

# Economía del mecanizado

<b>Apellido, nombre</b>	Boronat Vitoria, Teodomiro (tboronat@dimm.upv.es) Ivorra Martínez, Juan (juaivmar@doctor.upv.es) Quiles Carrillo, Luis Jesús (luisquic1@epsa.upv.es) Lascano Aimacaña, Diego Sebastián (dielas@epsa.upv.es) Torres Giner, Sergio (storresginer@upv.es)
<b>Departamento</b>	Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales (DIMM)
<b>Centro</b>	Escuela Politécnica Superior de Alcoy (EPSA) Universitat Politècnica de València (UPV)

## 1 Resumen de las ideas clave

En este artículo docente se analizan las diferentes estrategias que se pueden aplicar para determinar las **condiciones de corte en un proceso de mecanizado**. Se presentan tres **estrategias** distintas, **mínimo coste, máxima producción y máximo beneficio**. Las condiciones deben ser definidas en función de las necesidades puntuales de la empresa de manera que permitan aumentar la productividad y la competitividad.

## 2 Introducción

El **mecanizado** es un proceso de fabricación en el que se utiliza una herramienta de corte con la que se **elimina el exceso de material** para conseguir una geometría deseada. El mecanizado es uno de los principales procesos de fabricación ya que se puede utilizar para la mayoría de los materiales (metales, madera, polímeros ...). Se puede obtener piezas complejas y con variedad ilimitada combinando distintas operaciones de mecanizado. El mecanizado es capaz de crear muy **buenos acabados superficiales** ( $< 0,4 \mu\text{m}$ ) y se pueden producir dimensiones con **tolerancias muy estrechas** ( $< 0,025 \text{ mm}$ ).

El coste de la operación de mecanizado depende de muchos factores como el material en bruto, la mano de obra, la maquinaria y las herramientas utilizadas y los costes del proceso. Aunque todos los factores enumerados influyen en el coste final del producto obtenido por mecanizado únicamente los costes del proceso son intrínsecos al procesado. En el presente artículo se va a **estudiar la influencia** de los **parámetros intrínsecos del proceso** y de sus interrelaciones **sobre el coste de fabricación** de una pieza fabricada por mecanizado. No siempre la mejor opción es la mayor productividad sino obtener una máxima eficiencia de los recursos disponibles.

Los **parámetros intrínsecos** del proceso de mecanizado que influyen principalmente son: **la profundidad de pasada (p), el avance (a) y la velocidad de corte (V)**.

La **penetración** que realiza la herramienta o profundidad de pasada **se determina en función al sobremetal** que hay que eliminar. Para operaciones de **acabado** el avance se determina en función del **acabado superficial** que se desea obtener; y, para operaciones de **desbaste** se debe mecanizar utilizando el **máximo avance posible** soportado por la máquina tal y como se ha determinado experimentalmente. Por lo tanto, **el único parámetro que queda por determinar es la velocidad de corte**.

Una vez establecidas la profundidad de pasada y el avance, la utilización de velocidades de corte bajas provoca tiempos de producción altos y como consecuencia el coste de producción será elevado debido a los altos tiempos de mecanizado. Los costes de producción también serán elevados si se utilizan velocidades de corte muy elevadas ya que será necesario cambiar frecuentemente la herramienta, lo que representa un aumento de tiempo de producción y un incremento en gasto de herramientas de corte. Evidentemente, existe un ajuste de velocidad de corte óptima que proporciona un tiempo de producción mínimo y también existe una condición óptima de la velocidad de corte que permite obtener el coste mínimo de producción. Estos dos objetivos no pueden alcanzarse de manera conjunta, por lo que existe una condición intermedia que proporciona el máximo beneficio. En este artículo se analiza la consecución de estos tres objetivos.

### 3 Objetivos

El objetivo de este artículo docente es que **seas capaz de establecer las condiciones de corte** más apropiadas para un proceso de mecanizado óptimas en función de la situación que en la que se encuentre la empresa. Otro objetivo que puedas **calcular los costes** de las **operaciones de mecanizado** y que seas capaz de estimar la **vida de la herramienta** de corte en cualquier tipo de condición de corte aplicada.

### 4 Velocidad de mínimo coste

Si una empresa decide **fabricar una pieza** por mecanizado, pero **no tiene un plazo de entrega establecido**, ¿debería mecanizar para obtener la pieza en el **mínimo tiempo posible**?

