



# Cuestiones y problemas resueltos de Termodinámica técnica

**Santiago Ruiz Rosales | Ricardo Novella Rosa**  
**Carlos Micó Reche | Javier Monsalve Serrano**



**Editorial**

Universitat Politècnica  
de València

Santiago Ruiz Rosales (coordinador)  
Ricardo Novella Rosa  
Javier Monsalve Serrano  
Carlos Micó Reche

# Cuestiones y problemas resueltos de Termodinámica técnica

*Colección Académica*

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: Ruiz Rosales, S.; Novella Rosa, R.; Monsalve Serrano, J.; Micó Reche, C. (2020). *Cuestiones y problemas resueltos de Termodinámica técnica*. Valencia: Editorial Universitat Politècnica de València

© Santiago Ruiz Rosales (coordinador)  
Ricardo Novella Rosa  
Javier Monsalve Serrano  
Carlos Micó Reche

© 2020, Editorial Universitat Politècnica de València  
Venta: [www.lalibreria.upv.es](http://www.lalibreria.upv.es) / Ref.:0201\_03\_01\_01

Imprime: Byprint Percom, S. L.

ISBN: 978-84-9048-891-1  
Impreso bajo demanda

Si el lector detecta algún error en el libro o bien quiere contactar con los autores, puede enviar un correo a [edicion@editorial.upv.es](mailto:edicion@editorial.upv.es)

La Editorial UPV autoriza la reproducción, traducción y difusión parcial de la presente publicación con fines científicos, educativos y de investigación que no sean comerciales ni de lucro, siempre que se identifique y se reconozca debidamente a la Editorial UPV, la publicación y los autores. La autorización para reproducir, difundir o traducir el presente estudio, o compilar o crear obras derivadas del mismo en cualquier forma, con fines comerciales/lucrativos o sin ánimo de lucro, deberá solicitarse por escrito al correo [edicion@editorial.upv.es](mailto:edicion@editorial.upv.es)

Impreso en España

# Prólogo

Prologar este libro es un motivo doble de satisfacción para mí: en primer lugar, me honra que sus autores hayan pensado en mí para esa tarea y, en segundo lugar (pero sin duda más relevante para los destinatarios de esta obra) porque estoy convencido de que resultará de gran utilidad para todos los que se adentran en el estudio de una materia no siempre dócil, como es la Termodinámica Técnica.

Ese convencimiento se sustenta en el detalle y la claridad con que están elaboradas las soluciones de los distintos ejercicios, tanto en los que son de carácter más conceptual e incluyen desarrollos de índole más teórica, como en los de naturaleza más aplicada, donde la solución numérica también se detalla hasta donde el decoro lo permite.

Ahora bien, siempre que se publica un libro como éste, y más en un territorio tan densamente poblado como lo es el de la Termodinámica Técnica, surge la inevitable pregunta: ¿hacía falta incrementar la lista, ya numerosa, de libros de problemas? El que la respuesta en este caso sea afirmativa se debe, a mi parecer, a dos aspectos fundamentales: primero, la selección de la temática de los ejercicios, que permite, siempre sin rebasar los límites de una asignatura de grado, un acercamiento a algunas de las tecnologías más en boga actualmente; segundo, el partido que se saca a los “comentarios” que acompañan a muchas de las soluciones. Estos pequeños resúmenes se utilizan a veces simplemente para aclarar algún aspecto especialmente oscuro o sacar a la luz alguna hipótesis implícita en la solución, pero en algunos casos sirven para dar una nueva perspectiva al planteamiento o para acotar la validez de las hipótesis asumidas.

Algunos de los autores tienen una dilatada experiencia docente, mientras que los otros tienen un historial docente más breve. Creo que la lectura del libro hace patente que se ha conseguido sacar el máximo partido de ambas circunstancias: las soluciones están estructuradas de esa forma que sólo se consigue después de intentar numerosas veces que se comprendan, pero también se nota que han sido repensadas de nuevo por quienes, de alguna manera, están aún desarrollando su propia aproximación a la solución de problemas. Esta dualidad se transmite al lector y hace que su estudio resulte más grato.

Para terminar, únicamente quiero agradecer a los autores su consideración, y felicitarlos por este trabajo. Espero que muchos estudiantes puedan beneficiarse de su esfuerzo y así (según la extraña jerga que utilizamos actualmente) adquirir las competencias relativas a esta materia, tan importante en el currículum de la Ingeniería Mecánica.

*Antonio Torregrosa Huguet  
Catedrático de Universidad  
Dpto. de Máquinas y Motores Térmicos  
IU CMT-Motores Térmicos  
Universitat Politècnica de València*

València, junio de 2020

# Introducción

La Termodinámica es la ciencia fundamental en la que se basan numerosas aplicaciones industriales y civiles de la vida cotidiana. Tal es el caso de los motores térmicos volumétricos, fundamentales para propulsar automóviles, motocicletas, vehículos industriales, aplicaciones náuticas..., o los turbomotores, como las turbinas de gas representativas de los sistemas de propulsión de aeronaves o las turbinas de vapor instaladas en centrales térmicas convencionales y/o nucleares para la producción de energía eléctrica, aplicaciones fundamentales en un país desarrollado.

La Termodinámica es también la ciencia en la que se basan máquinas térmicas como compresores (volumétricos o turbocompresores) con numerosas aplicaciones industriales, o bien los ciclos frigoríficos y sistemas de climatización, cuyo objetivo es mantener un ambiente a una temperatura inferior a la atmosférica, proceso éste que se realiza mediante la transferencia de calor en sentido contrario al que se produce en la naturaleza de forma espontánea.

El texto que se presenta está basado en la experiencia docente de los autores en asignaturas de Termodinámica impartidas en diferentes titulaciones de los campos de la Ingeniería Aeroespacial, Ingeniería Mecánica e Ingeniería Industrial de la Universitat Politècnica de València. Su título ya deja intuir la presentación de esta ciencia desde un punto de vista claramente aplicado, con ejemplos prácticos similares a los que se presentan en la industria.

El libro se ha estructurado por bloques temáticos. Dentro de cada bloque se presenta una batería de cuestiones y problemas que van aumentando progresi-

vamente su grado de dificultad, lo que favorece el proceso de aprendizaje del alumnado.

