes son los siguientes:

$$\bar{I}_{aP-} = 2,13 e^{-j177,28} \text{ A} \quad \bar{I}_{bP-} = 2,13 e^{-j57,28} \text{ A} \quad \bar{I}_{cP-} = 2,13 e^{j62,72} \text{ A}$$

6.2. Cálculo del compensador NSCC conectado en estrella.

Las corrientes de secuencia negativa del compensador NSCC se determinan a partir de (44). Los valores de \bar{I}_{zP-} se han obtenido en el apartado anterior y los valores de \bar{I}_{zL-} en la Tabla 2. Por lo tanto, los valores de \bar{I}_{zF-} son los siguientes:

$$\bar{I}_{aF-} = 25,41 e^{j7,21} \text{ A} \quad \bar{I}_{bF-} = 25,41 e^{j127,21} \text{ A} \quad \bar{I}_{cF-} = 25,41 e^{-j112,79} \text{ A}$$

Considerando (46), las potencias de desequilibrio causadas por las tensiones de secuencia positiva y las corrientes de secuencia negativa son las siguientes:

$$Q_{aF+}^- = -255,36 \quad Q_{bF+}^- = 4567,60 \quad Q_{cF+}^- = -4312,24$$

Sustituyendo los valores de I_{ZF-} y $(Q_{zL+}^- + Q_{zP+}^-)$ en (47) se obtienen los valores de las reactancias en el compensador NSCC, siendo:

$$X_{aF} = -2 \frac{-(-255,36)}{25,41^2} = -0,7907 \Omega$$

$$X_{bF} = -2 \frac{-(4567,60)}{25,41^2} = 14,1435 \Omega$$

$$X_{cF} = -2 \frac{-(-4312,24)}{25,41^2} = -13,3528 \Omega$$

A partir de su signo, X_{aF} es un condensador, X_{bF} es una bobina y X_{cF} es un condensador.

6.3. Cálculo del compensador único “NSCC+SVC” en triángulo.

Considerando la Figura 4 y aplicando las transformaciones estrella-delta según (50-52), se obtienen las reactancias del compensador “NSCC+SVC” y sus valores son los siguientes

$$X_{abc} = 19,7824 \Omega \quad X_{bcc} = -63,5029 \Omega \quad X_{cac} = -10,5749 \Omega$$

A partir de su signo, X_{abc} es una bobina, X_{bcc} es un condensador y X_{cac} es un condensador.

6.4. Análisis de las corrientes de línea y de las potencias antes y después de la compensación.

La Tabla 4 visualiza las corrientes de línea suministrada por la red en el bus, antes y después de la compensación. Se observa que las corrientes de línea después de la compensación están totalmente equilibradas.

	I_a (A)		I_b (A)		I_c (A)	
	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo
Antes de compensar	14,88	-138,77	25,51	-84,49	36,27	76,05
Después de compensar	10,99	4,35	10,99	244,35	10,99	124,35

Tabla 4. Valores de las corrientes de línea.

La Tabla 5 visualiza la potencia activa total P , la potencia reactiva total Q , la potencia activa total de secuencia positiva P_+ , la potencia reactiva total de secuencia positiva Q_+ , la potencia activa total de secuencia negativa P_- y la potencia reactiva total de secuencia negativa Q_- que suministra la red en el bus, antes y después de la compensación. La potencia aparente S viene determinada por (4). Tal y como se ha descrito anteriormente, se observa que:

- P se mantiene constante y es igual a la inicial (antes de compensar). P_+ después de compensar se ha decrementado para mantener constante P .
- Excepto P_+ , después de la compensación, el resto de potencias que suministra la red se anulan. Por ello, la potencia aparente total S disminuye respecto a la inicial.

	P	Q	P₊	Q₊	P₋	Q₋	S
	(W)	(VAr)	(W)	(VAr)	(W)	(VAr)	(VA)
Antes de compensar	6664,95	2129,99	6877,42	4608,34	-212,47	-2478,36	6997,04
Después de compensar	6664,95	0	6664,95	0	0	0	6664,95

Tabla 5. Potencias debidas a las tensiones y corrientes de la misma secuencia.

La Tabla 6 visualiza las potencias causadas por tensiones y corrientes de distinta secuencia en cada fase que suministra la red al bus. Aquí se observa que las potencias causadas por las corrientes de secuencia negativa se anulan después de la compensación. No así las potencias causadas por las tensiones de secuencia negativa porque se ha considerado una red de potencia infinita.

	Fase	P_{z+}⁻	Q_{z+}⁻	P_{z-}⁺	Q_{z-}⁺
	z	(VA)	(VA)	(VA)	(VA)
Antes de compensar	a	-4697,32	267,65	-259,04	411,58
	b	2116,87	-4201,82	485,96	18,55
	c	2580,45	3934,17	-226,92	-430,13
Después de compensar	a	0	0	11,20	391,36
	b	0	0	333,33	-205,38
	c	0	0	-344,53	-185,98

Tabla 6. Potencias debidas a las tensiones y corrientes de diferentes secuencias.

La tabla 7 visualiza los valores de las potencias causadas por las tensiones y las corrientes en valores de secuencia, así como S_T (potencia aparente total de Buchholz). Como era de esperar, S_- y S_+^- son nulas ya que las intensidades de

secuencia negativa son compensadas por NSCC. S_+ ha reducido su valor debido a la compensación de Q_+ por parte del compensador SVC. Esta compensación de potencias reduce el valor de S_T que es entregada por la red al bus.

	S_+	S_-	S_+^-	S_-^+	S_T
	(VA)	(VA)	(VA)	(VA)	(VA)
Antes de compensar	8278,64	2487,45	14114,81	1458,94	16615,64
Después de compensar	6664,96	0	0	1174,56	6767,66

Tabla 7. Potencias aparentes en componentes simétricas y potencia aparente total de Buchholz.

7. CONCLUSIONES.

En este trabajo se ha propuesto un procedimiento para la compensación, mediante compensadores pasivos formados por elementos reactivos ideales (bobinas y/o condensadores), de la potencia reactiva positiva y de las potencias de desequilibrio causadas por las corrientes de secuencia negativa. A diferencia de la mayoría de otros trabajos, el método que se ha presentado es válido para sistemas alimentados con tensiones desequilibradas y no es necesario conocer las características y valores de la carga o el conjunto de cargas conectados al bus o punto de medida. Basta con conocer las tensiones compuestas y las corrientes de línea para diseñar los compensadores que compensen estas potencias ineficientes. Aunque en este trabajo se ha supuesto que la red es de potencia infinita, es fácil observar que el compensador se adapta a las tensiones que ofrezca el bus. Estas tensiones y corrientes en el punto de medida pueden conocerse fácilmente con cualquier aparato de medida clásico (analizador de redes). Se ha ratificado que, cuando el sistema está alimentado con tensiones equilibradas, las potencias reactivas de secuencia positiva y las potencias de desequilibrio mencionadas representan dos fenómenos distintos que se producen en la transferencia de energía desde la red a la carga en el bus. Estos fenómenos se pueden compensar con sendos compensadores independientes entre sí. También se ha demostrado que cuando el sistema está alimentado con tensiones desequilibradas, los compensadores no son independientes entre sí y los dos fenómenos indicados son compensados entre los dos compensadores de

forma conjunta. Estos compensadores pueden conectarse en estrella o triángulo. También pueden unificarse en un único compensador que compense ambos fenómenos, acoplando éstos en uno único conectado en triángulo. Las expresiones de cálculo que se han presentado son muy sencillas y su aplicación es inmediata.

Por lo tanto, se cumple el objetivo perseguido en este trabajo, que es que la eficiencia en la transferencia de energía eléctrica desde la red a las cargas a través del bus, sea lo más eficiente posible al eliminar las corrientes de secuencia negativa y las corrientes reactivas de secuencia positiva. Con ello, las corrientes de líneas entregadas por la red al sistema forman un sistema simétrico de secuencia positiva. Para facilitar la aplicación del método se ha analizado un caso práctico a partir de un sistema lineal trifásico desequilibrado a 3 hilos conectado a una red de potencia infinita con tensiones desequilibradas.

Referencias.



1. Emanuel, A.E. On the definition of power factor and apparent power in unbalanced polyphase circuits with sinusoidal voltage and currents. *IEEE Trans. Power Deliv.* **1993**, 8, 841-852.
2. Willems, J.L. Reflections on apparent power and power factor in non-sinusoidal and polyphase situations. *IEEE Trans. Power Deliv.* **2004**, 19, 835-840.
3. Emanuel, A.E. Apparent power definitions for three-phase systems. *IEEE Trans. Power Deliv.* 1999, 14, 767-772.
4. Czarnecki, J.L. Misinterpretation of some power properties of circuits. *IEEE Trans. Power Deliv.* 1994, 9, 1760-1764.
5. Kerting, W.H. Causes and effects of unbalanced voltages serving an induction motors. *IEEE Trans. Ind. Appl.* 2001, 37, 165-170.
6. Pillay, P.; Manyage, M. Loss of life in induction machines operating with unbalanced supplies. *IEEE Trans. Energy Convers.* 2006, 21, 813-822.
7. Angarita, M.L., Ramos, G.A. Power calculations in nonlinear and unbalanced conditions according to IEEE Std 1459-2010. *Power Electronics and Power Quality Applications (PEPQA)*, Bogota, Colombia, July 2016, pp 1-7.

8. Langella, R., Testa, A., Emanuel, A.E. Unbalance Definition for Electrical Power Systems in the Presence of Harmonics and Interharmonics. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2012, 61, 2622-2631.
9. Kukacka, L., Kraus, J., Kolar, M., et al. Review of AC power theories under stationary and non-stationary, clean and distorted conditions. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2016, 10, 221-231.
10. IEEE Standards Association. IEEE Standard Definition for the Measurement of Electric Power Quantities under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions. IEEE Std. 1459-2010. IEEE Standards Association: New York, NY, USA, 19 March 2010; pp. 1-50.
11. Buchholz, F. Die drehstrom-scheinleistung bei ungleichmassiger belastung der drei zweige. *Licht und Kraft*. 1922, 2, 9-11.
12. Fortescue, C.L. Method of symmetrical coordinates applied to the solution of poly-phase networks. 34th Convention on American Institute of Electrical Engineers, Atlantic City June 28, 1918.
13. Chicco, G.; Postolache P.; Toader C. Analysis of three-phase systems with neutral under distorted and unbalanced conditions in symmetrical component-based framework. *IEEE Trans. on Power Delivery*, 2007, 22, 674-683
14. Paap, G.C. Symmetrical Components in the Time Domain and Their Application to Power Network Calculations. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2000, 15, 522-258.
15. Steinmetz, Ch.P., *Theory and Calculation of Electrical Apparatur*. New York, USA: McGraw-Hill, 1917
16. Grandpierr, M.; Trannoy B. Astationary power device to rebalance and compensate reactive power in three-phase network. In *Proc Ind. Appl. Soc. Annu. Conf.*, 1977, 127–135
17. Klinger, G. "LC Kompensation und symmetirung fur Mehrphasensysteme mit belibigen Spanungsverlauf. *ETZ Archiv*, 1979, 57–61.
18. Miller, J.E. *Reactive Power Control in Electric Systems*. NewYork: Wiley, 1982
19. Czarnecki, L.S. Minimization of unbalanced currents in three-phase asymmetrical circuits with nonsinusoidal voltage. in *Proc. Inst. Elect. Eng.* 1992, 139, 347–354.
20. Lee, S.Y.; Wu, C.J. On-line reactive power compensation schemes for unbalanced three-phase four wire distribution systems. *IEEE Trans. Power Del.* 1993, 8, 1235–1239.
21. Czarnecki, L.S. Supply and loading quality improvement in sinusoidal power systems with unbalanced loads supplied with asymmetrical voltage. *Archiv Elektrotech.* 1994, 77, 169–177.

22. Sainz, L.; Caro, M.; Caro, E. Analytical study of series resonance in power systems with the Steinmetz circuit. *IEEE Trans. Power Del.* 2009, 24, 2090–2099.
23. Mayer, D; Kropik, P. New approach to symmetrization of threephase networks. *Int. J. Elect. Eng.* 2005, 56, 156–161.
24. Arendse C.; Atkinson-Hope, G. Design of Steinmetz symmetrizer and application in unbalanced network. presented at the UPEC Conf., Cardiff, Wales, U.K., 2010.
25. Gyugyi, L.; Otto, R.A.; Putman, T.H. Principles and applications of static, thyristor-controlled shunt compensators. *IEEE Trans. Power Deliv.* 1978, 5, 1935-1945.
26. Czarnecki, L.S. Reactive and Unbalanced Currents Compensation in Three-Phase Asymmetrical Circuits Under Nonsinusoidal Conditions. *IEEE Trans. Instr. Measu.* 1989, 38, 754-759.
27. Czarnecki, L.S. Orthogonal Decomposition of the Currents in a 3-Phase Nonlinear Asymmetrical Circuit with a Nonsinusoidal Voltage Source. *IEEE Trans. Instr. Measu.* 1988, 37, 30-34.
28. Willems, J.L. Currents Compensation in Three-Phase Power Systems. *ETEP.* 1993, 3, 61-66.
29. De Oliveira, L.C.O., Neto, M.C.B., De Souza, J.B. Load Compensation in Four-Wire Electrical Power Systems. *PowerCon 2000. 2000 Int. Conf. Power Syst. Technol.*, 2000, 3, 1575-1580.
30. Jeon, S.J; Willems, J.L. Reactive power compensation in a multi-line system under sinusoidal unbalanced conditions. *Inst. J. Circ. Theor. Appl.* 2011, 39, 211-224.
31. León-Martínez, V.; Montañana-Romeu, J. Representation of Load Imbalances through Reactances. Application to Working Standards. *ICHQP Int. Conf. Harm. Quality Power.* 2014, 307-311.
32. León-Martínez, V.; Montañana-Romeu, J.; et al. Inefficiencies in the power systems: Effects, quantification and efficiency improvement devices. *Edit. Universitat Politècnica de València.* 2001, Ref. 2001-4292, 128-147.
33. Czarnecki, L.S.; Haley, P.M. Unbalanced Power in Four-Wire Systems and Its Reactive Compensation. *IEEE Trans. Power Deliv.* 2015, 30, 53-63.

Article

Compensation of Reactive Power and Unbalanced Power in Three-Phase Three-Wire Systems Connected to an Infinite Power Network

Pedro A. Blasco ¹, Rafael Montoya-Mira ¹, José M. Diez ^{1,*} , Rafael Montoya ¹ and Miguel J. Reig ² 

¹ Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universitat Politècnica de València, Plaza Ferrandiz y Carbonell s/n, 03801 Alcoy, Spain; pedblaes@die.upv.es (P.A.B.); ramonmi@alumni.upv.es (R.M.-M.); rmontoya@die.upv.es (R.M.)

² Departamento de Ingeniería Mecánica y Materiales, Universitat Politècnica de València, Plaza Ferrandiz y Carbonell s/n, 03801 Alcoy, Spain; mjreig@mcm.upv.es

* Correspondence: jmdiez@die.upv.es; Tel.: +34-966528452

Received: 28 November 2019; Accepted: 19 December 2019; Published: 21 December 2019



Abstract: The compensation of an electrical system from passive compensators mainly focuses on linear systems where the consumption of charges does not vary significantly over time. In three-phase three-wire systems, when the network voltages are unbalanced, negative-sequence voltages and currents appear, which can significantly increase the total apparent power supplied by the network. This also increases the network losses. This paper presents a method for calculating the compensation of the positive-sequence reactive power and unbalanced powers caused by the negative-sequence line currents using reactive elements (coils and/or capacitors). The compensation is applied to three-phase three-wire linear systems with unbalanced voltages and loads, which are connected to an infinite power network. The method is independent of the load characteristics, where only the line-to-line voltages and line currents, at the point where compensation is desired, need to be known in advance. The solution obtained is optimal, and the system observed from the network behaves as one that only consumes the active power required by a load with a fully balanced current system. To understand the proposed method and demonstrate its validity, a case study of a three-phase three-wire linear system connected to an infinite power network with unbalanced voltages and currents is conducted.

