



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DEL DISEÑO

TRABAJO FINAL DE MÁSTER

**ESTUDIO DE INESTABILIDADES AEROELÁSTICAS EN
ESTRUCTURAS DE PANEL SOLAR**

MÁSTER EN INGENIERÍA AERONÁUTICA

Autor: **Raúl Ruiz Cabezuelo**
Tutor: **Pedro Quintero Igeño**

Valencia, Julio del 2020

Agradecimientos

En primer lugar quería dar las gracias a mi tutor en este proyecto, Pedro Quintero, por su inestimable ayuda y disposición ante cualquier cuestión que me surgiera y por aguantarme en tantas llamadas. También me gustaría dar las gracias a Andrés Cremades por su ayuda en los problemas que se me han ido presentando. No quiero olvidarme de Pau y Antonio los cuales me han ayudado y corregido en varias ocasiones aspectos del proyecto. Para cerrar los agradecimientos a todos los miembros del despacho también quisiera referirme a Andrea y Borja, quienes como yo estaban haciendo sus respectivos proyectos. Agradecer su disposición y su ayuda en cualquier aspecto y la actitud de equipo que se ha mostrado para reducir las distancias a consecuencia del COVID-19.

Por supuesto, quiero dar las gracias a mis padres por estar siempre ahí y por hacerme el confinamiento sufrido hace meses atrás más llevadero. También me gustaría mencionar al resto de mi familia, en especial a mis abuelos, que han tenido que estar una larga temporada sin poder ver a sus nietos debido a las circunstancias de meses atrás. Ellos también son un componente indispensable de todos los éxitos logrados.

También quería dar las gracias a todos mis amigos de Villanueva que hacen que cada vez que me toque irme de allí esté deseando volver. En especial a Juan Luis y a Jaime por ser los acompañantes de desescalada y conseguir hacerla más llevadera.

Y por último, y no por ello menos importante, no quisiera olvidarme de los “Tibus”, los cuales conocí hace seis años y que han sido parte fundamental de mi vida en Valencia. Una pena no haber podido realizar una despedida a la altura por las circunstancias, pero ese asunto se arreglará. Tampoco olvidarme de mis compañeros de carrera que han hecho que los cursos fueran más llevaderos y de los que también me hubiera gustado despedirme de otra forma.

“La soberanía del hombre está oculta en la dimensión de sus conocimientos”

Sir Francis Bacon

Resumen

En este proyecto se abordará el estudio de las distintas inestabilidades aeroelásticas que pueden aparecer en estructuras de panel solar. Se estudiarán los problemas aeroelásticos derivados de la adición de grados de libertad al sistema como consecuencia de incluir un seguidor solar en dicho sistema. Se modelará este problema como una placa plana bidimensional equivalente que tendrá dos muelles: uno a torsión y otro a flexión simulando la rigidez de la estructura. Los cálculos se efectuarán utilizando el software comercial CFD STAR-CCM+ mediante el cual se realizará un estudio de interacción fluido-estructura. Con todo esto se estudiará el fenómeno aeroelástico no lineal del flameo en pérdida (stall flutter). El objetivo principal del proyecto es el análisis de una serie de configuraciones con el objetivo de ver su comportamiento y poder discutir cuáles son las más óptimas.

Índice general

Índice de figuras	II
Índice de tablas	V
Lista de Símbolos	1
I Memoria	1
1. Introducción	2
1.1. Motivación	2
1.2. Antecedentes	3
1.3. Descripción del problema	4
1.4. Objetivos	7
2. Fundamentos teóricos	8
2.1. Aeroelasticidad no lineal	8
2.1.1. No linealidades aerodinámicas a baja velocidad	9
2.1.2. Flameo en pérdida (<i>stall flutter</i>)	10
2.1.2.1. Entrada en pérdida dinámica (<i>dynamic stall</i>)	10
2.2. Interacción fluido-estructura	12
2.2.1. Enfoque de resolución de los problemas FSI	13
2.2.2. Ecuaciones para la resolución de problemas FSI	13
2.2.2.1. Ecuaciones del fluido	13
2.2.2.2. Ecuaciones del sólido deformable	14
2.2.2.3. Acoplamiento de los dominios pertenecientes al fluido y a la estructura	15
3. Metodología y herramientas	17
3.1. Cálculo CFD	17
3.1.1. Ecuaciones de la mecánica de fluidos	17
3.1.2. Discretización de las ecuaciones	19
3.1.3. Modelado de la turbulencia	21
3.1.4. Condiciones de contorno	24
3.1.5. Malla	25
3.1.5.1. Clasificación según el tipo de elemento	25
3.1.5.2. Clasificación basada en la conectividad entre elementos	26
3.1.5.3. Descripción general de la malla utilizada	27
3.1.5.4. Mallado de la capa límite	27

3.1.5.5. Controles de mallado	29
3.1.6. Modelos y solver	30
3.1.7. Estudio del movimiento del cuerpo	31
3.2. Cálculo estructural	31
3.2.1. Obtención del modelo 2D equivalente	31
3.2.2. Obtención de los autovalores del sistema lineal	35
3.3. Estudio de independencia de malla	40
3.4. Estudio de independencia de las iteraciones internas	41
3.5. Estudio de independencia del paso temporal	42
3.6. Validación del modelo	44
3.6.1. Resultados estacionarios	44
3.6.2. Resultados no estacionarios	46
4. Resultados	49
4.1. Cálculos estacionarios	49
4.1.1. Comparación entre configuración de placa simple, con obstáculo y con eje	49
4.1.2. Análisis del efecto suelo	52
4.1.3. Estudio de la variación del espesor de la placa	55
4.1.4. Estudio de la interacción entre dos placas	57
4.2. Cálculos no estacionarios	59
4.2.1. Comparación entre configuración de placa simple, con obstáculo y con eje	59
4.2.2. Comparación entre placa con 2 g.d.l. y placa con 1 g.d.l.	65
4.2.3. Análisis del efecto suelo	68
4.2.4. Estudio de la variación del espesor de la placa	70
4.2.5. Estudio de la interacción entre dos placas	73
5. Conclusiones	83
5.1. Conclusiones	83
5.2. Trabajos futuros	84
II Presupuesto	86
1. Introducción	87
2. Costes unitarios	88
2.1. Costes de material y software unitario	88
2.2. Coste de oficina unitario	89
2.3. Coste de personal cualificado unitario	90
3. Presupuesto total	91
III Pliego de condiciones	92
1. Condiciones del puesto de trabajo	93
1.1. Introducción	93
1.2. Lugares de trabajo	94
1.2.1. Medidas de emergencia: vías y salidas de evacuación	94
1.2.2. Condiciones de protección contra incendios	94

1.2.3. Instalación eléctrica	94
1.2.4. Condiciones termohigrométricas	94
1.2.5. Iluminación	95
1.2.6. Ergonomía: diseño del puesto de trabajo	95
1.2.7. Ruido	96
2. Condiciones de los recursos informáticos	97
2.1. Introducción	97
2.2. Condiciones del <i>hardware</i>	97
2.3. Condiciones del <i>software</i>	100
IV Anexos	101
1. Anexos	102
1.1. Anexo I: valores de las matrices de masa y rigidez de torsión y de flexión	102
1.2. Anexo II: valores de las matrices de influencia aerodinámica	102
Bibliografía	103

Índice de figuras

1.1. Distintos tipos de seguidores solares [7]	3
1.2. Dominio de cálculo del caso base 2D (no escala)	5
1.3. Esquema del modelo equivalente 2D de la placa	6
1.4. Esquema de los casos de placa con obstáculo (izquierda) y placa con eje (derecha)	6
2.1. Diagramas de carga-desplazamiento linealizados [13]	9
2.2. Esquema conceptual de la capa límite en el caso del borde de ataque de un perfil estático (izquierda) y de un perfil con un movimiento de cabeceo positivo (derecha) [13]	11
2.3. Diferentes mecanismos de formación de LEV [13]	12
2.4. Esquema de un problema genérico de interacción fluido-estructura	15
3.1. Descripción de cada una de las fronteras del dominio para el caso 2D (no escala)	24
3.2. Diferentes tipos de elementos de una malla	26
3.3. Ejemplo de malla estructurada (izquierda) y de malla no estructurada (derecha)	27
3.4. Ley de la pared [44]	28
3.5. Distribución del y^+ a lo largo de la pared de la placa	29
3.6. Esquema de la malla empleada para el caso 2D (no escala) mostrando las diferentes zonas de refinamiento	30
3.7. Representación de la parte real (izquierda) y parte imaginaria (derecha) de las frecuencias solución del problema en función del parámetro de rigidez característico k^*	39
3.8. Representación de los coeficientes de sustentación (izquierda) y momento (derecha) en función del ángulo de ataque para la placa 2D con diferentes resoluciones de malla	41
3.9. Comparación de la evolución temporal de los coeficientes aerodinámicos obtenida con cuatro números de iteraciones internas diferentes: 5, 10, 15 y 20	42
3.10. Evolución temporal de $\Delta\theta$ (izquierda) y representación del valor absoluto de los coeficientes de Fourier de la FFT de $\Delta\theta(t)$ frente a la frecuencia adimensional (St) (derecha). Comparación entre los pasos temporales de $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}$ s, $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s, $\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$ s, $\Delta t = 2 \cdot 10^{-5}$ s y $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$ s	43
3.11. Distribución del CFL en la parte <i>overset</i> de la malla para un $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s en un instante de tiempo arbitrario	44
3.12. Evolución del C_L (izquierda) y del C_M (derecha) en función del ángulo de ataque, comparación con la literatura	45
3.13. Contornos de velocidad adimensional de la placa 2D para diferentes ángulos de ataque. Cálculos estacionarios	46
3.14. Evolución de la torsión media (izquierda) y del desplazamiento vertical adimensional medio (derecha) en función de la rigidez adimensional de la placa 2D, comparación con la literatura	47
3.15. Evolución temporal de la torsión para una $k^* = 7$ (izquierda) y para una $k^* = 21.25$, comparación con la literatura	47

4.1. Evolución del C_L (izquierda) y del C_M (derecha) en función del ángulo de ataque. Casos de placa simple, placa con obstáculo y placa con eje	50
4.2. Contornos de velocidad adimensional V^* para los casos de placa simple (izquierda), placa con obstáculo (centro) y placa con eje (derecha). Ángulo de ataque $\theta = 0^\circ$	51
4.3. Contornos de velocidad adimensional V^* para los casos de placa simple (izquierda), placa con obstáculo (centro) y placa con eje (derecha). Ángulo de ataque $\theta = 2^\circ$	51
4.4. Contornos de velocidad adimensional V^* para los casos de placa simple (izquierda), placa con obstáculo (centro) y placa con eje (derecha). Ángulo de ataque $\theta = 10^\circ$	51
4.5. Evolución del C_L (izquierda) y del C_M (derecha) en función del ángulo de ataque. Distintas curvas en función de la distancia de la placa al suelo	52
4.6. Contornos de velocidad de la placa plana a distintas distancias del suelo a un ángulo de ataque $\theta = 20^\circ$	53
4.7. Distribución del coeficiente de presión para dos casos de placa a distintas distancias del suelo. Ángulos de ataque $\theta = 10^\circ$ (izquierda) y $\theta = 20^\circ$ (derecha)	54
4.8. Evolución del C_L (izquierda) y del C_M (derecha) en función del ángulo de ataque. Distintas curvas en función del espesor de la placa	55
4.9. Contornos de velocidad de la placa plana con varios espesores. Ángulo de ataque $\theta = 2^\circ$	56
4.10. Evolución del C_L (izquierda) y del C_M (derecha) en función del ángulo de ataque. Distintas curvas en función de la distancia entre placas	57
4.11. Líneas de corriente de los casos de dos placas localizadas a distintas distancias entre ellas. Ángulo de ataque de las dos placas $\theta = 20^\circ$	58
4.12. Evolución de la torsión media (izquierda) y el desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional de la placa k^* . Casos de placa simple, placa con obstáculo y placa con eje	59
4.13. Amplitud de la torsión para distintos valores de rigidez adimensional k^* . Casos de placa simple, placa con obstáculo y placa con eje	60
4.14. Bucles de histéresis aerodinámica para la configuración de placa simple a una $k^* = 7$	61
4.15. Bucles de histéresis aerodinámica para la configuración de placa con obstáculo a una $k^* = 15$	62
4.16. Evolución temporal de la torsión (izquierda) y representación del valor absoluto de los coeficientes de Fourier de la FFT de $\Delta\theta(t)$ frente a la frecuencia adimensional (St) (derecha) para una $k^* = 10$. Casos de placa simple, placa con obstáculo y placa con eje.	63
4.17. Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Configuración de placa simple con $k^* = 7$	64
4.18. Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Configuración de placa con obstáculo con $k^* = 15$	64
4.19. Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Configuración de placa con eje con $k^* = 12.5$	65
4.20. Evolución de la torsión media en función de la rigidez adimensional k^* . Casos de placa con 2 g.d.l. y placa con 1 g.d.l.	66
4.21. Amplitud de la torsión para distintos valores de la rigidez adimensional k^* . Casos de placa con 2 g.d.l. y placa con 1 g.d.l.	67
4.22. Evolución temporal de la torsión para una $k^* = 15$ (izquierda) y para una $k^* = 7$ (derecha). Casos de placa con 2 g.d.l. y placa con 1 g.d.l.	67
4.23. Evolución del desplazamiento vertical adimensional para distintos valores de la rigidez adimensional k^* para el caso de la placa plana con 2 g.d.l.	68
4.24. Representación del valor absoluto de los coeficientes de Fourier de la FFT de $\Delta\theta(t)$ frente a la frecuencia adimensional St para los valores de rigideces $k^* = 15$ (izquierda) y $k^* = 7$ (derecha). Casos de placa con 2 g.d.l. y placa con 1 g.d.l.	68

4.25. Evolución de la torsión media (izquierda) y el desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional de la placa k^* . Curvas en función de la distancia de la placa al suelo	69
4.26. Amplitud de la torsión para distintos valores de rigidez adimensional k^* . Curvas en función de la distancia de la placa al suelo	70
4.27. Evolución de la torsión media (izquierda) y el desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional de la placa k^* . Curvas en función del espesor de la placa	70
4.28. Amplitud de la torsión para distintos valores de rigidez adimensional k^* . Curvas en función del espesor de la placa	71
4.29. Representación del valor absoluto de los coeficientes de Fourier de la FFT de $\Delta\theta(t)$ frente a la frecuencia adimensional St para una $k^* = 30$. Varios casos en función del espesor de la placa	72
4.30. Contornos de velocidad adimensional V^* para un tiempo $t = 5$ s y con una rigidez adimensional $k^* = 30$. Distintas escenas según el espesor de la placa	73
4.31. Evolución de la torsión media (izquierda) y el desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional de la placa k^* para el caso de dos placas con un ángulo de ataque inicial $\theta_0 = 2.5^\circ$ para las dos placas. Curvas en función de la distancia entre placas	74
4.32. Amplitud de la torsión para distintos valores de rigidez adimensional k^* para la placa 1 (izquierda) y para la placa 2 (derecha) con un ángulo de ataque inicial $\theta_0 = 2.5^\circ$ para las dos placas. Curvas en función de la distancia entre placas	75
4.33. Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 2.5^\circ$ a una distancia de $4c$ y una $k^* = 10$	76
4.34. Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 2.5^\circ$ a una distancia de $2c$ y una $k^* = 10$	77
4.35. Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 2.5^\circ$ a una distancia de c y una $k^* = 10$	77
4.36. Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 2.5^\circ$ a una distancia de $0.5c$ y una $k^* = 10$	78
4.37. Evolución de la torsión media (izquierda) y el desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional de la placa k^* para el caso de dos placas con un ángulo de ataque inicial $\theta_0 = 10^\circ$ para las dos placas. Curvas en función de la distancia entre placas	78
4.38. Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 10^\circ$ a una distancia de $4c$ y una $k^* = 80$	80
4.39. Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 10^\circ$ a una distancia de $2c$ y una $k^* = 80$	80
4.40. Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 10^\circ$ a una distancia de c y una $k^* = 80$	81
4.41. Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 10^\circ$ a una distancia de $0.5c$ y una $k^* = 80$	81
4.42. Amplitud de la torsión para distintos valores de rigidez adimensional k^* para la placa 1 (izquierda) y para la placa 2 (derecha) con un ángulo de ataque inicial $\theta_0 = 10^\circ$ para las dos placas. Curvas en función de la distancia entre placas	82

Índice de tablas

3.1. Mallas utilizadas en el estudio de independencia de malla del caso 2D	40
2.1. Desglose del coste del material de oficina utilizado	89
3.1. Presupuesto total. Desglose de costes.	91

Lista de Símbolos

Símbolos latinos

$\delta\mathcal{W}$	Derivada del trabajo virtual
Δt	Incremento de paso temporal
Δw	Movimiento incremental de flexión
δw	Diferencial del desplazamiento vertical
Δx	Tamaño de celda
$\mathbf{A}_{\theta,\theta}, \mathbf{A}_{\theta,\mathbf{w}}, \mathbf{A}_{\mathbf{w},\theta}, \mathbf{A}_{\mathbf{w},\mathbf{w}}$	Matrices de influencia aerodinámica
\mathbf{K}_{θ}	Matriz de rigidez de los modos de torsión
$\mathbf{K}_{\mathbf{w}}$	Matriz de rigidez de los modos de flexión
\mathbf{M}_{θ}	Matriz de masa de los modos de torsión
$\mathbf{M}_{\mathbf{w}}$	Matriz de masa de los modos de flexión
\mathbf{Q}	Vector de fuerzas generalizadas asociadas a los grados de libertad
\mathbf{u}	Vector con los grados de libertad adimensionales del sistema
\mathcal{T}	Energía cinética
\mathcal{U}	Energía de deformación
Ma	Número de Mach
Re	Número de Reynolds
τ_w	Esfuerzo cortante en la pared
\vec{f}_m	Vector de fuerzas másicas
\vec{u}	Vector velocidad
\vec{W}	Vector de la amplitud de los modos de flexión
a_{∞}	Velocidad del sonido
c	Cuerda de la placa
C_L	Coefficiente de sustentación global
c_l	Coefficiente de sustentación de la sección

LISTA DE SÍMBOLOS

C_M	Coeficiente de momento global
c_m	Coeficiente de momento de la sección
dm	Masa por unidad de envergadura de un elemento dx
f_i	Función propia asociada a la torsión
G	Módulo de cizalladura del material
g_i	Función propia asociada a la flexión
H	Altura del dominio
h	Espesor de la placa
I	Segundo momento de área de la sección
I_E	Momento de inercia de la placa respecto al eje elástico
I_G	Momento de inercia de la placa respecto al centro de gravedad
I_{2D}	Inercia de la placa 2D
J	Módulo de torsión de la sección
k	Energía cinética turbulenta
k^*	Rigidez adimensional característica de la placa
k_θ	Rigidez a torsión de la placa 2D
k_θ^*	Rigidez adimensional de torsión
k_w	Rigidez a flexión de la placa 2D
k_w^*	Rigidez adimensional de flexión
L	Longitud de la placa
L_A	Sustentación aerodinámica
L_d	Longitud del dominio aguas abajo
L_u	Longitud del dominio aguas arriba
m	Masa por unidad de envergadura
M_A	Momento aerodinámico
m_{2D}	Masa de la placa 2D
q_j	j-ésima coordenada generalizada
Q_{q_j}	Fuerza generalizada correspondiente con la coordenada q_j
R_{ij}	Tensor de esfuerzos de Reynolds
S_E	Momento de estático de la placa respecto al eje elástico
St	Número de Strouhal o frecuencia adimensional
t	Tiempo
u	Velocidad

LISTA DE SÍMBOLOS

u_τ	Velocidad de fricción
V^*	Velocidad adimensional del flujo
V_∞	Velocidad del flujo sin perturbar
w	Desplazamiento vertical de la placa
W_i	Amplitud asociada con los modos de flexión
w_{2D}	Desplazamiento vertical de la placa 2D
x	Coordenada de la placa en dirección de la cuerda
y^+	Distancia a la pared adimensional
y_p	Desplazamiento vertical de un punto cualquiera de la placa
z	Coordenada de la placa en dirección de la longitud

Símbolos griegos

$\Delta\theta$	Movimiento incremental de torsión
$\delta\theta$	Diferencial del ángulo de cabeceo
δ_{ij}	Delta de Kronecker
μ_∞	Viscosidad dinámica del fluido
μ_T	Viscosidad dinámica turbulenta
ν	Módulo de Poisson
ν_T	Viscosidad cinemática turbulenta
ω	Frecuencia de oscilación
ω_θ	Frecuencia natural de torsión
ω_w	Frecuencia natural de flexión
ρ_∞	Densidad del fluido
ρ_s	Densidad de la placa
τ	Tensor de esfuerzos
θ	Torsión de la placa
θ_0	Ángulo de incidencia inicial de la placa
Θ_i	Amplitud asociada con los modos de torsión
θ_{2D}	Ángulo de cabeceo de la placa 2D
$\vec{\Theta}$	Vector de la amplitud de los modos de torsión
$d\Omega$	Diferencial de volumen

Siglas y acrónimos

AR	<i>Aspect Ratio</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

<i>CFL</i>	<i>Número de Courant-Friedrichs-Lewy</i>
<i>DNS</i>	<i>Direct Numerical Simulation</i>
<i>FFT</i>	<i>Transformada rápida de Fourier</i>
<i>FVM</i>	<i>Finite Volume Method</i>
<i>LCO</i>	<i>Limit Cycle Oscillation</i>
<i>LES</i>	<i>Large Eddy Simulation</i>
<i>LEV</i>	<i>Leading Edge Vortex</i>
<i>PVD</i>	<i>Pantalla de Visualización de Datos</i>
<i>RANS</i>	<i>Reynolds Averaged Navier Stokes</i>

Parte I

Memoria

1 | Introducción

Contenidos

1.1. Motivación	2
1.2. Antecedentes	3
1.3. Descripción del problema	4
1.4. Objetivos	7

1.1. Motivación

Debido a la situación de emergencia climática que vive la sociedad, se busca cada vez más reducir el uso de fuentes de energía no renovables, en especial combustibles fósiles. Todo esto conduce a una mayor utilización de las energías procedentes de fuentes renovables. Entre las múltiples formas de energías renovables existentes, merece la pena destacar la energía solar fotovoltaica. Dicha forma de energía produce electricidad obtenida directamente a partir de la radiación solar mediante un dispositivo semiconductor denominado célula fotovoltaica [1]. Aunque es cierto que este tipo de energía tiene una eficiencia baja si se compara con los combustibles fósiles, la disponibilidad de la fuente primaria de energía (radiación solar) y que también dicha forma de energía sea bastante asequible, hace que este tipo de energía sea uno de los principales sustitutos a la energía procedente de las centrales termoeléctricas [2].

La principal desventaja de la energía solar fotovoltaica consiste en que su producción depende de la radiación solar, por lo que si la célula no se encuentra alineada perpendicularmente al Sol se pierde entre un 10-25 % de la energía incidente. Con el objetivo aumentar la eficiencia de las placas fotovoltaicas, una de las posibles soluciones es instalar un sistema de seguimiento solar para que los paneles sigan el movimiento del Sol. Un seguidor solar, por tanto, optimiza el ángulo con el que los paneles reciben la radiación solar buscando siempre que la superficie de las placas forme 90 grados con los rayos solares [3]. Hay dos tipos de sistemas de seguimiento solar: en un eje y en dos ejes [4]. Los seguidores en un eje normalmente siguen movimiento de este a oeste del Sol [5], mientras que los seguidores en dos ejes también siguen los cambios en altitud [6].

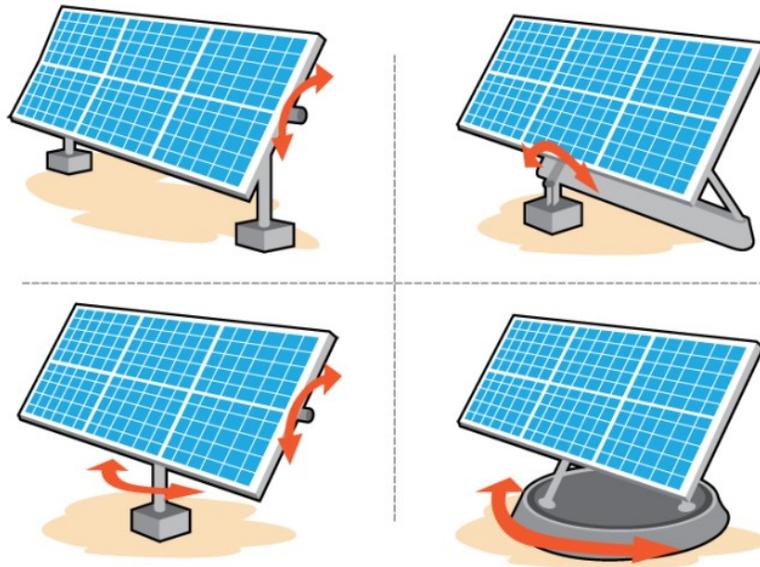


Figura 1.1: Distintos tipos de seguidores solares [7]

A pesar del incremento de la eficiencia energética que proporciona el sistema de seguimiento, el hecho de que el panel cuente con una serie de grados de libertad puede desencadenar problemas estructurales. De hecho, la inclusión de este sistema hace que la estructura sea similar a la de una placa en voladizo, siendo su rigidez menor en comparación con el panel fijo original [8].

A consecuencia de dicha reducción de la rigidez, hay que prestar atención a la interacción entre el fluido (el aire) y la estructura (la placa), ya que si la placa empieza a estar sometida a velocidades de flujo altas, o la rigidez de la estructura es demasiado baja, puede pasar que se originen inestabilidades en la estructura que pueden acabar en el peor de los casos en fallo catastrófico. De ahí que sea importante analizar los fenómenos aeroelásticos que pueda experimentar la estructura.

Es por todo ello que en este proyecto se pretende estudiar toda la problemática relacionada con los seguidores solares simplificando el problema a una placa plana que tendrá una serie de grados de libertad como sucede con los seguidores solares. En una placa plana, cuando el movimiento se amplifica, esta puede entrar fácilmente en pérdida, generando un movimiento oscilatorio. Este fenómeno se conoce como flameo en pérdida y se caracteriza por su carácter no lineal que nada tiene que ver con el flameo lineal común [9]. Por ello, el propósito del proyecto es estudiar las inestabilidades aeroelásticas que puede experimentar una placa plana. Además también se estudiarán diversas configuraciones con el objetivo de hacer el estudio más completo.

1.2. Antecedentes

Dicho proyecto pretende continuar lo hecho en el Trabajo Final de Grado de Raúl Ruiz [10], en el que se realizó un estudio aeroelástico de un perfil aerodinámico estudiando los dos fenómenos clásicos de la aeroelasticidad: la divergencia y el flameo. Sin embargo, este proyecto no va a realizar una continuación del estudio de un perfil, sino que dicha continuación es más conceptual ya que se analizará una placa plana. Se opta por una placa plana ya que este tipo de estructuras presentan inestabilidades no lineales a ángulos de ataque relativamente bajos y que no pueden ser predichas por los modelos analíticos de la teoría lineal

de la aeroelasticidad como pasaba en [10]. De este modo, dicho proyecto pretende ampliar lo visto en [10] estudiando fenómenos más complejos y de carácter no lineal.

Dicho lo anterior, cabe decir que en realidad el antecedente principal en el que se basa la realización de este proyecto, es el artículo de Gil et al. [11], un estudio realizado en el Instituto Universitario CMT Motores Térmicos de la Universidad Politécnica de Valencia donde se analizan las inestabilidades aeroelásticas que puede experimentar una placa plana en voladizo. Los autores de [11] deciden estudiar este tipo de estructura debido a que las inestabilidades que se producen en una placa son de tipo no lineal, ya que la placa plana tiene desprendimientos de flujo generalizados que provocan su entrada en pérdida, a ángulos de ataque bastante bajos si se comparan con los de un perfil aerodinámico. Otro de los puntos en los que pone especial énfasis el artículo de Gil et al. [11] es en la obtención de un modelo equivalente 2D de la placa a partir de una geometría 3D con una serie de condiciones. Además, proponen correcciones al modelo 2D para tener en cuenta los efectos aerodinámicos 3D. Con dicho modelo, el sistema resultante 2D es capaz de predecir de una manera similar los resultados, lo que implica una reducción sustancial del coste computacional. En el estudio que se va a tratar a lo largo de este proyecto, se pretende a partir de la información que aparece en [11], ampliar el estudio analizando una serie de tipologías estructurales, viendo su respuesta y las inestabilidades que puedan aparecer en cada una de ellas.

1.3. Descripción del problema

El propósito de este proyecto es el estudio de inestabilidades en estructuras de panel solar. Para ello, se abordará el estudio aeroelástico de una placa plana con una serie de configuraciones. La respuesta estructural de dichas configuraciones será analizada a fin de determinar cuáles de estas configuraciones son las más óptimas. Se utilizará un modelo equivalente 2D con el propósito de reducir el coste computacional del problema. De hecho en [11] se ve como un modelo bidimensional equivalente ofrece buenos resultados suponiendo esto un gran ahorro de recursos.

Los características de la geometría y del flujo del caso base serán las mismas que las del artículo [11] a fin de poder realizar una validación de los resultados. A partir del caso base, se probarán una serie de configuraciones adicionales en la placa con el propósito de analizar su respuesta estructural y poder compararlas entre ellas.

Las dimensiones principales del caso base bidimensional pueden ser observadas en la figura 1.2. Estas son la cuerda de la placa ($c = 0.1$ m), la longitud de esta ($L = 3.7c$) y su espesor ($h = 0.04c$), llevando a un aspect ratio $AR = 2L/c = 7.4$. Para el dominio de cálculo se han escogido valores ampliamente aceptados en el estudio de una placa plana en régimen subsónico e incompresible [12]. El dominio se trata de una sección rectangular de altura $H = 4c$, con una longitud aguas arriba $L_u = 5c$ y una longitud aguas abajo $L_d = 15c$. También se ha realizado alrededor de la placa una circunferencia de 2 cuerdas de diámetro para poder realizar posteriormente una malla del tipo *overset*. La placa tendrá un ángulo de incidencia inicial $\theta_0 = 2.5^\circ$.

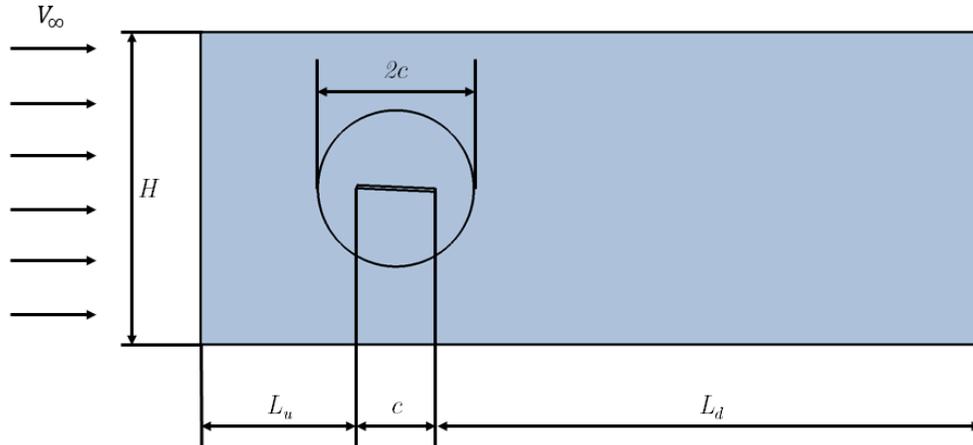


Figura 1.2: Dominio de cálculo del caso base 2D (no escala)

El flujo entra perpendicular a la sección de entrada, con una velocidad constante $V_\infty = 20$ m/s. El fluido en cuestión se trata de aire, con una densidad $\rho_\infty = 1.18$ kg/m³ y una viscosidad $\mu_\infty = 1.86 \cdot 10^{-5}$ Pa s. Con todo esto, se tiene un $Re = 1.3 \cdot 10^5$. La velocidad del sonido es $a_\infty = 340$ m/s, por tanto el número de Mach $Ma = V_\infty/a_\infty = 0.06$. Con dicho número de Mach tan bajo se puede asumir que el flujo es incompresible. Dicha configuración del flujo siempre será la misma en todo el proyecto.

Acerca de las características de la placa plana, el material referencia de la placa será el metacrilato con una densidad $\rho_s = 1180$ kg/m³, un módulo de Young $E = 3300$ MPa y un coeficiente de Poisson $\nu = 0.35$.

Hay que destacar que los valores mencionados anteriormente son una referencia del problema. A lo largo del estudio el valor de E será modificado por medio del parámetro característico de rigidez k^* , que es proporcional a $E/(\rho_\infty V_\infty^2)$ (la obtención y expresión del parámetro k^* será explicada más adelante). Por tanto, para cambiar los valores de la rigidez a lo largo del desarrollo de este proyecto, se modificará el módulo de Young de la placa con el objetivo de mantener el número de Reynolds constante.

Para modelar la rigidez de la placa plana bidimensional, esta se modelará con dos muelles:

- Un muelle vertical de constante k_w que controlará la resistencia de la placa a desplazarse verticalmente.
- Un muelle a torsión de constante k_θ que controla la resistencia elástica al giro por torsión de la placa.

Ambos muelles se localizarán en el eje elástico, punto del perfil en el cual si se aplica una fuerza vertical, el perfil se desplaza verticalmente sin girar. Dicho punto se localiza en la mitad de la placa, coincidiendo con el centro de gravedad.

Así pues el esquema de modelo equivalente para simular la interacción fluido-estructura en el caso bidimensional se muestra en la figura 1.3:

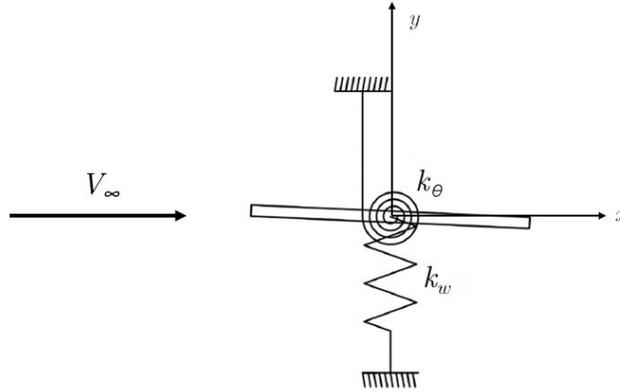


Figura 1.3: Esquema del modelo equivalente 2D de la placa

Hasta aquí se ha mencionado lo que es el caso base que va a ser el punto de partida de dicho proyecto. A partir de dicho caso, se van a realizar los siguientes estudios:

- Se va a comparar el comportamiento del caso base (o caso de placa simple), con una configuración simétrica con un obstáculo cuadrado a cada lado de la placa (figura 1.4 izquierda), de lado $0.1c$; y otra simulando la presencia de un eje (figura 1.4 derecha). El eje tendrá forma cuadrada y el lado tendrá una longitud de $0.1c$. Dicho eje estará a una distancia $0.25c$ de la placa. Se decide estudiar estas configuraciones debido a que la placa con eje es la configuración estructural de un seguidor solar, rotando la placa alrededor del eje; la configuración de la placa con los obstáculos se propone como posible solución a las inestabilidades que experimenta la placa plana.

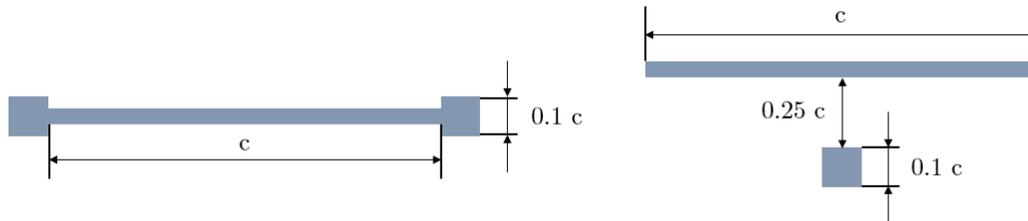


Figura 1.4: Esquema de los casos de placa con obstáculo (izquierda) y placa con eje (derecha)

- Se analizará el caso base de la placa plana con dos grados de libertad frente al caso de la misma placa con el grado de libertad de la torsión, suprimiendo el desplazamiento vertical de la placa.
- Se estudiará el fenómeno del efecto suelo situando la placa plana a distintas distancias del suelo.
- Se verá la influencia del espesor la placa probando una serie de espesores distintos.
- Se colocará otra placa detrás de la primera, variando la distancia entre dichas placas, para así poder observar los fenómenos de interacción entre dos placas.

1.4. Objetivos

Con este proyecto se pretenden alcanzar una serie de objetivos concretos:

- Estudio de los fenómenos no lineales de la aeroelasticidad, destacando el flameo en pérdida (*stall flutter*).
- Análisis de distintas configuraciones de placa para observar su comportamiento y determinar cuáles son más óptimas.
- Estudio de los fenómenos aeroelásticos de la placa plana mediante un modelo de interacción fluido-estructura de STAR-CCM+¹. Dentro de este estudio computacional se pretenden alcanzar una serie de objetivos secundarios:
 - Creación del dominio de cálculo.
 - Creación de la malla.
 - Elección correcta de los modelos.
 - Realización de cálculos transitorios.
 - Uso de módulo DFBI en el caso bidimensional.
- Validación de los resultados obtenidos con la literatura.
- Estudiar la dependencia de los parámetros del problema y su relación con las inestabilidades estructurales.
- Ampliación de los conocimientos referentes al campo de la aeroelasticidad.
- Finalización de los estudios del Máster de Ingeniería Aeronáutica de la Universidad Politécnica de Valencia.

¹STAR-CCM+ es un software comercial de dinámica de fluidos computacional (CFD) que permite simular una gran cantidad de problemas relacionados con la mecánica de fluidos. Dicho software será el usado a lo largo de todos los cálculos de este proyecto.

2 | Fundamentos teóricos

Contenidos

2.1. Aeroelasticidad no lineal	8
2.1.1. No linealidades aerodinámicas a baja velocidad	9
2.1.2. Flameo en pérdida (<i>stall flutter</i>)	10
2.2. Interacción fluido-estructura	12
2.2.1. Enfoque de resolución de los problemas FSI	13
2.2.2. Ecuaciones para la resolución de problemas FSI	13

2.1. Aeroelasticidad no lineal

La aeroelasticidad no lineal es el estudio de las interacciones entre las fuerzas inerciales, elásticas y aerodinámicas presentes en estructuras que están expuestas a un flujo de aire y que presentan no-linealidades que no son despreciables [13].

En la aeroelasticidad lineal clásica, las relaciones entre los estados del sistema y las fuerzas internas que actúan sobre dicho sistema se asumen siempre lineales. Los diagramas de fuerza-desplazamiento para la estructura y las curvas de sustentación y momento para la aerodinámica se asumen lineales, donde se desprecia la fricción y el amortiguamiento es también lineal. Como ejemplo, se puede considerar un muelle torsional que proporciona un momento M cuando se gira un ángulo ϕ . La figura 2.1a enseña la relación entre ϕ y M obtenida experimentalmente. Claramente se ve como la función $M(\phi)$ es no lineal, pero en el rango $\phi = [-0.5^\circ, 2^\circ]$, la curva es prácticamente lineal y se puede ajustar a la recta $M = K\phi + M_0$, donde K es la rigidez lineal del muelle.

La figura 2.1b muestra el coeficiente de sustentación de un ala en función del ángulo de ataque α a una velocidad del flujo determinada. Se observa como la curva $c_l(\alpha)$ es no lineal en su conjunto, pero si se acota el rango a $\alpha = [-5^\circ, 10^\circ]$, la curva se puede ajustar como una recta $c_l = c_{l_\alpha}\alpha + c_{l_0}$, donde c_{l_α} es la pendiente de la curva de sustentación.

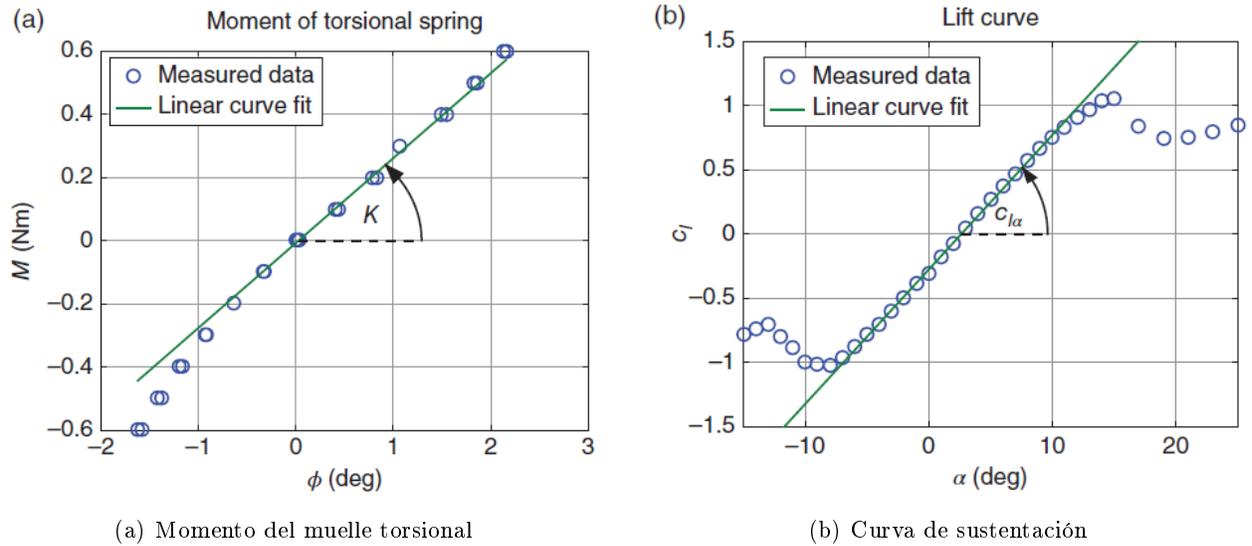


Figura 2.1: Diagramas de carga-desplazamiento linealizados [13]

Sin embargo, en la aeroelasticidad no lineal, los ángulos ϕ y α exceden los rangos lineales en todas sus condiciones de operación y, por lo tanto, se debe emplear un análisis no lineal para estudiar el sistema. La dinámica no lineal es el campo de estudio de las ecuaciones diferenciales no lineales. A diferencia de las ecuaciones diferenciales lineales, las no lineales en general no tienen solución analítica y, en algunos casos, varias soluciones diferentes pueden coexistir en las mismas condiciones de operación. Además los sistemas no lineales pueden tener más tipos de soluciones que los lineales. Las condiciones de operación de un sistema aeroelástico son principalmente la velocidad del flujo libre y la densidad del aire, mientras que el Re , el Ma y el ángulo de ataque medio pueden ser también importantes. Dependiendo de como varíen dichos parámetros, el número y el tipo de soluciones de las ecuaciones no lineales del movimiento pueden variar drásticamente [13].

