Facultad de Administración y Dirección de Empresas
Universidad Politécnica de Valencia

ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE CARTERAS EFICIENTES CON RESTRICCIÓN DE BETA PARA EL DAX-30

TRABAJO FIN DE GRADO

Grado en Administración y Dirección de Empresas

Autor: Johan Estiven Santamaria Lopez
Tutor: Javier Oliver Muncharaz

Curso 2019-2020

Resum

Aquest treball aborda l'anàlisi del comportament d'una sèrie de carteres eficients i l'avaluació de l'exercici de cadascuna d'elles en el període de l'any 2004 al 2020. Les carteres es construeixen utilitzant el model de carteres eficients de Harry Markowitz, a més, es confeccionen d'acord amb dos criteris. El primer dels criteris es la volatilitat mesurada per mitjà de la beta de Sharpe i, el segon, es el nivell de retorn exigit per a cada una en la resolució del model de Markowitz.

Les carteres estan formades pels títols que pertanyen a l'índex borsari alemany DAX 30. Utilitzant les dades històriques, d'aquestes accions, d'una finestra de cinc anys, s'estima la beta de Sharpe i es classifiquen les mateixes en dos grups depenent si la beta es major o menor a uno. A partir de cada un d'aquests grups es confeccionen les carteres formant en total deu carteres. Cada una es prova simulant el seu rendiment hipotètic amb les dades de rendiments reals de l'any posterior en la finestra de cinc anys. Aquest procés es repeteix tots els anys d'estudi.

El resultat de l'algoritme són deu línies temporals que mostren els rendiments de les carteres que s'han anat formant. Aquestes s'avaluen mitjançant els ràtios de Sharpe, Treynor i l'alfa de Jensen. El resultat de l'estudi es trobar una estratègia d'inversió que en porte a superar l'exercici de l'índex DAX 30.

Paraules clau: Sharpe, Markowitz, Carteras eficientes, Bolsa

Resumen

Este trabajo aborda el análisis del comportamiento de una serie de carteras eficientes y la evaluación del desempeño de cada una de ellas en el periodo del año 2004 al 2020. Las carteras se construyen utilizando el modelo de carteras eficientes de Harry Markowitz, además, se confeccionan de acuerdo a dos criterios. El primero de los criterios es la volatilidad medida por medio de la beta de Sharpe y, el segundo, es el nivel de retorno exigido para cada una en la resolución del modelo de Markowitz.

Las carteras están formadas por los títulos que pertenecen al índice bursátil alemán DAX 30. Utilizando los datos históricos, de estas acciones, de una ventana de cinco años, se estima la beta de Sharpe y se clasifican las mismas en dos grupos dependiendo si la beta es mayor o menor a uno. A partir de cada uno de estos grupos se confeccionan las carteras formando en total diez carteras. Cada una se prueba simulando su rendimiento hipotético con los datos de rendimientos reales del año posterior en la ventana de cinco años. Este proceso se repite todos los años de estudio.

El resultado del algoritmo son diez líneas temporales que muestran los rendimientos de las carteras que se han ido formando. Estas se evalúan mediante los ratios de Sharpe, Treynor y el alfa de Jensen. El resultado del estudio es hallar una estrategia de inversión que nos lleve a superar el desempeño del índice DAX 30.

Palabras clave: Sharpe, Markowitz, Carteres eficients, Bolsa

Abstract

This work addresses the behavior analysis of a set of efficient portfolios and the performance evaluation of each one of them in the period from 2004 to 2020. The portfolios are built using the Harry Markowitz's model of efficient portfolios, furthermore, they are constructed according to two criteria. The first of these criteria is the volatility measured by the Sharpe's beta and, the second, is the level of return required for each one in the resolution of the Markowitz

The portfolios are made up of the securities belonging to the German stock market index DAX 30. Using the historical data of these stocks over a five-year window, Sharpe beta is estimated and they, the stocks, are classified in two groups depending if the beta is greater or less than one. From each one of these groups the portfolios are made up, building ten portfolios in total. Each one is tested by simulating its hypothetical performance with the data of the actual performance of the following year of the five-year window. This process is repeated every year of the study.

The result of the algorithm is ten timelines showing the returns of the portfolios that have been formed. These are evaluated through the Sharpe ratio, Treynor ratio and the Jensen Alfa. The result of the study is to find an investment strategy that leads us to surpass the DAX 30 index performance.

Key words: Sharpe, Markowitz, Efficient portfolio, Stock market

Índice general

Índice general v
Índice de figuras vii

1 Introducción 1
1.1 Motivación . . . 2
1.2 Objetivos . . . 2
1.3 Relación con las asignaturas de la titulación . . . 2
1.4 Estructura del documento . . . 3

I Fundamentos 5

2 Conceptos previos 7
2.1 Mercado de valores . . . 7
2.1.1 Renta variable . . . 8
2.1.2 Renta fija . . . 9
2.2 Índices bursátiles . . . 10
2.2.1 DAX-30 . . . 11

3 Teoría de valoración de activos de renta variable 15
3.1 Concepto . . . 15
3.2 *Capital Asset Princing Model* (CAPM) . . . 17
3.3 *Arbitrage Pricing Theory* (APT) . . . 18
3.4 Modelo de mercado de Sharpe . . . 19
3.5 Eficiencia de los mercados de capitales . . . 20

4 Optimización de carteras 23
4.1 Teoría de la optimización . . . 23
4.1.1 Modelos de optimización . . . 25
4.2 Teoría moderna de carteras . . . 27
4.2.1 Modelo de Markowitz . . . 27
4.2.2 Optimización de carteras . . . 30

5 Métodos de evaluación de desempeño 35
5.1 Ratio de Sharpe . . . 35
5.2 Ratio de Treynor . . . 36
5.3 Alfa de Jensen . . . 37

II Desarrollo del trabajo 39

6 Estructura del estudio y herramientas utilizadas 41
6.1 Fases del estudio . . . 41
6.2 Herramientas para la manipulación de los datos . . . 42
6.3 Planteamiento del estudio . . . 43

7 Cálculo de carteras y obtención de resultados 47

7.1 Obtención de datos muestrales 47
7.2 Cálculo de betas del modelo de Sharpe 51
7.3 Confección de carteras 53
7.4 Obtención de rendimientos de las carteras 54

III Resultados 57

8 Análisis de los resultados 59
8.1 Análisis descriptivo del DAX 30 59
8.2 Descripción de los rendimientos obtenidos con las carteras 62
8.3 Descripción de los riesgos asumidos con las carteras 65
8.4 Análisis de los datos obtenidos en el cálculo del algoritmo 67
8.5 Evaluación del desempeño de las carteras 70
8.6 Análisis de la mejor opción de inversión 72

9 Conclusiones 75

Bibliografía 77

Apéndices

A Apéndice 1 79

Índice de figuras

2.1 Composición del DAX 30 por sectores. Fuente: https://www.ig.com, con datos a fecha del 13 de mayo de 2020 13

4.1 Función no lineal Fuente: Optimización de carteras de inversión mediante técnicas evolutivas y diferentes medidas de riesgo, Alejandro Antón Aguilar, Universidad Carlos III de Madrid 25
4.2 Función con múltiples picos Fuente: Optimización de carteras de inversión mediante técnicas evolutivas y diferentes medidas de riesgo, Alejandro Antón Aguilar, Universidad Carlos III de Madrid 25
4.3 Clasificación clásica modelos optimización. Fuente: Optimización de carteras de inversión mediante técnicas evolutivas y diferentes medidas de riesgo, Alejandro Antón Aguilar, Universidad Carlos III de Madrid 26
4.4 Clasificación de algunas de las metaheurísticas más conocidas. Fuente: Web personal de Fernando Sancho Caparrini 28
4.5 Gráfico de frontera eficiente de Markowitz. Fuente: Análisis de carteras eficientes, una comparativa del IBEX 35 y el DAX 30 en el periodo 2014-2019, Carla Imma Lupa Bascones 31
4.6 Curva de indiferencia de un inversor. Fuente: Análisis de carteras eficientes, una comparativa del IBEX 35 y el DAX 30 en el periodo 2014-2019, Carla Imma Lupa Bascones 32
4.7 Gráfico de determinación de la cartera óptima. Fuente: Análisis de carteras eficientes, una comparativa del IBEX 35 y el DAX 30 en el periodo 2014-2019, Carla Imma Lupa Bascones 33

6.1 Iconos de las herramientas utilizadas, Elaboración propia 43
6.2 Flujo de trabajo del proceso para la obtención de los datos del estudio. Elaboración propia 45

7.1 Contenido de archivos descargables desde Visual Chart. Elaboración propia 48
7.2 Código Power Query del proceso ETL en Microsoft Excel. Elaboración propia 48
7.3 Resultado del proceso ETL, libro Excel. Elaboración propia 49
7.4 Código R del bucle anidado para el filtro de fechas. Elaboración propia . . 49
7.5 Composición índice DAX 30 a 3 de junio de 2020. Elaboración propia . . . 50
7.6 Visualización de los datos utilizados en el framework RStudio. Elaboración propia 51
7.7 Estimación de betas por regresión lineal en R. Elaboración propia 52
7.8 Cálculo de carteras eficiente mediante el modelo de Markowitz utilizando fPortfolio en R. Elaboración propia 53
7.9 Rendimientos exigidos en el modelo de carteras eficientes de Markowitz. Elaboración propia 53
7.10 Cálculo de las matrices de varianzas-covarianzas. Elaboración propia . . . 54
7.11 Cálculo de la varianza como riesgo de la cartera y almacenamiento en tablas. Elaboración propia 54

7.12 Resultados del algoritmo para la cartera de beta menor a uno y con objetivo de rendimiento -0.05 %. Elaboración propia 55

8.1 Evolución en el tiempo de la cotización del DAX 30. Elaboración propia . 60
8.2 Evolución de los rendimientos anuales del DAX 30. Elaboración propia . . 61
8.3 Evolución del riesgo del DAX 30. Elaboración propia 61
8.4 Rendimientos conseguidos por carteras de beta menor que uno. Elaboración propia 62
8.5 Evolución de los rendimientos conseguidos por carteras de beta menor que uno. Elaboración propia 63
8.6 Rendimientos conseguidos por carteras de beta mayor que uno. Elaboración propia 64
8.7 Evolución de los rendimientos conseguidos por carteras de beta mayor que uno. Elaboración propia 65
8.8 Evolución del riesgo asumido con carteras de beta menor que uno. Elaboración propia 66
8.9 Evolución del riesgo asumido con carteras de beta mayor que uno. Elaboración propia 67
8.10 Betas calculadas durante todo el estudio parte I. Elaboración propia 68
8.11 Betas calculadas durante todo el estudio parte II. Elaboración propia . . . 68
8.12 Betas calculadas durante todo el estudio parte III. Elaboración propia . . . 69
8.13 Resultados líneas de inversión con betas mayores a uno. Elaboración propia 69
8.14 Resultados líneas de inversión con betas mayores a uno. Elaboración propia 70
8.15 Ratios de Sharpe de las líneas de inversión. Elaboración propia 71
8.16 Ratios de Treynor de las líneas de inversión. Elaboración propia 71
8.17 Alfas de Jensen de las líneas de inversión. Elaboración propia 72
8.18 Pesos de las carteras de la línea de inversión C0. Elaboración propia 73
8.19 Pesos de las carteras de la línea de inversión C0. Elaboración propia 73
8.20 Pesos de las carteras de la línea de inversión C0. Elaboración propia 74
8.21 Acciones más recurrentes en la cartera C0. Elaboración propia 74

CAPÍTULO 1
Introducción

En el mundo donde vivimos todo, o prácticamente todo, está condicionado por la economía. En una sociedad, la infraestructura, la calidad de vida, las posibilidades de desarrollo e incluso la cultura, costumbres y medio ambiente dependen de manera directa o indirecta de esta.

A la hora de pensar en economía siempre viene a la mente el concepto de «bolsa»[1]. La bolsa no constituye toda la economía, pero, sin duda, es uno de los instrumentos más importantes y significativos de la economía. Los diferentes sucesos y evoluciones que sufre la bolsa afectan de manera directa a personas, empresas y países y, a partir de ahí, a todo el resto de cosas.

Este echo convierte a la bolsa y a todos los mercados financieros, en unas herramientas muy beneficiosas y, al mismo tiempo, peligrosas. Ejemplo de esto son el conocido Crack del 29 o jueves negro y el miércoles negro. En el primer caso la caída de la bolsa dio inicio a la crisis económica del 29 o Gran Depresión y, con esta, al cierre de empresas, alto porcentaje de paro, desesperación, pobreza, etc.

En el segundo caso, la quiebra de las divisas europeas más débiles y, en concreto la libra esterlina, provocan que Reino Unido salga para siempre del European Exchange Rate Mechanism (ERM)[2] al no poder mantener el precio de la libra por encima del márgen inferior. Como consecuencia de esto Reino Unido entra en crisis, además, se da un golpe a la construcción de la Union Europea. Este suceso fue motivado en gran medida por una serie de movimientos y presiones por parte de *hedge funds*[3] para hacerla caer.

Como podemos ver, es posible destruir y golpear países, empresas y a las personas a través de estas herramientas de la economía. Al mismo tiempo, en estos dos mismos hítos de la historia, personas se lucraron y ganaron mucho dinero. El caso más desatacado es el de George Soros, que en el miércoles negro ganó más de 1.000 millones de dólares.

[1]Como bolsa no se hacer referencia al objeto físico que sirve para guardar otros objetos, sino, al mercado financiero

[2]Acuerdo pactado en marzo de 1979, junto con la creación del Sistema Monetario Europeo (SME), por los participantes iniciales de la Unión Europea para establecer un mecanismo de control de los tipos de cambio de sus divisas y reducir la variabilidad del tipo de cambio intentando conseguir la estabilidad monetaria en Europa. [es.wikipedia.org]

[3]Fondos de inversión que tienen como objetivo obtener el máximo de rentabilidad a través de todas las estrategias y productos de inversión que estén al alcance. [www.eurekers.com]

1.1 Motivación

Estudiando el pasado nos damos cuenta fácilmente que es de suma importancia entender y conocer el comportamiento de las herramientas de la economía. En concreto los mercados financieros tienen un gran potencial.

Para ello podemos fijarnos en los títulos que componen estos mercados. Por medio del análisis de las características de estos y su reacción ante diferentes situaciones o impulsos externos podemos lograr entender mejor su comportamiento.

Si tenemos un mayor conocimiento y una mejor compresión de los diferentes títulos y mercados podremos hacer que estas herramientas jueguen a nuestro favor. Además, este conocimiento puede generar nuevas técnicas y reglas para un mejor funcionamiento de los mercados y, de esa manera, poder evitar la ruptura de mercados, que, como ya hemos visto, puede ser catastrófico.

Este trabajo nace inspirado en este hecho, trata de entender mejor el comportamiento de los títulos y de las carteras, arrojando un poco más de luz.

1.2 Objetivos

El objetivo que se persigue con este trabajo es, por lo tanto, tratar de entender mejor el comportamiento que tienen las carteras financieras, en este caso, creadas con títulos pertenecientes al DAX-30. El DAX 30 será el mercado que tomaremos como referencia.

Las carteras se construirán de acuerdo a la sensibilidad de los títulos que las componen a los cambios en el mercado, es decir, la volatilidad de estos. De esta manera:

- Se podrá ver si es posible superar el rendimiento del mercado con alguna de estas carteras.
- Se intentará encontrar algún patrón de comportamiento que se pueda utilizar en beneficio.
- Se podrán sacar algunas conclusiones acerca del DAX-30 y los títulos que los componen.

1.3 Relación con las asignaturas de la titulación

Durante la elaboración de este trabajo se ha hecho uso de conocimientos adquiridos durante el transcurso de mis estudios en el doble grado de ingeniería informática y administración y dirección de empresas. De manera general a tocado muchos de los conocimientos tratados en diferentes asignaturas pero, en concreto, se han utilizado gran parte de los adquiridos en las asignaturas que se indican en este apartado.

En la asignatura «Métodos estadísticos en economía» se abordaron los estudios estadísticos de contraste de hipótesis pero, a parte, también se introdujeron conceptos como la regresión lineal y cómo hallar variables objetivo mediante esta, algo que se ha utilizado en este proyecto. Por otro lado, esta asignatura profundizó en el análisis de resultados, sobre todo en el tema de la varianza o el error. Por último, esta asignatura abrió una puerta a la herramienta de manipulación de datos y análisis *RStudio*[4], herramienta que ha sido clave para la manipulación de datos y obtención de resultados en este proyecto.

[4]«RStudio es un entorno de desarrollo integrado (IDE) para el lenguaje de programación R, dedicado a la computación estadística y gráficos.» (Wikipedia, 15 Marzo 2020)

En la asignatura «Dirección financiera» se estudia el marco financiero, describiendo los agentes e instituciones que intervienen en el sistema financiero español, pero, que, en términos generales, son extrapolables a otros sistemas financieros. Además, se estudia el funcionamiento de los mercados financieros y de sus indicadores principales, los índices bursátiles.

Por último, en la signatura «Economía financiera» se han abordado los conocimientos principales utilizados en este proyecto, se puede decir que, en términos generales, este proyecto es una aplicación práctica de los conceptos y modelos estudiados en esta asignatura. Los modelos de Markowitz y Sharpe sobre los que se sustenta todo el trabajo se presentan y estudian en esta asignatura, junto a muchos otros conceptos como frontera eficiente, activo sin riesgo y evaluación de activos, entre otros.

1.4 Estructura del documento

La memoria del proyecto está organizada de manera que se puedan diferenciar tres partes atendiendo a su contenido:

I. La primera persigue definir conceptos necesarios para entender mejor el resto del documento. Además, trata de exponer el contexto sobre el que se va a desarrollar el estudio. Está compuesta por los capítulos del dos al cinco.

II. En una segunda parte se describe la metodología y herramientas utilizadas para calcular los datos. A parte de esto, se detalla la fuente de los datos y se comenta paso a paso el proceso ETL[5] y los algoritmos utilizados para el cálculo de los resultados. Está compuesta por los capítulos seis y siete.

III. La última de las partes expone el análisis realizado de los resultados obtenidos, tratando de dar explicaciones a los diferentes comportamientos encontrados, y las conclusiones. La conforman el capítulo ocho y nueve.

A continuación, se va a hacer una breve descripción del contenido de cada uno de los capítulos que conforman la memoria:

1. **Introducción**.
2. **Conceptos previos**. En este capítulo se trata de definir de manera ampliada conceptos que se consideran necesarios conocer para una buena comprensión del trabajo.
3. **Teoría de valoración de activos de renta variable**. En este capítulo se presenta el concepto de valoración de activos y qué trata de hacer la teoría que versa sobre este tema actualmente. Además, se exponen diferentes modelos de valoración de activos existentes y se define el concepto de eficiencia como la correcta valoración de los activos.
4. **Optimización de carteras**. En este capítulo se presenta el concepto de optimización a nivel general exponiendo el planteamiento matemático. Además, se presenta la teoría moderna de mercados y cómo aplicar el concepto de optimización en las carteras financieras.
5. **Métodos de evaluación de desempeño**. En este capítulo se presentan diferentes métodos para poder evaluar el desempeño de las carteras o títulos financieros.

[5]Proceso por el cual se extraen datos de una o diversas fuentes, se transforman, se homogenizan y se carga en una única base de datos.

6. **Estructura del estudio y herramientas utilizadas**. En este capítulo se plantea la estructura que tiene el estudio y los paso seguidos en el desarrollo. Además, se describen las herramientas que se han utilizado en el trabajo y cómo se han utilizado.

7. **Cálculo de carteras y obtención de resultados**. En este capítulo se describe el desarrollo de cada una de las partes del proyecto, explicando los pasos más importantes llevados a cabo en la obtención de los resultados

8. **Análisis de los resultados**. En este capítulo se describe el comportamiento tanto del índice como de todas las carteras construidas durante el estudio. Además, se evalúa el desempeño de cada una de ellas y se destaca la mejor.

9. **Conclusiones**. Se cierra el estudio exponiendo los puntos a los que se ha llegado, nombrando los objetivos cumplidos y resaltando factores que han sorprendido durante el estudio. Además, se indican posibles trabajos futuros.

Parte I

Fundamentos

CAPÍTULO 2

Conceptos previos

En este capítulo se definirá de manera ampliada algunos conceptos que pertenecen al mundo financiero y que son importantes para entender el proyecto llevado a cabo.

El trabajo realizado está directamente relacionado con los mercados de valores, en concreto con la Bolsa, por este motivo es necesario conocer qué es un mercado de valores y cómo funciona. En estos mercados, al igual que en cualquier otro mercado, se negocian una serie de productos, y estos tienen una serie de características, por este motivo también se explican los dos grandes grupos de productos o activos financieros en los que se pueden clasificar.

Dentro de estos mercados, también directamente relacionado con el trabajo realizado, existen los llamados índices bursátiles, a los cuales en muchas ocasiones se hace referencia como «mercado». Se define también qué son y para qué sirven y se presenta el índice con el cual se va a trabajar en el estudio, el DAX 30.

2.1 Mercado de valores

El mercado de valores es, como la palabra indica, un mercado donde se negocian una serie de productos de manera organizada y regulada por la entidad que corresponda en cada caso. En el caso de España está regulado por la Comisión Nacional de Mercado de Valores (CNMV), la Bolsa y Mercados Españoles (BME). El producto principal de este mercado son las acciones, pero, aparte de este, existen un sinfín de productos muy diversos que le confieren a este mercado un carácter complejo y profundo.

El mercado de valores es una de las herramientas más potentes de la economía. Esto se debe a que este mercado reúne y pone en contacto a las figuras más importantes en la economía de un país, las empresas y los inversores. Toda empresa para poder crecer y funcionar necesita de fondos, de los cuales normalmente carece, por eso necesita captar dichos fondos de entidades o personas con excesos de capital. Por otro lado, las figuras con ahorros quieren invertir su capital para que les genere beneficios.

Una de las ventajas más grandes que confiere el mercado de valores es que aporta liquidez a los participantes. Gracias a esto los valores se pueden comprar y vender en cualquier momento al precio de mercado. Además, establece un precio objetivo a los títulos gracias a la oferta y la demanda.

El conjunto de normas y procesos establecidos en este mercado tienen como objetivo permitir el proceso de emisión, colocación, distribución e intermediación de los valores. Además de las normas, este mercado cuenta con agentes especialistas con funcionalidades específicas que ayudan al buen funcionamiento del mercado. Estos agentes son:

- **Agentes de bolsa** (*Brokers*). «El corredor de bolsa o agente de bolsa es un intermediario clave del sistema financiero. Su función principal es contactar a compradores y vendedores de activos mobiliarios. En otras palabras, el corredor es un nexo entre la oferta y la demanda en el mercado de valores.» (Economipedia)
- **Comerciante** (*Dealer*). «Personas o firmas que compran y venden valores por cuenta propia, ya sea a través de un corredor de bolsa o de cualquier otra forma. Estos actúan como principal en el comercio por cuenta propia, al contrario de los corredores de bolsa que ejecutan órdenes a favor de sus clientes.» (Investopedia)
- **Creadores de mercado** (*Market maker*). «Un creador de mercado o market maker en inglés, son entidades que pueden ser empresas o particulares y que cumplen con la regulación del mercado financiero como participantes del mismo mediante un contrato con la Sociedad Rectora de éste, para poder ofrecer precios de compra y de venta de forma continuada. Su objetivo principal es proporcionar liquidez en las operaciones que se realizan en el mercado secundario.» (Economipedia)

Como se ha mencionado anteriormente, los tipos de valores que se pueden negociar en estos mercados son muchos y muy diversos. Entre otros, se pueden distinguir mercados de valores:

- **Primarios**. Son mercados donde se emiten por primera vez los títulos. Por ejemplo, la bolsa actúa de mercado primario para la emisión de nuevas acciones por parte de una empresa, y el Tesoro en España es el mercado primario de la deuda pública.
- **Secundarios**. Son mercados donde se negocian títulos que ya han sido emitidos y adquiridos por primera vez para segundas o ulteriores operaciones. Un ejemplo de estos mercados es la bolsa o le mercado de renta fija (AIAF) en España.
- **De renta fija**. Son mercados donde los títulos que se negocian proporcionan al inversor una renta que, a priori, es conocida. Un ejemplo de este mercado en España es la Asociación de Intermediarios de Activos Financieros (AIAF).

2.1.1. Renta variable

Los títulos de renta variable son activos que no aseguran la rentabilidad de la inversión. Es por esto que se define la renta variable, en general, como un tipo de inversión que está formada por este tipo de activos, donde la rentabilidad es incierta e, incluso, es posible no recuperar el capital invertido. El mercado de renta variable según el Plan de Educación Financiera (2010): «refleja las expectativas empresariales y, por tanto, la situraicón económica general de los distintos países y del mundo entero, esto hace que los rendimientos que se esperen estén en función de la evolución de la empresa».

Al contrario que en la renta fija, en la renta variable no podemos conocer a ciencia cierta los flujos de caja que vamos a recibir, pudiendo estos variar entre positivos y negativos e incurrir en pérdidas. Esto se debe a que la rentabilidad de estos activos depende de manera directa e indirecta de múltiples factores como: evolución de las empresas, comportamiento de otros mercados, decisiones políticas, leyes, ... En general, como afirma el BBVA en su página web, "se verán alterados por cualquier cambio que se interprete de manera positiva o negativa por parte de los inversores".

Esta alternativa de inversión permite obtener buenas rentabilidades, pero, a costa de asumir un mayor riesgo. Es decir, el hecho de que la rentabilidad no esté garantizada y sea incierta confieren a este tipo de activos un grado de riesgo mayor que otro tipo de títulos.

Los títulos de renta variable se negocian en mercados de renta variable, siendo la Bolsa el mercado por excelencia para este tipo de títulos y, la acción, el tipo de título de renta variable por excelencia. Aunque la acción no es el único producto de renta variable que existe, también podemos encontrarnos futuros u opciones entre otros.

Las acciones no son más que la parte alícuota de una empresa. Este título le confiere al poseedor una serie de derechos como, el de información o el de voto. Además, si la empresa obtiene beneficios durante el ejercicio y, la junta general lo aprueba, esta puede repartir parte de ese beneficio en forma de dividendo a los accionistas, que son los poseedores de las acciones.

El mercado de renta variable permite muchas posibilidades y es un mundo muy profundo y complejo. En estos mercados es posible llevar a cabo un gran número de acciones, tanto por parte de las empresas como de los inversores. En este apartado no se describirán todas estas operaciones, pero se enumerará alguna:

- **Ampliación de capital**. «Operación financiera dirigida a incrementar los recursos propios de una empresa para poder acometer nuevas inversiones o por necesidades de financiación.» (Economipedia). Una de las formas de realizar esta operación es la emisión de nuevas acciones en la bolsa.

- **Oferta pública de venta (OPV)**. «Operaciones que se realizan cuando un propietario de un gran volumen de acciones de una empresa desea vender ese paquete accionarial. Son ofertas de un volumen excepcional de acciones, que de realizarse por la vía ordinaria de negociación en bolsa podría llevar a un descenso abrupto e importante de su cotización. Por ello esa venta se hace de forma ordenada y regulada». (Economipedia)

- **De renta variable**. Son mercados donde los títulos que se negocian proporcionan al inversor una renta que, a priori, no es posible conocer. Ejemplo de este mercado en España son la Bolsa y el Latibex.

- **Oferta pública de adquisición (OPA)**. «Operación del mercado de valores por las que una persona o entidad hace una oferta para comprar todas o parte de las acciones de una empresa que cotiza en bolsa a un precio determinado.» (Eleconomista)

2.1.2. Renta fija

«La renta fija es un tipo de inversión formada por todos los activos financieros en los que el emisor está obligado a realizar pagos en una cantidad y en un período de tiempo previamente establecidos.» (Economipedia)

Esto quiere decir que en títulos de renta fija se garantiza la devolución del capital invertido y también, una serie de pagos en unas fechas determinadas que generarán una cierta rentabilidad en la operación. Así pues, en este tipo de inversiones conocemos a priori los intereses o rentabilidad que se generará.

Es cierto que en este tipo de activos se conoce desde el primer momento la rentabilidad y que, en cierto modo, se dice que está garantizada, sin embargo, esto no quiere decir que el riesgo sea nulo. Es posible que se dé el caso de que el emisor del título no pueda cumplir con lo pactado.

Pese a esto, la renta fija es un tipo de inversión bastante segura, con poco riesgo y, generalmente tiene menor riesgo que la renta variable. Es por esto que la rentabilidad esperada en renta fija es menor que en la renta variable.

El hecho de que en estos productos conozcamos desde un inicio la cantidad que se nos va a pagar y el momento en que se efectuará dicho pago, no quiere decir que su precio sea constante. En otras palabras; en la renta fija, lo que es fijo, es la cantidad de dinero que se ha acordado que nos van a pagar. Esta cantidad de dinero se fragmenta en diferentes pagos llamados cupones.

El precio de estos títulos no es constante porque los prestamistas o inversores que han adquirido estos títulos pueden acudir al mercado para venderlos. De esta manera, el precio de un mismo título puede variar en el tiempo.

Para que los activos de renta fija tengan intereses fijos se han de mantener hasta el vencimiento del título. Es decir, si se adquiere un título de renta fija y se mantiene hasta la fecha en que se extingue el contrato, no importan las fluctuaciones del precio de ese título en el mercado, pues el inversor obtendrá la rentabilidad acordada.