Keywords: unbalanced power; power theory; compensation; reactive power

1. Introduction

At present, it is practically impossible to achieve balanced low-voltage distribution systems as these systems, to a greater or lesser degree, are unbalanced. These imbalances are caused by the asymmetry of voltages and use of unbalanced loads. In both cases, unbalanced powers are generated, which degrade the system efficiency. Note that when the electrical systems are high voltage, these unbalanced powers are very small, which make the system inefficient [1–4], in turn causing increases in line losses and malfunction of equipment, such as motors, generators, transformers, and protective equipment. Therefore, the apparent power of the system is considerably increased [5–8], and thus, it is necessary to calculate these unbalanced powers to design compensation devices. In this study, a passive compensator formed of coils and capacitors is used.

At present, there is no theory agreed by the scientific community that allows to assess this type of phenomenon [9]. Most of the previous studies followed the expressions proposed in IEEE Std. 1459–2010 [10] and Buchholz [11], which use the RMS values of voltage and current, which are expressed in symmetric or phase components [12]. The use of these values does not allow us to assess

CAPITULO 4

ARTICULO 3:

COMPENSACIÓN DE LA POTENCIA REACTIVA Y DE DESEQUILIBRIO EN SISTEMAS TRIFÁSICOS A CUATRO HILOS.

Rafael Montoya-Mira ¹, Pedro A. Blasco ¹, José M. Diez ^{1,*}, Rafael Montoya ¹ and Miguel J. Reig ²

¹ **Departamento de Ingeniería Eléctrica**, Universitat Politècnica de València, Plaza Ferrandiz y Carbonell s/n, Alcoy, Spain.

² **Departamento de Ingeniería Mecánica y Materiales**, Universitat Politècnica de València, Plaza Ferrandiz y Carbonell s/n, Alcoy, Spain;

Applied Sciences **2020**, 10, 1764.

Publicado: 4 de marzo 2020

DOI: 10.3390/app10051764

Resumen: En un sistema eléctrico trifásico lineal desequilibrado existen potencias ineficientes que ocasionan incrementos de la potencia aparente que suministra la red, aumento de pérdidas en las líneas, mal funcionamiento de máquinas y protecciones, etc. Estas ineficiencias son debidas principalmente al uso de cargas desequilibradas. A diferencia de un sistema desequilibrado a 3 hilos, en un sistema a 4 hilos existen corrientes de secuencia homopolar que circulan por el conductor neutro y que pueden compensarse mediante un equipo de compensación, evitando que sea entregada por la red. Para diseñar este compensador, principalmente cuando las tensiones son desequilibradas, es necesario considerar las interacciones que existen entre el mismo y el resto de compensadores que se utilizan para compensar las corrientes de secuencia negativa y las corrientes reactivas de secuencia positiva. En este trabajo, mediante compensación pasiva, se propone un nuevo método para calcular el equipo de compensación de las corrientes de secuencia homopolar, donde, no es necesario utilizar algoritmos de iteración y es válido para tensiones desequilibradas. Se analizan las interacciones que se producen entre todos los compensadores y se proponen las modificaciones necesarias en las expresiones de cálculo para obtener una compensación total. Para facilitar la aplicación del método y demostrar su validez, se desarrolla un caso práctico a partir de un sistema trifásico lineal a cuatro hilos con tensiones y cargas desequilibradas. Los resultados obtenidos se comparan con otros métodos de compensación que también utilizan elementos pasivos.

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas eléctricos en baja tensión operan mayoritariamente de forma desequilibrada, especialmente en redes de suministro a cuatro hilos, donde coexisten cargas trifásicas y monofásicas. Estos desequilibrios son atribuibles tanto a las cargas como a las tensiones, manifestándose como un incremento de la potencia total aparente con respecto a la potencia ideal de un sistema equilibrado caracterizada por la potencia activa de secuencia positiva. La diferencia con los sistemas trifásicos de tres hilos, es que existe una secuencia cero de la corriente de línea o corriente que fluye a través del cable neutro. Estas potencias de desequilibrio que aparecen se pueden estudiar a partir de la

potencia total aparente de Buchholz [1] expresada en función de sus componentes simétricas [2].

El primer compensador de potencia reactiva fue desarrollado por Steinmetz en 1917 [3]. Posteriormente, la investigación continuó hasta hace relativamente poco, en la compensación de la potencia reactiva. Ello dio lugar a varios trabajos entre los que vale la pena mencionar [4, 5, 6]. Sin embargo, los desequilibrios son responsables de los aumentos en la potencia aparente total que el generador debe entregar, el aumento de las pérdidas de línea [7], el calentamiento [8], el mal funcionamiento de las máquinas [9], el mal funcionamiento de las protecciones [10], etc. Estas potencias aparentes de desequilibrio ya fueron establecidas en la norma IEEE-Std. 1459-2010 [11].

Si se considera que el sistema trifásico a cuatro hilos está alimentado por un generador de potencia de cortocircuito infinita, las tensiones de secuencia negativa y homopolar generan potencias de desequilibrio, por lo que no se puede actuar de manera eficiente para compensarlas. No obstante, existen normas reguladoras sobre la calidad del suministro eléctrico que limita los desequilibrios de las tensiones [12] y [13].

El desequilibrio en las corrientes es atribuible directamente a las características de la carga. Aunque en sistemas con tensiones desequilibradas y cargas equilibradas, también se generan corrientes desequilibradas. De lo expuesto se deduce la necesidad de estudiar los mecanismos de eliminación de estas ineficiencias que si se puede actuar sobre ellas.

Ha habido más trabajos dirigidos a eliminar las potencias aparentes ineficientes en sistemas a tres hilos, que a cuatro hilos. En este trabajo, se analizan los sistemas trifásicos de cuatro hilos y se propone una nueva metodología para la eliminación de dichas potencias, ya que los autores ya han resuelto en un trabajo anterior [14], este problema para sistemas trifásicos a tres hilos a través de compensadores pasivos.

Está claro que los filtros activos son más efectivos que los compensadores pasivos. Sin embargo, los filtros activos son mucho más caros y menos

robustos que los compensadores pasivos. No obstante, los compensadores de potencia reactiva siguen siendo soluciones válidas para aplicaciones en la distribución de consumo y electricidad, en aquellas situaciones en las que el criterio con respecto a los costos de instalación y operación del equipo es más importante que los relacionados con la velocidad de reacción o la precisión del control. Este es también el caso del equipo para la mejora del factor de potencia y el equilibrio de carga en una red de distribución trifásica. De los trabajos dirigidos a sistemas trifásicos a cuatro hilos, cabe destacar los que se menciona a continuación.

San-Yi Lee y Chi-Jui Wu [15], que se basa en un artículo anterior de Gyugyi [16] desarrollado para sistemas trifásicos a tres hilos. En un principio supone que el sistema de tensiones es desequilibrado, pero realmente lo utiliza como equilibrado, al igual que Gyugyi.

L. C. Origa, [17], también se basa en Gyugyi, extendiendo el método a sistemas de cuatro hilos. Añade a las ecuaciones de los compensadores el factor de potencia deseado. No obstante, solo es válido para tensiones equilibradas y presenta soluciones infinitas.

Erxia Li y Xiaojun Wang [18] presentan una metodología para obtener un compensador para las corrientes de secuencia negativa y cero, y las corrientes reactivas de secuencia positiva. Ese compensador estará formado solo por condensadores. Para esto, suponen que la carga es muy inductiva. Se basan en la teoría de la potencia reactiva instantánea (Akagi) y utilizan la matriz de transformación de Clarke. Sin embargo, solo es aplicable a sistemas trifásicos con voltajes equilibrados. También es necesario conocer el valor y las características de la carga.

León [19], presenta un circuito equivalente a base de reactancias y que representa el fenómeno de la ineficiencia de la corriente homopolar. Cambiando el signo a las reactancias se convierte en un compensador de dicha corriente. Al igual que los anteriores también es solo válido para sistemas equilibrados en tensiones.

En 2015 Czarnecki and Haley [20], extienden sus trabajos anteriores a tres hilos [21] y [22], a sistemas de cuatro hilos. Demuestran que la potencia de desequilibrio en sistemas a 4 hilos está formada por una corriente de secuencia negativa y otra de secuencia homopolar. Para compensar estas corrientes es necesario utilizar al menos dos compensadores. A esta conclusión también se llegó antes por León [19] y es compartida por nosotros.

Por último, en 2018 Adrian Pana et al. [23], desarrollan un modelo matemático que denominan el compensador de equilibrio capacitivo (BCC). Dicho algoritmo elimina la potencia reactiva positiva, así como las corrientes de secuencia negativa y homopolar. Utiliza para ello bancos de condensadores monofásicos. Para implementar el modelo matemático se necesita conocer la naturaleza y valores de las cargas, y utilizar varios programas de computación. No obstante, como en todos los trabajos anteriores sólo es válido para sistemas con tensiones equilibradas.

Del análisis de los métodos mencionados anteriormente se observa que tienen limitaciones. Principalmente porque están diseñados para trabajar con tensiones equilibradas. Además, consideran que los desequilibrios de las tensiones se deben a la carga del sistema analizado y no a las características de la red en sí. Estos tipos de limitaciones se resuelven en la propuesta de compensación presentada en este trabajo. Es decir, es válido para voltajes desequilibrados y es independiente de los valores y características de la carga.

El presente trabajo muestra, para un sistema eléctrico a cuatro hilos con tensiones y corrientes desequilibradas, el desarrollo de un circuito compensador para la componente de la corriente homopolar que consume la carga (ZSCC). Este compensador junto con los circuitos compensadores de las corrientes de secuencia negativa NSCC y positiva imaginaria SVC (reactiva positiva) para redes a tres hilos, ya desarrollados por los autores en [14], constituyen un procedimiento de compensación total de las corrientes ineficientes. Por lo tanto, el presente artículo constituye una continuación del mencionado artículo anterior de los autores, y da solución a las interacciones

que en los sistemas a 4 hilos se producen entre las corrientes de secuencia ocasionadas por cada compensador.

Los circuitos compensadores se conectan en paralelo con la carga en el bus, por lo que la red en el bus únicamente aporta una corriente activa equilibrada de secuencia positiva y las tensiones de secuencia propias de la red, siendo nula la corriente de neutro. Con este procedimiento se proporciona la máxima eficiencia aguas abajo del bus, es decir, con factor de potencia la unidad.

Así pues, se presenta un procedimiento de optimización total de un sistema eléctrico, que dadas las características propias de los compensadores pasivos, hacen que sean eficaces cuando las cargas sean estacionarias o de baja variabilidad en el tiempo. Además, aportan gran robustez, y bajo coste en comparación con los sistemas activos o híbridos. El procedimiento descrito permite la adaptabilidad a sistemas de compensación híbridos, aumentando así su versatilidad.

Ello conlleva grandes beneficios, ya que la red siempre suministrará en el bus un sistema equilibrado de corrientes de secuencia positiva, aunque la carga sea monofásica. No circulará corriente por el neutro, y las pérdidas en la red serán mínimas.

Para la determinación de los valores de las reactancias que componen los circuitos compensadores únicamente es necesario conocer las tensiones y las corrientes de fase, por lo que no es necesario conocer las características y forma de conexión de la carga. Tampoco es necesario conocer el estado de la red aguas arriba, ya que los compensadores se adaptan a los valores de tensión y corriente que se obtienen en el bus en cada instante.

El artículo está estructurado de la siguiente manera. En el apartado 2, se establecen las expresiones de las potencias a utilizar en el presente trabajo. En el apartado 3 se desarrollan las expresiones que dan lugar a los valores de las reactancias a colocar en el compensador de la corriente homopolar. Se analizan tres supuestos de sistemas trifásicos a cuatro hilos, alimentados con tensiones equilibradas, desequilibradas solo en módulos y desequilibradas en

módulos y ángulos. Además, se analiza la interacción entre los distintos compensadores para eliminar las distintas potencias aparentes ineficientes, y se establece la necesidad de establecer una secuencia en el cálculo de los distintos compensadores. En el apartado 4 se analiza un ejemplo con cargas y tensiones desequilibradas donde se aplican los compensadores para verificar el método propuesto. Además, los resultados obtenidos se comparan con otros métodos de compensación pasiva existentes. Y por último en el apartado 5 se analizan los resultados obtenidos y se establecen unas conclusiones.

2. ANÁLISIS DE LA POTENCIA DE DESEQUILIBRIO EN UN SISTEMA TRIFÁSICO LINEAL A CUATRO HILOS.

La Figura 1 muestra una carga lineal desequilibrada cualesquiera que está conectada a un sistema trifásico a cuatro hilos con tensiones desequilibradas.

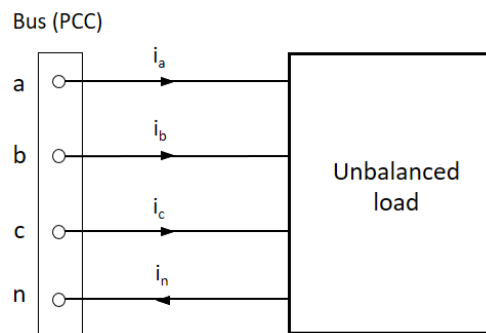


Fig. 1: Sistema trifásico a cuatro hilos con carga desequilibrado.

La potencia aparente en el bus viene determinada por (1).

$$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c \quad (1)$$

donde

- \underline{S} es la potencia total aparente compleja definida en las teorías clásicas.
- \underline{S}_a , \underline{S}_b y \underline{S}_c son las potencias complejas referidas a cada fase.

Por otra parte, la potencia total aparente de Buchholz S_T de un sistema trifásico a 4 hilos, expresado en valores de secuencia y en función del módulo de la potencia aparente S viene determinada por (2).

$$S_T = 3\sqrt{(V_+^2 + V_-^2 + V_0^2)(I_+^2 + I_-^2 + I_0^2)} = \sqrt{S^2 + S_{uT}^2} = \sqrt{P^2 + Q^2 + S_{uT}^2} \quad (2)$$

Donde S_{uT} es la potencia aparente de desequilibrio causada por tensiones y corrientes de distinta secuencia. Su valor se obtiene a partir de (3).

$$S_{uT}^2 = S_{u+}^{-2} + S_{u+}^{02} + S_{u-}^{+2} + S_{u-}^{02} + S_{u0}^{+2} + S_{u0}^{-2} - 2(P_+P_- + P_+P_0 + P_-P_0) - 2(Q_+Q_- + Q_+Q_0 + Q_-Q_0) \quad (3)$$

Donde:

S_{u+}^- , indica la potencia aparente resultante del producto entre la tensión de secuencia positiva y la corriente de secuencia negativa.

S_{u+}^0 , indica la potencia aparente resultante del producto entre la tensión de secuencia positiva y la corriente de secuencia homopolar.

S_{u-}^+ , indica la potencia aparente resultante del producto entre la tensión de secuencia negativa y la corriente de secuencia positiva.

S_{u-}^0 , indica la potencia aparente resultante del producto entre la tensión de secuencia negativa y la corriente de secuencia homopolar.

S_{u0}^+ , indica la potencia aparente resultante del producto entre la tensión de secuencia homopolar y la corriente de secuencia positiva.

S_{u0}^- , indica la potencia aparente resultante del producto entre la tensión de secuencia homopolar y la corriente de secuencia negativa.

P_+ , P_- y P_0 son las potencias activas de secuencia positiva, negativa y homopolar.