La estructura del libro es la siguiente: En el primer capítulo se presentan diversos **conceptos fundamentales** de la Termodinámica que servirán para la resolución de problemas aplicados de los siguientes capítulos. En el segundo capítulo se analiza el comportamiento de **sustancias puras en fase fluida**. Este estudio permite discernir el tratamiento de las sustancias reales bajo la hipótesis de gas ideal o gas real incluso en el cambio de fase entre los estados líquido y gaseoso. El tercer capítulo se centra en los **procesos de flujo térmico en conductos** con diversas aplicaciones industriales, tales como el diseño de toberas y difusores muy utilizados en aplicaciones aeronáuticas. En los capítulos cuarto y quinto se estudian los **ciclos termodinámicos** básicos para el diseño de diversas máquinas y motores térmicos de aplicación industrial. Tal es el caso de los ciclos directos para la producción potencia, o los ciclos inversos, cuyo objetivo es la producción de frío. El sexto y último se centra en el concepto de **exergía**, incluyendo cálculos de **flujos y balances exergéticos** en procesos y ciclos termodinámicos. El análisis exergético es fundamental a la hora de optimizar las máquinas y motores térmicos, al considerar de forma combinada las limitaciones impuestas por la primera y la segunda ley de la Termodinámica.

La combinación de todos los bloques dan como resultado final un libro compuesto por una colección de cuestiones y problemas completa, especialmente adecuada para reforzar mediante una visión práctica los conceptos impartidos en asignaturas dedicadas al estudio de la ciencia de la Termodinámica desde un punto de vista aplicado.

# Nomenclatura

## *Latinos*

$a$	Velocidad del sonido	m/s
$A$	Sección	m <sup>2</sup>
$c$	Velocidad del fluido	m/s
$c_p$	Calor específico a presión constante	J/kg K
$c_v$	Calor específico a volumen constante	J/kg K
$\dot{G}$ ( $\dot{m}$ )	Gasto másico	kg/s
$H$ ( $h$ )	Entalpía (específica)	J (J/kg)
$\dot{H}$	Potencia entálpica	W
$m$	Masa	kg
$PMI$	Punto Muerto Inferior	--
$PMS$	Punto Muerto Superior	--
$p$	Presión	bar, Pa
$M$	Masa molecular	kg/mol
$Q$ ( $q$ )	Calor (específico)	J (J/kg)
$\dot{Q}$	Potencia térmica	W
$r_c$	Relación de compresión (volumétrica)	--
$R$	Constante universal del gas	J/kg K



$S$ ( $s$ )	Entropía (específica)	J/K (J/kg K)
$T$	Temperatura	°C, K
$t$	Tiempo	s
$U$ ( $u$ )	Energía interna (específica)	J (J/kg)
$V$ ( $v$ )	Volumen (específico)	m <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> /kg)
$W$ ( $w$ )	Trabajo (específico)	J (J/kg)
$\dot{W}$	Potencia en eje	W

**Griegos**

$\gamma$	Relación de calores específicos	--
$\Delta$ ( $\delta$ )	Variación de un parámetro	--
$\epsilon$	Eficiencia (regenerador)	--
$\varepsilon$	Coefficiente de rendimiento (ciclos frigoríficos)	--
$\eta$	Rendimiento	--
$\lambda$	Calor latente de fusión	J/kg
$\rho$	Densidad	kg/m <sup>3</sup>

**Subíndices y superíndices**

$BA$	Bomba de Alimentación a la caldera	--
$BC$	Bomba de Condensados	--
$I$	Proceso Irreversible	--
$R$	Proceso Reversible	--
$ref$	Refrigerante	--
$s$	Proceso isentrópico (usado en rendimientos)	--
$sa$	Sistema abierto	--
$sc$	Sistema cerrado	--
$TAP$	Cuerpo de Turbina de Alta Presión	--
$TBP$	Cuerpo de Turbina de Baja Presión	--
$tob$	Coefficiente de descarga (toberas y difusores)	--
$U$	Universo (termodinámico)	--

# Índice general

Prólogo	III
Introducción	V
Nomenclatura	VII
Índice general	IX
1 Primer y segundo principios de la Termodinámica	1
1.1 Funciones de estado y de proceso en transformaciones teóricas para G.I. . . . .	3
1.2 Estudio de compresibilidad de un gas ideal. . . . .	13
1.3 Comparación de máquinas térmicas. . . . .	23
1.4 Comparación de procesos termodinámicos . . . . .	29
1.5 Análisis del rendimiento de un ciclo Otto . . . . .	41
1.6 Entropía e irreversibilidad . . . . .	49
1.7 Ciclo para un motor de combustión interna alternativo. . . . .	55
1.8 Estudio de transformaciones termodinámicas . . . . .	71

2	Comportamiento $p - v - T$ de sustancias puras	77
2.1	Proceso de vaporización en una olla a presión . . . . .	79
2.2	Calor de vaporización a presión y a volumen constante. . . . .	85
2.3	Análisis termodinámico de un calentador de mezcla. . . . .	95
2.4	Expansión isentálpica del agua. . . . .	101
3	Diseño y funcionamiento de toberas y difusores	107
3.1	Funcionamiento de una tobera convergente-divergente . . . . .	109
3.2	Funcionamiento de un difusor subsónico. . . . .	117
3.3	Diseño de una tobera para funcionamiento en una turbina de vapor . . . . .	123
3.4	Diseño y funcionamiento de una tobera De Laval. . . . .	137
4	Ciclos de interés industrial directos	149
4.1	Análisis termodinámico de un ciclo Stirling . . . . .	151
4.2	Análisis termodinámico de un ciclo Atkinson . . . . .	169
4.3	Ciclo de Brayton . . . . .	187
4.4	Ciclo de Rankine con recalentamiento intermedio . . . . .	197
4.5	Ciclo de Rankine regenerativo . . . . .	211
5	Ciclos de interés industrial inversos	223
5.1	Coefficientes de eficiencia energética en máquinas frigoríficas . . . . .	225
5.2	Comparación de fluidos refrigerantes . . . . .	231
5.3	Cálculo de un ciclo frigorífico para un buque. . . . .	237
5.4	Funcionamiento de una bomba de calor . . . . .	243
6	Exergía	249
6.1	Comparación de sistemas termodinámicos en términos de exergía. . . . .	251
6.2	Variación de exergía en flujos . . . . .	255
6.3	Destrucción de exergía en un compresor. . . . .	259
6.4	Análisis exergético de una turbina de gas . . . . .	265
6.5	Análisis exergético de una turbina de vapor . . . . .	277

