



**UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA**

**Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación**

**Máster Universitario en Tecnologías, Sistemas y Redes de Comunicaciones**

**Trabajo de Fin de Máster**

**Métodos automáticos para la detección de apnea del  
sueño a partir del procesado de señales de EEG y ECG**

**Directores:**

**Luis Vergara Domínguez**

**Addisson Salazar Afanador**

**Autor:**

**Yanni Wu**

**Valencia, España, Septiembre de 2020**

# Resumen

El creciente interés en la salud del sueño ha ido seguido de una concienciación sobre el síndrome de la apnea del sueño. Actualmente, la detección del síndrome de apnea del sueño se basa principalmente en la polisomnografía (PSG) que consiste en adquirir diferentes señales bioeléctricas del cuerpo humano. Las señales recogidas se procesan para analizar si hay síntomas de apnea del sueño. En este trabajo se eligieron dos señales bioeléctricas muy representativas, electroencefalografía (EEG) y electrocardiografía (ECG). Este trabajo se trata en detalle la extracción de características y reducción de dimensión para la clasificación de señales EEG y ECG de pacientes de apnea del sueño. Para la clasificación se utilizan los siguientes métodos de clasificación: kNN ("k Nearest Neighbors"), SVM ("Support Vector Machine"), LDA ("Linear Discriminant Analysis"), QDA ("Quadratic Discriminant Analysis") y Bayes ("Bayesian Discriminant Analysis"). Se analizan los efectos del número de categorías y dimensiones de las características en los resultados de clasificación y se comparan las diferencias en precisión de la clasificación para los diferentes métodos.

**Palabras claves:** extracción de características, reducción de dimensión, EEG, ECG, clasificación de señales EEG y ECG.

# Abstract

The growing interest in sleep health has been followed by the awareness of sleep apnoea syndrome. Nowadays, the detection of sleep apnoea syndrome is mainly based on polysomnography (PSG) which consists of acquiring different bioelectrical signals from the human body. In this work two very representative bioelectrical signals were selected, electroencephalography (EEG) and electrocardiography (ECG). This paper discusses in detail the extraction of characteristics and reduction of dimension for the classification of EEG and ECG signals of sleep apnoea patients. The following classification methods are used: kNN ("k Nearest Neighbors"), SVM ("Support Vector Machine"), LDA ("Linear Discriminant Analysis"), QDA ("Quadratic Discriminant Analysis") and Bayes ("Bayesian Discriminant Analysis"). The effects of the number of categories and dimensions of characteristics on the classification results are analysed and the differences in classification accuracy for the different methods are compared.

**Key words:** feature extraction, dimension reduction, EEG, ECG, EEG signal classification and ECG.

# Resum

El creixent interès en la salut de la son ha anat seguit d'una conscienciació sobre la síndrome de l'apnea de la son. Actualment, la detecció de la síndrome d'apnea de la son es basa principalment en la polisomnografia (PSG) que consisteix en adquirir diferents senyals bioelèctrics de el cos humà. Els senyals recollides es processen per analitzar si hi ha símptomes d'apnea de la son. En aquest treball es van triar dos senyals bioelèctrics molt representatives, electroencefalografia (EEG) i electrocardiografia (ECG). Aquest treball es tracta en detall l'extracció de característiques i reducció de dimensió per a la classificació de senyals EEG i ECG de pacients d'apnea de la son. Per a la classificació s'utilitzen els següents mètodes de classificació: knn ( "k Nearest Neighbors"), SVM ( "Support Vector Machine"), LDA ( "Linear discriminant Analysis"), QDA ( "Quadratic discriminant Analysis") i Bayes ( " Bayesian discriminant Analysis "). S'analitzen els efectes de l'nombre de categories i dimensions de les característiques en els resultats de classificació i es comparen les diferències en precisió de la classificació per als diferents mètodes.

**Paraules claus:** extracció de característiques, reducció de dimensió, EEG, ECG, classificació de senyals EEG i ECG.

# ÍNDICE

Resumen .....	I
Abstract .....	II
Resum .....	III
1.INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 Antecedentes de investigación e importancia del tema .....	1
1.2 Teoría del sueño .....	2
1.2.1 Función del sueño.....	2
1.2.2 División de la etapa del sueño.....	3
1.2.3 La importancia y el significado fisiológico del sueño. ....	4
1.3 Método de evaluación del sueño: PSG.....	4
1.4 Síndrome de apnea del sueño .....	5
1.5 El contenido principal y la estructura del Trabajo Fin de Máster (TFM) .....	6
1.5.1 Contenido de investigación .....	6
1.5.2 La estructura del TFM.....	7
2. EEG.....	8
2.1 Conocimientos básicos de señales EEG .....	8
2.1.1 Mecanismo de generación de señal EEG y adquisición.....	8
2.1.2 Características de señales EEG .....	9
2.1.3 Tipos de señales EEG .....	10
2.2 Extracción de características de EEG .....	11
2.2.1 Parámetros de Hjorth .....	12
2.2.2 Análisis en el dominio de la frecuencia .....	15
3. ECG .....	19
3.1 El mecanismo de formación y la importancia fisiológica de la señal de ECG.....	19
3.2 Extracción de características de ECG .....	21
3.2.1 Modelo Autoregresivo.....	22
3.2.2 Transformada wavelet.....	23
3.2.3 Teoría multifractal .....	33
4. Clasificación de la señal .....	38

4.1 Reducción de dimensión .....	40
4.1.1 Análisis de Componentes Principales (PCA) .....	40
4.2 KNN.....	46
4.2.1 Principio del algoritmo KNN .....	46
4.2.2 Análisis de los resultados experimentales.....	47
4.3 SVM.....	49
4.3.1 Teoría básica de la máquina de vectores de soporte.....	49
4.3.2 Análisis de los resultados experimentales.....	52
4.4 Discriminant Analysis.....	53
4.4.1 Análisis Discriminante Lineal (“Linear Discriminant Analysis”, LDA).....	53
4.4.2 Análisis Discriminante Cuadrático (“Quadratic Discriminant Analysis”, QDA).....	55
4.4.3 Análisis Discriminante por Distancia (“Distance Discriminant Analysis”) .....	55
4.4.4 Bayes Discriminant Analysis (Bayes).....	55
4.4.5 Análisis de los resultados experimentales.....	55
4.5 Comparación de los resultados de clasificación.....	59
5. Conclusiones.....	63
Referencias .....	65
Agradecimientos.....	67

# **1.INTRODUCCIÓN**

## **1.1 Antecedentes de investigación e importancia del tema**

El sueño es una necesidad fisiológica importante en la vida humana, una parte importante de la recuperación del cuerpo y la consolidación de la memoria, y un componente esencial de la salud. La mejor duración del tiempo de sueño para adultos sanos es de 7 a 9 horas. Los bebés necesitan al menos 12 horas de sueño por día para satisfacer las necesidades de crecimiento y desarrollo. El tiempo de sueño ocupa un tercio de la vida humana. Con el aumento en el ritmo de vida y la presión de la competencia social, el número de personas con vidas irregulares y un sueño no saludable ha aumentado considerablemente.

Varios problemas de salud se derivan de la falta de sueño, la mala calidad del sueño y otras enfermedades del sueño causadas por quedarse despierto hasta tarde y el insomnio. Entre estos problemas tenemos: la falta de atención de las personas, la piel deficiente, la obesidad, la respuesta de pensamiento lento, la mala memoria, el mal humor, etc., también se afecta el sistema inmunológico humano, y puede incidir sobre el crecimiento y desarrollo intelectual de los adolescentes. En China, el 38,2% de las personas tienen más o menos problemas para dormir. Por lo tanto, las personas prestan cada vez más atención a la calidad del sueño y a las enfermedades relacionadas con el sueño, y los nuevos productos y tecnologías en el campo del sueño se han convertido gradualmente en un nuevo tema de interés de consumo.

El sueño es un proceso activo del cuerpo humano, que puede restaurar el espíritu y aliviar la fatiga. El sueño adecuado, una dieta equilibrada y el ejercicio adecuado son los tres estándares de salud reconocidos por la comunidad internacional. Con el fin de despertar la conciencia de las personas sobre la importancia del sueño en el mundo, la Fundación Internacional para la Salud Mental y la Neurociencia en 2001 designó el 21 de Marzo de cada año como "Día Mundial del Sueño" y realizó el congreso "Sueño más Horas - actividades temáticas relacionadas con el sueño". Además, hay otra versión, que fue propuesta por la Asociación Mundial de Medicina del Sueño en 2008, y establece el Día Mundial del Sueño el tercer viernes de Marzo de cada año.

## 1.2 Teoría del sueño

### 1.2.1 Función del sueño

El sueño es extremadamente importante para proteger la salud mental de las personas y mantener las actividades psicológicas normales de las personas. Las principales ventajas del sueño son las siguientes:

1) Elimina la fatiga y restaura la fuerza física: el sueño es la principal forma de eliminar la fatiga física. Durante el sueño es un buen momento para que el tracto gastrointestinal y sus órganos relacionados sinteticen y fabriquen sustancias energéticas humanas para su uso en actividades. Además, durante el sueño, la temperatura corporal, la frecuencia cardíaca y la presión arterial disminuyen, y la respiración y algo de endocrina disminuyen, causando una disminución en la tasa metabólica basal, restaurando así la fuerza física.

2) Protege el cerebro y restaura la energía: las personas con sueño insuficiente se manifiestan con irritabilidad, agitación o depresión mental, pérdida de concentración, pérdida de memoria, etc., la falta de sueño a largo plazo puede provocar alucinaciones. Aquellos con suficiente sueño están llenos de energía, pensamiento rápido y alta eficiencia. Esto se debe a que el consumo de oxígeno del cerebro durante el sueño se reduce considerablemente, lo que es beneficioso para el almacenamiento de energía de las células cerebrales. Por lo tanto, el sueño ayuda a proteger el cerebro y mejorar su poder.

3) Mejora la inmunidad y recupera el cuerpo: En circunstancias normales, el cuerpo humano puede producir anticuerpos contra varias sustancias antigénicas invasoras y eliminarlas mediante la respuesta inmune para proteger la salud humana. El sueño puede mejorar la capacidad del cuerpo para producir anticuerpos, lo que aumenta la resistencia del cuerpo; al mismo tiempo, el sueño también puede acelerar la autocuración de varios tejidos y órganos. En la medicina moderna, el sueño a menudo se usa como un método de tratamiento para ayudar a los pacientes durante el período más doloroso a fin de facilitar la rehabilitación de la enfermedad.

4) Retrasa el envejecimiento y promueve la longevidad: recientemente, muchos datos de encuestas e investigaciones han demostrado que las personas mayores sanas y de larga vida tienen un sueño bueno y normal. La vida humana es como una llama ardiente, si se quema regularmente durará para siempre; si se quema de repente, acortará el tiempo y hará que las personas mueran prematuramente. El tiempo de sueño es como el grado mínimo de quema de llamas, por lo que puede retrasar el envejecimiento y garantizar la longevidad de la vida.

5) Protege la salud mental de las personas: el sueño es muy importante para proteger la salud mental de las personas y mantener sus actividades psicológicas normales. Debido a la falta de sueño, a corto plazo, se tendrá una atención distraída, mientras que a largo plazo, se podrán causar situaciones anormales como un pensamiento irracional.

### **1.2.2 División de la etapa del sueño**

Cuando nos despertamos, a veces sentimos que dormimos bien, y a veces sentimos que todavía estamos muy cansados y hemos dormido muy mal. ¿Por qué hay tanta diferencia? Esto requiere comprender primero el ciclo del sueño.

Durante el sueño, los cambios en las ondas cerebrales, las ondas mioeléctricas y los movimientos oculares harán que el sueño tenga una característica cíclica. El ciclo de sueño consiste en un período de no-movimiento rápido de los ojos (“non-Rapid Eye Movement”, NREM) y un período de movimiento rápido de los ojos (“Rapid Eye Movement”, REM). En el período de NREM, habrá 4 períodos: sueño ligero, sueño ligero, sueño medio y sueño profundo, y luego ingresa al período REM. En este momento, finaliza un ciclo de sueño y luego se inicia el siguiente ciclo de sueño. El sueño nocturno de una persona generalmente se divide en cinco a seis ciclos, y cada ciclo de sueño es de aproximadamente de 60 a 90 minutos. A continuación se presenta un resumen de las principales características del sueño ligero y el sueño profundo.<sup>[1]</sup>

Dormir en sueño ligero:

- El metabolismo es más rápido que en el sueño profundo;
- Aumento de la frecuencia cardíaca y la respiración;
- El sueño es vívido y claro, y a menudo puedo recordarlo cuando me levanto;
- Contribuye a la recuperación de la función mental;
- El asma, las úlceras gastrointestinales o la angina a menudo ocurren en este momento.

Dormir en sueño profundo:

- Caída de la temperatura corporal;
- Respiración y frecuencia cardíaca lenta;
- Aumento de la síntesis de proteínas;
- Relajación corporal, es el mejor momento para la reparación del cuerpo;
- Si falta, es fácil causar fatiga, sueño y depresión al día siguiente.

El sueño profundo es la clave para un sueño de alta calidad. Después de que una persona se duerme, hay dos estados principales, uno es un sueño ligero y el otro es un sueño profundo. Durante el sueño, la mayoría de ellos son de sueño ligero, y el sueño

profundo solo representa el 25% de la duración del sueño. Sin embargo, el sueño profundo es una etapa en la cual las personas ajustan su vitalidad, restauran y reponen energía. Menos sueño profundo significa que te has quedado dormido. Por lo tanto, para dormir bien, primero debemos extender el tiempo de sueño profundo. En general, es saludable que los adultos duerman más de 2 horas por noche.

El sueño profundo es el período en el que el cuerpo humano duerme más y es más fragante. En este momento, no se oye ningún ruido de afuera y es difícil ser despertado. Al despertarse, se sentirá renovado. En este momento, las hormonas en el cuerpo humano secretan en grandes cantidades, las células inmunes se recuperan, varias células dañadas (especialmente las células cerebrales) se están reparando, la fatiga se está recuperando, la energía se está almacenando, el sistema digestivo está ocupado absorbiendo nutrientes, los desechos se excretan en grandes cantidades, etc. El sueño profundo es el crecimiento del cuerpo y la inteligencia del niño; los jóvenes son enérgicos; las personas de mediana edad son fuertes; a las personas mayores se les garantiza una vida sana y larga.

### **1.2.3 La importancia y el significado fisiológico del sueño.**

Dormir es como la comida y el agua, es un requisito fisiológico para que cada uno de nosotros sobreviva. Casi 1/3 de la vida humana se gasta en el sueño. Por lo tanto, el sueño es un fenómeno fisiológico en el que la vida continúa y es una necesidad de salud. "Dormir bien" es uno de los diez criterios de salud de la Organización Mundial de la Salud (OMS), lo que demuestra que dormir es muy importante para la salud.

Entre todos los métodos de descanso, el sueño es el descanso más ideal y completo. Durante el sueño, se reducen varias funciones de todo el cuerpo y solo se mantienen las funciones básicas necesarias, como la relajación muscular, la frecuencia cardíaca lenta, la presión arterial, la respiración, la secreción de saliva, la secreción de orina, el metabolismo y la temperatura corporal.

Un buen sueño puede eliminar la fatiga corporal, ajustar los nervios cerebrales, el sistema endocrino, el metabolismo corporal, la actividad cardiovascular, la función digestiva, la función respiratoria, etc., promover el crecimiento y la auto reparación de los tejidos en varias partes del cuerpo, mejorar la función inmune y mejorar la resistencia a las enfermedades.

## **1.3 Método de evaluación del sueño: PSG**

La polisomnografía (PSG) también se llama electroencefalograma del sueño. Se utiliza

principalmente para: investigar sobre desordenes del sueño, diagnosticar la depresión y el síndrome de apnea del sueño<sup>[2]</sup>. Es decir, PSG es una técnica para obtener señales biológicas a través de bioelectricidad en diferentes partes del cuerpo medidas con diferentes sensores. Después de la preamplificación de las señales bioeléctricas medidas, se graban para su análisis. Por lo tanto, de acuerdo con los requisitos de medición, es muy importante elegir los parámetros apropiados, como la frecuencia de trabajo y de muestreo de los sensores. Por ejemplo, el sensor de termistor se usa para monitorear la boca y el flujo de aire nasal, el sensor de impedancia telescópico se usa para monitorear la respiración del tórax y el abdomen, y los dispositivos de infrarrojo y ultravioleta se usan para monitorear SaO<sub>2</sub>, etc. Con base en los principios anteriores, la recopilación, clasificación y análisis de señales relevantes por ordenador son una herramienta importante para el diagnóstico clínico.

Sin embargo, la implementación de la adquisición de datos PSG es complicada. Se necesita detectar toda la noche de sueño en la sala de monitorización del hospital y fijar múltiples sensores en el cuerpo humano. Los cambios en el entorno del sueño y las molestias del dispositivo harán que la calidad del sueño del paciente disminuya y afecte los resultados de la medición. El proceso de prueba puede llegar a ser costoso económicamente para los pacientes.

Usualmente, los datos de PSG incluyen señales electroencefalográficas (EEG), electrocardiográficas (ECG) y electromiográficas (EMG). También pueden incluir los siguientes registros: movimientos oculares, tensión respiratoria en el pecho y abdomen, ventilación nasal y oral, postura y movimiento corporal, y saturación de oxígeno en sangre <sup>[3]</sup>. En este documento usaremos indistintamente EEG como acrónimo de electroencefalografía, electroencefalográfica, y electroencefalograma. De manera similar, usaremos indistintamente ECG como acrónimo de electrocardiografía, electrocardiográfica, y electrocardiograma.

## **1.4 Síndrome de apnea del sueño**

El síndrome de apnea del sueño (SAS) es un tipo de enfermedad del sueño que afecta gravemente la calidad del sueño y la salud física de las personas. Las manifestaciones comunes del sueño son los ronquidos, la falta de aliento, las respiraciones, las contracciones corporales e incluso el shock, que pueden causar a largo plazo diversas enfermedades como arritmia, infarto de miocardio, hipertensión, etc.

Según las estadísticas de la encuesta, aproximadamente 1% - 4% de las personas en el mundo sufren de SAS. La tasa de incidencia más alta está en China, alrededor del 3,4%. Es más grave en personas de mediana edad (40-60 años) y ancianos, con una tasa de incidencia de entre 22% y 24%, aproximadamente; 3000 personas mueren todos los días por SAS y complicaciones. Más del 80% de los pacientes no se diagnostican ni

tratan a tiempo, lo que a menudo causa otras complicaciones.

La llamada apnea del sueño se refiere a la apnea (falta o supresión de la respiración) que ocurre al menos 30 veces durante cada noche de 7 horas de sueño continuo durante al menos 10 segundos. Algunos indicadores de la apnea del sueño son por ejemplo el índice promedio de trastornos respiratorios por hora (“Apnea-hypopnea Index”, AHI). Según la etiología y la manifestación, se puede dividir en tipos centrales, obstructivos y mixtos. La apnea obstructiva del sueño (“Obstructive Sleep Apnea Hyperpnoea Syndrome”, OSAHS) es la más común.<sup>[4][5]</sup>

## **1.5 El contenido principal y la estructura del Trabajo Fin de Máster (TFM)**

### **1.5.1 Contenido de investigación**

Los contenidos específicos de este trabajo son los siguientes:

1. Estudio de características extraídas de señales electroencefalográficas (EEG) y electrocardiográficas (ECG) en polisomnogramas.
2. Implementación de métodos de extracción, selección, y reducción de características de señales EEG y ECG.
3. Implementación de métodos de clasificación de fases del sueño para la detección de apnea.
4. Análisis comparativo de resultados de clasificación de los diferentes métodos implementados.

Los datos utilizados en este trabajo provienen de la base de datos de apnea de PhysioNet.<sup>[6]</sup> Esta base de datos contiene 25 polisomnogramas (PSG) completos adquiridos durante la noche con ECG Holter de tres canales simultáneos, de sujetos adultos con sospecha de trastornos del sueño. Los 25 sujetos incluyeron 21 hombres y 4 mujeres, sin enfermedad cardíaca conocida, disfunción autonómica y sin medicamentos que interfieran con la frecuencia cardíaca.

Los PSG se obtuvieron utilizando el sistema Jaeger-Toennies (Erich Jaeger GmbH, Alemania). Las señales registradas fueron: EEG (C3-A2), EEG (C4-A1), EOG izquierdo, EOG derecho, EMG submental, ECG (derivación modificada V2), flujo de aire oro-nasal (termistor), movimientos de la caja torácica, movimientos del abdomen (tensión no calibrada medidores), saturación de oxígeno (oxímetro de pulso de dedo), ronquidos (micrófono traqueal) y posición del cuerpo. Los ECG de tres canales Holter (V5, CC5, V5R) se registraron utilizando un sistema Reynolds Lifecard CF (Reynolds Medical,

Reino Unido).

Las clases de los datos utilizadas en este trabajo sobre clasificación en etapas del sueño son las siguientes:

- 0 - Wake
- 1 - REM
- 2 - Stage 1
- 3 - Stage 2
- 4 - Stage 3
- 5 - Stage 4

### **1.5.2 La estructura del TFM**

El primer capítulo de este trabajo es la Introducción donde se ha presentado primero los antecedentes de investigación y la importancia y la teoría del sueño. También se ha introducido el síndrome de apnea del sueño y el método de detección del síndrome de apnea del sueño utilizando PSG. Finalmente, se ha presentado en la Introducción el contenido principal, la base de datos y la disposición estructural de este trabajo.

El segundo capítulo se centra en los métodos de extracción de características de las señales EEG. El tercer capítulo introduce la señal ECG y las características de las señales extraídas. El capítulo 4 consistirá en un análisis comparativo de los diferentes métodos de clasificación implementados. Finalmente, el Capítulo 5 contiene las conclusiones de este trabajo.

## **2. EEG**

Este capítulo introduce los fundamentos de las señales EEG, incluyendo los principios de la generación y características de la señal EEG. A continuación se presentan las características utilizadas para este trabajo de clasificación, principalmente se describen los principios del algoritmo utilizado para obtener las características y se muestran mapas de las características de las señales adquiridas.

### **2.1 Conocimientos básicos de señales EEG**

El cerebro es la parte central del sistema nervioso humano, controla nuestras emociones, pensamientos, comportamientos, sentidos, etc., siendo la base de todas las actividades de la vida. Las señales de EEG son señales eléctricas generadas por las neuronas cerebrales registradas en la superficie del cuero cabelludo o la corteza cerebral que refleja la actividad y el estado del cerebro. Cuando los humanos realizan diferentes acciones, producen diferentes sentimientos o realizan una serie de actividades fisiológicas como el pensamiento, producirán entonces las señales de EEG correspondientes. De manera similar, cierta información de la enfermedad también se reflejará en las señales de EEG.

#### **2.1.1 Mecanismo de generación de señal EEG y adquisición**

El cerebro humano se divide en cuatro partes: cerebro anterior, tronco encefálico, tálamo y cerebelo, y la estructura del cerebro se divide en dos partes, la izquierda y la derecha. Hay una capa de materia gris en la superficie de los hemisferios cerebrales izquierdo y derecho, a saber, la corteza cerebral. Esta parte del cerebro tiene la mayor conexión con el estudio de las señales EEG. Es la base de muchas actividades neuronales avanzadas.

La unidad básica que constituye la estructura y función del sistema nervioso humano son las células nerviosas. Las células, tejidos y órganos del organismo harán que las células nerviosas cambien continuamente el potencial y la polaridad, es decir, la actividad eléctrica de los nervios. La actividad eléctrica nerviosa puede hacer que el potencial entre la parte en reposo y la parte excitada alcance los 100mv o más.

Las diferentes partes de los organismos biológicos pueden desencadenar diferentes cambios potenciales, que pueden reflejar información fisiológica y física diferente. Las ondas cerebrales se refieren a los cambios potenciales rítmicos espontáneos causados por los centros nerviosos en el cuero cabelludo de animales o humanos. Estos cambios potenciales existen durante la actividad y el descanso, y presenta el campo eléctrico

total generado por la actividad nerviosa en el cerebro. El EEG generalmente se puede dividir en EEG espontáneo y EEG inducido. El EEG espontáneo es el cambio espontáneo del potencial eléctrico producido por el sistema nervioso sin ser sometido a una estimulación externa específica. Cuando se estimulan artificialmente los órganos sensoriales con sonido, luz, electricidad, etc., los posibles cambios causados se llaman EEG inducido.

Para obtener las señales EEG, primero se coloca el electrodo en la posición de detección del cerebro, se mide la señal eléctrica débil del electrodo cerebral y se registra la señal eléctrica original a través del amplificador y el proceso de filtrado. La señal eléctrica procesada se convierte en una señal digital después de la conversión de analógico a digital, y finalmente la señal se graba en el ordenador para su posterior procesamiento. Las señales EEG han sido ampliamente utilizadas en medicina clínica.