Q_+ , Q_- y Q_0 son las potencias reactivas de secuencia positiva, negativa y homopolar.

Los valores de estas potencias aparentes se calculan a partir de (4-9), donde $z = \{a, b, c\}$.

$$S_{u+}^- = 3V_+I_- \quad (4)$$

$$S_{u+}^0 = 3V_+I_0 \quad (5)$$

$$S_{u-}^+ = 3V_-I_+ \quad (6)$$

$$S_{u-}^0 = 3V_-I_0 \quad (7)$$

$$S_{u0}^+ = 3V_0I_+ \quad (8)$$

$$S_{u0}^- = 3V_0I_- \quad (9)$$

Las potencias S_{u+}^- , S_{u+}^0 , S_{u-}^0 , S_{u0}^- , Q_+ , Q_- y Q_0 podrán ser anuladas en el bus, si se compensan las corrientes de secuencia negativa, las corrientes de secuencia homopolar y la parte imaginaria de la corriente de secuencia positiva que consume la carga. Por otra parte, P_- y P_0 se convertirán en P_+ para mantener constante la potencia activa total de la carga. Evidentemente, S_{u-}^+ y S_{u0}^+ no se podrán compensar ya que, en una red de potencia de cortocircuito infinita, las tensiones de secuencia negativa y las tensiones de secuencia homopolar vienen impuestas por la propia red, aunque su valor cambiará en función de los nuevos valores de las corrientes de secuencia positiva.

3. COMPENSACIÓN DE SISTEMAS LINEALES TRIFÁSICOS DESEQUILIBRADOS A 4 HILOS.

En un sistema trifásico a 4 hilos con cargas desequilibradas conectado a una red de potencia de cortocircuito infinitiva, las tensiones son fijas y vienen impuestas por la red. Las corrientes en este sistema están desequilibradas, por lo tanto, existen corrientes de secuencia positiva, corriente de secuencia negativa y corrientes de secuencia homopolar. La Figura 2 muestra nuestra propuesta de compensación de un sistema a 4 hilos. Hemos utilizado tres compensadores pasivos constituidos a partir de elementos reactivos (bobinas y/o condensadores). Los compensadores SVC (Static VAR Compensator) y el compensador NSCC (Negative-Sequence Current Compensator), nos permite anular la parte imaginaria de la corriente de secuencia positiva y la corriente de secuencia negativa que aporta la red al bus, por lo tanto, estos dispositivos compensarán las potencias reactivas y de desequilibrio causadas por estas corrientes. Estos dos compensadores pueden unificarse en uno solo tal y como se propone en el trabajo anterior de los mismos autores [14]. Por último, el compensador ZSCC (Zero-Sequence Current Compensator) nos permite anular

la corriente de secuencia homopolar que aporta la red al bus, por lo tanto, este dispositivo compensará las potencias de desequilibrio causadas por las corrientes de secuencia homopolar.

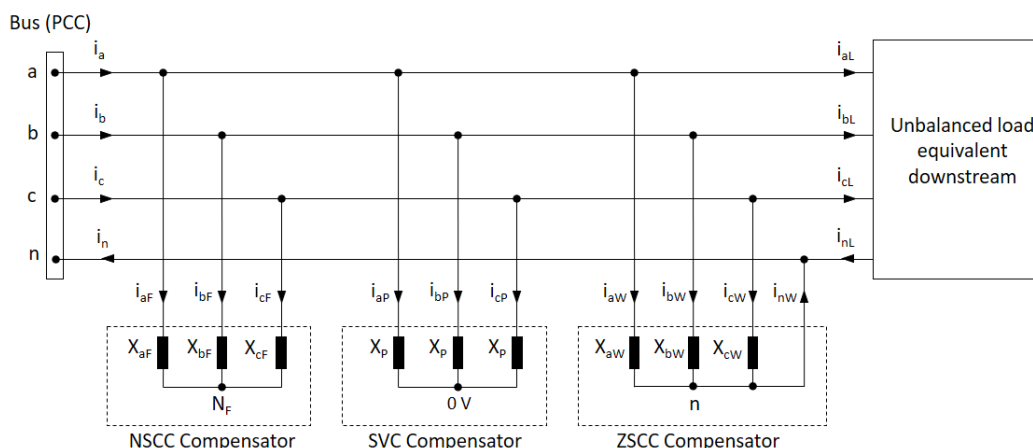


Fig. 2: Propuesta de compensación de un sistema lineal trifásico desequilibrado a 4 hilos.

El principal objetivo de este trabajo es el diseño del compensador ZSCC, ya que el diseño de los compensadores NSCC y SVC fue abordado por los autores en [14]. No obstante, tal y como se demostrará a continuación, el compensador ZSCC consumirá corrientes de secuencia negativa y corrientes de secuencia positiva que dependerán de si las tensiones en el bus están equilibradas o desequilibradas. Por este motivo, las expresiones de los compensadores NSCC y SVC propuestas en [14] deberán de incluir estas corrientes de secuencia negativa y las corrientes de secuencia positiva causadas por el compensador ZSCC.

3.1 Compensador ZSCC con tensiones equilibradas.

La Figura 3 muestra el sistema de 4 hilos propuesto en la Figura 2, donde únicamente hemos considerado el compensador ZSCC y la carga equivalente de la red aguas abajo del bus. Supongamos también que las tensiones en el bus están equilibradas. Bajo estas condiciones, las tensiones de fase en el bus coinciden con las tensiones de secuencia positiva según la ecuación (10). \underline{a} es el operador complejo de rotación fasorial de valor $\underline{a} = 1 \cdot e^{j120}$.

$$\underline{V}_{an} = \underline{V}_{a+} = \underline{V}_+ \quad \underline{V}_{bn} = \underline{V}_{b+} = \underline{a}^2 \underline{V}_+ \quad \underline{V}_{cn} = \underline{V}_{c+} = \underline{a} \underline{V}_+ \quad (10)$$

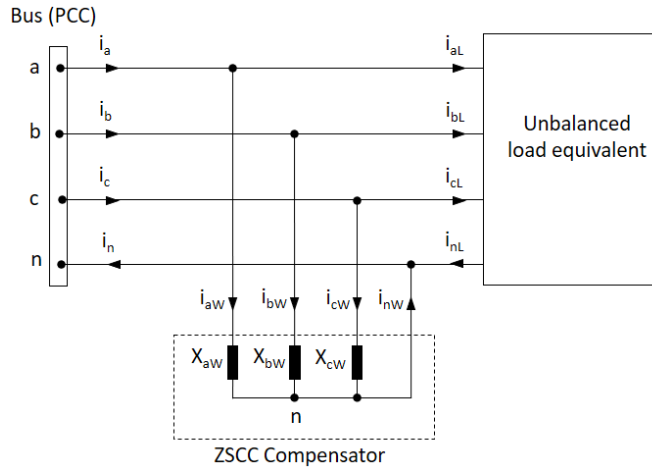


Fig. 3: Compensación de las corrientes de secuencia homopolar.

Usando la matriz de la transformada directa de Fortescue, las corrientes de línea de la carga expresadas en componentes simétricas vienen determinadas por (11).

$$\left. \begin{aligned} \underline{I_{aL}} &= \underline{I_{aL+}} + \underline{I_{aL-}} + \underline{I_{aL0}} \\ \underline{I_{bL}} &= \underline{I_{bL+}} + \underline{I_{bL-}} + \underline{I_{bL0}} \\ \underline{I_{cL}} &= \underline{I_{cL+}} + \underline{I_{cL-}} + \underline{I_{cL0}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Además, se sabe que $\underline{I_{aL0}} = \underline{I_{bL0}} = \underline{I_{cL0}}$.

El objetivo del compensador ZSCC es compensar las corrientes de secuencia homopolar de la carga $\underline{I_{aL0}}$, $\underline{I_{bL0}}$ y $\underline{I_{cL0}}$. La figura 4(a) muestra el diagrama vectorial correspondiente a la fase A, donde se ha considerado que la tensión simple es $\underline{V_{an}} = V_{an} e^{j0}$ y que la corriente de secuencia homopolar de la carga es $\underline{I_{aL0}} = I_{aL0} e^{-j\beta_{aL0}}$, por lo tanto, la corriente de secuencia homopolar a compensar será igual a la corriente de secuencia homopolar de la carga pero de signo contrario. Como $\underline{I_{aL0}}$ está retrasada respecto a $\underline{V_{an}}$, la reactancia X_{aw} del compensador debe ser capacitiva (condensador), de ahí que la corriente del compensador $\underline{I_{aw}}$ esté adelantada $+\frac{\pi}{2}$ respecto a $\underline{V_{an}}$. Evidentemente es imposible cumplir que $\underline{I_{aw}} = -\underline{I_{aL0}}$, por lo tanto, el compensador consumirá una corriente adicional $\underline{I'_{aw}}$ tal que $\underline{I'_{aw}} = I_{aL0} e^{j\beta_{aL0}}$, véase figura 4(b). De todo ello se deduce que $\underline{I_{aw}}$ vendrá determinado por la ecuación (12).

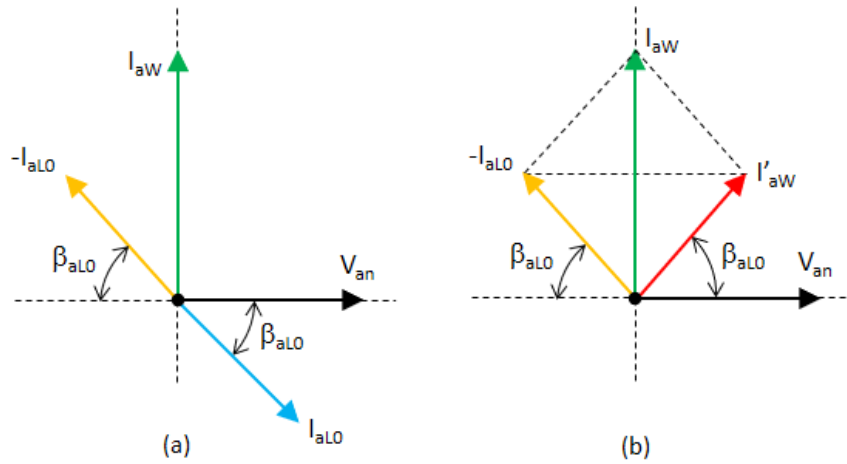


Fig. 4: Diagrama vectorial referente a la fase A.

$$I_{aW} = I'_{aW} - I_{aLO} \quad (12)$$

Si consideramos las fases B y C, teniendo en cuenta que $\underline{V}_{bn} = V_{bn} e^{-j120}$ y $\underline{V}_{cn} = V_{cn} e^{j120}$ y realizamos el mismo procedimiento que en la fase A, se observa que \underline{I}_{bLO} está adelantada respecto a \underline{V}_{bn} , por lo tanto, la reactancia X_{bw} a colocar en la fase B del compensador ZSCC es inductiva (bobina), véase figura 5(a). Por otra parte, \underline{I}_{cLO} está retrasada respecto a \underline{V}_{cn} , por lo tanto, la reactancia X_{cw} a colocar en la fase C del compensador ZSCC es capacitiva (condensador), véase figura 5(b). Que X_{aw} , X_{bw} y X_{cw} no tengan el mismo signo es evidente ya que la suma aritmética de las potencias de desequilibrio del compensador tiene que ser nula.

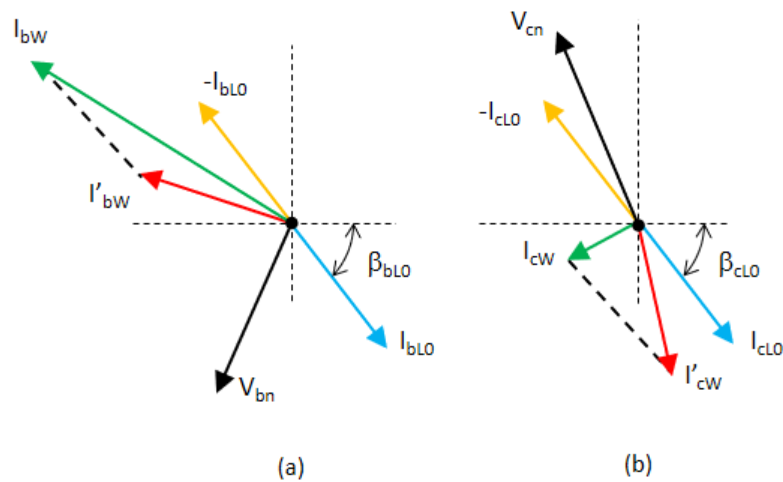


Fig. 5: Diagrama vectorial referente a la fase B y C.

Del mismo modo que (12), \underline{I}_{bW} y \underline{I}_{cW} vienen determinadas por (13) y (14) respectivamente.

$$\underline{I}_{bW} = \underline{I}'_{bW} - \underline{I}_{bLO} \quad (13)$$

$$\underline{I}_{cW} = \underline{I}'_{cW} - \underline{I}_{cLO} \quad (14)$$

Si unimos los diagramas vectoriales de las tres fases se obtiene el diagrama de la figura 6. En ella se observa que las corrientes \underline{I}'_{aW} , \underline{I}'_{bW} y \underline{I}'_{cW} forman un conjunto de corrientes simétricas de secuencia inversa. Por lo tanto, a tensiones simples equilibradas, las corrientes \underline{I}_{aW} , \underline{I}_{bW} y \underline{I}_{cW} que consume el compensador ZSCC se descomponen en un sistema de corrientes de secuencia homopolar de sentido contrario a las corrientes de secuencia homopolar de la carga y un sistema de corrientes de secuencia negativa equilibradas cuyos valores se obtienen a partir de (15-17), donde \underline{I}_{aW-} , \underline{I}_{bW-} y \underline{I}_{cW-} son las corrientes de secuencia negativa que consume el compensador en cada una de las fases respectivamente.