Anexos	291
Diagramas termodinámicos . . . . .	292
Tablas de propiedades del agua . . . . .	297
Bibliografía	301



Capítulo 1

# Primer y segundo principios de la Termodinámica



## 1.1 Cálculo de funciones de estado y de proceso en transformaciones teóricas para un gas ideal

Obtener la expresión para el cálculo de la variación de energía interna, entalpía, entropía, trabajo y calor para un gas cuyo comportamiento pueda representarse mediante la ecuación de estado de gas ideal para las siguientes transformaciones:

1. Proceso isócoro
2. Proceso isóbaro
3. Proceso isotermo
4. Proceso adiabático

Representar en un diagrama  $p-v$  y en un diagrama  $T-s$  las transformaciones.



## SOLUCIÓN

El enunciado pide obtener la expresión que permita el cálculo de las funciones de estado correspondientes a la energía interna, entalpía, entropía, así como el trabajo y el calor intercambiados para un gas que se comporte bajo la hipótesis de un gas ideal.

Se empieza el ejercicio recordando las expresiones de cada una de las variables termodinámicas.

Para un gas ideal se cumple

$$\left[ \begin{array}{l} du = c_v dT \rightarrow \Delta u = \int_{\text{proceso}} c_v dT \\ dh = c_p dT \rightarrow \Delta h = \int_{\text{proceso}} c_p dT \end{array} \right] \quad (1.1)$$

$$\left[ \begin{array}{l} c_p = \left( \frac{\delta q_{rev}}{dT} \right)_p \rightarrow \delta q_{rev-p} = c_p dT \\ c_v = \left( \frac{\delta q_{rev}}{dT} \right)_v \rightarrow \delta q_{rev-v} = c_v dT \end{array} \right] \quad (1.2)$$

expresiones en las que se ha utilizado los conceptos de calor específico de un gas para un proceso a presión y a volumen constantes (1.2).

El trabajo (reversible) de frontera se puede calcular como

$$\delta w_{rev} = p dv \rightarrow w_{rev} = \int_{\text{proceso}} p dv \quad (1.3)$$

y el primer principio para un sistema cerrado

$$du = \delta q_{rev} - \delta w_{rev} \quad (1.4)$$

por tanto

$$\delta q_{rev} = du + \delta w_{rev} \rightarrow q_{rev} = \int_{\text{proceso}} \delta q_{rev} = \Delta u + \int_{\text{proceso}} \delta w_{rev} \quad (1.5)$$

expresión que permite obtener el cálculo del calor involucrado en el proceso. Finalmente, a partir de la definición de la entropía

$$ds = \frac{\delta q_{rev}}{T} \quad (1.6)$$

y a partir de las expresiones (1.1) y (1.2)

$$\left[ \begin{array}{l} \delta q_{rev} = du + \delta w_{rev} = c_v dT + p dv \\ \delta q_{rev} = dh + \delta w_{rev} = c_p dT - v dp \end{array} \right] \quad (1.7)$$

por lo que la entropía se puede calcular mediante las expresiones

$$\left[ \begin{array}{l} ds = \frac{\delta q_{rev}}{T} = c_v \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dv \\ ds = \frac{\delta q_{rev}}{T} = c_p \frac{dT}{T} - \frac{v}{T} dp \end{array} \right] \quad (1.8)$$

para un gas ideal se cumple

$$pv = RT \rightarrow \begin{cases} p/T = R/v \\ v/T = R/p \end{cases} \quad (1.9)$$

por lo que sustituyendo en (1.8)

$$\left[ \begin{array}{l} ds = \frac{\delta q_{rev}}{T} = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \\ ds = \frac{\delta q_{rev}}{T} = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \end{array} \right] \quad (1.10)$$

que son las expresiones que se utilizarán finalmente para el cálculo de la entropía en los procesos elementales. A continuación se procede a calcular todas las funciones de estado y de proceso para los procesos fundamentales.

Las transformaciones se han representado en sendos diagramas  $p-v$  y  $T-s$  en la figura 1.1, en los que se han tomado como referencia dos isothermas diferentes.

#### ■ Transformación isócara

Asumiendo válida la ecuación de estado para un gas ideal, la expresión de un proceso isócara se puede representar como

$$pv = RT \xrightarrow{v_1=v_2} \frac{T_1}{p_1} = \frac{T_2}{p_2}$$

*Representación en los diagramas  $p-v$  y  $T-s$*

En el diagrama  $p-v$  la representación de esta transformación es bastante intuitiva y corresponde con una línea recta vertical que corta a las dos isothermas. La representación en el diagrama  $T-s$  se realizará a partir de la expresión (1.10). Para un proceso isócoro es fácil deducir que

$$ds = c_v \frac{dT}{T} \rightarrow \int_{s_0}^s ds = \int_{T_0}^T c_v \frac{dT}{T} \rightarrow s - s_0 = c_v \frac{T}{T_0}$$

donde se ha asumido que  $c_v$  es constante, hipótesis correcta para un gas ideal, y si se conviene que en el estado “0” su entropía es nula ( $s_0 = 0 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$ ) entonces

$$T = T_0 e^{\frac{s}{c_v}} \tag{1.11}$$

Se trata por tanto de una función exponencial que cortará al eje de ordenadas en el punto  $T = T_0$ .

