



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

Departamento de Comunicaciones

**ANÁLISIS DEL EFECTO MULTIPACTOR
EN GUÍAS DE ONDA DE GEOMETRÍA CILÍNDRICA**

Antonio María Pérez Pastor

**Directores: Dr. Vicente E. Boria Esbert
Dr. Benito Gimeno Martínez**

**Tesis Doctoral presentada en la Universidad Politécnica de
Valencia para la obtención del título de Doctor Ingeniero
de Telecomunicación**

Valencia, Diciembre 2020

*A mis padres Antonio y M^a Carmen,
A mis hijas María y Victoria y a mi esposa Miriam.
Por todo su apoyo, paciencia y cariño mostrado en estos años.*

Agradecimientos

Este trabajo se inició hace ya unos años. Benito me llamó a su despacho para hablar sobre la posibilidad de realizar un modelo capaz de simular el comportamiento de los electrones, y tras unos días de trabajo comenzaron a salir los primeros resultados de interés y desde ese momento seguimos investigando para ver hasta dónde eramos capaces de llegar, hasta dónde llegaba el hilo, poco después hablamos con Vicente para ver si había alguna otra sugerencia o enfoque posible, y aparecieron más resultados, no solo eramos capaces de reproducir otros modelos sino que también podíamos reproducir experiencias reales. Desde aquel día han pasado unos años y el fruto de ese trabajo está en esta tesis doctoral.

Mi agradecimiento a Benito y Vicente, por vuestro apoyo, esfuerzo y dedicación en el desarrollo de esta tesis doctoral que no habría sido posible sin vuestros consejos y orientaciones. Siempre recordaré, Benito, los debates que teníamos para interpretar los resultados que se obtenían, de cómo y porqué los electrones se comportaban de una manera y no de otra. Todo eso ha hecho que vea el mundo de otra manera y con otra perspectiva, gracias de verdad.

Este trabajo ha sido posible gracias a la colaboración de unos compañeros formidables de los que he aprendido muchísimo, tanto a nivel de investigación como en calidad humana, por toda la ayuda y debates para poder encontrar la solución más adecuada por ello, les doy las gracias a Carlos Vicente, Jordi Gil, Sergio Anza, Jaime Armendariz. Así como otros compañeros como Marta Reglero, Eden Sorolla y Daniel González. Agradecer también a Carolina Tienda, que gracias a su trabajo experimental desarrollado en la Agencia Espacial Europea, pudimos comprobar la validez de nuestro trabajo. Así mismo agradecer los consejos de David Raboso para el desarrollo y comprensión de este trabajo.

Dar las gracias a mis padres, a mi esposa y a mis hijas, por todo el apoyo durante estos años, la paciencia que han tenido conmigo y el cariño que siempre me han dado. Han sido siempre mi fuerza y mi motor para seguir adelante con este trabajo. Gracias de corazón.

Resumen

El propósito de la presente tesis es desarrollar una herramienta informática para la predicción del efecto multipactor tanto en líneas de transmisión coaxiales como en guías circulares. Esta herramienta está pensada para ser complementaria de las de diseño asistido por ordenador Computer-Aided Design (CAD) en el caso de dispositivos de comunicaciones a implementar en estas tecnologías de ondas guiadas.

En el caso de guías coaxiales, se desarrollará un modelo numérico para la predicción de los umbrales de potencia del fenómeno de multipactor. Este método ha sido validado con medidas experimentales, así como validado con otros estudios teóricos realizados. En este tipo de guía se ha considerado tres tipos de señal de radio frecuencia (RF), la onda incidente, la onda estacionaria pura y las ondas estacionarias en general (combinación de ondas incidente y reflejada de distintas amplitudes). Así pues, se ha analizado y obtenido los umbrales de potencia para cada una de las diferentes señales consideradas y observado los efectos que se producen.

En las guías circulares, se ha demostrado en primer lugar la existencia del fenómeno de multipactor bajo la excitación del modo fundamental de la guía circular TE_{11} . El interés en estas guías se debe al amplio uso en la fabricación de componentes pasivos, tanto en cavidades resonantes como el uso de iris que conectan las cavidades, empleados tanto en aceleradores de partículas como en diferentes subsistemas de comunicaciones en satélites. Por tanto, además de observar la existencia del efecto multipactor hemos calculado una carta de susceptibilidad para dicho fenómeno, inicialmente en el caso de que sólo se transmita una única polarización, en concreto la polarización vertical.

Una vez hemos demostrado que el efecto multipactor es posible en estas guías circulares, se ha realizado un estudio teniendo en consideración la coexistencia de las dos polarizaciones del modo fundamental TE_{11} . Para una mejor comprensión del fenómeno, se ha analizado inicialmente para órdenes de multipactor más bajos en función de la excentricidad de la elipse de polarización. Prestando especial atención para el caso de la polarización lineal y circular, aunque también se ha analizado otras combinaciones más generales.

Resum

El propòsit de la present tesi és desenvolupar una eina informàtica per a la predicció de l'efecte multipactor tant en línies de transmissió coaxials com en guies circulars. Aquesta eina està pensada per a ser complementària de les de disseny assistit per ordinador Computer-Aided Design (CAD) en el cas de dispositius de comunicacions a implementar en aquestes tecnologies d'ones guiades.

En el cas de guies coaxials, es desenvoluparà un model numèric per a la predicció dels llimars de potència del fenomen de multipactor. Aquest mètode ha sigut validat amb mesures experimentals, així com validat amb altres estudis teòrics realitzats. En aquesta mena de guia s'ha considerat tres tipus de senyal de ràdio freqüència (RF), l'ona incident, l'ona estacionària pura i les ones estacionàries en general (combinació d'ones incident i reflectida de diferents amplituds). Així doncs, s'ha analitzat i obtingut els llimars de potència per a cadascuna dels diferents senyals considerats i observat els efectes que es produeixen.

En les guies circulars, s'ha demostrat en primer lloc l'existència del fenomen de multipactor sota l'excitació de la manera fonamental de la guia circular TE_{11} . L'interés en aquestes guies es deu a l'ampli ús en la fabricació de components passius, tant en cavitats ressonants com l'ús d'iris que connecten les cavitats, emprats tant en acceleradors de partícules com en diferents subsistemes de comunicacions en satèl·lits. Per tant, a més d'observar l'existència de l'efecte multipactor hem calculat una carta de susceptibilitat per a aquest fenomen, inicialment en el cas que només es transmeta una única polarització, en concret la polarització vertical.

Una vegada hem demostrat que l'efecte multipactor és possible en aquestes guies circulars, s'ha realitzat un estudi tenint en consideració la coexistència de les dues polaritzacions de la manera fonamental TE_{11} . Per a una millor comprensió del fenomen, s'ha analitzat inicialment per a ordres de multipactor més baixos en funció de l'excentricitat de l'el·lipse de polarització. Prestant especial atenció per al cas de la polarització lineal i circular, encara que també s'ha analitzat altres combinacions més generals.

Abstract

The main goal of this PhD thesis is to develop a computer tool for the prediction of the multipactor effect, both in coaxial transmission lines and in circular guides. This tool is intended to be complementary to the available Computer-Aided Design (CAD) versions, in particular for the case of communication devices to be implemented in the cited guided wave technologies.

In the case of coaxial guides, a numerical model is developed to predict the power thresholds of the multipactor phenomenon. This method has been validated with experimental measurements, as well as with other theoretical studies carried out. In this type of guide, three types of radio frequency (RF) signals have been considered, i.e. the incident wave, the pure standing wave and the standing waves in general (a combination of incident and reflected waves of different amplitudes). Thus, the power thresholds for each of the different signals considered have been analyzed and obtained, and the corresponding effects that occur have been observed.

In circular guides, the existence of the multipactor phenomenon under the excitation of the TE_{11} fundamental mode of the circular guide has been demonstrated first. The interest in these guides is due to their wide use in the manufacture of passive components, both in resonant cavities and within irises that connect the cavities, used both in particle accelerators and in different satellite communications subsystems. Therefore, in addition to observing the existence of the multipactor effect, we have calculated a susceptibility chart for this phenomenon, initially in the case that only a single polarization is transmitted, specifically the vertical polarization.

Once we have shown that the multipactor effect is possible in these circular guides, a study has been carried out taking into account the co-existence of the two polarizations of the TE_{11} fundamental mode. For a better understanding of the phenomenon, it has been initially analyzed for lower multipactor orders as a function of the eccentricity of the polarization ellipse. Special attention has been paid to the case of linear and circular polarization, although other more general combinations have also been analyzed.

Índice

Resumen	VII
Resum	IX
Abstract	XI
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes y estado actual	2
1.2. Hipótesis y objetivos	4
1.3. Metodología a utilizar	4
1.4. Medios a emplear	6
1.5. Estructura de la Tesis Doctoral	6
2. Emisión de electrones secundarios	9
2.1. Introducción	9
2.2. Coeficiente de emisión secundaria (SEY)	10
3. Multipactor en un Condensador de Placas Plano-Paralelas: Modelos teóricos	25
3.1. Descripción del fenómeno	25
3.2. Movimiento de un electrón en un campo de RF uniforme	25
3.2.1. Ecuaciones del movimiento	27
3.2.2. Condición de resonancia	30
3.2.3. Velocidad de impacto en condición de resonancia	34
3.2.4. Efecto del <i>phase-focusing</i>	34
3.3. Cartas de susceptibilidad	36
3.3.1. Límite establecido por el <i>first cross-over</i>	36
3.3.2. Límite de no retorno	37
3.3.3. Modelo de Sombrin (velocidad inicial constante)	41
3.3.4. Modelo Hatch y Williams (k constante)	43
4. Efecto Multipactor en Guías Coaxiales	49
4.1. Introducción	49
4.2. Modelo teórico para el análisis y predicción del efecto multipactor basado en el Método de Monte-Carlo	50

4.2.1.	Dinámica del electrón	50
4.2.2.	Modelo de electrón efectivo	51
4.2.3.	Dinámica de los electrones efectivos	55
4.2.4.	Criterio para la determinación del efecto multipactor	57
4.3.	Resultados numéricos	58
4.3.1.	Onda viajera o incidente (TW)	58
4.3.2.	Onda estacionaria (SW)	61
4.4.	Análisis del efecto de desplazamiento axial: atractores	62
4.4.1.	Multipactor de doble superficie	65
4.4.2.	Multipactor de una superficie	67
4.5.	Análisis del efecto multipactor en líneas coaxiales	69
5.	Efecto multipactor en Guías Circulares	77
5.1.	Introducción	77
5.2.	Modelo teórico para el análisis y predicción del efecto multipactor	78
5.2.1.	Trayectoria del electrón efectivo	78
5.3.	Resultados numéricos	82
5.3.1.	Análisis con una polarización	83
5.3.2.	Análisis con dos polarizaciones	87
5.4.	Conclusiones	95
6.	Conclusiones y futuras líneas	99
6.1.	Conclusiones	99
A.	Metodos Numéricos: Velocity-Verlet	101
B.	Efecto de carga espacial aplicado a la guía coaxial	103
B.1.	Modelo teórico del campo DC de la carga espacial	103
C.	Publicaciones	109
C.1.	Publicación I	109
C.2.	Publicación II	120
C.3.	Publicación III	130

Índice de Figuras

1.1. Estructuras en las que se analizará el efecto multipactor	5
2.1. Proceso de emisión de electrones.	11
2.2. Dependiendo de la energía del electrón primario puede presentar diferentes comportamientos al impactar sobre la superficie del material.	11
2.3. Curva típica del SEY para la plata.	12
2.4. Curvas típicas del SEY donde se compara los modelos teóricos de Vaughan [13] y de Lye [29] con valores experimentales de Ritz [35] con óxido de berilio. En ellas se representa el SEY en función de la energía cinética de impacto expresada en eV	13
2.5. Curva típica del SEY para la plata variando el ángulo de impacto.	15
2.6. Gráfica típica del SEY para el caso de la plata. En ella se observa como la energía del <i>first crossover</i> no se corresponde con el valor típico (representado por el círculo rojo)	17
2.7. Gráfica típica del SEY para el caso de la plata donde ahora el <i>first crossover</i> (círculo rojo) si corresponde con el valor típico, pero con $W_0 = 15.99 eV$	19
2.8. Gráfica típica del SEY para el caso de la plata con la discontinuidad cuando $\gamma \approx 3.6$. Se observa como el <i>second crossover</i> no se corresponde con el valor esperado (círculo rojo)	20
2.9. Gráfica típica del SEY para el caso de la plata perfectamente ajustada. Ahora si se ve que el <i>second crossover</i> si corresponde con el valor esperado.	21
2.10. Representación gráfica de la curva del SEY para la plata.	23
3.1. Efecto multipactor.	26
3.2. Condensador de placas plano-paralelas con campo \vec{E}_{RF}	26
3.3. Representación del campo eléctrico de RF, aceleración, velocidad y posición en función del tiempo normalizado al período de la señal RF. Los parámetros utilizados son $V_0 = 30.8 V$, $\alpha = 99.8^\circ$, $v_0 = 1137760 m/s$, $d = 1 mm$ y $f = 1 GHz$	28
3.4. Representación del campo eléctrico de RF, aceleración, velocidad y posición en función del tiempo normalizado al período de la señal RF. Los parámetros utilizados son $V_0 = 161 V$, $\alpha = 41.7^\circ$, $v_0 = 1137760 m/s$, $d = 1 mm$ y $f = 1 GHz$	29

3.5. Parámetros de la simulación $\alpha = 47.8^\circ$, $V = 101 V$, $v_0 = 1137760 m/s$, $d = 1 mm$, $f = 1 GHz$ y $N = 1$	31
3.6. Representación gráfica de la tensión de resonancia \tilde{V}_N con $v_0 = 1137760 m/s$ y $d = 1 mm$	32
3.7. Representación de la función $f_N(\alpha)$ según la ecuación (3.13). La línea continua negra representa el $N = 1$, la discontinua roja es $N = 3$, la verde de puntos representa el $N = 5$ y la punto raya azul es para el caso $N = 7$	33
3.8. Representación del campo eléctrico, la posición y la diferencia de fase.	38
3.9. Representación de la trayectoria para $v_i = v_2$, pero solo al inicio del movimiento.	39
3.10. Representación de la trayectoria para diferentes fases iniciales que satisfacen la condición de resonancia desde $\tilde{\alpha}_1$ hasta $\tilde{\alpha}_2$	40
3.11. Representación gráfica de las tensiones de resonancia para cada valor de la energía de impacto (cada línea de color representa un valor de la energía de impacto W) comprendido entre W_1 (línea de color rojo más bajo) y W_2 (línea de color rojo más alto) y la envolvente (representada con puntos).	42
3.12. Representación gráfica de la carta de susceptibilidad para $N = 1$	43
3.13. Representación gráfica de la carta de susceptibilidad para $N = 3$	44
3.14. Representación gráfica de la carta de susceptibilidad para $N = 5$	45
3.15. Representación gráfica de las tensiones de resonancia para cada valor de la energía de impacto (cada línea de color) comprendido entre W_1 (línea de color rojo más bajo) y W_2 (línea de color rojo más alto) y la envolvente (representada con puntos).	46
3.16. Representación gráfica de la carta de susceptibilidad para $N = 1$	47
3.17. Representación gráfica de la carta de susceptibilidad para $N = 3$	48
4.1. Esquema de la acumulación de carga y masa para el electrón efectivo j -ésimo.	52
4.2. Desindad de distribución de probabilidad de Rayleigh con $W_g = 3 eV$	54
4.3. Sistema de coordenadas esféricas centrada en el punto de impacto del electrón primario empleado para calcular el vector velocidad del electrón efectivo de salida.	54
4.4. Efecto multipactor	58
4.5. Predicción de la tensión umbral para un línea coaxial con $Z_0 = 50 \Omega$, gap $d = 20 mm$, y radio externo $b = 35.357 mm$. Población total de electrones normalizada con respecto al número inicial de electrones efectivos, en función del tiempo normalizado al período de la señal de RF, para dos valores diferentes de la tensión de RF.	59
4.6. Transformador de cuarto de onda en guía coaxial, gap $d = 1 mm$	60
4.7. Comparación entre las medidas experimentales de la NASA [25], el modelo teórico descrito en [28], y nuestros resultados. Los datos son $d = 20 mm$ y $Z_0 = 50 \Omega$. El material empleado es cobre.	61

4.8.	Comparación del cociente entre la población inicial y final de electrones después de 30 impactos. (a) Resultados tomados de [4]. (b) Resultados obtenidos con nuestro modelo.	63
4.9.	Campo eléctrico y magnético para una onda viajera (TW) y una onda estacionaria (SW) como función de ωt . (a) Campos eléctrico (línea continua) y magnético (línea discontinua) para TW. (b) Campos eléctrico (línea continua) y magnético (línea discontinua) para SW.	64
4.10.	Desplazamiento axial de un electrón en régimen de multipactor de doble superficie. (a) Desplazamiento axial en doble superficie en la configuración de TW en una línea coaxial de impedancia $Z_0 = 11.67 \Omega$ con un gap $d = 1$ mm para $f = 1.35$ GHz. (b) Desplazamiento axial en doble superficie en la configuración de SW en una línea coaxial de impedancia $Z_0 = 49.91 \Omega$ con gap $d = 29.1$ mm para $f = 0.5$ GHz.	66
4.11.	Desplazamiento axial de un electrón para multipactor de una sola superficie. (a) Desplazamiento axial para una sola superficie en la configuración de TW en una línea coaxial de impedancia $Z_0 = 50 \Omega$ con gap $d = 10$ mm, a la frecuencia de $f = 1.35$ GHz. (b) para una sola superficie en la configuración de SW en una línea coaxial de impedancia $Z_0 = 49.91 \Omega$ con gap $d = 10$ mm, a la frecuencia $f = 0.5$ GHz.	68
4.12.	(a) Umbral RF de multipactor en una línea coaxial de $Z_0 = 50 \Omega$ con un gap $d = 20$ mm. (b) Un zoom en la región de modos de multipactor de orden superior. El asterisco corresponde con la $V = 1950$ V y $f = 0.75$ GHz. . .	72
4.13.	Niveles de saturación para las ondas viajeras y estacionarias en un coaxial de $Z_0 = 50 \Omega$, con un gap $d = 20$ mm, y para $f = 0.75$ GHz. El valor de la tensión para cada configuración corresponde al asterisco mostrado en la Fig. 4.12(b).	73
4.14.	Umbral RF de multipactor en una línea coaxial de $Z_0 = 50 \Omega$ para una frecuencia de trabajo $f = 5.0$ GHz.	74
4.15.	El umbral de multipactor en una línea de transmisión coaxial con una impedancia de $Z_0 = 40 \Omega$ y otra línea de transmisión coaxial de impedancia $Z_0 = 60 \Omega$ pero con un gap (separación entre conductores) $d = 20$ mm. . .	75
4.16.	Umbral de multipactor para señales de RF en líneas de transmisión coaxial con impedancia de $Z_0 = 50 \Omega$ con separaciones entre los conductores externo e interno de $d = 1.886$ mm y $d = 20$ mm. Los datos numéricos han sido seleccionados del trabajo [28] para el caso de $d = 1.886$ mm.	76
5.1.	Guía circular con radio a (a), y la elipse de polarización resultante del campo eléctrico RF (b). Ψ es el ángulo de inclinación de la elipse de polarización. .	78
5.2.	Trayectoria resonante de un electrón efectivo para 30 impactos. La trayectoria ha sido calculada en coordenadas polares, para demostrar la existencia del efecto multipactor de doble superficie. Los datos de la simulación son $V^{(v)} = 90$ V, $v_r = -1.0$ eV y $v_\phi = 0.1$ eV, $\phi = 75^\circ$, $t = t_\alpha = 0$ y $f = 1$ GHz.	84

5.3.	Representación de la componente radial de la trayectoria mostrada en la Fig.5.2 en función del tiempo normalizado t/T	85
5.4.	Valor del SEY_i del impacto i -ésimo, y orden de multipactor en función del tiempo normalizado t/T	86
5.5.	La línea sólida (a) es para el caso $d = 0.5 \text{ mm}$ y $f = 2 \text{ GHz}$, la línea de rayas (b) se corresponde con el caso $d = 1.0 \text{ mm}$ y $f = 1 \text{ GHz}$ y la línea de puntos (c) es el caso para $d = 2 \text{ mm}$ y $f = 0.5 \text{ GHz}$,	87
5.6.	Voltaje umbral para la guía circular en comparación con la guía de placas plano-paralelas.	88
5.7.	Umrales de voltaje de RF (V_{th}) en función de la excentricidad (e) para el caso de $f \times d = 1 \text{ GHzmm}$	89
5.8.	Diferentes trayectorias resonantes para $f \times d = 1 \text{ GHzmm}$	90
5.9.	Simulaciones de multipactor para el caso $f \times d = 1 \text{ GHzmm}$ con $e = 0.8$ ((a) y (c)) y $e = 0$ ((b) y (d)). Las trayectorias del electrón, así como la evolución de la población de electrones, se ha calculado en función del tiempo normalizado.	91
5.10.	Umrales de voltaje de RF (V_{th}) en función de la excentricidad (e) para el caso de $f \times d = 3 \text{ GHzmm}$	92
5.11.	Diferentes trayectorias resonantes para $f \times d = 3 \text{ GHzmm}$	94
5.12.	Umrales de voltaje de RF (V_{th}) en función de la excentricidad (e) para el caso de $f \times d = 7 \text{ GHzmm}$	95
5.13.	Diferentes trayectorias resonantes para $f \times d = 7 \text{ GHzmm}$	96
B.1.	Geometría del problema de la carga espacial.	104
B.2.	Campos en el coaxial generados por las cargas en las diferentes superficies.	105

Índice de Tablas

4.1. Valores de los parámetros de emisión secundaria para plata y cobre [28]. . .	60
4.2. Predicción de la potencia umbral de multipactor (W).	61
4.3. Diagrama de signos de las componentes de los campos electromagnéticos: la velocidad y la aceleración para multipactor en doble superficie de orden $N = 1$ con onda estacionaria (SW).	65
4.4. Diagrama de signos de las componentes de los campos electromagnéticos, la velocidad y la aceleración para multipactor en una sola superficie de orden $N = 1$ con una onda viajera (TW).	69
4.5. Diagrama de signos de las componentes de los campos electromagnéticos, la velocidad y la aceleración para un multipactor en una superficie en SW de orden $N = 1$	69

Capítulo 1

Introducción

El propósito de la presente tesis es desarrollar una herramienta informática para la predicción del efecto multipactor tanto en líneas de transmisión coaxiales como en guías circulares. Esta herramienta está pensada para ser complementaria de las de diseño asistido por ordenador *Computer-Aided Design (CAD)* en el caso de dispositivos de comunicaciones a implementar en estas tecnologías de ondas guiadas.

En el caso de guías coaxiales, se desarrollará un modelo numérico para la predicción de los umbrales de potencia del fenómeno de multipactor. Este método deberá ser validado con medidas experimentales, así como validado con otros estudios teóricos realizados previamente. En este tipo de guía se considerará tres tipos de señal de radio frecuencia (RF), la onda incidente, la onda estacionaria pura y las ondas estacionarias en general (combinación de ondas incidente y reflejada de distintas amplitudes). Así pues, se tratará de analizar y obtener los umbrales de potencia para cada una de las diferentes señales consideradas, y ver los efectos que se producen.

En las guías circulares, se demostrará en primer lugar la existencia del fenómeno de multipactor bajo la excitación del modo fundamental de la guía circular TE_{11} . El interés en estas guías se debe al amplio uso en la fabricación de componentes pasivos, tanto en cavidades resonantes como en iris que conectan las cavidades, empleados tanto en aceleradores de partículas como en diferentes subsistemas de comunicaciones en satélites. Por tanto, además de demostrar la existencia del efecto multipactor trataremos de calcular una carta de susceptibilidad para dicho fenómeno, inicialmente en el caso de que sólo se transmita una única polarización, en concreto la polarización vertical.

Una vez se haya demostrado que el efecto multipactor es posible en estas guías circulares, se realizará un estudio teniendo en consideración la co-existencia de las dos polarizaciones del modo fundamental TE_{11} . Para una mejor comprensión del fenómeno, se analizará inicialmente (para ordenes de multipactor bajos) en función de la excentricidad de la elipse de polarización. Se prestará especial atención para el caso de la polarización lineal y circular, aunque también se tendrá en consideración otras combinaciones más generales.

1.1. Antecedentes y estado actual

Los satélites de comunicaciones, desde sus inicios en la década de los sesenta, han constituido el soporte de muy diversas aplicaciones en sistemas de telecomunicación. Si bien surgieron para prestar servicios de voz intercontinental, gracias a sus propiedades de cobertura global, con el paso de los años han dado soporte a otras muchas aplicaciones, como por ejemplo, la difusión de señales de radio y televisión, observación remota de la Tierra, radio navegación y comunicaciones móviles. En el futuro más inmediato estos satélites soportarán (total o parcialmente) las redes de transporte de los nuevos servicios multimedia (tele-trabajo, tele-medicina, educación a distancia, videoconferencia, acceso rápido a Internet, etc.), que serán de uso masivo en la sociedad moderna.

Los mayores requerimientos de los sucesivos servicios prestados por los satélites de telecomunicación, básicamente calidad de servicio y contenidos, ha supuesto a su vez un aumento constante de las frecuencias de operación. Así pues, si los primeros satélites de comunicación fija operaban a bajas frecuencias (6/4 GHz y 8/7 GHz), los más modernos ya se encuentran prestando servicios de banda ancha a frecuencias más altas (14/12 GHz), y es de esperar en los próximos años un salto a la banda de frecuencias Ka (30/20 GHz) y Q-V (50/40 GHz).

Los sistemas de comunicaciones espaciales, para operar en el rango de altas frecuencias, se basan en la tecnología de las guías de ondas, por ejemplo, guía rectangular, circular, coaxial, etc. Estos sistemas de comunicaciones, además de trabajar en el rango de las altas frecuencias (microondas y ondas milimétricas), requieren niveles altos de potencia, en un rango desde unos centenares de vatios hasta unos pocos kilovatios, lo que supone que en algunas regiones aparezcan altas densidades de campo electromagnético. Por otra parte, estos dispositivos de comunicaciones suelen estar embarcados en misiones aeroespaciales, de forma que se ven sometidos a condiciones de trabajo extremas propias del entorno espacial; en particular, son atravesados por partículas del fondo de la radiación cósmica y trabajan en condiciones de alto vacío.

A causa de estas condiciones de trabajo, los dispositivos pueden sufrir efectos no deseados, como la aparición de efectos no lineales, por ejemplo, efecto multipactor y efecto corona. El efecto multipactor genera efectos indeseados, como reducción de la potencia de salida, incremento de las pérdidas de retorno, formación de un plasma de electrones, incremento del ruido electrónico, calentamiento de las paredes del dispositivo, re-sintonización de las cavidades [1], [2], e incluso se pueden causar daños físicos en el dispositivo, provocando un cambio en las propiedades eléctricas y mecánicas del mismo. Además, es conocido que este efecto multipactor puede desencadenar una descarga de gas ordinaria por el incremento de la emisión gaseosa (outgassing) del componente, dando esto lugar a la aparición de descar-

gas de efecto corona que pueden destruir el dispositivo [3]. El efecto multipactor no sólo está presente en los dispositivos de comunicaciones embarcados en satélites, sino también en los aceleradores de partículas elementales empleados en física de partículas y física de altas energías [4].

El efecto multipactor o fenómeno multiplicativo de emisión secundaria resonante fue descubierto y descrito por P. T. Farnsworth [5] a principios de 1930. En esencia, este fenómeno consiste en una descarga por avalancha de electrones. Esta avalancha es producida por los electrones libres que hay en el interior del dispositivo, los cuales experimentan una fuerza debida a los campos electromagnéticos de RF en su interior, que, en ausencia de gas o cualquier otro material que los frene, pueden ser acelerados a muy altas velocidades. Dichos electrones acelerados pueden impactar en las paredes del dispositivo, de forma que el electrón que impacta podría liberar nuevos electrones. Bajo ciertas condiciones resonantes, estos electrones pueden ser nuevamente acelerados y producir más electrones (efecto avalancha), hasta llegar a una densidad de electrones lo bastante importante como para reflejar el campo electromagnético de RF aplicado en el dispositivo [3], inutilizando el comportamiento del mismo.

Existen fuerzas que se oponen y dispersan la nube de electrones, como son la fuerza de repulsión electrostática (o *space charge force*) y las variaciones de la velocidad de emisión de los electrones secundarios. Estas fuerzas pueden dar lugar a la aparición de efectos de saturación [6]. Los nuevos electrones arrancados de las paredes, son compensados por las pérdidas de electrones que o bien son absorbidos en las paredes por tener energías muy altas o bien dejan de estar en resonancia con el campo provocando que cada vez tengan menos energía y no sean capaces, en el impacto, de generar nuevos electrones. Estos fenómenos fueron estudiados por Farnsworth para amplificar señales de alta frecuencia, y utilizado también como oscilador de alta frecuencia. Farnsworth desarrolló el primer sistema electrónico de televisión. Este hecho logró estimular la investigación del fenómeno, y el primer análisis detallado lo realizó Henneberg a mediados de los años 30 [7].

Gill y von Engel [8] llevaron a cabo un estudio teórico práctico más detallado, y demostraron la importancia de la ganancia de electrones secundarios en el desarrollo de la descarga en el vacío. Hatch y Williams estudiaron el fenómeno en los años 50, y delimitaron la región de susceptibilidad de multipactor desde un punto de vista teórico, encontrando expresiones analíticas [1, 9]. Más tarde, Francis y von Engel [10] estudiaron el estado inicial de multiplicación y el estado de saturación, y mostraron cómo el efecto del *space charge* es una de las causas más importantes para explicar el crecimiento discontinuo de la población de electrones. Posteriormente, Vaughan publicó un resumen de los puntos principales de los estudios realizados durante los años 50 [2].

En la actualidad el estudio y análisis del fenómeno de multipactor tiene un gran interés, ya que es un problema crítico en los componentes pasivos de potencia embarcados en satélites, siendo necesario realizar un estudio de los mismos para conocer en qué rango de

potencias podrán operar sin que se vean afectados por el efecto multipactor, así como en los aceleradores de partículas. En este sentido las agencias aeroespaciales tienen unas especificaciones muy restrictivas [11], y cualquier componente que va a ser embarcado en un satélite ha de ser sometido a experimentos de multipactor. Así pues, a la hora de diseñar estos dispositivos es muy importante disponer de una herramienta de simulación del efecto multipactor para poder predecir su aparición. El efecto multipactor es un fenómeno muy complejo que depende de numerosos factores: geometría, materiales, nivel de vacío, y estructura del campo electromagnético en el interior del dispositivo. Por tanto, se necesitan herramientas precisas con capacidad de predecir con bastante fiabilidad la potencia umbral para la cual se desencadena este efecto no deseado.

Uno de los programas más empleados actualmente en la predicción del efecto multipactor es el *Multipactor Calculator* [12]. Este programa se basa en el modelo simple de placas plano-paralelas [9], de forma que se aplica a diversas estructuras como guía rectangular, guía coaxial circular, guía coaxial cuadrada (*bar line*), guía circular y estructuras basadas en tecnología planar como *microstrip* y *stripline*. El programa considera en todos los casos el campo homogéneo y uniforme de una guía de placas plano-paralelas para el análisis en las diferentes estructuras mencionadas, con excepción del cálculo de la impedancia en cada estructura; por lo que no tiene en consideración la propia geometría de la estructura y la consiguiente inhomogeneidad de los campos electromagnéticos, proporcionando unos resultados muy conservativos en cuanto a los resultados que proporciona.

1.2. Hipótesis y objetivos

El objetivo de esta Tesis Doctoral es el estudio y análisis riguroso del efecto multipactor en guías coaxiales y cilíndricas (Fig. 1.1), de forma que se pueda realizar una predicción de las potencias umbrales a las cuales se produce la descarga de multipactor.

La predicción del umbral de potencias en estas estructuras implica tener en cuenta una serie de factores, como conocer la distribución espacio-temporal del campo electromagnético en cada guía de ondas, la trayectoria que sigue el electrón en el interior, los procesos de emisión de electrones que ocurren en función de la energía de impacto y del ángulo de incidencia del electrón incidente, las condiciones con que serán emitidos los electrones secundarios, de forma que se pueda ver si están en resonancia con el campo electromagnético y si produce avalancha, o si por el contrario el electrón no se encuentra sincronizado y la avalancha no se produce.

1.3. Metodología a utilizar

Debido a los factores que se han mencionado en el apartado anterior, será necesario por tanto estudiar los diversos aspectos mencionados de este problema para conseguir desarrollar

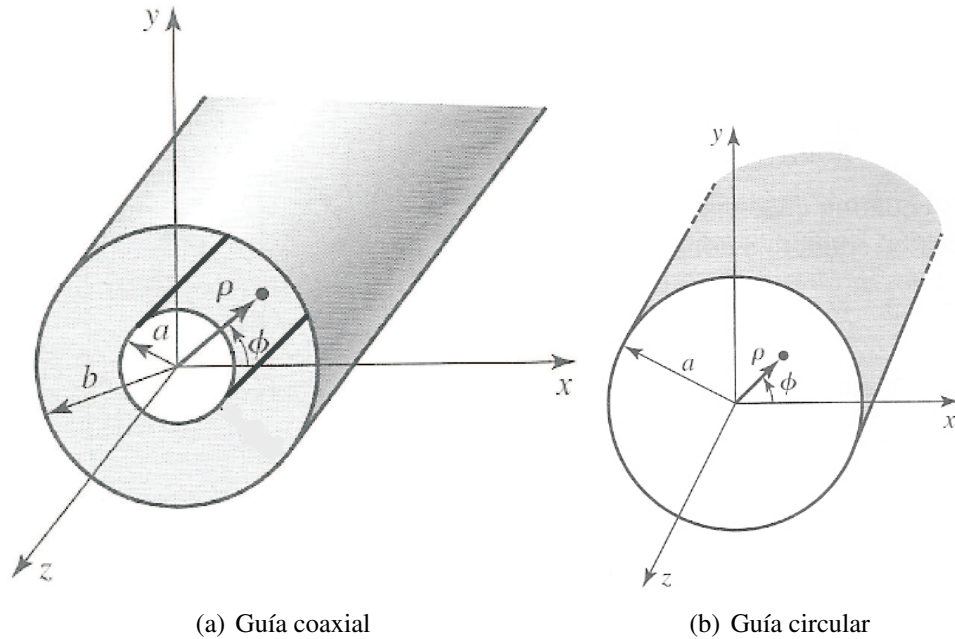


Figura 1.1: Estructuras en las que se analizará el efecto multipactor

una herramienta que permita el análisis y la predicción del efecto multipactor. El contenido de la Tesis Doctoral se puede dividir en varias fases:

1. Analizar los diferentes procesos de emisión secundaria: Será necesario disponer de un modelo para estos procesos de emisión, lo que implicará una recopilación, análisis y comprensión de los modelos para su posterior implementación en la herramienta de análisis computacional [13], [14], [15], [16], [17].
2. Analizar, en el caso del modelo de placas plano-paralelas, las condiciones de resonancia entre el electrón y el campo electromagnético para su posterior aplicación en el caso de las estructuras que se analizarán en este trabajo [1], [8], [9], [18], [19].
3. Cálculo del campo electromagnético en el interior de las guías de interés (Fig. 1.1): En este caso se utilizarán expresiones analíticas de los campos dados en [20], [21] ó [22], y se estudiará la distribución del campo y su comportamiento en el interior de las guías de interés.
4. Resolver la ecuación del movimiento de un electrón en presencia de un campo electromagnético mediante la fuerza de Lorentz: Este proceso se ha de realizar numéricamente empleando algoritmos de resolución numérica de ecuaciones diferenciales acopladas de segundo orden, como Runge-Kutta o Velocity-Verlet [4],[23], [24].
5. Desarrollo de una herramienta numérica que permita el análisis del efecto multipactor en las guías de interés, guía coaxial cilíndrica y guía circular. Esta herramienta permitirá estudiar de forma detallada el fenómeno de multipactor, así como el cálculo de la potencia umbral en la que se genera.

6. Comparación con medidas experimentales realizadas y publicadas [25], [26], [27], u otros modelos de predicción [3], [28].

1.4. Medios a emplear

Los medios necesarios para esta Tesis Doctoral serán de tipo informático: equipos con capacidad de cálculo y herramientas informáticas para desarrollar la programación necesaria.

En este sentido, las herramientas informáticas utilizadas són:

- Editor de programas Visual Compaq para Fortran.
- Compilador y depurador de programas Visual Compaq para Fortran.
- Multipactor Calculator [12].
- FEST-3D.
- Mathematica 5.0.
- Matlab 6.5 R2003.

En cuanto a los equipos informáticos se ha hecho uso de:

- Equipo con un procesador AMD FX(tm)-8150 Eight-Core (3.6GHz), con memoria RAM 8GB y sistema operativo Windows 7 de 64 bits.

1.5. Estructura de la Tesis Doctoral

El primer capítulo es la introducción. En el segundo capítulo, se explica el proceso de emisión y el mecanismo que genera la emisión de electrones desde las paredes conductoras de las guías de ondas, así como el modelo teórico utilizado en la presente tesis y sus expresiones matemáticas para poder calcular la probabilidad de emisión de electrones secundarios.

En el capítulo 3 se presentan los conceptos teóricos del efecto multipactor aplicado a un condensador de placas plano-paralelas, y las expresiones analíticas que permiten calcular las cartas de susceptibilidad. Además se estudian los dos modelos más importantes, el modelo de Sombrin (velocidad constante) y el modelo de Hatch y Williams (k constante).

En los capítulos 4 y 5 se realiza el estudio de todo lo mencionado anteriormente pero aplicado tanto a la guía coaxial como a la guía cilíndrica. En el caso de la guía coaxial, poniendo especial interés en las tres configuraciones posibles de la onda. Por su parte, en el caso de la guía cilíndrica, además de demostrar la existencia del fenómeno de multipactor, se analiza con detalle este efecto para diferentes configuraciones de la señal de RF.

En el capítulo 6, se detallan las principales conclusiones y logros de esta tesis, así como las posibles líneas futuras de trabajo.

En los apéndices, detallamos más concretamente el algoritmo de resolución numérica para ecuaciones diferenciales acopladas denominado Velocity-Verlet (apéndice A). En el apéndice B, demostramos como es el campo generado por la repulsión coulombiana (*space-charge*) y cual es la expresión matemática que tiene cuando se aplica a una guía coaxial. Finalmente, en el apéndice C, se recoge un compendio de las publicaciones más importantes en revistas y congresos derivadas del trabajo desarrollado en la presente tesis.

Capítulo 2

Emisión de electrones secundarios

2.1. Introducción

La emisión de electrones secundarios, como resultado de bombardear la superficie de un metal con electrones primarios, es un problema difícil de abordar.

En primer lugar, un planteamiento teórico preciso de la interacción entre el haz de electrones primarios y los electrones de la red cristalina del metal precisa de un conocimiento detallado de la estructura de bandas del metal, así como de las probabilidades de transición electrónica permitidas. Además, el comportamiento de los electrones de la red excitados, producidos por los electrones primarios, se complica debido a la interacción con otros electrones de la red, y también por la dispersión generada por los fonones y defectos de la red cristalina del material [29].

En este sentido, los trabajos de Wooldrige [30] y previamente el de Frölich [31], describen empleando Mecánica Cuántica el fenómeno que ocurre en un metal al impactar un haz de electrones. En este caso, una vez los electrones primarios han penetrado en la superficie, estos electrones se mueven en una región en la cual se aproximan hacia algunos electrones de valencia (de la red cristalina), los cuales se están moviendo por el metal; dichos electrones del metal se describen con el uso de funciones de onda de tipo Bloch, tal como indica Frölich (este grado de complejidad es necesario ya que la transferencia del momento entre los electrones y la red cristalina juega un papel importante en la emisión secundaria). En particular, sin esta transferencia de momento ningún electrón secundario tendría la capacidad de escapar de la superficie. Cuando se hace uso de las funciones de onda de Bloch, esta transferencia aparece de forma automática, dado que la ecuación de conservación del momento para la interacción que produce un electrón secundario incluye un término que representa este cambio en el momento de la red. Debido a las fuerzas de repulsión entre los electrones, algunos electrones de la red cristalina podrían obtener la energía suficiente que les permita escapar de la superficie del metal, siendo entonces los denominados electrones secundarios. Sin embargo en la mayoría de las teorías sencillas, en lugar de utilizar la Mecánica Cuántica, se hace uso de un tratamiento clásico, en el cual se considera la interacción de los electrones

primarios con los electrones libres, de forma que la posibilidad de transferencia del momento hacia la red se introduce como un recorrido libre medio para colisiones elásticas.

Aunque existen en la literatura científica varias teorías de carácter general sobre la producción de electrones secundarios y el mecanismo de escape del metal, es importante mencionar que todavía no ha sido posible predecir, con precisión, la magnitud de la relación entre los electrones que impactan y los que escapan del metal para un determinado valor de los electrones incidentes.

Por otro lado, sí ha sido posible tener en cuenta las variaciones que sufre el rendimiento de generación de electrones secundarios por las variaciones de parámetros como la temperatura o el ángulo de incidencia [32], [33].

Cuando un electrón, al cual denominaremos *electrón primario*, impacta sobre una superficie, produce la emisión de uno o más electrones desde el material: a estos electrones los denominaremos como *electrones secundarios*. En la presente tesis doctoral la superficie a tener en consideración es la superficie metálica de una guía de ondas.

El proceso de emisión de electrones se divide en tres partes (ver Fig.2.1),

1. El electrón primario atraviesa la superficie metálica de interés; dicho electrón se ve atenuado por las colisiones con los átomos u otros electrones del material, y al final es absorbido por el propio material.
2. La energía que pierde este electrón primario es transferida a los electrones internos del material por conservación de la cantidad de movimiento.
3. Algunos electrones del material, al ser excitados, se mueven hacia la superficie del material y son atenuados en su camino por la colisión con los otros electrones. Aquellos electrones con energía suficiente para escapar del material son los electrones secundarios, y sus energías son inferiores a las de los electrones primarios.

Es necesario mencionar que en el caso de electrones primarios estos pueden ser reflejados de forma elástica o inelástica, y por ello necesitan ser considerados de forma particular (ver Fig.2.2).

2.2. Coeficiente de emisión secundaria (SEY)

La emisión secundaria se caracteriza por el coeficiente de emisión secundaria de electrones (δ), que se define como el número de electrones secundarios emitidos por cada electrón primario incidente. Este coeficiente es función de la energía cinética (no relativista) W y del ángulo de incidencia ξ del electrón primario, y debe ser mayor que la unidad para que la multiplicación de electrones sea posible tras un número significativo de impactos, y en

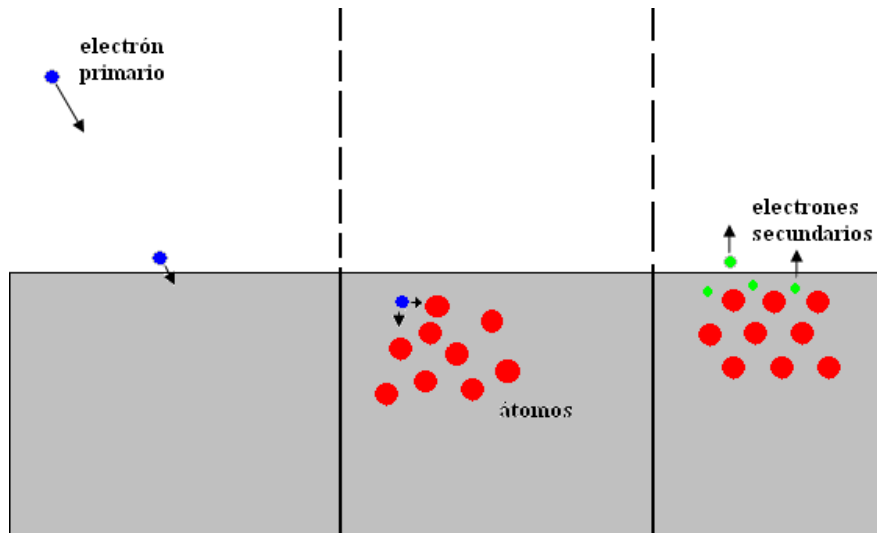


Figura 2.1: Proceso de emisión de electrones.

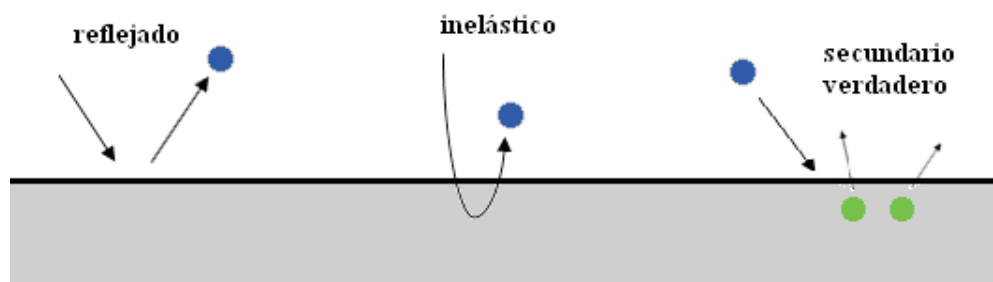


Figura 2.2: Dependiendo de la energía del electrón primario puede presentar diferentes comportamientos al impactar sobre la superficie del material.

consecuencia se produzca la descarga de multipactor, como comentaremos más adelante.

Por tanto, la expresión del coeficiente de emisión secundaria (SEY) se define como,

$$\delta \equiv \frac{\text{número de electrones secundarios emitidos}}{1 \text{ electrón incidente}} \quad (2.1)$$

Las curvas para el coeficiente de emisión secundaria son usualmente identificadas por un valor máximo de dicho coeficiente δ_{max} , y por la energía del electrón primario a la cual se observa dicho valor máximo, W_{max} . Además de estos valores característicos de cada material, también existen otros valores de interés, como son W_1 y W_2 conocidos en la literatura como *first crossover point* y *second crossover point* respectivamente: para estas energías el valor del coeficiente de emisión es $\delta = 1$ y además se cumple $W_1 < W_{max} < W_2$. Así pues, es evidente que la energía del electrón primario debe estar comprendida entre estas dos energías para que exista una mayor cantidad de electrones secundarios emitidos que electrones primarios absorbidos por el material, lo cual es una condición para que la descarga por multipactor sea sostenible. En la figura Fig. 2.3, en base a resultados de [13], [34] para la plata, se muestra la forma típica de la curva del coeficiente de emisión secundaria $\delta(W)$ con las principales características para un valor del ángulo de incidencia fijo ξ .

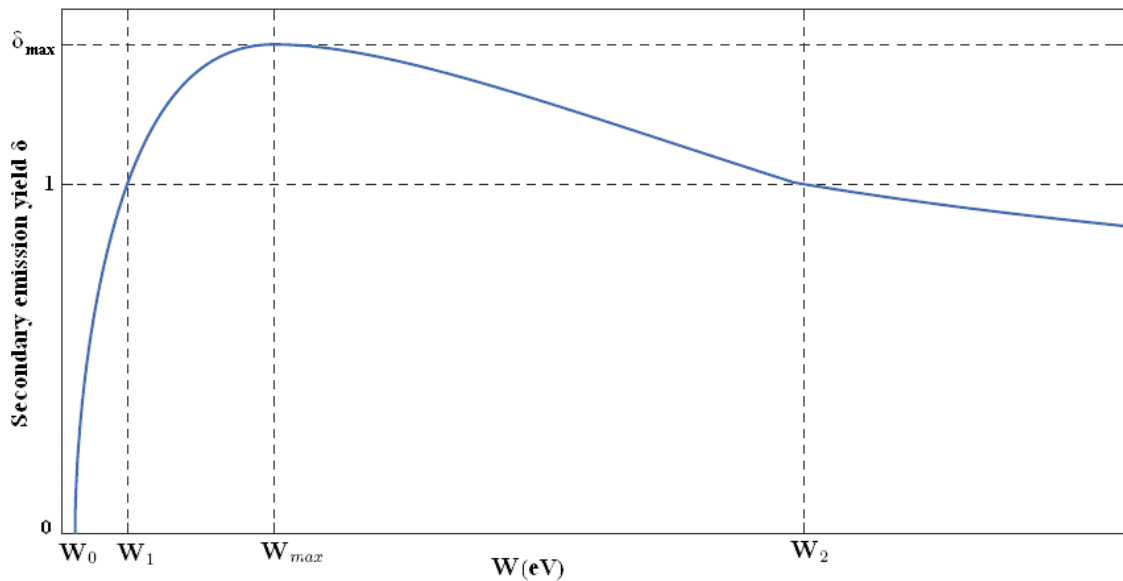


Figura 2.3: Curva típica del SEY para la plata.

Esta forma de la curva para el coeficiente de emisión secundaria es muy similar para la mayoría de los materiales. Así pues, en la literatura científica se han desarrollado diferentes fórmulas teóricas y/o empíricas para poder aproximar una curva *universal* (ver Fig. 2.4) de SEY en términos de los parámetros que se han comentado en el párrafo previo.

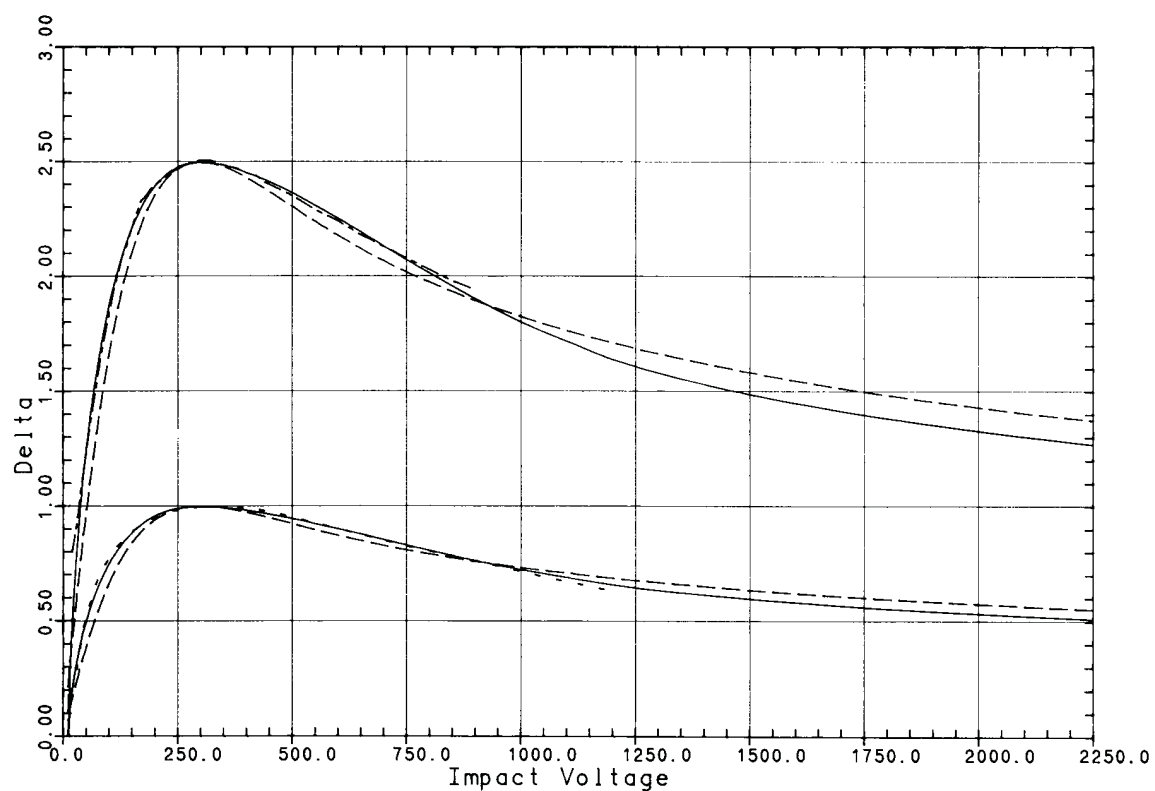


Figura 2.4: Curvas típicas del SEY donde se compara los modelos teóricos de Vaughan [13] y de Lye [29] con valores experimentales de Ritz [35] con óxido de berilio. En ellas se representa el SEY en función de la energía cinética de impacto expresada en eV .

En la presente tesis doctoral se ha empleado el ajuste empírico utilizado por Vaughan [13], [15], por ser la aproximación que resulta más apropiada para programar en términos de simplicidad, y por presentar un mayor acuerdo con los experimentos.

La curva del coeficiente de emisión secundaria, siguiendo el trabajo de Vaughan [13], [15], se puede parametrizar como,

$$\delta_{se} = \delta_{se}(W, \xi) = \begin{cases} 0.5 & \text{si } \gamma < 0 \\ \delta_{se_{max}}(\xi)(\gamma \exp^{1-\gamma})^{\Theta(\gamma)} & \text{si } 0 < \gamma \leq 3.6 \\ \delta_{se_{max}}(\xi) \frac{r}{\gamma^s} & \text{si } 3.6 < \gamma \end{cases} \quad (2.2)$$

donde W es la energía cinética del electrón primario al impactar con la superficie, y ξ es el ángulo (expresado en radianes) que forma la trayectoria del electrón con la normal a la superficie en el punto de impacto. Los parámetros r y s , son parámetros que dependen del valor W_2 del material como veremos más adelante. $\Theta(\gamma)$ es una función que viene dada por la expresión siguiente,

$$\Theta = \Theta(\gamma) = \frac{k_1 + k_2}{2} - \frac{k_1 - k_2}{\pi} \arctan(\pi \ln(\gamma)) \quad (2.3)$$

donde k_1 es una constante cuyo valor es 0.56, y k_2 es otra constante con valor 0.25, con independencia del material utilizado. El parámetro γ se define como,

$$\gamma(W, \xi) = \frac{W - W_0}{W_{max}(\xi) - W_0} \quad (2.4)$$

siendo W_0 una constante que toma el valor de 12.5 eV para cualquier material según el trabajo realizado por Vaughan [13]. Sin embargo, este valor se puede ajustar a cada material; tal y como se explica en el trabajo de Vicente [16] que comentaremos más adelante.

Cuando un electrón primario impacta con un ángulo de incidencia sobre la superficie metálica, en general, es atenuado de la misma forma como un electrón primario con incidencia normal a la superficie, el cual penetra una distancia media en el interior del material. Sin embargo, muchos de los electrones excitados del material, que están inicialmente próximos a la superficie, pueden escapar de él antes de que sean frenados en su camino de escape. Así pues, para un ángulo ξ con respecto a la normal, la profundidad media ha cambiado en un factor $\cos(\xi)$, provocando un incremento de la probabilidad de emisión secundaria.

La conclusión de este efecto descrito anteriormente es que el ángulo de incidencia conlleva un incremento de la probabilidad de emisión, como reflejan los experimentos realizados por Shih y Hot [14] (ver Fig. 2.5), de forma que confirman las fórmulas empíricas de Vaughan. Por lo tanto, los parámetros δ_{max} y W_{max} se ven incrementados con el ángulo de incidencia, mientras que la forma de la curva de la probabilidad de emisión permanece constante.

Los parámetros δ_{max} y W_{max} son funciones del ángulo de impacto ξ , y se calculan por medio de las siguientes expresiones [13]

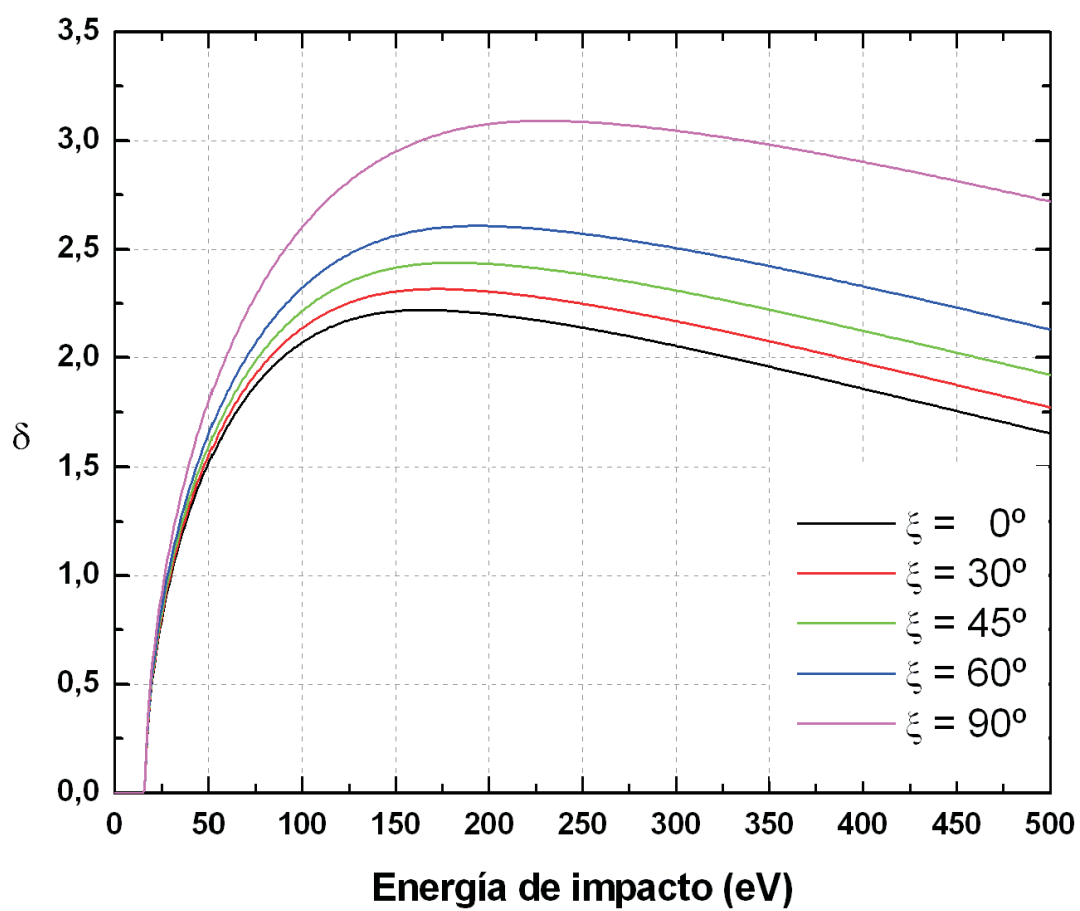


Figura 2.5: Curva típica del SEY para la plata variando el ángulo de impacto.

$$\delta_{max}(\xi) = \delta_{max}(0) \left(1 + \frac{k_s \xi^2}{2\pi}\right) \quad (2.5)$$

$$W_{max}(\xi) = W_{max}(0) \left(1 + \frac{k_w \xi^2}{2\pi}\right) \quad (2.6)$$

donde $\delta_{max}(0)$ es el valor máximo de δ cuando el ángulo de impacto coincide con la normal ($\xi = 0$), $W_{max}(0)$ es el valor de W en el caso de $\delta_{max}(0)$; mientras que k_s y k_w son constantes que dependen de la rugosidad de la superficie del material, típicamente se escoge el valor de $k_s = 1$ y $k_w = 1$, según [15]

Como se observa en la Fig. 2.5, el ángulo de incidencia no solo incrementa el valor de δ_{max} y W_{max} , sino que también implica una disminución del valor W_1 y un aumento del valor W_2 . Por tanto, provoca una ampliación del rango de energías para las cuales $\delta > 1$.