**NO**, la estrategia que se debería aplicar es la de **aplicar unas condiciones de corte** que **permitan reducir los costes de fabricación** al máximo.

Para determinar la velocidad de mínimo coste se plantea el caso más sencillo, aquel en el que la velocidad de corte permanece constante durante el mecanizado, como es el caso del cilindrado en el torno. El **tiempo total para mecanizar N piezas** se calcula con la siguiente expresión:

$$t_N = N \cdot t_{np} + N \cdot t_c + N_{ah} \cdot t_{rf} \quad (1)$$

El primer sumando ( $N \cdot t_{np}$ ) corresponde al **tiempo no productivo**, donde  $t_{np}$  [min/pieza] corresponde al tiempo de no producción por pieza. Este tiempo de no producción corresponde al tiempo de montar/desmontar una pieza en máquina y los movimientos no productivos de la herramienta.

El segundo sumando ( $N \cdot t_c$ ) es el **tiempo de la operación de corte** para N piezas, siendo  $t_c$  [min/pieza] el tiempo durante el cual la herramienta está realizando la operación de corte.

El tercer sumando ( $N_{ah} \cdot t_{rf}$ ) calcula el **tiempo** empleado en los **cambios de herramienta** para mecanizar N piezas.  $N_{ah}$  [-] es el número de afilados o de filos empleados para mecanizar N piezas y  $t_{rf}$  [min] es el tiempo empleado en reponer el filo. Este parámetro representa el tiempo utilizado en reponer el filo o en cambiar la herramienta en función de que se utilicen herramientas que se pueden afilar o herramientas desechables.

Para calcular el **coste de fabricación de N piezas** debidos a la máquina y al operario se emplea la siguiente expresión:

$$C_N(m, 0) = X \cdot t_N = X \cdot (N \cdot t_{np} + N \cdot t_c + N_{ah} \cdot t_{rf}) \quad (2)$$

Donde **X [€/min]** es el **coste** total por unidad de tiempo **de maquinaria y de mano de obra** (incluyendo gastos generales)

A este coste debido a la maquinaria y a la mano de obra se debe **añadir el coste** debido a los **afilados** realizados **o las herramientas utilizadas**. Por lo tanto, el coste de mecanizar N piezas  $C_N$  [€] es:

$$C_N = X \cdot (N \cdot t_{np} + N \cdot t_c + N_{ah} \cdot t_{rf}) + N_{ah} \cdot Y \quad (3)$$

Siendo **Y [€/filo]** el **coste** por **herramienta** (desechable) o por **afilado**. De manera que el coste por pieza es:

$$C_p = X \cdot t_{np} + X \cdot t_c + \frac{N_{ah}}{N} \cdot (X \cdot t_{rf} + Y) \quad (4)$$

En la ecuación 4 el primer sumando corresponde al coste por el tiempo no productivo, este coste es constante. El segundo sumando corresponde al coste por el tiempo de mecanizado o de corte, este coste es inversamente proporcional a la velocidad de corte. El tercer sumando corresponde al coste de la herramienta, este coste se incrementa con la velocidad de corte. En la ecuación existe una condición de coste mínimo ya que un sumando que aumenta con la velocidad de corte mientras que otro disminuye.

La ecuación 4 se debe poner en función de la velocidad de corte para poder determinar la velocidad de coste mínimo. Por lo tanto, es necesario disponer una relación en la que el coste depende exclusivamente de la velocidad.

Para determinar el **número de filos utilizados** o de **herramientas** para mecanizar N piezas:

$$N_{ah} = \frac{N}{n_p} = \frac{n^\circ \text{ de piezas mecanizadas}}{n^\circ \text{ de piezas mecanizadas en la vida del filo}} \quad (5)$$

El **número de piezas mecanizadas** en la vida del filo se obtiene con la siguiente expresión:

$$n_p = \frac{T}{t_c} = \frac{\text{vida de la herramienta}}{\text{tiempo de corte de una pieza}} \quad (6)$$

Si se sustituye la ecuación 6 en la ecuación 5 se obtiene:

$$N_{ah} = \frac{N}{T} t_c \quad (7)$$

De la **ecuación de Taylor** se obtiene el valor de la **vida de la herramienta** en función de la velocidad de corte:

$$V \cdot T^n = V_1 \cdot T_1^n \rightarrow T = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V}\right)^{1/n} \quad (8)$$