*Cálculo de las funciones de estado y de proceso*

$\Delta u = c_v \Delta T$	
$\Delta u = \frac{1}{\gamma-1} R \Delta T = \frac{1}{\gamma-1} v \Delta p$	
$\Delta h = c_p \Delta T$	
$\Delta h = \frac{\gamma}{\gamma-1} R \Delta T = \frac{\gamma}{\gamma-1} v \Delta p$	(1.12)
$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$	
$w_{proc} = \int_1^2 p dv = 0$	
$q_{inter} = c_v \Delta T = \Delta u$	

■ **Transformación isóbara**

Repitiendo las mismas hipótesis de la transformación anterior, la expresión de un proceso isóbaro se representará como

$$pv = RT \xrightarrow{p_1=p_2} \frac{T_1}{v_1} = \frac{T_2}{v_2}$$

*Representación en los diagramas p-v y T-s*

En el diagrama  $p - v$  la representación de esta transformación es bastante intuitiva y corresponde con una línea recta horizontal que corta a las dos isothermas. La representación en el diagrama  $T - s$  sigue los mismos pasos que la realizada para la demostración de la transformación isócara, de este modo a partir de (1.10) se obtiene

$$ds = c_p \frac{dT}{T} \rightarrow \int_{s_0}^s ds = \int_{T_0}^T c_p \frac{dT}{T} \rightarrow s - s_0 = c_p \frac{T}{T_0}$$

y realizando las mismas hipótesis se llega finalmente a

$$T = T_0 e^{\frac{s}{c_p}} \quad (1.13)$$

Se trata por tanto de una función exponencial que cortará al eje de ordenadas en el punto  $T = T_0$ .

Es obvio que la diferencia entre ambas representaciones viene dado por el exponente de la función exponencial, es decir

$$c_p > c_v \rightarrow \frac{1}{c_p} < \frac{1}{c_v} \rightarrow e^{\frac{1}{c_p}} < e^{\frac{1}{c_v}} \rightarrow T_0 e^{\frac{s}{c_p}} < T_0 e^{\frac{s}{c_v}} \quad (1.14)$$

De la expresión (1.14) se deduce que la transformación isócara crece más rápidamente que la isóbara para un mismo origen de temperaturas y para el mismo valor de la entropía, lo que se observa en la figura 1.1.

*Cálculo de las funciones de estado y de proceso*

$\Delta u = c_v \Delta T$	
$\Delta u = \frac{1}{\gamma-1} R \Delta T = \frac{1}{\gamma-1} p \Delta v$	
$\Delta h = c_p \Delta T$	
$\Delta h = \frac{\gamma}{\gamma-1} R \Delta T = \frac{\gamma}{\gamma-1} p \Delta v$	(1.15)
$\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$	
$w_{proc} = \int_1^2 p dv = p \Delta v = R \Delta T$	
$q_{inter} = c_p \Delta T = \Delta h$	

■ **Transformación isoterma**

Para un proceso isotermo se cumple la expresión

$$pv = RT \rightarrow p_1 v_1 = T_1 = p_2 v_2$$

es decir, para un valor de temperatura constante, el valor del producto de  $(pv)$  debe mantenerse constante.

*Representación en los diagramas  $p-v$  y  $T-s$*

En el diagrama  $p - v$ , las líneas isotermas representadas corresponden a dos curvas diferentes ( $T_1 < T_2$ ), mientras que en el diagrama  $T - s$  la representación corresponde a dos líneas rectas horizontales.

*Cálculo de las funciones de estado y de proceso*

$\Delta u$	$= c_v \Delta T = 0$	(1.16)
$\Delta h$	$= c_p \Delta T = 0$	
$\Delta s$	$= R \ln \frac{v_2}{v_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2}$	
$w_{proc}$	$= \int_1^2 p dv = RT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = RT_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$	
$q_{inter}$	$= w_{proc}$	

▪ **Transformación adiabática**

Un proceso adiabático viene definido por la expresión<sup>1</sup>

$$pv^\gamma = k$$

siendo  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  el exponente adiabático de una sustancia.

*Representación en los diagramas p-v y T-s*

Para hacer la representación gráfica en el diagrama  $p - v$  se utilizará como referencia las transformaciones isotermas. Concretamente, en el estado 1 de la figura 1.1 coinciden la curva isoterma y la adiabática, por tanto se cumple

$$(pv)_T = (pv^\gamma)_s = k$$

Para diferenciar la evolución de cada transformación se recurre a comparar las pendientes de ambas curvas en este punto.

Para la transformación isoterma se cumple

$$pv = k \rightarrow p = \frac{k}{v} \rightarrow \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_T = -\frac{k}{v^2} = -\frac{p}{v} \quad (1.17)$$

y para la transformación adiabática se cumple

---

<sup>1</sup>También son válidas las expresiones  $Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = k$  y  $Tv^{\gamma-1} = k$ .

$$pv^\gamma = k \rightarrow p = \frac{k}{v^\gamma} \rightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s = -\gamma \frac{k}{v^{\gamma+1}} = -\gamma \frac{p}{v} \quad (1.18)$$

por tanto

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s = \gamma \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \rightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s > \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \quad (1.19)$$

Se puede concluir que una transformación adiabática tiene una pendiente que es “ $\gamma$ ” veces la pendiente de la isoterma en ese mismo punto, y dado que se cumple que  $\gamma > 1$  entonces la pendiente de la adiabática es mayor que la de la isoterma, por tanto las diferentes isotermas serán “cortadas” por una adiabática, tal como se observa en la figura 1.1.

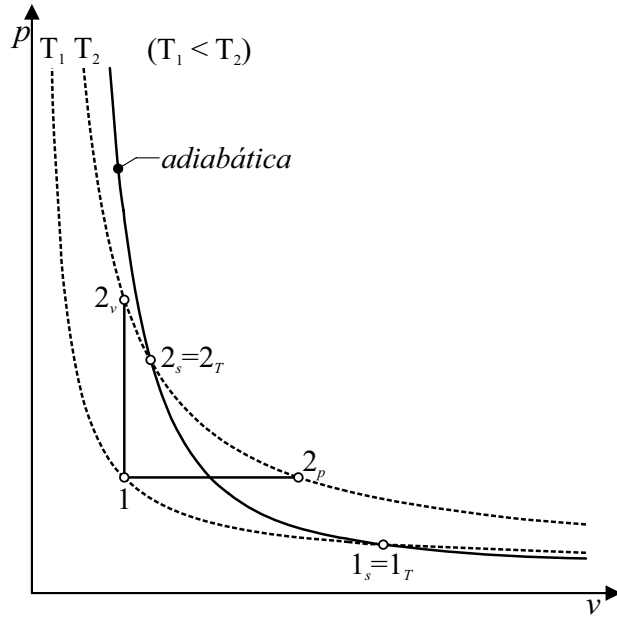
La representación en el diagrama  $T - s$  se deduce aplicando que en una transformación adiabática se cumple

$$\delta q_{rev} = 0 \rightarrow ds = \frac{\delta q_{rev}}{T} = 0 \rightarrow s = cte$$

