

# UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN DIFUSA PARA EL PROBLEMA DE ATRAQUE DE BARCOS

Flabio Gutiérrez S<sup>1\*</sup>, Edmundo Vergara M.<sup>\*\*</sup>, Mario Rodríguez M.<sup>\*\*\*</sup>, Federico Barber S.<sup>\*\*\*</sup>

\*Departamento de Matemática, Universidad Nacional de Piura – Perú.

\*\*Departamento de Matemática, Universidad Nacional de Trujillo – Perú.

\*\*\* Departamento de Sistemas Informáticos y Computación, Universidad Politécnica de Valencia - España,

## ABSTRACT

The Berth Allocation Problem (BAP) in a maritime terminal of containers is defined as the feasible berth allocation of incoming vessels. In this work a model of fuzzy optimization for the BAP continuous and dynamical is developed. It is assumed that the time of arrival of the vessels is imprecise, in the sense that the vessels arrive early or late until a permissible tolerance. To represent the imprecision in the arrival of the vessels fuzzy set are used. For the solution of the model the  $\alpha$ -cut method is applied. The proposed model has been coded in CPLEX and it has been evaluated for different instances. The obtained results show that the proposed model is useful to the managers of a maritime terminal of containers since they have at hand some berth plans with different degrees of earliness and delay allowed, optimized with regard to the waiting time and with the feature that, while greater the possibility of earliness or delay of a vessel is, a berth time is assigned to it supporting that possibility.

**KEYWORDS:** Berth allocation problem, fuzzy linear programming, container terminals model

**MSC:** 90C70, 90C90

## RESUMEN

El problema de asignación de atraques (BAP) en un terminal marítimo de contenedores se define como la asignación factible de atraques a los barcos entrantes. En este trabajo, se desarrolla un modelo de optimización difusa para el BAP continuo y dinámico. Se asume que el tiempo de llegada de los barcos es impreciso, en el sentido que los barcos pueden adelantarse o retrasarse hasta una tolerancia permitida. Se utilizan conjuntos difusos para representar la imprecisión en la llegada de los barcos. Para la solución del modelo se aplica el método de  $\alpha$ -corte. El modelo propuesto ha sido codificado en CPLEX y evaluado en diferentes instancias. Los resultados obtenidos muestran que el modelo propuesto puede ayudar a los administradores de un terminal marítimo de contenedores, pues tiene a su disposición planes de atraque con diferentes grados de adelanto y retraso permitido, optimizados respecto al tiempo de espera. Con la característica que, a más posibilidad de adelantarse y retrasarse de un barco, se le otorga un tiempo de atraque que soporta esa posibilidad.

## 1. INTRODUCCIÓN

Aproximadamente el 80% del mercado global se lleva a cabo a través del mar [3], mayormente es transportado en contenedores, que son grandes cajas de metal con medidas estándar en múltiplos de 20 pies llamado "twenty-foot equivalent units" (TEU). El volumen del comercio en contenedores en el 2012 fue de 155 millones de TEUs [15]. Los terminales portuarios que manejan contenedores son llamados terminales marítimos de contenedores (TMC), estos tienen diferentes y más complejas operaciones que los puertos de pasajeros o los puertos de carga y descarga a granel. Un TMC generalmente sirve como zona de transbordo entre barcos y vehículos terrestres (trenes o camiones). Los TMC son sistemas abiertos con tres áreas diferenciadas (Figura 1): el área de atraque, donde los barcos son atracados para el servicio (cargar o descargar contenedores); el patio de almacenamiento, donde los contenedores se almacenan temporalmente mientras esperan a ser exportados o importados; y el área de recepción y entrega, que conecta el terminal de contenedores con el sistema de transporte al interior de un país (abastecimiento para la exportación o distribución en caso de importación). Cada uno de ellos presenta diferentes problemas de planificación y scheduling para ser optimizados [19], por ejemplo, la asignación de atraques, asignación de las grúas del muelle, planificación de la estiba, deben ser gestionados en el área de atraque; el problema de apilamiento de contenedores, las operaciones de transporte horizontal,

<sup>1</sup> [flabio@unp.edu.pe](mailto:flabio@unp.edu.pe), [evergara@unitru.edu.pe](mailto:evergara@unitru.edu.pe) { [mrodriguez](mailto:mrodriguez), [fbarber](mailto:fbarber) }@dsic.upv.es.

deben llevarse a cabo en el patio de contenedores. En este trabajo se aborda el problema de asignación de atraques, también conocido como BAP (Berth Allocation Problem), un problema NP-duro de optimización combinatoria [11], que consiste en asignar a cada barco entrante una posición de atraque en el muelle. Una vez que el barco llega al puerto, entra en tiempo de espera para atracar en el muelle. El muelle, es una plataforma que sobresale en el agua para facilitar la carga y descarga de mercancías. Los administradores de los TMC se enfrentan a dos decisiones relacionadas: *donde* y *cuando* los barcos deben atracar. Los tiempos reales de la llegada de los barcos son bastante inciertos, esta incertidumbre depende por ejemplo, de las condiciones meteorológicas (vientos, tormentas), problemas técnicos, otros terminales que el barco tiene que visitar u otras razones. Los barcos pueden llegar antes o después de su tiempo de llegada prevista [2, 10], sólo la mitad de los barcos llega a tiempo [4]. Esto tiene efectos en las operaciones de carga y descarga, otras actividades del terminal, y por tanto, en los servicios requeridos por el cliente. Los administradores de los TMC cambian o revisan los planes, pero una revisión frecuente del plan de atraque no es deseable desde el punto de vista de la planificación de recursos [5]. Por lo tanto, la capacidad de adaptación del plan de atraque es importante para la buena performance del sistema que maneja un TMC. Como resultado, el posible adelanto o retraso en la llegada de los barcos, debe considerarse al hacer un plan de atraque. Hay varios tipos de incertidumbre, como la aleatoriedad, imprecisión (ambigüedad, vaguedad), la confusión. Varios tipos de incertidumbre puede ser categorizados como estocásticos o difusos [21]. Los conjuntos difusos están especialmente concebidos para hacer frente a la imprecisión.



