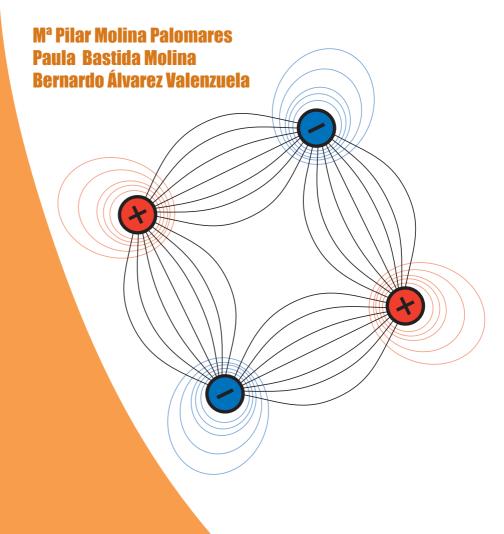


Cuadripolos y acoplamientos magnéticos Problemas resueltos





M^a Pilar Molina Palomares Paula Bastida Molina Bernardo Álvarez Valenzuela

Cuadripolos y acoplamientos magnéticos Problemas resueltos



Colección Académica

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: Molina Palomares, Mª P.; Bastida Molina, P.; Álvarez Valenzuela, B. (2020). *Cuadripolos y acoplamientos magnéticos*. *Problemas resueltos*. Valencia: Editorial Universitat Politècnica de València

© M^a Pilar Molina Palomares Paula Bastida Molina Bernardo Álvarez Valenzuela

© 2020, Editorial Universitat Politècnica de València Venta: www.lalibreria.upv.es / Ref.: 0364 06 01 01

Imprime: Byprint Percom, S. L.

ISBN: 978-84-9048-947-5 Impreso bajo demanda

Si el lector detecta algún error en el libro o bien quiere contactar con los autores, puede enviar un correo a edicion@editorial.upv.es

La Editorial UPV autoriza la reproducción, traducción y difusión parcial de la presente publicación con fines científicos, educativos y de investigación que no sean comerciales ni de lucro, siempre que se identifique y se reconozca debidamente a la Editorial UPV, la publicación y los autores. La autorización para reproducir, difundir o traducir el presente estudio, o compilar o crear obras derivadas del mismo en cualquier forma, con fines comerciales/lucrativos o sin ánimo de lucro, deberá solicitarse por escrito al correo edicion@editorial.upv.es

Impreso en España

Prólogo

El presente libro propone un modelo de aprendizaje basado en problemas que apoya el estudio de los conceptos estudiados en asignaturas relacionadas con la tecnología eléctrica de distintos grados de ingeniería. Bajo esta premisa, se presentan problemas relacionados entre sí y ordenados gradualmente en nivel de dificultad, manteniendo la misma propuesta que ya se vio en otro libro de los autores titulado *Circuitos Eléctricos: problemas resueltos* (2020). A diferencia del libro mencionado -donde se trabajaron los principios fundamentales del análisis de circuitos- en este que ahora se presenta, se aborda el estudio de la parte de los circuitos eléctricos dedicada al tramo intermedio entre la alimentación y el consumo de la energía, adecuando la generación de energía a la carga mediante cuadripolos o/y variando los parámetros "V" e "I" de la potencia mediante acoplamientos magnéticos.

El seguimiento de los contenidos recogidos aquí requiere que el estudiante domine los fundamentos de física y los principios del análisis de circuitos eléctricos. No obstante, los autores han introducido un repaso previo de estos fundamentos de manera que el estudiante pueda recordar y asentar los mismos antes de pasar a la resolución de los problemas.

En cuanto a la estructura del contenido, para cada tema se definen los nuevos conceptos introducidos y se proponen una serie de problemas que incluyen el enunciado y el desarrollo completo de la resolución del problema explicado ampliamente. Cuando el estudiante accede a esta resolución completa, puede comprobar el nivel de asimilación de conceptos y detectar los puntos donde necesita mayor práctica. Además, parte de los problemas que aquí se recogen han figurado en los ejercicios de evaluación (exámenes) de distintas asignaturas de ingeniería.