Los fenómenos aeroelásticos principales que han sido objeto de estudio de una multitud de autores son el *galloping* de cables, el pandeo y flameo de paneles en flujo supersónico y el flameo en pérdida (*stall flutter*).

Las no linealidades presentes en los sistema aeroelásticos tienen tres fuentes [14]: la estructura, la aerodinámica y el sistema de control. Se va hablar de las no linealidades aerodinámicas y, en concreto, las presentes a baja velocidad, porque van a ser las que aparezcan en el problema que se va a estudiar.

2.1.1. No linealidades aerodinámicas a baja velocidad

Las no linealidades aerodinámicas tienen lugar en flujos donde la rotacionalidad, la viscosidad y los efectos de compresibilidad no son despreciables y, por tanto, las ecuaciones de Laplace no pueden ser empleadas. Para flujos subsónicos de baja velocidad, la mayor fuente de no linealidad es la capa límite y las regiones donde el flujo se ha desprendido, de hecho estos efectos no lineales cobran más fuerza cuando una parte del flujo se separa de manera permanente o instantánea. La aparición de flujo desprendido tiene lugar principalmente en los cuerpos romos y en los cuerpos aerodinámicos a altos ángulos de ataque o con grandes tasas de movimiento. Dicho flujo es claramente no estacionario, incluso cuando el cuerpo está completamente quieto. Debido a esto, es posible que se produzca desprendimiento de vórtices. Desde un punto de vista aeroelástico, los vórtices desprendidos pueden causar dos tipos de fenómenos:

- *Lock-in*: la frecuencia de los vórtices de Von Karman y la frecuencia natural de la estructura son similares. La estructura se comporta como un sistema lineal forzado cerca de la resonancia.
- Oscilaciones de ciclo límite (en inglés Limit Cycle Oscillations, LCO): una excitación inicial causa que la estructura responda a su frecuencia natural; el fluido desprende vórtices inducidos por el movimiento a la misma frecuencia. Las características de los vórtices provocan que las cargas aerodinámicas hagan que la amplitud de la oscilación estructural aumente con el tiempo hasta que finalmente la estructura se asienta en un ciclo límite con oscilaciones de amplitud constante. Si el cuerpo es romo, puede desprender vórtices de Von Karman, pero su frecuencia será generalmente diferente a la de los vórtices inducidos por el movimiento.

2.1.2. Flameo en pérdida (*stall flutter*)

Acercas de las inestabilidades aeroelásticas ocasionadas por la interacción fluido-estructura que puede experimentar un sistema, el flameo clásico y el flameo en pérdida han sido de las inestabilidades más investigadas.

El flameo clásico o lineal es una inestabilidad dinámica donde, a partir de una velocidad crítica, la energía suministrada a un sistema por las fuerzas aerodinámicas es mayor que la que este es capaz de disipar y a causa de ello se generan oscilaciones de gran violencia que se amplifican hasta producir el fallo estructural [15]. Esta inestabilidad implica al menos dos modos del sistema y, al contrario que el flameo en pérdida, su inicio no depende de la separación del flujo. Es conocido que el flameo clásico depende del acoplamiento fluido-elástico entre los modos estructurales. De hecho, los movimientos combinados de flexión y torsión pueden producir, por encima de una velocidad crítica, interacciones y cambios de fase produciendo que la energía se transfiera del fluido a la estructura. Otra característica del flameo clásico es que las frecuencias de torsión y flexión tienden a tener el mismo valor cerca del punto de flameo [16].

Al contrario que el flameo clásico, el flameo en pérdida (en inglés *stall flutter*) es una inestabilidad dinámica que no depende del acoplamiento [17]. El flameo en pérdida, sin embargo, es un fenómeno donde la estructura experimenta oscilaciones de ciclo límite (LCO) debido a que el flujo se desprende y se readhiere al cuerpo periódicamente [18]. En el flameo en pérdida, la torsión es el modo de vibración más comúnmente involucrado. De hecho, los modos de flexión tienden a desaparecer con el paso del tiempo debido al propio amortiguamiento aerodinámico. Sin embargo, los modos de torsión se mantienen debido al efecto de los desprendimientos en la estela de la placa [16].

Se puede decir que el flameo en pérdida es esencialmente un fenómeno caracterizado por las LCO y puede ser diferenciado de otros fenómenos oscilantes debido a que las oscilaciones que experimenta la estructura cuando entra en flameo en pérdida se encuentran limitadas en amplitud [19]. Estas oscilaciones limitadas en amplitud se deben a la naturaleza no lineal de este fenómeno donde interaccionan fluido y estructura [20]. En el flameo en pérdida, la no linealidad del fenómeno es debida al proceso de entrada en pérdida dinámica (*dynamic stall*) donde el flujo se separa y se readhiere periódicamente a la estructura. De esta manera, se puede decir que el flameo en pérdida es el resultado de la interacción entre una estructura flexible y la entrada en pérdida dinámica [13].

2.1.2.1. Entrada en pérdida dinámica (*dynamic stall*)

Como se ha mencionado anteriormente, la entrada en pérdida dinámica es un fenómeno periódico de separación y readherencia del flujo alrededor de un cuerpo que tiene lugar cuando este experimenta oscilaciones libres o forzadas. La entrada en pérdida dinámica está relacionada con la entrada en pérdida estática pero también presenta ciertas diferencias. Las principales características de la entrada en pérdida dinámica son:

- Retraso de la entrada en pérdida. Un perfil oscilando rápidamente entrará en pérdida cuando el ángulo de ataque instantáneo sea mayor que el ángulo de entrada en pérdida estática.
- Vórtices en el borde de ataque. Bajo ciertas circunstancias una gran estructura vortical se desprende cerca del borde de ataque y se desplaza aguas abajo sobre la superficie del perfil.
- Readherencia. Si el ángulo de cabeceo se reduce lo suficiente, el flujo se puede readherir.

Se han identificado dos mecanismos principales responsables del efecto del retraso de la entrada en pérdida, uno no viscoso y otro viscoso. McCroskey [21] y otros usaron modelos de flujo no viscoso para mostrar que hay una reducción del gradiente de presión adverso sobre la mayoría de la superficie de un perfil que está rotando en sentido positivo, en comparación con el gradiente de presión que actúa sobre la superficie de un perfil estático al mismo ángulo de ataque instantáneo. Esta reducción significa que la capa límite está más lejos de la entrada en pérdida durante el movimiento ascendente y, por tanto, permanece adherida a ángulos de ataque más altos que en el caso estático.

En cuanto al mecanismo viscoso, fueron Ericsson y Reading [22] los primeros que dedicaron un estudio este mecanismo. En un perfil estático la velocidad en la capa límite en la pared, U_w , es igual a cero ya que la pared se mantiene estática, como se puede ver en la parte izquierda de la figura 2.2. En un perfil con un movimiento de cabeceo positivo, el borde de ataque se mueve en una dirección paralela al flujo de la capa límite, como se ve en la parte derecha de la figura 2.2. A medida que la capa límite se adhiere a la superficie, su velocidad no es cero en la pared; este fenómeno constituye una inyección significativa de momento a la capa límite y, por lo tanto, retrasa la entrada en pérdida. Cabe destacar que este efecto solo es significativo muy cerca del borde de ataque. Si el cabeceo es negativo, el efecto es el contrario, se fuerza al flujo a desprenderse del borde de ataque, retrasando la readherencia.

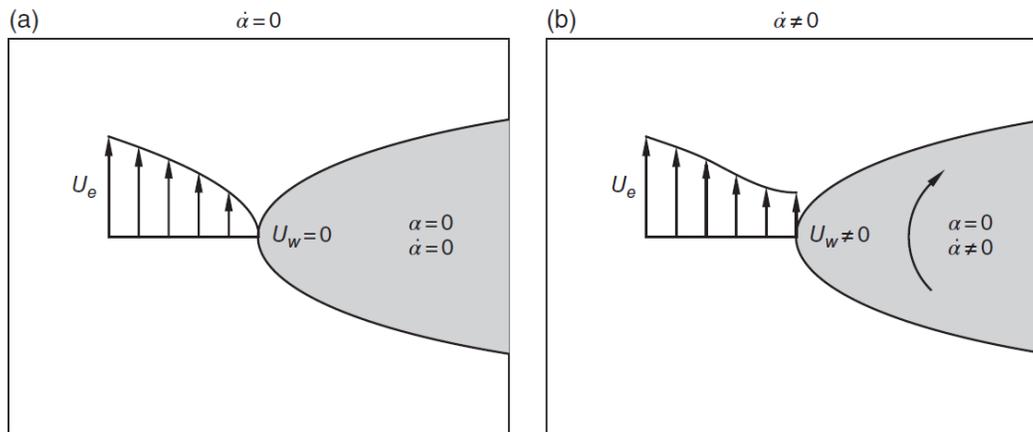


Figura 2.2: Esquema conceptual de la capa límite en el caso del borde de ataque de un perfil estático (izquierda) y de un perfil con un movimiento de cabeceo positivo (derecha) [13]

Pero posiblemente, los vórtices de borde de ataque (Leading Edge Vortex, LEV) es la mayor diferencia existente entre la entrada en pérdida estática y la dinámica. Hay tres mecanismos responsables de la formación y desprendimiento de LEV ([23], [24]):

- Explosión de la burbuja de recirculación laminar del borde de ataque: la capa límite cerca del borde de ataque es laminar, por lo que la separación de la capa límite laminar ocurre en primer lugar. La capa límite desprendida se vuelve turbulenta y se readhiere, formando una burbuja de recirculación. A medida que el ángulo de cabeceo aumenta, llega un momento que la burbuja estalla de forma

repentina, creando los LEV que se propagan aguas abajo. Este mecanismo tiene lugar en perfiles con bordes de ataque afilados.

- Entrada en pérdida mixta del borde de ataque y del borde de la salida: la separación del flujo tiene lugar primero en el borde de salida y se empieza a mover aguas arriba. A medida que el ángulo de cabeceo aumenta, la capa límite turbulenta de toda la sección del perfil se desprende de manera abrupta y se forman los LEV.
- Separación inducida por las ondas de choque: a grandes Ma , se forman ondas de choque cerca del borde de ataque. Esto provoca que el gradiente de presión adverso sea muy alto en la capa límite, forzando el desprendimiento. Los LEV se forman en la base de la onda de choque.

Los mecanismos anteriormente mencionados se muestran de manera esquemática ordenados de izquierda a derecha en la figura 2.3.

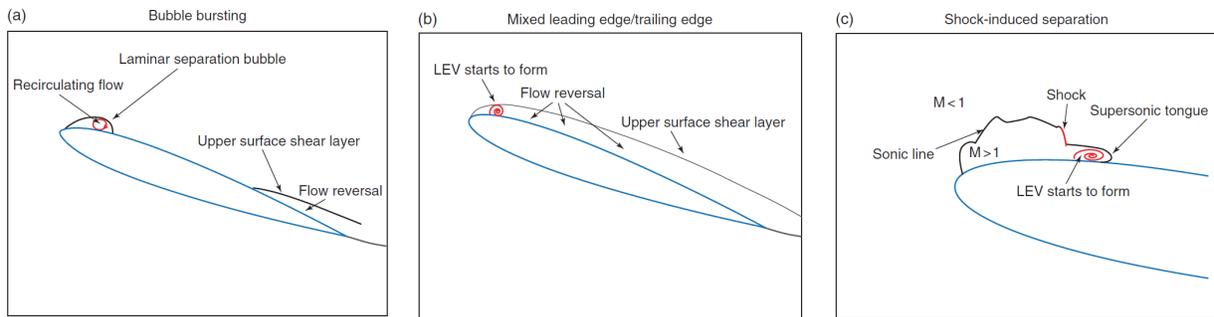


Figura 2.3: Diferentes mecanismos de formación de LEV [13]

La etapa final del proceso de entrada en pérdida dinámica es la readherencia. En general, la readherencia comienza en la parte delantera del perfil y progresa aguas abajo hacia el borde de salida. El proceso no tiene que ser necesariamente monótono, sino que se pueden formar burbujas de recirculación en la capa límite que se ha readherido. El proceso completo de la entrada en pérdida dinámica no se repite de la misma forma siempre, sino que se pueden observar pequeñas variaciones entre ciclos y, de hecho, la readherencia es la parte de dichos fenómenos que menos se repite de la misma forma.

2.2. Interacción fluido-estructura

La interacción fluido-estructura (Fluid Structure Interaction, FSI) es el estudio multifísico de cómo fluidos y estructuras interactúan entre sí. Si una estructura está inmersa en un fluido, dicho fluido puede generar un campo de presiones y/o transmitir cargas térmicas a la estructura. Dichas cargas pueden causar deformaciones estructurales suficientes como para cambiar el flujo [25]. Así pues, el comportamiento del flujo dependerá de la forma de la estructura y su movimiento, y el movimiento y la deformación de la estructura dependerá de las fuerzas que el fluido ejerza sobre esta [26]. Los problemas FSI juegan un importante papel en muchos campos de la ciencia y de la ingeniería. El estudio de este tipo de problemas se convierte en un desafío debido a la naturaleza no lineal y multidisciplinar de estos [27].

2.2.1. Enfoque de resolución de los problemas FSI

Los procedimientos numéricos para resolver los problemas FSI pueden ser clasificados en dos enfoques: enfoque monolítico y enfoque segregado:

- El enfoque monolítico trata la dinámica del fluido y la estructura en el mismo marco matemático para utilizar un único solver que se encarga tanto de la resolución de la parte correspondiente al fluido como de la estructura de manera simultánea. Las condiciones de la interfaz están implícitas en el procedimiento de la solución. Esta metodología es bastante estable y permite usar grandes pasos temporales sin afectar a la estabilidad numérica. Este enfoque puede lograr una mayor precisión para un problema multidisciplinar, pero puede requerir sustancialmente más recursos y experiencia para desarrollar y mantener un código tan especializado [27].
- El enfoque segregado trata al fluido y a la estructura como dos campos que pueden ser resueltos de forma separada con sus respectivos algoritmos numéricos. Dicho enfoque se puede dividir en [28]:
 - Acoplamiento explícito: el acoplamiento entre el sólido y el fluido se realiza con una sola iteración interna. Como consecuencia, pueden aparecer problemas de estabilidad debido a que los residuales en la interfaz entre ambos dominios adquieren valores altos. Cuando el fluido y la estructura están estrechamente acoplados y la densidad de ambos materiales es similar, el paso temporal necesario debe ser muy pequeño para garantizar que el sistema numérico sea estable.
 - Acoplamiento implícito: el acoplamiento entre el dominio sólido y el fluido se realiza mediante el uso de una serie de iteraciones internas. Como consecuencia, los residuales de la interfaz pueden ser minimizados y con ello se asegura estabilidad con pasos temporales más grandes.
 - Acoplamiento *one way*: es el enfoque más simple. Se supone que solo uno de los dominios afecta a los demás y viceversa. A pesar de dicha simplicidad, este enfoque permite obtener con exactitud soluciones para un gran rango de aplicaciones ingenieriles, especialmente aquellas relacionadas con vibraciones inducidas por el flujo y vibroacústica. Además, como el fluido y la estructura están acoplados en una sola dirección, resolver el campo fluido una vez permite obtener los resultados estructurales para una amplia gama de materiales y/o geometrías sólidas.

2.2.2. Ecuaciones para la resolución de problemas FSI

2.2.2.1. Ecuaciones del fluido

Las ecuaciones que gobiernan el campo fluido son las que aparecen en la expresión (2.1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \\ \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = \rho \vec{f}_m + \vec{\nabla} \cdot \tau \\ \rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{1}{2} u^2 \right) = \vec{\nabla} \cdot (\tau \cdot \vec{u}) + \rho \vec{f}_m \cdot \vec{u} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} + Q \\ e = e(T, p) \quad \rho = \rho(T, p) \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Dichas ecuaciones son la ecuación de la continuidad, la ecuación de conservación de cantidad de movimiento y la ecuación de la energía. Dichas ecuaciones serán vistas con más detalle más adelante. El cierre de dichas ecuaciones se puede conseguir usando una ecuación de estado (última ecuación del sistema (2.1)). Estas

ecuaciones se pueden resolver por métodos numéricos, como el método de los volúmenes finitos, el método de los elementos finitos o el método de las diferencias finitas, entre otros.

2.2.2.2. Ecuaciones del sólido deformable

Haciendo uso de las ecuaciones de conservación de la masa y del momento, se puede obtener la ecuación (2.2) para el campo de desplazamiento de un sólido deformable [29]:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_i = \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} + b_i \quad (2.2)$$

donde

ρ es la densidad del sólido

u_i es el desplazamiento del sólido a la largo de la dirección i

b_i es la i -ésima componente de las fuerzas volumétricas presentes

σ_{ij} son las componentes del tensor de esfuerzos, que pueden ser relacionadas con el tensor de deformaciones ε_{kl} ¹, mediante la siguiente expresión:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2.3)$$

donde c_{ijkl} son constantes para expresar la relación entre tensiones y deformaciones. Cuando el sólido es isótropo y la tensión es lo suficientemente baja, la ecuación (2.3) se puede desarrollar y el valor de las constantes se puede expresar como se ve en la ecuación (2.4) [29]:

$$\left\{ \begin{array}{l} c_{iiii} = \alpha = \frac{E(\nu - 1)}{2(\nu + 1)(\nu - 1/2)} \\ c_{iijj} = c_{jjii} = \beta = -\frac{E\nu}{2(\nu + 1)(\nu - 1/2)} \\ c_{ijij} = c_{jiji} = \chi = \frac{E}{2(\nu + 1)} \end{array} \right\} \quad (2.4)$$

donde

E es el módulo de Young

ν es el módulo de Poisson

Una vez definidas estas relaciones, la ecuación (2.2) puede ser expresada únicamente en función del campo de desplazamientos:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

donde $[Q]$ es un operador diferencial que en el caso de un sólido lineal, elástico e isótropo, puede calcularse como aparece en la ecuación (2.6):

¹La expresión del tensor de deformaciones es la siguiente: $\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right)$

$$[Q] = \begin{bmatrix} \alpha \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\chi}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) & \left(\beta + \frac{\chi}{2} \right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & \left(\beta + \frac{\chi}{2} \right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \\ \left(\beta + \frac{\chi}{2} \right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & \alpha \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\chi}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) & \left(\beta + \frac{\chi}{2} \right) \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \\ \left(\beta + \frac{\chi}{2} \right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & \left(\beta + \frac{\chi}{2} \right) \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} & \alpha \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\chi}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

2.2.2.3. Acoplamiento de los dominios pertenecientes al fluido y a la estructura

Una vez que se han presentado las ecuaciones del fluido y del sólido, se procede a introducir como dichas ecuaciones pueden ser acopladas para poder resolver el problema FSI. La figura 2.4 muestra un esquema de un caso genérico de interacción fluido-estructura.

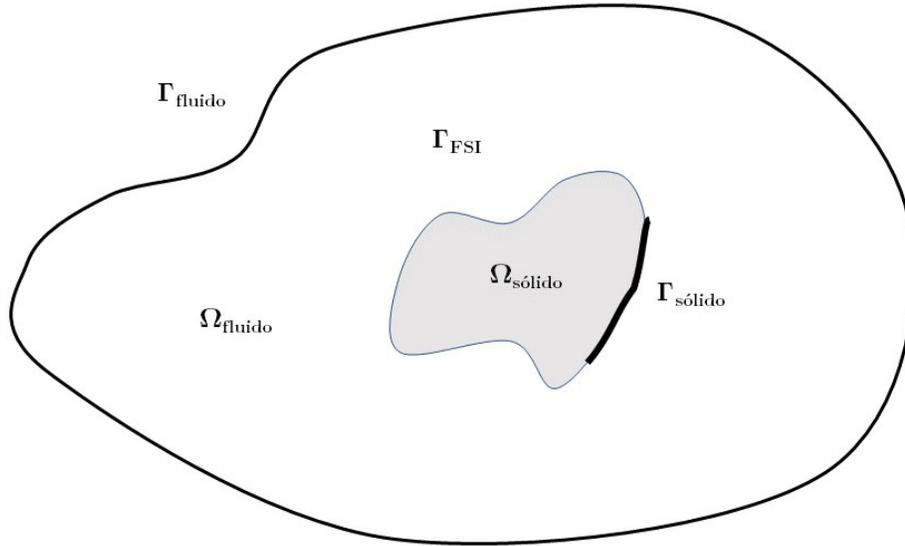


Figura 2.4: Esquema de un problema genérico de interacción fluido-estructura

Las partes que se ven en la figura 2.4 son las siguientes:

- Ω_{fluido} es el dominio fluido, donde se aplican las ecuaciones (2.1).
- $\Omega_{\text{sólido}}$ es el dominio sólido, donde se aplican las ecuaciones (2.2).
- Γ_{fluido} es la superficie en contacto con el fluido, donde se pueden aplicar las condiciones de contorno típicas de las ecuaciones de Navier-Stokes.
- $\Gamma_{\text{sólido}}$ es la superficie donde se aplican las condiciones de contorno del sólido, puesto que el campo de desplazamiento es conocido.
- Γ_{FSI} es la superficie donde el fluido y el sólido están en contacto y, por tanto, donde aparece el acoplamiento. En esta zona, las condiciones tanto del fluido como del sólido deben ser aplicadas simultáneamente.

En la zona Γ_{FSI} , el movimiento del sólido provoca que aparezca una velocidad de pared. En esta región la condición de no deslizamiento establece que la velocidad de un punto el sólido debe ser igual a la velocidad del mismo punto en la región fluida.

Del mismo modo, también se debe asegurar la continuidad de tensiones en la región Γ_{FSI} . Las tensiones normales y tangenciales del dominio sólido deben ser iguales a las del dominio fluido. Dicha condición aparece en la ecuación (2.7):

$$p\delta_{ij}n_j + \tau_{ij}n_j = c_{ijkl} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (2.7)$$

Esta ecuación implica que la presión del fluido y el esfuerzo cortante actuarán como una carga sobre el sólido. Esta carga dará lugar que a aparezca un campo de desplazamiento que afectará al dominio fluido por medio de la condición de no deslizamiento.

3 | Metodología y herramientas

Contenidos

3.1. Cálculo CFD	17
3.1.1. Ecuaciones de la mecánica de fluidos	17
3.1.2. Discretización de las ecuaciones	19
3.1.3. Modelado de la turbulencia	21
3.1.4. Condiciones de contorno	24
3.1.5. Malla	25
3.1.6. Modelos y solver	30
3.1.7. Estudio del movimiento del cuerpo	31
3.2. Cálculo estructural	31
3.2.1. Obtención del modelo 2D equivalente	31
3.2.2. Obtención de los autovalores del sistema lineal	35
3.3. Estudio de independencia de malla	40
3.4. Estudio de independencia de las iteraciones internas	41
3.5. Estudio de independencia del paso temporal	42
3.6. Validación del modelo	44
3.6.1. Resultados estacionarios	44
3.6.2. Resultados no estacionarios	46

3.1. Cálculo CFD

3.1.1. Ecuaciones de la mecánica de fluidos

La mecánica de fluidos es la rama de la física comprendida dentro de la mecánica de medios continuos que estudia las leyes del movimientos de los fluidos y sus procesos de interacción con los cuerpos sólidos [30].

Las ecuaciones que gobiernan la mecánica de fluidos se obtienen mediante la aplicación de los principios de conservación de la mecánica y la termodinámica a un volumen fluido. Las ecuaciones generales pueden ser expresadas de forma diferencial (en un elemento diferencial del volumen de control) o de forma integral (para todo el volumen).

No existe una solución general a dicho conjunto de ecuaciones debido a su complejidad, por lo que para cada problema concreto se buscan ciertas simplificaciones a estas ecuaciones que faciliten la resolución del problema. A medida que aumenta la complejidad del problema, es cada vez menos probable obtener

una solución analítica, por lo que se ha de recurrir a soluciones numéricas calculadas por el ordenador (metodología CFD) [31].

Las ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos son tres: la ecuación de la continuidad, la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento, y la ecuación de la conservación de la energía.

Ecuación de la continuidad

La ecuación de la continuidad o conservación de la masa viene dada, en su forma diferencial, por la ecuación (3.1) [32]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (3.1)$$

En dicha ecuación, el primer término representa la variación temporal de la masa por unidad de volumen, mientras que el segundo término es el flujo convectivo de masa por unidad de volumen.

Para un flujo incompresible, tal y como va a ser el flujo estudiado en este proyecto, la densidad es constante, por lo que la ecuación (3.1) puede simplificarse y expresarse de la forma que se ve en la ecuación (3.2) [32]:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.2)$$

Ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento de un fluido expresa la Segunda Ley de Newton, esto es, que la tasa de cambio de la cantidad de movimiento de un fluido dentro de un volumen de control es igual a la resultante de las fuerzas que actúan sobre dicho volumen de control.

La forma diferencial de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento viene dada por la ecuación (3.3) [32]:

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = \rho \vec{f}_m + \vec{\nabla} \cdot \tau \quad (3.3)$$

donde

$\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ es la velocidad del fluido en el punto (x, y, z)

ρ es la densidad del fluido

\vec{f}_m es el vector de fuerzas másicas

τ es el tensor de esfuerzos

El significado físico de los distintos términos de izquierda a derecha es: variación local de la cantidad de movimiento por unidad de volumen; flujo convectivo de cantidad de movimiento por unidad de volumen; fuerzas másicas por unidad de volumen, y fuerzas de superficie por unidad de volumen o, cambiado de signo, flujo difusivo de la cantidad de movimiento por unidad de volumen.

Además, partiendo de la ley de Navier-Poisson sobre los esfuerzos viscosos en un fluido Newtoniano, y la ley de Stokes, se obtienen las denominadas ecuaciones de Navier-Stokes. Dichas ecuaciones vienen dadas por la expresión (3.4) [33]:

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) + \rho f_{m_i} \quad (3.4)$$

Ecuación de la conservación de la energía

La ecuación de la conservación de la energía se deduce a partir del primer principio de la termodinámica. Su forma viene dada por la ecuación (3.5) [32]:

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{1}{2} u^2 \right) = \vec{\nabla} \cdot (\tau \cdot \vec{u}) + \rho \vec{f}_m \cdot \vec{u} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} + Q \quad (3.5)$$

donde

τ es el tensor de esfuerzos

Q es el calor transmitido por radiación

\vec{q} es el calor transmitido por conducción

e es la entalpía

Como en este proyecto el estudio que se pretende realizar va a tratar únicamente con flujo incompresible, no hay acoplamiento entre la ecuación de la energía y las ecuaciones de continuidad y de conservación de la cantidad de movimiento debido a que en este caso la densidad es constante. Por tanto, el campo fluido puede ser resuelto únicamente con las ecuaciones de continuidad y de conservación de la cantidad de movimiento, por lo que en este estudio no será necesario el uso de la ecuación de la conservación de la energía.

3.1.2. Discretización de las ecuaciones

Existen varios métodos de discretización de las ecuaciones que conviertan las ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas que puedan ser resueltas numéricamente. Los métodos de discretización más conocidos son: el método de las diferencias finitas, el método de los volúmenes finitos y el método de los elementos finitos [34]. El método que utiliza el software comercial STAR-CCM+ para discretizar las ecuaciones y poder resolverlas de forma numérica es el método de los volúmenes finitos, que a su vez es el más extendido en el campo de la mecánica de fluidos computacional [35].

Método de los volúmenes finitos

El método de los volúmenes finitos o Finite Volume Method (FVM) en inglés, es una técnica numérica que transforma las ecuaciones en derivadas parciales de las leyes de conservación de la mecánica de fluidos sobre volúmenes diferenciales en un sistema de ecuaciones algebraico sobre volúmenes finitos [36].

La principal ventaja de este método es que la discretización espacial se lleva a cabo directamente en el espacio físico del problema, se discretiza el dominio en un número determinado de volúmenes de control. Comparado con el método de las diferencias finitas, el FVM utiliza formulación débil, lo cual le permite adaptarse con más facilidad a geometrías complejas y reducir las exigencias de suavidad de la solución. Además, con FVM el problema reduce el orden de sus derivadas parciales. Buena parte de la complejidad estará en obtener los flujos a través de las superficies de las celdas. Por último, con el FVM la solución es necesariamente conservativa: el flujo que sale de una celda entra en otra [37].

El FVM se basa en la discretización directa de las ecuaciones de conservación de la masa, cantidad de movimiento y la energía. A continuación se va a mostrar la aplicación del FVM tal como aparece en la guía del software comercial STAR-CCM+ [35].

La ecuación de transporte general integrada en un volumen de control se define como aparece en la expresión (3.6):

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V_C} \rho \phi dV + \iint_{S_C} \rho \phi \vec{u} \cdot d\vec{A} = \iint_{S_C} \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \iiint_{V_C} S_\phi dV \quad (3.6)$$

Si se aplican a cada celda, las ecuaciones tienen la siguiente forma:

$$\frac{\partial(\rho_P \phi_P)}{\partial t} V + \sum_f^{N_f} \rho_f \phi_f \vec{u}_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_f} \Gamma_{\phi,f} (\nabla \phi)_f \cdot \vec{A}_f + S_{\phi,P} V \quad (3.7)$$

Los valores de las propiedades en las caras de la celda (ψ_f) se relacionarán con los valores del centroide de la celda considerada (ψ_P) y de sus vecinas a través de métodos de discretización. Así pues, para cada ecuación de transporte, se tiene un sistema de ecuaciones algebraicas de la siguiente forma:

$$a_P \phi_P = \sum_{nb}^{N_{nb}} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (3.8)$$

Dicho sistema tendrá tantas ecuaciones algebraicas como celdas.

Cada término de las ecuaciones de transporte seguirá un esquema de discretización:

- Término difusivo:

$$\iint_{S_C} \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A} \rightarrow \sum_f^{N_f} \Gamma_{\phi,f} (\nabla \phi)_f \cdot \vec{A}_f \quad (3.9)$$

La interpolación del coeficiente Γ_ϕ no es problemática, con una media armónica suele ser suficiente. El término del gradiente se suele discretizar mediante una reconstrucción de Green-Gauss o con mínimos cuadrados (LSQ), buscando un segundo orden en discretización espacial.

- Término convectivo:

$$\iint_{S_C} \rho \phi \vec{u} \cdot d\vec{A} \rightarrow \sum_f^{N_f} \rho_f \phi_f \vec{u}_f \cdot \vec{A}_f \quad (3.10)$$

Dicho término tendría que cumplir las propiedades de conservativo, acotado y transportivo. Es el que más posibilidades distintas de discretización tiene, como pueden ser el *Central Differencing Scheme* (CDS), el esquema *Upwind*, o esquemas de alto orden como el QUICK o el MUSCL.

- Término temporal:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V_C} \rho \phi dV \rightarrow \frac{\partial(\rho_P \phi_P)}{\partial t} V \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = f(\phi^k) \quad (3.12)$$

Para este término se presentan dos formas distintas de discretización:

- Discretización explícita, donde se obtiene directamente el nuevo valor de ϕ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \approx \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = f(\phi^n) \rightarrow \phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t \cdot f(\phi^n) \quad (3.13)$$

- Discretización implícita, donde se sigue un proceso de resolución iterativo en el que se deben realizar una serie de subiteraciones por paso temporal hasta que converja cada instante. El esquema es el siguiente:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \approx \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = f(\phi^{n+1}) \rightarrow \phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t \cdot f(\phi^{n+1}) \quad (3.14)$$

3.1.3. Modelado de la turbulencia

La turbulencia o flujo turbulento es un régimen de flujo caracterizado por variaciones caóticas de sus propiedades.

Las principales características de un flujo turbulento son las siguientes ([38] y [39]):

- Irregularidad: los flujos turbulentos son altamente irregulares (no lineales), aleatorios, caóticos.
- Difusividad: la energía disponible en flujos turbulentos tiende a acelerar la homogeneización (mezcla).
- Rotacional: los flujos turbulentos tienen vorticidad no nula caracterizada por la generación de fuertes vórtices tridimensionales.
- Disipación: para mantener un flujo turbulento se necesita un aporte constante de energía ya que la turbulencia se disipa rápidamente debido a que la energía cinética se convierte en energía interna a causa de los esfuerzos tangenciales viscosos.
- La turbulencia siempre es tridimensional.

La turbulencia consiste, como se ha dicho antes, en un movimiento caótico el cual posee un rango de escalas que crece muy rápidamente con el Re , de tal manera que la resolución numérica completa de las ecuaciones que rigen el flujo turbulento solamente sea posible actualmente a Re bajos, con un valor límite que depende de la capacidad del ordenador [40].

El tratamiento de la turbulencia es uno de los problemas más complejos en la mecánica de fluidos. De hecho, cuando el rango de escalas excede el permitido por la capacidad del ordenador, algunas se han eliminado del cálculo (o incluso todas) modelizándose su efecto.

Hay que tener en cuenta que la mayoría de flujos presentes en ingeniería son turbulentos, por lo que se hacen necesarios modelos adecuados para poder estudiar sus características. En CFD, destacan fundamentalmente tres modelos de turbulencia ordenados de mayor a menor coste computacional [37]:

- *Direct Numerical Simulation* (DNS): En realidad, el DNS no es un modelo de turbulencia, ya que se basa en la resolución completa de las ecuaciones de Navier-Stokes para todas las escalas de la turbulencia.

- *Large Eddy Simulation* (LES): El modelo LES se basa en un filtrado espacial de las ecuaciones del fluido de tal manera que se resuelven únicamente las grandes escalas, mientras que para las escalas más pequeñas se modelan.
- *Reynolds Averaged Navier Stokes* (RANS): Este modelo es el promediado de Reynolds de las ecuaciones de Navier Stokes. Este modelo es el elegido en este estudio, por lo que a continuación se va a hablar más detenidamente acerca de él.

Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS)

El modelo RANS consiste en el modelado de todas las escalas de la turbulencia sin resolverlas. Este modelo está basado en la descomposición de las variables del flujo.

Las ecuaciones de Navier Stokes se pueden promediar según la descomposición de Reynolds. Una variable ϕ se puede expresar como [35]:

$$\phi(x, y, z, t) = \bar{\phi}(x, y, z) + \phi'(x, y, z, t) \quad (3.15)$$

donde $\bar{\phi}$ es la media temporal y ϕ' es un término de fluctuación, con promedio 0 en el tiempo.

Así pues, las ecuaciones de Navier Stokes se reformulan en función de las variables promedio, obteniendo así un nuevo sistema de ecuaciones, denominado RANS.

Las ecuaciones promediadas de continuidad y cantidad de movimiento pueden ser escritas de la forma que se ve en las expresiones (3.16) y (3.17) [38]:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j}) \quad (3.17)$$

Estas ecuaciones son básicamente idénticas a las ecuaciones de Navier Stokes, excepto en un término adicional que ahora aparece en la ecuación de momento y que es el responsable de la aparición de las componentes fluctuantes. Este término se denomina tensor de esfuerzos de Reynolds y es el que aparece a continuación en la expresión (3.18):

$$R_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j}) \quad (3.18)$$

Este proceso de promediar las ecuaciones tiene sus ventajas y sus desventajas. Una de las desventajas es que en este proceso se suprimen los cambios propios de la turbulencia. Por otro lado, la gran ventaja que tiene este modelo es el reducido coste computacional requerido en comparación con otros modelos, de ahí que el modelo RANS sea el más usado en el campo de la ingeniería [31].

Cabe mencionar que los términos no lineales en las ecuaciones RANS generan esfuerzos adicionales, llamados esfuerzos de Reynolds y que están representados por el tensor de esfuerzos de Reynolds, ya definido en la ecuación (3.18), que no pueden obtenerse a partir de las ecuaciones promediadas ni de cualquier ecuación derivada de las mismas. A esto se le conoce como problema de cierre de las ecuaciones [38].

Es por tanto necesario el uso de modelos de turbulencia para poder completar las ecuaciones y modelar totalmente las características del fluido. Dentro de los numerosos modelos RANS que existen se van a destacar los siguientes [36]:

- **Modelo $k-\epsilon$.** Este modelo consta de dos ecuaciones, o lo que es lo mismo, incluye dos ecuaciones de transporte adicionales para representar las propiedades del flujo turbulento. La primera variable de transporte es la energía cinética turbulenta k . La segunda variable de transporte es la tasa de disipación turbulenta, ϵ . Esta última es la variable que determina la escala de turbulencia. Al modelo $k-\epsilon$ se le considera semi-empírico dado que la deducción de la ecuación de transporte para k es derivada desde la ecuación exacta, mientras que la ecuación de transporte para ϵ fue deducida empíricamente. De este modelo existen distintos submodelos, de entre los cuales destacan tres: Standard $k-\epsilon$, RNG $k-\epsilon$ y Realizable $k-\epsilon$. Entre sus principales ventajas destaca que el modelo $k-\epsilon$ describe adecuadamente el flujo libre en el campo lejano. Sin embargo, tiene sus limitaciones, ya que sobrestima la energía cinética turbulenta.
- **Modelo $k-\omega$.** El modelo $k-\omega$ es un modelo empírico basado en los modelos de transporte de ecuaciones para la energía cinética turbulenta k y la tasa específica de disipación ω . El modelo $k-\omega$ permite conseguir mejores resultados para capas límite en contacto con paredes y flujos con bajos números de Reynolds. También es un modelo adecuado para flujos transitorios y flujos con gradientes de presión adversos. Dentro de estos modelos están el modelo $k-\omega$ Standard y el SST $k-\omega$.

En este proyecto **se ha utilizado** para los cálculos CFD el **modelo SST $k-\omega$** que consiste en una variación del modelo $k-\omega$ Standard llamada *Shear Stress Transport* (SST), denominada así por la definición de la viscosidad turbulenta que es modificada para contabilizar el transporte del principal esfuerzo de cortadura turbulento. Este modelo combina las características de los modelos $k-\epsilon$ y $k-\omega$ para diferentes partes del flujo: combina la formulación robusta y precisa del modelo $k-\omega$ en la región cercana de la pared con la independencia del flujo libre en el campo lejano del modelo $k-\epsilon$. Dicho modelo se puede usar sin funciones de pared (con un y^+ del orden de 1 y, por tanto, con un tamaño de malla pequeño cerca de la pared) [41].

Dicho modelo forma parte de los denominados *eddy viscosity models*, los cuales modelan el tensor de Reynolds mediante la hipótesis de Boussinesq, la cual establece que las tensiones de Reynolds están relacionadas con los gradientes de velocidad por medio de una variable llamada viscosidad turbulenta tal y como aparece en la expresión (3.19) [37]:

$$R_{ij} = \frac{2}{3}k\delta_{ij} - \nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (3.19)$$

donde el campo escalar ν_T es la llamada viscosidad turbulenta (*eddy viscosity*) y k es la energía cinética turbulenta cuya expresión es aparece en (3.20):

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_k u'_k} \quad (3.20)$$

A partir de la hipótesis de Boussinesq sólo queda establecer la ecuación o ecuaciones que permitan modelar la nueva variable definida, la viscosidad turbulenta. En cuanto al modelo SST $k-\omega$, la viscosidad turbulenta se calcula tal y como aparece en la ecuación (3.21) [35]:

$$\mu_t = \rho k T \quad (3.21)$$

donde
 ρ es la densidad

k es la energía cinética turbulenta

T es la escala temporal de la turbulencia

Como un mero apunte, indicar que en este caso la viscosidad turbulenta que aparece en la expresión (3.21) aparece como viscosidad dinámica, mientras que la que se ha definido anteriormente en la ecuación (3.19) es la cinemática, pero ambas son turbulentas.

Por otra parte las ecuaciones de transporte de la energía cinética turbulenta k y del ratio específico de disipación ω viene dadas por las expresiones (3.22) y (3.23) [35]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \nabla \cdot (\rho k \bar{\mathbf{u}}) = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k] + P_k - \rho \beta^* f_{\beta^*} (\omega k - \omega_0 k_0) + S_k \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \nabla \cdot (\rho \omega \bar{\mathbf{u}}) = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega] + P_\omega - \rho \beta f_\beta (\omega^2 - \omega_0^2) + S_\omega \quad (3.23)$$

donde

$\bar{\mathbf{u}}$ es la velocidad media

μ es la viscosidad dinámica

σ_k y σ_ω son coeficientes del modelo

P_k y P_ω son términos de producción

f_{β^*} es el factor de modificación de libre cortadura

f_β es el factor de modificación de elongación de los vórtices

S_k y S_ω son términos fuente especificados por el usuario

k_0 y ω_0 son los valores de la turbulencia del ambiente que contrarrestan el decaimiento de la turbulencia

3.1.4. Condiciones de contorno

Las fronteras del dominio del cálculo 2D vienen detalladas en la figura 3.1:

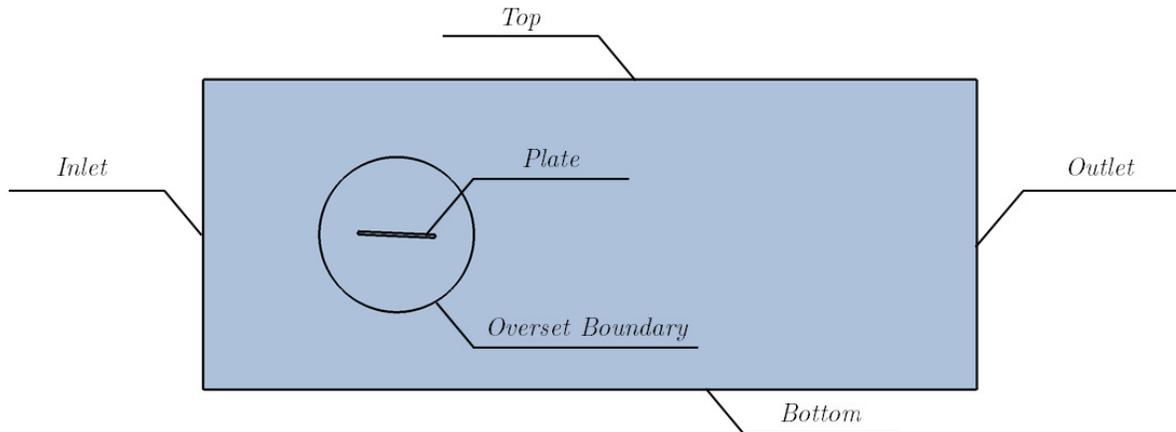


Figura 3.1: Descripción de cada una de las fronteras del dominio para el caso 2D (no escala)

Las condiciones de contorno elegidas para cada una de las fronteras en el caso 2D son las siguientes:

- *Inlet*: Se impone la velocidad del flujo deseada (condición de contorno *velocity inlet*).

