



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



ESCUELA TÉCNICA
SUPERIOR INGENIEROS
INDUSTRIALES VALENCIA

TRABAJO FIN DE MÁSTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

**DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE
METODOLOGÍAS ANALÍTICO-
NUMÉRICAS BASADAS EN AJUSTE
MODAL, ALGORITMOS GENÉTICOS Y
BASADOS EN GRADIENTE PARA LA
OPTIMIZACIÓN ACÚSTICA DE
CATALIZADORES DE MCIA**

AUTOR: JOSÉ ENRIQUE BENLLOCH LOZANO

TUTOR: FRANCISCO DAVID DENIA GUZMÁN

Curso Académico: 2020-21

AGRADECIMIENTOS

Quiero dedicar un par de líneas para agradecerle profundamente a mi tutor del TFM, Francisco David Denia Guzmán, todo el tiempo que me ha dedicado en la realización de este proyecto, ya que a pesar de las dificultades que se han desarrollado durante este año siempre ha estado disponible y dispuesto a ayudarme en todo aquello que necesitase. Además, quería darle las gracias por haber sido un profesor extraordinario y ejemplar, del cual he aprendido muchísimo tanto a nivel profesional como personal. Es un orgullo para mí que haya aceptado dirigir el trabajo con el cual finalizarán mis estudios.

También agradecerle el apoyo a mis compañeros de Universidad, los cuales han transformado épocas intensas de estudio en semanas llevaderas y amenas.

Por último, pero no menos importante, agradecerle enormemente a mi madre, Amparo, mi padre, José, y mi hermana, Raquel, así como a mis tíos y primos, por ser una pieza fundamental en los momentos más difíciles y estar siempre pendientes de mí y de mis estudios. Me gustaría hacer una mención especial a mi abuela Rosa Giménez, que me dio todo el amor y cariño que una persona puede recibir durante toda la vida y el hecho de estar siempre tan orgullosa de mí me ayudaba a superar los malos momentos.

RESUMEN

En el presente Trabajo de Fin de Máster se lleva a cabo el desarrollo e implementación de metodologías analítico-numéricas basadas en ajuste modal, algoritmos genéticos y basados en gradiente para la optimización del comportamiento acústico de catalizadores de automoción. Para ello, se procede a realizar de forma detallada el estudio y análisis de la propagación de ondas sonoras en el interior de estos dispositivos, utilizados de forma generalizada en motores de combustión interna alternativos. Aunque dicho dispositivo tiene la función principal de reducir las emisiones contaminantes que se expulsan a través del sistema de escape para cumplir con las leyes medioambientales, su influencia en la atenuación del campo acústico emitido por los motores de combustión es considerable. Por este motivo, este TFM se centra en este segundo aspecto, fundamental para conocer el comportamiento acústico del sistema de escape desde un punto de vista global.

Para ello, en primer lugar, se ha llevado a cabo el desarrollo y la implementación en MatLab de una metodología denominada “Técnica de Ajuste Modal Híbrida Analítico-Numérica”, mediante la cual se calcula el parámetro conocido como índice de pérdida de transmisión (TL), que es el que se emplea en este trabajo para cuantificar la atenuación sonora del campo acústico debido a la utilización de un dispositivo determinado (en concreto, el catalizador). Además, esta técnica se valida mediante comparación de sus resultados con los obtenidos de forma paralela mediante una formulación general de elementos finitos en Ansys. Los resultados muestran una concordancia excelente, con una gran ventaja en cuanto a coste computacional a favor de la técnica de ajuste modal, lo cual la convierte en una excelente candidata para realizar estudios de optimización, que requieren cientos (y en ocasiones miles) de simulaciones.

En segundo lugar, se utiliza esta técnica para analizar cómo influyen ciertas variables de diseño en el campo acústico existente en el interior del catalizador. Las variables consideradas incluyen las longitudes de la cámara de entrada y salida del catalizador, así como la longitud y resistividad del monolito. Este análisis se lleva a cabo en cuatro geometrías distintas de sección transversal del catalizador: circular, con el conducto de salida centrado o descentrado, y la rectangular con los vértices achaflanados, también con el conducto de salida centrado o descentrado.

En tercer lugar, se utiliza el programa comercial MatLab para llevar a cabo la optimización acústica del catalizador en diferentes rangos de frecuencia mediante la integración de dos procedimientos optimizadores distintos, como son los algoritmos genéticos y los basados en gradiente. En este estudio se añade una variable de diseño más a las cuatro anteriores, que es la porosidad del monolito del catalizador. Los resultados obtenidos permiten obtener configuraciones de catalizador con un TL maximizado y comparar los dos algoritmos optimizadores entre sí, además de observar la influencia que tienen las variables de diseño en la atenuación del campo acústico.

En cuarto y último lugar, se exponen las conclusiones más relevantes obtenidas al relacionar e interconectar los distintos estudios llevados a cabo en los diferentes apartados a lo largo del TFM.

RESUM

En el present Treball de Fi de Màster es du a terme el desenvolupament i implementació de metodologies analític-numèriques basades en ajust modal, algoritmes genètics i basats en gradient per a l'optimització del comportament acústic de catalitzadors d'automoció. Per a això, es procedeix a realitzar de forma detallada l'estudi i anàlisi de la propagació d'ones sonores a l'interior d'aquests dispositius, utilitzats de forma generalitzada en motors de combustió interna alternatius. Encara que dit dispositiu té la funció principal de reduir les emissions contaminants que s'expulsen a través del sistema d'escapament per complir amb les lleis mediambientals, la seua influència en l'atenuació del camp acústic emès pels motors de combustió és considerable. Per aquest motiu, aquest TFM es centra en aquest segon aspecte, fonamental per conèixer el comportament acústic del sistema d'escapament des d'un punt de vista global.

Per a això, en primer lloc, s'ha dut a terme el desenvolupament i la implementació en MatLab d'una metodologia denominada "Tècnica d'Ajust Modal Híbrida Analític-Numèrica", mitjançant la qual es calcula el paràmetre conegut com índex de pèrdua de transmissió (TL), que és el que s'empra en aquest estudi per a quantificar l'atenuació sonora del camp acústic a causa de la utilització d'un dispositiu determinat (en concret, el catalitzador). A més, aquesta tècnica es valida mitjançant la comparació dels seus resultats amb els obtinguts de forma paral·lela per mitja d'una formulació general d'elements finits en Ansys. Els resultats mostren una concordança excel·lent, amb un gran avantatge pel que fa a cost computacional a favor de la tècnica d'ajust modal, la qual cosa la converteix en una excel·lent candidata per a realitzar estudis d'optimització, que requereixen centenars (i de vegades milers) de simulacions.

En segon lloc, s'utilitza aquesta tècnica per analitzar com influeixen certes variables de disseny en el camp acústic existent a l'interior del catalitzador. Les variables considerades inclouen les longituds de la càmera d'entrada i eixida del catalitzador, així com la longitud i resistivitat del monòlit. Aquesta anàlisi es du a terme en quatre geometries diferents de secció transversal del catalitzador: circular, amb el conducte de eixida centrat o descentrat, i rectangular amb els vèrtexs aixamfranats, també amb el conducte de eixida centrat o descentrat.

En tercer lloc, s'utilitza el programa comercial MatLab per dur a terme l'optimització acústica del catalitzador en diferents rangs de freqüència mitjançant la integració de dos procediments optimitzadors diferents, com són els algoritmes genètics i els basats en gradient. En aquest estudi s'afegeix una variable de disseny més a les quatre anteriors, que és la porositat del monòlit del catalitzador. Els resultats obtinguts permeten obtenir configuracions de catalitzador amb un TL maximitzat i comparar els dos algoritmes optimitzadors entre si, a més d'observar la influència que tenen les variables de disseny en l'atenuació del camp acústic.

En quart i últim lloc, s'exposen les conclusions més rellevants obtingudes al relacionar e interconnectar els diferents estudis duts a terme en els diferents apartats al llarg del TFM.

ABSTRACT

In this Master's Thesis, the development and implementation of analytical-numerical methodologies based on mode matching, genetic and gradient-based algorithms for the optimization of the acoustic behavior of automotive catalysts are carried out. In order to do so, a thorough study is conducted as well as an analysis of the propagation of sound waves inside these devices, which are widely used in reciprocating internal combustion engines. Although such a device has the main function of reducing the polluting emissions that are expelled through the exhaust system to comply with environmental laws, its influence on the attenuation of the acoustic field emitted by combustion engines is considerable. For this reason, this Master's Thesis focuses on this second aspect, which is essential to understand the acoustic behavior of the exhaust system from a global point of view.

To that end, in first place, the development and implementation in MatLab of a methodology called "Hybrid Analytical-Numerical Mode Matching Technique" has been carried out, by means of which the parameter known as transmission loss index (TL) is calculated, which is the one used in this work to quantify the sound attenuation of the acoustic field due to the use of a specific device (specifically, the catalyst). In addition, this technique is validated by comparing its results with those obtained in parallel with a general formulation of finite elements in Ansys. The results show excellent agreement, with a great advantage in terms of computational cost in favor of the mode matching technique, which makes it an excellent candidate for optimization studies, which require hundreds (and sometimes thousands) of simulations.

Second, this technique is used to analyze how certain design variables influence the acoustic field inside the catalyst. The variables considered include the lengths of the catalyst inlet and outlet chamber, as well as the length and resistivity of the monolith. This analysis is carried out on four different catalyst cross-sectional geometries: circular, with the outlet duct centered or offset, and rectangular with chamfered corners, also with the outlet duct centered or off-center.

Third, the commercial program MatLab is used to carry out the acoustic optimization of the catalyst in different frequency ranges by integrating two different optimizing approaches, which are the genetic and gradient-based algorithms. In this study, one more design variable is added to the previous four, which is the porosity of the catalyst monolith. The results obtained allow obtaining catalyst configurations with a maximized TL and comparing the two optimizing algorithms with each other, as well as observing the influence that the design variables have on the attenuation of the acoustic field.

Fourth and last, the most relevant conclusions obtained by relating and interconnecting the different studies carried out in the different sections throughout the Master's Thesis are presented.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	17
1.1 OBJETO DE ESTUDIO Y OBJETIVOS DEL PROYECTO	18
1.2 JUSTIFICACIÓN Y MOTIVACIÓN	18
1.3 HERRAMIENTAS Y METODOLOGÍA EMPLEADA	18
2. ACÚSTICA APLICADA A ELEMENTOS DEL SISTEMA DE ESCAPE. CATALIZADORES.	21
2.1 CATALIZADOR DE UN MCA	21
2.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE ACÚSTICA	23
2.2.1 ECUACIÓN DE ONDAS PLANAS EN CONDUCTOS	23
2.2.1.1 CONCEPTOS BÁSICOS DE ACÚSTICA	23
2.2.1.2 ECUACIÓN DINÁMICA	25
2.2.1.3 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD	25
2.2.1.4 ECUACIÓN DE ESTADO	25
2.2.1.5 ECUACIÓN DE ONDAS	26
2.2.1.6 SOLUCIÓN	26
2.2.2 ENERGÍA DE ONDAS	27
2.2.2.1 ESCALA EN DECIBELIOS	28
2.2.3 FENÓMENOS DE PROPAGACIÓN	29
2.2.3.1 CAMBIOS DE SECCIÓN	30
2.2.4 PÉRDIDA DE TRANSMISIÓN (TL)	31
2.3 MODELO MATEMÁTICO DEL CATALIZADOR	32
2.3.1 MODELOS MULTIDIMENSIONALES	32
2.3.2 DESARROLLO DEL MODELO MATEMÁTICO	33
2.3.2.1 MODELO ACÚSTICO DEL MONOLITO	36
3. CARACTERIZACIÓN ACÚSTICA DE CATALIZADORES MEDIANTE LA TÉCNICA DE AJUSTE MODAL.	39
3.1 PLANTEAMIENTO Y DESARROLLO DE LA TÉCNICA DE AJUSTE MODAL HÍBRIDO ANALÍTICO-NUMÉRICA	39
3.1.1 DESARROLLO DE LA TÉCNICA DE AJUSTE MODAL	40
3.2 DESCRIPCIÓN DE LAS DISTINTAS GEOMETRÍAS DEL CATALIZADOR	42
3.3 DETALLES DE LA IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB	45
3.4 VALIDACIÓN DE LA TÉCNICA DE AJUSTE MODAL HÍBRIDA ANALÍTICO-NUMÉRICA	46
3.5 RESULTADOS DEL CÁLCULO DEL TL A TRAVÉS DE LA TÉCNICA DE AJUSTE MODAL HÍBRIDA ANALÍTICO-NUMÉRICA	51
3.5.1 INFLUENCIA DE LA RESISTIVIDAD DEL MONOLITO	51
3.5.2 INFLUENCIA DE LA LONGITUD DEL MONOLITO	56
3.5.3 INFLUENCIA DE LA LONGITUD DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN Y CONTRACCIÓN	61
3.5.4 COMPARACIÓN ENTRE GEOMETRÍAS	66
3.6 CONCLUSIONES	68
4. OPTIMIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO ACÚSTICO MEDIANTE ALGORITMOS GENÉTICOS Y BASADOS EN GRADIENTE	69
4.1 GENERALIDADES DE LOS PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN	69
4.2 ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN BASADOS EN GRADIENTE	70
4.2.1 ALGORITMO "FMINCON" DE MATLAB	71
4.3 ALGORITMOS GENÉTICOS	73
4.3.1 ALGORITMO "GA" DE MATLAB	74
4.4 INTEGRACIÓN DE HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES: TÉCNICA DE AJUSTE MODAL Y ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN	77

4.5	FUNCIÓN OBJETIVO DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN	78
4.6	RESULTADOS	79
4.6.1	VALORES ÓPTIMOS	81
4.6.2	RANGO 450-550 HZ - POROSIDAD Y RESISTIVIDAD DEL MONOLITO FIJO	85
4.6.3	RANGO 450-550 HZ	87
4.6.4	RANGO 1070-1170 HZ - POROSIDAD Y RESISTIVIDAD DEL MONOLITO FIJO	89
4.6.5	RANGO 1070-1170 HZ	91
4.7	CONCLUSIONES	92
5.	CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	95
5.1	CONCLUSIONES	95
5.2	TRABAJOS FUTUROS	96
	BIBLIOGRAFÍA	97
	PRESUPUESTO	99
	FASES DEL PROYECTO	99
	CÁLCULO DE LAS AMORTIZACIONES	99
	MANO DE OBRA	101
	UNIDADES DE OBRA	101
	PRESUPUESTO TOTAL	103
	PLANOS	105
	ANEXOS	111
	ANEXO I: FICHERO DE TEXTO VARIAB	111
	ANEXO II: SCRIPT DE MATLAB "AJUSTE_MODAL.M"	112
	ANEXO III: SCRIPT DE MATLAB "PRINCIPAL.M"	117
	ANEXO IV: SCRIPT DE MATLAB "VARIAB"	125
	ANEXO V: SCRIPT DE MATLAB "PREVIO_AJUSTE_MODAL.M"	126
	ANEXO VI: SCRIPT DE MATLAB "OBJETIVO.M"	134
	ANEXO VII: SCRIPT DE MATLAB "PRINCIPAL_FMIN.M"	135
	ANEXO VIII: SCRIPT DE MATLAB "PRINCIPAL_GA.M"	136