Índice

Prólogo	I
Capítulo 1. Cuadripolos lineales	1
1.1. Definición	1
1.2. Parámetros	2
1.3. Reciprocidad y simetria	9
1.4. Circuitos equivalentes en "T" y en "PI"	9
1.5. Funciones de transferencia	10
1.6. Cuadripolos activos	11
Problemas resueltos	15
Capítulo 2. Acoplamientos magnéticos	73
2.1. Definición	73
2.2. Inducción mutua y coeficiente de acoplamiento mutuo	73
2.3. Ecuaciones de los acoplamientos magnéticos	74
2.4. Circuito conductivo equivalente	75
2.5. Potencia transferida entre bobinas acopladas magnéticamente	75
Problemas resueltos	76
Bibliografía	117

Capítulo 1 Cuadripolos lineales

1.1. Definición

Un cuadripolo es cualquier parte de un circuito eléctrico con dos pares de terminales accesibles. Los sentidos de sus magnitudes características serán los representados en la figura:



A los terminales 1 - 1' se llaman de entrada y los 2 - 2' de salida. En estos terminales las magnitudes características serán:

V₁. Tensión de entrada.

I₁. Intensidad de entrada.

V₂. Tensión de salida.

I₂. Intensidad de salida.

1.2. Parámetros

En este apartado se definen los distintos tipos de parámetros de cuadripolos.

Es importante tener en cuenta los siguientes enunciados respecto a los mismos:

- Los parámetros son constantes independientes de las condiciones de alimentación del cuadripolo.
- Cualquier grupo de parámetros caracteriza completamente el funcionamiento del cuadripolo.
- Para corriente continua (cc) o cuadripolos resistivos los parámetros serán números reales (resistencias).

Parámetros de resistencia o impedancia

Los parámetros de resistencia o impedancia se definen de este modo:

$$\begin{vmatrix} \vec{Z}_{11} = \frac{\vec{V}_1}{\vec{I}_1} \Big|_{\vec{I}_2 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Impedancia \ de \ entrada \\ con \ la \ salida \ en \ vacío \end{pmatrix}$$

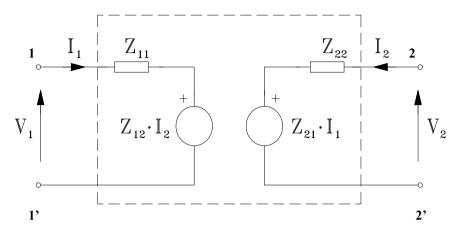
$$\vec{V}_1 = \vec{Z}_{11} \cdot \vec{I}_1 + \vec{Z}_{12} \cdot \vec{I}_2$$

$$\vec{V}_2 = \vec{Z}_{21} \cdot \vec{I}_1 + \vec{Z}_{22} \cdot \vec{I}_2$$

$$\begin{vmatrix} \vec{Z}_{12} = \frac{\vec{V}_1}{\vec{I}_2} \Big|_{\vec{I}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Impedancia \ de \ transferencia \ inversa \ con \ la \ entrada \ en \ vacío \end{pmatrix}$$

$$\vec{Z}_{21} = \frac{\vec{V}_2}{\vec{I}_1} \Big|_{\vec{I}_2 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Impedancia \ de \ transferencia \ directa \ con \ la \ salida \ en \ vacío \end{pmatrix}$$

$$\vec{Z}_{22} = \frac{\vec{V}_2}{\vec{I}_2} \Big|_{\vec{I}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Impedancia \ de \ salida \ en \ vacío \end{pmatrix}$$



El circuito conductivo equivalente será el representado en la siguiente figura:

Parámetros de conductancia o admitancia

Los parámetros de conductancia o admitancia se definen de este modo:

$$\begin{vmatrix} \vec{Y}_{11} = \frac{\vec{I}_1}{\vec{V}_1} \big|_{\vec{V}_2 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Admitancia \ de \ entrada \ con \\ la \ salida \ en \ cortocircuito \end{pmatrix}$$

$$\vec{I}_1 = \vec{Y}_{11} \cdot \vec{V}_1 + \vec{Y}_{12} \cdot \vec{V}_2$$

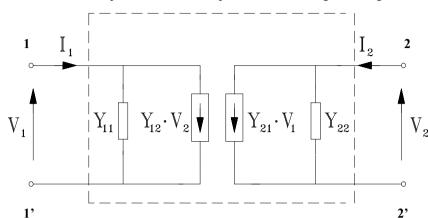
$$\vec{I}_2 = \vec{Y}_{21} \cdot \vec{V}_1 + \vec{Y}_{22} \cdot \vec{V}_2$$

$$\begin{vmatrix} \vec{Y}_{12} = \frac{\vec{I}_1}{\vec{V}_2} \big|_{\vec{V}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Admitancia \ de \\ transferencia \ inversa \ con \\ la \ entrada \ en \ cortocircuito \end{pmatrix}$$

$$\vec{Y}_{21} = \frac{\vec{I}_2}{\vec{V}_1} \big|_{\vec{V}_2 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Admitancia \ de \\ transferencia \ directa \ con \\ la \ salida \ en \ cortocircuito \end{pmatrix}$$

$$\vec{Y}_{22} = \frac{\vec{I}_2}{\vec{V}_2} \big|_{\vec{V}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Admitancia \ de \ salida \ en \ cortocircuito \end{pmatrix}$$

$$\vec{Y}_{21} = \frac{\vec{I}_2}{\vec{V}_2} \big|_{\vec{V}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Admitancia \ de \ salida \ en \ cortocircuito \end{pmatrix}$$



El circuito conductivo equivalente será el representado en la siguiente figura:

Parámetros híbridos directos

Los parámetros híbridos directos se definen de este modo:

$$\vec{l}_{11} = \frac{\vec{V}_1}{\vec{l}_1}\Big|_{\vec{V}_2 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Impedancia \ de \ entrada \ con \ la \ salida \ en \ cortocircuito \end{pmatrix}$$

$$\vec{V}_1 = \vec{h}_{11} \cdot \vec{l}_1 + \vec{h}_{12} \cdot \vec{V}_2$$

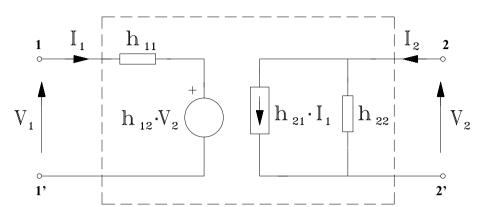
$$\vec{l}_2 = \vec{h}_{21} \cdot \vec{l}_1 + \vec{h}_{22} \cdot \vec{V}_2$$

$$\vec{l}_2 = \vec{l}_{21} \cdot \vec{l}_1 + \vec{h}_{22} \cdot \vec{V}_2$$

$$\vec{l}_{21} = \frac{\vec{l}_2}{\vec{l}_1}\Big|_{\vec{V}_2 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Amplificación \ inversa \ de \ tensión \ con \ la \ entrada \ en \ vacío \end{pmatrix}$$

$$\vec{h}_{22} = \frac{\vec{l}_2}{\vec{V}_2}\Big|_{\vec{l}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Amplificación \ directa \ de \ intensidad \ con \ la \ salida \ en \ cortocircuito \end{pmatrix}$$

$$\vec{h}_{22} = \frac{\vec{l}_2}{\vec{V}_2}\Big|_{\vec{l}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Admitancia \ de \ salida \ con \ la \ entrada \ en \ vacío \end{pmatrix}$$



El circuito conductivo equivalente será el representado en la siguiente figura:

Parámetros híbridos inversos

Los parámetros híbridos inversos se definen de este modo:

$$\begin{vmatrix} \vec{g}_{11} = \frac{\vec{l}_1}{\vec{V}_1} \big|_{\vec{l}_2 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Admitancia \ de \ entrada \\ con \ la \ salida \ en \ vacío \end{pmatrix}$$

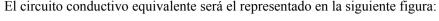
$$\vec{l}_1 = \vec{g}_{11} \cdot \vec{V}_1 + \vec{g}_{12} \cdot \vec{l}_2$$