### **2.1.2 Características de señales EEG**

La señal EEG tiene características de tiempo variable, no estacionaria y no lineal, y tiene características de baja frecuencia y pequeña amplitud potencial en el dominio del tiempo. Cuando el entorno externo interfiere, es fácil producir mucho ruido, la forma de onda es grande y la amplitud general del EEG está alrededor de 50  $\mu\text{V}$ , no excediendo los 100  $\mu\text{V}$ . Específicamente, las señales de EEG tienen las siguientes características<sup>[7]</sup>:

#### **1) Señal débil**

La señal EEG es una señal de microamplitud con una amplitud muy baja en la señal fisiológica, y la amplitud generalmente es de alrededor de 0 a 200  $\mu\text{V}$ . La señal EEG tiene un fuerte ruido de fondo, que proviene principalmente de la influencia de interferencia interna e interferencia externa. La interferencia interna se refiere principalmente al ruido generado por otras señales eléctricas fisiológicas, como las señales de electrooculograma, las señales mioeléctricas y las señales de electrocardiograma. La interferencia externa generalmente es causada por la interferencia de frecuencia de alimentación y el ruido blanco entre las conexiones de dispositivos electrónicos.

#### **2) Fuerte aleatoriedad**

Como una señal fisiológica compleja, la señal del EEG se cambia fácilmente por la influencia de factores ambientales relacionados, como la luz, la temperatura, la humedad, etc., y las características fisiológicas de los sujetos de prueba, como género, salud, nivel de sueño, etc. Existen diferencias significativas en las señales EEG; incluso el mismo estado de reposo del mismo sujeto puede llegar a ser diferente por múltiples razones.

### 3) Baja frecuencia

La frecuencia de EEG se concentra principalmente en aproximadamente 0.5 ~ 30Hz, tiene características de baja frecuencia en comparación con otras señales fisiológicas<sup>[8]</sup>.

### 4) No lineal

El cerebro es un sistema complejo de respuesta neural que cambia instantáneamente con factores como el entorno, el tiempo y las emociones. La regulación y la adaptación de los tejidos humanos pueden causar cambios dinámicos en las señales EEG, incluidos los procesos de sueño y despertar, por lo que las señales EEG exhiben fuertes características no lineales.

### 5) No estacionario

Cuando el cuerpo humano recibe varios estímulos externos, el comportamiento fisiológico y el pensamiento estarán interrelacionados e influenciados momentáneamente con el tiempo. Las señales EEG cambian dinámicamente, mostrando características no estacionarias, así como la forma de pensar del cerebro, sus características también. A través de la investigación científica actual, la estructura interna del cerebro no puede ser completamente descrita por el modelo digital actual y la teoría de la señal, por lo que la no-estacionariedad es la característica más prominente de las señales de EEG.

## 2.1.3 Tipos de señales EEG

La señal EEG es una señal aleatoria no lineal, no estacionaria típica. Las características en los dominios de tiempo y frecuencia se caracterizan principalmente por las características de frecuencia y amplitud relacionadas con la actividad de la corteza cerebral. El EEG contiene diferentes formas de onda en diferentes etapas del sueño. El EEG refleja principalmente el proceso cambiante de las funciones del cuerpo humano con características de onda.

La señal EEG generalmente se compone de cuatro ondas rítmicas básicas:  $\alpha$  (Alfa),  $\beta$  (Beta),  $\theta$  (Theta) y  $\delta$  (Delta). Mientras que el proceso de sueño se acompaña de otras actividades fisiológicas, ondas de huso, onda de diente de sierra y onda compleja K. El sueño y el despertar son un proceso de alternancia de ritmos circadianos. Las ondas de ritmo de diferentes frecuencias, amplitudes y funciones aparecerán en diferentes etapas del sueño. Entre ellas, las ondas de ritmo  $\alpha$  y  $\beta$  son ondas rápidas, las ondas de ritmo  $\theta$  y  $\delta$  son ondas lentas. Las características principales de estas ondas son las siguientes:

$\alpha$ : el rango de frecuencia es de 8 ~ 13Hz, y la amplitud es de aproximadamente 20 ~ 100 $\mu$ V. En comparación con otras formas de onda, la onda alfa cambia más obviamente durante el sueño. Cuando el sujeto está relativamente despierto, la onda alfa se puede

detectar en grandes cantidades, pero cuando se perturba el sueño, la onda característica alfa apenas se puede encontrar en este período de sueño.

$\beta$ : la frecuencia es de 14 ~ 40Hz, y la amplitud es de 5 ~ 20 $\mu$ V. La frecuencia de la onda beta es más rápida, y generalmente es más evidente en los rangos frontal y central. Dado que las características de la onda  $\beta$  son las más obvias, aparecen principalmente en el estado de tensión emocional y excitación, por lo que la onda  $\beta$  a menudo se usa como una forma de onda significativa en el estado de excitación emocional. De acuerdo con las diferentes necesidades de aplicación clínica, la onda  $\beta$  puede subdividirse en onda  $\beta_1$  (14 ~ 19Hz) y onda  $\beta_2$  (19 ~ 40Hz).

$\theta$ : la frecuencia es de 4 ~ 8Hz, la amplitud es de 20 ~ 150 $\mu$ V. Las ondas theta generalmente están relacionadas con una gran cantidad de estados mentales: cuando se suprime el sistema nervioso central, o cuando los adultos están deprimidos o frustrados, las ondas theta son más obvias. Al mismo tiempo, las ondas theta son los componentes principales de las ondas cerebrales en el cuerpo humano durante el período juvenil, y cuando la función cerebral es anormal en el período de vigilia de los adultos, también se detectará una gran cantidad de ondas theta.

$\delta$ : el rango de frecuencia es de 0.5 ~ 4Hz, y la amplitud es de 20 ~ 150 $\mu$ V. El área de recolección frontal es más obvia, y se genera durante el sueño o la hipoxia. Los adultos normales no experimentan ondas delta cuando están despiertos, y se producen principalmente en la infancia, la fatiga o el letargo.

Complejo K: La onda compleja K es una de las ondas características en la etapa 2 del sueño poco profundo. La onda no tiene un estándar de frecuencia específico, pero se requiere que se componga de ondas negativas en una dirección conectada con ondas positivas en una dirección y tiempo duradero. Con alguna frecuencia su longitud es de 0,5s. Las ondas del complejo K pueden aparecer solas, pero por lo general se fusionan con ondas fusiformes del sueño.

Huso del sueño: también conocido como ritmo sigma, Es una onda senoidal, una onda característica de la etapa 2<sup>[9]</sup> El rango de frecuencia es 10~16Hz, La duración es de 0,5 segundos.

## 2.2 Extracción de características de EEG

Debido a la naturaleza de las señales EEG (no lineal, no estacionaria y estocástica), los métodos generales de análisis de las señales estacionarias no sean aplicables. Los métodos de análisis de las señales EEG pueden dividirse en análisis del dominio del tiempo, análisis del dominio de la frecuencia y análisis tiempo-frecuencia. La información fisiológica y patológica útil para el diagnóstico de enfermedades es el

propósito básico del procesamiento de la señal del EEG, que consiste en extraer de la señal del EEG la información fisiológica y patológica útil para el diagnóstico de enfermedades con una grave interferencia de ruido de fondo. Considerando lo anterior, en este trabajo se extrajeron del EEG las 8 características siguientes:

Las siguientes 5 bandas de potencia:

potencia en la banda de frecuencia	Intervalo de frecuencia
delta	0~4 Hz
theta	5~7 Hz
alpha	8~12Hz
sigma	13~15Hz
beta	16~30Hz

Y los siguientes 3 parámetros Hjorth:

Parámetro Hjorth
actividad
movilidad
complejidad

## 2.2.1 Parámetros de Hjorth

El parámetro Hjorth es un índice de características estadísticas para el procesamiento de señales en el dominio del tiempo propuesto por Bo Hjorth en 1970. Incluye tres parámetros: Actividad, Complejidad y Movilidad.

Para la señal  $s(t)$ , la actividad es la varianza de la señal, que describe las características de amplitud de la señal, expresada como<sup>[10]</sup>:

$$\mathbf{Activity}(s(t)) = \mathbf{var}(s(t)) \quad (2.1)$$

La movilidad es la varianza derivada de una señal dividida por la raíz cuadrada de la varianza de la señal, a saber:

$$\mathbf{Mobility}(s(t)) = \sqrt{\frac{\mathbf{var}\left(\frac{ds(t)}{dt}\right)}{\mathbf{var}(s(t))}} \quad (2.2)$$

La complejidad es la manifestación del cambio de frecuencia. Este parámetro compara la similitud entre una señal y una onda sinusoidal pura. Cuanto más cerca está la señal de una onda sinusoidal pura, más cerca está el valor de 1, que se define como:

$$\mathbf{Completeness}(s(t)) = \frac{\mathbf{Mobility}\left(\frac{ds(t)}{dt}\right)}{\mathbf{Mobility}(s(t))} \quad (2.3)$$

Esto se calcula de la siguiente manera:

Suponiendo que la señal de EEG del sueño obtenida es  $S = \{s(1), s(2), \dots, s(T)\}$ , la desviación estándar de la señal se puede obtener como:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T s(t) - \bar{S}}{T}} \quad (2.4)$$

Luego calcule la desviación estándar de la señal de diferencia de primer orden  $S'$

$$\sigma' = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{T-1} s'(t) - \bar{S}'}{T-1}} \quad (2.5)$$

Luego calcule la desviación estándar de la señal diferencial de segundo orden  $S''$

$$\sigma'' = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{T-2} s''(t) - \bar{S}''}{T-2}} \quad (2.6)$$

Entre ellos,  $\bar{S}, \bar{S}', \bar{S}''$  representan respectivamente el valor medio de la señal correspondiente.

Según las fórmulas (2.2) y (2.3), la movilidad y complejidad de la amplitud de la señal S del EEG del sueño se puede expresar como:

$$F_M = \frac{\sigma'}{\sigma} \quad (2.7)$$

$$F_X = \frac{\sigma''/\sigma'}{\sigma'/\sigma} \quad (2.8)$$

Las siguientes figuras muestran los hipnogramas que representan los cambios de fases de sueño para el sujeto 1 de la base de datos utilizada y la evolución de los valores de los tres parámetros Hjorth en el tiempo.

De acuerdo con la figura 2-1,2-2,2-3, los tres parámetros de Hjorth muestran una

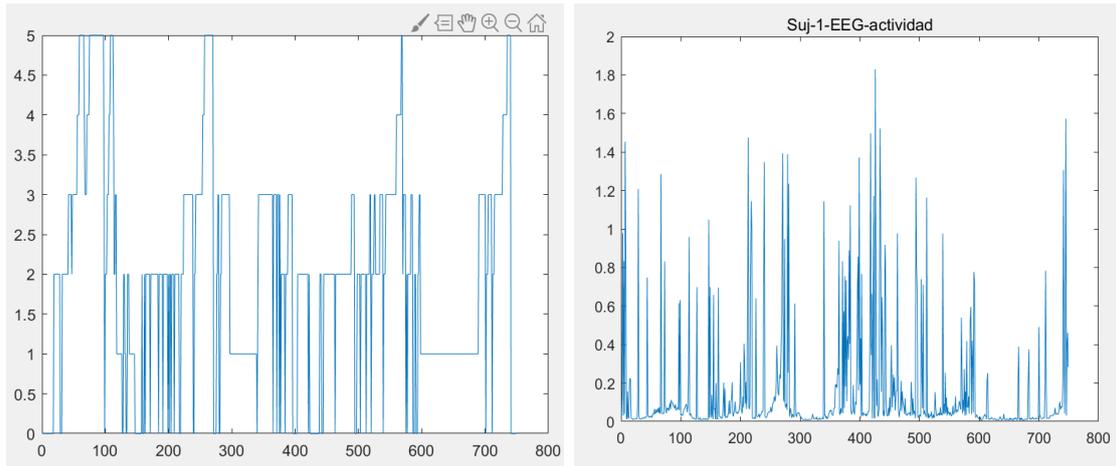


Figura2-1 Análisis de resultados de los parámetros de actividad

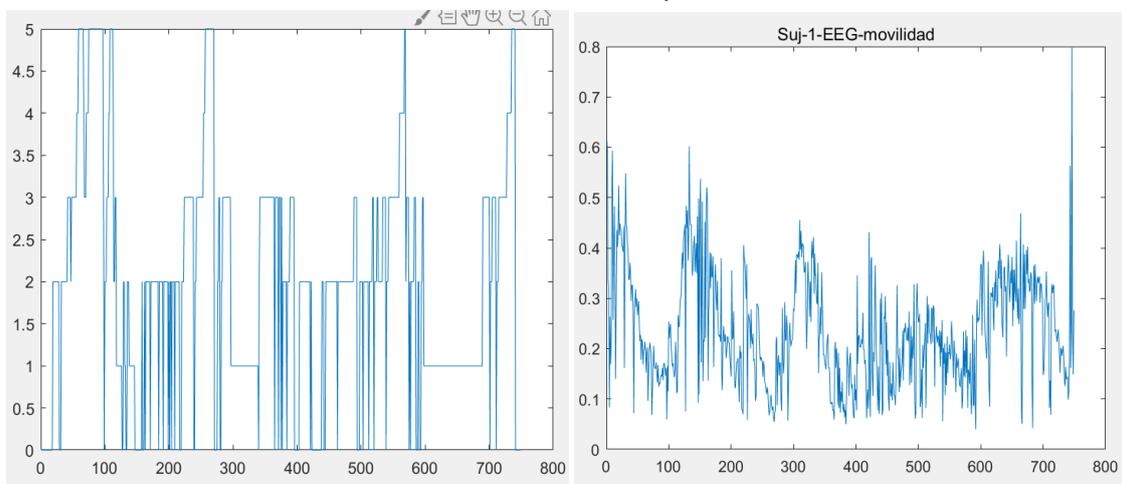


Figura2-2 Análisis de resultados de los parámetros de movilidad

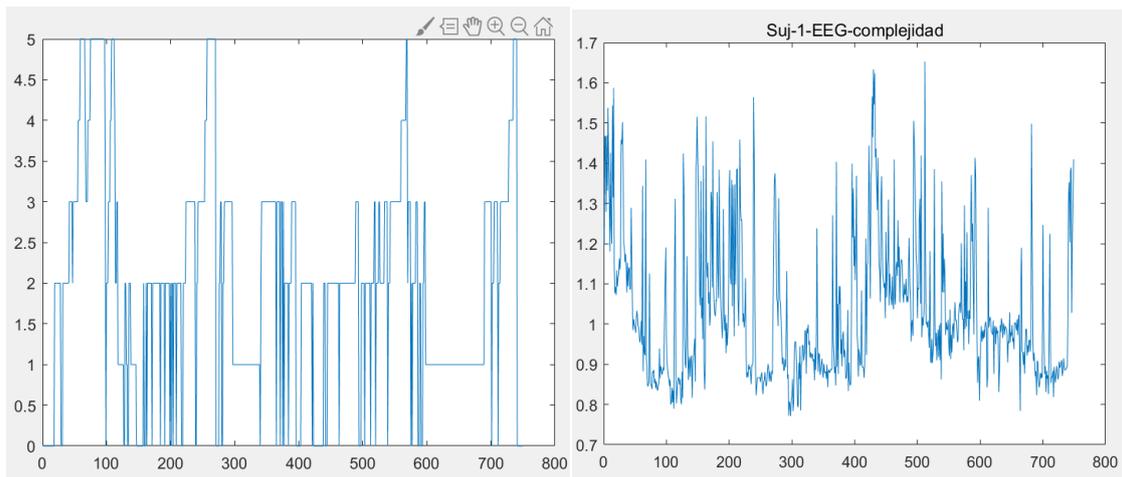


Figura2-3 Análisis de resultados de los parámetros de complejidad

buena sincronización con la alternancia de los períodos de sueño. Es decir, sus cambios siguen los cambios en las diferentes etapas del sueño. Por lo tanto, el parámetros Hjorth pueden ser utilizados como base para la clasificación automática.

## 2.2.2 Análisis en el dominio de la frecuencia

En las secciones anteriores hemos introducido diferentes ondas rítmicas de señales EEG, que son esencialmente señales de diferentes componentes de frecuencia. Por lo tanto, cuando observamos el EEG desde el dominio de la frecuencia, encontraremos que las diferentes características del EEG se distinguen claramente. Hay muchos métodos de análisis de señales EEG en el dominio de la frecuencia, que se pueden dividir en dos tipos: métodos de estimación no paramétrica y métodos de estimación paramétrica. Los métodos de estimación no paramétricos incluyen el método de autocorrelación y periodograma basados en la transformación de Fourier... Sin embargo, el principal problema del análisis del dominio de frecuencias es la pérdida de información del tiempo, es decir, es imposible conocer la relación entre el espectro de frecuencias de las señales EEG y el tiempo. Una breve introducción es la siguiente:

### 2.2.2.1 Método del coeficiente de autocorrelación

El método del coeficiente de autocorrelación es inventanar los valores estimados de los datos originales o la función de correlación de datos, y luego utilizar la transformada de Fourier para obtener la estimación del espectro de potencia de la señal<sup>[11]</sup>. El algoritmo asume que todos los datos no inventanados son cero, y la fórmula específica es la siguiente:

$$P_{BT}(\omega) = \sum_{m=-M}^M r(m)e^{-i\omega m}, |M| \leq N - 1 \quad (2.9)$$

### 2.2.2.2 Método directo basado en FFT

En este algoritmo, los datos de señal originales  $X(n)$  se transforman directamente usando la transformada de Fourier, y se obtiene la estimación de la densidad espectral de potencia. La transformada de Fourier de  $X(n)$  tiene la siguiente relación con su estimación del espectro de potencia  $S$ :

$$S(n) = \frac{1}{N} |x(n)|^2 \quad (2.10)$$

donde  $N$  es la longitud original de la señal. Disponible en puntos de frecuencia discretos:

$$S(k) = \frac{1}{N} |x(k)|^2 = \frac{1}{N} |DFT[x(n)]|^2, k = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.11)$$

Debido a que el período de  $DFT[x(n)]$  es  $N$ , la estimación del espectro de potencia obtenida también toma  $N$  como período, por lo que se llama método de periodograma. La estimación del espectro de potencia se obtiene directamente por la transformada de Fourier, por lo que también se llama método directo.

Cuando la longitud de la señal original es demasiado pequeña, la resolución del espectro de potencia se reducirá, y cuando se aumente la longitud de la señal original, la fluctuación de la línea espectral aumentará. En vista de estas limitaciones, se han hecho mejoras y se ha presentado el método Welch<sup>[12]</sup>.

### 2.2.2.3 Método Welch

El método Welch fue propuesto por Welch en 1967. Este método segmenta en primer lugar la señal original  $X(n)$  y permite cierta superposición entre las muestras de señal. Si la longitud de muestra de cada segmento es  $M$ , hay un solapamiento de  $M$  y  $K$ , y se divide en segmentos  $L$ , entonces  $L$  satisface:

$$L = \frac{N - M/K}{M/K} \quad (2.12)$$

Al multiplicar la señal  $x(n)$  de cada segmento y la función de ventana  $w(n)$ , el espectro de potencia de cada segmento se estima de la siguiente manera:

$$S_p^i(w) = \frac{1}{MU} \left| \sum_{n=0}^{M-1} x_N^i w(n) e^{-j\omega n} \right|^2 \quad (2.13)$$

Las figuras 2-4 a 2-8 muestran la potencia de las ondas delta, theta, alpha, sigma y beta para el sujeto 1, respectivamente. La figura 2-9 muestra el hipnograma del sujeto 1. La comparación muestra que la potencia de cada forma de onda exhibe diferentes características que se podrían corresponderse aproximadamente con las diferentes etapas del sueño. Por lo tanto, la potencia de la forma de onda característica puede utilizarse como característica para clasificar la etapa de sueño.