- *Top*: Se impone la condición de simetría (condición de contorno *symmetry*).
- *Bottom*: Se impone la condición de simetría (condición de contorno *symmetry*).
- *Outlet*: Se impone la presión ambiente que será 101325 Pa (condición de contorno *pressure outlet*).
- *Plate*: Se impone condición de pared sobre la placa (condición de contorno *wall*).
- *Overset Boundary*: Se impone la condición de contorno *overset mesh*.

Además para los cálculos no estacionarios, se activará el movimiento del *overset* y se utilizará el módulo *DFBI* para modelar la rigidez de la placa 2D con dos muelles, uno de torsión y otro de flexión localizados en el eje elástico y así poder simular la interacción fluido-estructura.

Así pues las ecuaciones del movimiento que van a gobernar el problema bidimensional de la placa plana en ausencia de amortiguamiento, y que se van a resolver con STAR-CCM+, son:

$$m_{2D}\ddot{w} + k_w w = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 c_{CL} \quad (3.24)$$

$$I_{2D}\ddot{\theta} + k_\theta \theta = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 c_{CM}^2 \quad (3.25)$$

3.1.5. Malla

3.1.5.1. Clasificación según el tipo de elemento

Los elementos que forman una malla pueden adoptar diversas geometrías, en 2D y en 3D, presentando características distintas en cada una de ellas. Las distintas geometrías que se pueden encontrar en una malla son las siguientes:

- **Elementos 2D.** Hay dos tipos de elementos 2D que son comúnmente usados. Estos son los triángulos y los cuadriláteros.
 - **Triángulo.** Este elemento consta de 3 lados y es uno de los más simples a la hora de mallar. Una superficie triangular es rápida y fácil de crear. Es el tipo de elemento más común en las mallas no estructuradas.
 - **Cuadrilátero.** Elemento de 4 lados más común en las mallas estructuradas. Su principal problema es el ajuste a contornos irregulares y angulosos.
- **Elementos 3D.** Los elementos básicos 3D en las mallas son el tetraedro, la pirámide, el prisma triangular y el hexaedro.
 - **Tetraedro.** Elemento de 4 vértices, 6 ejes y formado por 4 caras triangulares. En la mayoría de los casos una malla tetraédrica puede ser generada automáticamente.
 - **Pirámide.** Una pirámide con base un cuadrilátero tiene 5 vértices, 8 ejes y está formada por 4 caras triangulares y un cuadrilátero. Este elemento es usado como elemento de transición entre elementos de caras cuadradas y triangulares.
 - **Prisma triangular.** Un prisma triangular tiene 6 vértices, 9 ejes y tiene como caras 2 triángulos y 3 cuadriláteros. Este tipo de elemento se usa como elemento de transición.

- **Hexaedro.** Este elemento tiene 8 vértices, 12 ejes y tiene como caras 6 cuadriláteros. A igualdad de elementos, la precisión de una malla hexaédrica es la mayor.

Mención especial merecen los elementos denominados **poliedros** que pueden tener un número cualquiera de vértices, ejes y caras. Una malla poliédrica procede directamente de una malla tetraédrica por medio de la formación de polígonos alrededor de cada nodo de la malla tetraédrica. Normalmente requiere más operaciones por celda debido a que el número de celdas vecinas es mayor. Sin embargo, esto se hace para aumentar la precisión de cálculo.

En la figura 3.2 se pueden ver los distintos tipos de elementos:

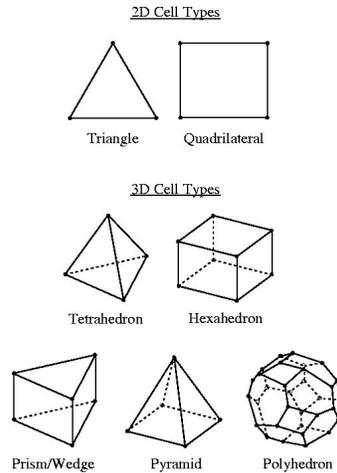


Figura 3.2: Diferentes tipos de elementos de una malla

3.1.5.2. Clasificación basada en la conectividad entre elementos

Si se clasifica una malla según la conectividad entre sus elementos, surgen dos tipos de mallas: las mallas estructuradas y las mallas no estructuradas [37].

- **Mallas estructuradas.** En este tipo de mallas las celdas están ordenadas y tienen una conectividad regular y trivial. Este tipo de mallas es muy eficiente: la conectividad se define directamente por la posición de los elementos en los vectores donde se guarden. En 2D, las celdas son cuadriláteros, mientras que en 3D, las celdas son hexaedros. Para un mismo número de celdas y una misma calidad de malla, las mallas estructuradas proporcionan mejor convergencia y mejor precisión que las mallas no estructuradas.
- **Mallas no estructuradas.** Son mallas irregulares, con conectividad entre celdas no trivialmente obtenible a partir del orden de almacenamiento de los elementos en memoria. El coste computacional asociado es mucho mayor que con mallas estructuradas. Se suelen usar triángulos en 2D y tetraedros en 3D, aunque pueden usarse también otros elementos con un número arbitrario de caras (poliedros). Estas mallas son fáciles de generar de forma automática.

En la figura 3.3 se muestran estos dos tipos principales de mallas:

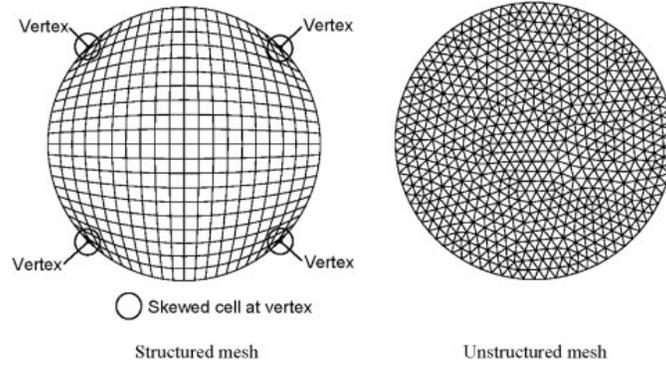


Figura 3.3: Ejemplo de malla estructurada (izquierda) y de malla no estructurada (derecha)

Cabe destacar que las mallas no tienen por qué ser del mismo tipo en todo el dominio. Se puede mallar por zonas, generando distintas mallas estructuradas y no estructuradas según convenga. Esto es lo que se conoce como **malla híbrida**.

3.1.5.3. Descripción general de la malla utilizada

La **malla elegida** en este estudio es una **malla poliédrica**, en concreto para hablar de una manera más precisa, una malla con formas poligonales ya que se está estudiando un caso bidimensional. Se ha elegido este tipo de malla por las siguientes ventajas que proporciona [42]:

- Para un determinado nivel de resolución, una malla poliédrica requiere un menor número de celdas que cualquier otra malla.
- Cada celda tiene mayor número de celdas vecinas que cualquier otro tipo de malla. Esto se traduce en que la información se propaga más rápido a través de este tipo de celdas.
- Numéricamente es una malla más estable, menos difusiva y tiene mayor precisión que una malla tetraédrica equivalente.
- Convergencia más rápida y robusta con menos iteraciones.

Con el fin de puntualizar lo dicho anteriormente, cabe decir que se ha escogido una malla desestructurada con poliedros en la mayor parte del dominio, y en la zona de la capa límite se ha optado por mallado estructurado con cuadriláteros ya que la zona de la capa límite suele dar más problemas.

La malla estará compuesta por dos partes: una primera parte llamada *background* que abarca todo el dominio fluido, lo que se puede denominar como una “malla de fondo”; luego estaría la segunda parte de la malla llamada *overset* la cual se trata de una malla adicional creada alrededor del perfil. Se decide hacer una malla *overset* ya que a este tipo de malla en los cálculos no estacionarios se le puede dotar de movimiento. A la hora de calcular, se interpolarán los resultados entre ambas mallas, siendo muy importante que en la zona de unión entre la malla *background* y la malla *overset* el tamaño de los elementos de ambas mallas sea similar para lograr una correcta interpolación.

3.1.5.4. Mallado de la capa límite

El mallado de la zona cercana a la pared es bastante importante, ya que en esta zona hay una presencia de grandes gradientes de velocidad, por lo que hay que prestar especial atención al mallado de dicha zona.

Una buena manera de saber si el mallado que se ha realizado en las zonas próximas a la pared es el apropiado para obtener buenos resultados es mediante la denominada ley de pared. Dicha ley define una distancia a la pared adimensional y^+ [43], cuya expresión aparece en la ecuación (3.26):

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \tag{3.26}$$

donde

y es la distancia a la pared

u_τ es la velocidad de fricción cuya expresión es $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$, donde τ_w es el esfuerzo cortante en la pared y ρ la densidad del fluido

ν es la viscosidad cinemática

En dicha ley la zona cercana a la pared puede ser dividida en tres zonas [43]:

- Capa viscosa o subcapa límite laminar ($y^+ < 5$).
- Capa buffer ($5 < y^+ < 30$).
- Subcapa límite logarítmica ($y^+ > 30$).

En la figura 3.4 se muestra la ley de la pared con las tres zonas descritas anteriormente:

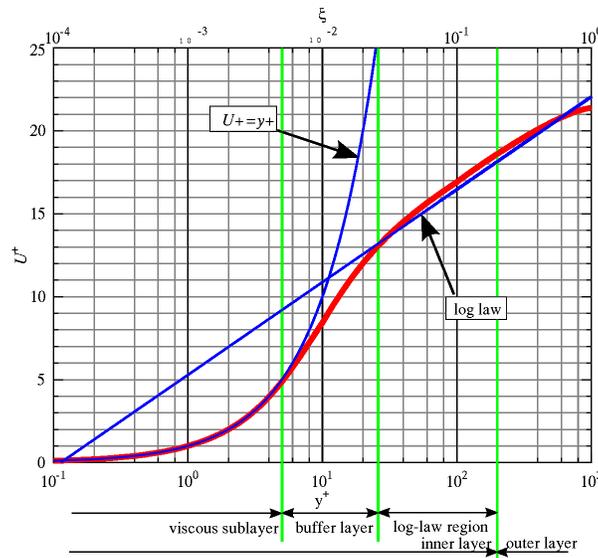


Figura 3.4: Ley de la pared [44]

Así que, en este problema en concreto, para poder capturar correctamente los efectos de la capa límite de la pared, se mallará la zona cercana de la pared de la placa con un capa límite de unas 5 capas y con un espesor $\Delta y/c = 3 \cdot 10^{-3}$. En la figura 3.5 se ha representado la distribución de y^+ a lo largo de la placa en la cara de presión¹ y en la de succión² de la placa. Observando dicha figura, se ve como se logra un valor de $y^+ < 1$ en la mayor parte de la pared.

¹La cara de presión o intradós en este caso es la parte inferior de la placa. Se denomina de dicha forma porque normalmente tiene una mayor presión estática que la cara de succión.

²La cara de succión o extradós en este caso es la parte superior de la placa. Recibe dicho nombre porque generalmente está asociada una velocidad mayor y a una menor presión estática en comparación con la cara de presión.

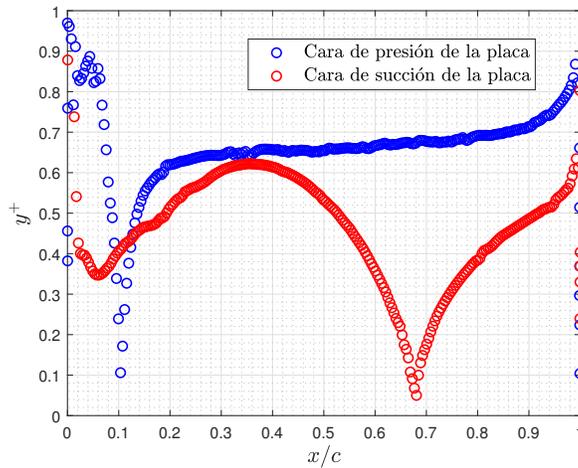


Figura 3.5: Distribución del y^+ a lo largo de la pared de la placa

3.1.5.5. Controles de mado

En este apartado se va a describir la configuración de los controles de mado para poder generar la malla deseada.

Los controles utilizada tanto en el *background* como en el *overset* para la malla 2D son los siguientes:

- **Background.** Para el *background* se utilizarán los siguientes controles por defecto:
 - *Base Size* (tamaño base) de $0.2c$.
 - *Target Surface Size* relativo al tamaño base del 100 %.
 - *Minimum Surface Size* relativo al tamaño base del 10 %.
 - *Surface Growth Rate* (factor de crecimiento): 1.1.

Además para el mado del *background* se han creado tres controles volumétricos:

- Un control en la interfaz entre el *background* y el *overset* para asegurar un tamaño de celda de $0.02c$ en esa parte para mejorar la transición entre *background* y *overset*.
- Un control en todo el *background* con un tamaño de celda relativo a la base del 100 % para asegurar que el mayor tamaño de elemento en todo el dominio es el tamaño base: $0.2c$.
- Un control en la zona de la estela con un tamaño de celda de $0.04c$.
- **Overset.** Para el *overset* se utilizará la siguiente configuración:
 - *Base Size* (tamaño base) de $0.2c$.
 - *Target Surface Size* relativo al tamaño base del 100 %.
 - *Minimum Surface Size* relativo al tamaño base del 10 %.
 - *Surface Growth Rate* (factor de crecimiento): 1.1.
 - *Number of Prism Layers* (número de capas cerca de la pared): 5.
 - *Prism Layer Stretching* (factor de crecimiento de las capas de la zona cercana a la pared): 1.5.

- *Prism Layer Total Thickness* (espesor de la capa límite): $3 \cdot 10^{-3}c$.

También hay que indicar que para el mallado del *overset* se ha creado un control de superficie y además dos controles volumétricos:

- El control de superficie se realiza en torno a la placa para asegurar un tamaño de celda para los elementos cercanos a la placa (antes de la capa límite) de $0.004c$.
- En relación a los controles volumétricos, uno está en la interfaz entre *background* y *overset* y otro en la zona de la estela. La configuración de estos controles es la misma que la referida en la parte del *background* en estas mismas zonas.

En la figura 3.6 se muestra la malla que se consigue con las configuraciones citadas anteriormente, que será sobre la cual se realicen los cálculos 2D:

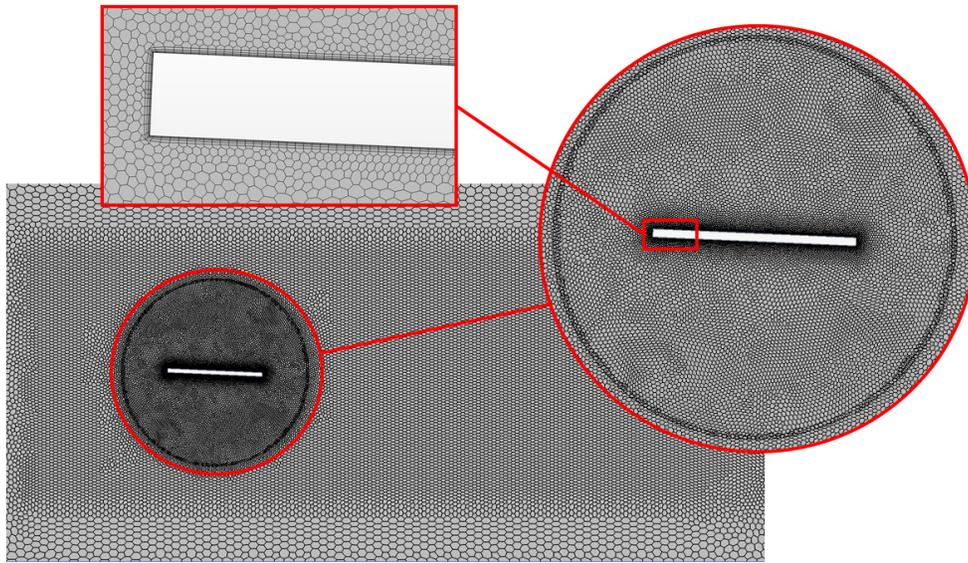


Figura 3.6: Esquema de la malla empleada para el caso 2D (no escala) mostrando las diferentes zonas de refinamiento

3.1.6. Modelos y solver

Cabe destacar que a la hora de realizar los cálculos no estacionarios, en primer lugar se buscará la solución estacionaria de la placa totalmente rígida. Una vez que esté convergida la solución estacionaria, se activará el movimiento y los muelles con el módulo *DFBI*, en el caso de la placa bidimensional. Con esto, ya se podrá iniciar el cálculo no estacionario.

Para los cálculos **se ha escogido un solver acoplado** del flujo. En este solver, las ecuaciones de continuidad y momento se resuelven simultáneamente para obtener los campos de presión y velocidad que satisfacen ambas ecuaciones. Una ventaja de este solver es su robustez para resolver flujos con términos fuente dominantes, como la rotación. Otra de las ventajas de este solver es que el ratio de convergencia no empeora cuando la malla es refinada. La desventaja de este solver es que necesita más recursos computacionales [45].

Cabe mencionar que para este modelo de cálculo, es necesario ajustar el paso temporal de manera que cumpla con la condición de Courant-Friedrichs-Lewy (condición CFL). Esto se tratará con más detalle en

el estudio de independencia de paso temporal.

Además, debido a las bajas velocidades del flujo a las que van a estar sometidos los distintos casos, se ha escogido un modelo de densidad constante para el gas, que en este caso es aire.

El flujo en cuestión será turbulento, utilizando un modelo RANS, el SST $k - \omega$, del cual ya se habló anteriormente.

3.1.7. Estudio del movimiento del cuerpo

Para simular el movimiento de la placa 2D inmersa en una corriente de aire se ha utilizado el módulo *DFBI* (*Dynamic Fluid Body Interaction*) de STAR-CCM+. En este módulo, STAR-CCM+ calcula la fuerza resultante y el momento que actúa en dicho cuerpo, y resuelve las ecuaciones del movimiento para encontrar la nueva posición del cuerpo.

De manera predeterminada, STAR-CCM+ crea un cuerpo con 3 grados de libertad en el caso de un cuerpo 2D. A la hora de configurar los cálculos hay que indicar los grados de libertad permitidos al cuerpo, que en el caso del problema 2D van a ser como máximo van a ser dos: rotación alrededor del eje Z y movimiento vertical en dirección del eje Y. Una vez hecho esto, se introduce el efecto de los muelles presentes en la placa y su valores correspondientes de rigidez. También, cabe destacar que para estos cálculos no se ha tenido en cuenta el efecto de la gravedad.

3.2. Cálculo estructural

3.2.1. Obtención del modelo 2D equivalente

En este apartado se detallará la metodología para reducir una placa plana 3D a su sección equivalente 2D. Dicha metodología aparece en el artículo de Gil et al. [11], donde se quería comparar los resultados de una placa plana en 3D con los de un modelo equivalente 2D para observar cuál era la capacidad del modelo 2D simplificado de predecir similares resultados al modelo 3D.

Las ecuaciones del movimiento de Lagrange, despreciando el amortiguamiento estructural vienen dadas por la expresión (3.27):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \dot{q}_j} \right) + \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial q_j} = Q_{q_j} \quad (3.27)$$

donde

\mathcal{T} es la energía cinética

\mathcal{U} es la energía de deformación

q_j representa la j-ésima coordenada generalizada

Q_{q_j} es la fuerza generalizada correspondiente con la coordenada q_j

El desplazamiento de la placa puede ser expresado como la combinación de un movimiento de flexión, $\Delta w(z, t)$, combinado con un movimiento torsional, $\Delta \theta(z, t)$. Con esto es posible expresar tanto el movimiento de flexión como el torsional como una suma de funciones propias como se ve en la expresión (3.28):

$$\Delta\theta(z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} (\Theta_i(t) \cdot f_i(z)) \quad \Delta w(z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} (W_i(t) \cdot g_i(z)) \quad (3.28)$$

donde

$f_i(z)$ y $g_i(z)$ son las funciones propias asociadas a la torsión y a la flexión

$\Theta_i(t)$ y $W_i(t)$ son las amplitudes asociadas de cada una de las funciones propias

Ambas funciones deben cumplir con las condiciones de contorno de la estructura que, en el caso de una placa con un extremo empotrado y otro libre que es el caso que se está estudiando, son las siguientes: $\Delta\theta(0) = \Delta\theta'(0) = 0$; $\Delta w(0) = \Delta w'(0) = 0$ y $\Delta w''(L) = 0$.

El desplazamiento vertical de un punto cualquiera de la placa se expresa de la forma que se ve en la expresión (3.29):

$$y_p = -x\Delta\theta(z, t) + \Delta w(z, t) \quad (3.29)$$

donde x es la coordenada de la placa en la dirección de la cuerda.

Como se ha dicho anteriormente, el movimiento de la placa se puede modelar como una combinación de modos de torsión y de flexión, por que y_p puede ser expresado de la forma que aparece en (3.30):

$$y_p = -x \sum_{i=1}^{\infty} (\Theta_i(t) \cdot f_i(z)) + \sum_{i=1}^{\infty} (W_i(t) \cdot g_i(z)) \quad (3.30)$$

De este manera, la energía cinética y la de deformación pueden ser expresadas como se ve en la ecuación (3.31).

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \iiint \rho_s \dot{y}_p^2 d\Omega \quad \mathcal{U} = \frac{1}{2} \int GJ \left(\frac{d \Delta\theta}{dz} \right)^2 dz + \frac{1}{2} \int EI \left(\frac{d^2 \Delta w}{dz^2} \right)^2 dz \quad (3.31)$$

donde

$G = E/(2(1 + \nu))$, es el módulo de cizalladura del material

J es el módulo de torsión de la sección. Para una sección rectangular con $h/c \ll 1$ como con la que se está trabajando, $J = (1/3)ch^3$

I es el segundo momento de área de la sección. Para una sección rectangular $I = (1/12)ch^3$

Por tanto, el término de la izquierda de las ecuaciones de Lagrange se puede escribir, cuando se considera un número limitado de N funciones propias, y separando la contribución del movimiento de flexión y torsión, tal y como aparece en (3.32):

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \vec{\Theta}} = \frac{1}{12} \rho_s c^3 h L \mathbf{M}_\theta \vec{\Theta} \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \vec{W}} = \rho_s L c h \mathbf{M}_w \vec{W} \quad \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \vec{\Theta}} = \frac{GJ}{L} \mathbf{K}_\theta \vec{\Theta} \quad \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \vec{W}} = \frac{EI}{L^3} \mathbf{K}_w \vec{W} \quad (3.32)$$

donde

\mathbf{M}_θ y \mathbf{M}_w son las matrices de masa de torsión y flexión

\mathbf{K}_θ y \mathbf{K}_w son las matrices de rigidez de torsión y flexión

Las componentes de las matrices se calculan como aparece en las ecuaciones (3.33) y (3.34). Cabe destacar que si las funciones propias se toman formando una base ortogonal, los términos fuera la diagonal serán cero.

$$M_{\theta}^{ij} = \int_0^1 f_i\left(\frac{z}{L}\right) f_j\left(\frac{z}{L}\right) d\left(\frac{z}{L}\right) \quad M_w^{ij} = \int_0^1 g_i\left(\frac{z}{L}\right) g_j\left(\frac{z}{L}\right) d\left(\frac{z}{L}\right) \quad (3.33)$$

$$K_{\theta}^{ij} = \int_0^1 f_i'\left(\frac{z}{L}\right) f_j'\left(\frac{z}{L}\right) d\left(\frac{z}{L}\right) \quad K_w^{ij} = \int_0^1 g_i''\left(\frac{z}{L}\right) g_j''\left(\frac{z}{L}\right) d\left(\frac{z}{L}\right) \quad (3.34)$$

Los valores de las matrices \mathbf{M}_{θ} , \mathbf{M}_w , \mathbf{K}_{θ} y \mathbf{K}_w figuran en el Anexo I de este documento.

Una vez hecho esto, el siguiente paso es obtener las fuerzas generalizadas. En este sentido, el trabajo virtual $\delta\mathcal{W}$ en una sección cualquiera será la combinación del desplazamiento producido por la fuerza vertical (sustentación) y la torsión producida por el momento aerodinámico. Así pues, el trabajo virtual en una sección cualquiera tiene la expresión que aparece en la ecuación (3.35):

$$\begin{aligned} \frac{d(\delta\mathcal{W})}{dz} &= L_A \delta w + M_A \delta \theta = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 c_{l_i} \delta w + \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 c^2 c_m \delta \theta = \\ &= \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 c_{l_i} \sum_{i=1}^{\infty} (\delta W_i g_i) + \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 c^2 c_m \sum_{i=1}^{\infty} (\delta \Theta_i f_i) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Como siguiente paso, para obtener el modelo 2D equivalente, se hacen dos hipótesis, que son las siguientes:

- Los coeficientes aerodinámicos, c_l y c_m son únicamente función del ángulo de ataque local y sus derivadas en cada una de las secciones.
- Los coeficientes aerodinámicos se pueden linealizar respecto al ángulo de ataque rígido. Se supondrá que el término lineal de la serie será constante a lo largo de la coordenada z de la placa. Esta suposición solo es válida cuando la diferencia entre el ángulo de rotación de la punta y del encastre es pequeña.

Con estas hipótesis, los coeficientes aerodinámicos que aparecen en la ecuación (3.35) pueden escribir de una forma general tal y como aparece en las ecuaciones (3.36) y (3.37):

$$c_l = c_l(w_0, \theta_0) + \sum_{n=0}^N \frac{c^n c_{l_{\theta}}^{(n)}}{V_{\infty}^n} \Delta \theta^{(n)} + \sum_{n=0}^N \frac{c^{n-1} c_{l_w}^{(n)}}{V_{\infty}^n} \Delta w^{(n)} \quad (3.36)$$

$$c_m = c_m(w_0, \theta_0) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c^n c_{m_{\theta}}^{(n)}}{V_{\infty}^n} \Delta \theta^{(n)} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c^{n-1} c_{m_w}^{(n)}}{V_{\infty}^n} \Delta w^{(n)} \quad (3.37)$$

siendo $\Delta \theta^{(n)} = \frac{\partial^n \Delta \theta}{\partial t^n}$ y $\Delta w^{(n)} = \frac{\partial^n \Delta w}{\partial t^n}$. Con todo ello, es posible establecer el valor de las fuerzas generalizadas como se ve en las expresiones (3.38) y (3.39):

$$\vec{Q}_{\bar{\Theta}} = \vec{Q}_{\bar{\Theta},0} + \frac{1}{2}\rho_{\infty}V_{\infty}^2c^2L\mathbf{A}_{\theta,w} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c^{n-1}c_{m_w}^{(n)}}{V_{\infty}^n} \vec{W}^{(n)} + \frac{1}{2}\rho_{\infty}V_{\infty}^2c^2L\mathbf{A}_{\theta,\theta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c^n c_{m_{\theta}}^{(n)}}{V_{\infty}^n} \vec{\Theta}^{(n)} \quad (3.38)$$

$$\vec{Q}_{\vec{W}} = \vec{Q}_{\vec{W},0} + \frac{1}{2}\rho_{\infty}V_{\infty}^2cL\mathbf{A}_{w,w} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c^{n-1}c_{l_w}^{(n)}}{V_{\infty}^n} \vec{W}^{(n)} + \frac{1}{2}\rho_{\infty}V_{\infty}^2cL\mathbf{A}_{w,\theta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c^n c_{l_{\theta}}^{(n)}}{V_{\infty}^n} \vec{\Theta}^{(n)} \quad (3.39)$$

donde $\mathbf{A}_{\theta,\theta}$, $\mathbf{A}_{w,\theta}$, $\mathbf{A}_{\theta,w}$ y $\mathbf{A}_{w,w}$ son las matrices de influencia aerodinámica, cuyas componentes son las que aparecen en las expresiones (3.40).

$$A_{\theta,\theta}^{ij} = \int_0^1 f_i\left(\frac{z}{L}\right) f_j\left(\frac{z}{L}\right) d\left(\frac{z}{L}\right) \quad A_{\theta,w}^{ij} = \int_0^1 f_i\left(\frac{z}{L}\right) g_j\left(\frac{z}{L}\right) d\left(\frac{z}{L}\right) \quad A_{w,w}^{ij} = \int_0^1 g_i\left(\frac{z}{L}\right) g_j\left(\frac{z}{L}\right) d\left(\frac{z}{L}\right) \quad (3.40)$$

Los valores de las matrices de influencia aerodinámica figuran en el Anexo II de este documento.

Cabe mencionar que las funciones propias de la flexión y la torsión no son necesariamente ortogonales entre ellas, por lo que las matrices $\mathbf{A}_{w,\theta}$ y $\mathbf{A}_{\theta,w}$ pueden contener valores no nulos fuera de la diagonal.

Sin embargo, cuando $i \neq j$, $\frac{A_{\theta,w}^{ij}}{A_{\theta,w}^{ii}} < 1$, indicando como los términos fuera de la diagonal tienen una menor contribución.

Adicionalmente, para valores de la velocidad por debajo o alrededor de la divergencia, ya que se necesita que las serie sean convergentes, es posible asumir que $\frac{W_i}{W_{i+1}} > 1$, permitiendo despreciar los términos con contribución cruzada entre modos de bajo y alto orden. Esta hipótesis es demostrada en el artículo de Gil et al. [11] al que se está haciendo referencia.

Con todo esto, es posible definir las ecuaciones del movimiento sustituyendo todos los términos hallados en la ecuación (3.27). Así pues se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{12}\rho_s c^3 h L M_{\theta}^{ii} \ddot{\Theta}_i + \frac{GJ}{L} K_{\theta}^{ii} \Theta_i = \frac{1}{2}\rho_{\infty}V_{\infty}^2c^2L \left(A_{\theta,w}^{ii} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_{m_w}^{(n)}c^{n-1}}{V_{\infty}^n} W_i^{(n)} + A_{\theta,\theta}^{ii} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_{m_{\theta}}^{(n)}c^n}{V_{\infty}^n} \Theta_i^{(n)} \right) \quad (3.41)$$

$$\rho_s c h L M_w^{ii} \ddot{W}_i + \frac{EI}{L^3} K_w^{ii} W_i = \frac{1}{2}\rho_{\infty}V_{\infty}^2cL \left(A_{w,w}^{ii} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_{l_w}^{(n)}c^{n-1}}{V_{\infty}^n} W_i^{(n)} + A_{w,\theta}^{ii} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_{l_{\theta}}^{(n)}c^n}{V_{\infty}^n} \Theta_i^{(n)} \right) \quad (3.42)$$

Por otra parte, las ecuaciones del movimiento de una sección 2D se pueden expresar de la siguiente forma:

$$I_{2D}\ddot{\theta}_{2D} + k_{\theta}\theta_{2D} = \frac{1}{2}\rho_{\infty}V_{\infty}^2c^2 \left(c_{m_0} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_{m_w}^{(n)}c^{n-1}}{V_{\infty}^n} w_{2D}^{(n)} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_{m_{\theta}}^{(n)}c^n}{V_{\infty}^n} \theta_{2D}^{(n)} \right) \quad (3.43)$$

$$m_{2D}\ddot{w}_{2D} + k_w w_{2D} = \frac{1}{2}\rho_{\infty}V_{\infty}^2c \left(c_{l_0} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_{l_w}^{(n)}c^{n-1}}{V_{\infty}^n} w_{2D}^{(n)} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_{l_{\theta}}^{(n)}c^n}{V_{\infty}^n} \theta_{2D}^{(n)} \right) \quad (3.44)$$

Si se hace una inspección de las ecuaciones del movimiento 3D ((3.41) y (3.42)) y de las 2D ((3.43) y (3.44)) se puede deducir que la sección 2D es capaz de representar con exactitud el primer modo de la placa 3D, cuando se definen las propiedades de la placa 2D de la forma que se ve en la ecuación (3.45):

$$I_{2D} = \frac{1}{12} \rho_s c^3 h \frac{M_\theta^{11}}{A_{\theta,\theta}^{11}} \quad k_\theta = \frac{GJ K_\theta^{11}}{L^2 A_{\theta,\theta}^{11}} \quad m_{2D} = \rho_s c h \frac{M_w^{11}}{A_{\theta,w}^{11}} \quad k_w = \frac{EI K_w^{11}}{L^4 A_{\theta,w}^{11}} \quad (3.45)$$

Con la definición de los parámetros de la ecuación (3.45), es posible reducir el modelo 3D a un modelo 2D equivalente.

Con la definición de estos parámetros es posible encontrar una relación entre la rigidez a torsión k_θ y la rigidez a flexión k_w de la sección 2D. Para ello se definen las rigideces a torsión a flexión adimensionales que aparecen en la ecuación (3.46):

$$k_\theta^* = \frac{k_\theta}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 c^2} \quad k_w^* = \frac{k_w}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2} \quad (3.46)$$

Si en la expresión (3.46) se sustituyen los valores de k_θ y k_w definidos en (3.45), sabiendo que $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, $J = \frac{1}{3} c h^3$ y $I = \frac{1}{12} c h^3$, si se divide k_w^* entre k_θ^* se obtiene lo siguiente:

$$\frac{k_w^*}{k_\theta^*} = \frac{1}{2} (1 + \nu) \frac{A_{\theta,\theta}^{11} K_w^{11} c^2}{A_{\theta,w}^{11} K_\theta^{11} L^2} \quad (3.47)$$

Así pues la ecuación (3.47) demuestra que la relación entre la rigidez a torsión y la rigidez a flexión. Con esto se **decide definir como parámetro característico del análisis 2D a la rigidez a torsión adimensional** que se denotará como k^* y cuya expresión se recuerda a continuación:

$$k^* = k_\theta^* = \frac{k_\theta}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 c^2} \quad (3.48)$$

Debido a que se elige a la rigidez a torsión adimensional como parámetro característico, la rigidez a flexión adimensional debe definirse en función de k^* , por tanto:

$$k_w^* = \frac{k_w^*}{k_\theta^*} \cdot k^* = \left[\frac{1}{2} (1 + \nu) \frac{A_{\theta,\theta}^{11} K_w^{11} c^2}{A_{\theta,w}^{11} K_\theta^{11} L^2} \right] \cdot k^* \quad (3.49)$$

3.2.2. Obtención de los autovalores del sistema lineal

Como ya se mencionó anteriormente, los grados de libertad del problema bidimensional son dos: el desplazamiento vertical w y el cabeceo del perfil θ . A la hora de plantear las ecuaciones del movimiento el desplazamiento vertical w se va a adimensionalizar con la cuerda de la placa c , quedando el siguiente vector de grados de libertad:

$$\mathbf{u}(t) = \begin{Bmatrix} w/c \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (3.50)$$

Así pues los grados de libertad representados por el vector \mathbf{u} son las incógnitas del problema. Las ecuaciones del movimiento son las de Lagrange, basadas en un tratamiento energético del problema. Dichas ecuaciones, despreciando el amortiguamiento estructural, vienen dadas por la expresión (3.51):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \dot{\mathbf{u}}} \right) + \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{Q} \quad (3.51)$$

donde \mathcal{T} y \mathcal{U} representan las energías cinéticas y potencial y \mathbf{Q} el vector columna de las fuerzas generalizadas asociadas a los grados de libertad.

A continuación se van a calcular la matrices de masas y rigidez, y el vector de fuerzas generalizadas necesarios para resolver las ecuaciones del movimiento.

Matriz de rigidez

La matriz de rigidez se deduce a partir de la energía de deformación del sistema. Hay dos muelles en el eje elástico, uno de flexión de rigidez k_w y otro a torsión de rigidez k_θ .

La energía de deformación es la que aparece en la expresión (3.52):

$$\mathcal{U} = \frac{1}{2}k_w w^2 + \frac{1}{2}k_\theta \theta^2 = \frac{1}{2} \{w/c, \theta\} \begin{bmatrix} k_w c^2 & 0 \\ 0 & k_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w/c \\ \theta \end{Bmatrix} \equiv \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} \quad (3.52)$$

Por tanto la matriz de rigidez es:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_w c^2 & 0 \\ 0 & k_\theta \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Matriz de masas

La matriz de masas se obtiene a partir de la energía cinética.

La energía cinética tiene la expresión que aparece en la ecuación (3.54):

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \int_{-c/2}^{c/2} \dot{y}_p^2(x, t) dm \quad (3.54)$$

donde y_p es el desplazamiento de la placa en un determinado instante, y dm la masa de la placa en el segmento dx localizado en la coordenada x .

El desplazamiento y_p se puede escribir de la siguiente forma:

$$y_p(x, t) = w - \theta \cdot x = \{c, -x\} \begin{Bmatrix} w/c \\ \theta \end{Bmatrix} \equiv \mathbf{d}^T(x) \mathbf{u}(t) \quad (3.55)$$

Por tanto, la energía cinética se puede expresar del siguiente modo:

$$\mathcal{T} = \int_{-c/2}^{c/2} \dot{y}_p^T \dot{y}_p dm = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T \left(\int_{-c/2}^{c/2} \mathbf{d}(x) \mathbf{d}^T(x) dm \right) \dot{\mathbf{u}} \equiv \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{u}} \quad (3.56)$$

donde \mathbf{M} es la matriz de masas, cuyos elementos son:

$$\mathbf{M} = \int_{-c/2}^{c/2} \mathbf{d}(x) \mathbf{d}^T(x) dm = \int_{-c/2}^{c/2} \begin{bmatrix} c^2 & -cx \\ -cx & x^2 \end{bmatrix} dm = \begin{bmatrix} c^2 m & cS_E \\ cS_E & I_E \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

con

$$m = \int_{-c/2}^{c/2} dm \quad I_E = \int_{-c/2}^{c/2} x^2 dm \quad S_E = \int_{-c/2}^{c/2} x dm \quad (3.58)$$

que son respectivamente la masa de la placa, la inercia y el momento estático respecto al eje elástico medidos todos ellos por unidad de envergadura. Las magnitudes anteriores se pueden relacionar con las características másicas en el centro de gravedad usando el teorema de Steiner:

$$I_E = I_G + m(x_G - x_E)^2 \quad S_E = m(x_G - x_E) \quad (3.59)$$

Nótese que para el caso que se está estudiando, el centro de gravedad de la placa y el eje elástico están en la misma posición, por lo que $x_G = x_E$, siendo entonces $I_E = I_G$ y $S_E = 0$. Así pues, la matriz de masas de puede expresar de la forma que se ve en la expresión (3.60):

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} c^2 m & cS_E \\ cS_E & I_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_s c^3 h & 0 \\ 0 & \frac{1}{12} \rho_s c^3 h \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

Cálculo de las frecuencias naturales del sistema

Las frecuencias naturales a flexión y torsión del sistema son las siguientes:

$$\omega_w = \sqrt{\frac{k_w}{m}} \approx 9.575 \sqrt{k^*} \quad (3.61)$$

$$\omega_\theta = \sqrt{\frac{k_\theta}{I_E}} \approx 77.460 \sqrt{k^*} \quad (3.62)$$

Se puede observar como las frecuencias naturales de flexión y torsión calculadas en las expresiones (3.61) y (3.62) dependen del parámetro característico de rigidez adimensional k^* y también como la frecuencia de flexión es más baja que la de torsión.

Cálculo de las fuerzas generalizadas

En flujo incompresible y empleando una polar lineal ($C_L = C_{L_0} + C_{L_\theta}\theta$) y estacionaria, la sustentación y el momento aerodinámico sobre la placa en el eje elástico se denotan por L_A y M_A y su expresión es la que aparece en la ecuación (3.63):

$$L_A = \pi\rho_\infty V_\infty^2 c\theta \quad M_A = \frac{1}{4}\pi\rho_\infty V_\infty^2 c^2\theta \quad (3.63)$$

Cabe destacar que para el cálculo de las fuerzas generalizadas que aparecen en la expresión (3.63) se asume que la pendiente de sustentación respecto al ángulo de ataque $C_{L_\theta} = 2\pi$ y que la placa es totalmente simétrica, por lo que $C_{L_0} = 0$.