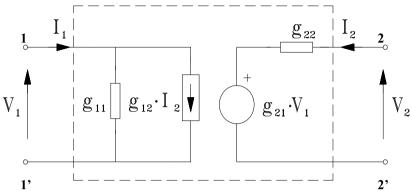
$$\vec{V}_2 = \vec{g}_{21} \cdot \vec{V}_1 + \vec{g}_{22} \cdot \vec{l}_2$$

$$\begin{vmatrix} \vec{g}_{12} = \frac{\vec{l}_1}{\vec{l}_2} \big|_{\vec{V}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Amplificación \ inversa \\ de \ intensidad \ con \ la \\ entrada \ en \ cortocircuito \end{pmatrix}$$

$$\vec{g}_{21} = \frac{\vec{V}_2}{\vec{V}_1} \big|_{\vec{l}_2 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Amplificación \ directa \\ de \ tensión \ con \ la \\ salida \ en \ vacío \end{pmatrix}$$

$$\vec{g}_{22} = \frac{\vec{V}_2}{\vec{l}_2} \big|_{\vec{V}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Impedancia \ de \ salida \ con \\ la \ entrada \ en \ cortocircuito \end{pmatrix}$$





Parámetros de transmisión

Los parámetros de transmisión son un grupo específico de parámetros en donde la corriente de salida se toma en dirección contraria.



Existen dos tipos de parámetros de transmisión, directa e inversa, los cuáles se definen a continuación.

Parámetros de transmisión directa

Los parámetros de transmisión directa se definen de este modo:

Parámetros de transmisión inversa

Los parámetros de transmisión inversa se definen de este modo:

$$|\overrightarrow{I}| = \frac{|\overrightarrow{V}_2|}{|\overrightarrow{V}_1|}|_{\overrightarrow{I}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Amplificación \ directa \\ de \ tensión \ con \ la \\ entrada \ en \ vacío \end{pmatrix}$$

$$|\overrightarrow{V}_2| = |\overrightarrow{A'} \cdot \overrightarrow{V}_1| + |\overrightarrow{B'} \cdot (-\overrightarrow{I}_1)$$

$$|\overrightarrow{B'}| = -\frac{|\overrightarrow{V}_2|}{|\overrightarrow{I}_1|}|_{\overrightarrow{V}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Impedancia \ de \ transferencia \ directa \ con \ la \ entrada \ en \ cortocircuito \end{pmatrix}$$

$$|\overrightarrow{C'}| = |\overrightarrow{I}_2||_{\overrightarrow{I}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Admitancia \ de \ transferencia \ directa \ con \ la \ entrada \ en \ vacío \end{pmatrix}$$

$$|\overrightarrow{D'}| = -|\overrightarrow{I}_2||_{\overrightarrow{V}_1 = 0} \Rightarrow \begin{pmatrix} Amplificación \ inversa \ de \ intensidad \ con \ la \ entrada \ en \ cortocircuito \end{pmatrix}$$

Relaciones entre parámetros

En la siguiente tabla se muestran las relaciones entre los distintos parámetros. Tiene doble entrada, por arriba para definir qué parámetros tenemos y por la izquierda para señalar cuales queremos obtener. Utilizada de esa forma las formulas corresponden a las necesarias para obtener los parámetros en el orden que van en las ecuaciones: arriba 11, 12 y debajo 21 y 22. Así, por ejemplo, si tenemos los "h" y queremos los "Z":

$$\begin{split} \vec{Z}_{11} &= \frac{\Delta \vec{h}}{\vec{h}_{22}}; \quad \vec{Z}_{12} = \frac{\vec{h}_{12}}{\vec{h}_{22}}; \; Donde \; \Delta \vec{h} = \vec{h}_{11} \cdot \vec{h}_{22} - \vec{h}_{12} \cdot \vec{h}_{21} \\ \vec{Z}_{21} &= -\frac{\vec{h}_{21}}{\vec{h}_{22}}; \; \vec{Z}_{22} = \frac{1}{\vec{h}_{22}} \end{split}$$