La renta fija, según la Comisión Nacional del Mercado de Valores (CNMV), se puede clasificar en dos grupos atendiendo la naturaleza del emisor del título. Por un lado, tenemos la renta fija pública y, por otro, la renta fija privada:

- **Deuda pública**. Se llama deuda pública a los títulos de renta fija emitidos por entes públicos para financiarse. Por ejemplo, un país.

- **Deuda privada**. Se llama deuda privada a los títulos de renta fija emitidos por entes privados para financiarse. Por ejemplo, una empresa.

Dentro de cada una de estas dos grandes categorías se pueden distinguir diferentes tipos de deuda según la capacidad de la entidad emisora de hacer frente a la deuda contraída con el inversor. Los títulos son clasificados o catalogados por las agencias de calificación crediticia.

2.2 Índices bursátiles

La página especializada Economipedia define un índice bursátil como "un índice de referencia que se forma con un conjunto de valores cotizados en una bolsa de valores."

Los índices se crean con cestas de valores cotizados e individuales, es decir, que están compuestos por varios activos que cotizan en el mercado de valores de manera independiente al resto. Los activos que componen el índice bursátil se llaman «valores constituyentes del índice». Los índices bursátiles son muy útiles para poder analizar variaciones de precios o evaluar el desempeño de un conjunto de empresas de manera inmediata.

Este índice bursátil es un valor numérico calculado según los precios de mercado, en cada momento, de cada uno de los títulos que componen dicho índice. La rentabilidad del índice es la variación de su valor de un periodo a otro, siendo esta la suma ponderada de las rentabilidades de los títulos que la componen.

Es posible generar infinidades de índices bursátiles, cada uno construido seleccionando títulos bajo un cierto criterio y mediante fórmulas específicas. Cualquier persona podría agrupar un conjunto de títulos que le interesase y conformar un índice. Al fin y al cabo, un índice bursátil sirve para representar la evolución del conjunto de activos que lo componen de manera rápida.

A pesar de esto, cuando se habla de índices bursátiles, se suele hacer referencia a índices que sirven para representar la evolución de las empresas de un país, un determinado sector de la economía o un tipo de activo financiero. Los índices bursátiles que acaparan las mayores empresas de un país se utilizan como un indicador de la economía de este. Según la IG Group[1], se pueden distinguir los siguientes tipos de índices:

- **Índices mundiales**. Este tipo de índices incluyen a las mayores empresas mundiales. Ejemplos de este tipo de índices son el índice MSCI World, que se compone de 1500 valores de los diferentes mercados del mundo. Este índice se suele utilizar como referencia para fondos.
- **Índices nacionales**. Este tipo de índice muestra el rendimiento del mercado de renta variable de un país. De esta manera, este índice este tipo de índice muestra la valoración que tienen los inversores de ese mercado de los títulos que se negocian en él. Un ejemplo de este índice es el IBEX-35 que está compuesto por acciones de las 35 empresas más importantes de España.
- **Índices sectoriales**. Este tipo de índices están mucho más especializados. En este caso sirven para hacer un seguimiento del rendimiento de sectores o industrias específicas. Un ejemplo de este índice es el Morgan Stanley Biotech, que hace seguimiento a 36 empresas de biotecnología.
- **Índices de divisas**. Este tipo de índices mide el valor de una divida sobre otras dividas. Por ejemplo, el US Dollar Indez, que mide el valor del dólar sobre otras divisas.
- **Índices de materias primas**. Este tipo de índices es parecido al índice de tipo sectorial, pero, en este caso, se centran únicamente en materias primas. Un ejemplo de este tipo de índice es el Continuous Commodity Index, que incluye 17 futuros de materias primas.
- **Índices de sentimiento de mercado**. Este tipo de índice mide las expectativas de la volatilidad a corto plazo. Un ejemplo de este tipo de índices es el CBOE (VIX).

2.2.1. DAX-30

«El DAX-30 es el índice de las acciones blue chip[2] de las 30 compañías más grandes de Alemania que cotizan en la Bolsa de Fráncfort» (Consolación Espiñeira Carmona, Comparación del IBEX 35 y el DAX 30: Metodología de cálculo y rendimientos, mayo 2018). Las sesiones de esta bolsa se desarrollan de lunes a viernes de 9:00 a 17:30, que es cuando se lleva a cabo la subasta de cierre de precios de Xetra[3]. Se tienen valores históricos del DAX 30 desde el 28 de septiembre de 1959 pero, se considera a partir 30 de diciembre de 1987 ya que en esta fecha se fijó su base en el valor 1.000.

El DAX es un índice de tipo nacional que mide el rendimiento de las 30 empresas más grandes de Alemania en términos de volumen y capitalización de mercado. Este es un índice, por tanto, ponderado según capitalización. Se calcula según la metodología de capital flotante, por lo que solamente se tienen en cuenta el número de acciones de libre disposición, es decir, las que se pueden comprar y vender efectivamente, ignorando así las acciones en poder de gobiernos u otras instituciones.

Los 30 títulos que componen el índice suponen en torno al 80 % de la capitalización del mercado alemán. En este grupo de acciones están representados los sectores con in-

[1]«IG Group es un bróker británico de los mercados de valores [...] está regulada por la Financial Conduct Authority» (Wikipedia)

» [2]"Los valores blue chip son las acciones de compañías con buena reputación, estables desde el punto de vista financiero y arraigadas en su sector" (IG Group)

[3]«Es la plataforma electrónica de negociación de la Bolsa Alemana» (Wikipedia)

fluencia en la economía del país. El DAX 30 fue diseñado desde un inicio para ser utilizado como subyacente de productos financieros.

El peso máximo que puede tener una empresa en este índice está limitado al 10 %. A través de Xetra se extraen los precios, que se calculan cada segundo. El índice se calcula según la fórmula 2.1 y se revisa trimestralmente para añadir o eliminar acciones. Las empresas que componen el DAX deben cumplir con los siguientes requisitos:

- Llevar al menos tres años cotizando en bolsa.
- Como mínimo el 10 % de sus títulos deben negociarse públicamente.
- Deben cotizar en el segmento "Prime Standard" de la Bolsa de Frankfurt
- Tiene que ser representativas para la economía alemana.

$$DAX_t = K_T \cdot \frac{\sum p_{it} \cdot ff_{iT} \cdot q_{iT} \cdot c_{it}}{\sum p_{i0} \cdot q_{i0}} \cdot Base \qquad (2.1)$$

Donde:

- t. Es el momento en que se calcula el índice.
- T. Es el momento en el que se hacen ajustes (momento del último encadenamiento).
- K_t. Es el factor que permite encadenar los tiempos T y t.
- p_{it}. Es el precio de la acción i en el momento t.
- ff_{iT}. Es el capital flotante de la acción i en el momento T.
- q_{iT}. Es el número de acciones de la compañía i en el momento T.
- c_{it}. Es el factor de ajuste de la compañía i en el momento T (por ampliaciones o reducciones de capital, dividendos, etc).
- p_{i0}. Es el precio de cierre de la acción i en el día de negociación siguiente a la primera inclusión en el índice.
- q_{i0}. Es el número de acciones de la compañía i en el día de negociación siguiente a la primera inclusión en el índice.
- Base del índice. En este caso es 1000

En la figura 2.1 podemos ver un gráfico de tarta que nos muestra la composición del DAX 30 por sectores económicos. Como se puede ver en esta, el sector número uno dentro de la economía alemana es la química. Esto es debido a que existen dentro de este índice grandes empresas químicas como BASF y Bayer.

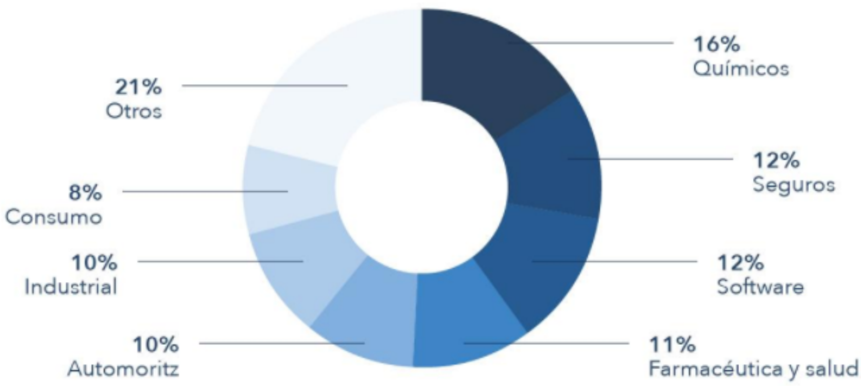


Figura 2.1: Composición del DAX 30 por sectores. Fuente: https://www.ig.com, con datos a fecha del 13 de mayo de 2020

Bien es cierto que la industria automovilística es una de las más influyentes dentro del índice también, puesto que, se encuentran los tres grandes fabricantes de vehículos alemanes. Estos tres grandes son Daimler[4], BMW y Volkswagen Group representando una gran fracción de la ponderación del índice y aproximadamente el 12 % de su capitalización total.

[4]Es la empresa matriz de Mercedes-Benz

CAPÍTULO 3

Teoría de valoración de activos de renta variable

Algo imprescindible que tiene que tener en cuenta un buen comprador, es que paga por el producto adquirido el precio adecuado. Se puede decir que un buen mercado es aquel que asegura que los productos que se venden y compran en él, se estén valorando correctamente y, que por ellos, se estén pagando unas cantidades de dinero correctas.

Esta idea se aplica, como no puede ser de otra manera, al mercado de valores. En este mercado es necesario tener en cuenta y saber si un activo está valorado correctamente o si no lo está, si está sobrevalorado o infravalorado, ya que esta información puede traer tanto pérdidas como beneficios para el inversionista.

A partir de ahí se ha desarrollado la teoría de valoración de activos que se ocupa de precisamente de esto, de conocer el valor adecuado que tendría que tener un determinado producto financiero. Con este objetivo se han ido generando diferentes modelos, como el modelo CAPM, APT o el de Sharpe, que se describen en este capítulo.

3.1 Concepto

En el mercado de renta variable, como se ha explicado, los rendimientos de los diferentes activos varían, puesto que están sujetos a múltiples factores y, estos factores pueden afectar más a unos que a otros, de manera positiva o negativa. Un inversor tiene en este mercado una gran variedad de posibles inversiones ya que existen muchas acciones distintas. En cada una de ellas existe incertidumbre con respecto a la rentabilidad que se espera obtener y al riesgo que se asume en cada uno de los activos financieros.

De esta manera, dependiendo del análisis que realice el inversor, éste formará una combinación de títulos financieros, a esta combinación de activos se le denomina cartera o portafolio. Indiferentemente de la cartera que cree, siempre proporcionará una rentabilidad con nivel de riesgo que tendrá que asumir.

FIKAI (2013) nos brinda una definición de rentabilidad: «La rentabilidad de una inversión se define como la variación porcentual que experimenta el valor de un activo durante un periodo de tiempo». Éste mismo explica que es posible diferenciar dos tipos de rendimientos según la perspectiva temporal que analicemos. Si nos fijamos en el pasado estaremos hablando de rentabilidad histórica, y si nos basamos en el futuro hablaremos de rentabilidad esperada.

La rentabilidad histórica se calcula a partir de los datos históricos del activo. Esto quiere decir, que para poder calcular esta rentabilidad tendremos que atender a los datos de los precios que ha tenido este activo en una franja de tiempo determinado. La rentabilidad esperada, por el contrario, no se basa en datos pasados, sino, en previsiones de precios futuros. Pese a que se utilicen datos históricos, cuando los datos no son conocidos con certeza, solamente se puede realizar una estimación aproximada mediante la esperanza matemática.

En el mercado de renta variable, el rendimiento esperado para un inversor es el coste de oportunidad de capital para los inversores que comparten el mismo grado de riesgo que éste. «De acuerdo con Breayle, Myers y Allen (2014) para estimar el costo de capital con base en los rendimientos históricos o las primas de riesgo, es mejor utilizar promedios aritméticos. El uso de rendimientos históricos se debe a que no se puede conocer con exactitud la tasa de rendimiento del portafolio de mercado debido a su composición» (Carla Imma Lupa Bascones, 2019).

Como vemos en la ecuación 3.1 la rentabilidad de un título financiero se puede definir como la suma de la tasa de interés libre de riesgo y la prima de riesgo de ese título. La primera parte del sumando corresponde a la rentabilidad que se obtendría si se invirtiera en un activo sin riesgo, es decir, que se considera seguro, como la deuda del estado. La segunda parte del sumando hace referencia a lo que el inversor espera recibir por asumir el riesgo adicional al optar por invertir en el activo en cuestión.

$$r_m = r_f + \text{prima de riesgo} \tag{3.1}$$

Atendiendo a esto, y según el tema 9 de la asignatura de Dirección Financiera de la Universidad Politécnica de Valencia, podríamos generar una cartera combinando activos con riesgo y activos sin riesgo. De esta manera, dado un activo con riesgo con una rentabilidad esperada r y riesgo σ, medido por la desviación típica de los rendimientos y, comprando α del activo arriesgado y 1-α del activo sin riesgo, construiríamos una cartera de rentabilidad r_c y riesgo σ_c (varianza ponderada del activo con riesgo) como se ve en las ecuaciones 3.2 y 3.3 respectivamente.

$$r_c = \alpha r + (1-\alpha) r_t \tag{3.2}$$
$$\sigma_c = \alpha\sigma \tag{3.3}$$

Las previsiones y expectativas de los inversores en el mercado varían en el tiempo, haciendo que, del mismo modo, varíe el riesgo y con ello la prima de riesgo. «Si hay una disminución en el rendimiento que los inversionistas requieren, la prima de riesgo será sobreestimada a partir de los rendimientos pasados» (Brealey, Myers y Allen, 2014).

El concepto de riesgo se refiere a la probabilidad de que una operación termine de un modo diferente al que se esperaba en un inicio. Una forma de medir el riesgo es calculando la variabilidad que pueden tener los rendimientos futuros de un activo o cartera. De esta manera, como ya hemos visto, se puede utilizar la varianza o la desviación típica como indicador.

$$\text{Riesgo total de un activo} = \text{Riesgos sistemático} + \text{Riesgo no sistemático} \tag{3.4}$$

El riesgo de un activo o cartera se puede descomponer en la suma de dos tipos de riesgos, el riesgo sistemático o no diversificable y el riesgo no sistemático o diversificable. El primer tipo de riesgo, el sistemático, se caracteriza porque no es posible eliminarlo o minimizarlo en una cartera, el segundo, al contrario, es posible eliminarlo o minimizarlo en una cartera por medio de una buena gestión del riesgo, mediante técnicas de minimización del riesgo por medio de la diversificación.

El riesgo sistemático, también conocido como riesgo de mercado, engloba el conjunto de factores monetarios, políticos, sociales y económicos que provocan alteraciones de la rentabilidad de un activo. Afecta a todos los activos del mercado en mayor o menor grado.

El riesgo no sistemático engloba al conjunto de factores que tienen que ver con la empresa o la industria y que afectan únicamente a la rentabilidad de sus acciones o bonos. Este surge de la incertidumbre que gira alrededor de la empresa y el desarrollo de su actividad.

La teoría de valoración de activos versa sobre cómo evaluar los títulos financieros, de manera que podamos estimar la rentabilidad que debería aportar dicho activo atendiendo al riesgo que posee, entre otros factores. Existen diferentes modelos que intentan conseguir esto, pero, tienen en común que existe una relación directa entre la rentabilidad del activo y el riesgo asumido.

3.2 *Capital Asset Princing Model* (CAPM)

El modelo de valoración de activos CAPM es un modelo desarrollado por William Sharpe (1962) que permite estimar la rentabilidad esperada en función del riesgo sistemático.

Según Fama, E.F. y Kenneth R.F. (2003) en su estudio The CAPM: Theory and Evidence, el modelo de valoración de activos CAPM marca el nacimiento de la teoría de valoración de activos. Anterior a este modelo no existían modelos de valoración de activos construidos sobre el principio de oportunidad de inversión con predicciones claras y comprobables del riesgo y el rendimiento.

El desarrollo de este modelo está basado en el modelo media-varianza o modelo de Markowitz de Harry Markowitz (1952, 1959). Se trata de un modelo teórico que se basa en el equilibrio del mercado, donde la situación de mercado es de competencia perfecta, en el cual los precios de los activos se determinan gracias a la interacción de la oferta y la demanda. Teniendo más rentabilidad los activos más arriesgados, si pudiéramos medir y dar valores a los diferentes niveles de riesgo asumidos, podríamos estimar un porcentaje de rentabilidad potencial de los activos.

El modelo CAPM, trata de formular este razonamiento. En las ecuaciones 3.5 y 3.6 podemos ver la formulación del modelo.

$$E(R_i) = E(R_{ze}) + [E(R_e) - E(R_{ze})]\beta_i e, \quad i = 1, ..., N, \tag{3.5}$$

$$\beta_{ei} = \frac{Cov(R_i, R_e)}{\sigma^2(R_e)} = \frac{\sum_{j=1}^{N} x_{je} Cov(R_i, R_j)}{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_{je} Cov(R_i, R_j)} \tag{3.6}$$

Donde:

- **E(**R_i**)**. Es la tasa de rentabilidad esperada de un activo concreto.
- **E(**R_{ze}**)**. Es la rentabilidad del activo sin riesgo.
- **E(**β_{ie}**)**. Es la medida de la sensibilidad del activo respecto al mercado. Mide la volatilidad.
- **E(**R_e**)**. Es la rentabilidad esperada del mercado

Fama, E.F y Kenneth R. F. (2003) indican en su estudio que, para poder interpretar estas dos ecuaciones es necesario tener en cuenta que la rentabilidad esperada de los activos y las covarianzas entre los activos son parámetros que tiene que aportar el inversor. Sabiendo esto, las ecuaciones dicen que, dados estos datos de entrada, encontrar una cartera que minimice la varianza del rendimiento sujeto a haber esperado el rendimiento E(Re) implica escoger los pesos de los activos que componen la cartera. Cada uno de estos activos producirán un riesgo beta que hará que la primera fórmula se satisfaga para cada activo.

3.3 *Arbitrage Pricing Theory* (APT)

La teoría del arbitraje, o arbitraje pricing theory (APT) en inglés, es una teoría que pretende estimar la rentabilidad esperada de un activo como una función lineal de un número desconocido de factores desconocidos.

Para poder entender mejor esta teoría es necesario que definamos qué es el arbitraje. Según Ignacio Requejo Puerto[1] el arbitraje es la «ganancia de un beneficio sin riesgo al aprovechar un diferencial en la valoración de un mismo título o activo físico en dos mercados. Implica venta de un activo a un precio relativamente alto y compra simultánea del mismo título (o equivalente) a un precio relativamente bajo».

De acuerdo con esta definición de arbitraje, los beneficios derivados de operaciones de esta clase están libres de riesgo, de esta manera, todo inversor tiene incentivos para aprovechar las oportunidades de arbitraje explotándolas mediante carteras de arbitraje. Esto último es el supuesto fundamental de esta teoría.

El principio fundamental alrededor del cual gira esta teoría es que, en un mercado de títulos que funciona correctamente no deberían existir estar oportunidades de arbitraje.

Simplificando, la teoría de arbitraje se materializa en una ecuación lineal que depende de una serie de factores y de unos parámetros o coeficientes, que llamaremos coeficientes beta, a los que se suma una constante llamada activo libre de riesgo. Así pues, al igual que en el modelo CAPM, el objetivo es estimar la rentabilidad esperada de un activo. La fórmula matemática del modelo es la que vemos en la expresión 3.7.

$$E(r_i) = r_f + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2 + \cdots + \beta_n F_n + \epsilon \tag{3.7}$$

Donde:

- **E(**r_i**)**. Es la tasa de rentabilidad esperada de un activo concreto.
- r_f. Es la rentabilidad del activo sin riesgo.
- β. Es el coeficiente o parámetro de cada factor
- **F**. Es el factor macroeconómico que influye en la rentabilidad esperada
- ϵ. Es el error aleatorio del modelo lineal.

Los diferentes factores que componen la expresión matemática son magnitudes macroeconómicas como el Producto Interior Bruto, y las betas que los acompañan expresan la sensibilidad de la rentabilidad del activo ante cambios de las diferentes magnitudes.

Si nos fijamos en el valor de las betas y su signo podemos entender mejor la expresión. Si el valor es mayor que uno, el factor en cuestión afectará más que proporcionalmente a

[1]En sus apuntes sobre la teoría del arbitraje: http://www.irequejo.es/asig01/01esqm/sq1001001.pdf

la rentabilidad del activo y, si es menor que uno, afectará menos que proporcionalmente. En cuento al signo de las betas, si el signo de estas es positivo, esto quiere decir que afecta de manera directa a la rentabilidad, por el contrario, si es negativa, la relación será inversa.

Esta teoría del arbitraje y el modelo factorial (Ross, S.A., 1976), se puede considerar como una ampliación del modelo CAPM. Así pues, el modelo CAPM sería un caso particular del modelo APT cuando se contempla un único factor explicativo de la rentabilidad de las inversiones y, dicho factor, viene dado por la cartera de mercado.

3.4 Modelo de mercado de Sharpe

El modelo de Sharpe es un modelo de fijación de precios de activos, ideado por William Sharpe en 1963, en el cual un inversor puede construir una cartera eligiendo una exposición al riesgo determinada a través de la combinación de valores de renta fija y de renta variable.

Este modelo surge como caso particular del Modelo Diagonal, también creado por William Sharpe. A su vez, este modelo es el resultado de la simplificación que William Sharpe realizó del modelo de Markowitz.

El modelo de Markowitz implica un elevado coste computacional y un elevado número de datos ya que es necesario hallar todas las covarianzas existentes entre cada pareja de títulos y generar una gran matriz de varianzas y covarianzas. Para evitar esto, William Sharpe propone el modelo diagonal de índice de mercado. De partida, se asume que la relación entre los posibles activos que conforman la cartera está dada por un índice que es común a ellos y, que, normalmente, se asimila al mercado al que pertenezcan los activos que conforman la cartera.

Como se ha dicho anteriormente, el Modelo de Mercado de Sharpe, es un caso particular de este Modelo Diagonal. Esta particularidad se refiere a que se toma el índice de referencia como la rentabilidad que ofrece el mercado de valores.

Entonces, la rentabilidad de un determinado activo, i, viene dada por la expresión 3.8

$$R_i = a_i + b_i \cdot I + \epsilon_i \tag{3.8}$$

Donde:

- r_i. Es una constante.
- b_i. Parámetro propio de cada activo i, expresa la relación existente entre las fluctuaciones de la rentabilidad del índice y fluctuación del rendimiento del activo en particular. Corresponde a la pendiente de la recta.
- **I**. Nivel del índice.
- ϵ_i. Variable aleatoria.

Asumiendo que:

- La correlación entre el índice, I, y la variable aleatoria, ei, es nula para cualquier activo.
- Las rentabilidades de dos activos cualesquiera están relacionadas sólo a través de su relación común con el índice.

El valor esperado de la rentabilidad de una cartera vendrá dada por la expresión 3.9

$$E_p = \sum_{i=1}^{N} X_i \cdot E(R_i) = \sum_{i=1}^{N} X_i[a_i + b_i \cdot E(I)] \tag{3.9}$$

Y la rentabilidad real estará dada por la expresión 3.10

$$R_p = \sum_{i=1}^{N} X_i \cdot R_i = \sum_{i=1}^{N} X_i \cdot (a_i + b_i \cdot I + \epsilon_i) \tag{3.10}$$

Desarrollando y sacando factor común queda la expresión del a figura 3.11

$$R_p = X_1 \cdot a_1 + ... + X_N \cdot a_N + b_p \cdot I + X_1 \cdot \varepsilon_1 + ... + X_N \cdot \varepsilon_N \tag{3.11}$$

El término b_p de la expresión (ecuación 3.11) indica la sensibilidad de la rentabilidad de la cartera a los cambios en el índice. Es otras palabras, se podría decir que es una medida de la volatilidad de la cartera.

El riesgo del título se mide con la varianza de la cartera. Para poder calcularla se necesita considerar los términos relacionados con los elementos aleatorios. Además, el modelo supone que cada variable no está correlacionada con las demás. La expresión para calcularla la podemos ver en la figura 3.12

$$\sigma_p^2 = b_p^2 \cdot \sigma_1^2 + \sum_{i=1}^{N} X_i^2 \cdot \sigma_{\epsilon 1}^2 \tag{3.12}$$

Atendiendo a la expresión, el primer sumando de la varianza se le conoce como riesgo sistemático o no diversificable y al segundo como riesgo no sistemático o diversificable. El riesgo no diversificable o no sistemático es un tipo de riesgo que se puede eliminar mediante técnicas de diversificación de activos, el riesgo sistemático, por el contrario, no se puede eliminar. En carteras eficientes el riesgo no sistemático tendrá que ser nulo.

3.5 Eficiencia de los mercados de capitales

La teoría de los mercados eficientes fue desarrollada por Fama, E.F. en 1970. Este argumentó que un mercado en el que todos los precios de los títulos siempre reflejan completamente la información disponible, de tal manera que se valoren siempre de manera correcta, se le puede catalogar como eficiente.

De esta manera, en un mercado eficiente, los precios de los títulos que se negocian deberán ajustarse de manera rápida y precisa a cualquier variación de información que pudiera darse.

Cuando este habla de información disponible, se refiere a tres grupos de información diferentes. El primer grupo de información recoge información sobre los precios históricos de los activos. El segundo grupo de información recoge información pública sobre la situación de la empresa, comunicados, beneficios, etc. El tercer y último grupo de información hace referencia a la información que pueden tener monopolizada grupos de inversores sobre la formación de los precios.

Se dirá que un activo está correctamente valorado cuando el valor neto de este sea cero, es decir, que este no aporte ni más rendimiento del que se espera ni menos. En otras palabras, no existirán activos que esté infravalorados, ni sobrevalorados, y los inversores obtendrán el rendimiento adecuado para el nivel de riesgo que han asumido con la operación. De esta manera, los inversores, no tendrán que gastar ni tiempo, ni dinero, en el análisis del valor intrínseco del título (FIKAI, 2013).

En el momento en que el valor actual neto no sea nulo, el título estará infra o sobrevalorado, existiendo diferencia entre el precio y el valor intrínseco de este. En estos momentos existirá una ineficiencia. Este tipo de ineficiencias son de carácter temporal y se dan en el breve transcurso de ajuste del precio ante variaciones de información.

De acuerdo con Eugene Fama (1965):

- Los precios actuales de los activos cambian de manera rápida para ajustarse al nuevo valor intrínseco que resulta de la variación de la información.
- El tiempo que transcurre entre dos ajustes consecutivos de precios en un mismo título es una variable aleatoria independiente.

Atendiendo a los tres tipos de información, Fama, E.F. en su teoría de mercados de capitales eficientes, describe tres pruebas o hipótesis:

- ***Weak form tests*** **o hipótesis débil**. En esta, cada título refleja totalmente la información contenida en la serie histórica de precios, es decir, toda la información pasada. De acuerdo con esta hipótesis, ningún inversor podrá conseguir un rendimiento superior al promedio del mercado analizando exclusivamente la información pasada.
- ***Semi-strong form tests*** **o hipótesis intermedia**. En esta, cada título refleja, no solo la información pasada, sino también, toda la información pública que existe acerca de la empresa y del entorno que pueda afectar a cada título. De acuerdo con esta hipótesis, solo se podrá lograr un rendimiento superior al promedio a través de la utilización de información privilegiada o privada.
- ***Strong form tests*** **o hipótesis fuerte**. En esta, los precios reflejan toda la información existente, ya sea pública o privada. En esta hipótesis es imposible de lograr ya que solamente se daría en un mercado perfecto. En este mercado solo sería posible conseguir rendimientos superiores al mercado mediante el azar.

CAPÍTULO 4

Optimización de carteras

En este capítulo se va a explicar lo que se entiende por optimización y el aspecto general que tiene un problema de optimización, además de los objetivos que persigue.

Por otro lado, se va a explicar también qué es la teoría moderna de carteras que introdujo Harry Markowitz y cómo se puede plantear para hallar carteras óptimas para un inversor concreto a partir del planteamiento del modelo como un problema de optimización.

4.1 Teoría de la optimización

Dado que en muchos activos no es posible posicionarse en corto porque el mercado no te permite se ha decidido restringir el modelo con posiciones en largo solamente.

Puede encontrarse una definición de optimización en la página web personal del doctor Silvestre Paredes[1]: «La teoría de optimización clásica o programación matemática está constituida por un conjunto de resultados y métodos analísticos y numéricos enfocados a encontrar e identificar al mejor candidato de entre una colección de alternativas, sin tener que enumerar y evaluar explícitamente todas estas alternativas. Un problema de optimización es, en general, un problema de decisión».

De acuerdo con esta definición podemos decir que la optimización tiene como objetivo elegir la mejor alternativa de entre un conjunto finito o infinito de posibles soluciones. Los problemas de optimización consisten en la formulación de una expresión estándar de medida que determine el valor o rendimiento de una alternativa y, en la mejora de este valor por medio de la elección de la mejor alternativa de entre el conjunto de alternativas que existen.

En un problema de optimización el objetivo es hallar un mejor rendimiento cada vez mientras se va acercando el rendimiento a uno o varios puntos óptimos. Esto se puede conseguir maximizando o minimizando una determinada función (que es la expresión estándar de medida), siendo esta el indicador que nos determina si el rendimiento es bueno o malo. A la vez que se consigue mejorar la función se satisfacen unas determinadas restricciones que impone el problema.