Observamos que γ , en la definición de δ , ha de ser positivo, pues en el caso de que γ tomara valores negativos, el término $(\gamma e^{1-\gamma})^{\Theta(\gamma)}$ sería imaginario por el hecho de que Θ sería un número imaginario. Por ello γ debe ser positivo: $\gamma \geq 0$, lo que significa que,

$$\gamma \geq 0 \Rightarrow \gamma \equiv \frac{W - W_0}{W_{max}(\xi) - W_0} \geq 0 \Rightarrow W \geq W_0 \quad (2.7)$$

ya que $W_{max}(\xi) - W_0 \geq 0$ en un caso práctico.

Si se produjera que $W < W_0$ tomaremos $\delta = 1$, lo cual se corresponde con electrones que inciden con energías muy bajas y que son reflejados elásticamente por el material.

Respecto al valor de la función Θ , conviene saber que en algunos trabajos publicados [29], [32], esta función se aproxima dependiendo del valor de γ , es decir,

$$\Theta = \Theta(\gamma) \cong \begin{cases} k_1 = 0.56 & \text{si } 0 \leq \gamma \leq 1 \\ k_2 = 0.25 & \text{si } 1 < \gamma \end{cases} \quad (2.8)$$

que se corresponde con los valores asintóticos de la curva que se ha propuesto.

Con todo esto vamos a representar la curva típica del SEY para un material; en este caso y a modo de ejemplo tomaremos la plata, cuyos parámetros, que hemos tomado de [28], son $W_{max}(0) = 165 \text{ eV}$, $\delta_{max}(0) = 2.22$, $W_1 = 30 \text{ eV}$; $W_2 = 5000 \text{ eV}$, $W_0 = 12.5 \text{ eV}$. Usando estos valores obtendremos la curva representada en la Fig. 2.6,

En esta curva, el máximo valor del coeficiente es $\delta = 2.22$ que se corresponde con la energía $W = W_{max}(0) = 165 \text{ eV}$, tal y como se han tomado los datos. Sin embargo, el valor al que se alcanza el *first crossover*, es decir, $\delta = 1$ su energía es de $W_1 = 26.83 \text{ eV}$, en lugar del valor establecido de $W_1 = 30 \text{ eV}$. La razón de esta discrepancia se encuentra en el valor asignado por Vaughan para el parámetro de W_0 . Para corregir esta discrepancia deberemos

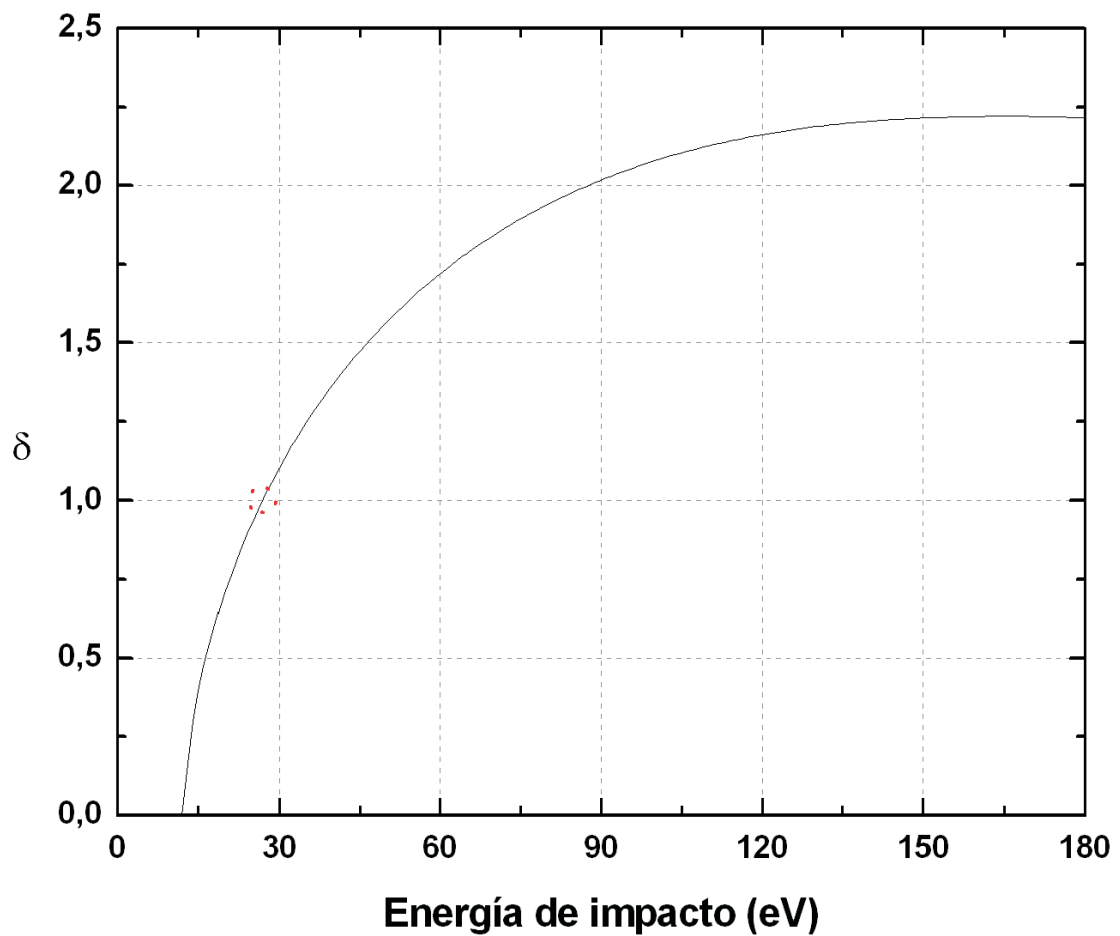


Figura 2.6: Gráfica típica del SEY para el caso de la plata. En ella se observa como la energía del *first crossover* no se corresponde con el valor típico (representado por el círculo rojo)

ajustar el valor de W_0 adecuado al material [16].

Para realizar este ajuste, vamos a suponer que $W = W_1$, de forma que $\delta(W_1, 0) = 1$ y por tanto se hace necesario resolver la siguiente ecuación:

$$\delta_{max}(0)(\gamma \exp(1 - \gamma))^\Theta = 2.22(\gamma \exp(1 - \gamma))^\Theta = 1 \quad (2.9)$$

de esta forma encontraríamos un valor que denominaremos como γ_0 ; a partir de aquí se deberá resolver la ecuación,

$$\gamma_0 = \frac{W_1 - W_0}{W_{max}(0) - W_0} \quad (2.10)$$

que nos permitirá calcular el valor adecuado de W_0 . En el caso que estamos aquí estudiando para la plata, $W_0 = 16 \text{ eV}$. Ahora volvemos a representar en la Fig. 2.7 la gráfica anterior pero con el valor corregido de W_0 .

De esta forma tendremos perfectamente ajustada la curva para el caso $0 \leq \gamma \leq 3.6$. Sin embargo, al representar la curva del SEY para la plata en un rango más amplio de energía, nos encontramos con una discontinuidad en la zona en que $\gamma \approx 3.6$ (ver Fig.2.8). Además, en el *second crossover* $W = W_2$, el coeficiente δ se aleja mucho del valor esperado para este caso, incluso a pesar de introducir como valor de $W_0 = 12.5 \text{ eV}$ el valor del coeficiente δ difiere de 1 en $W = W_2$.

Por esta razón se propone una expresión diferente para la zona de $\gamma > 3.6$ que es,

$$\delta = \delta(W, \xi) = \delta_{max}(\xi) \frac{r}{\gamma^s}, \gamma > 3.6 \quad (2.11)$$

siendo r y s valores constantes. Para calcular estas constantes, es necesario ajustar la curva del SEY en dos puntos:

1. En el punto $\gamma = 3.6$, la función δ debe ser continua. Por lo tanto deberá cumplirse que $r = k_v 3.6^s$
2. En el punto $W = W_2$, $\delta(W_2, \xi = 0) = 1$ de forma que, $\delta_{max}(0) \frac{r}{\gamma_2^s} = 1$

Así pues, combinando estas dos últimas expresiones, se tiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que tras manipularlas de forma algebraica obtendremos,

$$s = \frac{\ln(k_v \delta_{max}(0))}{\ln\left(\frac{\gamma_2}{3.6}\right)}, r = k_v 3.6^s \quad (2.12)$$

donde k_v es una constante de valor $k_v = 0.6967$.

Con estos valores calculados, la curva típica del SEY queda completamente ajustada a los parámetros fundamentales, tal y como se muestra la figura Fig.2.9.

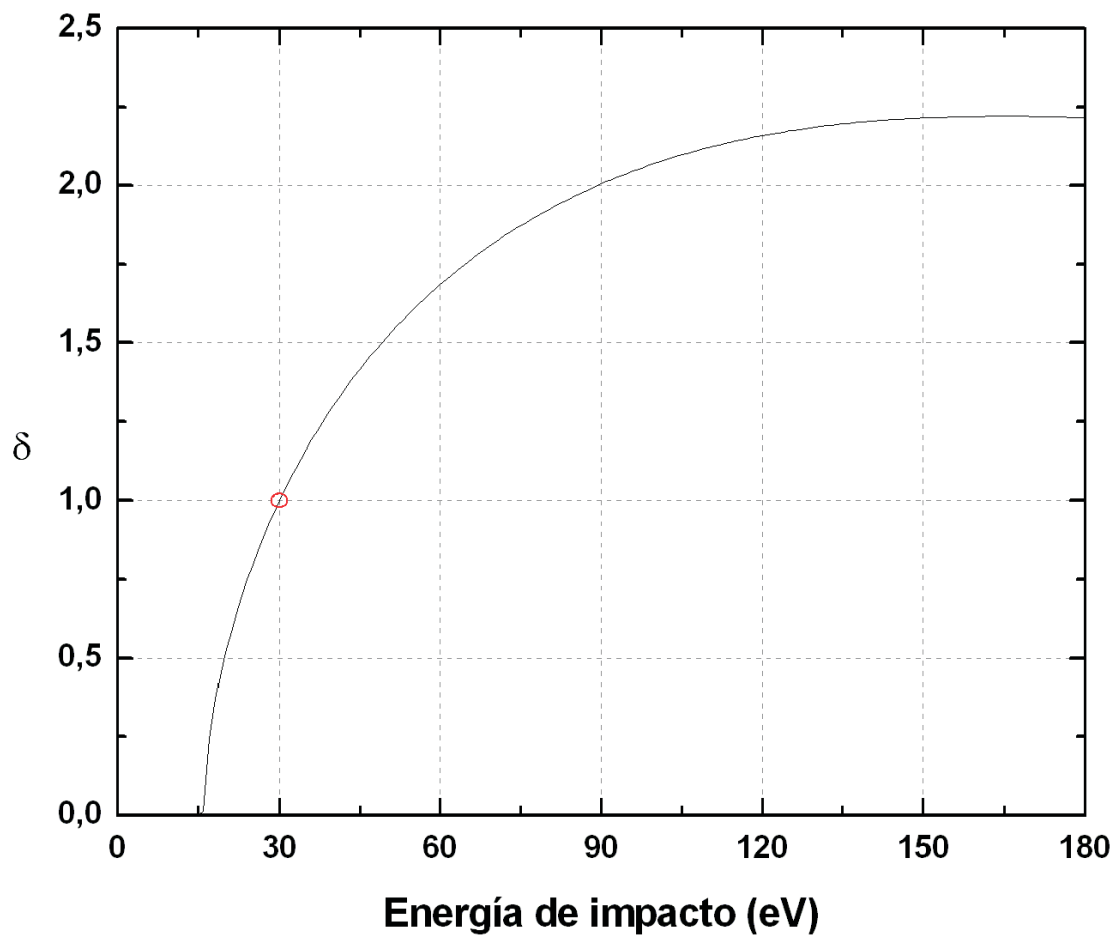


Figura 2.7: Gráfica típica del SEY para el caso de la plata donde ahora el *first crossover* (círculo rojo) si corresponde con el valor típico, pero con $W_0 = 15.99 \text{ eV}$.

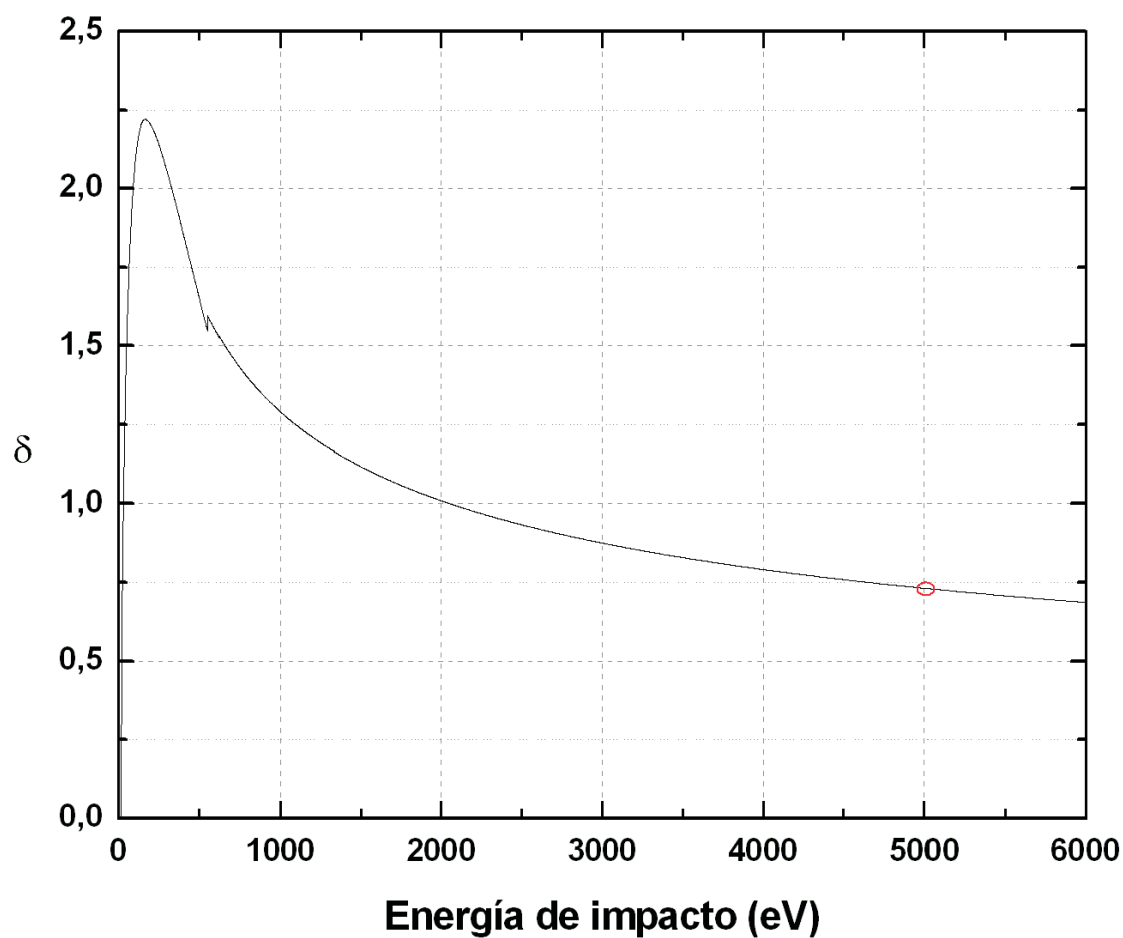


Figura 2.8: Gráfica típica del SEY para el caso de la plata con la discontinuidad cuando $\gamma \approx 3.6$. Se observa como el *second crossover* no se corresponde con el valor esperado (circulo rojo)

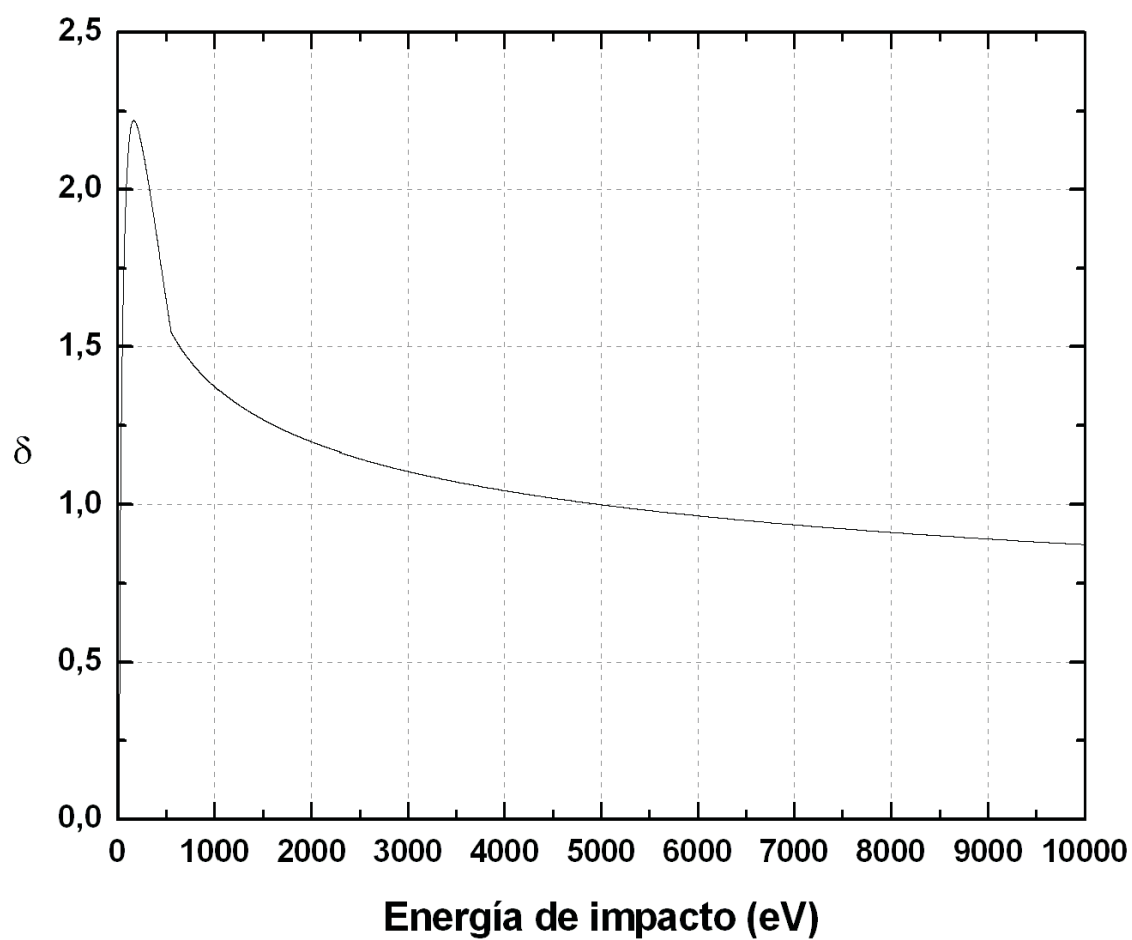


Figura 2.9: Gráfica típica del SEY para el caso de la plata perfectamente ajustada. Ahora si se ve que el *second crossover* si corresponde con el valor esperado.

En la Fig. 2.10 observamos mejor las correcciones, y como queda la curva típica del SEY tanto para bajas energías como para altas energías.

A modo de resumen, destacaremos los principales pasos para calcular el coeficiente de emisión secundaria de un material:

1. Los datos de cada material (para incidencia normal $\xi=0$) que son $W_1, W_2, W_{max}(0), \delta_{max}(0)$, $k_s = 1, k_w = 1$
2. Calcular el valor de W_0 , resolviendo la ecuación;

$$\delta_{max}(0)(\gamma_0 e^{(1-\gamma_0)})^{\Theta(\gamma_0)} \Rightarrow W_0 = \frac{W_1 - \gamma_0 W_{max}(0)}{1 - \gamma_0} \quad (2.13)$$

donde

$$\Theta(\gamma) = \frac{k_1+k_2}{2} - \frac{k_1-k_2}{\pi} \arctan(\pi \ln(\gamma)), \quad k_1 = 0.56, \quad k_2 = 0.25, \quad \gamma = \frac{W-W_0}{W_{max}(0)-W_0}$$

3. Calcular el valor de γ_2 ;

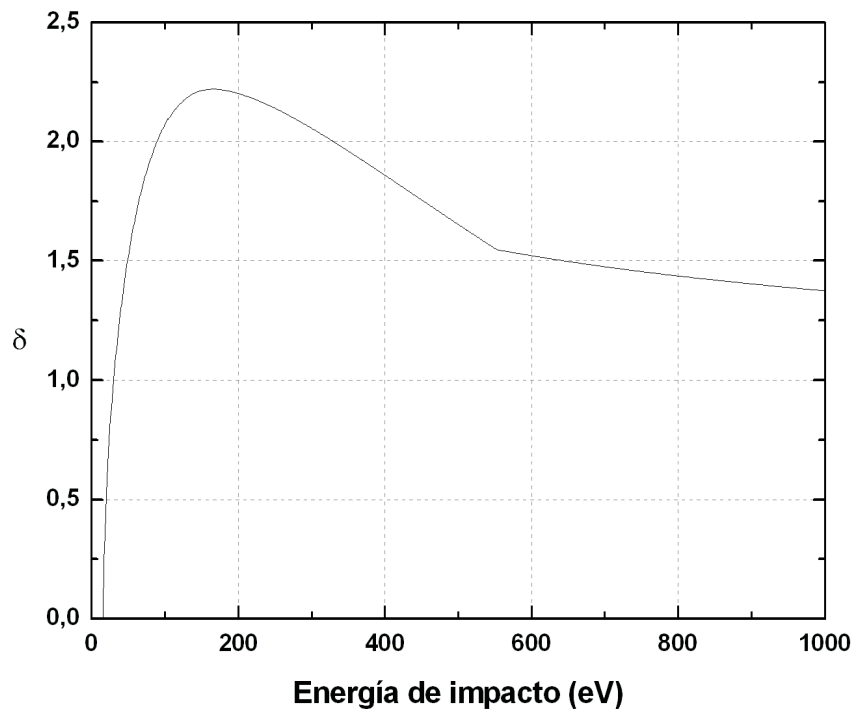
$$\gamma = \frac{W_2 - W_0}{W_{max}(0) - W_0} \quad (2.14)$$

4. Calcular la constante s ;

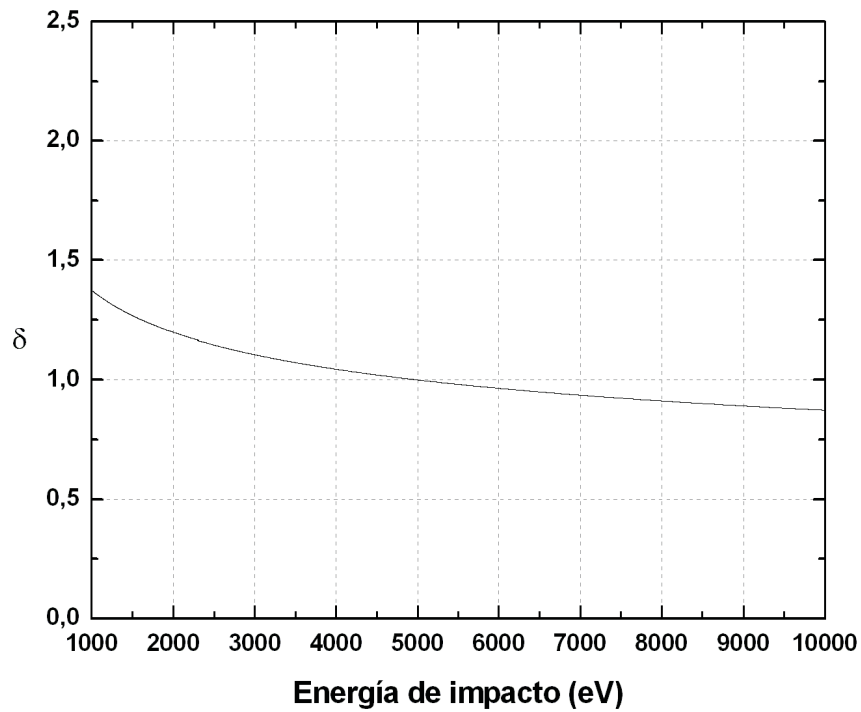
$$s = \frac{\ln(k_v \delta_{max}(0))}{\ln\left(\frac{\gamma_2}{3.6}\right)} \quad (2.15)$$

5. Calcular la constante r ;

$$r = k_v 3.6^s \quad (2.16)$$



(a) Bajas energías de impacto.



(b) Altas energías de impacto.

Figura 2.10: Representación gráfica de la curva del SEY para la plata.

Capítulo 3

Multipactor en un Condensador de Placas Plano-Paralelas: Modelos teóricos

3.1. Descripción del fenómeno

El efecto multipactor puede existir en guías y cavidades de radio frecuencia (RF). El modelo más sencillo se basa en la existencia de una descarga de multipactor en un condensador de placas plano-paralelas excitado por una fuente armónica de RF.

Para que se produzca una descarga necesitamos que exista un campo electromagnético de RF suficientemente intenso, condiciones de ultra-alto vacío, y electrones libres.

La descarga de multipactor se basa en la sincronización de los electrones libres con el campo eléctrico de RF, que los hace oscilar entre las paredes del condensador. Además de esta condición de sincronismo o resonancia, es necesario que los electrones impacten con una energía cinética suficientemente grande como para poder arrancar electrones del metal por el fenómeno físico llamado emisión secundaria de electrones, descrito en el capítulo 2.

Si las condiciones de sincronización se repiten durante un número de períodos de la señal de RF y en cada impacto se generan nuevos electrones secundarios, este fenómeno provocará un crecimiento exponencial de la población de electrones libres en el interior de la estructura que dará lugar a una avalancha de electrones (ver Fig. 3.1), lo que se denomina en la literatura científica efecto multipactor.

3.2. Movimiento de un electrón en un campo de RF uniforme

Para describir el efecto multipactor en un condensador de placas plano-paralelas, plantearemos unas hipótesis iniciales que nos permitirán encontrar las ecuaciones del movimiento de una forma sencilla, como desarrollaremos en este apartado.

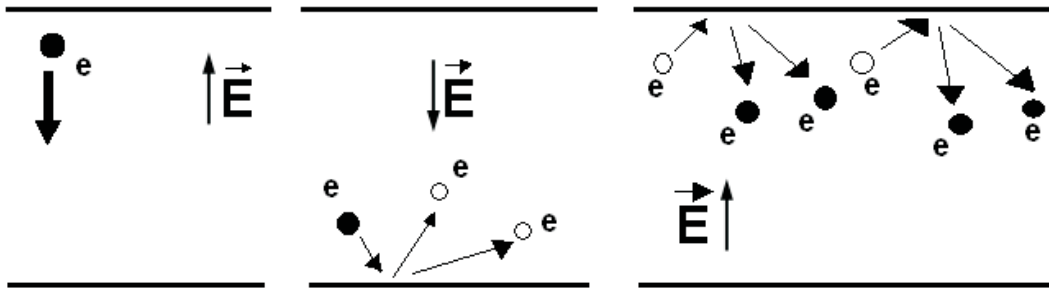


Figura 3.1: Efecto multipactor.

En primer lugar, utilizaremos un modelo que permitirá realizar un análisis del movimiento en una dimensión. Por ello, supondremos un condensador formado por dos placas plano-paralelas de longitud infinita (esto nos permitirá no tener en consideración las singularidades de los campos en los bordes, y poder asumir un campo uniforme entre las placas donde se producirá el movimiento de los electrones libres). Además asumiremos que existe un alto nivel de vacío en la región entre las placas conductoras.

La distancia de separación entre placas la denominaremos d . A las placas conductoras se les aplicará una diferencia de potencial de RF, que será suministrada por un generador de tensión variable en el tiempo $V_{RF}(t) = V_0 \cos(\omega t)$, con una frecuencia dada por el generador $f = \omega/(2\pi)$ donde ω es la frecuencia angular, V_0 es la amplitud de la tensión, y t es el tiempo. Esta excitación generará un campo eléctrico uniforme espacial entre las placas, $\vec{E}_{RF} = E_{RF}\hat{x}$. El sistema descrito lo representamos en la Fig.3.2.

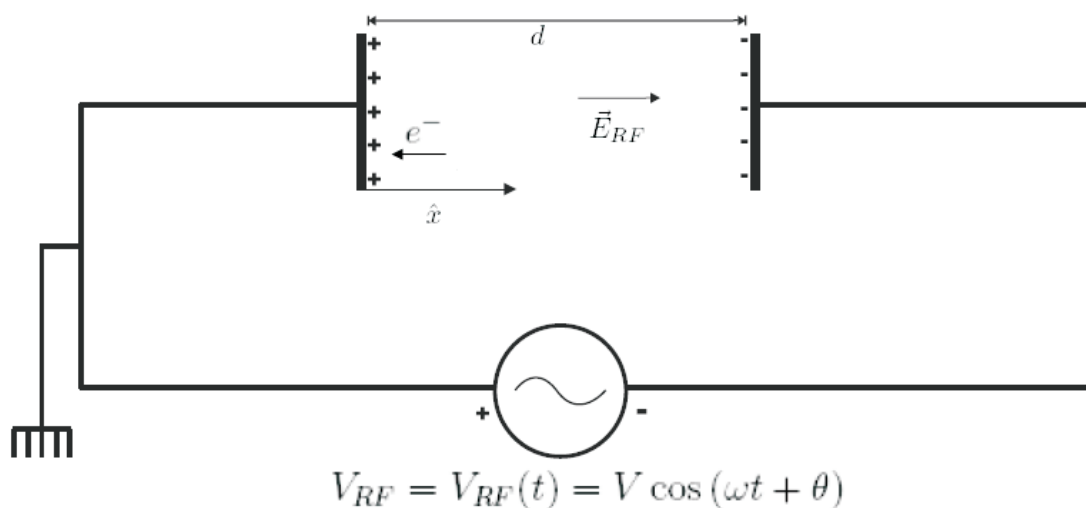


Figura 3.2: Condensador de placas plano-paralelas con campo \vec{E}_{RF} .

3.2.1. Ecuaciones del movimiento

Para el sistema considerado en la Fig. 3.2, el campo eléctrico tiene la siguiente expresión,

$$\vec{E}_{RF} = E_{RF} \hat{x} = \frac{V_{RF}}{d} \hat{x} \quad (3.1)$$

La amplitud del campo \vec{E}_{RF} es,

$$E_{RF} = \frac{V_{RF}}{d} = \frac{V_0}{d} \cos(\omega t) \quad (3.2)$$

La forma de obtener las ecuaciones del movimiento del electrón en el interior de un campo electromagnético se realiza con la fuerza de Lorentz; para el caso no relativista, tendremos

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = -e \cdot \vec{E}_{RF} \quad (3.3)$$

donde $-e$ representa la carga del electrón, m es la masa en reposo del electrón, y \vec{a} es el vector aceleración.

Si desarrollamos la expresión (3.3), podremos encontrar la ecuación diferencial que permitirá encontrar las ecuaciones de la posición y velocidad del electrón en cualquier instante de tiempo, obteniendo,

$$m a = -e \frac{V_0}{d} \cos(\omega t)$$

$$\ddot{x} = -\frac{e V_0}{m d} \cos(\omega t) \quad (3.4)$$

donde el punto representa la derivada temporal, y los dos puntos la segunda derivada temporal.

La resolución de la ecuación anterior (3.4), implica que se han de imponer unas condiciones de contorno iniciales, que podemos escribir como,

$$\alpha = \omega t_\alpha \quad (3.5)$$

$$\dot{x}(t_\alpha) = v_0 \quad (3.6)$$

$$x(t_\alpha) = x_0 \quad (3.7)$$

donde α representa la fase inicial del electrón (el instante de tiempo en que el electrón entra a interactuar con el campo eléctrico, t_α); x_0 y v_0 representan la posición inicial y la velocidad inicial del electrón. Integrando (3.4) y aplicando las condiciones iniciales (3.5) a (3.7),

obtendremos la ecuación para la velocidad (3.8) y la ecuación para la trayectoria (3.9) del electrón,

$$v = v_0 + \frac{e V_0}{m \omega d} \sin(\alpha) + \frac{-e V_0}{m \omega d} \sin(\omega t) \quad (3.8)$$

$$x = x_0 + \frac{v_0}{\omega} (\omega t - \alpha) + \frac{e V_0}{m \omega^2 d} (\cos(\omega t) - \cos(\alpha) + (\omega t - \alpha) \sin(\alpha)) \quad (3.9)$$

Con estas dos expresiones, y fijando unos valores de la tensión V_0 , la fase inicial del electrón α , la velocidad inicial del electrón v_0 , la separación entre placas d y la frecuencia del generador f , podremos observar diferentes trayectorias del electrón entre las placas. En las Fig. 3.3 y 3.4 mostramos sendos ejemplos de lo recién comentado, considerando $x_0 = 0$.

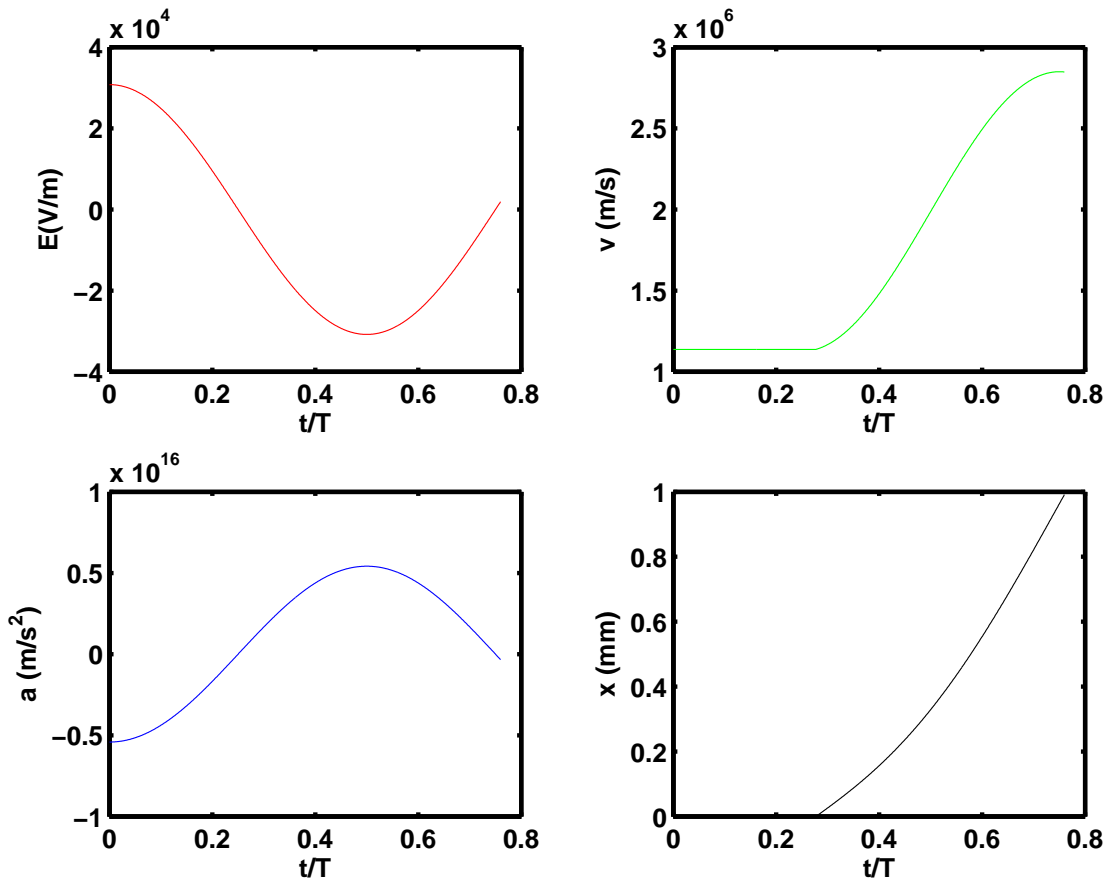


Figura 3.3: Representación del campo eléctrico de RF, aceleración, velocidad y posición en función del tiempo normalizado al período de la señal RF. Los parámetros utilizados son $V_0 = 30.8 V$, $\alpha = 99.8^\circ$, $v_0 = 1137760 m/s$, $d = 1 mm$ y $f = 1 GHz$.

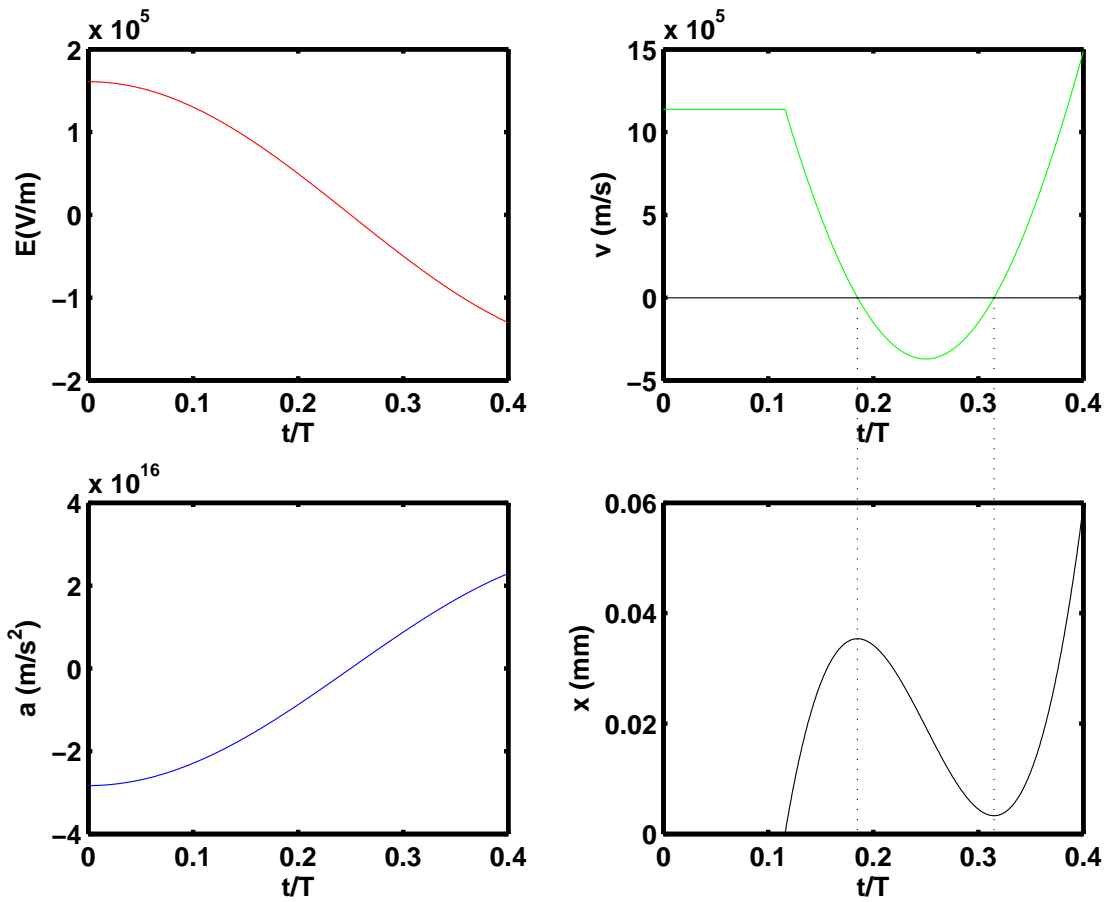


Figura 3.4: Representación del campo eléctrico de RF, aceleración, velocidad y posición en función del tiempo normalizado al período de la señal RF. Los parámetros utilizados son $V_0 = 161$ V, $\alpha = 41.7^\circ$, $v_0 = 1137760$ m/s, $d = 1$ mm y $f = 1$ GHz.

3.2.2. Condición de resonancia

Como se ha descrito en el apartado 3.1, debe existir una condición de resonancia para que los electrones libres sean capaces de generar nuevos electrones al impactar en las dos paredes conductoras del condensador.

Siguiendo los trabajos iniciales de Hatch y Williams [1], así como el trabajo de Vaughan de finales de los años 80 [2], la condición necesaria para que aparezca el efecto multipactor, es que el electrón secundario que se genera tras un impacto alcance la placa conductora opuesta en un semiperíodo de la señal de RF, y en el caso más general múltiplos impares de semiciclos de la señal de RF. De esta forma, el campo eléctrico cambia la polaridad cuando sale el nuevo electrón generado tras el impacto. La forma matemática de expresar esta condición es,

$$\omega t_i = \alpha + N \pi; N = 1, 3, 5, 7, \dots \quad (3.10)$$

donde t_i es el instante de tiempo en que se produce el impacto del electrón sobre la placa, α es la fase inicial en que el electrón empieza a interactuar con el campo electromagnético, y N representa el orden de multipactor. En la figura (Fig. 3.5) se ha simulado la trayectoria de un electrón en el interior de las placas, y se han registrado los instantes de tiempo en que el electrón impacta en ellas. Para observar que se trata de un proceso de multipactor de orden $N = 1$, se ha calculado la diferencia de fase entre impactos y se ha normalizado a π .

Esta condición de resonancia solo es válida para el caso de que el efecto multipactor suceda entre dos superficies, pues como se estudiará más adelante una condición similar es también posible para el caso de multipactor de una única superficie.

Una vez establecida la condición de resonancia (3.10), podemos calcular cual es la tensión de resonancia $\tilde{V}_{(N)}$, es decir, la tensión que debemos aplicar entre las placas para que el electrón esté sincronizado con el campo electromagnético, y alcance la pared conductora opuesta en el instante de tiempo adecuado.

Para ello, en la ecuación de la posición (3.9) haremos que x sea la distancia de separación entre las placas d en el tiempo de impacto dado por (3.10), obteniendo,

$$d = x_0 + \frac{v_0}{\omega} (N \pi) + \frac{e V}{m \omega^2 d} (N \pi \sin(\alpha) - 2 \cos(\alpha)) \quad (3.11)$$

La posición inicial del electrón supondremos que es $x_0 = 0$, y tras una sencilla manipulación algebraica obtenemos la tensión de resonancia $\tilde{V}_{(N)}$ en función de los parámetros característicos del proceso de multipactor como son: el producto de la frecuencia y la separación entre las placas ($f d$), el cual aparece en todas las cartas de susceptibilidad de multipactor, y el orden de multipactor N . Esta expresión quedará como sigue,

$$\tilde{V}_N = \frac{m 2 \pi (f d) (2 \pi (f d) - N \pi v_0)}{e (N \pi \sin(\alpha) - 2 \cos(\alpha))} \quad (3.12)$$

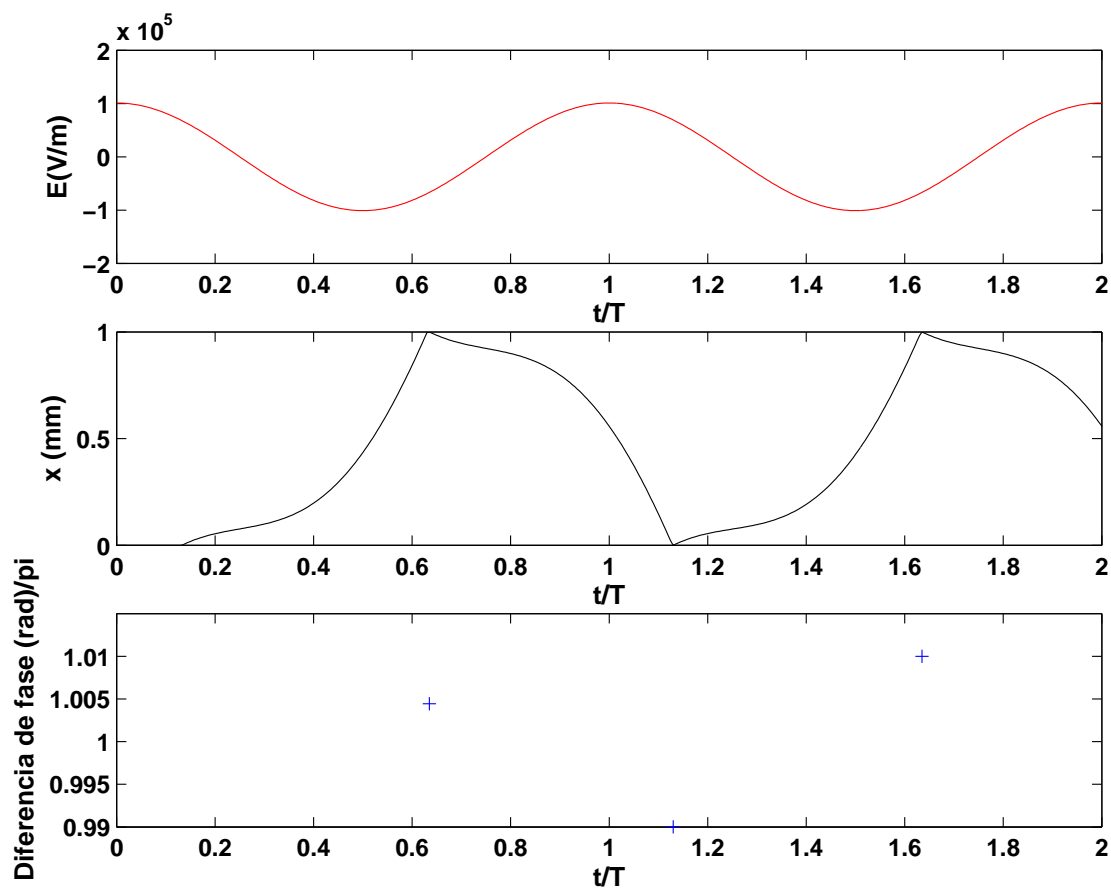


Figura 3.5: Parámetros de la simulación $\alpha = 47.8^\circ$, $V = 101$ V, $v_0 = 1137760$ m/s, $d = 1$ mm, $f = 1$ GHz y $N = 1$.

Al representar gráficamente la expresión (3.12) para diferentes valores del orden de multipactor N , veremos como la tensión de resonancia \tilde{V}_N cambia (Fig. 3.6)

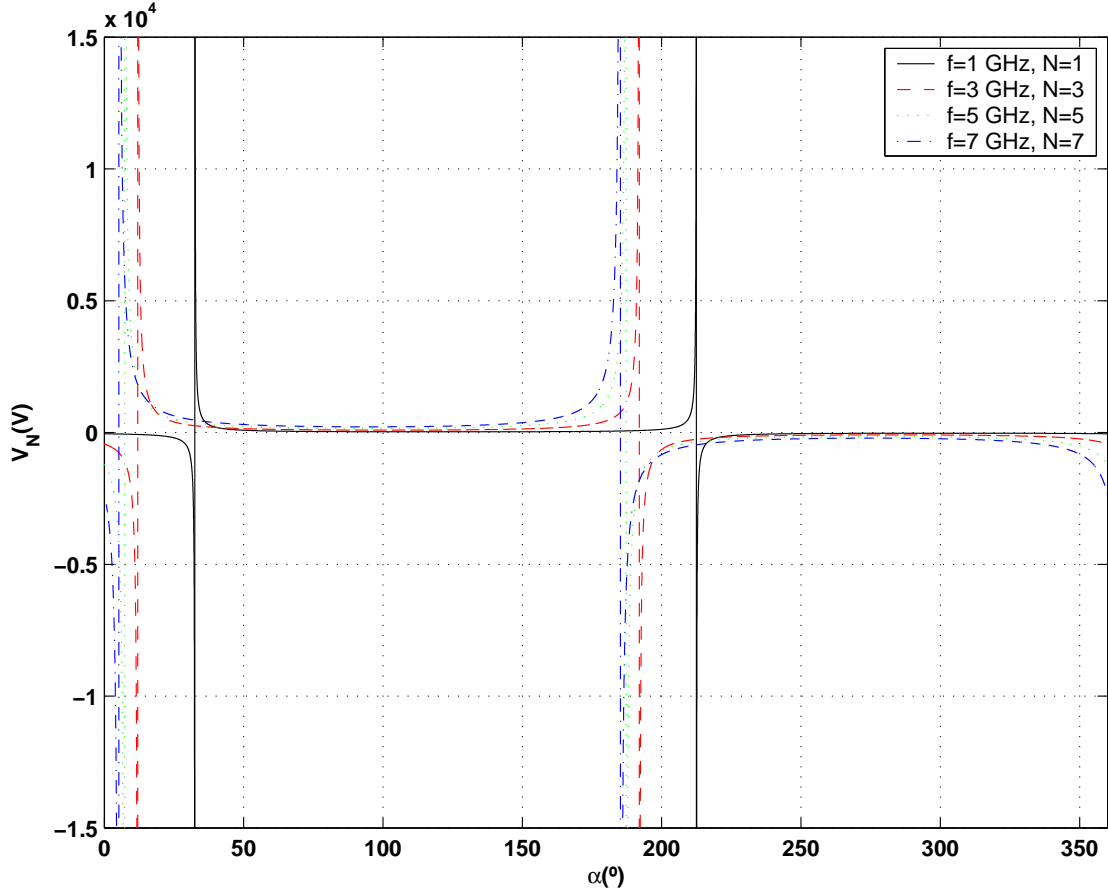


Figura 3.6: Representación gráfica de la tensión de resonancia \tilde{V}_N con $v_0 = 1137760 \text{ m/s}$ y $d = 1 \text{ mm}$.

Como se observa en la figura (Fig.3.6), existe un mínimo en la función, esto significa que existe una tensión mínima para que se cumpla la condición de resonancia en cada valor del orden de multipactor N . Si queremos evaluar esta tensión mínima, es necesario averiguar cual es la fase de resonancia para esta tensión mínima en cada orden de multipactor, $\tilde{\alpha}_N$. Para conseguir el valor mínimo de la tensión, se necesita que el denominador sea máximo en la expresión (3.12). Por tanto, una vez calculados los máximos del denominador, obtendremos la fase de resonancia para cada orden de multipactor, que nos permitirá calcular la mínima tensión de resonancia. Para ello, definimos esta función

$$f_N(\alpha) = N \pi \sin(\alpha) - 2 \cos(\alpha) \quad (3.13)$$

Al calcular la derivada de esta expresión (3.13) e igualarla a cero, se obtienen unos valores de la fase de resonancia, y al comprobar cual de ellas hace que la derivada segunda de (3.13) respecto de α proporcione un valor que sea negativo, encontramos la fase de resonancia que nos dará la mínima tensión para cada orden de multipactor. La expresión obtenida es,

$$\tilde{\alpha}_N = \arccos\left(-\frac{2}{\sqrt{4 + (N\pi)^2}}\right) \quad (3.14)$$

Como se observa en la expresión (3.14), la fase de resonancia no depende de la velocidad inicial del electrón, ni de la frecuencia de la señal de RF, ni de la separación entre placas, ni de la tensión aplicada: solo depende del modo (orden) de multipactor que se desee estudiar. En la Fig. 3.7, observamos la variación de la expresión (3.13) en función del valor de N .

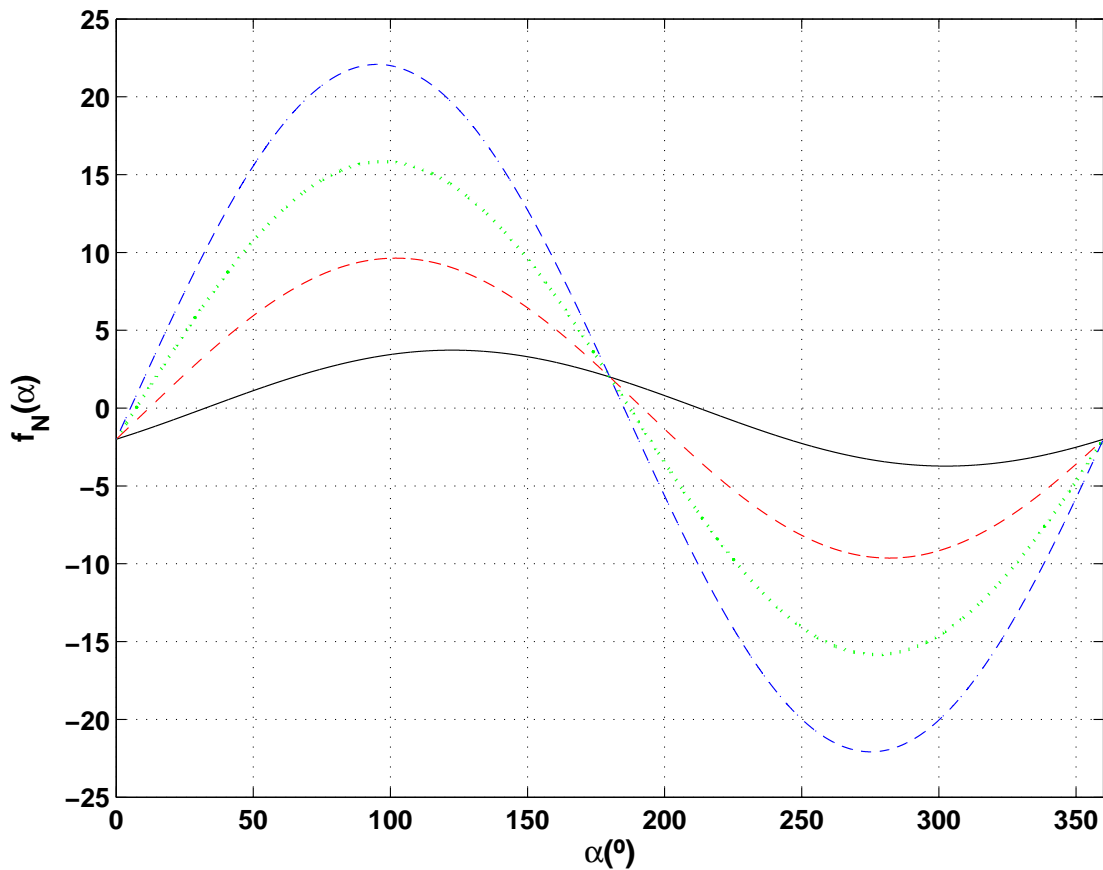


Figura 3.7: Representación de la función $f_N(\alpha)$ según la ecuación (3.13). La línea continua negra representa el $N = 1$, la discontinua roja es $N = 3$, la verde de puntos representa el $N = 5$ y la punto raya azul es para el caso $N = 7$.

3.2.3. Velocidad de impacto en condición de resonancia

Ahora que ya conocemos una condición necesaria para que exista resonancia en el multipactor, procederemos a estudiar el efecto sobre la velocidad de impacto. En la ecuación de la velocidad (3.8) impondremos, además de la condición de resonancia (3.10), la expresión de la tensión de resonancia (3.12). Tras una sencilla manipulación algebraica nos quedará la siguiente expresión:

$$\tilde{v}_i = v_0 + \frac{2 \cdot (2 \pi f d - N \pi v_0)}{N \pi \sin(\tilde{\alpha}_N) - 2 \cos(\tilde{\alpha}_N)} \quad (3.15)$$

Esta expresión nos proporciona la velocidad con la que impactará el electrón tras atravesar el gap entre las placas del condensador. Sin embargo, esta velocidad de impacto en resonancia no nos asegura que el electrón vaya a generar electrones secundarios tras impactar en las paredes conductoras. Para que se generen estos electrones secundarios en el impacto, se necesita imponer una segunda condición. Esta segunda condición tiene relación con el material de las placas, como se vio en el capítulo anterior. Cada material tiene un rango de energías en que la probabilidad de emitir electrones es mayor que 1. Por tanto, hay que calcular el rango de fases de resonancia que permita que la velocidad de impacto \tilde{v}_i sea igual o mayor a la energía del primer *first cross-over* W_1 , y menor o igual a la energía del *second cross-over* W_2 . De esta forma, determinaremos el rango de tensiones resonantes en las que la avalancha de electrones se puede generar.

Es conveniente comentar en este punto que la energía cinética de la partícula y la velocidad están perfectamente relacionadas, a través de la conocida expresión: $W_c = \frac{1}{2} m v^2$; típicamente la energía cinética la expresamos en eV ($1 J = 1.602 \cdot 10^{-19} eV$)

3.2.4. Efecto del *phase-focusing*

Como ya se ha visto con anterioridad, para que se genere la avalancha de electrones es necesario que se cumpla tanto la condición de resonancia (condición necesaria pero no suficiente), como la condición de emisión secundaria de electrones. Ahora bien, para que la avalancha se mantenga en el tiempo se necesita que la resonancia entre los electrones y el campo electromagnético sea estable.

Esta estabilidad de la resonancia implica que el electrón interacciona con un error en la fase de salida con respecto a la fase de resonancia; para ello dicho error ha de ser pequeño, es decir, que en el tránsito de una pared a otra, el electrón es capaz de corregir esta desviación y tiende a converger hacia la fase idónea de resonancia. La forma matemática de expresar este margen de error es,

$$G = \left| \frac{\partial \varphi_i}{\partial \alpha} \right| < 1 \quad (3.16)$$

donde G es el factor de estabilidad, y $\partial\varphi_i$ es la desviación respecto a la fase ideal de resonancia.

El efecto que permite corregir cualquier pequeño error en la fase inicial del electrón es conocido como *phase-focusing*. Esto significa que las fases de los electrones tienden a converger hacia la fase de resonancia ideal, y por tanto a mantener a los electrones juntos. Por el contrario, fuera del rango del *phase-focusing*, el error en la fase del electrón se irá incrementando a medida que el electrón viaje entre las paredes conductoras, y finalmente tras unos pocos trayectos el electrón perderá la resonancia y dejará de generarse la descarga.