Al sustituir la vida de la herramienta en la ecuación 7 se obtiene el **número de herramientas o de filos a utilizar** en función de la velocidad de corte para el mecanizado de N piezas.

$$N_{ah} = \frac{N}{T_1} t_c \left(\frac{V}{V_1}\right)^{1/n} \quad (9)$$

Por otro lado, se puede determinar que el **tiempo de corte** de una operación de cilindrado recto es:

$$t_c = \frac{L}{a \cdot n} = \frac{L \cdot \pi \cdot D}{a \cdot 1000 \cdot V} \quad (10)$$

Siendo **L la longitud a mecanizar**. Si la expresión 10 se pone en forma general obtenemos:

$$t_c = \frac{K}{V} \quad (11)$$

Donde el parámetro K varía en función a la operación de mecanizado que se realice. Si se sustituye el número de afilados ( $N_{ah}$ ) de la ecuación y el tiempo de corte ( $t_c$ ) en la ecuación 4 se obtiene la **relación entre el coste de mecanizado por pieza y la velocidad de corte**:

$$C_p = X \cdot t_{np} + X \cdot K \cdot V^{-1} + \frac{N \cdot K}{N \cdot V \cdot T} \left( \frac{V}{V_1} \right)^{1/n} \cdot (X \cdot t_{rf} + Y) \quad (12)$$

Esta expresión se puede simplificar quedando:

$$C_p = X \cdot t_{np} + X \cdot K \cdot V^{-1} + \frac{K}{V \cdot T} \left( \frac{V}{V_1} \right)^{1/n} \cdot (X \cdot t_{rf} + Y) \quad (13)$$

Si se representa gráficamente de manera conjunta y cada sumando de manera independiente se puede observar cómo varía el coste respecto a la velocidad de corte para cada uno de los sumandos. En la Figura 1 se representa de forma gráfica la ecuación 13, también se representa cada uno de los sumandos de manera independiente. El **primer sumando representa el coste no productivo**, que es independiente de la velocidad de corte, por lo que se mantiene constante. El **segundo sumando representa el coste de mecanizado** que es decreciente con la velocidad de corte. Por último, el **tercer sumando corresponde a los costes generados por el desgaste de la herramienta**, este coste es creciente con la velocidad de corte, ya que al aumentar esta las herramientas pierden el filo más rápidamente.

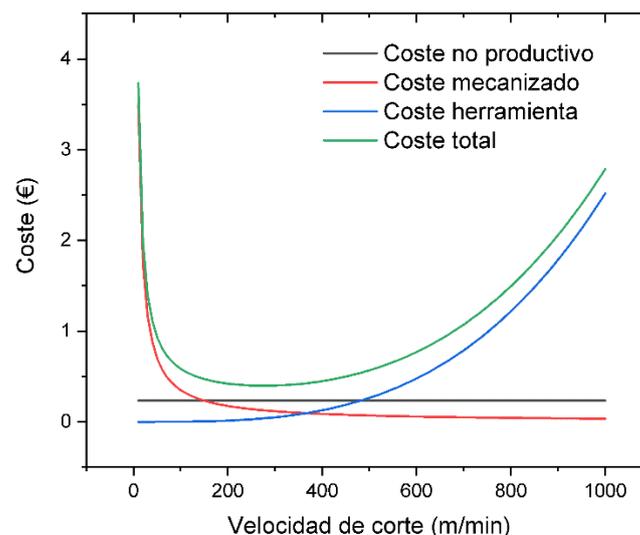


Figura 1 Evolución de los diferentes costes en relación a la velocidad de corte

Para determinar el valor mínimo del coste por pieza se debe derivar la ecuación 13 respecto a la velocidad de corte e igualar dicha derivada a cero.

$$\frac{dC_p}{dV} = 0 - X \cdot K \cdot V^{-2} + \frac{K}{V^{1/n} \cdot T_1} \cdot (X \cdot t_{rf} + Y) \cdot \left(\frac{1-n}{n}\right) \cdot V^{(1-2n)/n} = 0 \quad (14)$$

Operando:

$$X \cdot V^{-2} = \left(\frac{1-n}{n}\right) \cdot \left(\frac{X \cdot t_{rf} + Y}{V^{1/n} \cdot T_1}\right) \cdot V^{(1-2n)/n} \quad (15)$$

$$V^{(1-2n)/n} \cdot V^{-2} = \frac{1}{X} \left(\frac{1-n}{n}\right) \cdot \left(\frac{X \cdot t_{rf} + Y}{V_1^{1/n} \cdot T_1}\right) \quad (16)$$