Con todo esto el trabajo de las fuerzas aerodinámicas es:

$$\delta\mathcal{W} = L_A\delta w + M_A\delta\theta = \{L_A \cdot c, M_A\} \begin{Bmatrix} \delta w/c \\ \delta\theta \end{Bmatrix} \equiv \mathbf{Q}^T \delta\mathbf{u} \quad (3.64)$$

Por tanto, el vector de fuerzas generalizadas es el siguiente:

$$\mathbf{Q} = \begin{Bmatrix} L_A \cdot c \\ M_A \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \pi\rho_\infty V_\infty^2 c^2\theta \\ \frac{1}{4}\pi\rho_\infty V_\infty^2 c^2\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pi\rho_\infty V_\infty^2 c^2 \\ 0 & \frac{1}{4}\pi\rho_\infty V_\infty^2 c^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w/c \\ \theta \end{Bmatrix} \equiv \mathbf{A}\mathbf{u} \quad (3.65)$$

Resolución de las ecuaciones del movimiento

Sustituyendo en las ecuaciones de Lagrange (expresión (3.51)) las expresiones de la energía cinética \mathcal{T} , la energía de deformación \mathcal{U} y las fuerzas generalizadas \mathbf{Q} obtenidas anteriormente, la expresión (3.51) ahora tiene la forma que se ve en la ecuación (3.66):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{Q} \quad (3.66)$$

La solución de la ecuación (3.66) es una combinación lineal de la solución a flexión y a torsión. Así, utilizando soluciones del tipo $\mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{u}}e^{i\omega t}$, se tiene que los valores de $\bar{\mathbf{u}}$, ω se pueden obtener resolviendo el siguiente problema de autovalores:

$$[-\omega^2\mathbf{M} + \mathbf{K} - \mathbf{A}]\bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (3.67)$$

Por tanto el polinomio característico es:

$$P(\omega) = \det[-\omega^2\mathbf{M} + \mathbf{K} - \mathbf{A}] \quad (3.68)$$

La expresión de $P(\omega)$ es una expresión bicuadrática en ω^2 y, por tanto, si ω_j es raíz, también lo es $-\omega_j$. En consecuencia se puede denotar por $\{\omega_1, \omega_2, -\omega_1, -\omega_2\}$ al conjunto de las 4 raíces de la ecuación $P(\omega) = 0$. Además ω_j y $-\omega_j$ tendrán el mismo autovector que se designará como ψ_j . Por tanto, solución general se puede expresar de la forma:

$$\mathbf{u}(t) = \psi_1 e^{i\omega_1 t} + \psi_2 e^{i\omega_2 t} + \psi_1 e^{-i\omega_1 t} + \psi_2 e^{-i\omega_2 t} \quad (3.69)$$

En la figura 3.7 se presentan la parte real y la parte imaginaria de las frecuencias que son solución de la ecuación (3.67) en función de la rigidez adimensional k^* :

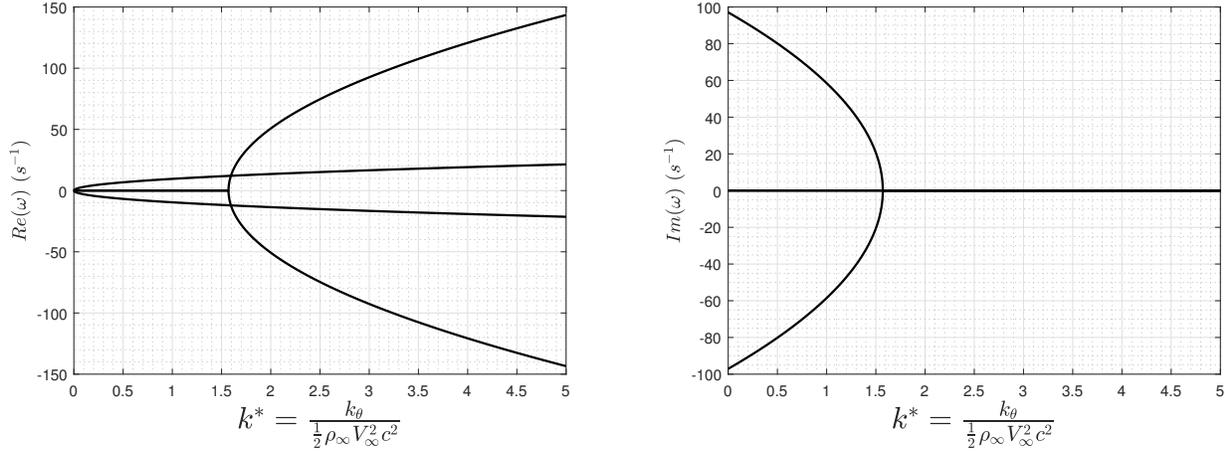


Figura 3.7: Representación de la parte real (izquierda) y parte imaginaria (derecha) de las frecuencias solución del problema en función del parámetro de rigidez característico k^*

Las curvas de la figura 3.7 proporcionan información sobre el comportamiento del sistema. Analizando dichas curvas se puede predecir el comportamiento del sistema. El sistema puede ser estable o no estable. Será estable si este está en reposo o presenta oscilaciones que se amortiguan con el tiempo, en cambio, será inestable si su respuesta se amplifica con el tiempo. Hay dos tipos principales de inestabilidades: si la inestabilidad se trata de oscilaciones que se amplifican con el tiempo, se trata de flameo; por el contrario, si la inestabilidad no es oscilatoria, sino brusca, el fenómeno que aparece es la divergencia.

Además, si se analiza la ecuación (3.69), se puede ver que cuando el autovalor tenga parte imaginaria no nula la solución dejará de estar amortiguada dando lugar a una respuesta inestable. Por otra parte, si la parte real es no nula el sistema se vuelve oscilatorio, mientras que si es nula el sistema no oscila.

Observando las curvas de la figura 3.7, se ve como en la zona donde V_∞ es pequeña, o lo que es lo mismo, cuando la rigidez adimensional k^* es grande, las frecuencias de vibración se localizan en el eje real, pues se trata de un problema no-amortiguado. Al aumentar la velocidad (disminuyendo k^*), la matriz de rigidez cambia. Dado que los términos no nulos de la matriz \mathbf{A} son los asociados a la torsión, son estos los más afectados por el aumento de velocidad y, en consecuencia, es la frecuencia de torsión la que presenta una variación más acusada. También cambia la frecuencia de flexión por el acoplamiento, pero lo hace de forma más suave. A medida que se va aumentando la velocidad del flujo (o lo que es lo mismo, disminuyendo k^*) hay un momento que se llega a un punto donde tanto la parte real como imaginaria de la frecuencia es nula. En este punto se produce el fallo del sistema por divergencia. Hay que tener en cuenta que el sistema no puede sufrir inestabilidad por flameo, ya que el centro de gravedad de la placa está en la misma posición que el eje elástico.

El valor de rigidez adimensional a partir del cual el sistema entra en divergencia es $k^* = \pi/2$. Este valor de k^* es el valor teórico de rigidez adimensional de divergencia para un sistema bidimensional y estacionario en ausencia de amortiguamiento estructural. A lo largo de este proyecto se verá como la presencia de

fenómenos no estacionarios y no lineales provocan que las conclusiones sacadas con la teoría lineal, disten de las obtenidas en los cálculos CFD.

3.3. Estudio de independencia de malla

En esta sección se presenta el estudio de independencia de malla. Con dicho estudio se pretende obtener el número de elementos necesario que permitan que los resultados obtenidos dejen de depender del número de elementos de malla.

El estudio de independencia de malla se realizará mediante una serie de cálculos estacionarios sobre el caso base con las características del flujo citadas al inicio del documento.

La cantidad de elementos utilizada en cada malla para la realización de este estudio aparece en la tabla 3.1.

	Malla 1	Malla 2	Malla 3	Malla 4
Nº de elementos	$3.7 \cdot 10^4$	$6.6 \cdot 10^4$	$1.3 \cdot 10^5$	$1.8 \cdot 10^5$

Tabla 3.1: Mallas utilizadas en el estudio de independencia de malla del caso 2D

Dicho estudio se efectuará para una placa rígida, es decir, que no cuenta con ningún muelle, y se obtendrán los coeficientes aerodinámicos en función del ángulo de ataque. En la figura 3.8 se muestra la evolución de los coeficientes de sustentación y momento medidos en el centro de la placa para un rango de ángulos de ataque de 0 a 20 grados. Para el coeficiente de resistencia se observan tendencias similares, pero debido a que el C_D no va a ser uno de los parámetros de mayor interés en los estudios realizados, se decide omitir.

Las expresiones de C_L y C_M aparecen en la ecuación (3.70):

$$C_L = \frac{L_A}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 c} \quad C_M = \frac{M_A}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 c^2} \quad (3.70)$$

donde L_A es la sustentación de la placa y M_A es el momento de cabeceo de la misma medido desde su centro.

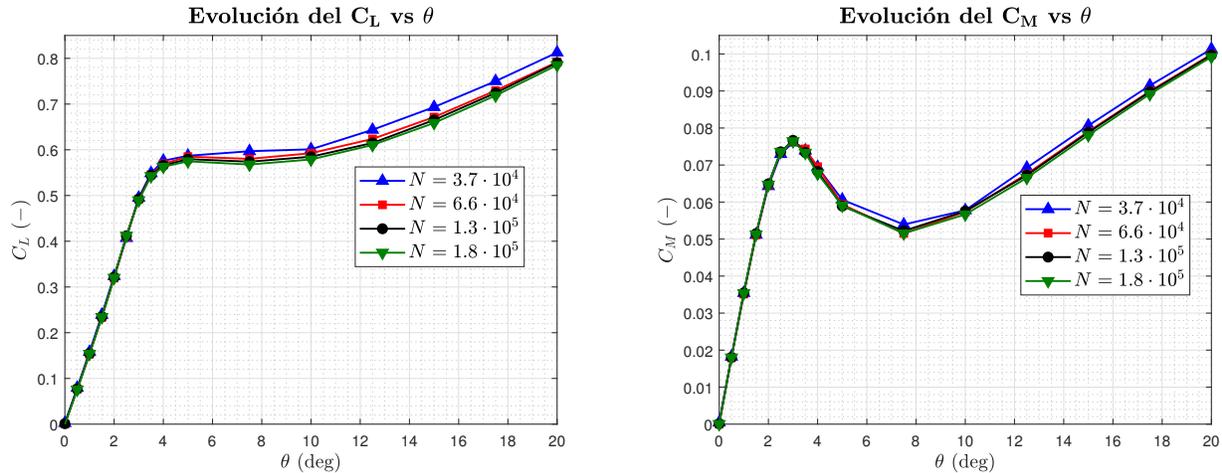


Figura 3.8: Representación de los coeficientes de sustentación (izquierda) y momento (derecha) en función del ángulo de ataque para la placa 2D con diferentes resoluciones de malla

Analizando la figura 3.8 se puede ver como para ángulos de ataque bajos, los coeficientes de sustentación y momento presentan un comportamiento lineal. En esta parte los coeficientes de todas las mallas estudiadas tienen valores prácticamente iguales. Es a partir de los 3 grados de ángulo de ataque (un valor bastante bajo si se compara con perfiles aerodinámicos) cuando la placa comienza a tener un comportamiento no lineal y comienza a entrar en pérdida. A partir de estos ángulos los valores de los coeficientes para cada una de las mallas difieren algo más, sobre todo los de la malla 1 de $3.7 \cdot 10^4$ elementos, siendo los resultados de las otras tres mallas más similares.

Así, a la vista de los resultados, se elige la **Malla 2** de $N = 6.6 \cdot 10^4$ elementos como la malla que se usará para realizar los cálculos ya que si se analiza el error de los coeficientes de la malla 2 con respecto a los de la malla 4, se obtiene que el error es siempre menor del 1%. Con dicha malla se logra mantener la independencia sin exceder demasiado el número de celdas y el tiempo de cálculo.

3.4. Estudio de independencia de las iteraciones internas

Debido a que en este proyecto gran parte de los cálculos realizados van a ser no estacionarios, es preciso realizar un estudio de independencia de iteraciones internas y paso temporal para poder realizar los cálculos de una manera correcta.

En primer lugar se realiza un estudio de independencia de las iteraciones internas. Para ello, se lanzan una serie de casos no estacionarios con distinto número de iteraciones internas y con el mismo paso temporal. Evidentemente, a la hora de realizar tanto este estudio como el de independencia del paso temporal, la placa ya no será totalmente rígida, por lo que será modelada con dos muelles, uno torsional y otro a flexión. En este estudio, todos los cálculos se realizarán con $k^* = 10$ y con las características de flujo del caso base descritas al inicio del documento.

Así, en la figura 3.9 se muestran los resultados obtenidos para las distintas iteraciones internas.

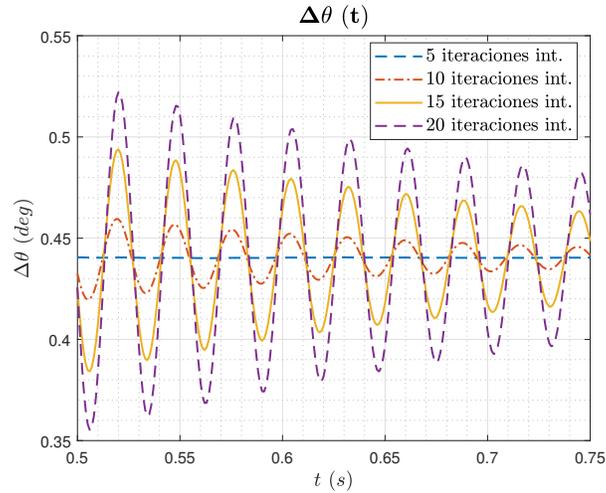


Figura 3.9: Comparación de la evolución temporal de los coeficientes aerodinámicos obtenida con cuatro números de iteraciones internas diferentes: 5, 10, 15 y 20

En vista a los resultados obtenidos, se escoge el valor de **15 iteraciones internas**, ya que el error entre los resultados obtenidos con 15 iteraciones internas y los obtenidos con 20 iteraciones internas es menor del 5%.

Para realizar esta independencia de iteraciones internas, se ha impuesto un $\Delta t = 1 \cdot 10^{-3}$ s, aunque posteriormente se variará con el fin de llevar a cabo la independencia del paso temporal.

3.5. Estudio de independencia del paso temporal

Una vez realizada la independencia de las iteraciones internas, se procede a efectuar el estudio de independencia del paso temporal. En este estudio se realizarán una serie de cálculos no estacionarios con unos pasos temporales diferentes. Todos los casos se realizarán con una $k^* = 10$ y con las características de flujo del caso base descritas al inicio del documento.

Para el estudio de independencia del paso temporal todos los cálculos se han realizado con 15 iteraciones internas.

En la figura 3.10 se ha representado tanto la evolución del $\Delta\theta$ con el tiempo en la parte izquierda, como la transformada rápida de Fourier (FFT) de dicha respuesta en la parte derecha.

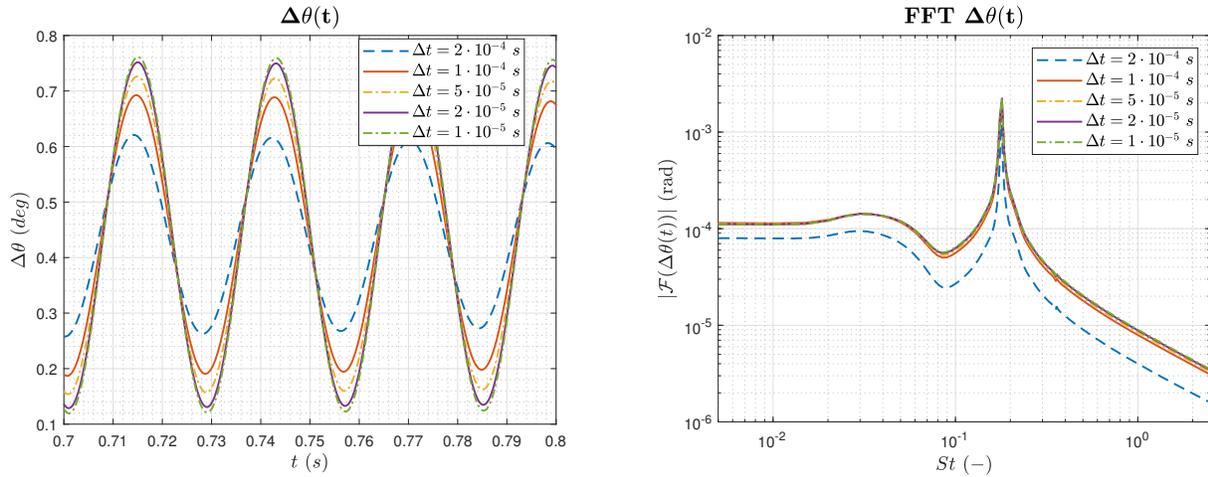


Figura 3.10: Evolución temporal de $\Delta\theta$ (izquierda) y representación del valor absoluto de los coeficientes de Fourier de la FFT de $\Delta\theta(t)$ frente a la frecuencia adimensional (St) (derecha). Comparación entre los pasos temporales de $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}$ s, $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s, $\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$ s, $\Delta t = 2 \cdot 10^{-5}$ s y $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$ s

Si se observa la parte izquierda de la figura 3.10 se puede ver como los resultados obtenidos con un $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}$ s distan bastante de los obtenidos con los demás pasos temporales. Si ahora se analizan los resultados para un $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s se aprecia que hay ciertas diferencias con los obtenidos con los últimos pasos temporales más pequeños. Conviene analizar el error para poder valorar si esa diferencia es asumible. Analizando el error entre la respuesta de $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s y la del paso temporal más pequeño analizado, $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$ s, la diferencia entre los resultados es algo menor del 10 %. Si bien esta diferencia se puede considerar un tanto elevada para determinar la independencia de paso temporal, se optará por el $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s para los cálculos ya que el coste computacional se reduce un orden de magnitud y, por tanto, se podrán obtener tendencias con un mayor número de parámetros. Dicho esto, hay que tener en cuenta esta limitación y es posible que para un estudio más riguroso sea preciso reducir algo más el paso temporal. Además, si ahora se visualiza la parte derecha de la figura 3.10, se puede ver como el $\Delta\theta(t)$ oscila con una frecuencia adimensional $St = 0.18$ para todos los pasos temporales si bien existe un ligero desfase entre las respuestas siendo algo más notable en la de $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}$ s. Si se compara el número de Strouhal del flujo de 0.18 se ve que es bastante parecido a la frecuencia natural de la estructura que para este caso es 0.15 para el modo de flexión³ se ve como durante el flameo en pérdida la estructura en un principio responde a su frecuencia natural, lo cual provoca que el fluido comience a desprender vórtices inducidos por el movimiento de la estructura a la misma frecuencia. También se puede observar como el valor absoluto de los coeficientes de Fourier y, por tanto, de la amplitud de $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}$ s es menor en comparación con los resultados obtenidos con los otros pasos temporales, mientras que para el paso temporal $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s apenas se aprecian diferencias con respecto a los demás pasos más inferiores.

Antes de determinar la independencia de paso temporal, conviene comprobar el número de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL). A pesar haber escogido una formulación implícita para el modelo no estacionario⁴ es necesario que el CFL sea lo más pequeño posible en la mayoría del dominio computacional para modelar correctamente posibles efectos no estacionarios. La definición del número de Courant-Friedrichs-Lewy es la que aparece en la ecuación (3.71).

³Recordar que las frecuencias naturales de la estructura y, por tanto el St dependen del parámetro de rigidez adimensional de la estructura k^* como se ve en las expresiones (3.61) y (3.62) de las frecuencias naturales de flexión y torsión.

⁴Una formulación explícita de un modelo no estacionario requiere que el fluido viaje menos de una celda en un paso temporal para que los resultados transitorios sean ciertos, lo que se traduce en un Courant menor a 1. Con una formulación implícita se puede tener un número de Courant mayor.

$$CFL = \frac{u\Delta t}{\Delta x} \quad (3.71)$$

donde u es la velocidad del flujo, Δt el paso temporal y Δx el tamaño del elemento de la malla, siendo el más pequeño el que dará un mayor CFL.

En la figura 3.11 muestra la distribución del CFL para un instante de tiempo arbitrario con un $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s, con una $k^* = 10$ y con las características de flujo del caso base descritas al inicio del documento en la parte *overset* de la malla, ya que esta parte es la que contiene los elementos de tamaño más pequeño y, por tanto, donde el CFL será mayor.

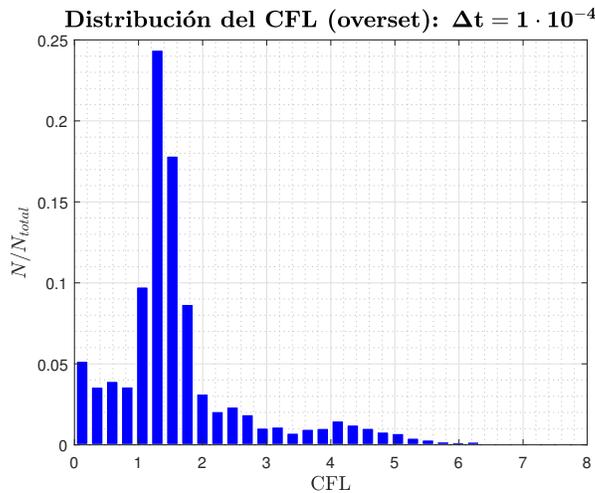


Figura 3.11: Distribución del CFL en la parte *overset* de la malla para un $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s en un instante de tiempo arbitrario

Observando la figura 3.11 se ve como la mayor parte de las celdas del *overset* tienen un CFL menor de 2, lo cual en combinación con el análisis de independencia paso temporal anteriormente mostrado en la figura 3.10, permite establecer la exactitud del cálculo y que va a ser capaz de captar los posibles efectos no estacionarios que puedan estar presentes.

Por tanto, en vista de lo analizado en las figuras 3.10 y 3.11 se elige para todos los casos no estacionarios que se van a estudiar en este proyecto, un paso temporal $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s.

3.6. Validación del modelo

Con el objetivo de validar el modelo descrito anteriormente y así poder realizar los distintos cálculos que componen el estudio, se va a proceder a analizar una serie de resultados y compararlos con los que aparecen en el artículo de Gil et al. [11]. Los resultados que se pretenden validar serán tanto estacionarios como no estacionarios.

3.6.1. Resultados estacionarios

Los resultados estacionarios a validar serán las polares de C_L y C_M en función del ángulo de ataque. Dichas polares están referidas al caso base de una placa cuyas características se han descrito anteriormente.

En la figura 3.12 se representan una serie de valores obtenidos de los coeficientes para distintos ángulos de ataque y se comparan con los obtenidos en el artículo de de Gil et al. [11].

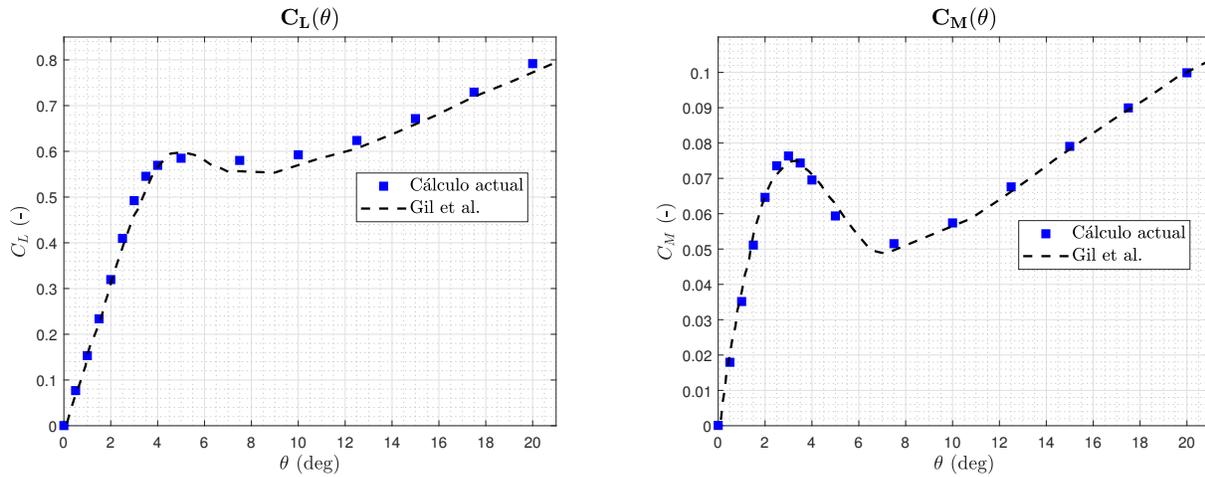


Figura 3.12: Evolución del C_L (izquierda) y del C_M (derecha) en función del ángulo de ataque, comparación con la literatura

En dicha figura se ve como ambas predicciones arrojan resultados bastante similares tanto en la parte lineal como en la parte no lineal donde ya se ha producido el desprendimiento de flujo en la placa. De hecho, observando las polares de la figura 3.12 se puede ver como la entrada en pérdida tiene lugar aproximadamente a los 4 grados.

En la figura 3.13 se observan los contornos de velocidad adimensional V^* ($V^* = u/V_\infty$) para $\theta_0 = 0, 2, 4$ y 6.25 grados. Observando dichos contornos se ve como con un ángulo de ataque de 2 grados el flujo se encuentra desprendido en la mitad de la longitud de la sección, mientras que con 4 grados, el flujo ya se encuentra totalmente desprendido. Por tanto, las figuras 3.12 y 3.13 muestran como ya para bajos ángulos de ataque, la placa va a estar sometida a fenómenos no lineales, cosa que habrá que tener en cuenta para su estudio no estacionario.

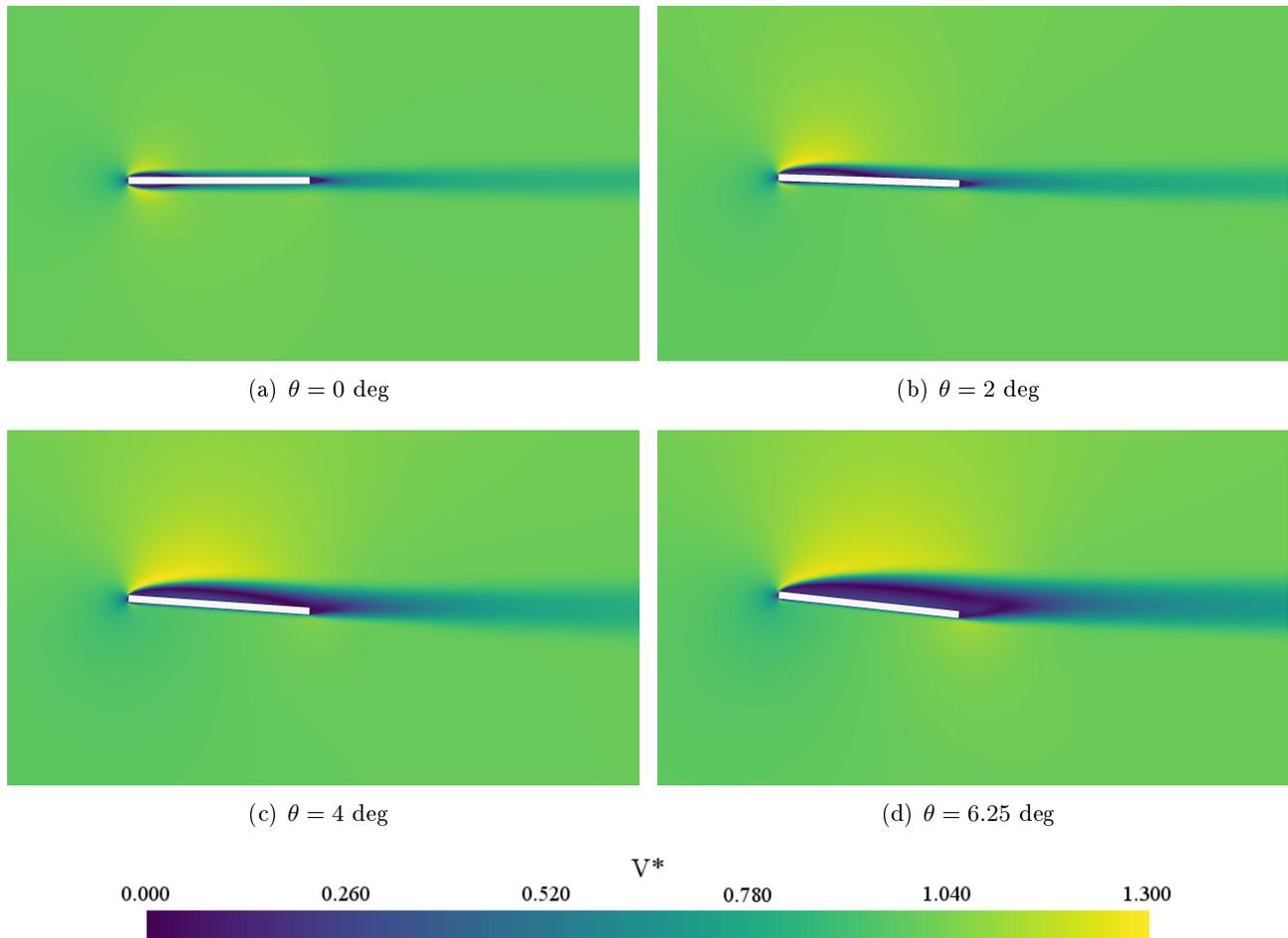


Figura 3.13: Contornos de velocidad adimensional de la placa 2D para diferentes ángulos de ataque. Cálculos estacionarios

3.6.2. Resultados no estacionarios

En orden de validar el modelo no estacionario de la placa, se van a mostrar los resultados obtenidos de la torsión media $\Delta\theta_{mean}$ y el desplazamiento medio adimensionalizado con la cuerda $\Delta(w/c)_{mean}$ ambos en función de la rigidez adimensional característica k^* con los que aparecen en el artículo de Gil et al. [11]. En la figura 3.14 se puede ver dicha comparación.

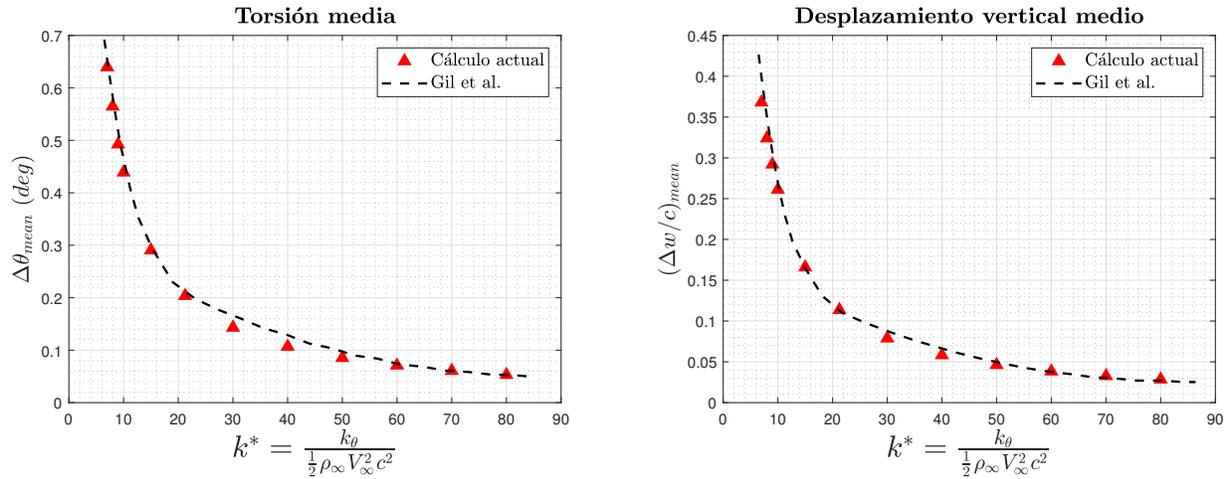


Figura 3.14: Evolución de la torsión media (izquierda) y del desplazamiento vertical adimensional medio (derecha) en función de la rigidez adimensional de la placa 2D, comparación con la literatura

En la figura 3.14 se ve como los resultados obtenidos son bastante parecidos a los de la literatura. Se observa como a medida que se disminuye el valor de k^* aumentan los valores de $\Delta\theta_{mean}$ como de $(\Delta w/c)_{mean}$ ya que la estructura tiene menos rigidez y, por lo tanto, es más flexible afectándole cada vez más las perturbaciones del flujo. Un efecto similar sucedería si se va aumentando la velocidad del flujo (V_∞) con una rigidez constante.

Además, en la figura 3.15 se muestra la evolución temporal de la torsión para dos casos: uno con $k^* = 7$ y otro con $k^* = 21.25$. Estos casos también se comparan con los del artículo [11].

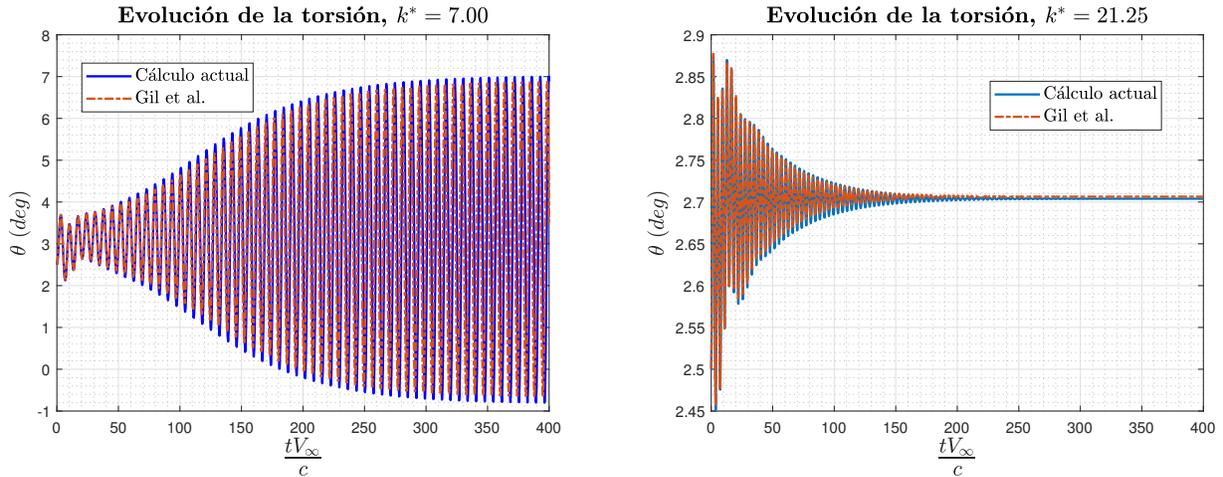


Figura 3.15: Evolución temporal de la torsión para una $k^* = 7$ (izquierda) y para una $k^* = 21.25$, comparación con la literatura

Con los resultados de la figura 3.15 se pueden ver cosas bastante interesantes y, es que, para un valor relativamente alto de k^* como es el caso de la derecha con una $k^* = 21.25$, se ve como el amortiguamiento introducido por las fuerzas aerodinámicas es suficiente para disminuir las oscilaciones del sistema y alcanzar una respuesta estacionaria. Sin embargo, cuando el valor de k^* es más bajo, el amortiguamiento de las

fuerzas aerodinámicas va siendo cada vez menor y el sistema cada vez es capaz de disipar menos energía llegando al límite de la inestabilidad, como sucede en el caso de la izquierda para una $k^* = 7$, donde se alcanzan oscilaciones límites o, como se dice en inglés, Limit Cycle Oscillation (LCO). La inestabilidad es en estos casos se traduce en ciclos oscilatorios con una determinada amplitud, que irá aumentando a medida que disminuya k^* . Los fenómenos de LCO son algo característico del flameo en pérdida.

4 | Resultados

Contenidos

4.1. Cálculos estacionarios	49
4.1.1. Comparación entre configuración de placa simple, con obstáculo y con eje	49
4.1.2. Análisis del efecto suelo	52
4.1.3. Estudio de la variación del espesor de la placa	55
4.1.4. Estudio de la interacción entre dos placas	57
4.2. Cálculos no estacionarios	59
4.2.1. Comparación entre configuración de placa simple, con obstáculo y con eje	59
4.2.2. Comparación entre placa con 2 g.d.l. y placa con 1 g.d.l.	65
4.2.3. Análisis del efecto suelo	68
4.2.4. Estudio de la variación del espesor de la placa	70
4.2.5. Estudio de la interacción entre dos placas	73

4.1. Cálculos estacionarios

En esta sección se muestran los resultados obtenidos del estudio estacionario de las distintas configuraciones que se han detallado anteriormente. Los resultados más relevantes que se muestran son la evolución de los coeficientes aerodinámicos C_L y C_M (este último tomado desde el centro de la placa) en función del ángulo de ataque cuyas expresiones aparecen en la ecuación (3.70).

4.1.1. Comparación entre configuración de placa simple, con obstáculo y con eje

Se presentan los resultados derivados del análisis estacionario de las configuraciones de placa simple (caso base), placa con obstáculo y placa con eje. La evolución de los coeficientes aerodinámicos en función del ángulo de ataque se muestra en la figura 4.1.

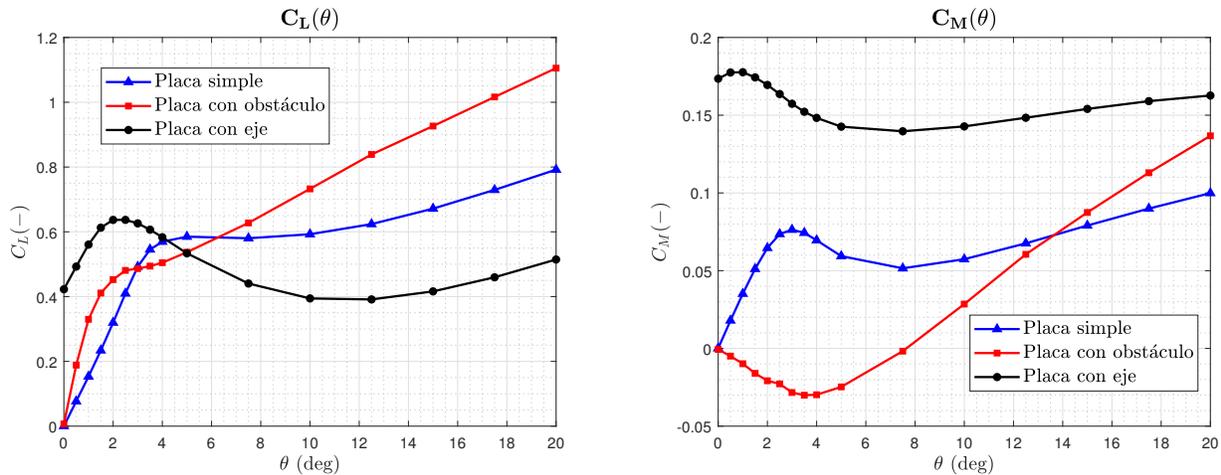


Figura 4.1: Evolución del C_L (izquierda) y del C_M (derecha) en función del ángulo de ataque. Casos de placa simple, placa con obstáculo y placa con eje

Observando las curvas de C_L en función de θ (figura 4.1 izquierda), se puede ver como tanto las configuraciones de placa con obstáculo como de placa con eje entran en pérdida antes en comparación con el caso de la placa simple, ya que las pendientes de ambas curvas comienzan a decrecer antes que la curva de la placa simple. Los casos de placa con obstáculo y de placa con eje entran en pérdida con un ángulo de ataque de 2 grados, mientras que en la placa simple, el fenómeno tiene lugar sobre los 4 grados. Si se visualizan las figuras 4.2, 4.3 y 4.4, que muestran los contornos de velocidad de las distintas configuraciones a tres ángulos de ataque distintos, se ve como tanto la presencia del obstáculo en un caso, como la presencia del eje en el otro, provoca la aparición de mayor cantidad de flujo desprendido al mismo ángulo de ataque, en comparación con el caso de la placa simple, lo que se traduce en la presencia de fenómenos no lineales a menor ángulo de ataque. Esto provoca que tanto la placa con obstáculo como la placa con eje entren en pérdida antes que la placa simple.

Otro aspecto que se visualiza en las curvas de C_L es que para $\theta = 0^\circ$, el C_L de la placa simple como el de la placa con obstáculo vale 0, mientras que en la placa con eje $C_L \approx 0.4$. Esto es debido a que tanto las configuraciones de la placa simple y de la placa con obstáculo son simétricas, lo que explica la sustentación nula a $\theta = 0^\circ$. Sin embargo, en el caso de la placa con eje, la presencia altera la simetría de la configuración y provoca que la sustentación sea distinta de cero a ángulo de ataque nulo. Esto mismo pasa con el C_M como se puede ver en la parte derecha de la figura 4.1.

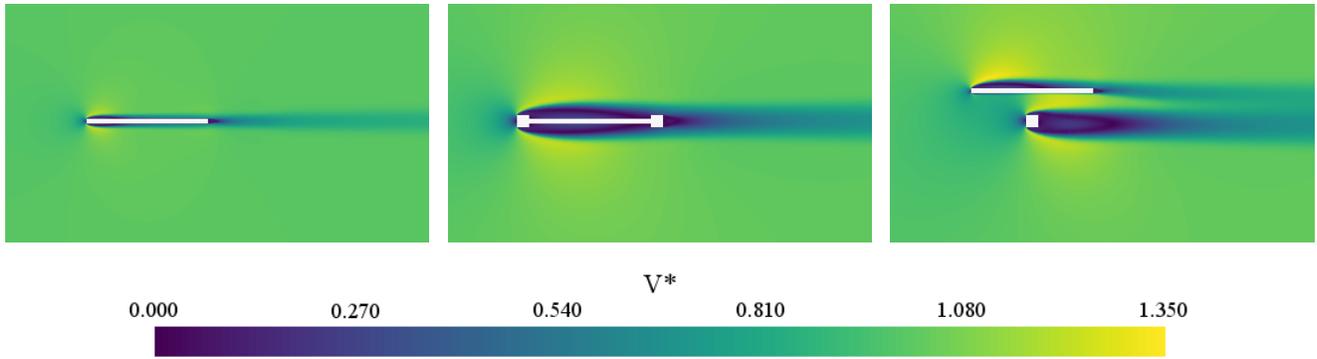


Figura 4.2: Contornos de velocidad adimensional V^* para los casos de placa simple (izquierda), placa con obstáculo (centro) y placa con eje (derecha). Ángulo de ataque $\theta = 0^\circ$

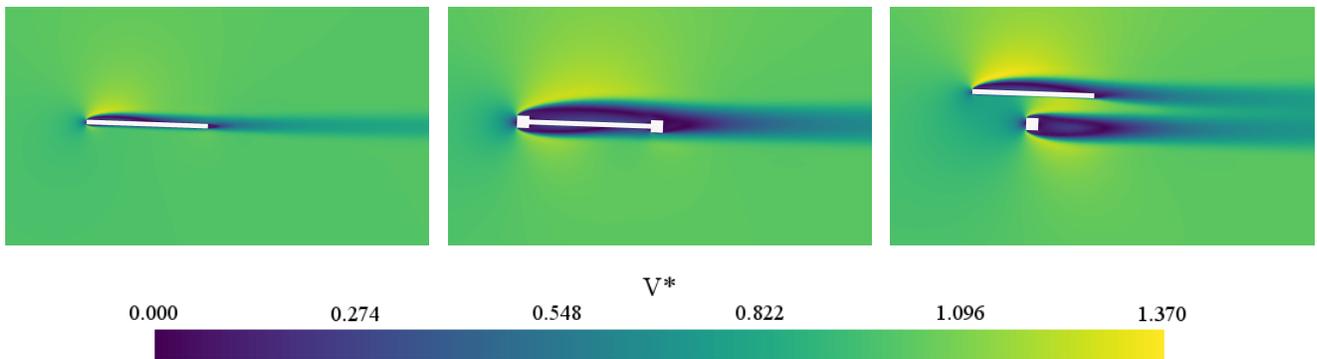


Figura 4.3: Contornos de velocidad adimensional V^* para los casos de placa simple (izquierda), placa con obstáculo (centro) y placa con eje (derecha). Ángulo de ataque $\theta = 2^\circ$

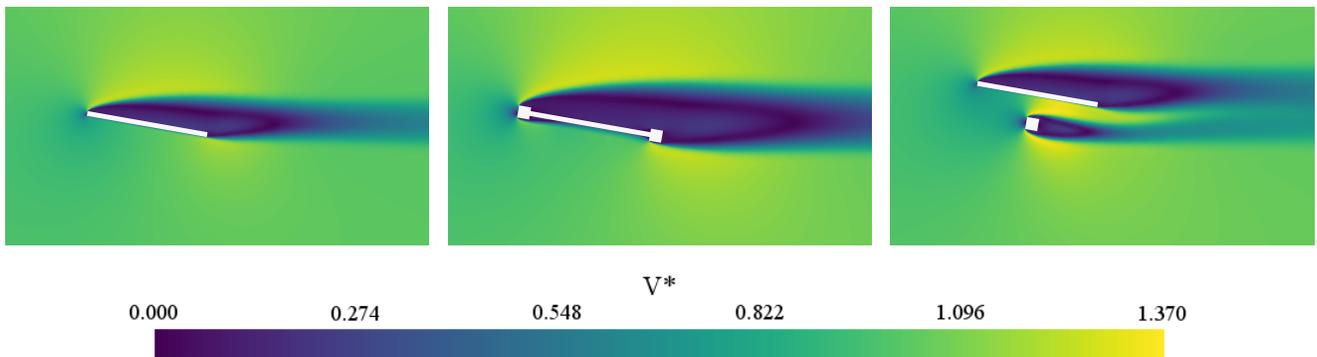


Figura 4.4: Contornos de velocidad adimensional V^* para los casos de placa simple (izquierda), placa con obstáculo (centro) y placa con eje (derecha). Ángulo de ataque $\theta = 10^\circ$

Analizando las curvas de C_L también se ve como la configuración que tiene una mayor pendiente de C_L tanto en el caso lineal como en el no lineal es la de la placa con obstáculo. Si se compara esta configuración con la placa simple, el incremento de la pendiente en el caso de la placa con obstáculo respecto al de la placa simple puede deberse a que la presencia de los obstáculos en la placa provoque el aumento de la zona de bajas presiones en la cara de succión debido a la curvatura de los mismos. Siguiendo con el análisis de

la pendiente del coeficiente de sustentación, el caso que tiene menor pendiente es el caso de la placa con eje. De hecho, esta configuración en un tramo de la zona no lineal tiene pendiente negativa, mientras que los otros no llegan a tener pendiente negativa, como mucho llegan a pendiente nula. Para analizar esto, hay que observar primero las figuras 4.2, 4.3 y 4.4, donde se puede ver como la presencia del eje perturba la zona del intradós de la placa, haciendo que la velocidad del flujo en parte del intradós sea más alta de lo que lo sería en ausencia de la placa, o lo que es lo mismo, la presión es menor. Esto hace que la diferencia de presiones entre intradós y extradós sea menor, lo que lleva a la disminución de la sustentación, tal y como se ve en la parte izquierda de la figura 4.1.