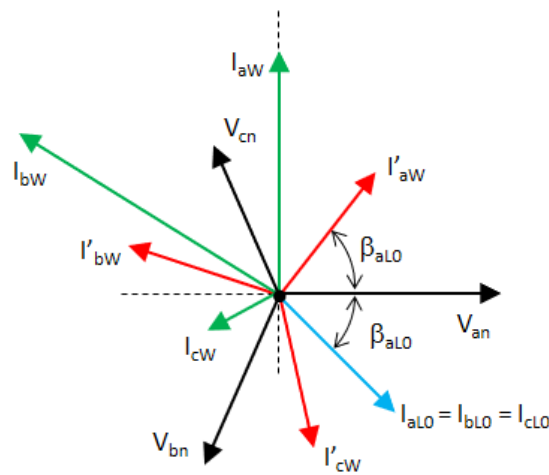


Fig. 6: Diagrama vectorial conjunto de las Fases A, B y C.

$$\underline{I}_{aW-} = \underline{I}'_{aW} = (\underline{I}_{aLO})^* \quad (15)$$

$$\underline{I}_{bW-} = \underline{I}'_{bW} = \underline{a} \underline{I}_{aW-} \quad (16)$$

$$\underline{I}_{cW-} = \underline{I}'_{cW} = \underline{a}^2 \underline{I}_{aW-} \quad (17)$$

Sustituyendo (15-17) en (12-14) y generalizando para $z = \{a, b, c\}$ se obtiene (18).

$$\underline{I_{zW}} = \underline{I_{zW-}} - \underline{I_{zL0}} \quad (18)$$

Considerando (15-17) y (11-14), la corriente de neutro $\underline{I_{nW}}$ del compensador ZSCC viene determinada por (19) ya que $\underline{I_{aW-}} + \underline{I_{bW-}} + \underline{I_{cW-}} = 0$. Este resultado es lógico ya que la misión del compensador ZSCC es compensar la corriente de neutro que consume la carga, por lo tanto, en el bus $\underline{I_n} = \underline{I_{nW}} + \underline{I_{nL}} = 0$.

$$\underline{I_{nW}} = \underline{I_{aW}} + \underline{I_{bW}} + \underline{I_{cW}} = -(\underline{I_{aL0}} + \underline{I_{bL0}} + \underline{I_{cL0}}) = -3 \underline{I_{L0}} \quad (19)$$

Si volvemos a analizar el diagrama vectorial de la figura 4 se observa que el ángulo entre $\underline{I_{aW}}$ y $\underline{V_{an}}$ es $\frac{\pi}{2}$ y el valor RMS de $\underline{I_{aW}}$ viene determinado por el doble de la parte imaginaria de la corriente de secuencia homopolar de la carga $\underline{I_{aL0}}$. En términos de potencia estas afirmaciones se traducen en que la única potencia que consume el compensador ZSCC en la fase A es la potencia reactiva Q_{an}^{aW} . Afirmamos por tanto que la potencia reactiva que consume el compensador en la fase A es igual al doble de la potencia reactiva de desequilibrio causada por la tensión simple y la corriente de secuencia homopolar de la carga, evidentemente con signo contrario. Su valor viene determinado por la ecuación (20).

$$Q_{an}^{aW} = -2 V_{an} I_{aL0} \sin(\alpha_{an} - \beta_{aL0}) = -2 Q_{an}^{aL0} \quad (20)$$

De forma análoga, para las fases B y C a partir de los diagramas vectoriales de la figura 5 se obtienen las ecuaciones (21) y (22).

$$Q_{bn}^{bW} = -2 V_{bn} I_{bL0} \sin(\alpha_{bn} - \beta_{bL0}) = -2 Q_{bn}^{bL0} \quad (21)$$

$$Q_{cn}^{cW} = -2 V_{cn} I_{cL0} \sin(\alpha_{cn} - \beta_{cL0}) = -2 Q_{cn}^{cL0} \quad (22)$$

Si generalizamos las expresiones (20-22) para $z = \{a, b, c\}$ se obtiene la ecuación (23).

$$Q_{zn}^{zW} = -2 V_{zn} I_{zL0} \sin(\alpha_{zn} - \beta_{zL0}) = -2 Q_{zn}^{zL0} \quad (23)$$

La reactancia en cada fase del compensador viene determinada por la ecuación (24).

$$X_{zW} = \frac{Q_{zn}^{zW}}{I_{zW}^2} \quad (24)$$

Considerando, ahora las ecuaciones (23) y (24), el valor de la reactancia del compensador ZSCC en cada fase también puede expresarse a partir de la ecuación (25). Donde, X_{zW} es un condensador cuando su valor es negativo y bobina cuando es positivo.

$$X_{zW} = -2 \frac{Q_{zn}^{zL0}}{I_{zW}^2} = \frac{-(V_{zn})^2}{2 Q_{zn}^{zL0}} \quad (25)$$

3.2 Compensador ZSCC con tensiones desequilibradas.

Considérese que las tensiones en el bus de la figura 3 están desequilibradas. Dentro de este supuesto se pueden presentar dos situaciones cuyo comportamiento es distinto y que son:

- Cuando los módulos de las tensiones simples sean distintos pero sus ángulos de fase estén desfasados $\pm 120^\circ$ entre sí.
- Cuando los ángulos de fase no estén desfasados $\pm 120^\circ$ entre sí.

Cuando el desequilibrio de tensiones sólo es debido a que los módulos de las tensiones simples en cada fase no son iguales, el comportamiento del compensador ZSCC es idéntico al planteado anteriormente para tensiones equilibradas. La descomposición de las corrientes \underline{I}_{aW} , \underline{I}_{bW} y \underline{I}_{cW} en componentes simétricas dan lugar a un sistema de corrientes de secuencia homopolar y un sistema de corrientes de secuencia negativa. Al igual que para tensiones equilibradas, el compensador ZSCC no consume corrientes de

secuencia positiva. Por lo tanto, la potencia reactiva en cada fase que consume el compensador ZSCC también será igual al doble de la potencia reactiva causada por la tensión simple y la corriente de secuencia homopolar de la carga, pero de signo contrario. De ahí que, los valores de las reactancias del compensador calculados a partir de la ecuación (25) son perfectamente válidos para este tipo de situaciones.

Por el contrario, cuando los ángulos de fase de las tensiones simples no están desfasados $\pm 120^\circ$, independientemente del valor de los módulos de las tensiones, al descomponer las corrientes $\underline{I_{aW}}$, $\underline{I_{bW}}$ y $\underline{I_{cW}}$, además del sistema de corrientes de secuencia homopolar y del sistema de corrientes de secuencia negativa, se obtiene un sistema de corrientes de secuencia positiva que no es nulo. Por lo tanto, las corrientes $\underline{I_{zW}}$ que consume el compensador vienen determinadas por la ecuación (26). Todo esto implica que la ecuación (18) no sea válida para tensiones desequilibradas en ángulos, y como consecuencia de ello, tampoco es válida la ecuación (25).

En efecto, si a tensiones desequilibradas calculamos las reactancias del compensador a partir de la ecuación (25) y analizamos el sistema, observamos que el valor de la corriente de secuencia homopolar que consume el compensador ZSCC es distinto al necesario para compensar la de la carga. Aparece una nueva corriente de secuencia homopolar distinta a la deseada, y que debe tenerse en cuenta para volver a realizar el cálculo. Este procedimiento se realizará iterando de forma indefinida hasta obtener una solución válida. El número de iteraciones necesarias dependerá del grado de desequilibrio de tensiones y de la precisión que se desee obtener.

$$\underline{I_{zW}} = \underline{I_{zW+}} + \underline{I_{zW-}} + \underline{I_{zW0}} \quad (26)$$

A continuación, para resolver este inconveniente, los autores presentan un procedimiento de cálculo exacto que hace innecesario utilizar métodos iterativos. Para ello utilizaremos, las corrientes de secuencia homopolar que consume la carga con signo contrario $-\underline{I_{zL0}}$ y las corrientes de secuencia homopolar que consume el compensador ZSCC obtenidas a partir de los

valores de las reactancias según la ecuación (25), que denominaremos $\underline{I_{zW0(25)}}$ para $z = \{a, b, c\}$. Si definimos el fasor de desviación de la corriente de secuencia homopolar $\underline{f_{W0}}$ como el cociente entre los fasores de ambas corrientes se obtiene la ecuación (27). Donde, A es la parte real de $\underline{f_{W0}}$ y B es la parte imaginaria de $\underline{f_{W0}}$. Evidentemente, $\underline{f_{W0}}$ es idéntico en cada una de las fases. Cuando las tensiones simples son equilibradas en ángulo, A=1 y B=0.

$$\underline{f_{W0}} = \frac{-\underline{I_{aL0}}}{\underline{I_{aW0(25)}}} = \frac{-\underline{I_{bL0}}}{\underline{I_{bW0(25)}}} = \frac{-\underline{I_{cL0}}}{\underline{I_{cW0(25)}}} = A + jB \quad (27)$$

siendo $\underline{I_{aW0(25)}} = \underline{I_{bW0(25)}} = \underline{I_{cW0(25)}}$ y vienen dadas por la ecuación (28). Donde, $\underline{X_{aW(25)}}$, $\underline{X_{bW(25)}}$ y $\underline{X_{cW(25)}}$ son las reactancias del compensador ZSCC calculadas a partir de la ecuación (25).

$$\underline{I_{zW0(25)}} = \frac{1}{3} \left[\frac{\underline{V_{an}}}{\underline{X_{aW(25)}}} + \frac{\underline{V_{bn}}}{\underline{X_{bW(25)}}} + \frac{\underline{V_{cn}}}{\underline{X_{cW(25)}}} \right] \quad (28)$$

Realizando el mismo procedimiento para el sistema de corrientes de secuencia positiva y para el sistema de corrientes de secuencia negativa que consume el compensador ZSCC, definimos el fasor de desviación de la corriente de secuencia positiva $\underline{f_{W+}}$ y el fasor de desviación de la corriente de secuencia negativa $\underline{f_{W-}}$ según la ecuación (29). Estos fasores son iguales entre sí y en cada una de las fases. Donde, C es la parte real de ambos fasores y D es la parte imaginaria. Cuando las tensiones simples son equilibradas en ángulo, C=1 y D=0.

$$\underline{f_{W+}} = \underline{f_{W-}} = \frac{\underline{I_{zW+}}}{\underline{I_{zW+(25)}}} = \frac{\underline{I_{zW-}}}{\underline{I_{zW-(25)}}} = C + jD \quad (29)$$

Aquí

$$\underline{I_{aW+(25)}} = \underline{I_{W+(25)}} \quad \underline{I_{bW+(25)}} = \underline{a^2} \underline{I_{W+(25)}} \quad \underline{I_{cW+(25)}} = \underline{a} \underline{I_{W+(25)}} \quad (30)$$

$$\underline{I_{aW-(25)}} = \underline{I_{W-(25)}} \quad \underline{I_{bW-(25)}} = \underline{a} \underline{I_{W-(25)}} \quad \underline{I_{cW-(25)}} = \underline{a^2} \underline{I_{W-(25)}} \quad (31)$$

Siendo:

$$\underline{I_{W+(25)}} = \frac{1}{3} \left[\frac{\underline{V_{an}}}{\underline{X_{aW(25)}}} + \frac{\underline{V_{bn}}}{\underline{X_{bW(25)}}} \underline{a} + \frac{\underline{V_{cn}}}{\underline{X_{cW(25)}}} \underline{a}^2 \right] \quad (32)$$

$$\underline{I_{W-(25)}} = \frac{1}{3} \left[\frac{\underline{V_{an}}}{\underline{X_{aW(25)}}} + \frac{\underline{V_{bn}}}{\underline{X_{bW(25)}}} \underline{a}^2 + \frac{\underline{V_{cn}}}{\underline{X_{cW(25)}}} \underline{a} \right] \quad (33)$$

Si definimos el factor de desviación global de corrientes $\underline{f_{WG}}$ que consume el compensador ZSCC como el cociente entre cualquiera de los fasores ($\underline{f_{W+}}$ o $\underline{f_{W-}}$) y el fasor $\underline{f_{W0}}$, se obtiene la ecuación (34). Se observa que:

- La parte real de $\underline{f_{WG}}$ es la unidad. Esto es debido a que los valores de las componentes reales o activas de las corrientes de secuencia que se obtiene con la aplicación de la expresión (25), generan una potencia activa de valor nulo. Ello debe ser así puesto que los elementos que componen el compensador ZSCC son reactivos (bobinas y condensadores). Luego la parte real de $\underline{f_{WG}}$ debe ser la unidad para mantener dicha proporción entre las corrientes de las distintas secuencias.
- La parte imaginaria de $\underline{f_{WG}}$ es el doble de la parte imaginaria de $\underline{f_{W+}}$ o $\underline{f_{W-}}$. Esto es debido a que en la ecuación (25) la parte imaginaria de la componente homopolar está multiplicada por dos, luego para mantener la misma proporción deben multiplicarse por dos también las partes imaginarias de $\underline{f_{W+}}$ y $\underline{f_{W-}}$.

$$\underline{f_{WG}} = \frac{\underline{f_{W+}}}{\underline{f_{W0}}} = \frac{\underline{f_{W-}}}{\underline{f_{W0}}} = 1 + j2D \quad (34)$$

Sabiendo que los valores de A y B son calculados a partir de corrientes conocidas y considerando la ecuación (37), es fácil determinar $\underline{f_{W+}}$ y $\underline{f_{W-}}$.

Utilizando operaciones trigonométricas, los valores de C y D vienen determinados a partir de las ecuaciones (35) y (36) respectivamente.

$$C = A - \frac{2B^2}{(1 - 2A)} \quad (35)$$

$$D = \frac{B}{(1 - 2A)} \quad (36)$$

Por lo tanto, $\underline{f_{W+}}$ o $\underline{f_{W-}}$ vienen determinados por la ecuación (37).

$$\underline{f_{W+}} = \underline{f_{W-}} = \left\{ A - \frac{2B^2}{(1 - 2A)} \right\} + j \left\{ 2 \frac{B}{(1 - 2A)} \right\} \quad (37)$$

A partir de la ecuación (37) y de la ecuación (34) determinaremos $\underline{I_{zW+}}$ y $\underline{I_{zW-}}$ a partir de las ecuaciones (38) y (39). Las corrientes de secuencia homopolar que consume el compensador ZSCC son iguales que las corrientes de secuencia homopolar de la carga con signo contrario. Por lo tanto, las corrientes por fase de la solución óptima $\underline{I_{zW}}$ que consume el compensador ZSCC vienen dadas por la ecuación (40).

$$\underline{I_{zW+}} = \underline{f_{W+}} \underline{I_{zW+(25)}} \quad (38)$$

$$\underline{I_{zW-}} = \underline{f_{W-}} \underline{I_{zW-(25)}} \quad (39)$$

$$\underline{I_{zW}} = \underline{I_{zW+}} + \underline{I_{zW-}} - \underline{I_{zL0}} \quad (40)$$

A partir de la ecuación (40) y aplicando la ley de Ohm, los valores de las reactancias del compensador ZSCC vienen determinados por la ecuación (41).

$$\underline{X_{zW}} = \frac{V_{zn}}{\underline{I_{zW}}} \quad (41)$$

Considerando la ecuación (24), la ecuación (41) puede expresarse en términos de potencia reactiva según la ecuación (42). X_{zW} es un condensador cuando su valor es negativo y una bobina cuando es positivo.

$$X_{zW} = \frac{Q_{zn}^{zW}}{I_{zW}^2} = \frac{Q_{zn}^{zW+} + Q_{zn}^{zW-} - Q_{zn}^{zL0}}{I_{zW}^2} = \frac{(V_{zn})^2}{Q_{zn}^{zW+} + Q_{zn}^{zW-} - Q_{zn}^{zL0}} \quad (42)$$

Siendo:

- Q_{zn}^{zW+} es la potencia reactiva causada por la tensión simple y la corriente de secuencia positiva que consume el compensador ZSCC.
- Q_{zn}^{zW-} es la potencia reactiva causada por la tensión simple y la corriente de secuencia negativa que consume el compensador ZSCC.

Como era de esperar, a tensiones equilibradas la ecuación (42) coincide con la ecuación (25), ya que $Q_{zn}^{zW+} = 0$ y $Q_{zn}^{zW-} = -Q_{zn}^{zL0}$.

Analizando las potencias activas y reactivas una vez colocado el compensador, se destaca que:

- La potencia activa total del sistema P que consume la red es la misma que antes de conectar el compensador ZSCC. El compensador no consume potencia activa, por lo tanto, P será constante. Como el compensador compensa las corrientes de secuencia homopolar, el valor de la potencia activa de secuencia homopolar P_0 es igual a cero. Por lo tanto, se modificarán los valores de P_+ y P_- para mantener constante P .
- La potencia reactiva total del sistema Q sí cambiará su valor. Ahora la potencia reactiva homopolar será nula, $Q_0 = 0$, y por otra parte, Q_+ y Q_- serán distintas a las iniciales. Dependiendo de las características del sistema, mejorarán o empeorarán el factor de potencia del sistema.

Para finalizar este apartado y como conclusión, resaltar que para diseñar el compensador ZSCC, solo es necesario conocer los valores de las tensiones de fase y la corriente de secuencia homopolar en el bus.

En el apartado siguiente utilizaremos el compensador SVC para compensar las corrientes reactivas de secuencia positiva y el compensador NSCC para compensar las corrientes de secuencia negativa.