Figura 1: Terminal marítimo de contenedores en el puerto de Valencia

En este trabajo se presenta un modelo difuso para el BAP continuo y dinámico. Se asume que el tiempo de llegada de los barcos es impreciso, en el sentido que los barcos pueden adelantarse o retrasarse en su llegada. Esto puede ayudar a los decisores, pues el modelo permite obtener planes de atraque con diferente grado de precisión (imprecisión) en las llegadas y optimizado respecto al tiempo de espera.

El artículo se estructura de la siguiente forma. En la Sección 2 se presenta una revisión de la literatura relacionada con el BAP con imprecisión. Posteriormente, en la Sección 3, se describe los conceptos básicos de lógica difusa y optimización con recursos difusos. En la Sección 4 se propone el modelo de programación lineal difuso para el problema de asignación de atraques con imprecisión en la llegada de los barcos, cuya solución se presenta en la sección 5. Seguidamente, en la Sección 6, se evalúan los resultados obtenidos con el modelo. Por último, se presentan las conclusiones y las líneas futuras de investigación.

## 2. REVISION DE LA LITERATURA

Hay varios atributos para clasificar los modelos relacionados con el BAP [1], los más importantes son: el espacial y el temporal. El atributo espacial puede ser discreto o continuo. Para el caso discreto, el muelle es visto como un conjunto finito de atraques, donde cada atraque se describe por segmentos de longitud fija, usualmente, un atraque solo sirve a un barco a la vez; para el caso continuo, los barcos pueden atracar en posiciones arbitrarias dentro de los límites del muelle. El atributo temporal puede ser estático o dinámico. Para el caso estático, se asume que todos los barcos están en el puerto antes de realizar el plan de atraque; en el caso dinámico, los barcos pueden llegar al puerto en diferentes tiempos durante el horizonte de planificación. En [1, 18] los autores hacen una exhaustiva revisión de la literatura existente sobre el BAP. Hasta donde se conoce, hay muy pocos estudios que traten el BAP con datos imprecisos (difusos). En [17] se puede encontrar estudios con entornos deterministas y difusos para la distribución de contenedores. Los autores desarrollaron un

modelo de programación binaria con parámetros difusos. Las distancias entre el muelle y la zona de terminales, el número de contenedores en un barco que ha llegado y la estimación del área disponible en cada terminal en un puerto, fueron asumidos en una condición imprecisa. La imprecisión está representado con números difusos trapezoidales. El objetivo es minimizar la distancia total recorrida por los contenedores desde el barco hasta la zona de terminales que les fueron asignados. El problema de asignación de atraques es tratado como un BAP discreto y estático y no consideran imprecisión en la llegada de los barcos.

Un modelo MILP (Mixed Integer Linear Programming) difuso para el BAP discreto y dinámico fue propuesto en [14]. Los tiempos de llegada de los barcos están representados por números difusos triangulares. Se presenta el modelo y el diseño de un método de solución basada en MILP paramétrica, aunque no se muestra su evaluación. En el modelo anterior, no tratan el BAP continuo, según Bierwirth [1], para el diseño de un modelo continuo, la planificación del atraque es más complicada que para un diseño discreto, pero se tiene la ventaja de mejor uso del espacio del muelle.

En [6], se propuso un modelo MILP difuso para el BAP continuo y dinámico. El modelo solo contempla posibles retrasos, pero no la posibilidad de adelantarse. En este trabajo se propone un modelo MILP difuso para el BAP **continuo** y **dinámico**. Suponemos que los barcos pueden retrasarse o adelantarse un cierto tiempo tolerable o permitido. Esta tolerancia se representa con un conjunto difuso con función de pertenencia de tipo triangular.

### 3. PRELIMINARES

Los conjuntos difusos ofrecen un entorno flexible para optimizar sistemas complejos. A continuación se presenta algunos conceptos necesarios en el planteamiento de este trabajo.

#### 3.1 Conjuntos difusos

**Definición 1.** Sea  $X$  el universo de discurso, un conjunto difuso  $\tilde{A}$  en  $X$  es un conjunto de pares:  $\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)), x \in X\}$  donde  $\mu_{\tilde{A}}: X \rightarrow [0,1]$  es llamada función de pertenencia,  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  representa el grado en que  $x$  pertenece al conjunto  $\tilde{A}$ .

En este trabajo se utiliza los conjuntos difusos definidos en el conjunto de los números reales,  $\mathbb{R}$ . Una función de pertenencia puede ser triangular, trapezoidal, sigmoideal, cuadrático, etc.

**Definición 2.** Un conjunto difuso  $\tilde{A}$  en  $\mathbb{R}$  es normal si  $\max_x \mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ .

**Definición 3.** El conjunto difuso  $\tilde{A}$  en  $\mathbb{R}$  es convexo, si y sólo si, la función de pertenencia de  $A$  satisface la desigualdad  $\mu_{\tilde{A}}(\beta x_1 + (1 - \beta)x_2) \geq \min[\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)]$ ,  $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ,  $\beta \in [0, 1]$ .