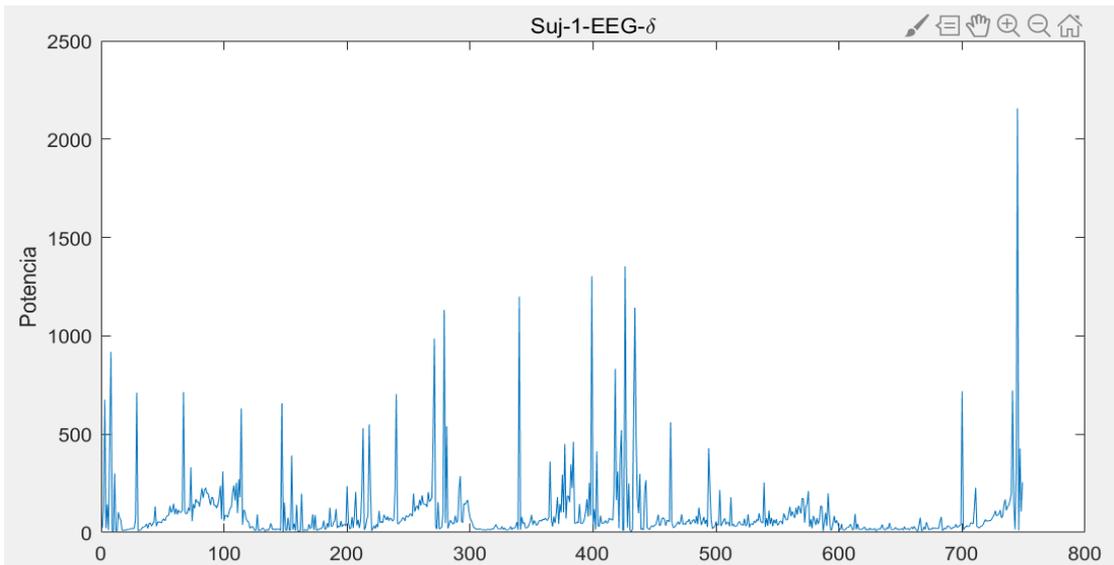


figura2-4

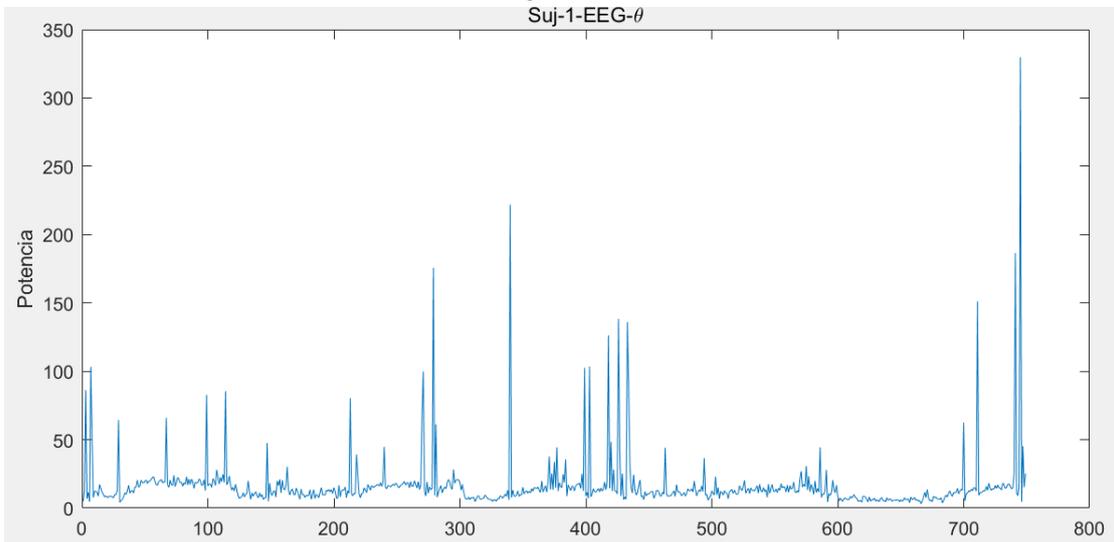


figura2-5

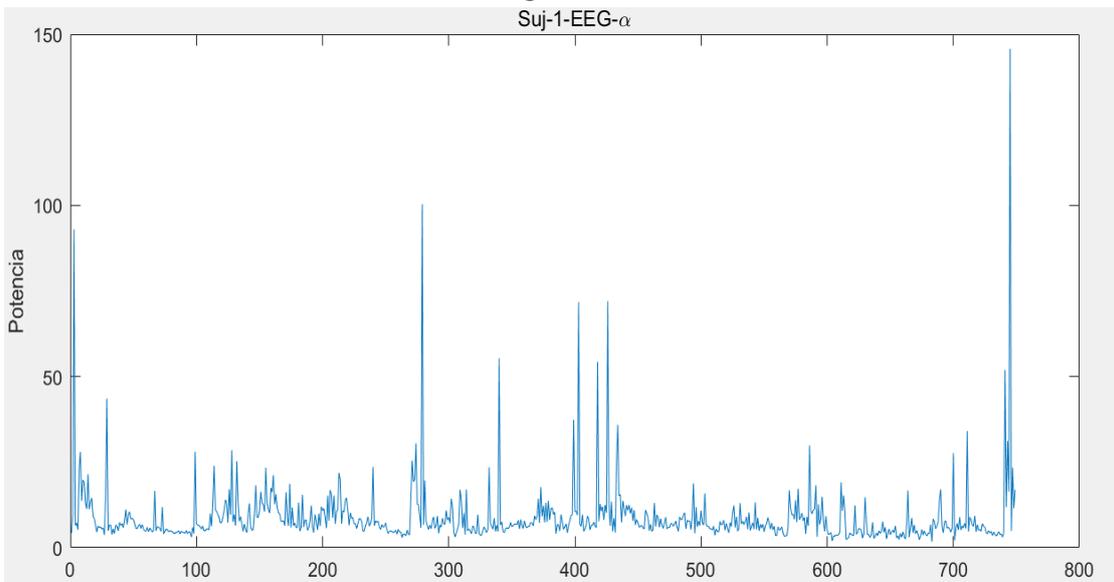


figura2-6

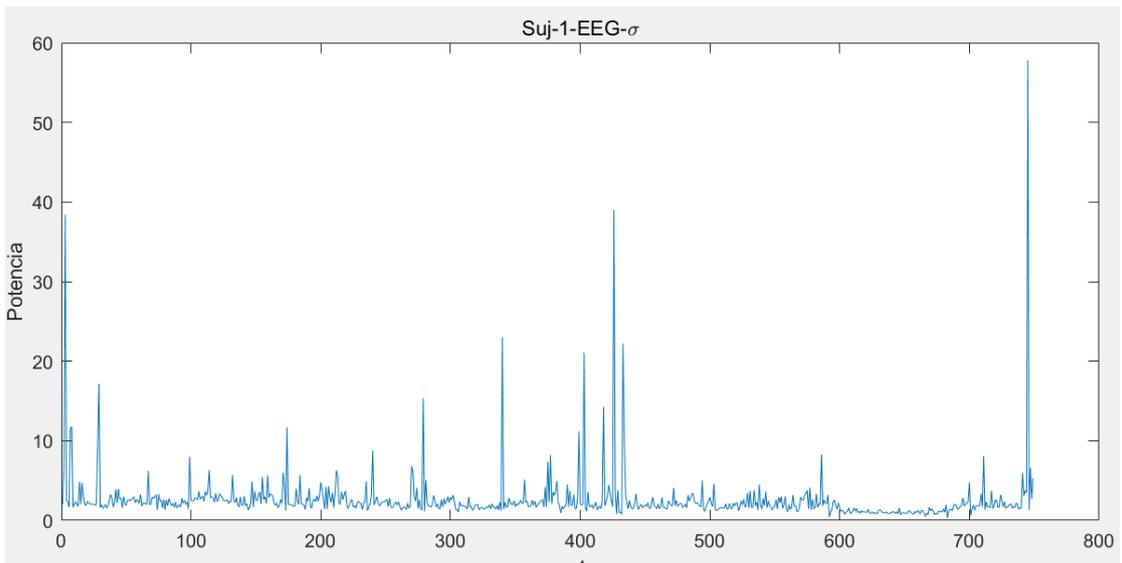


figura2-7

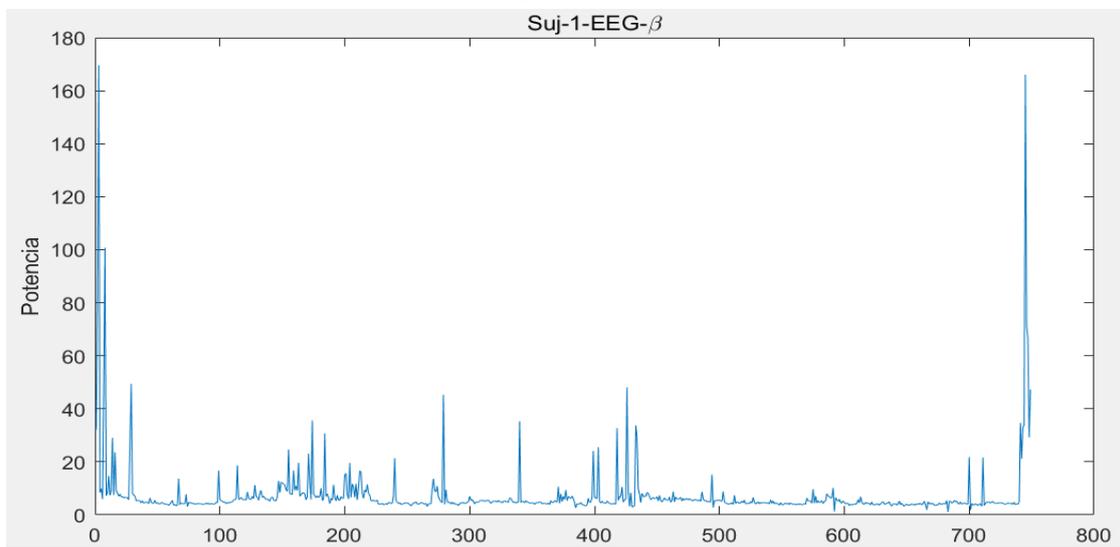


figura2-8

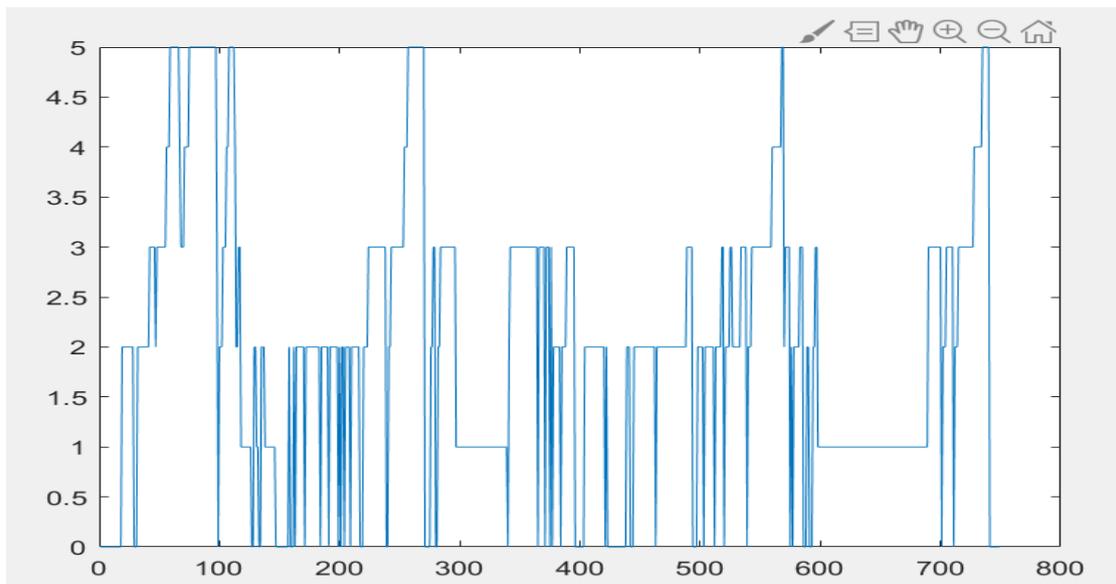


figura2-9

## **3. ECG**

Este capítulo describe los fundamentos de las señales ECG y luego se centra en la teoría de los algoritmos para la extracción de características de dichas señales, incluyendo los modelos de AR, las transformaciones de ondas y la teoría de fractales múltiples. También, se presentan gráficamente ejemplos de las características de la señal ECG extraídas a través de estos algoritmos a partir de los datos empleados en este trabajo. Estas características se aplicarán en proceso de clasificación en diferentes etapas del sueño en pacientes de apnea, cuyos resultados se presenta en el Capítulo 4.

Actualmente, la señal ECG es la señal fisiológica más utilizada para detectar el síndrome de apnea del sueño. Se ha demostrado que es posible diagnosticar la apnea del sueño basándose en las características de la forma de onda extraídas de la señal ECG. Debido a que la señal ECG está estrechamente relacionada con el evento respiratorio alterado por el sueño, la información característica de la forma de onda en la señal ECG puede usarse como una característica que indica el evento del trastorno del sueño. Este capítulo presenta principalmente la relación fisiológica entre el síndrome de apnea del sueño y la señal ECG, el mecanismo de formación de la señal ECG y las características de la señal ECG extraídas en esta investigación.

### **3.1 El mecanismo de formación y la importancia fisiológica de la señal de ECG**

Hay una cierta diferencia de potencial dentro y fuera de la membrana celular del miocardio, que se llama potencial transmembrana. En el estado de reposo, el potencial extramembrana de las células del miocardio es positivo, mientras que la membrana interna es negativa y está en un estado polarizado. El potencial de reposo se refiere a la diferencia de potencial entre el interior y el exterior de la membrana. Cuando el cardiomiocito se excita, producirá un cambio potencial que puede propagarse, llamado potencial de acción.

Los potenciales de acción de las células del miocardio en cada parte del corazón son diferentes. Se refleja principalmente en el curso de amplitud y tiempo, la cual es la base electrofisiológica de las diferencias en las características fisiológicas de cada parte del miocardio, que asegura la estimulación y conducción normales del corazón y la excitación coordinada y ordenada de las aurículas y ventrículos para completar la función de bombeo. Esta es la base del electrocardiograma.

El sistema de conducción cardíaca es un sistema de conducción compuesto por una

estructura especial de tejido de fibra miocárdica dentro de la pared del corazón, que se encarga de transmitir impulsos a todas las partes del corazón, de modo que los músculos auriculares y ventriculares produzcan una contracción rítmica. Incluye mayormente el nodo sinusal, el nodo auriculoventricular, el haz auriculoventricular, las ramas del haz auriculoventricular izquierda y derecha, el haz de His y muchas ramas pequeñas que no se dividen en músculo papilar ventricular y pared ventricular.

El electrocardiograma se refiere a la excitación ordenada del punto de estimulación, la aurícula y el ventrículo del corazón en cada ciclo cardíaco, que irá acompañada de cambios en la bioelectricidad del electrocardiograma. El electrocardiógrafo extrae una variedad de patrones de cambios potenciales de la superficie del cuerpo. El electrocardiograma es un indicador objetivo de la aparición, propagación y recuperación de la excitación cardíaca. Por lo tanto, hasta cierto punto, puede reflejar objetivamente las condiciones fisiológicas de varias partes del corazón, que es una de las bases importantes para diagnosticar enfermedades del sistema cardíaco y evaluar la función cardíaca.

Debido a la diferencia en el sistema de derivaciones de la colección de señales de ECG o la diferencia en la posición del electrodo en el cuerpo, habrá algunas diferencias en la forma de onda del ECG, pero el ECG normal tiene algunos componentes fijos, que generalmente incluyen una onda P y un QRS, una onda T, a veces hay una onda U con una amplitud menor después de la onda T. Cada pico y valle en el ECG tiene un significado específico. Para evaluar el evento respiratorio alterado por el sueño basado en la señal de ECG, es necesario detectar varias características de forma de onda en la señal ECG y luego extraer la información característica relacionada con la respiración durante el sueño.

El significado fisiológico de cada banda del ECG es el siguiente:

Onda P: refleja el proceso de despolarización de la aurícula. La amplitud de la onda P generalmente no excede los 0.25mV, y el límite de tiempo es menor a 0.11s, que está entre 0.06s y 0.1s.

Intervalo P-R: comprende desde el inicio de la onda P hasta el inicio de la onda QRS, reflejando el proceso de despolarización de las aurículas hasta el inicio de la despolarización de los ventrículos, el tiempo general está entre 0.12s y 0.20s.

Complejo QRS: refleja los posibles cambios durante la despolarización de los ventrículos izquierdo y derecho. Un complejo QRS típico consta de tres ondas estrechamente conectadas: onda Q, onda R y onda S. La primera onda descendente es la onda Q, luego una onda ascendente con mayor amplitud es la onda R, y finalmente hay una onda S descendente. Bajo diferentes sistemas de derivaciones, las tres ondas

pueden no aparecer siempre, y las amplitudes variarán. La duración general es entre 0.06s y 0.10s.

Punto J: El punto final de la onda QRS, el punto de inicio del segmento ST, que generalmente se encuentra en la línea equipotencial, pero cambiará con la elevación o depresión del segmento ST.

Segmento ST: segmento entre el punto final de la onda QRS y el punto de inicio de la onda T, que generalmente está al nivel de la línea de base. Refleja que los cardiomiocitos en todas las partes del ventrículo están en la fase de meseta del potencial de acción. Representa el proceso desde la despolarización ventricular hasta la repolarización.

Onda T: refleja el proceso de repolarización de los ventrículos izquierdo y derecho. En general, la rama anterior es más larga y la rama posterior es más corta, la duración es de aproximadamente 0.05s a 0.25s, y la dirección es generalmente consistente con la dirección de la onda QRS.

Onda U: una onda con una amplitud menor y un ancho mayor puede aparecer entre 0,02s y 0,04s después de la onda T, que generalmente es causada por la lenta repolarización del sistema de conducción interior.

Intervalo Q-T: se refiere al tiempo entre el inicio de la onda QRS y el final de la onda T. El significado fisiológico es el tiempo necesario para que los ventrículos se despolaricen hasta el final de la repolarización. Este periodo del tiempo está inversamente relacionado con la frecuencia cardíaca, cuanto más rápida es la frecuencia cardíaca, más corto es el intervalo Q-T y viceversa.

### 3.2 Extracción de características de ECG

En este trabajo, hemos extraído las siguientes 32 características de la señal ECG:

Característica	Número de valores
Coefficientes AR	4
Entropía de Shannon	16
Segundo cumulante de los exponentes de escalado	1
Rango de los exponentes de Hölder	1
Varianza de la wavelet	10

En este trabajo, se ha utilizado la transformada Wavelet para extraer características.

En la sección 3.2.2, se introducirá en detalle la teoría de la transformación wavelet y las características extraídas.

### 3.2.1 Modelo Autoregresivo

El Modelo Autoregresivo se utiliza como un proceso de regresión. Es decir, el modelo de regresión lineal de variables aleatorias en un momento posterior se describe mediante el uso de la combinación lineal de variables aleatorias en algún momento en la etapa inicial, lo cual es una forma común en series temporales. <sup>[13]</sup>

Una serie temporal  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ ,  $p$  orden autoregresivo modelo AR(p) denota que  $y_t$  es la combinación lineal de las primeras secuencias  $p$  y la función del término de error. El modelo matemático general es:

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + e_t$$

Donde  $\phi_0$  es un término constante y  $\phi_1, \dots, \phi_p$  es un parámetro modelo. Estimación del parámetro AR:

(1) Algoritmo de estimación del espectro de covarianza

$$\begin{bmatrix} c_{yy}(\mathbf{1}, \mathbf{1}) & \dots & c_{yy}(\mathbf{p}, \mathbf{1}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{yy}(\mathbf{p}, \mathbf{1}) & \dots & c_{yy}(\mathbf{p}, \mathbf{p}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi(1) \\ \phi(2) \\ \dots \\ \phi(p) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_{yy}(\mathbf{1}, \mathbf{0}) \\ c_{yy}(\mathbf{2}, \mathbf{0}) \\ \dots \\ c_{yy}(\mathbf{p}, \mathbf{0}) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

donde  $c_{yy}(\mathbf{j}, \mathbf{k})$ , es el espectro de covarianza

$$c_{yy}(\mathbf{j}, \mathbf{k}) = \frac{1}{n-p} \sum_{n=p}^{N-1} y(n-j)y(n-k), \mathbf{j}, \mathbf{k} = \mathbf{0}, \mathbf{1}, \dots, \mathbf{p} \quad (3.2)$$

$y(\mathbf{n})$  es una secuencia aleatoria,  $\mathbf{n}$  es la longitud de una secuencia aleatoria,  $\mathbf{p}$  es el orden del modelo AR, y  $\phi_p$  es el coeficiente en el que se almacena el modelo AR.

(2) Algoritmo de Yule-Walker

$$\begin{bmatrix} R_{yy}(\mathbf{0}) & \dots & R_{yy}(\mathbf{p}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{yy}(\mathbf{p}) & \dots & R_{yy}(\mathbf{0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \phi_1 \\ \dots \\ \phi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ \mathbf{0} \\ \dots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$y(\mathbf{n})$  es una secuencia aleatoria,  $\phi_p$  es un coeficiente de autocorrelación  $p$ -orden, y la función de autocorrelación de una señal aleatoria:

$$R_{yy}(\mathbf{k}) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-k} y(n)y(n-k), \mathbf{k} = \mathbf{0}, \mathbf{1}, \dots, \mathbf{p} \quad (3.4)$$

En este trabajo se han extraído los coeficientes del modelo AR de cuarto orden. La figura 3-1 muestra los valores de esta característica para el sujeto 1.

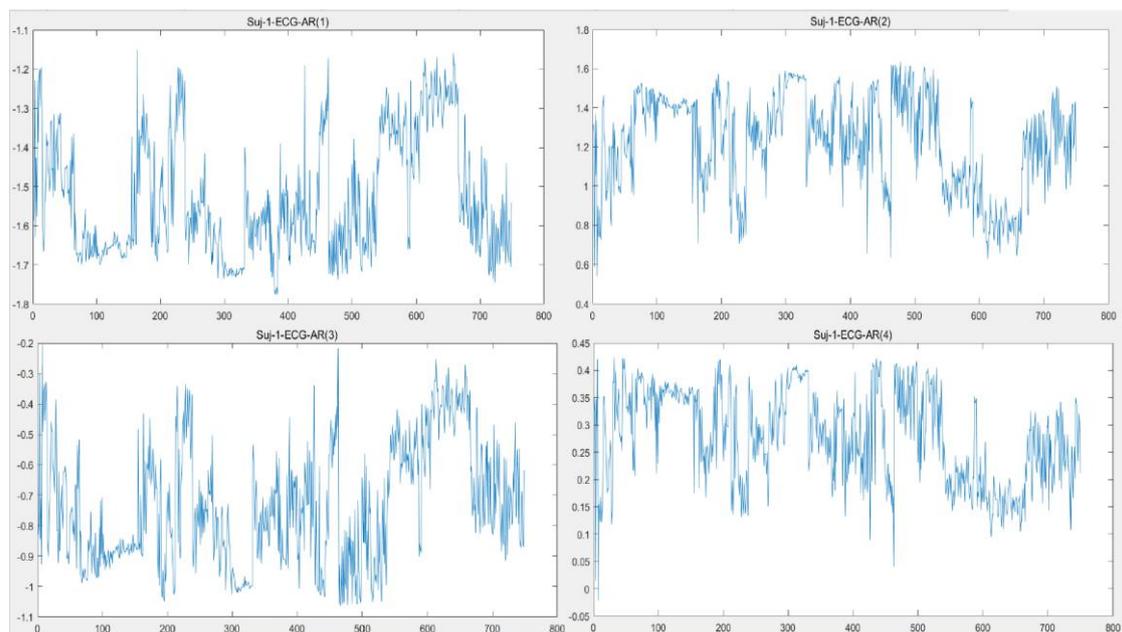


figura3-1

## 3.2.2 Transformada wavelet

La transformada wavelet tiene propiedades de resolución múltiple, teniendo en cuenta la resolución del dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia, es actualmente uno de los métodos de análisis de tiempo-frecuencia más utilizado.

### 3.2.2.1 Teoría de la transformada wavelet

Antes de introducir la transformada wavelet, introduzcamos brevemente la transformada de Fourier. La transformada de Fourier fue uno de los métodos de procesamiento de señales más comúnmente utilizados antes de que se propusiera la transformada wavelet, y la propuesta de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) promovió aún más la aplicación del análisis de Fourier.

La Transformada de Fourier (FT) se define de la siguiente manera. Si se da la señal  $f(t)$  y satisface:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt < \infty \quad (3.5)$$

Se puede transformar de la siguiente manera:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (3.6)$$

La transformada de Fourier se define como:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{-i\omega t} dt \quad (3.7)$$

La esencia de la transformada de Fourier es descomponer la señal original  $f(t)$  en la suma ponderada de ondas sinusoidales en varias bandas de frecuencia, lo que permite obtener características de la señal a través de coeficientes de ponderación. La transformada de Fourier tiene muchas aplicaciones en los campos del análisis de señales, procesamiento de señales de voz y procesamiento de imágenes, asigna señales continuas en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia y presenta las características generales del dominio de la frecuencia de la señal completa.

Para superar las deficiencias de la transformada de Fourier en resolución temporal, Dennis Gabor propuso la Transformada de Fourier de Corto Tiempo (STFT) o transformada de Fourier localizada en 1946. La mejora de la transformada de Fourier de corta duración es realizar la transformada de Fourier después de aplicar una ventana a la señal.

Después de agregar la función de ventana  $g(t)$  a la señal  $f(t)$  y realizar la transformada de Fourier, STFT se puede definir de la siguiente manera:

$$S_f(\omega, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot g^*(t - b)e^{-i\omega t} dt \quad (3.8)$$

La transformada de Fourier no puede realizar análisis local, mientras que la STFT supera esta deficiencia. Sin embargo, la transformación de Fourier de corta duración se utiliza más a menudo para señales suaves, porque después de que se determinan la función y la forma de la ventana, ya no se puede cambiar el tamaño de la ventana, sino sólo el tiempo de aparición de la misma. Por el contrario, El tamaño de la ventana de la transformada wavelet se puede ajustar de acuerdo con la frecuencia de la señal, y su zoom nítido puede satisfacer las necesidades del análisis de múltiples resoluciones, que es un nuevo tipo de método de procesamiento para la transformada rápida de Fourier y la transformada de Fourier de corta duración.

### 1) Continuous Wavelet Transform (CWT)

Suponiendo que  $L^2(R)$  es un espacio numérico real integrable al cuadrado,  $\psi(t) \in L^2(R)$ , y  $\Psi(\omega)$  es la transformada de Fourier de  $\psi(t)$ . Entonces, cuando  $\Psi(\omega)$  satisfaga las siguientes condiciones:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (3.9)$$

donde  $\Psi(\omega)$  la ondícula básica o la ondícula madre de la función ondícula, y la fórmula (3.5) es la condición permisible de la función ondícula. La función de base de ondículas o secuencia de ondículas<sup>[14]</sup> puede obtenerse mediante la función básica de ondículas a través de la traducción y expansión:

$$\psi_{a,b}(t) = a^{-\frac{1}{2}} \cdot \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a < 0, b \in \mathbf{R} \quad (3.10)$$

En la fórmula,  $a$  representa el factor de escala y  $b$  representa el factor de desplazamiento. Entonces, la definición de CWT es la siguiente: si la función  $f(t)$  es integrable al cuadrado, entonces CWT de la función  $f(t)$  se expresa como:

$$WT_f(a, b) = \langle f(t), \psi_{a,b}(t) \rangle = a^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (3.11)$$

El  $\overline{\psi^*(t)}$  en la fórmula representa la función conjugada compleja de  $\psi(t)$ . La condición de la transformación inversa de la transformada de ondícula continua es que el cuadrado de la ondícula sea integrable, entonces la transformada inversa se expresa como:

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^{+\infty} WT_x(a, b) \cdot a^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) db \quad (3.12)$$

donde  $C_\psi = \int_0^{+\infty} \frac{|\Psi(a\omega)|^2}{a} da < \infty$ .

CWT es una transformación lineal con propiedades de conservación de energía, superposición, producto interno y cambio de tiempo. De la definición anterior de CWT y FT, se puede ver que ambas son transformadas integrales. La diferencia es que la función de ventana en SFT es fija, y debido a que la base de ondas tiene dos parámetros, un factor de desplazamiento y un factor de escala<sup>[15][16]</sup> hace que el tamaño de la ventana de WT sea ajustable.

## 2) Discrete Wavelet Transform (DWT)

La CWT tiene un alto grado de redundancia. Esto se debe a que el factor de

desplazamiento y el factor de escala en la base de ondículas cambian continuamente. Por lo tanto, si el factor de desplazamiento y el factor de escala se discretizan, podría reducirse la redundancia. Esta transformación se denomina DWT.

Sea  $a = a_0^m$ ,  $b = nb_0 a_0^m$ ,  $a_0^m > 0$ ,  $b_0 \in R$ ,  $m, n \in Z$ , de modo que la descomposición y reconstrucción de wavelets en la señal discreta se pueda procesar digitalmente, luego la función de base de wavelets para:

$$\psi_{m,n}(t) = 2^{-m/2} \cdot \psi(2^{-m}t - nb_0) \quad m, n \in Z \quad (3.13)$$

Entonces, DWT puede definirse como:

$$w_f(m, n) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \psi_{m,n}^*(t) dt \quad (3.14)$$

La fórmula de reconstrucción es:

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} w_f(m, n) \psi_{m,n}(t) \quad (3-15)$$

Para facilitar el cálculo, el factor de escala es generalmente binario discretizado en DWT, y la transformada de ondícula correspondiente se denomina transformada de ondícula diádica, y la base de ondícula es la ondícula diádica.