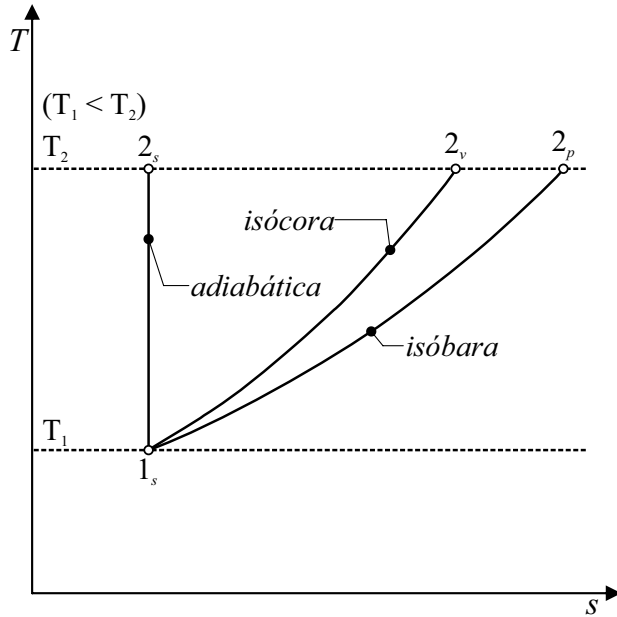
que corresponde con una línea recta vertical.

*Cálculo de las funciones de estado y de proceso*

$\Delta u = c_v \Delta T = \frac{1}{\gamma-1} R \Delta T = \frac{1}{\gamma-1} \Delta(pv)$	(1.20)
$\Delta h = c_p \Delta T = \frac{\gamma}{\gamma-1} R \Delta T = \frac{\gamma}{\gamma-1} \Delta(pv)$	
$\Delta s = 0$	
$w_{proc} = \int_1^2 p dv = \frac{1}{1-\gamma} R \Delta T = \frac{1}{1-\gamma} \Delta(pv) = -\Delta u$	
$q_{inter} = 0$	



(a) Diagrama  $p - v$ .



(b) Diagrama  $T - s$ .

Figura 1.1: Representación gráfica de las transformaciones fundamentales.



## Cuadro resumen

**Tabla 1.1:** Cuadro resumen de las transformaciones estudiadas.

(a) Cálculo de las funciones de estado.

Proceso	Ecuación	$\Delta u \left( \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)$	$\Delta h \left( \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)$	$\Delta s \left( \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right)$
Isócoro	$v = cte$	$\frac{1}{\gamma-1} v \Delta p$	$\frac{\gamma}{\gamma-1} v \Delta p$	$c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$
Isóbaro	$p = cte$	$\frac{1}{\gamma-1} p \Delta v$	$\frac{\gamma}{\gamma-1} p \Delta v$	$c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$
Isotermo	$pv = cte$	0	0	$R \ln \frac{v_2}{v_1}$
Adiabático	$pv^\gamma = cte$	$\frac{1}{\gamma-1} \Delta(pv)$	$\frac{\gamma}{\gamma-1} \Delta(pv)$	0

(b) Cálculo de las funciones de proceso.

Proceso	Ecuación	$w_{proc} \left( \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)$	$q_{inter} \left( \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)$
Isócoro	$v = cte$	0	$\Delta u$
Isóbaro	$p = cte$	$p \Delta v$	$\Delta h$
Isotermo	$pv = cte$	$RT \ln \frac{v_2}{v_1}$	$w_{proc}$
Adiabático	$pv^\gamma = cte$	$-\Delta u$	0

## 1.2 Estudio de compresibilidad de un gas ideal

Se pretende aumentar la densidad del aire 5 veces respecto a la densidad en condiciones ambientales.

Contestar a las siguientes cuestiones referidas a este proceso:

1. Deducir qué transformación termodinámica corresponde con el proceso propuesto justificando adecuadamente la respuesta.
2. Deducir qué transformación es más adecuada desde el punto de vista estrictamente termodinámico eligiendo entre un proceso isoterma o isentrópico.
3. Deducir qué sistema es más conveniente utilizar para realizar el proceso: sistema abierto o sistema cerrado.
4. Representar las transformaciones en un diagrama  $p-v$ , señalando el área que corresponde a los trabajos para el sistema abierto y sistema cerrado.

### DATOS:

- El aire será tratado bajo la hipótesis de gas ideal y perfecto con los siguientes parámetros:  $R = 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ ,  $\gamma = 1,4$ .
- Se desprecian las variaciones de energía cinética y potencial.
- Condiciones ambientales:  $p_1 = 1 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 22 \text{ °C}$ .

## SOLUCIÓN

### *Apartado 1*

El enunciado dice que se va a aumentar la densidad del gas en 5 veces respecto a la densidad ambiente. Es sabido que la densidad es la inversa del volumen específico, es decir

$$\rho_2 = 5 \rho_1 \rightarrow \frac{1}{v_2} = 5 \frac{1}{v_1} \quad (1.21)$$

por lo que un aumento de densidad es equivalente a una disminución del volumen específico ( $dv < 0$ ), y en la mayoría de los casos este proceso va asociado a un aumento de presión ( $dp > 0$ ) salvo en procesos isóbaros, por lo que esta transformación se define como compresión.

Dado que el gas se puede tratar como ideal y perfecto entonces

$$pv = RT \leftrightarrow p \frac{1}{\rho} = RT \rightarrow \rho = \frac{p}{RT} \quad (1.22)$$

por tanto

$$\rho_2 = 5 \rho_1 \rightarrow \frac{p_2}{T_2} = 5 \frac{p_1}{T_1} \quad (1.23)$$

La expresión (1.23) indica que la variación de densidad implica una variación de presión y/o de temperatura del gas, por lo que se pueden modificar ambas magnitudes termodinámicas, donde los valores límite vienen impuestos por las transformaciones isóbara o isoterma. Esto sugiere que la compresión del gas depende del proceso (o “camino”) seguido en la transformación. Esta influencia será estudiada en los apartados siguientes.