Si ahora se observan las curvas de C_M (parte derecha de la figura 4.1), se percibe como a ángulos de ataque bajos (entre 0 y 4 grados), en la placa con obstáculo, a medida que se aumenta el valor del ángulo de ataque se ve como el valor de C_M desciende y es negativo. Esto se debe a que en la configuración de placa con obstáculo el centro de presiones se desplaza aguas abajo del perfil lo cual provoca un momento de cabeceo negativo. A partir de 4 grados, el centro de presiones se comienza a desplazar aguas arriba de la placa y el valor del momento comienza a aumentar lo cual se traduce en una pendiente positiva. Siguiendo con la comparación de estas curvas se observa como la presencia del eje en la placa plana provoca un aumento del coeficiente de momento en esta configuración frente a las demás lo cual permite determinar que va a ser la configuración de placa con eje la que esté sometida a mayores cargas.

4.1.2. Análisis del efecto suelo

En la figura 4.5 se muestran la evolución de los coeficientes aerodinámicos de la placa plana a distintas distancias (d) del suelo.

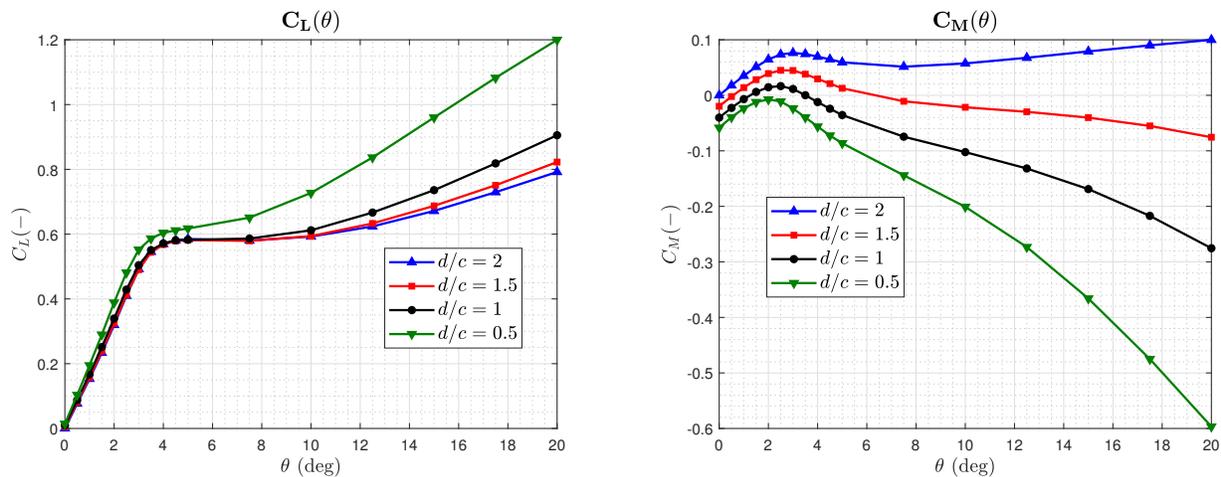


Figura 4.5: Evolución del C_L (izquierda) y del C_M (derecha) en función del ángulo de ataque. Distintas curvas en función de la distancia de la placa al suelo

Observando las curvas de C_L (parte izquierda de la figura 4.5), se ve perfectamente como a medida que la placa se acerca al suelo, las curvas suben para arriba indicando un mayor C_L cada vez que la placa se acerca cada vez más al suelo. Esto es debido a la influencia que ejerce el suelo sobre el flujo que atraviesa a la placa. Cuando se va acercando la placa al suelo, el punto de remanso se mueve hacia abajo a ángulos de ataque positivos, causando una reducción de la velocidad y un aumento de la presión en el intradós de la placa. Así pues, esto resulta en la acumulación de una zona de altas presiones debajo de la placa, creando un colchón de aire. Como la presión es mayor en el intradós de la placa, la diferencia de presiones

entre intradós y extradós se incrementa, causando ese aumento del C_L . Esto se puede ver en la figura 4.6, que muestra los contornos de velocidad de la placa a distintas distancias del suelo donde el aumento de presiones en la superficie inferior de la placa se traduce en una disminución de la velocidad del flujo en este lugar.

Siguiendo con la observación de las curvas de C_L se puede discernir que el efecto suelo no es algo que ocurra de manera proporcional, sino que cuanto menor es la distancia al suelo el aumento del C_L es mayor, no siguiendo una tendencia lineal.

Otra cosa que llama la atención en la parte izquierda de la figura 4.5, es que la diferencia de C_L entre los distintos casos se vuelve más notable a medida que se incrementa el valor del ángulo de ataque. Esto puede deberse a que cuando se aumenta el ángulo de ataque, la mínima distancia entre la placa y el suelo disminuye contribuyendo a que crezca la presión en la superficie inferior de la placa, acrecentando la diferencia de presiones entre intradós y extradós, lo que conduce a una mayor sustentación. Esto se confirma observando la figura 4.7 que muestra la distribución del coeficiente de presión C_P de la placa a dos distancias del suelo a dos ángulos de ataque diferentes. En dicha figura se confirma como cuando la placa se acerca más suelo la presión en la superficie inferior aumenta y además esta diferencia se vuelve más notable con el incremento del ángulo de ataque.

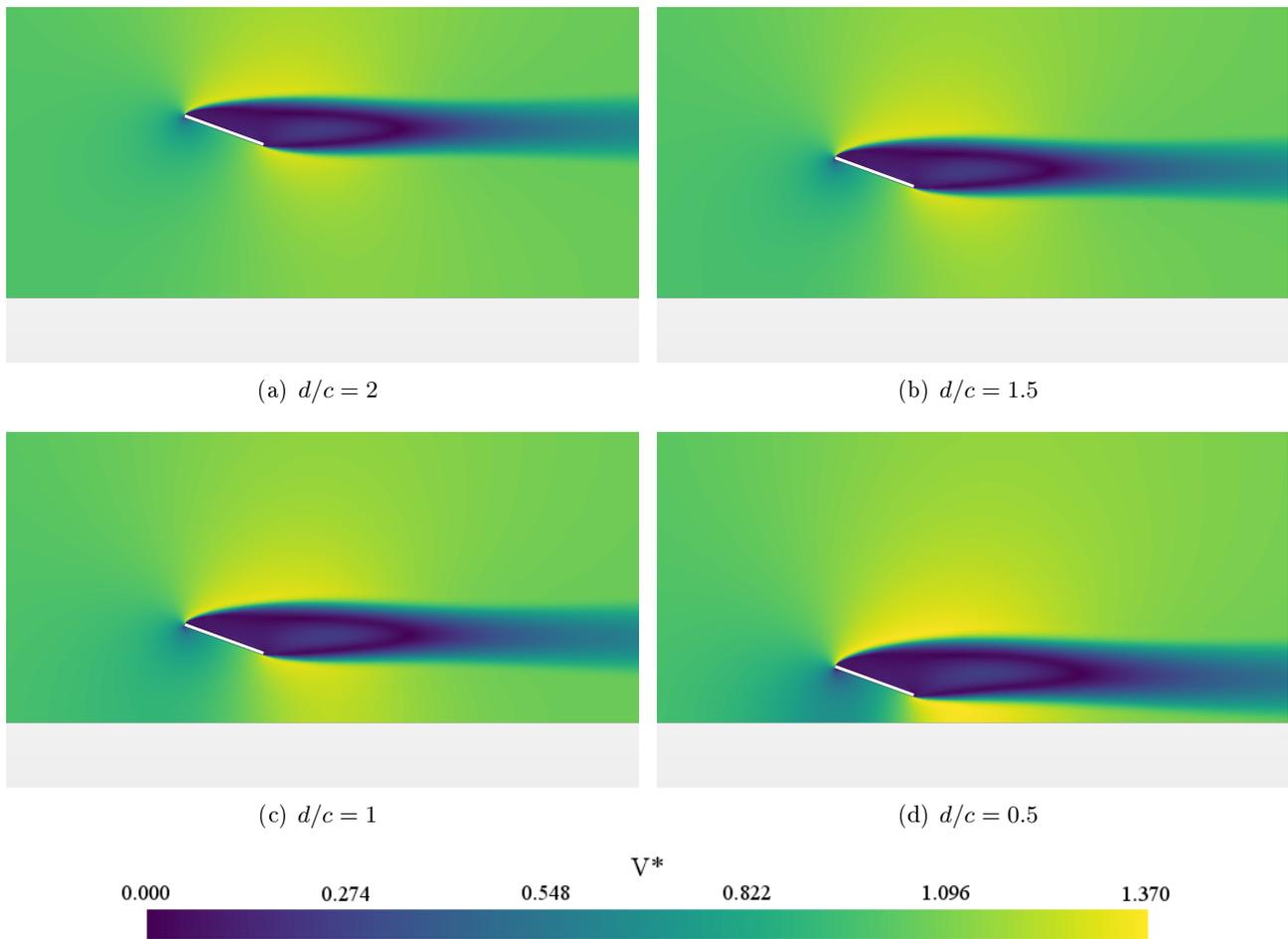


Figura 4.6: Contornos de velocidad de la placa plana a distintas distancias del suelo a un ángulo de ataque $\theta = 20^\circ$

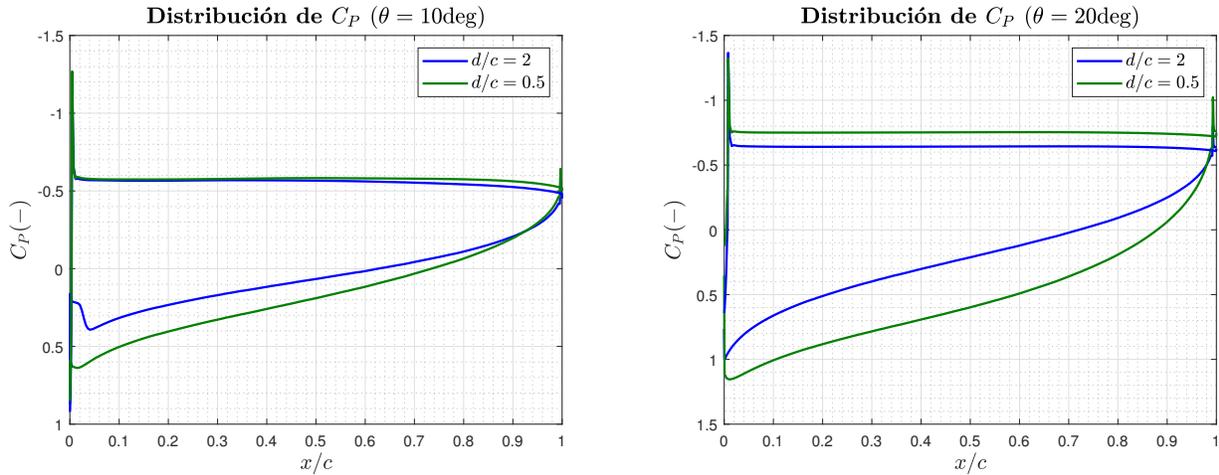


Figura 4.7: Distribución del coeficiente de presión para dos casos de placa a distintas distancias del suelo. Ángulos de ataque $\theta = 10^\circ$ (izquierda) y $\theta = 20^\circ$ (derecha)

Si ahora se analizan las curvas de C_M (parte derecha de la figura 4.5), se ve como el valor máximo del C_M se alcanza a un ángulo de ataque menor a medida que la placa está más cerca del suelo. Esto indica que la presencia del suelo provoca que la zona donde la placa se comporta de forma lineal se acorte, aunque las diferencias no son muy significativas.

Otro hecho a destacar en las curvas de C_M , es que, a excepción de la placa más lejana al suelo (distancia $d/c = 2$), es que las demás placas experimentan a partir de ángulos de ataque moderadamente altos (5-6 grados) una disminución del coeficiente de momento que va siendo más acusado a medida que la placa se va acercando al suelo. La causa de esto puede deberse a que cuando la placa está cada vez más próxima del suelo, el suelo redirige al flujo y haga que la mayor parte de este golpee a la placa, sobre todo a la parte de la superficie inferior aguas abajo de la placa. Esto provoca que se genere un momento de cabeceo negativo cuyo valor absoluto será mayor a medida que se incremente θ , ya que entonces mayor parte del flujo impactará contra la superficie interior que está aguas abajo de la placa.

4.1.3. Estudio de la variación del espesor de la placa

En la figura 4.8 se muestra las curvas de C_L y C_M en función de θ para varias placas con distintos espesores.

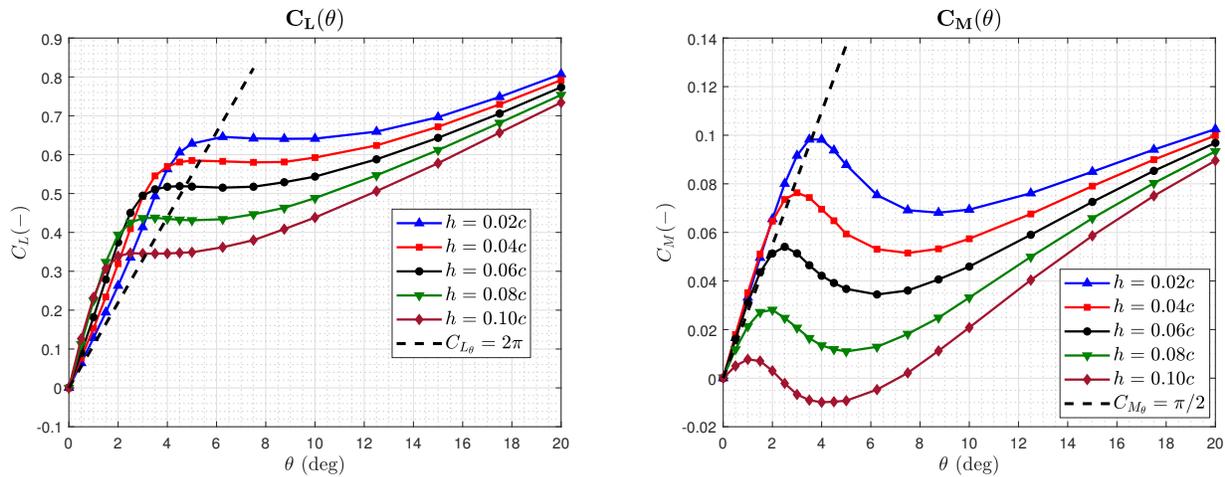


Figura 4.8: Evolución del C_L (izquierda) y del C_M (derecha) en función del ángulo de ataque. Distintas curvas en función del espesor de la placa

Atendiendo a la parte derecha de la figura 4.8 que muestra la evolución del C_L , se observa como en la zona lineal del C_L de cada una de las curvas el aumento del espesor conlleva a un incremento en el valor de la pendiente alejándose del valor teórico de 2π . La razón de esto es que cuanto más se aumente el valor del espesor, menor validez tendrá la teoría aerodinámica del perfil delgado que establece ese valor de $C_{L\theta} = 2\pi$.

Otro aspecto que llama la atención al visualizar las curvas es que la zona donde los coeficientes aerodinámicos siguen un comportamiento lineal, disminuye al ritmo que sube el espesor de la placa, o lo que es lo mismo, la placa entra en pérdida a un ángulo de ataque menor cuanto mayor es el espesor. Hay que tener en cuenta que un espesor más grande implica una mayor separación del flujo alrededor de la placa como se ve en la figura 4.9. A mayor espesor de la placa, más grande es el borde de ataque y menos deja de parecerse a un cuerpo aerodinámico, ya que el borde de ataque no es redondeado, sino que es puntiagudo. Esto produce que la placa plana tenga cada vez un comportamiento más parecido al de un cuerpo romo, incrementándose el gradiente de presiones adverso, causando que el flujo se separe y le cueste más readherirse. Además, el aumento de la separación del flujo en relación con el tamaño del espesor reduce la diferencia de presiones en las superficie superior e inferior de la placa, traduciéndose esto en una disminución de la sustentación, tal y como se puede ver en la parte izquierda de la figura 4.8. Las mismas conclusiones pueden extraerse si se observan las curvas de C_M (parte derecha de la figura 4.8).

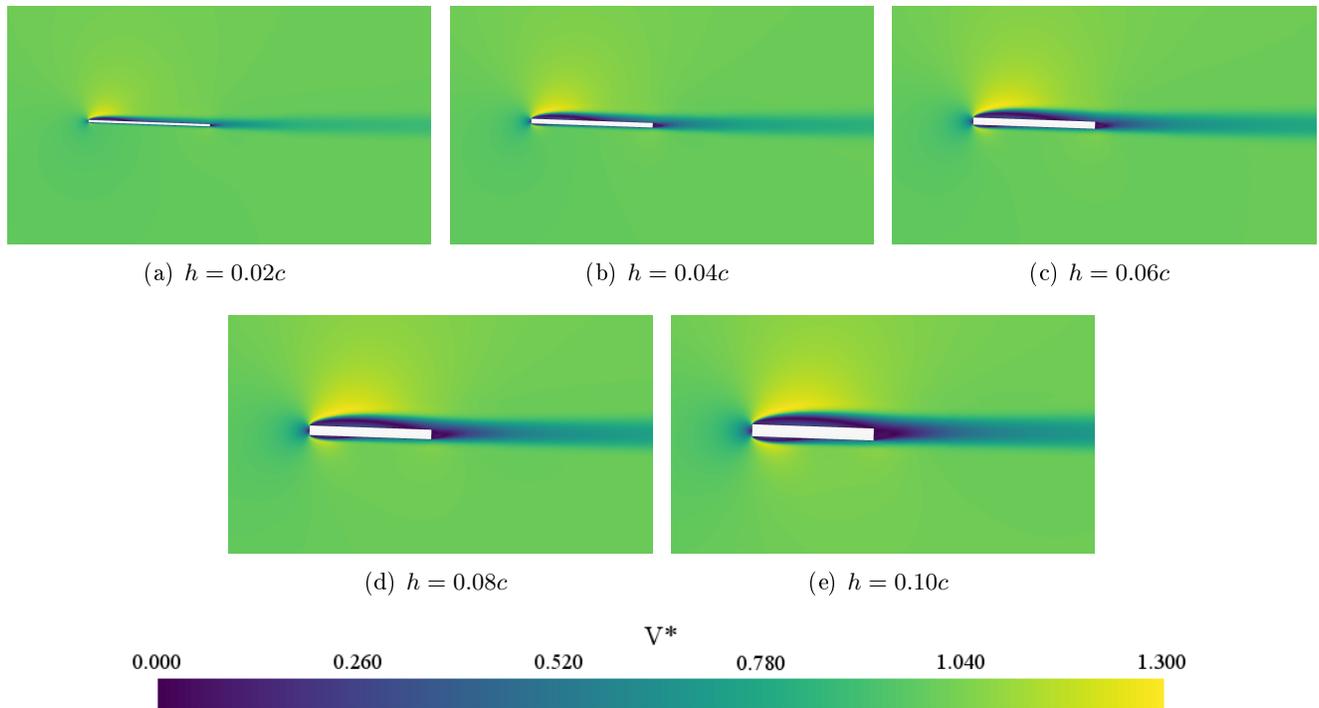


Figura 4.9: Contornos de velocidad de la placa plana con varios espesores. Ángulo de ataque $\theta = 2^\circ$

También las curvas de C_M muestran como un menor espesor hace que el valor de momento de cabeceo de la placa para un ángulo de ataque determinado sea más alto y, por tanto, dicha placa esté sometida a mayor carga aerodinámica.

4.1.4. Estudio de la interacción entre dos placas

En la figura 4.10 se muestran los coeficientes aerodinámicos de las dos placas en función del ángulo de ataque para distintas distancias entre las dos placas. A partir de ahora se llamará placa 1 a la placa situada aguas arriba del dominio, y placa 2 a la que se localiza aguas abajo.

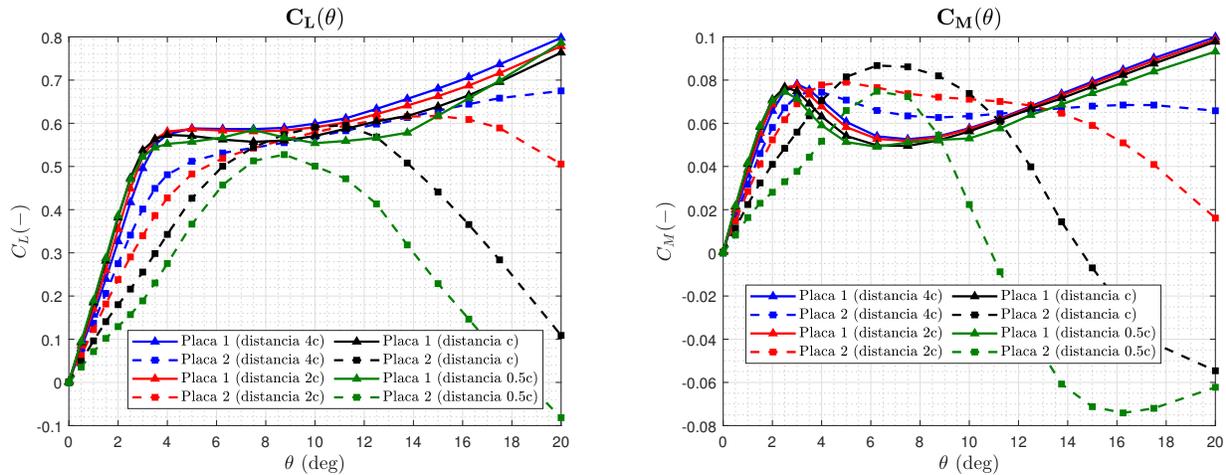


Figura 4.10: Evolución del C_L (izquierda) y del C_M (derecha) en función del ángulo de ataque. Distintas curvas en función de la distancia entre placas

El hecho de colocar una placa detrás de otra provoca que el flujo que recibe la placa localizada aguas abajo esté condicionado por la presencia de la placa situada aguas arriba. A ángulos de ataque positivos, el flujo pasa por la primera placa modificándose la distribución de las líneas de corriente y la velocidad del mismo. Este hecho provoca que el flujo en la segunda placa, situada aguas abajo del dominio, incida a un ángulo de ataque efectivo menor que el ángulo que está girada la placa; todo esto debido a que el flujo ha sido perturbado por la primera placa. A este fenómeno se le conoce como *downwash* y se puede ver en la figura 4.11. Si se observan las curvas de C_L (parte izquierda de la figura 4.10) se ve como a medida que las placas están más cerca, el C_L de la placa localizada aguas abajo disminuye debido a que el flujo incide con un ángulo de ataque efectivo menor. Esto es lógico, ya que cuanto más cercanía tengan las placas, más perturbado llegará el flujo a la segunda placa haciendo que el efecto del *downwash* sea más notable. También esto explica el hecho de que la placa situada aguas abajo tarde cada vez más en entrar en pérdida a medida que se acercan las dos placas.

También en las curvas de la figura 4.10 se percibe como la presencia de la placa situada aguas abajo perturba ligeramente a la primera placa ya que se observa como los valores de C_L y C_M para la placa 1 difieren algo en función de la distancia entre ambas placas. Aunque también se concluye que la influencia de la placa 2 sobre la 1 es bastante menor que la que efecta la primera sobre la segunda ya que para los valores de la placa 1 las diferencias son bastante pequeñas.

Si se vuelve la vista a las curvas de C_M (figura 4.10 derecha) se puede discernir que cuando la primera placa está en el rango lineal, el valor de C_M de la placa 2 es menor y, además, disminuye cuando más cerca se encuentra de la primera placa. Luego, a partir de 4 grados, cuando la placa situada aguas arriba ya ha entrado en pérdida y, como consecuencia, el valor del C_M de dicha placa sufre un decremento, se observa como el valor del C_M para la segunda placa es mayor, puesto que esta no ha entrado aún en pérdida y se encuentra en la zona lineal. Por tanto, desde los 4 grados de ángulo de ataque hasta un ángulo que varía en función de las placas, el momento de cabeceo al que está sometido la placa localizada aguas abajo del

dominio es mayor que el de la placa aguas arriba. Si se sigue aumentando θ , las tendencias se vuelven a invertir y, de nuevo, la placa 1 tiende a tener mayor momento que la segunda placa.

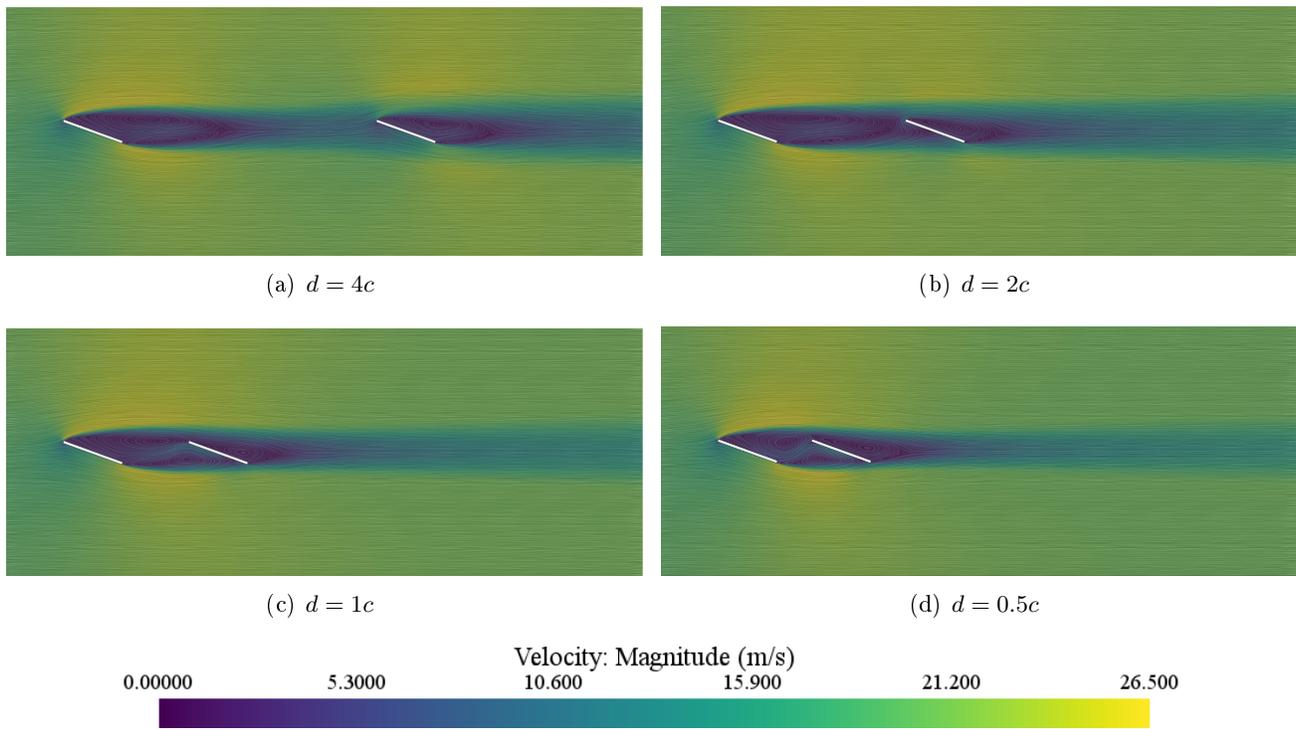


Figura 4.11: Líneas de corriente de los casos de dos placas localizadas a distintas distancias entre ellas. Ángulo de ataque de las dos placas $\theta = 20^\circ$

4.2. Cálculos no estacionarios

Un vez mostrados los resultados estacionarios de los distintos casos analizados, se procede a presentar los resultados no estacionarios del sistema formado por la placa y los dos muelles (uno de flexión y otro de torsión).

4.2.1. Comparación entre configuración de placa simple, con obstáculo y con eje

En esta sección se presentan los resultados no estacionarios obtenidos para las configuraciones de placa simple, placa con obstáculo y placa con eje.

En la figura 4.12 se muestran las curvas de torsión media (izquierda) y desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional para los tres casos analizados.

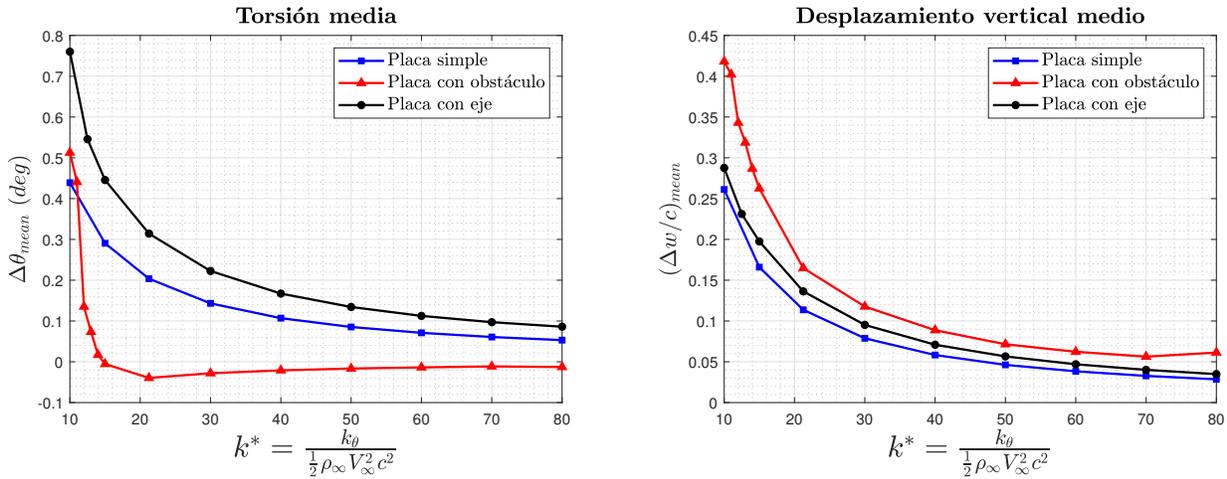


Figura 4.12: Evolución de la torsión media (izquierda) y el desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional de la placa k^* . Casos de placa simple, placa con obstáculo y placa con eje

Si se atiende a las curvas de torsión media (figura 4.12 izquierda) se observa como el caso que mayor torsión media tiene es el de la placa con eje, luego va el de la placa simple y, por último, el de la placa con obstáculo. Esto es porque el caso de placa con eje es el que tiene mayor coeficiente de momento y este hecho hace que dicho caso tenga más cabeceo y, por tanto, mayor torsión.

Otro hecho que llama la atención en las curvas de torsión media es que para la configuración de la placa con obstáculo, a medida que se reduce el valor de k^* , el valor de la torsión media se mantiene constante e incluso se podría decir que tiene una ligera tendencia descendente. La causa de esto es que dicho caso a ángulos de ataque pequeños (recordar que el ángulo de ataque inicial de los casos es 2.5°) tiene un valor negativo de C_M y también una pendiente negativa en dicho rango, lo cual provoca esa disminución de la torsión que se percibe en la figura 4.12 izquierda. Por el contrario para los casos de placa simple y placa con eje se ve como la disminución de la rigidez conlleva un aumento del valor de la torsión media. Y es que estas configuraciones tienen un C_M positivo, lo cual implica que a medida que se reduzca el valor de k^* dichos casos tendrán un momento de cabeceo positivo que provocará un aumento del ángulo de ataque.

Analizando ahora las curvas que muestran el desplazamiento vertical medio para los tres casos estudiados

(figura 4.12 derecha) se ve como las configuraciones de placa con obstáculo y placa con eje tienen mayor desplazamiento vertical que la placa simple. La razón de esto es que tanto la presencia de eje como la presencia del obstáculo modifica la distribución de presiones de la placa traduciéndose esto en una mayor sustentación la cual es responsable de que el desplazamiento vertical aumente para estos dos casos.

Otro factor bastante importante a tener en cuenta es que una reducción demasiado excesiva de la rigidez puede conllevar la aparición de inestabilidades. El valor de k^* para el cual aparecen inestabilidades se puede deducir viendo las curvas de torsión media (figura 4.12 izquierda) y observando los lugares donde se producen cambios bruscos de la pendiente. Para la configuración de placa con obstáculo dicho cambio brusco se observa perfectamente a partir de $k^* = 15$ mientras que para la placa con eje se aprecia como hay un cierto cambio de pendiente en $k^* = 12.5$. En cuanto al caso de la placa simple, no se observan cambios significativos de pendiente para el rango de rigideces representado en la figura 4.12.

La inestabilidad que se va a producir para los casos vistos es la del flameo en pérdida (*stall flutter*). Y es que hay que tener en cuenta que la disminución de la rigidez va a conllevar generalmente un aumento de la torsión, como se ha visto para los casos de placa simple y placa con eje, y como también se ha visto para la placa con obstáculo cuando el valor de k^* se había reducido considerablemente. Debido a que la zona lineal de la curva C_L de una placa plana es bastante pequeña si se compara con la de un perfil aerodinámico (la región lineal de la placa abarca de 0 a 4 grados aproximadamente), el aumento de la torsión puede conllevar la entrada en pérdida del perfil y entrar en la zona donde la pendiente del C_L es negativa. En esta zona el amortiguamiento aerodinámico de las fuerzas que actúan sobre la placa es negativo. Esto provoca que las oscilaciones que experimenta la placa en vez de amortiguarse, aumenten. Este fenómeno unido a que la placa ha entrado en pérdida, hace que la placa experimente un proceso de entrada en pérdida dinámica debido a que de manera periódica el flujo que atraviesa la placa se desprenderá y se readherirá a la placa ya que de manera cíclica la placa se estará moviendo entre la zona no lineal y la lineal de la curva del C_L . Este proceso de entrada en pérdida dinámica se deriva también en la aparición de oscilaciones limitadas en amplitud (LCO), una de las características del flameo en pérdida. Dichas oscilaciones aumentarán su amplitud a medida que se disminuya el valor de la rigidez adimensional.

Por tanto, según lo dicho anteriormente, otra forma de visualizar a partir de qué valor de k^* se producen inestabilidades es representar la amplitud de la torsión en función de la rigidez adimensional, lo cual se ha hecho en la figura 4.13.

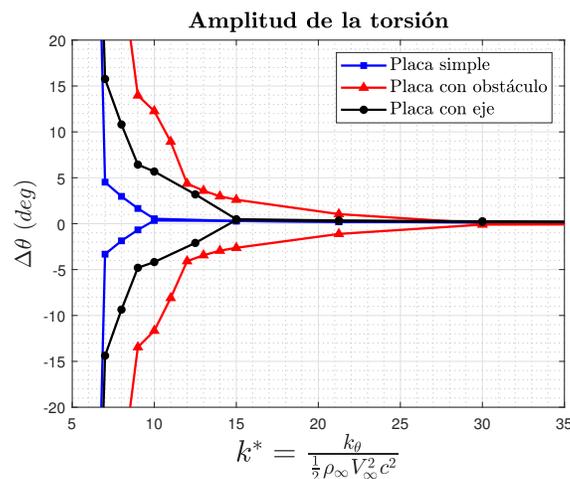


Figura 4.13: Amplitud de la torsión para distintos valores de rigidez adimensional k^* . Casos de placa simple, placa con obstáculo y placa con eje

En dicha figura se puede ver como la configuración de placa para la que antes aparecen las inestabilidades es la de la placa con obstáculo. Se ve como a partir de $k^* = 15$, las oscilaciones comienzan a tener una amplitud considerable.

Para el caso de placa con eje, es a partir de $k^* = 12.5$ donde comienza a tener lugar el fenómeno de flameo en pérdida, mientras que para la placa simple las inestabilidades empiezan a ser considerables para una $k^* = 7$.

Observando todo esto se pueden determinar dos cosas: la primera es que tanto las configuraciones de placa con obstáculo como la de placa con eje experimentan el fenómeno del flameo en pérdida antes que la configuración de placa simple. La segunda cosa a tener en cuenta es la diferencia que se aprecia con los resultados obtenidos en la teoría lineal. Y que es que, según dicha teoría, las inestabilidades se iban a producir a una $k^* = \pi/2$, mientras que en los cálculos CFD se puede ver como esto no es cierto y dichas inestabilidades ocurren a una k^* mayor. Por lo tanto, se puede apreciar como el modelo teórico lineal presenta lagunas a la hora de predecir los fenómenos no lineales que tienen lugar, como es lógico.

En las figuras 4.14 y 4.15 se representan las curvas de C_L frente a θ (izquierda) y los diagramas de fase (derecha) para los casos de placa simple y placa con obstáculo a valores de k^* donde dichas configuraciones ya experimentan el flameo en pérdida.

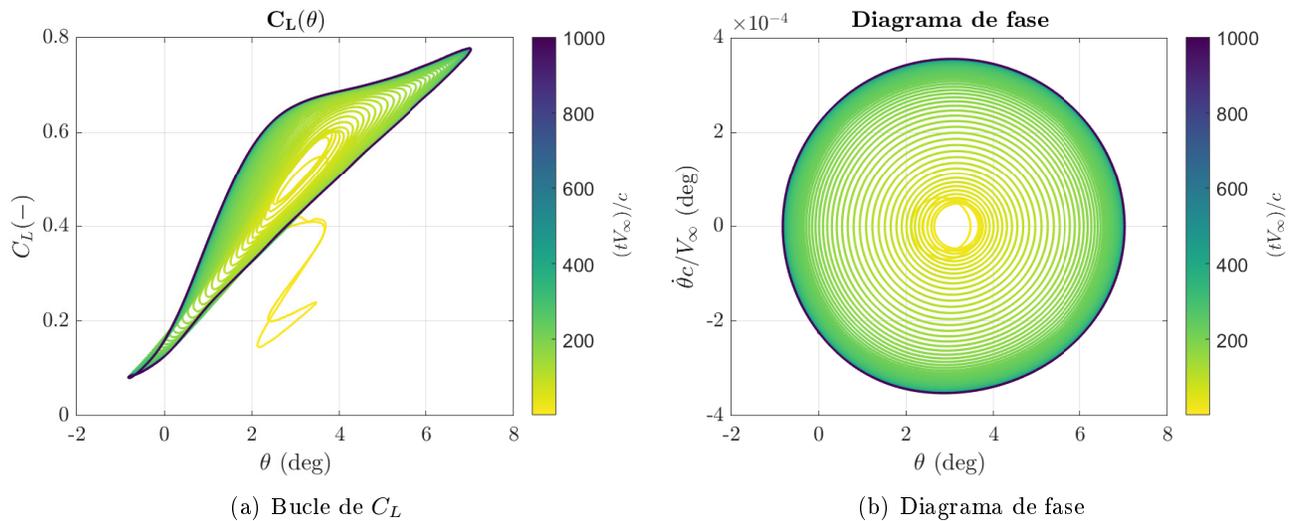


Figura 4.14: Bucles de histéresis aerodinámica para la configuración de placa simple a una $k^* = 7$

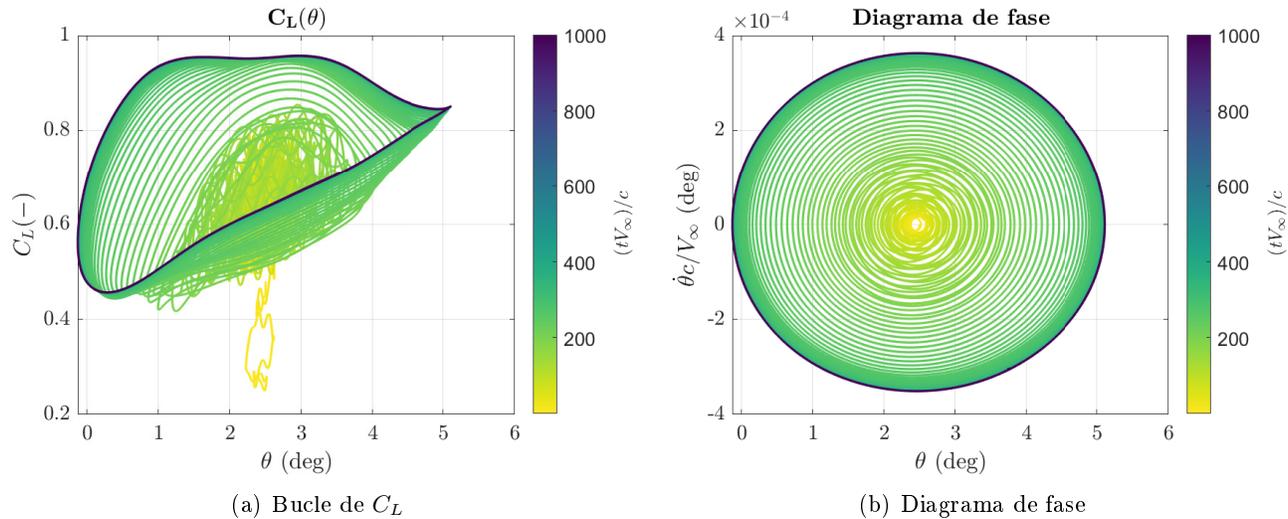


Figura 4.15: Bucles de histéresis aerodinámica para la configuración de placa con obstáculo a una $k^* = 15$

Se observa en ambos casos al atender a los diagramas de fase (parte derecha de las figuras 4.14 y 4.15) que al transcurrir un cierto tiempo, se observa un ciclo estable, una de las características del flameo en pérdida.