ÍNDICE DE FIGURAS

FIG. 1: ASPECTO DE UN CATALIZADOR	21
FIG. 2: REACCIONES QUÍMICAS EN UN CATALIZADOR	22
FIG. 3: PROPAGACIÓN DE UNA ONDA ACÚSTICA	24
FIG. 4: FENÓMENOS DE REFLEXIÓN Y TRANSMISIÓN EN UN CAMBIO DEL MEDIO DE PROPAGACIÓN	29
FIG. 5: FENÓMENOS DE REFLEXIÓN Y TRANSMISIÓN EN UN CAMBIO DE SECCIÓN	30
FIG. 6: ESQUEMA DE UN CATALIZADOR CON LAS DISTINTAS REGIONES QUE LO CONFORMAN	34
FIG. 7: MALLA EMPLEADA EN LA GEOMETRÍA 1	42
FIG. 8: MALLA EMPLEADA EN LA GEOMETRÍA 2	43
FIG. 9: MALLA EMPLEADA EN LA GEOMETRÍA 3	43
FIG. 10: CÁLCULO DEL SEGUNDO MODO DE PRESIÓN DE ORDEN SUPERIOR	44
FIG. 11: MALLA EMPLEADA EN LA GEOMETRÍA 4.....	44
FIG. 12: VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE AJUSTE MODAL HÍBRIDO ANALÍTICO-NUMÉRICO EN LA GEOMETRÍA 1	47
FIG. 13. MALLA DE ANSYS APDL PARA LA GEOMETRÍA 1.	47
FIG. 14: VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE AJUSTE MODAL HÍBRIDO ANALÍTICO-NUMÉRICO EN LA GEOMETRÍA 2 CON 20 MODOS.	48
FIG. 15: VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE AJUSTE MODAL HÍBRIDO ANALÍTICO-NUMÉRICO EN LA GEOMETRÍA 2 CON 30 MODOS.	48
FIG. 16. MALLA DE ANSYS APDL PARA LA GEOMETRÍA 2.....	49
FIG. 17: VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE AJUSTE MODAL HÍBRIDO ANALÍTICO-NUMÉRICO EN LA GEOMETRÍA 3	49
FIG. 18. MALLA DE ANSYS APDL PARA LA GEOMETRÍA 3.....	50
FIG. 19: VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE AJUSTE MODAL HÍBRIDO ANALÍTICO-NUMÉRICO EN LA GEOMETRÍA 4	50
FIG. 20. MALLA DE ANSYS APDL PARA LA GEOMETRÍA 4.....	51
FIG. 21: INFLUENCIA DE LA RESISTIVIDAD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 1	52
FIG. 22: INFLUENCIA DE LA RESISTIVIDAD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 2	53
FIG. 23: INFLUENCIA DE LA RESISTIVIDAD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 3	54
FIG. 24: INFLUENCIA DE LA RESISTIVIDAD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 4	55
FIG. 25: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 1	57
FIG. 26: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 2.....	58
FIG. 27: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 3.....	59
FIG. 28: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 4.....	60
FIG. 29: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN/CONTRACCIÓN EN LA GEOMETRÍA 1.	62
FIG. 30: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN/CONTRACCIÓN EN LA GEOMETRÍA 2.	63
FIG. 31: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN/CONTRACCIÓN EN LA GEOMETRÍA 3.	64
FIG. 32: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN/CONTRACCIÓN EN LA GEOMETRÍA 4.	65
FIG. 33: COMPARACIÓN 1 ENTRE SECCIONES	66
FIG. 34: COMPARACIÓN 2 ENTRE SECCIONES	67
FIG. 35. PROBLEMA MINIMIZACIÓN.....	69
FIG. 36: FUNCIÓN "FMINCON" DE MATLAB.....	72
FIG. 37: DEFINICIÓN DE OPCIONES DE OPTIMIZACIÓN EN EL ALGORITMO DE "FMINCON"	72
FIG. 38 OPCIÓN DE DISPLAY: "ITER"	73
FIG. 39: FUNCIÓN GA DE MATLAB	75
FIG. 40: DEFINICIÓN DE OPCIONES DE OPTIMIZACIÓN EN EL ALGORITMO GA	76
FIG. 41: OPCIÓN DISPLAY: "ITER".....	76
FIG. 42. OPTIMIZACIÓN DEL RANGO 450-550 HZ - POROSIDAD Y RESISTIVIDAD DEL MONOLITO FIJO	85
FIG. 43. OPTIMIZACIÓN DEL RANGO 450-550 HZ.....	87

FIG. 44. OPTIMIZACIÓN DEL RANGO 1070-1170 Hz - POROSIDAD Y RESISTIVIDAD DEL MONOLITO FIJO .89
FIG. 45. OPTIMIZACIÓN DEL RANGO 1070-1170 Hz.....91

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. VALORES ÓPTIMOS PARA CADA ESTUDIO DEL ALGORITMO "FMINCON" _____	81
TABLA 2. VALORES ÓPTIMOS PARA CADA ESTUDIO DEL ALGORITMO "GA" _____	82
TABLA 3. HORAS EMPLEADAS EN CADA ETAPA DEL PROYECTO _____	99
TABLA 4. AMORTIZACIÓN Y TASA HORARIO DE LOS EQUIPOS EMPLEADOS _____	100
TABLA 5. AMORTIZACIÓN Y TASA HORARIO DEL SOFTWARE EMPLEADO _____	100
TABLA 6. COSTE DE LA UNIDAD DE OBRA 1 _____	102
TABLA 7. COSTE DE LA UNIDAD DE OBRA 2 _____	102
TABLA 8. COSTE DE LA UNIDAD DE OBRA 3 _____	103
TABLA 9. COSTE DE LA UNIDAD DE OBRA 4 _____	103
TABLA 10. PRESUPUESTO TOTAL _____	104

ÍNDICE DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1. ESTUDIO 1 - GEOMETRÍA 1	85
GRÁFICO 2. ESTUDIO 1 - GEOMETRÍA 2	85
GRÁFICO 3. ESTUDIO 1 - GEOMETRÍA 3	85
GRÁFICO 4. ESTUDIO 1 - GEOMETRÍA 4	85
GRÁFICO 5. ESTUDIO 1 Y 2 - GEOMETRÍA 3 CON NUEVA FUNCIÓN OBJETIVO.....	86
GRÁFICO 6. ESTUDIO 2 - GEOMETRÍA 1	87
GRÁFICO 7. ESTUDIO 2 - GEOMETRÍA 2	87
GRÁFICO 8. ESTUDIO 2 - GEOMETRÍA 3	87
GRÁFICO 9. ESTUDIO 2 - GEOMETRÍA 4	87
GRÁFICO 10. ESTUDIO 3 - GEOMETRÍA 1	89
GRÁFICO 11. ESTUDIO 3 - GEOMETRÍA 2.....	89
GRÁFICO 12. ESTUDIO 3 - GEOMETRÍA 4.....	89
GRÁFICO 13. ESTUDIO 4 - GEOMETRÍA 1.....	91
GRÁFICO 14. ESTUDIO 4 - GEOMETRÍA 2.....	91
GRÁFICO 15. ESTUDIO 4 - GEOMETRÍA 4.....	91

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, las políticas medioambientales han ido dictaminado una serie de limitaciones, cada vez más estrictas, en relación a la emisión de gases contaminantes a la atmósfera. Uno de los sectores que más se han visto afectados por estas medidas medioambientales es el de los automóviles. Según la Agencia Europea de Medio Ambiente (AEMA) alrededor del 13% de todos los contaminantes emitidos a la atmósfera son ocasionados por el transporte de carretera. Esto ha provocado que en el diseño del sistema de escape de dichos vehículos se centre cada vez más atención en los dispositivos de postratamiento tales como catalizadores y filtros de partículas.

Aunque el diseño de dichos componentes se centra principalmente en el control y reducción tanto de gases contaminantes tales como el de CO, NO_x, HC, como de las partículas de hollín, se ha determinado que los aspectos acústicos relacionados a los catalizadores y filtro de partículas tienen una gran influencia en la reducción del nivel sonoro emitidos por los motores de combustión interna alternativo, por lo que deben ser considerados en el diseño del sistema de escape de un vehículo tanto desde el punto de vista de emisiones contaminantes como del control de ruido emitido. Es decir, con un correcto diseño de dichos componentes se logra una gran reducción tanto de emisiones contaminantes como de emisiones acústicas (Munjal, 2014).

Por esta razón, en el desarrollo de herramientas de predicción del comportamiento acústico de la línea de escape completa ha de considerarse tanto la atenuación del ruido llevada a cabo por los silenciadores como la que se produce en los convertidores catalíticos y filtros. En la siguiente figura se muestra una línea de escape común a todos los automóviles, compuesta por un catalizador y varios silenciadores.

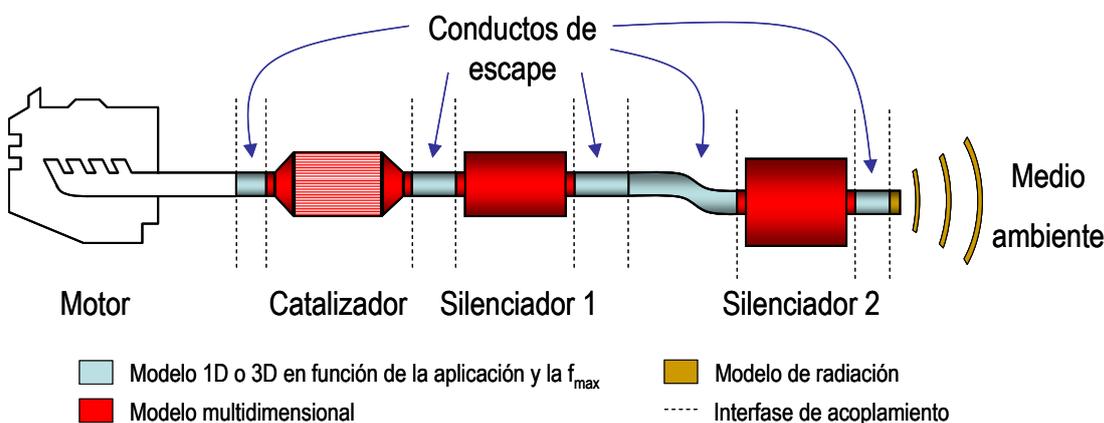


FIG. 1. LÍNEA DE ESCAPE DE UN AUTOMÓVIL CON LOS DIVERSOS DISPOSITIVOS QUE INFLUYEN EN LA ATENUACIÓN ACÚSTICA

Aunque existen varios elementos que influyen en la reducción de las emisiones acústicas, el presente proyecto se centra exclusivamente en la atenuación acústica que se lleva a cabo en los catalizadores.

1.1 OBJETO DE ESTUDIO Y OBJETIVOS DEL PROYECTO

El presente proyecto se centra en el análisis acústico, y más concretamente, en la pérdida de transmisión acústica que se produce en los convertidores catalíticos de un sistema de escape de un automóvil.

Para completar con éxito dicho proyecto, se deberán cumplir de manera secuencial diversos objetivos, los cuales son:

1. Desarrollo del método de cálculo denominado “ajuste modal híbrido analítico-numérico”.
2. Validación de dicho método.
3. Analizar la influencia de diversos parámetros de diseño del catalizador en la atenuación acústica que se produce en él.
4. Aplicar algoritmos de optimización para obtener el valor de los parámetros de diseño que maximicen la pérdida de transmisión acústica.

1.2 JUSTIFICACIÓN Y MOTIVACIÓN

El presente proyecto presenta un gran interés debido al empleo de una novedosa técnica, denominada “ajuste modal híbrido analítico-numérico”, la cual permite el cálculo del campo acústico en un catalizador con una precisión muy elevada, simular a los softwares de métodos de elementos finitos, pero con un coste computacional muy reducido. Además, esta técnica se puede implementar en un programa de cálculo como MatLab, de modo que se pueden emplear sus algoritmos internos de optimización para maximizar la atenuación acústica. Estos hechos justifican la elaboración de este proyecto.

Además de esta justificación, existen diversas motivaciones para la realización de este trabajo. Las principales son:

- Ampliar el conocimiento que se tiene sobre los diferentes mecanismos que caracterizan la atenuación acústica.
- Disponer de mayores alternativas al MEF para el cálculo del campo acústico en conductos de sección variable.
- Obtener un diseño óptimo del catalizador de forma que, además de reducir las emisiones contaminantes, maximice las pérdidas de transmisión acústica.

1.3 HERRAMIENTAS Y METODOLOGÍA EMPLEADA

Para poder cumplir de manera satisfactoria los objetivos anteriormente planteados es indispensable la definición de una metodología adecuada y eficaz.

En este proyecto la principal herramienta empleada es el programa de cálculo de MatLab.

En este programa se ha implementado la técnica anteriormente nombrada como “ajuste modal híbrido analítico-numérico” mediante la cual se calcula el campo acústico completo del catalizador para posteriormente obtener la atenuación producida en él.

Con esta técnica implementada, se lleva a cabo su validación comparando los índices de pérdidas de transmisión (TL) calculados con MatLab con los TL que se obtiene mediante el programa de Ansys APDL y que han sido calculados mediante elementos finitos.

Una vez validada, se calculan varios TL modificando varios parámetros de diseño para ver la correlación existente.

Finalmente, se emplean algoritmos de optimización basado en gradientes y genéticos que ya están implementados en MatLab para obtener el diseño óptimo de un catalizador desde el punto de vista de atenuación acústica.

La otra herramienta empleada en este trabajo es el Autodesk Inventor, utilizado para realizar el diseño óptimo de los catalizadores con los valores proporcionados por los algoritmos de optimización de MatLab.