Para encontrar el rango de estabilidad en las fases iniciales de los electrones, partimos de las condiciones iniciales de $x_0 = 0$ y $v_0 = 0$, además de $x = d$, por lo que la ecuación de la posición (3.9) quedará como,

$$d = \frac{e V}{m \omega^2 d} (\cos(\varphi_i) - \cos(\alpha) + (\varphi_i - \alpha) \sin(\alpha))$$

donde por simplicidad hemos escrito $\varphi = \omega t$.

Como se busca ver cual es la fase más adecuada, hacemos la derivada respecto de α ,

$$0 = -\sin(\varphi) \frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} + \sin(\alpha) + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} - 1\right) \sin(\alpha) + (\varphi - \alpha) \cos(\alpha)$$

Tras una sencilla manipulación obtendremos,

$$0 = -\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} (\sin(\varphi) - \sin(\alpha)) + (\varphi - \alpha) \cos(\alpha)$$

y al despejar el valor de $\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}$, tendremos;

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} = \frac{(\varphi - \alpha) \cos(\alpha)}{\sin(\varphi) - \sin(\alpha)}$$

Aplicando la condición de resonancia $\varphi = \alpha + \pi N$, se obtiene,

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} = -\frac{\pi N}{2} \cot(\alpha)$$

Por lo tanto:

$$G = \left| \frac{\partial\varphi_i}{\partial\alpha} \right| = \left| -\frac{\pi N}{2} \cot(\alpha) \right| = \frac{\pi N}{2} |\cot(\alpha)| \quad (3.17)$$

Esta condición se debe verificar dentro de las zonas de multipactor en los diagramas de susceptibilidad.

3.3. Cartas de susceptibilidad

Una vez han quedado establecidas las condiciones de resonancia y de velocidad para que el efecto multipactor se produzca, vamos a calcular las cartas de susceptibilidad. Estas cartas son muy útiles en la industria de las telecomunicaciones, pues ayudan a conocer qué regiones son susceptibles para que se produzca una avalancha de electrones. Para ello, usaremos como parámetros para la representación el valor del producto entre la frecuencia de la señal de RF f y la separación entre las paredes conductoras d ($f \times d$), y la tensión de la señal de RF.

La forma de determinar las regiones donde se produce el multipactor consiste en evaluar los contornos de dichas regiones, para lo que es necesario establecer una serie de hipótesis iniciales. Para una solución analítica simple, existen dos aproximaciones muy utilizadas, la primera de ellas es el modelo de velocidad inicial constante ($v_0 = cte$), es decir, la velocidad inicial de los electrones es siempre constante, e independiente de la velocidad de impacto. Esta aproximación se utiliza por Sombrin en [19]. La otra aproximación parte de la idea de la relación entre la velocidad de impacto y la velocidad inicial del electrón es igual a una constante $k = v_{\text{impacto}}/v_0$; este modelo fue utilizado por Hatch y Williams [1]. Ambas aproximaciones serán desarrolladas en los apartados 3.3.3 y 3.3.4, respectivamente.

Además de cumplir con la condición de resonancia, la cual es el resultado obtenido en la expresión (3.10), la tasa de emisión de electrones secundarios, SEY (*secondary electron yield*) debe ser mayor o igual a 1. En todos los materiales, la tasa de emisión de electrones secundarios es una función de la velocidad de impacto y del ángulo de incidencia sobre la superficie del material conductor (ver capítulo 2).

3.3.1. Límite establecido por el *first cross-over*

La energía de impacto, donde la tasa de emisión de electrones secundarios alcanza la unidad, es el denominado *first cross-over point* y se representa por W_1 ; una vez superado este nivel de energía, la tasa de emisión de electrones secundarios continua creciendo hasta un máximo en W_{max} y desde esta energía la tasa de emisión descenderá nuevamente hasta alcanzar un valor en que la tasa de emisión vuelve a ser otra vez 1, esto ocurre en el denominado *second cross-over point* y se representa por W_2 .

Por tanto, para determinar los umbrales de tensión necesitaremos las expresiones de la tensión de resonancia (3.12) y de la velocidad de impacto en condiciones de resonancia (3.15), además de conocer los *cross-over point* del material W_1 y W_2 , o equivalentemente las velocidades de impacto v_1 y v_2 , respectivamente.

Para el caso de W_1 , tenemos que averiguar cual es la fase inicial de resonancia para que la velocidad de impacto resonante del electrón sea v_1 ; para ello bastará con igualar la expresión (3.15) a v_1 recordando que $W_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$. Tras una manipulación algebraica que

nos permite expresar la fase inicial resonante del electrón en función del producto de la frecuencia de la señal de RF por el gap (distancia) entre las placas $f d$:

$$\tilde{\alpha}_1 = \text{arccot}\left(\frac{N \pi (v_1 + v_0) - 2 \pi f d}{2 (v_1 - v_0)}\right) \quad (3.18)$$

De igual forma se procede para obtener la fase inicial resonante para el caso en que la velocidad de impacto v_2 corresponde a W_2 , de forma que $W_2 = \frac{1}{2} m v_2^2$, siendo en este caso:

$$\tilde{\alpha}_2 = \text{arccot}\left(\frac{N \pi (v_2 + v_0) - 2 \pi f d}{2 (v_2 - v_0)}\right) \quad (3.19)$$

Una vez conocidas las fases iniciales resonantes necesarias, que además de cumplir con la condición de resonancia cumplen también con la condición de emisión de electrones secundarios, podemos sustituir estos valores en la expresión (3.12) y conocer las tensiones de resonancia necesarias en cada caso.

Si representamos gráficamente el campo eléctrico, la posición y la diferencia de fase entre impactos sucesivos para distintas situaciones, veremos el comportamiento del electrón entre placas plano-paralelas, como se muestra en la Fig. 3.8

Como se observa en la Fig.3.8(b), la diferencia de fase no es π , por tanto no hay resonancia porque la condición (3.10) es necesaria pero no suficiente. Entonces ¿qué está ocurriendo? Para ello realizamos una ampliación de la gráfica solo a los primeros instantes del movimiento (ver Fig. 3.9).

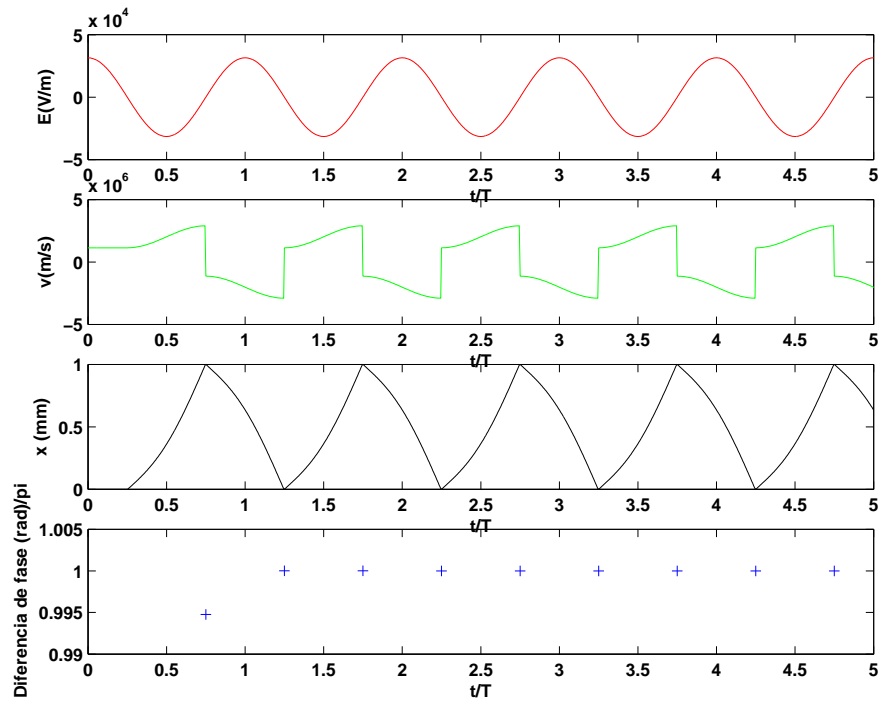
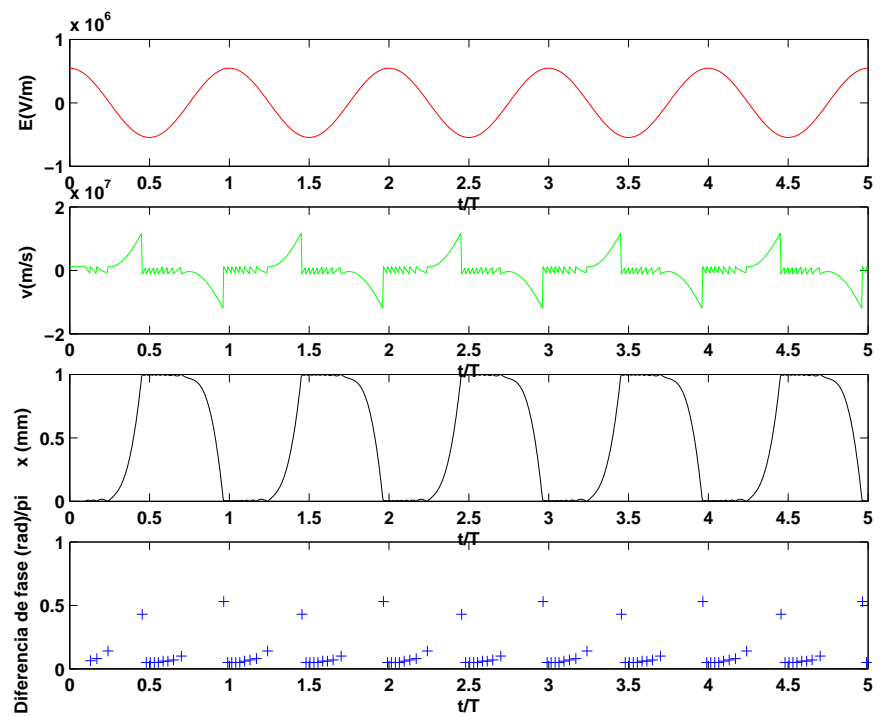
En la Fig. 3.9 de la posición del electrón, se observa que la partícula inicia su movimiento hacia la placa opuesta, pero el campo va en sentido positivo, y por tanto, el electrón es repelido hacia la placa desde donde salió e impacta con velocidad diferente de cero, así una y otra vez hasta que el sentido del campo eléctrico cambia y favorece que el electrón vaya a la placa opuesta.

En consecuencia, para alguna fase inicial de resonancia, los electrones emitidos desde la placa se verán frenados por el campo eléctrico, antes de que el campo eléctrico haya cambiado su sentido, y si la velocidad es baja, serán devueltos hacia la placa desde donde fueron emitidos, y como su energía es muy baja no podrán generar nuevos electrones. Este es el efecto conocido como límite de no retorno.

3.3.2. Límite de no retorno

Para entender mejor el límite de no retorno, realizamos un estudio de las trayectorias del electrón para diferentes fases iniciales que cumpla la condición de resonancia, y sus respectivas tensiones de resonancia para ver que está sucediendo (ver Fig. 3.10).

A medida que la fase inicial de resonancia cambia desde $\tilde{\alpha}_1$ hasta $\tilde{\alpha}_2$, se observa como poco a poco la trayectoria del electrón se curva, es decir, el electrón es repelido por el campo eléctrico hacia la placa desde donde se inició el movimiento, incluso para la fase en que se obtiene una velocidad de impacto, en la cual el electrón primario podrá generar nuevos electrones al llegar a la placa opuesta. Sin embargo, el electrón llega antes a la placa de salida

(a) Representación de la trayectoria para $v_i = v_1$.(b) Representación de la trayectoria para $v_i = v_2$.**Figura 3.8:** Representación del campo eléctrico, la posición y la diferencia de fase.

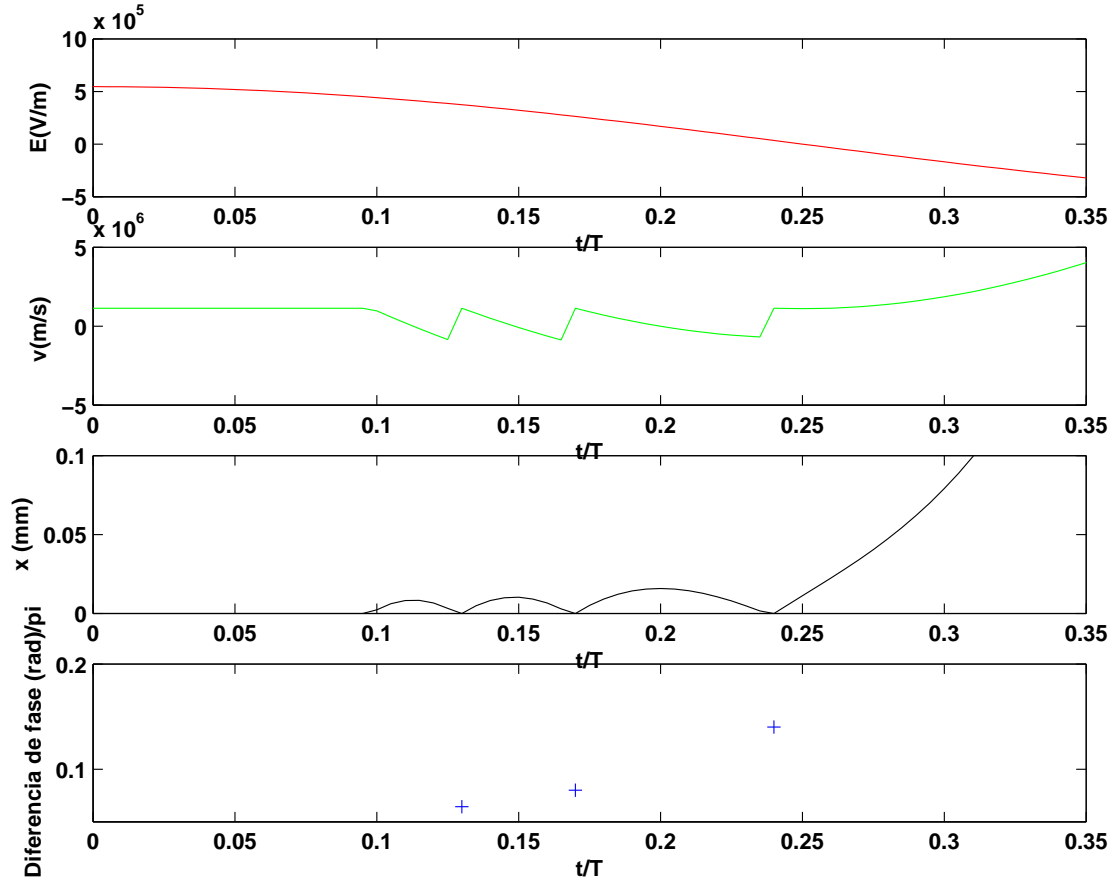


Figura 3.9: Representación de la trayectoria para $v_i = v_2$, pero solo al inicio del movimiento.

impactando con una velocidad diferente de cero.

Así pues, este límite de no retorno indica la fase inicial a partir de la cual el electrón antes de alcanzar la placa opuesta, primero volverá a la placa de salida pero con velocidad de impacto igual a cero. Para calcular este límite de no retorno, se han de imponer las siguientes condiciones,

$$x = 0 \quad (3.20)$$

$$\dot{x} = 0 \quad (3.21)$$

La resolución de este sistema de ecuaciones no es analítico, tal y como describe Vaughan en su trabajo [13]. En este caso la forma de encontrar la solución es por métodos numéricos, o realizando varias aproximaciones como las utilizadas en la referencia [36].

El sistema de ecuaciones a resolver esta formado por las ecuaciones de la posición (3.9) y de la velocidad (3.8). Al introducir la condición de límite de no retorno (3.20), obtenemos un sistema de dos ecuaciones,

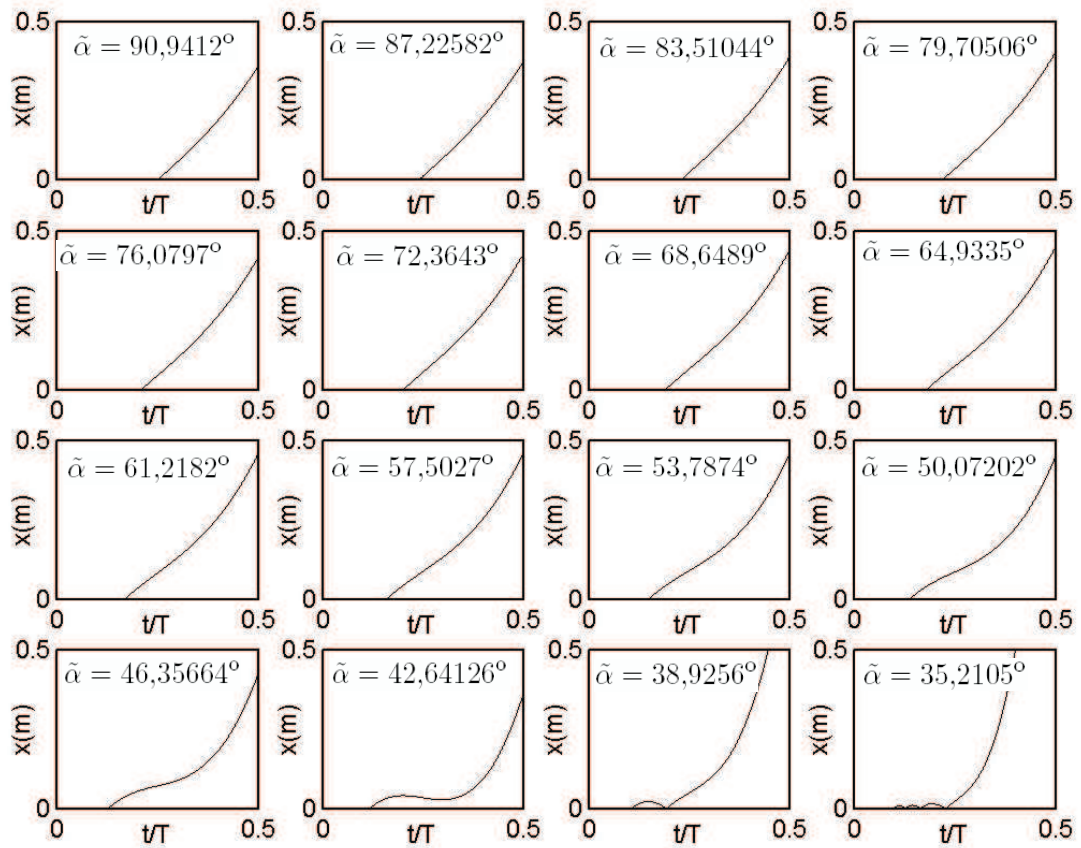


Figura 3.10: Representación de la trayectoria para diferentes fases iniciales que satisfacen la condición de resonancia desde $\tilde{\alpha}_1$ hasta $\tilde{\alpha}_2$.

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{v_0}{\omega}(\omega t_i - \alpha) + \frac{eV}{m\omega^2 d}(\cos(\omega t_i) - \cos(\alpha) + (\omega t_i - \alpha)\sin(\alpha)) \\
0 &= v_0 + \frac{eV}{m\omega d}(\sin(\alpha) - \sin(\omega t_i))
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Después, podemos reescribir este sistema de ecuaciones de forma que nos quede algo más compacto, para ello sustituiremos $\varphi = \omega t_i$ y $V = \tilde{V}_{(N)}(\alpha)$, resultando:

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{v_0}{\omega}(\varphi - \alpha) + \frac{e\tilde{V}_{(N)}}{m\omega^2 d}(\cos(\varphi) - \cos(\alpha) + (\varphi - \alpha)\sin(\alpha)) \\
0 &= v_0 + \frac{e\tilde{V}_{(N)}}{m\omega d}(\sin(\alpha) - \sin(\varphi))
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Así pues, ahora tenemos un sistema de ecuaciones de dos ecuaciones y dos incógnitas (φ, α). Este sistema se puede resolver numéricamente de forma sencilla.

3.3.3. Modelo de Sombrin (velocidad inicial constante)

Este modelo tiene su origen en la hipótesis de que la velocidad inicial de todos los electrones es la misma y mayor que cero, ya sean electrones primarios o electrones secundarios (también llamados electrones verdaderos al generarse tras el impacto de un electrón primario). Por tanto, para determinar los umbrales de tensión, en este modelo, necesitaremos las expresiones de la tensión de resonancia (3.12) y de la velocidad de impacto en condiciones de resonancia (3.15), además de conocer los *cross-over point* característicos del material W_1 y W_2 , o sus velocidades equivalentes respectivamente v_1 y v_2 .

En el caso de W_1 , tenemos que averiguar cuál es la fase inicial para que la velocidad de impacto del electrón sea v_1 , es decir, que el electrón tenga la energía mínima para que al impactar con la pared conductora del dispositivo la probabilidad de obtener un electrón secundario verdadero sea 1. Para ello, bastará con igualar la expresión (3.15) a v_1 , de esta manera la fase inicial del electrón vendrá dada según (3.24). De la misma forma, se procede para obtener la fase inicial en el caso de la velocidad de impacto v_2 , siendo esta fase obtenida según (3.25).

$$\tilde{\alpha}_1 = \operatorname{arccot}\left(\frac{N \pi (v_1 + v_0) - 4 \pi f d}{2 (v_1 - v_0)}\right) \tag{3.24}$$

$$\tilde{\alpha}_2 = \operatorname{arccot}\left(\frac{N \pi (v_2 + v_0) - 4 \pi f d}{2 (v_2 - v_0)}\right) \tag{3.25}$$

Una vez conocidas las fases iniciales necesarias, que además de cumplir con la condición de resonancia, cumplen también la condición de emisión de electrones secundarios, podemos

sustituir estos valores en la expresión (3.12), y conocer las tensiones de resonancia necesarias en cada caso.

En las cartas de susceptibilidad existe un límite inferior, es decir, una tensión mínima a partir de la cual el efecto multipactor puede existir. Para calcular el límite inferior hay que calcular la tensión en que el electrón impacta con energía igual a W_1 , pero también es posible que llegue con energías comprendidas entre W_1 y W_2 . Así pues hay que estudiar en función del producto $f \times d$ cual es la tensión mínima para que se produzca el efecto multipactor. La envolvente nos dará el límite inferior de las cartas de susceptibilidad (ver Fig. 3.11)

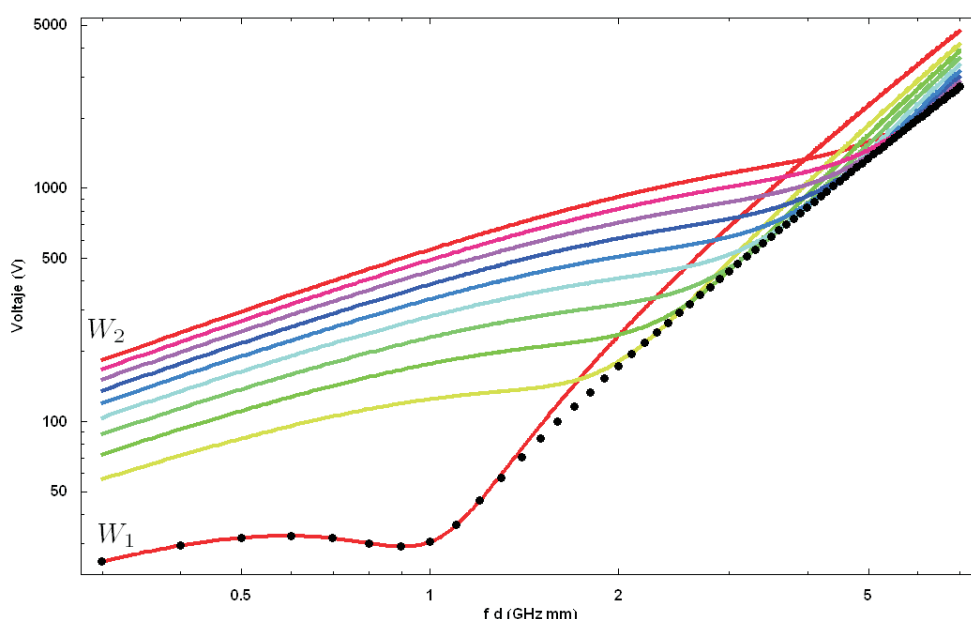


Figura 3.11: Representación gráfica de las tensiones de resonancia para cada valor de la energía de impacto (cada línea de color representa un valor de la energía de impacto W comprendido entre W_1 (línea de color rojo más bajo) y W_2 (línea de color rojo más alto) y la envolvente (representada con puntos).

En el caso del límite de no retorno, solo hay que resolver el sistema de ecuaciones (3.23) para cada valor del producto de la frecuencia por el gap (distancia entre placas conductoras) $f \times d$.

Una vez explicado el modelo de la velocidad inicial constante $v_0 = cte$, utilizado en los trabajos de Sombrin [19], este modelo fue usado como forma de calcular las diferentes fronteras o límites de la carta de susceptibilidad. A continuación, empleando dicho modelo, presentamos la gráfica para diferentes ordenes de multipactor en la Fig. 3.12, Fig. 3.13 y Fig. 3.14

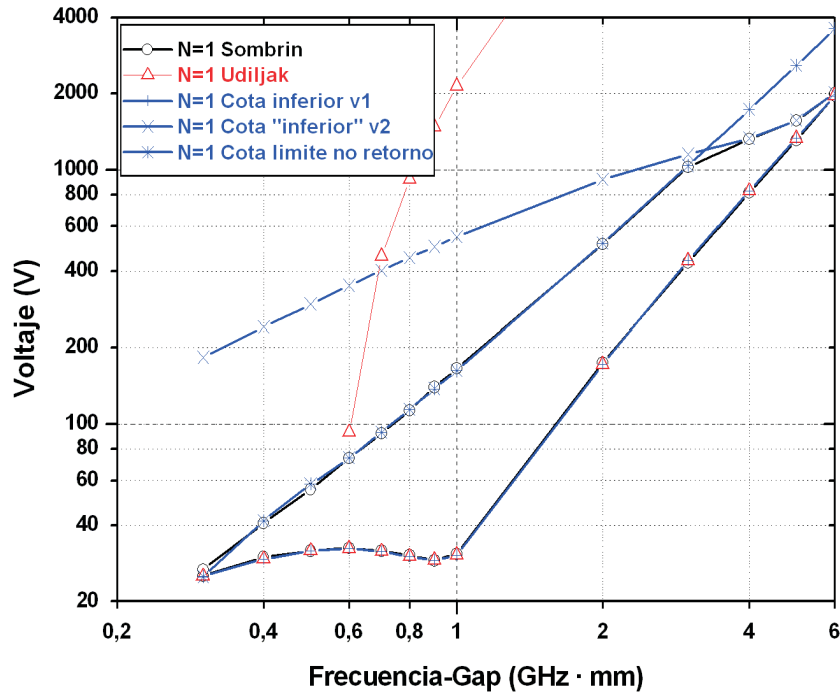


Figura 3.12: Representación gráfica de la carta de susceptibilidad para $N = 1$.

3.3.4. Modelo Hatch y Williams (k constante)

Este modelo fue desarrollado por Hatch & Williams [1], [9]. El modelo se basa en suponer que el cociente entre las velocidades de impacto v_i y las velocidades iniciales v_0 es una constante k .

No existen razones físicas para dicha hipótesis, sin embargo en los experimentos realizados por Woode y Petit [26], se demostró que era el modelo que mejor se ajustaba a las medidas experimentales.

En este caso, para obtener las ecuaciones analíticas que nos permitan conocer las fases iniciales de resonancia y por ello las tensiones de resonancia, debemos resolver la ecuación diferencial del movimiento (3.4) con las condiciones iniciales ya conocidas (3.5), y aplicar la condición de resonancia (3.10). Con todo esto obtenemos que la tensión de resonancia es,

$$\tilde{V}_N = \frac{m\omega^2 d^2}{e\left(\left(\frac{k+1}{k-1}\right) N\pi \sin(\alpha) - 2 \cos(\alpha)\right)} \quad (3.26)$$

Así pues, la velocidad de impacto en condición de resonancia será,

$$v_i = \left(\frac{k}{k-1}\right) \frac{e\tilde{V}2 \sin \alpha}{m\omega d} \quad (3.27)$$

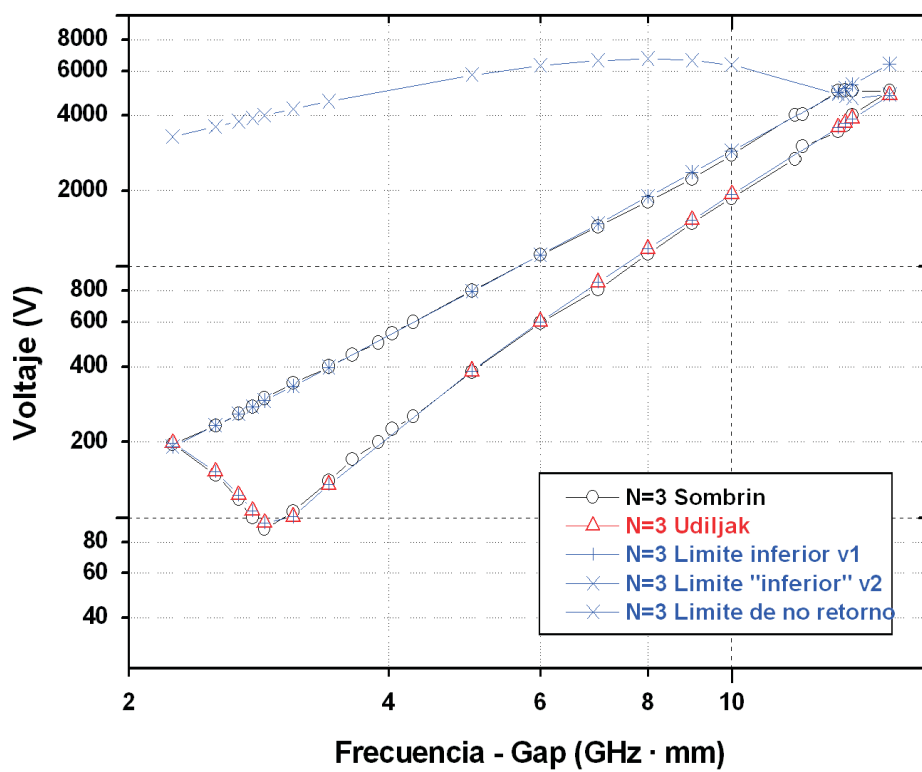


Figura 3.13: Representación gráfica de la carta de susceptibilidad para $N = 3$.

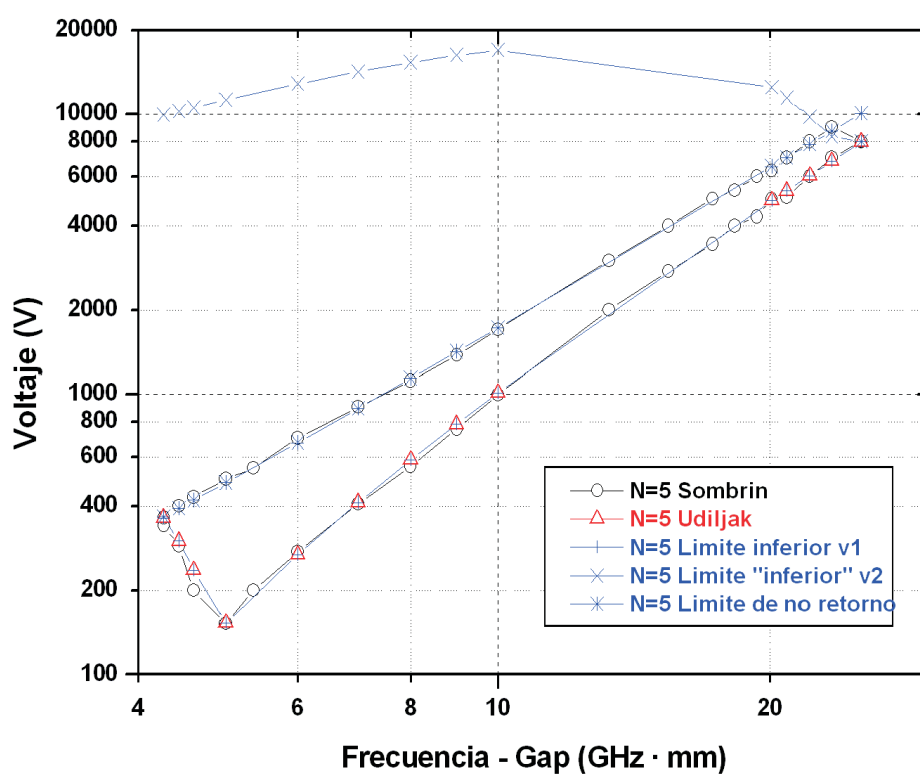


Figura 3.14: Representación gráfica de la carta de susceptibilidad para $N = 5$.

Por último, las fases iniciales a las que el electrón impactará con la energía W_1 y W_2 respectivamente, son:

$$\tilde{\alpha}_i = \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{k-1}\left((k+1)\frac{N\pi}{2} - \frac{k\omega d}{v_i}\right)\right); i = 1, 2 \quad (3.28)$$

Una vez conocidas las fases iniciales necesarias, que además de cumplir con la condición de resonancia, cumplen también la condición de emisión de electrones secundarios, podemos sustituir estos valores en la expresión (3.12) y conocer las tensiones de resonancia necesarias en cada caso.

En las cartas de susceptibilidad existe un límite inferior, es decir, una tensión mínima a partir de la cual el efecto multipactor puede existir. Para calcular el límite inferior, vamos a repetir el proceso desarrollado en el apartado anterior (3.3.3) para calcular dicho límite. La envolvente nos dará el límite inferior de las cartas de susceptibilidad (ver Fig. 3.15)

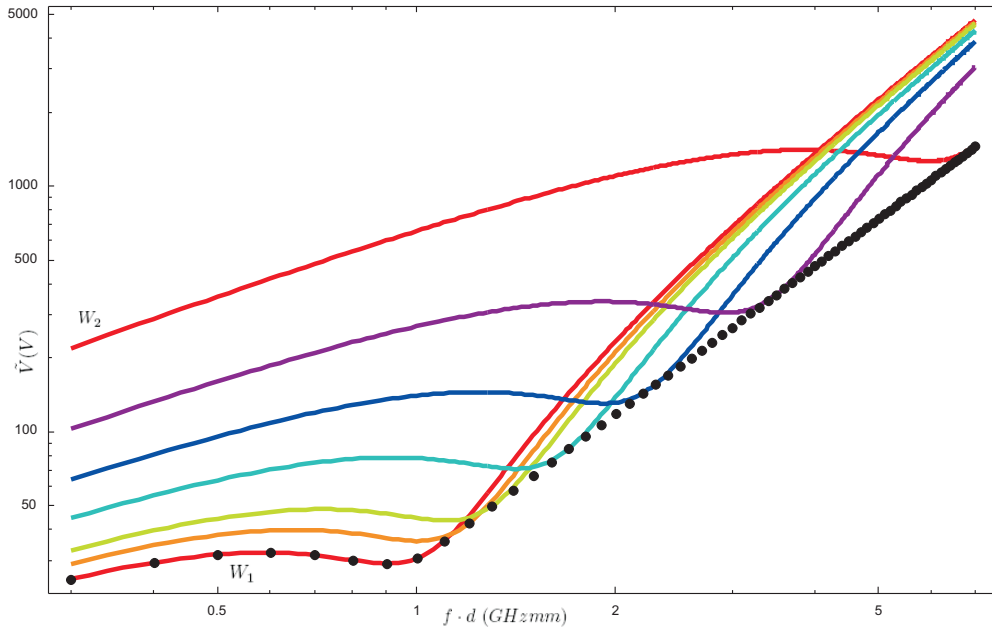


Figura 3.15: Representación gráfica de las tensiones de resonancia para cada valor de la energía de impacto (cada línea de color) comprendido entre W_1 (línea de color rojo más bajo) y W_2 (línea de color rojo más alto) y la envolvente (representada con puntos).

En el caso del límite de no retorno, solo hay que resolver el sistema de ecuaciones (3.23) para cada valor del producto de la frecuencia por el gap $f \times d$.

Ahora que ya hemos visto como calcular los diferentes contornos de las regiones donde el fenómeno del multipactor puede existir, presentamos la representación gráfica para diferentes ordenes de multipactor en Fig. 3.16 y Fig. 3.17

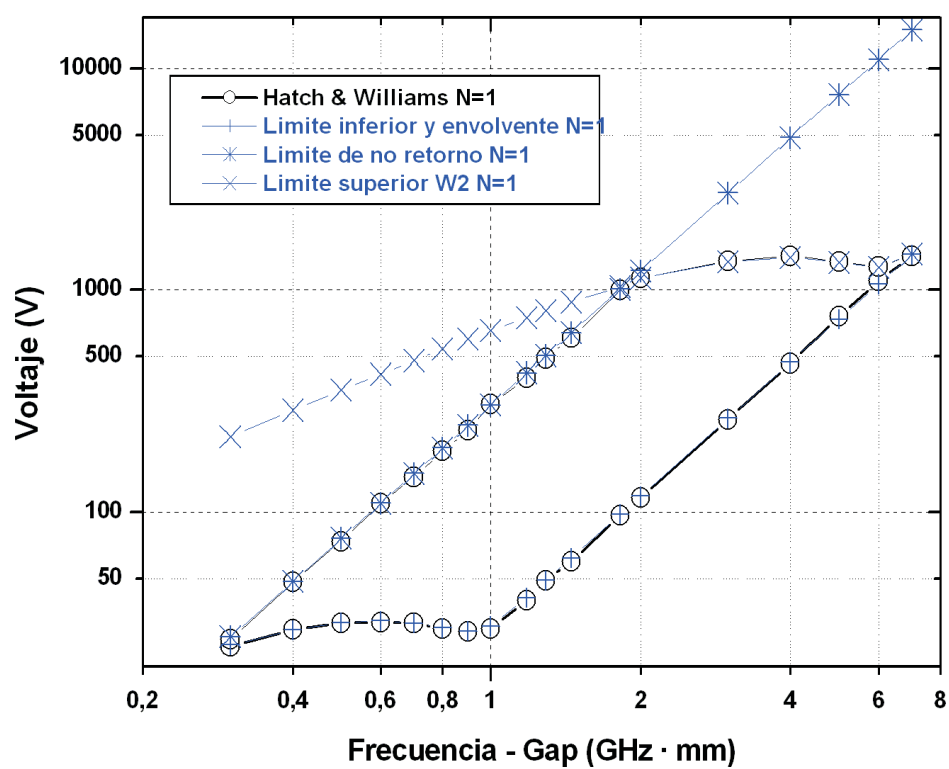


Figura 3.16: Representación gráfica de la carta de susceptibilidad para $N = 1$.

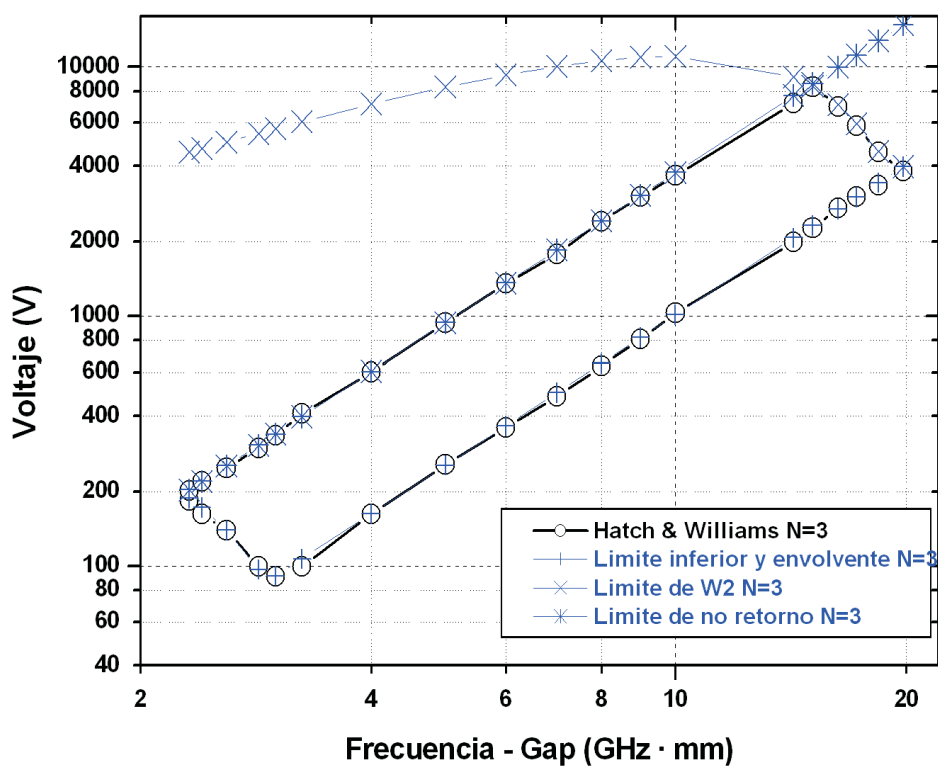


Figura 3.17: Representación gráfica de la carta de susceptibilidad para $N = 3$.

Capítulo 4

Efecto Multipactor en Guías Coaxiales

4.1. Introducción

En los últimos cincuenta años, el estudio del fenómeno de multipactor ha sido analizado debido a sus efectos no deseados en los componentes de microondas que operan en condiciones de ultra-alto vacío. Se han realizado diversas publicaciones en que se consideraba el fenómeno de multipactor en dispositivos de microondas con estructuras simplificadas, donde el estudio analítico era posible, como los trabajos realizados por Hatch y Williams [1], [9] o por Sombrin [19] con estructuras de placas plano-paralelas (ver capítulo 3). En cambio, para otro tipo de geometrías, no es tan sencillo realizar un estudio analítico del fenómeno.

La geometría coaxial es de particular interés no solo por su aplicación en los sistemas de telecomunicaciones espaciales, sino también por su aplicación en sistemas de aceleradores de partículas. Sin embargo, a la hora de realizar un estudio analítico como el acometido por Hatch y Williams [1] para las placas plano-paralelas, no es posible encontrar una solución analítica (incluso para el caso no relativista) debido a la ecuación que gobierna el movimiento del electrón en la geometría coaxial. Se trata por tanto de resolver una ecuación diferencial no lineal sin solución analítica, requiriéndose de una solución computacional como publicó por primera vez Richard Woo en [25] para las misiones espaciales de la NASA (*National Aero Space Agency*). En este trabajo Woo realizó los primeros estudios teóricos y experimentales hacia finales de los años sesenta. Sin embargo, no fue hasta los años noventa cuando aparecieron los primeros análisis del problema realizados con un modelo computacional avanzado por Somersalo y Ylä-Oijala [4], [37], [38].

La ESA (*European Space Agency*) ha desarrollado un programa llamado “ECSS Multipactor Tool” [11], [12] que permite predecir el efecto multipactor en una guía de placas plano-paralelas con un modelo unidimensional, considerando un campo eléctrico homogéneo, y en la situación no relativista. Este código se fundamenta en el modelo simple de placas plano-paralelas, el cual fue desarrollado a partir de la teoría clásica de Hatch y Williams [1]. En los años noventa, se realizaron estudios basados en métodos computacionales de dicho problema [4]. Más recientemente se han desarrollado una serie de aproximaciones en las ecuaciones del movimiento del electrón para la simulación 1-D en líneas de transmisión coaxial

[39], [40], aunque en estos trabajos no se tenía en consideración los campos magnéticos de la señal de RF por ser de una magnitud despreciable en comparación con el campo eléctrico, lo cual permitía una resolución unidimensional del problema. Es por ello que en el presente trabajo hemos desarrollado una herramienta computacional eficiente y precisa para la simulación 3-D del efecto multipactor en guías coaxiales considerando la distribución real del campo electromagnético [27], [41].

La herramienta desarrollada aborda el problema del efecto multipactor en líneas de transmisión coaxiales sometidas a la excitación del modo fundamental TEM, considerándose una guía coaxial infinita. El modelo teórico se basa en el cálculo de la trayectoria de un electrón efectivo que se desplaza en el interior de una guía coaxial; dicha trayectoria está controlada por los campos electromagnéticos y por la interacción con otros electrones efectivos. La herramienta desarrollada permite determinar el número de electrones emitidos en cada colisión a través del uso del coeficiente de emisión secundaria o *secondary electron yield* (SEY). Esta herramienta de simulación se puede emplear para analizar el fenómeno de multipactor que ocurre en las guías coaxiales sometidas a la excitación de señales de RF, bien para el caso de ondas viajeras (sólo onda incidente), estacionarias u ondas mezcladas.

4.2. Modelo teórico para el análisis y predicción del efecto multipactor basado en el Método de Monte-Carlo

4.2.1. Dinámica del electrón

La dinámica de un electrón en el seno de un campo electromagnético, propagándose en el interior de una guía de ondas, esta descrita por la fuerza de Lorentz relativista;

$$\vec{F}_L = q \left[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}) \right] = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (4.1)$$

donde \vec{p} es el momento lineal relativista,

$$\vec{p} = m \gamma \vec{v}; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (4.2)$$

donde m es la masa del electrón en reposo, $q = -e$ es la carga del electrón, v es el módulo del vector velocidad \vec{v} , γ es el factor relativista, t es el tiempo medido en el sistema de laboratorio, c la velocidad de la luz en el vacío, y \vec{E} y \vec{B} son los campos eléctricos y magnéticos totales en el interior del dispositivo, respectivamente.

Los valores típicos de la velocidad de un electrón analizados en esta tesis doctoral están en el rango $v < (c/100)$ que ocurren típicamente en el interior de un sistema de telecomu-

nicaciones, por tanto la fórmula relativista de la fuerza puede aproximarse a una expresión newtoniana, considerando que $\gamma \approx 1$,

$$\vec{F}_L = \frac{d\vec{p}}{dt} \approx m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad (4.3)$$

Finalmente el problema se puede reescribir como un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden acopladas [42], [43],

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{q}{m} \left[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}) \right] \quad (4.4)$$

Los campos eléctrico \vec{E} y magnético \vec{B} son el resultado de una superposición de diversos campos electro-magnéticos: en concreto los campos eléctricos y magnéticos de RF más el campo eléctrico debido al efecto de la carga espacial (*space charge*), la cual tiene en cuenta el efecto de repulsión culombiana entre las cargas:

$$\vec{E} = \vec{E}_{RF} + \vec{E}_{sc}; \quad \vec{B} = \vec{B}_{RF}$$

En la mayoría de los casos prácticos, la ecuación diferencial de segundo orden no tiene una solución analítica, y por tanto es necesario buscar su solución de forma numérica. Para buscar dicha solución numérica existen diferentes métodos. El más frecuente es el método Runge-Kutta de orden 4: aunque es un método muy robusto y potente, tiene el inconveniente de ser muy lento, por lo que en este trabajo se ha hecho uso de un método menos robusto pero más rápido, el Velocity-Verlet de segundo orden. Tal y como se recoge en el apéndice A, este método converge a la solución de la trayectoria del electrón de nuestro problema con 300 pasos temporales por período de RF en los casos que hemos analizado.

4.2.2. Modelo de electrón efectivo

La técnica del electrón efectivo se basa en seguir un electrón desde que empieza a interactuar con el campo electromagnético de RF hasta que se produce un impacto con las paredes metálicas de la guía. Una vez se ha producido el impacto, se calcula su coeficiente de emisión secundaria como se ha visto en el capítulo 2. En el caso de que el valor del coeficiente de emisión secundaria fuera mayor que la unidad ($\delta > 1$), supondremos que al menos habrá un electrón nuevo que será quien entrará a interactuar con el campo electromagnético. A este electrón generado por la emisión se le conoce como electrón efectivo, y a este nuevo electrón efectivo se le asocia la carga (y la masa) de los electrones generados según el coeficiente de emisión secundaria (δ) calculado, mientras el algoritmo sigue calculando su trayectoria hasta el siguiente impacto. Es decir, al final solamente se sigue la trayectoria de un electrón que acumula la carga y la masa de todos los electrones que va generando.

Este modelo se centra en el cálculo de la trayectoria tridimensional de un conjunto de electrones efectivos cuyo movimiento está dirigido por el campo electromagnético total que hay en el interior del dispositivo, como se describió previamente en 4.2.1. El número total de electrones efectivos que son analizados durante la simulación permanece fijado desde el

inicio de la simulación. Cada electrón efectivo (*j*-ésimo) tiene asociado una población de electrones, la cual va variando con el tiempo, y se representa por $N_j(t)$, y esta población se actualiza cada vez que el electrón colisiona con la superficie. Esta actualización de la población se realiza a través de la multiplicación del valor total del coeficiente del SEY en cada impacto δ_i , donde i es el impacto, por el valor de la población acumulado de cada electrón antes de impactar:

$$N_i^j(t + \Delta t) = N_i^j(t) \cdot \delta_i^{(j)}$$

donde $N_i^{(j)}(t)$ y $N_i^{(j)}(t + \Delta t)$ son las poblaciones acumuladas antes y después de la colisión, respectivamente. Entonces, la población de electrones acumulados por el *j*-ésimo electrón efectivo que ha impactado k veces en el tiempo t , vendrá dado por

$$N^j(t) = \prod_{i=1}^k \delta_i^{(j)}$$

Obviamente:

$$\delta_1^{(j)} = 1 \quad \forall j$$

donde $\delta_i^{(j)}$ representa el valor del SEY para el impacto *i*-ésimo del electrón efectivo *j*-ésimo. En la figura (Fig.4.1), se muestra un esquema del proceso de acumulación de la carga y la masa para el algoritmo de electrón efectivo.

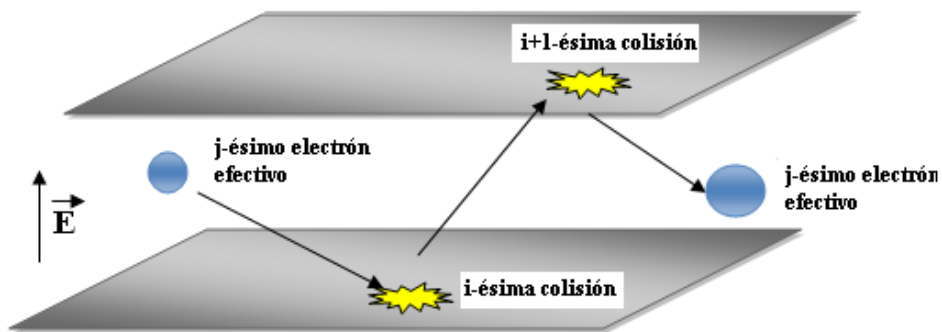


Figura 4.1: Esquema de la acumulación de carga y masa para el electrón efectivo *j*-ésimo.

Finalmente, la población total de electrones N_{total} que hay en el interior del dispositivo se obtiene añadiendo todas las contribuciones de los electrones efectivos N_e ,

$$N_{total} = \sum_{j=1}^{N_e} N^j$$

En el desarrollo de la herramienta de predicción del efecto multipactor nos basamos en el algoritmo del electrón efectivo. Una vez que el electrón efectivo ha impactado sobre las paredes del dispositivo, éste es lanzado de vuelta al interior de la guía de onda desde el punto donde colisionó. Si la energía cinética de impacto del electrón efectivo W es menor que W_0 ($W < W_0$), donde W_0 es la función trabajo del material, éste es tratado como una dispersión elástica y será devuelto con la misma energía, carga y masa con la que impactó. En lo referente al ángulo, se asumirá que sufre una reflexión especular, es decir, el ángulo de la trayectoria antes del impacto y el ángulo de salida respecto a la normal a la superficie son iguales. En los otros casos, $W \geq W_0$, el electrón de salida es tratado como un electrón secundario verdadero. Como se ha comentado anteriormente, la energía de emisión de los electrones secundarios verdaderos no depende de las condiciones del electrón primario. Así pues, la energía de salida se calcula en este algoritmo por medio de la siguiente densidad de distribución de probabilidad de Rayleigh:

$$f(W_s) = \frac{W_s}{W_g^2} \exp\left(-\frac{W_s^2}{2W_g^2}\right)$$

donde W_s es la energía cinética de salida de un electrón secundario, $f(W_s)$ es la probabilidad de liberar un electrón secundario con una energía de salida de W_s , y W_g es el valor de la desviación estándar de la distribución. En la Fig. 4.2 se representa un ejemplo de la distribución de Rayleigh. La distribución de densidad de probabilidad satisface la siguiente condición de normalización

$$\int_0^{\infty} f(W_s) dW_s = 1$$

Para implementar este concepto en el programa de simulación, el algoritmo genera un número real aleatorio $u \in]0, 1[$, y la energía de salida se calcula con la siguiente expresión:

$$W_s = W_g \sqrt{-2 \ln u}$$

El programa comprueba si el principio de conservación de la energía se cumple a la hora de obtener la energía de salida del electrón secundario W_s , es decir, si la energía de salida de los electrones secundarios excede la energía de los electrones primarios (si esto sucede, se explora con otro valor aleatorio u).

En lo referente a la dirección del vector velocidad de salida del electrón secundario, ésta se calcula con un sistema de coordenadas esféricas centrado en el punto de impacto (ver Fig.4.3).

El ángulo azimutal $\varphi \in [0, 2\pi[$ es fácil de calcular por medio de una densidad de probabilidad uniforme

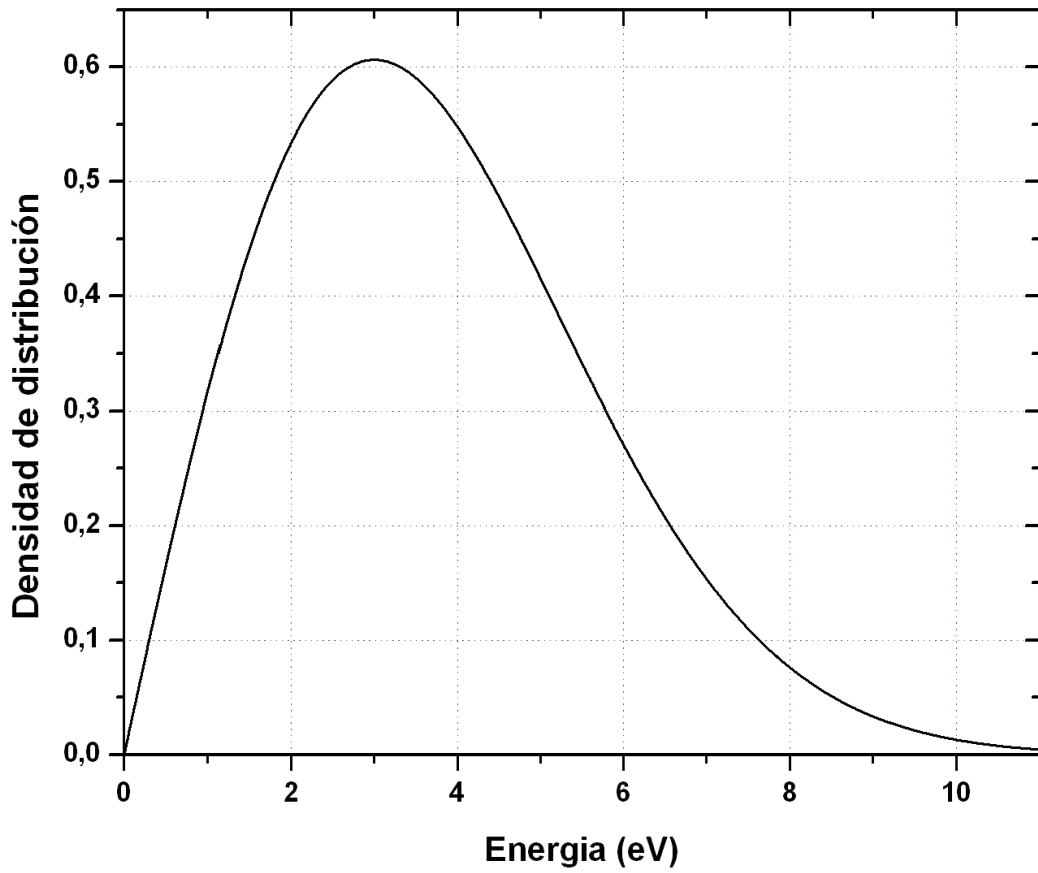


Figura 4.2: Densidad de distribución de probabilidad de Rayleigh con $W_g = 3 \text{ eV}$.

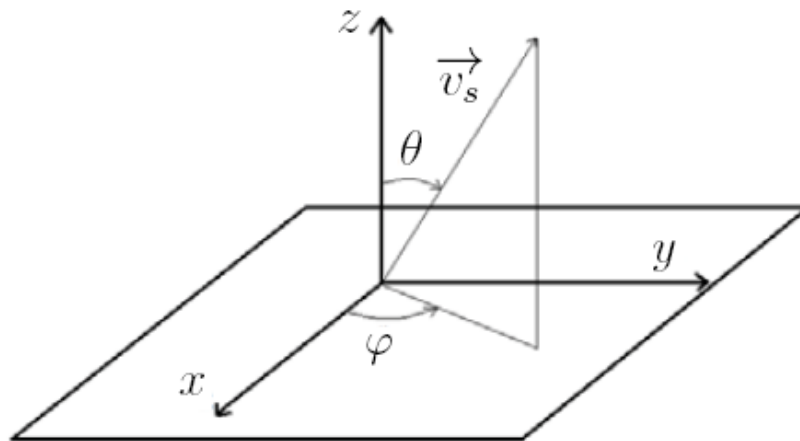


Figura 4.3: Sistema de coordenadas esféricas centrada en el punto de impacto del electrón primario empleado para calcular el vector velocidad del electrón efectivo de salida.

$$\varphi = 2\pi u$$

Por su parte, el ángulo de elevación θ con respecto al vector normal a la superficie se calcula por medio de la ley del coseno [17],

$$\theta = \arcsin(\sqrt{u})$$

Hay que destacar que los tres números aleatorios u usados para el cálculo W_s , φ y θ son diferentes.

4.2.3. Dinámica de los electrones efectivos

Para calcular la trayectoria de un electrón efectivo en el interior de una guía coaxial, debemos resolver una ecuación diferencial que en general no tiene solución analítica. La razón básica es el acoplamiento de las velocidades que aparecen en las ecuaciones diferenciales del movimiento, tal y como establece Woo en su trabajo [25]. Por tanto, para resolver este problema hay que recurrir a métodos numéricos de resolución de ecuaciones diferenciales acopladas de segundo orden.