Suponga que  $\Psi(\omega)$  es la transformada de Fourier de la función wavelet  $\psi(x)$ , y  $0 < A \leq B < \infty$ , donde A y B son constantes, satisfaciendo la siguiente fórmula:

$$A \leq \sum_{k \in Z} |\Psi(2^k \omega)|^2 \leq B \quad (3.16)$$

La condición de estabilidad de la ondícula diádica es como se muestra en la fórmula (3.16), que es la función ondícula diádica, que se define de la siguiente manera:

$$\psi_{2^{-j}, b} = 2^{j/2} \cdot \psi(2^j(x - b)) \quad (3.17)$$

Donde j puede ser cualquier número entero. La inversa de la transformada de ondícula diádica es la siguiente:

$$A \leq \sum_{j, n \in Z} a_{2, b_0}(j, n) \cdot \tilde{\psi}_{2^j, n2^j b_0}(t) \quad (3.18)$$

$\tilde{\psi}_{2^j, n2^j b_0}(t)$  en la fórmula es la función dual de  $\psi_{2^j, n2^j b_0}(t)$ .

### 3) Análisis de múltiples resoluciones

En la transformada de ondícula binaria, solo se usa el factor de escala para la discretización binaria, y el factor de desplazamiento no se discretiza. Para eliminar aún más la redundancia, se usa un método de análisis multiresolución<sup>[17]</sup>, es decir, se establece un sistema de función ortogonal.

El análisis de múltiples resoluciones significa que la señal  $f(t)$  se puede descomponer en cualquier resolución, lo que requiere la función de base de ondículas,  $\psi_{a,b}(t)$  y su función de base de escala complementaria  $\phi_{a,b}(t)$ . Suponiendo que una serie de subespacios cerrados en  $L^2(\mathbb{R})$  es  $\{V^j, j \in \mathbb{Z}\}$  y  $\phi(t) \in L^2(\mathbb{R})$ , si se cumplen las siguientes condiciones, entonces se llama  $\phi(t)$  es un análisis de resolución ortogonal en  $L^2(\mathbb{R})$ :

#### 4) Función de base wavelet

No hay una función de base wavelet de uso común, por lo que existen diferentes bases wavelets que pueden producir resultados diferentes en el análisis de señales. Algunas funciones de base wavelet de uso común son las siguientes:

##### a) Haar

La función de base wavelet más simple es la base wavelet Haar, que es un conjunto de funciones ortogonales definidas de la siguiente manera:

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 0.5 \\ -1, & 0.5 \leq x < 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (3.19)$$

##### b) Daubechies

El sistema de wavelets de Daubechies fue propuesto por el matemático Inrid Daubechies, para el caso en que la función base Haar es dB1. A excepción de dB1, no hay una expresión clara del sistema de wavelets para dBN.

##### c) Morlet

Es uno de los complejos más comúnmente utilizado; se define como:

$$\psi(x) = e^{-jcx} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}, C \geq 5 \quad (3.20)$$

##### d) Mexican hat

La base de wavelet mexicana se llama así porque la forma de onda es similar a la del sombrero de paja mexicano, que es el segundo orden recíproco de la función Gauss. La wavelet mexicana no tiene función de escala, por lo que no tiene ortogonalidad. Se define como:

$$\psi(x) = \frac{d^2}{dx^2} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (3.21)$$

### 3.2.2.2 Entropía Shannon

La entropía fue originalmente un concepto usado por Clausius en termodinámica. Es una función de la probabilidad del estado térmico de la materia. En matemáticas, la entropía representa la incertidumbre de un determinado estado o problema de investigación. En teoría de la información, la entropía se utiliza para medir la incertidumbre en el sistema. Para una variable aleatoria, antes del experimento aleatorio, sólo podemos saber su distribución de probabilidad, y sólo después del experimento podemos obtener el valor específico de la variable. En este momento, a través del experimento, eliminamos la incertidumbre y obtenemos la información. Y la cantidad de información que obtenemos de ella es igual a la entropía de la variable aleatoria. En este trabajo, la entropía se utiliza para extraer características de DWT.<sup>[18]</sup>

Shannon definió el concepto de cantidad de información y dio la fórmula de cálculo de la entropía de la información. La incertidumbre que ocurre para un evento está relacionada con la probabilidad de cada estado en el que el evento puede ocurrir. En términos generales, cuanto menor es la probabilidad de un evento, mayor es su incertidumbre, y se hace más difícil adivinar si va a suceder o no. Por el contrario, si la probabilidad de un evento es mayor, entonces la incertidumbre correspondiente será menor. Si la probabilidad de un evento es igual a 1, entonces es un evento inevitable y su incertidumbre no existe. Por lo tanto, la cantidad de información contenida para un evento en particular se puede representar como una función de probabilidad a priori.

Para un evento o variable, todos los estados posibles forman un conjunto, que llamamos el espacio de muestra. A continuación, cada opción corresponde a un elemento en el espacio de la muestra. Para un grupo de variables discretas, la medida de probabilidad es la probabilidad no negativa de que se produzca un evento para cada elemento opcional. Así que para todos los eventos posibles, la suma de sus probabilidades debe ser igual a 1. Suponiendo que esta variable sea discreta, su espacio de muestreo puede expresarse como:  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ , Para cualquiera de estos elementos, la probabilidad de su ocurrencia es  $P(x_i)$

$$P(x_i) = p_i, 0 \leq p_i \leq 1, \sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (3.21)$$

En la teoría de la información, el concepto de auto-información se define como la cantidad de información contenida en un mensaje enviado por una determinada fuente, es decir, la cantidad de incertidumbre reducida, que es expresada por  $I(x_i)$

$$I(x_i) = \log \frac{1}{P(x_i)} = -\log P(x_i) \quad (3.22)$$

$I(x_i)$  es la auto-información del evento  $x_i$ , indicando la cantidad de información contenida en el evento. Puesto que la auto-información es una variable aleatoria, si algo sucede con frecuencia o es bien conocido, entonces desde el punto de vista de la teoría de la información, el evento no tiene sentido. Para un evento, cuanto menor sea la probabilidad de que ocurra, más información puede darnos después de que ocurra. Para una variable aleatoria discreta, la cantidad media de información se obtiene calculando la expectativa matemática de todos sus posibles estados, que normalmente se llama entropía Shannon o entropía de información.

La entropía Shannon es una medida de información basada en un modelo estadístico y de probabilidad. Es decir, consideremos que una variable aleatoria discreta y su distribución de probabilidad sea:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_1 & x_{n-1} & x_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_{n-1} & p_n \end{bmatrix}$$

Su valor puede expresarse de la siguiente manera:

$$SE = - \sum_{i=1}^n p_i \log_c p_i \quad (3.23)$$

donde  $p_i$  es la función de densidad de probabilidad,  $0 \leq p_i \leq 1$ ,  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ . El número de base  $c$  determina la unidad de entropía. El número de base común 2, logaritmo natural  $e$  y 10 son diferentes unidades de entropía Shannon.

La entropía Shannon se extrae sobre la base de la transformada wavelet discreta. Los coeficientes de wavelet discretos proporcionan toda la información de la señal y la estimación intuitiva de la energía local a diferentes escalas, y la energía de la señal en cada escala se puede calcular. Los coeficientes de wavelet discretos con factor de escala  $j$  y factor de traducción  $k$  son:

$$C(j, k) = \sum_{n=1}^M f(n) \psi_{j,k}(n) \quad (3.24)$$

De acuerdo con la fórmula (3.26), la energía relativa relacionada con la escala  $j$  puede expresarse como:

$$E_j = \frac{\sum_{k=1}^{P_j} C(j, k)^2}{\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{P_j} C(j, k)^2} \quad (3.25)$$

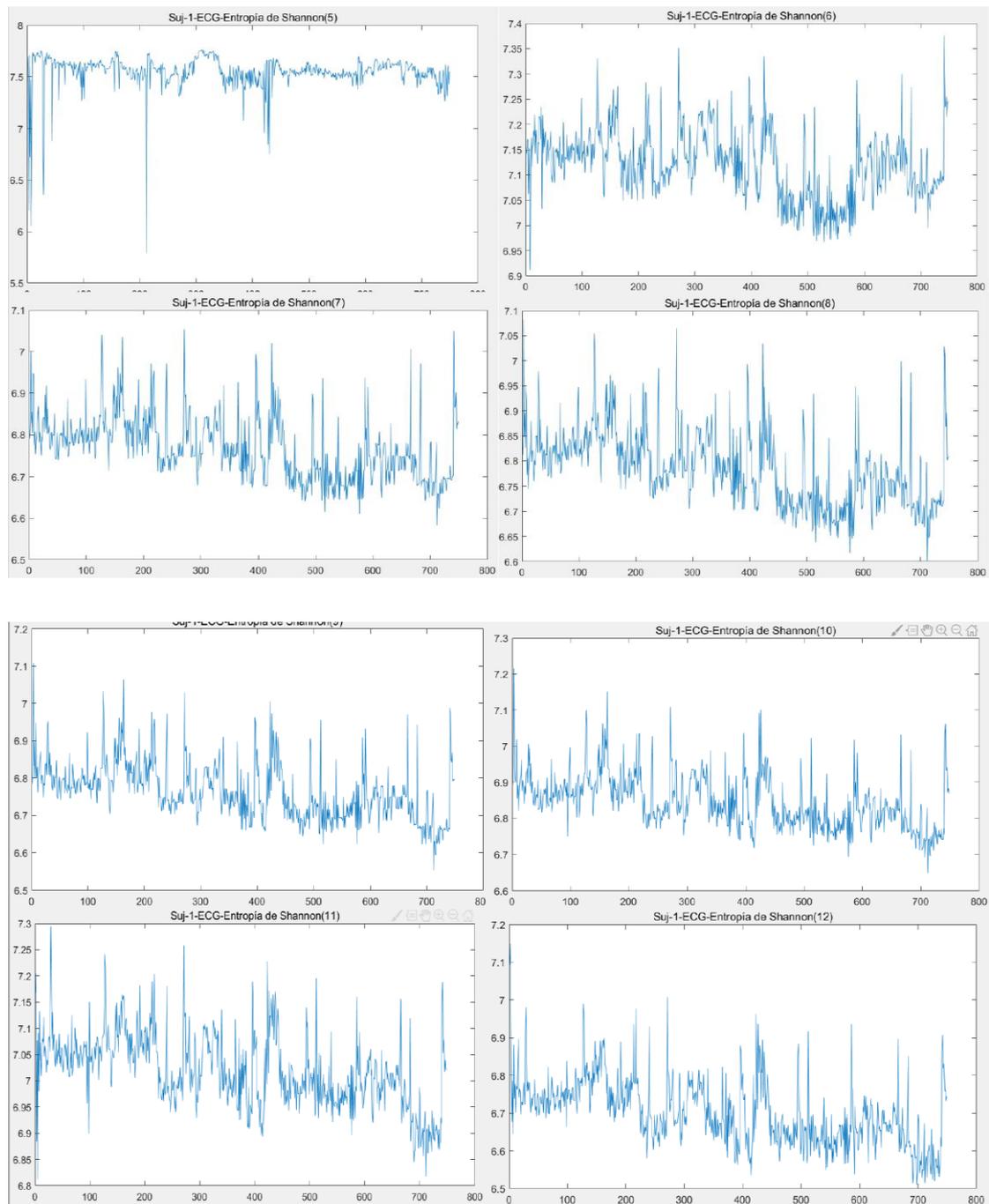
donde  $N$  es el número de capas de descomposición y  $P$  es la longitud de los

coeficientes de wavelet. De acuerdo con la fórmula anterior, la entropía wavelet multi-escala en la escala  $j$  se calcula:

$$SE = - \sum_{i=1}^n E_j \log E_j \quad (3.26)$$

En este trabajo se han extraído las características de entropías máximas de Shannon en el nivel 4.

La figura 3-2 muestra las 16 características de entropía Shannon para el sujeto 1.



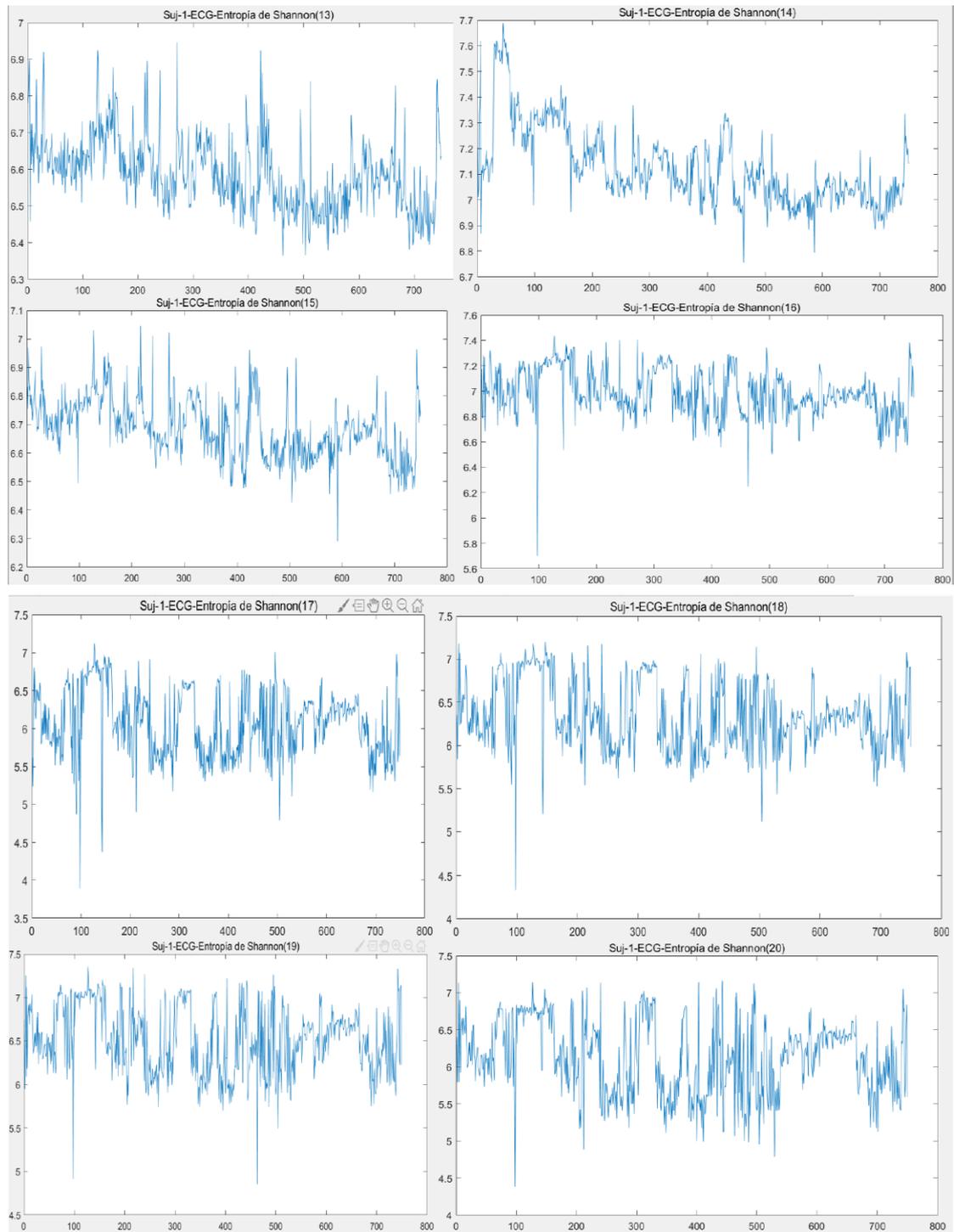


figura3-2 Entropía de Shannon

### 3.2.2.3 Variancia de las wavelets

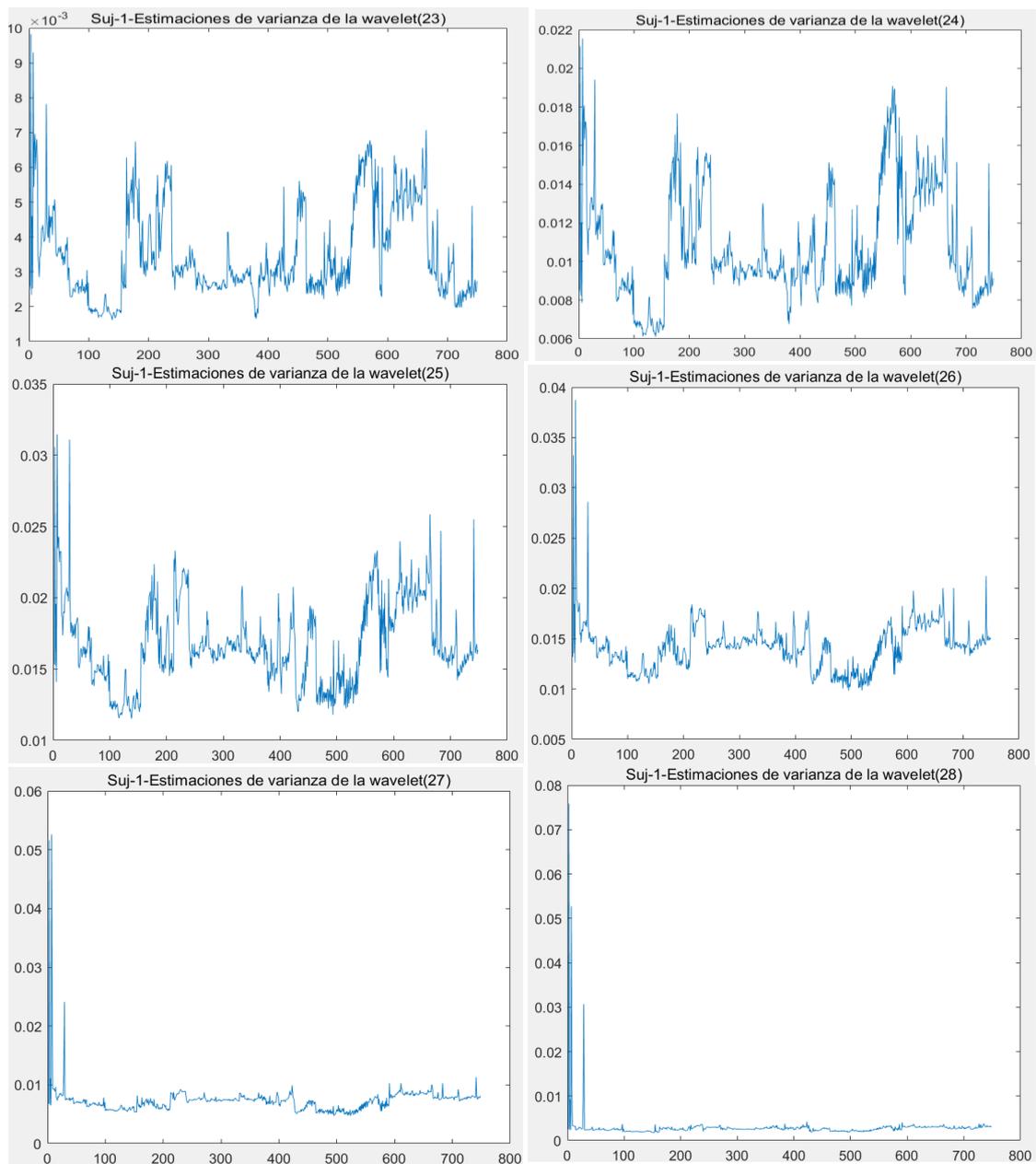
La variancia de la ondícula en la escala  $m$  se define como:

$$V_m^2 \equiv \text{Var}\{w_f(m, n)\} \quad (3.27)$$

Las estimaciones se pueden hacer utilizando lo siguiente:

$$\widetilde{V}_m^2 = \sigma_m^2 = \frac{1}{N} \sum_n |w_f(m, n)|^2 \quad (3.28)$$

Las siguientes gráficas representan la variancia de la ondícula (wavelet) extraídas a diferentes escalas para el sujeto 1.



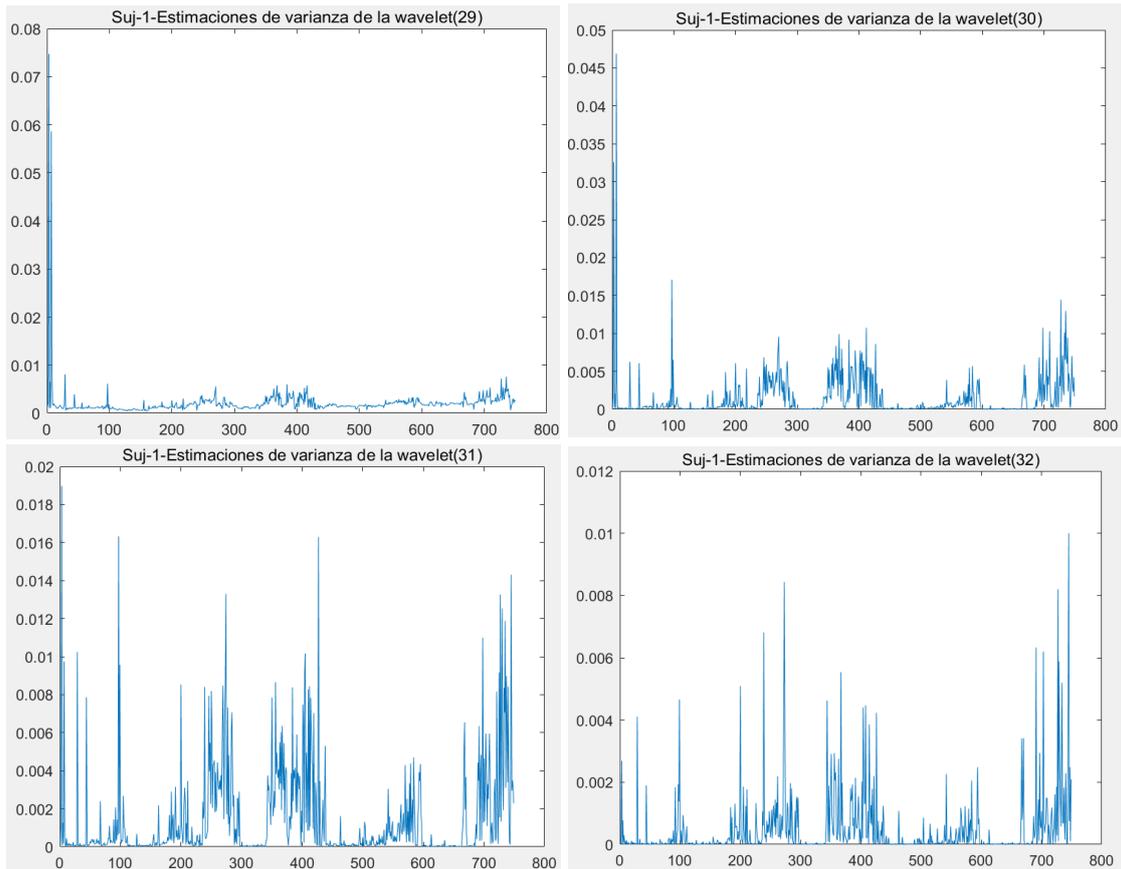


figura3-3 Estimaciones de varianza de la wavelet

Dado que la varianza y la entropía de las ondas son dos cantidades multiescala que pueden reflejar los cambios en la distribución de la energía de una señal, pueden utilizarse para la detección y la extracción de características.

En los siguientes apartados introducimos la teoría que sirve como base para la estimación de las dos últimas características extraídas de las señales ECG en este trabajo: segundo cumulante de los exponentes de escalado y el rango de los exponentes de Hölder.

### 3.2.3 Teoría multifractal

#### 3.2.3.1 La definición de multifractal

La teoría Monofractal tiene la característica de "invariancia de escala". Después de que la escala métrica cambia de  $r$  a  $K_r$ , las características de detalle de los objetos permanecen inalteradas, es decir, los objetos son similares a diferentes escalas, mientras que la teoría multifractal puede representar un fractal más complejo. En el

espacio  $d$ -dimensional de  $R^d$ ,  $S$  es un subconjunto  $d$ -dimensional de  $R^d$  y un soporte de la medida  $\mu$ .

En cierto sentido, el conjunto fractal producido por,  $(S, \mu)$  puede ser representado por la unión de varios subconjuntos fractales, y cada subconjunto fractal tiene una dimensión fractal diferente, entonces  $(S, \mu)$  se llama multifractal. Multifractal es un conjunto de distribución no uniforme compuesta de subconjuntos con diferentes comportamientos fractales. El espectro multifractal se utiliza para describir la distribución de las medidas fractales en el conjunto de soporte, lo que puede describir la singularidad local y la distribución estadística de señales.

### 3.2.3.2 Espectro multifractal

La serie temporal  $X(x_1, x_2, \dots, x_r)$  se divide en unidades  $N$  de escala  $\varepsilon$ , y la medida de la unidad  $i(1 \leq i \leq N)$  es  $P_i$ , y  $\sum_{i=1}^N P_i = 1, P_i \propto \varepsilon^{\alpha_i}, \alpha_i$  como exponente de escala de la unidad  $i$ .

Dada una función de partición:  $\chi_q(\varepsilon) = \sum_{i=1}^N P_i^q(\varepsilon) = \varepsilon^{\tau(q)}$ , se pueden calcular  $\varepsilon, q$  para obtener  $\chi_q(\varepsilon)$  para una duración determinada expresando  $\ln \chi_q(\varepsilon) \sim \ln \varepsilon$ . La pendiente es  $\tau(q)$ . Si  $q \sim \tau(q)$  es una relación lineal, entonces, la señal  $X$  es monofractal, y si  $q \sim \tau(q)$  es no lineal, entonces la señal  $X$  es multifractal.