**Definición 4.** Un número difuso es un conjunto difuso normal y convexo en  $\mathbb{R}$ .

**Definición 5.** Un número difuso triangular (NDT) (Figura 2) se representa por  $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3)$  y su función de pertenencia se define como sigue:

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq a_1, \quad x \geq a_3 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & \text{si } a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{x - a_3}{a_2 - a_3}, & \text{si } a_2 \leq x \leq a_3 \end{cases}$$

**Definición 6.** Sea  $\tilde{a}$  un conjunto difuso y un número real  $\alpha \in [0,1]$ . Se llama  $\alpha$ -corte de  $\tilde{a}$ , al conjunto clásico  $a_\alpha = \{x: \mu_{\tilde{a}}(x) \geq \alpha, x \in \mathbb{R}\}$ .

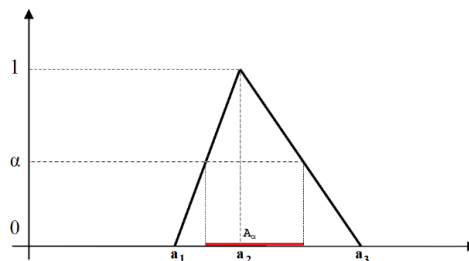


Figura 2: Número difuso triangular, con su correspondiente  $\alpha$ -corte.

Al concepto de  $\alpha$ -corte también se le llama conjunto de nivel (umbral)  $\alpha$ . Este concepto permite un enfoque muy interesante de la teoría de conjuntos difusos, ya que la familia formada por los  $\alpha$ -cortes contiene toda la información sobre el conjunto difuso. El  $\alpha$ -corte es quizás el concepto más importante de los conjuntos difusos, porque mediante el ajuste del valor, se puede determinar el rango o conjunto de valores que satisfacen un determinado grado de pertenencia o compatibilidad (presunción, certeza, son otras expresiones utilizadas, o expresado de otra manera el nivel de satisfacción, precisión del resultado o robustez del modelo. Si se considera

el conjunto difuso con función de pertenencia de tipo triangular  $\tilde{\alpha} = (a_1, a_2, a_3)$  de la Figura 3, entonces  $\alpha_\alpha = [a_1 + \alpha(a_2 - a_1), a_3 - \alpha(a_3 - a_2)]$ .

### 3.2 Distribuciones de posibilidad

La ambigüedad se puede representar con distribuciones de posibilidad [20]. Estas distribuciones permiten formalizar de manera muy fidedigna gran cantidad de situaciones en la que se estiman magnitudes localizadas en el futuro. La medida de posibilidad de un evento puede ser interpretado como el grado de posibilidad de su ocurrencia en virtud de la distribución de posibilidad, que son números difusos. Entre los diversos tipos de distribuciones, la triangular y la trapezoidal son los más comunes en la solución de problemas de programación matemática posibilística. Dado un NDT  $\tilde{\alpha} = (a_1, a_2, a_3)$ , o distribución de posibilidad triangular,  $a_2$  es el valor con más posibilidad de ocurrencia,  $a_1$  y  $a_3$  son los valores límite inferior y superior permitidos, respectivamente (Figura 2). Estos valores pueden interpretarse como el más pesimista y el más optimista, según el contexto.

### 3.3 Programación matemática difusa

La programación matemática difusa es de gran ayuda para manejar situaciones en un problema de optimización que incluye parámetros imprecisos [13]. Hay diferentes enfoques para la programación matemática difusa dependiendo del tipo de imprecisión en los parámetros del modelo a optimizar. La programación difusa trata con parámetros vagos [8, 16]. Por otra parte, la programación posibilística trata la ambigüedad, es decir, los datos disponibles se conocen exactamente aunque estos datos pueden variar dentro de un límite de tolerancia. En este caso, los parámetros se consideran como números difusos asociados con distribuciones de posibilidad [9, 12].

## 4. MODELO BAP DIFUSO CON IMPRECISIÓN EN LA LLEGADA DE LOS BARCOS

En esta sección, se presenta un modelo difuso para el BAP continuo y dinámico. Se inicia presentando la notación de los principales parámetros que se utilizarán en el modelo (Figura 3):

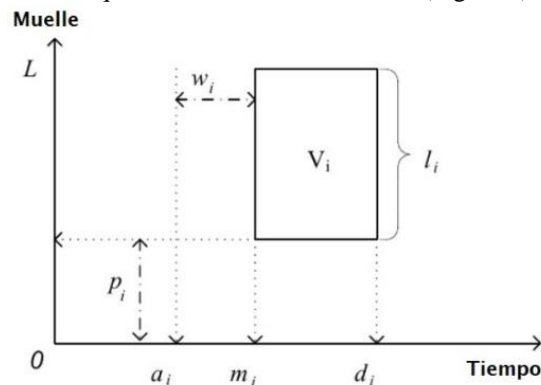


Figura 3: Representación de un barco de acuerdo al tiempo y posición.

$L$ : longitud total del muelle del TMC;  $H$ : horizonte de planificación.  $V$ : el conjunto de barcos entrantes. Los datos del problema para cada barco  $i \in V$  están dadas por:  $a_i$ : tiempo de llegada al puerto;  $w_i = m_i - a_i$ , tiempo de espera del barco desde que llega hasta que atraca;  $l_i$ : longitud del barco;  $h_i$ : tiempo de estancia del barco en el lugar de atraque (tiempo de servicio). Con estos datos, se deben decidir las variables:

$m_i$ : Tiempo de atraque del barco;  $p_i$ : Posición donde será atracado el barco.

El tiempo de partida del barco  $d_i$  dependerá de  $m_i$  y  $h_i$ . La posición de atraque  $p_i$  se determinará de acuerdo a la longitud de barco. Además se tiene en cuenta las siguientes suposiciones: Toda la información relativa a los barcos en espera se conoce de antemano, cada barco tiene un calado menor o igual que el muelle, el momento del atraque y desatraque no consume tiempo, está permitido el atraque simultáneo, no se considera distancia de seguridad entre los barcos.