3.3 Análisis y aplicación de los compensadores SVC y NSCC a un sistema a 4 hilos.

Tal y como se ha comentado en los apartados anteriores, al incluir el compensador ZSCC sabemos que:

- Cuando los ángulos de fase de las tensiones están desfasados $\pm 120^\circ$ entre sí, el compensador ZSCC consume, además de la corriente homopolar, corrientes de secuencia negativa.
- Cuando los ángulos de fase de las tensiones no están desfasados $\pm 120^\circ$ entre sí, el compensador ZSCC consume, además de la corriente homopolar, corrientes de secuencia positiva y corrientes de secuencia negativa.

Como el compensador ZSCC compensa las corrientes de secuencia homopolar de la carga, las corrientes de línea en el bus se modifican y estarán formadas únicamente por corrientes de secuencia positiva y corrientes de secuencia negativa. En ambos casos, las nuevas corrientes serán el resultado de sumar las corrientes que consume la carga y las corrientes que consume el compensador ZSCC.

Estos cambios deben tenerse en cuenta a la hora de utilizar las expresiones de los compensadores SVC y NSCC ya que ahora en lugar de la carga inicial debemos considerar el conjunto formado por la carga más el compensador ZSCC. Por todo ello, es importante la secuencia de cálculo de los compensadores para obtener una compensación total de las corrientes ineficientes. Así pues, primero se diseñará el compensador ZSCC, después el compensador SVC y para finalizar el compensador NSCC.

A partir de la ecuación (43) se obtienen los valores de las reactancias del compensador SVC, donde, Q_{zP+} es la potencia reactiva de secuencia positiva que consume el compensador SVC y viene dada por la ecuación (44). A partir de la ecuación (45) se obtienen los valores de las reactancias del compensador NSCC, donde, Q_{zF+}^- es la potencia reactiva de desequilibrio que consume el compensador NSCC causada por la tensión de secuencia positiva \underline{V}_{z+} y \underline{I}_{zF-}

que es la corriente de secuencia negativa que consume el compensador NSCC. $\underline{I_{zF-}}$ viene determinada por la ecuación (46) y se calcula a partir de la suma de las corrientes de secuencia negativa de la carga $\underline{I_{zL-}}$, del compensador ZSCC $\underline{I_{zW-}}$ y del compensador SVC $\underline{I_{zP-}}$.

$$X_{zP} = \frac{V_{z+}^2}{Q_{zP+}} \quad (43)$$

$$Q_{zP+} = \frac{(Q_{zL-} + Q_{zW-}) - (Q_{zL+} + Q_{zW+})}{1 - \delta_-^2} \quad \text{where, } \delta_- = \frac{V_-}{V_+} \quad (44)$$

$$X_{zF} = -2 \frac{-(Q_{zF+}^-)}{I_{zF-}^2} \quad (45)$$

$$-\underline{I_{zF-}} = \underline{I_{zL-}} + \underline{I_{zW-}} + \underline{I_{zP-}} \quad (46)$$

Donde:

- Q_{zL-} , indica la potencia reactiva resultante del producto entre la tensión de secuencia negativa y la corriente de la misma secuencia que consume la carga.
- Q_{zW-} , indica la potencia reactiva resultante del producto entre la tensión de secuencia negativa y la corriente de la misma secuencia que consume el compensador ZSCC.
- Q_{zL+} , indica la potencia reactiva resultante del producto entre la tensión de secuencia positiva y la corriente de la misma secuencia que consume la carga
- Q_{zW+} indica la potencia reactiva resultante del producto entre la tensión de secuencia positiva y la corriente de la misma secuencia que consume el compensador ZSCC.
- \bar{I}_{zW-} , es la corriente de secuencia negativa que consume el compensador ZSCC.

Del mismo modo que en [14], y usando las transformaciones de Kennelly-Rosen, los compensadores (SVC y NSCC) pueden unirse en único compensador conectado en triángulo. La Figura 7 muestra nuestra propuesta de compensación utilizando este compensador conectado en triángulo.

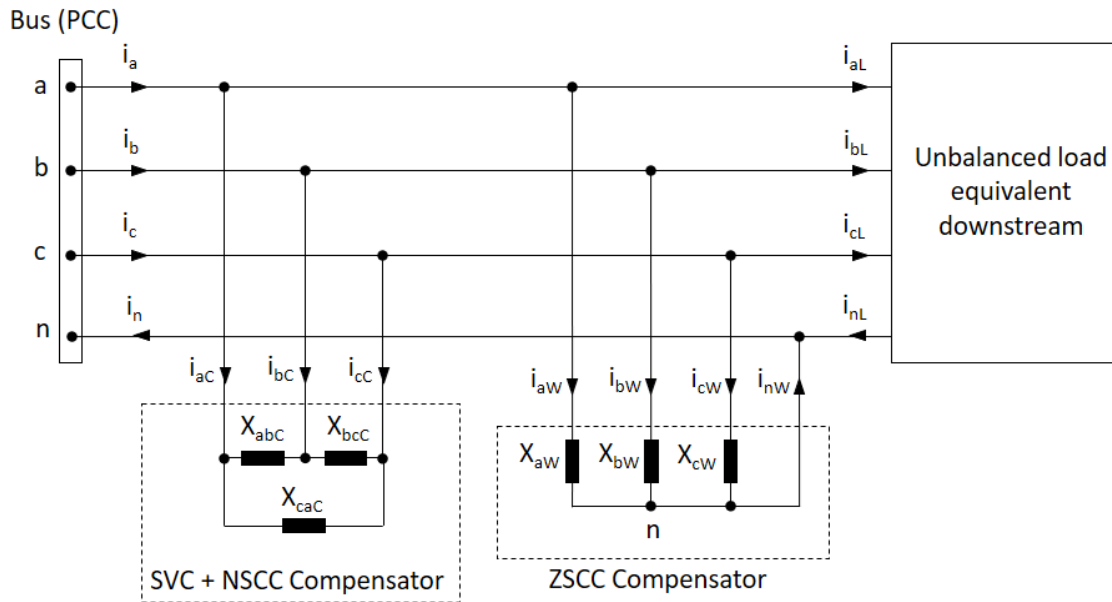


Fig. 7: Propuesta de compensación utilizando el compensador (NSCC + SVC) conectado en triángulo.

4. APLICACIÓN PRÁCTICA.

En este apartado, se realiza un estudio de un caso práctico para verificar todos los conceptos discutidos en las secciones anteriores. Considérese el esquema de la Figura 1 que muestra un sistema lineal trifásico de cuatro hilos no equilibrado conectado a una red de potencia de cortocircuito infinita con tensiones desequilibradas. Se considera una carga desequilibrada equivalente que representa toda la red aguas abajo del bus, que, aunque no hace falta conocer sus valores y características, se establecen unas impedancias para simular las medidas de corriente que se hubieran obtenido en el bus.

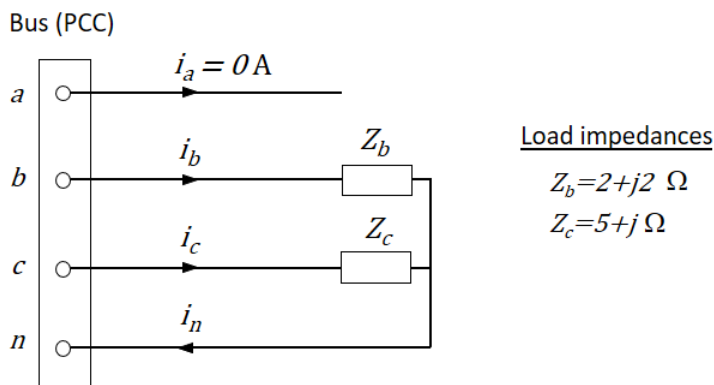


Figura 8. Ejemplo de aplicación.

Las tensiones de alimentación tienen el siguiente valor en el bus:

$$\underline{V}_{an} = 231.00 e^{j0} \quad \underline{V}_{bn} = 240.00 e^{-j110} \quad \underline{V}_{cn} = 195.00 e^{j90}$$

Usando el software de análisis "PSPICE V 9.2", se obtienen las corrientes que circulan en la carga:

$$\underline{I}_a = 0.00 e^{-j0.00} \quad \underline{I}_b = 84.853 e^{-j155.00} \quad \underline{I}_c = 38.243 e^{j76.69}$$

La Figura 9 muestra la forma de onda de las corrientes de línea en cada fase obtenida de la simulación del sistema de la Figura 8.

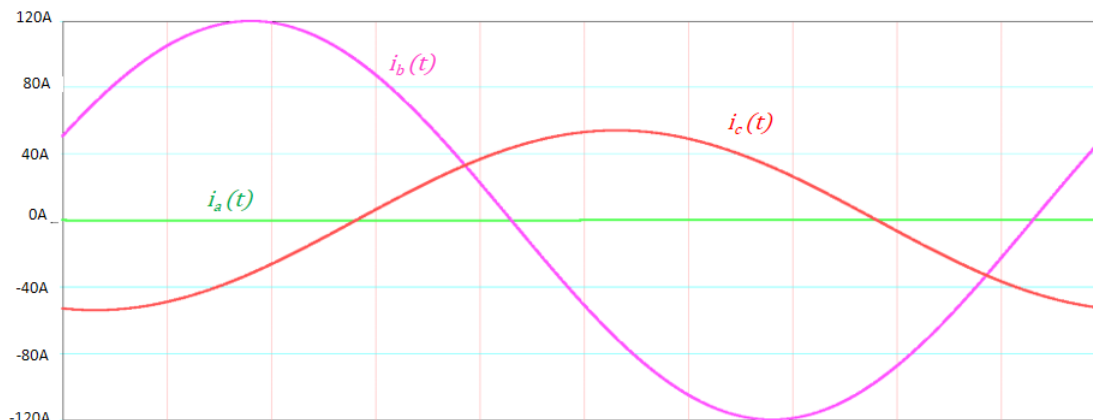


Figura 9. Corrientes de línea en el bus.

Estas corrientes son las que consume la carga, y en las tablas 1 y 2 se muestran estos valores en componentes simétricas.

Fases	V_{zn+} (V)		V_{zn-} (V)		V_{zn0} (V)	
	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo
a	212.891	-5.014	42.094	136.859	50.671	-11.585
b	212.891	-125.014	42.094	-103.141	50.671	-11.585
c	212.891	114.986	42.094	16.859	50.671	-11.585

Tabla 1. Tensiones de secuencia positiva, negativa y homopolar en el bus.

Fases	I_{z+} (A)		I_{z-} (A)		I_{z0} (A)	
	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo
a	40.979	-36.959	25.938	111.747	23.141	178.647
b	40.979	-156.959	25.938	-128.253	23.141	178.647
c	40.979	83.041	25.938	-8.253	23.141	178.647

Tabla 2. Corrientes de línea de secuencia positiva, negativa y homopolar en el bus.

La potencia total aparente de Buchholz que suministra la red en el bus viene determinada por la ecuación (2) y su valor es el siguiente:

$$S_T = 3 \sqrt{(212.891^2 + 42.094^2 + 50.671^2) (40.979^2 + 25.938^2 + 23.141^2)} = 35924.80 \text{ VA}$$

A continuación, procedemos a determinar los valores de reactancia en cada fase de los compensadores ZSCC, SVC y NSCC de acuerdo con el esquema que se muestra en la Figura 2. Como se describe en las secciones anteriores, es muy importante calcular los compensadores en el siguiente orden: primero el compensador ZSCC, luego el compensador SVC y finalmente el compensador NSCC.

4.1. Cálculo del compensador ZSCC.

Las potencias reactivas desequilibradas causadas por las tensiones simples y las corrientes de secuencia homopolar en la carga vienen dadas por:

$$Q_{zn}^{zL0} = V_{zn} I_{zL0} \sin(\alpha_{zn} - \beta_{zL0})$$

Para $z = \{a, b, c\}$, sus valores son los siguientes:

$$Q_{an}^{aL0} = -126.253 \text{ var} \quad Q_{bn}^{bL0} = 5262.245 \text{ var} \quad Q_{cn}^{cL0} = -4511.18 \text{ var}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (25), $X_{aW(25)}$, $X_{bW(25)}$ y $X_{cW(25)}$ son obtenidos de la siguiente forma:

$$X_{aW(25)} = 211.325 \Omega \quad \underline{X_{aW(25)}} = 211.325e^{j90.00} \Omega$$

$$X_{bW(25)} = -5.473 \Omega \quad \underline{X_{bW(25)}} = 5.473e^{-j90.00} \Omega$$

$$X_{cW(25)} = 4.215 \Omega \quad \underline{X_{cW(25)}} = 4.215e^{j90.00} \Omega$$

Utilizando la ecuación (28), determinaremos la corriente de secuencia homopolar $\underline{I_{zW0(25)}}$ y vienen dadas por:

$$\underline{I_{aW0(25)}} = \underline{I_{bW0(25)}} = \underline{I_{cW0(25)}} = 29.648e^{-j10.423} \text{ A}$$

Comparando estos valores con los que muestra la Tabla 2, se observa que esta corriente de secuencia homopolar no coincide con la corriente de secuencia homopolar de la carga con signo cambiado. Esto es debido a que las tensiones en el bus no están desfasadas ± 120 grados entre sí, tal y como es indicado en la sección 3.2. Así pues, teniendo en cuenta la ecuación (27), el fasor de desviación de la corriente de secuencia homopolar $\underline{f_{W0}}$ viene dado por:

$$\underline{f_{W0}} = 0.771 + j0.123$$

Sustituyendo $\underline{f_{W0}}$ en la ecuación (37), los fasores de desviación $\underline{f_{W+}}$ y $\underline{f_{W-}}$ vienen dados por:

$$\underline{f_{W+}} = \underline{f_{W-}} = 0.827 - j0.227$$

Por lo tanto, considerando las ecuaciones (38-40), las corrientes que consume el compensador ZSCC son las siguientes:

$$\underline{I_{aW}} = 9.61e^{j90.00} \text{ A} \quad \underline{I_{bW}} = 32.889e^{-j20.00} \text{ A} \quad \underline{I_{cW}} = 38.497e^{j0.00} \text{ A}$$

La Tabla 3 muestra las corrientes \underline{I}_{aW} , \underline{I}_{bW} y \underline{I}_{cW} en valores de secuencia. Las corrientes de secuencia positiva y negativa son necesarias en apartados posteriores para calcular los compensadores SVC y NSCC. Como era de esperar, la corriente de secuencia homopolar es igual a la corriente de secuencia homopolar de la carga con signo contrario.

Phases	I_{zW+} (A)		I_{zW-} (A)		I_{zW0} (A)	
	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo
a	8.806	160.868	16.502	153.863	23.141	-1.353
b	8.806	40.868	16.502	-86.137	23.141	-1.353
c	8.806	-79.132	16.502	33.863	23.141	-1.353

Tabla 3. Corrientes de línea de secuencia positiva, negativa y homopolar que consume el compensador ZSCC.

Sustituyendo los valores de \underline{I}_{aW} , \underline{I}_{bW} y \underline{I}_{cW} en (24), los valores de las reactancias en el compensador ZSCC son los siguientes:

$$X_{aW} = \frac{231.00e^{j0.00}}{9.61e^{j90.00}} = -24.04 \Omega$$

$$X_{bW} = \frac{240.00e^{-j110.00}}{32.889e^{-j20.00}} = -7.297 \Omega$$

$$X_{cW} = \frac{195.00e^{j90.00}}{38.497e^{j0.00}} = 5.065 \Omega$$

Siendo bobinas las reactancias positivas y condensadores las reactancias negativas.

Sumando las corrientes de línea que consumen la carga y el compensador ZSCC, se obtienen las nuevas corrientes de línea que suministra la red en el bus después de incluir el compensador ZSCC, donde sus valores son los siguientes:

$$\underline{I}_a + \underline{I}_{aW} = 9.609e^{j90.00} \text{ A}$$

$$\underline{I}_b + \underline{I}_{bW} = 65.841e^{-j134.316} \text{ A}$$

$$\underline{I}_c + \underline{I}_{cW} = 59.346e^{j39.189} \text{ A}$$

La Tabla 4 muestra estas intensidades expresadas en componentes simétricas. Se observa que la corriente de secuencia homopolar es nula, por lo tanto, la corriente que circula por el neutro también es nula.