Debido a que  $\alpha_i$  está relacionado con la singularidad de la medida  $P_i$ , también es un índice de singularidad.  $f(\alpha)$  denota la dimensión Hausdorff del subconjunto de la misma  $\alpha$ . La unidad con el mismo índice de singularidad  $\alpha$  se fusiona en un subconjunto. El número de unidades en el subconjunto estadístico  $N_\alpha(\varepsilon)$ , define la relación  $N_\alpha(\varepsilon)$  y  $\varepsilon$  como:  $N_\alpha(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-f(\alpha)}, \alpha \rightarrow 0, f(\alpha) = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N_\alpha(\varepsilon)}{\ln \varepsilon}$ .  $f(\alpha)$

puede reflejar la distribución estadística del índice de singularidad  $\alpha$ , que se llama espectro de singularidad. El multifractal se compone de subconjuntos fractales con diferentes índice, de singularidad  $\alpha$ .  $f(\alpha)$  describe las características y dimensiones fractales de estos subconjuntos. Si la señal  $X$  es monofractal, entonces el espectro multifractal  $\alpha \sim f(\alpha)$  es un punto  $(\alpha_0, f(\alpha_0))$ , si la señal  $X$  es multifractal, entonces el espectro multifractal  $\alpha \sim f(\alpha)$  es generalmente una imagen unimodal, y cuanto más pequeño es  $\alpha$ , más fuerte es la singularidad.

La transformación de Legendre puede transformarse en  $q \sim \tau(q)$  y  $\alpha \sim f(\alpha)$  y la relación entre ellos es la siguiente:

$$\begin{cases} \alpha(q) = \frac{d}{dq} \tau(q) \\ f(\alpha) = q\alpha - \tau(q) \end{cases} \quad (3.29)$$

### 3.2.3.3 Multifractal wavelet

Los métodos tradicionales para calcular el espectro multifractal incluyen el método de recuento de cajas, el método de la tabla de columna y así sucesivamente. La estimación del índice de singularidad de la señal puede ser inestable o converger lentamente según el método que se utilice para estimarlo. Se han propuesto métodos que combinan las wavelets y el análisis multifractal para el cálculo del espectro multifractal. Estos métodos tienen características de invariancia de escala fractal y análisis multi-escala wavelet por lo que ofrecen ventajas en el análisis de singularidad de la señal<sup>[19]</sup>. A continuación se resume este método:

Para la señal  $X(t)$ , existe una constante  $C$  y un polinomio  $P$  tal que  $|X(t) - P_{t_0}(t)| \leq C|t - t_0|^\alpha$ ,  $X \in C^\alpha(t)$ . El índice Hölder  $h$  se define como:

$$h(t) = \sup\{\alpha: X \in C^\alpha(t)\} \quad (3.30)$$

El índice  $h$  es similar al índice generalizado de intensidad de singularidad, que puede medir la singularidad local de la señal  $X(t)$ . Cuanto más pequeño es  $h$ , más fuerte es la singularidad local de la señal, y más intenso es el cambio de la señal. Por el contrario, cuanto más grande es  $h$ , más débil es la singularidad local de la señal, y más suave es la señal en local. Por lo tanto, la característica multifractal puede reflejar bien las características geométricas de la señal.

Hay un cierto rango de variación para la señal  $X$  y  $h$ , por lo que  $h$  no se utiliza directamente para describir las características de la señal, sino que se utiliza el espectro multifractal para analizar la distribución estadística global del valor del índice  $h$ . El espectro multifractal  $D(h)$  es similar a  $f(\alpha)$  y se define como:

$$D(h) = Dim_H\{t \in R: h(t) = t\} \quad (3.31)$$

El significado de  $Dim_H$  es la dimensión Hausdorff, y el espectro multifractal  $D(h)$  puede reflejar la distribución estadística del índice  $h$ , mostrando completamente la distribución de probabilidad de singularidad de la señal. Los "Leaders wavelets" se definen como:

$$L_f(j, k) = \sup_{\lambda' \in 3\lambda} |d_{\lambda'}| \quad 3\lambda_{j,k} = \lambda_{j,k-1} \cup \lambda_{j,k} \cup \lambda_{j,k+1} \quad (3.32)$$

$L_f(j, k)$  es el máximo de todos los coeficientes de wavelet  $w_f(j, k)$  en el rango  $(k - 1)2^j \leq 2^{j'} k' < (k + 2) 2^j$ , con escala  $2^{j'} \leq 2^j$ .

En condiciones regulares apropiadas, los Leaders wavelet reproducen con precisión el

índice  $h$  de  $X$ , considerando que en  $t_0$  hay una constante  $C > 0$ , cuando  $2^j \rightarrow 0$ ,  $h(t_0)$  es el límite superior de  $h$ , tal que  $L_f(j, k) \leq C \cdot 2^{jh}$ , y  $2^j k = t_0$ .  $S_L(q, j)$  denota que la función de estructura,  $\zeta_L(q)$  basado en Leaders wavelets es una función exponencial de escala, y  $q$  es el orden de calcular momentos multi-resolución. Es decir,

$$S_L(q, j) = \frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} |L_f(j, k)|^q \quad (3.33)$$

$$\zeta_L(q) = \liminf_{j \rightarrow 0} \left( \frac{\log_2 S_L(q, j)}{j} \right) \quad (3.34)$$

El espectro multifractal se puede calcular mediante la transformación de Legendre de la función exponencial de la escala  $\zeta_L(q)$ .

$$D(h) = \inf_{q \neq 0} (1 + qh - \zeta_L(q)) \quad (3.35)$$

La fórmula (3.33) se puede considerar como la estimación de la media de la muestra  $E(|L_f(j, k)|^q)$ , se puede obtener a partir de la extensión de la función generadora estándar:

$$\zeta_L(q) = \sum_{p=1}^{\infty} c_p \frac{q^p}{p!} \quad (3.36)$$

donde existe una relación entre el coeficiente  $c_p$  y el  $p$  - orden acumulado  $C_L(j, p)$  de  $L_f(j, k)$ :

$$\forall p \geq 1, C_L(j, p) = c_{0,p} + c_p \ln 2^j$$

En general, los dos primeros coeficientes  $c_1$  y  $c_2$  pueden calcularse aproximadamente como<sup>[20]</sup>:

$$\zeta_L(q) = c_1 q + \frac{c_2 q^2}{2} \quad (3.37)$$

$$D(h) = 1 + \frac{(h - c_1)^2}{2c_2} \quad (3.38)$$

La figura 3-5 muestra las características “Segundo cumulante de los exponentes de escalado” y “Rango de los exponentes de Hölder” extraídas de las señales ECG del sujeto 1.

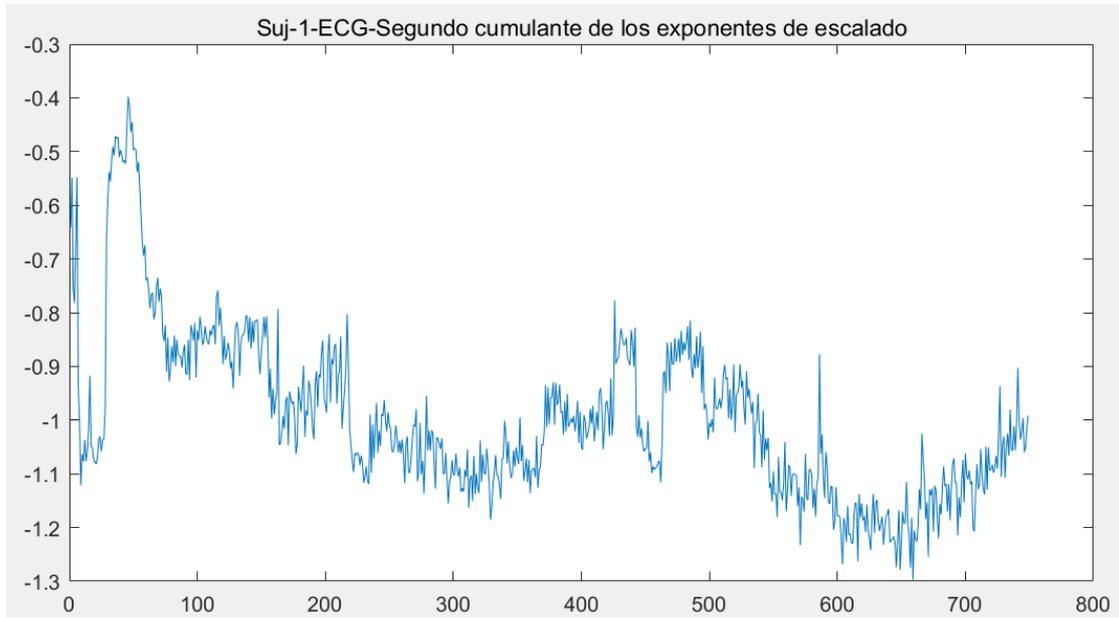


figura3-4 Segundo cumulante de los exponentes de escalado

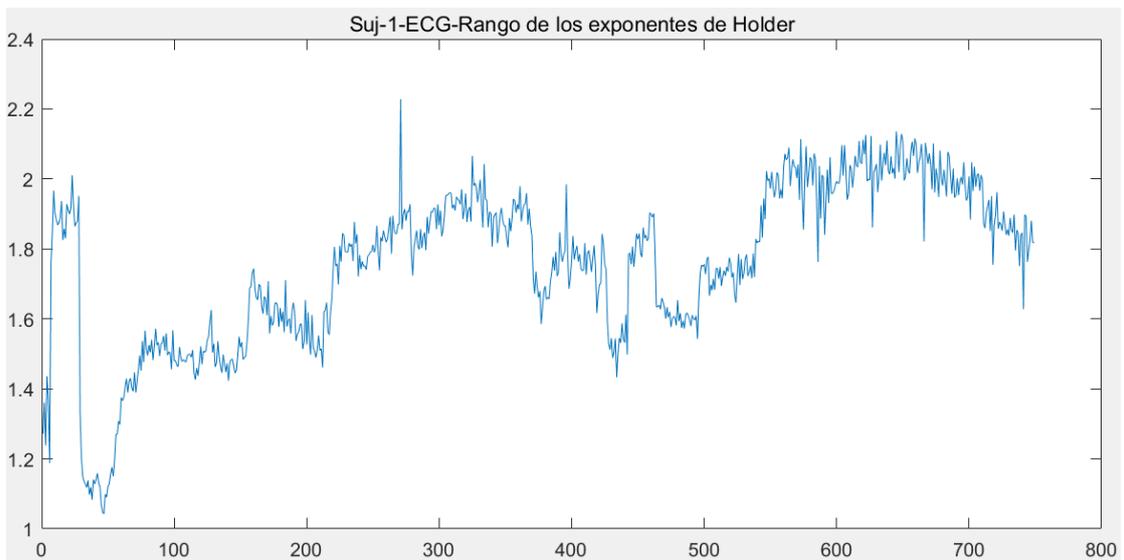
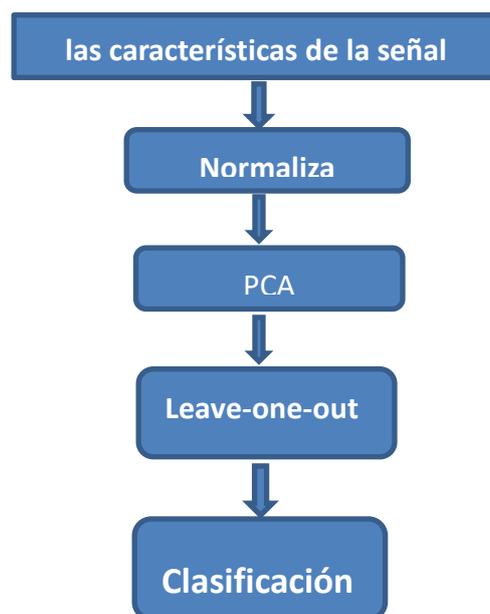


figura3-5 Rango de los exponentes de Hölder

## 4. Clasificación de la señal

El segundo capítulo y el tercer capítulo han presentado las características de la señal EEG y la señal ECG extraídas en este experimento respectivamente, y este capítulo presenta la clasificación realizada usando estas características. En la primera sección del presente capítulo se ofrece una introducción detallada a los conocimientos teóricos del análisis de componentes principales (PCA), y luego se introducen por separado varios clasificadores que se utilizan para obtener los resultados de la clasificación, y se promedian los resultados de la precisión obtenida sobre los resultados de 10 sujetos. Estos resultados se convirtieron en una tabla para analizar el efecto de las dimensiones de las características y el número de etiquetas en los resultados de la clasificación. Finalmente se compararon los resultados producidos por los diferentes clasificadores en los diferentes problemas de clasificación implementados en 2, 3, 4, y 6 clases.

El siguiente diagrama de flujo muestra los pasos experimentales específicos.



Primero normalizamos las características de la señal extraída, usando un método de normalización llamado "z-score". Luego, el método PCA se utiliza para la reducción de dimensión de las características. La teoría sobre el método de PCA se presentará en detalle en la Sección 4. 1.

A continuación, utilizamos el método "dejar-uno-fuera" (leave-one-out, LOO) para dividir el conjunto de datos en un conjunto de pruebas y un conjunto de entrenamiento. Los datos consisten en las características explicadas anteriormente

que se han estimado en ventanas de las señales EEG y ECG de duración 30 segundos sin solape entre ellas; estas ventanas se denominan épocas. El número de épocas es diferente para cada sujeto, dependiendo del tiempo que haya estado dormido. La siguiente tabla muestra el número de épocas para cada uno de los 10 sujetos considerados en esta investigación.

Sujeto	Número de épocas
1	749
2	882
3	813
4	925
5	907
6	901
7	864
8	811
9	774
10	789

El método de "dejar-uno-fuera" significa que sólo queda una muestra como conjunto de pruebas y las otras muestras se utilizan como conjunto de entrenamiento. En este trabajo, se han dejado fuera del conjunto de entrenamiento los datos (épocas) de un sujeto, que son los datos de prueba con los que se realiza la clasificación. Los resultados de la clasificación en términos de precisión (es decir, el cociente entre el número de épocas en que la clasificación fue acertada contra el número de épocas total del sujeto) nos indican la calidad del ajuste del modelo obtenido por el clasificador durante el entrenamiento a los datos de prueba. El método LOO previene el sobreajuste ("overfitting") en la clasificación.

Finalmente, los datos se clasifican. En las secciones 4.2 a 4.4 de este capítulo se presentan los diferentes clasificadores y se comparan los resultados que producen, respectivamente.

Para la comparación de los resultados de clasificación, primero compararemos los resultados de clasificación producidos para diferente número de dimensiones de características, luego analizaremos el impacto en los resultados de acuerdo con el número de etiquetas de clasificación, y finalmente compararemos el rendimiento de los diferentes clasificadores. Las reglas para el etiquetado de categorías en los distintos experimentos de clasificación son las siguientes:

Tipo de clasificación	Etapas del sueño
0	0,1,2,3,4,5 Seis clases
1	0,1-2-3-4-5 Dos clases
2	0,1,2-3-4-5 Tres clases
3	0,1,2-3,4-5 Cuatro clases

El significado representado por las etapas del sueño 0, 1, 2, 3, 4, 5 se ha presentado en el Capítulo 1.

## 4.1 Reducción de dimensión

Los datos considerados en este trabajo tienen una dimensión de 40, es decir, 8 características EEG más 32 características ECG. Esta dimensión de los datos puede ser considerada alta. El proceso de datos de alta dimensión puede conllevar problemas de sobreajuste del modelo en el caso que haya pocos registros de datos, además de problemas de ruido en los datos. Además, hay que notar que las señales fisiológicas EEG y ECG son débiles y pueden estar contaminados con ruido muscular o instrumental como se explicó en capítulos anteriores. Por tanto, se precisa reducir la dimensionalidad de los datos para evitar problemas de sobreajuste y aislar el ruido de los datos.

Los métodos de reducción de dimensionalidad se dividen principalmente en métodos lineales y métodos no lineales. Los métodos de reducción de la dimensionalidad lineal incluyen el análisis de componentes principales (PCA), el análisis lineal de decisiones, (LDA), el análisis de componentes independientes, (ICA) y así sucesivamente. Los métodos de reducción de la dimensionalidad no lineal incluyen por ejemplo la incrustación lineal local (LLE) y el mapeo isométrico (ISOMAP). En este trabajo hemos aplicado el PCA como método de reducción de dimensión.

### 4.1.1 Análisis de Componentes Principales (PCA)

Como técnica estadística multivariada, PCA es una transformación lineal ortogonal multidimensional basada en características estadísticas, que se utiliza comúnmente para extraer características de las señales y reducir la dimensión de los datos<sup>[21]</sup>. Fue propuesto por primera vez por Pearson en 1901, y posteriormente fue desarrollado por Hotelling y J.E.Jackson<sup>[22]</sup>. Más tarde, el método fue descrito nuevamente el algoritmo de análisis de componentes principales en forma de teoría de probabilidad, por lo que el método se ha desarrollado aún más.

El PCA se ha convertido en una herramienta importante en reconocimiento de

patrones dado que cómo realizar una extracción de características efectiva en el sistema a analizar es el paso central del reconocimiento de patrones<sup>[23]</sup>. El PCA transforma los problemas multivariados en el espacio de alta dimensión en espacios de baja dimensión formando nuevas variables (denominadas componentes) como combinación lineal de las variables originales. Esta sección presenta principalmente la teoría básica y el proceso de implementación del algoritmo PCA.

### 4.1.1.1 El significado geométrico del análisis de componentes principales

Desde un punto de vista geométrico, el PCA es una rotación de coordenadas del eje de coordenadas original para obtener ejes mutuamente ortogonales de tal manera que los ejes del PCA son la dirección en la que todos los puntos de la muestra de datos están más dispersos. Para facilitar la visualización analítica y discutir el significado geométrico del PCA presentaremos un ejemplo bidimensional.

Supongamos un plano bidimensional, hay  $n$  muestras y se observan dos variables  $x_1$  y  $x_2$  para cada muestra. El diagrama de dispersión de estos  $n$  puntos de muestra es como una banda, como se muestra en la Figura 4.1. De la figura se puede ver que los  $n$  puntos de muestra tienen una gran dispersión a lo largo de la dirección del eje  $x_1$  y la dirección del eje  $x_2$ . Según la teoría matemática, la varianza de la variable puede medir el grado de dispersión. Obviamente, usar solo una variable,  $x_1$  o  $x_2$ , en lugar de los datos originales para el análisis hará que pierda la mayor parte de la información contenida en los datos originales.

Si giramos el sistema de coordenadas de la figura 4.1 en sentido contrario a las agujas del reloj en un nuevo sistema de coordenadas, como se muestra en la figura 4.2, según la transformación de rotación de coordenadas La fórmula es:

$$\begin{cases} y_1 = x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta \\ y_2 = -x_1 \sin \theta + x_2 \cos \theta \end{cases} \quad (4.1)$$

$y_1, y_2$  son variables recién obtenidas que son combinaciones lineales de las observaciones originales  $x_1$  y  $x_2$ , expresadas en forma de matriz como:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = U'x \quad (4.2)$$

donde,  $U' = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ ,  $U'$  es una matriz de rotación o matriz de transformación, que es una matriz ortogonal.

Observando la figura 4.2, podemos ver que la dispersión de los  $n$  puntos de muestra a lo largo del eje  $y_1$  es mayor, es decir, la varianza de  $y_1$  es la mayor, y los datos en bruto de la mayor parte de la información se concentra en el eje  $y_1$ , mientras que la varianza del eje  $y_2$  es relativamente pequeña. De la fórmula rotacional anterior,  $y_1$  y  $y_2$  son variables compuestas, que son combinaciones lineales de las sumas de las variables originales. Usar sólo  $y_1$  para analizar el problema simplifica la estructura del sistema y captura el principal conflicto del problema.

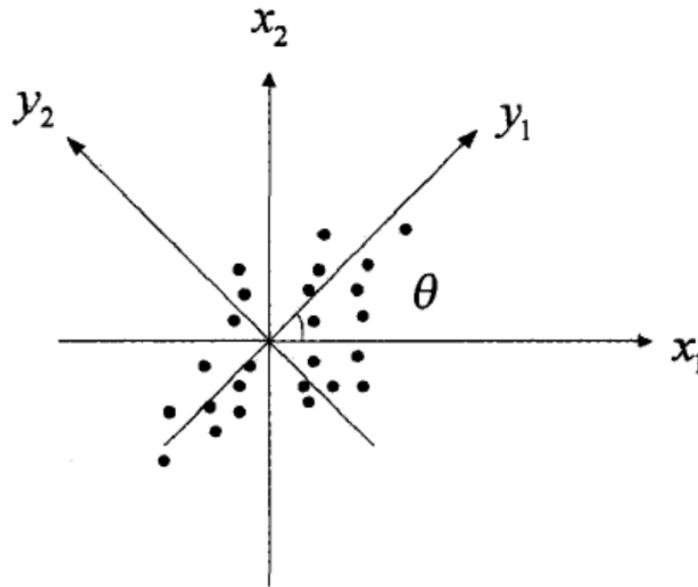


Figure4.1 dispersar parcelas de muestra

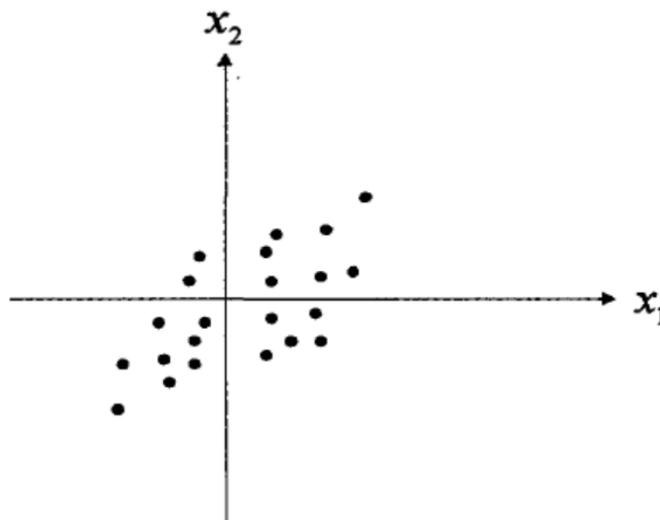


Figure 4.2 Significado geométrico del análisis de componentes principales

### 4.1.1.2 La idea básica del análisis de componentes principales

El PCA es el método más utilizado para extracción de características, ha sido objeto de mucha atención e investigación. Simplifica enormemente la dificultad y complejidad del procesamiento del problema al procesar los datos en bruto, lo que puede mejorar la relación señal a ruido de los datos.

Desde el punto de vista de estadística de probabilidad, la forma típica es expresar la varianza de  $F_1$  (el primer componente, es decir, la primera combinación lineal seleccionada). Cuanto mayor sea  $\text{Var}(F_1)$ , más información contiene  $F_1$ . Por lo tanto, el  $F_1$  seleccionado debe tener la mayor varianza y se denomina el primer componente principal. Si el primer componente principal seleccionado no puede utilizarse para representar los indicadores p originales para el análisis, entonces se considera la posibilidad de seleccionar una segunda combinación lineal  $F_2$ . En  $F_2$ , se debe eliminar la información existente de  $F_1$ , lo que reduce efectivamente la redundancia de datos. La información, expresada en lenguaje matemático, necesita satisfacer  $\text{Cov}(F_1, F_2) = 0$ , lo que se llama el segundo componente principal. Con este enfoque, es posible construir un tercer, cuarto, ..., pth componente principal. Estos componentes principales obtenidos no sólo no están correlacionados entre sí, sino que su varianza disminuye en orden.

Debido a que los datos obtenidos generalmente contienen dos componentes: ruido y redundancia el principio de optimización debe seguir los siguientes dos puntos:

- 1) Dado que los elementos fuera de la diagonal de la matriz de covarianza representan correlaciones entre variables, es decir, redundancia entre variables, los elementos fuera de la diagonal de la matriz de covarianza deben ser lo más pequeños posible.
- 2) Dado que los elementos en la diagonal principal de la matriz de covarianza representan la varianza de las variables, es decir, representan la señal y maximizar la señal también es reducir el ruido, los elementos de la diagonal principal de la matriz de covarianza deben ser lo más grandes posible.