El desarrollo de la ecuación (4.4) nos permite escribir el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales acopladas que describe la dinámica de un electrón en una guía coaxial:

$$\ddot{r} = \frac{q}{m}[E_r(r, \varphi, t) + r\dot{\varphi}B_\varphi(r, \varphi, t)] + r\dot{\varphi}^2 \quad (4.5a)$$

$$r\ddot{\varphi} = -2\dot{r}\dot{\varphi} \quad (4.5b)$$

$$\ddot{z} = \frac{q}{m}[\dot{r}B_\varphi(r, \varphi, t)] \quad (4.5c)$$

Como se ha visto anteriormente en la sección 4.2.1, los campos electromagnéticos que actúan sobre el electrón efectivo son el resultado de una superposición de campos eléctricos y magnéticos de RF y de carga espacial.

Los campos electromagnéticos de RF han sido expresados, en este trabajo, como una superposición de dos ondas viajeras que se propagan en direcciones opuestas, en base al modo fundamental de la guía coaxial que es el modo transversal electromagnético (TEM). Cada una de estas ondas tienen diferente amplitud y fase. Por tanto, los campos de RF en una línea de transmisión coaxial expresados en el sistema de referencia del laboratorio vendrán dados por [21],

$$\begin{aligned} \vec{E}_{RF}(\vec{r}, t) = & \frac{V_0}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cos(\omega t - \beta z) \hat{r} + \\ & + \frac{R V_0}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cos(\omega t + \beta z + \psi) \hat{r} \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \vec{B}_{RF}(\vec{r}, t) = & \frac{V_0}{c r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cos(\omega t - \beta z) \hat{\varphi} - \\ & - \frac{R V_0}{c r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cos(\omega t + \beta z + \psi) \hat{\varphi} \end{aligned} \quad (4.7)$$

donde \hat{r} y $\hat{\varphi}$ son los vectores unitarios asociados con las coordenadas cilíndricas convencionales (r, φ, z) , \vec{r} es el vector posición, $\Gamma = R e^{j\psi}$ es el coeficiente de reflexión (R y ψ son la magnitud y la fase de Γ , respectivamente; hacemos notar que $0 \leq R \leq 1$), V_0 es la amplitud del voltaje del modo TEM viajando en la dirección de $z > 0$, y $R V_0$ es la amplitud del voltaje de la onda moviéndose en la dirección opuesta. En las dos ecuaciones anteriores, $f = \omega/(2\pi)$ es la frecuencia de trabajo, $T = 1/f$ es el período de la señal de RF, $\beta = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ es el factor de propagación, y $\lambda = 2\pi/\beta$ es la longitud de onda en la guía, b y a son los radios externos e internos de la guía coaxial, respectivamente, y $d = b - a$ es el espesor del hueco (gap) entre los dos conductores; μ_0 y ϵ_0 son la permeabilidad magnética del vacío y la permitividad eléctrica en el vacío. En esta guía la impedancia característica Z_0 es:

$$Z_0 = Z_c \frac{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi}, \quad Z_c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

Variando la magnitud del coeficiente de reflexión se han estudiado tres configuraciones diferentes: TW (*travelling wave*) representa una sola onda con $R = 0$, SW (*standing wave*) con el valor máximo para $R = 1$ y $\psi = \pi$, y la configuración intermedia o MW (*mixed wave*) con $0 < R < 1$ y $\psi = \pi$.

Para una geometría cilíndrica, como la guía coaxial, los N_e electrones efectivos son primeramente lanzados desde una posición dada; la fase inicial es elegida aleatoriamente, es decir, el instante de salida en relación a la fase del campo eléctrico de RF. Las velocidades iniciales son determinadas por una distribución gaussiana (la cual se corresponde con una distribución de energía de Maxwell-Boltzmann). La trayectoria de cada electrón efectivo se encuentra mediante la resolución numérica de su ecuación del movimiento (4.4) a través del algoritmo de Velocity-Verlet [23, 24] (ver apéndice A), el cual nos asegura una precisión y eficiencia numérica razonable para un número suficiente de pasos temporales.

En cada paso de integración, se debe comprobar si el electrón llega a golpear sobre el conductor interno o el conductor externo. En el caso de que llegue a chocar, el electrón puede ser reflejado elásticamente o bien generar electrones secundarios verdaderos. La localización del impacto y el instante de tiempo en que impacta el electrón, la velocidad del impacto y el valor del SEY (δ) se almacenan en un vector. Después, el electrón efectivo es reemitido desde el lugar en que se produce el impacto con una velocidad dada por una distribución de Gauss de velocidades, cuyo valor central es de $W_S = 4 \text{ eV}$ y su desviación estandar es de $W_g = 2 \text{ eV}$. El ángulo de salida de este electrón se obtiene haciendo uso de la ley del coseno, tal y como se describe en [17].

Cuando la población de electrones en el interior del dispositivo es elevada, la repulsión

eléctrica de la nube de electrones sobre los electrones en movimiento se hace notar de forma considerable, pudiendo llegar el campo coulombiano a ser entre un 5 % y un 20 % del campo eléctrico de RF [44]. En la presente tesis, se ha considerado la repulsión columbiana teniendo en cuenta los principios del modelo de una lámina de electrones de grosor despreciable, tal y como se propone en el trabajo de Riyopoulos [6]. Esta lámina de electrones acumula la carga eléctrica total de los electrones secundarios emitidos, desde la superficie del dispositivo, cuando los electrones primarios impactan sobre dicha superficie. En consecuencia, la carga de la lámina de electrones ha de ser actualizada (recalculada) después de cada impacto del electrón efectivo porque irá variando con el tiempo. La posición de la lámina de electrones en el interior del dispositivo se supondrá fijada a la mitad del gap entre las paredes conductoras del dispositivo. El campo eléctrico debido al fenómeno de la carga espacial, considerando el modelo de una lámina de electrones de grosor despreciable, puede calcularse de forma sencilla aplicando la ley de Gauss en una guía coaxial en vacío.

En el caso de una línea coaxial de transmisión, el campo eléctrico debido a la carga espacial para el modelo de una lámina de electrones (ver Fig.4.4) se calcula con la siguiente expresión (ver apéndice B):

$$\vec{E}_{sc}(\vec{r}, t) = \begin{cases} -\frac{r_s}{r} \frac{\rho_s(t)}{\epsilon_0} \frac{\ln\left(\frac{b}{r_s}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \hat{r} & a \leq r \leq r_s \\ \frac{r_s}{r} \frac{\rho_s(t)}{\epsilon_0} \frac{\ln\left(\frac{r_s}{a}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \hat{r} & r_s \leq r \leq b \end{cases} \quad (4.8)$$

$$\rho_s(t) = -\frac{eN(t)}{2\pi r_s h}$$

donde $\rho_s(t)$ es la densidad de carga superficial de la lámina de electrones; a y b son el radio interno y externo de la línea de transmisión coaxial, respectivamente; r_s es la posición radial de la lámina de electrones que en nuestro caso está fijado a $r_s = (a + b)/2$; h es la longitud en la coordenada axial; y $N(t)$ es la población de electrones en el interior de la guía de ondas en un instante dado.

4.2.4. Criterio para la determinación del efecto multipactor

Es importante establecer un criterio para determinar si se ha producido una descarga de electrones. Existen dos formas posibles para la determinación de este fenómeno. La primera se basa en la detección de un crecimiento exponencial de la población de electrones en el interior del dispositivo a partir de una población inicial; o bien establecer un nivel de población a partir del cual, cuando se exceda dicho nivel, se concluye que el fenómeno de descarga se ha producido. El otro criterio para la determinación del efecto de descarga se basa en la detección de la saturación de la población de electrones, que se produce cuando dicha población alcanza un estado de equilibrio debido al efecto de la carga espacial (cuando el número de electrones es muy elevado). En la Fig. 4.2.4 se muestra un ejemplo particular de la evolución de la población total de electrones normalizada al número inicial de electrones efectivos, para dos valores diferentes de la tensión de RF. En el caso de $V_0 = 27.9$ V se

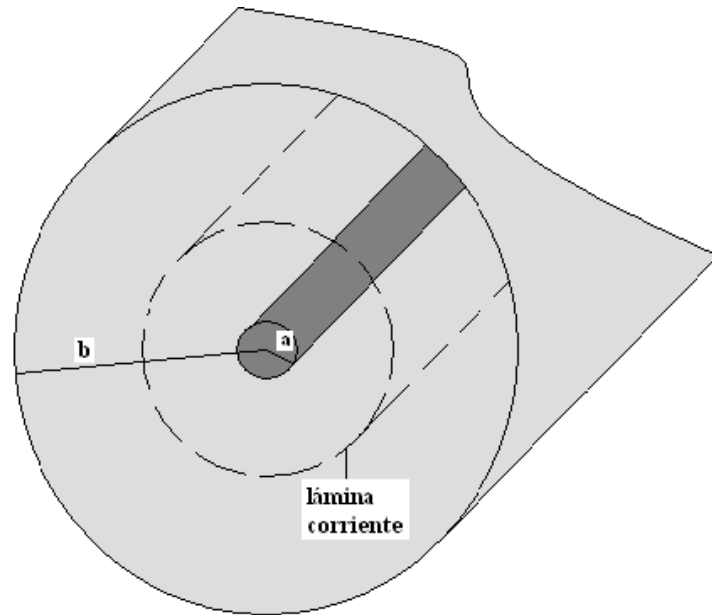


Figura 4.4: Efecto multipactor

observa un descenso de la población de electrones a medida que el número de períodos de la señal de RF aumenta: en consecuencia no se produce el efecto de descarga para ese valor de la tensión de RF. En cambio, para $V_0 = 30.2 V$ se muestra un incremento de la población de electrones hasta que dicha población alcanza el estado de equilibrio que hemos mencionado previamente, y se observa que la población fluctúa en torno a un valor medio que se mantiene a medida que aumenta el tiempo: esta es la situación de saturación que indica que se ha producido la descarga.

4.3. Resultados numéricos

Para poder validar el algoritmo propuesto en esta tesis doctoral, hemos comparado nuestros resultados con los obtenidos con medidas experimentales, y con los datos numéricos obtenidos de la literatura técnica. En primer lugar analizaremos los resultados obtenidos para la configuración de una onda viajera o incidente (TW), y a continuación se analizarán los resultados para una configuración de onda estacionaria (SW).

4.3.1. Onda viajera o incidente (TW)

Primero hemos validado nuestra herramienta de simulación con medidas experimentales. Para ello se ha diseñado, fabricado y medido un transformador de cuarto de onda (*quarter-wavelength*) en guía coaxial (ver Fig. 4.6) en los laboratorios de la Agencia Espacial Europea (ESA, Noordwijk, The Netherlands). La frecuencia de trabajo para el experimento fue de $f = 1.35 GHz$, con unas pérdidas de retorno entorno a $20 dB$. La sección central presenta

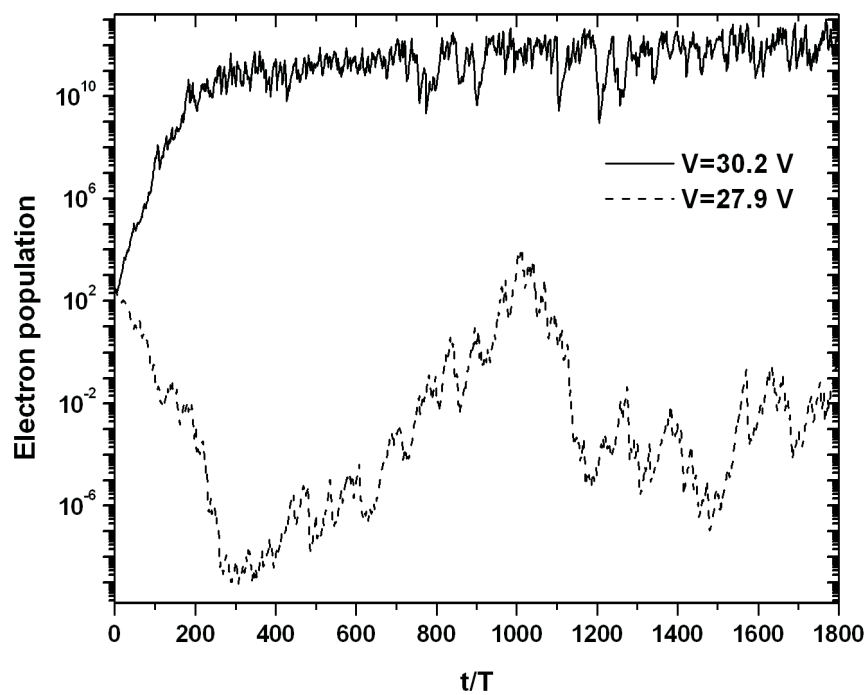


Figura 4.5: Predicción de la tensión umbral para un línea coaxial con $Z_0 = 50 \Omega$, gap $d = 20$ mm, y radio externo $b = 35.357$ mm. Población total de electrones normalizada con respecto al número inicial de electrones efectivos, en función del tiempo normalizado al período de la señal de RF, para dos valores diferentes de la tensión de RF.

un gap mínimo entre el conductor interno y el externo, por tanto esa es la zona de mayor riesgo para que se produzca el efecto multipactor. Las dimensiones de dicha sección son $b = 5.65 \text{ mm}$ y $a = 4.65 \text{ mm}$, por tanto el valor del gap es $d = b - a = 1 \text{ mm}$. Con este dispositivo se realizaron dos experimentos: uno en cobre, y el otro depositando una capa de plata (de grosor despreciable) sobre el cobre.



Figura 4.6: Transformador de cuarto de onda en guía coaxial, gap $d = 1 \text{ mm}$.

Los parámetros para el modelo de emisión secundaria, tanto para la plata como para el cobre, fueron tomados del trabajo de Arter y Hook [28]; en la Tabla 4.1 se indican los parámetros para cada material.

Tabla 4.1: Valores de los parámetros de emisión secundaria para plata y cobre [28].

	Plata	Cobre
W_1	30 eV	25 eV
W_2	5000 eV	5000 eV
$W_{max}(0)$	165 eV	175 eV
$\delta_{max}(0)$	2.22	2.25
W_0	16 eV	10 eV

Tal y como se observa en la Tabla 4.2, la comparación entre los datos experimentales realizados sobre el transformador de cuarto de onda (Fig. 4.6) y los obtenidos con el programa de simulación basado en el algoritmo descrito previamente es bastante buena.

Finalmente, nuestro modelo se ha comparado con los datos experimentales obtenidos por Richad Woo en [25] y con los resultados teóricos de Arter y Hook [28]. Como se observa en la Fig. 4.7, podemos ver que las simulaciones realizadas según el modelo presentado en esta tesis se ajustan bien con las medidas experimentales, a excepción de la región inferior

Tabla 4.2: Predicción de la potencia umbral de multipactor (W).

	Cobre	Plata
Predicción del umbral	209.9	286.1
Medida experimental	204.0	280.6

de valores del producto de la frecuencia por el gap $f \times d$. Este desajuste también se estudió en [39], y parece guardar relación con los parámetros del SEY usados para la superficie del material. De hecho, si el valor para el *first cross-over* aumenta, la predicción de los datos se ajusta mejor a las medidas para la zona de valores bajos de $f \times d$.

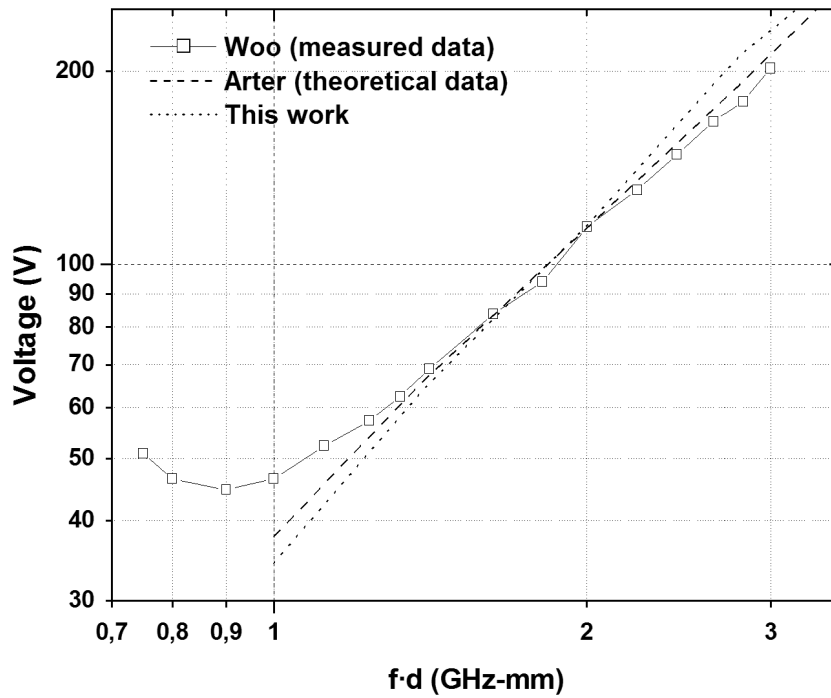


Figura 4.7: Comparación entre las medidas experimentales de la NASA [25], el modelo teórico descrito en [28], y nuestros resultados. Los datos son $d = 20$ mm y $Z_0 = 50 \Omega$. El material empleado es cobre.

4.3.2. Onda estacionaria (SW)

Para este tipo de señal de RF, nuestro modelo ha sido comparado con el método descrito en [4] para la predicción en líneas coaxiales. En el método de Somersalo [4], se calcula el cociente entre la población inicial de electrones (número de electrones efectivos iniciales) y la población de electrones después de que cada electrón efectivo haya impactado 30 veces

cada uno. Para ello se ha considerado una muestra de niobio con los siguientes parámetros: $d = 29.1$ mm, $Z_0 = 50 \Omega$, y $f = 0.5$ GHz; los resultados se muestran en la Fig. 4.8.

En la Fig. 4.8, se ha calculado cuales son los rangos/intervalos de potencia susceptibles de fenómeno de multipactor, es decir, se ha analizado en que potencia hay al menos un electrón efectivo capaz de generar el fenómeno de descarga eléctrica.

Tal y como se observa en la figura, nuestro modelo de predicción es capaz de predecir las mismas ventanas de potencia susceptibles de que se produzca el fenómeno de multipactor.

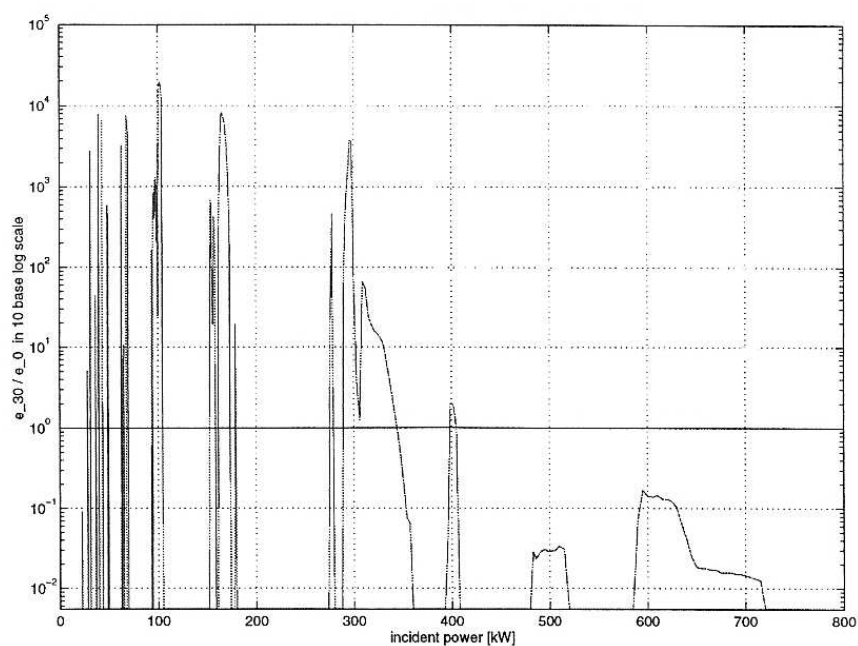
4.4. Análisis del efecto de desplazamiento axial: atractores

Mientras se produce una descarga de multipactor, se puede producir un desplazamiento axial de los electrones viajando desde una pared conductora hacia la otra, el cual es una consecuencia de la componente axial del vector aceleración expresada del siguiente modo:

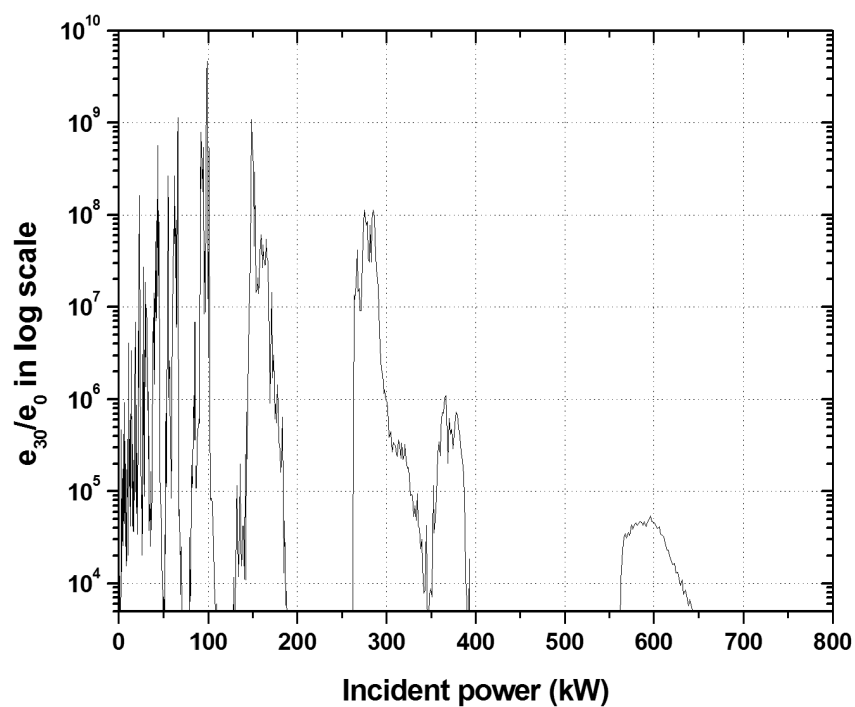
$$a_z = -\frac{e}{m}v_r B_\varphi. \quad (4.9)$$

En esta sección, se analizará el desplazamiento axial tanto en la configuración de onda viajera (TW) como en la configuración de onda estacionaria (SW). En el caso de la configuración de TW, los máximos, mínimos y ceros de los campos eléctrico y magnético coinciden en la coordenada axial, mientras que para el caso de la configuración de SW, los máximos, mínimos y ceros de los campos eléctrico y magnético están separados $\lambda_0/4$ (donde λ_0 es la longitud de onda de la señal en el vacío). En la Fig. 4.9, mostramos un ejemplo de la distribución de los campos eléctrico y magnético en las configuraciones TW y SW.

Por simplicidad, en este análisis teórico supondremos que el electrón se encuentra en perfecta sincronización con el campo electromagnético, es decir, está en resonancia perfecta con el campo y por tanto en régimen de multipactor; además consideramos que el orden de multipactor es $N = 1$. Los dos posibles regímenes analizados son el multipactor de doble superficie (el electrón impacta tanto en el conductor externo como en el interno) como el de una superficie (el electrón sólo impacta en una sola superficie, normalmente el conductor externo, aunque también es posible hacerlo en el conductor interno). Adicionalmente, supondremos que en $t = t_\alpha$ (que es el instante en que el electrón inicia su movimiento) la velocidad inicial es negativa, partiendo desde el conductor externo hacia el conductor interno (análogamente se podría haber considerado el caso opuesto). Además, los electrones son lanzados en todos los casos desde el máximo de campo eléctrico localizado en el plano $z = \lambda_0/4$.

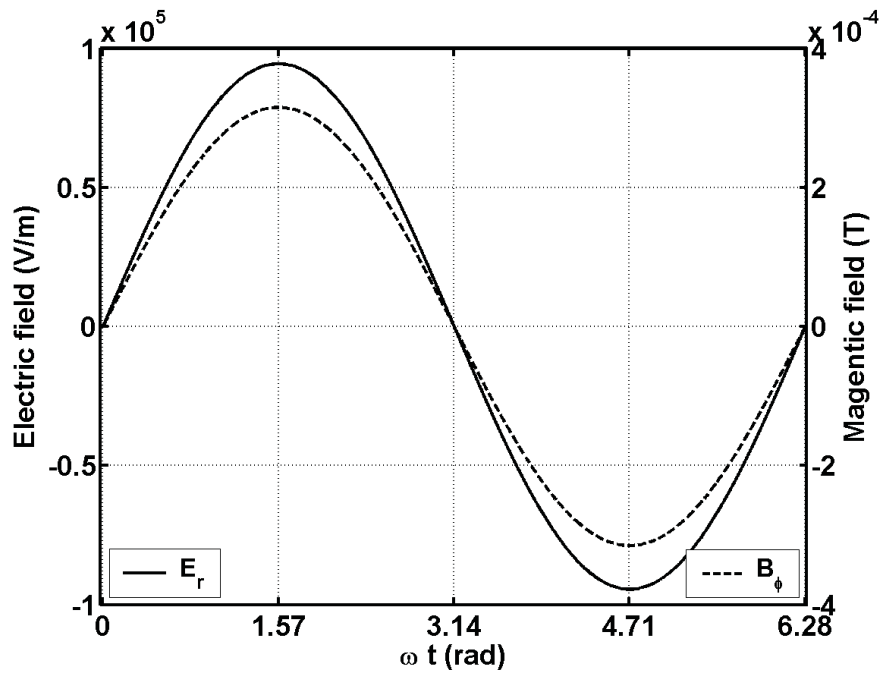


(a)

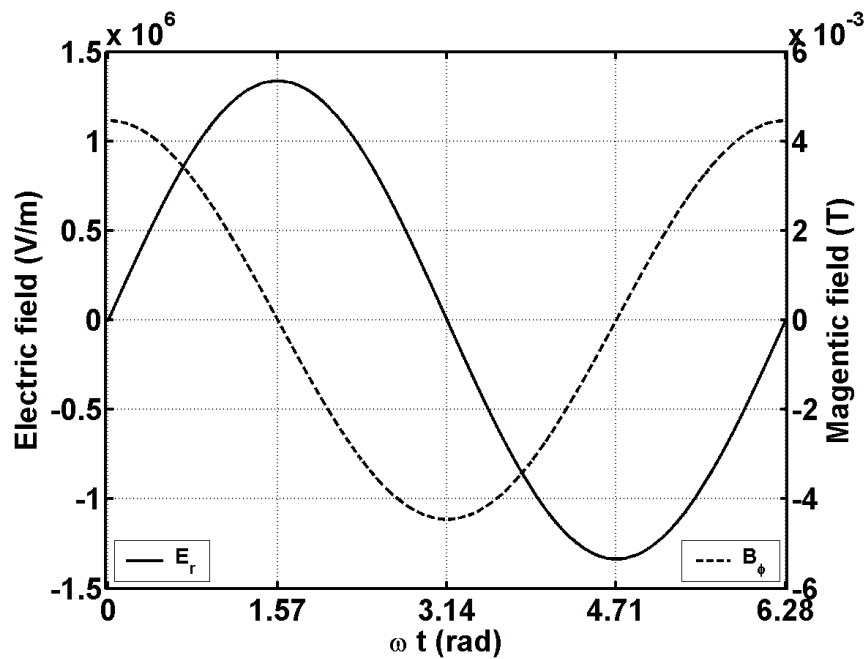


(b)

Figura 4.8: Comparación del cociente entre la población inicial y final de electrones después de 30 impactos. (a) Resultados tomados de [4]. (b) Resultados obtenidos con nuestro modelo.



(a)



(b)

Figura 4.9: Campo eléctrico y magnético para una onda viajera (TW) y una onda estacionaria (SW) como función de ωt . (a) Campos eléctrico (línea continua) y magnético (línea discontinua) para TW. (b) Campos eléctrico (línea continua) y magnético (línea discontinua) para SW.

4.4.1. Multipactor de doble superficie

Onda viajera o incidente TW

Inicialmente, la velocidad radial es negativa y los campos eléctrico y magnético son positivos durante todo este tiempo, como se observa en Fig. 4.9(a). Entonces, la componente axial de la aceleración según (4.9) es positiva, y el electrón es empujado hacia valores positivos de z . Tras producirse el impacto en el conductor interno, los campos electromagnéticos sufren un cambio en su polaridad (todo esto bajo condiciones de resonancia perfecta de multipactor). Ahora, el electrón viaja desde el conductor interno hacia el conductor externo y la componente radial de la velocidad es positiva. Entonces, la componente axial de la aceleración (4.9) es nuevamente positiva. En resumen, existe una fuerza neta que conduce a los electrones en la dirección de $z > 0$. Como ejemplo de esto, hemos calculado la trayectoria de un electrón y se ha representado la componente axial del vector de posición como una función normalizada del tiempo (ver Fig. 4.10(a)). Obviamente, a pesar de alcanzar el estado de saturación (el cual ocurre después de 20 períodos de la señal de RF), el electrón se desplaza indefinidamente hacia $z > 0$.

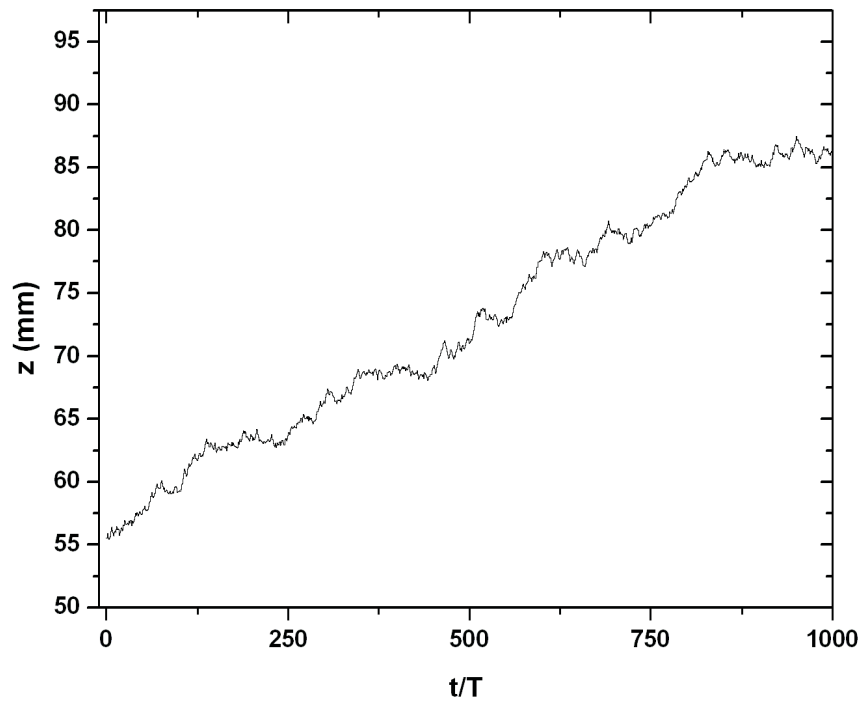
Onda estacionaria SW

En esta configuración podemos considerar cuatro zonas, las cuales dependerán de la relación de signos entre los campos electromagnéticos y la velocidad del electrón. En la Tabla 4.3, se muestran todas estas posibilidades junto con el signo final que tiene la componente axial del vector aceleración. Como se puede ver, la mitad del tiempo el desplazamiento axial es positivo mientras que la otra mitad del tiempo es negativo. Sin embargo, la magnitud de la aceleración es mayor en el caso de la aceleración negativa, debido principalmente a que la velocidad del electrón es mayor en las proximidades de las paredes conductoras (régimen de multipactor). Como consecuencia de todo ello, existe un desplazamiento neto hacia valores negativos de z hasta que el electrón llegue al cero de campo eléctrico, que es también el máximo de campo magnético, tal y como se observa en Fig. 4.10(b).

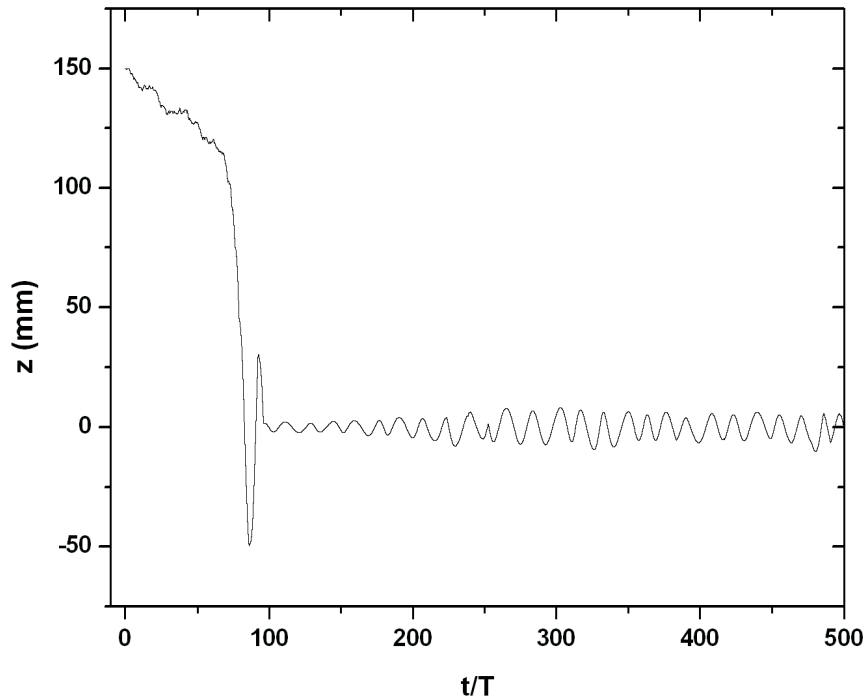
Tabla 4.3: Diagrama de signos de las componentes de los campos electromagnéticos: la velocidad y la aceleración para multipactor en doble superficie de orden $N = 1$ con onda estacionaria (SW).

ωt	E_r	B_φ	v_r	a_z
$[0, \pi/2]$	+	+	-	+
$[\pi/2, \pi]$	+	-	-	-
$[\pi, 3\pi/2]$	-	-	+	+
$[3\pi/2, 2\pi]$	-	+	+	-

Se observa que tras unos pocos períodos de la señal de RF (como consecuencia del desplazamiento axial), los electrones han viajado hacia el nodo (cero de campo eléctrico) del



(a)



(b)

Figura 4.10: Desplazamiento axial de un electrón en régimen de multipactor de doble superficie. (a) Desplazamiento axial en doble superficie en la configuración de TW en una línea coaxial de impedancia $Z_0 = 11.67 \Omega$ con un gap $d = 1$ mm para $f = 1.35$ GHz. (b) Desplazamiento axial en doble superficie en la configuración de SW en una línea coaxial de impedancia $Z_0 = 49.91 \Omega$ con gap $d = 29.1$ mm para $f = 0.5$ GHz.

patrón de una onda SW. En este punto, y de acuerdo con la siguiente expresión:

$$a_r = \frac{-e}{m}(E_r - v_z B_\varphi), \quad (4.10)$$

podemos considerar que la componente radial de la aceleración es despreciable, debido a que esencialmente depende de la componente azimutal del campo magnético y de la velocidad axial. Entonces, la velocidad en la dirección radial no puede alcanzar el *first crossover*, y por tanto la probabilidad de generación de electrones secundarios decrece, por lo que se mitiga la descarga de RF.

Así pues, los electrones oscilando son atrapados en un nodo (cero de campo eléctrico) del patrón de SW, y oscilan alrededor de éste (ver Fig. 4.10(b)). Este efecto se debe al desplazamiento entre el máximo de campo eléctrico y el máximo de campo magnético que ocurre en la configuración de SW (ver Fig. 4.9(b)). A esta posición (o nodo) se le llama atractor.

4.4.2. Multipactor de una superficie

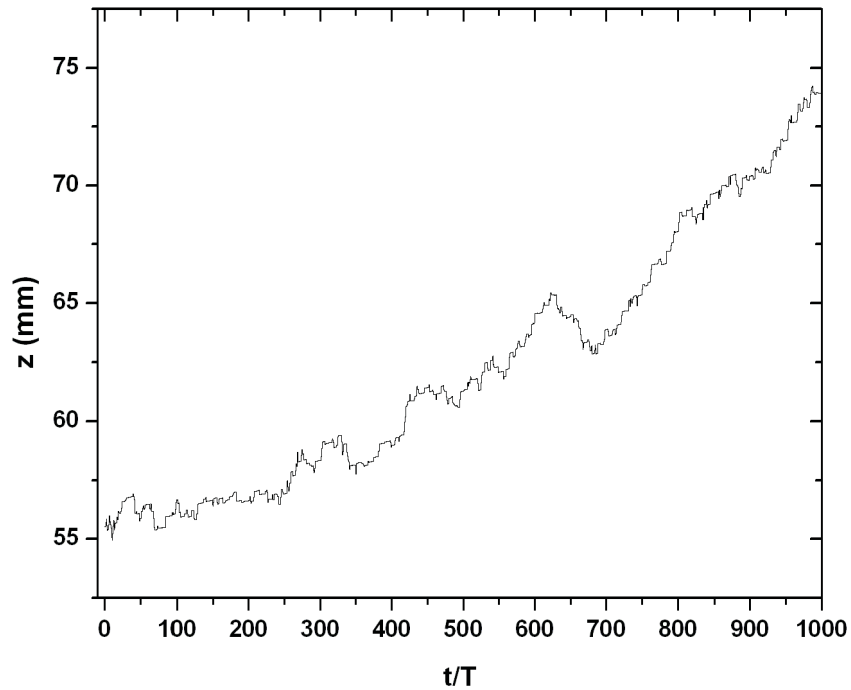
El multipactor de una sola superficie se produce normalmente en el conductor externo [39]. En este caso, el tiempo de tránsito del electrón entre impactos es de un período de la señal de RF [39, 45]; pero este tiempo no es simétrico, es decir, el electrón emplea más tiempo en viajar desde el conductor externo hasta un punto del espacio donde el electrón cambia de dirección (este tiempo es ligeramente superior a la mitad del período de la señal de RF, debido a que el electrón se ve frenado por la fuerza de Miller o fuerza pondermotiva [39]).

Onda viajera o incidente TW

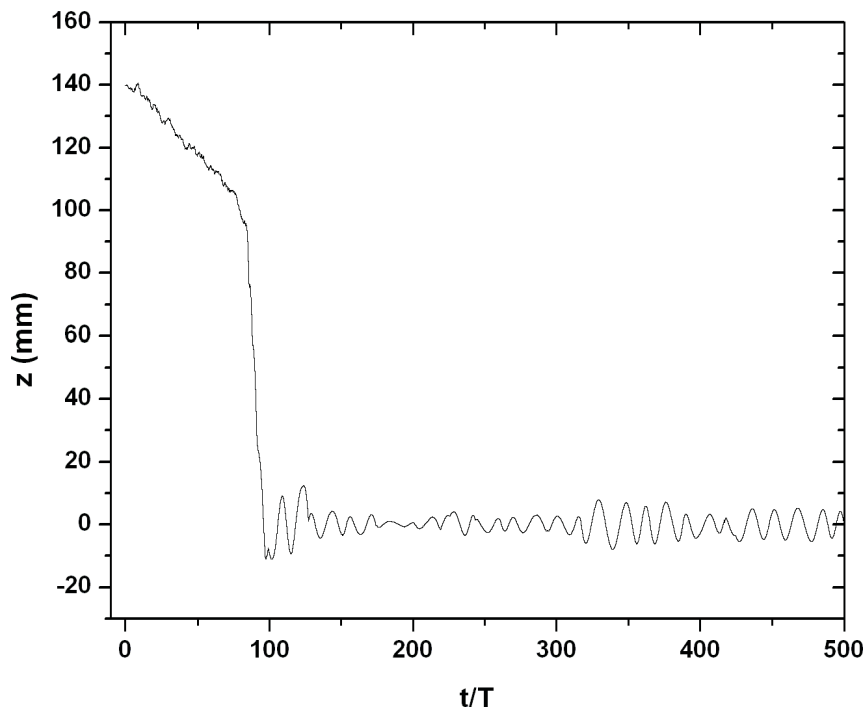
Inicialmente la componente radial de la velocidad es negativa, porque hemos supuesto que el electrón viaja desde el conductor externo hacia el conductor interno. El campo electromagnético se muestra en Fig. 4.9(a) para esta primera mitad del período. Entonces, la componente axial de la aceleración (4.9) es positiva, como se ha expresado en la Tabla 4.4. En este proceso de multipactor en una superficie, el electrón se frena en la dirección radial porque el campo electromagnético cambia de polaridad. Entre $\omega t = \pi$ y $\omega t = \pi + \omega \Delta t$ (siendo Δt el intervalo de tiempo cuando el electrón se frena) el electrón va hacia el conductor interno hasta que su velocidad radial es cero. En ese momento, la componente axial de la aceleración es negativa (ver Tabla 4.4). Entonces, el electrón cambia su dirección y retorna al conductor externo, por tanto la componente radial es positiva y el campo electromagnético es negativo. Entonces, la componente axial de la aceleración (4.9) es positiva. Resumiendo, hay una fuerza neta que conduce a los electrones hacia valores positivos de z , como se confirma en la trayectoria de un electrón mostrada en la Fig. 4.11(a).

Onda estacionaria (SW)

La distribución de campo electromagnético para esta señal de RF se puede ver en Fig. 4.9(b). Inicialmente, la componente radial de la velocidad es negativa, por lo que se considera que



(a)



(b)

Figura 4.11: Desplazamiento axial de un electrón para multipactor de una sola superficie. (a) Desplazamiento axial para una sola superficie en la configuración de TW en una línea coaxial de impedancia $Z_0 = 50 \Omega$ con gap $d = 10$ mm, a la frecuencia de $f = 1.35$ GHz. (b) para una sola superficie en la configuración de SW en una línea coaxial de impedancia $Z_0 = 49.91 \Omega$ con gap $d = 10$ mm, a la frecuencia $f = 0.5$ GHz.

Tabla 4.4: Diagrama de signos de las componentes de los campos electromagnéticos, la velocidad y la aceleración para multipactor en una sola superficie de orden $N = 1$ con una onda viajera (TW).

ωt	E_r	B_φ	v_r	a_z
$[0, \pi/2]$	+	+	-	+
$[\pi/2, \pi]$	+	+	-	+
$[\pi, \pi + \omega \Delta t]$	-	-	-	-
$[\pi + \omega \Delta t, 2\pi]$	-	-	+	+

el electrón se desplaza desde el conductor externo hacia el conductor interno. Observamos que la velocidad cambia de signo sin que se produzca un impacto en un instante de tiempo Δt antes de la mitad del período de la señal de RF. Obtenemos nuevamente el signo de la componente axial de la aceleración como una función del tiempo (ver Tabla 4.5). Como ya se ha explicado con anterioridad, el modulo de la aceleración axial es mayor en los intervalos cuando es negativo. Por ello, existe una fuerza neta que dirige al electrón hacia z negativos, tal y como se ha confirmado en la trayectoria mostrada en la Fig. 4.11(b). Un comportamien-

Tabla 4.5: Diagrama de signos de las componentes de los campos electromagnéticos, la velocidad y la aceleración para un multipactor en una superficie en SW de orden $N = 1$

ωt	E_r	B_φ	v_r	a_z
$[0, \pi/2]$	+	+	-	+
$[\pi/2, \pi]$	+	-	-	-
$[\pi, \pi + \omega \Delta t]$	-	-	-	-
$[\pi + \omega \Delta t, 3\pi/2]$	-	-	+	+
$[3\pi/2, 2\pi]$	-	+	+	-

to similar se ha observado en el caso del electrón saliendo del conductor interno e impactando en el conductor externo.

4.5. Análisis del efecto multipactor en líneas coaxiales

El objetivo de este apartado es analizar las tensiones umbrales para las señales de RF que producen una descarga de multipactor en una línea coaxial para diferentes patrones de onda. Concluiremos que estos valores umbrales tienen una fuerte dependencia según la configuración empleada en dichos patrones de onda.

Para las configuraciones de onda viajera (TW), onda estacionaria (SW) y onda mixta (MW), hemos analizado el efecto multipactor en una línea coaxial suponiendo que la impe-

dancia de la línea es $Z_0 = 50 \Omega$, además de tener un gap de $d = 20$ mm y considerar los parametros del SEY del cobre [28]. Los resultados obtenidos con nuestro método de análisis se muestran en la Fig. 4.12(a), donde se pueden observar los diferentes valores de las tensiones umbrales de RF obtenidos. A partir de la Fig. 4.12(b), podemos ver que las diferencias entre estos valores comienzan a ser especialmente significativos para $f \times d > 7$ GHzmm. Desde un punto de vista cualitativo, este efecto puede ser fácilmente explicado para un gap constante. En el caso de SW, cuando la frecuencia de RF aumenta, la distancia entre los cerros del campo eléctrico se ve reducida; como consecuencia, el tiempo que tarda el electrón en ir hacia el cero es mucho menor que en el caso de bajas frecuencias. Esta dinámica se ve fortalecida por el hecho de que, para ordenes superiores de multipactor, es necesario una mayor cantidad de impactos para generar los electrones secundarios. Por tanto, se necesita un valor mayor en la amplitud de voltaje para producir la descarga de RF. Así pues, es de esperar que para valores altos del producto $f \times d$, mayor deberá ser la divergencia entre la SW y la TW.

A continuación, hemos comparado la evolución de la población de electrones en una línea de transmisión coaxial de $Z_0 = 50 \Omega$, con un gap $d = 20$ mm y $f = 0.75$ GHz, para una onda viajera y una onda estacionaria. Para ambas señales de RF hemos considerado el mismo valor entre las curvas de TW y SW mostradas en la Fig. 4.12(b) (ver el asterisco). Como se esperaba, la comparación de resultados mostrados en la Fig. 4.13 confirma que el efecto de la saturación electrónica ocurre en la configuración de TW, mientras que no ocurre en el caso de SW.

Seguidamente, hemos considerado la misma línea coaxial para los resultados mostrados en la Fig. 4.12, es decir, con $Z_0 = 50 \Omega$, que ha sido analizada manteniendo ahora la frecuencia de trabajo en $f = 5$ GHz y modificando el gap entre los dos conductores. En la Fig. 4.14 mostramos el voltaje umbral para las configuraciones de TW y SW. Observamos que los resultados son muy similares a los mostrados en la figura anterior Fig. 4.12. Tras realizar otras simulaciones hemos concluido que las cartas de susceptibilidad para líneas coaxiales dependen del producto $f \times d$, independientemente que modifiquemos f o d para realizar la correspondiente simulación. También hemos confirmado que la separación de los umbrales de tensión para diferentes configuraciones de la onda se produce siempre para valores del producto de $f \times d \approx 7$ GHz · mm, independientemente del valor de f y d .

Adicionalmente, hemos demostrado que la diferencia observada para algunas configuraciones entre los umbrales de voltajes para valores altos del producto $f \times d$ ocurre independientemente de la impedancia característica y del material de la superficie. Para ello hemos considerado dos líneas de transmisión coaxiales con $Z_0 = 40 \Omega$ and $Z_0 = 60 \Omega$ (ver Fig. 4.15), así como con diferentes gaps escogiendo en este último caso como material el alodine tanto en el conductor interno como en el externo (ver Fig. 4.16, donde se incluyen los resultados de [28] para comparar).

Finalmente, todos los resultados previos permiten concluir que el efecto multipactor se

puede mitigar para la configuración de onda estacionaria, debido al efecto atractor de los nodos en el patrón de onda estacionaria donde el campo eléctrico es cero. Se ha observado que este efecto se inicia típicamente para un valor del producto de la frecuencia por la distancia del gap de $7 \text{ GHz} \cdot \text{mm}$, es decir, cuando el gap es aproximadamente un 10 % de $\lambda_0/4$ (siendo $\lambda_0/4$ la distancia entre el máximo del campo eléctrico y del campo magnético en el patrón de una onda estacionaria (SW)).

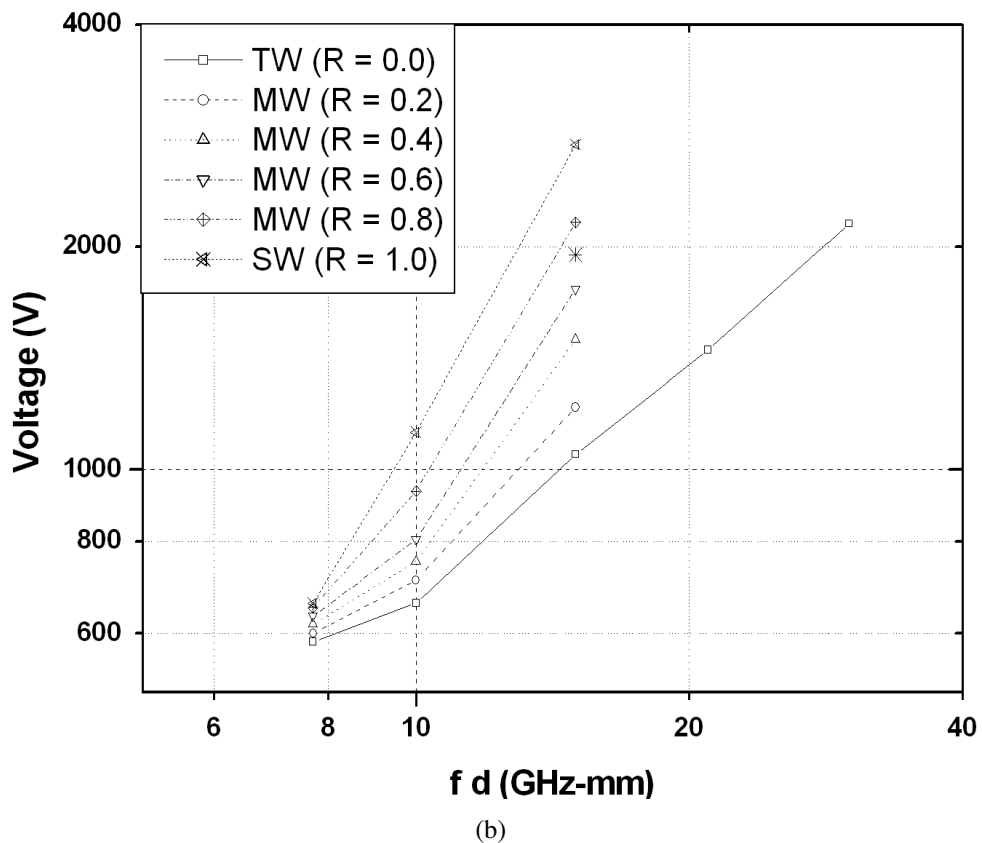
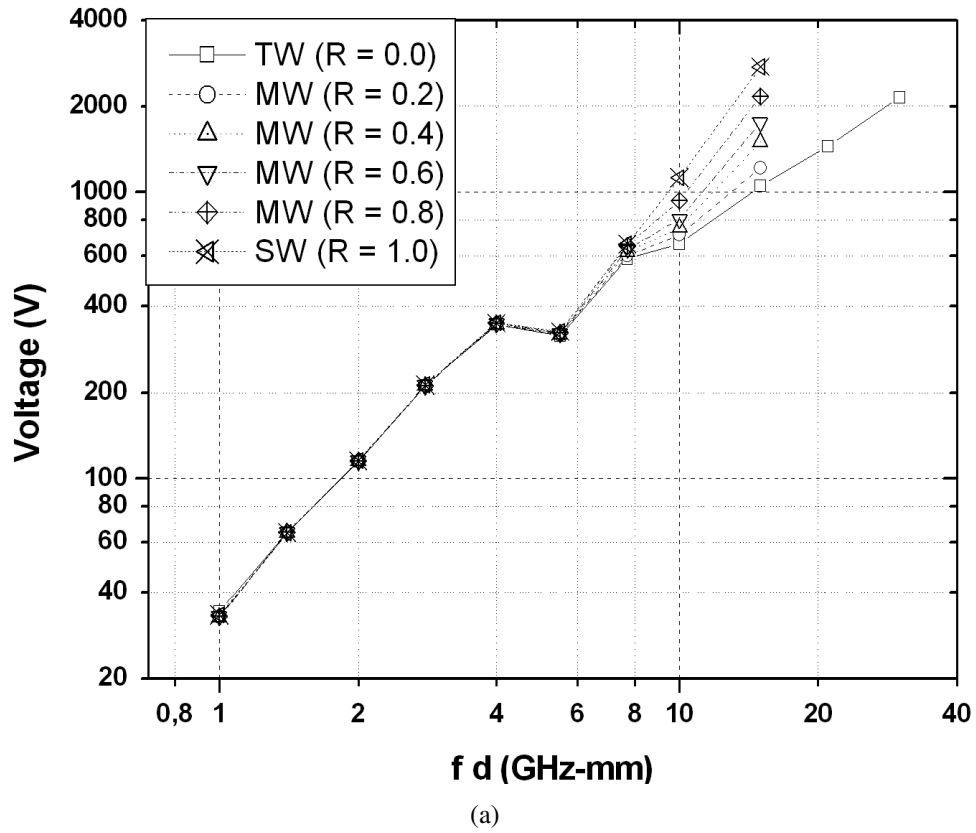


Figura 4.12: (a) Umbral RF de multipactor en una línea coaxial de $Z_0 = 50 \Omega$ con un gap $d = 20$ mm. (b) Un zoom en la región de modos de multipactor de orden superior. El asterisco corresponde con la $V = 1950$ V y $f = 0.75$ GHz.

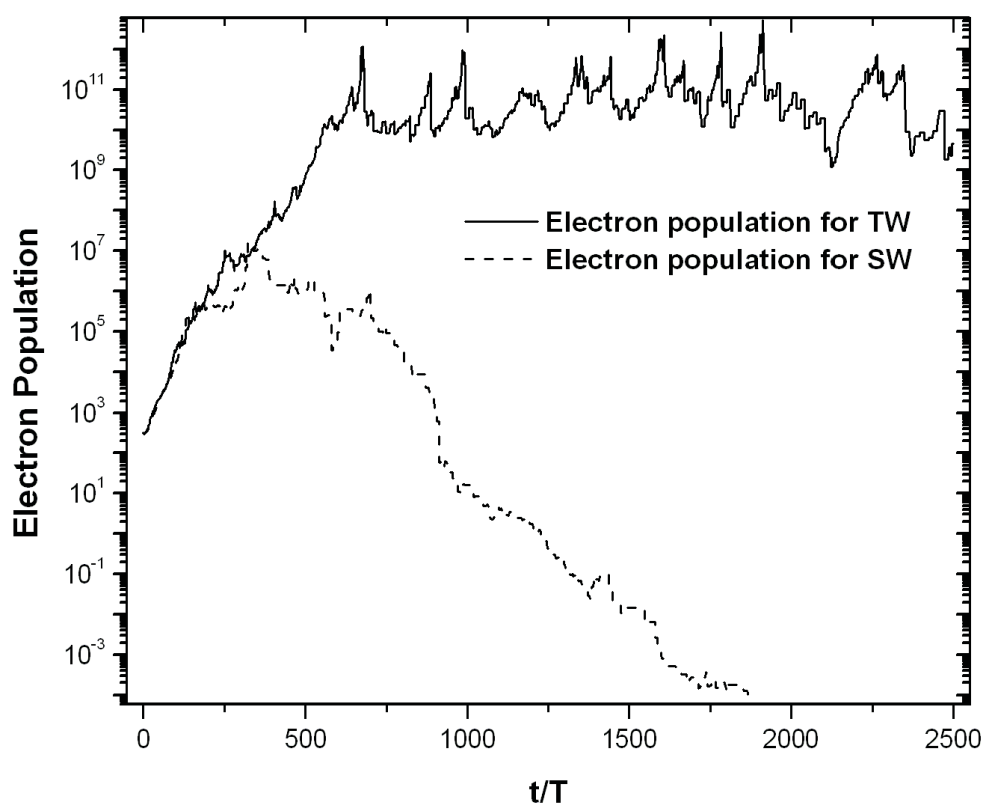


Figura 4.13: Niveles de saturación para las ondas viajeras y estacionarias en un coaxial de $Z_0 = 50 \Omega$, con un gap $d = 20$ mm, y para $f = 0.75$ GHz. El valor de la tensión para cada configuración corresponde al asterisco mostrado en la Fig. 4.12(b).

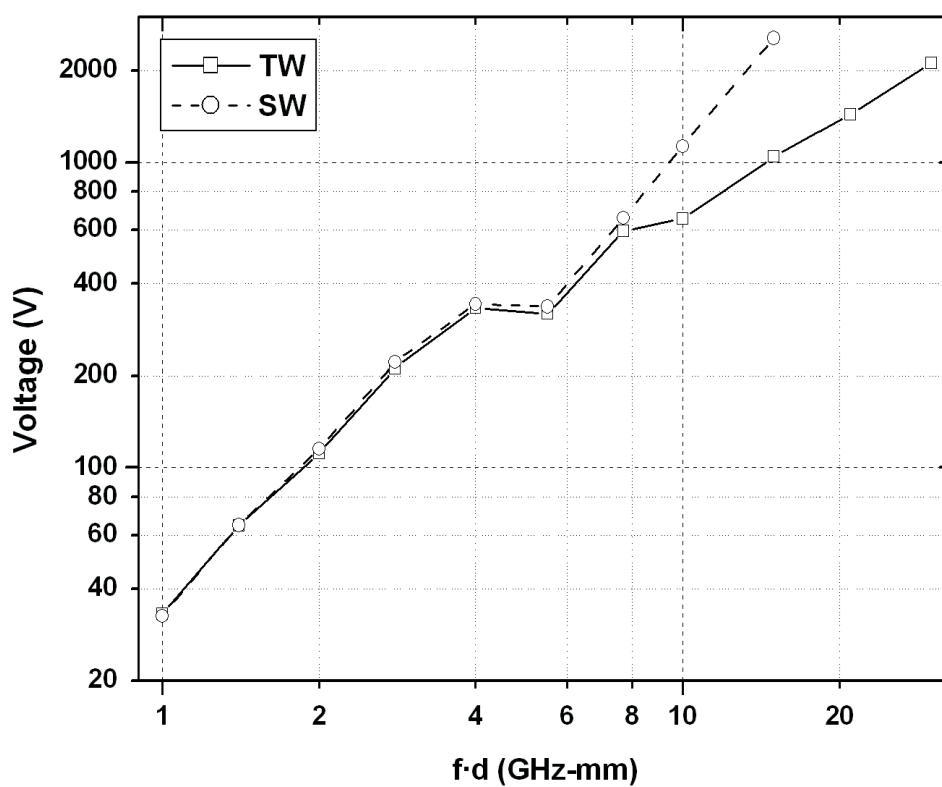


Figura 4.14: Umbral RF de multipactor en una línea coaxial de $Z_0 = 50 \Omega$ para una frecuencia de trabajo $f = 5.0$ GHz.