Fases	I_{z+} (A)		I_{z-} (A)		I_{z0} (A)	
	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo
a	32.706	-41.688	39.75	127.912	0.00	-26.565
b	32.706	-161.688	39.75	-112.088	0.00	-26.565
c	32.706	78.312	39.75	7.912	0.00	-26.565

Tabla 4. Corrientes de línea de secuencia positiva, negativa y homopolar en el bus después de la colocación del compensador ZSCC.

En la Tabla 5 se comparan los valores de las potencias activas y reactivas, antes y después de utilizar el compensador ZSCC. Como era de esperar, la potencia activa P permanece constante y P_0 y Q_0 son nulas.

	P	Q	P_+	Q_+	P_-	Q_-	P_0	Q_0
Condición	(W)	(var)	(W)	(var)	(W)	(var)	(W)	(var)
Antes	21712.50	15826.50	22208.37	13847.63	2965.86	1390.06	-3461.73	624.81
Después	21712.50	13256.39	16753.88	12475.74	4958.62	780.65	0	0

Tabla 5. Comparación de potencias, antes y después de incluir el compensador ZSCC.

Considerando la ecuación (2), la potencia aparente de Buchholz en el bus viene determinada por:

$$S_T = 3\sqrt{(212.891^2 + 42.094^2 + 50.67^2)(32.706^2 + 39.75^2 + 0.00^2)}$$

$$= 34414.22 \text{ VA}$$

Si comparamos este valor de S_T con el valor inicial, se observa que es ligeramente inferior.

4.2. Calculo de compensador SVC conectado en estrella.

Considerando la Tabla 1, el factor de desequilibrio tiene el siguiente valor:

$$\delta_- = \frac{V_-}{V_+} = 0.1977$$

Las potencias reactivas de la carga, Q_{zL+} y Q_{zL-} , vienen determinadas por las siguientes expresiones:

$$Q_{zL+} = V_{zn+} I_{zL+} \sin(\alpha_{zn+} - \beta_{zL+}) = Q_{aL+} = Q_{bL+} = Q_{cL+}$$

$$Q_{zL-} = V_{zn-} I_{zL-} \sin(\alpha_{zn-} - \beta_{zL-}) = Q_{aL-} = Q_{bL-} = Q_{cL-}$$

Donde sustituyendo los valores de la Tabla 1 y 2, se obtiene:

$$Q_{aL+} = Q_{bL+} = Q_{cL+} = 4615.876 \text{ var}$$

$$Q_{aL-} = Q_{bL-} = Q_{cL-} = 463.353 \text{ var}$$

Por otro lado, las potencias reactivas Q_{zW+} y Q_{zW-} en el ZSCC, vienen determinadas por las siguientes expresiones:

$$Q_{zW+} = V_{zn+} I_{zW+} \sin(\alpha_{zn+} - \beta_{zW+}) = Q_{aW+} = Q_{bW+} = Q_{cW+}$$

$$Q_{zW-} = V_{zn-} I_{zW-} \sin(\alpha_{zn-} - \beta_{zW-}) = Q_{aW-} = Q_{bW-} = Q_{cW-}$$

Donde sustituyendo los valores de la Tabla 2 y 4, se obtiene:

$$Q_{aW+} = Q_{bW+} = Q_{cW+} = -457.297 \text{ var}$$

$$Q_{aW-} = Q_{bW-} = Q_{cW-} = -203.135 \text{ var}$$

La potencia reactiva de secuencia positiva, consumida por el compensador SVC, viene determinada por la ecuación (44) y su valor se obtiene de la siguiente manera:

$$Q_{zP+} = \frac{(463.353 - 203.135) - (4615.876 - 457.297)}{1 - 0.1977^2} = -4056.968 \text{ var}$$

Sustituyendo Q_{zP+} en la ecuación (43), Las reactancias que debe tener el compensador SVC vienen dadas por:

$$X_P = X_{aP} = X_{bP} = X_{cP} = \frac{212.891^2}{-4056.968} = -11.172 \Omega.$$

Como el valor es negativo, X_P es un condensador, entonces:

$$\underline{X_P} = 11.172e^{-j90.00} \Omega.$$

Considerando los voltajes compuestos V_{zz} , donde $zz = \{ab, bc, ca\}$, aplicando el método de corrientes de mallas determinaremos las corrientes que consume el compensador SVC y son las siguientes:

$$\underline{I_{aP}} = 16.26e^{j93.211} \text{ A} \quad \underline{I_{bP}} = 22.597e^{-j31.453} \text{ A} \quad \underline{I_{cP}} = 18.986e^{-j166.40} \text{ A}$$

Por lo tanto, las nuevas corrientes de línea que suministra la red en el bus después de incluir los compensadores ZSCC y SVC vienen determinadas por:

$$\underline{I_a} + \underline{I_{aW}} + \underline{I_{aP}} = 25.859e^{-j5.014} \text{ A}$$

$$\underline{I_b} + \underline{I_{bW}} + \underline{I_{bP}} = 64.678e^{-j125.014} \text{ A}$$

$$\underline{I_c} + \underline{I_{cW}} + \underline{I_{cP}} = 43.084e^{j114.986} \text{ A}$$

La Tabla 6 muestra estas intensidades expresadas en componentes simétricas.

Fases	I_{z+} (A)		I_{z-} (A)		I_{z0} (A)	
	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo
a	26.237	-6.057	39.341	133.341	0.00	0.00
b	26.237	-126.057	39.341	-106.659	0.00	0.00
c	26.237	113.943	39.341	13.341	0.00	0.00

Tabla 6. Corrientes de línea de secuencia positiva, negativa y homopolar en el bus después de la colocación del compensador ZNCC y el SVC.

Considerando la ecuación (2), la potencia total aparente de Buchholz que suministra la red en el bus viene dada por:

$$S_T = 3\sqrt{(212.891^2 + 42.094^2 + 50.67^2)(26.237^2 + 39.341^2 + 0.00^2)}$$

$$= 31613.58 \text{ VA}$$

Comparando este valor con los anteriores, se observa que su valor sigue reduciéndose.

4.3. Calculo del compensador NSCC con conexión en estrella.

Las potencias reactivas de desequilibrio causadas por las tensiones de secuencia positiva y las corrientes de secuencia negativa vienen determinadas por las siguientes expresiones:

$$Q_{zF+}^- = V_{zn+} I_{zF-} \sin(\alpha_{zn+} - \beta_{zF-})$$

Donde sustituyendo los valores de las tablas 1 y 6 (con signo cambiado), se obtiene:

$$Q_{aF+}^- = 5565.414 \text{ var} \quad Q_{bF+}^- = 2637.477 \text{ var} \quad Q_{cF+}^- = -8202.891 \text{ var}$$

Sustituyendo ahora los valores de I_{zF-} y Q_{zF+}^- en (45), los valores de las reactancias del compensador NSCC son los siguientes:

$$X_{aF} = -2 \frac{-5565.414}{39.341^2} = 7.192 \Omega \quad \underline{X_{aF}} = 7.192 e^{j90.00} \Omega$$

$$X_{bF} = -2 \frac{-2637.477}{39.341^2} = 3.408 \Omega \quad \underline{X_{bF}} = 3.408 e^{j90.00} \Omega$$

$$X_{cF} = -2 \frac{8202.891}{39.341^2} = -10.60 \Omega \quad \underline{X_{cF}} = 10.60 e^{-j90.00} \Omega$$

Considerando las tensiones compuestas V_{zz} , donde $zz = \{ab, bc, ca\}$, y aplicando el método de las corrientes de mallas, se obtienen las corrientes que consume el compensador NSCC y son las siguientes:

$$\underline{I_{aF}} = 45.163 e^{-j39.644} \text{ A} \quad \underline{I_{bF}} = 31.884 e^{j76.923} \text{ A} \quad \underline{I_{cF}} = 42.051 e^{-j176.944} \text{ A}$$

Por lo tanto, las corrientes de línea que suministra la red en el bus después de incluir los tres compensadores vienen determinadas por:

$$\underline{I}_a + \underline{I}_{aW} + \underline{I}_{aP} + \underline{I}_{aF} = 33.996e^{-j5.014} \text{ A}$$

$$\underline{I}_b + \underline{I}_{bW} + \underline{I}_{bP} + \underline{I}_{bF} = 33.996e^{-j125.014} \text{ A}$$

$$\underline{I}_c + \underline{I}_{cW} + \underline{I}_{cP} + \underline{I}_{cF} = 33.996e^{j114.986} \text{ A}$$

La Figura 10 muestra la forma de onda de las corrientes de línea en cada fase obtenida de la simulación después de incluir la compensación total.

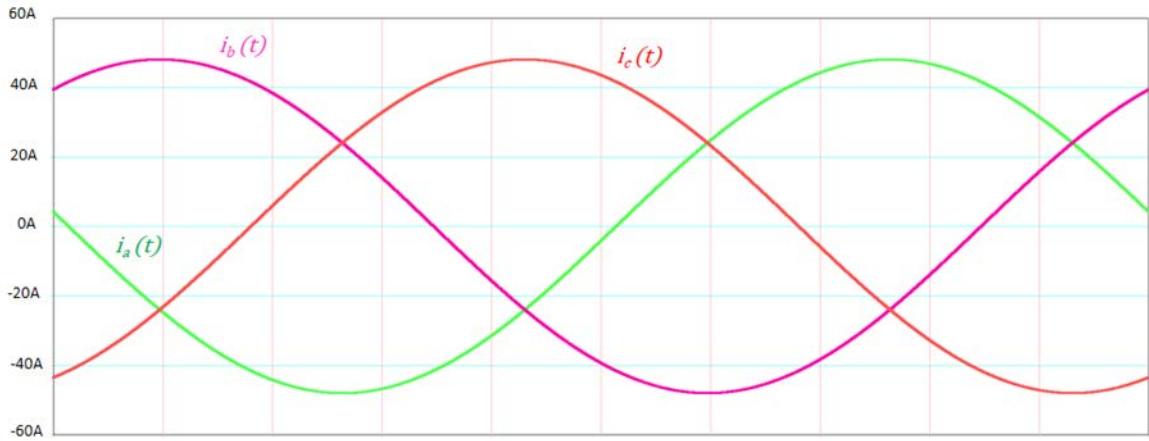


Figura 10. Corrientes de línea en el bus después de conectar los compensadores.

Se observa que después de la compensación obtenemos un sistema de corrientes de línea equilibrado. Estos mismos resultados pueden obtenerse uniendo los compensadores SVC y NSCC en una conexión en triángulo según la Figura 7. Utilizando las transformaciones de Kennelly-Rose de estrella a triángulo, y acoplándolos en paralelo se obtienen las reactancias del compensador “NSCC + SVC”, siendo éstas las siguientes:

$$X_{abc} = 11.011 \Omega \quad \underline{X}_{abc} = 11.011e^{j90.00} \Omega$$

$$X_{bcc} = -8.952 \Omega \quad \underline{X}_{bcc} = 8.952e^{-j90.00} \Omega$$

$$X_{cac} = -14.57 \Omega \quad \underline{X}_{cac} = 14.57e^{-j90.00} \Omega$$

En la Tabla 7 se comparan los valores de las potencias activas y reactivas antes y después de la compensación. Se observa que la red suministra una potencia activa positiva igual a la potencia activa que demanda la carga. Con ello se consigue la máxima eficiencia en la transferencia de energía eléctrica entre la red y la carga en el bus.

	P	Q	P_+	Q_+	P_-	Q_-	P_0	Q_0
Condición	(W)	(var)	(W)	(var)	(W)	(var)	(W)	(var)
Antes	21712.50	15826.50	22208.37	13847.63	2965.86	1390.06	-3461.73	624.81
Después	21712.50	0	21712.50	0	0	0	0	0

Tabla 7. Comparación de potencias, antes y después de la compensación total.

Considerando la ecuación (2), la potencia total aparente de Buchholz que suministra la red en el bus viene dada por:

$$S_T = 3\sqrt{(212.891^2 + 42.094^2 + 50.67^2) (34.996^2 + 0.00^2 + 0.00^2)} = 22728.17 \text{ VA}$$

Si comparamos el valor final de S_T con los valores anteriores, se observa que la potencia total aparente es prácticamente igual a la potencia activa total y la potencia activa de secuencia positiva. Esta pequeña diferencia es debida a las tensiones de secuencia negativa y homopolar que vienen impuestas por una red de potencia de cortocircuito infinita.

La Tabla 8 compara los resultados de las corrientes de línea que se han obtenido de nuestra propuesta, con otros métodos existentes y que se han citado en este trabajo. Se observa que las corrientes de línea que circulan en el bus o PCC después de la compensación, solo se equilibran cuando se utiliza el método de compensación propuesto. Además, se puede ver que estas corrientes están en fase con la tensión de secuencia positiva (ver tabla 1). Esto implica que su suma es cero. Luego, la secuencia negativa, las corrientes de secuencia cero y la componente reactiva de la corriente de secuencia positiva, se han eliminado en el bus. En el resto de los métodos, estas corrientes de línea todavía están desequilibradas, por lo tanto, no compensan las corrientes ineficientes. Obviamente, estos resultados son lógicos ya que las expresiones

utilizadas en cada uno de los otros métodos solo son válidas para sistemas trifásicos con tensiones equilibradas.

Método	I_a (A)		I_b (A)		I_c (A)	
	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo	Módulo	Angulo
Método propuesto	33.996	-5.014	33.996	-125.014	33.996	114.986
Método clásico (BRC)	36.438	7.389	37.814	-115.626	29.150	49.677
Leon [19]	39.527	-4.442	43.804	-102.403	11.226	91.381
Pana [23]	37.212	-0.121	32.645	-101.964	28.015	78.780

Tabla 8. Comparación del método propuesto con otros métodos existentes.

La Tabla 9 compara los valores de las corrientes de línea del sistema mostrado en la Figura 8, considerando que las tensiones en el bus están equilibradas, siendo el valor RMS de la tensión $V = 230$ V. En estas condiciones, se observa que el sistema de corrientes de línea resultante es equilibrado con cualquiera de los métodos utilizados, incluido el método propuesto por los autores. Por lo tanto, se demuestra que el método de compensación propuesto es válido para sistemas trifásicos con tensiones equilibradas y desequilibradas.

Método	I_a (A)		I_b (A)		I_c (A)	
	Modulus	Angle	Modulus	Angle	Modulus	Angle
Método propuesto	33.910	0	33.910	-120	33.910	120
Método clásico (BRC)	33.910	0	33.910	-120	33.910	120
Leon [19]	33.910	0	33.910	-120	33.910	120
Pana [23]	33.910	0	33.910	-120	33.910	120

Tabla 9. Comparación del método propuesto con otros métodos existentes con tensiones equilibradas.

5. CONCLUSIONES.

Los sistemas eléctricos con cargas y tensiones desequilibradas dan lugar a corrientes ineficientes: la corriente de secuencia negativa, la corriente de secuencia homopolar y la corriente reactiva positiva. Esto produce potencias ineficientes que hacen que se incremente la potencia total aparente que el generador o la red, debe suministrar en el PCC.

En este trabajo se ha considerado un sistema trifásico a 4 hilos, conectado a una red de potencia de cortocircuito infinita con tensiones y corrientes

desequilibradas. Se ha desarrollado una metodología para la compensación de la corriente homopolar mediante la conexión en paralelo de un circuito compensador (ZSCC). Este compensador está formado por reactancias. Para la determinación de dichos elementos se aporta una sencilla expresión analítica. Con ello se consigue que la red no suministre componente homopolar de la corriente en el PCC. Es decir, no circulará corriente por el cable neutro.