Basándose en estos dos criterios de optimización, la matriz de objetivos debe transformarse en una matriz diagonal. El proceso se describe a continuación:

Consideramos un conjunto de datos  $X = x\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in R^m$  con  $n$  muestras, donde la muestra  $x_i (i = 1, 2, 3 \dots, n)$  es un vector columna  $m$ -dimensional. Para encontrar un conjunto de matrices  $P$  (que consiste en bases ortogonales), con  $Y = P X$ , siendo  $Y$  el índice integral después de la transformación. Se construye la siguiente matriz objetivo:



$$F_i = w_{1i}x_1 + w_{2i}x_2 + \dots + w_{pi}x_p, i = 1, 2, \dots, p \quad (4.7)$$

$x_i$  es un vector de  $n$  dimensiones, y también  $F_i$  se obtiene como un vector de  $n$  dimensiones. Los coeficientes del modelo anterior,  $w_{ij}$ , están sujetos a las tres condiciones siguientes:

- 1)  $F_i$  no está correlacionado con  $F_j$  ( $i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, p$ )
- 2) La varianza de  $F_1$  es mayor que la de  $F_2$  es mayor que la de  $F_3$ , y así sucesivamente.
- 3)  $w_{k1}^2 + w_{k2}^2 + \dots + w_{kp}^2 = 1, k = 1, 2, \dots, p.$

Cuando se cumplen las tres condiciones anteriores, las nuevas variables aleatorias obtenidas por la transformación no están relacionadas entre sí, y la varianza disminuye en secuencia.

En resumen, obtenemos la matriz de transformación  $W$  de orden  $p \times p$ :

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & \dots & w_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{p1} & \dots & w_{pp} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

siendo,

$$F = [F_1, F_2, \dots, F_p] = W^T X \quad (4.9)$$

Los datos entre las dimensiones que satisfacen el nuevo sistema de coordenadas bajo el nuevo sistema de coordenadas obtenido están mínimamente correlacionados, en otras palabras, esta transformación es un proceso de correlación, es decir, las nuevas variables obtenidas no están correlacionadas entre sí. Según el análisis del modelo matemático anterior, el problema que debe resolver la PCA es: de acuerdo con los datos originales y las tres condiciones que debe cumplir el modelo, encuentre los coeficientes de los componentes principales. Existe una extensa bibliografía sobre los métodos de solución para el PCA <sup>[24]</sup>.

#### 4.1.1.4 Tasa de contribución del componente principal

La tasa de contribución del componente principal y la tasa de contribución acumulativa miden cuánta información extrae la  $F$  transformada de los datos originales  $X$ .

- 1) Tasa de contribución: la proporción del valor propio correspondiente al componente principal  $i$ -ésimo en la suma de todos los valores propios de la matriz de covarianza. Cuanto mayor sea la relación, mayor será la capacidad del

componente principal  $i$ -ésimo para integrar la información del índice original. El valor característico correspondiente al componente principal  $i$ -ésimo es  $\lambda_i$ . La fórmula de cálculo es:

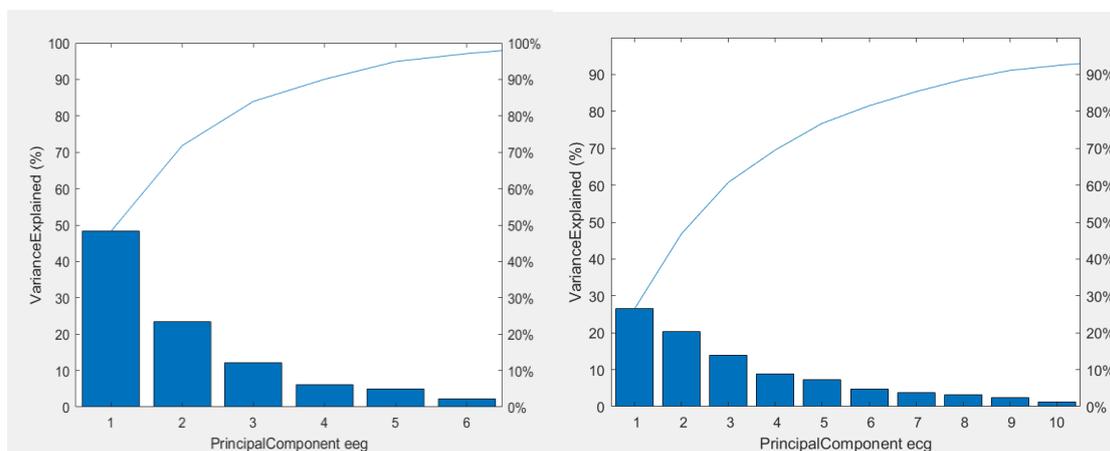
$$\alpha_i = \lambda_i / \sum_{i=1}^p \lambda_i \quad (4.10)$$

- 2) Tasa de contribución acumulativa: la proporción de la suma de los valores propios del componente principal anterior en la suma de todos los valores propios. Cuanto mayor sea la relación, más integralmente el componente principal anterior puede representar la información que tienen los datos originales. La fórmula de cálculo es:

$$M_k = \sum_{i=1}^k \lambda_i / \sum_{i=1}^p \lambda_i \quad (4.11)$$

En la solución de problemas prácticos, los número de componentes principales  $d$  ( $d < p$ ) generalmente se seleccionan para hacer que su tasa de contribución de varianza acumulativa cumpla con ciertos requisitos (generalmente más del 80%), y las nuevas variables  $d$  se seleccionan para reemplazar las variables  $p$  originales, obteniendo una reducción de la dimensión de los datos.

Después de extraer las características de la señal EEG y ECG, se realizó el procesamiento del PCA para obtener el histograma de contribución del PCA. La siguiente figura muestra el resultado acumulativo de varianza explicada según el número de componentes para las señales EEG y ECG del sujeto 1, respectivamente.



## 4.2 KNN

### 4.2.1 Principio del algoritmo KNN

El algoritmo KNN es un algoritmo de clasificación. La idea central de este algoritmo es evaluar las muestras cerca de las muestras clasificadas en un espacio de características

y estimar la muestra con el mayor número de muestras más cercanas a las muestras a clasificar para estimar la clase a la que pertenecen [25].

Este método se basa únicamente en una o varias muestras más cercanas como base para determinar la categoría de los datos, que estaría relacionada con un número muy pequeño de muestras adyacentes. En KNN, la distancia entre diferentes muestras se utiliza como indicador para medir el grado de similitud entre dos muestras. La distancia utilizada, generalmente, es la distancia Euclidiana:

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{k=1}^n |x_k - y_k|^2} \quad (4.2.1)$$

Como se ha comentado, la clasificación del método KNN se basa principalmente en muestras cercanas, en lugar de depender del dominio de clase discriminante para su clasificación. El KNN es más sensible a la alta dimensionalidad de los datos, por lo que en principio, sus resultados tendrían que ser mejores para las señales EEG (dimensión 8) que para las señales ECG (dimensión 32).

## 4.2.2 Análisis de los resultados experimentales

Los resultados presentados en esta sección corresponden al valor medio de la precisión en la clasificación de los datos de cada uno de los 10 sujetos, obtenidos mediante el clasificador KNN.

Las siguientes figuras (Table 1 y Table 2) muestran los resultados de la clasificación del clasificador KNN. Los datos corresponden al promedio de la tasa correcta de clasificación (precisión de la clasificación) de los 10 sujetos. Como se puede ver en la figura, para los dos problemas de clasificación (EEG y ECG), el clasificador KNN puede obtener un resultado relativamente bueno. Solo cuando la dimensión de la señal EEG se reduce a 1, la tasa media correcta es inferior al 70 %. Sin embargo, cuando se clasifica en tres categorías la tasa correcta disminuye obviamente. Cuando el número de categorías llega a 6, KNN sólo puede obtener cerca del 30% de precisión.

Además, de acuerdo con la tabla, podemos ver que no importa cuántas categorías sean, el cambio de la dimensión también tiene un impacto importante en los resultados.

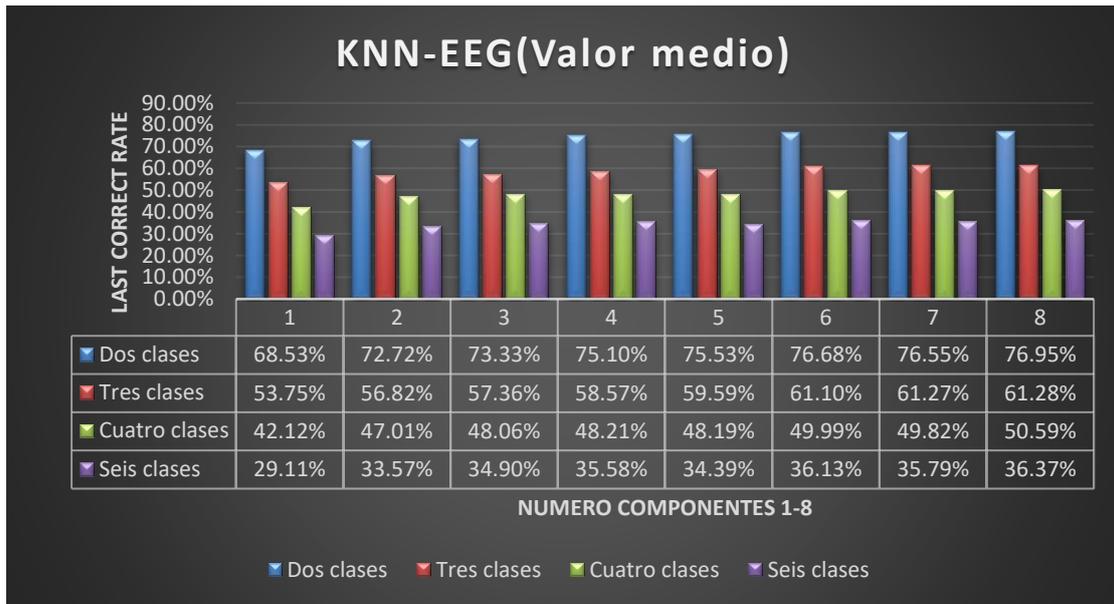


Table 1

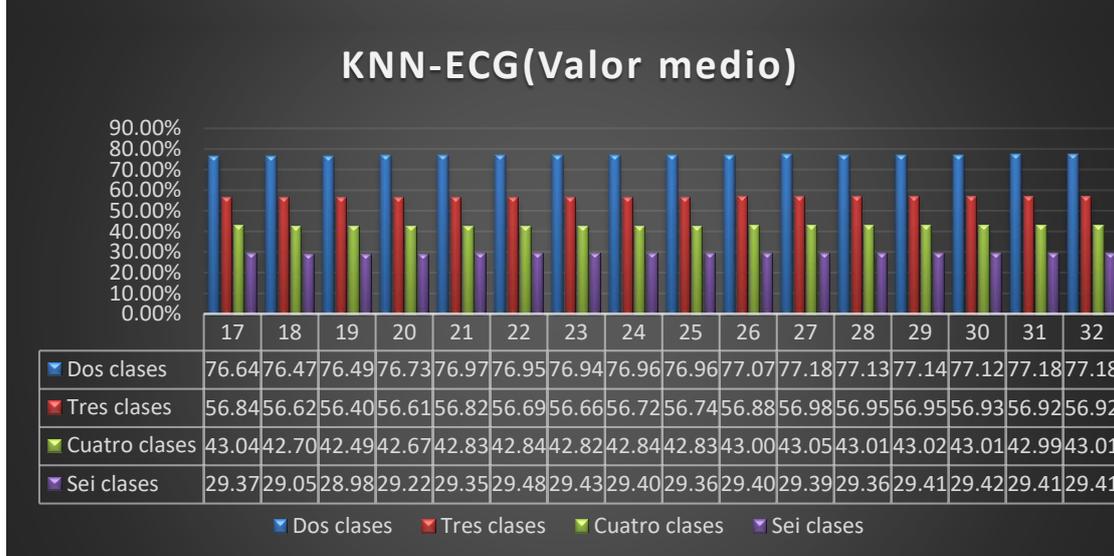
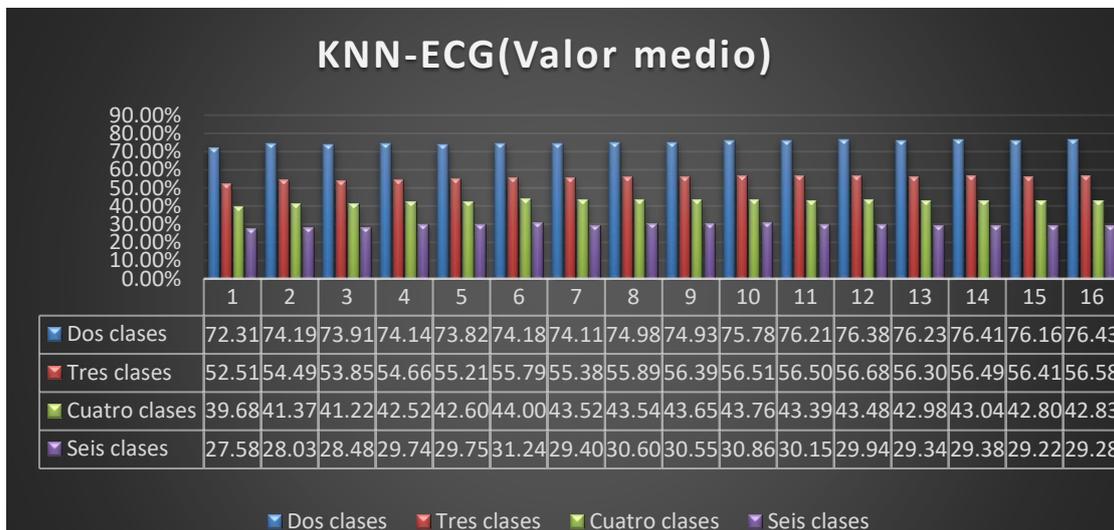


Table 2

## 4.3 SVM

En 1963, Vapnik propuso el método de aprendizaje automático – Support Vector Machine (SVM). En la actualidad, la máquina de vectores de soporte se ha aplicado con éxito en los campos de predicción, regresión, aprendizaje de la máquina, y reconocimiento de patrones. Se ha aplicado con éxito en la clasificación y reconocimiento de señales EEG y ECG. SVM tiene muchas ventajas, tales como una fuerte adaptabilidad, un alto rendimiento de generalización, optimización global, etc..

### 4.3.1 Teoría básica de la máquina de vectores de soporte

El objetivo básico de la SVM es encontrar un hiperplano óptimo para distinguir correctamente los dos tipos de muestras y maximizar la distancia entre los dos tipos de muestras<sup>[26]</sup>, La forma específica es mapear el conjunto de datos del espacio dimensional bajo al espacio alto-dimensional, y encontrar el hiperplano óptimo que puede separar las muestras en el espacio alto-dimensional. En general, la SVM puede dividirse en los tres casos siguientes de acuerdo con la naturaleza del conjunto de muestras de datos:

#### 1) Caso separable linealmente

Al principio, la máquina vectorial de soporte está dirigida principalmente al caso de que el conjunto de datos clasificados es linealmente separable. Los principios del método son los siguientes. Supongamos que hay dos conjuntos de datos separables linealmente de diferentes categorías  $\{x, y\} = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots, (x_n, y_n)\}$ ,  $x_i \in R^d$ ,  $y_i \in \{-1, 1\}$ , Donde  $x$  representa el conjunto de datos de la muestra e  $y$  representa el conjunto de etiquetas de la categoría de muestra. La esencia del clasificador lineal es encontrar el hiperplano óptimo en el espacio n-dimensional, y la ecuación del hiperplano se expresa de la siguiente manera:

$$w^T \cdot x + b = 0 \quad (4.3.1)$$

A continuación, la función discriminante lineal se puede expresar como  $f(x) = w^T \cdot x$  discriminando suponiendo que para separar dos tipos de muestras, es necesario satisfacer  $y \cdot f(x) \geq 1$ , es decir:

$$y \cdot (wx + b) - 1 \geq 0 \quad (4.3.2)$$

Y las funciones discriminatorias de las muestras más cercanas al plano de clasificación son  $f(x) = 1$  y  $f(x) = -1$ , respectivamente, y el intervalo de clasificación es  $2/\|w\|$ , y cuanto mayor es el intervalo de clasificación, mejor, es decir, encontrar el

$\|w\|$  más pequeño. Por lo tanto, el hiperplano óptimo no sólo es satisfacer la restricción del mínimo  $\frac{1}{2}\|w\|^2$ , sino también satisfacer la restricción de la fórmula (4.3.2).

## 2) Caso de indisolubilidad lineal

Al resolver problemas prácticos, las máquinas vectoriales de soporte a menudo se encuentran con algunos conjuntos de datos lineales inseparables, por lo que es necesario establecer una función no lineal para mapear desde el espacio dimensional bajo al espacio alto-dimensional. El problema de encontrar la superficie de clasificación óptima se completará en el espacio de alta dimensión. Por esta razón, la variable de relajación " $\geq 0$ " se introduce especialmente para medir el grado de desviación de los datos de la muestra en el caso separable más ideal<sup>[27]</sup>.

A partir de la fórmula del hiperplano (4.3.1), la nueva restricción del hiperplano en el caso de la indisolubilidad lineal puede obtenerse de la siguiente manera:

$$y \cdot (wx + b) \geq 1 - \xi \quad (4.3.3)$$

Por tanto el problema objetivo se puede expresar como

$$\min \frac{1}{2} \|w\|^2 + c \sum_{i=1}^n \xi_i \quad (4.3.4)$$

Las restricciones correspondientes también se modifican por

$$y_i \cdot (wx_i + b) \geq 1 - \xi_i, \xi_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (4.3.5)$$

donde,  $c$  es un factor de penalización, que es un conjunto constante artificialmente, que se utiliza para asegurar la desviación mínima de los puntos de datos y para controlar el peso de la separación máxima del hiperplano;  $\xi$  es una variable de relajación y necesita ser optimizada.

## 3) Caso no lineal

En aplicaciones prácticas, la mayoría de los conjuntos de datos son no lineales. Del mismo modo que en los casos anteriores, necesitamos mapear el espacio dimensional bajo al espacio alto-dimensional con la ayuda de funciones no lineales, y encontrar el hiperplano óptimo en el espacio alto-dimensional. Supongamos que la relación de mapeo no lineal se define como  $f: R^d \rightarrow H$ . Entonces, la operación interior del producto  $x_i x_j$  de datos en espacio de baja dimensión puede transformarse

en  $f(x_i) f(x_j)$  después de un espacio de alta dimensión. La función del núcleo (kernel) está representada por la operación interna del producto, que se define como:

$$K(x_i, x_j) = f(x_i)f(x_j) \quad (4.3.6)$$

Entonces, la función discriminante de la clasificación óptima correspondiente es:

$$f(w) = \text{sgn} \left\{ \sum_{i=1}^n \theta_i^* y_i K(x_i \cdot x) + b^* \right\} \quad (4.3.7)$$

Como puede verse en la ecuación (4.3.6), la función del núcleo (kernel) no necesita considerar la forma de la función específica no lineal, sino sólo necesita llevar a cabo la operación interna del producto en el espacio de alta dimensión. Por lo tanto, sólo tiene que elegir la función del núcleo que satisface la condición Mercer<sup>[28]</sup>.

Hay cuatro tipos de funciones del núcleo comúnmente utilizadas en máquinas vectoriales de soporte:

(a) Función lineal

$$K(x \cdot y) = x \cdot y$$

(b) Función polinómica

$$K(x \cdot y) = (x + y + 1)^d, d = 1, 2, \dots$$

(c) Función de base radial ("Radial Basis Function", RBF)

$$K(x \cdot y) = \exp\left(-\frac{\|x - y\|^2}{2\sigma^2}\right)$$

(d) Función Sigmoid

$$K(x \cdot y) = \tanh [b(x \cdot y) - c]$$

La selección de la función del núcleo es clave para determinar el rendimiento de clasificación de la máquina vectorial de soporte. La elección de una función apropiada del núcleo a menudo puede lograr mejores resultados de clasificación.

### 4.3.2 Análisis de los resultados experimentales

Las siguientes figuras (tablas 4-3-1 y 4-3-2) muestran los resultados de clasificación producidos por el clasificador SVM. Como puede verse en el gráfico, el clasificador SVM es muy estable, y el cambio de dimensión de características tiene poco impacto en los resultados. Además, se obtiene un resultado de clasificación relativamente bueno mediante el uso del clasificador SVM. Para el problema de clasificación binaria, la tasa correcta de clasificación (precisión) es de alrededor del 80%. Del mismo modo, cuando se convierte en un problema de clasificación múltiple, la precisión se reduce en gran medida. Sin embargo, en comparación con el clasificador KNN, el resultado de clasificación de SVM es mejor.

Otro problema muy importante es que la velocidad de procesamiento del clasificador SVM es muy lenta.

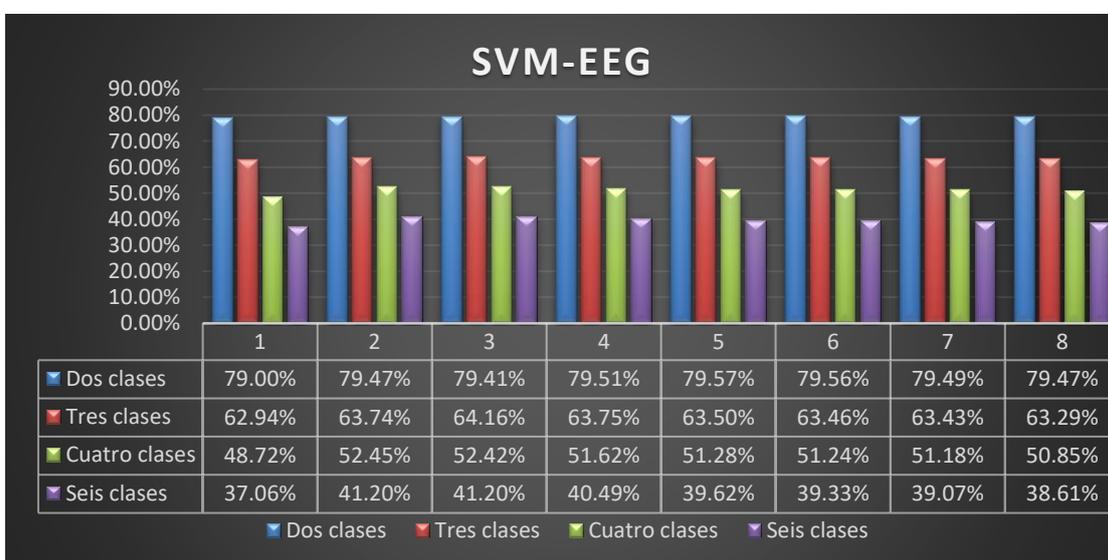


Tabla 4-3-1 EEG

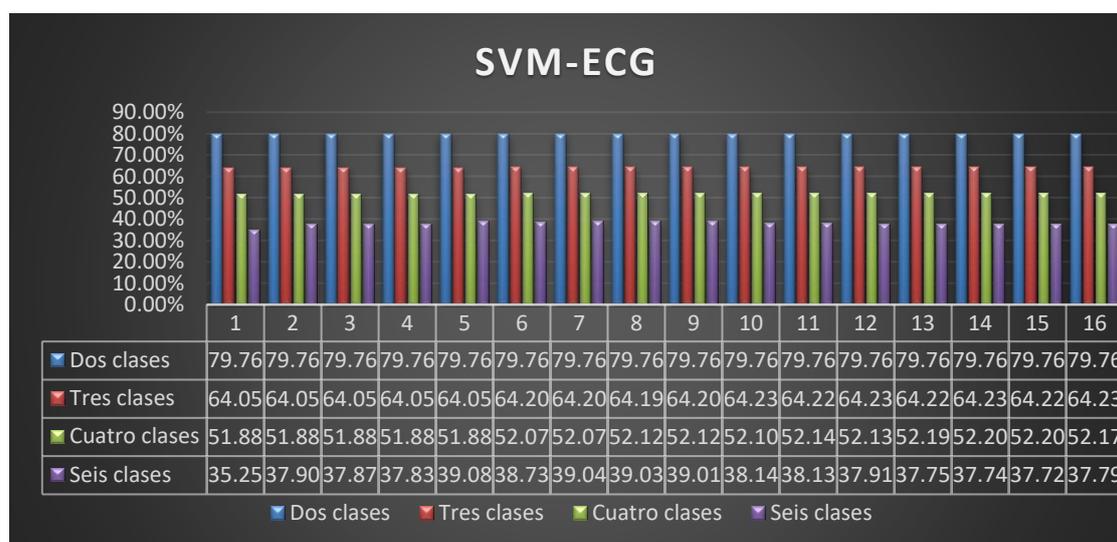


Tabla 4-3-2(1) ECG

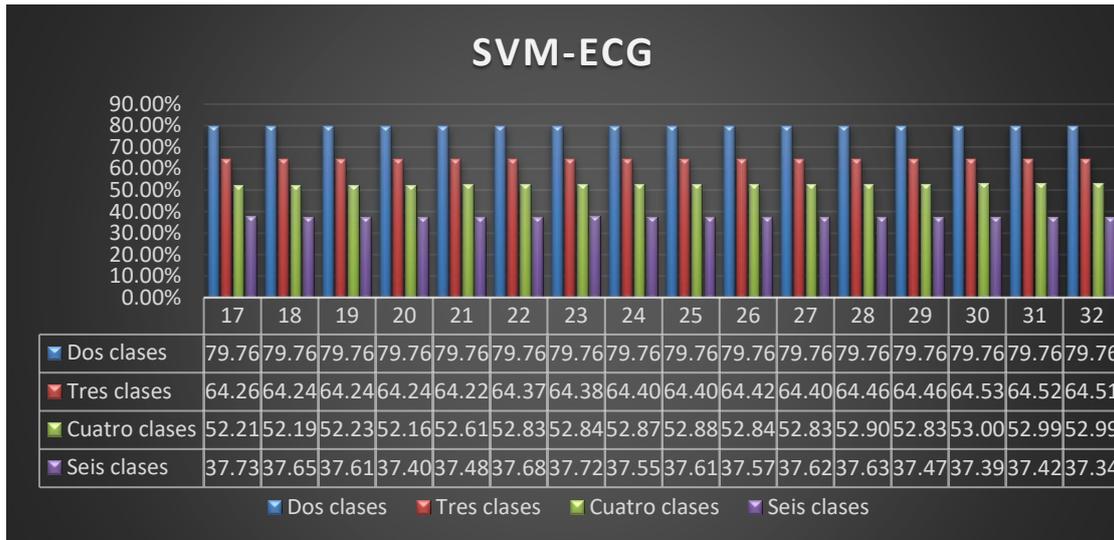


Tabla 4-3-2(2) ECG

## 4.4 Discriminant Analysis

### 4.4.1 Análisis Discriminante Lineal (“Linear Discriminant Analysis”, LDA)

LDA también se llama Fisher Lineal Discriminant (FLD). Su idea central es proyectar muestras de alta dimensión a un espacio vectorial bajo. El objetivo es maximizar la distancia de proyección entre diferentes tipos de muestras en el nuevo espacio, y al mismo tiempo minimizar la distancia de proyección entre muestras de la misma clase<sup>[29]</sup>. Para este objetivo se tiene que determinar una función discriminante lineal.