2. ACÚSTICA APLICADA A ELEMENTOS DEL SISTEMA DE ESCAPE. CATALIZADORES.

En el presente apartado se van a describir los fundamentos teóricos de acústica necesarios para la realización de este proyecto. Entre ellos se encuentra la definición de un catalizador y como se modela en acústica, la ecuación de ondas en los conductos y en el monolito de un catalizador y la definición del parámetro acústico denominado Transmission Loss (TL).

2.1 CATALIZADOR DE UN MCIA

El catalizador es un dispositivo situado en la línea de escape de un MCIA, antes del silenciador y lo más cerca posible del motor, que tiene como finalidad principal la disminución de los elementos contaminantes que están contenidos en los gases de escape del vehículo, que principalmente son el monóxido de carbono, los óxidos de nitrógeno y los hidrocarburos. Esto provoca que sea un componente indispensable y necesario para poder cumplir con las estrictas normativas medioambientales impuestas a los vehículos de MCIA.

Este dispositivo es una especie de agregado que provoca un ensanche del tubo de escape a la salida del motor. Está formado por un conducto de entrada y otro de salida, donde el medio de propagación es aire, y un compartimento central o intermedio entre ambos conductos donde se aloja el monolito del catalizador.

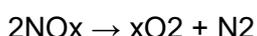
Este monolito está compuesto por dos bloques cerámicos, los cuales están formados por numerosos microconductos capilares cuya sección transversal es de dimensiones muy reducidas (hay alrededor de 60 conductos por cm^2). En dichos conductos se emplea un revestimiento de materiales muy específicos y costosos tales como platino, rodio y paladio, que son fundamentales para que el catalizador realice su función de forma correcta. El rendimiento óptimo de dicho componente se alcanza con temperaturas muy elevadas, entre 500°C y 700°C . Por esta razón el monolito se encuentra envuelto por un aislante térmico. Dichas temperaturas se alcanzan gracias a la propia temperatura a la que se encuentran los gases de escape a la salida del motor.



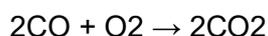
FIG. 1: ASPECTO DE UN CATALIZADOR

Para lograr que los gases que salen a la atmósfera a través del tubo de escape sean menos contaminantes, en el monolito del catalizador se llevan a cabo una serie de reacciones químicas, conocidas como la técnica de la catálisis, donde los reactivos se convierten en unos productos mucho menos dañinos para el medioambiente. En concreto, cuando los hidrocarburos, óxidos de nitrógeno y monóxido de carbono atraviesan el monolito del catalizador se transforman en agua y dióxido de carbono, principalmente.

En el primer bloque cerámico del catalizador, revestido por platino y rodio, las partículas de óxido de nitrógeno son las primeras en reaccionar. Se lleva a cabo reacciones de reducción, donde los metales se encargan de atrapar las moléculas de oxígeno, separándolas así del nitrógeno. La reacción que se produce en dicho bloque es la siguiente:



En el segundo bloque cerámico, revestido por platino y paladio, se llevan a cabo reacciones de oxidación. Los metales preciosos se encargan de separar el carbono de las moléculas de hidrógeno contenidas en los hidrocarburos y de atrapar las moléculas de oxígeno que provienen del primer bloque. A su vez, la energía aportada por las elevadas temperaturas de trabajo fuerza a que las moléculas de monóxido de carbono y las que se obtiene por descomposición de los hidrocarburos reaccionen con las moléculas de oxígeno, formando así agua y dióxido de carbono. Este último gas no se considera tan contaminante como los reactivos, aunque hay que tener en cuenta que tiene un impacto muy considerable en el efecto invernadero. Las reacciones que se llevan a cabo en dicho bloque son las siguientes:



Todas estas reacciones se llevan a cabo en una décima de segundo.

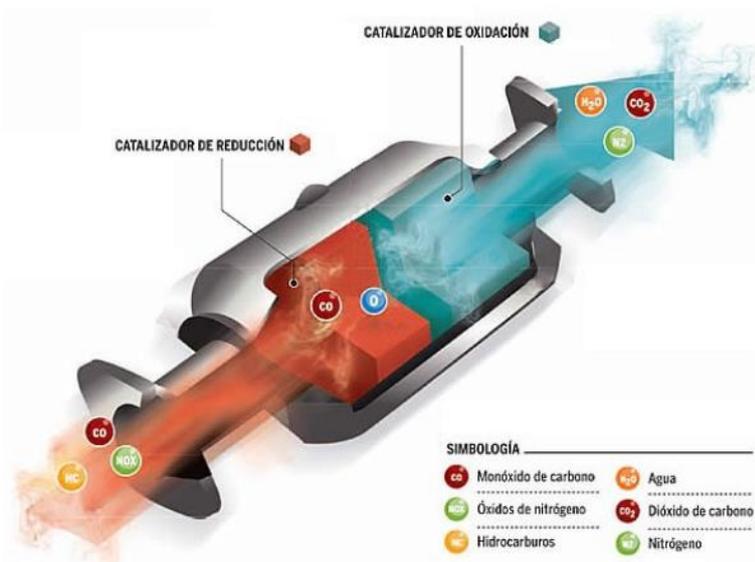


FIG. 2: REACCIONES QUÍMICAS EN UN CATALIZADOR

Cabe destacar que el catalizador explicado en este apartado es el catalizador más completo que existe, conocido como catalizador de triple reacción.

En el presente proyecto el catalizador que realmente se emplea es el conocido como catalizador de doble reacción, en el cual únicamente se emplea el segundo bloque del monolito descrito anteriormente. Se suele utilizar en motores diésel porque trabajan con exceso de oxígeno, generando tasas muy altas de óxidos de nitrógeno incompatibles con el metal noble que los disocia. En ese caso el NOx se elimina con la recirculación de gases de escape (EGR).

El catalizador de triple reacción suele ser empleado, sin embargo, en los motores de ciclo Otto ya que la proporción de NOx es mucho menor que en diésel.

Por último, cabe destacar que en esta trabajo no se analiza ni se estudia el catalizador desde el punto de vista de su función principal, que es la reducción de emisiones contaminantes, sino que aprovechando que el catalizador es un elemento indispensable en cualquier línea de escape de un MCIA, se determina cuál es la geometría óptima de éste para maximizar la atenuación acústica producida en él en un determinado rango de frecuencias, complementando así, desde el punto del análisis acústico, a otro de los dispositivos esenciales de la línea de escape, los silenciadores.

2.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE ACÚSTICA

Para analizar acústicamente el catalizador descrito en el apartado anterior es necesario desarrollar un modelo acústico de éste que pueda ser implementado en los softwares de cálculos. En este apartado se van a detallar un conjunto de fundamentos teóricos de acústica relacionados con la propagación de ondas en conductos cerrados y que son necesarios para desarrollar correctamente el modelo acústico del catalizador.

Entre ellos se encuentra, en primer lugar, la obtención la ecuación de ondas en una dimensión, es decir, de ondas planas, que será requisito indispensable para posteriormente obtener la ecuación de ondas tridimensionales que resuelve el campo acústico de conductos cerrados. En segundo lugar, se definirá el concepto de energía asociado a ondas acústicas, que es lo realmente útil para poder calcular finalmente la pérdida de transmisión producida en un catalizador. En tercer lugar, se describirá los fenómenos de propagación que se produce en un catalizador, que son básicamente el cambio de sección que se produce en él y la impedancia asociada al monolito del catalizador. Finalmente se explica el concepto de pérdida de transmisión (TL), cuyo cálculo, análisis e interpretación es el principal objetivo de este trabajo.

2.2.1 ECUACIÓN DE ONDAS PLANAS EN CONDUCTOS

2.2.1.1 CONCEPTOS BÁSICOS DE ACÚSTICA

La acústica es la ciencia que estudia el sonido, sus causas, las fuentes y su propagación en cualquier medio y a través de regiones abiertas (problema de radiación) y de regiones cerradas (recintos, cavidades y conductos). Este trabajo se centra exclusivamente en regiones cerradas, y más concretamente, en conductos cerrados.

Una fuente se define como el origen del sonido, y que suele estar asociado a la vibración de un medio por cualquier motivo.

El sonido se debe a una perturbación de presión en un entorno elástico con la capacidad de comprimir. La perturbación se origina en la fuente que hace vibrar los átomos adyacentes. Esta vibración se lleva a cabo a todos los átomos asociados hasta que la energía implícita llega a ser nula.

En la siguiente imagen se puede observar la forma típica de la onda acústica más simple.

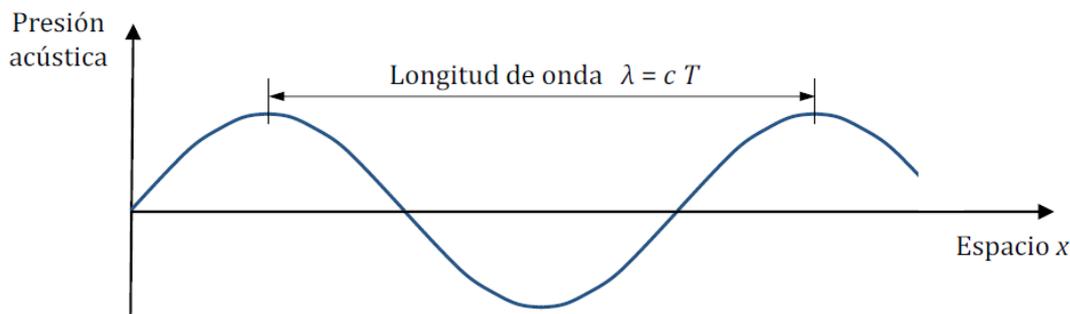


FIG. 3: PROPAGACIÓN DE UNA ONDA ACÚSTICA

Donde λ es la longitud de onda, c es la velocidad de propagación de la onda en el medio de propagación, f la frecuencia de la onda y p la presión acústica.

Es decir, cada partícula o átomo del medio por donde se propaga la onda estará oscilando en el tiempo entre p y $-p$ con una frecuencia igual a f .

Esta propagación de la perturbación de presión afecta a propiedades como presión, densidad o velocidad de las partículas. Los valores totales se obtienen como la suma del valor medio más el valor de la perturbación acústica.

$$\text{Presión (Pa)} \rightarrow P_T = P_0 + P$$

$$\text{Densidad (kg/m}^3\text{)} \rightarrow \rho_T = \rho_0 + \rho$$

$$\text{Velocidad (m/s)} \rightarrow U_T = U_0 + U$$

Los valores medios son P_0 , ρ_0 y U_0 , los valores acústicos son P , ρ y U y los valores totales son P_T , ρ_T y U_T . Cabe destacar que los valores acústicos son las incógnitas del problema acústico.

El fenómeno de propagación de la perturbación se puede expresar a través de la ecuación de ondas planas, que se obtiene a partir de la ecuación de la dinámica, de la ecuación de continuidad (o de la conservación de la masa) y de la ecuación de estado, que en el caso de que el medio de propagación sea aire, será la ley de gases perfectos. En su desarrollo se deben tomar dos hipótesis. En primer lugar, los valores acústicos son muy inferiores a los valores medios. En segundo lugar, el medio de propagación está en reposo, es decir, $U_0 = 0 \text{ m/s}$.

Con todo ello se procede a desarrollar la ecuación de ondas planas.

2.2.1.2 ECUACIÓN DINÁMICA

Esta ecuación consiste en aplicar la ecuación de la dinámica de Newton en la cual se establece que el sumatorio de fuerzas es igual a la masa por la aceleración. De esta forma, tomando un segmento diferencial y considerando la presión existente a ambos lados de dicho segmento se obtiene lo siguiente.

$\left(P_T - \left(P_T + \frac{\partial P_T}{\partial x} dx \right) \right) dS = \rho_T dx dS \frac{D_{U_T}}{D_t}$	(1)
--	-----

$- \frac{\partial P_T}{\partial x} = \rho_T \frac{D_{U_T}}{D_t}$	(2)
--	-----

Si linealizamos la ecuación anterior, es decir, despreciamos aquellos términos que son muy pequeños y sabiendo que los términos medios son constantes (por lo que sus derivadas serán nulas).

$- \frac{\partial P_T}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x}$	(3)
---	-----

$- \frac{\partial P}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t}$	(4)
--	-----

2.2.1.3 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

La ecuación de continuidad se basa en aplicar el principio de la conservación de la masa, es decir, que aquello que sale de una región menos aquello que entra debe ser igual a la acumulación producida. De esta forma se obtiene lo siguiente.

$\rho_T U_T dS - \left(\rho_T U_T + \frac{\partial(\rho_T U_T)}{\partial x} dx \right) dS = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dS$	(5)
--	-----

Linealizando y operando de la misma forma que en la ecuación dinámica se obtiene finalmente:

$- \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$	(6)
---	-----

2.2.1.4 ECUACIÓN DE ESTADO

La ecuación de estado, en el caso de que el medio de propagación sea aire, se basa en aplicar la ley de gases perfectos, de forma que se relaciona la presión con la densidad. De esta forma, y linealizando, se obtiene lo siguiente.

$P_T = P_T(\rho_T) \rightarrow P_T = P_0 + \frac{d P_T}{d \rho_T} (\rho_T - \rho_0)$	(7)
$P = c^2 \rho$	(8)

2.2.1.5 ECUACIÓN DE ONDAS

La ecuación de ondas unidimensionales se obtiene combinando las ecuaciones (4), (6) y (8) de tal forma que se obtiene una única ecuación con una única incógnita, que en este caso es la presión acústica. No se desarrolla de forma completa la obtención de dicha ecuación pues no es el objetivo de este trabajo, únicamente se pretende presentarla para posteriormente mostrar cuál es su solución.

$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$	(9)
---	-----

Toda perturbación acústica debe cumplir esta ecuación.

2.2.1.6 SOLUCIÓN

Para definir el campo acústico de una determinada región se debe resolver la ecuación (9), que es una ecuación diferencial de segundo orden. Debido a la tipología particular de dicha ecuación, se puede determinar que su solución tendrá el siguiente aspecto.

$P(x, t) = f(ct - x) + g(ct + x)$	(10)
-----------------------------------	------

Tal y como se muestra, la solución es en realidad la suma de una onda progresiva (onda que sale del origen y se aleja de éste) y una onda regresiva (onda reflejada que se dirige hacia el origen). Las funciones f y g son las funciones solución del problema y su forma concreta depende del problema específico a resolver.

En el caso acústico, el tipo de función solución más importante tiene naturaleza acústica. Por ello, consideramos que las funciones f y g son funciones de tipo armónico, es decir, senos y cosenos.

$P(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_1) + B \cos(\omega t + kx + \varphi_2)$	(11)
---	------

Donde ω es la frecuencia angular y k el número de onda, que se calcula como:

$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ [rad/m]}$	(12)
---	------

Si representamos, por comodidad, la ecuación (11) mediante su correspondiente expresión complejo tendremos.