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{V_1} \left[ \left(\frac{1-n}{n}\right) \cdot \left(\frac{X \cdot t_{rf} + Y}{X \cdot T_1}\right) \right]^n \quad (17)$$

La **velocidad de mínimo coste** se obtiene con la siguiente expresión:

$$V_{mc} = V_1 \left[ \left(\frac{1-n}{n}\right) \cdot \left(\frac{X \cdot t_{rf} + Y}{X \cdot T_1}\right) \right]^{-n} \quad (18)$$

Siendo:

- $T_1$  (min); Vida de la herramienta para una velocidad de corte  $V_1$ .
- $n$  (-); Coeficiente de la ecuación Taylor.
- $X$  (€/min); Coste de máquina y mano de obra por unidad de tiempo.
- $Y$  (€/h<sub>af</sub>); Coste por herramienta o filo.
- $t_{rf}$  (min); Tiempo de reposición de filo o de herramienta.

Si se sustituye la velocidad de mínimo coste en la ecuación de Taylor se obtiene la vida de la herramienta de mínimo coste.

$$T = T_1 \left(\frac{V_1}{V}\right)^{1/n} = T_1 \cdot \left[ \frac{V_1}{V_1 \left(\frac{1-n}{n}\right) \cdot \left(\frac{X \cdot t_{rf} + Y}{X \cdot T_1}\right)^n} \right]^{1/n} \quad (19)$$

Simplificando

$$T_{mc} = \frac{1-n}{n} \cdot \frac{X \cdot t_{rf} + Y}{X} \quad (20)$$

## 5 Velocidad de máxima producción

Pero... Si una empresa recibe un pedido y tiene el **plazo de entrega más corto posible ¿debe mantener la estrategia de mínimo coste?**

**NO**, para conseguir el **mínimo tiempo de fabricación** es necesario **aplicar la máxima velocidad de producción y sacrificar los costes de fabricación.**

Para el **cálculo** de la **velocidad de máxima producción** se sigue un proceso análogo al cálculo de la velocidad de mínimo coste. El tiempo para fabricar una pieza se calcula con la siguiente expresión:

$$t_p = t_{np} + t_c + \frac{N_{ah}}{N} \cdot t_{rf} \quad (21)$$

Si se sustituye el número de herramientas o de filos a utilizar en función de la velocidad de corte (ecuación 9) se obtiene:

$$t_p = t_{np} + t_c + \frac{t_c}{T_1} \cdot \left(\frac{V}{V_1}\right)^{1/n} \cdot t_{rf} \quad (22)$$

Y si se sustituye en ella la ecuación del tiempo de corte (11) la ecuación queda:

$$t_p = t_{np} + \frac{K}{V} + \frac{K}{V \cdot T_1} \cdot \left(\frac{V}{V_1}\right)^{1/n} \cdot t_{rf} \quad (23)$$

En la ecuación 23 se calcula el tiempo de producción de una pieza en función de la velocidad de corte. Para obtener la velocidad de máxima producción hay que derivar la ecuación 23 respecto a la velocidad e igualar dicha derivada a cero.

$$\frac{dt_p}{dV} = 0 = -K \cdot V^{-2} + \frac{K}{V_1^{1/n} \cdot T_1} \cdot \left(\frac{1-n}{n}\right) \cdot V^{(1-2n)/n} \cdot t_{rf} \quad (24)$$

Operando:

$$V^2 = \frac{n}{1-n} \cdot T_1 \cdot V_1^{1/n} \cdot V^{(2n-1)/n} \cdot \frac{1}{t_{rf}} \quad (25)$$

$$V^{1/n} = V_1^{1/n} \cdot \left(\frac{n}{1-n} \cdot \frac{T_1}{t_{rf}}\right) \quad (26)$$

La **velocidad de máxima producción** se puede calcular con la siguiente expresión:

$$V_{mp} = V_1 \cdot \left(\frac{n}{1-n} \cdot \frac{T_1}{t_{rf}}\right)^n \quad (27)$$

Siendo:

- $T_1$  (min); Vida útil de la herramienta aplicando una velocidad de corte  $V_1$ .
- $n$  (-); Coeficiente de la ecuación de Taylor.
- $t_{rf}$  (min); Tiempo de reposición de filo o la herramienta.