El objetivo es distribuir los barcos, minimizando el tiempo total de espera  $T_w = \sum_{i \in V} (m_i - a_i)$ , cumpliendo ciertas restricciones: el tiempo de atraque debe ser al menos el mismo que el tiempo de llegada:  $m_i \geq a_i$ , hay suficiente espacio contiguo en el muelle para atracar la embarcación:  $p_i + l_i \leq L$ . Se asume que el tiempo de llegada de un barco es ambigua (imprecisa), en el sentido que los barcos pueden adelantarse o retrasarse hasta una cierta tolerancia permitida. La llegada de cada barco se representa con una distribución de posibilidad triangular (Figura 2)  $\tilde{\alpha} = (a_1, a_2, a_3)$ , para indicar que, posiblemente la llegada sea en  $a_2$ , pero no antes de  $a_1$ , ni después de  $a_3$ . En la Figura 4 se muestran las distribuciones de posibilidad en forma triangular para la llegada de

tres barcos. Por ejemplo, para el barco 1, la llegada de mayor posibilidad es a las 2 a.m., pero no será antes de la 1 a.m., ni después de las 4 a.m.

Formalmente, la imprecisión en la llegada de los barcos se representa por un NDT  $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3)$ . Con la posibilidad de adelanto o retraso en las llegadas y en base al modelo determinista [7], se propone un modelo difuso para manejar la imprecisión.

$$\begin{aligned} \text{mín } \sum_{i \in V} (m_i - \tilde{a}_i) * \text{Prioridad}_i \\ \text{Sujeto a:} \end{aligned} \quad (2)$$

$$m_i \geq \tilde{a}_i \quad \forall i \in V \quad (3)$$

$$p_i + l_i \leq L \quad \forall i \in V \quad (4)$$

$$p_i + l_i \leq p_j + M(1 - z_{ij}^x) \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (5)$$

$$m_i + h_i \leq H \quad \forall i \in V \quad (6)$$

$$m_j - (m_i + h_i) + M(1 - z_{ij}^y) \geq T(\tilde{a}_i) \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (7)$$

$$z_{ij}^x + z_{ji}^x + z_{ij}^y + z_{ji}^y \geq 1 \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (8)$$

$$z_{ij}^x, z_{ij}^y \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (9)$$

donde  $z_{ij}^x$  es una variable de decisión que indica si el barco  $i$  está localizado a la izquierda del barco  $j$  en el atraque ( $z_{ij}^x = 1$ ),  $z_{ij}^y = 1$  indica que el tiempo de atraque del barco  $i$  está antes que el del barco  $j$ .  $M$  es una constante entera grande. La restricción (7), obliga que un barco  $j$  que atraca después del barco  $i$ , su tiempo de atraque  $m_j$  incluya el tiempo  $T(\tilde{a}_i)$  de adelanto y retraso que se le puede tolerar a la llegada del barco  $i$ , esto es la interpretación de la desigualdad en (7) así como en (3).

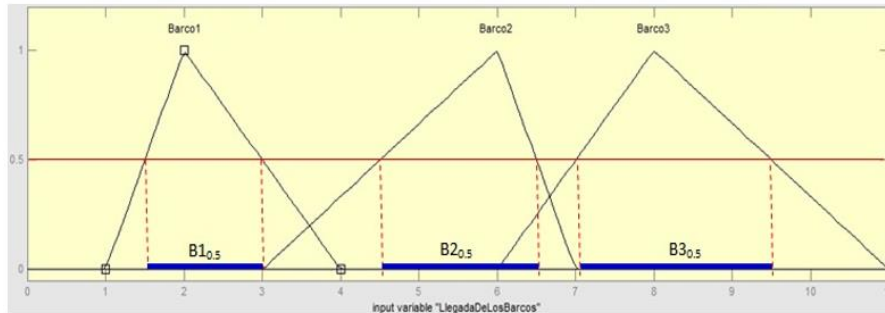


Figura 5: Distribuciones de posibilidad triangulares para la llegada de tres barcos y sus  $\alpha$ -cortes, con  $\alpha=0.5$ .

El modelo (2)-(9) representa a un problema de programación lineal entero mixto difuso, cuyo método de solución se presenta en las siguiente sección.

## 5. SOLUCIÓN DEL MODELO BAP DIFUSO

De acuerdo a la sección previa la llegada imprecisa de un barco se representa con el NDT  $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3)$  con  $\alpha$ -corte correspondiente  $a_\alpha = [a_1 + \alpha(a_2 - a_1), a_3 - \alpha(a_3 - a_2)]$  que representa el intervalo de tiempo que se permite o tolera en la llegada de un barco, para un grado de precisión  $\alpha$ . El tamaño de este intervalo  $T(\alpha) = (1 - \alpha)(a_3 - a_1)$  debe ser tomado en cuenta en el tiempo de atraque del barco que atracará después. Se puede observar que para el valor  $\alpha$ , el adelanto permitido es  $Ta(\alpha) = (1 - \alpha)(a_2 - a_1)$ , el retraso permitido es  $Tr(\alpha) = (1 - \alpha)(a_3 - a_2)$ , así  $T(\alpha) = Ta(\alpha) + Tr(\alpha)$ . En la Figura 4, se muestra los  $\alpha$ -cortes  $B1_{0.5}$ ,  $B2_{0.5}$  y  $B3_{0.5}$  para la llegada de tres barcos, con un nivel de corte  $\alpha=0.5$ .