Atendiendo ahora a las curvas de C_L frente a θ (parte izquierda de las figuras 4.14 y 4.15) también se puede apreciar como la evolución del C_L es cíclica a partir de un cierto instante de tiempo. También en dichas curvas se puede ver claramente que las configuraciones experimentan un proceso de entrada en pérdida dinámica responsable del flameo en pérdida ya que de manera cíclica la placa se va pasando de la zona lineal a la no lineal de la curva de C_L lo que causa que el flujo se desprenda y se readhiera periódicamente. También se observa como en la configuración de placa con obstáculo en los primeros instantes de tiempo, sobre todo si se ve la curva del C_L , la evolución es más caótica cosa que es causada por la presencia del obstáculo.

Y es que tanto la presencia del obstáculo como la del eje provoca que cuando tengan lugar las inestabilidades, las oscilaciones estén limitadas en amplitud, pero dicha amplitud no es constante con el tiempo sino que experimenta unas ciertas variaciones en el tiempo, como se puede ver en la figura 4.16 izquierda, que muestra la evolución temporal de los 3 casos para un valor de rigidez adimensional en el que las configuraciones de placa con obstáculo y placa con eje experimentan inestabilidades. Es más si se realiza la FFT de dichas señales (figura 4.16 derecha) se aprecia como tanto la presencia del obstáculo como la del eje provocan la presencia de armónicos que hacen que la placa experimente dicha respuesta.

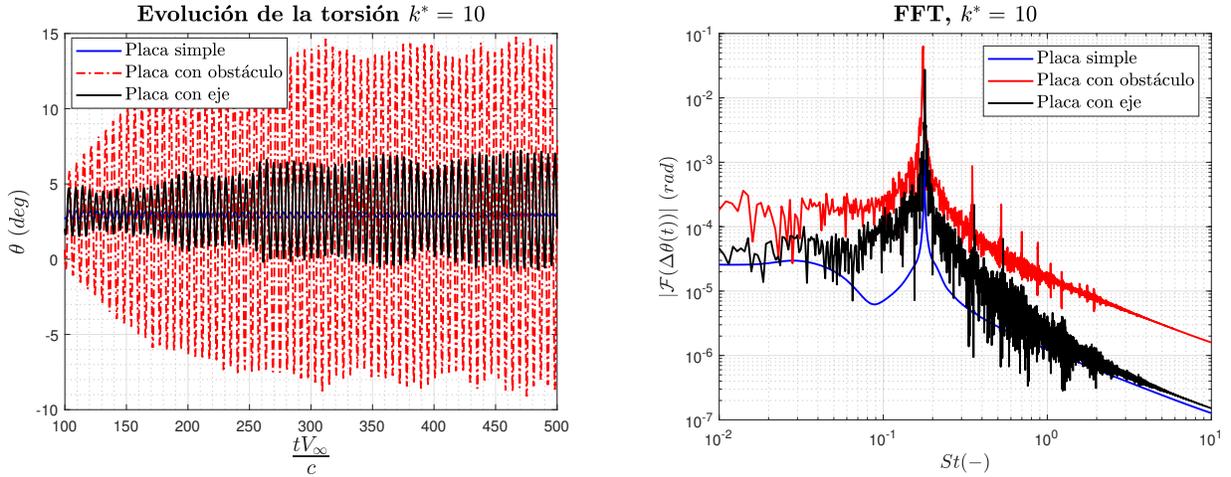


Figura 4.16: Evolución temporal de la torsión (izquierda) y representación del valor absoluto de los coeficientes de Fourier de la FFT de $\Delta\theta(t)$ frente a la frecuencia adimensional (St) (derecha) para una $k^* = 10$. Casos de placa simple, placa con obstáculo y placa con eje.

De hecho, si se miran las figuras 4.17, 4.18 y 4.19, que muestran los contornos de velocidad para los casos de placa simple, placa con obstáculo y placa con eje en distintos instantes de tiempo se puede ver que mientras que en el caso de la placa plana únicamente se desprenden vórtices inducidos por el movimiento de la estructura, en los casos de placa con obstáculo y placa con eje al tratarse tanto el obstáculo como el eje de cuerpos romos, aparecen otras estructuras vorticales adicionales que se mezclan con los vórtices inducidos por la estructura. Estas estructuras adicionales no son ni más ni menos las calles de Von Karman características del fenómeno de *vortex shedding* que tiene lugar en cuerpos romos. Estos vórtices provocan la aparición de los armónicos vistos en la figura 4.16 derecha y modifican en cierta medida la respuesta temporal como se ha visto antes, aunque la frecuencia dominante sigue siendo la de torsión.

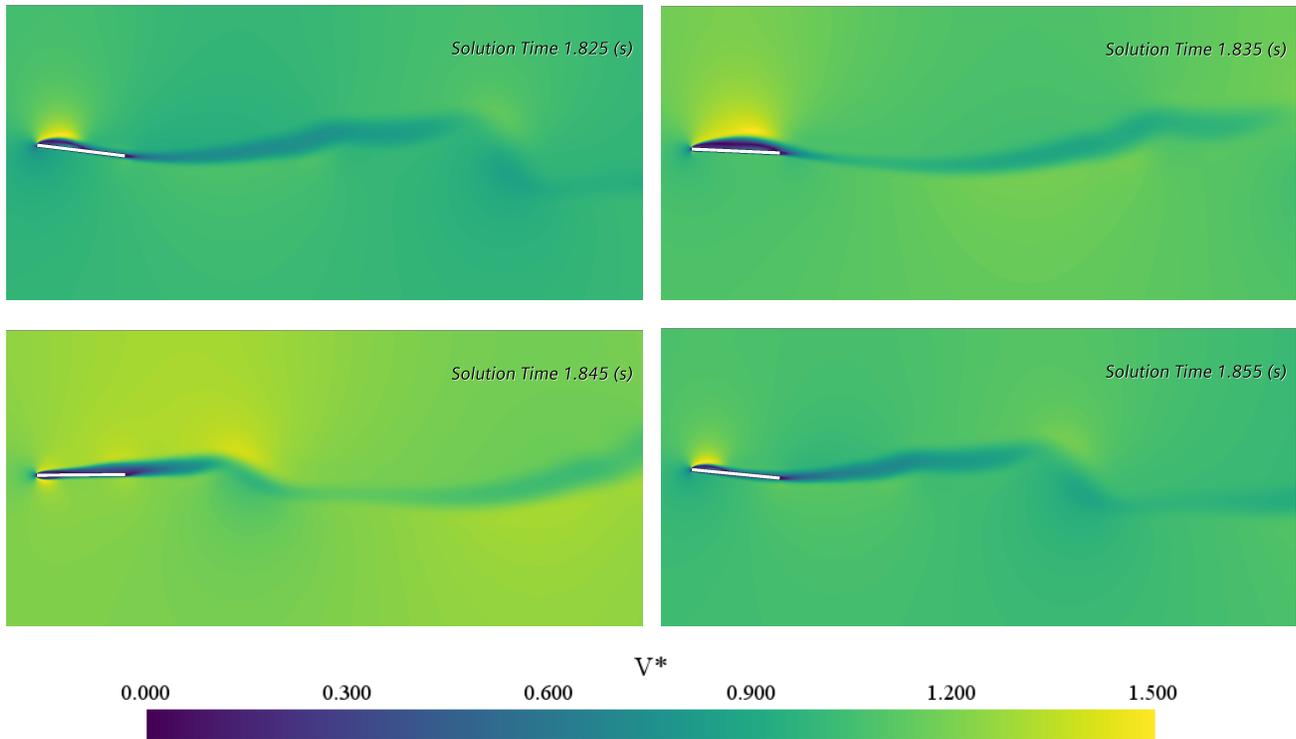


Figura 4.17: Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Configuración de placa simple con $k^* = 7$

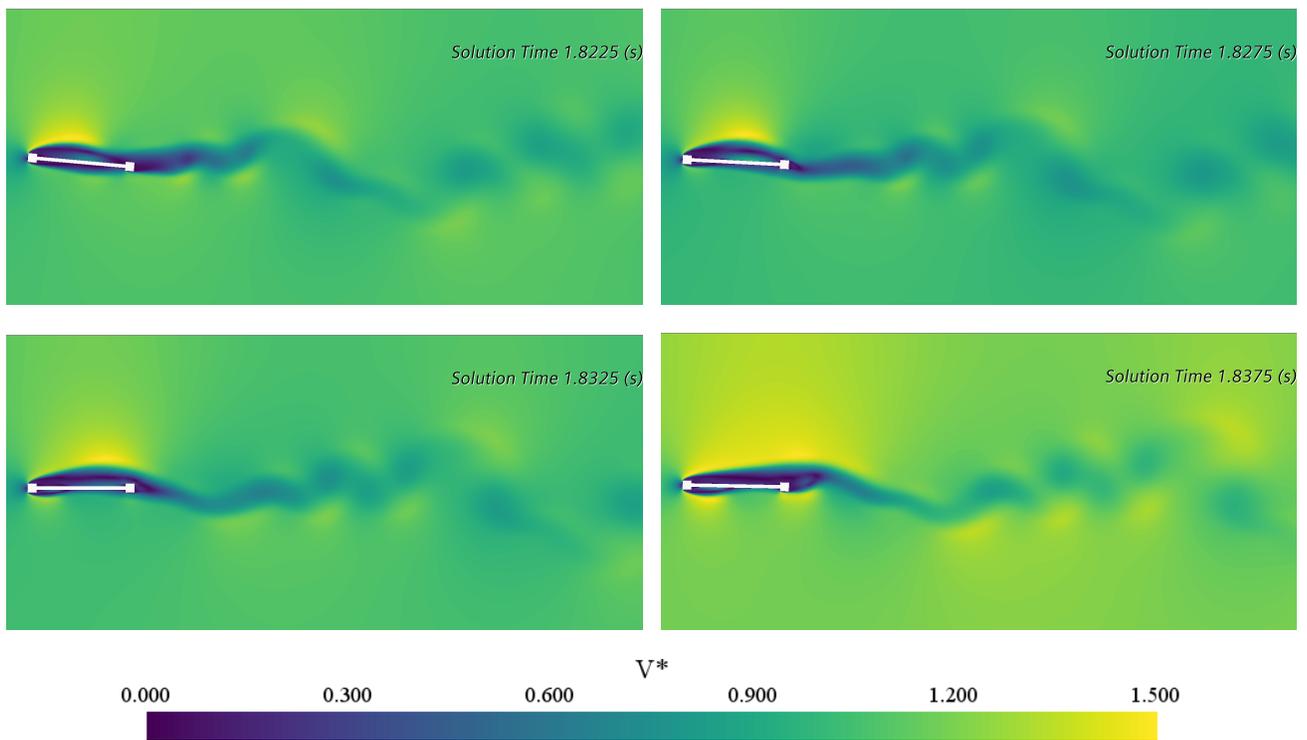


Figura 4.18: Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Configuración de placa con obstáculo con $k^* = 15$

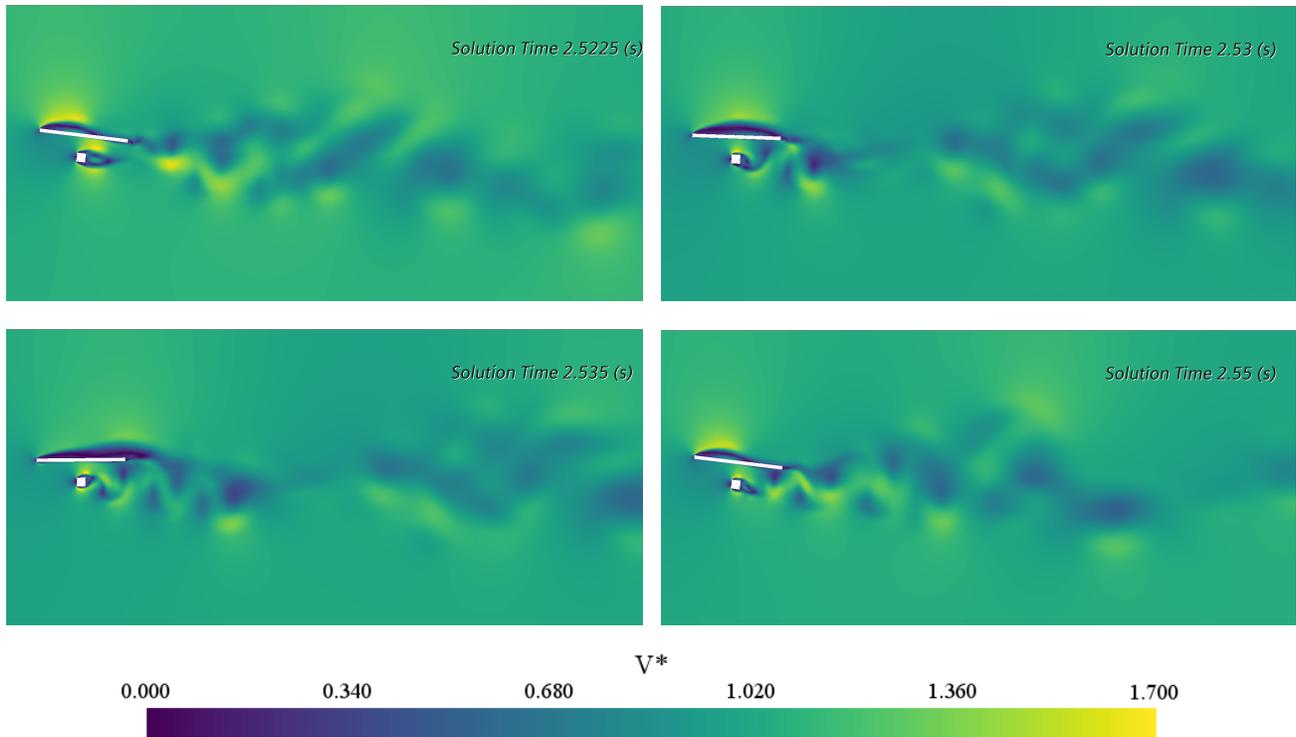


Figura 4.19: Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Configuración de placa con eje con $k^* = 12.5$

4.2.2. Comparación entre placa con 2 g.d.l. y placa con 1 g.d.l.

En esta sección se presentan los resultados no estacionarios obtenidos en una placa plana con dos grados de libertad y lo obtenidos con la misma placa si se suprime el grado de libertad de flexión, dejando a dicha placa únicamente girar.

En la figura 4.20 se representa la evolución de la torsión media en función de la rigidez adimensional para los dos casos estudiados.

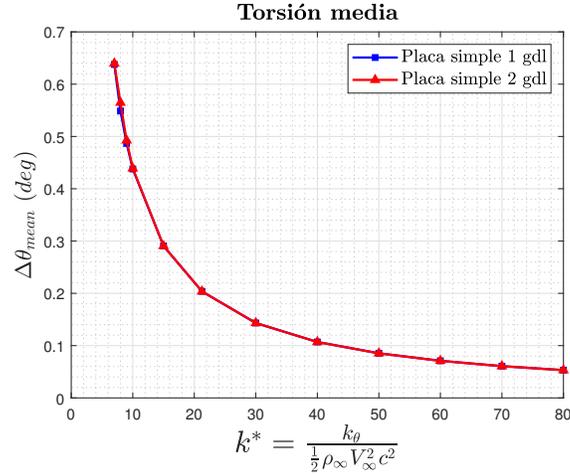


Figura 4.20: Evolución de la torsión media en función de la rigidez adimensional k^* . Casos de placa con 2 g.d.l. y placa con 1 g.d.l.

En dicha figura se ve como la torsión media de la placa es la misma independientemente de si tiene dos grados de libertad o sólo uno. De esta forma se puede deducir que los efectos de la rigidez en la torsión son similares independientemente del número de grados de libertad del problema. De hecho si se mira la figura 4.22 izquierda para un valor de k^* para el cual aún no se ha producido ninguna inestabilidad, se observa como la evolución temporal es prácticamente la misma en los dos casos, excepto durante los primeros instantes del caso. Esto se debe principalmente a que en el caso donde a la placa se le permite desplazarse verticalmente, el modo de flexión interviene en los primeros instantes temporales pero rápidamente se amortigua y desaparece quedando solo el modo de torsión y comportándose los dos casos de la misma forma. De hecho, mirando la figura 4.24 izquierda, donde se muestra el valor absoluto de los coeficientes de Fourier de los dos casos para un k^* donde no hay inestabilidades, se visualiza el contenido en frecuencia de los dos casos es el mismo excepto a un número de St bajo. Y es que el caso de 1 g.d.l. no capta el contenido de frecuencia en flexión, como es lógico, cosa que sí hace el caso de 2 g.d.l. Esto se puede ver también en la figura 4.23 donde se muestra la evolución del desplazamiento vertical para distintos valores de k^* en la placa con dos grados de libertad. Se puede observar la atenuación del modo de flexión para valores de k^* en los cuales aún no hay inestabilidades.

En la figura 4.21 se muestra la amplitud de la torsión para distintas rigideces adimensionales y se comparan los dos casos según los dos grados de libertad.

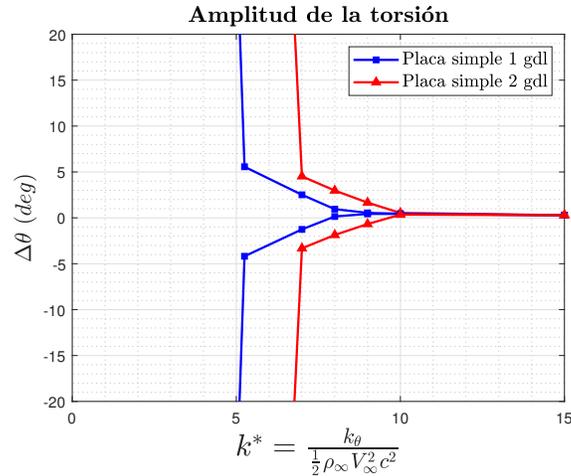


Figura 4.21: Amplitud de la torsión para distintos valores de la rigidez adimensional k^* . Casos de placa con 2 g.d.l. y placa con 1 g.d.l.

Se aprecia para la figura 4.21 que las inestabilidades para el caso con dos grados de libertad ocurren a valores de k^* mayores, o lo que es lo mismo, a velocidades de flujo menores. Y es que la presencia de flexión aunque no modifica la torsión media sí juega un papel importante a la hora de que aparezca el flameo en pérdida, ya que como se puede ver en dicha figura, el hecho de que la placa pueda desplazarse verticalmente hace que las inestabilidades aparezcan antes. Lo que ocurre es que cuando se entra ya en valores de rigidez adimensional para los cuales aparecen inestabilidades, el modo de flexión no se amortigua, sino que tiene un carácter oscilatorio, eso sí de menor magnitud que el modo de torsión. Esto provoca esa aparición temprana de las inestabilidades en el sistema de 2 g.d.l. si se compara con el de 1 g.d.l. Así pues el sistema con 2 g.d.l. entra en flameo en pérdida con una $k^* = 7$ y el sistema con 1 g.d.l. se inestabiliza con una $k^* = 5.25$.

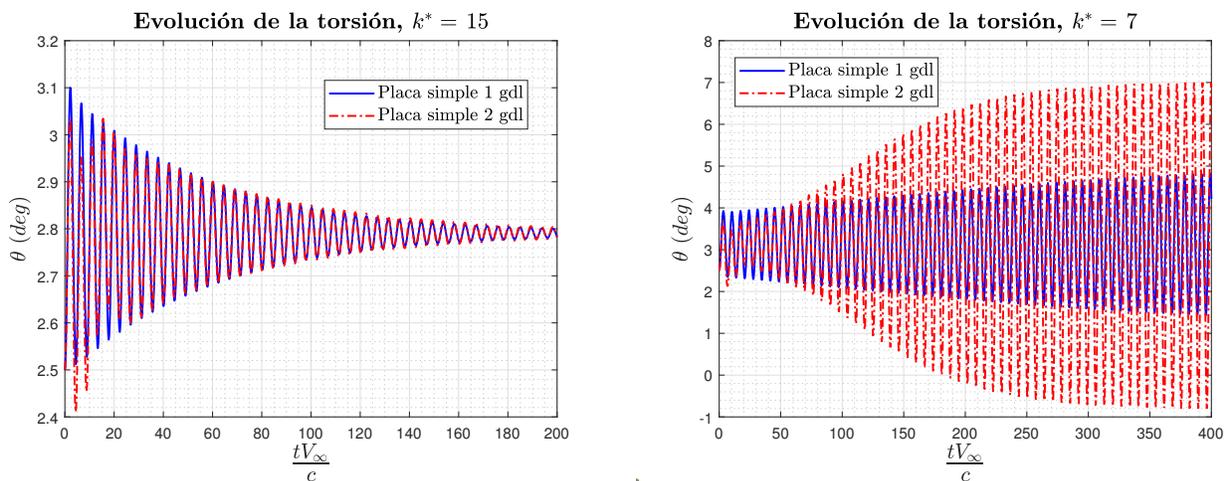


Figura 4.22: Evolución temporal de la torsión para una $k^* = 15$ (izquierda) y para una $k^* = 7$ (derecha). Casos de placa con 2 g.d.l. y placa con 1 g.d.l.

Visualizando la parte derecha de la figura 4.22 se observa como las respuestas temporales a partir de la aparición de inestabilidades difieren en los dos casos. De la misma manera mirando la figura 4.24 derecha se ve ahora como para un valor de k^* en el que ya hay flameo en pérdida, al menos para un caso, además

del contenido en frecuencias referido al modo de flexión, el relacionado con el modo de torsión también difiere en los dos casos, siendo la frecuencia de torsión la misma, pero la amplitud distinta.

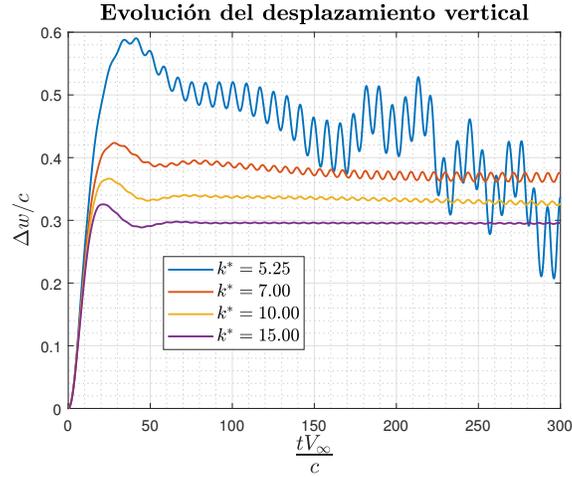


Figura 4.23: Evolución del desplazamiento vertical adimensional para distintos valores de la rigidez adimensional k^* para el caso de la placa plana con 2 g.d.l.

Se muestra en la figura 4.23 lo que se ha dicho anteriormente, y es que a medida que se disminuye k^* y se está más cerca del flameo en pérdida, el modo de flexión cada vez se amortigua menos y comienza a tener un carácter oscilatorio.

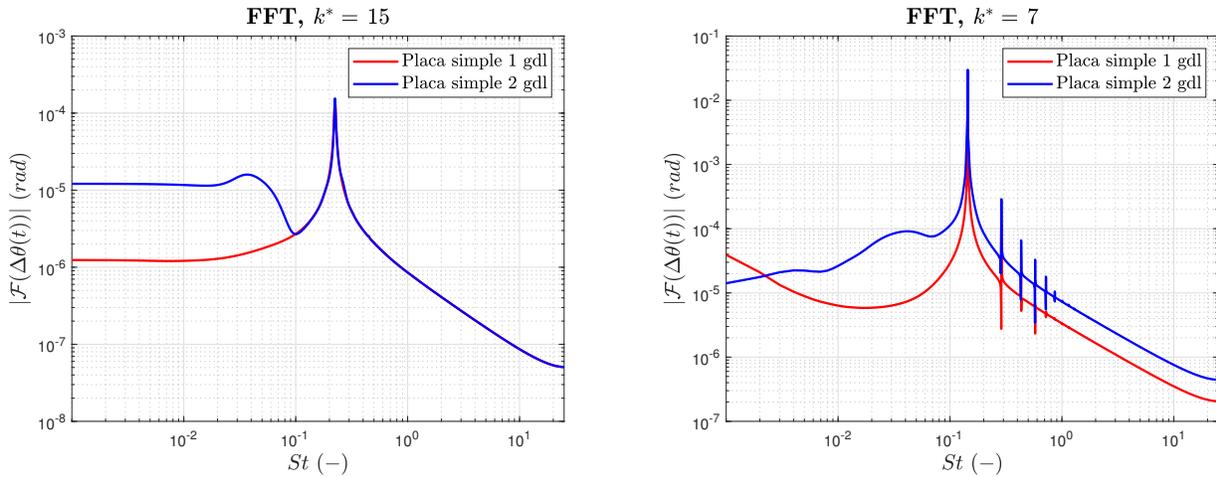


Figura 4.24: Representación del valor absoluto de los coeficientes de Fourier de la FFT de $\Delta\theta(t)$ frente a la frecuencia adimensional St para los valores de rigideces $k^* = 15$ (izquierda) y $k^* = 7$ (derecha). Casos de placa con 2 g.d.l. y placa con 1 g.d.l.

4.2.3. Análisis del efecto suelo

En esta sección se presentan los resultados no estacionarios obtenidos para la placa plana, la cual se ha colocado a distintas distancias del suelo.

En la figura 4.25 se muestran las curvas de torsión media (izquierda) y desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional para distintas distancias de la placa al suelo.

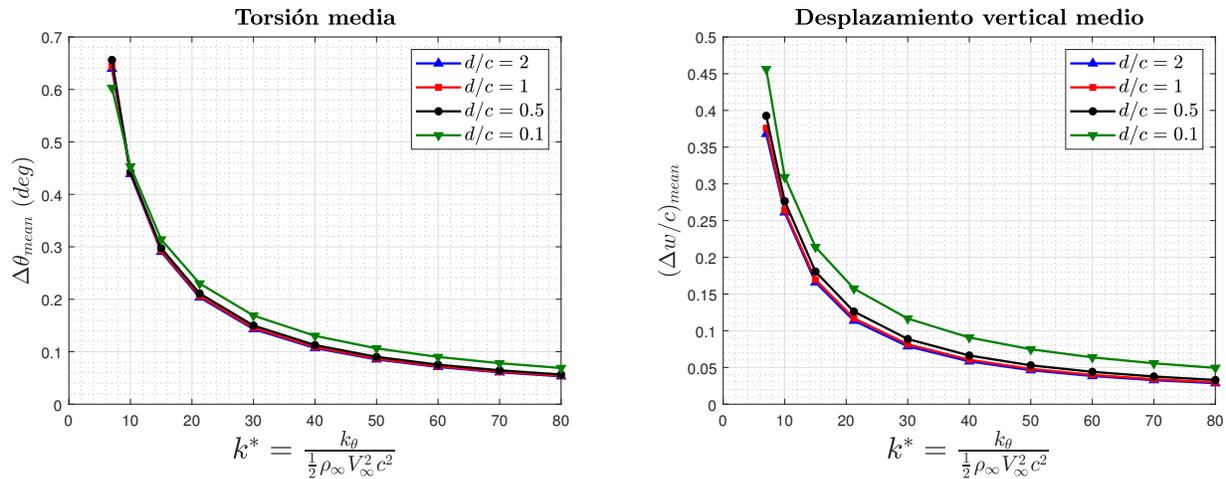


Figura 4.25: Evolución de la torsión media (izquierda) y el desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional de la placa k^* . Curvas en función de la distancia de la placa al suelo

Observando las curvas de torsión media y desplazamiento vertical medio (figura 4.25) la primera conclusión significativa que se puede sacar a raíz de dichas curvas es que para que la presencia del efecto suelo sea notable, hay que colocar la placa a muy poca distancia del suelo ya que solo se aprecian diferencias para el caso de $d/c = 0.1$; en el resto de casos las diferencias son mínimas.

También visualizando las curvas de la figura 4.25, se ve como el efecto suelo hace que la sustentación y el momento de cabeceo de la placa aumente como ya se comentó en la parte de resultados estacionarios. Este aumento genera ese aumento de torsión media y de desplazamiento vertical medio que se ve para el caso más cercano al suelo ($d/c = 0.1$) en las curvas de la figura 4.25.

Si ahora se analiza la amplitud de la torsión en función de k^* para los distintos casos estudiados (figura 4.26) se percibe como la distancia de la placa al suelo no influye en que el fenómeno del flameo en pérdida aparezca antes o después, ya que para todos los casos las inestabilidades comienzan a una $k^* = 7$. En lo que sí parece que influye la distancia de la placa al suelo es en la amplitud de las oscilaciones límite características del flameo en pérdida.

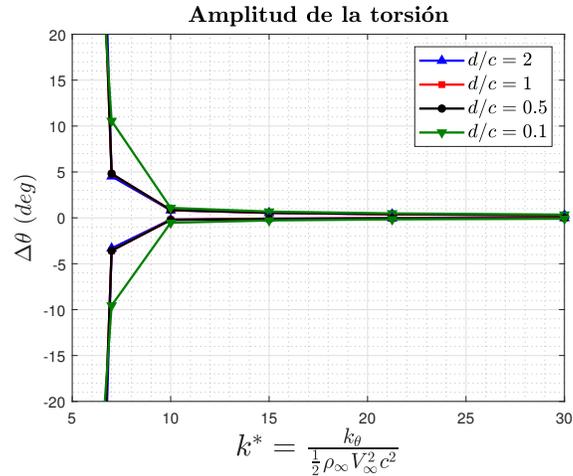


Figura 4.26: Amplitud de la torsión para distintos valores de rigidez adimensional k^* . Curvas en función de la distancia de la placa al suelo

En vista de los resultados, se puede decir que aunque el efecto suelo tenga cierta influencia en el comportamiento de la placa, dicha influencia no es muy significativa al menos para las condiciones en las que se ha hecho el estudio.

4.2.4. Estudio de la variación del espesor de la placa

En esta sección se presentan los resultados no estacionarios obtenidos para la placa plana, la cual se ha ido variando su espesor h .

En la figura 4.27 aparecen las curvas de torsión media (izquierda) y desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional para distintos espesores h de la placa.

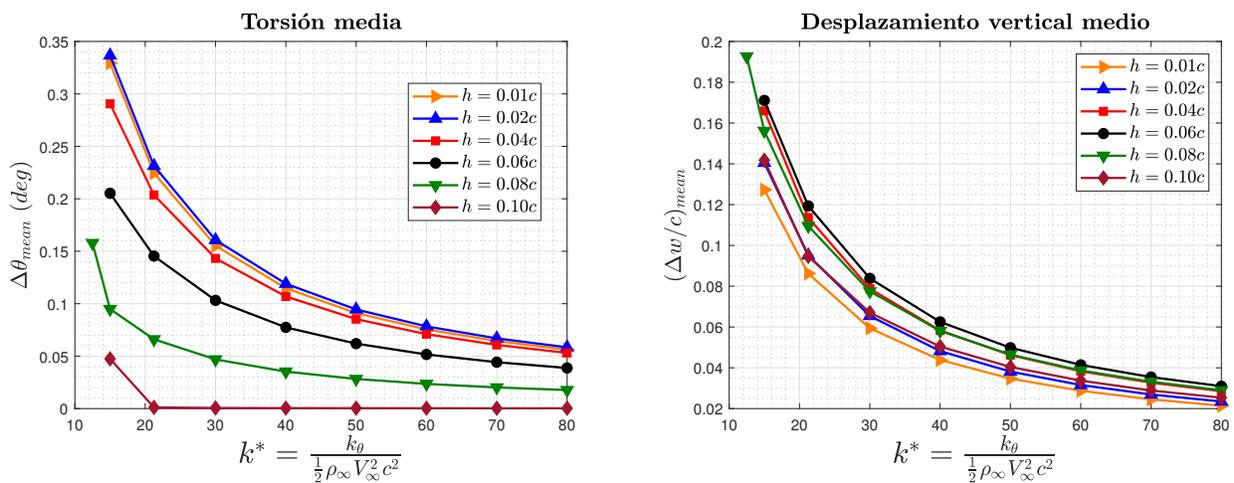


Figura 4.27: Evolución de la torsión media (izquierda) y el desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional de la placa k^* . Curvas en función del espesor de la placa

Viendo las curvas de torsión media (figura 4.27 izquierda) se percibe como un aumento del espesor de

la placa conlleva una reducción de la torsión media. Y es que dicha reducción de espesor provoca una disminución del C_M de la placa, tal y como se vio en los resultados estacionarios de este estudio, lo que hace que la placa tenga menor momento de cabeceo y, por tanto, torsione menos.

De hecho, se ve como para el caso con mayor espesor ($h = 0.10c$) la variación de la torsión en la zona donde aún no se han producido inestabilidades es prácticamente nula, y es que para este valor de espesor el C_M es muy bajo y no torsiona prácticamente, lo cual hace que la variación de rigidez no afecte prácticamente a la torsión media.

En cuanto a las curvas de desplazamiento vertical medio (figura 4.27 derecha) no se ve una tendencia clara en principio, pero si se recuerdan las curvas de C_L en los resultados estacionarios de este mismo estudio, dicha tendencia empieza a cobrar sentido. Y es que cuando se aumenta el espesor de la placa la pendiente de la curva de sustentación aumenta y, por consiguiente, el C_L aumenta, lo cual provocará un aumento del desplazamiento vertical. Esta tendencia se ve de $h = 0.01c$ a $h = 0.06c$. Ahora bien, dicho aumento del espesor conlleva también una mayor separación del flujo alrededor de la placa, lo cual provoca que la placa vaya a entrar en pérdida antes y se acorte la zona lineal de la curva de C_L . Por ello, en los casos de $h = 0.08c$ y $h = 0.10c$ lo que sucede es que aunque la pendiente de C_L ha aumentado en relación con las otras placas de menor espesor, la zona lineal dichas curvas se ha acortado y, entonces, dichas placas ya han entrado en pérdida, por lo que su C_L ha disminuido respecto a la placa con espesor $h = 0.06c$ y, en consecuencia, también lo ha hecho su desplazamiento vertical, lo cual explica la tendencia descendente a partir de $h = 0.06c$ de las curvas de desplazamiento vertical medio.

En la figura 4.28 se muestra la amplitud de la torsión para distintos valores de k^* en función del espesor de la placa.

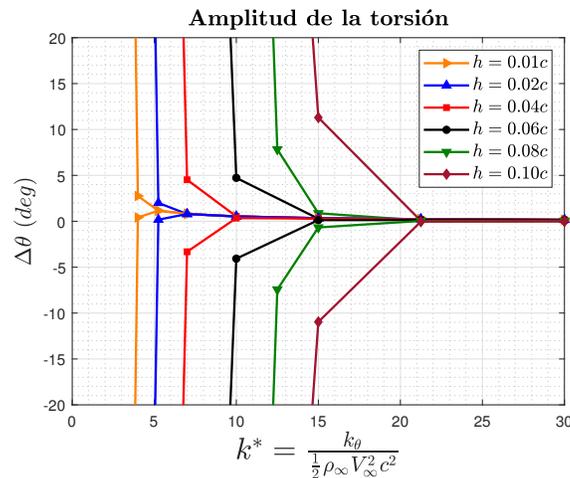


Figura 4.28: Amplitud de la torsión para distintos valores de rigidez adimensional k^* . Curvas en función del espesor de la placa

En dicha figura se ve claramente como una reducción de espesor hace que la placa entre en flameo en pérdida más tarde, es decir, a un valor de k^* menor. La explicación de esto reside en que, como ya se ha dicho, un aumento de espesor implica una mayor separación del flujo que atraviesa la placa lo cual hace que se incremente el gradiente de presiones adverso, provocando que el flujo se separe y le cueste más readherirse, hecho que se ve en la figura 4.30 que muestra los contornos de velocidad adimensional a un valor de k^* en el aún ninguna configuración ha experimentado inestabilidades. Este hecho causa que lo placa entre en pérdida a menor ángulo de ataque y que aparezcan antes los fenómenos no lineales. Esto causa que el flameo en pérdida tenga lugar una k^* mayor (o lo que es lo mismo, a una V_∞ menor) a medida

que se incrementa el espesor de la placa. De hecho, se ve como a medida que se reduce el espesor y el valor de k^* se reduce, dicho valor de k^* se va acercando al valor teórico de $k^* = \pi/2$ para el que se producía la inestabilidad del sistema. La razón de esto es que cuanto más se reduzca el espesor más validez tendrá la teoría del perfil delgado que establece ese valor de $k^* = \pi/2$ en el que el sistema comenzará a comportarse de manera inestable.

Un aspecto importante visible en la figura 4.29 que muestra el valor absoluto de los coeficientes de Fourier para los distintos espesores de la placa a un valor de rigidez adimensional en el que ninguna configuración ha entrado en flameo en pérdida, es que un aumento del espesor de la placa conlleva una disminución de la frecuencia adimensional del flujo. La explicación de esto reside en que si se observan las expresiones de la masa y la inercia de la placa 2D en la ecuación (3.45) se ve como la inercia y la masa están en función del espesor de la placa de tal manera que si se aumenta el valor del espesor de la placa tanto la inercia como la masa de la placa incrementan su valor. Además, visualizando las expresiones (3.61) y (3.62) que muestran las frecuencias naturales de torsión y flexión de la estructura, se ve como estas dependen de la inercia y la masa, de tal manera que un aumento de inercia y de masa se traduce en una menor frecuencia natural de la estructura y, como el fluido es excitado a la frecuencia de la estructura, esto explica esa disminución del valor de la frecuencia con el aumento del espesor de la placa.

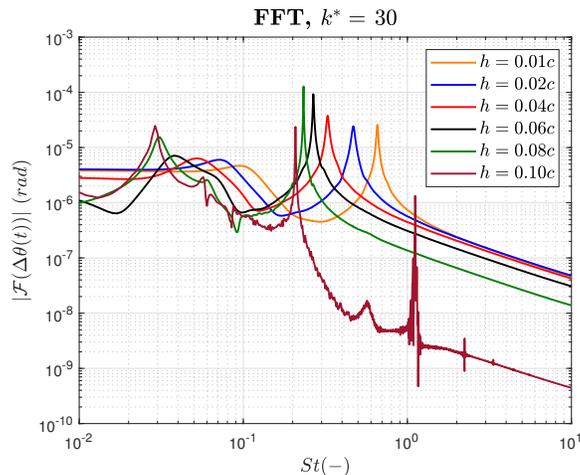


Figura 4.29: Representación del valor absoluto de los coeficientes de Fourier de la FFT de $\Delta\theta(t)$ frente a la frecuencia adimensional St para una $k^* = 30$. Varios casos en función del espesor de la placa

Otra cosa que se puede ver en la figura 4.29 es la distinta forma de la señal para $h = 0.10c$ en contraste con las demás señales. Y es que si se visualiza la figura 4.30 que muestra los contornos de velocidad para los distintos espesores de placa a un valor de rigidez adimensional en el que aún ninguna configuración ha experimentado inestabilidades, se observa como para $h = 0.10c$ el espesor se ha aumentado tanto que la placa se comporta como un cuerpo romo teniendo lugar el *vortex shedding*. La aparición de *vortex shedding* modifica en cierta forma la respuesta de la placa y hace que se vea un pico adicional que es la frecuencia a la que se desprenden los vórtices de Von Karman. La presencia de otros picos adicionales menos importantes se debe a la aparición de armónicos como consecuencia del *vortex shedding*.

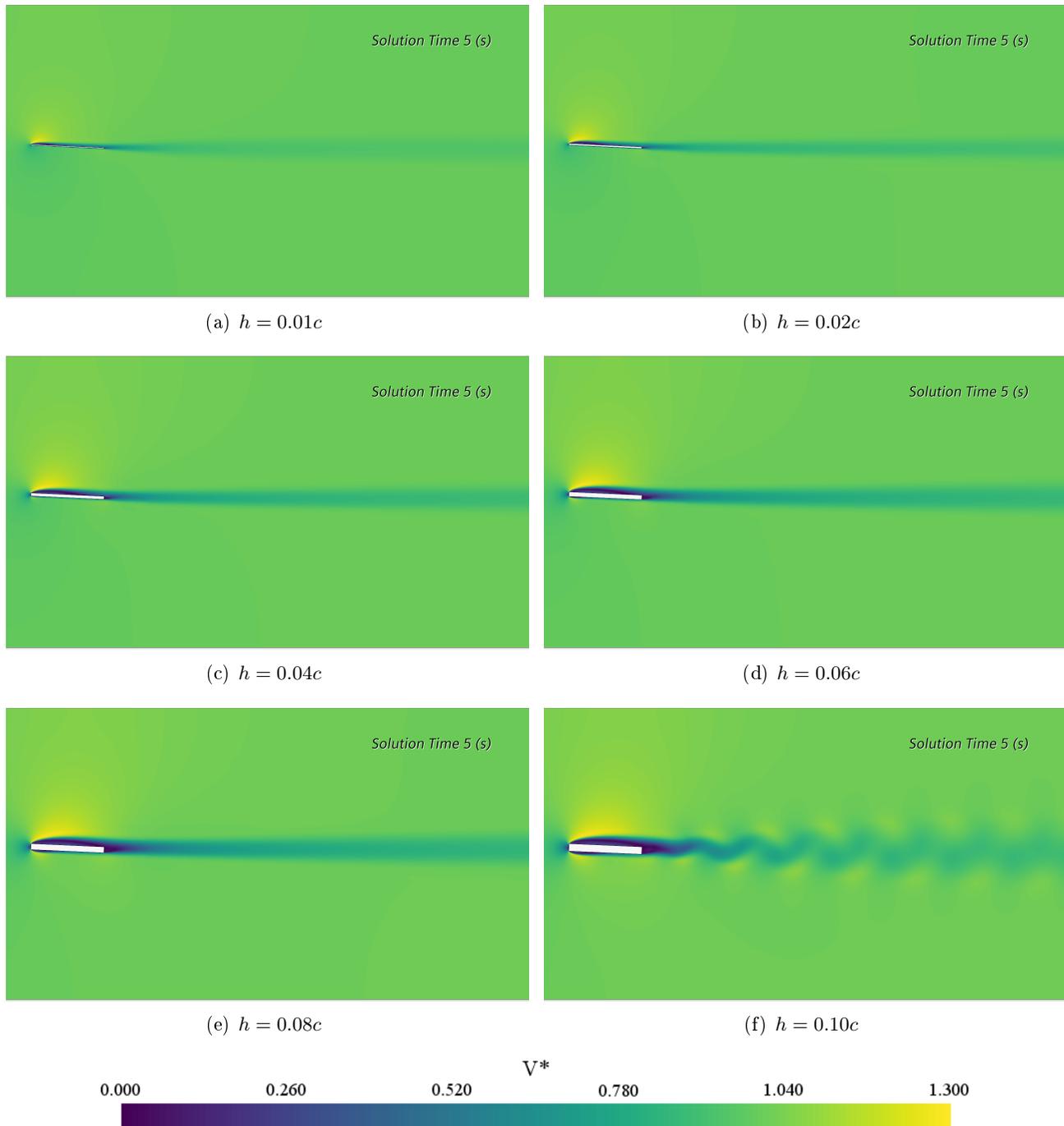


Figura 4.30: Contornos de velocidad adimensional V^* para un tiempo $t = 5$ s y con una rigidez adimensional $k^* = 30$. Distintas escenas según el espesor de la placa

4.2.5. Estudio de la interacción entre dos placas

En esta sección se muestran los resultados nos estacionarios para el caso con dos placas. Recordar que la placa 1 es la que está situada aguas arriba del dominio y la placa 2 la localizada aguas abajo. Se han hecho dos análisis con ángulos de ataque diferentes: el primero de $\theta_0 = 2.5^\circ$ para ambas placas y $\theta_0 = 10^\circ$ también para ambas.