Alejandro Antón Aguilar, en su trabajo de final de grado titulado Optimización de carteras de inversión mediante técnicas evolutivas y diferentes medidas de riesgo, nos plasma muy bien el planteamiento formal de un problema de optimización a grandes rasgos. En este documento nos describe que un problema de optimización puede ser representado como la búsqueda de un vector $\vec{x}^*$ de parámetros del sistema en conside-

[1]La podemos encontrar en: http://www.dmae.upct.es/∼ paredes/am_ti/apuntes/guia_foe.pdf

ración, que satisface las m restricciones de desigualdad y las p restricciones de igualdad (ecuación 4.1). Y parar los cuales existe un criterio de calidad (que es la función de medida) es maximizado y/o minimizado.

$$\begin{aligned} \vec{x}^* &= \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ \vdots \\ x_n^* \end{bmatrix} \\ g_i(\vec{x}) &\geq 0 \qquad i = 1, 2, ..., m \\ h_i(\vec{x}) &= 0 \qquad i = 1, 2, ..., p \end{aligned} \tag{4.1}$$

En el planteamiento anterior podemos identificar tres elementos fundamentales: el vector de parámetros, las restricciones y el criterio de calidad. Estos tres elementos se corresponden cada uno con las variables del problema, un conjunto de relaciones que deben cumplir las variables y una función hecha mediante esas variables. Estos elementos se repiten en todos los problemas de optimización y se definen a continuación:

- **Variables de decisión**. Este es el primer elemento clave en la formulación de un problema de optimización. Se deben seleccionar las variables independientes que sean más adecuadas para caracterizar los posibles modelos candidatos y las condiciones de funcionamiento del sistema. Las variables independientes son aquellas que tienen impacto sobre la función objetivo. Estas variables se representan como en forma de vector (expresión 4.1).

- **Restricciones**. Cuando ya están escogidas las variables independientes, el paso que sigue es establecer las restricciones del sistema. Esto se hace mediante ecuaciones o inecuaciones, de esta manera se establecen las relaciones que deben cumplirse entre las variables de decisión. Estas restricciones se deben a limitaciones del sistema, naturaleza del problema, limitaciones tecnológicas y otras. Distinguimos dos tipos de restricciones:

    - **De desigualdad**. Son inecuaciones entre variables como se ve en la expresión 4.1.

    - **De igualdad** Son ecuaciones entre las variables como se ve en la expresión 4.1

- **Función objetivo**. Por último, se establece la función objetivo, que es nuestra función de medida, también llamada criterio de elección o índice de rendimiento. Esta función es la encargada de decir qué valores de las variables son los adecuados y, de esta manera, resuelven el problema de optimización. No importa el método de optimización que se utilice, se entenderá «mejor» dentro de la optimización a los valores de las variables de decisión que generen un valor máximo o mínimo (dependiendo del criterio elegido) de la función objetivo elegida.

El problema que plantean este tipo de métodos es que, cuando las funciones que se están tratando no son lineales, se obtienen óptimos locales. En la mayoría de los casos esto no es suficiente para los problemas del mundo real. Debido a este problema es necesario recurrir a la optimización global.

El objetivo de la optimización global es encontrar la mejor solución de un modelo, pero, esta vez, de manera absoluta. Estos modelos es posible que no sean lineales, como se muestra en la figura 4.1 y que tengan múltiples puntos óptimos locales, como vemos en la figura 4.2.

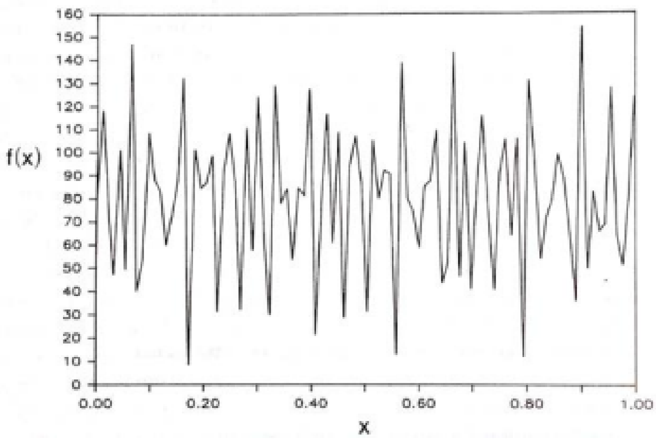


Figura 4.1: Función no lineal Fuente: Optimización de carteras de inversión mediante técnicas evolutivas y diferentes medidas de riesgo, Alejandro Antón Aguilar, Universidad Carlos III de Madrid

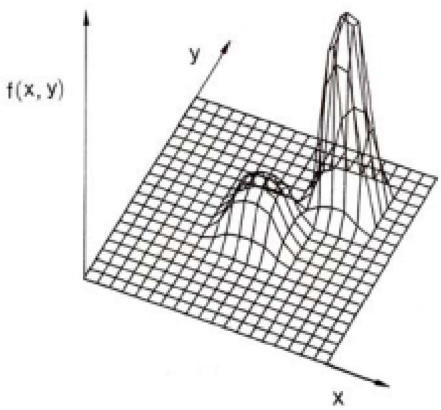


Figura 4.2: Función con múltiples picos Fuente: Optimización de carteras de inversión mediante técnicas evolutivas y diferentes medidas de riesgo, Alejandro Antón Aguilar, Universidad Carlos III de Madrid

4.1.1. Modelos de optimización

Los modelos de optimización se han clasificado tradicionalmente en tres grandes grupos; los enumerativos, los deterministas y los estocásticos. Dentro de los modelos deterministas podemos encontrar dos ramas principales, que son los métodos directos e indirectos. Dentro de los modelos estocásticos cabe destacar los modelos metaheurísticos.

Los modelos enumerativos son aquellos que garantizan la obtención de la mejor solución posible, es decir, del óptimo global. Esto lo hace por vía exploratoria del espacio de soluciones en su totalidad. Esto quiere decir que este tipo de modelos genera y evalúa cada solución una por una hasta que encuentra el óptimo.

Este tipo de modelos se pueden utilizar en espacios de búsqueda finitos o infinitos, pero discretizados, y en dicho caso no se podría asegurar un óptimo global, sino, el óptimo de dicho espacio acotado. Este tipo de modelos son muy sencillos y útiles cuando el espacio de búsqueda es pequeño.

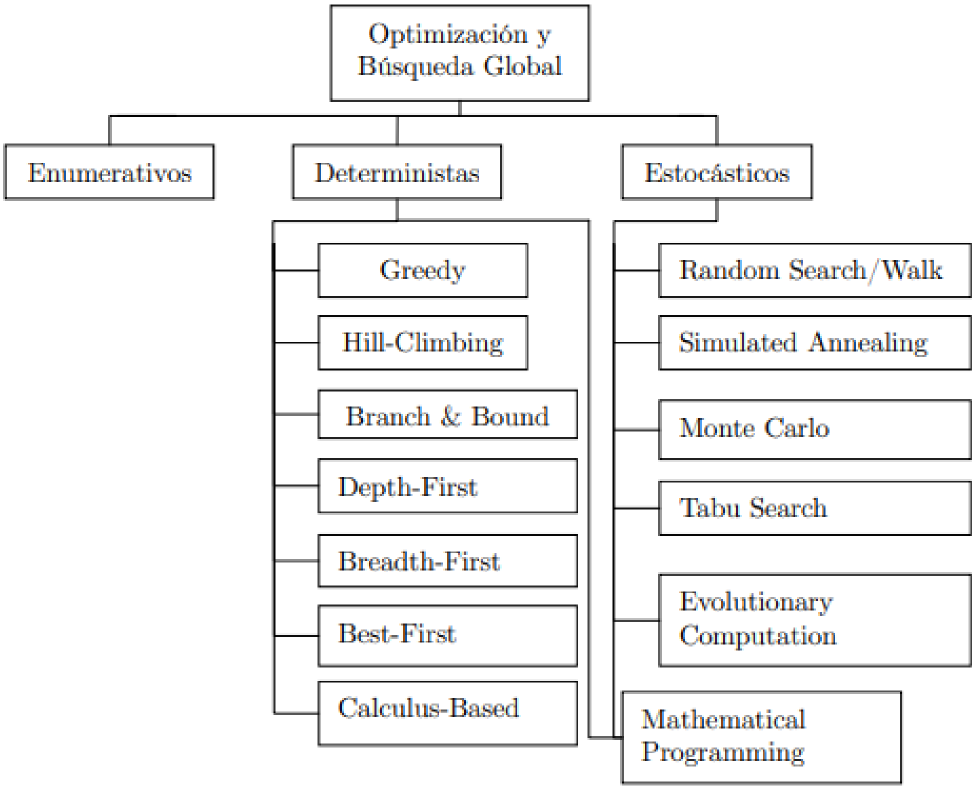


Figura 4.3: Clasificación clásica modelos optimización. Fuente: Optimización de carteras de inversión mediante técnicas evolutivas y diferentes medidas de riesgo, Alejandro Antón Aguilar, Universidad Carlos III de Madrid

Los modelos deterministas o numéricos son modelos donde se supone que los datos son conocidos a ciencia cierta, es decir, se da por hecho que cuando el modelo sea analizado se tendrá disponible la información que es necesaria para tomar las decisiones.

En este tipo de modelos matemáticos las mismas entradas producirán siempre las mismas salidas, no contemplándose la existencia del azar o el principio de la incertidumbre. Estos están estrechamente relacionados con la creación de entornos simulados o a través de simuladores para el estudio de situaciones hipotéticas. Estos métodos son divididos en dos ramas principales, los métodos indirectos y los métodos directos

Los métodos indirectos requieren el cálculo de las derivadas o gradientes primeras y segundas de la función objetivo en cuestión. Con la primera derivada igualada a cero busca puntos que tienen pendiente cero, estos serán los puntos óptimos. A partir de la segunda derivada, mirando su signo, se puede determinar si el punto óptimo es un máximo o un mínimo de la función. Las funciones con un solo punto óptimo son fáciles de resolver por este tipo de métodos.

El problema que plantean los métodos indirectos es que muchas veces es complejo o no es posible obtener las derivadas de la función, ya que puede que ni se conozca la forma analítica de la función objetivo. En estos casos se utilizan los métodos directos. Este tipo de métodos son capaces de trabajar teniendo solamente los valores (experimentos) de la función objetivo. Estos se centran en buscar los puntos óptimos que se encuentran alrededor del punto actual tratando de encontrar un valor de la función objetivo que sea mejor que el actual. Dicho de otra manera, los métodos directos tienen como misión, a partir de los experimentos o evaluaciones realizadas, encontrar el siguiente experimento o evaluación que mejore el valor de la función objetivo y así aumentar la velocidad de convergencia.

Los modelos estocásticos, también conocidos como modelos probabilísticos, se caracterizan porque algún elemento del modelo no se conoce a priori, incorporando de esta manera, la incertidumbre. Por lo tanto, se considera un modelo como estocásticos cuando, al menos, una variable de este se toma como un dato al azar y, las relaciones entre las diferentes variables del modelo se conocen por medio de funciones probabilísticas.

Estos modelos surgieron como alternativa a las técnicas enumerativas y deterministas puesto que, en muchos casos, los problemas del mundo real ya sean de ingeniería o científicos, no se pueden abordar con este tipo de modelos.

Por último, tenemos los modelos metaheurísticos. Los modelos metaheurísticos, realmente, son una clase de modelo estocástico, puesto que son modelos probabilísticos. Este tipo de modelos se basan en procedimientos iterativos que guían a una heurística subordinada combinando de forma inteligente distintos conceptos para explorar y explotar adecuadamente el espacio de búsqueda.

Este tipo de algoritmos tienen como ventajas que son algoritmos de propósito general, tienen un gran éxito en la práctica, son fácilmente implementables y paralelizadles. Por contra, son algoritmos aproximados, es decir, no son exactos, y no siempre existe una base teórica establecida. Dentro de los algoritmos metaheurísticos hay una gran variedad atendiendo a diferentes características. En la figura 4.4 podemos ver un ejemplo de clasificación de metaheurísticas.

4.2 Teoría moderna de carteras

4.2.1. Modelo de Markowitz

Se podría decir que el padre de la teoría moderna de carteras es Harry Markowitz. Ésta, nace con el estudio que publicó en 1952 Harry Markowitz, en el cual habla sobre el proceso para elegir los valores que forman parte de un porfolio. El autor explica que el proceso de selección de una cartera se divide en dos partes. La primera parte empieza con la observación y la experiencia y termina con las expectativas que se tienen sobre el desempeño futuro de los títulos. La segunda parte empieza con las expectativas más importantes sobre el desempeño de los activos y termina con la elección de la cartera. Este estudio titulado Portfolio Selection se centra en la segunda parte del proceso de selección de carteras.

Mas tarde, en 1959, también Harry Markowitz, propone un modelo que trata el problema del diseño y la selección de carteras. En la introducción de este trabajo dice, «A good portfolio is more tan a long list of good stocks and bonds. It is a balance whole, providing the investor with protections and opportunities with respect to a wide range of contingencies». La traducción sería que un buen portfolio es más que simplemente una lista de acciones y bonos. Es un equilibrio total, que provee al inversor de protecciones y oportunidades con respecto a una amplia gama de contingencias.

En este sentido, Harry Markowitz expuso que el análisis de una cartera debe comenzar con el análisis, de forma individual, de la información de cada uno de los valores y, que debe finalizar, con conclusiones que, esta vez, deben abarcar a la cartera como un todo y no como un conjunto de valores individuales. De esta manera, «the investor should build toward an integrate portfolio which best suits his needs», es decir, el inversor debe-

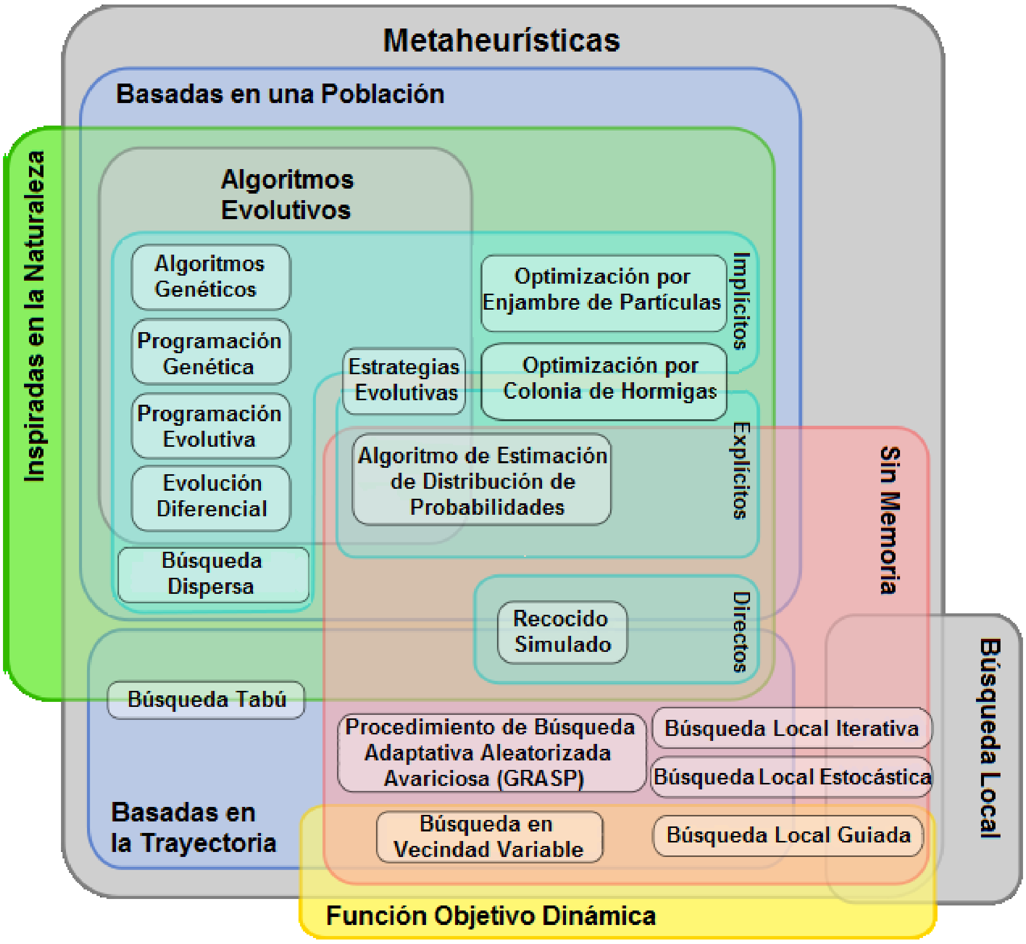


Figura 4.4: Clasificación de algunas de las metaheurísticas más conocidas. Fuente: Web personal de Fernando Sancho Caparrini

ría construir la cartera que mejor se adapte a sus necesidades. El objetivo de este análisis, por tanto, es determinar las carteras que mejor se adapten a los objetivos del inversor.

Considera que un inversor es un ser racional y averso al riesgo, por lo que, si debe optar por dos carteras diferentes con el mismo rendimiento esperado, el inversor elegirá la de menor riesgo. Así pues, el inversor desea maximizar la rentabilidad de su cartera, por un lado, y por el otro, desea minimizar el riesgo, quedando así un problema de dos objetivos que se enfrentan. Como se ha adelantado, la teoría trata a la cartera de inversión como un todo, como una sola unidad y no como un conjunto de activos. Harry Markowitz indica que esta cartera, además, se puede evaluar mediante el cálculo de la media y la varianza de los rendimientos de esta.

Explica que cuando se va a formar una cartera de inversión no es conveniente ignorar las imperfecciones del mercado, ya que, gracias a estas imperfecciones, el inversor podría encontrar una cartera diversificada. Las carteras diversificadas son preferibles a cualquier otra cartera que no sea diversificada ya que se elimina parte del riesgo.

Éste rechaza la hipótesis que enuncia que el inversor solamente debe centrarse en maximizar el valor descontado de los retornos futuros, que son inciertos. La rechaza porque esta regla no incorpora el concepto de diversificación, no teniendo en cuenta cómo se forman los retornos y sin considerar la evolución de las tasas de descuento en el tiempo ni cómo han sido decididas. Hacer esto implicaría que el inversor invertiría todo el capital en el activo que tuviera la mayor tasa de descuento. En el modelo que el presenta, en cambio, un inversor podría mezclar tanto el concepto de diversificación como el hecho de querer maximizar el retorno esperado. Esto lo conseguiría a partir de diversificar el capital entre los activos que proporcionan la mayor rentabilidad y, de esta manera, eliminar el máximo riesgo posible.

El modelo que plantea es un modelo estático, que trata los diferentes retornos como un flujo de retornos de valor i de la cartera en su conjunto, en lugar de un modelo dinámico que trata los retornos de cada activo de manera individual a partir de series temporales.

Pese a hacerlo de esta manera, no puede eliminar todo el riesgo de una cartera. En este modelo se puede eliminar el riesgo diversificable o específico, que tiene que ver con el riesgo que afecta a un activo o grupo de activos de manera específica. La otra parte del riesgo no se puede eliminar por medio de la diversificación, el llamado riesgo de mercado, ya que es un riesgo que puede afectar a un gran conjunto de activos pues estos se encuentran correlacionados.

En el modelo planteado se tienen en cuenta dos criterios de evaluación de una cartera en su conjunto, el rendimiento esperado y la varianza de la cartera. Formalmente Markowitz presenta el modelo de Media-Varianza, este modelo se basa en tres supuestos básicos:

- «La rentabilidad o rendimiento de los títulos que componen la cartera del inversor está representada por la esperanza matemática de sus rendimientos o la media aritmética, esta debe ser conocida siempre por el inversor» (FIKAI, 2013).

$$E_p = x_1 E_1 + x_2 E_2 + ... + x_n E_n \tag{4.2}$$

- «El riesgo estará medido por la dispersión, que vendrá definida por la varianza o desviación estándar de la variable aleatoria que describe el rendimiento, ya sea títulos individuales o de carteras» (FIKAI, 2013).

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + ... + x_n^2 \sigma_n^2 + 2 \cdot \sum_{i=j}^{n-1} \sum_{i=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \tag{4.3}$$

  Donde σ_{ij} es la matriz de covarianzas de los activos. La covarianza indica la relación que existe entre dos activos, midiendo así la manera en que estos influyen el un con el otro.

- Debido a la conducta racional del inversor, la función de utiliza para este está definida por dos variables, que son el rendimiento de la cartera y el riesgo de la misma.

$$U = f(E_p, \sigma_p^2) \tag{4.4}$$

  A parte de estos, Harry Markowitz estableció una serie de hipótesis en pos de simplificar la realidad. Estas son:

  - No hay costes de transacción ni asociación a los impuestos.
  - Todos los inversores poseen la misma información.
  - Se tiene que invertir todo.
  - Las decisiones de comprar o vender no afectan de forma alguna al mercado.
  - Los inversores no se ven influenciados por otras variables más que la rentabilidad y riesgo de la cartera.
  - Los inversores son racionales y adversos al riesgo.
  - El modelo se establece para un período de tiempo.

4.2.2. Optimización de carteras

La optimización de carteras considera que un inversor desea obtener el máximo rendimiento posible de su cartera, por un lado, y por otro, reducir al máximo la varianza de los retornos de la misma. Así, se quedaría en un problema con dos objetivos que están enfrentados.

Harry Markowitz postuló que cada inversor tiene una actitud hacia el riesgo distinta, por lo que, la cartera óptima para cada individuo podría variar. De esta manera, dividió en tres etapas la búsqueda de la cartera óptima, siendo estas; la determinación de la frontera eficiente, la fijación de la actitud del inversor frente al riesgo y la determinación de la cartera óptima.

I. Determinación de la frontera eficiente

Para hallar una cartera eficiente, es necesario optimizar la función de utilidad del inversor, ya sea maximizando la rentabilidad a un riesgo determinado o minimizando el riesgo a un determinado valor de rentabilidad. De tal manera, que, o la rentabilidad o el riesgo es un valor dado por el inversor.

$$\left.\begin{array}{r} \text{Minimizar } E_p = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i E_i \\ \text{Sujeto a:} \\ \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} = V^* \\ x_1 + x_2 + ... + x_n = 1 \\ x_1 \geq 0 (i = 1, ...n) \end{array}\right\} \tag{4.5}$$

La función de rendimiento a maximizar está compuesta por la suma de todos los rendimientos de los activos que conforman la cartera ponderada al peso de representación de cada uno de los activos en la cartera, medido por la esperanza matemática.

En este modelo, la primera restricción es la función que mide el riesgo de la cartera, que va asociado al rendimiento esperado de la cartera. El nivel de riesgo que marca esta función varía según el tipo de inversor, ya que puede tener más o menos aversión al riesgo, por este motivo se dice que esta variable es paramétrica. La segunda restricción indica la condición que impone Harry Markowitz acerca del capital del inversor, este debe invertir la totalidad de su capital, por lo que, la suma de los pesos de los títulos que componen la cartera deberá sumar la unidad. Por último, existe una condición de no negatividad sobre los pesos de los diferentes activos, esto quiere decir que un inversor podrá invertir en un activo o no hacerlo.

$$\left.\begin{array}{r} \text{Minimizar } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \\ \text{Sujeto a:} \\ E_p = \sum_{i=1}^{n} x_i E_i = E^* \\ x_1 + x_2 + ... + x_n = 1 \\ x_1 \geq 0 (i = 1, ...n) \end{array}\right\} \tag{4.6}$$

Si el inversor decide que quiere minimizar el riesgo de la cartera, el modelo que se plantearía para ese escenario es el que vemos en sistema de arriba. Como se puede ver, en este caso, la función de rendimiento se convierte en la restricción paramétrica. Esto quiere decir que el nivel de rendimiento E* es el que el inversor fija como el rendimiento que espera obtener cuando invierte en un conjunto de activos, previamente a la minimización del riesgo. Las restricciones restantes son exactamente las mismas que en el planteamiento de maximización del rendimiento.

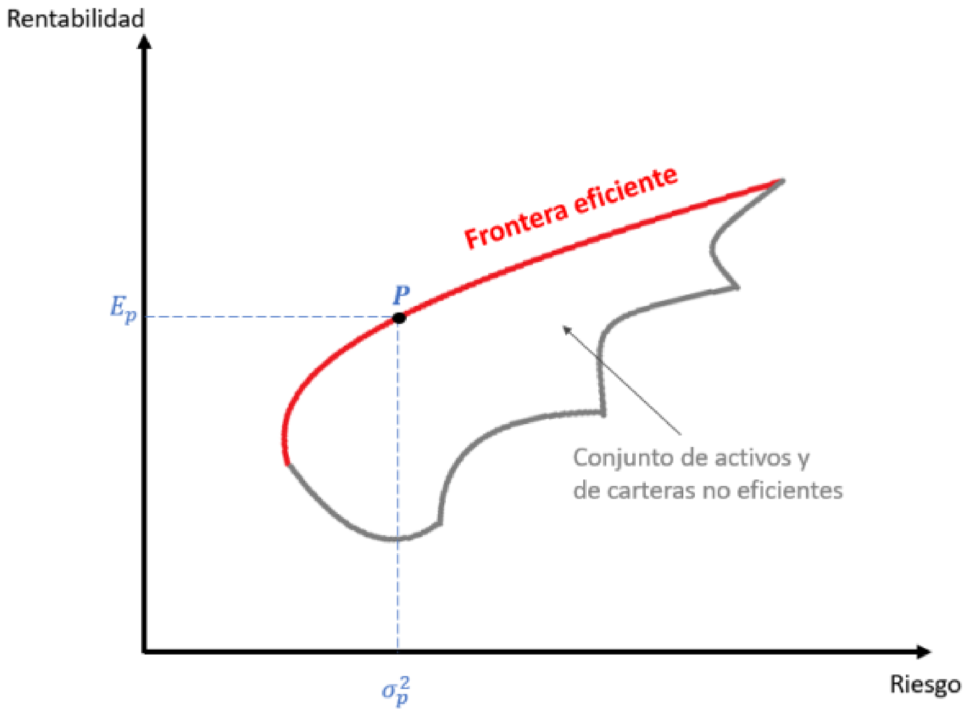


Figura 4.5: Gráfico de frontera eficiente de Markowitz. Fuente: Análisis de carteras eficientes, una comparativa del IBEX 35 y el DAX 30 en el periodo 2014-2019, Carla Imma Lupa Bascones

En la figura 4.5 podemos ver la curva que representa todas las carteras que se pueden formar con un cierto número de títulos. A esta curva se la llama frontera eficiente y alberga las cateras que, con los títulos de estudio, se pueden formar de manera eficiente.

En el gráfico se representa en el eje de las abscisas el riesgo representado por la varianza y en el eje de las ordenadas el rendimiento esperado de la cartera. Lo que se entiende como frontera eficiente es la curva superior del gráfico, la curva coloreada en rojo. Como se ha dicho, cualquier cartera que caiga sobre esa curva será una cartera eficiente, es decir, que está minimizando el riesgo o maximizando la rentabilidad. En la parte inferior del gráfico, por debajo de la frontera eficiente, se encontrarán lo que se llaman carteras factibles, estas carteras no son eficiente ya que para cada una de ellas existe una cartera que para el mismo nivel de riesgo obtienen un nivel mayor de rentabilidad y viceversa.

Fijación de la actitud del inversor frente al riesgo

Esta etapa es una etapa que se puede catalogar como subjetiva debido a que la función de utilizada depende de cada tipo de inversor ya que este tiene unas preferencias diferentes respecto a la rentabilidad que espera y al riesgo que está dispuesto a asumir.

«La curva de indiferencia, combinación ganancia-riesgo que reportan la misma satisfacción, deberá ser creciente, siendo las más alejadas del origen las que representan mayores niveles de satisfacción» (FIKAI, 2013)

Determinación de la cartera óptima

La cartera óptima de cada inversor se puede hallar superponiendo a la frontera eficiente las curvas de indiferencia del inversor, en los puntos donde ambas se corten serán las carteras eficientes para dicho inversor, siendo el punto más alejado del origen la car-

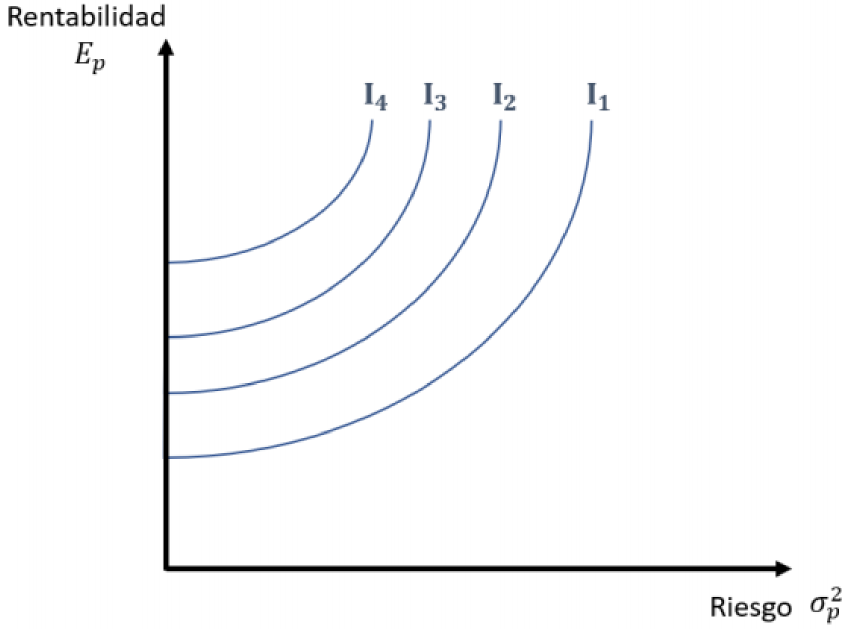


Figura 4.6: Curva de indiferencia de un inversor. Fuente: Análisis de carteras eficientes, una comparativa del IBEX 35 y el DAX 30 en el periodo 2014-2019, Carla Imma Lupa Bascones

tera óptima. El punto de corte será diferente para cada uno de los inversores y dependerá del grado de aversión al riesgo que tenga cada uno, además, dependerá de una serie de características de carácter más personal como el nivel de capital disponible, el patrimonio, etc.