Con dicho compensador (ZSCC), junto con los desarrollados por estos autores en un trabajo anterior para sistemas a tres hilos, el de la componente inversa de la corriente (NSCC) y el de la componente reactiva positiva (SVC), proporcionan un procedimiento de compensación total de las potencias ineficientes debidas a las corrientes producidas por la carga. Con ello se consigue la máxima eficiencia en la transferencia de energía eléctrica entre la red y la carga situada aguas abajo del bus o PCC.

Se pone de manifiesto que la potencia activa que consume la carga permanece constante, mientras que la potencia reactiva tiene valor nulo. El valor de la potencia total aparente de Buchholz se ve disminuida de forma considerable en el PCC. Solo quedarán las ineficiencias debidas a las tensiones de secuencia negativa y homopolar que no son compensables de forma eficiente ya que son inherentes a la red.

Todo ello se consigue sin la necesidad de conocer la naturaleza y características de la carga, únicamente las tensiones y corrientes medidas en el PCC.

Las expresiones propuestas pueden utilizarse con filtros activos o híbridos a fin de salvar los inconvenientes propios de los filtros pasivos. Estos solo son útiles en instalaciones con un consumo bastante estacionario y necesitan de un escalonamiento de las reactancias de compensación al igual que los actuales SVC.

Finalmente, se desarrolla un caso práctico y se compara con tres de los métodos analizados para mostrar la simplicidad de la aplicación de la

metodología de compensación propuesta. Se analizan los resultados obtenidos en cada paso y el resultado final. Esto muestra que los modelos clásicos o el modelo basado en condensadores no están diseñados para funcionar correctamente en sistemas trifásicos de cuatro hilos con tensiones desequilibradas.

Por otro lado, el modelo propuesto en este artículo responde correctamente. Además, no se ve afectado por el tipo y características de la carga conectada aguas abajo, o aquellas conectadas aguas arriba. Esto se debe a que el modelo presentado es adaptable, en todo momento, a las tensiones y corrientes que la red presenta en el bus. Esto valida el modelo de compensación propuesto, destacando las contribuciones de este trabajo.

De los resultados obtenidos en este trabajo, cabe destacar, como futuras líneas de investigación, la extensión del modelo a sistemas no lineales y la integración con filtros activos o híbridos para superar los inconvenientes de los filtros pasivos.

Nomenclatura.

A continuación, se expone la nomenclatura utilizada en este trabajo:

f_{WG}	Fasor de desviación global de las corrientes.
f_{W+}	Fasor de desviación de la corriente de secuencia positiva.
f_{W-}	Fasor de desviación de la corriente de secuencia negativa.
f_{W0}	Fasor de desviación de la corriente de secuencia homopolar.
I_z	Corriente de línea en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
I_+	Corriente de secuencia positiva.
I_-	Corriente de secuencia negativa.
I_0	Corriente de secuencia homopolar.
I_{zL}	Corriente consumida por la carga en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
I_{zL+}	Corriente de secuencia positiva consumida por la carga en cada fase, $z = \{a, b, c\}$

I_{zL-}	Corriente de secuencia negativa consumida por la carga en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
I_{zL0}	Corriente de secuencia homopolar consumida por la carga en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
I_{zW}	Corriente consumida por el compensador ZSCC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
I_{zW+}	Corriente de secuencia positiva consumida por el compensador ZSCC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
I_{zW-}	Corriente de secuencia negativa consumida por el compensador ZSCC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
I_{zW0}	Corriente de secuencia homopolar consumida por el compensador ZSCC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
I_{zF-}	Corriente de secuencia negativa consumida por el compensador NSCC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
I_{zP-}	Corriente de secuencia negativa consumida por el compensador SVC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
P	Potencia activa.
P_+	Potencia activa de secuencia positiva.
P_-	Potencia activa de secuencia negativa.
P_0	Potencia activa de secuencia homopolar.
Q	Potencia reactiva.
Q_+	Potencia reactiva de secuencia positiva.
Q_-	Potencia reactiva de secuencia negativa.
Q_0	Potencia reactiva de secuencia homopolar.
Q_{zL+}	Potencia reactiva de secuencia positiva en cada fase de la carga, $z = \{a, b, c\}$
Q_{zL-}	Potencia reactiva de secuencia negativa en cada fase de la carga, $z = \{a, b, c\}$
Q_{zW+}	Potencia reactiva de secuencia positiva del compensador ZSCC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
Q_{zW-}	Potencia reactiva de secuencia negativa del compensador ZSCC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
Q_{zF+}	Potencia reactiva de secuencia positiva del compensador NSCC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
Q_{zF-}	Potencia reactiva de secuencia negativa del compensador NSCC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
Q_{zP+}	Potencia reactiva de secuencia positiva del compensador SVC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$

Q_{zn}^{zL}	Potencia reactiva de la carga debida a la tensión de fase y la corriente de línea de cada fase, $z = \{a, b, c\}$
Q_{zn}^{zL0}	Potencia reactiva de la carga debida a la tensión de fase y la corriente de línea de secuencia homopolar de cada fase, $z = \{a, b, c\}$
Q_{zn}^{zW}	Potencia reactiva del compensador ZSCC debida a la tensión de fase y la corriente de línea de cada fase, $z = \{a, b, c\}$
Q_{zn}^{zW+}	Potencia reactiva del compensador ZSCC debida a la tensión de fase y la corriente de línea de secuencia homopolar de cada fase, $z = \{a, b, c\}$
Q_{zn}^{zW-}	Potencia reactiva del compensador ZSCC debida a la tensión de fase y la corriente de línea de secuencia negativa de cada fase, $z = \{a, b, c\}$
Q_{zF+}^-	Potencia reactiva de desequilibrio del compensador NSCC debida a la tensión de fase y la corriente de línea de secuencia negativa de cada fase, $z = \{a, b, c\}$
S	Potencia aparente de la teoría clásica.
S_z	Potencia aparente de la teoría clásica en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
S_T	Potencia aparente de Buchholz.
S_+^-	Potencia aparente debida a la tensión de secuencia positiva y la secuencia negativa de la corriente de línea.
S_+^0	Potencia aparente debida a la tensión de secuencia positiva y la secuencia homopolar de la corriente de línea.
S_+^+	Potencia aparente debida a la tensión de secuencia negativa y la secuencia positiva de la corriente de línea.
S_-^0	Potencia aparente debida a la tensión de secuencia negativa y la secuencia homopolar de la corriente de línea.
S_0^+	Potencia aparente debida a la tensión de secuencia homopolar y la secuencia positiva de la corriente de línea.
S_0^-	Potencia aparente debida a la tensión de secuencia homopolar y la secuencia negativa de la corriente de línea.
V_{zn}	Tensión de fase, $z = \{a, b, c\}$
V_{z+}	Tensión de fase de secuencia positiva en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
X_{zW}	Reactancias del compensador ZSCC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
X_{zF}	Reactancias del compensador NSCC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$
X_{zP}	Reactancias del compensador SVC en cada fase, $z = \{a, b, c\}$

Referencias


1. Buchholz, F. Die drehstrom-scheinleistung bei ungleichmassiger belastung der drei zweige. *Licht und Kraft* 1922, 2, 9–11.
2. Fortescue, C.L. Method of symmetrical coordinates applied to the solution of poly-phase networks. In Proceedings of the 34th Convention on American Institute of Electrical Engineers, Atlantic City, NJ, USA, 28 June 1918.
3. Steinmetz, Ch.P., Theory and Calculation of Electrical Apparatur. New York, USA: McGraw-Hill, 1917.
4. Sainz, L.; Caro, M.; Caro, E. Analytical study of series resonance in power systems with the Steinmetz circuit. *IEEE Trans. Power Deliv.* 2009, 24, 2090–2099, doi:10.1109/TPWRD.2009.2028790..
5. Mayer, D; Kropik, P. New approach to symmetrization of three phase networks. *Int. J. Electr. Eng.* 2005, 56, 156–161.
6. Arendse, C.; Atkinson-Hope, G. Design of Steinmetz symmetrizer and application in unbalanced network. In Proceedings of the 45th International Universities Power Engineering Conference UPEC2010, Cardiff, Wales, UK, 31 August–3 September 2010.
7. Emanuel, A.E. On the definition of power factor and apparent power in unbalanced polyphase circuits with sinusoidal voltage and currents. *IEEE Trans. Power Deliv.* 1993, 8, 841–852, doi:10.1109/61.252612.
8. Willems, J.L. Reflections on apparent power and power factor in non-sinusoidal and polyphase situations. *IEEE Trans. Power Deliv.* 2004, 19, 835–840, doi:10.1109/TPWRD.2003.823182.
9. Pillay, P.; Manyage, M. Loss of life in induction machines operating with unbalanced supplies. *IEEE Trans. Energy Convers.* 2006, 21, 813–822, doi:10.1109/TEC.2005.853724.
10. Angarita, M.L.; Ramos, G.A. Power calculations in nonlinear and unbalanced conditions according to IEEE Std 1459–2010. In Proceedings of the 2013 Workshop on Power Electronics and Power Quality Applications (PEPQA), Bogota, Colombia, 6–7 July 2013; pp. 1–7, doi:10.1109/PEPQA.2013.6614957.
11. IEEE Standards Association. IEEE Standard Definition for the Measurement of Electric Power Quantities under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions. IEEE Std. 1459–2010; IEEE Standards Association: New York, NY, USA, 2010; pp. 1–50.

12. IEEE Std. 1159-2009. IEEE Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality Norma. IEEE Power & Energy Society Sponsored by the Transmission and Distribution Committee IEEE Standards Association: New York, NY, USA, 2019, pp. 1–98, doi:10.1109/IEEESTD.2019.8796486.
13. Asociación Española de Normalización y Certificación. Características de la tensión suministrada por las redes generales de distribución. UNE EN 50160: 2011/A1:2015. AENOR: Madrid, 2015; pp. 1-7.
14. Blasco, P.A.; Montoya-Mira, R.; Diez, J.M.; Montoya, R.; Reig, M.J. Compensation of Reactive Power and Unbalanced Power in Three-Phase Three-Wire Systems Connected to an Infinite Power Network. *Applied Sciences* 2020, 10, 1-16, doi:10.3390/app10010113.
15. Lee, S.Y.; Wu, C.J. On-line reactive power compensation schemes for unbalanced three-phase four wire distribution feeders. *IEEE Trans. Power Deliv.* 1993, 8, 1958–1965, doi:10.1109/61.248308.
16. Gyugyi, L.; Otto, R.A.; Putman, T.H. Principles and applications of static, thyristor-controlled shunt compensators. *IEEE Trans. Power Deliv.* 1978, 5, 1935–1945, doi:10.1109/TPAS.1978.354690.
17. De Oliveira, L.C.O.; Neto, M.C.B.; De Souza, J.B. Load compensation in four-wire electrical power systems. In *Proceedings of the 2000 International Conference on Power System Technology (Cat. No.00EX409)*, Perth, Australia, 4–7 December 2000; pp. 1575–1580, doi:10.1109/ICPST.2000.898206.
18. Erxia Li, Wanxing Sheng; Xiaojun Wang, Bin Wang. Combined compensation strategies based on instantaneous reactive power theory for reactive power compensation and load balancing. *2011 International Conference on Electrical and Control Engineering.* doi:10.1109/ICECENG.2011.6057765.
19. León-Martínez, V.; Montañana-Romeu, J. Representation of load imbalances through reactances. Application to working standards. In *Proceedings of the 2014 16th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)*, Bucharest, Romania, 25–28 May 2014; pp. 307–311, doi:10.1109/ICHQP.2014.6842894.
20. Czarnecki, L.S.; Haley, P.M. Unbalanced power in four-wire systems and its reactive compensation. *IEEE Trans. Power Deliv.* 2015, 30, 53–63, doi:10.1109/TPWRD.2014.2314599.
21. Czarnecki, L.S. Reactive and unbalanced currents compensation in three-phase asymmetrical circuits under nonsinusoidal conditions. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 1989, 38, 754–759, doi:10.1109/19.32187.

22. Czarnecki, L.S. Orthogonal decomposition of the currents in a 3-phase nonlinear asymmetrical circuit with a nonsinusoidal voltage source. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 1988, 37, 30–34, doi:10.1109/19.2658.
23. Pană, A.; Băloi, A.; Molnar-Matei, F. From the balancing reactive compensator to the balancing capacitive compensator. *Energies* 2018, 11, 1-24, doi:10.3390/en11081979.

Article

Unbalanced and Reactive Currents Compensation in Three-Phase Four-Wire Sinusoidal Power Systems

Rafael Montoya-Mira ¹, Pedro A. Blasco ¹, José M. Diez ^{1,*}, Rafael Montoya ¹ and Miguel J. Reig ²

¹ Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universitat Politècnica de València, Plaza Ferrandiz y Carbonell s/n, 03801 Alcoy, Spain; ramonmi@alumni.upv.es (R.M.-M.); pedblaes@die.upv.es (P.A.B.); rmontoya@die.upv.es (R.M.)

² Departamento de Ingeniería Mecánica y Materiales, Universitat Politècnica de València, Plaza Ferrandiz y Carbonell s/n, 03801 Alcoy, Spain; mjreig@mcm.upv.es

* Correspondence: jmdiez@die.upv.es; Tel: +34-966528452

Received: 24 January 2020; Accepted: 28 February 2020; Published: 4 March 2020



Abstract: In an unbalanced linear three-phase electrical system, there are inefficient powers that increase the apparent power supplied by the network, line losses, machine malfunctions, etc. These inefficiencies are mainly due to the use of unbalanced loads. Unlike a three-wire unbalanced system, a four-wire system has zero sequence currents that circulate through the neutral wire and can be compensated by means of compensation equipment, which prevents it from being delivered by the network. To design a compensator that works with unbalanced voltages, it is necessary to consider the interactions between it and the other compensators used to compensate for negative-sequence currents and positive-sequence reactive currents. In this paper, through passive compensation, a new method is proposed to develop the zero sequence current compensation equipment. The method does not require iteration algorithms and is valid for unbalanced voltages. In addition, the interactions between all compensators are analyzed, and the necessary modifications in the calculations are proposed to obtain a total compensation. To facilitate the application of the method and demonstrate its validity, a case study is developed from a three-phase linear four-wire system with unbalanced voltages and loads. The results obtained are compared with other compensation methods that also use passive elements.

Keywords: unbalanced power; reactive power; negative-sequence current; zero-sequence current; compensation

1. Introduction

Low voltage electrical systems usually operate unbalanced, especially in four-wire supply networks where three-phase and single-phase loads coexist. These imbalances are attributable to both the loads and the voltages; this imbalance manifests as an increase of the total apparent power with respect to the ideal power of a balanced system, which is characterised by the positive sequence active power. The difference with three-phase three-wire systems is that there exists a zero sequence of the line current or current flowing through the neutral wire. These unbalanced powers that appear can be studied from Buchholz's apparent power [1] expressed as a function of its symmetric components [2].

The first reactive power compensator was developed by Steinmetz in 1917 [3]. Subsequently research continued, until relatively recently, in the investigation of reactive compensation giving rise to several research papers (those worth mentioning include [4–6]). However, imbalances are responsible for increases in the total apparent power that the generator must deliver, increased line losses [7],

CAPITULO 5

**CONCLUSIONES Y TRABAJOS
FUTUROS**

5.1 CONCLUSIONES.

A continuación se presenta, como conclusiones finales, los siguientes comentarios:

En primer lugar, se ha completado la teoría de la potencia a partir del fasor de la potencia aparente de desequilibrio desarrollada por el Dr. Pedro A. Blasco Espinosa. Para ello se ha desarrollado el fasor de la potencia aparente de distorsión. De esta manera se tiene otro procedimiento para la obtención de las potencias totales que existen en un circuito. Mediante ejemplos prácticos se verifica que los valores de las potencias coinciden con las indicadas en la Norma IEEE 1459-2010 Std.