$P(x, t) = A e^{j(\omega t - kx + \varphi_1)} + B e^{j(\omega t + kx + \varphi_2)}$ $= A e^{j\varphi_1(\omega t - kx)} + B e^{j\varphi_2(\omega t + kx)}$	(13)
$P(x, t) = \hat{A} e^{-jkx} e^{j\omega t} + \hat{B} e^{jkx} e^{j\omega t}$	(14)

Donde \hat{A} y \hat{B} reciben el nombre de amplitudes compleja de onda. Estos términos son las incógnitas que se deben determinar para definir el campo acústico de la región a analizar.

Se suele omitir el término temporal, ya que lo único que aporta es el hecho de que el valor de la amplitud de la presión en un punto x va a estar siempre oscilando en el tiempo entre p y $-p$ con una frecuencia f , lo cual es relativamente de poco interés. De esta forma se obtiene la expresión final de la presión en cualquier punto.

$P(x, t) = \hat{A} e^{-jkx} + \hat{B} e^{jkx}$	(15)
--	------

A partir de esta ecuación, se puede determinar otro campo de especial interés para el cálculo posterior de la energía que contiene una onda, que es el campo de la velocidad. Este campo se determina a través de la ecuación de la dinámica (4). Operando con ella se llega a la siguiente expresión.

$U(x) = \frac{1}{\rho_0 c} (\hat{A} e^{-jkx} - \hat{B} e^{jkx})$	(16)
$U(x) = \frac{1}{Z_0} (\hat{A} e^{-jkx} - \hat{B} e^{jkx})$	(17)

Donde Z_0 se conoce como impedancia característica del medio de propagación ($Z_0 = \rho_0 c$).

Todas estas expresiones sobre ondas planas son de vital importancia para posteriormente entender las expresiones de ondas tridimensionales en conductos cerradas.

2.2.2 ENERGÍA DE ONDAS

En el análisis acústico lo realmente importante no es saber la presión o velocidad de una determinada partícula de la región, sino que para caracterizar correctamente el comportamiento acústico de la región de estudio se emplea el concepto de energía de una onda. Para ello es necesario introducir el concepto de intensidad sonora y potencia acústica.

La intensidad sonora se define como la energía por unidad de tiempo que fluye a través de una superficie unitaria y perpendicular a la dirección de propagación. El valor instantáneo de dicha intensidad se obtiene como producto de la presión y la velocidad.

$$\vec{I} = \vec{p}\vec{u} \quad (18)$$

A partir de la intensidad sonora se puede calcular la potencia acústica como la integral de la intensidad la superficie considerada.

$$Pot(t) = \int \vec{I}(t) d\vec{S} \quad (19)$$

Sin embargo, los valores anteriores son valores instantáneos. Lo realmente útil en los casos de fuentes de naturaleza temporal en régimen estacionario es obtener los valores promediados en el período T.

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt = \frac{P_{eff}^2}{\rho_0 c} = \frac{[\hat{P}]^2}{2 \rho_0 c} \quad (20)$$

$$\overline{Pot} = \frac{1}{T} \int_0^T Pot(t) dt \quad (21)$$

Siendo $|\hat{P}|$ está el valor máximo de la amplitud de la presión.

2.2.2.1 ESCALA EN DECIBELIOS

Debido al amplio rango de valores que pueden adquirir las presiones e intensidades acústicas, es muy útil en la práctica emplear escalas logarítmicas con el objetivo de compactar dichos rangos y disponer así de valores mucho más manejables. Esta escala logarítmica se conoce como escala en Decibelios.

Los valores en decibelios más característicos y que sirven de referencia son el umbral de audición del ser humano, que corresponde a 0 dB y el umbral del dolor, que corresponde a 120 dB.

Cuando empleamos la escala en decibelios, hablamos de niveles acústicos. Algunos de los niveles más importantes empleados en acústica son:

Nivel de intensidad sonora (SIL):

$$L_I = 10 \log \left(\frac{I}{I_{ref}} \right) [dB] \text{ siendo } I_{ref} = 10^{-12} W/m^2 [dB] \quad (22)$$

Nivel de potencia sonora (SWL):

$$L_W = 10 \log \left(\frac{Pot}{Pot_{ref}} \right) [dB] \text{ siendo } Pot_{ref} = 10^{-12} [W] \quad (23)$$

Nivel de presión sonora (SPL):

$L_p = 20 \log \left(\frac{P_{eff}}{P_{ref}} \right) [dB] \text{ siendo } P_{ref} = 20 \cdot 10^{-6} [Pa]$	(24)
---	------

Para el cálculo del índice de pérdida de transmisión en el catalizador se puede emplear el nivel de potencia sonora.

2.2.3 FENÓMENOS DE PROPAGACIÓN

Cuando una onda se propaga en un determinado medio, pueden ocurrir numerosos fenómenos acústicos. Estos fenómenos están asociados a cambios en las condiciones de propagación que ocurren al haber un cambio en el medio de propagación (medios con distinta impedancia característica) o al existir diversas discontinuidades, tales como cambios de temperatura del medio de propagación o cambios en la geometría. Al producirse algunas de estas condiciones, una parte de ella se verá reflejada mientras que la otra se transmitirá a través de la discontinuidad, originándose así los fenómenos de propagación de la reflexión y transmisión. En la siguiente imagen se observa dichos fenómenos, cuando una onda llega a la discontinuidad de dos medios de propagación distintos.

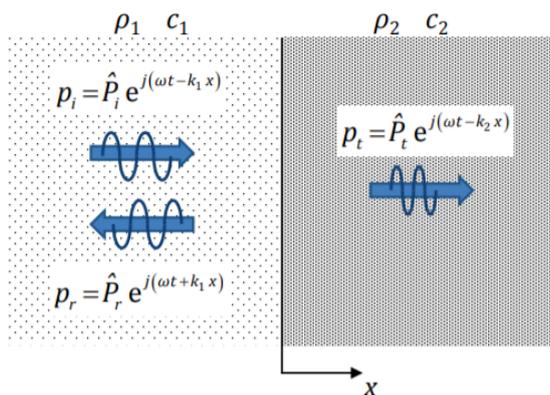


FIG. 4: FENÓMENOS DE REFLEXIÓN Y TRANSMISIÓN EN UN CAMBIO DEL MEDIO DE PROPAGACIÓN

Durante la propagación también está presente otro fenómeno muy característico, que es la disipación energética de las ondas acústicas. Dicha disipación tiene naturaleza viscotérmica y está siempre presente e implica la transformación de la energía acústica en forma de energía calorífica, reduciendo así la potencia acústica transmitida. Su valor puede ser pequeño en algunas situaciones, como por ejemplo al estudiar la propagación aérea en recintos de pequeñas dimensiones y en otras, sin embargo, la disipación es considerable y juega un papel fundamental en el campo acústico, como por ejemplo cuando se emplea materiales absorbentes en problemas de aislamiento y acondicionamiento acústico o el ámbito de la acústica de conductos y silenciadores, que es en lo que se centra el presente proyecto.

En los catalizadores, que son el objeto de estudio de este trabajo, se produce tanto la discontinuidad del cambio de geometría como la disipación energética al atravesar el monolito de éste. Estos dos fenómenos se explicarán brevemente en los siguientes subapartados.

2.2.3.1 CAMBIOS DE SECCIÓN

Los cambios de sección o de geometría son empleados ampliamente en el entorno automovilístico para controlar las emisiones acústicas a través de los silenciadores y catalizadores.

Al producirse un cambio de sección, los fenómenos de reflexión y transmisión están implícitos, tal y como puede observarse en la siguiente figura.

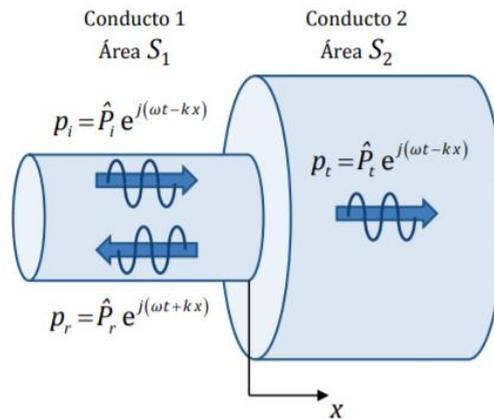


FIG. 5: FENÓMENOS DE REFLEXIÓN Y TRANSMISIÓN EN UN CAMBIO DE SECCIÓN

Como puede observarse, en el conducto 1 tendremos dos ondas acústicas, la incidente y la reflejada, mientras que en el conducto 2 tendremos la onda transmitida. Las ecuaciones que definen estos fenómenos se muestran a continuación.

Conducto 1:	$P_1 = P_1^{prog} + P_1^{reg} = \hat{P}_1^{prog} e^{j(\omega t - kx)} + \hat{P}_1^{reg} e^{j(\omega t + kx)}$	(25)
Conducto 2:	$P_2 = P_2^{prog} = \hat{P}_2^{prog} e^{j(\omega t - kx)}$	(26)
	$R = \frac{\hat{P}_r}{\hat{P}_i} = \frac{\hat{P}_1^{reg}}{\hat{P}_1^{prog}}$	(27)
	$\alpha_R = \frac{\overline{Pot}_r}{\overline{Pot}_i}$	(28)
	$T = \frac{\hat{P}_t}{\hat{P}_i} = \frac{\hat{P}_2^{prog}}{\hat{P}_1^{prog}}$	(29)
	$\alpha_T = \frac{\overline{Pot}_t}{\overline{Pot}_i}$	(30)

Siendo R y T el coeficiente de reflexión y transmisión respectivamente, y α_R y α_T los coeficientes de reflexión y transmisión de potencia, respectivamente.

Para determinar el campo acústico en este cambio de sección, habrá que aplicar condiciones de continuidad de presión y continuidad de flujo másico acústico en la interfase entre los dos conductos ($x=0$). Estas son:

- Continuidad de la presión: $P_2 = P_1 \rightarrow \hat{P}_1^{prog} + \hat{P}_1^{reg} = \hat{P}_2^{prog}$
- Continuidad del flujo de másico: $\rho_0 S_1 U_1 = \rho_0 S_2 U_2 \rightarrow S_1 U_1 = S_2 U_2$

En el caso de ondas planas, el desarrollo matemático es muy sencillo y se obtienen las siguientes expresiones, que dependen básicamente de la relación entre las secciones.

$R = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}$	(31)
$\alpha_R = R ^2 = \left(\frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} \right)^2$	(32)
$T = \frac{2 S_1}{S_2 + S_1}$	(33)
$\alpha_T = T ^2 \frac{S_2}{S_1} = \frac{4 S_2 S_1}{(S_2 + S_1)^2}$	(34)

Como puede observarse, cuanto mayor sea el cambio de sección, menor será el coeficiente de transmisión de potencia, y mayor será el aislamiento acústico producido.

En el caso de ondas tridimensionales, que son las que realmente se producen en el catalizador de un MCIA, se deben aplicar las condiciones de continuidad del campo de presión y velocidad acústica a través de la técnica de ajuste modal, cuyo desarrollo es más complejo, tal y como se mostrará en apartados posteriores.

2.2.4 PÉRDIDA DE TRANSMISIÓN (TL)

Este coeficiente acústico es el más importante, e imprescindible, en la realización del presente trabajo.

Existen diversas definiciones de este parámetro acústico dependiendo de dónde se aplica. Se puede encontrar en acústica de conductos, acústica de nivel de sonido, mediciones SONAR... En general, se define como la disminución de la potencia acústica de cualquier onda entre dos puntos o zonas concretas. Es decir, es una especie de índice de aislamiento acústico. Se calcula como la diferencia entre la potencia incidente y la potencia transmitida.

Las aplicaciones más importantes donde se utiliza el TL son sondas, silenciadores, sistemas de escape y monolitos, que es el foco principal de este proyecto. Considerando el área de estudio de este trabajo, que es la acústica de catalizadores, TL es un indicador del rendimiento acústico de este dispositivo. En general, cuanto mayor sea este parámetro, habrá una mayor reducción o aislamiento del ruido.

Hay muchas expresiones matemáticas para definir la pérdida de transmisión (a partir de ahora TL) pero todas son equivalentes. La expresión utilizada en este proyecto es:

$$TL = 10 \log \left(\frac{\overline{Pot}_i}{\overline{Pot}_t} \right) = 10 \log \left(\frac{1}{\alpha_T} \right) = L_{w_i} - L_{w_t} \quad (35)$$

Siendo α_T el coeficiente de transmisión de potencia, que se define como la potencia transmitida entre la potencia incidente, tal y como se ha visto en el apartado anterior.

La expresión de cálculo de la potencia se refleja en la ecuación (19), como la integral en la superficie considerada de la intensidad acústica. En este caso, al aplicar las condiciones de continuidad, que se verán en el siguiente apartado, se define de forma completa el campo acústico en el catalizador, de forma que el cálculo de la presión y velocidad acústicas, y, por tanto, del índice TL, es inmediata.

2.3 MODELO MATEMÁTICO DEL CATALIZADOR

Teniendo en cuenta todas las expresiones mostradas en el apartado anterior, en este apartado se va a desarrollar el modelo matemático del catalizador que será necesario implementar en el software de cálculo para realizar su análisis acústico.

Para ello en primer lugar se explicarán brevemente los diversos modelos multidimensionales que pueden ser empleados para realizar el estudio acústico del catalizador. En segundo lugar, se desarrollará el modelo matemático que se ha utilizado en este trabajo y que se ha implementado en el software de cálculo. Por último, se desarrolla con más detalle el modelo matemático del monolito del catalizador, basado en la denominada matriz de cuatro polos.

2.3.1 MODELOS MULTIDIMENSIONALES

Tal y como se ha comentado en apartados anteriores, una de las características más relevantes en los catalizadores es la utilización de un monolito, habitualmente cerámico, formado por miles de tubos capilares cuya sección transversal es de dimensiones muy reducidas. Para desarrollar el modelo matemático, en primer lugar, deben tenerse en cuenta y valorarse los fenómenos de propagación sonora en el interior del monolito, donde tiene especial relevancia la interacción viscotérmica entre el aire y las paredes del tubo capilar. En segundo lugar, se requieren también los modelos acústicos asociados a las cámaras de expansión/contracción, y de los conductos de entrada/salida ubicados a ambos lados del monolito (Denia Guzmán, 2018).

Para definir el modelo acústico del catalizador, las definiciones tradicionales de onda plana mostradas en apartados anteriores presentan limitaciones importantes, y por tanto, sólo son aplicables en el rango de bajas frecuencias o para conductos de pequeñas dimensiones transversales. Por ello es necesario recurrir a modelos de ondas multidimensionales.