Utilizando los  $\alpha$ -cortes como método de desfuzzificación a la llegada difusa de los barcos, una solución al modelo BAP difuso se obtiene del modelo paramétrico MILP (10)-(16)

$$\begin{aligned} \text{mín } \sum_{i \in V} (m_i - (a_1 + \alpha(a_2 - a_1))) * \text{Prioridad}_i \\ \text{Sujeto a:} \end{aligned} \quad (10)$$

$$m_i \geq (a_1 + \alpha(a_2 - a_1)) \quad \forall i \in V \quad (11)$$

$$p_i + l_i \leq L \quad \forall i \in V \quad (12)$$

$$p_i + l_i \leq p_j + M(1 - z_{ij}^x) \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (13)$$

$$m_j - (m_i + h_i) + M(1 - z_{ij}^y) \geq T_i(\alpha) \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (14)$$

$$z_{ij}^x + z_{ji}^x + z_{ij}^y + z_{ji}^y \geq 1 \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (15)$$

$$z_{ij}^x, z_{ij}^y \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (16)$$

El horizonte de planificación está dado por  $H = \sum_{i \in V} h_i + \max_{i \in V} a_{3i}$ .

En el modelo anterior el valor de  $\alpha$  es el grado de precisión permitido en el tiempo de llegada de los barcos. Para cada  $\alpha \in [0,1]$ , y para cada barco  $i$ , se calculan los tiempos de tolerancia permitidos  $T$ . La solución del modelo proporciona planes de ataque que soporten un grado de precisión indicado por el decisor. Por ejemplo, si se tiene el tiempo de llegada difuso  $(a_1, a_2, a_3)=(22, 32,47)$ , para  $\alpha = 0.6$ , el adelanto permitido es  $Ta(0.6)=(1-0.6)(32-22)=4$ , el retraso permitido es  $Tr(0.6)=(1-0.6)(47-32)=6$ , y la tolerancia total permitida es  $T(0.6)=10$ .

Cuanto menor sea el valor  $\alpha$ , menor es la precisión, es decir, mayor será el tamaño del intervalo de tiempo permitido en la llegada de cada barco. Por lo tanto, el plan de ataque incrementa su capacidad para soportar adelantos y retrasos, pero la función objetivo que minimiza el tiempo de espera se incrementa.

La solución del problema paramétrico anterior proporciona un plan de ataque con precisión  $\alpha$ , en términos de adelantos  $Ta(\alpha)$  y retrasos  $Tr(\alpha)$ . Por ejemplo, para  $\alpha=0, 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 0.9$ , se admite retrasos y adelantos, mientras que si  $\alpha = 1$ , las llegadas de los barcos se consideran puntuales.

## 6. EVALUACIÓN

En esta sección, se evalúa los resultados proporcionados por el método descrito en la sección anterior. Los experimentos fueron realizados en 50 instancias, que consisten de 8 barcos con una distribución uniforme en los tiempos de llegada imprecisos. Todas las instancias tienen las mismas características de los barcos (tiempo de servicio y longitud), así como el tiempo de llegada con mayor posibilidad  $a_2$ . Pero, todas las instancias tienen diferentes valores para el mínimo y máximo tiempo de llegada permitido,  $a_1$  y  $a_3$  respectivamente. La longitud del muelle es  $L=700$ . Por facilidad, la prioridad se ha considerado 1 en todos los casos. El método ha sido codificado y resuelto en forma óptima en CPLEX. Las instancias fueron resueltas en una computadora personal equipada con un Core (TM) i5 - 4210U CPU 2.4 Ghz con 8.00 Gb RAM. Los experimentos se llevaron a cabo con un "timeout" (tiempo de espera) de 60 minutos.

Para el reporte de los datos, se utilizan los parámetros siguientes:  $m1_i$ : Tiempo de ataque mínimo permitido,  $m2_i$ : Tiempo de ataque óptimo,  $m3_i$ : Tiempo de ataque máximo permitido,  $ta_i$ : Tiempo de adelanto permitido,  $tr_i$ : Tiempo de retraso permitido,  $d1_i$ : Tiempo de salida mínimo permitido,  $d2_i$ : Tiempo de salida óptimo,  $d3_i$ : Tiempo de salida máximo permitido.

Una instancia se muestra en el cuadro 1. En la Figura 5 se muestra las funciones de pertenencia para la llegada de los barcos de la instancia. Por ejemplo, el barco V1 debe llegar a 8 unidades de tiempo, pero puede llegar 4 unidades o retrasarse hasta 34.

El valor de  $\alpha$ , representa el grado de precisión permitido en la llegada de los barcos;  $\alpha=1$  significa una llegada exacta, es decir, no se tolera adelantos y retrasos; mientras que  $\alpha = 0$  es la mayor ausencia de precisión (imprecisión) permitida.

Para cada una de las instancias y para cada uno de los barcos, considerando once grados de precisión ( $\alpha = 0, 0.1, \dots, 1$ ), se generaron 11 planes de ataque.

Barcos	a1	a2	a3	h	l
V1	4	8	34	121	159
V2	0	15	36	231	150
V3	18	32	50	87	95
V4	9	40	46	248	63
V5	32	52	72	213	219
V6	55	68	86	496	274
V7	62	75	90	435	265
V8	45	86	87	146	94

Cuadro 1: Ejemplo de una instancia de ocho los barcos.

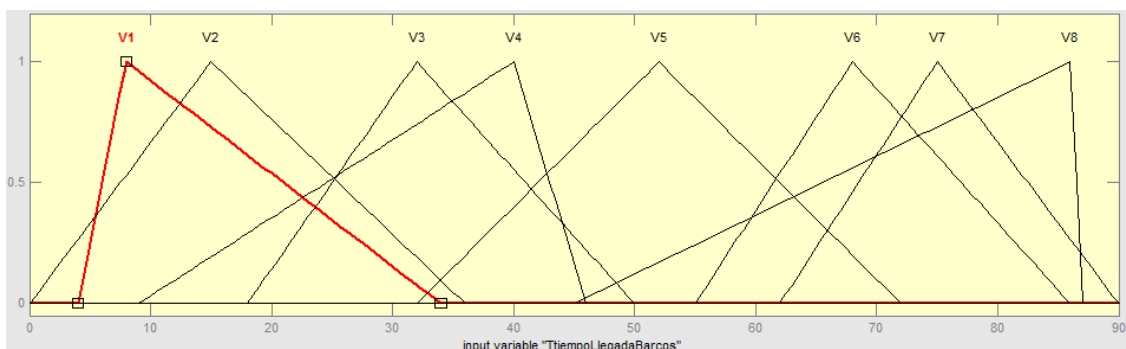


Figura 5: Llegada imprecisa de los barcos de la instancia del cuadro 1.