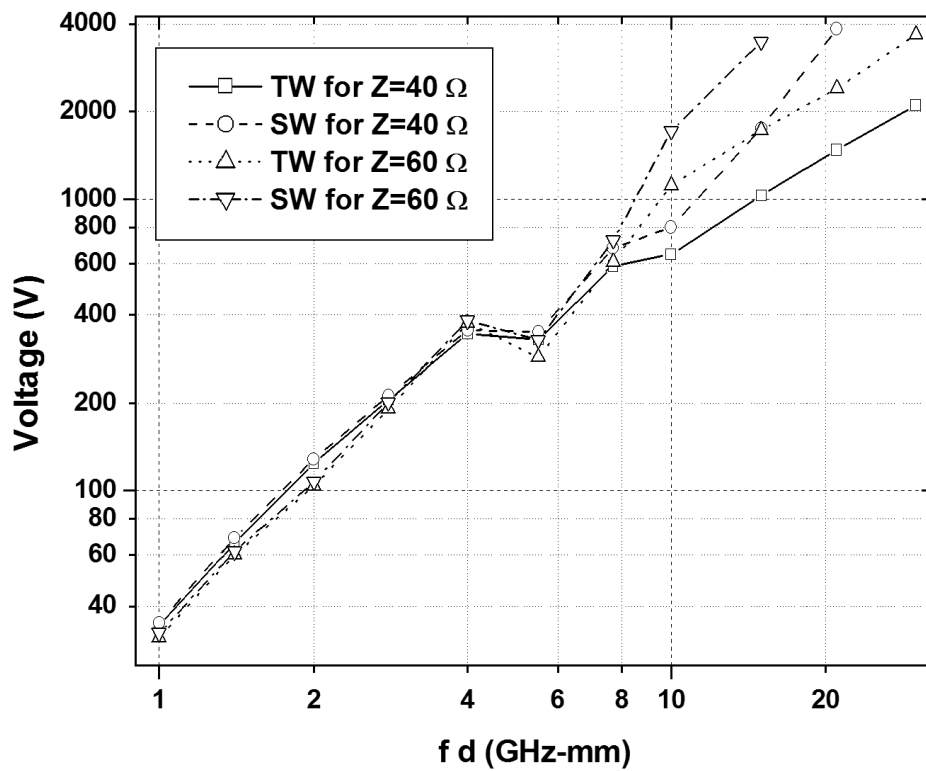


Figura 4.15: El umbral de multipactor en una línea de transmisión coaxial con una impedancia de $Z_0 = 40 \Omega$ y otra línea de transmisión coaxial de impedancia $Z_0 = 60 \Omega$ pero con un gap (separación entre conductores) $d = 20$ mm.

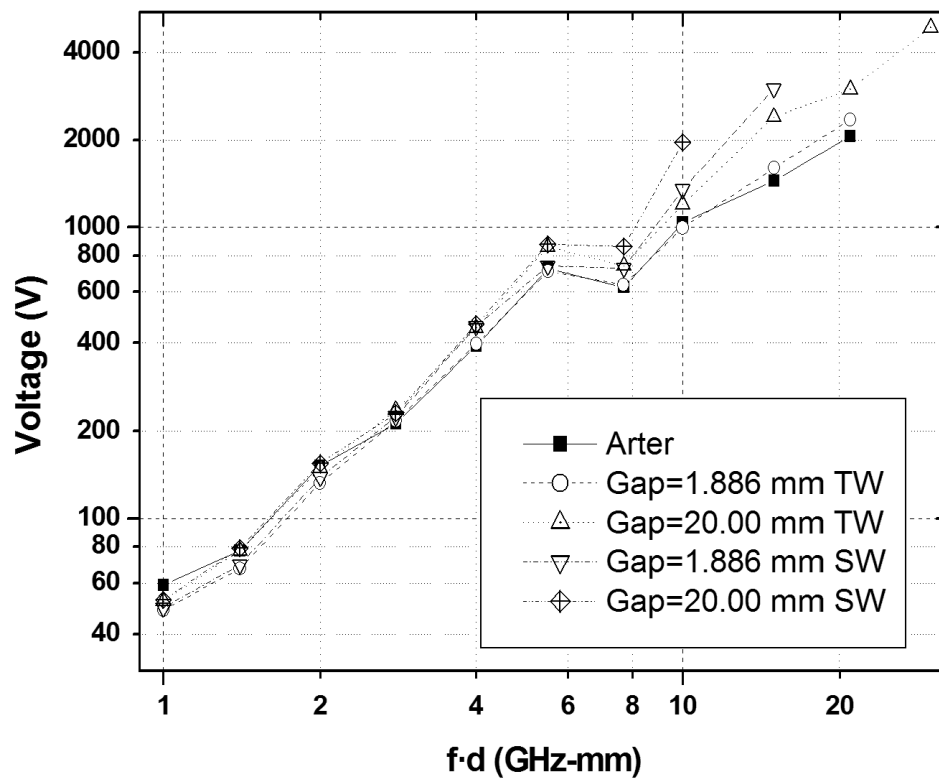


Figura 4.16: Umbrales de multipactor para señales de RF en líneas de transmisión coaxial con impedancia de $Z_0 = 50 \Omega$ con separaciones entre los conductores externo e interno de $d = 1.886 \text{ mm}$ y $d = 20 \text{ mm}$. Los datos numéricos han sido seleccionados del trabajo [28] para el caso de $d = 1.886 \text{ mm}$.

Capítulo 5

Efecto multipactor en Guías Circulares

5.1. Introducción

Las guías circulares, las cuales se suelen emplear bien como cavidades resonantes o bien como iris (elementos) que conectan guías adyacentes, están presentes en muchos componentes pasivos utilizados en diferentes aplicaciones de RF y microondas, es decir, tanto en aceleradores de partículas como en subsistemas de satélites. Debido a las condiciones en que operan estos dispositivos (alta potencia y alto vacío), pueden verse afectados por efectos no deseados, como el efecto multipactor.

En los últimos 50 años, se han desarrollado diversos estudios del efecto multipactor debido a las necesidades de ser muy precisos en la predicción de los umbrales de dicho efecto en los diferentes subsistemas de microondas. Hay muchas publicaciones al respecto en la literatura científica, las cuales consideran el problema del efecto multipactor en dispositivos de microondas con geometrías simplificadas, en las que es posible utilizar un método analítico [1, 19]. Estos métodos han permitido el desarrollo de varias herramientas numéricas con la capacidad de simular el efecto multipactor en diferentes geometrías, tales como las placas plano paralelas [46], las ventanas dieléctricas [47], las guías rectangulares y guías con sección transversal en forma de cuña [48, 49, 50], las líneas microstrip [51], los iris de guías de ondas [52, 53], las guías coaxiales [25, 39, 41, 48]. Sin embargo, el análisis del efecto multipactor en guías circulares no ha sido analizado en detalle. Recientemente, se ha publicado un estudio de este problema, donde el multipactor se simula numéricamente considerando una sola polarización del modo fundamental de la guía circular en el caso de órdenes de multipactor bajos [54]. A su vez, en dos trabajos complementarios más recientes se ha analizado el problema de las dos polarizaciones para el caso en que el orden de multipactor es alto [55], donde se ha considerado la polarización lineal y la circular, y para el caso en que el orden de multipactor es bajo considerando polarización lineal, circular y elíptica [56].

La guía de onda circular posee la propiedad de que el modo fundamental TE_{11} está degenerado en dos modos ortogonales. Debido a esta característica, es posible excitar diferentes ondas propagándose con diferente polarización (lineal, elíptica y circular). Hay diversas

aplicaciones de microondas que están basadas en esta propiedad, y por tanto es conveniente analizar la dependencia de las propiedades del efecto multipactor con la polarización de las ondas que se propagan en el interior de la guía circular (ver Fig.5.1).

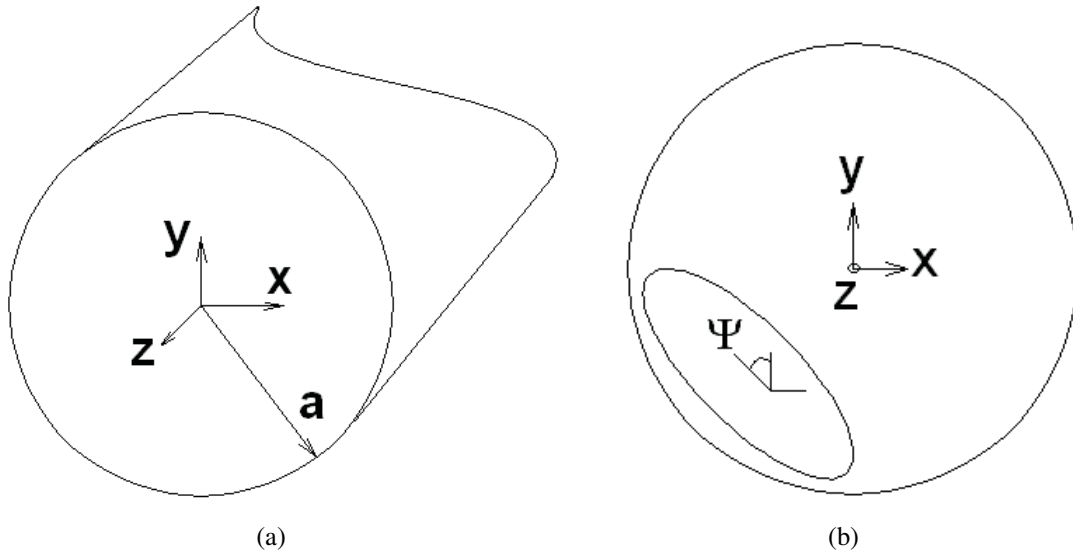


Figura 5.1: Guía circular con radio a (a), y la elipse de polarización resultante del campo eléctrico RF (b). Ψ es el ángulo de inclinación de la elipse de polarización.

El objetivo de este capítulo es el estudio del efecto multipactor en una guía de onda circular estándar, la cual se emplea habitualmente en diversos subsistemas de RF, microondas y ondas milimétricas con señales de alta potencia. En concreto, hemos desarrollado un modelo numérico para la predicción del efecto multipactor en guías de ondas circulares sometidas a la excitación del modo fundamental TE_{11} , el cual se describe en el apartado 5.2. Una vez explicado el modelo teórico que se ha desarrollado, exponemos los principales resultados numéricos obtenidos para ordenes bajos de multipactor en el apartado 5.3. Finalmente, en el último apartado del capítulo se comentan las principales conclusiones del estudio realizado 5.4

5.2. Modelo teórico para el análisis y predicción del efecto multipactor

5.2.1. Trayectoria del electrón efectivo

Para calcular la trayectoria de un electrón en el interior de una guía circular debemos resolver una ecuación diferencial que no tiene solución analítica, a diferencia de lo que sucede en el caso de una guía de placas plano-paralelas. Por tanto, para resolver este problema hay que recurrir a métodos numéricos de resolución de ecuaciones diferenciales.

Fuerza de Lorentz

Al tratarse de electrones moviéndose en el interior de una guía de ondas en las cuales hay campos electromagnéticos, la ecuación que gobierna el movimiento de las partículas es la ecuación de la fuerza de Lorentz no relativista (ver (4.4)),

$$\vec{F}_L = q (\vec{E}_{total} + \vec{v} \times \vec{B}_{total}) = m \ddot{\vec{r}}$$

donde q es la carga del electrón ($q < 0$), \vec{v} es el vector velocidad expresado en el sistema de referencia del laboratorio, $\ddot{\vec{r}}$ es el vector aceleración y el $\dot{\cdot}$ significa la derivada respecto del tiempo, m es la masa del electrón en reposo, y \vec{E}_{total} y \vec{B}_{total} son el campo eléctrico total y el campo magnético total que interactúan con el electrón. Por simplicidad, tal y como se explica en el apartado 5.3, se ha considerado un modelo bi-dimensional, donde los electrones solo se mueven en el plano $z = cte$. Por tanto, la dinámica de cada electrón efectivo quedará definido a través del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales acopladas de segundo orden no lineales:

$$\ddot{r} = \frac{q}{m} [E_r(r, \varphi, t) + r\dot{\varphi}B_z(r, \varphi, t)] + r\dot{\varphi}^2 \quad (5.1a)$$

$$r\ddot{\varphi} = \frac{q}{m} [E_\varphi(r, \varphi, t) - \dot{r}B_z(r, \varphi, t)] - 2\dot{r}\dot{\varphi} \quad (5.1b)$$

donde t representa el tiempo; r y φ son las coordenadas polares radial y azimutal, y \dot{r} y $\dot{\varphi}$ representan la primera derivada respecto del tiempo de r y φ , respectivamente; E_r y E_φ son las componentes transversales del campo eléctrico, mientras que B_z es la componente axial del campo magnético. Es interesante remarcar que los términos $r\dot{\varphi}^2$ y $-2\dot{r}\dot{\varphi}$ corresponden, respectivamente, con las aceleraciones centrípeta y de Coriolis. Dichos términos suelen aparecer típicamente en los sistemas de coordenadas curvilíneas, representando pues la dependencia entre los vectores de la base y las coordenadas [57].

Campos electromagnéticos

El campo electromagnético de RF que actúa sobre el electrón efectivo es el resultado de una superposición de campos electromagnéticos.

El campo electromagnético de RF se describe como una superposición de modos TE_{11} viajando con polarizaciones ortogonales (vertical y horizontal), cada uno con su respectiva amplitud y fase. Entonces, los campos de RF expresados en el sistema de referencia del laboratorio estarán dados por [20], [21], [22],

$$E_r(r, \varphi, t) = -\frac{N_{11}}{2\xi r} J_1\left(\frac{\chi'_{11}}{a}r\right) \cdot [V^{(v)}(-\sin(\varphi)\cos(\omega t)) + V^{(h)}(\cos(\varphi)\cos(\omega t + \Theta))] \quad (5.2)$$

$$E_\varphi(r, \varphi, t) = \frac{N_{11}\chi'_{11}}{2\xi a} J'_1\left(\frac{\chi'_{11}}{a}r\right) \cdot [V^{(v)}(\cos(\varphi)\cos(\omega t)) + V^{(h)}(\sin(\varphi)\cos(\omega t + \Theta))] \quad (5.3)$$

$$B_z(r, \varphi, t) = \frac{N_{11}\chi'^2_{11}}{\omega 2\xi a^2} J_1\left(\frac{\chi'_{11}}{a}r\right) \cdot [V^{(v)}(\cos(\varphi)\sin(\omega t)) + V^{(h)}(\sin(\varphi)\sin(\omega t + \Theta))] \quad (5.4)$$

donde Θ es la diferencia de fase entre las dos ondas viajeras (incidentes) consideradas, $J_1(x)$ y $J'_1(x)$ son la función de Bessel de primer orden y su primera derivada, respectivamente, χ'_{11} es el zero de la primera derivada de la función de Bessel de primer orden y cuyo valor es $\chi'_{11} \simeq 1.84118378134$, $V^{(v)}$ y $V^{(h)}$ son las amplitudes del voltaje del modo TE_{11} viajando con polarización vertical y horizontal respectivamente. En las ecuaciones previas, $f = \omega/(2\pi)$ representa la frecuencia de trabajo, por tanto $T = 1/f$ es el periodo de la señal de RF, a es el radio de la guía; y N_{11} representa el factor de normalización para el modo fundamental TE_{11} , el cual se obtiene del siguiente modo [22],

$$N_{11} = \frac{\sqrt{2/\pi}}{J_1(\chi'_{11})\sqrt{(\chi'_{11})^2 - 1}} \simeq 0.88699781664$$

Este factor de normalización, se obtiene de calcular la potencia que transmite el modo TE_{11} y normalizada a 1 W.

Por su parte, ξ es una constante numérica, y el valor es el resultado de resolver la siguiente integral [58],

$$\begin{aligned} \xi &\equiv \int_0^a \frac{J_1\left(\frac{\chi'_{11}r}{a}\right)}{r} dr \\ &= \frac{(\chi'_{11})^{-1}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2k+2)\Gamma\left(\frac{3}{2}+k\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+k\right)} J_{2k+2}(\chi'_{11}) \\ &\simeq 0.801041970152 \end{aligned}$$

siendo $\Gamma(x)$ la función de gamma de Euler.

Los modos han sido expresados como una función del voltaje equivalente, tal y como se define en el trabajo publicado en [54]. En este caso el voltaje equivalente para cada una de las polarizaciones es,

$$V^{(v)} = 2 \int_0^a E_r(r, \varphi = \pi/2, t = 0)|_{V^{(h)}=0} dr \quad (5.5)$$

$$V^{(h)} = 2 \int_0^a E_r(r, \varphi = 0, t = 0)|_{V^{(v)}=0} dr \quad (5.6)$$

Elipse de polarización

Para poder describir los diferentes estados de polarización que existen en el problema que estamos analizando, hemos definido un coeficiente complejo, denominado coeficiente de relación axial AR , tal y como aparece en [59],

$$AR \equiv \frac{V^{(h)}}{V^{(v)}} e^{j\Theta} = |AR| e^{j\Theta} \quad (5.7)$$

donde $V^{(v)}$ y $V^{(h)}$ representan los voltajes equivalentes de las polarizaciones vertical y horizontal respectivamente, Θ es el desfase entre ambas polarizaciones y $|AR|$ es el módulo del coeficiente de relación axial. Por tanto, este coeficiente ($|AR|$) establece una relación entre la amplitud de los voltajes equivalentes de cada una de las polarizaciones (v) y (h). Debemos indicar en este punto que el estado de polarización lineal se describe por $\Theta = 0^\circ, 180^\circ$ con un valor arbitrario de $|AR|$, mientras que el estado de polarización circular satisface la condición de $|AR| = 1$ y $\Theta = \pm 90^\circ$.

Para poder analizar los regímenes de orden bajo de multipactor, el modo fundamental TE_{11} permanecerá por debajo de la frecuencia de corte [54]. Como consecuencia de esto, el problema ha de formularse en términos de un análisis basado en la energía eléctrica utilizada. La energía eléctrica (W_e) que se almacena en un tiempo medio asociada al campo eléctrico que existe en la sección transversal de la guía circular (cs), incluyendo ambas polarizaciones, se expresa según [60] como sigue,

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{4} Re \int_{cs} \vec{E} \cdot \vec{E}^* dS = \frac{\epsilon_0}{4} Re \int_0^a \int_0^{2\pi} (|E_r|^2 + |E_\varphi|^2) r dr d\varphi = \kappa \cdot ((V^{(v)})^2 + (V^{(h)})^2) \quad (5.8)$$

donde $*$ indica el complejo conjugado, y κ es la constante de proporcionalidad para el modo TE_{11} a calcular del siguiente modo,

$$\kappa \equiv \frac{\epsilon_0}{16\xi^2} \simeq 8.624187794231 \times 10^{-13} \quad (5.9)$$

donde ϵ_0 es la permitividad eléctrica del espacio libre.

Para poder comparar el efecto de la superposición de las dos polarizaciones con el caso en el que sólo se tiene en cuenta una sola de las polarizaciones [54], vamos a considerar que la energía eléctrica total almacenada es igual en ambos casos,

$$\kappa \cdot V'^2 = \kappa \cdot ((V^{(v)})^2 + (V^{(h)})^2) \quad (5.10)$$

donde V' es el voltaje vertical equivalente cuando sólo se considera la polarización vertical. Es fácil encontrar la siguiente expresión:

$$V^{(v)} = \frac{V'}{\sqrt{(1 + |AR|^2)}}; V^{(h)} = \frac{|AR|V'}{\sqrt{(1 + |AR|^2)}} \quad (5.11)$$

Si introducimos la definición del coeficiente de la relación axial (5.7) en la expresión (5.8), podremos obtener la energía eléctrica como una función del voltaje vertical. Por tanto, la expresión (5.8) quedará como,

$$W_e = \kappa \cdot V'^2 \cdot (1 + |AR|^2) \quad (5.12)$$

Entonces, podremos analizar diferentes casos modificando el valor de $|AR|$, pero considerando la misma energía eléctrica almacenada para el campo eléctrico total excitado.

Hacemos notar que la superposición de dos señales de RF ortogonales, ambas con la misma frecuencia, da como resultado un vector que describe una elipse de polarización. Así pues, los parámetros $|AR|$ y Θ determinaran el estado de polarización. Dicho estado de polarización también se puede describir en términos de otras dos magnitudes, como son la excentricidad de la elipse (e) y el ángulo de inclinación Ψ (ver Fig.5.1(b)). Ambos parámetros pueden expresarse como una función de $|AR|$ y Θ a través de las relaciones que se recogen en [61]:

$$e = \sqrt{1 - \tan^2(\chi)} \quad (5.13)$$

$$\chi = \frac{1}{2} \arcsin(\sin(2 \arctan(|AR|)) \sin(\Theta)) \quad (5.14)$$

$$\Psi = \frac{1}{2} \arctan(\tan(2 \arctan(|AR|)) \cos(\Theta)) \quad (5.15)$$

donde χ es el ángulo de elipticidad. Cabe remarcar que los estados de polarización lineal y circular se corresponden con los casos $e = 1$ y $e = 0$, respectivamente, mientras que los casos intermedios $0 < e < 1$ determinan los estados de polarización elíptica independientemente del ángulo de inclinación Ψ . De hecho, se observa en las simulaciones numéricas la no dependencia de los resultados obtenidos con respecto al ángulo de inclinación de la elipse.

5.3. Resultados numéricos

Tal y como se observa, el producto de la frecuencia de corte f_c del modo fundamental TE_{11} y el diámetro ($d = 2a$) de una guía circular genérica es un valor constante dado por $f_c \times d = \chi'_{11} c/\pi \simeq 175.698 \text{ GHzmm}$. Para este valor elevado del producto de la frecuencia por el gap, la teoría clásica de placas plano paralelas [9] nos indica que estamos en el modo 127, cuyo valor umbral de voltaje es de 10963 V para el caso de la plata. El estudio de estos órdenes de multipactor tan elevados es más complejo de analizar en comparación con los órdenes más bajos, y por tanto en la presente tesis hemos realizado el estudio de multipactor a bajas frecuencias. De este modo, la guía circular se encuentra funcionando por debajo de la frecuencia de corte, la cual se emplea de forma práctica en los subsistemas de RF para implementar iris que conectan cavidades adyacentes [62], [63], [64]. En cualquier caso, los mecanismos de pérdidas de electrones asociados al movimiento longitudinal de los mismos y a la longitud finita del iris no se han tenido en cuenta, pero podría afectar al nivel de la

descarga tal y como se explica en [48], [52].

En las simulaciones se han usado los datos del SEY para la plata. Para los cálculos numéricos, se ha realizado un estudio de convergencia concluyendo que con un número de $n = 200$ impactos y con $N_e = 360$ electrones efectivos es suficiente para alcanzar la convergencia del algoritmo utilizado en la presente tesis.

Siguiendo con los trabajos [52] y [55], vamos a considerar que el tiempo entre dos impactos sucesivos en el caso de resonancia del tipo de una sola superficie es un número entero de ciclos. Sin embargo, para el caso de resonancia del tipo de doble superficie, asumiremos que el electrón recorre dos veces el gap durante un mismo periodo de la señal de RF, impactando en la pared conductora después de cada cruce del gap (en el caso particular de una guía de placas plano-paralelas, esto implica que el tiempo de tránsito de un camino coincide con un número impar de semiciclos de la señal de RF).

Para el caso de la guía circular, hemos realizado dos estudios. En primer lugar se analiza la configuración de una sola polarización, es decir, hemos considerado que en el interior de la guía se propaga sólo el modo fundamental con polarización vertical [54]; y en segundo lugar el caso en el que en el interior de la guía se propague, además del modo fundamental con polarización vertical, el modo fundamental con polarización horizontal [56]. En este último análisis hemos podido variar la amplitud y la fase del coeficiente de relación axial, pero en términos de los parámetros propios de una elipse de polarización como son la excentricidad e y el ángulo de inclinación de la elipse Ψ . Para el caso de la doble polarización, hemos analizado tres casos para diferentes valores del producto frecuencia \times gap considerando que el gap (diámetro) es siempre $d = 1 \text{ mm}$.

5.3.1. Análisis con una polarización

Nuestro análisis del efecto multipactor en una guía circular, en la cual se propaga una señal con solo uno de los modos que componen el modo fundamental de la guía TE_{11} , va dirigido a demostrar numéricamente la existencia del primer modo de multipactor. Los datos del SEY para la plata que se han empleado en las simulaciones proceden del trabajo de Arter [28]. Se han realizado varias simulaciones donde se han cambiado todos los parámetros posibles, tanto geométricos como eléctricos, y en todos ellos se ha observado el fenómeno de multipactor.

En primer lugar, hemos calculado la trayectoria de un electrón resonante para 30 impactos (ver Fig. 5.2). Esta trayectoria muestra claramente un régimen de multipactor de doble superficie de orden 1 para una guía circular con un diámetro de $d = 1 \text{ mm}$.

El electrón se lanza desde una posición $r = d/2 = 0.5 \text{ mm}$, con una velocidad inicial en su componente radial $v_r = -1.0 \text{ eV}$ y en su componente angular $v_\phi = 0.1 \text{ eV}$. La tensión equivalente aplicada es $V_{eq} = 90 \text{ V}$ y la frecuencia de la señal de RF es $f = 1 \text{ GHz}$, por

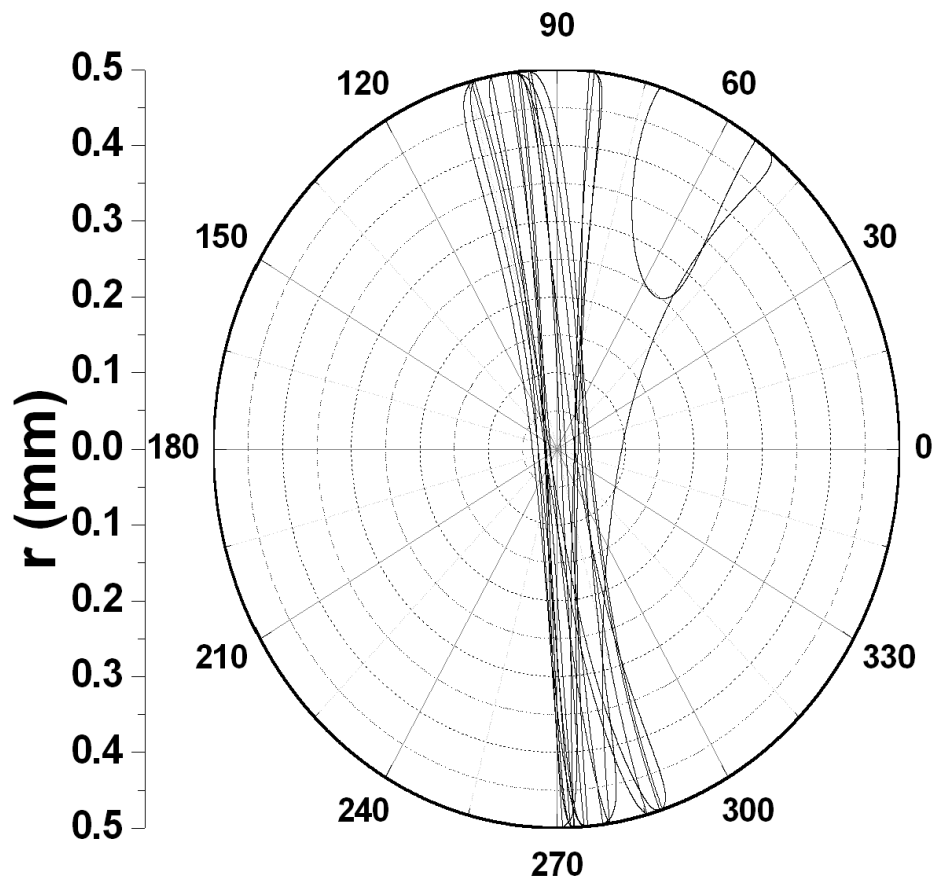


Figura 5.2: Trayectoria resonante de un electrón efectivo para 30 impactos. La trayectoria ha sido calculada en coordenadas polares, para demostrar la existencia del efecto multipactor de doble superficie. Los datos de la simulación son $V^{(v)} = 90 \text{ V}$, $v_r = -1.0 \text{ eV}$ y $v_\varphi = 0.1 \text{ eV}$, $\varphi = 75^\circ$, $t = t_\alpha = 0$ y $f = 1 \text{ GHz}$.

tanto el producto de la frecuencia y el gap es $f \times d = 1 \text{ GHzmm}$. Para este caso, hemos representado la variación de la componente radial del movimiento del electrón como una función del tiempo normalizado al período de la señal de RF (ver Fig. 5.3). En esta representación, se observa la típica curva de trayectoria resonante.

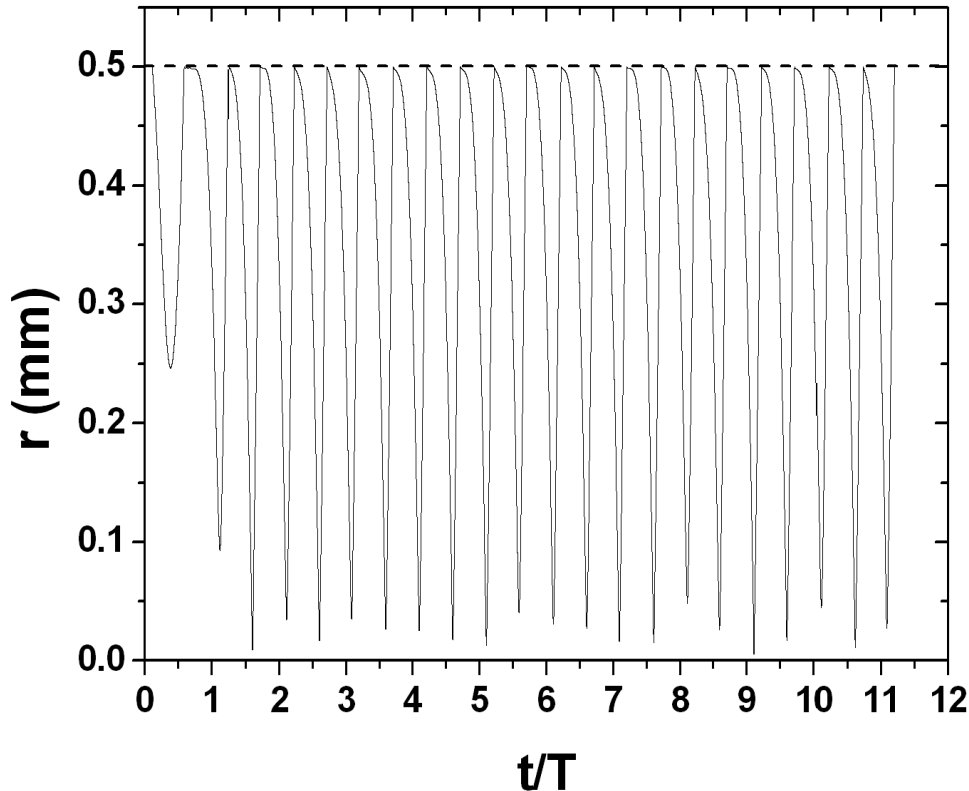


Figura 5.3: Representación de la componente radial de la trayectoria mostrada en la Fig.5.2 en función del tiempo normalizado t/T .

En la Fig. 5.4, hemos representado el tiempo de tránsito normalizado entre dos impactos consecutivos, y se ha observado la existencia de un régimen de multipactor de doble superficie. Además, para este caso descrito el valor medio del SEY es mayor que la unidad, tal y como se aprecia en la misma Fig. 5.4.

Este régimen de multipactor de doble superficie está causado por la componente radial del campo eléctrico del modo fundamental TE_{11} . Esta componente provoca una aceleración radial de los electrones y los conduce a moverse entorno al diámetro de la guía, con localización en $\varphi = 90^\circ$. En cambio, la componente azimutal del campo eléctrico provoca un desplazamiento en esta dirección de los electrones, lo cual provoca que salgan de la región de resonancia. Esto hace que la población de electrones generados por los múltiples impactos disminuya, bien porque los electrones son absorbidos por el material o bien porque son

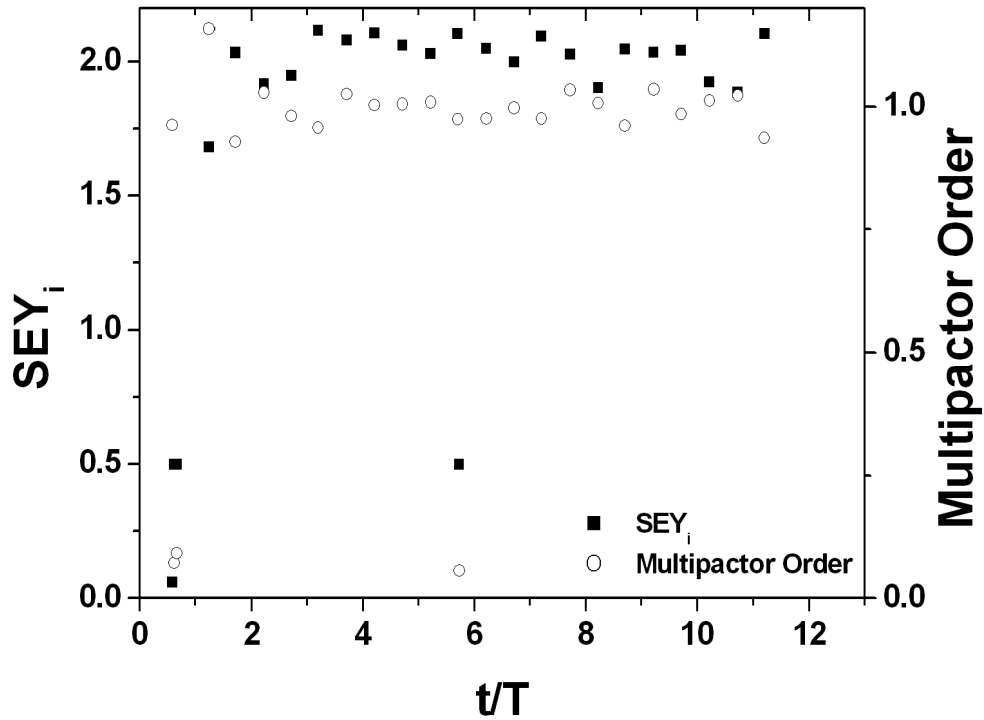


Figura 5.4: Valor del SEY_i del impacto i -ésimo, y orden de multipactor en función del tiempo normalizado t/T .

reflejados por las paredes conductoras. Como es obvio, para conseguir que la descarga por multipactor se desarrolle, los electrones generados en el proceso han de compensar las posibles pérdidas. En todos los casos considerados, la acción del campo magnético de RF sobre el movimiento del electrón es despreciable.

Una vez se ha visto que el efecto multipactor es posible en guías circulares, vamos a analizar las posibles ventanas de tensión en las cuales dicho efecto es susceptible de existir. Para ello, evaluamos una función que tiene en cuenta el crecimiento electrónico para trayectorias de 100 impactos, que denominamos en inglés *enhanced counter function* y cuyos resultados se recogen en la Fig. 5.5 para tres casos (todos ellos con un mismo valor de $f \times d = 1 \text{ GHzmm}$). Los valores en dicha gráfica que son mayores que la unidad se corresponden con los niveles de voltaje donde el efecto multipactor existe.

Tal y como se ha indicado, en el caso de $f \times d = 1 \text{ GHzmm}$ hemos realizado la simulación para diferentes valores de la frecuencia y del gap (en este caso el diámetro de la guía), observándose en todos ellos la misma región de multipactor (ver Fig. 5.5). Esto demuestra que el efecto multipactor depende únicamente del valor del producto de la frecuencia por el gap, tal y como establece la teoría clásica [1].

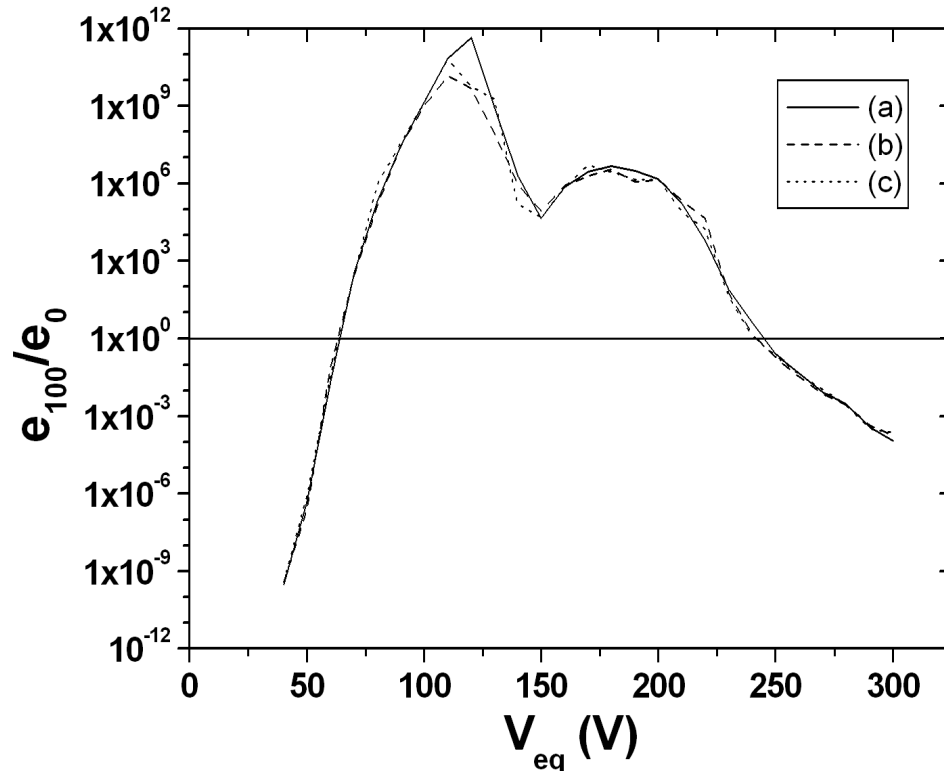


Figura 5.5: La línea sólida (a) es para el caso $d = 0.5 \text{ mm}$ y $f = 2 \text{ GHz}$, la línea de rayas (b) se corresponde con el caso $d = 1.0 \text{ mm}$ y $f = 1 \text{ GHz}$ y la línea de puntos (c) es el caso para $d = 2 \text{ mm}$ y $f = 0.5 \text{ GHz}$,

Para finalizar con este estudio del efecto multipactor en guía circular con polarización lineal, evaluamos los umbrales de tensión para diferentes valores del producto $f \times d$, y lo comparamos con los resultados de la teoría clásica de Hatch y Williams en placas plano-paralelas (ver Fig. 5.6). Tal y como se observa en la figura, el efecto de la inhomogeneidad del campo eléctrico en la guía circular produce un incremento del umbral de voltaje.

5.3.2. Análisis con dos polarizaciones

En este apartado se va a analizar cómo afecta al fenómeno de multipactor la presencia de una señal de RF con dos polarizaciones. Hemos evaluado tres casos del producto de la frecuencia por el gap de la guía, con la condición de que el gap de la guía se ha mantenido constante en todo el análisis, y por tanto el valor del gap (diámetro) es $d = 1 \text{ mm}$.

Análisis del multipactor para $f \times d = 1 \text{ GHzmm}$

En primer lugar evaluaremos los umbrales de voltaje como una función del valor de la excentricidad de la elipse de polarización (ver Fig. 5.7).

Como se observa en la Fig. 5.7 el efecto multipactor existe, pero sólo para valores de

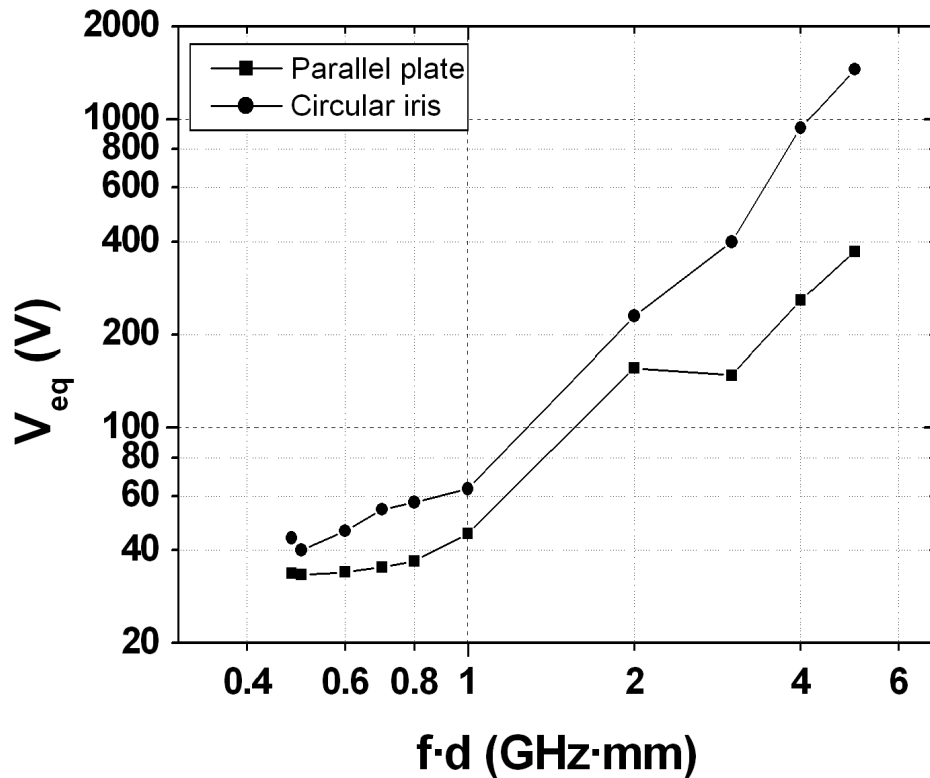


Figura 5.6: Voltaje umbral para la guía circular en comparación con la guía de placas plano-paralelas.

la excentricidad $e \geq 0.95$, es decir, cuando la polarización es prácticamente de tipo lineal. Sin embargo, cuando el valor de la excentricidad es $e \leq 0.95$, es decir, cuando la polarización deja de ser lineal y empieza a observarse la elipse de polarización, el efecto multipactor desaparece. Para tratar de comprender que es lo que ocurre, hemos marcado los puntos *A*, *B*, *C* y *D* en la Fig. 5.7 y representaremos la trayectoria resonante de un electrón en cada uno de estos casos (ver resultados en Fig. 5.8).

Una de las primeras cosas a destacar es que, a medida que se disminuye el valor de la excentricidad desde $e = 1$ hasta $e = 0.95$, el valor umbral de la tensión de multipactor aumenta. Este hecho se puede comprender fácilmente porque para $e = 1$ (punto *A*) que implica una polarización lineal, como se observa en la Fig. 5.8(a) el régimen de multipactor se corresponde con un doble superficie estable, y con un tiempo de tránsito entre impactos de un semiperiodo de la señal de RF, de acuerdo con los resultados clásicos para placas plano-paralelas y confirmando los resultados previamente publicados en [54], y mostrados en la sección anterior 5.3.1.

Ahora bien, al disminuir el valor de la excentricidad a $e = 0.99$ (*B*), se observa como la trayectoria del electrón tiene un ensanchamiento entorno al diámetro de la guía (ver

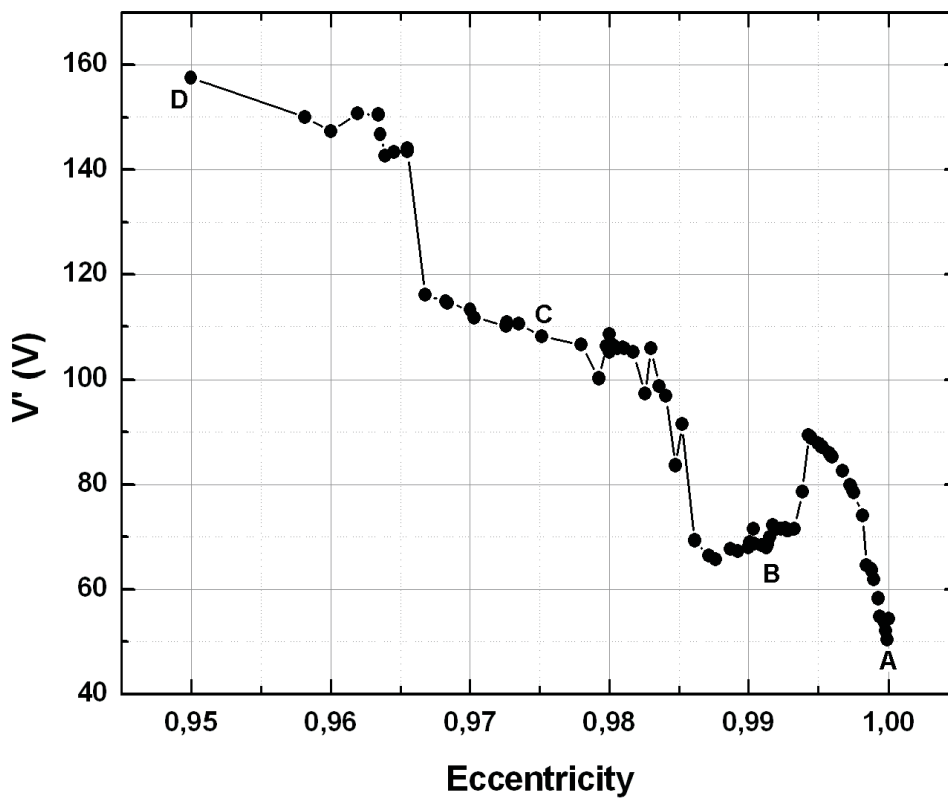


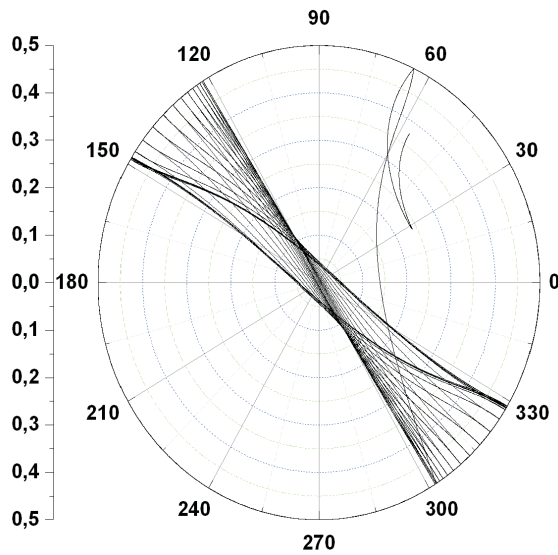
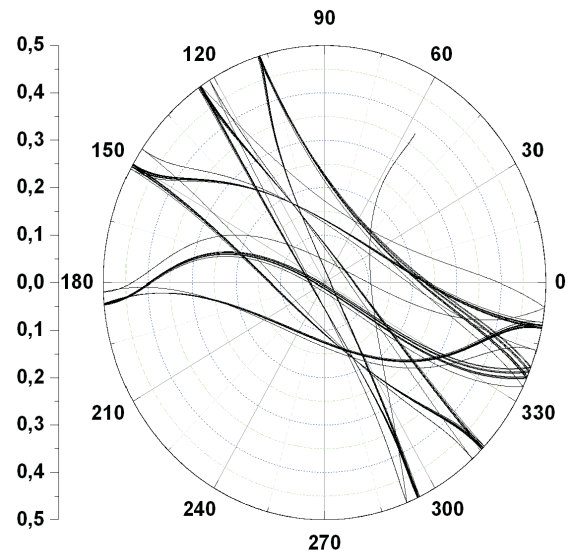
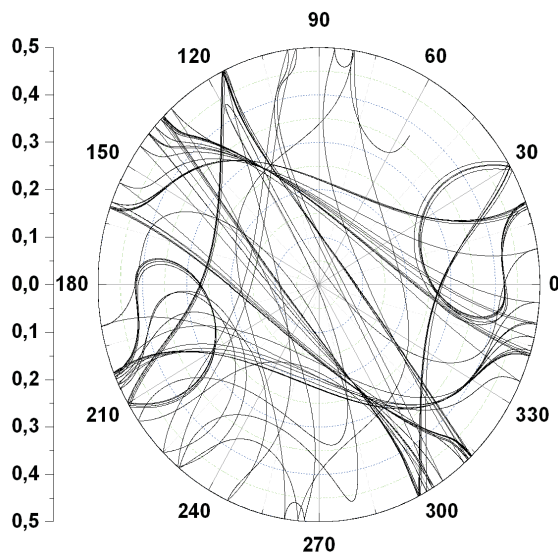
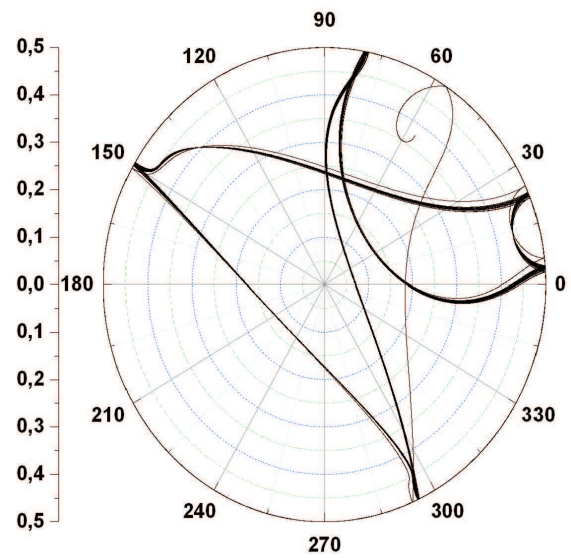
Figura 5.7: Umbrales de voltaje de RF (V_{th}) en función de la excentricidad (e) para el caso de $f \times d = 1 \text{ GHzmm}$.

Fig. 5.8(b)), aunque mantiene un régimen de multipactor del tipo de doble superficie y con el mismo tiempo de tránsito entre impactos que en el caso anterior (A).

Si seguimos disminuyendo el valor de la excentricidad, los resultados de las simulaciones muestran la coexistencia de los dos regímenes de multipactor (régimen de doble superficie y régimen de una sola superficie), lo cual provoca una variación importante en los umbrales de multipactor.

Una vez hemos comprendido e identificado los procesos de multipactor que ocurren en el intervalo de $e \in [0.95, 1]$, vamos a analizar qué ocurre fuera de este intervalo y para ello hemos elegido dos casos significativos (ver Fig. 5.9): el primero es $e = 0.8$, el cual corresponde a una polarización elíptica, y el caso de $e = 0$ donde se trabaja con una polarización circular.

En el primer caso $e = 0.8$, se observa un tránsito entre dos regímenes de multipactor, es decir, el régimen cambia desde uno de doble superficie hacia uno de sólo una superficie. Aun así, la población de electrones que se genera en los impactos desaparece, debido a que la mayoría de las trayectorias están fuera de la resonancia, y por tanto dejan de cumplir una de las condiciones necesarias para que la avalancha se produzca, esto es, trayectorias

(a) Punto A: $e = 1$ y $V' = 54.5 V$ (b) Punto B: $e = 0.99$ y $V' = 69 V$ (c) Punto C: $e = 0.975$ y $V' = 112 V$ (d) Punto D: $e = 0.95$ y $V' = 158 V$ **Figura 5.8:** Diferentes trayectorias resonantes para $f \times d = 1 GHzmm$.

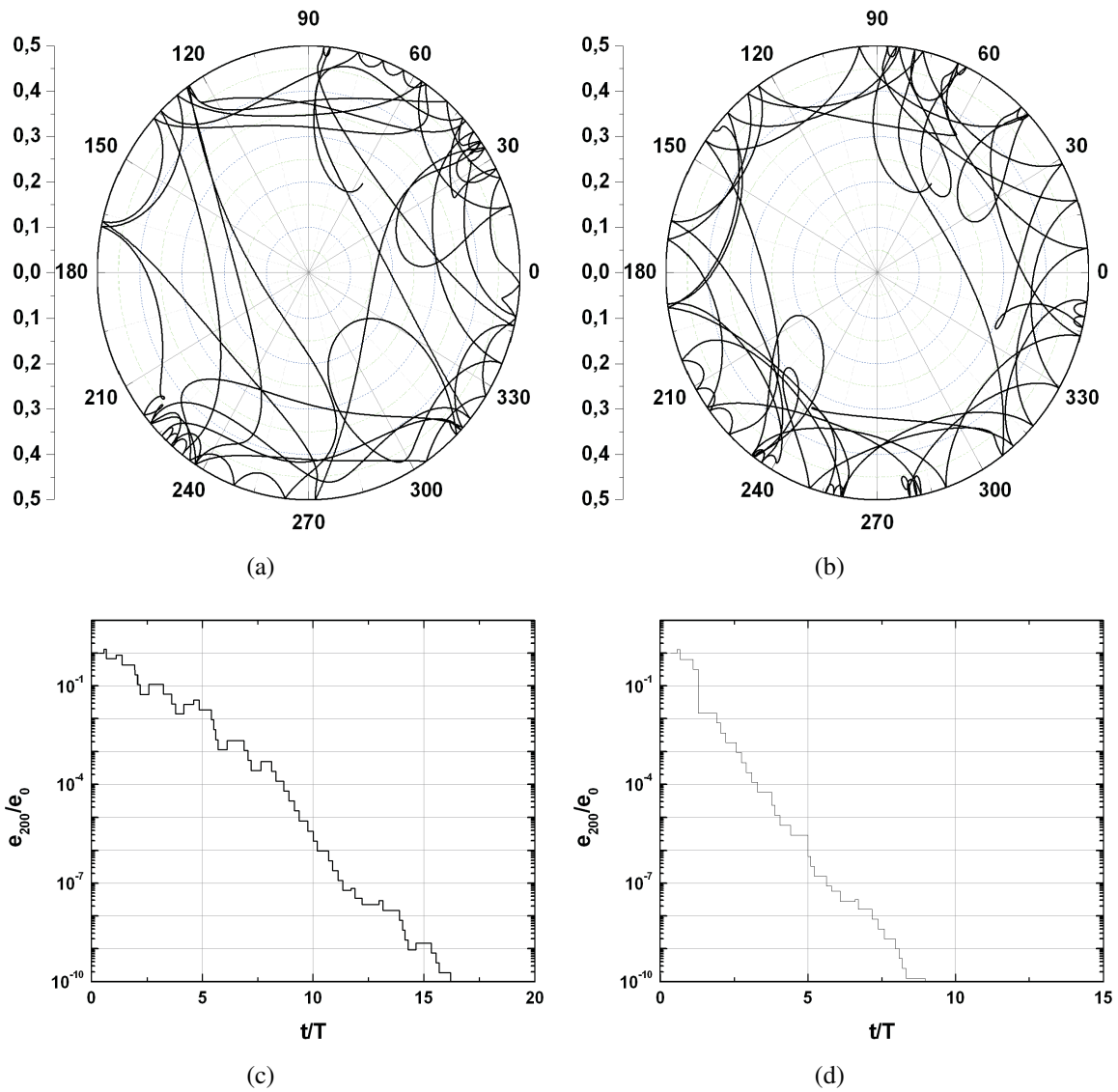


Figura 5.9: Simulaciones de multipactor para el caso $f \times d = 1 \text{ GHzmm}$ con $e = 0.8$ ((a) y (c)) y $e = 0$ ((b) y (d)). Las trayectorias del electrón, así como la evolución de la población de electrones, se ha calculado en función del tiempo normalizado.

resonantes y estables en el tiempo, (ver Fig. 5.9(a), 5.9(c)). Para el caso ($e = 0$), se observa que la transición entre regímenes de multipactor ya ha finalizado, es decir, sólo existe el régimen de multipactor de una sola superficie, pero las condiciones para que se produzca la avalancha no existen, y por tanto la población de electrones iniciales termina por desaparecer (ver Fig. 5.9(d)).

Análisis del multipactor para $f \times d = 3 \text{ GHzmm}$

De forma similar al caso anterior, evaluaremos en primer lugar los umbrales de tensión de multipactor en función de la excentricidad, con el objetivo de ver en qué rango de excentricidades se puede observar el fenómeno de la avalancha de electrones (ver resultados en la Fig. 5.10).

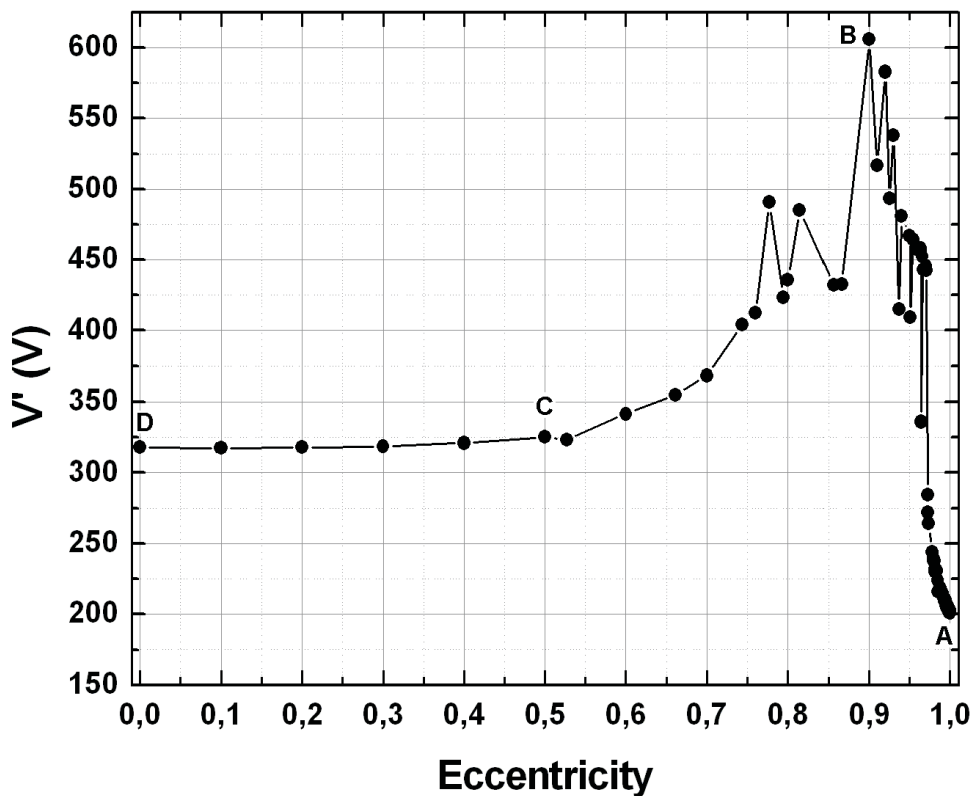


Figura 5.10: Umbrales de voltaje de RF (V_{th}) en función de la excentricidad (e) para el caso de $f \times d = 3 \text{ GHzmm}$.