En un conjunto de datos de entrenamiento dado, el método óptimo de proyección  $w^*$  y el umbral  $w_0$  se calculan para determinar la función discriminante lineal Fisher, y luego los datos de prueba se prueban de acuerdo con esta función discriminante. Durante el ensayo, los datos de predicción se proyectan a una dimensión según el mejor proyector  $w^*$ , y la categoría de los datos de prueba se evalúan de acuerdo con el umbral  $w_0$ .

Dado un conjunto binario de datos  $D = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^m, y_i \in \{0,1\}$ , Donde  $x_i$  representa el vector de muestra e  $y_i$  representa la categoría a la que pertenece el vector muestral. Con  $x_i$  denotamos el conjunto de todas las muestras pertenecientes a la clase  $i$ , de modo que  $\mu_i$  representa el vector medio de todas las muestras pertenecientes a la clase  $i$ , y  $\Sigma_i$  representa la matriz de covarianza de todas las muestras pertenecientes a la clase  $i$ .

Si los datos se proyectan en la línea  $w$ , y  $w$  representa la función de proyección, la proyección de los centros de las muestras de estas dos categorías en la línea es  $w^T \mu_0$  y  $w^T \mu_1$ . Si todos los puntos de muestra se proyectan en la línea  $w$ , las covarianzas de las muestras de estas dos categorías son respectivamente  $w^T \Sigma_0 w$  y  $w^T \Sigma_1 w$ . Debido a que una línea recta es un espacio unidimensional,  $w^T \mu_0$ ,  $w^T \mu_1$ ,  $w^T \Sigma_0 w$  y  $w^T \Sigma_1 w$ , todos son números reales.

Basado en el objetivo de cálculo de que los puntos de proyección de las muestras de la misma clase estén lo más cerca posible, la covarianza proyectada de las muestras de la misma clase puede ser tan pequeña como sea posible, es decir,  $w^T \Sigma_0 w + w^T \Sigma_1 w$  sea lo más pequeño posible. Basándose en el objetivo de cálculo de que los puntos de proyección de muestras de diferentes tipos de clase estén tan lejos como sea posible, la distancia proyectada entre diferentes tipos de muestras centrales (es decir, la media) puede ser lo más grande posible, es decir,  $\|w^T \mu_0 - w^T \mu_1\|^2$  sea lo más grande posible.

Considerando ambos objetivos al mismo tiempo, el objetivo global de maximización sería

$$J = \frac{\|w^T \mu_0 - w^T \mu_1\|^2}{w^T \Sigma_0 w + w^T \Sigma_1 w} = \frac{w^T (\mu_0 - \mu_1)(\mu_0 - \mu_1)^T w}{w^T (\Sigma_0 + \Sigma_1) w} \quad (4.4.1)$$

Es decir, encontrar la  $w$  que maximiza  $J$ . Sea  $S$  la matriz de divergencia intra-clase, se define la matriz de divergencia intra-clase como la suma de las matrices de covarianza de las dos clases:

$$S_w = \Sigma_0 + \Sigma_1 = \sum_{x \in X_0} (x - \mu_0)(x - \mu_0)^T + \sum_{x \in X_1} (x - \mu_1)(x - \mu_1)^T \quad (4.4.2)$$

Sea  $S_b$  la matriz de divergencia de inter-clase definida como

$$S_b = (\mu_0 - \mu_1)(\mu_0 - \mu_1)^T \quad (4.4.3)$$

La fórmula (4.4.1) se puede escribir como la entropía generalizada de Rayleigh de la matriz de divergencia intra-clase y la matriz de divergencia inter-clase

$$J = \frac{w^T S_b w}{w^T S_w w} \quad (4.4.4)$$

#### 4.4.2 Análisis Discriminante Cuadrático (“Quadratic Discriminant Analysis”, QDA)

QDA considera la hipótesis que la matriz de covarianza para cada clase es diferente, mientras que LDA considera que las matrices de covarianza de todas las clases son iguales.

#### 4.4.3 Análisis Discriminante por Distancia (“Distance Discriminant Analysis”)

Es un método de discriminación sencillo e intuitivo, adecuado para discriminación entre clases de variables aleatorias continuas y no tiene restricción alguna en la distribución de probabilidad de las variables. La idea básica es que para cualquier observación dada, si está más cerca del centro de gravedad de la clase  $i$ , se considera que procede de la clase  $i$ .

#### 4.4.4 Bayes Discriminant Analysis (Bayes)

El método anterior sólo necesita conocer las características de los datos demográficos y no implica la función de distribución de la población. El método discriminante de Bayes considera que hay  $k$  poblaciones de elementos  $G_1, G_2, \dots, G_k$ . La probabilidad a priori de cada población se define como

$$p_j = P(G_j), \sum_{j=1}^k p_j = 1 \quad (4.4.5)$$

si,

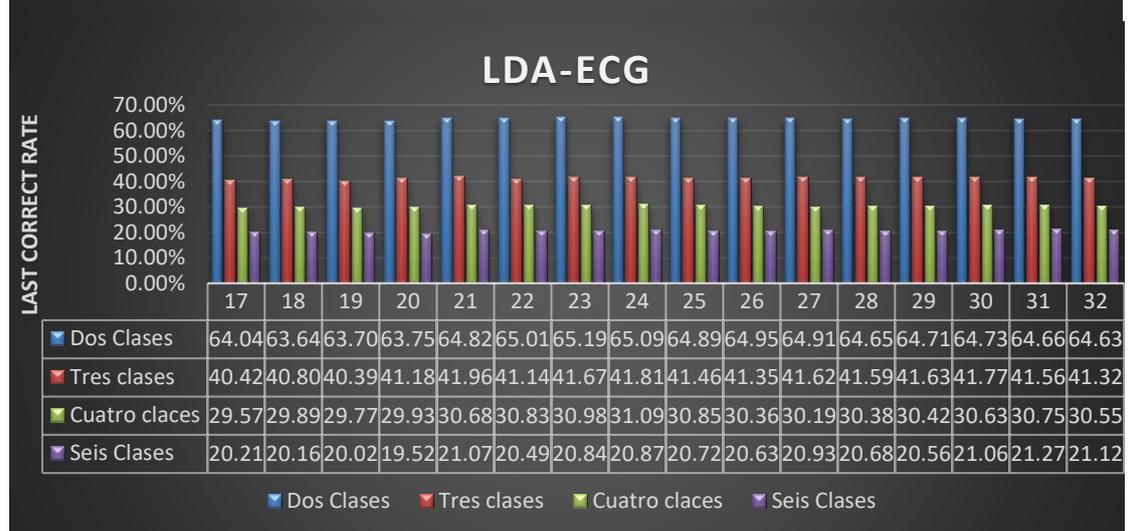
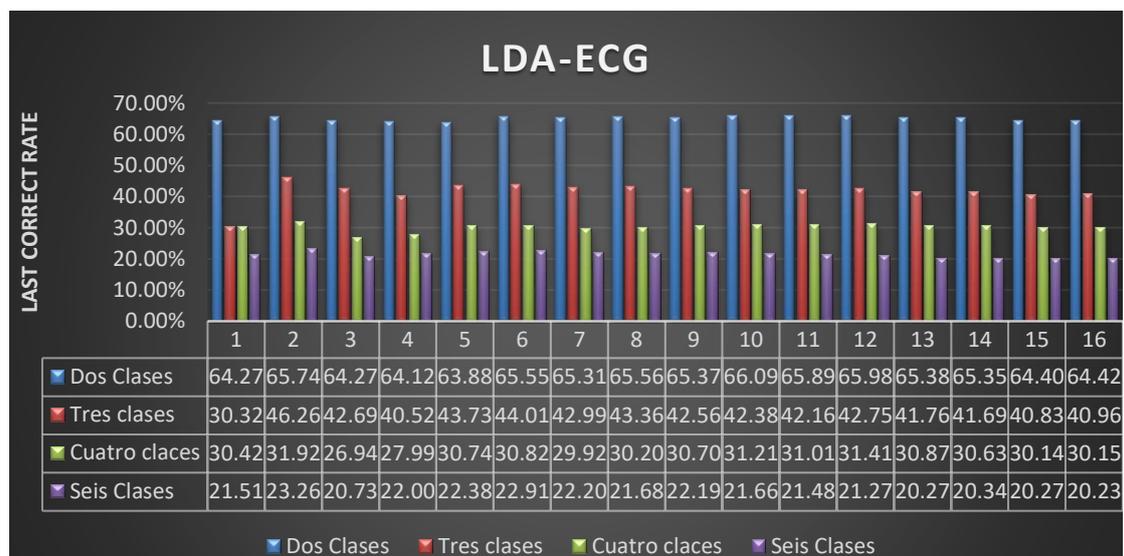
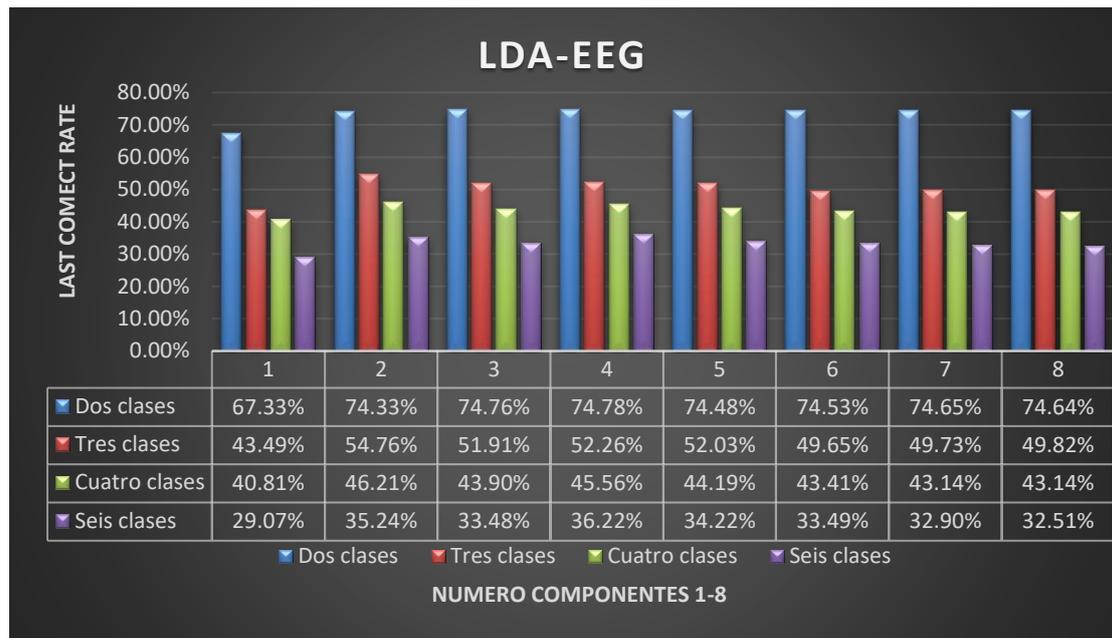
$$P(G_i|x) = \frac{p_i P(x|G_i)}{\sum_{j=1}^k (p_j P(x|G_j))} = \max_j P(x|G_j) \quad (4.4.6)$$

entonces,  $X \in G_i$ .

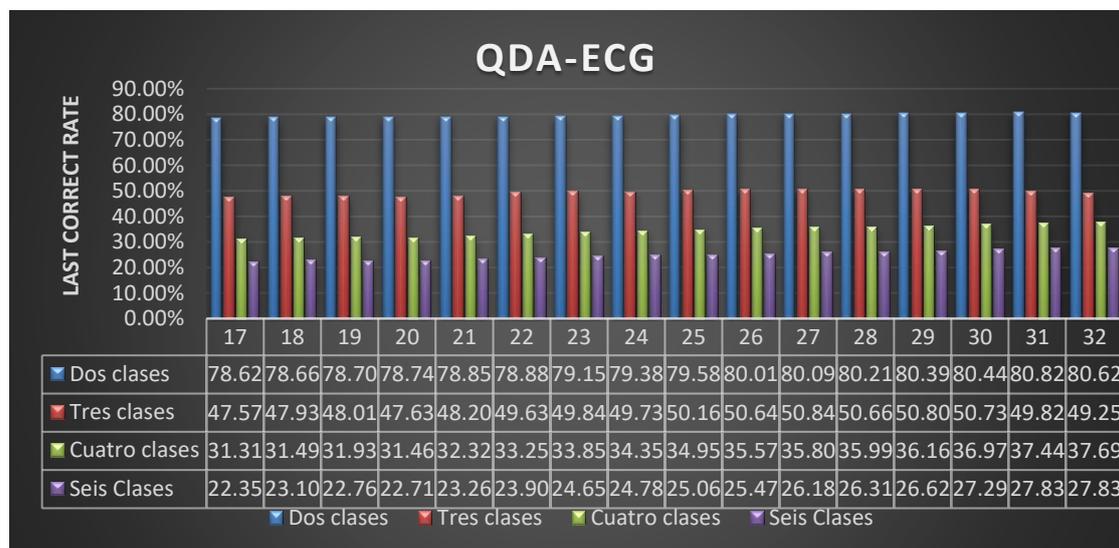
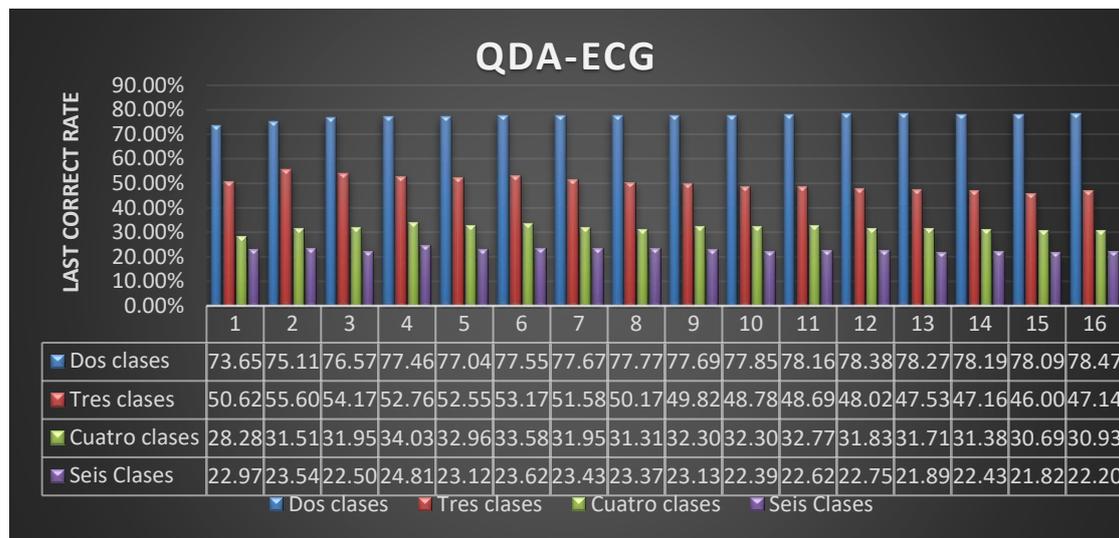
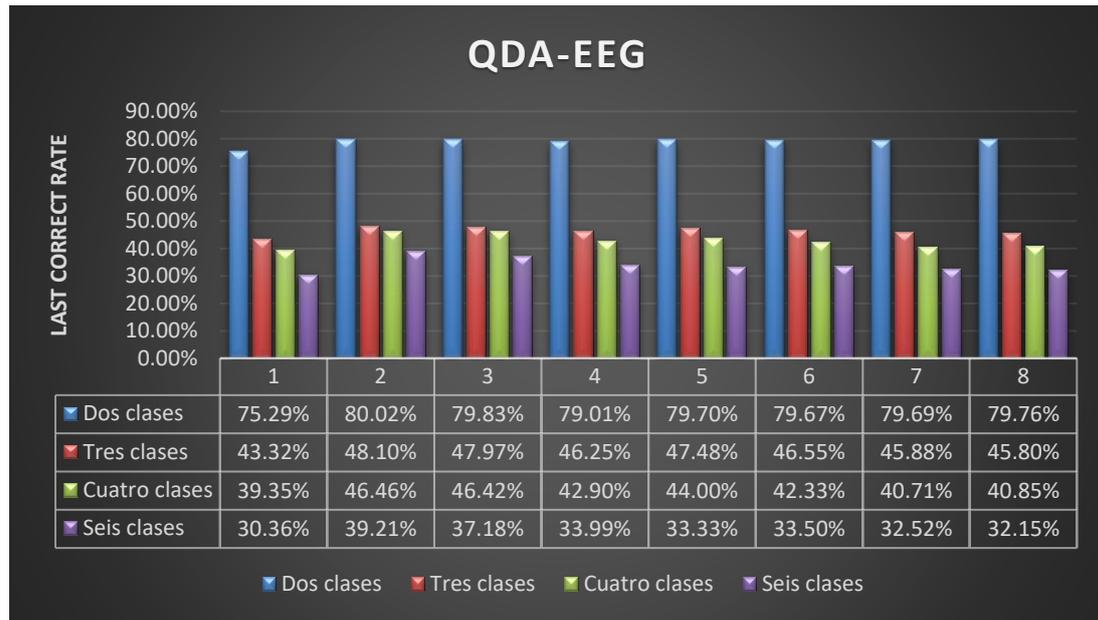
#### 4.4.5 Análisis de los resultados experimentales

Los resultados experimentales de los clasificadores LDA, QDA, y Bayes se presentan en las siguientes figuras. Al igual que los demás clasificadores, los clasificadores dan resultados relativamente buenos para el problema de dos clases 0-1, pero cuando el número de categorías se hace grande, el rendimiento de la clasificación disminuye

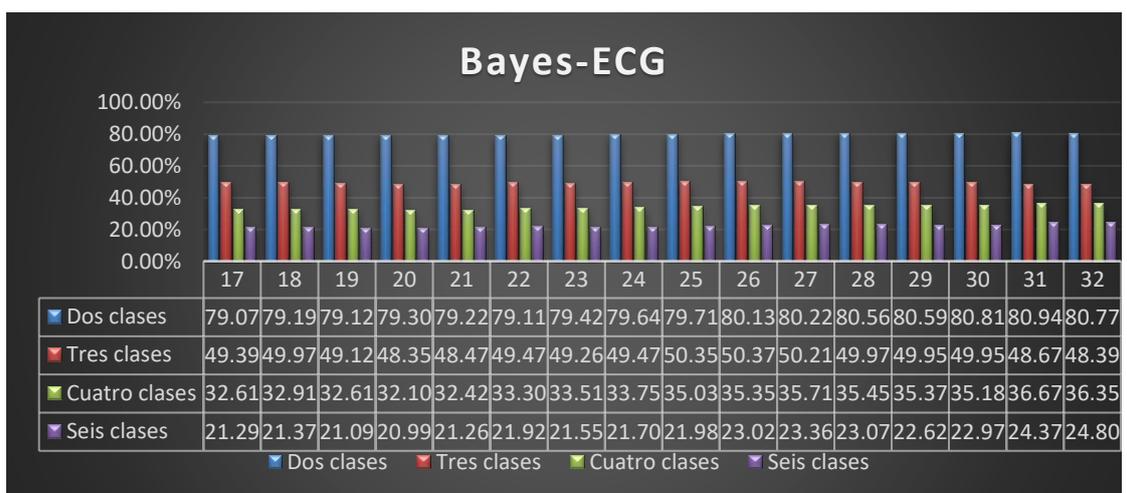
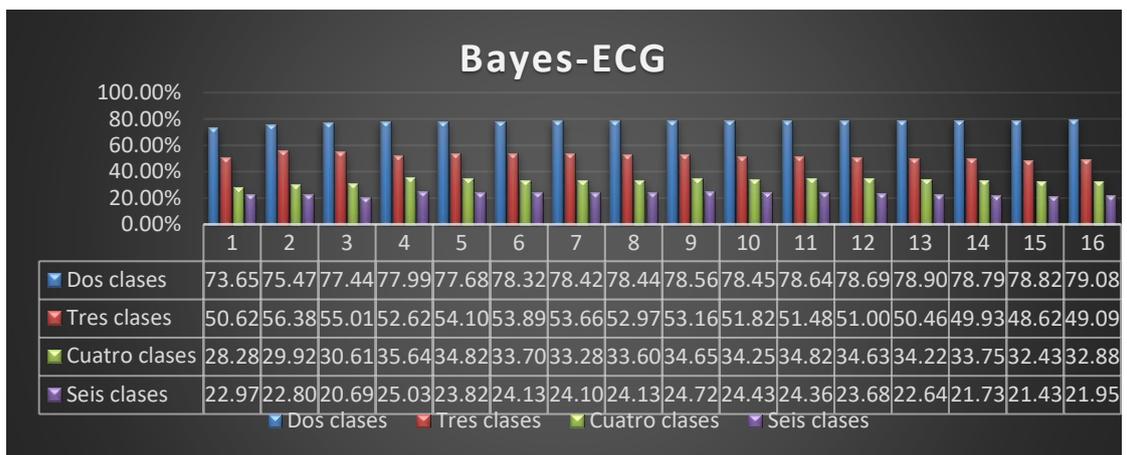
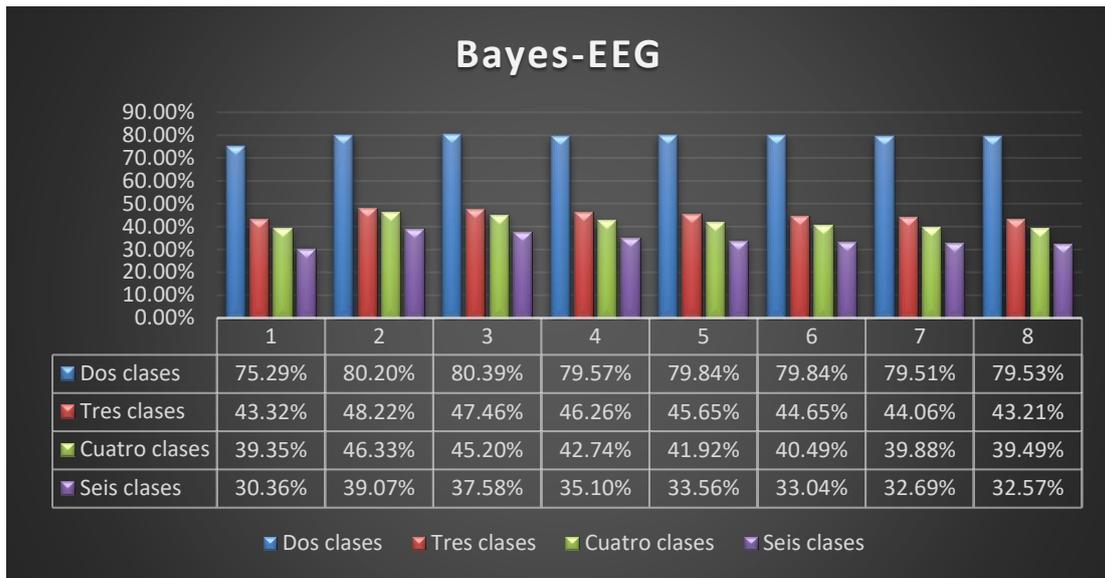
sustancialmente.