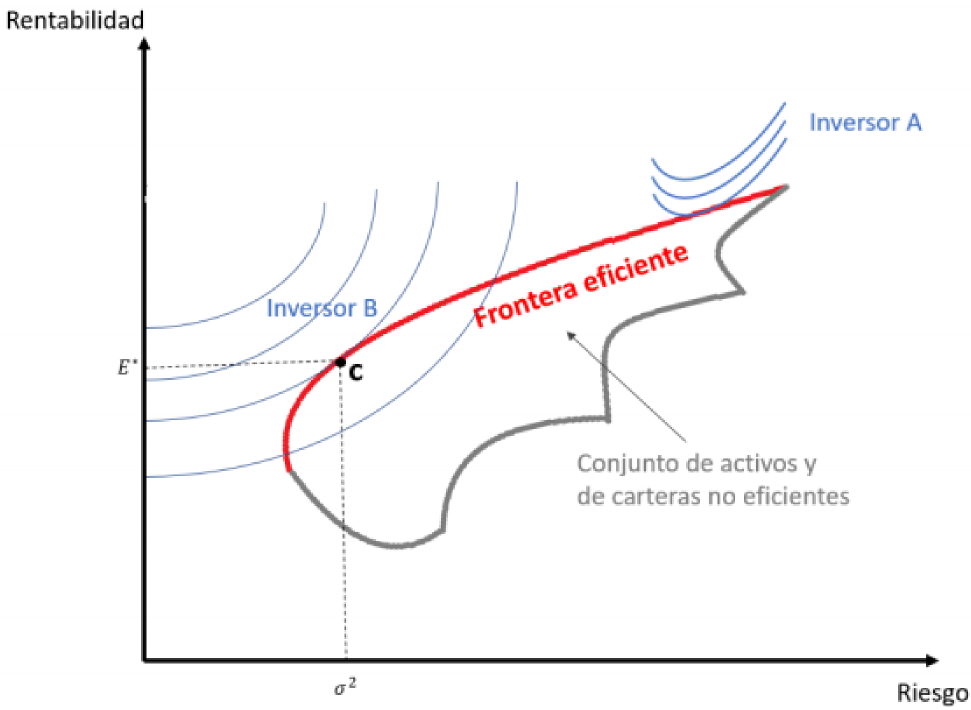


Figura 4.7: Gráfico de determinación de la cartera óptima. Fuente: Análisis de carteras eficientes, una comparativa del IBEX 35 y el DAX 30 en el periodo 2014-2019, Carla Imma Lupa Bascones

En la figura 4.7 podemos ver como el punto C marcado en negrita representa la cartera óptima para el inversor B. Como indica Carla Imma en su trabajo, cualquier otra cartera que se encuentra en la frontera eficiente se corresponde con una curva de indiferencia de un menor índice de satisfacción.

CAPÍTULO 5

Métodos de evaluación de desempeño

En el análisis de carteras que se va a realizar se utilizarán medidas del ámbito financiero que miden el desempeño que ha tenido una determinada cartera con respecto a una referencia, que es el índice de mercado. Estos indicadores se comparan con el índice de mercado para determinar lo bien o lo mal que un gestor de carteras lo hace, o en nuestro caso, para determinar si alguna de las carteras que se forma con alguno de los criterios que utilizaremos funciona bie o mal teniendo como referencia el índice de mercado, en nuestro caso, el DAX 30.

Se podría utilizar la rentabilidad de la cartera como medida del rendimiento de esta, pero, haciendo esto no se tiene en cuenta el riesgo que se ha asumido con esa cartera para poder lograr la rentabilidad obtenida. Además, en general los inversores son más sensibles al nivel de riesgo que al nivel de rentabilidad ya que son adversos al riesgo. Se van a utilizar medidas que contemplen ambas variables, rentabilidad y riesgo, en una sola medida. Estas son las medidas de rentabilidad ajustadas al riesgo, que se basan en el modelo CAPM. Todas estas siguen la estructura:

$$Medida = Rentabilidad/Riesgo \tag{5.1}$$

5.1 Ratio de Sharpe

El Ratio de Sharpe, o también llamado índice premio-variabilidad, fue desarrollado por Whilliam Sharpe en 1966. Este es una medida que cuantifica el rendimiento de una cartera de inversión durante un período de tiempo determinado. Concretamente mide la relación entre la rentabilidad obtenida de un título por la unidad de riesgo total de una cartera de inversión. Esto lo que viene a explicar es cómo la rentabilidad obtenida por un título compensa el riesgo que ha sido asumido con el título.

De esta manera, el título que tenga un valor de índice mayor es el que mayor rentabilidad con respecto al riesgo, que está dispuesto a asumir el inversor, aporta. Este título será el preferido por el inversor.

Para el cálculo de este índice, William Sharpe, indicó que solamente es necesario conocer tres datos, la tasa de retorno del activo libre de riesgo, la rentabilidad y la desviación típica del activo o cartera. En todos estos datos es necesario utilizar la media del período que se está evaluando. Además, este índice, al basarse en la Teoría de Carteras, solamente debe ser utilizado para comprar carteras bien diversificadas, no para comprar carteras que están especializadas ya que éstas solamente tienen en cuenta el riesgo sistemático.

Para calcular el Ratio de Sharpe hay que dividir la prima de riesgo de la cartera entre la desviación estándar de la misma.

$$S_p = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p} \tag{5.2}$$

Donde:

- S_p. Ratio de Sharpe asociado al título o cartera "p"
- R_p. Rentabilidad del activo "p"
- R_f. Rentabilidad del activo libre de riesgo
- σ_p. Riesgo total (medido con la desviación típica) del título o cartera "p"

El Ratio de Sharpe utiliza la Línea de Mercado de Capitales como referencia. Cuando el valor calculado para la cartera está por debajo de esta línea quiere decir que la cartera ha tenido un rendimiento peor que el del mercado. Cuanto más alto o por encima se encuentre el valor calculado de esta línea, mejor rendimiento habrá tenido la cartera.

En este sentido, Sánchez García, indica que si el valor que se obtiene con el ratio es negativo, entonces significa que el rendimiento del activo es inferior al rendimiento del activo sin riesgo, por el contrario, si se obtiene un valor menor a uno, querrá decir que el riesgo asumido por el inversor es mayor al rendimiento obtenido con la cartera o título. Por último, si el valor del índice es mayor a uno, esto refleja que el beneficio o prima obtenida es mayor al riesgo que ha sido asumido.

5.2 Ratio de Treynor

El índice de Treynor es desarrollado en 1965 por Treynor, siendo este el primero en crear una medida para el rendimiento de una cartera. Este ratio nos mide la diferencia que existen entre la rentabilidad que se obtiene de la cartera o fondo, sobre el activo libre de riesgo por unidad de riesgo. El riesgo que se considera en este ratio es el riesgo sistemático o no diversificable, que es representado por la beta de la cartera, proveniente de la beta calculada en el modelo CAPM.

$$T_p = \frac{r_p - r_f}{\beta_p} \tag{5.3}$$

Donde:

- T_p. Índice de Treynor asociado al título o cartera "p"
- R_p. Rentabilidad del activo "p"
- R_f. Rentabilidad del activo libre de riesgo
- β_p. Medida de riesgo sistemático (cogido de la beta del CAPM) del título o cartera "p"

De manera más simple, el ratio de Treynor mide el exceso de rentabilidad ganado por unidad de riesgo sistemático. Que toma el riesgo sistemático como la medida de riesgo quiere decir que se da por supuesto que los gestores administran de forma eficiente las carteras, anulando así el riesgo específico de los diferentes activos por medio de la diversificación. Así pues, es coherente pensar que los inversores deben ser remunerados únicamente por el riesgo sistemático que soportan. Así pues, se puede decir que cuanto mayor es el ratio de Treynor, mejor habrá sido la gestión de la cartera.

En el caso de Treynor, se utiliza como referencia también el mercado para su evaluación, pero, en este caso, se utiliza la Línea de Mercado de Títulos siendo su interpretación parecida a la descrita en el Ratio de Sharpe.

5.3 Alfa de Jensen

El alfa de Jensen también se basa en el CAPM y fue desarrollado en 1968 siendo la primera medida que se usó para evaluar a los gestores de fondos mutuos. Este indicador mide la habilidad que posee un gestor de carteras de inversión para obtener rentabilidad que estén por encima de un índice bursátil de referencia ajustadas a un nivel de riesgo dado. Por este motivo, este índice se puede utilizar para comparar la diferencia obtenida por un fondo o cartera y un benchmark que tenga el mismo nivel de riesgo.

En otras palabras, el alfa de Jensen se usa para determinar el retorno que se espera obtener de un activo o cartera, permitiendo, además, que el inversor pueda detectar qué carteras o activos producen retornos anormales respecto a un mercado. Es importante, por lo tanto, elegir bien el índice de referencia o de mercado, ya que, el alfa de Jensen se calcula respecto a un índice de mercado determinado.

Así pues, de acuerdo con el CAPM, para obtener el alfa de Jensen, es necesario hacer una regresión lineal de series temporales del retorno de un activo (diferencia entre la rentabilidad del activo y el activo sin riesgo) contra la diferencia de rentabilidad del índice de referencia y el activo sin riesgo.

$$(r_p - r_f) = \alpha_p + (r_m - r_f)\beta_p \tag{5.4}$$

Donde:

- R_p. Es la rentabilidad del activo o cartera "p"
- R_f. Es la rentabilidad del activo libre de riesgo
- α_p. Alfa de Jensen asociado al título o cartera "p"
- R_m. Es el rendimiento de mercado o índice de referencia
- β_m. Medida de riesgo sistemático del título o cartera "p"

A partir de aquí, si se despeja el Alfa de Jensen la interpretación del índice es muy sencilla. Cuando el Alfa de Jensen es creo, el índice de referencia y la cartera se comportan igual y, cuanto más grande sea alfa, mejor será el rendimiento que habrá obtenido la cartera o activo.

$$\alpha_p = r_p - (r_f + (r_m - r_f)\beta_p) \tag{5.5}$$

Parte II

Desarrollo del trabajo

CAPÍTULO 6
Estructura del estudio y herramientas utilizadas

En este capítulo se presentan las fases en que se ha dividido el estudio realizado en este proyecto. Además de nombrarlas, se resume el trabajo llevado a cabo en cada una de ellas. A continuación, se enumeran las herramientas empleadas y se justifica su utilización. Por último, se describe el planteamiento ejecutado para la obtención de las carteras y la obtención de los resultados.

6.1 Fases del estudio

El estudio llevado a cabo se ha dividido en tres fases atendiendo a la naturaleza de las tareas implicadas. Las fases son:

- Búsqueda, limpieza y preparación de los datos
- Confección de carteras y cálculo de rendimientos y riesgo
- Análisis de los resultados

Las dos primeras partes del proyecto se detallan en el capítulo siete de esta memoria «Obtención de los datos y confección de las carteras». En este capítulo se encuentra las fuentes de los datos y todo lo que tiene que ver con la preparación de estos en los primeros apartados y, todo lo que tiene que ver con la clasificación de los títulos para la confección de carteras y el cálculo de los rendimientos y riesgos, están en los últimos apartados.

Ambas partes se han desarrollado en diferentes herramientas de trabajo para la manipulación de los datos. Se ha creído más eficiente combinar varias herramientas que no utilizar solamente una para aprovechar diferentes funcionalidades que están más desarrolladas en unas herramientas que en otras y, por temas de simplificación de la dificultad. Se entrará más en detalle en los apartados de este capítulo.

En la primera parte de búsqueda, limpieza y preparación de los datos, se explica de dónde se han sacado los datos referentes al DAX 30 y a todos los títulos que lo componen. Para la limpieza inicial de los datos extraídos se realiza un proceso ETL, explicado en el capítulo pertinente, dejando así los tipos de datos que se utilizan en el estudio. En una segunda fase del limpiado de datos, se detallan los pasos seguidos para depurar los datos y así lograr un conjunto de datos comparables y poder trabajar con ellos. Aquí se especifica la forma de organizar los datos, forma que he considero más conveniente, en pos de facilitar el manejo de estos en el desarrollo del algoritmo y el cálculo de los resultados.

En la segunda parte de confección de carteras y cálculo de rendimientos y riesgo, se explica el criterio establecido para la selección de títulos a la hora de confeccionar las carteras y se muestra la forma en que se ha implementado la separación de los títulos y la confección de las carteras en la herramienta utilizada. Además, se detalla paso a paso el proceso de obtención de resultados, que, en este caso, se trata de los rendimientos y los niveles de riesgo que se asumen con cada una de las carteras los diferentes años de estudio.

La última parte, que engloba el análisis de los resultados, se ha desarrollado en el capítulo ocho de esta memoria «Análisis de los resultados». Para el análisis de los resultados se ha hecho uso de otra herramienta de inteligencia de negocio (Bussines Inteligence), además de las utilizadas previamente. Gracias a esta herramienta, aparte de poder hacer un análisis estadístico, se ha podido realizar un análisis exploratorio de los datos.

En esta tercera parte, se hace un análisis descriptivo de cada una de las carteras por separado y después se comparan los resultados de las carteras objetivo de estudio. En el análisis se utilizarán algunos de las ratios de evaluación presentados en el capítulo anterior.

A esta estructura del proyecto, se le podría añadir una última parte que serie la correspondiente a las conclusiones del proyecto. Esta parte se puede encontrar en el capítulo número nueve de la memoria.

6.2 Herramientas para la manipulación de los datos

Para el proyecto se han utilizado una serie de herramientas para facilitar el trabajo en cada parte. Se ha hecho uso de una combinación de herramientas que, desarrollan sus funcionalidades en mayor medida o, tienen un manejo más amigable, en una parte específica. Se utiliza cada una de esas herramientas para aprovechar esa ventaja de facilidad en cada parte específica del proceso del proyecto.

Se ha utilizado en primer lugar Excel de Microsoft, concretamente sus funcionalidades para generar procesos ETL que han servido para la selección y unificación de los datos en una sola hoja de Excel que funciona a modo de base de datos. Esta herramienta tiene una funcionalidad que permite, de manera sencilla, generar procesos que ayuden a la selección, limpieza y unificación de datos, se ha hecho uso de esta funcionalidad para hacer el papel de primer filtro.

Gracias a su entorno amigable y su manipulación visual es posible con pocos conocimientos y de manera rápida generar los procesos ETL. A parte del entorno gráfico, se ha hecho uso del lenguaje de programación de Visual Basic (lenguaje de programación propio de las hojas de Excel para generar macros y procesos) para mejorar el proceso ETL y, generar gracias a este, una función genérica que sirve para limpiar de manera automática todos los archivos que hemos incluido en nuestro estudio.

En el apartado correspondiente a la búsqueda, limpieza y preparación de los datos se describirá con detalle el proceso de creación del ETL y las modificaciones realizadas en lenguaje Power Query, propio de esta herramienta.

En segundo lugar, y para una preparación y limpieza más profunda, es decir, en la segunda fase del limpiado y preparación de los datos, se ha visto necesario utilizar una herramienta de manipulación de datos más potente. Se ha hecho uso de los bucles que permite R y de sus funcionalidades para la manipulación y datos.

En esta parte se ha logrado que los datos de los diferentes títulos y del índice sean comparables los unos con los otros. Además, se ha restructurado el orden de los datos en las tablas de RStudio (llamadas *tibbles*).

Esta herramienta también se ha utilizado para todos los cálculos. Mediante el lenguaje de programación de R se ha generado un algoritmo capaz de calcular los datos de calcular todos los parámetros de entrada, confeccionar las carteras y calcular los rendimientos y riesgos de cada una de ellas, almacenando los datos en series temporales para el posterior estudio de los resultados.

Para terminar con esta herramienta, RStudio también ha servido para generar algunos de los gráficos que se muestran a lo largo del documento y que han servido para entender mejor los datos, y con ellos, el comportamiento de las carteras y el índice.

En tercer y último lugar, se ha hecho uso de la herramienta de inteligencia de negocio Power BI, de Microsoft también. Esta es una herramienta que también permite procesos ETL. Además de esto, y para lo que se ha hecho uso esta herramienta, tiene una gran potencia para graficar los datos y hacer estudios visuales. Gracias a toda esta funcionalidad se han podido generar gráficos un poco más complejos donde se ha podido hacer un mejor estudio de los resultados obtenido de las carteras.

En conclusión, se ha hecho una combinación de herramientas aprovechando de cada una de ellas las funcionalidades que mejor desarrollan las diferentes tareas que componen el proyecto, ya sea por su potencia o por su sencillez de uso. Las herramientas utilizadas han sido Excel y Power BI de Microsoft y, RStudio.

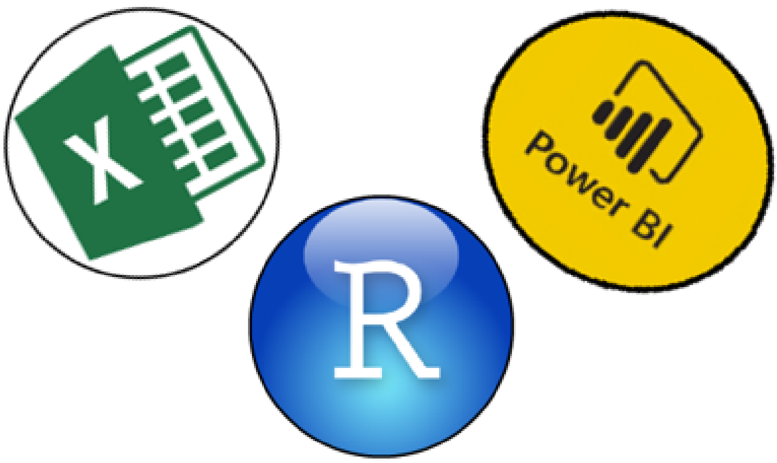


Figura 6.1: Iconos de las herramientas utilizadas, Elaboración propia

6.3 Planteamiento del estudio

Como se ha ido explicando se trata de un estudio del comportamiento de carteras eficientes confeccionadas con los títulos que pertenecen al DAX 30 a partir de un criterio específico.

Haciendo uso del modelo de Sharpe y de los datos históricos de las acciones se calcula la beta del modelo. A partir del valor de esta beta se discriminan los títulos para clasificarlos en dos grupos. Un grupo estará compuesto de carteras que tengan una beta en el modelo de Sharpe menor que uno, y el otro grupo estará compuesto por las acciones que tengan una beta de Sharpe mayor que uno. Para el cálculo de las betas se utilizará una ventana de cinco años en el histórico de precios de las acciones, es decir, el cálculo de la beta de Sharpe se hará para un año t con los datos históricos desde el año t-4 hasta el año t inclusive, o sea, una ventana de cinco años.

Una vez calculadas las betas y clasificados los títulos, según su valor de beta, en dos grupos. Se pasa a calcular los pesos óptimos de los títulos para confeccionar una cartera eficiente mediante el modelo de Markowitz. Esta cartera eficiente es la cartera de mínima varianza global en la frontera de eficiente del modelo.

Una vez se tienen los pesos, se calculan los rendimientos medios de los títulos que componen las carteras para el año t+1. De esta manera, teniendo los pesos de la cartera y los rendimientos medios del año posterior podemos calcular el hipotético rendimiento que hubiera tenido cada una de las carteras en el caso de haber invertido realmente en ellas. A parte del rendimiento se calcula también el riesgo para cada una de ellas con los rendimientos de los títulos de años t+1 también.

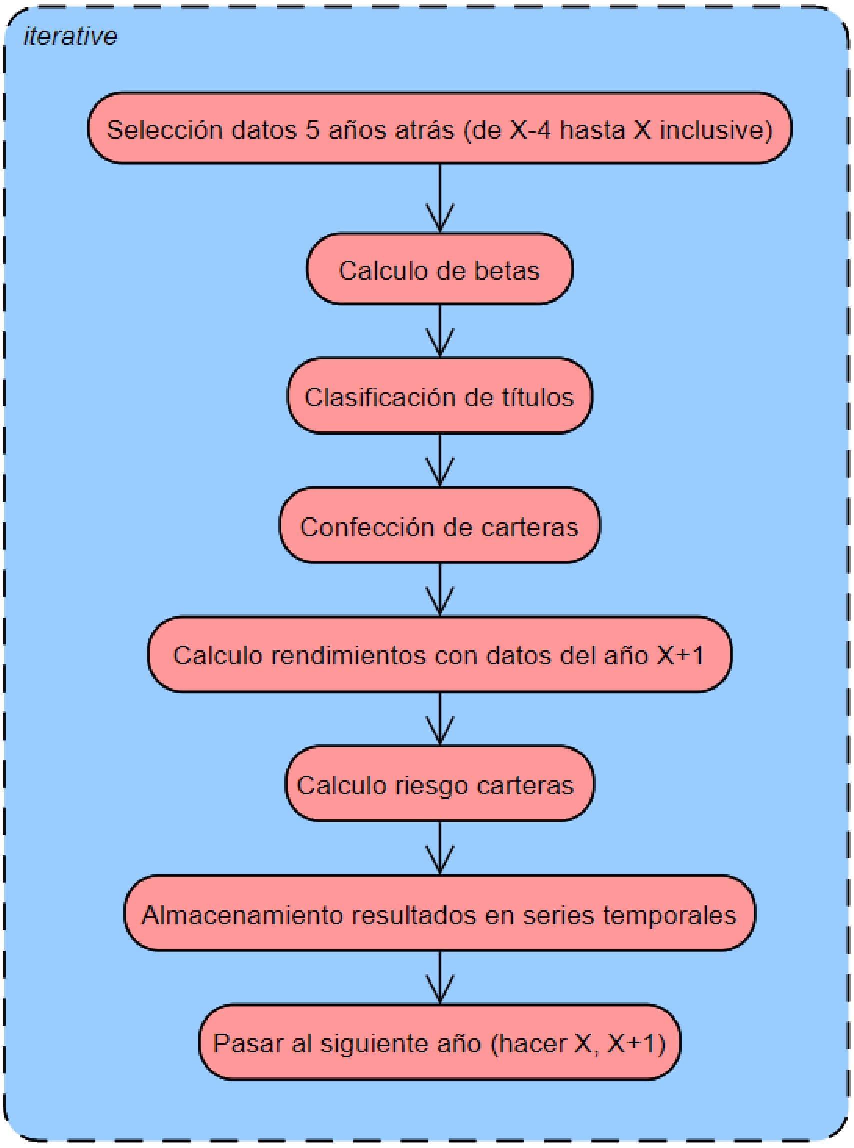


Figura 6.2: Flujo de trabajo del proceso para la obtención de los datos del estudio. Elaboración propia

Se hará este proceso para cada uno de los años objeto de estudio, es decir, se recalcularán las betas de cada uno de los títulos con el modelo de Sharpe utilizando datos de un año posterior a los utilizados en el año anterior, es decir, movemos la ventana temporal. Esto viene a decir que ahora se cogerán, para calcular las betas, datos desde el año t-3 hasta el año t+1 inclusive y, se evaluarán las carteras generadas con la nueva clasificación de los títulos con los rendimientos del año t+2. Así pues, iríamos corriendo la ventana de seis años (cinco para el cálculo de la beta y uno para probar el rendimiento de las carteras) hasta llegar al año actual, 2020.

Las carteras eficientes de Markowitz que se calculen tendrán exigido un rendimiento específico, así, para cada uno de los dos grupos de títulos se generarán 5 carteras diferentes, atendiendo cada una a un nivel de rendimiento exigido. De esta manera, tendremos once series temporales con el rendimiento y el riesgo de las diferentes carteras, una línea temporal será la del índice DAX 30, cinco líneas temporales para las cinco carteras que se forman con títulos de beta menor que uno y cinco líneas temporales para las cinco carteras formadas por títulos de beta mayor que uno.

Una vez obtenidos los resultados se pasa al análisis de los datos. Para esto se lleva-rá a cabo un estudio de desempeño de cada una de las carteras por medio de los ratios de Sharpe y Treynor y el alfa de Jensen. Se compararán con el desempeño del índice y se sacarán conclusiones sobre la cartera que ha obtenido mejores resultados en general.
También se analizará el comportamiento del índice en el tiempo situándolo en los momentos históricos correspondientes y analizando el comportamiento de este intentando darle sentido por medio de la situación socioeconómica y política del momento.

Es necesario dejar claro que en todos los cálculos y, por lo tanto, en todos los rendimientos obtenidos en el estudio, no se ha tenido en cuenta el coste de desinversión e inversión, o sea, el coste de transacción. Esto quiere decir que, a la hora de recalcular la composición de una cartera, si cambian los títulos que la componen o sus porcentajes dentro de esta, se tendrían que ajustar estos valores, lo que en la vida real se traduciría en venta de unos valores y compra de otros. Todas estas operaciones de mercado tienen un coste asociado calculable, pero, que en este estudio se han obviado por simplificación.

CAPÍTULO 7

Cálculo de carteras y obtención de resultados

En este capítulo se explican todos los cálculos llevados a cabo y las herramientas utilizadas para ello.

Se inicia explicando el origen de los datos y cómo se han ido depurando para obtener el conjunto de datos que se han utilizado para el estudio. A partir de ahí se explica cada una de las fases más relevantes del algoritmo para mostrar cómo se han obtenido los resultados.

7.1 Obtención de datos muestrales

Para la obtención de los datos se ha hecho uso de una plataforma especializada en el «trading». Esta herramienta ofrece muchas posibilidades y funcionalidades para monitorizar títulos y hacer operaciones en mercado. A parte de todo esto, Visual Chart, también permite consultar y descargar históricos de precios. He utilizado esta funcionalidad para descargar todos los precios del índice DAX y de todos los títulos de lo componen a 3 de junio de 2020.

Para el estudio se han cogido datos desde el 1 de enero de 1999 hasta el 3 de junio de 2020. La plataforma permite descargar los datos en archivos de texto plano de formato «.txt». Estos archivos contienen información varia acerca de la acción, esta información viene clasificadas en diez columnas, de las cuales solamente necesitamos 3.

El aspecto que tiene el contenido de uno de estos archivos lo podemos ver en la figura 7.1. Como podemos ver en esta figura, los datos vienen datos en filas, donde cada tipo de dato está separado por una coma, haciendo que cada dato se pueda identificar con una columna diferente. De las diez columnas que tiene nos interesan solamente tres, la fecha a la que pertenece la muestra , el precio de cierre de la acción a dicha fecha y, además ,para facilitar la manipulación de los datos e identificación de cada uno, se va a dejar también la columna del nombre del título.

Se ha descargado un archivo de este tipo para cada uno de los activos que van a intervenir en el estudio. En total se han descargado 31 archivos de este tipo, 30 acciones que componen el DAX 30 y, el propio histórico del índice DAX 30.