Existen dos grupos de esquemas multidimensionales. Por un lado, están los denominados 3D conductos/3D capilares. Este grupo es de menor realismo y precisión, en el que se considera propagación multidimensional tanto en las cámaras de expansión y conductos de entrada/salida como en los capilares del monolito. Para ello se asume

que el comportamiento acústico del monolito se asemeja a un material fonoabsorbente con comportamiento homogéneo e isótropo, caracterizado por una densidad y una velocidad del sonido efectivas complejas y dependientes de la frecuencia. Por otro lado, la técnica 3D conductos/1D capilares. Este grupo es más realista, donde se sigue considerando propagación multidimensional en las cámaras de expansión/contracción y en los conductos de entrada/salida, pero asume comportamiento acústico unidimensional, es decir, ondas planas, en el interior de los capilares e ignora por tanto cualquier posible tridimensionalidad del campo acústico en el seno del monolito (Denia Guzmán, 2018).

Este segundo modelo multidimensional es el que se emplea en el presente trabajo. En él se lleva a cabo la sustitución del monolito por una matriz de transferencia y sólo se considera la presencia de ondas planas en su interior, lo cual es más consistente y realista con las características fundamentalmente unidimensionales de los tubos capilares del catalizador. Se combinará la técnica 3D conductos/1D capilares con la técnica de ajuste modal por integración ponderada, de forma que se reduce considerablemente el coste computacional comparado con otras herramientas que emplean el modelo 3D/3D, basado en MEF.

Es decir, se combina la propagación de modos de orden superior, es decir, un modelo multidimensional (3D) en las cámaras y conductos que forman la expansión de entrada y la contracción de salida con un modelo unidimensional de ondas planas (1D) para los tubos capilares del monolito. Una vez definido los modelos en cada región del catalizador se calculan las soluciones de la ecuación de ondas en los distintos dominios. Posteriormente se lleva a cabo el acoplamiento de las soluciones halladas para las distintas regiones del catalizador, con el objetivo de definir de forma completa y consistente el campo acústico del catalizador. Este acoplamiento se realiza de acuerdo con las condiciones de continuidad del campo de presiones y velocidades acústicas axiales en las interfaces de transición geométrica. Dichas condiciones de continuidad se imponen forma de integral ponderada (técnica de ajuste modal). Esta técnica se explicará en apartados posteriores.

2.3.2 DESARROLLO DEL MODELO MATEMÁTICO

Una vez explicado brevemente cual es el modelo multidimensional que se emplea en la realización del presente trabajo, se va a desarrollar el modelo matemático del catalizador que se ha implementado en el software de cálculo.

Se considera que el catalizador está compuesto por 5 regiones distintas. En la zona anterior al monolito se tienen las regiones A y B, que forman el conducto de entrada y la cámara de expansión, en la zona central (nombrada región C) se encuentra el monolito y en la zona posterior a éste se tienen los conductos D y E, que forman la cámara de contracción y el conducto de salida.

Cada una de las regiones A, B, D y E se caracterizan por tener sección transversal axialmente uniforme, y desde un punto de vista acústico el medio de propagación (aire) queda definido por la densidad ρ_0 y la velocidad del sonido c_0 . Además, en estas

regiones, tal y como se ha indicado anteriormente, el campo acústico es en general multidimensional.

Por otro lado, en la región C, que es la parte central del dispositivo donde se encuentra el monolito, la propagación acústica en los tubos capilares que lo forman es básicamente unidimensional y puede caracterizarse mediante una matriz de cuatro polos que depende de las propiedades equivalentes ρ_m y c_m , complejas y dependientes de la frecuencia. Este modelo matemático del monolito se explicará en profundidad en el subapartado 2.3.2.1.

Todas estas regiones, para un catalizador de sección cualquiera, se representan en la siguiente figura.

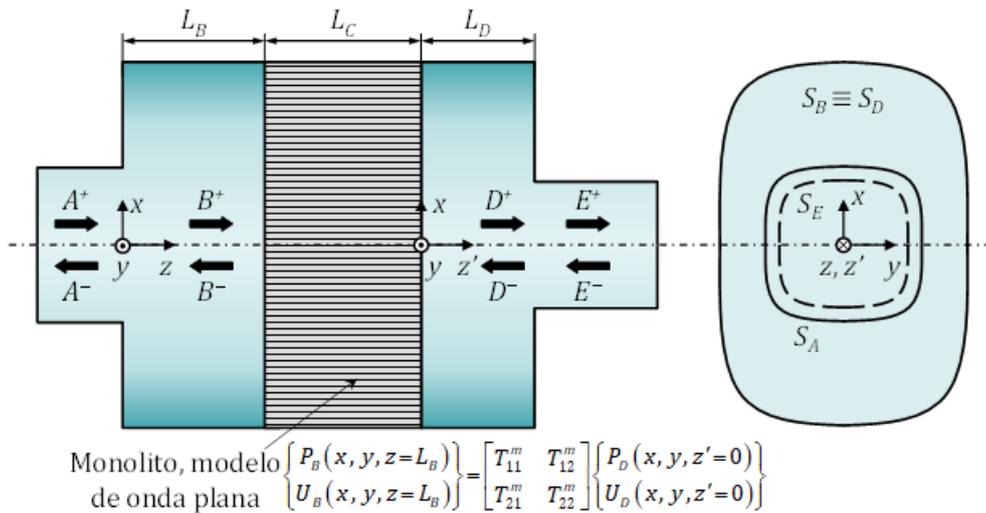


FIG. 6: ESQUEMA DE UN CATALIZADOR CON LAS DISTINTAS REGIONES QUE LO CONFORMAN

Tal y como se observa en la figura, las transiciones entre las distintas regiones del catalizador se llevan a cabo a través de cambios bruscos de geometría, donde se producen los fenómenos de propagación descritos en el apartado 2.2.3.1.

Una vez caracterizadas y distinguidas las distintas zonas del catalizador, hay que definir de forma completa y consistente el campo acústico en el interior del dispositivo. Para ello, es necesario resolver la ecuación de ondas (Denia, Antebas, Selamet, & Pedrosa, 2011).

$\nabla^2 P_a + k_0^2 P_a = 0$	(36)
--------------------------------	------

Esta es la ecuación de Helmholtz, correspondiente a la ecuación de ondas particularizada para un campo acústico armónico.

Tal y como se explica en diversas referencias (Denia Guzmán, 2018), la solución de dicha ecuación en un conducto de pared rígida como el A (y también B, D y E con las modificaciones oportunas) puede escribirse como:

$P_A(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n^+ e^{-jk_{A,n}z} + A_n^- e^{jk_{A,n}z} \right) \psi_{A,n}(x, y)$	(37)
$U_A(x, y, z) = \frac{1}{\rho_0 \omega} \sum_{n=1}^{\infty} k_{A,n} \left(A_n^+ e^{-jk_{A,n}z} - A_n^- e^{jk_{A,n}z} \right) \psi_{A,n}(x, y)$	(38)

donde P_A y U_A son la presión y la velocidad acústica axial, A_n^+ y A_n^- representan las amplitudes de onda progresivas y regresivas (las cuales son las incógnitas del problema acústico), $\psi_{A,n}$ es el modo de presión transversal, $k_{A,n}$ el número de onda axial, ω la frecuencia angular y j la unidad imaginaria.

Como puede observarse, las soluciones anteriores son muy semejantes a las soluciones de onda plana (15) y (16). En este caso, sin embargo, al considerar propagación de ondas multidimensionales, esto es, considerar la existencia de modos de presión de orden superior, la solución será una superposición modal, es decir, será el sumatorio de distintos modos de presión cada uno de ellos con sus respectivas amplitudes complejas de ondas.

Para calcular las distintas incógnitas del problema acústico (que son las amplitudes complejas A_n^+ , B_n^+ , D_n^+ y E_n^+) y así definir por completo el campo acústico en el interior del catalizador, será necesario plantear un sistema de ecuaciones basado tanto en las condiciones de continuidad de los campos de presión P y velocidad axial U en los cambios geométricos entre regiones como en el acoplamiento acústico a ambos lados del monolito.

En primer lugar, se aplican condiciones de continuidad para la expansión formada por el conducto de entrada y la cámara de expansión, donde se tiene las siguientes ecuaciones:

$P_A(x, y, z=0) = P_B(x, y, z=0) \text{ en } S_A$	(39)
$U_A(x, y, z=0) = U_B(x, y, z=0) \text{ en } S_A$	(40)

En segundo lugar, se aplica condición de velocidad axial nula en la placa rígida izquierda, donde se tiene la siguiente ecuación:

$U_B(x, y, z=0) = 0 \text{ en } S_B - S_A$	(41)
--	------

En tercer lugar, se realiza el acoplamiento a ambos lados del monolito (interfases S_B y S_D) a través de la matriz de transferencia de éste, donde se obtienen las siguientes ecuaciones:

$P_B(x, y, z=L_B) = T_{11}^m P_D(x, y, z'=0) + T_{12}^m U_D(x, y, z'=0) \quad \text{en } S_B \equiv S_D$	(42)
$U_B(x, y, z=L_B) = T_{21}^m P_D(x, y, z'=0) + T_{22}^m U_D(x, y, z'=0) \quad \text{en } S_B \equiv S_D$	(43)

que en forma matricial queda como

$\begin{Bmatrix} P_B(x, y, z=L_B) \\ U_B(x, y, z=L_B) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^m & T_{12}^m \\ T_{21}^m & T_{22}^m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_D(x, y, z'=0) \\ U_D(x, y, z'=0) \end{Bmatrix} \quad \text{en } S_B \equiv S_D$	(44)
--	------

Por último, se realiza lo mismo en la parte de la cámara de contracción y el conducto de salida, donde se obtiene:

$P_D(x, y, z'=L_D) = P_E(x, y, z''=0) \quad \text{en } S_E$	(45)
$U_D(x, y, z'=L_D) = U_E(x, y, z''=0) \quad \text{en } S_E$	(46)

De la velocidad axial nula se obtiene finalmente:

$U_D(x, y, z'=L_D) = 0 \quad \text{en } S_D - S_E$	(47)
--	------

Todas estas ecuaciones se desarrollarán mediante la técnica de ajuste modal, que será explicada en profundidad el apartado 3.1.1.

2.3.2.1 MODELO ACÚSTICO DEL MONOLITO

En este subapartado se profundizará en cómo se obtiene la matriz de cuatro polos que se emplea en el modelo matemático del catalizador y que representa el comportamiento acústico del monolito.

Tal y como se ha comentado en el apartado anterior, la propagación acústica en los tubos capilares que forman el monolito es básicamente unidimensional. Para caracterizar este tipo de propagación, se desarrolla una matriz de cuatro polos que depende de las propiedades equivalentes ρ_m y c_m , complejas y dependientes de la frecuencia.

En primer lugar, se desarrolla el cálculo de la densidad equivalente. En ausencia de flujo medio, un conjunto de conductos capilares puede caracterizarse acústicamente por la densidad equivalente, que se calcula como (Selamet, Easwaran, Novak, & Kach, 1998):

$\rho_m = \rho_0 \left(1 + \frac{R\phi}{j\omega\rho_0} G_c(s) \right)$	(48)
---	------

donde R y ϕ son, respectivamente, la resistividad estacionaria y la porosidad del monolito, y ω es la frecuencia angular. La función $G_c(s)$ se define, a su vez, como:

$$G_c(s) = \frac{-\frac{s}{4} \sqrt{-j} \frac{J_1(s \sqrt{-j})}{J_0(s \sqrt{-j})}}{1 - \frac{2}{s \sqrt{-j}} \frac{J_1(s \sqrt{-j})}{J_0(s \sqrt{-j})}} \quad (49)$$

donde J_0 y J_1 son las funciones de Bessel de primera especie y orden cero y uno, respectivamente, y s es el número de onda tangencial, que se puede expresar como:

$$s = \alpha \sqrt{\frac{8 \omega \rho_0}{R \phi}} \quad (50)$$

El parámetro α depende de la geometría de la sección transversal del capilar. Para el caso de sección cuadrada, que es nuestro caso, $\alpha = 1.07$.

En segundo lugar, se desarrolla el cálculo de la velocidad de sonido equivalente. Esta velocidad c_m se puede obtener a partir de ρ_m y el módulo volumétrico K_m , definido como [9]:

$$K_m = \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma - 1)F} \quad (51)$$

siendo γ la relación de calores específicos, P_0 la presión ambiental media y F se define como:

$$F = \frac{1}{1 + \frac{R \phi}{j \text{Pr} \omega \rho_0} G_c(\sqrt{\text{Pr}} s)} \quad (52)$$

En esta ecuación, Pr es el número de Prandtl, definido como $\text{Pr} = \mu C_p / \kappa$, donde μ es la viscosidad, C_p el calor específico a presión constante y κ la conductividad térmica. Finalmente, la velocidad del sonido equivalente c_m puede expresarse a partir de todos los términos anteriores como:

$$c_m = \sqrt{\frac{K_m}{\rho_m}} = \frac{c_0}{\sqrt{(1 + \frac{R \phi}{j \text{Pr} \omega \rho_0} G_c(s))(\gamma - (\gamma - 1)F)}} \quad (53)$$

donde se ha tenido en cuenta la relación $c_0 = \sqrt{\gamma P_0 / \rho_0}$.

Con estas dos magnitudes definidas, la matriz de cuatro polos se calcula como:

$$\mathbf{T}^m = \begin{pmatrix} T_{11}^m & T_{12}^m \\ T_{21}^m & T_{22}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(k_m L_m) & \frac{j\rho_m c_m \sin(k_m L_m)}{\phi} \\ \frac{j\phi \sin(k_m L_m)}{\rho_m c_m} & \cos(k_m L_m) \end{pmatrix} \quad (54)$$

donde L_m representa la longitud de los conductos capilares y k_m es el número de onda del monolito que se define como $k_m = \omega/c_m$.

Esta matriz de cuatro polos es empleada al establecer las condiciones de continuidad del campo de presión y velocidad a un lado y a otro del monolito.

3. CARACTERIZACIÓN ACÚSTICA DE CATALIZADORES MEDIANTE LA TÉCNICA DE AJUSTE MODAL.

En este apartado se ha desarrollado la primera parte del presente trabajo, que consiste en el cálculo del TL en diferentes configuraciones de catalizadores a través de la implementación en el software de cálculo MATLAB de las ecuaciones de continuidad mostradas en el apartado anterior utilizando la técnica del ajuste modal.