Ángulo de ataque inicial $\theta_0 = 2.5^\circ$

En la figura 4.31 aparecen las curvas de torsión media (izquierda) y desplazamiento vertical medio (derecha) para el caso de dos placas con un ángulo de ataque inicial $\theta_0 = 2.5^\circ$ en ambas placas en función de la rigidez adimensional para distintas distancias entre placas.

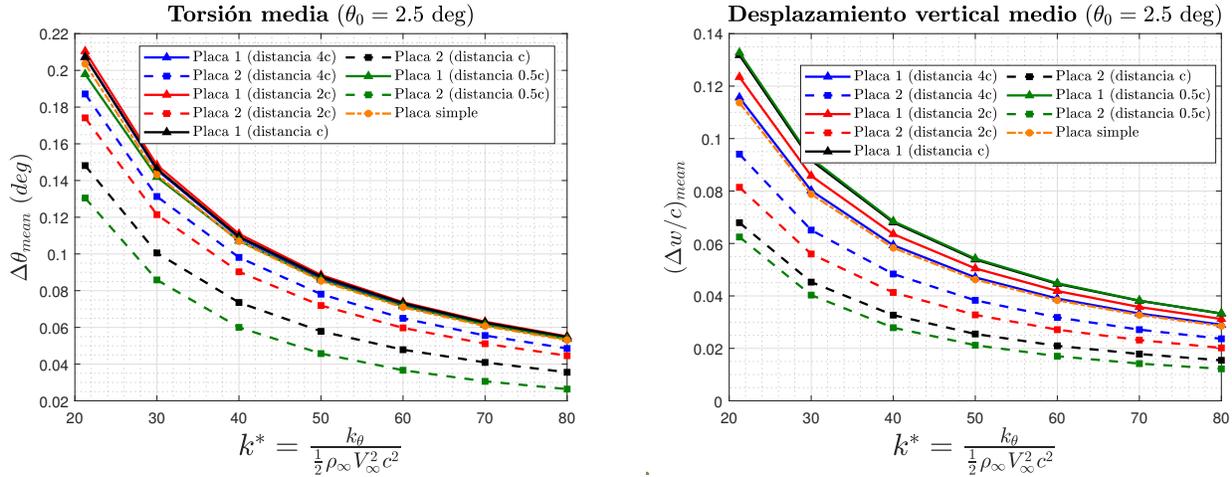


Figura 4.31: Evolución de la torsión media (izquierda) y el desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional de la placa k^* para el caso de dos placas con un ángulo de ataque inicial $\theta_0 = 2.5^\circ$ para las dos placas. Curvas en función de la distancia entre placas

Observando la figura 4.31 izquierda, que muestra las curvas de torsión media, se ve como el hecho de acercar las placas afecta especialmente a la placa 2 situada aguas abajo reduciéndose el valor de la torsión media de dicha placa a medida que están más cerca ambas placas. Esto se debe al hecho de que la presencia de la placa 1 aguas arriba perturba el flujo que recibe la placa 2 reduciendo el ángulo de ataque efectivo de esta teniendo lugar el fenómeno del *downwash*. Esto ya se comentó en el apartado de los resultados estacionarios para este caso. Como el ángulo de ataque efectivo de la placa 2 es menor, el momento de cabeceo de esta placa para un rango de ángulos de ataque bajos es más pequeño que el de la placa 1, eso hace que la placa 2 torsione menos que la placa 1. Este hecho es más notable cuanto más disminuya la distancia entre placas como se ve en la figura 4.31 izquierda.

Siguiendo con las curvas de torsión media se observa como, en cambio, la placa 1 apenas es afectada por la placa 2, manteniéndose la torsión media de esta placa prácticamente constante a medida que se acercan las placas. De hecho, la torsión media de la placa 1 aguas arriba del dominio se podría decir que es la misma que la del caso de una sola placa (placa simple) tal y como muestra la figura 4.31 izquierda.

Si ahora se visualizan las curvas de desplazamiento vertical medio (figura 4.31 derecha) se observa como el hecho de ir disminuyendo la distancia entre placas afecta al desplazamiento vertical medio, especialmente para la placa 2. Y es que pasa lo mismo que se ha comentado antes: el hecho de acercar las placas disminuye el ángulo de ataque efectivo de la placa 2, por tanto, a ángulos de ataque bajos, la sustentación de la placa 2 va a ser menor que la de la placa 1, siendo más notable este hecho cuanto más cerca estén las placas.

Lo que también se puede ver en las curvas de la figura 4.31 derecha es que la placa 1 en este caso sí se encuentra afectada ligeramente por la presencia de la placa 2, ya que a mayor cercanía entre placas, mayor es su desplazamiento vertical medio. La razón de esto es que la placa 2 perturba algo el flujo de la placa 1, provocando un pequeño aumento del C_L que se traduce en un incremento del desplazamiento vertical medio.

La figura 4.31 también muestra tanto para las curvas de torsión como de desplazamiento vertical que el comportamiento de la placa 1, situada aguas arriba del dominio, es bastante similar al caso de una sola placa, lo que corrobora lo dicho anteriormente: que dicha placa no se encuentra muy afectada por la presencia de la placa situada aguas abajo, al menos para este ángulo de ataque inicial.

La figura 4.32 muestra la amplitud de la torsión de la placa 1 (izquierda) y de la placa 2 (derecha) para distintas distancias entre placas en función del parámetro de rigidez adimensional.

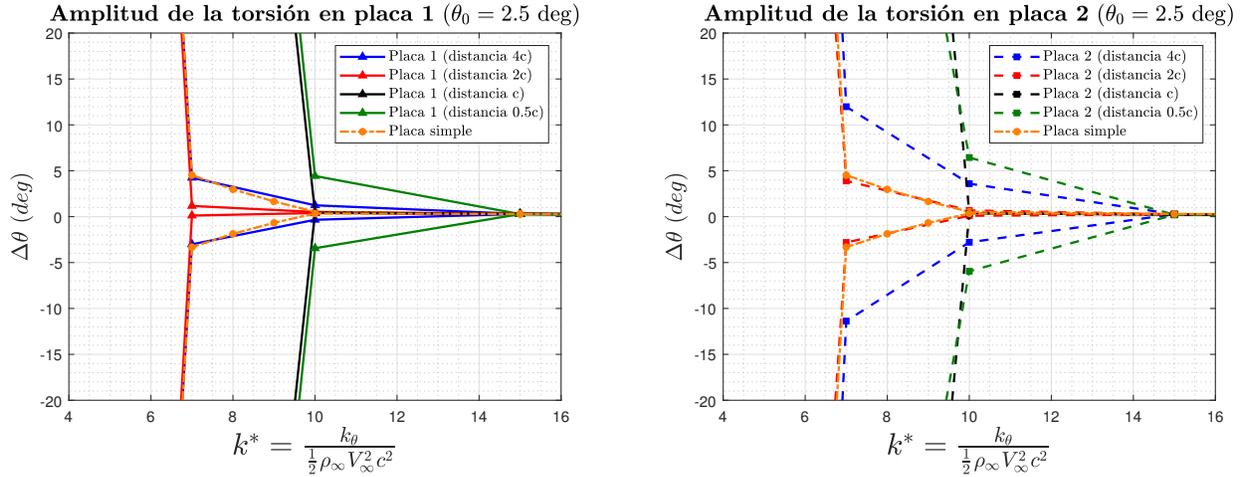


Figura 4.32: Amplitud de la torsión para distintos valores de rigidez adimensional k^* para la placa 1 (izquierda) y para la placa 2 (derecha) con un ángulo de ataque inicial $\theta_0 = 2.5^\circ$ para las dos placas. Curvas en función de la distancia entre placas

En primer lugar, observando la figura 4.32 se ve como la placa 1 como la placa 2 entran en flameo en pérdida a la misma k^* para una distancia determinada. Aunque también es cierto que la amplitud de las oscilaciones límite de la placa 2 es mayor que en la placa 1 lo que pone en manifiesto que la influencia de la placa 1 sobre la 2 es mayor que en el caso inverso.

Si se analizan los distintos casos, para una distancia de $4c$ entre las placas se observa como la placa 2 experimenta inestabilidades a una $k^* = 10$ mientras que la placa 1 aunque bien es cierto que sufre unas pequeñas oscilaciones a dicha rigidez, dichas oscilaciones son bastante pequeñas aún; donde ya responde con oscilaciones considerables la placa 1 es con una $k^* = 7$. La figura 4.33 muestra los contornos de velocidad adimensional para las dos placas a una distancia de $4c$ para una $k^* = 10$. Dicha figura enseña como la segunda placa se encuentra afectada por la estela de la primera placa, hecho que provoca que dicha placa entre en flameo en pérdida a dicho valor de rigidez. La placa 1, sin embargo, al estar relativamente lejos de la placa 2, no se encuentra afectada por la acción de dicha placa y, de hecho se comporta prácticamente como la placa del caso base, como se puede comprobar en la figura 4.32 izquierda.

Evaluando los casos de distancia de $2c$ y c entre placas de la figura 4.32 tanto la primera como la segunda placa entran en flameo en pérdida a una rigidez adimensional $k^* = 7$. La explicación de que aparezcan inestabilidades para la segunda placa en ambos casos a una rigidez menor que para el caso de $4c$ reside en las curvas de desplazamiento vertical medio de la figura 4.31 derecha. Y es que a menor distancia el desplazamiento vertical de la primera placa es mayor y el de la segunda es mayor incrementándose la diferencia de altura entre estas. Esto hace que la placa 2 se vea menos afectada por la estela de la placa 1, tal y como se puede ver en las figuras 4.34 y 4.35 que muestran los contornos de velocidad adimensional para las dos placas a una distancia de $2c$ y c para una $k^* = 10$. Aunque en los instantes iniciales hay

ciertas oscilaciones, estas se amortiguan con el tiempo y se ve como la estela de la primera placa pasa por encima de la segunda placa, no afectándole tanto como pasaba en el caso de distancia $4c$.

Por último, para el caso de $0.5c$ de distancia entre placas, ambas placas experimentan oscilaciones limitadas en amplitud a una $k^* = 10$. Y es que aunque la diferencia de altura entre placas sea la mayor de los 4 casos, también la distancia entre estas es la menor. Esto hace que en los primeros instante temporales en los que el movimiento es oscilatorio, la presencia de la segunda placa modifique el comportamiento de la primera placa haciendo que dicha placa comience a oscilar y estas oscilaciones a su vez, afectan a la segunda placa provocando que aumente la amplitud de sus oscilaciones. Esto se traduce en un ciclo límite tanto para la placa 1 como para la placa 2. Todo lo que se ha comentado se puede observar en la figura 4.36 que muestra los contornos de velocidad adimensional para las dos placas a una distancia de $0.5c$ para una $k^* = 10$.

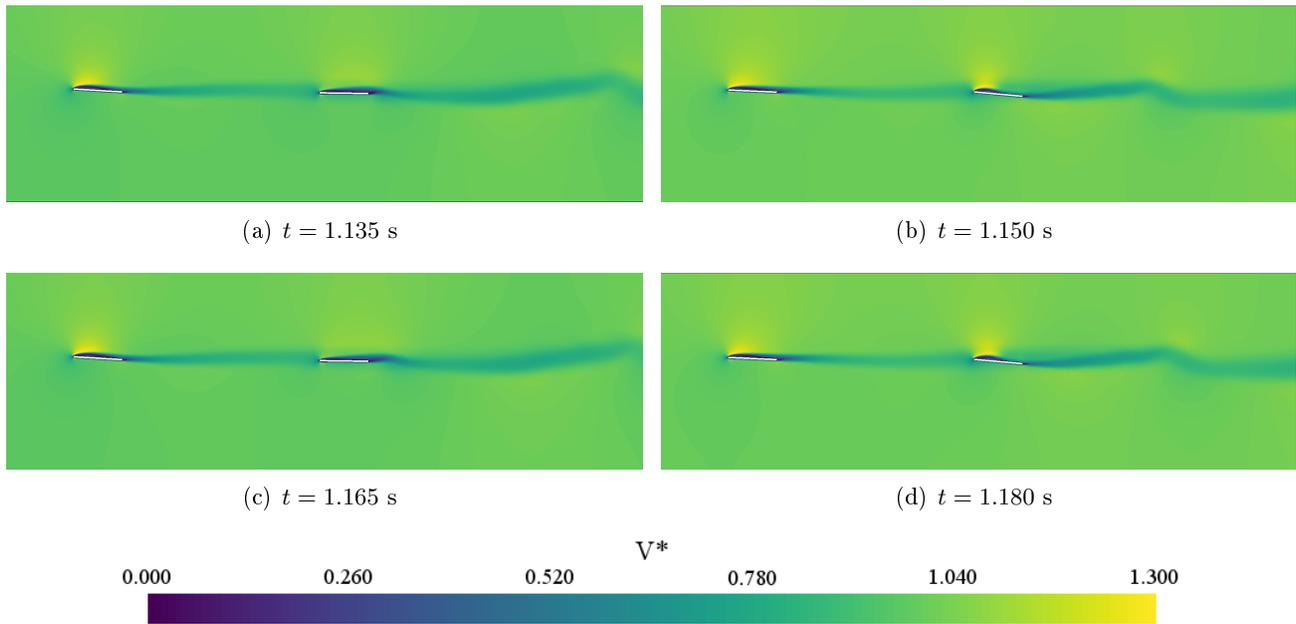


Figura 4.33: Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 2.5^\circ$ a una distancia de $4c$ y una $k^* = 10$

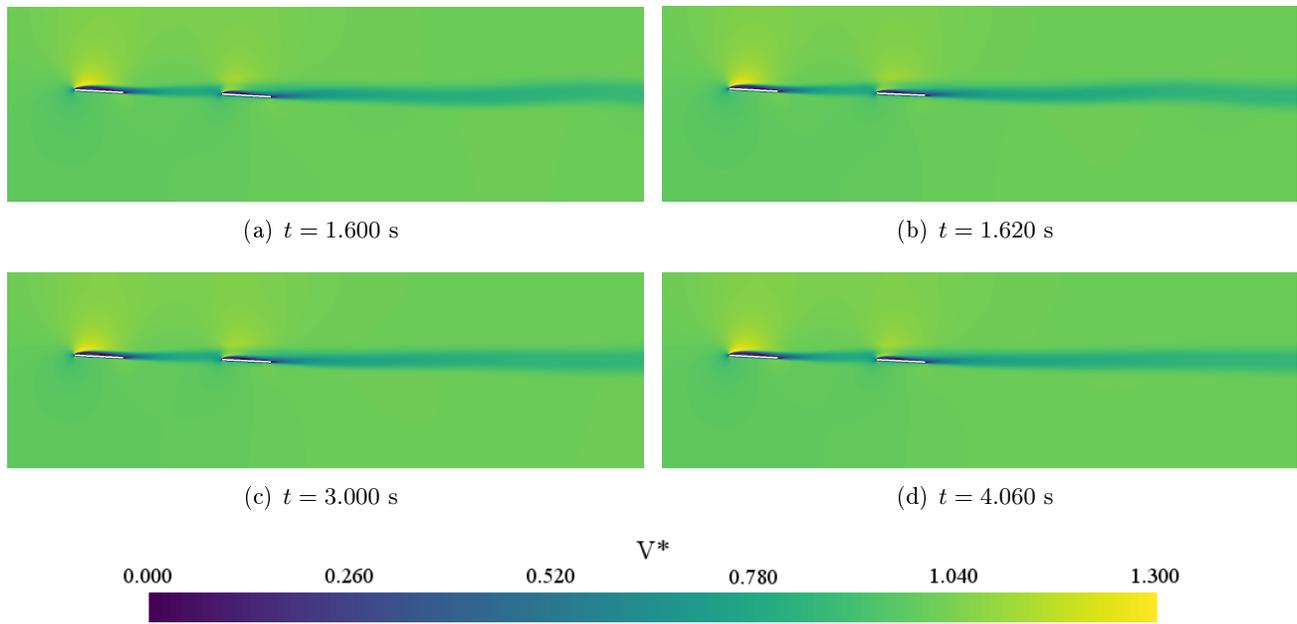


Figura 4.34: Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 2.5^\circ$ a una distancia de $2c$ y una $k^* = 10$

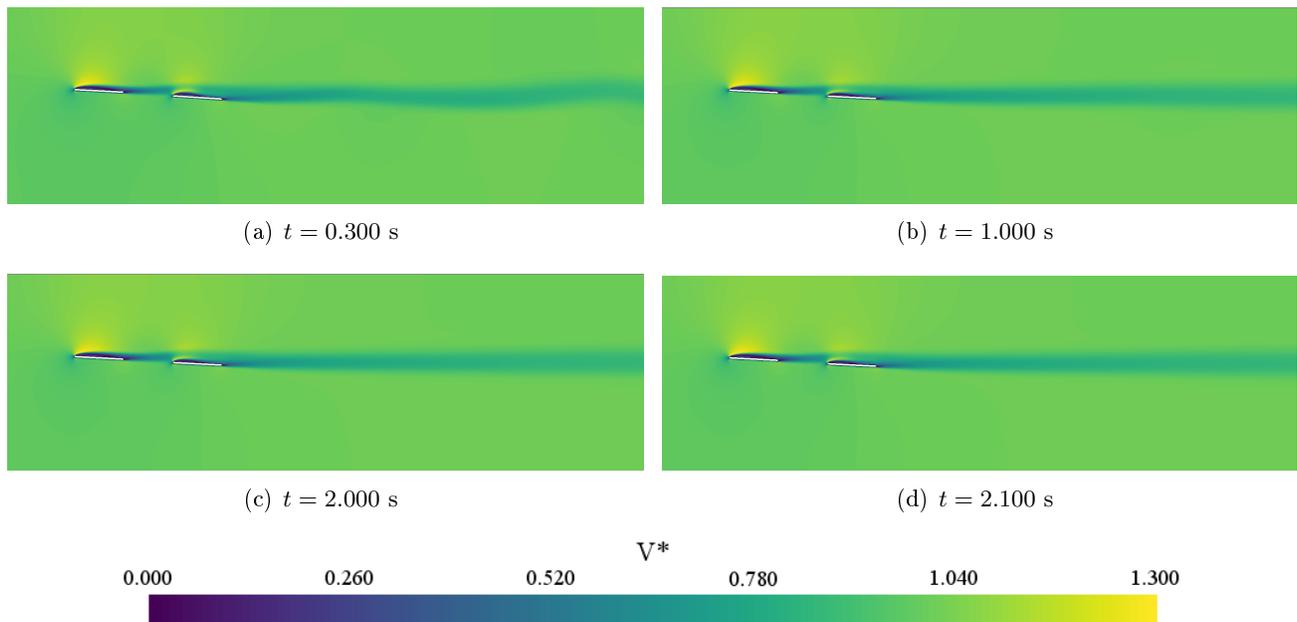


Figura 4.35: Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 2.5^\circ$ a una distancia de c y una $k^* = 10$

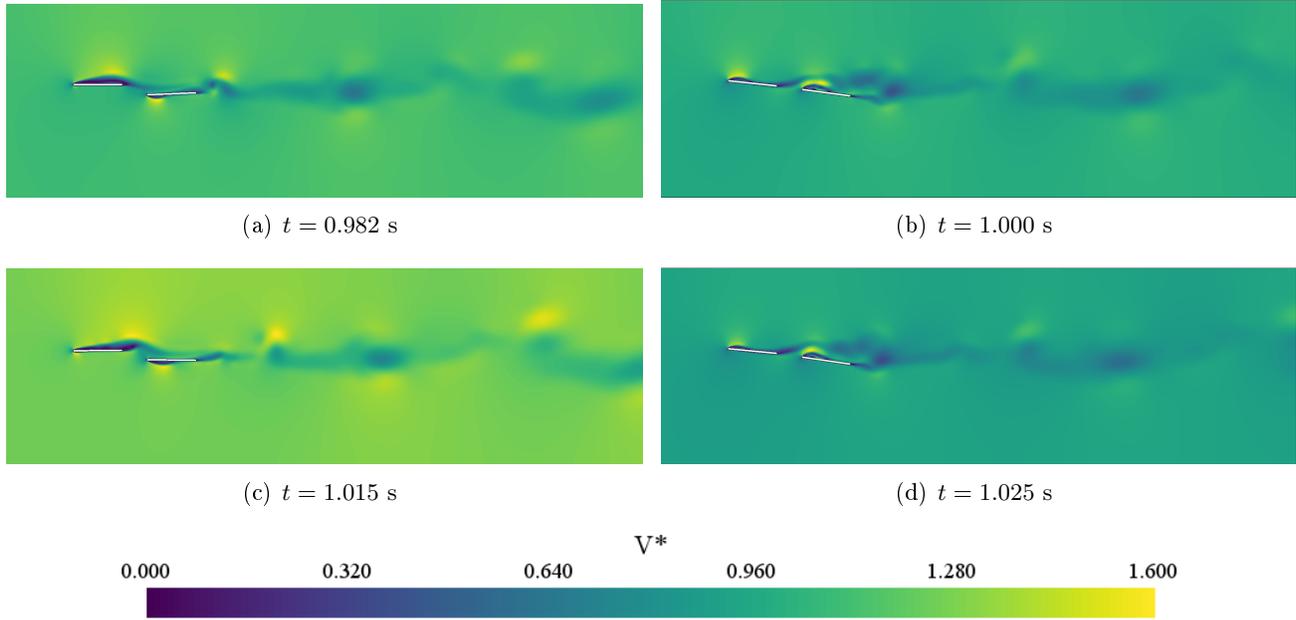


Figura 4.36: Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 2.5^\circ$ a una distancia de $0.5c$ y una $k^* = 10$

Ángulo de ataque inicial $\theta_0 = 10^\circ$

En la figura 4.37 aparecen las curvas de torsión media (izquierda) y desplazamiento vertical medio (derecha) para el caso de dos placas con un ángulo de ataque inicial $\theta_0 = 10^\circ$ en ambas placas en función de la rigidez adimensional para distintas distancias entre placas.

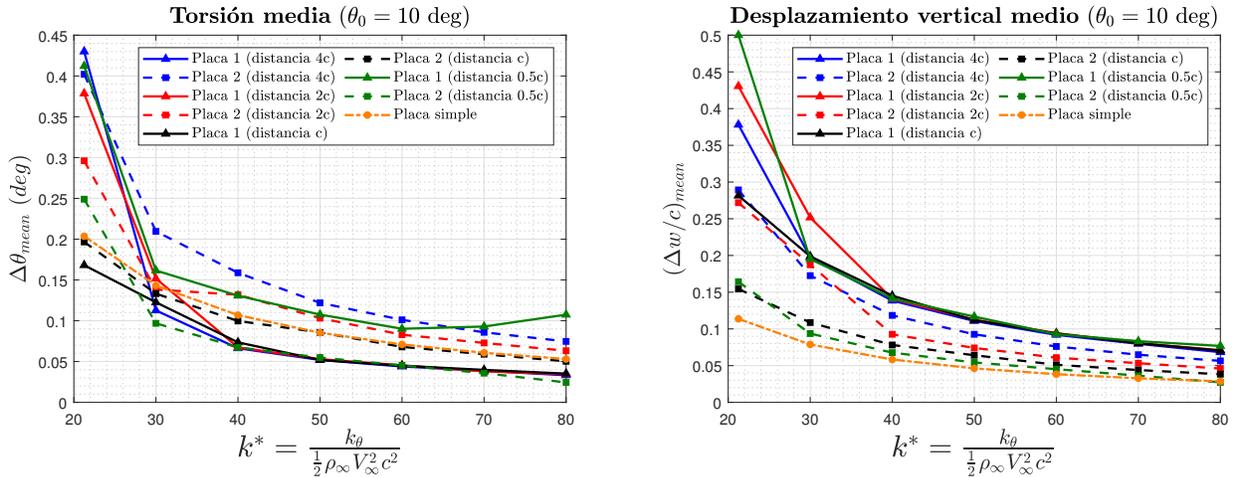


Figura 4.37: Evolución de la torsión media (izquierda) y el desplazamiento vertical medio (derecha) en función de la rigidez adimensional de la placa k^* para el caso de dos placas con un ángulo de ataque inicial $\theta_0 = 10^\circ$ para las dos placas. Curvas en función de la distancia entre placas

Analizando las curvas de desplazamiento vertical medio (figura 4.37 derecha), el principal aspecto que llama la atención es que el desplazamiento para este ángulo de ataque inicial es mayor que para el que

existe con un ángulo de ataque inicial de 2.5 grados. La explicación de esto se puede encontrar en la figura 4.10 izquierda, que mostraba las polares del C_L para el caso estacionario de dos placas a distintas distancias. Como se ve en dicha figura el C_L para todos los casos es mayor a 10 grados que a 2.5 grados, lo que hace que el desplazamiento vertical sea mayor. De hecho, se ve como todos los casos tienen un desplazamiento vertical medio mayor que el caso de placa simple a 2.5°.

En las curvas de desplazamiento vertical medio también se observa como el hecho de disminuir la distancia entre placas en zonas donde no hay inestabilidades considerables provoca que la segunda placa disminuya su desplazamiento vertical, mientras que la primera placa apenas experimenta variaciones en todos los casos. Esto es debido básicamente a que a mayor cercanía menor es el ángulo de ataque efectivo que ve la segunda placa como consecuencia de la presencia de la primera, lo cual modifica su curva de C_L y hace que la sustentación sea menor como se ve en la figura 4.10 izquierda. En esta misma figura, que enseña las curvas del C_L para el caso estacionario de dos placas a distintas distancias se ve como la segunda placa no afecta a la sustentación de la primera haciendo este hecho que las curvas de C_L de la placa 1 no experimenten apenas variaciones y, por tanto, su desplazamiento vertical sea similar en todos los casos.

Las tendencias de las curvas de torsión media (figura 4.37 izquierda) son algo más complejas. En primer lugar se ve como la torsión media de la placa 2 es mayor que la de la placa 1 para todos los casos excepto para el último de distancia $0.5c$ entre placas. Este hecho se puede explicar observando las curvas de C_M para el caso estacionario de dos placas de la figura 4.10 derecha, que enseña como el C_M de la placa 2 es mayor que el de la placa 1 alrededor de los 10 grados, excepto para el último caso de distancia $0.5c$ entre placas donde se invierte la tendencia, y ahora pasa ser la placa 1 la que tiene un mayor momento, lo cual coincide con las tendencias vistas de la torsión media. Si se observan los contornos de velocidad adimensional para los distintos casos a una rigidez adimensional $k^* = 80$ para distintos instantes de tiempo (figuras 4.38, 4.39, 4.40 y 4.41) se puede ver como en la primera placa se genera un *vortex shedding* que afecta a la segunda placa, modificando su comportamiento. El hecho de acercar cada vez más las placas hace que la velocidad media del flujo que atraviesa la placa 2 sea menor reduciendo su sustentación y su momento, lo que provoca que tanto la torsión como el desplazamiento vertical medio se reduzcan. Esto supone un punto de inflexión para el caso de $0.5c$, donde a parte de que la placa 2 ve el flujo a menor velocidad y, como consecuencia tanto la torsión como el desplazamiento vertical medio son menores, la placa 1 al estar tan cerca de la placa 2 se ve alterada por esta, y esto provoca que la velocidad del flujo que vea la placa 1 sea mayor que la de la segunda placa, invirtiéndose las tendencias y siendo ahora la primera placa la que tenga mayor torsión media.

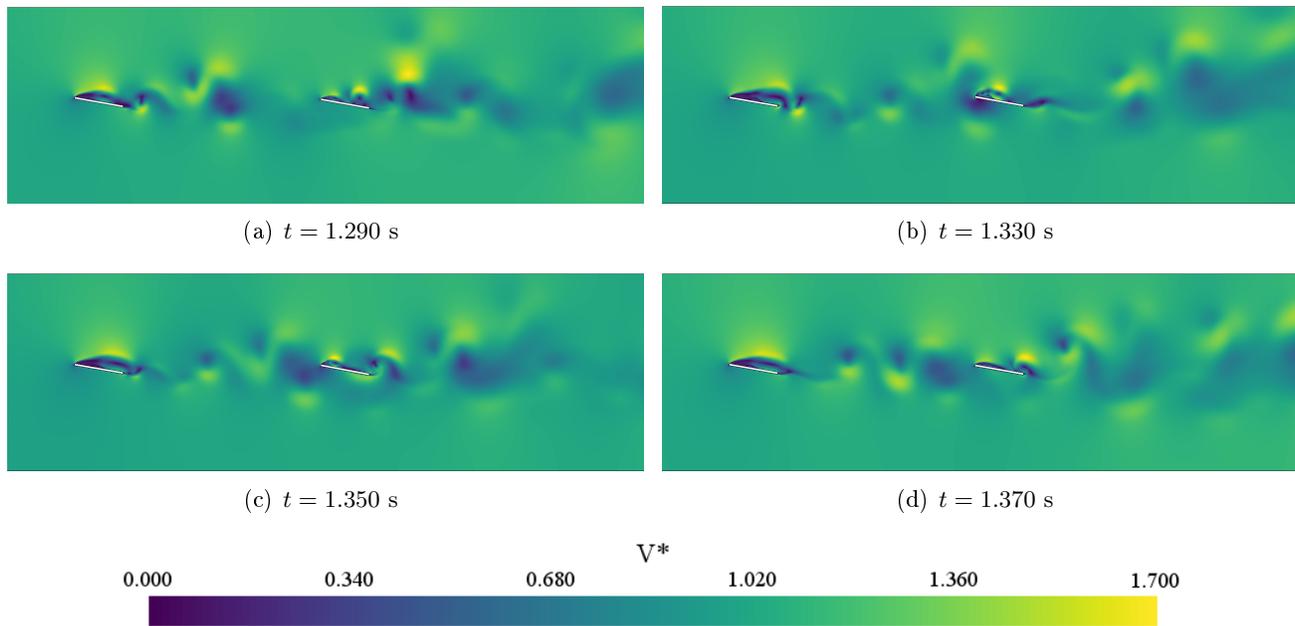


Figura 4.38: Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 10^\circ$ a una distancia de $4c$ y una $k^* = 80$

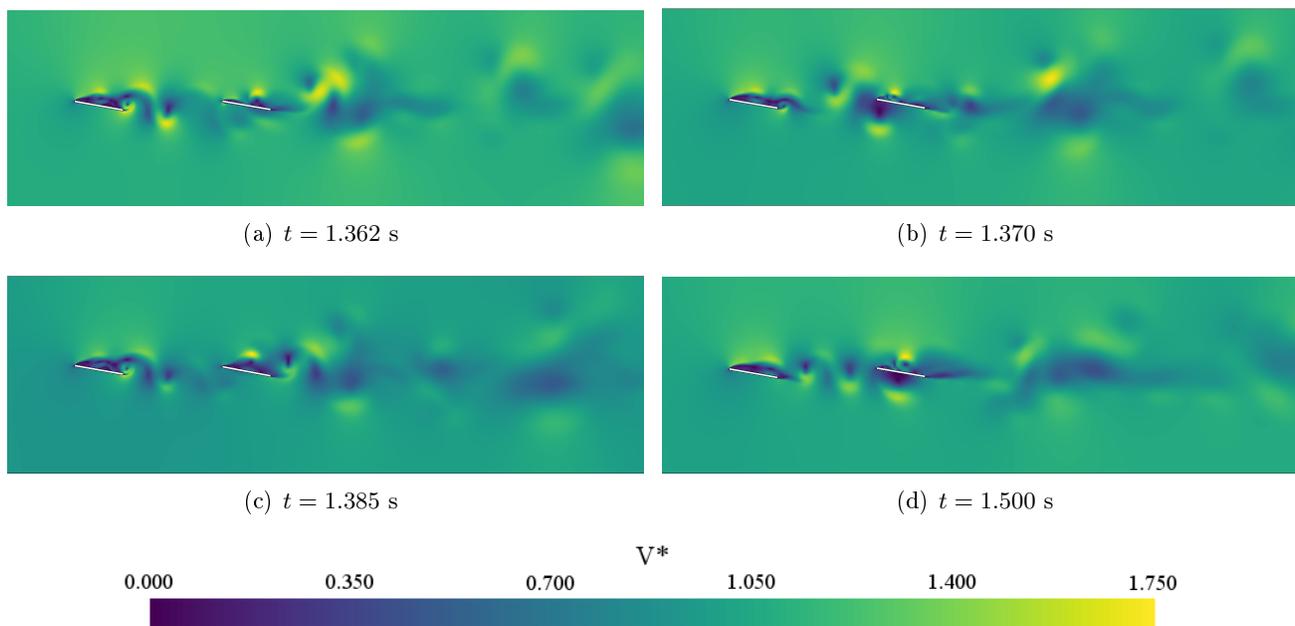


Figura 4.39: Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 10^\circ$ a una distancia de $2c$ y una $k^* = 80$

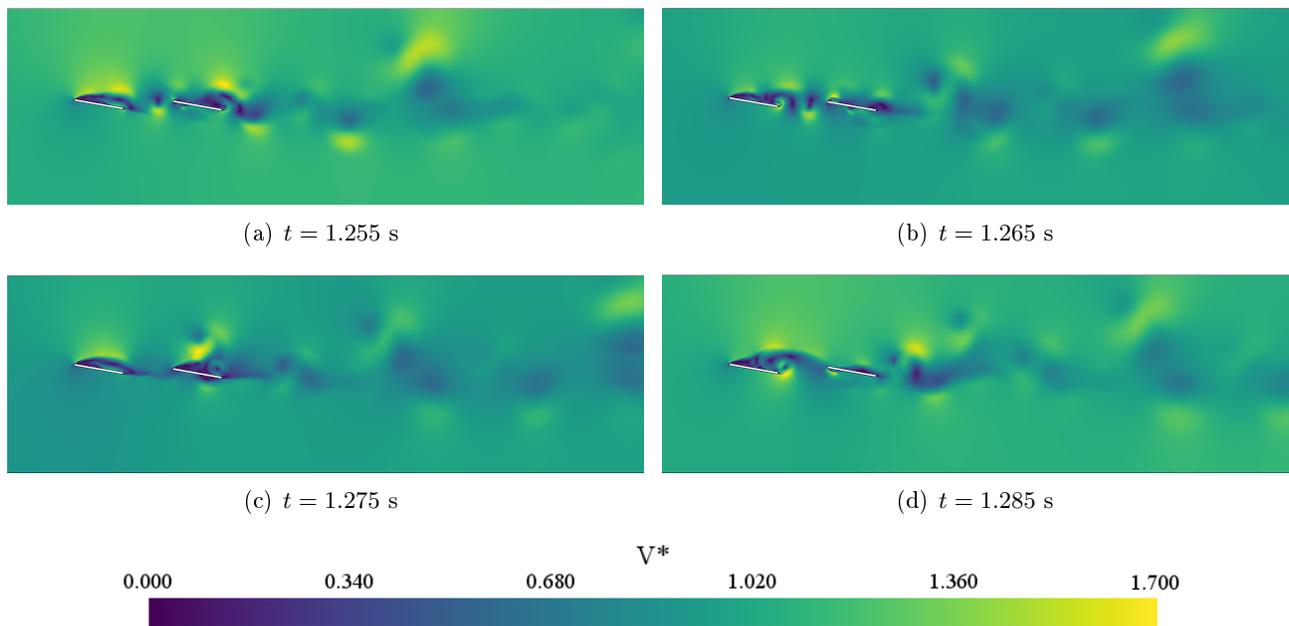


Figura 4.40: Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 10^\circ$ a una distancia de c y una $k^* = 80$

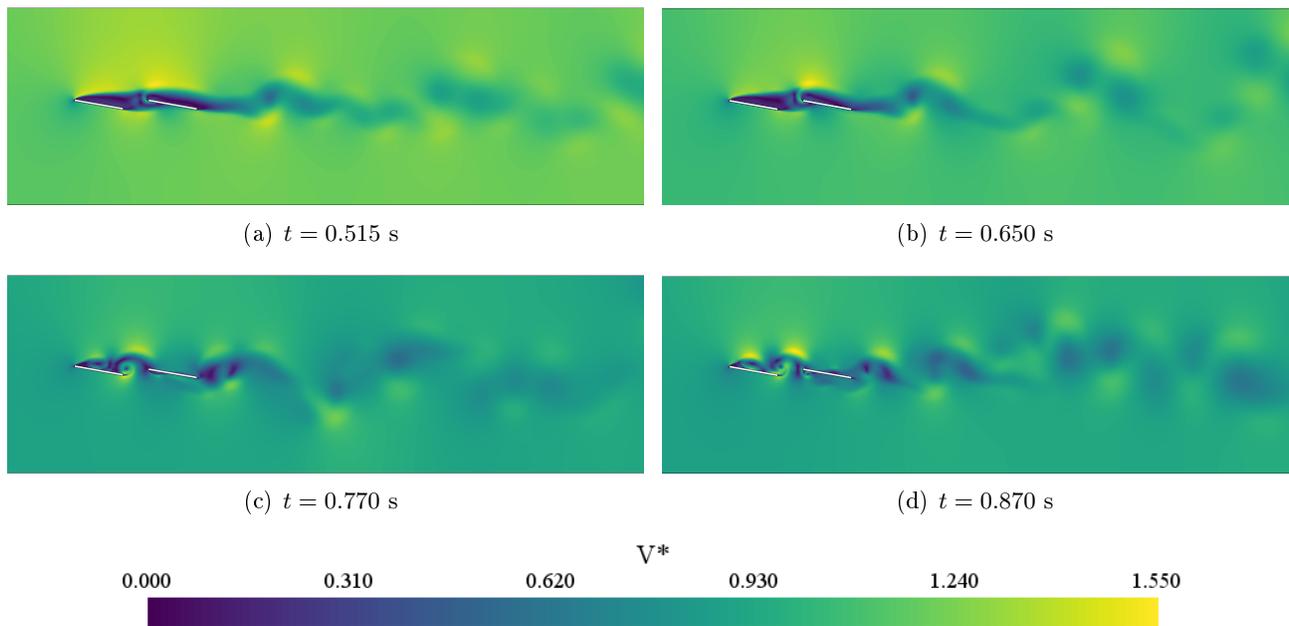


Figura 4.41: Contornos de velocidad adimensional V^* para distintos instantes de tiempo. Caso de dos placas con $\theta_0 = 10^\circ$ a una distancia de $0.5c$ y una $k^* = 80$

La figura 4.42 muestra la amplitud de la torsión de la placa 1 (izquierda) y de la placa 2 (derecha) para distintas distancias entre placas en función del parámetro de rigidez adimensional.

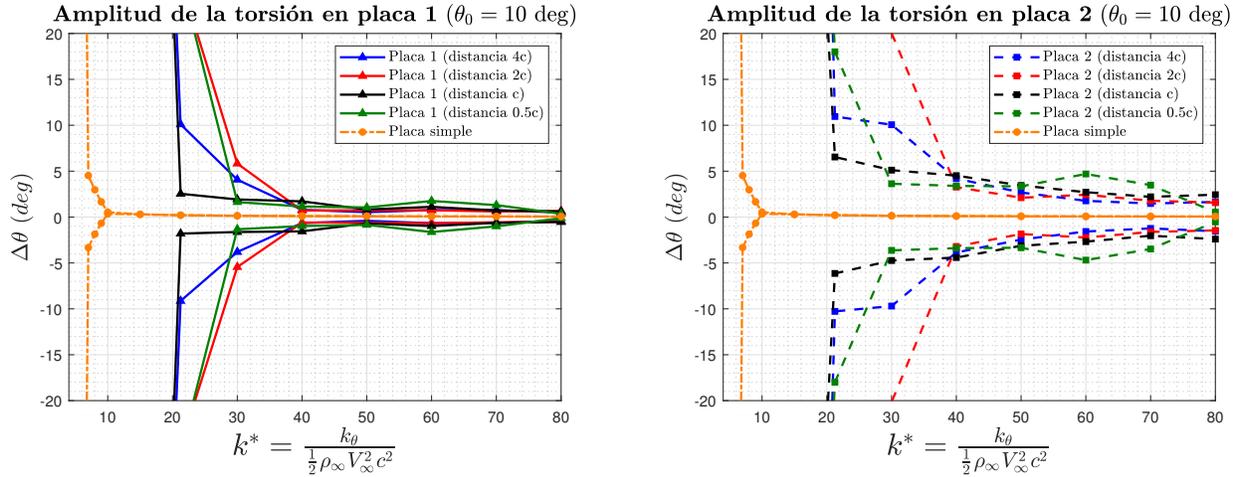


Figura 4.42: Amplitud de la torsión para distintos valores de rigidez adimensional k^* para la placa 1 (izquierda) y para la placa 2 (derecha) con un ángulo de ataque inicial $\theta_0 = 10^\circ$ para las dos placas. Curvas en función de la distancia entre placas

La primera cosa que salta a la vista en la figura 4.42 es que la configuración de dos placas a ángulo de ataque inicial de 10° entra en inestabilidades o valores de rigidez mucho mayores que la configuración con ángulo de ataque inicial de 2.5° . Esto se debe a que el hecho de aumentar el ángulo de ataque inicial hace que se esté más cerca de la zona no lineal, de hecho para un ángulo de ataque de 10 grados ambas placas han entrado en pérdida como muestran las polares de C_L y C_M de la figura 4.10 y se encuentran ya en la zona no lineal. Este suceso provoca que las placas experimenten el fenómeno del flameo en pérdida a una velocidad del flujo menor, o lo que es lo mismo, a una k^* mayor. Este hecho explica el por qué las placas se colocan en posición horizontal cuando la velocidad del viento es demasiado elevada y no otra razón que evitar la entrada en inestabilidad.