Para poder trabajar con los datos se ha hecho una transformación y limpieza de los datos. Como se mencionó en el capítulo anterior, esta limpieza de datos está dividida en dos partes, la primera se hace en Excel, con la herramienta de importación y tratamiento de datos, herramienta ETL, que permite generar procesos automáticos gracias al lenguaje

```
<TICKER>,<PER>,<DTYYYYMMDD>,<TIME>,<OPEN>,<HIGH>,<LOW>,<CLOSE>,<VOL>,<OPENINT>
DAX,D,19901126,0,1466.30,1466.30,1443.20,1443.20,0,0
DAX,D,19901127,0,1438.30,1438.30,1415.30,1415.30,0,0
DAX,D,19901128,0,1410.00,1431.90,1402.80,1420.60,0,0
DAX,D,19901129,0,1420.40,1424.60,1415.80,1418.90,0,0
DAX,D,19901130,0,1421.50,1443.90,1421.50,1441.20,0,0
DAX,D,19901203,0,1470.10,1476.60,1458.70,1462.60,0,0
DAX,D,19901204,0,1450.10,1450.10,1436.80,1446.30,0,0
DAX,D,19901205,0,1462.90,1473.00,1457.10,1471.00,0,0
DAX,D,19901206,0,1492.00,1504.70,1483.80,1504.70,0,0
DAX,D,19901207,0,1505.10,1515.90,1504.70,1512.80,0,0
DAX,D,19901210,0,1510.00,1521.10,1504.80,1504.80,0,0
DAX,D,19901211,0,1492.80,1493.00,1486.30,1492.70,0,0
DAX,D,19901212,0,1510.00,1520.60,1510.00,1517.20,0,0
DAX,D,19901213,0,1532.00,1534.80,1516.80,1517.80,0,0
DAX,D,19901214,0,1508.10,1523.00,1505.10,1522.40,0,0
DAX,D,19901217,0,1512.40,1512.40,1475.90,1475.90,0,0
DAX,D,19901218,0,1472.60,1483.50,1472.60,1477.40,0,0
DAX,D,19901219,0,1478.50,1478.50,1452.10,1457.20,0,0
DAX,D,19901220,0,1422.10,1426.00,1409.30,1409.30,0,0
DAX,D,19901221,0,1404.90,1421.50,1404.90,1414.90,0,0
```

Figura 7.1: Contenido de archivos descargables desde Visual Chart. Elaboración propia

«Power Query». El objetivo de esta primera limpieza es generar una especie de base de datos en una hoja de Excel.

```
let
    Origen = (NomArchivo) => let
        Origen = Csv.Document(File.Contents(Text.Combine({"D:\Users\corre\Desktop\Universidad\6 TFGs\Administr
        #"Encabezados promovidos" = Table.PromoteHeaders(Origen, [PromoteAllScalars=true]),
        #"Tipo cambiado" = Table.TransformColumnTypes(#"Encabezados promovidos",{{"<DTYYYYMMDD>", type date}})
        #"Tipo cambiado con configuración regional" = Table.TransformColumnTypes(#"Tipo cambiado", {{"<OPEN>",
        #"Tipo cambiado con configuración regional1" = Table.TransformColumnTypes(#"Tipo cambiado con configur
        #"Tipo cambiado con configuración regional2" = Table.TransformColumnTypes(#"Tipo cambiado con configur
        #"Tipo cambiado con configuración regional3" = Table.TransformColumnTypes(#"Tipo cambiado con configur
        #"Tipo cambiado1" = Table.TransformColumnTypes(#"Tipo cambiado con configuración regional3",{{"<VOL>",
        #"Filas filtradas" = Table.SelectRows(#"Tipo cambiado1", each [#"<DTYYYYMMDD>"] > #date(1999, 1, 1)),
        #"Columnas quitadas" = Table.RemoveColumns(#"Filas filtradas",{"<PER>", "<TIME>", "<OPEN>", "<HIGH>",
        #"Columnas con nombre cambiado" = Table.RenameColumns(#"Columnas quitadas",{{"<DTYYYYMMDD>", "FECHA"},
    in
       #"Columnas con nombre cambiado"
in
    Origen
```

Figura 7.2: Código Power Query del proceso ETL en Microsoft Excel. Elaboración propia

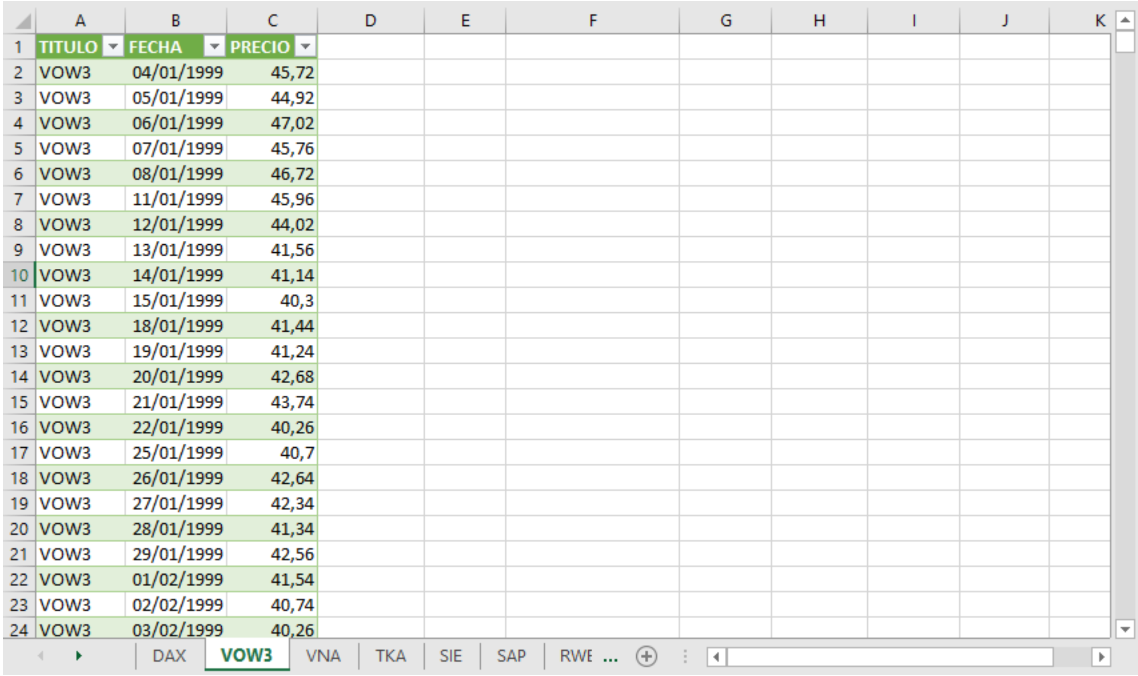
Este proceso lo que va a hacer es leer el contenido del archivo «.txt» haciendo la clasificación de los datos en las diferentes columnas, va a eliminar las columnas que no interesan en el estudio y va a hacer la transformación del texto a los tipos de datos correspondientes. Al final del proceso ETL queda una tabla en excel con tres columnas:

- TITULO. Nombre del título en cada caso, es de tipo texto.
- FECHA. Fecha a la que pertenece el precio, es de tipo «Date»[1] y está en formato europeo[2].
- PRECIO. Es el precio de cierre correspondiente a esa fecha de tipo Decimal.

Se aplica este proceso a todos los archivos (los 31 descargados en VisualChart), dejando la tabla resultante de cada proceso en una hoja de excel diferente. De esta manera, este libro Excel, hará de base de datos para nuestro algoritmo. El resultado obtenido lo podemos ver en la figura 7.3.

[1]Es un tipo de datos que entiende Microsoft Excel para identificar las fechas y trabajar con ellas. Este tipo de datos es igual o similar en otros lenguajes o pseudolenguajes de programación

[2]Formato de fecha que ordena la información de esta en días/meses/años



TITULO	FECHA	PRECIO
VOW3	04/01/1999	45,72
VOW3	05/01/1999	44,92
VOW3	06/01/1999	47,02
VOW3	07/01/1999	45,76
VOW3	08/01/1999	46,72
VOW3	11/01/1999	45,96
VOW3	12/01/1999	44,02
VOW3	13/01/1999	41,56
VOW3	14/01/1999	41,14
VOW3	15/01/1999	40,3
VOW3	18/01/1999	41,44
VOW3	19/01/1999	41,24
VOW3	20/01/1999	42,68
VOW3	21/01/1999	43,74
VOW3	22/01/1999	40,26
VOW3	25/01/1999	40,7
VOW3	26/01/1999	42,64
VOW3	27/01/1999	42,34
VOW3	28/01/1999	41,34
VOW3	29/01/1999	42,56
VOW3	01/02/1999	41,54
VOW3	02/02/1999	40,74
VOW3	03/02/1999	40,26

Figura 7.3: Resultado del proceso ETL, libro Excel. Elaboración propia

De los valores que componen el DAX 30 (figura 7.5) se van a quitar cinco; VNA (VONOVIA SE NA O.N.), DB1 (DEUTSCHE BOERSE NA O.N.), IFX (INFINEON TECH.AG NA O.N.), DPW (DEUTSCHE POST AG NA O.N.) y LIN (LINDE PLC EO). El motivo de su retirada es porque la información que se tiene de estos es posterior al año 2000, por tanto, no podemos compararlo con el resto de títulos en el tiempo.

Los datos aún necesitan más limpieza, pero este último filtro es un poco más complejo, y es más sencillo para mí hacer esta depuración en R utilizando el el entorno de trabajo RStudio. No obstante, cabe mencionar que todos estos filtros se pueden terminar de hacer en Excel si se quisiera.

```
#Limpiamos los valores. Se filtran por fecha, solamente cogemos
#las muestras que tengan fechas iguales al resto de títulos.
for (i in seq_along(datos)) {
  #Recorre todos los títulos
  datos[[i]] <- datos[[i]][-1]
  if (i == 1) {
    for (x in seq_along(datos)) {
      #Cogemos el primer título y comparamos con todos los
      #títulos restantes
      datos[[i]] <-
        datos[[i]] %>% filter(FECHA %in% datos[[x]]$FECHA)
      #El resultado será un Data Frame que tenga muestras con
      #fechas que existan en todos títulos
    }
  } else {
    #Para el resto de títulos, si tienen las mismas fechas que
    #el primero entonces estas coincidirán también con las del resto
    datos[[i]] <- datos[[i]] %>% filter(FECHA %in% datos[[1]]$FECHA)
  }
}
```

Figura 7.4: Código R del bucle anidado para el filtro de fechas. Elaboración propia

Este último consiste en la igualación de las muestras en el tiempo. No todos los títulos han cotizado los mismos días puesto que es posible la existencia de suspensión de cotización en algunos momentos en algunas de estas acciones. Para poder comparar los diferentes títulos y trabajar con ellos tenemos que utilizar fechas que sean coincidentes para todos y cada uno de los títulos.

Para hacer esta limpieza se ha programado un bucle anidado[3]. En la figura 7.4 podemos ver el código elaborado para realizar el filtrado. La forma en que se ha llevado a cabo el filtrado consiste en comparar un título con todos los demás, de uno en uno, dejando solamente las muestras que coinciden en fechas con el otro título. De esta manera, una vez comparado con todos los títulos, este primero, tendrá solamente las muestra que coinciden con todos los demás títulos. A partir de aquí, se vuelve a comparar el título filtrado con el resto de títulos de la misma manera que antes, pero, ahora, se van a eliminar las muestras de los demás títulos que no coincidan en fecha con el primero.

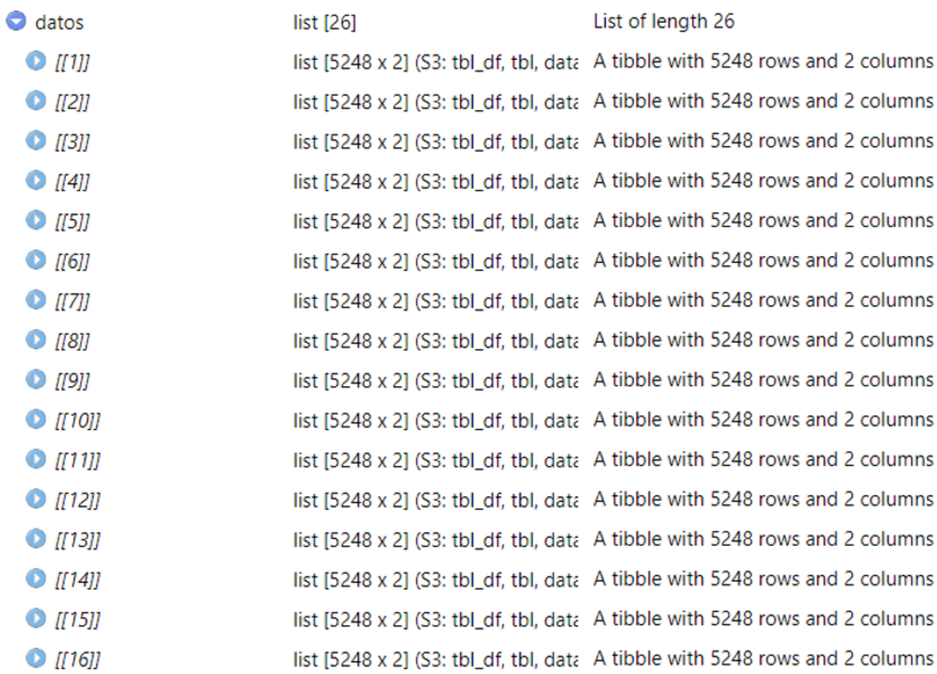
Composición DAX 30

Nº	Siglas	Nombre completo
1	ADS	ADIDAS AG NA O.N.
2	ALV	ALLIANZ SE NO O.N.
3	BAS	BASF SE NA O.N.
4	BAYN	BAYER AG NA O.N.
5	BEI	BEIERSDORF AG O.N.
6	BMW	BAY.MOTOREN WEKE AG ST
7	CBK	COMMERZBANK AG
8	CON	CONTINENTAL AG O.N.
9	DAI	DAIMLER AG NA O.N.
10	DB1	DEUTSCHE BOERSE NA O.N.
11	DBK	DEUTSCHE BANK AG NA O.N.
12	DPW	DEUTSCHE POST AG NA O.N.
13	DTE	DT.TELEKOM AF NA
14	EOAN	E.ON SE NA O.N.
15	FME	FRESEN.MED.CARE KGAA O.N.
16	FRE	FRESENIUS SE+CO.KGAA O.N.
17	HEI	HEIDELBERGCEMENT AG O.N.
18	HEN3	HENKEL AG+CO.K.GAA VZO
19	IFX	INFINEON TECH.AG NA O.N.
20	LHA	LUFTHANSA AG VNA O.N.
21	LIN	LINDE PLC EO
22	MRK	MERCK KGAA O.N.
23	MUV2	MUENCH.RUECKVERS.VNA O.N.
24	PSM	PROSIEBENSAT.1 NA O.N.
25	RWE	RWE AD INH O.N.
26	SAP	SAP SE O.N.
27	SIE	SIEMENS AG NA O.N.
28	TKA	THYSSENKRUPP AG O.N.
29	VNA	VONOVIA SE NA O.N.
30	VOW3	VOLKSWAGEN AG VZO O.N.

Figura 7.5: Composición índice DAX 30 a 3 de junio de 2020. Elaboración propia

Gracias a esto nos quedan como resultado datos comparables, los cuales van a representar la materia prima para el estudio llevado a cabo. Los datos que finalmente se han utilizado en el estudio son los mostrados en la figura 7.6. Como se puede ver ahí se trata de una lista que contiene 26 tablas, donde cada una de ellas se compone de dos columnas (fecha y precio) y de 5248 filas. Estos datos se corresponden a los 26 valores que se van a evaluar en el estudio (índice DAX incluido) y sus correspondientes precios de los último 20 años.

[3] Se llama bucle anidado a una estructura donde un bucle contiene a otro bucle.



datos	list [26]	List of length 26
[[1]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[2]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[3]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[4]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[5]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[6]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[7]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[8]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[9]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[10]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[11]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[12]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[13]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[14]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[15]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns
[[16]]	list [5248 x 2] (S3: tbl_df, tbl, data	A tibble with 5248 rows and 2 columns

Figura 7.6: Visualización de los datos utilizados en el framework RStudio. Elaboración propia

Para terminar esta fase de limpieza y preparación de los datos se han calculado los rendimientos de cada uno de los activos, que es lo que realmente vamos a utilizar. En este estudio se va a trabajar con rendimientos «diarios», digo diarios entre comillas porque, como he dicho antes, no están todos los precios de todos los días y, además, se han eliminado algunos precios de fechas que no coincidían en todos los títulos.

Los rendimientos que se van a utilizar y, por tanto, calcular, son los rendimientos logarítmicos. Estos rendimientos muestran la ganancia o pérdida real de los activos en cualquier momento de la inversión.

$$R = \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \tag{7.1}$$

Donde:

- R. Es el rendimiento del activo.
- V_f. Es el precio correspondiente a la fecha posterior, final.
- V_i. Es el precio correspondiente a la fecha anterior, inicial.

7.2 Cálculo de betas del modelo de Sharpe

Antes de comenzar a explicar la segunda parte del proyecto tengo que aclarar que, esta parte de cálculo de beta mediante el modelo de Sharpe y, las partes de confección de carteras y obtención de rendimientos de las mismas, forman parte de un mismo bucle en el script elaborado en R.

Estas tres partes, por lo tanto, son iterativas, tres partes de un mismo proceso para la obtención de los resultados que se irán repitiendo constante mente en cada iteración del bucle hasta que se hallan barrido todos los años de estudio y obtenido todos los resultados.

Para nuestro caso los años de estudio van desde el año 2004 hasta el año 2020. Aunque se tengan datos desde el año 1999, al utilizar una ventana temporal de cinco años para calcular las betas de Sharpe, los primeros cinco años, del 1999 al 2003, se pierden para el estudio.

Ahora bien, en esta parte ya con los rendimientos logarítmicos calculados de todos los títulos, se han código los datos de cinco años (los datos de la ventana temporal) para estimar las betas. El cálculo de estas betas se ha hecho por medio de ajuste por regresión lineal del modelo de mercado de Sharpe.

La estimación de las betas se ha hecho para todos los títulos objeto de estudio. Esto quiere decir, que en cada iteración del algoritmo se calculan 26 betas, calculadas en cada iteración con los datos de los cinco años de la ventana temporal.

El trozo de código empleado para realizar la estimación de betas por regresión lineal es el que se muestra en la figura 7.7. Como se puede ver, mediante la función filter()[4] se han filtrado los datos para coger solamente los que corresponden a los cinco años de la ventana temporal en cada iteración.

La regresión lineal se ha hecho por medio de la función lm()[5], esta función permite estimar una variable mediante los datos de una tabla. De esta manera se puede estimar una columna de la tabla organizándolas, las columnas de la tabla, de acuerdo a la función que representan.

En este caso se está representando la ecuación del modelo de Sharpe, por tanto, las variables conocidas son el rendimiento del título y el rendimiento del mercado y, a partir de estas, se estimaría la variable objetivo, que es la beta del modelo.

```
lm(RENDIMIENTO ~ MERCADO,
   data = filter(
     rendimientos.sharpe[[x]],
     format(FECHA, format = "%Y") > i - 5 &
       format(FECHA, format = "%Y") < i
   ))[[1]][[2]]
```

Figura 7.7: Estimación de betas por regresión lineal en R. Elaboración propia

Ahora, con las betas calculadas, quedaría confeccionar las carteras. Para hacerlo simplemente vamos escogiendo los títulos de acuerdo a sus betas. Como se ha dicho anteriormente en la memoria, se van a clasificar los títulos en dos grupos, cogeremos todos los títulos cuya correspondiente beta sea mayor que uno en un grupo y, el resto, en otro grupo.

Esta clasificación no es manual, no se repite la clasificación de títulos para cada iteración del bucle de manera manual, la gracia de los lenguajes de manipulación de datos es que permiten hacer este tipo de trabajos de manera automática. Mediante un algoritmo[6] en lenguaje de R se identifican los títulos junto con sus betas y se clasifican en dos grupos para así, continuar con el estudio.

[4]La documentación oficial de esta función la podemos encontrar en https://www.rdocumentation.org/packages/dplyr/versions/0.7.8/topics/filter

[5]La documentación oficial de esta función la podemos encontrar en https://www.rdocumentation.org/packages/stats/versions/3.6.2/topics/lm

[6]El código en leguanje R se puede encontrar en el apéndice 1.

7.3 Confección de carteras

Una vez se han clasificado los activos construyendo dos grupos de acciones potenciales para confeccionar las diferentes carteras, se implementa el algoritmo que va a elaborar las diferentes carteras.

Para esta parte de construcción de carteras se ha hecho uso del modelo que enunció Harry Markowitz, este modelo se ha explicado en la memoria. Para hacer este cálculo en R se ha utilizado la librería «fPortfolio»[7]. En la figura 7.8 se puede ver el código necesario para el cálculo de las carteras.

```
#Preparación de variables para modelo de Markowitz
espcartera <-
  portfolioSpec() #Cartera objetivo, al no especificar nada a la función portfolioSpec() se calculará el portfolio
                #eficiente con el modelo de Markowitz
setRiskFreeRate(espcartera) <-
  -0.440 #Rentabilidad del activo libre sin riesgo, pero que habrá que modificarlo y poner el del 03/06/2020
constraints <-
  "LongOnly" #Definimos la condición que solmente se permiten posiciones en largo
portFolio.under1 <-
  minvariancePortfolio(as.timeSeries(rendimientos.under1),
                       espcartera,
                       constraints)
portFolio.over1 <-
  minvariancePortfolio(as.timeSeries(rendimientos.over1), espcartera, constraints)
```

Figura 7.8: Cálculo de carteras eficiente mediante el modelo de Markowitz utilizando fPortfolio en R. Elaboración propia

Para el cálculo de las carteras eficientes se han puesto una serie de restricciones o exigencias al modelo. Primero se ha fijado el rendimiento del activo sin riesgo en -0.440 %, este rendimiento corresponde a un bono del estdo alemán a diez años a 24 de julio de 2020. La función permite especificar el tipo de posiciones perimitidas, es decir, posiciones a corto y/o posiciones a largo, para simplificar el estudio se ha obligado a que solamente se puedan realizar posiciones a largo.

El modelo tiene como objetivo hallar la cartera óptima minimizando el riesgo, teniendo una serie de objetivos de rendimiento, siendo los mismos para los dos grupos de activos. Así, estudiaremos el desempeño de varias carteras elaboradas con cada grupo de activos. En la figura 7.9 se pueden ver los diferentes rendimientos objetivos marcados para cada uno de los grupos. En total calcularemos los rendimientos y riesgos de diez carteras diferentes, cinco carteras elaboradas con activos de beta mayor que uno y, cinco carteras elaboradas con activos de beta menor que uno.

Para cada uno de los años de estudio se recalcularía todo, es decir, cálculo de betas, reclasificación de títulos en dos grupos y confección de carteras con los títulos reclasificados.

Así pues, se generarían las carteras para cada año en concreto con los datos de los pesos de los títulos de la cartera que ofrece esta función y con estos, se calcularía también el rendimiento y el riesgo asumido para cada una de las diez carteras formadas.

Rendimientos exigidos	-0,5%	-0,1%	0,0%	0,1%	0,5%

Figura 7.9: Rendimientos exigidos en el modelo de carteras eficientes de Markowitz. Elaboración propia

[7]Es una librería del lenguaje de R para trabajar con portafolios. La documentación completa se puede encontrar en el siguiente enlace: https://cran.r-project.org/web/packages/fPortfolio/fPortfolio.pdf

7.4 Obtención de rendimientos de las carteras

Una vez se tienen los pesos de los títulos de cada una de las carteras calculados, se procede al cálculo del rendimiento y el riesgo hipotético de la cartera si hubiera invertido en ella. Para esto, como ya se ha dicho, se cogen los rendimientos del año siguiente, es decir t+1.

Lo que se ha hecho es coger los rendimientos anuales en el año siguiente de cada uno de los títulos y multiplicarlo por los pesos de cada uno de los títulos en la cartera.

Como los rendimientos que tenemos son «diarios», tenemos que calcular el rendimiento anual para el año t+1 de cada uno de los títulos. Esto se hace calculando la media de todos los rendimientos para cada título.

Una vez los tenemos, los multiplicamos con su correspondiente peso en la cartera y los susmamos todos. De esta manera obtenemos el rendimiento anual que hubiera tenido la cartera al haber invertido en ella.

Para el cálculo del riesgo de cada cartera necesitamos la matriz de varianzas covarianza, además de los pesos de las carteras. Para hallar la matriz de varianzas-covarianzas se ha hecho uso de la función de R cov() (figura 7.10. Esta función nos calcula la matriz de varianzas-covarianzas a partir de los rendimientos de los títulos. Para este cálculo utilizaremos también los rendimientos del año t+1 y, para cada uno de los dos grupos de títulos, calcularemos una matriz de varianzas-covarianzas.

```
#Calculamos matriz varianza-covarianzas
matriz.varianzas.covarianzas.under1 <-
  cov(rendimientos.futuros.under1[2:length(rendimientos.futuros.under1)])
matriz.varianzas.covarianzas.over1 <-
  cov(rendimientos.futuros.over1[2:length(rendimientos.futuros.over1)])
```

Figura 7.10: Cálculo de las matrices de varianzas-covarianzas. Elaboración propia

Ahora, con las matrices, utilizaremos la fórmula del modelo de Markowitz para calcular la varianza de la cartera. En la figura 7.11 a parte del código para el cálculo de la varianza de la cartera, se muestra cómo se almacenan los resultados en una tabla. Lo que se almacena en esta tabla es, en cada fila, una tupla de fecha y valor, ya sea para el rendimiento o para el riesgo.

```
#Calculo de la varianza como nivel de riesgo de la cartera. Ahora utilizamos el vector de pesos
#y la matriz de varianza covarianza para hayar la varianza de la cartera y la almacenamos en la serie
serie.riesgo.under1[[j]] <-
  rbind(
    serie.riesgo.under1[[j]],
    tibble(
      FECHA = as.POSIXct(paste("31/12/", filter(
        format(rendimientos.futuros[1], format = "%Y")
      )[[1]][1], sep = ""), format = "%d/%m/%Y"),
      RIESGOS = t(weights.under1) %*% matriz.varianzas.covarianzas.under1 %*% t(t(weights.under1))
    )
  )
serie.riesgo.over1[[j]] <-
  rbind(
    serie.riesgo.over1[[j]],
    tibble(
      FECHA = as.POSIXct(paste("31/12/", filter(
        format(rendimientos.futuros[1], format = "%Y")
      )[[1]][1], sep = ""), format = "%d/%m/%Y"),
      RIESGOS = t(weights.over1) %*% matriz.varianzas.covarianzas.over1 %*% t(t(weights.over1))
    )
  )
```

Figura 7.11: Cálculo de la varianza como riesgo de la cartera y almacenamiento en tablas. Elaboración propia

Así pues, el resultado de todo el algoritmo que se ha programado son 21 tablas (21 contando la correspondiente al DAX 30) con dos columnas, una indicando el año al que corresponde el rendimiento o el riesgo y, otra, indicando el valor de rendimiento o riesgo de ese año. Cada una de las tablas contará con 17 filas, una correspondiente a cada año objeto de estudio.

	FECHA	RENDIMIENTOS
1	2004-12-31	0.043969471
2	2005-12-31	0.121894276
3	2006-12-31	0.102006722
4	2007-12-31	0.000000000
5	2008-12-31	0.000000000
6	2009-12-31	0.135053872
7	2010-12-31	0.138170184
8	2011-12-31	-0.144720964
9	2012-12-31	0.045681047
10	2013-12-31	0.005690688
11	2014-12-31	0.035844846
12	2015-12-31	-0.241402725
13	2016-12-31	-0.037079143
14	2017-12-31	0.126153673
15	2018-12-31	-0.183341411
16	2019-12-31	0.031944159
17	2020-12-31	-0.158688604

Figura 7.12: Resultados del algoritmo para la cartera de beta menor a uno y con objetivo de rendimiento -0.05 %. Elaboración propia

En la figura 7.12 podemos ver que existen años donde aparece que el rendimiento es cero, esto se debe a que en ese año no se pudo generar una cartera que consiguiera cumplir todas las restricciones exigidas en el modelo de Markowitz. El modelo queda muy restringido al eliminar las posiciones en corto y obligar solamente a posiones en largo y, además, tenemos la restricción de rendimiento exigido y la beta. Todo esto hace que en ciertos años resulte imposible formar cartera.

La razón por la cual no se permiten posiciones en corto es porque este tipo de operaciones no son permitidas por el mercado para todos los títulos, solamente es posible para acciones concretas. Permitirlas significaría hacer poco realista el estudio. Es cierto que no considerar los costes derivados de la inversión o desinversión en acciones también es poco realista, pero tenerlo en cuenta haría muy complejo el estudio y no sería viable. Lo que se ha buscado es un equilibrio entre verosimilitud y viabilidad.

Parte III

Resultados

CAPÍTULO 8
Análisis de los resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenido. En primer lugar, se hace un análisis descriptivo de la evolución del rendimiento y el riesgo del índice DAX 30, intentando explicar cada uno de los comportamientos más relevantes de estas evoluciones por medio de la situación socioeconómica del momento.

En un segundo instante se realiza el análisis descriptivo, tanto de la evolución del rendimiento como del riesgo, de las diferentes carteras construidas en el estudio. A continuación se presentan los datos que se han ido obteniendo en el cálculo de las carteras y su confección. En esta parte se presentan las betas obtenidas y se analizan los resultados medios obtenidos por las carteras.

Para finalizar se evalúa el desempeño de las carteras por medio del ratio de Sharpe, el ratio de Treynor y el alfa de Jensen, eligiendo y analizando la mejor opción encontrada.

8.1 Análisis descriptivo del DAX 30

En la figura 8.1 podemos ver la representación de la cotización del DAX 30 desde 2004 hasta junio de 2020. En general, podemos ver que el índice bursátil alemán DAX 30 presenta crecimientos positivos la mayoría de los años, a excepción de algunos periodos de recesión como del año 2007 al 2009, el año 2011, el año 2016 y el año 2020.

Si nos vamos fijando en las cotizaciones que van apareciendo a lo largo de la línea del gráfico, podemos decir que el DAX 30 presenta una tendencia ascendente, donde la mayoría del tiempo está creciendo. Haciendo a este índice bursátil un índice robusto que arroja rendimientos positivos y, que en general, son buenos rendimientos ya que la pendiente de crecimiento es bastante pronunciada.

La evolución de las cotizaciones arrojadas por este índice muestra la potencia de la economía alemana. Nos dice que la economía alemana es fuerte y está en constante crecimiento. El hecho de que los años con rendimientos negativos sean escasos apoyan esta visión, ya que pocas veces ha experimentado un retroceso en la economía del país germano.

Otra característica que se puede ver mirando la gráfica, es que los años de decrimento de la cotización son cortos y aislados, lo que quiere decir que las empresas alemanas reaccionan de manera rápida y eficiente ante recesiones en la economía. Por este motivo las cotizaciones a la baja suceden durante periodos cortos de tiempo. Además, se puede ver que consiguen recuperar el nivel de cotización anterior en pocos años, lo que muestra una gran capacidad de recuperación. Aquí se puede ver la gran cantidad de resiliencia de esta economía.

Figura 8.1: Evolución en el tiempo de la cotización del DAX 30. Elaboración propia

Si nos fijamos en la composición del índice por sectores mostrado en la figura 2.1, vemos como gran parte de las empresas que forman parte del índice pertenecen a sectores industriales o servicios, sectores que no dependen en gran medida de las economías del resto del mundo. Un ejemplo contrapuesto de esto es la economía española, donde un gran peso de la economía depende de sectores como el turismo, que depende en gran medida de las economías del resto de países y que, además, son sectores que se hunden rápido y se recuperan de manera lenta.