El cálculo del TL se realiza variando diferentes parámetros del catalizador tales como la longitud del conducto de expansión/compresión, longitud del monolito y resistividad del monolito, con la finalidad de determinar la influencia que tienen éstos en el aislamiento acústico que se produce en el catalizador. También se determina como influye en el TL la geometría de catalizador empleada.

3.1 PLANTEAMIENTO Y DESARROLLO DE LA TÉCNICA DE AJUSTE MODAL HÍBRIDO ANÁLITICO-NUMÉRICA

El primer paso es implementar en MATLAB las ecuaciones de continuidad del campo acústico de presión y velocidad mostradas en el apartado 2.3.2 aplicando la técnica de ajuste modal.

En el presente trabajo se desarrolla una técnica de ajuste modal denominada “ajuste modal híbrido analítico-numérica” (Denia Guzmán, 2018). Esta técnica novedosa se emplea en aquellos casos donde la sección transversal del catalizador tiene una geometría arbitraria, de forma que no se dispone de una solución analítica de los modos de presión. Con la finalidad de reducir el coste computacional que requiere resolver el problema acústico en 3D mediante el método de elementos finitos, es posible emplear esta técnica híbrida donde, en primer lugar, se resuelve numéricamente mediante elementos finitos un problema de autovalores asociado a la ecuación de ondas en la sección transversal de los conductos a través de un planteamiento 2D de elementos finitos de dicha sección, y en segundo lugar, se realiza el acoplamiento de los campos acústicos de presión y velocidad en los subdominios implicados mediante la técnica de ajuste modal.

Para la obtener los números de onda axiales (autovalores) y sus correspondientes modos de presión transversales (autovectores), se debe resolver un problema de autovalores al que se llega tras aplicar separación de variables y resolver la ecuación de ondas de la sección transversal con la ayuda del método de elementos finitos en un dominio 2D (Kirby, 2003) (Denia, Sánchez-Orgaz, Baeza, & Kirby, 2016). La dificultad de este procedimiento se reduce en conductos de pared rígida, como los existentes en catalizadores, en comparación con otras configuraciones que contienen superficies perforadas, material absorbente, etc. Una vez resuelto el problema 2D de autovalores, esta solución numérica se combina, mediante superposición modal, con la solución

analítica de la ecuación de ondas a lo largo de la dimensión longitudinal (perpendicular a la sección transversal) de los conductos que forman el catalizador, que se basa en calcular las distintas amplitudes complejas modales a través de las ecuaciones de continuidad que deben satisfacer los campos acústicos de presión y velocidad en las discontinuidades geométricas, determinadas por los conductos de entrada/salida y las cámaras de expansión/contracción, así como en las interfaces de las cámaras a ambos lados del monolito cerámico (Denia Guzmán, 2018). Una vez se ha definido por completo el campo acústico en todos los conductos del catalizador, se obtiene el TL a través de la ecuación (35).

El resultado de aplicar esta técnica es un método tan preciso como elementos finitos en tres dimensiones, pero con un coste computacional mucho menor ya que el método elementos finitos solamente se aplica en el dominio 2D.

3.1.1 DESARROLLO DE LA TÉCNICA DE AJUSTE MODAL

La técnica de ajuste modal se emplea en la segunda en el segundo paso de la técnica de “ajuste modal híbrido analítico-numérica” y sirve para imponer las ecuaciones de continuidad que deben satisfacer los campos acústicos de presión y velocidad en las discontinuidades geométricas, descritas en el apartado 2.3.2.

Mediante esta técnica las ecuaciones (39)-(47) se fuerzan de forma “débil” a través de un procedimiento de integración ponderada, donde las funciones de ponderación son precisamente los propios modos transversales de presión de los conductos. Para la aplicación de la técnica de ajuste modal, se consideran N_m términos en la expansión modal del campo acústico de las regiones B y D (cámaras); a su vez, para los conductos de entrada y salida A y E se tienen en cuenta N_a y N_e modos, respectivamente. A continuación, se muestran cómo se genera el sistema de ecuaciones a través de esta técnica.

En primer lugar, se considera la condición de continuidad de presión en la expansión definida por la ecuación (39). Dicha ecuación se multiplica por el modo transversal del conducto de entrada $\psi_{A,s}$, para $s = 1, 2, \dots, N_a$, y se integra sobre S_A . Esto proporciona.

$$\int_{S_A} P_A(x, y, z=0) \psi_{A,s}(x, y) dS = \int_{S_A} P_B(x, y, z=0) \psi_{A,s}(x, y) dS \quad (55)$$

Aprovechando las propiedades de los modos de presión transversales, podemos escribir la ecuación (55) para $s = 1, 2, \dots, N_a$, la siguiente relación.

$$(A_s^+ + A_s^-) \int_{S_A} \psi_{A,s}^2(x, y) dS = \sum_{n=1}^{N_m} (B_n^+ + B_n^-) \int_{S_A} \psi_{B,n}(x, y) \psi_{A,s}(x, y) dS \quad (56)$$

Las condiciones de continuidad del campo acústico de la velocidad (40) y (41) se multiplican por el modo de presión transversal de la cámara de expansión B $\psi_{B,s}$, con s

= 1, 2, ..., N_m . La primera se integra en S_A y la segunda en S_B-S_A . Tras sumar ambas integrales se llega a lo siguiente.

$\int_{S_A} U_A(x, y, z=0) \psi_{B,s}(x, y) dS = \int_{S_B} U_B(x, y, z=0) \psi_{B,s}(x, y) dS$	(57)
---	------

De forma similar a la ecuación (56), aprovechando las propiedades de ortogonalidad de los modos transversales permiten obtener para $s = 1, 2, \dots, N_m$

$\sum_{n=1}^{N_a} k_{A,n} (A_n^+ - A_n^-) \int_{S_A} \psi_{A,n}(x, y) \psi_{B,s}(x, y) dS = k_{B,s} (B_s^+ - B_s^-) \int_{S_A} \psi_{B,s}^2(x, y) dS$	(58)
---	------

Cabe destacar que en la ecuación (56) y (58) ha desaparecido el sumatoria en alguno de los dos lados de la ecuación. En el caso concreto de conductos circulares concéntricos, estas ecuaciones pueden calcularse de forma analítica con un coste computacional muy bajo.

En segundo lugar, se lleva a cabo el acoplamiento de los campos acústicos de presión y velocidad de las cámaras B y D, situadas a ambos lados del monolito. Para ello se emplean los términos de la matriz de cuatro polos que caracteriza el comportamiento acústico del monolito y que ha sido explicado en apartados anteriores. Las ecuaciones (42)-(44) se multiplican por el modo transversal $\psi_{B,s}$. Observar que $S_B = S_A$, lo cual permite escribir lo siguiente.

$B_s^+ e^{-jk_{B,s} L_B} + B_s^- e^{jk_{B,s} L_B} = T_{11}^m (D_s^+ + D_s^-) + T_{12}^m (k_{D,s} / (\rho_0 \omega)) (D_s^+ - D_s^-)$	(59)
--	------

$(k_{B,s} / (\rho_0 \omega)) (B_s^+ e^{-jk_{B,s} L_B} - B_s^- e^{jk_{B,s} L_B}) = T_{21}^m (D_s^+ + D_s^-) + T_{22}^m (k_{D,s} / (\rho_0 \omega)) (D_s^+ - D_s^-)$	(60)
--	------

Cabe destacar que las expresiones obtenidas no presentan ni integrales ni sumas modales, son independientes de la geometría de la sección transversal y relacionan directamente amplitudes de onda con el mismo orden modal, simplificando enormemente el coste computacional respecto a otras técnicas.

En tercer lugar, y, por último, se utiliza un procedimiento similar al de la expansión para tratar las ecuaciones (45)-(47), pero en este caso asociadas a la contracción. Para la condición de presión (45) resulta lo siguiente.

$\sum_{n=1}^{N_m} (D_n^+ e^{-jk_{D,s} L_D} + D_n^- e^{jk_{D,s} L_D}) \int_{S_E} \psi_{D,n}(x, y) \psi_{E,s}(x, y) dS = (E_s^+ + E_s^-) \int_{S_E} \psi_{E,s}^2(x, y) dS$	(61)
--	------

para $s = 1, 2, \dots, N_e$. Las condiciones de velocidad (46) y (47) permiten obtener lo siguiente.

$$k_{D,s} \left(D_s^+ e^{-ik_{D,s}L_D} - D_s^- e^{ik_{D,s}L_D} \right) \int_{S_D} \psi_{D,s}^2(x,y) dS = \sum_{n=1}^{N_e} k_{E,n} (E_n^+ - E_n^-) \int_{S_E} \psi_{E,n}(x,y) \psi_{D,s}(x,y) dS \quad (62)$$

con $s = 1, 2, \dots, N_m$.

3.2 DESCRIPCIÓN DE LAS DISTINTAS GEOMETRÍAS DEL CATALIZADOR

En el presente trabajo se han empleado cuatro configuraciones diferentes de catalizador para analizar como varía el TL entre ellas y cómo influye cada una de las variables de diseño del catalizador en cada configuración.

La primera geometría se basa en una sección circular de todo el catalizador con conductos de entrada/salida centrados. La malla empleada para el cálculo numérico del problema de autovalores se muestra a continuación.

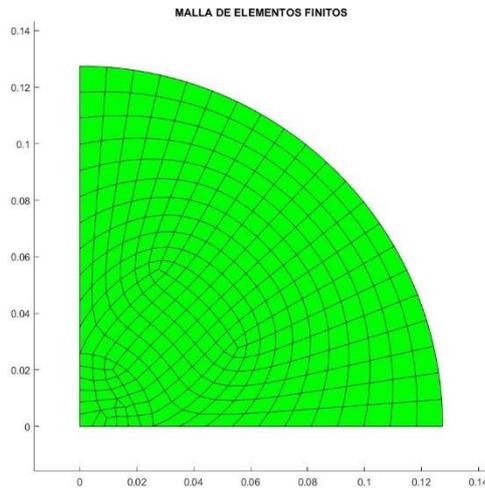


FIG. 7: MALLA EMPLEADA EN LA GEOMETRÍA 1

Como se observa solo se emplea un cuarto de la sección total para reducir el coste computacional aprovechando la simetría de la sección.

La segunda geometría se basa también en una sección circular de todo el catalizador, pero en este caso el conducto de salida está descentrado. La distancia de descentrado del conducto de salida (offset = 0.08 m desde el centro) se ha calculado de tal forma que en dicho conducto de salida se localice sobre la línea nodal (presión nula) del primer modo radial de presión de orden superior. Esto permite mantener un nivel razonable de TL al haber ubicado el conducto de salida en una zona de baja presión acústica. La malla empleada para el cálculo numérico del problema de autovalores se muestra a continuación.

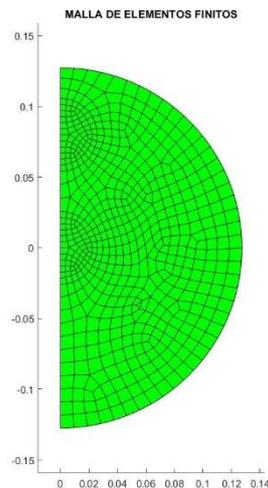


FIG. 8: MALLA EMPLEADA EN LA GEOMETRÍA 2

Como se observa se emplea solo la mitad de la sección para reducir el coste computacional aprovechando la simetría de la sección. También se observa que en aquellas zonas donde se localizan los conductos de entrada y de salida el tamaño de los elementos se ha reducido para obtener mayor precisión en esas zonas.

La tercera geometría se basa en una sección rectangular con esquinas en chablán en las cámaras de expansión/contracción y en el monolito y conductos de entrada/salida circulares y centrados. La malla empleada para el cálculo numérico del problema de autovalores se muestra a continuación.

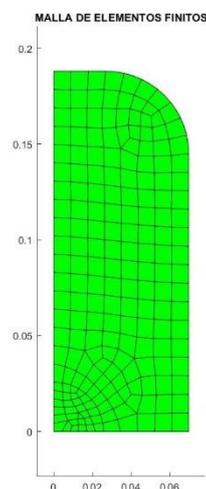


FIG. 9: MALLA EMPLEADA EN LA GEOMETRÍA 3

Como se observa solo se emplea un cuarto de la sección total para reducir el coste computacional aprovechando la simetría de la sección.

La cuarta y última geometría se basa en una sección rectangular con esquinas en chablán en las cámaras de expansión/contracción y en el monolito y conductos de entrada/salidas circulares con el conducto de salida descentrada. Al igual que en la

geometría dos, la distancia de descentrado del conducto de salida (offset = 0.0913 m) se ha calculado para que dicho conducto de salida se localice sobre la línea nodal (presión nula) del segundo modo de orden superior. Esto permite mantener un nivel razonable de TL al haber ubicado el conducto de salida en una zona de baja presión acústica. Esto puede observar en la siguiente figura.

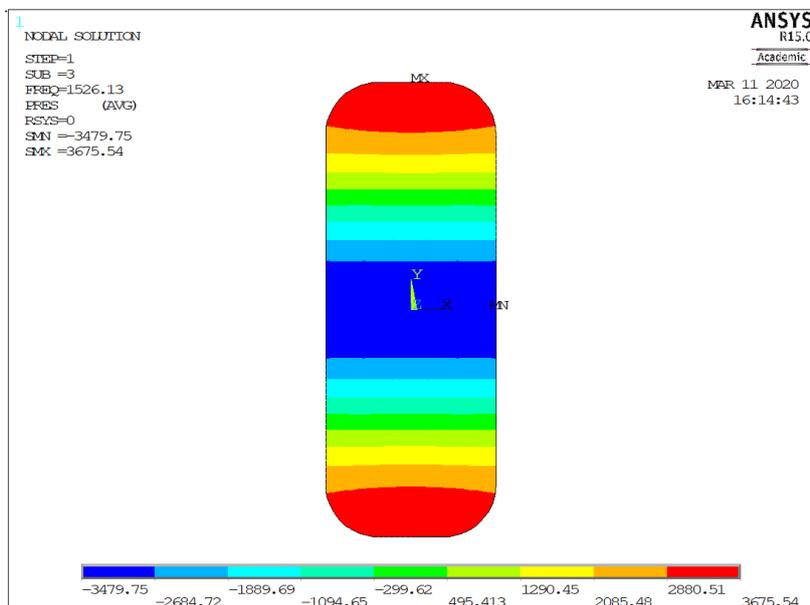


FIG. 10: CÁLCULO DEL SEGUNDO MODO DE PRESIÓN DE ORDEN SUPERIOR

La línea nodal de presión nula corresponde a las zonas de color verde por lo que sería independiente situar el conducto de salida descentrado en la zona superior o inferior. La frecuencia natural de dicho modo a la temperatura de las simulaciones (15 °C) será de 929 Hz, aproximadamente.