Siguiendo con el análisis de la figura 4.42 se observa como ya a la rigidez máxima que se ha estudiado, $k^* = 80$, tanto la primera placa como la segunda placa experimentan ya oscilaciones limitadas en amplitud, siendo mayores en la placa 2. Sin embargo donde las oscilaciones ya empiezan a ser considerables para todas las configuraciones es en $k^* = 40$ para la placa 2 y en $k^* = 30$ para la placa 1. Estos resultados también ponen de manifiesto como el hecho de colocar dos placas provoca que generalmente, la segunda placa experimente inestabilidades de manera más temprana que la primera a causa de la perturbación del flujo que recibe la segunda placa por acción de la primera.

En este caso se ve como tanto la respuesta de la placa 1 como de la placa 2 no se parecen a la que muestra el caso base de una placa simple, tanto para las curvas de torsión media y desplazamiento vertical medio como para las de amplitud de la torsión. Por tanto, el hecho de aumentar el ángulo de ataque tiene mucha influencia en el comportamiento posterior de las placas.

5 | Conclusiones

Contenidos

5.1. Conclusiones	83
5.2. Trabajos futuros	84

5.1. Conclusiones

De todos los estudios realizados y de los resultados obtenidos se pueden sacar una serie de conclusiones:

- El proyecto se ha desarrollado en un entorno de investigación donde se han podido aprender las dichas técnicas de dicho entorno, aún teniendo en cuenta las dificultades derivadas por el COVID-19.
- Se ha apreciado como la teoría lineal tiene grandes limitaciones a la hora de predecir fenómenos con un fuerte carácter no lineal. Por ello es importante apoyarse en herramientas adicionales, como son las herramientas CFD.
- Se ha observado como a partir de resultados estacionarios, se pueden predecir los comportamientos no estacionarios de las configuraciones.
- El hecho de cambiar la configuración de la placa plana o modificar ciertos parámetros afecta la forma y la rigidez a la que aparecen las inestabilidades aeroelásticas.
- Se ha implementado de manera exitosa el sistema formado por la placa plana y los muelles a torsión y flexión, gracias al módulo *DFBI* y a la generación de una malla tipo *overset*, con la que ha sido posible estudiar el problema de interacción fluido-estructura y la problemática derivada de este.
- En cuanto al estudio de la configuración de placa simple comparando su respuesta con las configuraciones de placa con obstáculo y placa con eje, se puede decir que tanto la presencia del obstáculo como la del eje provocan que el fenómeno del flameo en pérdida suceda a una velocidad del flujo menor, o lo que es lo mismo, a una k^* mayor si comparamos ambas configuraciones con la placa simple. Por ello se puede concluir que la presencia del eje y del obstáculo no son buenas soluciones desde el punto de vista estructural.
- Acerca del caso en el que se compara la placa plana con dos grados de libertad (torsión y flexión) frente a la placa con solo un grado de libertad (torsión) se ve como la torsión media de la placa es la misma independientemente del número de grados de libertad. Ahora bien, la presencia del grado de libertad de flexión sí juega un papel importante a la hora de la aparición del flameo en pérdida, apareciendo a una velocidad del flujo menor (o lo que es lo mismo, a una k^* mayor) cuando se permite que la placa se desplace verticalmente.

- Sobre el análisis del efecto suelo se puede ver que aunque la cercanía de la placa al suelo influya algo en el comportamiento de esta, dicha influencia no es muy significativa (al menos para un ángulo de ataque inicial bajo), ya que independientemente de la distancia al suelo, la placa entra en flameo en pérdida a la misma k^* .
- La variación del espesor de la placa influye a la hora de que las inestabilidades aparezcan a una velocidad del flujo mayor o menor. Como se ha visto una reducción del espesor hace que la placa entre en flameo en pérdida a una k^* cada vez menor (o lo que es lo mismo, a una V_∞ mayor). También se observa como a medida que se reduce el espesor, la placa entra en flameo en pérdida a un valor más cercano del que establecía la teoría lineal de un perfil delgado, que era $k^* = \pi/2$.
- Acerca del análisis de la interacción entre dos placas se ha observado como principalmente la presencia de la placa localizada aguas arriba afecta a la situada aguas abajo provocando que esta, generalmente, experimente inestabilidades a una velocidad del flujo menor (o a una k^* mayor). Este hecho se acrecienta a medida que se incrementa el valor del ángulo de ataque inicial, lo cual hace que las placas entren en flameo en pérdida cada vez antes, teniendo primero lugar en la placa 2. Este hecho explica por qué cuando las velocidades del viento son considerables, las placas solares se colocan horizontalmente en posición de defensa para evitar que la generación de inestabilidades que puedan derivar en fallos estructurales.

Por tanto, a la vista de las conclusiones que se han extraído acerca de este proyecto, se puede decir que se han cumplido de manera exitosa los objetivos descritos al principio del documento.

5.2. Trabajos futuros

Acerca de posibles trabajos que se pueden hacer a raíz de este proyecto destacar los siguientes:

- Acerca del estudio de las configuraciones de placa simple, placa con eje y placa con obstáculo, se puede probar a utilizar tanto un eje como un obstáculo circular para ver si estas configuraciones tienen una mejor respuesta estructural en comparación a las que han sido estudiadas. Incluso se propone probar alguna configuración estructural adicional que pueda servir como solución.
- La realización de estudios paramétricos adicionales variando parámetros como la cuerda de la placa y la velocidad del flujo, aunque la modificación de estos dos últimos parámetros implicaría un cambio en el número de Reynolds que habría que tener en cuenta.
- Se podrían realizar los mismos estudios activando la fuerza que ejerce la gravedad para ver si esta tiene alguna influencia.
- En cuanto a los cálculos realizados, estos se han hecho con un modelo de muelle lineal. Así que como trabajo futuro se propone probar con modelos de muelles no lineales.
- El cálculo de los mismos casos a ángulos de ataque iniciales diferentes, sobre todo el análisis del efecto suelo, para poder observar la influencia de dicho parámetro.
- La realización de estos mismos estudios, o parte de ellos en 3D modelando la placa como un sólido deformable, y así poder comparar el modelo tridimensional con el bidimensional.
- Siguiendo con el estudio tridimensional también se podrían realizar los cálculos para un modelo LES de turbulencia y compararlos con los cálculos realizados con el RANS.
- Dentro de un estudio 3D, estudiar como influye el AR al comportamiento de la placa.

- La realización de un caso tridimensional de un sistema formado por la placa solar, el eje o los ejes del seguidor solar, y la estructura de soporte con el suelo de dicha placa.
- También se podría intentar recabar información acerca de la teoría no lineal de la aeroelasticidad y comparar los resultados obtenidos con dichos modelos teóricos con los resultados obtenidos mediante CFD.
- Se propone realizar estudios de la placa plana a velocidades de flujo mayores, en los regímenes subsónico e incluso en supersónico para ver como difiere su comportamiento respecto del régimen incompresible.

Parte II

Presupuesto

1 | Introducción

En esta parte del documento se va a proceder a realizar un desglose de todos los costes que ha supuesto el desarrollo del proyecto. En los distintos gastos que conforman el presupuesto total del proyecto están los gastos de material, software, oficina y personal cualificado. Para efectuar de una manera adecuada el cálculo del presupuesto es necesario estimar el coste unitario de cada una de las distintas partes que intervienen, además de la depreciación debida al uso y al tiempo.

Los precios aplicados se corresponden a tarifas legales vigentes o, si es necesario, a estimaciones razonables.

El coste de amortización para los bienes utilizados se calcula mediante las expresiones (1.1) y (1.2):

$$a = \frac{VC - VR}{n} \quad (1.1)$$

$$t_h = \frac{a}{h} \quad (1.2)$$

donde

a es la amortización en €/año

VC es el valor de compra en €

VR es el valor residual al cabo del periodo de amortización en €

n es el periodo de amortización en años

t_h es la tasa horaria en €/h

h son las horas trabajadas al año

Para calcular el coste horario del personal cualificado se va a dividir el salario anual bruto entre el total de horas trabajadas en un año. Para calcular las horas trabajadas por año se tendrán en cuenta las semanas que sean lectivas. Suponiendo que ni en agosto, ni en Navidad, ni tampoco en Pascua se realiza ningún trabajo, se tienen un total de 7 semanas no lectivas de las 52 semanas que tiene un año. Además considerando una jornada de trabajo de 40 horas semanales se tiene lo siguiente:

$$\frac{\text{Horas trabajadas}}{\text{año}} = \frac{(52 - 7) \cdot 40 \text{ horas}}{\text{año}} = 1800 \text{ horas/año} \quad (1.3)$$

2 | Costes unitarios

2.1. Costes de material y software unitario

Equipo informático

▪ Ordenador portátil

El ordenador portátil a utilizar se trata de un PC Lenovo V130-15IKB del año 2018, con las siguientes características:

- Procesador Intel Core i5 7200U @ 2.50 GHz
- Disco duro SSD de 256 GB
- Memoria RAM de 8 GB
- Gráficos Intel HD Graphics 620

Se ha estimado un valor residual del 20 % y un periodo de amortización de 4 años. El equipo tiene un valor de compra de 700 euros.

$$a = \frac{700 - 140}{4} = 140 \text{ €/año} \quad (2.1)$$

$$t_h = \frac{140}{1800} = 0.078 \text{ €/h} \quad (2.2)$$

▪ Clúster de cálculo Rigel

Las características del clúster de cálculo Rigel están detalladas en el pliego de condiciones del proyecto.

Estimando un coste de $0.01 \text{ €/core} \cdot h$ y que de media Rigel ha estado calculando 10 casos de 10 cores cada uno, se tiene una tasa horaria $t_h = 1 \text{ €/h}$.

Material de oficina

Su vida útil es esencialmente la duración del proyecto. Por ello, se incluye directamente su precio de compra. El material de oficina utilizado aparece junto a su coste en la tabla 2.1:

Tipo de material	Precio de compra (€)
1 libreta	2.00
Paquete de 500 folios A4 80g	3.20
5 bolígrafos	1.50
2 correctores	2.60
2 lápices	1.00
1 goma de borrar	0.40
1 subrayador	1.80
1 calculadora CASIO fx-570SPX	27.90

Tabla 2.1: Desglose del coste del material de oficina utilizado

Software

- **STAR-CCM+**

El coste de la licencia de STAR-CCM+ es de 0.40 €/h

- **Mathematica**

La licencia anual de Mathematica tiene un coste de 160 euros para trabajos de investigación. Por tanto, su tasa horaria es la siguiente:

$$t_h = \frac{160}{1800} = 0.089 \text{ €/h} \quad (2.3)$$

- **Matlab**

La licencia anual de Matlab tiene un precio de 800 euros. Por tanto, su tasa horaria es la siguiente:

$$t_h = \frac{800}{1800} = 0.444 \text{ €/h} \quad (2.4)$$

- **Microsoft Office**

La licencia anual de Mathematica tiene un coste de 150 euros para estudiantes. Por tanto, su tasa horaria es la siguiente:

$$t_h = \frac{150}{1800} = 0.083 \text{ €/h} \quad (2.5)$$

- **L^AT_EX**

La licencia de este software es gratuita.

2.2. Coste de oficina unitario

El lugar en el que se ha desarrollado la primera parte del proyecto está localizado en el DMMT (Departamento de Máquinas y Motores Térmicos) de la UPV. El coste de alquilar una oficina se ha estimado en base a la media del alquiler de una oficina en Valencia. El precio medio de alquiler se sitúa en unos

8 €/m², por lo que se va a suponer ese como el precio de alquiler del despacho en uso. El despacho tiene una superficie aproximada de 45 m², de manera que se está hablando de un coste mensual de 360 €.

Además en el despacho residen 8 investigadores de los cuales 4 son ajenos al proyecto, por lo que el coste asumido será la mitad, concretamente 180 €/mes. Considerando que debido a las circunstancias excepcionales de este año debidas al COVID-19 la estancia en la oficina ha sido de un mes y medio, el coste total ha sido de 270 €.

Durante el tiempo restante se ha realizado teletrabajo en el domicilio particular. Durante dicho tiempo se ha pagado un alquiler de 275 euros mensuales, por lo que si se ha estado teletrabajando 3 meses y medio, el coste de alquiler a ascendido a 962.50 €.

2.3. Coste de personal cualificado unitario

Becario

El salario mensual de un becario en el CMT es de unos 450 euros al mes. Considerando que las horas semanales trabajadas son 37 y que el mes se compone de 4 semanas, el becario trabaja 148 horas al mes, de modo que el coste unitario es:

$$t_h = \frac{450}{148} = 3.041 \text{ €/h} \quad (2.6)$$

Profesor ayudante doctor

Según la ley de presupuestos para el ejercicio del año 2019, un profesor ayudante doctor tiene un salario anual de 25725.64 €. El coste unitario es el siguiente:

$$t_h = \frac{25725.64}{1800} = 14.292 \text{ €/h} \quad (2.7)$$

Profesor titular

Según la ley de presupuestos para el ejercicio del año 2019, un profesor titular tiene un salario anual de 34194.30 €. El coste unitario es el siguiente:

$$t_h = \frac{34194.30}{1800} = 18.997 \text{ €/h} \quad (2.8)$$

Técnico superior

Se estima que el salario anual de un técnico superior es de unos 20000 euros anuales. Por lo cual, el coste unitario es el siguiente:

$$t_h = \frac{20000}{1800} = 11.111 \text{ €/h} \quad (2.9)$$

3 | Presupuesto total

En la tabla 3.1 se adjunta el presupuesto total del proyecto detallado:

CONCEPTO	Período (h)	Tasa horaria (€/ h)	Importe bruto (€)	IVA (21 %) (€)	Importe (€)
EQUIPOS Y SOFTWARE					
Ordenador portátil	800	0.078	62.40	13.10	75.50
Estación de cálculo	2160	1.00	2160.00	453.60	2613.60
STAR-CCM+	2300	0.40	920.00	193.20	1113.20
Mathematica	40	0.089	3.56	0.75	4.31
Matlab	185	0.444	82.14	17.25	99.39
Microsoft Office	500	0.083	41.50	8.72	50.22
Subtotales			3269.60	686.62	3956.22
PERSONAL					
Becario	740	3.041	2250.34	472.57	2722.91
Profesor ayudante doctor	100	14.292	1429.20	300.13	1729.33
Profesor titular	20	18.997	379.94	79.79	459.73
Técnico Superior	20	11.111	222.22	46.67	268.89
Subtotales			4281.70	899.16	5180.86
OFICINA					
Alquiler oficina			270.00	56.70	326.70
Material oficina			40.40	8.48	48.88
Alquiler domicilio particular			962.50	202.13	1164.63
Subtotales			1272.90	267.31	1540.21
COSTE TOTAL					
Totales			8824.2	1853.09	10677.29

Tabla 3.1: Presupuesto total. Desglose de costes.

El presupuesto total del presente proyecto asciende a la cantidad de:

DIEZ MIL SEISCIENTOS SETENTA Y SIETE EUROS CON VEINTINUEVE CÉNTIMOS

Parte III

Pliego de condiciones

1 | Condiciones del puesto de trabajo

1.1. Introducción

Durante la realización de cualquier proyecto, el trabajador está sometido a una serie de condiciones que pueden influir tanto en su salud como en su rendimiento. Debido a esto, es necesario regular estas condiciones para minimizar los riesgos laborales que puedan acarrear.

La normativa que se ajusta al tipo de actividad realizada en este caso es la recogida en el Real Decreto 488/1997 del 14 de abril, sobre disposiciones mínimas de seguridad y salud relativas al trabajo con equipos que incluyen pantallas de visualización de datos (PVD). Un puesto de trabajo con PVD viene definido como *“el conjunto que consta de un equipo con PVD provisto, en su caso, de un teclado o un dispositivo de entrada de datos, de un programa, de accesorios ofimáticos opcionales, un asiento, una mesa o superficie de trabajo y el entorno laboral inmediato”*.

Se tendrán en cuenta cuatro factores para prever el tipo de riesgos a los que puede enfrentarse el trabajador:

- Tiempo de trabajo con la pantalla de visualización.
- Tiempo de atención requerida ante la pantalla.
- Exigencia y grado de complejidad de la tarea realizada ante la pantalla.
- Necesidad de obtener información de manera muy rápida.

Por otro lado, los riesgos que pueden surgir de este tipo de actividad son:

- Seguridad (contactos eléctricos).
- Higiene industrial.
 - Iluminación.
 - Ruido.
 - Condiciones termohigrométricas.
- Ergonomía.
- Fatiga visual.
- Fatiga física.
- Fatiga mental.

1.2. Lugares de trabajo

Los entornos donde se lleva a cabo la actividad deben estar sujetos a lo establecido en el Real Decreto 486/1997 del 14 de abril, sobre condiciones mínimas de seguridad y salud aplicables a los lugares de trabajo, además de lo establecido en el Real Decreto 488/1997.

1.2.1. Medidas de emergencia: vías y salidas de evacuación

La empresa debe haber adoptado medidas de emergencia en las que se incluyan las vías y salidas de evacuación en caso de que se declare una emergencia. Estas medidas deben darse a conocer a los trabajadores. Cabe mencionar que existen numerosas normativas relativas a este aspecto, estando la mayoría de ellas enfocadas a la fase constructiva de la instalación. En este pliego de condiciones se asume que estas medidas fueron debidamente cumplidas en la construcción de la instalación.

1.2.2. Condiciones de protección contra incendios

Todas las instalaciones contra incendios deben estar proyectadas, implantadas y mantenidas por empresas debidamente autorizadas por el organismo competente.

1.2.3. Instalación eléctrica

La instalación eléctrica debe estar proyectada, puesta en funcionamiento y mantenida por una empresa debidamente autorizada por el Ministerio de Industria o la Consejería de Industria u organismo similar de la comunidad autónoma correspondiente.

Esta instalación debe evitar originar contactos con las personas, incendios y explosiones, ateniéndose para ello a lo establecido sobre tensiones y seguridad en los Reglamentos de Baja y Alta tensión en vigor. Según lo establecido para actividades con equipos que incluyen pantallas de visualización, se debe cumplir lo indicado a continuación:

- Cumplir los requerimientos de la Directiva sobre emisiones electromagnéticas, que exige que toda la radiación electromagnética deberá ser reducida a niveles insignificantes desde el punto de vista de protección, seguridad y salud de los trabajadores.
- Garantizar el adecuado mantenimiento de los cables y de las conexiones.
- Mantener separados los cables eléctricos de los telefónicos.
- Emplear longitudes de cables suficientes como para permitir futuros cambios y al mismo tiempo, disponerlos de tal modo que su mantenimiento sea el correcto.
- Facilitar el acceso y mantenimiento de los cables sin interrupción de las actividades del trabajo, evitando ubicarlos sobre superficies donde puedan ser pisados o sometidos a condiciones adversas.

1.2.4. Condiciones termohigrométricas

El Real Decreto 488/1997 sobre puestos de trabajo con equipos con pantallas de visualización establece magnitudes para garantizar el bienestar y el confort térmico de los trabajadores:

- La temperatura operativa de confort debe mantenerse en el rango de 23 a 26°C en verano y de 20 a 24°C en invierno.
- La humedad relativa del aire debe mantenerse siempre entre el 45 % y el 65 %, con el objetivo de prevenir la sequedad de ojos y mucosas.

1.2.5. Iluminación

La iluminación puede ser natural o artificial, siendo recomendable que sea natural. Sin embargo, dado que su intensidad varía con la hora del día, con la meteorología y con las estaciones, generalmente debe complementarse con iluminación artificial. Esta suele ser general, debiendo complementarse con iluminarse localizada. En cualquier caso, no deben producirse deslumbramientos ni contrastes excesivos.

Los niveles de iluminación serán suficientes para el correcto desarrollo de las tareas que realicen en el puesto de trabajo. Además, la ubicación y orientación del puesto y la pantalla deben evitar reflejos y deslumbramientos.

Respecto a la ubicación del puesto y la pantalla, la norma da indicaciones sobre la colocación más adecuada del puesto de trabajo para evitar reflejos y deslumbramientos. Se recomienda que la pantalla se coloque perpendicularmente a las ventanas, y nunca frente a ellas o de espaldas a ellas, ya que ambos casos originarían reflejos y/o deslumbramientos. Estas medidas pueden ser complementadas con el uso de cortinas, persianas o mamparas locales que permitan el aprovechamiento adecuado de luz natural.

1.2.6. Ergonomía: diseño del puesto de trabajo

El diseño del puesto de trabajo está directamente relacionado con los problemas de postura. Si se tiene en cuenta que el trabajo con pantallas de visualización se caracteriza por posturas estáticas prolongadas, se puede deducir que los efectos de dichas posturas se agravan cuando el diseño del puesto de trabajo es incorrecto. Por ello, es de especial importancia que el diseño se adapte a las características anatómicas y fisiológicas de las personas.

Asiento

La altura del asiento debe ser ajustable dentro del rango necesario para el conjunto de usuarios, así como su profundidad e inclinación. El respaldo debe tener una suave prominencia para dar apoyo a la zona lumbar. Se recomienda la utilización de sillas dotadas de ruedas, aunque la resistencia de las ruedas a iniciar el movimiento debe evitar desplazamientos involuntarios en suelos lisos y con actividades de tecleo intensivo.

Mesa

La superficie de la mesa de trabajo debe ser poco reflectante y de dimensiones suficientes como para permitir movimientos de trabajo y cambiar de postura. Además, debe permitir una colocación flexible de la pantalla, el teclado, de los documentos y del material accesorio.

Colocación de la pantalla

La distancia entre la pantalla y los ojos del usuario no debe ser inferior a 40 cm. Además, la distancia óptima entre el usuario y la pantalla debe ser de 45 a 75 cm. La pantalla debe colocarse de manera que su área útil pueda ser vista bajo ángulos comprendidos entre la línea de visión horizontal y la trazada a 60° bajo la horizontal. En el plano horizontal, la pantalla debe estar colocada dentro de un ángulo de 120° , dentro del campo de visión del usuario, siendo aconsejable situarla dentro de un ángulo de 70° .

Pantalla

La imagen de la pantalla debe ser estable, sin fenómenos de destellos. La luminosidad y el contraste debe ser fácilmente regulable por el usuario. Asimismo, la pantalla debe ser orientable e inclinable a voluntad.

Equipos de protección individual

Es recomendable el uso de protectores de pantalla. Estos consisten en un cristal polarizado, sostenido por un marco, que se superpone al cristal de pantalla. De este modo se consigue proteger la vista de los usuarios, además de mejorar las prestaciones ofrecidas por la pantalla, relacionadas con el contraste y la claridad.

1.2.7. Ruido

El Real Decreto 1316/1989 del 27 de octubre establece que el empresario debe evaluar la exposición de los trabajadores al ruido, con el objeto de determinar si se superan los límites establecidos en esta norma y en su caso aplicar las medidas procedentes.

Normalmente, en los lugares de trabajo donde emplean PVD no suelen existir altos niveles sonoros. Sin embargo, pueden existir niveles medios que pueden molestar y perturbar la atención de los trabajadores. Por lo tanto, el nivel sonoro en estos puestos de trabajo debe ser tan bajo como sea posible. Para conseguirlo, se deben utilizar equipos con una emisión sonora mínima y optimizar la acústica del local.

La directiva establece que para tareas difíciles y complejas que requieren una especial concentración, el nivel sonoro equivalente no debe exceder 55 dB (A).

2 | Condiciones de los recursos informáticos

2.1. Introducción

Para llevar a cabo los cálculos requeridos durante el proyecto, se hace necesario el uso de recursos informáticos de altas prestaciones. Estos recursos informáticos pueden ser divididos en dos grupos: *hardware* y *software*.

Hardware

Dadas las exigencias de los cálculos a realizar, se requieren equipos informáticos con gran potencia de cálculo y memoria. Estos son estaciones de trabajo conectadas en red que permiten acceder a ellas de forma remota y trabajar de forma ininterrumpida, sin saturar el terminal de acceso. Estas máquinas requieren de un mantenimiento periódico para asegurar su perfecto funcionamiento de forma ininterrumpida y con un alto rendimiento.

Software

Para la realización de las tareas requeridas es necesario el uso de programas informáticos de distinto tipo, como pueden ser programas de CAD o programas de simulación numérica. Dado que se ha optado por el uso de *software* comercial, con el fin de disponer de soporte técnico en caso de problemas, es necesario poseer las correspondientes licencias de uso en vigor.

2.2. Condiciones del *hardware*

Como *hardware* han sido utilizados un ordenador portátil y el clúster de cálculo Rigel de la UPV.

Ordenador portátil: PC Lenovo V130-15IKB

- Procesador Intel Core i5 7200U @ 2.50 GHz
- Duro duro SSD de 256 GB
- Memoria RAM de 8GB

- Gráficos Intel HD Graphics 620
- Sistema operativo: Windows 10 Home
- Arquitectura: 64 bits

Clúster de Cálculo: Rigel

El clúster de cálculo se compone de los siguientes elementos [48]:

▪ **Clúster general**

El clúster está formada por un total de 4 chasis. Cada nodo del chasis tiene las siguientes características:

- Dos procesadores Intel Xeon E5-2450 8c/16T.
- 64 GB/RAM DDR3 (ratio de 4GB/core).
- 2 x interfaces 10 GbE.
- Interface GbE.

En cada chasis se sitúan dos switches 10 GbE. Cada switch tiene un total de 18 internos hacia los blades y 8 externos para uplink. El clúster alcanza una potencia de cálculo de 20.6 TeraFLOPS.

A finales de 2015 se incorporaron 56 nuevos nodos al clúster merced a una nueva adquisición. En esta ocasión se trata de equipamiento de la marca Bull, concretamente el modelo R424E4 con las siguientes características:

- 48 unidades con 2 procesadores Intel Xeon E5-2630v3 de 8 cores, 2.4 GHz y 20 Mb de caché L3 y 64 Gb de memoria DDR4 de 2133 MHz.
- 8 unidades con 2 procesadores Intel Xeon E5-2680v3 de 12 cores, 2.5 GHz y 30 Mb de caché L3 y 128 Gb de memoria DDR4 de 2133 MHz.

Tras esta adquisición se consiguen un total de 2176 cores y 9364 Gb de memoria, obteniéndose marcas de rendimiento de 40 TFLOPS.

Recientemente se han incorporado al clúster 27 nuevos nodos de la marca Dell Power Edge R640 con las siguientes características:

- 2 procesadores Intel Xeon Gold 6154 de 18 cores, 3 GHz y 25 Mb de caché.
- 24 nodos con 192 Gb de memoria 2666MT/s DDR.
- 5 nodos con 768 Gb de memoria 2666MT/s DDR.

Con la incorporación de estos nuevos nodos la potencia de cálculo total del clúster Rigel es de 50 TFLOPS.

▪ **Clúster de memoria compartida**

Está compuesto por 4 servidores RX500S7 con cuatro procesadores Intel Xeon E5-4620 de 8 núcleos (32 núcleos por nodo). Las características de cada nodo son:

- 4 procesadores Intel Xeon E5-4620 8c/16T.
- Memoria RAM: 256GB DDR3 (ratio 8GB/core).

- 2 x interfaces 10GbE.
- 2 x interfaces GbE.
- 2 x FC 8Gb/s.

El clúster alcanza una potencia de 2.1 TFLOPS.

■ Clúster GPU's

Se han incorporado dos equipos con tarjetas GPUs. Los sistemas basados en GPUs tienen cada vez más demanda, pues sus prestaciones son excelentes. Como contrapartida está su dificultad de programación pero cada vez más las aplicaciones de cálculo pueden aprovecharse de las características de las GPUs para obtener incrementos muy significativos de rendimiento.

Se han incorporado a la solución dos sistemas CX270 S1 de Fujitsu con tarjetas NVidia Tesla M2075 GPSPU proporcionando 1,5 TeraFlops.

■ Sistemas auxiliares

- Nodos de cabecera.

Lo forman dos nodos RX200 S7 para la gestión de usuarios, gestor de colas, monitorización, etc.:

- Dos procesadores E5-2650 8c/16T con 64GB DDR3.
- 2 x interfaces 10GbE.
- 2 x interfaces GbE.
- 2 x FC 8Gb/s.

- Redes de interconexión.

Todos los servidores se conectan a las siguientes redes:

- Red de control máquinas físicas: esta red no es accesible por el usuario, su propósito es el control de hardware, así como la gestión de despliegue. Se dispone de un interfaz específico IRMC en cada sistema. Todos los servidores disponen de un interfaz GbE conectado a la red de administración a través de 2 switches Brocade de 48p.
- Red de gestión. Todos los servidores disponen al menos de un interfaz GbE conectado a ella.
- Red HPC: el núcleo del cálculo intensivo al que se conectan los blades, los nodos del cluster de memoria compartida, los equipos con GPUs y los equipos de almacenamiento de alto rendimiento (LUSTRE) por doble enlace de 10GbE. El backbone lo forman los 2 switches 10GbE de cada chasis blades (8 en total) y los dos switches de 24 puertos, conectados a su vez con el backbone general de la UPV.
- Red acceso usuarios, con conectividad 10GbE.

- Almacenamiento.

6 nodos RX200 S7 de Fujitsu con las siguientes características:

- Dos procesadores E5-2640 6/12T 64DDR3.
- 2 x interfaces 10GbE.

- 2 x interfaces GbE.
- 2 x FC 8Gb/s.

3 cabinas Ethernus DX90, una de ellas dedicada a almacenamiento de metadatos y otras dos a datos propiamente. Todas ellas con doble controladora RAID, 8GB cache, doble tarjeta FC, así como 11 discos 600Gb a 15krpm en la cabina de metadatos y 23 discos 3Tb a 7,2krpm en las de datos.

El sistema está conectado a la red FibreChannel de la UPV a través de dos switches Brocade 300 de 16 bocas.

En la convocatoria de 2019 de FEDER CV PO 2014-2020 se amplía la infraestructura de almacenamiento.

Esta nueva infraestructura consiste en dos cabinas Oceanstore 5500 V5 de Huawei, una en sala principal y otra en sala de respaldo.

Conectadas en arquitectura activo-activo con las siguientes características cada cabina:

- 2 Discos flash para cache de 960 GB.
 - 6 discos SSD de 3.8 GB.
 - 75 discos rotacionales de 10TB.
- Sistemas de protección de datos: backup a disco.

Se ha implementado una solución de backup a disco mediante un sistema CS800 con deduplicación que permite incrementar la velocidad de las copias de seguridad y sus recuperaciones. El sistema tiene una capacidad de 80 TB netos.

- Acondicionamiento de equipos.

Todos los equipos están situados en racks cerrados con unidades adosadas de refrigeración por agua del tipo CoolLoop intercaladas con los armarios, de modo que las unidades de climatización están integradas dentro de los propios armarios.

Completando la instalación dos enfriadoras de agua (chiller) que refrigeran el sistema.

2.3. Condiciones del *software*

A continuación se detalla el tipo de *software* empleado.

- CD Adapco STAR-CCM+ 15.02.007-R8
- Wolfram Mathematica 11.3
- Matlab R2019b
- Microsoft Office 365 ProPlus
- L^AT_EX

Parte IV

Anexos

1 | Anexos

1.1. Anexo I: valores de las matrices de masa y rigidez de torsión y de flexión

Los valores de las matrices \mathbf{M}_θ , \mathbf{M}_w , \mathbf{K}_θ y \mathbf{K}_w obtenidas durante el desarrollo del modelo 2D equivalente son los siguientes:

$$\mathbf{M}_\theta = \begin{bmatrix} 0.4550 & -0.0097 & -0.0021 & -0.0040 \\ -0.0010 & 0.3931 & -0.0028 & -0.0039 \\ -0.0021 & -0.0028 & 0.3295 & -0.0045 \\ -0.0040 & -0.0039 & -0.0045 & 0.2947 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_w = \begin{bmatrix} 0.2475 & -0.0053 & -0.0152 & -0.0268 \\ -0.0053 & 0.2627 & -0.0040 & -0.0176 \\ -0.0152 & -0.0040 & 0.2949 & -0.0043 \\ -0.0268 & -0.0176 & -0.0043 & 0.3699 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

$$\mathbf{K}_\theta = \begin{bmatrix} 1.2005 & 0.2797 & -0.2799 & 0.4996 \\ 0.2797 & 9.3807 & 1.4359 & -0.3421 \\ -0.2799 & 1.4360 & 22.0064 & 3.3570 \\ 0.4996 & -0.3421 & 3.3570 & 38.7474 \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}_w = \begin{bmatrix} 3.1891 & 0.2884 & -2.1455 & 3.2409 \\ 0.2884 & 130.028 & 0.4616 & -18.3984 \\ -2.1455 & 0.4616 & 1132.27 & -44.6319 \\ 3.2409 & -18.3984 & -44.6319 & 5551.33 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

1.2. Anexo II: valores de las matrices de influencia aerodinámica

Los valores de las matrices de influencia aerodinámica obtenidas durante el desarrollo del modelo 2D equivalente son los siguientes:

$$\mathbf{A}_{\theta,\theta} = \begin{bmatrix} 0.4550 & -0.0097 & -0.0021 & -0.0040 \\ -0.0010 & 0.3931 & -0.0028 & -0.0039 \\ -0.0021 & -0.0028 & 0.3295 & -0.0045 \\ -0.0040 & -0.0039 & -0.0045 & 0.2947 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_{w,w} = \begin{bmatrix} 0.2475 & -0.0053 & -0.0152 & -0.0268 \\ -0.0053 & 0.2627 & -0.0040 & -0.0176 \\ -0.0152 & -0.0040 & 0.2949 & -0.0043 \\ -0.0268 & -0.0176 & -0.0043 & 0.3699 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$$\mathbf{A}_{\theta,w} = \begin{bmatrix} 0.3255 & 0.0736 & 0.0090 & 0.0046 \\ -0.0901 & 0.2946 & 0.0843 & 0.0127 \\ -0.0080 & -0.1127 & 0.2838 & 0.0698 \\ -0.0392 & -0.0243 & -0.1053 & 0.3071 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Bibliografía

- [1] <https://www.iberdrola.com/medio-ambiente/que-es-energia-fotovoltaica>
- [2] J.Lee, M. M. Shepley: *Benefits of solar photovoltaic systems for low-income families in social housing of Korea: Renewable energy applications as solutions to energy poverty*, Journal of Building Engineering 28 (2020) 101016.
- [3] <https://sotysolar.es/placas-solares/seguidores-solares>
- [4] Y. Yao, T. Hu, S. Gao, G. Yang, J. Du: *A multipurpose dual-axis solar tracker with two tracking strategies*, Renewable Energy 72 (2014) 88-89.
- [5] G. Mehdi, N. Ali, S. Hussain, A. A. Zaidi, A. H. Shah, M. M. Azeem: *Design and Fabrication of Automatic Single Axis Solar Tracker for Solar Panel*, International Conference on Computing, Mathematics and Engineering Technologies - iCoMET, 2019.
- [6] George C. Bakos: *Design and Construction of two-axis Sun tracking system for parabolic trough collector (PTC) efficiency improvement*, Renewable Energy 31 (2006) 2411-2421.
- [7] <https://sinovoltaics.com/learning-center/csp/solar-tracker/>
- [8] V. Rajamohan, V. Sundararaman, B. Govindarajan: *Finite Element Vibration Analysis of a Magneto-rheological Fluid Sandwich Beam*, International Conference On DESIGN AND MANUFACTURING - IConDM, 2013.
- [9] Earl H. Dowell: *A Modern Course in Aeroelasticity*, 2005.
- [10] Ruiz Cabezuelo, Raúl: *Estudio aeroelástico de un perfil aerodinámico usando mecánica de fluidos computacional*, Universidad Politécnica de Valencia, 2018.
- [11] Gil, A., Quintero, P., Tiseira, A. and Cremades, A.: *Prediction of the non-linear aeroelastic behavior of a cantilever flat plate and equivalent 2D model*, Universidad Politécnica de Valencia, 2020 (artículo en revisión).
- [12] A. Torregrosa, A. Gil, P. Quintero, A. Ammirati, H. Denayer, W. Desmet: *Prediction of Flow Induced Vibration of a flat plate located after a bluff wall mounted obstacle*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 190 (2019) 23-39.
- [13] G. Dimitradis: *Introduction to nonlinear aeroelasticity*, John Wiley & Sons, 2017.
- [14] Jan R. Wright, Jonathan E. Cooper: *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*, John Wiley & Sons, 2007.
- [15] Lázaro Navarro, Mario: *Apuntes de la asignatura: Aeroelasticidad*, Universidad Politécnica de Valencia, 2018.

- [16] X. Amandolese, S. Michelin, M. Choquel: *Low speed flutter and limit cycle oscillations of a two-degree-of-freedom flat plate in a wind tunnel*, Journal of Fluid and Structures 43 (2013) 244-255.
- [17] E. Naudascher, D. Rockwell: *Flow-Induced Vibrations: An Engineering Guide*, Balkema, 1994.
- [18] S. S. Blat, R. N. Govardhan: *Stall flutter of NACA 0012 airfoil at low Reynolds numbers*, Journal of Fluids and Structures 41 (2013) 166-174.
- [19] W. J. McCroskey: *Unsteady airfoils*, Annual Review of Fluid Mechanics 14, 285-311 (1982).
- [20] N. A. Razak, T. Andrienne, G. Dimitriadis: *Flutter and Stall Flutter of a Rectangular Wing in a Wind Tunnel*, AIAA Journal Vol.49, No. 10, 2011.
- [21] W. J. McCroskey: *Inviscid Flowfield of an Unsteady Airfoil*, AIAA Journal Vol.11, No. 8, 1973.
- [22] L. E. Ericsson, J. P. Reding: *Unsteady Flow Concepts for Dynamic Stall Analysis*, Journal of Aircraft, Vol 21, No 8, 1984.
- [23] L. W. Carr, K. W. McAlister, W. J. McCroskey: *Analysis of the development of dynamic stall based on oscillating airfoil experiments*, Technical Note TN D-8382, NASA, 1977.
- [24] M. S. Chandrasekhara, M. C. Wilder, L. W. Carr: *Competing Mechanisms of Compressible Dynamic Stall*, AIAA Journal Vol.36, No.3, 1998.
- [25] <https://www.ansys.com/products/platform/multiphysics-simulation/fluid-structure-interaction>
- [26] Y. Bazilevs, K. Takizawa, T. E. Tezduyar: *Computational Fluid-Structure Interaction: Methods and Applications*, John Wiley & Sons Ltd, 2013.
- [27] G. Hou, J. Wang, A. Layton: *Numerical Methods for Fluid-Structure Interaction - A Review*, Commun. Comput. Phys. Vol. 12, No. 2, pp. 337-377, 2012.
- [28] Quintero Igeño, Pedro: *Characterization of Fluid Structure Interaction Mechanisms and its application to the vibroacoustic phenomena*, Universidad Politécnica de Valencia, 2019.
- [29] O. Zienkiewicz, R. Taylor, J. Zhu: *The Finite Element Method: Its Basics and Fundamentals*, Oxford, 2005.
- [30] Agustín Martín Domingo: *Apuntes de Mecánica de Fluidos*, Universidad Politécnica de Madrid, 2011.
- [31] Abdunnasser Sayma: *Computational Fluid Dynamics*, Venus Publishing ApS, 2009.
- [32] Vicente Dolz, Sergio Hoyas, Benjamin Pla y Pablo Fajardo: *Apuntes de Mecánica de Fluidos*, Universidad Politécnica de Valencia, 2012.
- [33] H.K. Versteeg y W. Malalasekera: *An introduction to computational fluid dynamics, the finite volume method*, Longman Scientific and Technical, 1995.
- [34] Lozano Durán, Adrián: *Apuntes sobre Dinámica de Fluidos Computacional*, Rev. 0.6.0, 2019
- [35] *CD Adapco STAR-CCM+ 15.02.007 User Guide*, 2020.
- [36] F. Moukalled, L. Mangani, M. Darwish: *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics*, Fluid Mechanics and Its Applications, Volume 1131, 2016.
- [37] García Cuevas, Luis Miguel: *Apuntes de la asignatura: Mecánica de fluidos computacional y experimental*, Universidad Politécnica de Valencia, 2019.

- [38] Martí Gómez-Aldaraví, Pedro y Navarro García, Roberto: *Apuntes de la asignatura: Ampliación de Mecánica de Fluidos*, Universidad Politécnica de Valencia, 2016.
- [39] Hoyas Calvo, Sergio: *Apuntes de la asignatura: Turbulencia y capa límite*, Universidad Politécnica de Valencia, 2019.
- [40] Francesc X. Grau Vidal: *Experimentos numéricos en turbulencia homogénea, no isotrópica y bidimensional*, Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. Vol. 9,1, 59-90(1993).
- [41] https://www.cfd-online.com/Wiki/SST_k-omega_model
- [42] <https://www.symscape.com/polyhedral-tetrahedral-hexahedral-mesh-comparison>
- [43] <http://brennen.caltech.edu/fluidbook/basicfluidynamics/turbulence/lawofthewall.pdf>
- [44] [https://en.wikipedia.org/wiki/Law_of_the_wall#/media/File:Law_of_the_wall_\(English\).svg](https://en.wikipedia.org/wiki/Law_of_the_wall#/media/File:Law_of_the_wall_(English).svg)
- [45] M. Darwish, I.Sraj, F. Moukalled *A coupled finite volume solver for the solution of incompressible flows on unstructured grids*, Journal of Computational Physics 228 (2009) 180-201.
- [46] John D. Anderson Jr.: *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw Hill, 2010.
- [47] Real Decreto 488/1997, del 14 de abril, sobre disposiciones mínimas de seguridad y salud relativas al trabajo con equipos que incluyen pantallas de visualización. <http://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-1997-8671>
- [48] <https://wiki.upv.es/confluence/pages/viewpage.action?pageId=264044546>