### *Apartado 2*

El proceso de compresión se puede representar de forma genérica mediante una transformación politrópica que corresponde con la expresión

$$pv^n = k \quad (1.24)$$

donde el exponente politrópico varía entre los valores límite  $0 \leq n \leq \gamma$ . El valor de  $n = 0$  corresponde con una compresión isóbara, mientras que el valor de  $n = \gamma$  corresponde con una compresión isentrópica (adiabática reversible). Valores de  $n > \gamma$  no son factibles por los siguientes motivos:

1. Para los gases  $\gamma > 1$ , por lo que valores mayores supone un aumento adicional de temperatura del gas que se debería hacer simultáneamente a medida que se aumenta la presión, lo que aumenta la complejidad del proceso.
2. A medida que aumenta  $n$  los decrementos de volumen son cada vez más pequeños, lo que conlleva que la compresión va acompañada de incrementos de presión cada vez más elevados para compensar este efecto. Esto llevaría a tener presiones de compresión muy elevadas y complejas de llevar a cabo en la práctica.

A partir de los comentarios anteriores, el enunciado pide calcular las dos transformaciones correspondiente a una compresión isoterma ( $n = 1$ ) y una compresión adiabática ( $n = \gamma$ ), por lo que se procede a realizar los cálculos para estas dos transformaciones.

El trabajo que se necesita para realizar esta compresión depende de si se utiliza un sistema cerrado o bien un sistema abierto, en cuyo caso la expresión del trabajo viene dado respectivamente por

$$\left[ \begin{array}{l} \delta w_{sc} = pdv \rightarrow \text{Trabajo de pared o de frontera} \\ \delta w_{sa} = -vdp \rightarrow \text{Trabajo técnico o de eje} \end{array} \right] \quad (1.25)$$

La expresión (1.25) indica que además del proceso, también influye el tipo de máquina con el que se realizará la compresión. Se pasa por tanto a analizar todas las posibilidades propuestas en el enunciado.

■ **Compresión isoterma con sistema abierto**

En este caso el trabajo se calcula según la expresión  $w_{sa} = - \int vdp$ , siendo  $v = \frac{RT}{p}$ , por lo que a partir de (1.23)

$$\begin{aligned} w_{sa,T} &= - \int_1^2 vdp = - \int_1^2 RT \frac{dp}{p} = -RT_1 \ln \frac{p_2}{p_1} = -RT_1 \ln \frac{5 p_1}{p_1} \\ &= -0,287 \cdot (22 + 273,15) \cdot \ln 5 \rightarrow \boxed{w_{sa,T} = -136,332 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} \end{aligned} \quad (1.26)$$

expresión en la que el signo negativo indica que el trabajo debe ser suministrado al sistema.

▪ **Compresión isoterma con sistema cerrado**

Siguiendo los mismos pasos de apartado anterior, en este caso  $w_{sc} = \int pdv$ , siendo  $p = \frac{RT}{v}$ , por lo que a partir de (1.23)

$$\begin{aligned} w_{sc,T} &= \int_1^2 pdv = \int_1^2 RT \frac{dv}{v} = RT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = RT_1 \ln \frac{\frac{v_1}{5}}{v_1} = RT_1 \ln \frac{1}{5} \\ &= 0,287 \cdot (22 + 273,15) \cdot \ln \frac{1}{5} \rightarrow \boxed{w_{sc,T} = -136,332 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} \end{aligned} \quad (1.27)$$

resultado idéntico al obtenido para un sistema abierto de producirse mediante un proceso de compresión isoterma.

**Comentarios**

Observando el valor de (1.26) y (1.27) se observa que el trabajo de compresión en un proceso isoterma es idéntico si se realiza mediante un sistema abierto o un sistema cerrado, lo que se explica si se observan las expresiones (1.21) y (1.23)

$$\frac{1}{v_2} = 5 \frac{1}{v_1} \rightarrow \frac{p_2}{T_2} = 5 \frac{p_1}{T_1} \xrightarrow[\text{isoterma}]{\text{proceso}} \frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

Finalmente, si se aplica el primer principio (sistema cerrado) a este proceso

$$du = \delta q - \delta w_{sc} \rightarrow \overset{=0}{\Delta \overset{\curvearrowright}{u}} = q_{proceso} - w_{sc} \rightarrow q_{proceso} = w_{sc} = -136,332 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

que es la energía térmica que se debe extraer del gas (signo negativo) si se quiere mantener su temperatura constante a medida que el gas es comprimido.

▪ **Compresión adiabática con sistema abierto**

En este caso el trabajo se calcula según la expresión  $w_{sa} = - \int v dp$ , además, la transformación sigue una ley del tipo

$$pv^\gamma = k \rightarrow v = kp^{-\frac{1}{\gamma}}$$

sustituyendo en la expresión del trabajo e integrando

$$\begin{aligned} w_{sa,\gamma} &= - \int_1^2 kp^{-\frac{1}{\gamma}} dp \rightarrow w_{sa} = \frac{\gamma}{\gamma-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \\ &= \frac{\gamma}{\gamma-1} R(T_1 - T_2) \end{aligned} \quad (1.28)$$

por lo que se requiere obtener las temperaturas para los dos estados termodinámicos. Dado que la compresión es en este caso isentrópica los estados se relacionan mediante la expresión

$$Tv^{(\gamma-1)} = k \rightarrow T_1 = \left(\frac{1}{\rho_1}\right)^{(\gamma-1)} = T_2 \left(\frac{1}{\rho_2}\right)^{(\gamma-1)} \rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{(\gamma-1)}$$

y sustituyendo los valores numéricos

$$T_2 = (22 + 273,15) \cdot 5^{(1,4-1)} \rightarrow T_2 = 561,86 \text{ K}$$

finalmente el trabajo de compresión será

$$w_{sa,\gamma} = \frac{1,4}{1,4-1} \cdot 0,287 \cdot (293,15 - 561,86) \rightarrow \boxed{w_{sa,\gamma} = -269,92 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}$$

Se propone como alternativa a este cálculo el planteamiento del primer principio para la transformación propuesta

$$dh + d\frac{c^2}{2} + gdz = \delta q - \delta w \rightarrow dh = -\delta w \rightarrow c_p dT = -\delta w$$

por tanto

$$c_p \Delta T = -w_{proceso} \quad (1.29)$$

para obtener el valor de  $c_p$  se recuerda que

$$\left. \begin{aligned} R &= c_p - c_v \\ \gamma &= c_p/c_v \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} c_p &= \frac{\gamma}{\gamma-1} R \\ c_v &= \frac{1}{\gamma-1} R \end{aligned} \right. \quad (1.30)$$

y sustituyendo en (1.29)

$$w_{proceso} = \frac{\gamma}{\gamma-1} R (T_1 - T_2)$$

expresión idéntica a la obtenida en (1.28).