La malla empleada para el cálculo numérico del problema de autovalores se muestra a continuación.

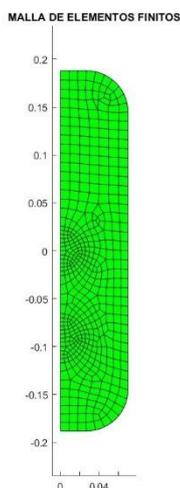


FIG. 11: MALLA EMPLEADA EN LA GEOMETRÍA 4

Como se observa se emplea solo la mitad de la sección para reducir el coste computacional aprovechando la simetría de la sección. También se observa que en aquellas zonas donde se localizan los conductos de entrada y de salida el tamaño de los elementos se ha reducido para obtener mayor precisión en esas zonas.

3.3 DETALLES DE LA IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB

En este apartado se han descrito brevemente los principales scripts que se han empleado en MatLab para realizar los cálculos correspondientes a este apartado del proyecto. Se ha indicado la función que realiza cada uno y cuáles son los parámetros de entrada y salida de cada uno de ellos. Los códigos concretos de cada script se detallan en los anexos.

- **Variab:** Es un archivo de texto en el cual se definen las distintas variables que intervienen en el problema acústico del catalizador y cuyos valores se consideran parámetros de entrada en el cálculo acústico que se desea resolver. Las variables que se definen son:
 - **Frecuencias de análisis:** Se determina el rango de frecuencias de estudio, definiendo la frecuencia inicial y final. También se define el incremento de frecuencia, cuyo valor es muy importante para lograr un buen equilibrio entre precisión y coste computacional.
 - **Propiedades del aire:** En este apartado se define la velocidad del sonido en el aire y la densidad del aire. Debido a que estos valores no son constantes, sino que dependen de la temperatura del aire, también se permite la opción de calcular dichos parámetros en función de ésta.
 - **Número de modos:** Se define la cantidad de modos de presión transversal que serán considerados en el problema acústico. Su valor es importante para lograr un buen equilibrio entre coste computacional y equilibrio.
 - **Longitudes de las cámaras y del monolito:** Se definen las características geométricas relacionadas con las longitudes de los tramos de expansión y contracción de las cámaras y la longitud del monolito del catalizador.
 - **Propiedades del monolito:** En esta sección se definen las propiedades físicas, químicas y acústicas del monolito del catalizador que interviene en el problema acústico. Más concretamente, se define la resistividad, porosidad, factor geométrico, viscosidad dinámica, conductividad térmica y calor específico a presión constante. De nuevo, existe la posibilidad de calcular estos parámetros en función de la temperatura de trabajo.
 - **Temperatura:** Se define la temperatura de trabajo, es decir, la temperatura a la cual se considera que se encuentran los gases de escape en su paso por el catalizador. En principio dicho valor es variable en función de la posición en la que nos encontremos dentro de la línea de escape. Sin embargo, en este proyecto se considera la hipótesis de flujo frío y, por tanto, la temperatura será constante en todo el catalizador e igual a 15 °C. Para activar la opción de calcular algunas de las

propiedades anteriormente definidas en función de la temperatura del aire, en este apartado se debe definir la temperatura como -1.

- **Secciones de entrada y salida:** Se definen las secciones de los conductos de entrada y salida de las cámaras.

Su código se muestra en el ANEXO I: FICHERO DE TEXTO VARIAB

- **Ajuste_modal.m:** En este script se implementa mediante el lenguaje de programación M (lenguaje propio de MatLab) la técnica de ajuste modal híbrida analítico-numérica, descrita de forma teórica en el apartado 3.1, para calcular la respuesta en frecuencia del catalizador. Este script es utilizado dentro del script "Principal.m". Su código se muestra en el ANEXO II: SCRIPT DE MATLAB "AJUSTE_MODAL.M".
- **Principal.m:** Este es el script principal, el cual se debe ejecutar para llevar a cabo la resolución del problema acústico del catalizador, es decir, para realizar el cálculo del índice TL en el rango de frecuencias considerado mediante la técnica de ajuste modal híbrida analítico-numérica. Para ello, en primer lugar, se deben cargar las variables que se han definido en el archivo de texto "variab", cuyos valores se toman como parámetros de entrada del problema acústico. En segundo lugar, se define el modelo de elementos finitos 2D tanto de la sección transversal de entrada como de la sección transversal de salida a través de otros ficheros de texto donde se describe la posición de cada uno de los nodos y a que elemento finito pertenece. En tercer lugar, se lleva a cabo el cálculo de autovalores (frecuencias naturales) y autovectores (modos de presión) del problema acústico, que se debe realizar como paso previo al cálculo de respuesta en frecuencia del catalizador. En cuarto lugar, se realiza el cálculo acústico en el monolito empleando la técnica de ajuste modal híbrida analítico-numérica, mediante la cual se sustituye el monolito por una matriz de cuatro polos que permite el acople del problema acústico entre la sección de entrada y de salida. Para ello se emplea el script "Ajuste_modal.m". Por último, se obtiene como parámetro de salida los valores del TL calculado en cada incremento de frecuencia, que se almacena en un archivo de texto denominado "TL". Su código se muestra en el ANEXO III: SCRIPT DE MATLAB "PRINCIPAL.M".

3.4 VALIDACIÓN DE LA TÉCNICA DE AJUSTE MODAL HÍBRIDA ANALÍTICO-NUMÉRICA

Antes de llevar a cabo el cálculo completo del TL en las diferentes configuraciones del catalizador, en primer lugar, se ha realizado la comprobación y validación de la técnica de ajuste modal híbrido analítico-numérica desarrollada en los apartados anteriores e implementada en el software de cálculo de MatLab. Para ello se compararán los resultados obtenidos mediante esta técnica con los resultados que se han obtenido resolviendo el mismo problema acústico con el método de elementos finitos en un dominio de 3D con el software de ANSYS APDL. Todo ello para cada una de las mallas o configuraciones del catalizador.

Para la comprobación, las variables del catalizador se mantenidas constantes con valores de $R_{\text{monolito}}=1000 \text{ Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $L_{\text{monolito}}=0,1 \text{ m}$, $L_{\text{expansión}}=0,1 \text{ m}$ y $L_{\text{contracción}}=0,1 \text{ m}$. El número de modos empleados en la superposición modal es 20. Las gráficas comparativas entre los dos métodos se muestran a continuación.

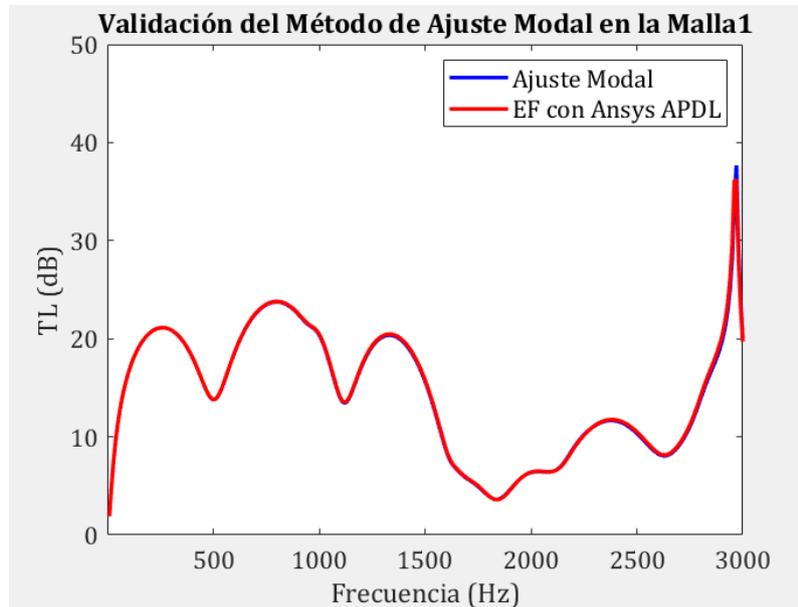


FIG. 12: VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE AJUSTE MODAL HÍBRIDO ANALÍTICO-NUMÉRICO EN LA GEOMETRÍA 1

Tal y como se observa en la gráfica anterior, para la geometría 1 vemos una concordancia exacta entre ambos métodos, ya que la curva obtenida mediante MEF está superpuesta a la curva de ajuste modal en todo el rango de frecuencias, excepto en el pico localizado en los 2900 Hz, donde el ajuste modal proporciona un valor de TL más elevado.

La malla empleada en Ansys APDL para el cálculo de la geometría 1 es la siguiente:

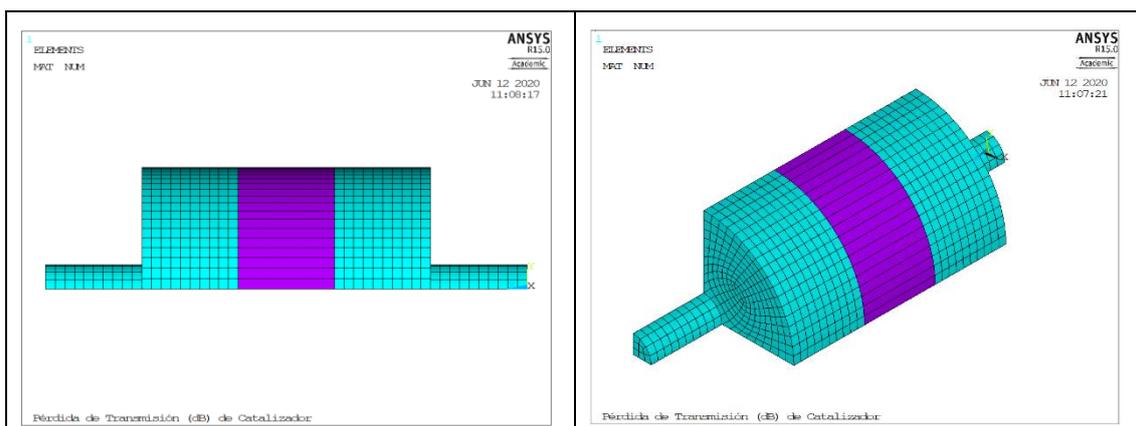


FIG. 13. MALLA DE ANSYS APDL PARA LA GEOMETRÍA 1.

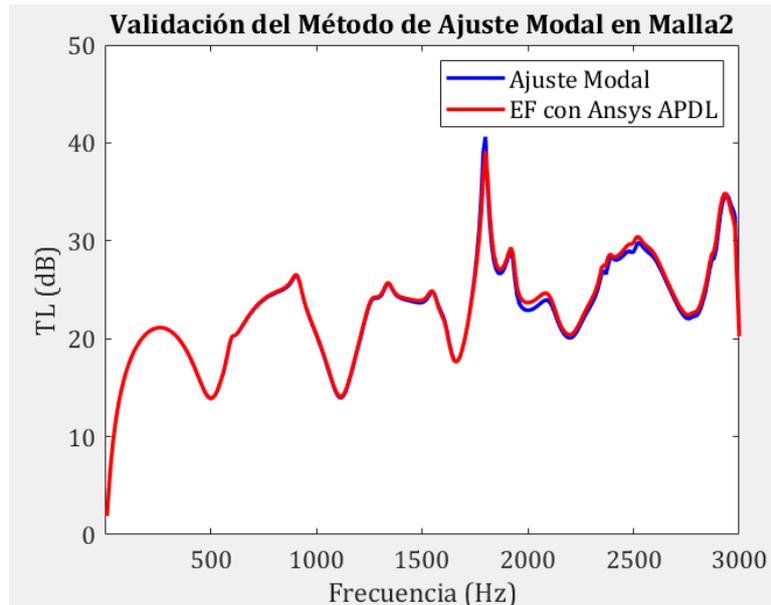


FIG. 14: VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE AJUSTE MODAL HÍBRIDO ANALÍTICO-NUMÉRICO EN LA GEOMETRÍA 2 CON 20 MODOS.

Para la malla 2, se observa que la concordancia entre ambos métodos es muy buena en el rango de frecuencias de 0-1600 Hz, pero a partir de ahí, para frecuencias elevadas, aparecen ligeras discrepancias, donde la técnica de ajuste modal proporciona valores de TL ligeramente inferiores a los proporcionados por el MEF. Estas discrepancias se podrían corregir utilizando más modos en la técnica de ajuste modal (hasta ahora hemos empleado 20 modos) o refinando más las mallas de elementos finitos utilizadas en Ansys. A modo de comprobación, se ha vuelto a calcular para la geometría 2 el TL mediante ajuste modal aumentando el número de modos de presión desde 20 hasta 30. Los resultados se muestran a continuación.

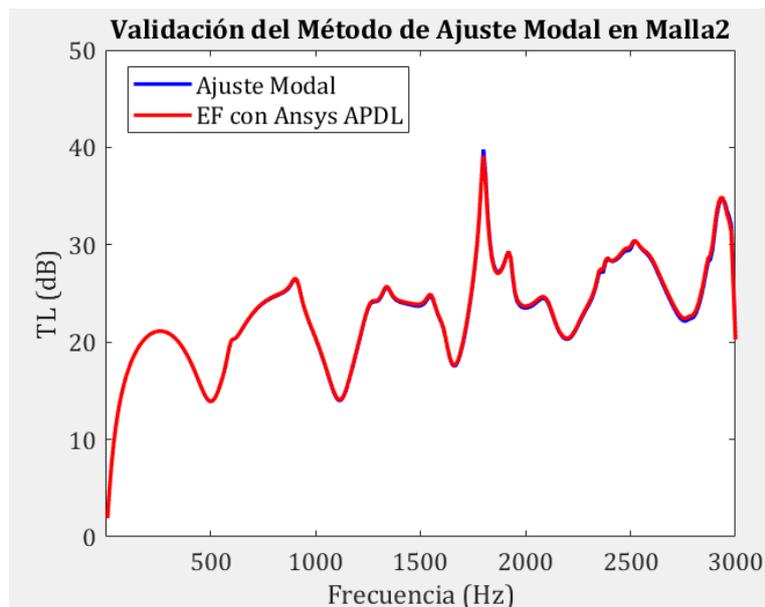


FIG. 15: VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE AJUSTE MODAL HÍBRIDO ANALÍTICO-NUMÉRICO EN LA GEOMETRÍA 2 CON 30 MODOS.