Una primera conclusión, tras observar la gráfica de la Fig. 5.10, es que el fenómeno de la avalancha de electrones se produce y que además ocurre en todo el rango de excentricidades, es decir, el efecto multipactor se produce para cualquier tipo de polarización de la señal, ya sea lineal, circular o elíptica. Es de destacar que, en el intervalo de $e \in [0,5, 1]$, se observa un incremento de la tensión umbral hasta alcanzar un máximo, y después disminuye hacia un

valor que se mantendrá ya casi constante en el rango de excentricidad $e \in [0, 0.5]$, a medida que la excentricidad disminuye.

Para comprender este comportamiento de la tensión umbral, hemos marcado cuatro puntos significativos A, B, C y D en la Fig. 5.10, habiendo calculado la trayectoria de un electrón resonante en cada uno de estos casos. En concreto, los puntos A y D representan, respectivamente, las polarizaciones lineal ($e = 1$) y circular ($e = 0$). En el caso de la polarización lineal A , se ve claramente como la trayectoria del electrón se desarrolla a lo largo de un diámetro de la guía (ver Fig. 5.11(a)). Además, el tiempo de tránsito del electrón entre impactos se corresponde con 3 semiperíodos de la señal de RF, como predice la teoría clásica para el régimen de multipactor de doble superficie y orden 3, tal cual se ha mencionado previamente.

Al disminuir el valor de la excentricidad a $e = 0.9$ (B), se observa que la trayectoria del electrón efectivo se convierte en un multipactor de una sola superficie, y con un tiempo de tránsito entre impactos de 1 período de la señal de RF, por lo que la transición de doble superficie a una sola superficie ya ha ocurrido (ver Fig. 5.11(b)).

Ahora bien, para excentricidades $e < 0.9$ también se observan trayectorias resonantes estables, tal y como puede verse en la Fig. 5.11(c) para el caso de $e = 0.5$ (punto C). En este caso, el tiempo de tránsito entre impactos no se corresponde con ningún régimen de multipactor conocido. Sin embargo, si observamos el tiempo total de una trayectoria resonante entre los puntos $QRSQ$ de la Fig. 5.11(c), se comprueba que es exactamente de 4 períodos de la señal de RF. Finalmente, si consideramos el caso de $e = 0$ (D) en la Fig. 5.11(d) se observa una trayectoria resonante, donde el tiempo total para dar una vuelta completa a la guía tras realizar 35 impactos es de 46 períodos de la señal de RF.

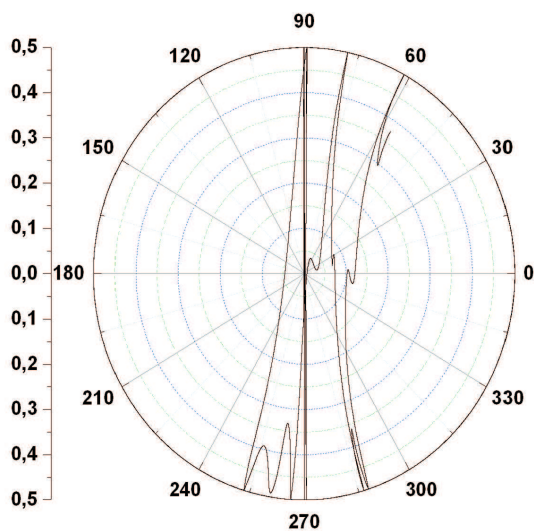
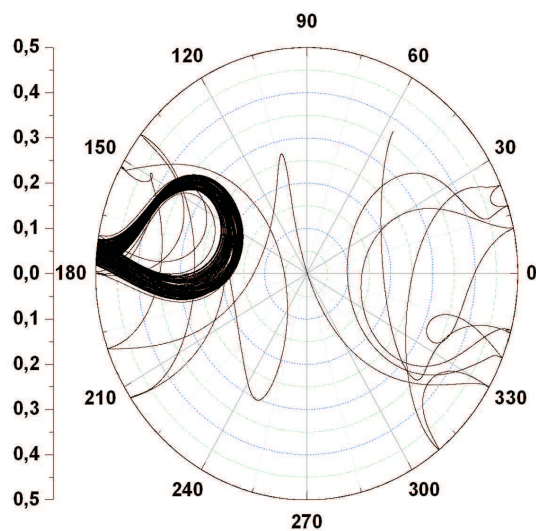
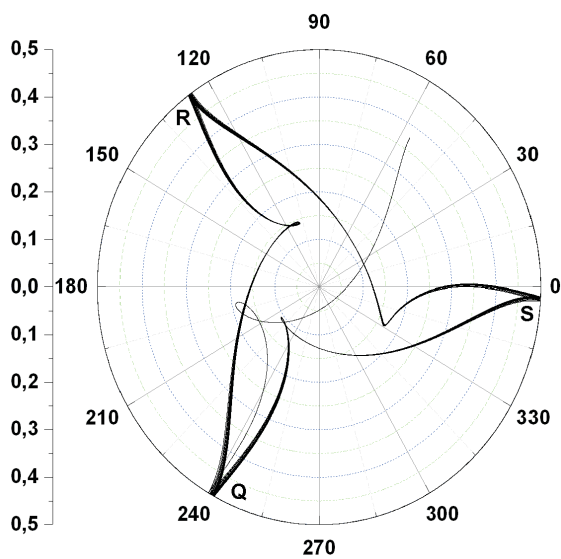
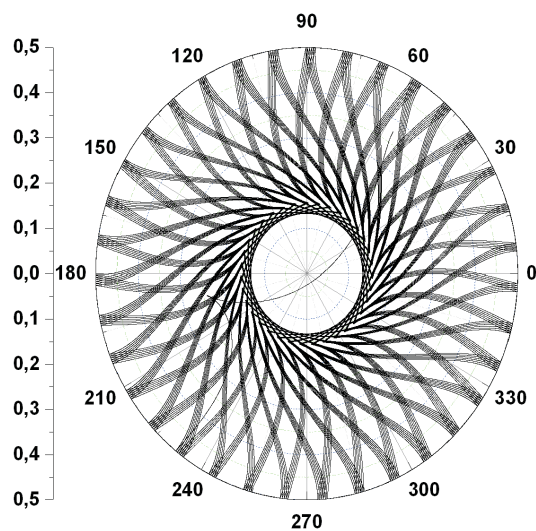
Análisis del multipactor para $f \times d = 7 \text{ GHzmm}$

Al evaluar los umbrales de tensión para este caso, (ver resultados en la Fig. 5.12), se observa un comportamiento similar al detectado en los casos anteriores de $f \times d = 1 \text{ GHzmm}$ y $f \times d = 3 \text{ GHzmm}$.

Hemos querido destacar los casos más relevantes para valores de la excentricidad, etiquetándolos de nuevo como A, B, C y D , así como evaluar las trayectorias resonantes de un electrón efectivo para estos valores de la excentricidad (ver Fig. 5.13).

Para un intervalo de valores de la excentricidad alto ($0.86 < e < 1$), tal y como se observa en las Fig. 5.13(a), 5.13(b), se produce la transición en el régimen de multipactor de doble superficie a una sola. Además, el tiempo de transición entre impactos en estos casos es acorde con la predicción de la teoría clásica de multipactor.

Si ahora disminuimos el valor de la excentricidad a $e = 0.5$ (C), se observa un cambio en el régimen de multipactor (ver Fig. 5.13(c)). Finalmente, en el caso de la polarización

(a) Punto A: $e = 1$ y $V' = 201.5 V$ (b) Punto B: $e = 0.9$ y $V' = 606 V$ (c) Punto C: $e = 0.5$ y $V' = 330 V$ (d) Punto D: $e = 0$ y $V' = 319.5 V$ **Figura 5.11:** Diferentes trayectorias resonantes para $f \times d = 3 GHzmm$.

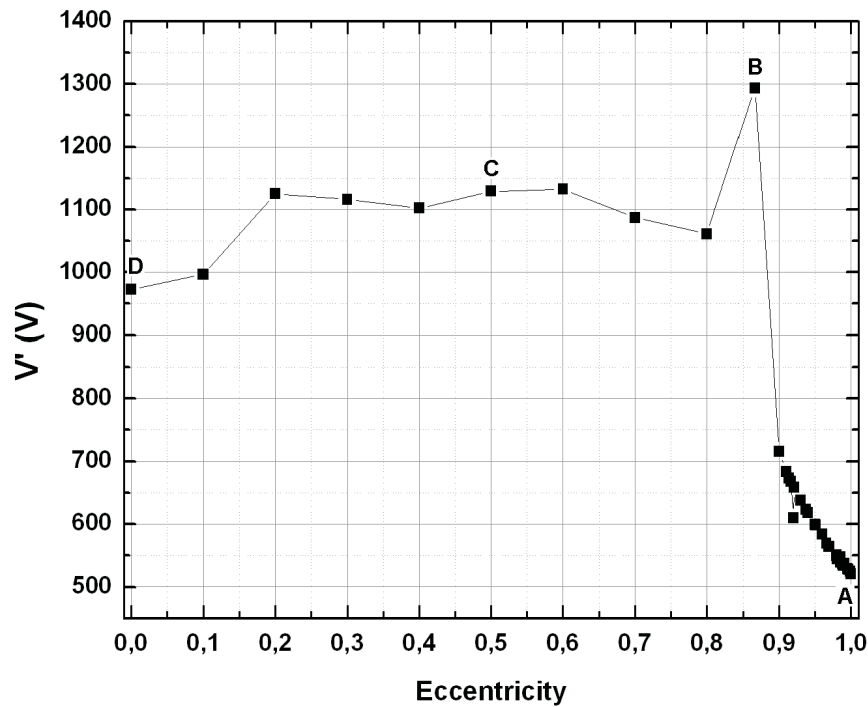


Figura 5.12: Umbrales de voltaje de RF (V_{th}) en función de la excentricidad (e) para el caso de $f \times d = 7 \text{ GHzmm}$.

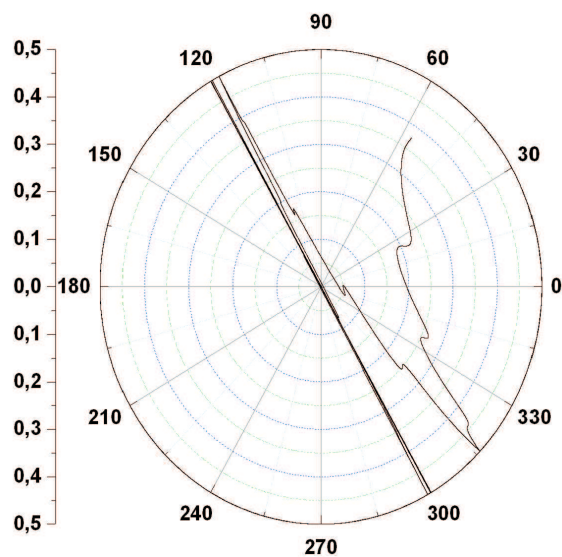
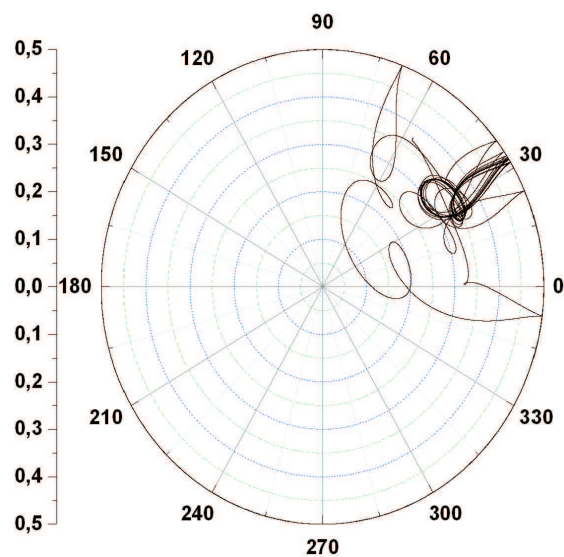
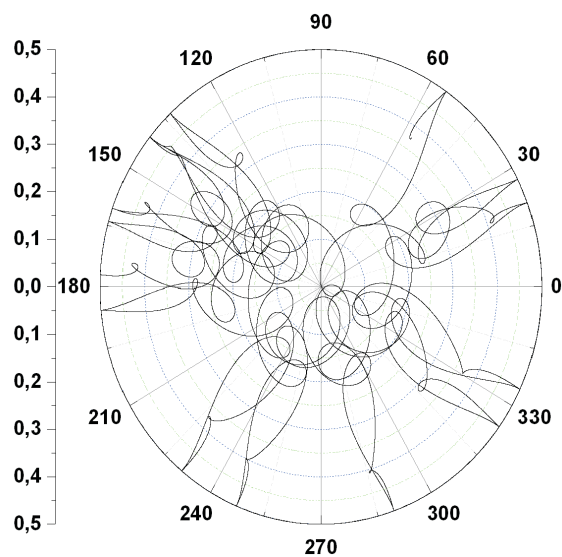
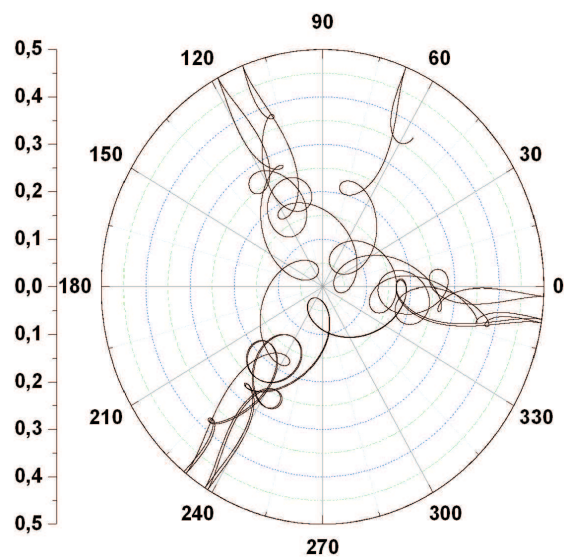
circular $e = 0$ (D), ver los resultados en la Fig. 5.13(d), se observa otro tipo de proceso de multipactor, el cual no puede explicarse con la teoría clásica.

5.4. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado un modelo numérico para el análisis del efecto multipactor en guía circular, asumiendo que el modo fundamental de dicha guía está operando por debajo de su frecuencia de corte. A su vez, se han tenido en cuenta las dos polarizaciones ortogonales del modo fundamental TE_{11} .

En el caso de una sola polarización (en concreto se ha elegido la polarización vertical), hemos evaluado trayectorias estables para órdenes bajos de multipactor en el régimen de doble superficie. A su vez, se han obtenido las tensiones umbrales del efecto multipactor para valores bajos del producto $f \times d$, y se han comparado con las predicciones de la teoría clásica para placas plano-paralelas, observándose un incremento de la tensión umbral debido a la inhomogeneidad del campo.

Al estudiar la doble polarización, se ha realizado un estudio de los umbrales de tensión en función del parámetro de la excentricidad para diferentes valores del producto $f \times d$. Los

(a) Punto A: $e = 1$ y $V' = 522 V$ (b) Punto B: $e = 0.86$ y $V' = 1294.5 V$ (c) Punto C: $e = 0.5$ y $V' = 1130 V$ (d) Punto D: $e = 0$ y $V' = 972 V$ **Figura 5.13:** Diferentes trayectorias resonantes para $f \times d = 7 \text{ GHzmm}$.

casos de polarización lineal y circular se han estudiado con detalle. En los diversos casos considerados, se han encontrado trayectorias resonantes más estables (correspondientes a multipactor de una superficie o de doble superficie), así como otros tipos de regímenes no predichos por la teoría clásica de multipactor.

Capítulo 6

Conclusiones y futuras líneas

6.1. Conclusiones

Esta tesis doctoral se ha centrado en el estudio del efecto multipactor tanto en líneas de transmisión coaxiales como en guías circulares, y a partir de este análisis del fenómeno, hemos desarrollado una herramienta informática para la predicción del efecto multipactor en este tipo de componentes pasivos de RF que son de interés en sistemas espaciales de telecomunicaciones. Esta herramienta ha de ser complementaria a las técnicas de diseño asistido por ordenador (CAD). A pesar de las diferencias entre las líneas de transmisión coaxiales y las guías circulares, el procedimiento realizado del análisis de los umbrales de RF es similar en ambos casos. Tras el análisis teórico, se desarrolló una herramienta basada en el modelo de electrón efectivo en función de cada caso. Como resultado de las simulaciones numéricas, hemos evaluado la evolución de la población de electrones en el interior de las guías. Esta información constituye la base para determinar si la descarga de multipactor se producirá o no. Una vez realizado esto, se obtuvieron los mapas de susceptibilidad del efecto multipactor en función de los parámetros geométricos y eléctricos más importantes. Además, con la intención de conocer más sobre el comportamiento del efecto multipactor, tanto las trayectorias como las velocidades de los electrones efectivos fueron analizadas en diferentes órdenes de multipactor. El hecho de poder identificar los órdenes de multipactor así como conocer el patrón de los campos electromagnéticos en los diferentes componentes añade un valor significativo para comprender la dinámica de los electrones en su interior. Por tanto, la dependencia de los umbrales de tensión de RF con los parámetros se puede explicar por medio del movimiento de los electrones.

El contenido de esta tesis doctoral se ha dividido en dos partes: la primera es la comprensión del efecto multipactor en las líneas de transmisión coaxiales en diferentes configuraciones de la señal de RF, y la segunda es demostrar la presencia del efecto multipactor en guías circulares.

En este trabajo, hemos presentado un modelo numérico para la predicción de los umbrales tensión (potencia) en guías coaxiales sometidas a la excitación del modo transversal

electromagnético (TEM), incluyendo el efecto de la repulsión de Coulomb de la nube electrónica. En primer lugar, este modelo ha sido validado con pruebas experimentales y con resultados teóricos para ondas viajeras y estacionarias. Una vez validado el modelo, el umbral de voltaje de RF de la descarga de multipactor para las configuraciones de TW, MW y SW se ha analizado, concluyendo que existe una fuerte dependencia de la configuración del tipo de onda con los modos de multipactor de órdenes superiores. Se ha demostrado que la diferencia entre los voltajes umbrales de algunas configuraciones de onda es independiente de la impedancia de la línea coaxial y de la superficie del material. Para la configuración de onda estacionaria, se ha observado que para valores grandes del coeficiente de reflexión R , mayores umbrales voltajes son obtenidos para modos superiores de multipactor. Cuando $R = 1$ (es decir, en el caso de onda estacionaria SW), los electrones son desplazados hacia un nodo (un cero de campo eléctrico) del patrón de onda estacionaria, donde el campo magnético azimutal del modo TEM no puede acelerar los electrones en la dirección radial y por ello la descarga de multipactor se extingue.

En el caso de las guías circulares hemos desarrollado un modelo numérico para el análisis del efecto multipactor, asumiendo que el modo fundamental de dicha guía está operando por debajo de su frecuencia de corte. A su vez, se ha tenido en cuenta las dos polarizaciones ortogonales del modo fundamental. En el caso de una sola polarización (en concreto se ha elegido la polarización vertical) hemos evaluado trayectorias estables para órdenes bajos de multipactor en el régimen de doble superficie. A su vez, se han obtenido las tensiones umbrales del efecto multipactor para valores bajos del producto $f \times d$, y se han comparado con las predicciones de la teoría clásica para placas plano-paralelas, observándose un incremento de la tensión umbral debido a la inhomogeneidad del campo electromagnético. Al estudiar la doble polarización, se ha realizado un estudio de los umbrales de tensión en función del parámetro de la excentricidad para diferentes valores del producto $f \times d$. Los casos de polarización lineal y circular se han estudiado con detalle. En los diversos casos considerados se han encontrado trayectorias resonantes más estables (correspondientes a multipactor de una superficie o de doble superficie), así como otros tipos de regímenes no predichos por la teoría clásica de multipactor.

Apéndice A

Metodos Numéricos: Velocity-Verlet

Se trata de una variante del método Verlet. Dicho método se basa en una expansión en serie hacia adelante y hacia atrás de la función posición $x(t)$ [23], [24], de forma que,

$$x(t + \Delta t) = x(t) + x'(t)\Delta t + x''(x, t)\frac{\Delta t^2}{2} + \dots \quad (\text{A.1a})$$

$$x(t - \Delta t) = x(t) - x'(t)\Delta t + x''(x, t)\frac{\Delta t^2}{2} + \dots \quad (\text{A.1b})$$

y si ahora sumamos las dos expresiones anteriores, se obtiene,

$$x(t + \Delta t) = 2x(t) - x(t - \Delta t) + \Delta t^2 x''(x, t) \quad (\text{A.2})$$

Como se observa en este método, la velocidad no se calcula en ningún momento, y por lo tanto se aproxima a través de la expresión,

$$v(t) = \frac{x(t + \Delta t) - x(t - \Delta t)}{2 \Delta t} \quad (\text{A.3})$$

Con este método, en función del problema sobre el que se aplique, el cálculo de la velocidad resulta más o menos preciso. Debido a este hecho, se desarrollaron otras variantes, como Leap-Frog o el Velocity-Verlet. Estudiamos el caso del Velocity-Verlet.

El algoritmo de Velocity-Verlet es de la forma,

$$x(t + h) = x(t) + h v(t) + h^2 \frac{a(t)}{2} \quad (\text{A.4a})$$

$$v(t + h) = v(t) + \frac{h}{2}(a(t) + a(t + h)) \quad (\text{A.4b})$$

donde la expresión (A.4a) se obtiene de sustituir en (A.2) el término $-x(t - \Delta t)$ despejado de la expresión (A.3). Por su parte, la expresión (A.4b) se obtiene de aplicar la regla extendida del trapecio para calcular,

$$v(t + h) = v(t) + \int_t^{t+h} a(t) dt \quad (\text{A.5})$$

Apéndice B

Efecto de carga espacial aplicado a la guía coaxial

En este apéndice se procede a estudiar el efecto de la carga espacial en una guía coaxial. Para simplificar el problema, asumiremos que la guía es infinita a lo largo de la dirección de propagación de la señal. Además, se asumirá también que los electrones secundarios se acumulan de forma instantánea en una lámina, aunque es bien sabido que esto no ocurre así debido a que la emisión de electrones desde las paredes conductoras no se produce de forma instantánea. Por otro lado, la interacción del campo electrostático generado por la lámina con el electrón efectivo que estamos analizando, nos permite tener presente el efecto de la carga espacial. Estas ideas básicas fueron tomadas de los trabajos [6], [65].

Es de destacar que la hipótesis inicial se basa en el hecho de que la carga se reparte aleatoriamente sobre la lámina. Por otro lado, el problema tiene simetría azimutal y la distribución superficial de carga es uniforme y de espesor despreciable.

B.1. Modelo teórico del campo DC de la carga espacial

La geometría del problema es la mostrada en la siguiente figura (ver Fig. B.1),

Para calcular el campo electrostático generado por la lámina, debemos en primer lugar encontrar la expresión de las densidades de carga superficial, tanto para la cara interna de la lámina como la cara externa, en función de la carga superficial de la lámina. Dicha densidad de carga superficial se podrá conocer a medida que los electrones generados en los impactos se vayan acumulando en la lámina,

$$q_{encerrada} = -e N = \sigma 2 \pi c h \Rightarrow \sigma = \frac{-e N}{2 \pi c h} \quad (\text{B.1})$$

donde N es el número de electrones totales generados en los impactos, c el radio de la lámina y h es la longitud de la lámina en la dirección del eje axial.

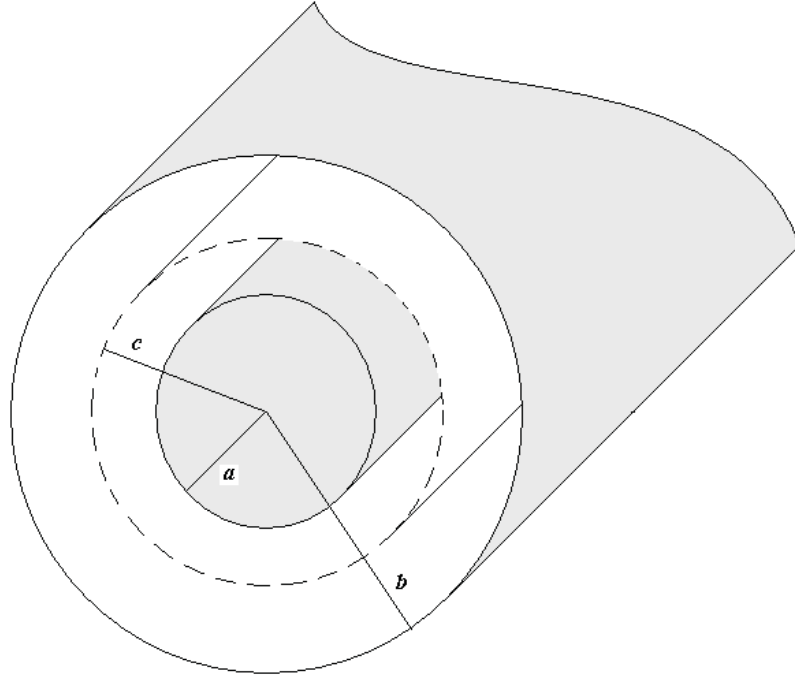


Figura B.1: Geometría del problema de la carga espacial.

Aplicando el teorema de Gauss, ya que el problema presenta simetría radial en coordenadas cilíndricas,

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (\text{B.2})$$

y usando la expresión anterior, se puede calcular la carga encerrada en un volumen,

$$\int_{S_g} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{encerrada}}}{\varepsilon_0} \quad (\text{B.3})$$

donde S_g es la superficie del cilindro de altura h y radio r , donde $a < r < b$. Al calcular la integral de superficie de la expresión anterior para r , obtenemos que;

$$E_r(r) = \frac{q_{\text{encerrada}}}{2 \pi r h \varepsilon_0} = \frac{-e N}{2 \pi r h \varepsilon_0} \quad (\text{B.4})$$

Como es obvio, existen casos (ciertas regiones) donde el campo es cero, como ocurre para $(0 < r < a)$ y $(r < b)$, por tanto, las regiones de interés son $(a < r < c)$ y $(c < r < b)$ donde los campos deberán cumplir con las condiciones de contorno oportunas. Por todo ello, se tiene que:

$$\vec{E}_1 = 0 \tag{B.5}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{\sigma_{c_i} a}{\epsilon_0 r} \hat{r} \tag{B.6}$$

$$\vec{E}_3 = \frac{\sigma_{c_i} a}{\epsilon_0 r} \hat{r} + \frac{\sigma_c c}{\epsilon_0 r} \hat{r} \tag{B.7}$$

$$\vec{E}_4 = \frac{\sigma_{c_i} a + \sigma_c c + \sigma_{c_e} b}{\epsilon_0 r} \hat{r} = 0 \tag{B.8}$$

donde σ_{c_i} y σ_{c_e} son las densidades superficiales de carga asociadas a los conductores interno y externo, respectivamente.

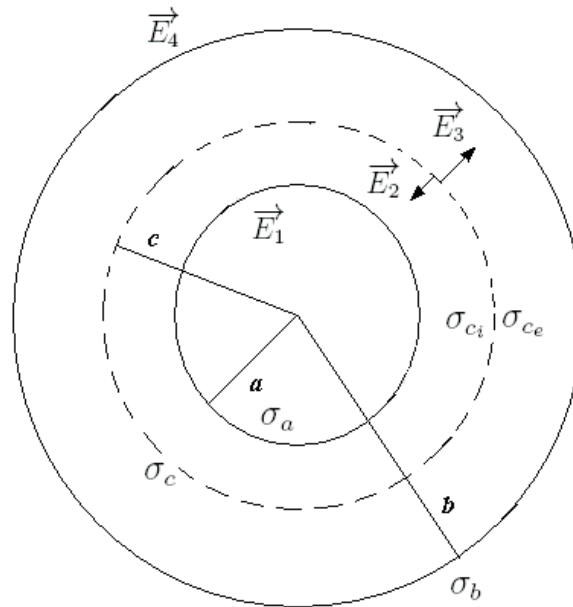


Figura B.2: Campos en el coaxial generados por las cargas en las diferentes superficies.

El caso de $\vec{E}_4 = 0$ implica que la carga total encerrada es cero, por tanto:

$$\sigma_{c_i} a + \sigma_c c + \sigma_{c_e} b = 0 \tag{B.9}$$

Ahora bien, como es bien conocido, a partir de la expresión del campo eléctrico podemos encontrar la expresión del potencial en cada una de las regiones,

$$\phi_i(r) = - \int E_{r_i}(r) dr + k_i ; i = 1, 2, 3, 4$$

Por tanto, para las regiones 1 y 4 obtendremos que $\phi_1(r = a) = V_a$ y $\phi_4(r = b) = V_b$, mientras que para el caso de las regiones 2 y 3, además debemos tener presente las condiciones de contorno, por tanto:

$$\phi_2(r) = V_a + \frac{\sigma_{c_i} a}{\varepsilon_0} \ln\left(\frac{a}{r}\right) \quad (\text{B.10})$$

$$\phi_3(r) = V_b + \frac{(\sigma_{c_i} a + \sigma_c c)}{\varepsilon_0} \ln\left(\frac{b}{r}\right) \quad (\text{B.11})$$

Estas dos expresiones deben cumplir la condición que $\phi_2(r = c) = \phi_3(r = c)$; por tanto, de esta última igualdad se encuentra el valor de la densidad de carga superficial σ_{c_i} en función de σ_c , quedando la siguiente expresión:

$$\sigma_{c_i} = \frac{(V_a - V_b) \varepsilon_0 - (\sigma_c c) \ln\left(\frac{b}{c}\right)}{a \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (\text{B.12})$$

Por otro lado, una vez conocida la expresión de σ_{c_i} y haciendo uso de la expresión (B.8), encontramos la expresión de σ_{c_e} como sigue,

$$\sigma_{c_e} = \sigma_c \frac{c}{b} \left[\frac{\ln\left(\frac{b}{c}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} - 1 \right] + \frac{\varepsilon_0 (V_b - V_a)}{b \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (\text{B.13})$$

De este modo ya se conocen las expresiones de las respectivas densidades de carga superficial en la cara interna y externa de la lámina, en función de los voltajes V_a y V_b y de la densidad de carga superficial σ_c . A continuación se comprobará que tanto (B.10) como (B.11) proporcionan el mismo valor cuando $r = c$; es decir los potenciales en las regiones 2 y 3 son iguales. Para ello, sustuiremos las expresiones de σ_{c_i} (ec. (B.12)) y σ_{c_e} (ec. (B.13)) en las expresiones (B.10) y (B.11) de los potenciales y tomaremos $V_a = V_b = 0$.

Tras una serie de operaciones algebraicas, nos quedará:

$$\sigma_{c_i} = -\frac{\sigma_c c \ln\left(\frac{b}{c}\right)}{a \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (\text{B.14})$$

$$\sigma_{c_e} = -\sigma_c \frac{c}{b} + \frac{\sigma_c}{b} \frac{\ln\left(\frac{b}{c}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (\text{B.15})$$

y en el caso de los potenciales obtendremos:

$$\phi_2(r = c) = V_c = -\frac{\sigma_c c \ln\left(\frac{a}{c}\right) \ln\left(\frac{b}{c}\right)}{\varepsilon_0 \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (\text{B.16})$$

$$\phi_3(r = c) = V_c = \frac{\sigma_c c}{\varepsilon_0} \ln\left(\frac{b}{c}\right) \left[1 - \frac{\ln\left(\frac{c}{b}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \right] \quad (\text{B.17})$$

Al analizar los potenciales, se observa que se cumple la condición $\phi_2(c) = \phi_3(c)$. Por tanto, los campos en las regiones 2 y 3 quedarán finalmente expresados como:

$$\vec{E}_2 = -\frac{\sigma_c c \ln\left(\frac{b}{c}\right)}{\varepsilon_0 r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \hat{r}, \quad a < r < c \quad (\text{B.18})$$

$$\vec{E}_3 = \frac{\sigma_c c \ln\left(\frac{c}{a}\right)}{\varepsilon_0 r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \hat{r}, \quad c < r < b \quad (\text{B.19})$$

$$(\text{B.20})$$

En conclusión, el campo creado por la carga espacial en un determinado punto se obtiene a partir de las expresiones anteriores para \vec{E}_2 y \vec{E}_3 según la región en la que se encuentre dicho punto.

Apéndice C

Publicaciones

C.1. Publicación I

Prediction of Multipactor Breakdown Threshold in Coaxial Transmission Lines for Traveling, Standing and Mixed Waves

IEEE Transactions on Plasma Science, vol. 37, no. 10, pp. 2031-2040, October 2009.

Prediction of Multipactor Breakdown Thresholds in Coaxial Transmission Lines for Traveling, Standing, and Mixed Waves

Antonio M. Pérez, Carolina Tienda, Carlos Vicente, Sergio Anza, Jordi Gil, Benito Gimeno, *Member, IEEE*, Vicente E. Boria, *Senior Member, IEEE*, and David Raboso

Abstract—In this paper, we present a numerical model for predicting the multipactor breakdown effect in coaxial transmission lines. To validate this method, we have first compared our results with numerical data from other theoretical studies and with experimental measurements. Then, we have investigated the multipactor phenomena in coaxial lines considering three kinds of RF signals: traveling, standing, and mixed waves. From this paper, we conclude that different breakdown thresholds are obtained for any of the considered RF excitations under high values of frequency \times gap product. This effect is attributed to the existence of regions with zero (or very low levels) electric field amplitude in the propagation direction, where electrons are absorbed before the discharge occurs.

Index Terms—Attractors, breakdown threshold, coaxial lines, multipactor, traveling wave (TW), standing wave (SW), and mixed wave (MW).

I. INTRODUCTION

MULTIPACTOR breakdown is a discharge that occurs when the secondary electrons emitted from an electrode are synchronized to the RF electric field. This phenomenon produces an exponential growth (avalanche) in the electron population, and it occurs not only in RF components designed for operation in space but also in klystrons, cyclotrons, and particle accelerators. The main effect produced by a multipactor discharge is the reduction of the output power of the compo-

Manuscript received January 15, 2009; revised April 24, 2009 and June 23, 2009. First published September 18, 2009; current version published October 9, 2009. This work was supported in part by Ministerio de Educación y Ciencia, Spanish Government, under the coordinated Research Project TEC 2007/67630-C03-01 and in part by Generalitat Valenciana (Spain) under Projects IIARC0/2004/20, IIARC0/2004/21, and IIARC0/2004/22.

A. M. Pérez and V. E. Boria are with the Departamento de Comunicaciones, Universidad Politécnica de Valencia, 46022 Valencia, Spain.

C. Tienda is with the Universidad Politécnica de Madrid, 28040 Madrid, Spain, and also with the Antenna and Sub-Millimeter Wave Section, Electromagnetic Division, European Space Research and Technology Center, European Space Agency, 2200 Noordwijk, The Netherlands.

C. Vicente is with the Multimedia Applications Group, Universidad Politécnica de Valencia, 46022 Valencia, Spain, and also with Aurora Software and Testing S.L., Parque Científico Universidad de Valencia, 46980 Paterna, Spain.

S. Anza and J. Gil are with Aurora Software and Testing S.L., Parque Científico Universidad de Valencia, 46980 Paterna, Spain.

B. Gimeno is with the Departamento de Física Aplicada y Electromagnetismo and Instituto de Ciencia de Materiales (ICMUV), Universidad de Valencia, 46010 Valencia, Spain.

D. Raboso is with the European Space Agency, 2200 Noordwijk, The Netherlands.

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at <http://ieeexplore.ieee.org>.

Digital Object Identifier 10.1109/TPS.2009.2028428

nent, thus increasing its return loss, and therefore, heating up the walls [1], [2]. If the multipactor conditions are kept within the device for a long time, outgassing of the walls increases the pressure inside the component, and finally, a corona discharge can develop resulting in the total destruction of the component. Concerning multipactor phenomenon in particle accelerators, two types of effects should be distinguished: RF multipactoring in the normal or superconducting accelerating structures (which can produce a large rise in temperature eventually leading to a thermal breakdown) [3], and a beam-induced multipactoring process normally occurring without any external radio-frequency wave but driven by the field of the bunched beam, as reported in [4]–[9].

In the last 50 years, multipactor has been mainly studied due to the adverse effects on microwave components operating in a vacuum environment. There are many publications considering the multipactor problem in microwave devices with simplified geometries, where analytical studies are possible [10]–[12]. During the 1990s, several works focused on the multipactor effect in coaxial guides have been published in the technical literature [1], [13], [14]. More recently, a simple analytical model has been developed for the case of a cylindrical coaxial transmission line [15], [16]. In these papers, the magnetic field is not taken into account and the problem is solved in one dimension. Moreover, if the magnetic field is considered, it is not possible to find an analytical expression because the differential equation governing the electron motion is nonlinear, and therefore, a closed-form solution is not possible [17].

In this paper, a computer-aided design tool is presented to predict the multipactor RF breakdown effect in coaxial transmission lines under the fundamental TEM mode excitation. For this purpose, we have considered an infinite coaxial line along the direction of propagation. The developed model is based on the calculation of the trajectory of an effective individual electron, which travels inside a coaxial guide, its trajectory being perturbed by the electromagnetic field and interaction with other electrons, i.e., effects due to space charge have been considered in order to account for the Coulombian repulsion. This computation allows us to determine the number of electrons released at each collision by using the secondary electron yield (SEY) of the considered material [18]–[20]. This simulation tool has been used for the analysis of the multipactor discharge occurring within coaxial cables under several RF excitation signals, such as traveling wave (TW), standing wave (SW),

and mixed wave (MW). In particular, we have focused our research in the analysis of the axial drift produced by the axial component of the acceleration vector. This effect increases the multipactor threshold level for SWs compared to the TW case.

After this introduction, we present the theoretical formulation in Section II. Then, the model is validated through comparisons with theoretical and experimental results in Section III. Next, the axial drift phenomena are considered in Section IV, where the main physical consequences are outlined. In Section V, the effects of the axial drift phenomenon onto the breakdown threshold levels are studied. Finally, the main conclusions and future research lines are summarized in Section VI.

II. THEORY

A. Multipactor Algorithm

In this paper, a modified approach to study multipactor phenomenon in coaxial transmission lines using the traditional single effective electron model [14] is used. This technique has been detailed in [21] and basically consists of the simultaneous tracking of the trajectories of M effective electrons. Thus, the multipactor algorithm is composed by two key building blocks: the computation of the electron trajectories and the analysis of the generation of secondary electrons. In addition, the space-charge effects have been included. The final aim is to compute the RF multipactor breakdown threshold (V_{th}) within a coaxial line.

For a given coaxial geometry, the M electrons are first launched from a given position and with a randomly chosen phase. The initial velocities are given by a Gaussian distribution (corresponding to a Maxwell–Boltzmann energy distribution) with regard to the RF field. The trajectory of each effective electron is found by solving numerically its equation of motion (3) by means of the Velocity–Verlet algorithm [22], [23], which ensures accuracy and reasonable numerical efficiency provided that enough time steps are chosen. In this paper, 200 time steps per RF period were considered in order to get a convergent electron trajectory.

The total electromagnetic field experienced by each effective electron is the sum of two contributions: the external RF field, which is evaluated analytically for the fundamental TEM mode, and the field generated by the electron cloud (space-charge effect), thus resulting in

$$\vec{E}_{total} = \vec{E}_{RF} + \vec{E}_{sc} \quad \vec{B}_{total} = \vec{B}_{RF}. \quad (1)$$

Evaluations of both RF and space-charge fields as well as electron dynamics are given in the next sections. Note that the magnetic field associated with the space-charge effect has been neglected, as suggested by Riyopoulos [24]. Some dc electric and magnetic bias fields might be superposed to the RF fields, but they have not been accounted in this paper.

The SEY model formulated in [18] has been employed along this paper. The effect of the incidence angle of the electrons striking the surface in the SEY function has been included as proposed in [19]. This model has been recently completed for allowing the inclusion of electron reflection at low energies [20].

At each integration step, we check if the electron strikes on the inner or on the outer conductor. If an impact occurs, the electron can be elastically reflected or can produce true secondary ones. The impact location and time of the electron, the electron velocity, and the SEY value (δ) are registered. After that, the effective electron is reemitted from the impact place with a velocity given by a Gaussian distribution of velocities of mean 4 eV and standard deviation of 2 eV. The launching angle of such an electron is obtained using the cosine law distribution [25]. At each period, the multiplicity function for each effective electron (formulated by Somersalo in [14]), is calculated as follows:

$$e_n^{(j)} = \prod_{i=1}^n \delta_i^{(j)} \quad (2)$$

where j denotes the j th effective electron, n is the total number of impacts, i is the index for each impact, and $\delta_i^{(j)}$ is the SEY calculated for each impact according to the corresponding kinetic energy and the direction of the electron upon impact.

B. Electron Dynamics

It is assumed that the electron dynamics is governed by the relativistic Lorentz force equation

$$\vec{F}_L = q(\vec{E}_{total} + \vec{v} \times \vec{B}_{total}) = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (3)$$

where $q = -e$ is the electron charge, \vec{v} and t are the velocity vector and the time both expressed in the laboratory reference system, respectively, $\vec{p} = m_0\gamma\vec{v}$ is the linear moment, m_0 is the electron mass at rest, $c = 1/\sqrt{(\mu_0\epsilon_0)}$ is the free-space velocity (where μ_0 is the free-space magnetic permeability and ϵ_0 is the free-space electric permittivity), $\gamma = 1/\sqrt{(1 - (v/c)^2)}$ is the relativistic factor, v being the magnitude of the velocity vector, and \vec{E}_{total} and \vec{B}_{total} are the total electric and magnetic fields observed in the laboratory frame interacting with the electron, respectively, which are given by the superposition of the unperturbed RF field and the space-charge-related field, as detailed in (1).

C. RF Electromagnetic Fields

The RF electromagnetic field is described as a superposition of two TEM wave modes traveling in opposite directions, each one with different amplitude and phase. Thus, the RF fields in the coaxial transmission line expressed in the laboratory frame are given by [26]

$$\vec{E}_{RF}(\vec{r}, t) = \frac{V}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cos(\omega t - \beta z) \hat{r} + \frac{RV}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cos(\omega t + \beta z + \psi) \hat{r} \quad (4)$$

$$\vec{B}_{RF}(\vec{r}, t) = \frac{V}{cr \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cos(\omega t - \beta z) \hat{\phi} - \frac{RV}{cr \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cos(\omega t + \beta z + \psi) \hat{\phi} \quad (5)$$

where \hat{r} and $\hat{\phi}$ are the unitary vectors associated with standard cylindrical coordinates (r, ϕ, z) , \vec{r} is the position vector,

$\Gamma = Re^{j\psi}$ is the reflection coefficient (R and ψ are the magnitude and phase of Γ , respectively; note that $0 \leq R \leq 1$), V is the voltage amplitude of the TEM mode traveling in the $z > 0$ direction, and RV is the voltage amplitude of the wave moving in the opposite direction. In the two previous equations, $f = \omega/(2\pi)$ is the operation frequency (then $T = 1/f$ is the RF period), $\beta = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ is the propagation factor, b and a are the outer and inner radius of the coaxial guide, respectively ($d = b - a$ being the typical gap length). The lossless case has been considered.

Increasing the magnitude of the reflection coefficient three different configurations have been defined: TW from the initial value $R = 0$, SW with the maximum value $R = 1$ and $\psi = \pi$, and the intermediate configuration or MW with $0 < R < 1$ and $\psi = \pi$.

Finally, the characteristic impedance of the coaxial transmission line is defined as follows:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0 \ln\left(\frac{b}{a}\right)}{\epsilon_0 2\pi}}. \quad (6)$$

D. Space-Charge Effect

In order to consider the Coulombian repulsion, a model based on a single electron sheet of negligible thickness has been considered [27], which was successfully used in [21]. This is accomplished by a single electron sheet that moves radially between the external and internal conductors, which accumulates the total charge and mass of the electrons emitted when the M effective electrons impact on the metallic walls. The equation of motion of this sheet is only governed by the RF electric field (4), because the mutual charge repulsion within the sheet is an internal force and does not affect the single electron sheet [24]. After the sheet strikes on any internal or external surface, a new sheet is generated by elastic collision.

Under resonance conditions, the electrons participating in the avalanche can be considered to have approximately the same resonant phase and thus are supposed to be uniformly distributed within this sheet of surface charge density σ_{sc} , which is calculated considering the actual total charge

$$\sigma_{sc}(t) = \frac{-eN(t)}{2\pi r_{sc}(t)h} \quad (7)$$

where h is the length of the sheet in the z -direction, $r_{sc}(t)$ is the current radial coordinate of the sheet, and $N(t)$ is the total number of electrons given by

$$N(t) = \sum_{j=1}^M e_n^{(j)}.$$

Thus, the electric field due to such infinitely thin current sheet is simply evaluated using the Gauss theorem

$$\vec{E}_{sc}(r, t) = \begin{cases} \frac{\sigma_{sc}(t)r_{sc}(t)}{\epsilon_0 r} \hat{r}, & r \geq r_{sc} \\ 0, & r < r_{sc} \end{cases} \quad (8)$$

r being the field point.

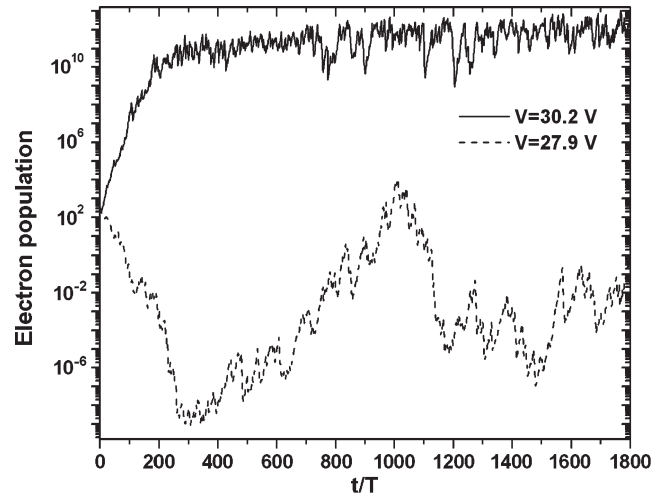


Fig. 1. Breakdown threshold prediction for a coaxial line with $Z_0 = 50 \Omega$, gap $d = 20$ mm, and external radius $b = 35.357$ mm.

For typical applications, the electric field due to the space charge \vec{E}_{sc} typically varies from 5% to 15% of the external field [27].

III. EXPERIMENTAL AND NUMERICAL VALIDATION

In this paper, it is assumed that the discharge takes place if and only if the saturation state takes place. As an example, we show in Fig. 1 the electron population for two different voltages with TW configuration. For $V = 27.9$ V, no multipactor discharge takes place, whereas at $V = 30.2$ V, the electron population saturates, thus indicating the ignition of a multipactor discharge.

In order to validate the proposed algorithm, we have compared our results with those obtained from experimental measurements, as well as with numerical data extracted from the technical literature.

A. TW

First, we have validated our simulation tool with experimental data. A coaxial quarter-wave transformer (see Fig. 2) has been designed, fabricated, and tested at the European Space Agency (ESTEC/ESA) laboratories. The operation frequency is 1.35 GHz, and the return losses are about 20 dB. The central section presents the minimum gap between the inner and outer conductors, thus being the maximum risk zone for multipactor breakdown appearance. Their dimensions are $b = 5.65$ mm, $a = 4.65$ mm, and therefore $d = 1$ mm. Two experiments with copper and silver coatings have been performed.

The parameters for the secondary emission model of copper and silver materials are taken from [28]. As shown in Table I, the predicted results provided by our code are in very good agreement with the experimental data.

For copper material, the breakdown level of the second measurement is higher than the first one since the first discharge “cleans” the metal surface by electron bombardment, which removes impurities and therefore reduces the SEY.

Finally, our model has been checked with experimental data from Woo [17] and theoretical results from Arter and

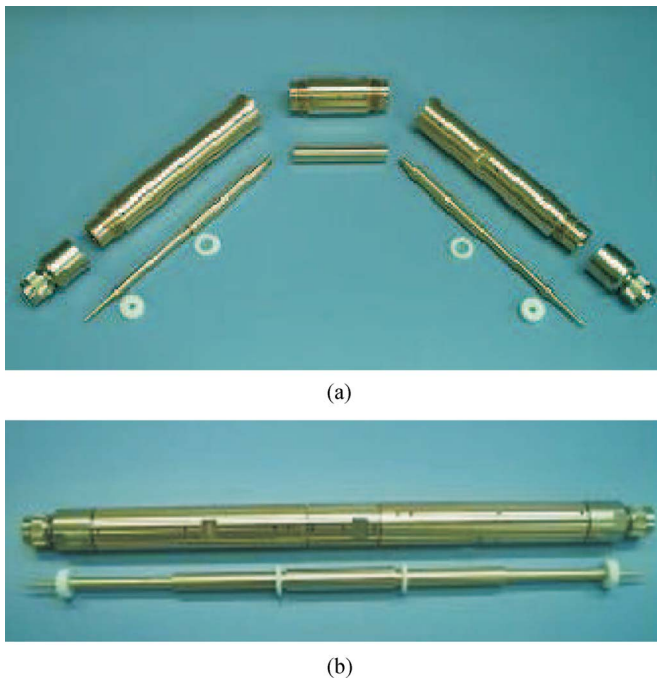


Fig. 2. Coaxial sample designed, manufactured and tested at ESTEC/ESA laboratories. (a) Pieces of the quarter-wave transformer. (b) Assembled device.

TABLE I
PREDICTION OF THE MULTIPACTOR BREAKDOWN
POWER THRESHOLD (IN WATTS)

	Copper	Silver
Predicted threshold	209.9	286.1
Experimental first measurement	204.0	280.6
Experimental second measurement	220.0	-

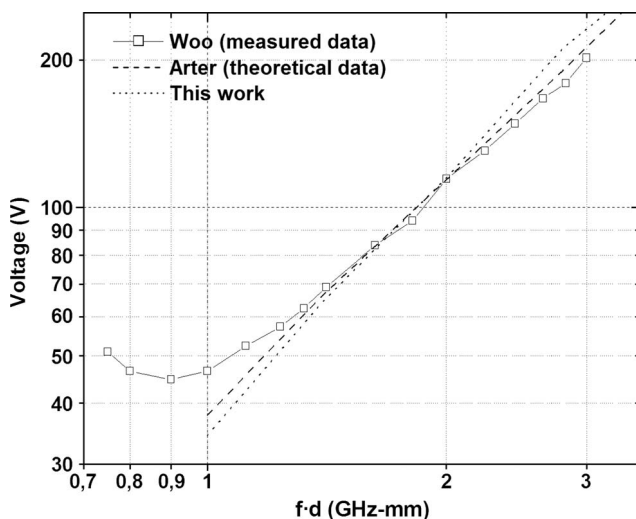


Fig. 3. Comparison between the experimental measurements provided by NASA [17], the theoretical model described in [28], and our results. The data are for $d = 20$ mm and $Z_0 = 50 \Omega$. The material is copper.

Hook [28]. As shown in Fig. 3, the simulations carried out within the frame of this paper follow very well the measured data, except for the very low $f \cdot d$ product region. Such disagreement was also reported in [15] and seems to be related to

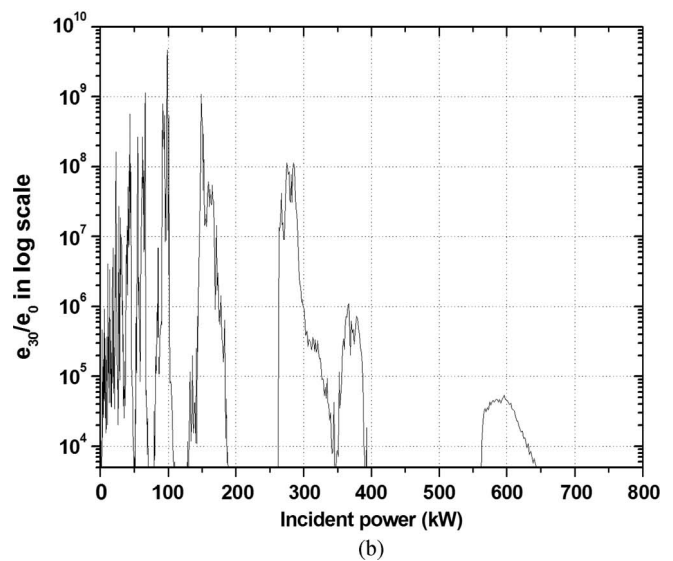
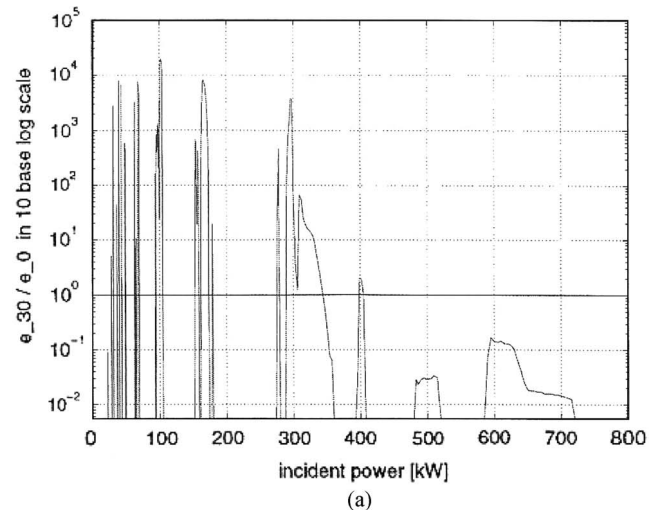


Fig. 4. Comparison of the relative electron enhanced function after 30 impacts, i.e., e_{30}/e_0 . (a) Results taken from [14]. (b) Results obtained with our model.

the SEY parameters used for the surface material. If the value for the first crossover is increased, the predicted data get closer to the measurements for lower $f \cdot d$.

B. SW

For this kind of RF signal, our model has been compared with the method described in [14] for predicting multipacting power levels in coaxial lines. A sample of niobium has been considered with the following parameters: $d = 29.1$ mm, $Z_0 = 50 \Omega$, and $f = 0.5$ GHz.

In [14], the *enhanced counter function* e_n is defined as the number of surviving trajectories after n impacts taking into account the SEY values. Therefore, it is computed by the sum of multiplicity functions of single electrons after n impacts. Using our model, we have computed the relative enhanced function after 30 impacts (e_{30}/e_0), which is compared with data taken from [14] in Fig. 4. Even though the relative values shown in Fig. 4 are different, since our model considers the reflected electrons, a qualitatively good agreement between both models is achieved.

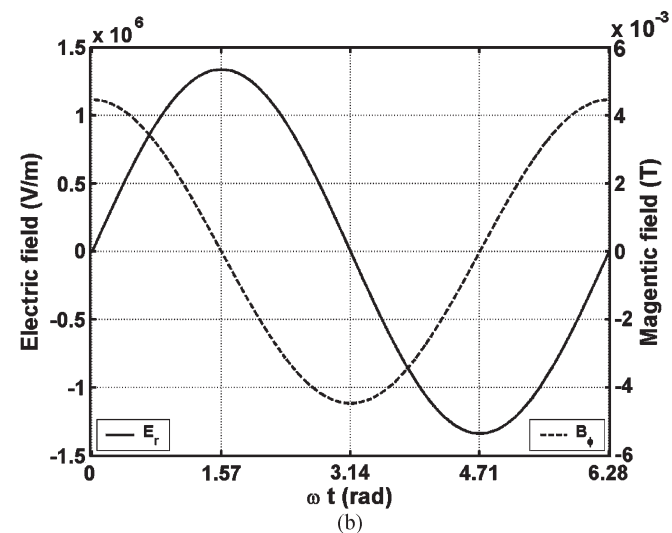
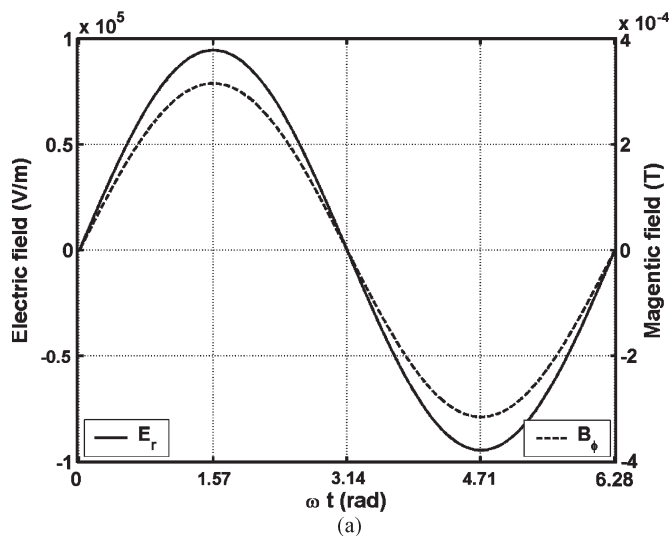


Fig. 5. Electric and magnetic fields for TW and SW as function of ωt . (a) Electric and magnetic fields for TW. (b) Electric and magnetic fields for SW.

IV. ANALYSIS OF THE AXIAL DRIFT PHENOMENA

The axial drift of the electron is a consequence of the axial component of the acceleration vector given by

$$a_z = -\frac{e}{m} v_r B_\phi. \quad (9)$$

In this section, we analyze the axial drift for the TW and SW configurations. In the first case (TW), the maximum, minimum, and zeros of the electric and magnetic fields are coincident, whereas for the second case, the maximum, minimum, and zeros of the electric and magnetic fields are separated by $\lambda/4$ (λ being the free-space wavelength). In Fig. 5, we show an example of both field distributions for TW and SW configurations.