Ahora, situando los periodos en los cuales las cotizaciones del índice han disminuido en el tiempo, vemos que los dos peores años para este índice coinciden con las últimas dos crisis mundiales, la crisis de 2008, o también conocida como la crisis de las hipotecas subprime y la actual crisis mundial en la que nos encontramos a la hora de redactar esta memoria, la crisis del coronavirus o Covid-19.

En la cotización del DAX 30 podemos ver que existe también otros decrecimientos en la cotización de este, en el año 2011 y en el año 2016. La caída de bolsa del año 2011 fue generalizada en todo el mundo sin encontrar muchas explicaciones claras al respecto. Al contrario que en 2016, donde el decrecimiento es debido a múltiples factores político-económicos del momento. Por un lado, en ese momento muchos inversores optaron por ventas en Asia debido a la escalada de tensión que había en torno a Arabia Saudí y el «caso Khashoggi». Por otro lado, en este momento existía ya el problema del Brexit de Reino Unido, problema que se acentuaba con las discrepnacias que había en las negociaciones para efectuarse, haciendo que existieran muchas dudas al respecto. Para terminar, la situación política del momento en diferentes países no era la óptima, como en el caso de Italia, que estaban teniendo problemas para fijar el presupuesto para el año 2019.

Observando la figura 8.2 podemos ver cómo, a pesar de haber tenido fuertes caídas en la cotización algunos años de los estudiados, los rendimientos anuales arrojados por este índice, a excepción de cuatro años, son positivos, como cabría esperar al mirar la evolución temporal de la cotización del mismo.

En la figura 8.3 podemos ver la evolución del riesgo del índice. En este caso el riesgo se estima mediante la varianza que, está calculada con los rendimientos utilizados en la ejecución del algoritmo, es decir, los rendimientos «diarios». Por este motivo los valores

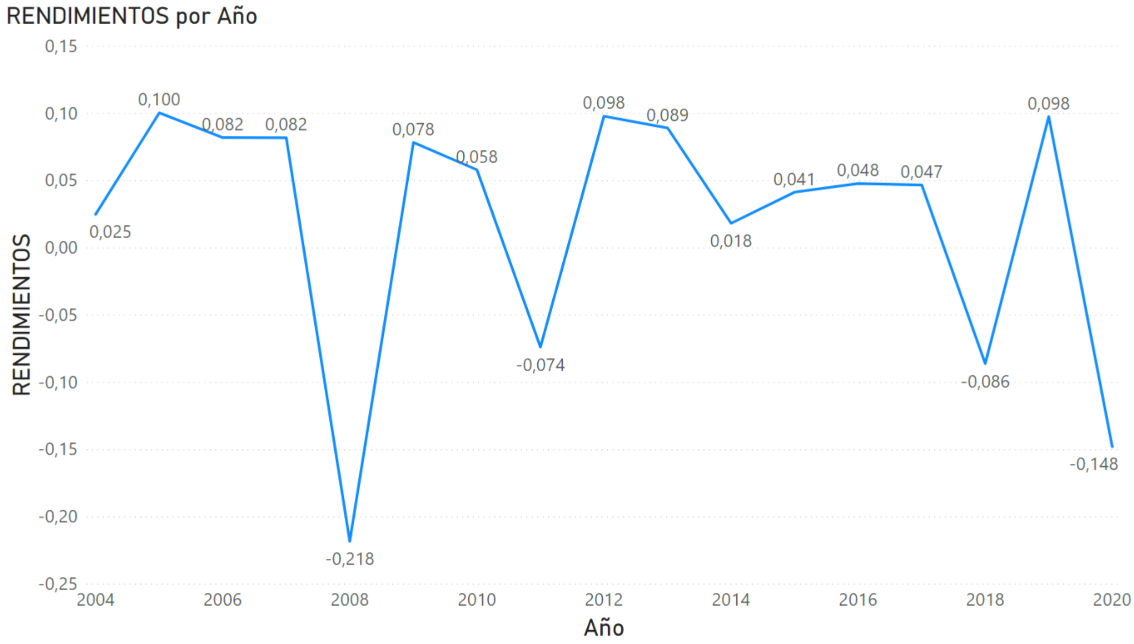


Figura 8.2: Evolución de los rendimientos anuales del DAX 30. Elaboración propia

absolutos que salen en las gráficas parecen excesivamente pequeños, ya que corresponden a volatilidades diarias. No obstante, esto nos sirve para ver la evolución del riesgo en el tiempo. Se podría anualizar la volatilidad multiplicando cada una de las varianzas por la raíz cuadrada de 360 (consideramos el año comercial) pero, para nuestro caso no es necesario.

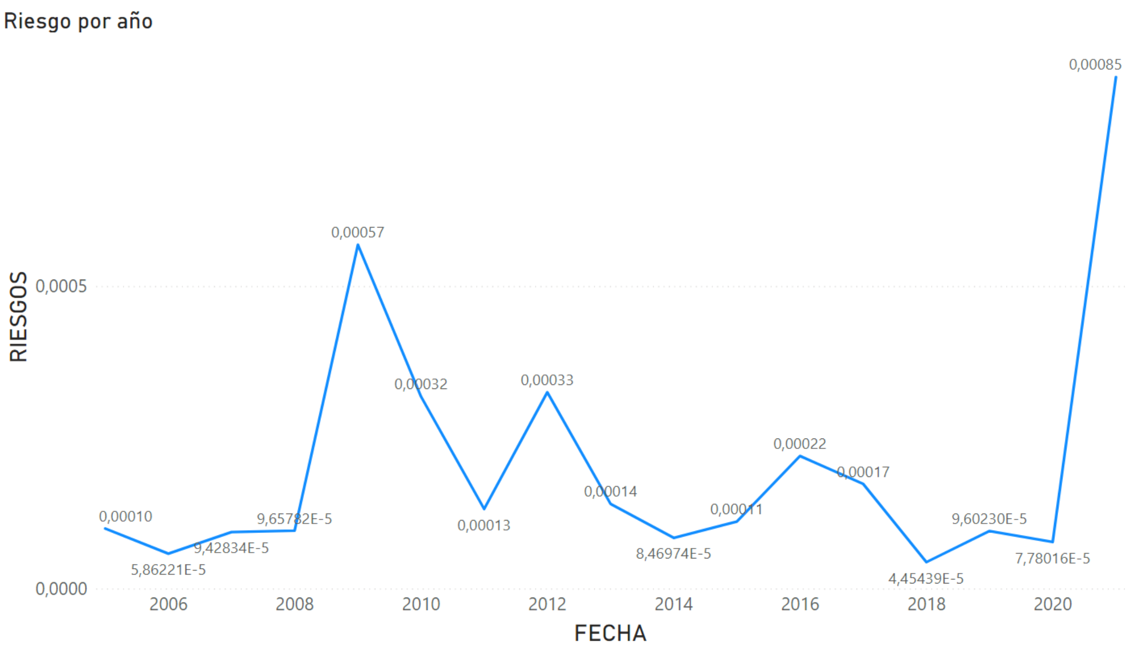


Figura 8.3: Evolución del riesgo del DAX 30. Elaboración propia

Como podemos ver en la gráfica, los picos de riesgo suelen coincidir con los años en que han habido crisis o inestabilidades político-económicas, cosa que tiene sentido. En general se ve como el índice DAX mantiene un riesgo más o menos constante en el tiempo que, claramente se ve afectado por inestabilidades en el en entorno.

En esta parte del riesgo también podemos ver como este índice tiene gran capacidad de reacción y recuperación ya que, al igual que pasaba en el rendimiento, el riesgo disminuye con rapidez ante un pico y, esta bajada en el nivel de riesgo suele prolongarse en el tiempo.

En resumen, el índice DAX 30 es un índice robusto, un índice de referencia no solo para Alemania, sino también, para el resto de Europa. Es un índice en constante crecimiento el cual es robusto y fuerte ante las situaciones adversas a nivel económico y político. Todo esto, como se ha dicho, muestra que la economía alemana es potente, robusta y con gran capacidad de resiliencia.

8.2 Descripción de los rendimientos obtenidos con las carteras

En este estudio se han simulado diez carteras diferentes, o más bien, diez líneas de inversión diferentes. Cuando digo que son más bien diez líneas de inversión que diez carteras es porque las carteras cambian cada año de estudio, se reconstruyen en base a unos criterios establecidos o requisitos exigidos.

Estos criterios exigidos son los mencionados anteriormente en el documento. Por un lado, existe una discriminación de los títulos en dos grupos atendiendo al nivel de volatilidad de este, nivel medido con la beta del modelo de Sharpe. Por otro lado, tenemos el nivel de retorno que exigimos a la hora de formar el portafolio eficiente mediante el modelo de Markowitz.

Estos dos criterios se mantienen siempre durante todo el estudio pero, las betas de las acciones y los rendimientos de cada uno de los títulos van cambiando, por lo tanto, los títulos de cada grupo son distintos cada vez, al igual que los pesos de los títulos en las carteras. Por este motivo no se puede decir que sean siempre las mismas carteras, es más correcto decir que son líneas de inversión formadas en el tiempo en base a unos criterios marcados que son constantes.

Betas menor que 1 y objetivo de rendimiento -0.0005

RENDIMIENTOS	FECHA
0,04	31/12/2004
0,12	31/12/2005
0,10	31/12/2006
0,00	31/12/2007
0,00	31/12/2008
0,14	31/12/2009
0,14	31/12/2010
-0,14	31/12/2011
0,05	31/12/2012
0,01	31/12/2013
0,04	31/12/2014
-0,24	31/12/2015
-0,04	31/12/2016
0,13	31/12/2017
-0,18	31/12/2018
0,03	31/12/2019
-0,16	31/12/2020

Betas menor que 1 y objetivo de rendimiento -0.0001

FECHA	RENDIMIENTOS
31/12/2004	0,04
31/12/2005	0,14
31/12/2006	0,11
31/12/2007	0,00
31/12/2008	0,00
31/12/2009	0,11
31/12/2010	0,02
31/12/2011	-0,05
31/12/2012	0,05
31/12/2013	0,02
31/12/2014	0,05
31/12/2015	-0,11
31/12/2016	-0,02
31/12/2017	0,10
31/12/2018	-0,09
31/12/2019	0,06
31/12/2020	-0,14

Betas menor que 1 y objetivo de rendimiento 0

FECHA	RENDIMIENTOS
31/12/2004	0,03
31/12/2005	0,14
31/12/2006	0,12
31/12/2007	0,00
31/12/2008	0,00
31/12/2009	0,09
31/12/2010	0,03
31/12/2011	-0,01
31/12/2012	0,05
31/12/2013	0,03
31/12/2014	0,05
31/12/2015	-0,03
31/12/2016	0,01
31/12/2017	0,08
31/12/2018	-0,04
31/12/2019	0,07
31/12/2020	-0,13

Betas menor que 1 y objetivo de rendimiento 0.0001

FECHA	RENDIMIENTOS
31/12/2004	0,01
31/12/2005	0,00
31/12/2006	0,13
31/12/2007	0,03
31/12/2008	-0,17
31/12/2009	0,07
31/12/2010	0,06
31/12/2011	0,03
31/12/2012	0,06
31/12/2013	0,05
31/12/2014	0,05
31/12/2015	0,04
31/12/2016	0,02
31/12/2017	0,06
31/12/2018	0,00
31/12/2019	0,08
31/12/2020	-0,13

Betas menor que 1 y objetivo de rendimiento 0.0005

FECHA	RENDIMIENTOS
31/12/2004	0,00
31/12/2005	0,00
31/12/2006	0,13
31/12/2007	0,02
31/12/2008	-0,15
31/12/2009	0,07
31/12/2010	0,10
31/12/2011	0,00
31/12/2012	0,00
31/12/2013	0,05
31/12/2014	0,04
31/12/2015	0,09
31/12/2016	0,04
31/12/2017	0,01
31/12/2018	-0,09
31/12/2019	0,12
31/12/2020	-0,14

Figura 8.4: Rendimientos conseguidos por carteras de beta menor que uno. Elaboración propia

Lo que se analiza en este apartado es la evolución de los rendimientos de cada una de las líneas de inversión. Para identificar las diferentes líneas en los gráficos se ha puesto un título identificativo a cada gráfico. En este título se describen los criterios seguidos en la formación de las diferentes carteras de esa línea de inversión. Por ejemplo, si en un gráfico dice «Betas menor que 1 y objetivo de rendimiento 0.0005», esto quiere decir que las carteras se han construido con títulos que tienen betas menores a uno y que, en la resolución del modelo de Markowitz para hallar los pesos de la cartera, se ha exigido que el rendimiento sea de 0.0005. A partir de este momento, para simplificar las cosas a la hora de hacer referencia a ellas, me referiré como línea de inversión o cartera A0 a la formada con acciones con betas menores a uno y con el objetivo de rendimiento de -0.0005. El resto de líneas de inversión se nombrarán de forma ascendente del rendimiento exigido a la hora de formar las cartera, es decir, me referiré a la que se exige un rendimiento de -0.0001 como B1 y así hasta la E0 que sería a la que se exige un rendimiento de 0.0005. Para las carteras que se forman con títulos con betas mayores que uno se las nombrará igual pero, en vez de 0, se pondrá un 1, es decir, A1, B1,C1,D1 y E1.

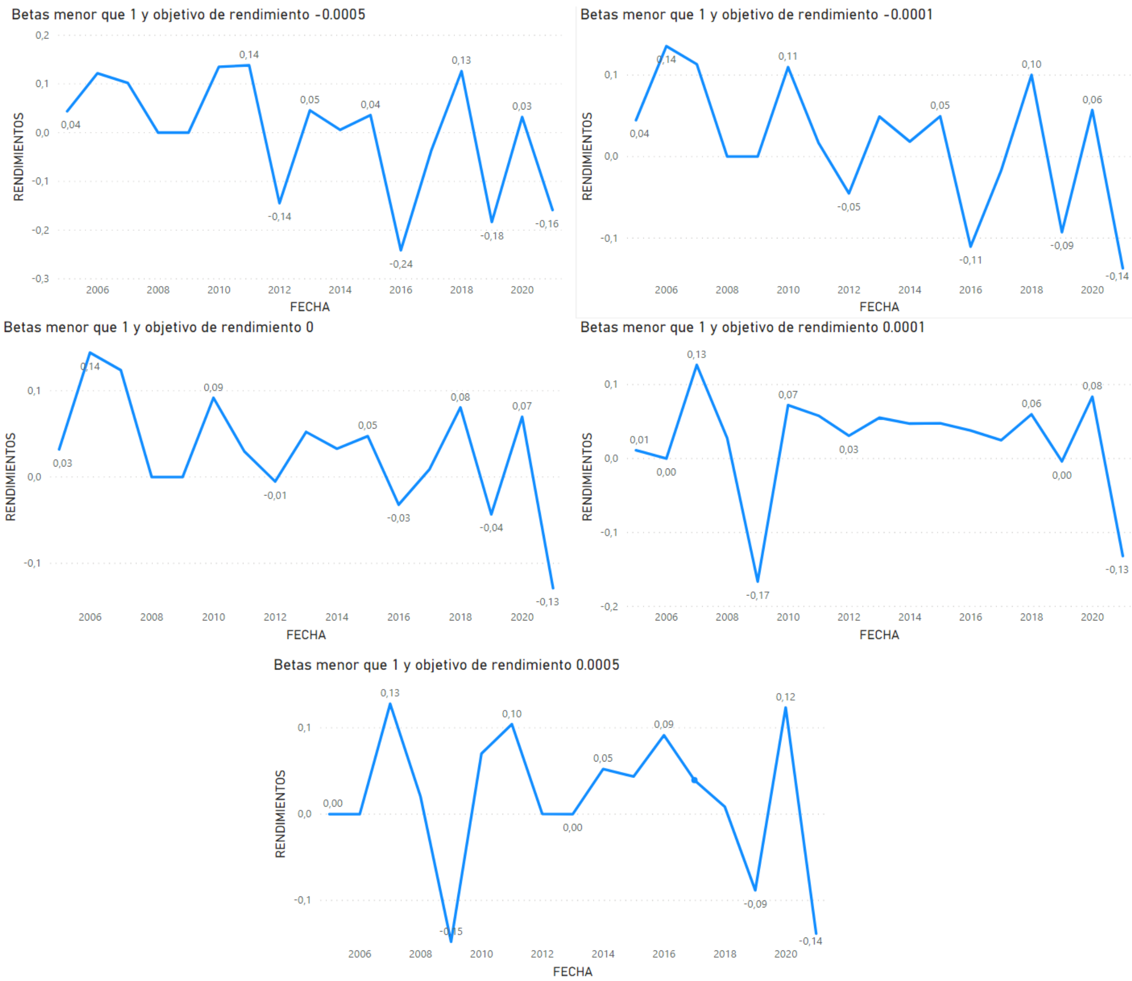


Figura 8.5: Evolución de los rendimientos conseguidos por carteras de beta menor que uno. Elaboración propia

El análisis se realizará de manera que primero se describirán los rendimientos conseguidos por las carteras formadas con títulos que tienen betas menores que uno y después, se pasará a describir los rendimientos conseguidos por carteras formadas con títulos que tienen betas mayores que uno.

En la figura 8.5 y 8.4 se muestran los rendimientos obtenidos de las carteras simuladas en el estudio. Es bueno recordar que estos rendimientos se han obtenido evaluando las carteras confeccionadas un año con los rendimientos reales del año siguiente de cada uno de esos títulos que la conforman. En estos gráficos podemos ver que algunas veces los rendimientos indican 0, en nuestro caso esto significa que ese año no se ha podido construir una cartera que cumpla los requisitos establecidos, es decir, que no se haya podido hallar una cartera que consiga cumplir el objetivo de rendimiento con los títulos disponibles.

Las carteras formadas en estas gráficas son carteras hechas con títulos que tienen betas menores que uno, con lo cual, lo esperable es que las evoluciones de los rendimientos no tengan fluctuaciones muy bruscas o, al menos, que esos cambios no sean tan bruscos como los del mercado. Si comparamos las diferentes series con la evolución del rendimiento del índice, a simple vista, no parece que la variabilidad de los rendimientos sea menor a la variabilidad que sufren los rendimientos del índice, de hecho, en algunas líneas de inversión parece que sean estas las que tengan más variabilidad que el mercado. En concreto son las líneas de inversión que tienen como objetivo de rendimiento un -0.0005 y un -0.0001. La línea de inversión que tiene como objetivo un rendimiento de 0.0005 tiene un comportamiento similar al del mercado.

Fijándonos en las diferentes curvas, si trazamos una línea de tendencia en los rendimientos, da la sensación de que los rendimientos tienen una ligera tendencia negativa. En las líneas de inversión A0, B0 y C0 se puede observar esta tendencia de manera más clara. Si nos fijamos en la cotización del DAX en el tiempo, vemos que esto puede tener sentido ya que a partir del año 2015 el crecimiento de la cotización del índice ha sido más leve que en los primeros años que se tienen en cuenta en el estudio. Desde el 2004 hasta el 2008 hubo un crecimiento significativo y desde el 2009 hasta el 2015 el crecimiento ha sido bastante acusado. Es por esto que tiene sentido que algunas de las líneas de inversión estudiadas tengan esta tendencia negativa en los años de estudio, ya que, en los últimos años se ve una ralentización en el crecimiento de la cotización del índice DAX 30.

Betas mayor que 1 y objetivo de rendimiento -0.0005

FECHA	RENDIMIENTOS
31/12/2012	0,11
31/12/2004	0,05
31/12/2013	0,04
31/12/2010	0,04
31/12/2014	0,01
31/12/2005	0,00
31/12/2006	0,00
31/12/2007	0,00
31/12/2008	0,00
31/12/2009	0,00
31/12/2016	0,00
31/12/2017	0,00
31/12/2018	0,00
31/12/2019	0,00
31/12/2015	-0,05
31/12/2011	-0,13
31/12/2020	-0,26

Betas mayor que 1 y objetivo de rendimiento -0.0001

FECHA	RENDIMIENTOS
31/12/2004	0,09
31/12/2005	0,13
31/12/2006	0,00
31/12/2007	0,00
31/12/2008	0,00
31/12/2009	0,10
31/12/2010	0,03
31/12/2011	-0,03
31/12/2012	0,13
31/12/2013	0,05
31/12/2014	0,00
31/12/2015	0,00
31/12/2016	0,00
31/12/2017	0,18
31/12/2018	-0,25
31/12/2019	0,03
31/12/2020	-0,19

Betas mayor que 1 y objetivo de rendimiento 0

FECHA	RENDIMIENTOS
31/12/2004	0,12
31/12/2005	0,14
31/12/2006	0,06
31/12/2007	0,00
31/12/2008	0,00
31/12/2009	0,07
31/12/2010	0,02
31/12/2011	0,02
31/12/2012	0,13
31/12/2013	0,06
31/12/2014	-0,01
31/12/2015	0,03
31/12/2016	-0,03
31/12/2017	0,14
31/12/2018	-0,15
31/12/2019	0,04
31/12/2020	-0,15

Betas mayor que 1 y objetivo de rendimiento 0.0001

FECHA	RENDIMIENTOS
31/12/2004	0,13
31/12/2005	0,14
31/12/2006	0,05
31/12/2007	0,00
31/12/2008	-0,23
31/12/2009	0,04
31/12/2010	-0,03
31/12/2011	0,02
31/12/2012	0,11
31/12/2013	0,07
31/12/2014	0,00
31/12/2015	0,06
31/12/2016	0,10
31/12/2017	0,08
31/12/2018	-0,07
31/12/2019	0,06
31/12/2020	-0,13

Betas mayor que 1 y objetivo de rendimiento 0.0005

FECHA	RENDIMIENTOS
31/12/2004	0,00
31/12/2005	0,14
31/12/2006	0,04
31/12/2007	0,06
31/12/2008	-0,25
31/12/2009	0,00
31/12/2010	0,00
31/12/2011	0,00
31/12/2012	0,00
31/12/2013	0,06
31/12/2014	0,00
31/12/2015	0,11
31/12/2016	0,06
31/12/2017	0,01
31/12/2018	0,00
31/12/2019	0,00
31/12/2020	-0,13

Figura 8.6: Rendimientos conseguidos por carteras de beta mayor que uno. Elaboración propia

En las figuras 8.7 y 8.6 tenemos los rendimientos simulados para las carteras formadas con betas mayores que uno, estas están ordenadas de la misma manera que las anteriores. Lo primero que hay que comentar de estas líneas de inversión es que en varias de ellas, en varios años, existe un rendimiento de cero, con lo cual, en muchas ocasiones no se ha podido formar una cartera que cumplan las exigencias predefinidas. Como podemos comprobar esto ocurre sobre todo en las carteras A1 y B1 que son las que tienen un rendimiento exigido más bajo. Esto tiene sentido ya que los títulos con beta mayor que uno suelen tener unos rendimientos más elevados, por este motivo, podría resultar complicado (y a veces imposible) generar una cartera que tenga rendimientos tan bajos. Podríamos decir desde este momento que las dos primeras líneas de inversión no son muy recomendables puesto que en muchos de los años tendríamos sin invertir nuestro dinero.

Las carteras que parecen más interesantes en este caso serían la C1, la D1 y la E1 ya que, aunque en la cartera E1 también hay años con rendimiento cero, tienen en práctica-

Figura 8.7: Evolución de los rendimientos conseguidos por carteras de beta mayor que uno. Elaboración propia

mente todos sus años rendimientos diferentes a cero, lo que significa que se puede formar una cartera que cumpla con las exigencias.

A simple vista, se podría decir lo mismo que para las carteras anteriores, las variaciones de los rendimientos en el tiempo parecen de la misma magnitud de las del mercado. Esto podría no tener mucho sentido ya que se esperaba que tuviera fluctuaciones más bruscas que el mercado. No obstante, no tenemos conocimiento de las betas de las carteras que la componen, con las gráficas, únicamente sabemos que es mayor o menor que uno, pero puede que se acerquen mucho a la unidad.

En algunas de estas carteras también podemos observar la tendencia decreciente de los rendimientos, como en el caso de la C1 y la D1. Para el resto de carteras, la A1 y B1 tienen muchos años rendimiento cero, con lo cual no se puede observar ninguna línea de tendencia. En el caso de la cartera E1 tampoco se ve claramente una línea de tendencia.

8.3 Descripción de los riesgos asumidos con las carteras

En este apartado se va a describir la evolución de los riesgos asumidos por las diferentes líneas de inversión en los años de estudio.

Al igual que pasaba cuando comentamos el riesgo del índice DAX 30, el riesgo de las líneas de inversión mostradas en las figuras 8.8 y 8.9 también está calculado por medio de

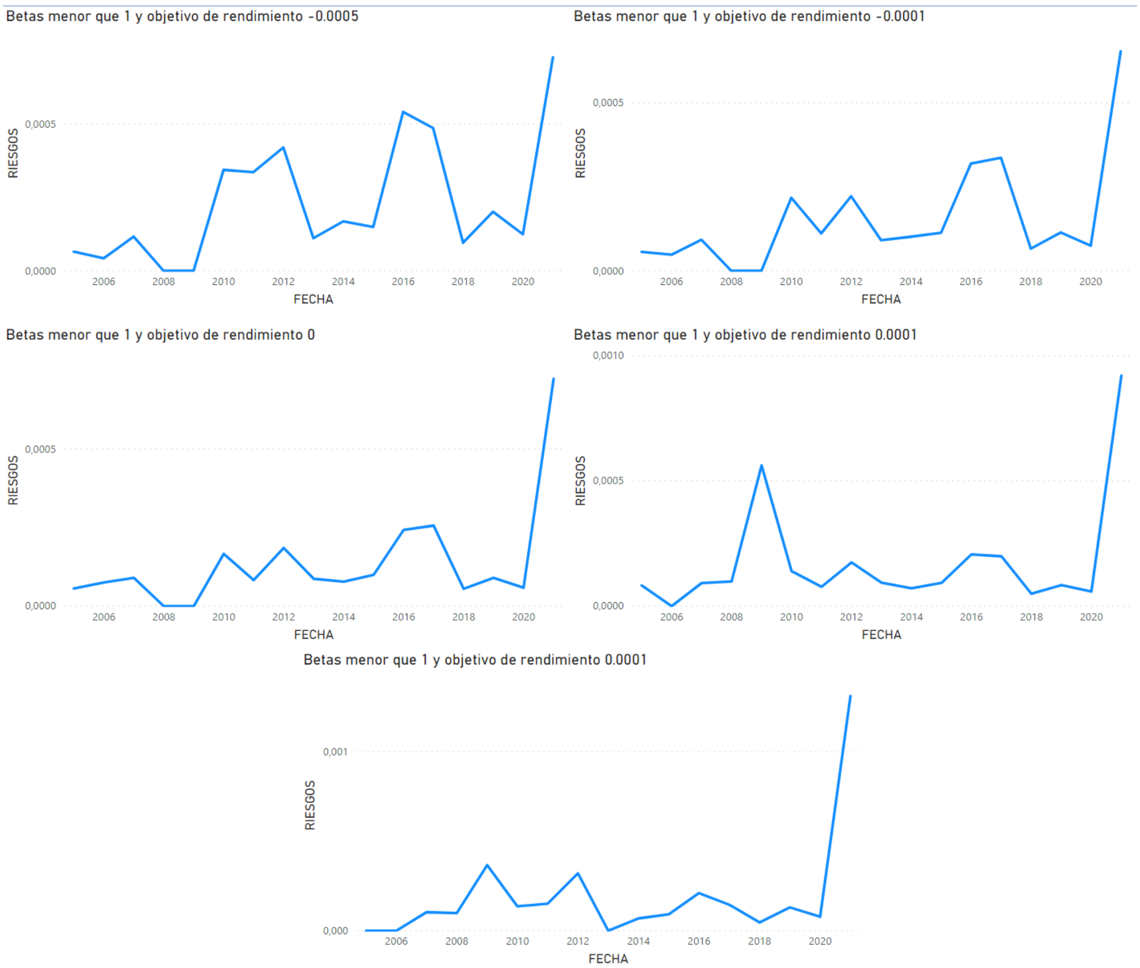


Figura 8.8: Evolución del riesgo asumido con carteras de beta menor que uno. Elaboración propia

los rendimientos diarios. En este caso tampoco es relevante pues lo que se va a analizar es la evolución del riesgo en cada una de estas carteras comparándolas con el índice.

En la figura 8.8 podemos ver la trayectoria del riesgo de las líneas de inversión construidas con títulos de beta menor que uno. En este caso podemos observar como en algunas de ellas existen picos de riesgo pronunciados, sobre todo en las carteras A0,B0 y D0. La diferencia con el riesgo del índice es que en este caso esos picos no coinciden con las recesiones o crisis. En este caso. Las carteras C0,D0 y E0 en general presentan riesgos más bajos que los riesgos que presenta el índice, cosa que es lógica al tratarse de líneas de inversión formadas por acciones de beta menor que uno.

En la figura 8.9 podemos ver la trayectoria del riesgo de las líneas de inversión construidas con títulos de beta mayor que uno. Para este grupo debemos tener en cuenta lo mismo que en el rendimiento, las carteras A0 y B0 no se pueden formar cumpliendo los requisitos en muchos años, con lo cual, no se puede decir mucho acerca de su riesgo. Para el resto de carteras se puede ver como los picos de riesgo son más pronunciados que en el caso del índice, aunque, en general, no se puede afirmar que el riesgo es mayor que en el índice, más bien el nivel de riesgo se suele mantener constante en unos niveles similares a los del índice. Esto resulta extraño ya que se trata de carteras formadas con títulos de beta mayor que uno.