▪ **Compresión adiabática con sistema cerrado**

En este caso  $w_{sc} = \int p dv$ , además se sabe que la transformación sigue en este caso una ley del tipo

$$pv^\gamma = k \rightarrow p = kv^{-\gamma}$$

sustituyendo en la expresión del trabajo e integrando

$$\begin{aligned} w_{sc,\gamma} &= \int_1^2 kv^{-\gamma} dv \rightarrow w_{sc,\gamma} = \frac{1}{\gamma-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \\ &= \frac{1}{\gamma-1} R (T_1 - T_2) \end{aligned} \quad (1.31)$$

y sustituyendo los valores correspondientes

$$w_{sc,\gamma} = \frac{1}{1,4-1} \cdot 0,287 \cdot (293,15 - 561,86) \rightarrow \boxed{w_{sc,\gamma} = -192,80 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}$$

Se propone como alternativa a este cálculo el planteamiento del primer principio para la transformación propuesta

$$du = \delta q - \delta w \rightarrow du = -\delta w \rightarrow c_v dT = -\delta w$$

por tanto

$$c_v \Delta T = -w_{proceso} \rightarrow w_{proceso} = \frac{1}{\gamma - 1} R (T_1 - T_2) \quad (1.32)$$

expresión que resulta idéntica a (1.31) y en la que  $c_v$  se ha obtenido a partir de (1.30).

### ***Apartado 3***

En la tabla 1.2 se expone un resumen final de todos los cálculos realizados. De la misma se deduce que la mejor forma de comprimir un gas resulta mediante un proceso isoterma ya que es el que menos energía consume<sup>2</sup>, siendo indiferente el sistema utilizado. Cuando la compresión se realiza de forma adiabática resulta más recomendable realizar este proceso mediante un sistema cerrado.

**Tabla 1.2:** Comparación de los procesos de compresión.

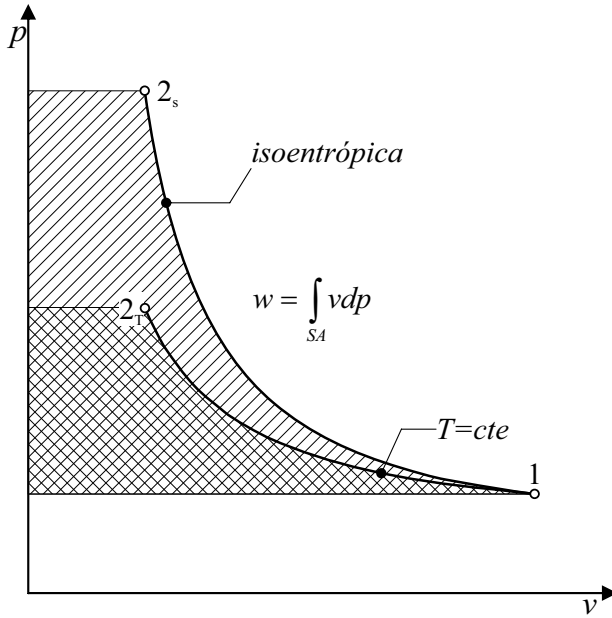
Sistema	Proceso	$w \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$
S.A. S.C.	Isoterma	-136,33
S.A. S.C.	Isentrópico	-269,92 -192,80

### ***Apartado 4***

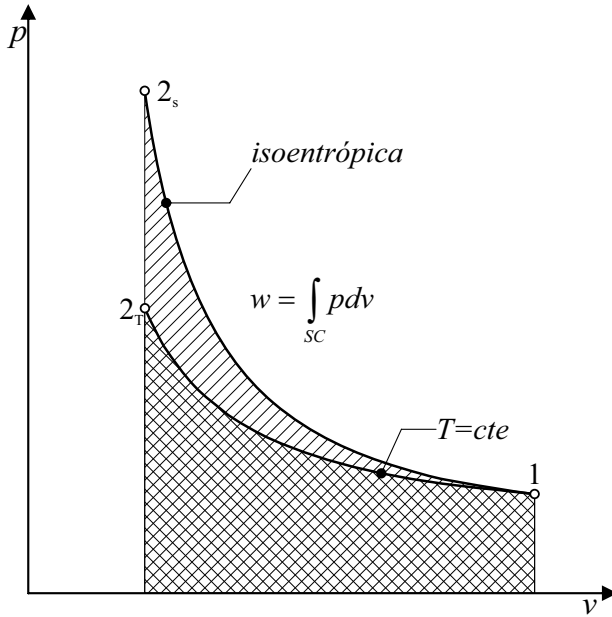
En la figura 1.2 se exponen todos los procesos estudiados en el diagrama  $p - v$  (diagrama del trabajo), donde se ha diferenciado entre las transformaciones isoterma e isentrópica y el trabajo realizado mediante un sistema abierto (proyección en el eje de ordenadas) y cerrado (proyección en el eje de abscisas).

<sup>2</sup>Se recuerda que el signo “menos” del valor numérico indica un coste energético que hay que aportar al sistema para realizar el proceso.





(a) Sistema abierto.

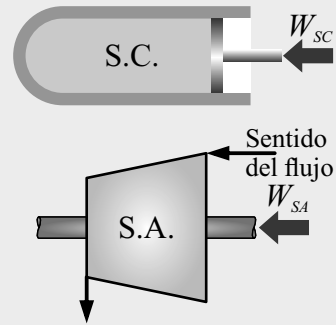


(b) Sistema cerrado.

Figura 1.2: Área representativa para el cálculo del trabajo en sistemas abiertos y cerrados.

## Comentarios

La tecnología actual en compresores abarca tanto sistemas cerrados como abiertos. El proceso de compresión de un gas en los primeros está basado en una variación más o menos “drástica” (disminución) de su volumen, lo que produce un aumento de la presión y por tanto de su densidad. Por contra, el proceso en un sistema abierto se basa en una compresión dinámica, es decir, se transmite una aceleración al gas que será posteriormente frenado de forma brusca en un volumen cerrado. Se produce por tanto una conversión de energía cinética a energía térmica (presión) en el fluido.