For the sake of simplicity, this theoretical analysis considers that the electron is in perfect resonance with the electromagnetic field (multipactor regime) and the multipactor order is one. Two regimes have been analyzed: double-surface and single-surface multipactor. Additionally, at $t = t_\alpha$, it is also assumed that the electron starts its motion, with negative initial velocity, from the external to the internal conductor. Moreover,

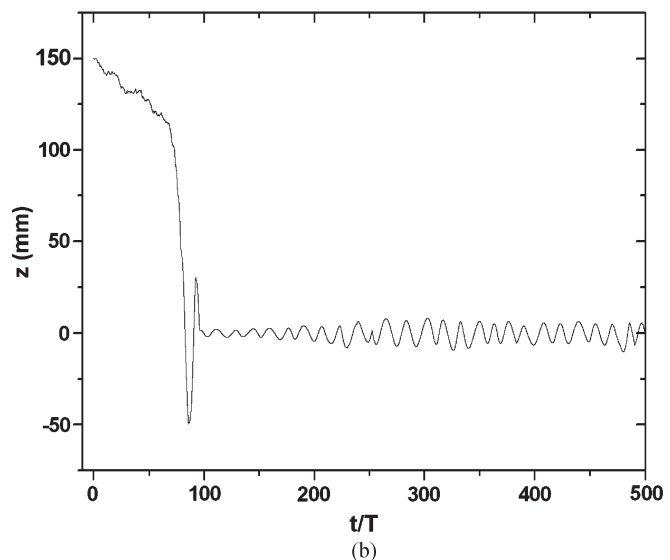
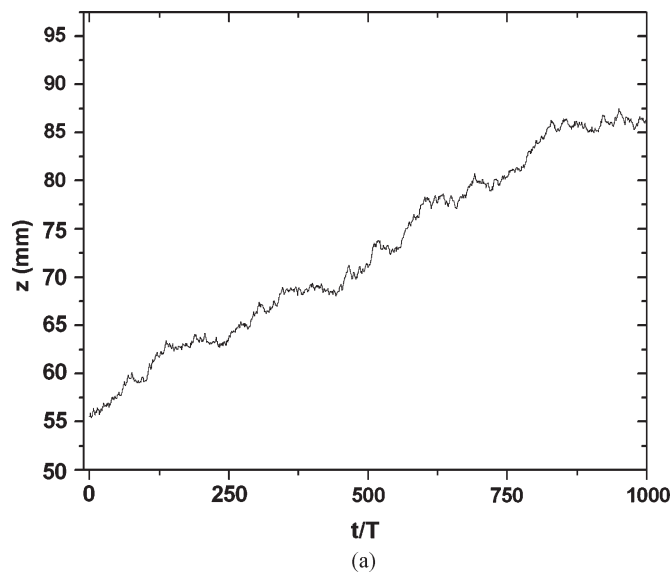


Fig. 6. Axial drift of an electron for double-surface multipactor. (a) Axial drift for double-surface under TW in a $Z_0 = 11.67 \Omega$ coaxial line with gap $d = 1 \text{ mm}$ at $f = 1.35 \text{ GHz}$. (b) Axial drift for double-surface under SW in a $Z_0 = 49.91 \Omega$ coaxial line with gap $d = 29.1 \text{ mm}$ at $f = 0.5 \text{ GHz}$.

the electrons are launched in all cases from a maximum of the electric field ($z = \lambda/4$).

A. Double Surface

1) *TW*: Initially, the radial velocity is negative and the electric and magnetic fields are positive during all this time, as shown in Fig. 5(a). Thus, the axial acceleration component (9) is positive and the electron is pushed toward z positive. After impacting in the internal conductor, the electromagnetic fields change their polarity (under perfect multipactor resonance conditions). Now, the electron travels from the internal conductor to the external conductor and the radial velocity is positive. Thus, the axial acceleration (9) is again positive. In summary, there is a net force that drives the electron toward the $z > 0$ direction. As an example, we have computed the electron trajectory and have plotted the axial component of the position vector as a function of the normalized time [see Fig. 6(a)]. Obviously, in

TABLE II
SIGNS OF ELECTROMAGNETIC FIELDS, VELOCITY, AND ACCELERATION COMPONENTS FOR DOUBLE SURFACE IN SW

ωt	E_r	B_φ	v_r	a_z
$[0, \pi/2]$	+	+	-	+
$[\pi/2, \pi]$	+	-	-	-
$[\pi, 3\pi/2]$	-	-	+	+
$[3\pi/2, 2\pi]$	-	+	+	-

spite of the saturation (which occurs after 20 RF periods), the electron is drifting indefinitely to the $z > 0$ direction.

2) SW: In this case, there are four ranges to be considered, which depend on the sign relations between the electromagnetic fields and the electron velocity. In Table II, these possibilities are presented together with the sign of the resulting axial acceleration. It can be seen that half of the time the axial drift is positive, and the other half of the time is negative. However, the acceleration magnitude is larger in the cases of negative acceleration, since the electron has a larger velocity when it is close to the walls (multipactor regime). As a consequence, there is an average axial drift toward $z < 0$ until the electron arrives to the zero of electric field and the maximum of magnetic field, as shown in Fig. 6(b).

It is observed that after few RF periods (as a consequence of the axial drift), the electrons have traveled to a node of the SW pattern. In such a point, and according to the following expression:

$$a_r = \frac{-e}{m}(E_r - v_z B_\varphi) \quad (10)$$

we can consider that the radial component of the acceleration is negligible, since it essentially depends on the azimuthal magnetic field and the axial velocity. Thus, the velocity in the radial direction does not overcome the first crossover, and the probability of secondary emission decreases, mitigating the RF discharge.

Electrons which are caught into one node (zero electric field) of the SW pattern oscillate around it [see Fig. 6(b)]. This effect is due to the shift between the maximum of the electric field and the maximum of the magnetic field in the SW setup [see Fig. 5(b)].

B. Single Surface

The single surface multipactor is produced in the outer conductor [15]. In this case, the transit time between impacts is one period [15], [29], but the motion is not symmetric in time: the electron employs more time to travel from the external conductor to the space point where it changes the direction (this time is slightly higher than a half-period [15]).

1) TW: Initially, the radial velocity is negative, because we have assumed that the electron travels from the external toward the internal conductor. The electromagnetic field is shown in Fig. 5(a) for this first half-period. Thus, the axial acceleration component (9) is positive, as shown in Table III. In this single-surface process, the electron is slowed down in the radial direction because the electromagnetic field changes of polarity. Between $\omega t = \pi$ and $\omega t = \pi + \omega \Delta t$ (being Δt the time interval when the electron is slowed down) the electron goes toward

TABLE III
SIGNS OF ELECTROMAGNETIC FIELDS, VELOCITY, AND ACCELERATION COMPONENTS FOR SINGLE SURFACE IN TW

ωt	E_r	B_φ	v_r	a_z
$[0, \pi/2]$	+	+	-	+
$[\pi/2, \pi]$	+	+	-	+
$[\pi, \pi + \omega \Delta t]$	-	-	-	-
$[\pi + \omega \Delta t, 2\pi]$	-	-	+	+

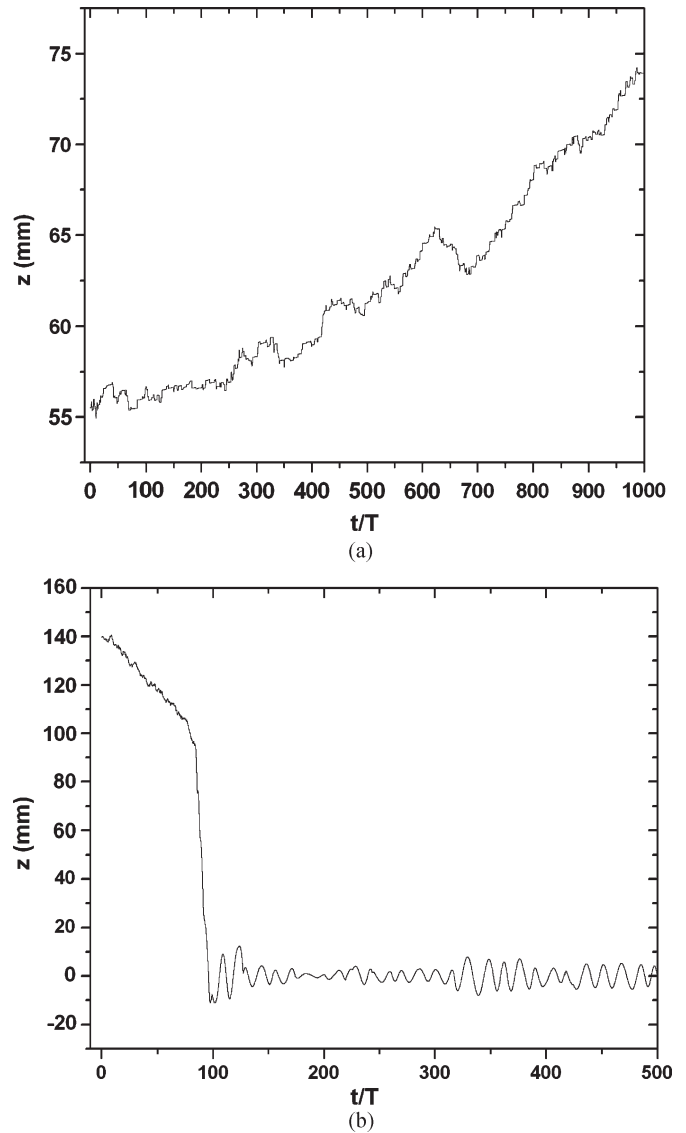


Fig. 7. Axial drift of an electron for single-surface multipactor. (a) Axial drift for single-surface under TW in a $Z_0 = 50 \Omega$ coaxial line with gap $d = 10$ mm, at $f = 1.35$ GHz. (b) Axial drift for single-surface under SW in a $Z_0 = 49.91 \Omega$ coaxial line with gap $d = 10$ mm, at $f = 0.5$ GHz.

the internal conductor until its radial velocity is zero. Hence, the axial component of acceleration is negative (see Table III). Then, the electron changes the direction and returns to the external conductor, so the radial velocity is positive and the electromagnetic field is negative. Thus, the axial acceleration component (9) is positive (see Table III). In summary, there is a net force that drives the electron toward the z positive direction, as it can be confirmed from the electron trajectory shown in Fig. 7(a).

TABLE IV
SIGNS OF ELECTROMAGNETIC FIELDS, VELOCITY, AND ACCELERATION COMPONENTS FOR SINGLE SURFACE IN SW

ωt	E_r	B_φ	v_r	a_z
$[0, \pi/2]$	+	+	-	+
$[\pi/2, \pi]$	+	-	-	-
$[\pi, \pi + \omega \Delta t]$	-	-	-	-
$[\pi + \omega \Delta t, 3\pi/2]$	-	-	+	+
$[3\pi/2, 2\pi]$	-	+	+	-

2) SW: The electromagnetic field distribution for this RF signal is shown in Fig. 5(b). Initially, the radial component of velocity is negative, since we consider that the electron travels from the external conductor toward the internal one. It is assumed that the velocity changes the sign, without any impact, at a Δt after half-period of the RF signal. We have derived again the sign of the axial acceleration as a function of time (see Table IV). As it has been already explained before, the module of the axial acceleration is higher in the intervals when it is negative. Therefore, there is a net force that drives the electron toward the z negative direction, as it is confirmed with the electron trajectory shown in Fig. 7(b).

V. ANALYSIS OF THE MULTIPACTOR BREAKDOWN THRESHOLD IN COAXIAL LINES

The objective of this section is to discuss the RF threshold voltages of a multipactor discharge in coaxial lines for different wave patterns. We will conclude that these threshold values strongly depend on the considered wave configuration for high-order multipactor modes.

For the TW, SW, and MW configurations, we have analyzed the multipactor effect in a coaxial line of $Z_0 = 50 \Omega$, with a gap of $d = 20 \text{ mm}$ and SEY parameters for copper [28]. The results provided by our analysis method are shown in Fig. 8(a), where it can be noticed that different RF threshold voltages are obtained for high values of the $f \cdot d$ product. As shown in Fig. 8(b), these differences are specially significant for $f \cdot d > 7 \text{ GHz} \cdot \text{mm}$. From a qualitative point of view, this effect can be easily explained for a constant gap situation. In the SW case, when the frequency is increased, the distance between adjacent electric field zeros is obviously reduced; as a consequence, the electron traveling time to the next zero is shorter than for the lower frequency case. This dynamic behavior is strengthened by the fact that, for higher multipactor orders, more impacts are necessary to generate secondary electrons. Therefore, a higher peak voltage amplitude is necessary to produce the RF discharge. Hence, it is expected that the higher the $f \cdot d$ product, the higher the divergence between the SW and the TW is.

Next, we have compared the evolution of the electron population in a coaxial transmission line of $Z_0 = 50 \Omega$, with a gap $d = 20 \text{ mm}$ and at $f = 0.75 \text{ GHz}$, for a TW and an SW. For both RF signals, we have considered the same voltage value remaining between the TW and SW curves shown in Fig. 8(b) (see the asterisk). As expected, the comparative results shown in Fig. 9 confirm that the saturation effect occurs in the TW configuration, whereas it does not happen in the SW case.

Then, the same coaxial line considered for deriving the results shown in Fig. 8, i.e., with $Z_0 = 50 \Omega$, has been analyzed

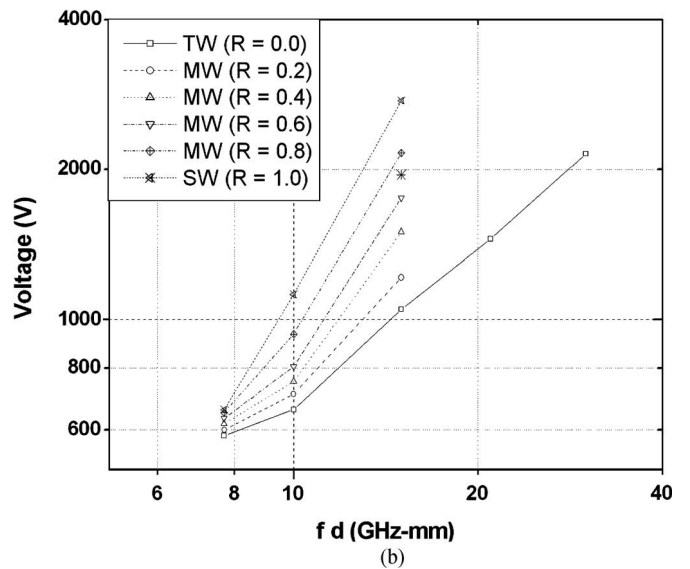
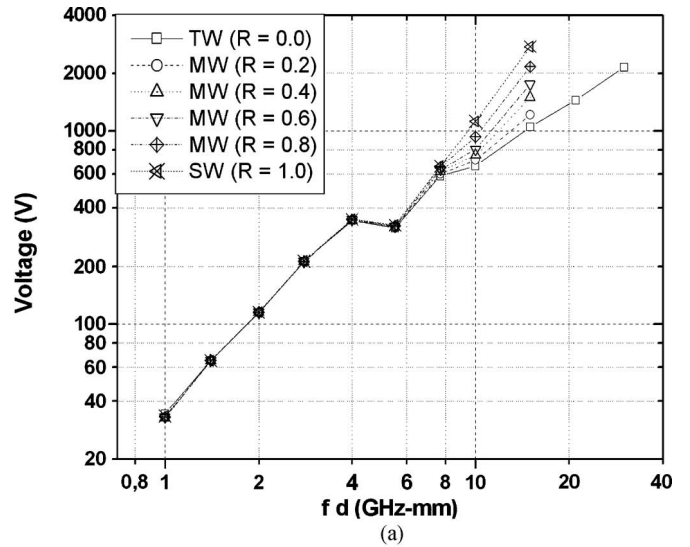


Fig. 8. (a) Multipactor RF breakdown threshold in a coaxial transmission line of $Z_0 = 50 \Omega$ with a gap $d = 20 \text{ mm}$. (b) Zoom in the region of high-order multipactor modes. The asterisk corresponds to $V = 1950 \text{ V}$ and $f = 0.75 \text{ GHz}$.

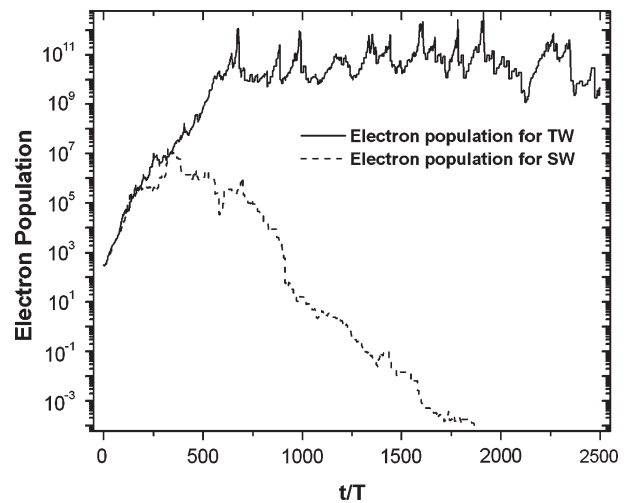


Fig. 9. Saturation levels for TW and SW in a coaxial line of $Z_0 = 50 \Omega$, with a gap $d = 20 \text{ mm}$, and at $f = 0.75 \text{ GHz}$. The voltage value for each configuration corresponds to the asterisk in Fig. 8(b).

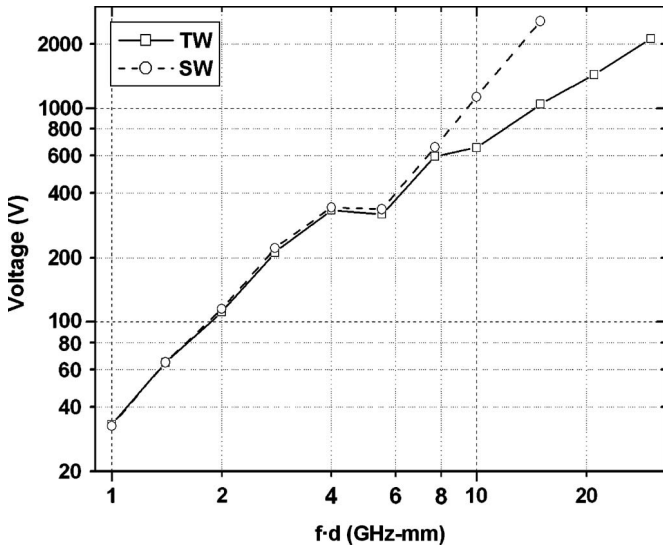


Fig. 10. Multipactor RF breakdown threshold in a coaxial transmission line of $Z_0 = 50 \Omega$ line at a frequency $f = 5.0$ GHz.

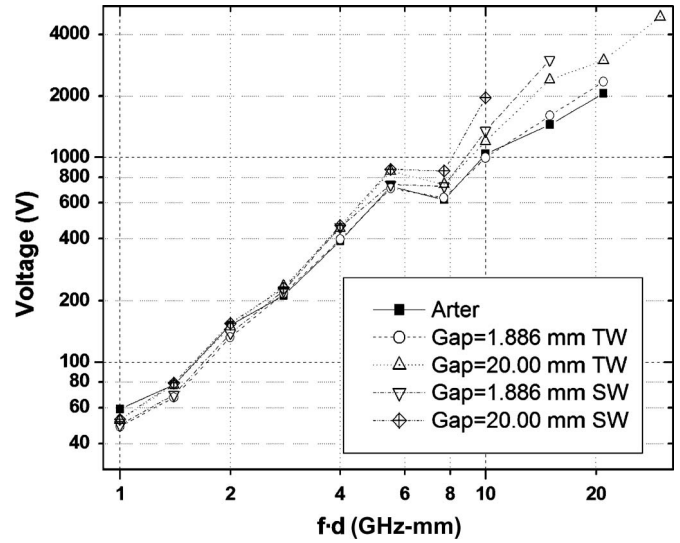


Fig. 12. Multipactor RF breakdown threshold in coaxial transmission lines of $Z_0 = 50 \Omega$ with gaps of $d = 1.886$ mm and $d = 20$ mm. Numerical data from [28] for the case $d = 1.886$ mm are included.

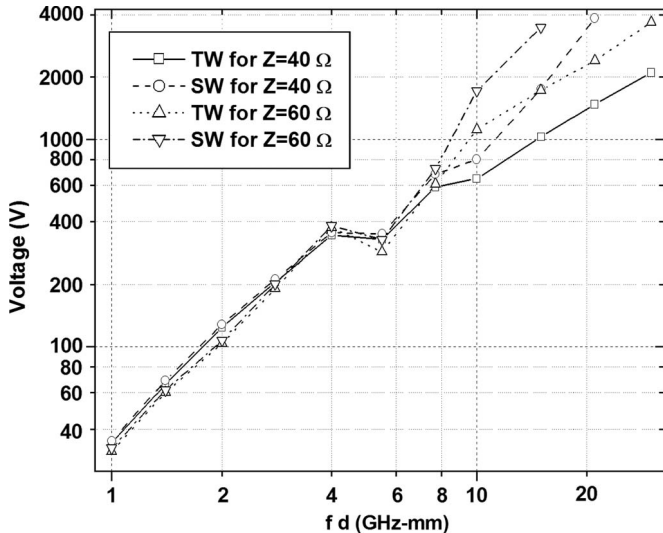


Fig. 11. Multipactor RF breakdown threshold in coaxial transmission lines of $Z_0 = 40 \Omega$ and $Z_0 = 60 \Omega$ with a gap $d = 20$ mm.

but keeping now the operating frequency at $f = 5$ GHz and modifying the gap between the two conductors. In Fig. 10, we show the threshold voltages for the TW and SW configurations. We can observe that such results are very similar to the ones shown before in Fig. 8. After performing other similar computations, we have concluded that the susceptibility charts for coaxial lines depend on the product $f \cdot d$, independently of whether we modify f or d to compute them. We have also confirmed that the separation of the threshold voltages for different wave configurations is always produced at $f \cdot d \approx 7$ GHz \cdot mm, independently of the values for f and d .

Additionally, we have demonstrated that the difference between several wave configurations in the threshold voltages at high values of the $f \cdot d$ product occurs independently of the characteristic impedance and the surface material. For this purpose, we have considered two coaxial transmission lines with $Z_0 = 40 \Omega$ and $Z_0 = 60 \Omega$ (see Fig. 11), as well as

different gaps considering alodine¹ material in the outer and inner conductors (see Fig. 12, where results from [28] are included for comparison). From both figures, we conclude that the difference between the threshold values for the TW and SW is preserved.

Finally, all previous results allow concluding that the multipactor effect can be mitigated for the SW configuration, due to the attractor effect of the nodes of the SW pattern where the electric field is zero. It has been observed that this effect typically starts from a value for the product of the frequency and gap distance of 7 GHz \cdot mm, i.e., when the gap is approximately 10% of $\lambda/4$ ($\lambda/4$ being the distance between the maximum electric and magnetic fields in the SW pattern).

VI. CONCLUSION

In this paper, a numerical model for predicting the multipactor RF breakdown threshold in coaxial guides under TEM modal excitation, including the space-charge effect, has been presented. First, this model has been successfully validated with experimental and theoretical results for TW and SW. Then, the RF threshold voltage of multipactor discharges for TW, MW, and SW configurations has been analyzed, concluding that it strongly depends on the wave configuration for high-order multipactor modes. It has been demonstrated that the difference between the threshold voltages for several wave configurations is independent of the coaxial line impedance and the surface material. As expected, for the MW configuration, we have observed that for larger values of the reflection coefficient R , higher threshold voltages are obtained for high-order multipactor modes. When $R = 1$ (i.e., the SW case), the electrons

¹This is a chromate conversion surface on aluminum, manufactured by a Dutch chemical supplier (Mavom BV). It is used as a protective coating on aluminum, to be painted or unpainted. This coating is used extensively in the construction of spacecraft hardware. It is yellow gold colored, and the surface thickness is 500 to 7500 Å. It is not normally used for RF components, but has been used for waveguide harnesses.

are drifting toward a node (null electric field) of the SW pattern, where the purely azimuthal magnetic field of the TEM mode cannot accelerate the electrons in the radial direction, and therefore the multipactor discharge is extinguished.

ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank A. Allstaff and J. Castelein of ESTEC/ESA for their technical support.

REFERENCES

- [1] E. Somersalo, P. Ylä-Oijala, and D. Proch, "Electron multipacting in RF structures," Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, Hamburg, Germany, TESLA Rep. 94-14, Jul. 1994.
- [2] R. L. Geng, H. Padamsee, S. Belomestnykh, P. Goudket, D. M. Dykes, and R. G. Carter, "Suppression of multipacting in rectangular coupler waveguides," *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A, Accel. Spectrom. Detect. Assoc. Equip.*, vol. 508, no. 3, pp. 227–238, Aug. 2003.
- [3] C. Wang, K. Y. Hsieh, L. H. Chang, M. C. Lin, and K. R. Chu, "A tunable reflecting load for multipactor processing of the RF power coupler of a superconducting cavity," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 17, no. 2, pp. 1285–1290, Jun. 2007.
- [4] O. Grobner, "Bunch induced multipactoring," in *Proc. Xth Int. Conf. High Energy Accelerators*, Serpukhov, Russia, 1977, vol. 2, pp. 277–282.
- [5] S. Heifets, "Study of an instability of the PEP-II positron beam: Ohmic effect and multipactoring," in *Proc. Int. Workshop CEIBA*, Tsukuba, Japan, Jun. 1995, vol. KEK Proceeding 96-6, pp. 295–321.
- [6] M. Furman and G. Lambertson, "The electron-cloud instability in PEP-II," in *Proc. 5th EPAC*, Sitges, Spain, Jun. 1996, vol. KEK Proceeding 96-6, pp. 1087–1089.
- [7] F. Zimmermann, "A simulation study of electron cloud instability and beam induced multipacting in the LHC," CERN, Geneva, Switzerland, CERN-LHC-Project-Report-95, Feb. 1997.
- [8] M. A. Furman, "The electron-cloud effect in the arcs of the LHC," CERN, Geneva, Switzerland, CERN-LHC-Project-Report-180, May 1998.
- [9] M. A. Furman and M. T. F. Pivi, "Probabilistic model for the simulation of secondary electron emission," *Phys. Rev. Spec. Top., Accel. Beams*, vol. 5, no. 12, p. 124404, Dec. 2002.
- [10] A. Hatch and H. Williams, "The secondary electron resonance mechanism of low-pressure high-frequency gas breakdown," *J. Appl. Phys.*, vol. 25, no. 4, pp. 417–423, Apr. 1954.
- [11] A. Hatch and H. Williams, "Multipacting modes of high-frequency gaseous breakdown," *Phys. Rev.*, vol. 112, no. 3, pp. 681–685, Nov. 1958.
- [12] J. Sombrin, "Effet multipactor," CNES, Toulouse, France, CNES Tech. Rep. 83/DRT/TIT/HY/119/T, 1983.
- [13] P. Ylä-Oijala, "Analysis of electron multipacting in coaxial lines with traveling and mixed waves," Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, Hamburg, Germany, TESLA Rep. 97-20, Nov. 1997.
- [14] E. Somersalo, P. Ylä-Oijala, D. Proch, and J. Sarvas, "Computational methods for analyzing electron multipacting in RF structures," *Part. Accel.*, vol. 59, pp. 107–141, 1998.
- [15] R. Udiljak, D. Anderson, M. Lisak, V. Semenov, and J. Puech, "Multipactor in a coaxial transmission line. Part I: Analytical study," *Phys. Plasmas*, vol. 14, no. 3, p. 033 508, Mar. 2007.
- [16] V. Semenov, N. Zharova, R. Udiljak, D. Anderson, M. Lisak, and J. Puech, "Multipactor in a coaxial transmission line. Part II: Particle-in-cell simulations," *Phys. Plasmas*, vol. 14, no. 3, p. 033 509, Mar. 2007.
- [17] R. Woo, "Multipacting discharges between coaxial electrodes," *J. Appl. Phys.*, vol. 39, no. 3, pp. 1528–1533, Feb. 1968.
- [18] J. R. M. Vaughan, "A new formula for secondary emission yield," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 36, no. 9, pp. 1963–1967, Sep. 1989.
- [19] A. Shih and C. Hor, "Secondary emission properties as a function of the electron incidence angle," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 40, no. 4, pp. 824–829, Apr. 1993.
- [20] C. Vicente, M. Mattes, D. Wolk, H. Hartnagel, J. Mosig, and D. Raboso, "Multipactor breakdown prediction in rectangular waveguide based components," in *Proc. IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig.*, Jun. 2005, pp. 1055–1058.
- [21] A. Coves, G. Torregrosa-Penalva, C. Vicente, B. Gimeno, and V. E. Boria, "Multipactor discharges in parallel-plate dielectric-loaded waveguides including space-charge effects," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 55, no. 9, pp. 2505–2511, Sep. 2008.
- [22] L. Verlet, "Computer 'experiments' on classical fluids. I. Thermodynamical properties of Lennard-Jones molecules," *Phys. Rev.*, vol. 159, no. 1, pp. 98–103, Jul. 1967.
- [23] Q. Spriter and M. Walter, "Classical molecular dynamics simulation with the Velocity Verlet algorithm at strong external magnetic fields," *J. Comput. Phys.*, vol. 152, no. 1, pp. 102–119, Jun. 1999.
- [24] S. Riyopoulos, "Multipactor saturation due to space-charge-induced debunching," *Phys. Plasmas*, vol. 4, no. 5, pp. 1448–1462, May 1997.
- [25] J. Lara, F. Pérez, M. Alfonso, L. Galán, I. Montero, E. Román, and D. Raboso, "Multipactor prediction for on-board spacecraft RF equipment with the MEST software tool," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 34, no. 2, pp. 476–484, Apr. 2006.
- [26] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*. Hoboken, NJ: Wiley, 1998.
- [27] T. P. Graves, "Experimental investigation of electron multipactor discharges at very high frequency," Ph.D. dissertation, MIT Press, Cambridge, MA, 2006.
- [28] W. Arter and M. Hook, "Multipaction threshold curves for coaxial geometries," AEA Technology plc, Abingdon, U.K., Tech. Rep. AEA/TYKB/28046/RP/1, May 1997.
- [29] E. F. Vance, "One-sided multipactor discharge modes," *J. Appl. Phys.*, vol. 34, no. 11, pp. 3237–3242, Nov. 1963.



Antonio M. Pérez was born in Valencia, Spain, on May 7, 1977. He received the Licenciado degree in physics from the Universidad de Valencia, Valencia, Spain, in 2001.

Since 2005, he has been a Researcher with the Departamento de Comunicaciones, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia. In 2003, he obtained a fellowship from the European Union for a one-year stage at the Università degli Studi di Pavia, Pavia, Italy, as a Researcher. His current research interests include computer-aided techniques

for analysis of microwave and millimeter-wave passive components for space applications, waveguides, and cavity structures including dielectric objects and nonlinear phenomena appearing in power microwave subsystems (multipactor effect).



Carolina Tienda was born in Málaga, Spain. She received the Ingeniera de Telecomunicación degree from the Universidad de Málaga (UMA), Málaga, in 2005. She is currently working toward the Ph.D. degree with the Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, Spain.

From October 2005 to April 2006, she was with the Department of Communications, UMA, as a Project Assistant. From April 2006 to April 2008, she was an RF and Antenna Engineer with INDRA ESPACIO, Madrid. In May 2008, she joined the Antenna and Sub-Millimeter Wave Section, Electromagnetic Division, European Space Research and Technology Center (ESTEC), European Space Agency, Noordwijk, The Netherlands, where she is currently a Spanish Trainee. Her current research interests include the analysis and design of microwave circuits and antennas, particularly printed reflectarray antennas in dual reflectarray configurations.



Carlos Vicente was born in Elche, Spain, in 1976. In 1999, he received the Dipl. degree in physics from the Universidad de Valencia, Valencia, Spain, and the Dr.-Ing. degree in engineering from the Technical University of Darmstadt, Darmstadt, Germany, in 2005.

From 1999 to the beginning of 2001, he was a Research Assistant with the Department of Theoretical Physics, Universidad de Valencia. From 2001 to 2005, he was an Assistant Professor with the Institute of Microwave Engineering, Technical University of Darmstadt. Since 2005, he has been with the Multimedia Applications Group, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia. In 2006, he cofounded the Aurora Software and Testing S.L., Parque Científico Universidad de Valencia, Paterna, Spain, which is devoted to the telecommunications sector. His research interests include passive intermodulation, corona discharge, and multipaction in communications satellite applications.



Sergio Anza was born in Madrid, Spain, in 1978. He received the B.S. degree in telecommunications engineering from the Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, Spain, in 2002 and the M.S. degree in aerospace science and technology from the Universitat Politécnica de Catalunya, Barcelona, Spain, in 2006.

During 2001–2002, he was a Visiting Scholar with the University of Bologna, Bologna, Italy. From 2003 to 2006, he was with the Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC), Spanish Ministry of Science, where he worked on the Lisa Path Finder mission of the European Space Agency and the Global Navigation Satellite System Receiver for Atmospheric Sounding Satellite Application Facilities (GRAS-SAF) project. He is currently with Aurora Software and Testing S.L., Parque Científico Universidad de Valencia, Paterna, Spain. His current research interests include numerical techniques for the modeling and prediction of nonlinear phenomena in RF high-power devices for space applications, with emphasis on the study of the multipactor effect appearing in power microwave subsystems.



Jordi Gil was born in Valencia, Spain, on April 27, 1977. He received the Licenciado degree in physics from the Universidad de Valencia, Valencia, in 2000 and the M.Phil. degree in telecommunications engineering from the Universidad Politécnica de Valencia, Valencia.

From 2001 to 2004, he was a Researcher with an Aerospace Italian Company, working in the frame of the V European Framework Programme. From 2004 to 2006, he continued his research work at the Universidad Politécnica de Valencia. In 2006, he cofounded Aurora Software and Testing S.L., Parque Científico Universidad de Valencia, Paterna, Spain, which is devoted to the space sector. His current research interests include numerical methods in computer-aided techniques for the analysis of microwave and millimetre passive components based on waveguide technology, and nonlinear phenomena appearing in power microwave subsystems for space applications.



Benito Gimeno (M'01) was born in Valencia, Spain, on January 29, 1964. He received the Licenciado degree in physics and the Ph.D. degree from the Universidad de Valencia, Valencia, in 1987 and 1992, respectively.

From 1987 to 1990, he was a Fellow with the Universidad de Valencia. Since 1990, he has been an Assistant Professor with the Departamento de Física Aplicada y Electromagnetismo and Instituto de Ciencia de Materiales (ICMUV), Universidad de Valencia, where he became an Associate Professor in 1997. During 1994 and 1995, he was with the European Space Research and Technology Center of the European Space Agency (ESA/ESTEC) as a Research Fellow. In 2003, he obtained a fellowship from the Spanish Government for a short stay (three months) at the Università degli Studi di Pavia, Pavia, Italy, as a Visiting Scientist. His current research interests include computer-aided techniques for the analysis of microwave and millimeter-wave passive components for space applications, waveguides, and cavity structures including dielectric objects, electromagnetic band-gap structures, frequency-selective surfaces, and nonlinear phenomena appearing in power microwave subsystems (i.e., multipactor effect, corona effects, and passive intermodulation phenomena).



Vicente E. Boria (S'91–A'99–SM'02) was born in Valencia, Spain, on May 18, 1970. He received the “Ingeniero de Telecomunicación” degree (with first-class honors) and the “Doctor Ingeniero de Telecomunicación” degree from the Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, in 1993 and 1997, respectively.

In 1993, he joined the Departamento de Comunicaciones, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, where he served as an Assistant Lecturer (1993–1995), Lecturer (1996–1997), and Associate Professor (1998–2002), and has been a Full Professor since 2003. In 1995 and 1996, he held a Spanish Trainee position with the European Space Research and Technology Center of the European Space Agency (ESTEC-ESA), Noordwijk, The Netherlands, where he was involved in the area of EM analysis and design of passive waveguide devices. He is a member of the Editorial Boards of the *Proceeding of the IEE (Microwaves, Antennas and Propagation)*, *IEE Electronics Letters*, and *Radio Science*. He authored or coauthored five chapters in technical textbooks, 50 papers in refereed international technical journals, and more than 150 papers in international conference proceedings. His current research interests are the analysis and automated design of passive components, left-handed and periodic structures, and the simulation and measurement of power effects in passive waveguide systems.

Dr. Boria has been a member of the IEEE Microwave Theory and Techniques (IEEE-MTT) Society and the IEEE Antennas and Propagation Society since 1992. He is a member of the Editorial Boards of the IEEE TRANSACTIONS ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES and the IEEE MICROWAVE AND WIRELESS COMPONENTS LETTERS. He is also a member of the Technical Committees of the IEEE-MTT International Microwave Symposium and the European Microwave Conference. He was the recipient of the 1993 First National Prize of Telecommunication Engineering Studies (“Ministerio de Educaciencia”) and the 2001 Social Council of Universidad Politécnica de Valencia First Research Prize for his outstanding activity during the period 1995–2000.



David Raboso was born in Alcazar de San Juan, Spain, in 1967. He received the degree from the Aeronautical Engineering School in 1985 and the M.S. degree in physics from the University Autónoma de Madrid, Madrid, Spain, in 1992.

In 1992, he joined the European Space Agency (ESA), Noordwijk, The Netherlands, working on RF breakdown and passive intermodulation. He is currently the Chairman of European Networks and ECSS Working Groups in Multipactor effect, Corona, RF high power, and PIM. He is also responsible for the R&D and testing services area in RF breakdown at the ESA.

Mr. Raboso has participated in the organization of every MULCOPIM workshop since 1993 and became the Organizer Chairman of the event in 2003.

C.2. Publicación II

Multipactor analysis in circular wave-guides

Journal of Electromagnetic Waves and Applications, vol. 23, pp. 1575-1583, 2009.

MULTIPACTOR ANALYSIS IN CIRCULAR WAVEGUIDES

A. M. Pérez and V. E. Boria

Departamento de Comunicaciones-ITEAM
Universidad Politécnica de Valencia
Camino de Vera s/n, Valencia 46022, Spain

B. Gimeno

Departamento de Física Aplicada y Electromagnetismo-ICMUV
Universidad de Valencia
c/Dr. Moliner, 50, Burjasot (Valencia) 46100, Spain

S. Anza, C. Vicente, and J. Gil

Aurora Software and Testing S.L.
Parque Científico Universidad de Valencia
Polígono “La Coma” s/n, Paterna (Valencia) 46980, Spain

Abstract—This paper mainly focuses on demonstrating that a multipactor discharge can occur within a circular waveguide operating under the fundamental TE_{11} circular mode. Circular waveguides are widely used in the fabrication of many passive components, in order to implement resonant cavities as well as irises to connect adjacent guides for both application domains, particle accelerators and satellite subsystems applications. Thus, we present the first study of the multipactor effect in a circular waveguide, demonstrating its existence and providing a susceptibility chart for such a structure, which will be of great interest for the better understanding of multipactor physical phenomena.

Corresponding author: B. Gimeno (benito.gimeno@uv.es).

1. INTRODUCTION

The multipactor effect is a resonant vacuum discharge frequently observed in microwave and millimeter wave subsystems working under high power conditions, such as filters and multiplexers in RF satellite payloads [1], as well as accelerator structures [2], where it becomes a potential failure mechanism. The consequences of a multipactor discharge are power dissipation, cavity loading, component degradation, system noise level increasing and generation of undesirable harmonics [3, 4]. Moreover, if the multipactor conditions are kept within the device for a long time, outgassing of the walls increases the pressure inside the component, and finally a corona discharge can develop resulting in the total destruction of the component [5].

The multipactor phenomenon has been deeply investigated in several microwave waveguides with simple geometries, such as the parallel-plate waveguide [6], coaxial cable [7, 8], and rectangular waveguide [9]. For all these guides, RF breakdown threshold, multipactor modes, susceptibility charts as well as stability regions have been analyzed. However, the multipactor effect in circular waveguides has not been studied in detail. Such guides have been extensively used for the design of quarter-wave transformers [10], ridge-waveguide applications [11], as well as resistive sensors for high-power pulse measurements [12]. Thus, to the authors' knowledge, the multipactor phenomenon in circular waveguides for the fundamental mode TE_{11} has not been reported in the technical literature.

This paper aims at studying the multipactor effect in standard circular waveguides, which are commonly used in microwave and millimeter-wave subsystems for high-power applications. In this work, we have developed a numerical model to predict the multipactor effect in these guides under the fundamental TE_{11} mode excitation, which is described in Section 2. Then, we summarize the most important numerical results obtained for the first multipactor order analysis. Finally, the main conclusions and future research lines are presented in Section 4.

2. MULTIPACTION SIMULATION CODE

The simulation code developed in this work includes many well-known procedures for predicting the multipactor effect. We have implemented a numerical algorithm to simulate the multipactor phenomenon based on an effective electron theory, as reported in [7]. Electron kinematics has been computed by solving the Lorentz force equation by means of

the Velocity-Verlet algorithm,

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) = m\vec{a} \quad (1)$$

where $q = -e$ is the electron charge; \vec{E} and \vec{B} are the electric and magnetic fields of the TE_{11} circular mode; \vec{v} is the velocity vector; \vec{a} is the acceleration vector; m is the electron mass.

For simplicity, we have considered the movement of the effective electrons in two dimensions (circular waveguide cross-section). For such geometry, the electromagnetic fields corresponding to the TE_{11} fundamental mode have been written in analytical form as reported in [13]; the electric vertical polarization mode has been chosen. Thereby, the dynamics of each effective electron is defined through the following system of non-linear coupled differential equations:

$$\ddot{r} = \frac{-e}{m} [E_r(r, \varphi, t) + r\dot{\varphi}B_z(r, \varphi, t)] + r\dot{\varphi}^2 \quad (2)$$

$$r\ddot{\varphi} = \frac{-e}{m} [E_\varphi(r, \varphi, t) - \dot{r}B_z(r, \varphi, t)] - 2\dot{r}\dot{\varphi} \quad (3)$$

where t is the time; r and φ are the radial and azimuthal polar coordinates. E_r and E_φ are the electric fields components, whereas B_z is the axial magnetic field. It should be noted that the terms $r\dot{\varphi}^2$ and $-2\dot{r}\dot{\varphi}$ correspond to the centrifugal and the Coriolis accelerations, respectively, which typically appear as extra terms in curvilinear coordinate systems, representing the dependence between the basis vectors and the coordinates. In order to normalize the expressions of the electromagnetic fields in the context of the standard parallel-plate multipactor theory [6], an equivalent voltage V_{eq} has been defined by integrating the electric field along the vertical axis of the circular guide,

$$V_{eq} = 2 \int_0^{d/2} E_r(r, \varphi = \pi/2, \omega t = 0) dr, \quad (4)$$

d being the diameter of the circle; note that both radial and azimuthal electric field components are proportional to $\cos(\omega t)$, being $f = \omega/(2\pi)$ the RF frequency and $T = 1/f$ the RF period.

In the developed algorithm, electrons have been launched from a range of arbitrarily selected locations and RF phases. The secondary electron yield (SEY) model reported in [14] has been used, where the inclusion of the reflected electrons at low energies has been accounted. In Fig. 1, we have plotted the SEY curves for silver at different impact angles (note that ξ represents the impact angle with regard to the radial direction). After an electron strikes on the metallic surface, true

secondaries electrons have been emitted following a Maxwellian energy distribution; the emission angles have been obtained by means of a cosine angle law distribution [1]. In order to study the evolution of electron population, the enhanced counter function e_n defined in [7] has been computed, n being the number of impacts.

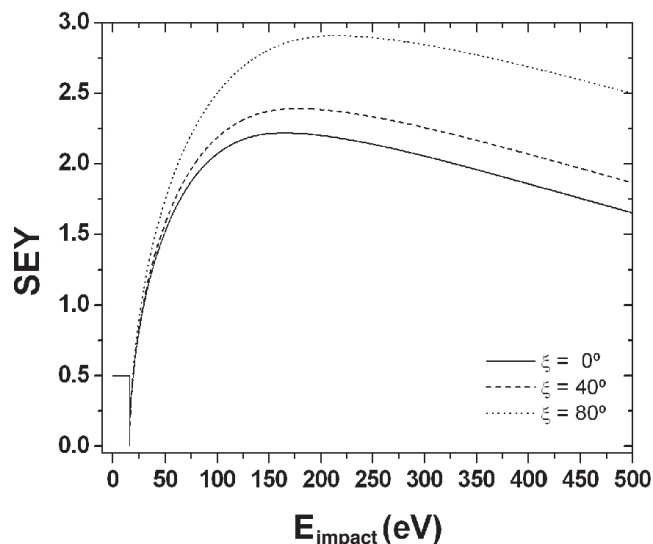


Figure 1. SEY curve for silver computed at different impact angle (ξ).

3. NUMERICAL RESULTS

As it is well-known, the product of the cut-off frequency f_c of the fundamental TE_{11} mode and the diameter of a generic circular guide is a constant value given by $f_c \cdot d = \chi'_{11} c / \pi \simeq 175.69 \text{ GHz mm}$, χ'_{11} being the first zero of the first derivative of the first order Bessel function and c the speed of light in vacuum. For this high value of the frequency times gap product, the classical parallel-plate theory [6] provides for the 127-th multipactor mode an RF breakdown threshold voltage of 10963 V for silver. The study of this very high multipactor order is more complex than the analysis of the lowest order modes, so we have decided in this initial study to move to lower frequencies and deal with a circular waveguide below cut-off, which has applications in RF subsystems such as irises connecting adjacent cavities. In fact, our research has been addressed to numerically demonstrate the appearance of the first multipactor mode. Data for SEY simulations of silver used in this paper have been extracted from [14].

Many simulations, properly combining all geometric and electric

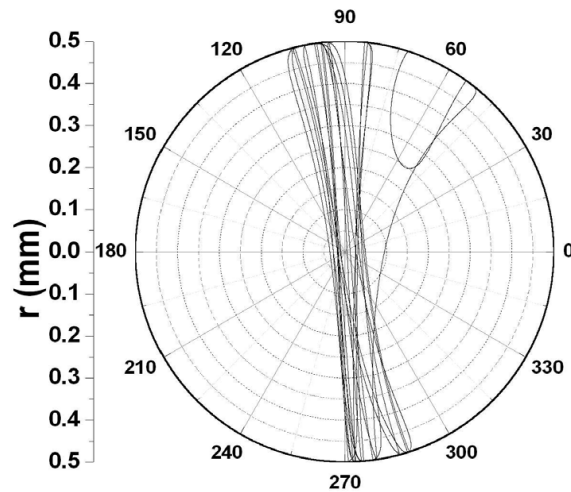


Figure 2. Resonant electron trajectory for the first 30 impacts is plotted in polar coordinates, demonstrating the existence of double-surface multipactor.

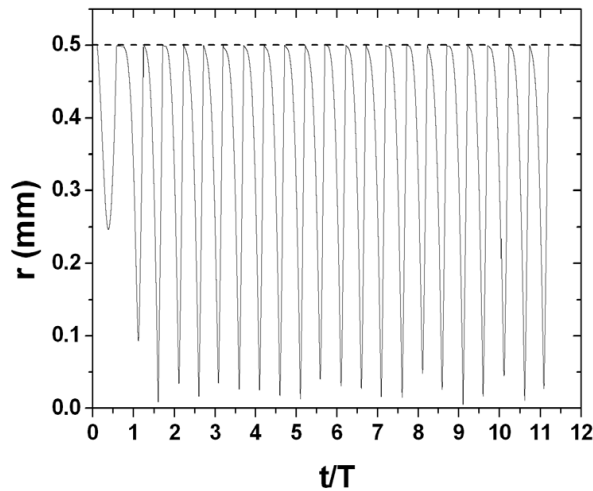


Figure 3. Radial component of the electron motion showed in Fig. 2 as a function of the normalized time t/T .

parameters have been performed, thus observing the existence of the multipactor phenomenon; here we will just summarize the most relevant results. First, in Fig. 2 we plot an electron resonant trajectory for 30 impacts showing a double-surface first multipactor order, for a circular waveguide with diameter $d = 1$ mm. Such electron has been launched from the position $r = d/2 = 0.5$ mm and $\varphi = 75^\circ$ with an initial radial and angular velocities of -1 eV and 0.1 eV, respectively. The driven equivalent voltage is $V_{eq} = 90$ V, and the working frequency

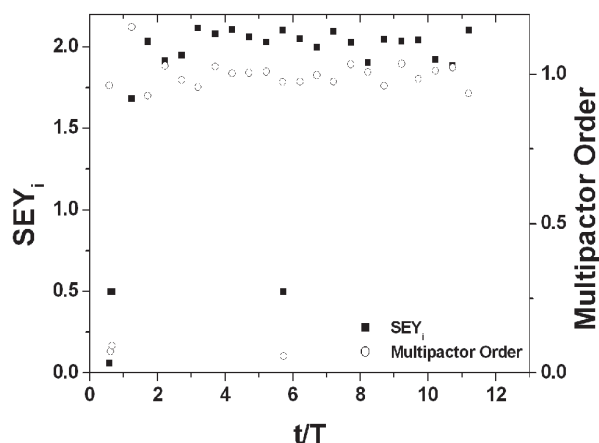


Figure 4. SEY_i of the i -th impact and the multipactor order as a function of the normalized time t/T for the electron motion showed in Fig. 2.

is $f = 1$ GHz, just resulting $f \cdot d = 1$ GHz mm. For this case, the variation of the radial component of the electron motion as a function of time is depicted in Fig. 3, observing a typical curve of a resonant trajectory. The normalized transit time between consecutive impacts as a function of time is shown in Fig. 4, demonstrating the existence of the first double-sided multipactor mode; for this case the average SEY coefficient is higher than one, as plotted in the same curve. This double-sided multipactor case is driven by the radial electric field component of the TE_{11} circular mode, which impinges a radial acceleration to the electrons (see Eq. (2)) pushing them to move around the central diameter located at $\varphi = 90^\circ$ (see Fig. 2). On the other side, the azimuthal electric field tends to drift the electrons along the azimuthal direction (see Eq. (3)), taking them outside the resonance region and thus decreasing the electron population. Obviously, in order for a multipactor discharge to be developed, the electron generation in the process has to compensate such loss. In all considered cases, the action of the RF magnetic field on the electron dynamics is negligible.

To find the possible multipactor voltage windows, we have computed the enhanced counter function for $n = 100$ impacts, as shown in Fig. 5. The peaks with values greater than one represent voltage levels where multipactor effect exists. The presented case $f \cdot d = 1$ GHz \cdot mm has been simulated for three different values of the frequency and the diameter, observing in all cases that the multipactor voltage windows remain stable. Finally, the RF breakdown voltage threshold has been computed for different values of the frequency times

gap product (see Fig. 6). We have also included results corresponding to a classical parallel-plate waveguide, observing that the effect of the inhomogeneity of the electric field in the circular waveguide increases the voltage threshold.

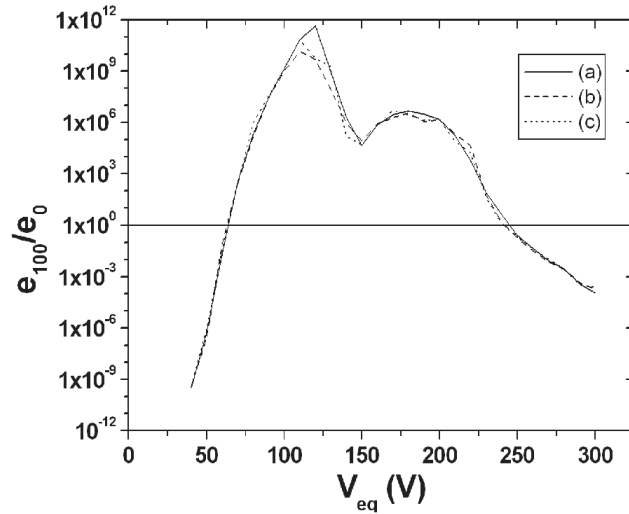


Figure 5. The solid line (a) is for a $d = 0.5$ mm and $f = 2$ GHz, the dash line (b) is for a $d = 1$ mm and $f = 1$ GHz and the dot line (c) is for a $d = 2$ mm and $f = 0.5$ GHz.

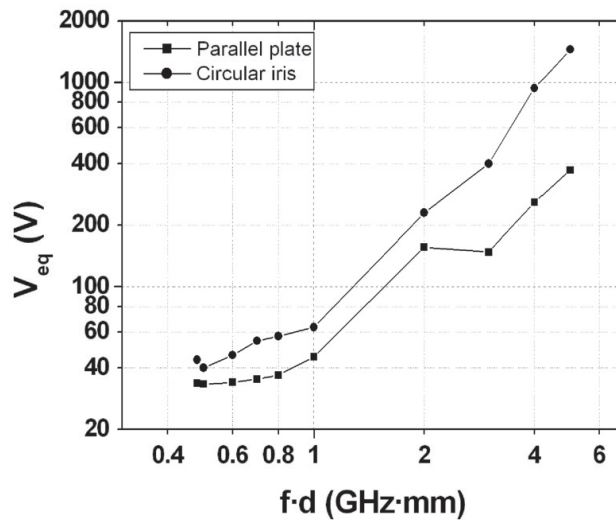


Figure 6. RF breakdown voltage threshold for the circular waveguide in comparison with a classical parallel-plate guide.

4. CONCLUSION

In this paper, we present a numerical model to study multipactor effect in circular waveguides, demonstrating the existence of such phenomenon under the fundamental mode excitation operated below cut-off frequency. Stable trajectories have been found for low double-sided multipactor orders. The RF breakdown voltage threshold of a circular waveguide is presented for low values of the frequency times gap product, and it is compared with data for the parallel-plate guide region. An increase of such voltage threshold due to the electric field inhomogeneity is observed. We have planned to study higher multipactor orders, in particular for a circular waveguide working above its cut-off frequency.

ACKNOWLEDGMENT

This work has been supported by Ministerio de Ciencia e Innovación, Spanish Government, under Research Project TEC2007-67630-C03-01.

REFERENCES

1. De Lara, J., F. Pérez, M. Alfonseca, L. Galán, I. Montero, E. Román, and D. Raboso, "Multipactor prediction for on-board spacecraft RF equipment with the MEST software tool," *IEEE Transactions on Plasma Science*, Vol. 34, No. 2, 476–484, 2006.
2. Katenev, S. K., "Eigenwave characteristics of a periodic iris-loaded circular waveguide. The concepts," *Progress In Electromagnetics Research*, PIER 69, 177–200, 2007.
3. Kishek, R. and Y. Y. Lau, "Interaction of multipactor discharge and RF circuit," *Physical Review Letters*, Vol. 75, No. 4, 1218–1221, 1995.
4. Sorolla, E., S. Anza, B. Gimeno, A. M. Pérez, C. Vicente, J. Gil, F. J. Pérez-Soler, F. D. Quesada, A. Álvarez, and V. E. Boria, "An analytical model to evaluate the radiated power spectrum of a multipactor discharge in a parallel-plate region," *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 55, No. 8, 2252–2258, 2008.
5. Remillard, S. K. and A. Hardaway, "Using a re-entrant microwave resonator to measure and model the dielectric breakdown electric field of gases," *Progress In Electromagnetics Research B*, Vol. 15, 175–195, 2009.
6. Hatch, A. J. and H. B. Williams, "Multipacting modes of high-

- frequency gaseous breakdown,” *Physical Review*, Vol. 112, No. 3, 681–685, 1958.
7. Somersalo, E., P. Ylä-Oijala, D. Porch, and J. Sarvas, “Computational methods for analyzing electron multipacting in RF structures,” *Particle Accelerators*, Vol. 59, 107–141, 1998.
 8. Udiljak, R., D. Anderson, M. Lisak, V. E. Semenov, and J. Puech, “Multipactor in a coaxial transmission line. Part I: Analytical study,” *Physics of Plasma*, Vol. 14, No. 3, 033508–033508-11, 2007.
 9. Semenov, V. E., E. I. Rakova, D. Anderson, M. Lisak, and J. Puech, “Multipactor in rectangular waveguides,” *Physics of Plasmas*, Vol. 14, No. 3, 033501–033501-8, 2007.
 10. Riabi, M. L., R. Thabet, and M. Belmeguenai, “Rigorous design and efficient optimization of quarter-wave transformers in metallic circular waveguides using the mode-matching and the genetic algorithm,” *Progress In Electromagnetics Research*, PIER 68, 15–33, 2007.
 11. Sangster, A. J. and J. Grant, “Mode degeneracy in circular cylindrical ridge waveguides,” *Progress In Electromagnetics Research Letters*, Vol. 9, 75–83, 2009.
 12. Kancleris, Z., G. Slekas, V. Tamosiunas, and M. Tamosiuniene, “Resistive sensor for high power microwave pulse measurement of TE_{01} mode in circular waveguide,” *Progress In Electromagnetics Research*, PIER 92, 267–280, 2009.
 13. Balanis, C. A., *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley and Sons, Inc., 1989.
 14. Vicente, C., M. Mattes, D. Wolk, H. Hartnagel, J. Mosig, and D. Raboso, “Multipactor breakdown prediction in rectangular waveguide based components,” *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, Long Beach, CA, EUA, 2005.

C.3. Publicación III

Analysis of the multipactor effect in circular waveguides excited by two orthogonal polarization waves

Physics of Plasmas, vol. 21, no. 082107, pp. 1-8 , August 2014.