Barcos	$\alpha = 1$									$\alpha = 0.5$						$\alpha = 0.0$								
	ta	tr	m1	m2	m3	d1	d2	d3	ta	tr	m1	m2	m3	d1	d2	d3	ta	tr	m1	m2	m3	d1	d2	d3
V1	0	0	8	8	8	129	129	129	2	13	6	8	21	127	129	142	4	26	4	8	34	125	129	155
V2	0	0	15	15	15	246	246	246	7.5	10.5	7.5	15	25.5	239	246	256.5	15	21	0	15	36	231	246	267
V3	0	0	32	32	32	119	119	119	7	9	25	32	41	112	119	128	14	18	18	32	50	105	119	137
V4	0	0	40	40	40	288	288	288	15.5	3	24.5	40	43	273	288	291	31	6	9	40	46	257	288	294
V5	0	0	52	52	52	265	265	265	10	10	42	52	62	255	265	275	20	20	32	52	72	245	265	285
V6	0	0	246	246	246	742	742	742	6.5	9	256.5	263	272	753	759	768	13	18	267	280	298	763	776	794
V7	0	0	265	265	265	700	700	700	6.5	7.5	275	281.5	289	710	717	724	13	15	285	298	313	720	733	748
V8	0	0	119	119	119	265	265	265	20.5	0.5	128	148.5	149	274	295	295	41	1	137	178	179	283	324	325

Cuadro 2: Tres planes de ataque para la instancia del cuadro 1.

Como un ejemplo ilustrativo, para la instancia del Cuadro 1, tres planes de ataque diferentes se muestran en el Cuadros 2 y en forma gráfica en la Figura 6. Estos planes fueron obtenidos, variando el valor de  $\alpha \in \{0, 0.5, 1.0\}$ . Para  $\alpha = 1$ , en todos los barcos los adelantos y retrasos son  $ta = 0$  y  $tr = 0$ , respectivamente, es decir, no se permite adelantos y retrasos en la llegada de los barcos (parte superior de la Figura 6). En la mayoría de los casos, si un barco se retrasa en llegar respecto a su tiempo preciso, este plan deja de ser válido. Por ejemplo, el barco V3 tiene un tiempo de ataque  $m2=32$  y tiempo de salida  $d2=119$ , si este barco se atrasa, el barco V8 no puede atracar en su tiempo asignado  $m2=119$ , y el que le sigue a este, el barco V7 tampoco puede atracar en su tiempo asignado  $m2=265$ . Para un número mayor de barcos (como es en la realidad), el retraso de los barcos complica aún más los planes de ataque.

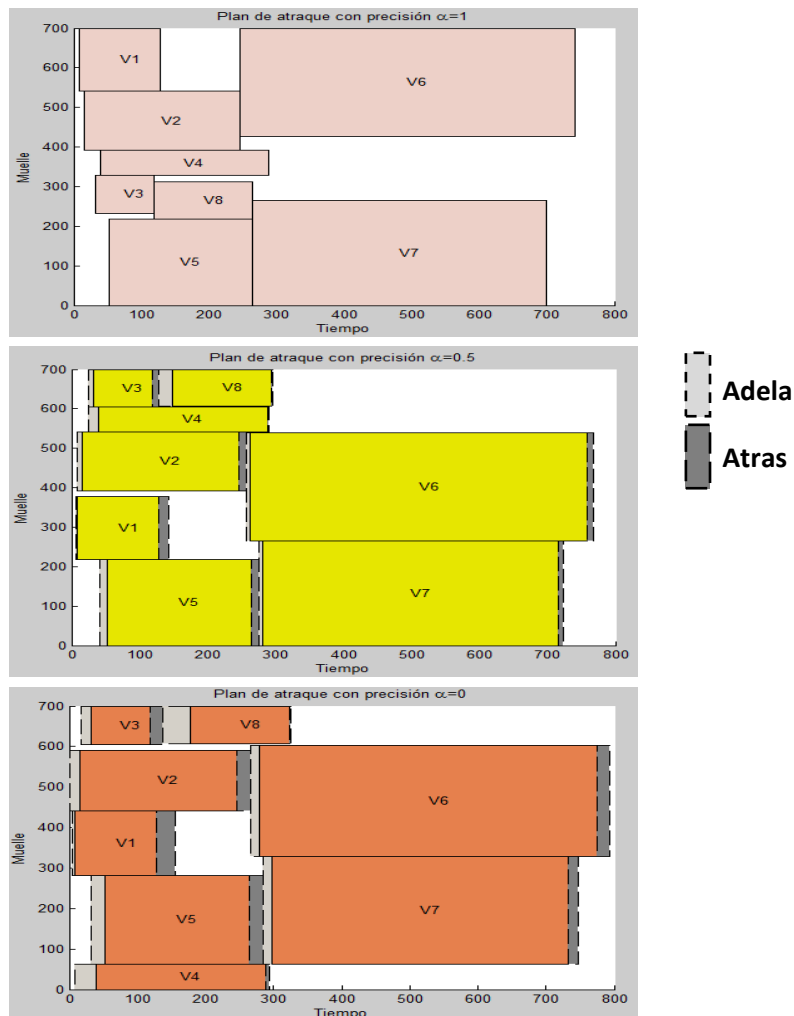


Figura 6: Representación gráfica de los tres planes de ataque de la Tabla 2.