Al igual que pasaba con los rendimientos de estas carteras, los riesgos no concuerdan mucho con el echo de que sean carteras de beta mayor que uno. Sin duda es un dato curioso a tener en cuenta.

Figura 8.9: Evolución del riesgo asumido con carteras de beta mayor que uno. Elaboración propia

8.4 Análisis de los datos obtenidos en el cálculo del algoritmo

En este apartado se va a mostrar los datos obtenidos en la ejecución del algoritmo y se van a comentar. Los datos presentados son las betas obtenidas durante toda la simulación y los resultados medios de cada una de las carteras, esto quiere decir, rendimiento medio de la cartera y riesgo medio asumido con la cartera. El rendimiento y riesgo medio hace referencia a todos los años incluidos en el estudio.

En las figuras 8.10, 8.11 y 8.12 se puede visualizar todas y cada una de las betas estimadas durante el estudio, para cada uno de los títulos y para cada uno de los años de estudio. Como podemos ver, lo normal es que una acción suela permanecer la mayor parte del tiempo en uno de los dos grupos, pudiendo variar de un grupo a otro en algunas ocasiones. Estas acciones que alternan en diferentes ocasiones entre un grupo y otro suelen estar cerca del uno, pero no es normal cambios bruscos en las betas de las acciones. Cabe recalcar que las betas de las acciones están estimadas con los rendimientos históricos de cinco años inmediatamente anteriores a la fecha en que se calcula la beta, con lo cual, sería extraño un cambio brusco en estos.

Existen, de entre todas estas, acciones que siempre están en un mismo grupo. En este caso tenemos las acciones de MRK, HEN3, FRE, FME, BEI y ADS que siempre estarán disponibles para formar parte de la cartera de betas menores que uno. Por otro lado, tenemos las acciones de DBK, DAI y CBK que siempre pertenecerán al grupo de carteras de beta mayor que uno. Atendiendo al número de acciones fijas en cada una de las partes, sería razonable pensar que las carteras formadas con títulos que tienen betas menores a uno cambiaran menos de un año a otros que las formadas con acciones que tienen betas mayores a uno.

FECHA	VOW3	TKA	SIE	SAP	RWE	PSM	MUV2	MRK
31/12/2004	0,80081967	0,776677	1,1852044	1,29629456	0,60298891	0,84973672	1,10385718	0,50531498
31/12/2005	0,8581597	0,85044411	1,12824351	1,22308977	0,6692352	0,8764777	1,14242143	0,52150502
31/12/2006	0,87403818	0,81515063	1,15441442	1,0641323	0,77485768	0,27802823	1,31736841	0,53504159
31/12/2007	0,93883944	1,08369498	1,11711373	1,01243155	0,94319427	0,46890529	1,24169887	0,56141089
31/12/2008	0,89858887	1,18196235	1,17058195	0,94864257	0,85907424	0,94641637	0,9577632	0,63101139
31/12/2009	0,71951116	1,23892619	1,17018462	0,78887123	0,80066407	1,14342482	0,7652126	0,53979305
31/12/2010	0,74889639	1,34670229	1,2071751	0,70710091	0,73156877	1,23426501	0,77491939	0,47718451
31/12/2011	0,76174701	1,32601814	1,22694915	0,66294653	0,71494215	1,3364915	0,75527509	0,4592486
31/12/2012	0,8752981	1,33599099	1,14139058	0,67103509	0,83323629	1,37773193	0,78984348	0,47396185
31/12/2013	1,07722379	1,39836539	1,07244026	0,62108683	0,88598071	1,41517837	0,8628648	0,49906358
31/12/2014	1,18029841	1,31852051	0,95764589	0,68573198	0,99029191	1,37606101	0,88226203	0,58385833
31/12/2015	1,16480631	1,29641493	0,90117558	0,73332354	1,06239792	1,21068468	0,89928659	0,64853744
31/12/2016	1,10373257	1,17552306	0,90497684	0,80781701	0,96837343	0,94795036	0,77010648	0,80747206
31/12/2017	1,20548752	1,20879932	0,95228098	0,83029913	1,04040142	0,85497193	0,77024895	0,80911987
31/12/2018	1,19883596	1,20831681	0,99317326	0,83596972	1,07415224	0,87302961	0,74381938	0,8271727
31/12/2019	1,27419729	1,23463027	0,98393234	0,86872458	1,03338581	0,83373654	0,73648373	0,81279357
31/12/2020	1,3354971	1,4079831	1,06078449	0,96152604	0,91377014	0,83745429	0,79125597	0,67930534

Figura 8.10: Betas calculadas durante todo el estudio parte I. Elaboración propia

FECHA	LHA	HEN3	HEI	FRE	FME	EOAN	DTE	DBK
31/12/2004	0,89872728	0,3318257	0,30072703	0,46867555	0,57899429	0,56124919	1,32333433	1,05877313
31/12/2005	1,01087686	0,34608052	0,34165385	0,46205131	0,5969945	0,63046371	1,22934118	1,10480437
31/12/2006	0,85185559	0,37759591	0,32329309	0,4178875	0,5430788	0,74459795	1,09306092	1,10904509
31/12/2007	0,94205495	0,49661152	0,56634191	0,28095415	0,41578517	0,8433398	0,88362508	1,10072539
31/12/2008	0,9880873	0,65062659	0,74067059	0,54161303	0,54779244	0,90583769	0,73337567	1,15215548
31/12/2009	0,8155681	0,6621955	0,76611328	0,55053459	0,45487531	0,9799677	0,70917848	1,34705
31/12/2010	0,85567641	0,63890797	0,99642985	0,46411138	0,33237417	0,94099179	0,64821681	1,50453226
31/12/2011	0,89302945	0,63615344	1,04657489	0,43601351	0,30414819	0,92314901	0,64973498	1,5175529
31/12/2012	0,92403211	0,62494238	1,13781039	0,40085384	0,30070766	0,97238673	0,66947816	1,52760352
31/12/2013	1,02854432	0,61289952	1,43724934	0,35660397	0,25812614	0,96701166	0,62788825	1,62153485
31/12/2014	1,06918444	0,64396006	1,38760464	0,39580933	0,35379328	0,99820401	0,71639168	1,47878417
31/12/2015	1,06346441	0,65095354	1,29682314	0,42618616	0,38466964	1,02782537	0,76235019	1,42794153
31/12/2016	0,90010401	0,73813809	1,12378531	0,61639239	0,5859847	0,95842271	0,94348709	1,26026595
31/12/2017	0,91505375	0,71542984	1,01505269	0,7424553	0,70270481	1,06474219	0,97864	1,32219927
31/12/2018	0,89489739	0,70833231	0,99606447	0,83225333	0,78804678	1,08604802	0,97011431	1,34735697
31/12/2019	0,8579365	0,72541617	0,98795321	0,93146552	0,87285377	1,01741495	0,91413541	1,39756604
31/12/2020	0,99073085	0,64623079	1,03525753	0,99590835	0,88523876	0,8794641	0,67815178	1,60567131

Figura 8.11: Betas calculadas durante todo el estudio parte II. Elaboración propia

Si leemos las tablas por años, es decir, por filas completas, estaremos viendo también los dos grupos que se forman con los títulos. De esta manera podemos ver qué acciones han sido candidatas potenciales para formar las carteras de betas mayores a uno y las menores a uno.

En la figura 8.13 vemos los valores promedio de cada una de las carteras formadas con betas mayores que uno a lo largo de todos los años de estudio. En estos valores está el rendimiento aportado en promedio por la línea de inversión durante todos los años y, el riesgo asumido promedio, que se mide como la varianza en nuestro estudio. También podemos ver la beta media que ha tenido cada una de las línenas de inversión.

Si nos fijamos en los datos de la figura, podemos ver que es posible establecer una clasificación de qué cartera es mejor y qué cartera es peor basándonos en estos datos. Si miramos solamente entre las diferentes líneas de inversión de esta figura, podemos ver que la cartera C1 es la cartera que ha aportado en promedio más rendimiento y que asume, además, menos riesgo que las otras, ya que tiene la varianza más baja y la beta más baja también.

FECHA	DAI	CON	CBK	BMW	BEI	BAYN	BAS	ALV	ADS
31/12/2004	1,030896	0,59359889	1,00603226	0,78236755	0,24230529	1,03614115	0,77390546	1,17855212	0,50647342
31/12/2005	1,11623704	0,67429043	1,07740347	0,83437137	0,24181095	1,1012928	0,82032924	1,25112801	0,53062646
31/12/2006	1,05492495	0,59359933	1,07161662	0,83931317	0,23129759	1,10185601	0,85242978	1,36478373	0,52717773
31/12/2007	1,04724472	0,78862683	1,15890127	0,93466283	0,31579279	1,11848385	0,96542631	1,32162773	0,59516143
31/12/2008	1,15475905	1,0884496	1,20912636	0,93083434	0,68760432	1,02007835	0,93551737	1,22590688	0,70188075
31/12/2009	1,20704844	0,89092901	1,32694184	1,00727061	0,61293916	0,86598982	0,99770369	1,24892922	0,81298602
31/12/2010	1,29513808	1,06683288	1,47293098	1,06887718	0,54868759	0,80884911	1,06003122	1,2759087	0,80392571
31/12/2011	1,32052071	1,10024718	1,43757975	1,09993988	0,52573034	0,81634162	1,10363787	1,25374529	0,82154072
31/12/2012	1,29053328	1,16498395	1,47942653	1,11858746	0,46116953	0,83866574	1,11175395	1,27283234	0,82884073
31/12/2013	1,34393815	1,41676496	1,59932196	1,185253	0,41158141	0,89070108	1,171971	1,24454588	0,82908665
31/12/2014	1,26372984	1,34343564	1,46401248	1,18387936	0,45377514	0,99333196	1,14295582	1,19962303	0,86397929
31/12/2015	1,2278196	1,30195648	1,50904743	1,15176274	0,45468924	1,05791582	1,12208344	1,16642577	0,83530073
31/12/2016	1,23967605	1,1658678	1,2323579	1,16002505	0,64699308	1,17170637	1,12759895	0,96653445	0,84147363
31/12/2017	1,20459163	1,11223397	1,20433856	1,16775786	0,67297264	1,12824223	1,07210509	0,97852218	0,74854175
31/12/2018	1,1654137	1,08913233	1,21027274	1,15566785	0,69371326	1,1323003	1,06594512	0,94061486	0,73325365
31/12/2019	1,15085635	1,07514158	1,22065182	1,12336567	0,6795574	1,10893562	1,04806808	0,9807574	0,76980885
31/12/2020	1,17716889	1,12968041	1,43164867	1,10766605	0,51068472	1,10311225	1,0745079	1,00716522	0,79214303

Figura 8.12: Betas calculadas durante todo el estudio parte III. Elaboración propia

INDICE		
Promedio	1,9972%	
Varianza	0,8924%	
A1		
Promedio	-1,0374%	Beta
Varianza	0,6376%	1,2042
B1		
Promedio	1,5645%	Beta
Varianza	1,1464%	1,1795
C1		
Promedio	2,8325%	Beta
Varianza	0,7253%	1,1622
D1		
Promedio	2,3576%	Beta
Varianza	0,9332%	1,1634
E1		
Promedio	0,6943%	Beta
Varianza	0,7877%	1,1802

Figura 8.13: Resultados líneas de inversión con betas mayores a uno. Elaboración propia

Además de esto, si comparamos esta cartera (C1) con los resultados del índice, podemos ver que la cartera ha obtenido un rendimiento promedio superior al promedio obtendio por el índice. El riesgo promedio asumido por la cartera durante los años de estudio es menor que la del índice también. La situación en la que nos encontramos entonces es, que tenemos una cartera que en promedio ha obtenido más rendimiento que el índice y con un riesgo inferior al del índice. Podemos decir que existe dominancia entre la cartera C1 y el índice, siendo dominante la cartera C1 sobre el índice.

Ahora bien, aún nos quedan otras cinco carteras por revisar, estas carteras son las que se construyen con betas menores que uno. En la figura 8.14 podemos ver los datos referentes a estas líneas de inversión. Aquí se muestra la misma información que para las carteras anteriores, el rendimiento y riesgo promedio.

Si buscamos entre los resultados de las carteras valores que mejoren el rendimiento del índice, encontramos dos carteras, la cartera C0 y D0. Fijándonos en los rendimientos ambas carteras tienen un rendimiento superior al del índice y, además, mirando la varianza de cada una de ellas, también es menor que la del índice. Para este caso, al igual

INDICE		
Promedio	1,9972%	
Varianza	0,8924%	
A0		
Promedio	0,1246%	Beta
Varianza	1,4014%	0,6907
B0		
Promedio	1,7120%	Beta
Varianza	0,6310%	0,6316
C0		
Promedio	2,9663%	Beta
Varianza	0,4285%	0,6074
D0		
Promedio	2,2361%	Beta
Varianza	0,5198%	0,6133
E0		
Promedio	1,8025%	Beta
Varianza	0,6609%	0,6461

Figura 8.14: Resultados líneas de inversión con betas mayores a uno. Elaboración propia

que hicimos para la cartera C1, podemos decir que existe dominancia de las carteras C0 y D0 sobre el índice.

Comparando ambas carteras entre sí también podemos ver que existe dominancia entre las dos. La cartera C0 aporta más rendimiento en promedio que la cartera D0 y sumiendo un menor riesgo en promedio. Pasa lo mismo si comparamos la cartera C0 con la cartera C1, la cartera C0 aporta un poco más de rendimiento que la cartera C1 y con un riesgo inferior.

Ante el panorama planteado está claro que nos decantaríamos por seguir los movimientos para invertir siempre como lo hace la línea de inversión C0. No obstante, para poder dar una respuesta clara y contrastada de cuál de estas es la mejor opción es necesario hacer una evaluación de desempeño de las carteras poder medio de ratios.

8.5 Evaluación del desempeño de las carteras

En este apartado se van a evaluar cada una de las carteras con diferentes ratios de evaluación de desempeño. Recuerdo que los ratios que vamos a utilizar para la evaluación del desempeño de las diferentes carteras son los tres descritos en la memoria que son el ratio de Sharpe, el ratios de Treynor y el alfa de Jensen.

En la figura 8.15 podemos ver los ratios de Sharpe calculados para cada una de las carteras. En esta imagen están las carteras con ratios de Sharpe más elevados sombreados de verde y con un recuadro rojo. Estas tres líneas de inversión poseen un ratio de Sharpe superior a al del índice. Estas tres son, entonces, elecciones de inversión preferibles al índice de mercado. Aportan por cada punto de riesgo asumido más puntos de rentabilidad que el índice. Si recordamos, las tres carteras destacadas son las mismas que dijimos que eran dominantes mirando su rendimiento y riesgo. Esto era de esperar ya que el ratio de Sharpe se calcula precisamente con estas dos medidas. De entre estas tres carteras, como era obvio, la que mejor desempeño tiene es la C0.

Ratio Sharpe	
Indice	
	2,7569
A1	A0
- 0,9009	0,4193
B1	B0
1,7686	3,4472
C1	C0
4,5435	8,0031
D1	D0
3,0223	5,1930
E1	E0
1,4692	3,4281

Figura 8.15: Ratios de Sharpe de las líneas de inversión. Elaboración propia

Ratio Treynor	
Indice	
0,0246	
A1	A0
- 0,0048	0,0085
B1	B0
0,0172	0,0344
C1	C0
0,0284	0,0565
D1	D0
0,0242	0,0440
E1	E0
0,0098	0,0351

Figura 8.16: Ratios de Treynor de las líneas de inversión. Elaboración propia

En la figura 8.16 podemos ver los ratios de Treynor calculados para cada una de las carteras. Al igual que en la anterior se pueden ver las carteras mejor valoradas por este ratio sombreadas de verde y recuadradas en rojo. Para el ratio de Treynor se modifica un poco la selección de las mejores carteras. Ahora ya no tenemos ninguna línea de inversión de betas mayores que uno como de las mejores. Para este ratio las mejores opciones son tres de la parte de betas menores que uno que son la C0, la D0 y la E0. Las dos primeras carteras de las mencionadas coinciden con la valoración del ratio anterior, la tercera es una discrepancia entre el la valoración del ratio de Sharpe y el de Treynor. Ambos ratios son medidas relativas de desempeño puesto que se meden en base a una medida de riesgo, pero uno lo hace con referencia al riesgo total (el ratio de Sharpe) y otro con referencia al riesgo sistemático (el ratio de Treynor.

En la figura 8.17 podemos ver las alfas de Jensen calculadas para cada una de las carteras. Para este caso seguimos con la misma dinámica que en las dos primeras, sombreando de verde y recuadrando en rojo las mejores opciones para este indicador. En este caso, el alfa de Jensen es índice de evaluación absoluto, no relativo, en el cual la medida de riesgo utilizada es la misma que el modelo CAPM, es decir la beta. Pero en este caso el cálculo es muy diferente al caso del ratio de Treynor. Para este indicador las mejores

Alfa Jensen	
Indice	
0	
A1	A0
- 0,0354	- 0,0111
B1	B0
- 0,0087	0,0062
C1	C0
0,0044	0,0193
D1	D0
- 0,0004	0,0119
E1	E0
- 0,0175	0,0068

Figura 8.17: Alfas de Jensen de las líneas de inversión. Elaboración propia

opciones coinciden con el ratio de Treynor, siendo las líneas de inversión C0, D0 y E0 las mejores opciones.

Después de repasar todos los ratios e indicadores de evaluación de desempeño y analizar las mejores opciones para cada uno de ellos, podemos ver que en todos ellos se repiten siempre dos carteras, la C0 y la D0. De entre estas dos carteras, si nos fijamos cuál de las dos optiene las puntuaciones más elevadas para cada ratio, vemos que la cartera C0 es siempre la número uno para cada uno de los evaluadores utilizados.

Como presupusimos al mirar los niveles de rendimiento y riesgo promedio de cada una de las líneas de inversión, la mejor opción de entre las diez cartera y el índices es la C0. Cabe mencionar que no es raro que una cartera hecha con títulos que tienen betas menores que uno pueda ser la mejor opción a la hora de evaluarla con los ratios de desempeño pero, si es muy extraño que el rendimiento aportado por este tipo de carteras supere al del índice e incluso a las cartera formadas por títulos con betas mayores que uno.

8.6 Análisis de la mejor opción de inversión

En este apartado se va a analizar un poco más en detalle la línea de inversión que se ha declarado como la mejor opción. En este análisis se van a presentar las diferentes carteras que se han elaborado durante toda la simulación para esta línea de inversión, presentando la composición de cada una de ellas.

En las figuras 8.18, 8.19 y 8.20 podemos ver las composiciones de las carteras que conforman esta línea de inversión durante todos los años de estudio. La tabla se lee igual que las mostradas en las figuras 8.10, 8.11 y 8.12. Como podemos ver, existen varios títulos que no se han utilizado en ningún año para confeccionar la cartera, no solamente los que tienen siempre una beta mayor que uno, si no, también otros títulos con betas menores que uno.

Los títulos que nunca se utilizan a pesar de tener una beta menor que uno en algunos años son BMW, BAYN y BAS. El rendimiento medio anual de cada uno es; BMW un 0.8098 %, BAYN un 0.6246 % y BAS un 1.5144 %. Estos rendimientos son más bajos que el rendimiento promedio anual de la línea de inversión, con lo que tiene sentido que no se hayan utilizado.

FECHA	VOW3	TKA	SIE	SAP	RWE	PSM	MUV2	MRK
31/12/2004	0,000000%	0,000000%	-	-	0,000000%	0,000000%	-	0,000000%
31/12/2005	0,000000%	0,000000%	-	-	0,000000%	0,000000%	-	0,000000%
31/12/2006	0,000000%	0,000000%	-	-	0,000000%	17,967857%	-	0,000000%
31/12/2007	0,000000%	-	-	-	0,000000%	1,855663%	-	0,684666%
31/12/2008	0,000000%	-	-	0,000000%	3,921847%	1,114301%	11,628535%	5,806708%
31/12/2009	11,937332%	-	-	0,000000%	13,701883%	-	0,000000%	1,310601%
31/12/2010	35,285935%	-	-	0,000000%	0,000000%	-	0,000000%	0,000000%
31/12/2011	36,439678%	-	-	0,000000%	0,000000%	-	0,000000%	0,000000%
31/12/2012	0,000000%	-	-	0,000000%	0,000000%	-	0,000000%	0,000000%
31/12/2013	-	-	-	5,856955%	0,000000%	-	1,834289%	19,528853%
31/12/2014	-	-	3,635962%	30,303808%	0,000000%	-	0,000000%	19,043171%
31/12/2015	-	-	0,599686%	30,064906%	-	-	0,000000%	22,871377%
31/12/2016	-	-	0,526447%	18,648301%	1,225225%	0,000000%	24,043888%	0,712291%
31/12/2017	-	-	0,000000%	10,878835%	-	0,000000%	25,084148%	9,432156%
31/12/2018	-	-	0,000000%	20,461388%	-	0,000000%	1,323506%	0,000000%
31/12/2019	-	-	0,000000%	16,336583%	-	0,000000%	28,750443%	6,281891%
31/12/2020	-	-	-	0,000000%	33,979981%	0,000000%	56,917173%	9,102846%

Figura 8.18: Pesos de las carteras de la línea de inversión C0. Elaboración propia

FECHA	LHA	HEN3	HEI	FRE	FME	EOAN	DTE	DBK
31/12/2004	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	-	-
31/12/2005	-	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	-	-
31/12/2006	0,000000%	29,722200%	19,075320%	10,471786%	0,418685%	21,782251%	-	-
31/12/2007	0,000000%	26,079082%	0,248829%	3,396174%	13,261448%	0,000000%	22,572458%	-
31/12/2008	0,000000%	15,125027%	3,358699%	4,818710%	16,609619%	0,023067%	27,566383%	-
31/12/2009	0,000000%	0,000000%	0,000000%	4,606919%	48,660228%	0,000000%	0,000000%	-
31/12/2010	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	17,985160%	0,000000%	0,000000%	-
31/12/2011	0,000000%	0,000000%	-	0,000000%	34,740389%	0,000000%	0,000000%	-
31/12/2012	0,000000%	0,000000%	-	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	-
31/12/2013	-	0,972117%	-	0,000000%	51,079629%	0,000000%	8,888101%	-
31/12/2014	-	0,000000%	-	0,000000%	37,482098%	0,000000%	9,534961%	-
31/12/2015	-	1,735926%	-	0,000000%	44,728106%	-	0,000000%	-
31/12/2016	4,195948%	11,206370%	-	0,000000%	28,834073%	3,992521%	0,000000%	-
31/12/2017	0,000000%	22,514363%	-	0,000000%	14,604801%	-	0,000000%	-
31/12/2018	13,038478%	11,415548%	2,133479%	13,281788%	16,749232%	-	0,000000%	-
31/12/2019	6,378494%	10,865028%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	-	0,000000%	-
31/12/2020	0,000000%	0,000000%	-	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	-

Figura 8.19: Pesos de las carteras de la línea de inversión C0. Elaboración propia

FECHA	DBK	DAI	CON	CBK	BMW	BEI	BAYN	BAS	ALV	ADS
31/12/2004	-	-	0,000000%	-	0,000000%	0,000000%	-	0,000000%	-	0,000000%
31/12/2005	-	-	0,000000%	-	0,000000%	0,000000%	-	0,000000%	-	0,000000%
31/12/2006	-	-	0,000000%	-	0,000000%	0,561901%	-	0,000000%	-	0,000000%
31/12/2007	-	-	0,000000%	-	0,000000%	31,901679%	-	0,000000%	-	0,000000%
31/12/2008	-	-	-	-	0,000000%	10,027104%	-	0,000000%	-	0,000000%
31/12/2009	-	-	0,000000%	-	-	0,000000%	19,783037%	0,000000%	-	0,000000%
31/12/2010	-	-	-	-	-	0,000000%	46,728905%	-	-	0,000000%
31/12/2011	-	-	-	-	-	0,000000%	0,000000%	-	-	28,819933%
31/12/2012	-	-	-	-	-	0,000000%	0,000000%	-	-	0,000000%
31/12/2013	-	-	-	-	-	0,000000%	7,165027%	-	-	4,675030%
31/12/2014	-	-	-	-	-	0,000000%	0,000000%	-	-	0,000000%
31/12/2015	-	-	-	-	-	0,000000%	-	-	-	0,000000%
31/12/2016	-	-	-	-	-	0,000000%	-	-	0,000000%	6,614935%
31/12/2017	-	-	-	-	-	0,000000%	-	-	0,000000%	17,485697%
31/12/2018	-	-	-	-	-	0,000000%	-	-	0,000000%	21,596580%
31/12/2019	-	-	-	-	-	0,000000%	-	-	0,000000%	31,387561%
31/12/2020	-	-	-	-	-	0,000000%	-	-	-	0,000000%

Figura 8.20: Pesos de las carteras de la línea de inversión C0. Elaboración propia

Atendiendo a los porcentajes de las composiciones, se pueden distinguir algunos títu-los que son recurrentes en la composición de estas carteras y que, además, suelen suponer altos porcentajes de inversión. Los títulos que destacan son MRK, HEN3, FME y DTE. En la figura 8.21 podemos ver el nivel de utilización de estas acciones. En estas gráficas es-tá representado el peso de cada una de estas acciones cada uno de los años. Esto quiere decir que son las mejores opciones de inversión de entre todas las opciones posibles.

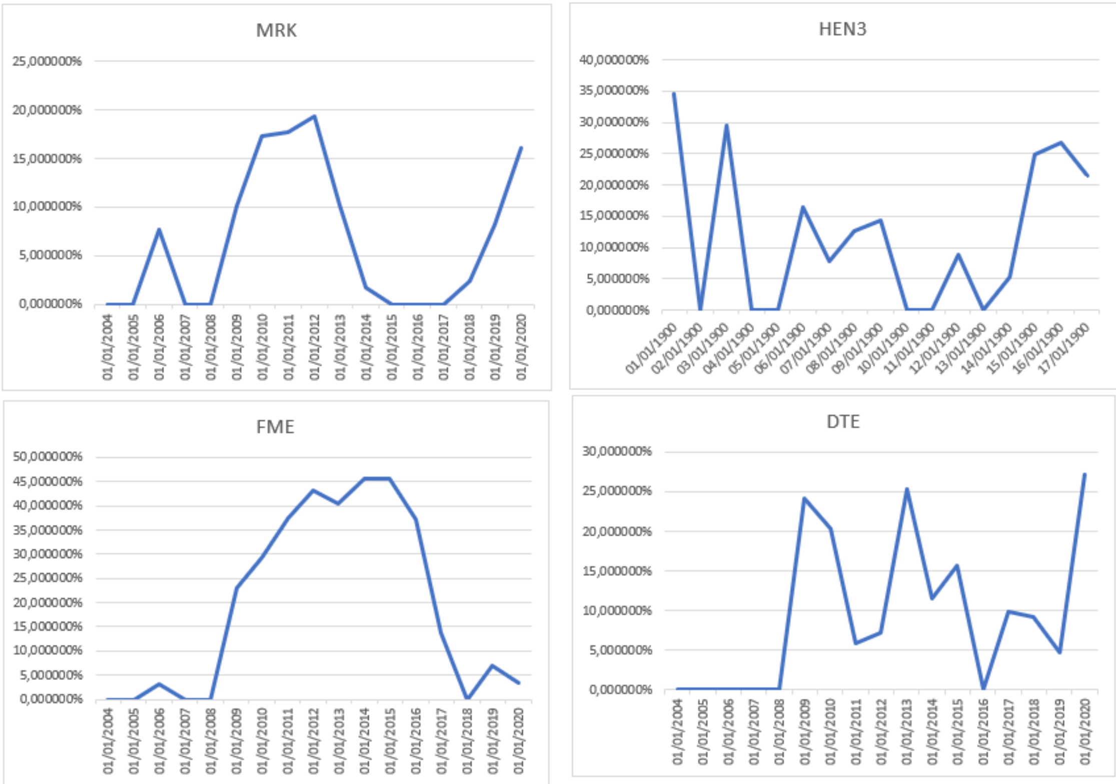


Figura 8.21: Acciones más recurrentes en la cartera C0. Elaboración propia

Hay que hacer un apunte, y es que esta línea de inversión tiene el problema de que no existe una cartera que cumpla las condiciones exigidas para esta línea de inversión en dos años, el año 2007 y el año 2008. Si nos fijamos, la segunda cartera o línea de inversión más rentable sí que forma cartera en esos años ya que su rendimiento en esos años es diferente de cero en la figura 8.5. Se podría optar por la estrategia de calcular las dos carteras y, si se puede formar la cartera C0 se escoge esa, si no, se escoge la cartera D0. También se podría pensar que el algoritmo nos está previniendo de una pérdida y por eso no forma cartera, ya que para el año 2008 la rentabilidad obtenida es muy negativa.

CAPÍTULO 9
Conclusiones

En este trabajo se han confeccionado carteras eficientes siguiendo una serie de criterios en la construcción. Estos criterios tienen relación con la volatilidad de los títulos, medido por medio de la beta de Sharpe, y la rentabilidad exigida. Haciendo uso del modelo de Markowtiz de carteras eficientes y datos históricos de rendimientos de los títulos, pertenecientes al periodo 1999-2020, se han ido generando los diferentes portafolios. Siguiendo estas pautas se han creado diez líneas de inversión diferentes.