Analysis of the multipactor effect in circular waveguides excited by two orthogonal polarization waves

A. M. Pérez,¹ B. Gimeno,² V. E. Boria,¹ S. Anza,³ C. Vicente,³ and J. Gil³

¹Departamento de Comunicaciones-iTEAM, Universidad Politécnica de Valencia Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain

²Departamento de Física Aplicada y Electromagnetismo-ICMUV, Universitat de València c/Dr. Moliner, 50, 46100 Valencia, Spain

³Aurora Software and Testing S.L., Edificio de Desarrollo Empresarial 9B, Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain

(Received 22 April 2014; accepted 23 July 2014; published online 6 August 2014)

Circular waveguides, either employed as resonant cavities or as irises connecting adjacent guides, are widely present in many passive components used in different applications (i.e., particle accelerators and satellite subsystems). In this paper, we present the study of the multipactor effect in circular waveguides considering the coexistence of the two polarizations of the fundamental TE_{11} circular waveguide mode. For a better understanding of the problem, only low multipactor orders have been explored as a function of the polarization ellipse eccentricity. Special attention has been paid to the linear and circular polarizations, but other more general configurations have also been explored. © 2014 AIP Publishing LLC. [<http://dx.doi.org/10.1063/1.4892250>]

I. INTRODUCTION

The multipactor effect is a resonant discharge frequently observed in microwave and millimeter wave subsystems working under high power conditions, such as filters and multiplexers in RF satellite payloads,¹ as well as in klystrons, cyclotrons, and particle accelerators,² where it becomes a potential failure mechanism. This type of discharge is an undesirable phenomenon, and the consequences of the RF discharge are the increasing of return loss, electric noise, and heating up of the walls, which may cause physical damage. If the multipactor conditions are kept within the device for a long time, outgassing of the walls increases the pressure inside the component, and finally, a corona discharge can be developed resulting into the partial or total destruction of the component. Concerning multipactor phenomenon in particle accelerators, two types of effects should be distinguished: RF multipactoring in the normal or superconducting accelerating structures (which can produce a large rise in temperature eventually leading to a thermal breakdown),³ and a beam-induced multipactoring process normally occurring without any external RF wave and driven by the fields of the bunched beam, as reported in Refs. 4 and 5. The main consequence of RF breakdown phenomenon is the reduction of the level of RF power carried by the subsystem.

In the last 50 years, the intense study of this phenomenon has been stimulated by the needs of being able to accurately predict the multipactor threshold in different microwave subsystems. There are many publications considering the multipactor problem in microwave devices with simplified geometries, where analytical methods are possible.^{6,7} These methods have resulted in the development of various numerical tools capable of simulating multipactor in different geometries including parallel plates,⁸ dielectric windows,⁹ rectangular and wedge-shape waveguides,^{10–12} microstrip lines,¹³ waveguide irises,^{14,15} and coaxial guides.^{16–19}

However, the multipactor effect in circular waveguides has not been studied in detail. Recently, two contributions to this research area, where the multipactor phenomenon was simulated numerically, have been published. In Ref. 20, only one linear polarization state has been considered for the case of low multipactor orders. On the other hand, the analysis of high multipaction orders for both linear and circular polarization states has been analyzed in Ref. 21.

The circular waveguide has a geometry where the fundamental TE_{11} mode is degenerated in two orthogonal modes. This makes possible to excite propagating waves with linear, circular, and elliptical polarizations. Many practical microwave applications are based on this property, and therefore, it is convenient to analyze the dependence of the multipactor properties on the polarization of a propagating wave in a circular waveguide (see Fig. 1). This paper aims at studying the multipactor effect in standard circular waveguides, which are commonly used in many microwave and millimeter-wave subsystems of RF high-power applications. In this work, we have developed a numerical model to predict the multipactor effect in circular guides under the excitation of a degenerated TE_{11} fundamental mode, which is described in Sec. II. Then, we summarize the most important numerical

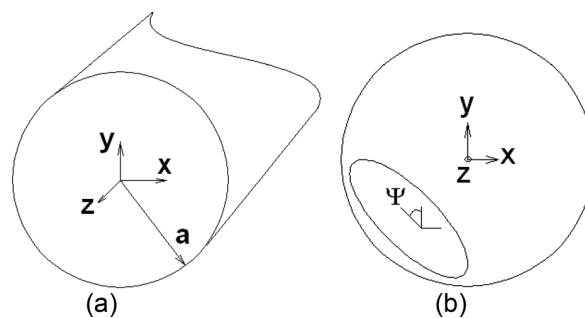


FIG. 1. Circular waveguide with radius a (a), and polarization ellipse of the resulting RF electric field (b). Ψ is the tilt angle of the polarization ellipse.

results obtained for low multipactor orders in Sec. III. Finally, the main conclusions and the future research lines are summarized in Sec. IV.

II. THEORY

A. Multipactor algorithm

In this paper, a modified scheme to study multipactor in a circular waveguide using the traditional single effective electron model²² has been used. This technique was properly detailed in Refs. 23, 8, and 19, and basically consists on the simultaneous tracking of the trajectories of M effective electrons. Thus, the multipactor algorithm is composed by two key building blocks: the computation of the electron trajectories, and the analysis of the generation of secondary electrons. The final aim is to compute the RF breakdown voltage threshold (V_{th}) within a circular waveguide considering the presence of two polarization states with different amplitudes and phases.

For a given circular waveguide, a set of M effective electrons are first launched from a given position and with randomly chosen phases. The initial velocities of the secondary electrons are given by a Gaussian distribution (corresponding to a Maxwell-Boltzmann energy distribution). The trajectory of each effective electron is found by solving numerically the corresponding equation of motion (shown in (5) and derived before) by means of the Velocity-Verlet algorithm,^{24,25} which ensures accuracy and reasonable numerical efficiency provided that enough time steps are chosen. In this paper, 1000 time steps per RF period were considered in order to get convergent electron trajectories.

The total electromagnetic field experienced by each effective electron is the superposition of two polarization states provided by the fundamental TE_{11} mode, thus resulting in

$$\mathbf{E}_{total} = \mathbf{E}^{(v)} + \mathbf{E}^{(h)}; \mathbf{B}_{total} = \mathbf{B}^{(v)} + \mathbf{B}^{(h)}, \quad (1)$$

where (v) and (h) represent the vertical and horizontal electric field directions.

The secondary emission yield (SEY) model for formulated in Ref. 26 has been employed along this paper. The effect of the incidence angle of the electrons impacting the surface in the SEY function has been included as proposed in Ref. 27. This model has been recently completed for allowing the inclusion of electron reflection at low energies.²⁸

At each integration step, we check if the electron strikes on the conductor walls. If the impact occurs, the electron can be elastically reflected, can produce true secondary ones, or can be absorbed. At each surface collision, the velocity and impact angle are registered for the SEY computation. After that, the effective electron is re-emitted from the impact point with a velocity given by a Gaussian distribution of mean 2 eV and standard deviation of 1 eV oriented in the radial direction.²³ After an impact, the multiplicity function for each effective electron (as it is formulated by Somersalo in Ref. 22), is calculated as follows:

$$e_n^{(j)} = \prod_{i=1}^n \delta_i^{(j)}, \quad (2)$$

where j denotes the j -th effective electron, n is the total number of impacts, i is the index for each impact, and $\delta_i^{(j)}$ is the SEY calculated for each impact according to the corresponding kinetic energy and the direction of the electron upon impact. So, after the total number of impacts, the global electron population is

$$e_n = \sum_{j=1}^M e_n^{(j)}, \quad (3)$$

where $e_0 \equiv M$. In this paper, it is assumed that the discharge takes place if, after $n = 200$ impacts, the electron population normalized with respect to the initial one is greater than one, i.e.,

$$\frac{e_{200}}{e_0} > 1. \quad (4)$$

B. Electron dynamics

It is assumed that the electron dynamics is governed by the non-relativistic Lorentz force equation

$$\mathbf{F}_L = q(\mathbf{E}_{total} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_{total}) = m \ddot{\mathbf{r}}, \quad (5)$$

where q is the electron charge ($q < 0$), \mathbf{v} is the velocity vector expressed in the laboratory reference system, $\ddot{\mathbf{r}}$ is the acceleration vector and the dot means time derivative, m is the electron mass at rest, and \mathbf{E}_{total} and \mathbf{B}_{total} are the total electric and magnetic field interacting with the electron. For simplicity, we have considered a 2D model, where electrons move in a plane $z = \text{constant}$. Therefore, the dynamics of each effective electron is defined through the following system of non-linear second order coupled differential equations:

$$\dot{r} = \frac{q}{m} [E_r(r, \varphi, t) + r \dot{\varphi} B_z(r, \varphi, t)] + r \dot{\varphi}^2, \quad (6a)$$

$$r \ddot{\varphi} = \frac{q}{m} [E_\varphi(r, \varphi, t) - \dot{r} B_z(r, \varphi, t)] - 2\dot{r} \dot{\varphi}, \quad (6b)$$

where t is the time; r and φ are the radial and azimuthal polar coordinates, and \dot{r} and $\dot{\varphi}$ are the first time derivative of the r and φ , respectively; E_r and E_φ are the electric fields components, whereas B_z is the axial magnetic field. It should be noted that the terms $r \dot{\varphi}^2$ and $-2\dot{r} \dot{\varphi}$ correspond to the centripetal and the Coriolis accelerations, respectively, which typically appear as extra terms in curvilinear coordinate systems, representing the dependence between the basis vectors and the coordinates.²⁹

C. RF electromagnetic fields

The RF electromagnetic field is described as a superposition of two TE_{11} modes travelling with different polarizations, each one with different amplitude and phase. Thus, the RF fields expressed in the laboratory reference frame are given by³⁰⁻³²

$$E_r(r, \varphi, t) = -\frac{N_{11}}{2\xi r} J_1\left(\frac{\chi'_{11}}{a} r\right) \cdot [V^{(v)}(-\sin(\varphi)\cos(\omega t)) + V^{(h)}(\cos(\varphi)\cos(\omega t + \Theta))], \quad (7)$$

$$E_\varphi(r, \varphi, t) = \frac{N_{11}\chi'_{11}}{2\xi a} J'_1\left(\frac{\chi'_{11}}{a}r\right) \cdot [V^{(v)}(\cos(\varphi)\cos(\omega t)) + V^{(h)}(\sin(\varphi)\cos(\omega t + \Theta))], \quad (8)$$

$$B_z(r, \varphi, t) = \frac{N_{11}\chi'^2_{11}}{\omega 2\xi a^2} J_1\left(\frac{\chi'_{11}}{a}r\right) \cdot [V^{(v)}(\cos(\varphi)\sin(\omega t)) + V^{(h)}(\sin(\varphi)\sin(\omega t + \Theta))], \quad (9)$$

where Θ is the phase difference between both considered travelling waves, $J_1(x)$ and $J'_1(x)$ are the first order Bessel function and its first derivative, χ'_{11} is the zero of the first derivative of the first order Bessel function and its value is $\chi'_{11} \simeq 1.841$, $V^{(v)}$ and $V^{(h)}$ are the real voltage amplitude of the TE_{11} mode travelling with a vertical and horizontal polarization, respectively. In the previous equations, $f = \omega/(2\pi)$ is the operation frequency (then $T = 1/f$ is the RF period), a is the radius of the guide; and N_{11} is the normalization factor for the TE_{11} fundamental mode, which is given by

$$N_{11} = \frac{\sqrt{2/\pi}}{J_1(\chi'_{11})\sqrt{(\chi'_{11})^2 - 1}} \simeq 0.887.$$

ξ is a numerical constant, which is the result of solving the following integral:³³

$$\begin{aligned} \xi &\equiv \int_0^a \frac{J_1\left(\frac{\chi'_{11}}{a}r\right)}{r} dr, \\ &= \frac{(\chi'_{11})^{-1} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2k+2)\Gamma\left(\frac{3}{2}+k\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+k\right)} J_{2k+2}(\chi'_{11}), \\ &\simeq 0.801, \end{aligned}$$

where $\Gamma(x)$ is the Euler Gamma Function.

The modes have been expressed as a function of the equivalent voltage defined in Ref. 20. For this case, the equivalent voltage for both polarizations is given by

$$V^{(v)} = 2 \int_0^a E_r(r, \varphi = \pi/2, t = 0)|_{V^{(h)}=0} dr, \quad (10)$$

$$V^{(h)} = 2 \int_0^a E_r(r, \varphi = 0, t = 0)|_{V^{(v)}=0} dr. \quad (11)$$

D. Polarization ellipse

In order to describe the different polarization states existing in the problem, we have defined the complex axial ratio coefficient as follows:³⁴

$$AR \equiv \frac{V^{(h)}}{V^{(v)}} e^{j\Theta} = |AR| e^{j\Theta}. \quad (12)$$

We should point out that the linear polarization state is described by $\Theta = 0^\circ, 180^\circ$ with an arbitrary value of $|AR|$, whereas the circular polarization satisfies $|AR| = 1$ and $\Theta = \pm 90^\circ$.

In order to analyze low order multipactor regimes, the fundamental TE_{11} mode will remain below cutoff.²⁰ As a consequence, an analysis based on the electric energy involved in the problem will be formulated. The time-average amount of electric energy stored (W_e) in the electric field that exists on a circular cross-section (cs), including both polarizations, is given by³⁵

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{\epsilon_0}{4} Re \int_{cs} \vec{E} \cdot \vec{E}^* dS = \frac{\epsilon_0}{4} Re \int_0^a \int_0^{2\pi} (|E_r|^2 + |E_\varphi|^2) r dr d\varphi \\ &= \kappa \cdot ((V^{(v)})^2 + (V^{(h)})^2), \end{aligned} \quad (13)$$

where $*$ denotes conjugate complex, and κ is the proportional constant for the TE_{11} mode given by,

$$\kappa \equiv \frac{\epsilon_0}{16\xi^2} \simeq 8.624 \times 10^{-13}, \quad (14)$$

where ϵ_0 is the free-space electric permittivity.

In order to compare the effect of superposition of two polarizations with the case where only one wave has been accounted,²⁰ we will consider that the total electric energy is equal in both cases,

$$\kappa \cdot V'^2 = \kappa \cdot ((V^{(v)})^2 + (V^{(h)})^2), \quad (15)$$

where V' is the vertical equivalent voltage when considering only the vertical polarization. It is very easy to find the following expressions:

$$V^{(v)} = \frac{V'}{\sqrt{1 + |AR|^2}}; \quad V^{(h)} = \frac{|AR|V'}{\sqrt{1 + |AR|^2}}. \quad (16)$$

If we introduce the axial ratio coefficient definition (12) in (13), we can obtain the electric energy as a function of the vertical voltage. So, the expression (13) becomes as

$$W_e = \kappa \cdot V'^2 \cdot (1 + |AR|^2). \quad (17)$$

Thus, we will analyze different cases modifying $|AR|$ but considering the same energy of the total exciting field.

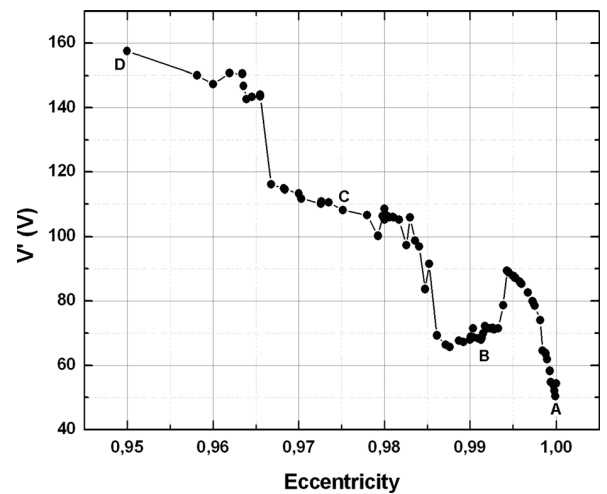


FIG. 2. RF voltage threshold (V_{th}) as a function of e . The case for $f \times d = 1$ GHz mm is considered here.

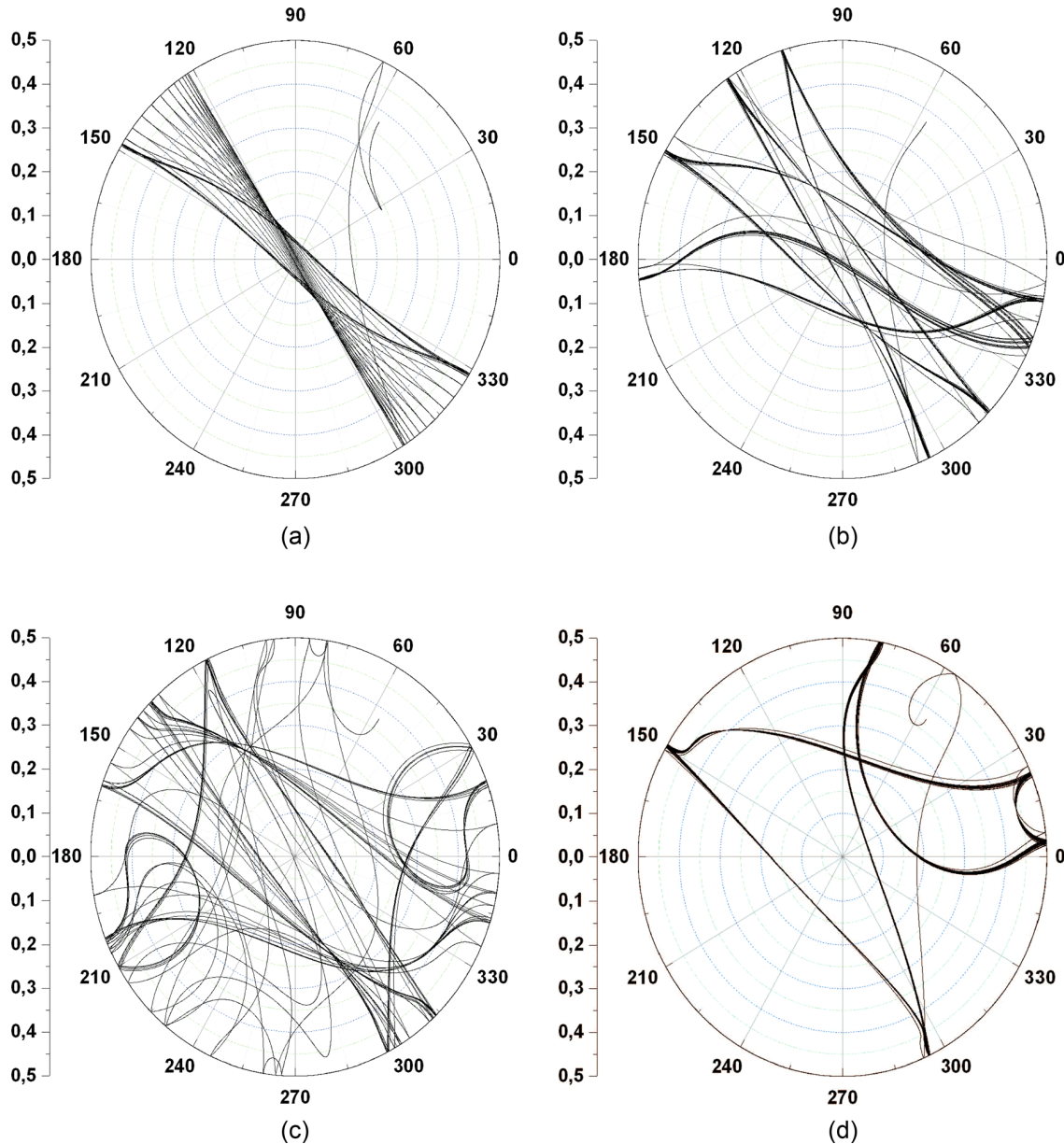


FIG. 3. Different electrons resonant trajectories for $f \times d = 1$ GHz mm. (a) Point A: $e = 1$ and $V' = 54.5$ V, (b) point B: $e = 0.99$ and $V' = 69$ V, (c) point C: $e = 0.975$ and $V' = 112$ V, and (d) point D: $e = 0.95$ and $V' = 158$ V.

We want to mention that the superposition of two RF orthogonal signals (with the same frequency) results into a resulting vector which traces a polarization ellipse. Thus, the parameters $|AR|$ and Θ determine a polarization state, which can also be described in terms of other two magnitudes, the ellipse eccentricity (e) and the ellipse inclination angle Ψ (see Fig. 1(a)). Both of them can be expressed as a function of $|AR|$ and Θ by means of the following relationships:³⁶

$$e = \sqrt{1 - \tan^2(\chi)}, \quad (18)$$

$$\chi = \frac{1}{2} \arcsin(\sin(2 \arctan(|AR|)) \sin(\Theta)), \quad (19)$$

$$\Psi = \frac{1}{2} \arctan(\tan(2 \arctan(|AR|)) \cos(\Theta)), \quad (20)$$

where χ is the ellipticity angle. It should be remarked that the linear and circular polarization states correspond to the cases $e = 1$ and $e = 0$, respectively, whereas the intermediate cases, $0 < e < 1$, determine intermediate elliptical polarization states independently on the ellipse inclination angle Ψ . In fact, we have observed that the numerical simulations do not depend on the ellipse inclination angle.

III. NUMERICAL SIMULATIONS

As it is well-known, the product of the cut-off frequency f_c of the fundamental TE_{11} mode and the diameter ($d = 2a$) of a generic circular guide is a constant value given by $f_c \times d = \chi'_{11} c / \pi \simeq 175.698$ GHz mm. For this high value of the frequency time gap product, the classical parallel-plate theory³⁷ provides the 127-th multipactor mode with an RF breakdown threshold voltage of 10963 V for silver. The

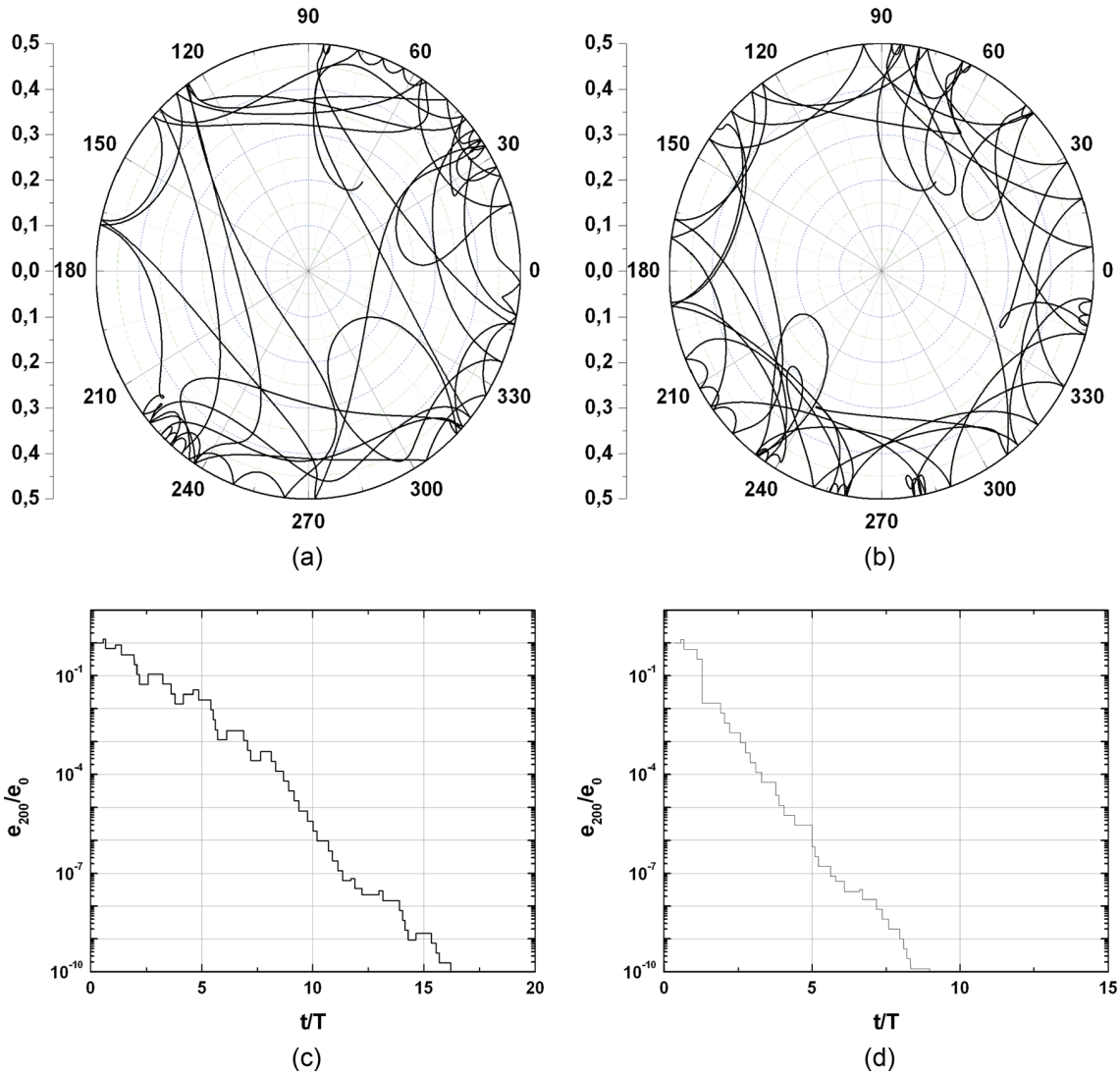


FIG. 4. Multipactor simulations for the case $f \times d = 1$ GHz mm with $e = 0.8$ ((a) and (c)) and $e = 0$ ((b) and (d)). Electron orbits as well as electron population evolution have been plotted as a function of normalized time.

study of this very high multipactor order is more complex than the analysis of the lowest multipactor order, so, in this work, we have decided to move to lower frequencies and deal with a circular waveguide below cut-off, which has applications in RF subsystems such as circular irises connecting adjacent cavities.^{38–40} Anyway, electron loss mechanisms due to longitudinal motion of electrons and iris finite length are not taken into account, but could affect the level of discharge as modeled in Refs. 14 and 15.

In the simulations, we have used the next data for the SEY of silver: $W_1 = 30$ eV, $W_2 = 5000$ eV, $W_{max}(0) = 165$ eV, $\delta_{max}(0) = 2.22$, $W_0 = 16$ eV, where W_1 is the first cross-over energy, W_2 is the second cross-over energy, $\delta_{max}(0)$ is maximum value when impact angle is normal to surface, $W_{max}(0)$ is the impact energy for $\delta_{max}(0)$, and W_0 is the work function (minimum energy to extract an electron from a material). For numerical calculations, we have performed an exhaustive convergence analysis concluding that $n = 200$ impacts and $M = 360$ initial effective electrons is enough to reach the convergence region of the algorithm. In this work, we have

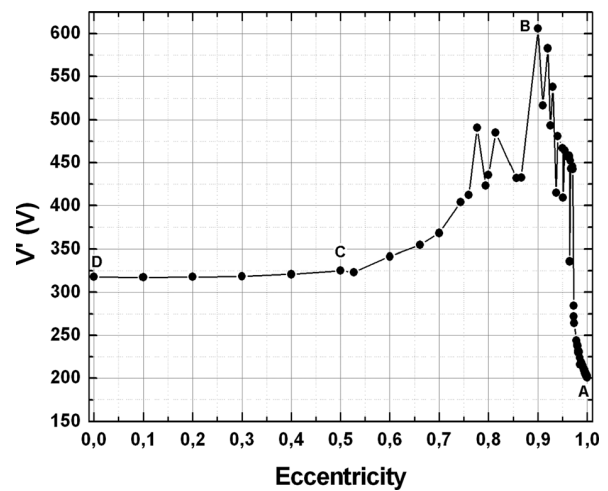


FIG. 5. RF voltage threshold (V_{th}) as a function of e . The case for $f \times d = 3$ GHz mm is now analyzed. (a) Point A: $e = 1$ and $V_{th} = 201.5$ V, (b) point B: $e = 0.9$ and $V_{th} = 606$ V, (c) point C: $e = 0.5$ and $V_{th} = 330$ V, and (d) point D: $e = 0$ and $V_{th} = 319.5$ V.

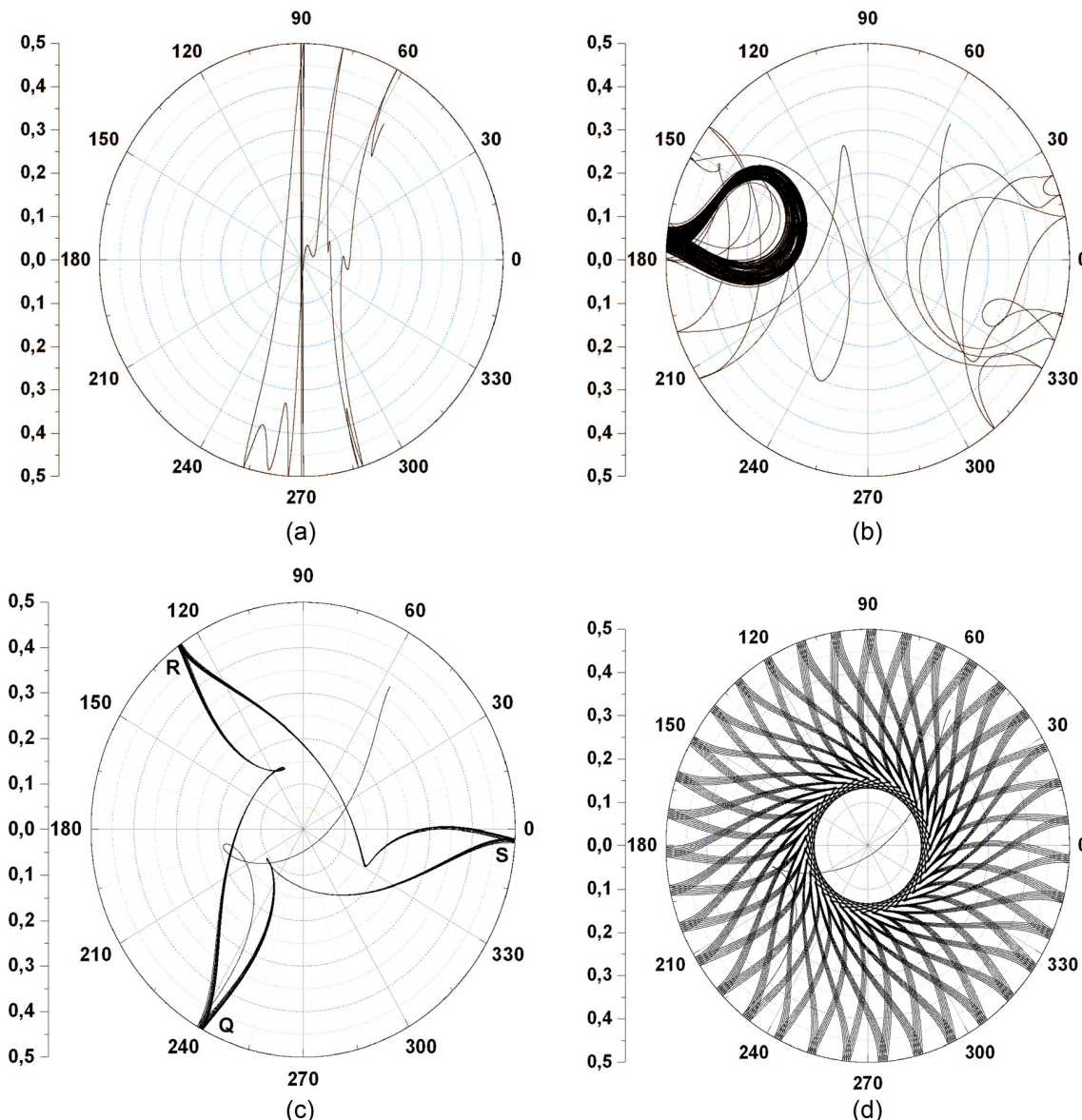


FIG. 6. Different electrons resonant trajectories for $f \times d = 3$ GHz mm.

analyzed three cases for different frequency \times gap values considering that the gap (diameter) is always $d = 1$ mm.

Following Refs. 17 and 21, we will consider that the time between successive impacts in the single-surface resonance corresponds to an integer number of RF cycles. On the other hand, in the double-surface regime, it will be assumed that the electron crosses the gap twice during the same RF period, impacting a wall after each crossing (for the particular case of parallel-plate regime, this means that the one way transit time coincides with an odd number of half RF cycles).

A. Multipactor analysis at frequency \times gap = 1 GHz mm

In Fig. 2, we present the RF breakdown voltage threshold as a function of the eccentricity for the case $f \times d = 1$ GHz mm. We have observed that the multipactor effect exists only for very high values of the eccentricity $e \geq 0.95$; however, when $e < 0.95$, the multipactor effect

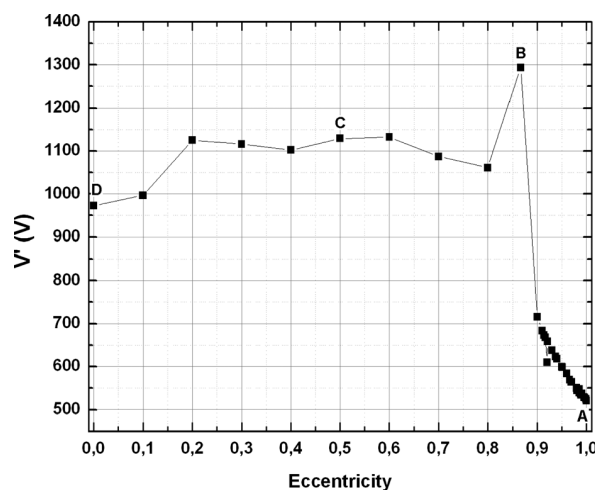


FIG. 7. RF voltage threshold (V_{th}) as a function of e . The case for $f \times d = 7$ GHz mm is analyzed here.

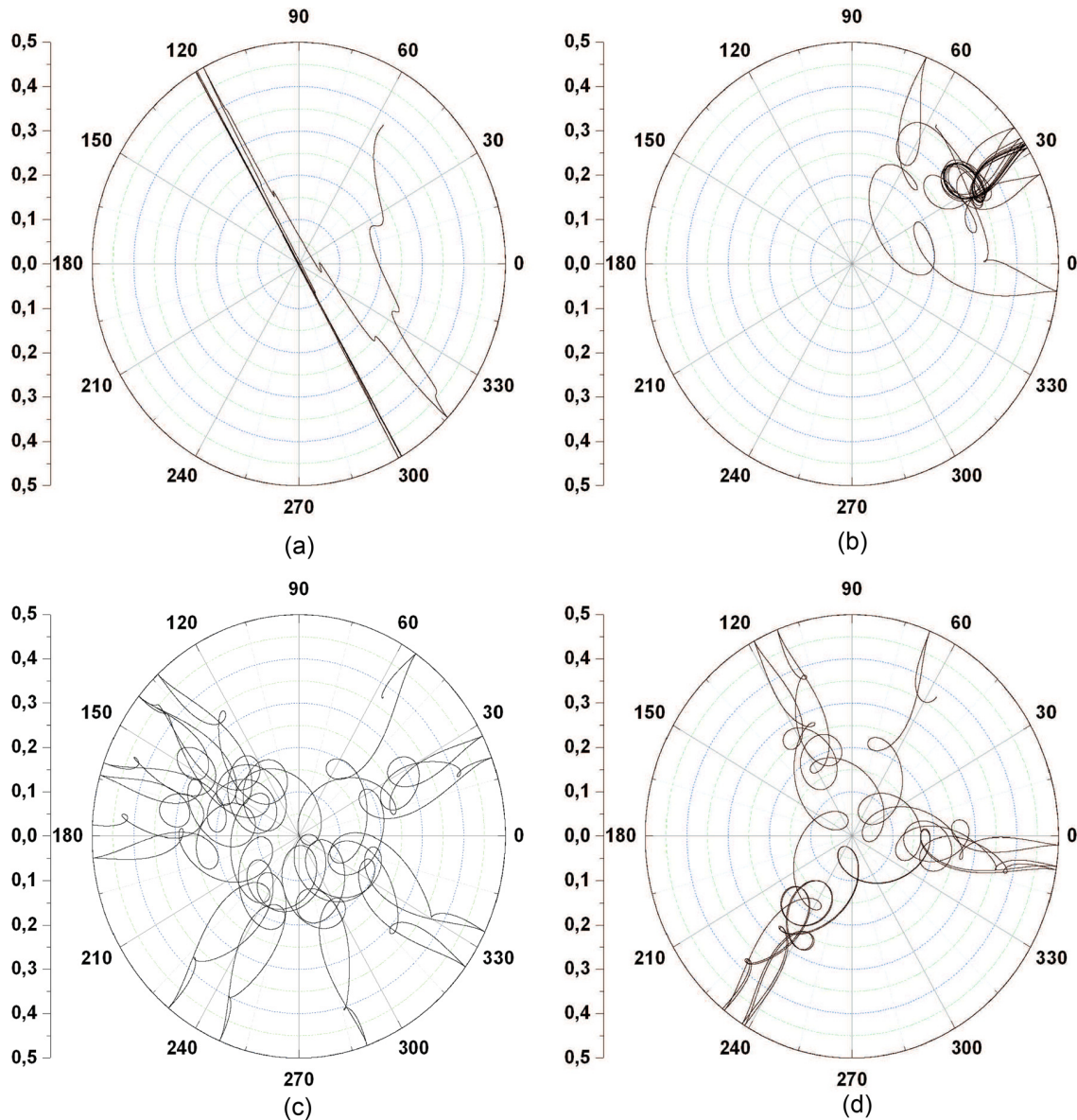


FIG. 8. Multipactor voltage windows for $f \times d = 7$ GHz mm. (a) Point A: $e = 1$ and $V' = 522$ V, (b) point B: $e = 0.86$ and $V' = 1294.5$ V, (c) point C: $e = 0.5$ and $V' = 1130$ V, and (d) point D: $e = 0$ and $V' = 972$ V.

disappears. In Fig. 2, we have analyzed electron trajectories (see Fig. 3) for the points marked as A, B, C, and D, observing a significant increase in the voltage threshold when the eccentricity ranges from $e = 1$ to $e = 0.95$. This phenomenon can be easily understood observing that for the case of pure linear polarization ($e = 1$, point A) a stable double-surface multipactor process with an average flight time of one half RF period is observed (see Fig. 3(a)), which is in agreement with Ref. 20. For an eccentricity $e = 0.99$ (point B), we have demonstrated that the electron orbit has a spread around one diameter of the circular guide, but a double-point regime with an average flight time of one half RF is still present, as depicted in see Fig. 3(b). When the eccentricity e decreases the simulations results demonstrate that two multipactor process (double-surface and single-surface) coexists (see Figs. 3(c) and 3(d)), producing a significant variation of the voltage threshold. Next, we are going to analyze the

mitigation of multipactor phenomenon in the range $e < 0.95$. For such purpose, we have plotted two representative cases for different eccentricities $e = 0.8$ and $e = 0$ (see Fig. 4). It should be noted that when eccentricity diminishes, a transition between double-surface to single-surface regimes appears, as showed when $e = 0.8$. However, the classic resonant conditions of multipactor effect are not met, and, therefore, the multipactor discharge does not occur. As a consequence, electron population decreases, as depicted in Fig. 4.

B. Multipactor analysis at frequency \times gap = 3 GHz mm

Next, we have explored the case $f \times d = 3$ GHz mm. In Fig. 5, we show the RF voltage threshold as a function of the eccentricity. For this case, we have observed that the multipactor discharge might exist for all values of eccentricity. To

understand this behavior, we have studied the electron resonant trajectories in different values of eccentricity (see Fig. 6), which have been labeled in Fig. 5 as *A*, *B*, *C*, and *D*, where *A* and *D* show the linear polarization ($e = 1$) and circular polarization ($e = 0$), respectively.

For linear polarization ($e = 1$), we have observed that the effective electron cross along one waveguide diameter (see Fig. 6(a)), and the average time between impact is three times the RF half period, which corresponds with the typical value of double surface multipactor regime (as in Subsection III A). When we decrease the eccentricity to $e = 0.9$ (see Fig. 6(b)), we have found that the electron trajectory becomes into a single surface multipactor process with an average transit time of a one RF period, which means that a transition between double surface to single surface regime has occurred. For eccentricities lower than 0.9 ($e < 0.9$), we have also found stable resonant electron trajectories. For instance, in Fig. 6(c) ($e = 0.5$), the total flight time for the resonant trajectory *QRSQ* is exactly four RF periods. Finally, for circular polarization (Fig. 6(d)), a new stable resonant orbit has been computed where the total flight time to go across the complete circumference after 35 impacts is 46 RF periods.

C. Multipactor analysis at frequency \times gap = 7 GHz mm

In Fig. 7, we present the RF breakdown voltage threshold as a function of the eccentricity e in the case $f \times d = 7$ GHz mm detecting a similar behavior as in Subsections III A and III C. We have highlighted the most significant values of eccentricity which have been labeled as *A*, *B*, *C*, and *D*. In addition, we have also represented the electrons trajectories in those points (see Fig. 8).

We note that for a certain range of high values of the eccentricity ($0.86 < e < 1$), a transition occurs between double point to single point process, as shown in Figs. 8(a) and 8(b); in both cases, the average transit time between consecutive impacts agrees as predicted by classical multipactor theory. Now, when we decrease the value of the eccentricity at $e = 0.5$ (point *C*), we have observed that the multipactor regime changes again (see Fig. 8(c)). Finally, when the eccentricity is $e = 0$ (point *D*), other type of multipactor event (Fig. 8(d)) has been explored that can not be explained by means of the classical theory.

IV. CONCLUSIONS

In this paper, we present a numerical model to study multipactor effect in circular waveguides considering the presence of the two orthogonal polarizations of the fundamental TE_{11} mode operated below cut-off frequency. The RF voltage breakdown threshold of an arbitrary circular waveguide is presented for low values of the frequency times gap product as a function of the eccentricity value; the cases of linear and circular polarization states have been analyzed in detail. We have found stable electron resonant trajectories for both single-surface and double-surfaces multipactor regimes, as well as other multipactor regimes not predicted by the classical multipactor theory.

- ¹J. Lara, F. Pérez, M. Alfonseca, L. Galán, I. Montero, E. Román, and D. Raboso, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **34**, 476 (2006).
- ²T. Abe, T. Kageyama, K. Akai, K. Ebihara, H. Sakai, and Y. Takeuchi, *Phys. Rev. Spec. Top. Accel. Beams* **9**, 062002 (2006).
- ³C. Wang, K. Y. Hsieh, H. Chang, M. C. Lin, and K. R. Chu, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **17**, 1285 (2007).
- ⁴M. A. Furman, "The electron-cloud effect in the arcs of the LHC," Technical Report No.180, CERN-LHC 1998.
- ⁵F. Zimmermann, "A simulation study of electron-cloud instability and beam-induced multipacting in the LHC," Technical Report No. 95, CERN-LHC 1997.
- ⁶A. Hatch and H. Williams, *J. Appl. Phys.* **25**, 417 (1954).
- ⁷J. Sombrin, "Effect multipactor," Technical Report No. 83/DRT/TIT/119/T, CNES Toulouse 1983.
- ⁸A. Coves, G. Torregrosa-Penalva, C. Vicente, B. Gimeno, and V. E. Boria, *IEEE Trans. Electron Devices* **55**, 2505 (2008).
- ⁹A. Sazontov and V. E. Nechaev, *Phys. Plasma* **17**, 033509 (2010).
- ¹⁰V. E. Semenov, E. I. Rakova, D. Anderson, M. Lisak, and J. Puech, *Phys. Plasma* **14**, 033501 (2007).
- ¹¹J. Hueso, D. Raboso, D. Schmitt, V. E. Boria, B. Gimeno, and C. Vicente, *IEEE Trans. Electron Device* **58**, 3205 (2011).
- ¹²J. H. Gonzalez, D. R. Garcia, C. Ernst, D. Schmitt, V. E. Boria, B. Gimeno, and M. Taroncher, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **41**, 2135 (2013).
- ¹³V. E. Semenov, E. I. Rakova, A. G. Sazontov, I. M. Nefedov, V. I. Pozdnyakova, I. A. Shereshevskii, D. Anderson, M. Lisak, and J. Puech, *J. Phys. D* **42**, 205204 (2009).
- ¹⁴R. Udiljak, D. Anderson, M. Lisak, J. Puech, and V. E. Semenov, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **35**, 388 (2007).
- ¹⁵V. E. Semenov, E. I. Rakova, R. Udiljak, D. Anderson, M. Lisak, and J. Puech, *Phys. Plasma* **15**, 033501 (2008).
- ¹⁶R. Woo, *J. Appl. Phys.* **39**, 1528 (1968).
- ¹⁷R. Udiljak, D. Anderson, M. Lisak, V. Semenov, and J. Puech, *Phys. Plasmas* **14**, 033508 (2007).
- ¹⁸V. Semenov, N. Zharova, R. Udiljak, D. Anderson, M. Lisak, and J. Puech, *Phys. Plasmas* **14**, 033509 (2007).
- ¹⁹A. M. Perez, C. Tienda, C. Vicente, S. Anza, J. Gil, B. Gimeno, V. E. Boria, and D. Raboso, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **37**, 2031 (2009).
- ²⁰A. M. Perez, V. E. Boria, B. Gimeno, S. Anza, C. Vicente, and J. Gil, *J. Electromagn. Waves Appl.* **23**, 1575 (2009), see <http://www.ingentaconnect.com/content/tandf/jew/2009/0000023/F0020011/art00018>.
- ²¹V. E. Semenov, N. A. Zharova, D. Anderson, M. Lisak, and J. Puech, *Phys. Plasmas* **17**, 123503 (2010).
- ²²E. Somersalo, P. Ylä-Oijala, D. Proch, and J. Sarvas, *Part. Accel.* **59**, 107 (1998), see <http://cds.cern.ch/record/1120302/files/p107.pdf>.
- ²³E. Somersalo, P. Ylä-Oijala, and D. Proch, "Electron multipacting in rf structures," Technical Report No. 94-14, TESLA 1994.
- ²⁴L. Verlet, *Phys. Rev.* **159**, 98 (1967).
- ²⁵Q. Spriter and M. Walter, *J. Comput. Phys.* **152**, 102 (1999).
- ²⁶J. R. M. Vaughan, *IEEE Trans. Electron Devices* **36**, 1963 (1989).
- ²⁷A. Shih and C. Hot, *IEEE Trans. Electron Devices* **40**, 824 (1993).
- ²⁸C. Vicente, M. Mattes, D. Wolk, H. Hartnagel, J. Mosig, and D. Raboso, *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.* **2005**, 1055 (2005).
- ²⁹H. Goldstein, *Classical Mechanics* (Addison-Wesley, 1952).
- ³⁰C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics* (John Wiley and Sons, 1989).
- ³¹D. M. Pozar, *Microwave Engineering* (John Wiley and Sons, 1998).
- ³²G. Conciauro, M. Guglielmi, and R. Sorrentino, *Advanced Modal Analysis* (John Wiley and Sons, 2000).
- ³³M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions* (Dover, 2000).
- ³⁴B. Gimeno, J. L. Cruz, E. A. Navarro, and V. Such, *IEEE Trans. Antennas and Propag.* **42**, 912 (1994).
- ³⁵R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves* (IEEE Press, 1991).
- ³⁶M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* (Cambridge University Press, 1999).
- ³⁷A. Hatch and H. Williams, *Phys. Rev.* **112**, 681 (1958).
- ³⁸S. Cogollos, S. Marini, V. E. Boria, P. Soto, A. Vidal, H. Esteban, J. V. Morro, and B. Gimeno, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **51**, 2378 (2003).
- ³⁹U. Papziner and F. Arndt, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **41**, 462 (1993).
- ⁴⁰H. Hai, W. Ke-Li, and R. J. Cameron, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **61**, 139 (2013).

Bibliografía

- [1] A. Hatch and H. Williams, “The secondary electron resonance mechanism of Low-Pressure High-Frequency gas breakdown,” *Journal of Applied Physics*, vol. 25, no. 4, pp. 417–423, April 1954.
- [2] J. R. M. Vaughan, “Multipactor,” *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 35, no. 7, pp. 1172–1188, July 1988.
- [3] R. Udiljak, “Multipactor in low pressure gas,” Ph.D. dissertation, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden, 2004.
- [4] E. Somersalo and P. Ylä-Oijala and D. Porch and J. Sarvas, “Computational methods for analyzing electron multipacting in RF structures,” *Particle Accelerators*, vol. 59, pp. 107–141, 1998.
- [5] P. T. Farnsworth, “Television by Electron Image Scanning,” *J. Franklin Inst.*, vol. 218, pp. 411–444, 1934.
- [6] S. Riyopoulos, “Multipactor saturation due to space-charge-induced debunching,” *Physics of Plasma*, vol. 4, no. 5, May 1997.
- [7] W. Henneberg, R. Orthuber, and E. Steudel, *Z. Tech. Phys.*, vol. 17, p. 115, 1936.
- [8] E. W. B. Gill and A. von Engel, “Starting potentials of high-frequency gas discharges at low pressure,” *Proc. R. Soc. London Ser. A*, vol. 192, pp. 446–463, 1948.
- [9] A. Hatch and H. Williams, “Multipacting modes of high-frequency gaseous breakdown,” *Physical Review*, vol. 112, no. 3, pp. 681–685, November 1958.
- [10] G. Francis and A. von Engel, “The growth of the high-frequency electrodeless discharge,” *Proc. R. Soc. London Ser. A*, vol. 246, pp. 143–180, 1953.
- [11] ESA/ESTEC, “Multipaction Design and Test,” European Space Agency (ESA/ESTEC), Tech. Rep., May 2003.
- [12] ———, “ESA/ESTEC Multipactor Calculator,” European Space Agency (ESA/ESTEC), Tech. Rep., August 2005.

- [13] J. R. M. Vaughan, "A new formula for secondary emission yield," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 36, no. 9, p. 1963, September 1989.
- [14] A. Shih and C. Hot, "Secondary emission properties as a function of the electron incidence angle," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 40, no. 4, p. 824, April 1993.
- [15] J. R. M. Vaughan, "Secondary emission formulas," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 40, no. 4, p. 830, April 1993.
- [16] C. Vicente, M. Mattes, D. Wolk, H. Hartnagel, J. Mosig, and D. Raboso, "Multipactor breakdown prediction in rectangular waveguide based components," *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, June 2005.
- [17] J. Lara, F. Pérez, M. Alfonseca, L. Galán, I. Montero, E. Román, and D. Raboso, "Multipactor prediction for on-board spacecraft RF equipment with the MEST software tool," *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 34, no. 2, pp. 476–484, April 2006.
- [18] A. Miller, H. Williams, and O. Theimer, "Secondary-electron-emission phase-angle distributions in high-frequency multipacting discharges," *Journal of Applied Physics*, vol. 34, no. 6, pp. 1673–1679, June 1963.
- [19] J. Sombrin, "Effet Multipactor," CNES- Technical Report No.83/DRT/TIT/HY/119/T, Tech. Rep., CNES, Toulouse, 1983.
- [20] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley and Sons, 1989.
- [21] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*. John Wiley and Sons, 1998.
- [22] G. Conciauro, M. Guglielmi, and R. Sorrentino, *Advanced Modal Analysis*. John Wiley and Sons, 2000.
- [23] L. Verlet, "Computer "experiments" on classical fluids. I. Thermodynamical properties of Lennard-Jones molecules," *Physical Review*, vol. 159, no. 1, pp. 98–103, July 1967.
- [24] Q. Spriter and M. Walter, "Classical molecular dynamics simulation with the velocity Verlet algorithm at strong external magnetic fields," *Journal of Computational Physics*, vol. 152, no. 1, pp. 102–119, June 1999.
- [25] R. Woo, "Multipacting discharges between coaxial electrodes," *Journal Applied Physics*, vol. 39, no. 13, pp. 1528–1533, 1968.
- [26] A. Woode and J. Petit, "Diagnostic investigations into the multipactor effect, susceptibility zone measurements and parameters affecting a discharge," ESA- Working paper No.1556, Tech. Rep., November 1989.

- [27] C. Tienda, A. M. Pérez, C. Vicente, A. Coves, G. Torregrosa, J. F. Sánchez, R. Barco, B. Gimeno, and V. Boria, "Multipactor Analysis in Coaxial Waveguides," *IEEE MELECON*, May 2006.
- [28] W. Arter and M. Hook, "Multipaction Threshold Curves for Coaxial Geometries," Report No. AEA/TYKB/28046/RP/1, Tech. Rep., May 1997.
- [29] R. G. Lye and A. J. Dekker, "Theory of secondary emission," *Physical Review*, vol. 107, no. 4, pp. 977–981, August 1957.
- [30] D. E. Wooldridge, "Theory of Secondary Emission," *Physical Review*, vol. 56, no. 15, pp. 562–578, September 1939.
- [31] H. Frölich, "," *Ann. d. Physik*, vol. 5, no. 13, p. 229, 1932.
- [32] A. J. Dekker, "," *Physical Review*, vol. 94, p. 1179, 1954.
- [33] H. Bruining, "," *Physica*, vol. 3, p. 1046, 1936.
- [34] G. E. Becerra, "Studies of coaxial multipactor in the presence of a magnetic field," Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139 USA, 2007.
- [35] V. H. Ritz, R. E. Thomas, J. W. Gibbons, and J. Klebanoff, "Secondary electron emission characteristics of oxidized beryllium cathodes," *Surface Interface Anal.*, vol. 11, pp. 389–397, 1988.
- [36] V. Semenov, A. Kryazhev, D. Anderson, and M. Lisak, "Multipactor suppression in amplitude modulated ratio frequency fields," *Physics of Plasma*, vol. 8, no. 11, pp. 5034–5039, November 2001.
- [37] E. Somersalo and P. Ylä-Oijala and D. Porch, "Electron Multipacting in RF Structures," TESLA Report No. 94-14, Tech. Rep., July 1994.
- [38] P. Ylä-Oijala, "Analysis of Electron Multipacting in Coaxial Lines with Traveling and Mixed Waves," TESLA Report No. 97-20, Tech. Rep., November 1997.
- [39] R. Udiljak, D. Anderson, M. Lisak, V. Semenov, and J. Puech, "Multipactor in a coaxial transmission line. Part I: Analytical study," *Physics of Plasma*, vol. 14, no. 033508, March 2007.
- [40] V. Semenov, N. Zharova, R. Udiljak, D. Anderson, M. Lisak, and J. Puech, "Multipactor in a coaxial transmission line. Part II: Particle-in-cell simulations," *Physics of Plasma*, vol. 14, no. 033509, March 2007.
- [41] A. M. Pérez, C. Tienda, C. Vicente, S. Anza, J. Gil, B. Gimeno, V. E. Boria, and D. Raboso, "Prediction of Multipactor Breakdown Threshold in Coaxial Transmission Lines for Traveling, Standing and Mixed Waves," *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 37, no. 10, pp. 2031–2040, October 2009.

- [42] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*. John Wiley and Sons, 1998.
- [43] P. A. Tipler, *Physics for Scientist and Engineers, Sixth Edition*. W. H. Freeman and Company, 2008.
- [44] T. P. Graves, “Experimental investigation of electron multipactor discharges at very high frequency,” Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139 USA, 2006.
- [45] E. F. Vance, “One-sided multipactor discharge modes,” *J. Appl. Phys.*, vol. 34, no. 11, pp. 3237–3242, November 1963.
- [46] A. Coves, G. Torregrosa-Penalva, C. Vicente, B. Gimeno, and V. E. Boria, “Multipactor discharges in parallel-plate dielectric-loaded waveguides including space-charge effects,” *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 55, no. 9, pp. 2505–2511, Sept. 2008.
- [47] A. Sazontov and V. E. Nechaev, *Physics of Plasma*, vol. 17, p. 033509, 2010.
- [48] V. E. Semenov, E. I. Rakova, D. Anderson, M. Lisak, and J. Puech, “Multipactor in rectangular waveguides,” *Physics of Plasma*, vol. 14, no. 3, p. 033501, 2007.
- [49] J. H. González, D. Raboso, D. Schmitt, V. E. Boria, B. Gimeno, and C. Vicente, “Study of the multipactor effect in bandpass wedge-shaped waveguide filters,” *IEEE Trans. Electron Device*, vol. 58, no. 9, pp. 3205–3212, September 2011.
- [50] J. H. González, D. R. Garcia, C. Ernst, D. Schmitt, V. E. Boria, B. Gimeno, and M. Tarocher, “Optimized multipactor-resistant wedge-shaped waveguide bandpass filters,” *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 41, no. 8, pp. 2135–2144, August 2013.
- [51] V. E. Semenov, E. I. Rakova, A. G. Sazontov, I. M. Nefedov, V. I. Pozdnyakova, I. A. Shereshevskii, D. Anderson, M. Lisak, and J. Puech, *J. Phys. D*, vol. 42, no. 205204, 2009.
- [52] R. Udiljak, “Multipactor in low pressure gas and in nonuniform rf field structures,” Ph.D. dissertation, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden, 2007.
- [53] V. E. Semenov, E. I. Rakova, R. Udiljak, D. Anderson, M. Lisak, and J. Puech, “Conformal mapping analysis of multipactor breakdown in waveguide irises,” *Physics of Plasma*, vol. 15, no. 3, p. 033501, March 2008.
- [54] A. M. Pérez, V. E. Boria, B. Gimeno, S. Anza, C. Vicente, and J. Gil, “Multipactor analysis in circular waveguides,” *J. Electromagn. Waves Appl*, vol. 23, pp. 1575–1583, 2009.
- [55] V. E. Semenov, N. A. Zharova, D. Anderson, M. Lisak, and J. Puech, “Simulations of multipactor in circular waveguides,” *Physics of Plasma*, vol. 17, no. 123503, December 2010.

- [56] A. M. Pérez, B. Gimeno, V. E. Boria, S. Anza, C. Vicente, and J. Gil, “Analysis of the multipactor effect in circular waveguides excited by two orthogonal polarization waves,” *Physics of Plasma*, vol. 21, no. 082107, August 2014.
- [57] H. Goldstein, *Classical Mechanics*. Addison-Wesley, 1952.
- [58] M. Abramowitz and I. A. Stung, *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, 2000.
- [59] B. Gimeno, J. L. Cruz, E. A. Navarro, and V. Such, “A polarizer rotator system for three-dimensional oblique incidence,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, no. 7, pp. 912–919, July 1994.
- [60] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*. IEEE Press, 1991.
- [61] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*. Cambridge University Press, 1999.
- [62] U. Papziner and F. Arndt, “Field Theoretical computer-aid design of Rectangular and Circular Iris Coupled Rectangular or Circular Waveguide Cavity Filters,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 41, no. 3, pp. 462–471, March 1993.
- [63] S. Cogollos, S. Marini, V. E. Boria, P. Soto, A. Vidal, H. Esteban, J. V. Morro, and B. Gimeno, “Efficient Modal Analysis of Arbitrarily Shaped Waveguides Composed of Linear, Circular, and Elliptical Arcs Using the BI-RME Method,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 51, no. 12, pp. 2378–2390, December 2003.
- [64] H. Hai, W. Ke-Li, and R. J. Cameron, “Stepped circular waveguide dual mode filters for broadband contiguous multiplexers,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 61, no. 1, pp. 139–145, January 2013.
- [65] C. K. Birdsall, “Particle-in-Cell charged-particle simulations, plus Monte Carlo collisions with neutral atoms, PIC-MCC,” *IEEE Trans. Plasma Science*, vol. 19, no. 2, p. 65, April 1991.