Por otro lado, también la Figura 7 (b), muestra el promedio del  $T_w$  y el tiempo de cómputo de las 50 instancias para los diferentes grados de precisión permitidos. El menor  $T_w = 401$  se obtiene con tiempo de 2.59 segundos,

correspondiente a un grado de precisión  $\alpha=1$ ; y el mayor  $T_w = 516.90$ , se obtiene en un tiempo de 2.95 segundos correspondiente a un grado de precisión  $\alpha=0$ .

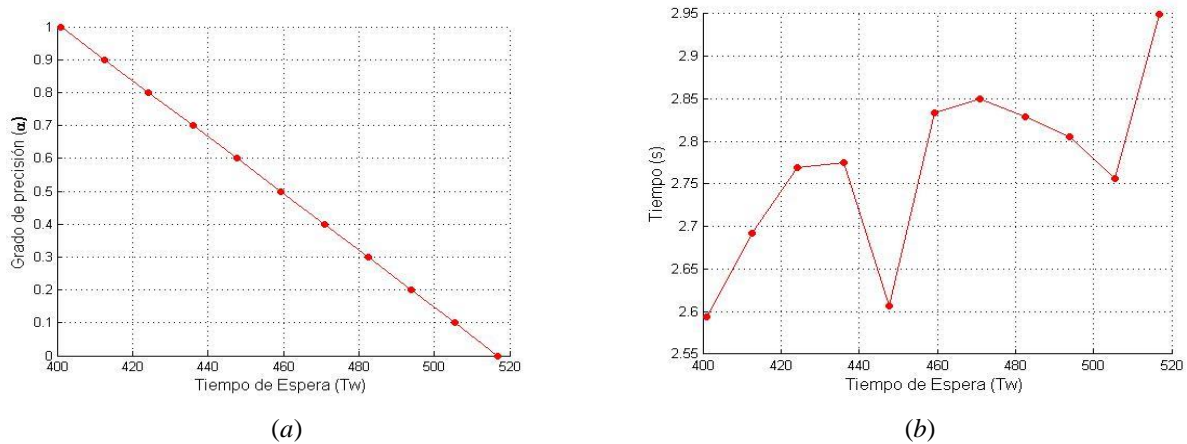


Figura 7: Tiempos de espera de los barcos versus: precisión (a) y tiempos de ejecución (b).

Para un grado de precisión  $\alpha=0.5$ , por ejemplo, para el barco V3, el tiempo de atraque óptimo es  $m_2=32$ , el adelanto permitido es  $t_a=7$ , el retraso permitido es  $t_r=9$ , es decir, el barco puede atracar en el intervalo de tiempo [25, 41], y puede salir en el intervalo de tiempo [112, 128]. Después del barco V3, el barco V8 puede atracar en el tiempo  $m_2 = 128$  con un adelanto permitido de  $t_a=21$  y retraso permitido de  $t_r=0.5$ , el tiempo óptimo de atraque es  $m_2=148.5$ , pero puede atracar en el intervalo de tiempo [128,149] (Ver Figura 6, parte intermedio). En  $\alpha=0$  (mínima precisión permitida o máxima tolerancia para adelanto y retraso), los adelantos y retrasos son incrementados, por ejemplo, para el barco V3, el tiempo óptimo de atraque es  $m_2=32$  (el mismo que para  $\alpha=0.5$ ), pero el adelanto permitido es  $t_a=14$  y el retraso permitido es  $t_r=18$ . Por lo tanto, el intervalo de tiempo donde el barco puede atracar es [18, 50] (Ver Figura 6, parte inferior).

Por la forma como se ha construido el modelo, para cada valor de  $\alpha$ , los adelantos y retrasos permitidos son proporcionales a su tiempo máximo de adelanto y de retraso. Por ejemplo, para  $\alpha=0.5$ , el barco V1 puede adelantarse y retrasarse hasta un máximo de 2 y 13 unidades de tiempo respectivamente (Ver Cuadro 2). Si  $\alpha=0.0$ , los adelantos y retrasos para el barco V1, son  $t_a=4$  y  $t_r=26$  respectivamente.

Para las cincuenta instancias, la Figura 7 (a), ilustra la variación del promedio de la función objetivo (FO) con respecto al grado de precisión  $\alpha$ . Hay una relación lineal entre el grado de precisión y el promedio de la FO, el decremento del grado de precisión, incrementa el promedio de la FO, por ejemplo, para un grado de precisión  $\alpha = 0.5$ , el promedio de la FO es 459.27; y para  $\alpha = 0$  el promedio de la FO es 561.90. El decisor puede escoger un plan de acuerdo al par ( $\alpha$ , FO) que sea una solución satisfactoria. Por ejemplo, si se desea el plan más óptimo aunque no permita adelantos ni retrasos en la llegada de los barcos, puede escoger el par (1, 401); si se desea un plan con 0.5 de precisión en la llegada de los barcos aunque se pierda optimalidad, tiene la posibilidad de elegir el par (0.5, 459.27).

## 7. CONCLUSIONES

El sistema de un TMC, requiere herramientas que ayuden a los administradores en la toma de decisiones. El BAP es uno de los problemas más críticos y estudiados en los TMC. Muchas investigaciones se han desarrollado sobre el BAP, sin embargo, la mayoría asume que la llegada de los barcos es determinista. Esto no es real, en la práctica ocurre muy frecuentemente adelantos o retrasos en las llegadas de los barcos. Por lo tanto, la adaptabilidad de un plan de atraque es importante para el rendimiento global del sistema en un TMC.