Este procedimiento es alternativo al desarrollado por la Norma, y en ningún caso intenta sustituirlo. Al incluir los armónicos de corriente y de tensión, ambos procedimientos, aunque sencillos, son “pesados” para resolverlos.

Actualmente el desarrollado en la Norma están implementados en la mayoría de los analizadores de redes, lo cual facilita mucho la cuantificación de las distintas potencias que consume una carga.

Las aportaciones realizadas en los artículos 2 y 3, quizás son más relevantes, ya que suponen un procedimiento de compensación de las corrientes ineficientes mediante compensadores pasivos que actualmente no existe, ya que los existentes solo son válidos para sistemas trifásicos alimentados con tensiones equilibradas. Este problema se resuelve actualmente con filtros activos.

Una exposición breve de las aportaciones que se hacen a la técnica actual sería la siguiente:

- Se ha presentado una metodología para la obtención de compensadores pasivos para la secuencia negativa de la corriente, de tal forma que evita que dicha corriente sea suministrada por la red (o el generador) en el bus. Esta metodología, es muy intuitiva y sencilla debido a su parecido con el procedimiento para la obtención del compensador estático de potencia reactiva (SVC).

A diferencia de las metodologías clásicas actuales (BRC), se diferencia en que es válido para cualquier régimen de sistemas de tensiones de alimentación, equilibrado o desequilibrado, siempre teniendo en cuenta solo la componente fundamental.

También es aplicable a sistemas de distribución a tres y cuatro hilos.

- En redes trifásicas a tres hilos solo es necesario la utilización del compensador de la secuencia negativa de la corriente al no existir la componente homopolar. Con su utilización, además de eliminar dicha corriente, se obtiene un sistema equilibrado de corrientes de secuencia positiva, con las ventajas que ello supone.
- Igualmente se ha desarrollado el procedimiento para calcular las reactancias que conforman el compensador pasivo para la secuencia homopolar de la corriente. Con la instalación de dicho compensador se evita que la red aporte la corriente homopolar que demanda la carga en el bus.

A diferencia de las metodologías actuales, este procedimiento es válido para cualquier régimen de sistemas de tensiones de alimentación, equilibrado o desequilibrado, siempre teniendo en cuenta solo la componente fundamental.

Evidentemente solo es aplicable a sistemas de distribución a cuatro hilos.

- Debido a que los compensadores interactúan entre ellos y con el compensador de la potencia reactiva, se ha desarrollado un procedimiento nuevo para calcular este último de forma que entre los tres eliminen todas las potencias eléctricas ineficientes debidas a la carga.

- Con lo cual, y con la metodología propuesta, se consigue la máxima disminución de las pérdidas en la línea de transmisión, al circular un sistema simétrico de secuencia directa de corrientes por la línea y, evidentemente, ninguna por el cable neutro. En otras palabras, en el bus el factor de potencia será la unidad.
- Otra ventaja a destacar es que se puede consumir toda la potencia definida por el interruptor de control de potencia de la instalación, en una sola de las fases, ya que la línea seguirá viendo la misma corriente por las tres fases sin que dispare el interruptor de control de potencia.
- Por último, también hay que indicar que los compensadores pasivos tienen algunos inconvenientes, como: solo son útiles en instalaciones con un consumo bastante estacionario, o hay que calcular los escalones idóneos para cada instalación, pueden presentar problemas de resonancia, etc. No obstante, esta metodología presentada puede ser de aplicación a los filtros activos o híbridos, con lo cual se pueden salvar estos inconvenientes.

Como resumen del procedimiento propuesto, se presenta un esquema simplificado de la metodología propuesta, paso a paso:

<p>MEDIDAS ELECTRICAS</p>	<p>Se obtienen las tensiones y corrientes en el bus. Se descomponen en componentes simétricas y se calcula la potencia reactiva de desequilibrio Q_z^{z0}, entre la tensión de fase y la corriente homopolar del bus de la misma fase.</p>
<p>CALCULO DEL COMPENSADOR HOMOPOLAR</p>	<p>Se aplica la expresión (25) del artículo 3, se hallan las corrientes del compensador y se calcula su corriente homopolar. Si el sistema de tensiones de alimentación es equilibrado, coincidirá con el valor la corriente homopolar de la carga con signo cambiado. En caso contrario se aplican las expresiones (24), (34) y (37) del artículo 3.</p>
<p>OBTENCION DE LAS NUEVAS CORRIENTES EN EL BUS</p>	<p>Se suman las corrientes que consume el compensador homopolar a las medidas inicialmente. Se descomponen en componentes simétricas y se obtienen las potencias reactivas de secuencia positiva Q_+ y negativa Q_-. Se verifica que ya no existe corriente homopolar en el bus.</p>

CALCULO DEL COMPENSADOR DE REACTIVA	Se aplican las expresiones (43) y (44) del artículo 3, y se obtienen las reactancias que conformarán el compensador (SVC). Por último, se calculan las corrientes que consumirá el compensador de la corriente reactiva positiva.
OBTENCION DE LAS NUEVAS CORRIENTES EN EL BUS	Se añaden las corrientes obtenidas a las anteriores y se vuelven a descomponer en componentes simétricas. Se calcula la potencia reactiva de desequilibrio Q_{z+}^{z-} , entre la tensión de secuencia positiva y la corriente de secuencia negativa que existe ahora en el bus.
CALCULO DEL COMPENSADOR DE NEGATIVA	Se aplica la expresión (45) y (46), y se obtienen las corrientes que consumirá el compensador de la secuencia negativa de la corriente de línea.
OBTENCION DE LAS NUEVAS CORRIENTES EN EL BUS	Se suman las corrientes obtenidas en el compensador de secuencia negativa a las anteriores, obteniendo el valor final de las corrientes de línea en el bus. Se verifica que no existen corrientes de secuencia negativa ni homopolar, así como tampoco potencia reactiva positiva total. Solo habrá un sistema simétrico de corrientes de línea de secuencia directa.

Tal y como se puede apreciar el procedimiento es sencillo y fácil de implementar en una sencilla hoja de cálculo, sin la necesidad de recurrir a software específico para su resolución.

5.2 FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN.

A tenor de lo expuesto en la presente tesis y como consecuencia de las conclusiones del apartado anterior, se considera que las líneas de trabajo que en el futuro pueden ser desarrolladas a partir de esta, son:

- El primer paso sería el estudio y análisis de los escalones de bobinas y condensadores para la modelización de los distintos compensadores, tal y como ocurre con los compensadores de la potencia reactiva actuales (SVC). Ello es debido a que dichos componentes tienen un valor nominal dado en el mercado, no existiendo de todos los valores necesarios para configurar los distintos compensadores.

- En casos de instalaciones con una cantidad considerable de corrientes armónicas, habría que analizar la interacción de dichos compensadores con los sintonizadores de las frecuencias armónicas predominantes o combinarlo con un filtro activo para las corrientes armónicas.
- Actualmente estamos trabajando en la modelización de los compensadores con elementos capacitivos solamente. Ello eliminaría las sobretensiones que aparecen en los transitorios cuando se conectan las bobinas. Además, existe una gran gama de estos elementos en el mercado.
- Por último, se ha observado que modificando el compensador de la secuencia homopolar, puede ayudar a eliminar, de forma total o parcial, la potencia reactiva que consume la carga. La novedad se presenta en que se utilizan elementos reactivos de la misma naturaleza que la potencia reactiva a compensar.

CAPITULO 6

REFERENCIAS

6.1 INTRODUCCIÓN

A continuación, se enumeran por orden alfabético, otras publicaciones que se han consultado durante la redacción de la presente tesis.

1. Alfonso, J. C., "Contribución a la mejora de los sistemas de medida basados en el IEEE Std 1459-2000". Tesis doctoral, Servicio de Publicaciones de la UPV, 2010.
2. ANSI/IEEE. "IEEE Recommended Practice for Electrical Power Distributions for Industrial Plants". Std 141. Piscataway, N.J.: ANSI/IEEE, 1993.
3. Bollen M. H. J., "Definitions of voltage unbalance". IEEE on Power Engineering Review. Nov. 2002, pp. 49-50. <http://dx.doi.org/10.1109/MPER.2002.1045567>.
4. Brekken T., N. Mohan, "A novel doubly-fed induction wind generator control scheme for reactive power control and torque pulsation compensation under unbalanced grid voltage conditions", Proceedings of the IEEE Power Electronics Specialists Conference, I.S.B.N. 0-7803-7754-0/03, 2003.
5. CENELEC, "Voltage characteristics of electricity supplied by public distribution systems", EN 50160. Bruxelles: CENELEC, 1999.
6. CENELEC, "Testing and measurement techniques – Power quality measurements methods, EN 6100-4-30. Bruxelles: CENELEC, 2003.
7. Chan T. F., Lai L. L., "Steady-State analysis and performance of a stand-alone three-phase induction generator with asymmetrically connect load impedances and excitation capacitances", IEEE Trans. on Energy Conversion, Vol. 16, Nº 4, pp. 327-333, Dec. 2001.
8. Chen J. H., W. Lee, M. Chen, "Using a static var compensator to balance a distribution system", IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 35, no. 2, pp. 298-304, Mar./Apr. 1999.
9. Ching Y. L., "Effects of Unbalanced Voltage on the Operation Performance of a Three-Phase Inductor Motor", IEEE Trans. on Energy Conversion, Vol. 14, Nº 2, June 1999.
10. CYME International T&D. Soluciones y software para sistema eléctricos de potencia. <http://www.cyme.com>. Software de análisis.
11. Czarnecki L. S., S. M. Hsu, "Thyristor controlled susceptances for balancing compensators operated under nonsinusoidal conditions", IEE Proceedings – Electric Power Applications, vol. 141, no. 4, pp. 177-185, Jul. 1994.
12. Czarnecki L. S., "Misinterpretations of some Power Properties of Electric Circuits", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 9, Nº 4, October 1994.
13. Czarnecki L. S., Hsu S. M., Ghen G., "Adaptative balancing compensator", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 10, Nº 3, pp. 1663-1669, Jul 1995.

14. Czarnecki L. S., "Budeanu and Fryze: two frameworks for interpreting power properties of circuits with nonsinusoidal voltages and currents", *Electrical Engineering*, Vol. 80, 1997, pp. 359-367.
15. Czarnecki L. S., "Physical Interpretation of the Reactive Power in Terms of the CPC Power Theory", *Electrical Power Quality and Utilisation, Journal*, Vol. XIII, n° 1, 2007, pp. 89-95.
16. Czarnecki L. S., Halley P. M., "Comments on "Physical Interpretation of the Reactive Power in Terms of CPC Power Theory Revised", *Electrical Power Quality and Utilisation, Journal* Vol. XVI, N° 2, 2013.
17. ETAP. Electrical Engineering Software. <http://etap.com/> Software de análisis.
18. Filipski, P. S., "Polyphase Apparent Power and Power Factor under Distorted Waveform Conditions", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 6, N° 3, July 1991.
19. Fraile J., "Electromagnetismo y circuitos eléctricos", Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, ISBN 84-7493-131-2.
20. Fryze, S. "Wirk, Blind, und Scheinleistung in elektrischen Stromkreisen mit nichtsinusförmigen Verlauf von Strom und Spannung". *Elektrotechnische Zeitschrift* Bd 53, 1932, n° 25, pp. 596-599.
21. Glover, J.D. and Sarma, M., "Power System Analysis and Design", PWS-Kent Publishing, Boston, 1995.
22. Green R. K., J.L. Bowen, M.W. Chen, "Calculation of Transmission Line Constants", Southwest IEEE Conference, conference paper, 1968.
23. IEEE, "IEEE Recommended Practice for Monitoring Electric Quality", Std 1159. Piscataway, N.J.: IEEE, 2009.
24. IEEE Power Engineering Society. Power System Analysis, Computing and Economics Committee. Distribution System Analysis Subcommittee. <http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders/index.html>.
25. Jeon S. J., "Considerations on a Reactive Power Concept in a Multiline System", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 21, n° 2, April 2006.
26. Jouane A, Benerjee B., "Assessment of voltage unbalance", *IEEE Trans. on Power Delivery*. Vol. 16-4, pp. 782-790, Oct. 2001.
27. Kersting W. H., "Distribution Feeder Line Models", *IEEE Transactions on Industry Applications*, 1995.
28. Kersting W. H., "Distribution System Modeling and Analysis", CRC Press, Boca Raton, FL, 2007, ISBN 0-8493-5806-X.
29. Lyon W. V., "Reactive power and unbalanced circuits", *Electrical World*, pp. 1417-1420. Jun 1920.

30. Page, C. H., "Reactive power in nonsinusoidal situation," IEEE Trans. On Instrumentation and Measurement, 1980, vol. 29, no. 4, pp. 420–423.
31. Pajíc S., Emanuel, A. E., "Modern Apparent Power Definitions: Theoretical Versus Practical Approach-The General Case", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 21, N° 4, October 2006.
32. Pillay P, Manyage M. "Definitions of voltage unbalance". IEEE on Power Engineering Review Magazine. Vol.21, pp. 50-51. May 2001. <http://dx.doi.org/10.1109/39.920965>.
33. Pillay P, Manyage M. "Loss of life in induction machines operating with unbalanced supplies". IEEE Trans. on Energy Conversion. Vol. 21, pp. 813-822. Dec 2006. <http://dx.doi.org/10.1109/TEC.2005.853724>.
34. PowerWorld Corporation: <http://www.powerworld.com>. Software de análisis.
35. PSpice. ORCAD. Software de análisis.
36. "Radial Distribution Analysis Package, (RDAP)". W, H, Power Consultants (WHPC), 2007. Software de análisis.
37. Sanchez-Herrera, M. R., Salmerón P., Litrán S., Vallés A., "Análisis de las definiciones de desequilibrio de tensión en los sistemas de potencia". Dyna Marzo-Abril 2012, Vol 87, nº 2, 198/203.
38. Salmerón P. Vázquez J. R., Herrea R. S., Litán S. P., "Discusión sobre la potencia reactiva y la potencia aparente en sistemas con desequilibrio y distorsión". XVII Reunión de grupos de investigación de ingeniería eléctrica, XVII RGIIE, Sevilla, 29 y 30 de marzo, 2007.
39. Seguí S. "Contribución a la mejora de la eficiencia y al ahorro energético en instalaciones eléctricas desequilibradas y lineales, con neutro". Tesis doctoral. Departamento de Ingeniería Electrónica de la Universidad Politécnica de Valencia, 2004.
40. Seipheltho T.E., Rens A.P.J, "On the assessment of voltaje unbalance", 14th IEEE International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP). Bergamo (Italy): IEEE 2010, p.1-6. ISBN 978-1-4244-7244-4.
41. Singh A. K., Singh G. K., Mitra R., "Some observations on Definitions of Voltage Unbalance", 39th North American Power Symposium (NAPS 2007), 2007.
42. Siddique A., Yadava G. S. Singh B. "Effects of Voltage Unbalance on Induction Motors", Conference Record of the 2004 IEEE International Symposium on Electrical Insulation, Indianapolis, IN USA, 19-22 September 2004.
43. Srinivas, M.S. "Distribution Load Flows". Proceedings of IEEE PES Winter Meeting, Vol.2, 2000, pp. 942-945.

44. Zhao C., Zhao X., "A New Method for Voltage Quality Evaluation Based on p-q-r Theory", 2004 International Conference on Power System Technology – POWERCON 2004, Singapore, 21-24 Novembre 2004.