Estas líneas de inversión se han analizado de manera descriptiva, observando la evolución de sus rendimientos y riesgos, y por medio de ratios de evaluación de desempeño de carteras, que son el ratio de Sharpe, el de Treynor y el alfa de Jensen. En el análisis de los resultados ha sido sorprendente ver que líneas de inversión generadas con carteras de betas menores a uno obtuvieran mejores rendimientos que el índice y asumiendo menos riesgo.

En concreto, la mejor línea de inversión, es decir, la constituida por las carteras que mejores rendimientos han obtenido en promedio, es la línea de inversión formada por carteras de beta menor a uno y con un rendimiento exigido en el modelo de Markowitz de 0. Analizando un poco más en profundidad esta cartera se ha podido comprobar que existen cuatro títulos recurrentes y que tienen gran peso en las carteras que conforman esta línea de inversión. Estos títulos son Fresen.Med.Care KGAA O.N. (FME), Henkel AG+CO.K.GAA VZO (HEN3), Merck KGAA O.N. (MRK) y DT.Telekom AF NA (DTE).

Para futuros trabajos sería interesante estudiar estrategias de inversión que utilizaran solamente títulos con betas menores a uno, intentando establecer alguna pauta en el nivel de retorno exigido para el modelo de carteras eficiente que se utilizase, y no colocar de manera fija los rendimientos exigidos como en este trabajo. De esta manera se podría intentar averiguar si es realmente posible que carteras formadas por títulos con betas inferiores a uno puedan obtener mejores rendimientos que el DAX 30 asumiendo niveles de riesgo más bajos o simplemente que estos resultados se deben a mera casualidad.

En conclusión, se ha conseguido el objetivo principal de este trabajo, conseguir hallar carteras eficientes que superen el desempeño del mercado, en este caso el DAX 30, por medio de la inversión en carteras con betas inferiores a uno y con un rendimiento exigido en el modelo de Markowitz igual a 0. Además, se han podido cumplir los objetivos secundarios. Por un lado, se ha hallado la posibilidad de que el hecho de que carteras con betas menores a uno, superen el rendimiento del mercado con niveles de riesgo inferiores, sea un patrón que se repita. Y por otro lado, se ha visto que el DAX 30 es un índice muy robusto y resiliente, del cual destacamos los títulos FME, HEN3, MRK y DTE como los más interesantes.

Bibliografía

[1] Antón Aguilar, A. A. (2015). *Optimización de carteras de inversión mediante técnicas evolutivas y diferentes medidas de riesgo* (trabajo final de grado). Madrid, España: Universidad Carlos III de Madrid.

[2] BBVA. (2020, 4 septiembre). Qué es la renta variable. Recuperado 21 de julio de 2020, de http://bbva.net/general/finanzas-vistazo/fondos-inversion/que-es-la-renta-variable/index.jsp.

[3] Brealey, R. A., Myers, S. C., & Allen, F. (2014). *Principles of Corporate Finance*. New York, Estados Unidos: McGraw-Hill Education.

[4] Burgos Escribano, J. (2015). *Un análisis estadístico del DAX 30* (trabajo final de grado). Sevilla, España: Universidad de Sevilla.

[5] Carvalho, F. S. (2018). *Programación estocástica, aplicación a la gestión de activos y pasivos* (tesis doctoral). Madrid, España: Universidad complutense de Madrid.

[6] CNMV. (s. f.-a). Renta fija privada. Recuperado 21 de julio de 2020, de https://www.cnmv.es/Portal/inversor/RentaFija-Privada.aspx.

[7] CNMV. (s. f.-a). Renta fija pública. Recuperado 21 de julio de 2020, de https://www.cnmv.es/Portal/inversor/RentaFija-Publica.aspx.

[8] Economistas.es. (2019, 20 julio). ¿Cuáles son los instrumentos de Renta Variable y qué riesgos tienen? Recuperado 21 de julio de 2020, de https://economistas.es/cuales-los-instrumentos-renta-variable-riesgos-tienen/.

[9] Espiñeira Carmona, D. C. (2015). *Comparación del IBEX 35 y el DAX 30: metodología de cálculo de rendimientos* (trabajo final de grado). Sevilla, España: Universidad de Sevilla.

[10] Fama, E. F. (1965). Random Walks in Stock Market Prices. *Financial Analysts Journal*, 21(5), 55-59. https://doi.org/10.2469/faj.v21.n5.55

[11] Fama, E. F. (1970, mayo). Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383-417. https://doi.org/10.2307/2325486

[12] Fama, E. F., & Kenneth, R. F. (2003). *The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence*. Recuperado de https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=440920.

[13] FIKAI. (2013). *Programa de asesor financiero nivel II*. Bilbao, España: European Financial Planning.

[14] García, J. (2013, mayo). *¿Qué es el ratio Treynor?*. Recuperado de https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=440920.

[15] Herrera, F. H. (2009). *Introducción a los algoritmos metaheurísticos*. Granada, España: Universidad de Granada.

[16] IG. (s. f.). Mercado de valores (definición). Recuperado 20 de julio de 2020, de https://www.ig.com/es/glosario-trading/definicion-de-mercado-de-valores#information-banner-dismiss

[17] Jensen, M. C. (1968). THE PERFORMANCE OF MUTUAL FUNDS IN THE PERIOD 1945-1964. *The Journal of Finance*, 23(2), 389-416. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1968.tb00815.x

[18] José Pedro, G. S. (2013). *Apuntes de optimización combinatoria*. Universidad politécnica de Valencia. Recuperado de http://personales.upv.es/jpgarcia/LinkedDocuments/ApuntesOptimizacionCombinatoria.pdf

[19] Kenton, W. (2019, abril). *Capital Asset Pricing Model (CAPM)*. Investopedia. Recuperado de https://www.investopedia.com/terms/c/capm.asp

[20] López, J. (2019). *Modelo de Markowitz*. Economipedia. Recuperado de https://economipedia.com/definiciones/modelo-de-markowitz.html

[21] Lupa Bascones, C. I. (2019). *Análisis de carteras eficientes, una comparativa del IBEX 35 y el DAX 30 en el periodo 2014-2019* (trabajo final de grado). San Cristóbal de La Laguna, España: Universidad de La Laguna.

[22] Maestre, M. M. (s. f.). *Técnicas clásicas de optimización*. Valencia, España: Universidad politécnica de Valencia.

[23] Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91. https://doi.org/10.2307/2975974

[24] Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York, United States of America: Yale University Press.

[25] Pérez, N. P. (2019, 2 enero). ¿En qué consiste el mercado de valores? Recuperado 20 de julio de 2020, de https://www.eurekers.com/cursosbolsa/mercado-de-valores-definicion

[26] Ribal Sanchis, J. R., Segura García del Río, B. S., & Guadalajara Olmeda, N. G. (2003). Modelos modificados de Sharpe para el mercado de tierra en España. *Revista española de estudios agrosociales y pesqueros*, (199), 119-137. Recuperado de https://ageconsearch.umn.edu/record/184346/files/pdf_reeap-r199_04.pdf

[27] Ross, S. A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, 13(3), 341-360. https://doi.org/10.1016/0022-0531(76)90046-6

[28] Sharpe, W. F. (1994). The Sharpe Ratio. *The Journal of Portfolio Management*, 21(1), 49-58. https://doi.org/10.3905/jpm.1994.409501

[29] Silvestre, P. H. (2011). *Fundamentos de la optimización*. Cartagena, España: Universidad Politécnica de Cartagena.

[30] Treynor, J. L., & Black, F. (1973). How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection. *The Journal of Business*, 46(1), 66 https://doi.org/10.1086/295508

[31] Westreicher, G. (2019, 2 febrero). Corredor de bolsa. Recuperado 21 de julio de 2020, de https://economipedia.com/definiciones/corredor-de-bolsa.html

APÉNDICE A

Apéndice 1

```r
############### Paquetes ###############
install.packages("readxl")
install.packages("dplyr")
install.packages("lubridate")
install.packages("tidyverse")
install.packages("tseries")
install.packages("fPortfolio")
install.packages("ggplot2")

library(ggplot2)
library(fPortfolio)
library(tseries)
library(tidyverse)
library(lubridate)
library(dplyr)
library(readxl)

############### Configuracion entorno ###############
options(max.print = 500)


############### Importacion datos ###############
ruta_archivo <-
  file.choose() #Buscámos el archivo excel que tiene en cada hoja un título
hojas <-
  c(excel_sheets(ruta_archivo)) #Creamos el vector hojas con los nombres de las hojas del excel

############### Tratamiento de datos ###############
#Eliminación de títulos discriminados por fecha
titulosEliminar <- c('VNA', 'DB1', 'IFX', 'DPW', 'LIN')
for (i in seq_along(titulosEliminar)) {
  titulosEliminar[i] <- which(hojas == titulosEliminar[i])
}
hojas <- hojas[-as.numeric(titulosEliminar)]

#Generamos un vector del tamaño de hojas para almacenar en cada espacio del vector un Data Frame
datos <- vector(length = length(hojas))

#Con este bucle podemos inicializar un vector de Data Frames desde un excel, donde cada Data
Frame es una hoja del excel
for (i in seq_along(datos)) {
  datos[i] <-
    read_excel(ruta_archivo, sheet = hojas[i]) #Sirve para inicializar un vector en cada espacio
del vector datos del tamaño de los datos de la hoja de la excel
  datos[[i]] <-
    read_excel(ruta_archivo, sheet = hojas[i]) #Sirve para importar los datos de la hoja a cada
vector existente en cada espacio del vector datos
}
#Limpiamos los valores. Se filtran por fecha, solamente cogemos
#las muestras que tengan fechas iguales al resto de títulos.
for (i in seq_along(datos)) {
  #Recorre todos los títulos
  datos[[i]] <- datos[[i]][-1]
  if (i == 1) {
    for (x in seq_along(datos)) {
      #Cogemos el primer título y comparamos con todos los
      #títulos restantes
      datos[[i]] <-
        datos[[i]] %>% filter(FECHA %in% datos[[x]]$FECHA)
      #El resultado será un Data Frame que tenga muestras con
      #fechas que existan en todos títulos
    }
  } else {
    #Para el resto de títulos, si tienen las mismas fechas que
```

```
    #el primero entonces estas coincidirán también con las del resto
    datos[[i]] <- datos[[i]] %>% filter(FECHA %in% datos[[1]]$FECHA)
  }
}

###############################################################################################
# En esta sección se calcularán los rendimientos de todos los títulos que componen
# el DAX 30 y están dentro de nuestro estudio. En este caso se va a utilizar el rendimiento
# logarítmico. Este tipo de cálculo de rendimiento es más real, pues nos dice en cada
# momento el rendimiento real que hemos obtenido con respecto a un inicio.
###############################################################################################
#Obtenemos rendimientos de los títulos
rendimientos.sharpe <- datos
for (i in seq_along(datos)) {
  rendimientos.sharpe[[i]] <- rendimientos.sharpe[[i]][-1, ]
  rendimientos.sharpe[[i]][2] <- diff(log(datos[[i]][[2]]))
  rendimientos.sharpe[[i]] <-
    rename(rendimientos.sharpe[[i]], RENDIMIENTO = PRECIO)
}

#Añadimos una nueva columna a los Fata Frame con los rendimientos del mercado (DAX) para poder
calcular las betas
#En este caso simplemento añadimos una columna nueva con los rendimientos del índice bursátil
DAX 30, puesto que en
#nuestro caso el mercado está representando por este índice.
for (i in seq_along(rendimientos.sharpe)) {
  rendimientos.sharpe[[i]]$MERCADO <- rendimientos.sharpe[[1]][[2]]
}

###############################################################################################
# En esta sección se va a calcular la beta del modelo de Sharpe. Esta beta indica la
# sensibilidad de un título a los cambios del mercado. Cuanto mayor sea esta variable
# querrá decir que mayor es la influencia del mercado en el título en cuestión. En otras
# palabras, si tenemos un título con una beta mayor que uno, querrá decir que una variación
# de mercado de magnitud x, afectará en un grado mayor que x al título. Por el contrario,
# si la variable beta es menor que uno, querrá decir que una variación de mercado de
# magnitud y, afectará a en un grado menor que y al título.
#
# Para estimar esta variable vamos a utilizar regresión lineal en el modelo de Sharpe.
# Cuando tenemos las betas clasificamos las carteras atendiendo justamente a este critero.
# Dependiendo de si la beta es mayor o menor que uno, clasificaremos los títulos en dos
# carteras diferentes.
###############################################################################################
############### Cálculo de betas ################
# Aislamos los rendimientos del índice para poder comparar su desempeño con el de las otras
carteras
rendimiento.indice <-
  rendimientos.sharpe[[1]][-3] %>% filter(year(FECHA) >= year(rendimientos.sharpe[[1]][[1]][1])
+ 5)
tibbleaux <-
  tibble(FECHA = as.POSIXct("31/12/2000", format = "%d/%m/%Y"),
         RENDIMIENTOS = 1.0)
serie.rendimiento.indice <- c()
serie.rendimiento.under1 <-
  list(tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux)
serie.rendimiento.over1 <-
  list(tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux)
tibbleaux <-
  tibble(FECHA = as.POSIXct("31/12/2000", format = "%d/%m/%Y"),
         RIESGOS = 1.0)
serie.riesgo.indice <- c()
serie.riesgo.under1 <-
  list(tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux)
serie.riesgo.over1 <-
  list(tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux)
```

```
tibbleaux <-
  tibble(FECHA = as.POSIXct("31/12/2000", format = "%d/%m/%Y"),
         BETA = "1.0")
serie.betas <- tibbleaux
tibbleaux <-
  tibble(FECHA = as.POSIXct("31/12/2000", format = "%d/%m/%Y"),
         PESO = "1.0")
serie.pesos.over1 <-
  list(tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux)
serie.pesos.under1 <-
  list(tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux, tibbleaux)
datos.futuros.under1.medios <- c()
datos.futuros.over1.medios <- c()
# En este bucle se meterán diferentes cosas, entre ellas se calculará las  betas, se
clasificarán las carteras, se hallarán
# los pesos óptimos de cada uno de los títulos y se calculará el rendimiento y el riesgo de las
mismas. En el cáculo del rendimiento
# se ha cogido la composición de la cartera y se ha simulado que se han cogido esos pesos para
invertir en el año posterior, por lo tanto,
# el rendimiento calculado es el rendimiento que hubieramos obtenido si hubiésemos tenido esa
cartera. Lo mismo pasaría con el cálculo
# del riesgo de la cartera.
for (i in (year(rendimientos.sharpe[[1]][[1]][1]) + 5):year(rendimientos.sharpe[[1]][[1]]
[length(rendimientos.sharpe[[1]][[1]])])) {
  #Del primer año + 5 hasta el último
  beta <-
    vector(length = length(datos)) #Definimos un vector que almacene las betas de cada uno de
los data frame
  rendimientos.markowitz <-
    rendimientos.sharpe #Inicializamos el vector para alojar los rendimientos filtrados por años
y columnas
  rendimientos.markowitz.futuros <-
    rendimientos.sharpe
  datos.markowitz.futuros <-
    datos #Inicializamos el vector para alojar cotizaciones futuras, o sea, del siguiente año al
de estudio
  for (x in 2:length(datos)) {
    #Empezamos en el 2 porque el número 1 es el DAX, que es mercado
    #Calculamos la beta de cada títulos
    beta[x] <-
      lm(RENDIMIENTO ~ MERCADO,
         data = filter(
           rendimientos.sharpe[[x]],
           format(FECHA, format = "%Y") > i - 5 &
             format(FECHA, format = "%Y") < i
         ))[[1]][[2]]
    #Preparamos los rendimientos para el modelo de Markowitz
    rendimientos.markowitz[[x]] <-
      rendimientos.sharpe[[x]][, 1:2] %>% filter(format(FECHA, format = "%Y") > i - 5 &
                                                   format(FECHA, format = "%Y") < i)
    rendimientos.markowitz.futuros[[x]] <-
      rendimientos.sharpe[[x]][, 1:2] %>% filter(format(FECHA, format = "%Y") >= i &
                                                   format(FECHA, format = "%Y") < i + 1)
    datos.markowitz.futuros[[x]] <-
      datos[[x]][, 1:2] %>% filter(format(FECHA, format = "%Y") >= i &
                                     format(FECHA, format = "%Y") < i + 1)
  }
  #Guardamos las betas que vamos calculando en un tibble.
  #Posteriormente tendremos que clasificar las betas cada año con sus
  #títulos
  serie.betas <-
    rbind(serie.betas,
          tibble(
            FECHA = as.POSIXct(paste("31/12/",
                                     i,
```

```r
                                         sep = ""), format = "%d/%m/%Y"),
             BETA = paste(beta, collapse = ";")
           ))

  #Eliminamos de los rendimientos el DAX
  rendimientos.markowitz <- rendimientos.markowitz[-1]
  rendimientos.markowitz.futuros <-
    rendimientos.markowitz.futuros[-1]
  datos.markowitz.futuros <-
    datos.markowitz.futuros[-1]

  # En esta sección se van a separar los títulos filtrándo por la beta. Se ha cambiado el vector
que contenía la beta por un vector
  # binario, este tiene un uno donde la beta es mayor que uno y, tiene un cero donde la beta es
menor que uno.
  ############### Clasificacion de las carteras según la beta ###############
  beta <- ifelse(beta > 1, 1, 0)
  #Combinamos todos los Data Frame en uno solo. Como lo que teníamos era un Vector que en cada
posición tenía un Data Frame, lo que vamos a hacer,
  # porque necesitamos tener todos los datos en un Data Frame para los cáculos posteriores, es
combinar todos los Data Frame que contiene el vector
  # en un solo data frame que tiene en la primera columna la fecha y en las demás los
rendimeintos correspondientes a cada uno de los títulos
  rendimientos <-
    merge(rendimientos.markowitz[[1]], rendimientos.markowitz[[2]], by = "FECHA") #Generamos la
variable que manejaremos en el modelo de Markowitz
  rendimientos.futuros <-
    merge(rendimientos.markowitz.futuros[[1]],
          rendimientos.markowitz.futuros[[2]],
          by = "FECHA")
  datos.futuros <-
    merge(datos.markowitz.futuros[[1]],
          datos.markowitz.futuros[[2]],
          by = "FECHA") #Generamos la variable que manejaremos en el modelo de Markowitz
  for (x in 3:length(rendimientos.markowitz)) {
    rendimientos <-
      merge(rendimientos, rendimientos.markowitz[[x]], by = "FECHA")
    rendimientos.futuros <-
      merge(rendimientos.futuros,
            rendimientos.markowitz.futuros[[x]],
            by = "FECHA")
    datos.futuros <-
      merge(datos.futuros,
            datos.markowitz.futuros[[x]],
            by = "FECHA")
  }
  #Renombramos las columnas con las siglas del título
  names(rendimientos)[2:length(rendimientos)] <-
    hojas[2:length(hojas)]
  names(rendimientos.futuros)[2:length(rendimientos)] <-
    hojas[2:length(hojas)]
  names(datos.futuros)[2:length(rendimientos)] <-
    hojas[2:length(hojas)]
  # Para clasificar los títulos, vamos a aprovechar el orden en que tenemos la tabla. El vector
"beta" tiene unos y ceros dependiendo
  # de que el titulo tenga una beta mayor o menor que uno y, además, el orden en que aparecen
estos valores es el mismo que el orden
  # en que estan ordenadas las columnas del Data Frame rendimeintos, por esto, podemos eliminar
atendiendo al criterio de si es cero o
  # uno, sabiendo que efectivamente se va a eliminar de la cartera que está compuesta por
títulos con betas mayores que uno, los valores
  # tienen una beta menor que uno.
  # Para la eliminación es necesario añadir a las posiciones del vector beta una unidad, ya que
ahora tenemos en primer lugar
  # la columna de fecha, que en el vector beta no está.
```

```r
  #Eliminamos según la beta
  rendimientos.under1 <- rendimientos[-(which(beta == 1) + 1)]
  rendimientos.over1 <- rendimientos[-(which(beta < 1) + 1)]
  #Rendimientos de los titulos del año siguiente al calculo de la cartera. Para calcular un
hipotetico rendimiento de las carteras
  rendimientos.futuros.under1 <-
    rendimientos.futuros[-(which(beta == 1) + 1)]
  rendimientos.futuros.over1 <-
    rendimientos.futuros[-(which(beta < 1) + 1)]
  datos.futuros.under1 <-
    datos.futuros[-(which(beta == 1) + 1)]
  datos.futuros.over1 <-
    datos.futuros[-(which(beta < 1) + 1)]
  #Ya tenemos las carteras confeccionadas atendiendo al criterio mencionado. Ahora se calculará
la matriz de varianzas covarianzas
  # para poder calcular el riesgo asumido durante el año al haber invertido en cada una de las
carteras
  #Calculamos matriz varianza-covarianzas
  matriz.varianzas.covarianzas.under1 <-
    cov(rendimientos.futuros.under1[2:length(rendimientos.futuros.under1)])
  matriz.varianzas.covarianzas.over1 <-
    cov(rendimientos.futuros.over1[2:length(rendimientos.futuros.over1)])
  #Como tenemos los rendimientos diarios, tenemos que pasarlo a rendimiento anual, esto se puede
hacer hallando la media
  # de los rendimientos. La media de los rendimientos serán los rendimientos futuros, es decir,
los rendimientos del año
  # siguiente. El motivo es que estos serían los rendimientos que realmente hubieramos obtenido
invirtiendo en estas carteras
  datos.futuros.under1.medios <- c()
  for (x in 2:length(datos.futuros.under1)) {
    datos.futuros.under1.medios[(x - 1)] <-
      log10(datos.futuros.under1[[x]][length(datos.futuros.under1[[1]])] /
              datos.futuros.under1[[x]][1])
  }
  datos.futuros.over1.medios <- c()
  for (x in 2:length(datos.futuros.over1)) {
    datos.futuros.over1.medios[(x - 1)] <-
      log10(datos.futuros.over1[[x]][length(datos.futuros.over1[[1]])] /
              datos.futuros.over1[[x]][1])
  }
  ############################################################################################
  # En esta parte se va a calcular la cartera eficiente de mínima varianza por medio del modelo
  # de Markowitz. En este caso se utilizará la librería de R fPortfolio. Mediente esta librería
  # y haciendo uso de sus funciones, es fácil hallar los pesos de los títulos que conforman
  # las carteras.
  ############################################################################################
  ############### Cálculo de lo pesos de la cartera de mínima varianza ###############
  #Preparación de variables para modelo de Markowitz
  espcartera <-
    portfolioSpec() #Cartera objetivo, al no especificar nada a la función portfolioSpec() se
calculará el portfolio
  #eficiente con el modelo de Markowitz
  setRiskFreeRate(espcartera) <-
    -0.00463 #Rentabilidad del activo libre sin riesgo, pero que habrá que modificarlo y poner
el del 03/06/2020
  constraints <-
    "LongOnly" #Definimos la condición que solmente se permiten posiciones en largo

  #Definimos los rendimientos objetivo que vamos a fijar para el cálculo de las diferentes
carteras
  rendimientosObjetivo <- c(-0.0005,-0.0002, 0, 0.0002, 0.0005)
  #En este bucle calcularemos todas las carteras para cada uno de los niveles de retorno que
fijamos
  #y los almacenaremos en las series temporales.
```

```
  for (j in seq_along(rendimientosObjetivo)) {
    setTargetReturn(espcartera) <- rendimientosObjetivo[j]
    portFolio.under1 <-
      efficientPortfolio(as.timeSeries(rendimientos.under1),
                         espcartera,
                         constraints)
    portFolio.over1 <-
      efficientPortfolio(as.timeSeries(rendimientos.over1),
                         espcartera,
                         constraints)
    #Obtenemos los pesos de las carteras
    weights.under1 <- getWeights(portFolio.under1)
    weights.over1 <- getWeights(portFolio.over1)

    serie.pesos.under1[[j]] <-
      rbind(serie.pesos.under1[[j]],
            tibble(
              FECHA = as.POSIXct(paste(
                "31/12/",
                format(rendimientos.markowitz.futuros[[1]][[1]], format = "%Y")[1],
                sep = ""
              ), format = "%d/%m/%Y"),
              PESO = paste(weights.under1, collapse = ";")
            ))

    serie.pesos.over1[[j]] <-
      rbind(serie.pesos.over1[[j]],
            tibble(
              FECHA = as.POSIXct(paste(
                "31/12/",
                format(rendimientos.markowitz.futuros[[1]][[1]], format = "%Y")[1],
                sep = ""
              ), format = "%d/%m/%Y"),
              PESO = paste(weights.over1, collapse = ";")
            ))


##############################################################################################
    # En esta parte se calcularán los rendimientos de las carteras que obtendrían si se hubiera
    # invertido en ellas. Para esto, como indicamos, utilizamos los rendimientos medio de los
    # diferentes títulos del año posterior.

##############################################################################################
    ############### Cálculo de los rendimientos con las carteras ###############
    rendimientos.futuros.under1.medios <- c()
    for (x in 1:length(datos.futuros.under1.medios)) {
      #Multiplicamos los pesos de los titulos de la cartera por su rendimiento anual del año
      rendimientos.futuros.under1.medios[x] <-
        datos.futuros.under1.medios[x] * weights.under1[x]
    }
    rendimientos.futuros.over1.medios <- c()
    for (x in 1:length(datos.futuros.over1.medios)) {
      #Multiplicamos los pesos de los titulos de la cartera por su rendimiento anual del año
      rendimientos.futuros.over1.medios[x] <-
        datos.futuros.over1.medios[x] * weights.over1[x]
    }
    #Obtenemos el rendimiento de la cartera para el año sumando los rendimientos que aportan
cada
    #uno del os títulos por separado

    rendimientos.futuros.under1.medios[1] <-
      sum(rendimientos.futuros.under1.medios)
    rendimientos.futuros.over1.medios[1] <-
      sum(rendimientos.futuros.over1.medios)
    #Almacenamos el rendimiento de la cartera en la serie de rendimientos
```

```
    serie.rendimiento.under1[[j]] <-
      rbind(
        serie.rendimiento.under1[[j]],
        tibble(
          FECHA = as.POSIXct(paste("31/12/", filter(
            format(rendimientos.futuros[1], format = "%Y")
          )[[1]][1], sep = ""), format = "%d/%m/%Y"),
          RENDIMIENTOS = rendimientos.futuros.under1.medios[1]
        )
      )
    serie.rendimiento.over1[[j]] <-
      rbind(
        serie.rendimiento.over1[[j]],
        tibble(
          FECHA = as.POSIXct(paste("31/12/", filter(
            format(rendimientos.futuros[1], format = "%Y")
          )[[1]][1], sep = ""), format = "%d/%m/%Y"),
          RENDIMIENTOS = rendimientos.futuros.over1.medios[1]
        )
      )
    #Calculo de la varianza como nivel de riesgo de la cartera. Ahora utilizamos el vector de
pesos
    #y la matriz de varianza covarianza para hayar la varianza de la cartera y la almacenamos en
la serie
    serie.riesgo.under1[[j]] <-
      rbind(
        serie.riesgo.under1[[j]],
        tibble(
          FECHA = as.POSIXct(paste("31/12/", filter(
            format(rendimientos.futuros[1], format = "%Y")
          )[[1]][1], sep = ""), format = "%d/%m/%Y"),
          RIESGOS = t(weights.under1) %*% matriz.varianzas.covarianzas.under1 %*%
t(t(weights.under1))
        )
      )
    serie.riesgo.over1[[j]] <-
      rbind(
        serie.riesgo.over1[[j]],
        tibble(
          FECHA = as.POSIXct(paste("31/12/", filter(
            format(rendimientos.futuros[1], format = "%Y")
          )[[1]][1], sep = ""), format = "%d/%m/%Y"),
          RIESGOS = t(weights.over1) %*% matriz.varianzas.covarianzas.over1 %*%
t(t(weights.over1))
        )
      )

  }
} # Fin del algoritmo

##################################################
# Bucle limpieza fila auxiliar series temporales
##################################################
for (i in seq_along(rendimientosObjetivo)) {
  serie.rendimiento.over1[[i]] <- serie.rendimiento.over1[[i]][-1,]
  serie.rendimiento.under1[[i]] <-
    serie.rendimiento.under1[[i]][-1,]
  serie.riesgo.over1[[i]] <- serie.riesgo.over1[[i]][-1,]
  serie.riesgo.under1[[i]] <- serie.riesgo.under1[[i]][-1,]
  serie.pesos.over1[[i]] <- serie.pesos.over1[[i]][-1,]
  serie.pesos.under1[[i]] <- serie.pesos.under1[[i]][-1,]
}
serie.betas <- serie.betas[-1,]

##################################################
```

```r
# Bucle preparación datos del índice
##################################################
for (i in (year(rendimiento.indice[[1]][1])):year(rendimiento.indice[[1]]
[length(rendimiento.indice[[1]])])) {
  aux <- (datos[[1]] %>% filter(
    format(FECHA, format = "%Y") >= i &
      format(FECHA, format = "%Y") < i + 1
  ))
  serie.rendimiento.indice <-
    rbind(serie.rendimiento.indice,
          tibble(
            FECHA = as.POSIXct(paste("31/12/", i), format = "%d/%m/%Y"),
            RENDIMIENTOS = log10(aux[[2]][length(aux[[1]])] / aux[[2]][1])
          ))
  serie.riesgo.indice <-
    rbind(serie.riesgo.indice,
          tibble(
            FECHA = as.POSIXct(paste("31/12/", i), format = "%d/%m/%Y"),
            RIESGOS = (datos[[1]] %>% filter(
              format(FECHA, format = "%Y") >= i &
                format(FECHA, format = "%Y") < i + 1
            ))[[2]] %>% var()
          ))
}
```