Si se sustituye la Velocidad de máxima producción en la ecuación de Taylor (8) se obtiene la **vida útil de la herramienta de máxima producción**.

$$T_{mp} = \left(\frac{1-n}{n}\right) \cdot t_{rf} \quad (28)$$

## 6 Velocidad de máximo beneficio

Llegados a este punto, ¿nos proporcionan las estrategias anteriores el máximo beneficio económico?

**¡NO!** Las estrategias anteriores nos permiten calcular velocidades de corte para reducir los costes de fabricación o el tiempo de fabricación al máximo, pero ninguna de ellas nos permite alcanzar el máximo beneficio económico. **Existe un ajuste intermedio a los anteriores que permite obtener una velocidad de corte que maximiza el beneficio.**

Para el **escenario de mínimo coste** se obtiene un **tiempo mayor que el tiempo mínimo**. De la misma manera que **el coste de mecanizado para el escenario de tiempo mínimo es mayor que el coste mínimo**. Para conseguir un compromiso entre las dos condiciones es necesario definir dos nuevos parámetros, el beneficio (B) y el precio (S) que se va a considerar constante. El beneficio se puede calcular con la siguiente expresión:

$$B = \frac{S - C_p}{t_p} \quad (29)$$

Sustituyendo el coste producción (13) y el tiempo de producción (23) se obtiene:

$$B = \frac{S - X \cdot t_{np} - X \cdot K \cdot V^{-1} - K \cdot V_1^{-1/n} \cdot (X \cdot t_{rf} + Y) \cdot V^{(1-n)/n}}{t_{np} + K \cdot V^{-1} + K \cdot V_1^{-1/n} \cdot T_1^{-1} \cdot t_{rf} \cdot V^{(1-n)/n}} \quad (30)$$

Derivando la ecuación respecto a la velocidad e igualándola a cero proporciona la velocidad de máximo beneficio, que introducida en la ecuación de Taylor (8) proporciona la vida de la herramienta de máximo beneficio.

$$T_{mb} = \frac{1-n}{n} \cdot \left( t_{rf} + \frac{t_{np} \cdot Y}{S} \right) + \frac{Y \cdot K}{n \cdot S \cdot V_1} \left( \frac{T_{mb}}{T_1} \right)^n \quad (31)$$

Para resolver esta ecuación es necesario **iterar**. La velocidad de máximo beneficio se encuentra entre las velocidades de mínimo coste y máxima producción.

Cabe destacar que la **condición de máximo beneficio no depende del coste por unidad de tiempo de la maquinaria y mano de obra (X)**. Esto facilita el cálculo de las condiciones de máximo beneficio ya que determinar el valor de (X) representa una gran dificultad.

## 7 Conclusión

En el presente objeto de aprendizaje se detalla **cómo** se debe **calcular las condiciones de mecanizado** en función del objetivo deseado. Este objetivo puede ser **máxima producción** para entregar un pedido en el **mínimo tiempo** posible a un cliente o bien puede ser **máxima economía** cuando se está **trabajando contra almacén**. Estos dos valores delimitan la zona de trabajo en la que siempre se debe trabajar que se denomina zona de máxima eficiencia.

EL **coste de no producción es un coste fijo** que es **independiente** de los **parámetros** que se aplican en el **mecanizado**. Este coste **debe reducirse al máximo** evitando movimientos innecesarios de la herramienta y optimizando los cambios de pieza y de herramienta.

## 8 Referencias

- [1] Chen, M.C. Optimizing machining economics models of turning operations using the scatter search approach. *International Journal of Production Research*. July 1, 2004, vol. 42, No. 13, pp 2611-2625.
- [2] Niemi, E. Machining Cost Optimization Involving Shift and Overtime Work. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*. November 2000, Volume 122, Issue 4, pp. 790- 794.
- [3] Bakerjian, R. *Desing for Manufacturability*. Society of Manufacturing Engineers, Dearborn, 1992.
- [4] Doyle, L. *Materiales y procesos de manufactura para ingenieros*. México: Prentice Hall, 1988, pp. 547-550.
- [5] Gilbert, W.W. *Economics of Machining. Machining-Theory and Practice*, American Society for Metals, Metals Park, Ohio, 1950, pp. 465-485.
- [6] Groover, M.P. *Fundamentos de manufactura moderna*. México: Prentice Hall, 1997, pp. 641-645.
- [7] Schey , J.A. *Procesos de Manufactura*. México: McGraw Hill, 2002, pp. 719- 722