En este trabajo, se ha presentado un modelo MILP difuso para el BAP continuo y dinámico. En el modelo propuesto, se asume que el tiempo de llegada de los barcos es impreciso, en el sentido que los barcos pueden adelantarse o retrasarse hasta un grado de tolerancia permitido. Esta imprecisión se representa mediante conjuntos difusos con función de pertenencia de forma triangular.

Se utiliza el método  $\alpha$ -corte para transformarlo el modelo propuesto en un problema de programación lineal paramétrica, cuyo parámetro es el grado de precisión, por tanto se resuelve mediante métodos clásicos para ciertos valores de precisión deseada.

El modelo y su correspondiente método han sido evaluados por medio de 50 instancias de ocho barcos. Se utilizó este número de barcos con fines ilustrativos, pero el modelo se comporta de la misma manera para un



número mayor. Para ello se ha codificado y resuelto en forma óptima con la herramienta de optimización CPLEX.

Los resultados obtenidos mostraron que el procedimiento puede ayudar a los administradores de un TMC en la toma de decisiones, pues tiene a su disposición planes de atraque con diferentes grados de precisión y optimizados respecto al tiempo de espera, con la característica que, a más precisión en la llegada de un barco, el modelo le otorga un tiempo de atraque más preciso.

Finalmente, como resultado de la investigación, se abren posibilidades para futuras investigaciones:

- (i) Extender el modelo propuesto, para tratar con problemas de optimización que contemplen la imprecisión que hay en el tiempo de servicio de los barcos.
- ii) Usar meta-heurísticas con optimización difusa con el fin de solucionar en forma más eficiente el BAP difuso, cuando el número de barcos aumenta.

**AGRADECIMIENTO:** Este trabajo ha sido financiado por INNOVATE-PERU, Proyecto N° PIBA-2-P-069-14.

**RECEIVED: APRIL 2016**

**REVISED: JULY, 2016**

### REFERENCIAS

- [1] BIERWIRTH, C. and MEISEL, F. (2010): A survey of berth allocation and quay crane scheduling problems in container terminals. **European Journal of Operational Research**, 202:615-627.
- [2] BRUGGELING, M., VERBRAECK, A. and HONIG, H. (2011): Decision support for container terminal berth planning: Integration and visualization of terminal information. In Proceedings van de **Vervoerslogistieke Werkdagen 2011 (VLW2011)**, 263 - 283. University Press, Zelzate.
- [3] BUHRKAL, K., ZUGLIAN, S., ROPKE, S., LARSEN, J. and LUSBY, R. (2011): Model for de discrete berth allocation problema: A computational comparison. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, 47(4), 461-473.
- [4] DREWRY SHIPPING CONSULTANTS (2008) The Drewry container shipper insight - third quarter.
- [5] DAI, J., LIN, W. MOORTHY, R. and TEO, C.P. (2008): Berth allocation planning optimization in container terminals. **Supply Chain Analysis**, 69-104.
- [6] GUTIERREZ, F., RODRIGUEZ, M., BARBER, F. and VERGARA, E. (2014): Un Modelo de optimización difuso para asignación de atraques con retrasos en la llegada de los barcos. **Acta del X SELASI. X Seminario Euro-Latinoamericano de Sistemas de Ingeniería**, La Habana-Cuba, 758-770.
- [7] KIM, K. and MOON, K. (2003): Berth scheduling by simulated annealing. **Transportation Research Part B: Methodological**, 37(6):541-560.
- [8] LAI, Y. and HWANG, C. (1992): **Fuzzy mathematical programming: methods and applications**, Volume 394, Springer.
- [9] LAI, Y. and HWANG, C. (1992): A new approach to some possibilistic linear programming problems. **Fuzzy Sets and Systems**, 49(2):121-133.
- [10] LAUMANN, M., ZENKLUSEN, R., SCHUEPBACH, K., HENDRIKS, M., LEFEBER, A. and UDDING, J. (2010): Robust adaptive resource allocation in container terminals. **In Proceedings of the Conference on Uncertainty and Robustness in Planning and Decision Making**. 1-7.
- [11] LIM, A. (1998): The berth planning problema. **Operations Research Letters**, 22(2)105-110.
- [12] LODWICK, W. and UNTIEDT, E. (2010): Introduction to fuzzy and possibilistic optimization. **Fuzzy Optimization**, 33-62.
- [13] LUHANDJULA, M. (2007): Fuzzy mathematical programming: Theory, applications and extensión. **Journal of Uncertain Systems**, 1(2) 124-136.
- [14] MELIÁN-BATISTA, B., MORENO-VEGA, J. and VERDEGAY, J.L. (2010): Una primera aproximación al problema de asignación de atraques con tiempos de llegada difusos. **XV Congreso Español Sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy**. 37-42.
- [15] U.N. PUBLICATIONS. (2013): Review of maritime transport. **United Nations Conference and Development (UNTAC)** 23-24.
- [16] RAMIK, J. (2001): Soft computing overview and recent developments in fuzzy optimization. **Ostravska Univerzita**, Listopad, 33-42.
- [17] SEYEDHOSEINI S. and DAMGHANI, K. (2009): Fuzzy containers allocation problem in maritime terminals. **International Journal of Business Research** 9(4).
- [18] STAHLBOCK, R. and VOß, S. (2008): Operations research at container terminals: a literatura update. **OR Spectrum**, 30(1):1-52.
- [19] STEENKEN, D., VOß, S. and STAHLBOCK, R. (2004): Container terminal operation and operations research – a clasification and literatura review. **OR Spectrum**, 26 (1) 3-49.

- [20] ZADEH, L.A. (1999): Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. **Fuzzy Sets and Systems**, 100, 9-34.
- [21] ZIMMERMANN, H. (2001): **Fuzzy set theory and its applications**. Fourth Revised Edition. Springer.