(2)QDA



(3) Bayes



## 4.5 Comparación de los resultados de clasificación

Esta sección compara los resultados producidos por los clasificadores implementados. Las siguientes tablas (Tabla4-5-1, Tabla4-5-2, Tabla4-5-3 y Tabla4-5-4) muestran los gráficos comparativos de la exactitud de clasificación (precisión) de cada clasificador cuando el número de clases es 2, 3, 4 y 6, respectivamente.

Primero analizaremos los resultados obtenidos a partir de las señales EEG. Para la clasificación en dos clases, los clasificadores QDA, Bayes, y SVM obtienen los mejores resultados. Cuando el número de componentes es de 3, la precisión media de Bayes es del 80,39%. Aunque el clasificador SVM es más estable, su procesamiento toma mucho tiempo, así que podríamos concluir que Bayes y QDA funcionan mejor en el problema binario de clasificación.

La precisión de SVM es mayor que la de los otros clasificadores en el caso de 3 clases, 4 clases, 6 clases. Cuando se divide en tres categorías, la precisión de los clasificadores SVM y Bayes puede alcanzar más del 60%, pero cuando el número de clases aumenta a 4, la precisión más alta sólo puede alcanzar el 52%.



Tabla4-5-1

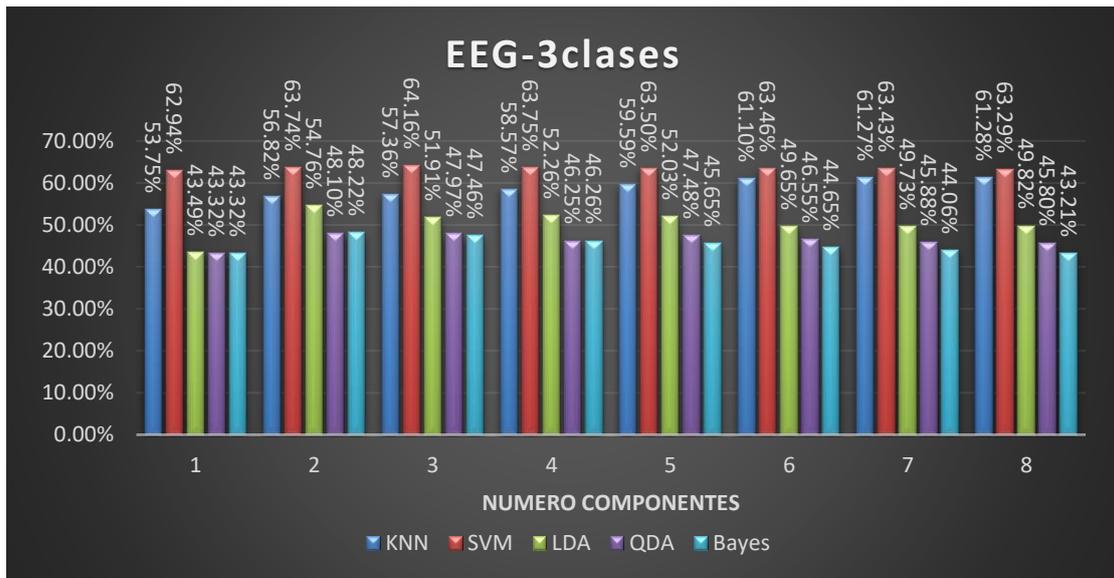


Tabla 4-5-2

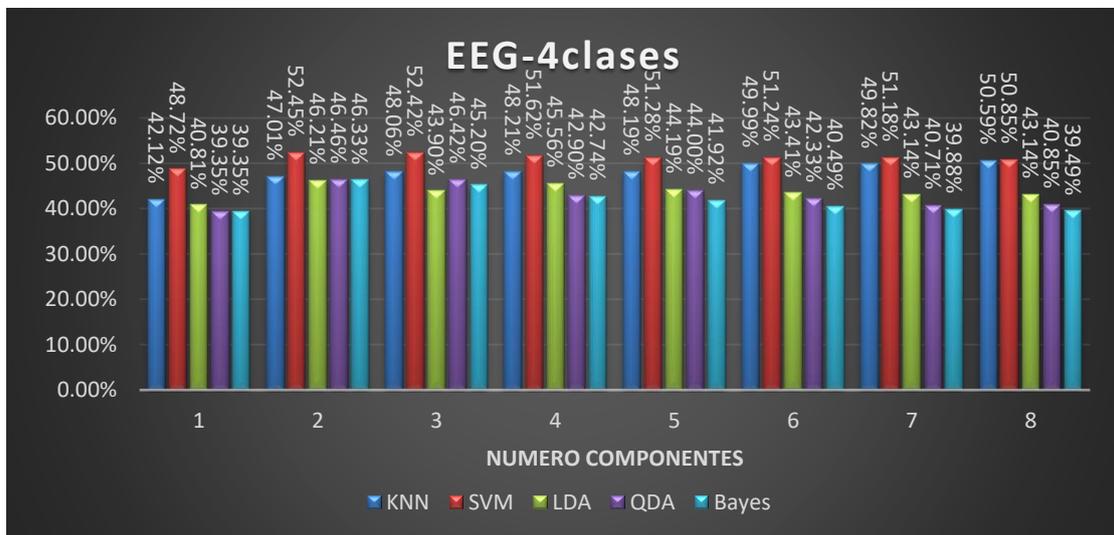


Tabla 4-5-3

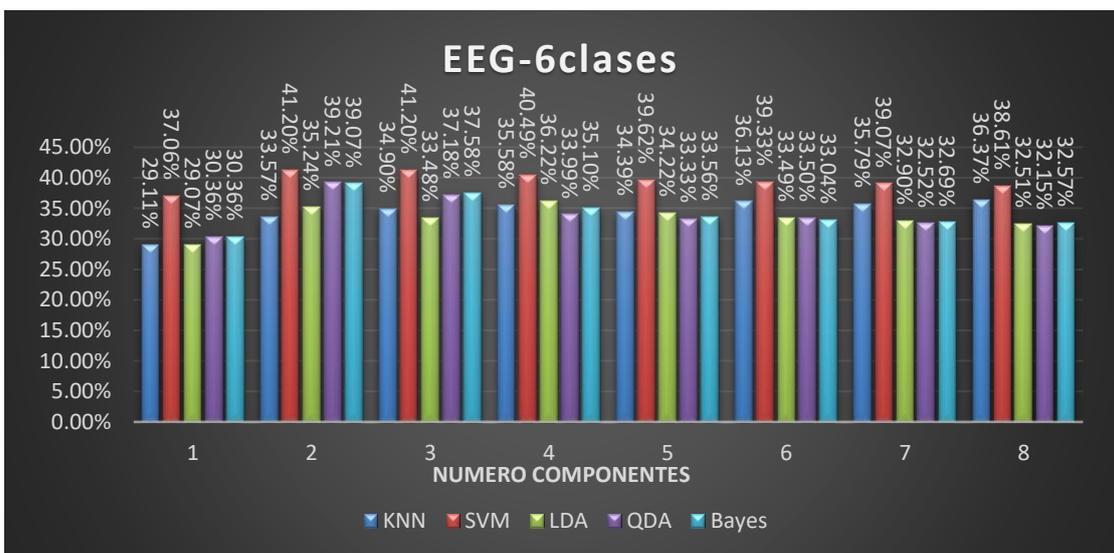


Tabla 4-5-4

El mismo método de comparación se utilizó para comparar los resultados de la clasificación de las características de la señal ECG.

Las siguientes tablas (Tabla4-5-5, Tabla4-5-6, Tabla4-5-7 y Tabla4-5-8) muestran los resultados obtenidos de las señales ECG. Los mismos resultados que las señales EEG, para la clasificación en dos clases, los clasificadores QDA, Bayes, y SVM obtienen los mejores resultados. Cuando el número de componentes es de 31, la precisión media de Bayes es del 80,94%. La velocidad de procesamiento del clasificador SVM se vuelve más lenta debido al mayor número de características de la señal de ECG. Así que, para el problema binario de clasificación, seguimos eligiendo los clasificadores de Bayes y QDA.

Cuando se divide en tres categorías, sólo el SVM puede alcanzar una precisión superior al 60%, los otros clasificadores son insatisfactorios. Cuando el número de clases aumenta a 4, la precisión más alta puede alcanzar el 52.99%. Cuando el número de clases es 6, la precisión máxima se ha reducido al 39%.

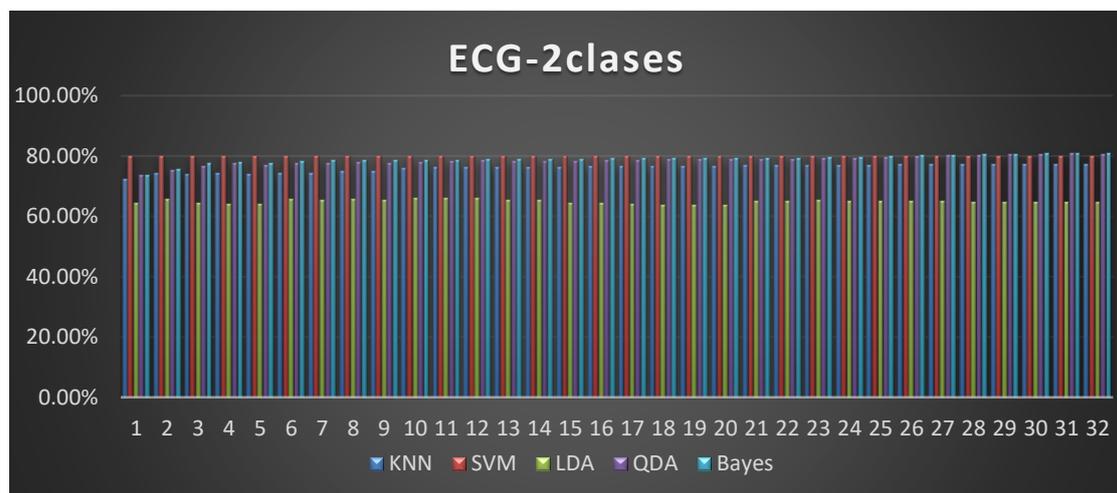


Tabla 4-5-5

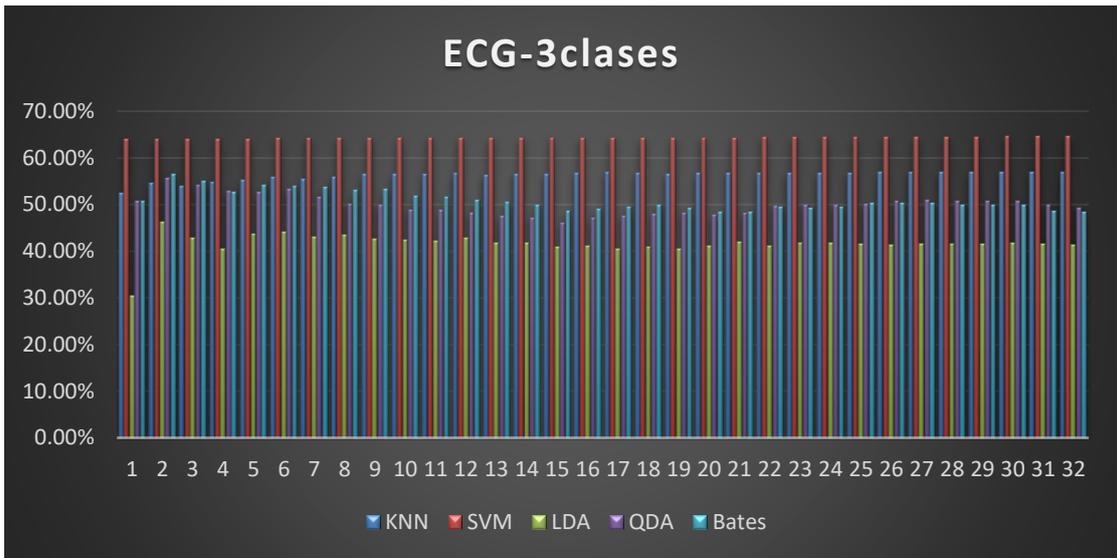


Tabla 4-5-6

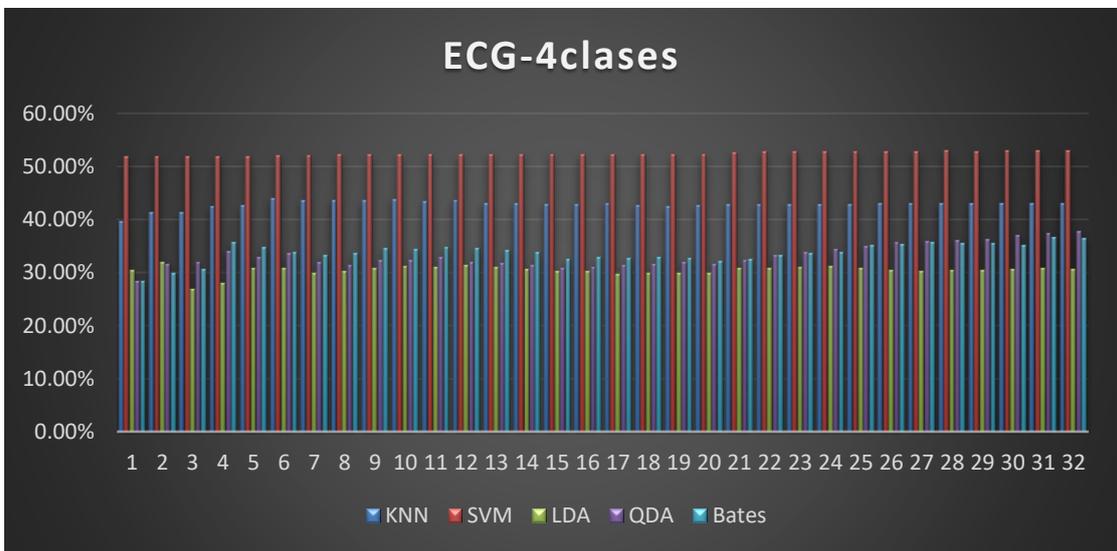


Tabla 4-5-7

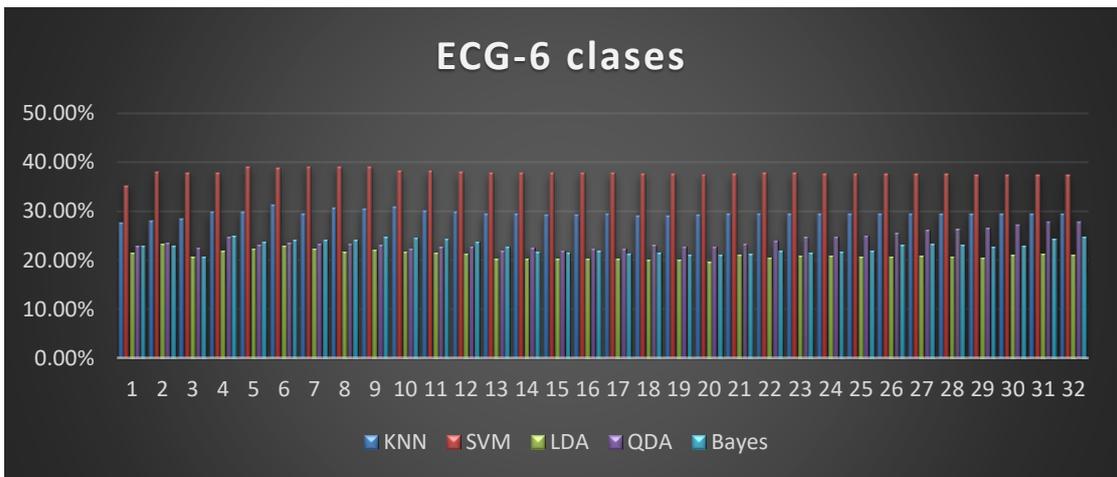


Tabla 4-5-8

## 5. Conclusiones

El sueño es un proceso importante para que las personas recuperen su energía física y mental, y la privación de sueño a largo plazo puede dar lugar a la aparición de diversas enfermedades y perturbar la vida sana de las personas normales. El rápido desarrollo de la sociedad moderna aporta a las personas una alta calidad de vida, pero al mismo tiempo también trae consigo una enorme presión. En el mundo actual cada vez más personas sufren de trastornos del sueño, la investigación de la medicina del sueño se ha convertido en un tema candente a nivel mundial.

En este trabajo, hicimos la siguiente investigación sobre la extracción de características y reducción de dimensión para la clasificación de características extraídas en señales EEG y ECG para el estudio del sueño en pacientes de apnea.

1. Este trabajo comienza con una descripción de los efectos del síndrome de la apnea del sueño en la salud humana y una introducción a la polisomnografía. Los datos utilizados en el presente documento se obtuvieron de la base de datos sobre apnea de PhysioNet y se obtuvieron a partir de polisomnogramas.
2. En segundo lugar, en este trabajo se extrajeron ocho características de las señales EEG y 32 características de las señales ECG para la clasificación en etapas del sueño. La explicó teoría de cada una de estas características y se mostraron ejemplos de a partir de las señales reales. Estas características incluyen varios métodos de procesamiento de señal como descomposición en bandas de frecuencia, parámetros de Hjorth, modelos autoregresivos, y transformada wavelet.
3. Tras la extracción de características, se aplicó el análisis de componentes principales (PCA) para reducir la dimensión de los datos. Se incluyó una descripción de los principios del algoritmo de PCA. Este procesamiento se hizo teniendo como objetivo analizar la influencia del número de componentes en los resultados de clasificación.
4. Se implementaron varios clasificadores incluyendo análisis discriminante lineal (LDA), análisis discriminante cuadrático (QDA), discriminante de Bayes, y máquinas de vectores de soporte (SVM). Estos clasificadores se aplicaron a los conjuntos de características extraídos de las señales EEG y ECG. Se hicieron pruebas en diferentes problemas de clasificación de las etapas del sueño en 2, 3, 4, y 6 clases, variando el número de componentes para analizar el efecto del número de dimensión de los datos en la clasificación. Se encontró que en varios casos había un número de componentes óptimo para conseguir el mejor resultado de clasificación. Lo anterior demuestra la capacidad del PCA para producir un espacio

de características transformado que permite mejorar los resultados de la clasificación sin necesidad de utilizar el 100% de varianza de los datos.

5. En lo personal, este trabajo ha supuesto una formación muy buena desde el punto de vista de mi ámbito de interés en señales y datos. En cuanto a resultados concretos en el ámbito de investigación que este trabajo pueda aportar en esta área, nos remitimos a lo relativo indicado en el capítulo 4, particularmente el apartado 4.5 sobre la comparación de resultados experimentales obtenidos. Estos resultados, podrían ser potencialmente publicables en congresos o revistas de la especialidad de la aplicación propuesta.

En cuanto a trabajo futuro, una línea de investigación que se podría seguir sería desarrollar métodos de fusión de decisiones que permitan combinar los resultados de los diferentes clasificadores. Esta es una línea de investigación actual y en crecimiento que ha sido estudiada en diversas aplicaciones.

# Referencias

- [1]. Abdulkadiroglu, Bayramoglu, & Hhan, 1997
- [2]. Kryger M H, Roth T, Dement W C. Principles and Practice of Sleep Medicine: Expert Consult Premium Edition-Enhanced Online Features [M].5th ed., Philadelphia: Saunders/Elsevier, 2011:1-1723.
- [3].Listed N. Sleep related breathing disorders in adults: Recommendations for syndrome definition and measurement techniques in clinical research[J].Sleep,1999,22(5):667-689.
- [4]. Qaseem A., et al., "Diagnosis of Obstructive Sleep Apnea in Adults: A Clinical Practice Guideline from the American College of Physicians", *Ann Intern Med.*, vol. 161, no. 3, pp. 210-20, 2014.
- [5]. Cowie M. R., et al., "Adaptive Servo-ventilation for Central Sleep Apnea in Systolic Heart Failure", *N Engl J Med.*, vol. 373, no. 12, pp. 1095-105, 2015
- [6]. <https://physionet.org/content/ucddb/1.0.0/>
- [7]. Sanei S, Chambers J A. EEG Signal Processing[M]//The Fernow Watershed Acidification Study. Springer Netherlands,2007:207-236.
- [8]. Sen B, Peker M, Cavusoglu A, et al. A Comparative Study on Classification of Sleep Stage Based on EEG Signals Using Feature Selection and Classification Algorithms[J].*Journal of Medical Systems*,2014,38(3):18.
- [9]. Urakami, Yuko; Ioannides, Andreas A.; Kostopoulos, George K. (2012). «Chapter 4. Sleep Spindles – As a Biomarker of Brain Function and Plasticity». En Ihsan M. Ajeena, ed. *Advances in Clinical Neurophysiology*. InTech. ISBN 978-953-51-0806-1. doi:10.5772/48427].
- [10]. B. Hjorth. EEG analysis based on time domain properties. [J]. *Electroencephalography & Clinical Neurophysiology*, 1970, 29(3): 306-310.)
- [11]. Yiyu Chen, Ayalneh Dessalegn Atnafu, et al. A High-Security EEG-Based Login System with RSVP Stimuli and Dry Electrodes[J]. *IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION FORENSICS AND SECURITY*, 2016.
- [12]. Hu Jianfeng, Jiang Derong. Wavelet Analysis and Welch's Algorithm for Identity Recognition. CN101703405A[P]. 2010.
- [13]. R. H. Shumway and D. S. Stoffer, *Time Series Analysis and Its Applications With R Examples*, Third ed.: Springer, 2011.][ A. V. M. a. P. S. P. Cowpertwait, *Introductory Time Series with R*: Springer, 2009.
- [14]. Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets[J].*Journal of Approximation Theory*. 1994, 78(3): 460-461.
- [15]. Rafiee J, Rafiee M A, Prause N. Wavelet basis functions in biomedical signal processing[J]. *Expert Systems with Applications*. 2011, 38( 5) : 6190-6201.]
- [16]. Rebsamen B, Guan G T, Zhang H H. A braincontrolled wheelchair to navigate in familiar environments [J]. *IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng*. 2010, 18( 6) : 590-598.]
- [17]. Xu Baoguo,Song Aiguo. EEG signal recognition method based on wavelet packet transform and clustering analysis[J]. *Journal of Instrumentation*. 2009, 30(1): 25-28. [18]. ECG Classification Using Wavelet Packet Entropy and Random Forests
- [179]. Roberto Fabio Leonarduzzi, Gast´on Schlotthauer and Mar´ia Eugenia Torres," Wavelet Leader Based Multifractal Analysis of Heart Rate Variability during Myocardial Ischaemia" *IEEE EMBS Buenos Aires, Argentina*, August 31 - September 4, 2010
- [20]. Xiong G, Zhang S, Zhao H, et al. Wavelet leaders-based multifractal spectrum distribution[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 76:1225-1235.]
- [21]. Yuan Zhang, Yanping Zhang, *An algorithm and its application to microcomputer development*, 2005,

15(2):67-69

- [22]. K. Pearson, P. Mag On lines and planes of closest fit to systems of points in space[J].1901,(2):559-572
- [23]. Lili Yao, Research on multiplicative noise removal algorithm based on Principal component Analysis [D.]. Xi'an: Xi'an University of Electronic Science and Technology, 2011
- [24]. Jonathon Shlens.A Tutorial on Principal Component Analysis[J].Version I,2009
- [25]. Cover T, Hart P. Nearest neighbor pattern classification[J]. IEEE transactions on information theory, 1967, 13(1): 21-27.
- [26]. C.Nello,S.T.John. Li Guozheng is waiting for translation. Introduction to support vector machine [M]. Beijing: electronic Industry Press. 2004.
- [27]. Song Xinke. Multi-value classifier based on support vector machine and decision tree [J]. Computer Engineering. 2005, 31 (14): 174-175.
- [28]. WU Kuoping, WANG Shengde. Choosing the kernel parameters for support vector machine by the inter-cluster distance in the feature space[J]. Pattern Recognition. 2009, 42(5): 710-717.
- [29]. Pfurtscheller G. EEG event-related desynchronization (ERD) and synchronization (ERS)[J]. Electroencephalography & Clinical Neurophysiology, 1997, 103(1):26-26(1).

# Agradecimientos

Me gustaría agradecer a todos aquellos que me han dado apoyo y ayuda.

En primer lugar, quisiera dar las gracias al claustro de profesores del Máster Universitario en Tecnologías, Sistemas y Redes de Comunicaciones de La Universidad Politécnica de Valencia por enseñarme mucha experiencia. En el último año he aprendido mucho y he experimentado la diferencia entre la enseñanza China y Europa. Lo más importante es que quisiera agradecer al tutor Vergara Domínguez, Luís, afortunadamente fue capaz de aceptarme como su estudiante. Este trabajo se hizo con mucha ayuda de él, era un profesor muy paciente y con sus consejos pude hacer este trabajo.

También me gustaría agradecer al Dr. Addisson por su ayuda en mi investigación, que se ha dedicado igualmente a mi trabajo, seguro que el trabajo no habría ido tan bien como lo hice sin su ayuda.

Además quería dar las gracias a mi madre, sin cuyo apoyo no habría podido estudiar en España.

Finalmente, gracias a todos los científicos que han aportado un activo muy valioso a este mundo.