**Figura 1.3:** Esquema de un compresor basado en un sistema cerrado (arriba) y un sistema abierto (abajo).

Los procesos isotermsos son muy difíciles de reproducir en la industria debido a que requieren grandes superficies de intercambio térmico y baja velocidad en el proceso productivo debido a que los fenómenos de transferencia de calor son lentos, lo que complica y encarece la instalación. Un proceso rápido de compresión se acerca a una transformación isentrópica con el correspondiente aumento en el coste energético (ver tabla 1.2).

Cuando la relación de compresión es muy elevada se suele hacer una compresión escalonada en varios niveles con el fin de hacer una aproximación práctica a la compresión isoterma, más económica desde el punto de vista energético. Esta aproximación consiste en la combinación de un proceso de compresión más o menos isentrópico (dependiendo del rendimiento del compresor) seguido de una refrigeración isóbara. La combinación de ambos procesos se conoce comúnmente como compresión escalonada con refrigeración intermedia y en la práctica permite un proceso intermedio entre los dos extremos (compresión isentrópica e isoterma) con una disminución del coste energético respecto a la compresión isentrópica.



### 1.3 Comparación de máquinas térmicas

En la tabla 1.3 se representan los parámetros de trabajo de cuatro máquinas térmicas que trabajan de forma cíclica absorbiendo calor de un foco caliente y cediendo calor a un foco frío. En dicha tabla se indican las temperaturas de los focos, que permanecen constantes, el calor intercambiado en cada uno de ellos y el trabajo desarrollado por el ciclo.

Para cada una de las máquinas se pide:

1. Determinar si es posible o no dicho ciclo, justificando los motivos de la respuesta.
2. El rendimiento térmico. ¿Cómo se comporta este ciclo con referencia al ciclo de Carnot?
3. Calcular la entropía generada.
4. Indicar si se trata de un proceso reversible o irreversible justificar la respuesta.

**Tabla 1.3:** Propiedades de las máquinas térmicas y de los focos caliente y frío.

Máquina	Foco Caliente		Foco Frío		Trabajo
	$T_C$ (K)	$Q_C$ (kJ)	$T_F$ (K)	$Q_F$ (kJ)	
<b>1</b>	1000	2500	300	750	1850
<b>2</b>	850	1700	270	513	1187
<b>3</b>	900	2340	285	855	1485
<b>4</b>	1200	2160	290	522	1638

## SOLUCIÓN

### Apartado 1

Para cada una de las cuatro máquinas se pide determinar si es posible o no el proceso justificando la respuesta. Es sabido que para que un proceso (o conjunto de procesos) termodinámico(s) sea posible es condición indispensable no contradecir la primera y segunda leyes de la termodinámica. Será éste por tanto uno de los requisitos que se deben cumplir en cada una de las máquinas propuestas.

Según el enunciado, todas las máquinas trabajan absorbiendo calor de un foco caliente ( $Q_C$ ) y cediendo calor a un foco frío ( $Q_F$ ), por lo que son máquinas térmicas directas (conversión de calor en trabajo). El primer principio sólo impone que la conversión de calor en trabajo (o su inversa) debe ser idéntica cuantitativamente, ni siquiera obliga a que exista más de un foco de intercambio. Sin embargo, el segundo principio es el que establece que la máquina debe tener al menos un segundo foco al que ceder calor.

De este modo, para cumplir el primer principio es necesario que ocurra que  $W_C = Q_C - |Q_F|$ . La suma de la energía saliente del sistema, ya sea en forma de trabajo o calor cedido al foco frío, debe coincidir con el valor de la energía entrante al sistema.

Una vez planteada la forma de resolución del problema, dado que se conocen las temperaturas de los focos, se puede calcular el rendimiento máximo teórico (o rendimiento de Carnot) de cada una de las máquinas mediante la expresión

$$\eta_{max} = 1 - \frac{T_{FF}}{T_{FC}} \quad (1.33)$$

de igual modo, dado que se conoce el trabajo producido y el calor intercambiado con los focos, se puede calcular el rendimiento térmico real de las máquinas a partir de la expresión

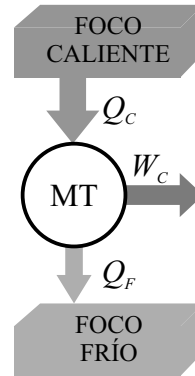


Figura 1.4: Esquema termodinámico de una máquina térmica directa.

$$\eta_{ciclo} = \frac{W_{neto}}{Q_C} \quad (1.34)$$

por lo que la máquina térmica cumplirá el segundo principio si se cumple

$$\eta_{max} \geq \eta_{ciclo} \quad (1.35)$$

En la tabla 1.4 se exponen los resultados del rendimiento real y el máximo para cada máquina y si cumple o no el segundo principio.

### *Apartado 2*

Como se puede observar en la tabla 1.4, el rendimiento térmico de las máquinas **1** y **2** es superior al del ciclo de Carnot correspondiente, por tanto ambas máquinas violan el segundo principio y por tanto dichos ciclos no son posibles. La máquina **3** tiene un rendimiento térmico inferior al ciclo de Carnot correspondiente, mientras que la máquina **4** responde a un ciclo de Carnot, coincidiendo su rendimiento con el máximo teórico.

**Tabla 1.4:** Clasificación de los procesos atendiendo al segundo principio.

Máquina	$\eta_{max}$ (%)	$\eta_{real}$ (%)	Primer Principio	Segundo Principio	Factible
<b>1</b>	70,0	74,0	No cumple	No cumple	Imposible
<b>2</b>	68,24	68,82	Cumple	No cumple	Imposible
<b>3</b>	68,33	63,46	Cumple	Cumple	Posible
<b>4</b>	75,83	75,83	Cumple	Cumple	Posible

### *Apartado 3*

La variación de entropía del universo es la suma de la variación de entropía de cada uno de los componentes del sistema más la variación de entropía del entorno

$$\Delta S_{U_{universo}} \equiv \Delta S_U = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{entorno} \quad (1.36)$$

**Para seguir leyendo, inicie el proceso de compra, [click aquí](#)**