Como era previsible, al aumentar el número de modos se ha mejorada la concordancia para el rango de altas frecuencias. Sin embargo, el coste computacional también ha aumentado notablemente. Se ha determinado finalmente que el error cometido con 20 modos es despreciable desde el punto de vista práctico, y no es necesario incurrir en un coste computacional excesivo que se necesita para calcular los TL con 30 modos.

La malla empleada en Ansys APDL para el cálculo de la geometría 2 es la siguiente:

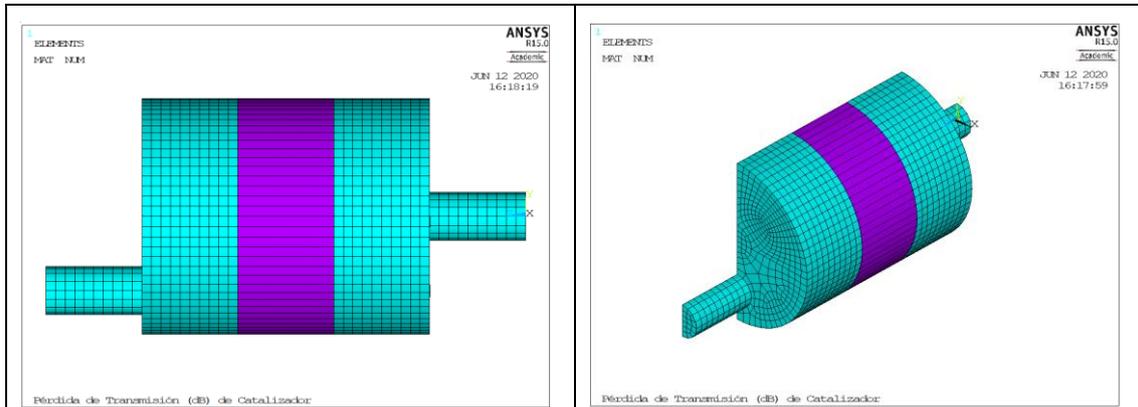


FIG. 16. MALLA DE ANSYS APDL PARA LA GEOMETRÍA 2.

Para la geometría 3 se obtiene la siguiente gráfica.

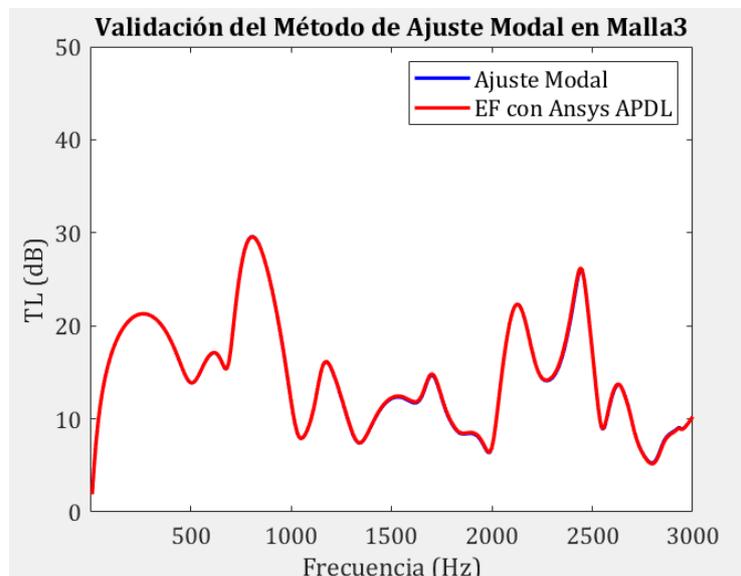


FIG. 17: VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE AJUSTE MODAL HÍBRIDO ANALÍTICO-NUMÉRICO EN LA GEOMETRÍA 3

Se observa que de nuevo que la coincidencia entre ambas técnicas es excelente en todo el rango de frecuencias, donde la curva de MEF solapa perfectamente la curva de ajuste modal.

La malla empleada en Ansys APDL para el cálculo de la geometría 3 es la siguiente:

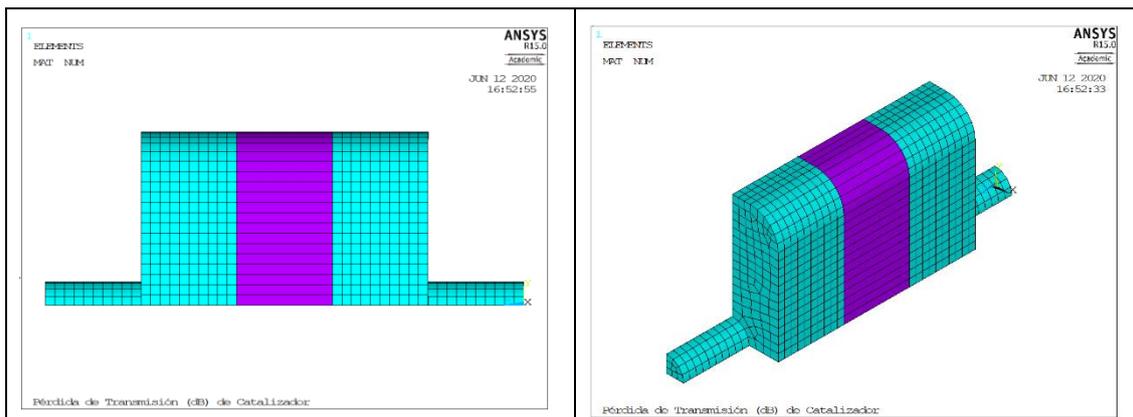


FIG. 18. MALLA DE ANSYS APDL PARA LA GEOMETRÍA 3.

Para la geometría 4 se obtiene el siguiente resultado.

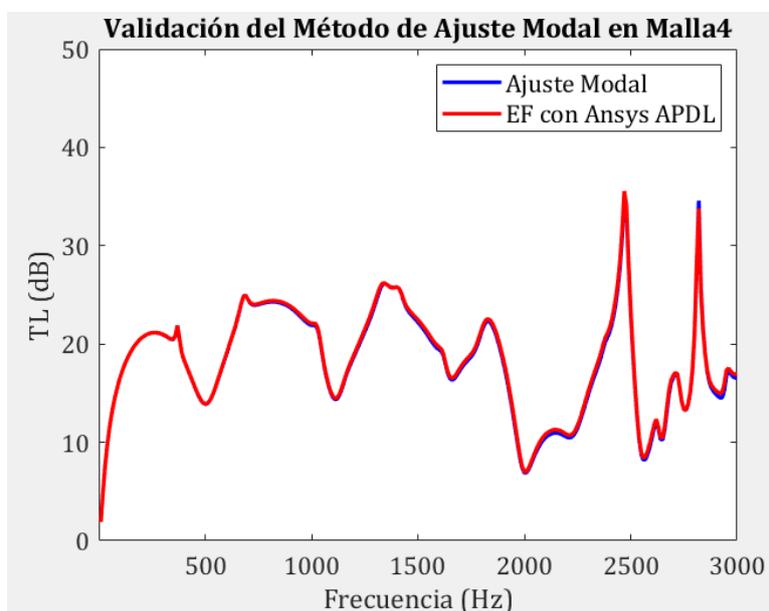


FIG. 19: VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE AJUSTE MODAL HÍBRIDO ANALÍTICO-NUMÉRICO EN LA GEOMETRÍA 4

Tal y como se observa en la gráfica, la coincidencia de las curvas de ambos métodos es muy buena en todo el rango de frecuencias. En algunos tramos puntuales, el valor proporcionado por la técnica de ajuste modal es ligeramente inferior al proporcionado mediante MEF, pero nada destacable.

La malla empleada en Ansys APDL para el cálculo de la geometría 4 es la siguiente:

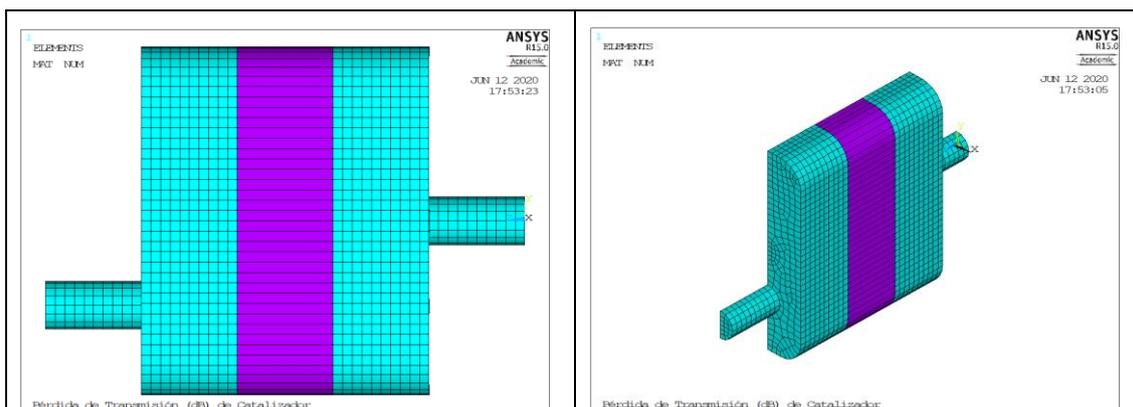


FIG. 20. MALLA DE ANSYS APDL PARA LA GEOMETRÍA 4.

Por tanto, queda comprobado a través de estas gráficas que la técnica de ajuste modal es completamente válida para el cálculo de la atenuación acústica que se produce en el catalizador del sistema de escape de un MCIA. Esta técnica será la utilizada en el resto del trabajo.

Por último, cabe destacar que el tiempo de cálculo necesario en el caso de ajuste modal híbrido analítico-numérico es, aproximadamente, unas diez veces menor que el del cálculo mediante MEF en el software de Ansys, lo cual pone de manifiesto las ventajas computacionales de la técnica empleada en el presente trabajo.

3.5 RESULTADOS DEL CÁLCULO DEL TL A TRAVÉS DE LA TÉCNICA DE AJUSTE MODAL HÍBRIDA ANALÍTICO-NUMÉRICA

Una vez validada la técnica de ajuste modal híbrida analítica-numérica, se procede al cálculo de la atenuación acústica que se produce en el catalizador (TL) mediante esta técnica en las diferentes configuraciones de éste variando diversas variables o parámetros para ver la influencia que tienen éstos en el comportamiento acústico del catalizador.

Concretamente, se procederá a variar la resistividad del monolito entre los valores de 500-1000-2000 Pa·s/m², la longitud de los tubos capilares del monolito entre los valores de 0,05-0,1-0,15 m y la longitud de la cámara de expansión/contracción entre los valores 0,1-0,15/0,05-0,1 respectivamente.

3.5.1 INFLUENCIA DE LA RESISTIVIDAD DEL MONOLITO

En primer lugar, se determina la influencia que tiene la resistividad del monolito en la atenuación acústica del catalizador, para las distintas geometrías. Para ello se emplean dos gráficas comparativas donde la resistividad varía entre los valores de 500-1000-2000 Pa·s/m², mientras que el resto de los parámetros se mantendrán constantes en

valores de $L_{\text{monolito}}=0,1$ m, $L_{\text{expansión}}=0,1$ m y $L_{\text{contracción}}=0,1$ m en la primera gráfica y $L_{\text{monolito}}=0,15$ m, $L_{\text{expansión}}=0,15$ m y $L_{\text{contracción}}=0,05$ m en la segunda gráfica.

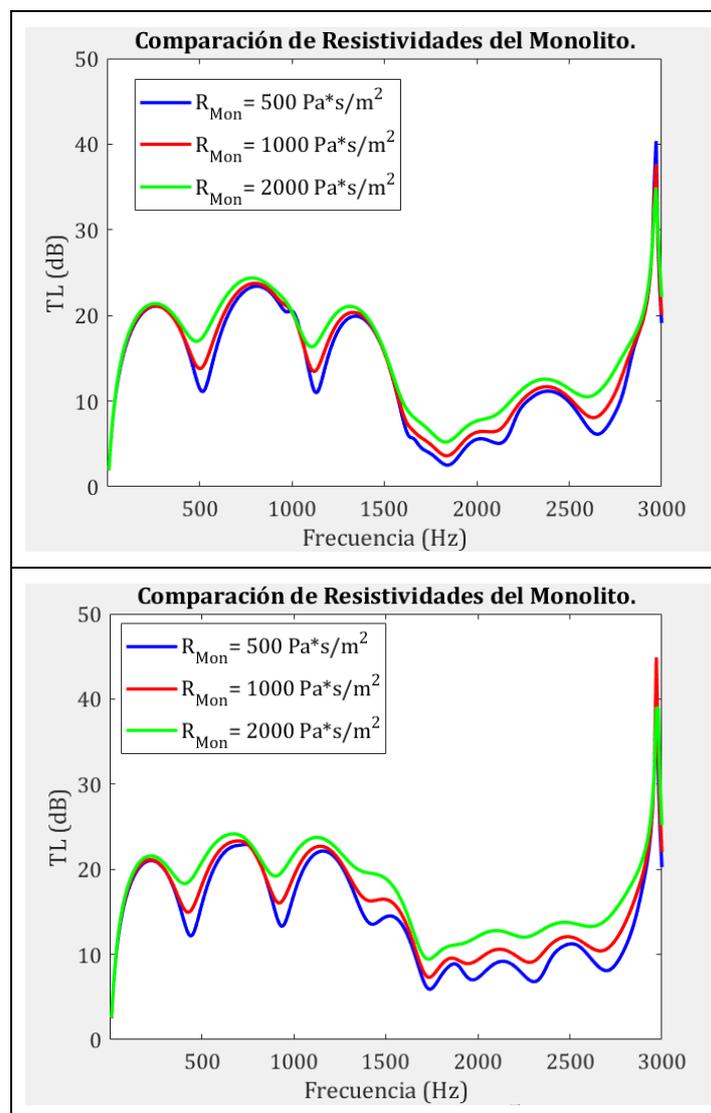


FIG. 21: INFLUENCIA DE LA RESISTIVIDAD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 1

Como se puede observar en las anteriores gráficas, al aumentar el valor de la resistividad, la atenuación acústica que se produce en el catalizador es cada vez mayor, pues la curva del TL se encuentra por encima a valores cada vez mayores. Esta mejora es más eficaz, en primer lugar, en las zonas de los valles localizados en el rango de baja y media frecuencia y, en segundo lugar, en la zona de alta frecuencia, donde se observa que al aumentar el valor de la resistividad la curva de TL se mantiene siempre por encima.

En las zonas de los picos localizados en las zonas de baja y media frecuencia la mejora producida en el TL es más reducida, mientras que en el rango de muy bajas frecuencias (hasta 250 Hz) las curvas de TL son idénticas y no se producen cambios.

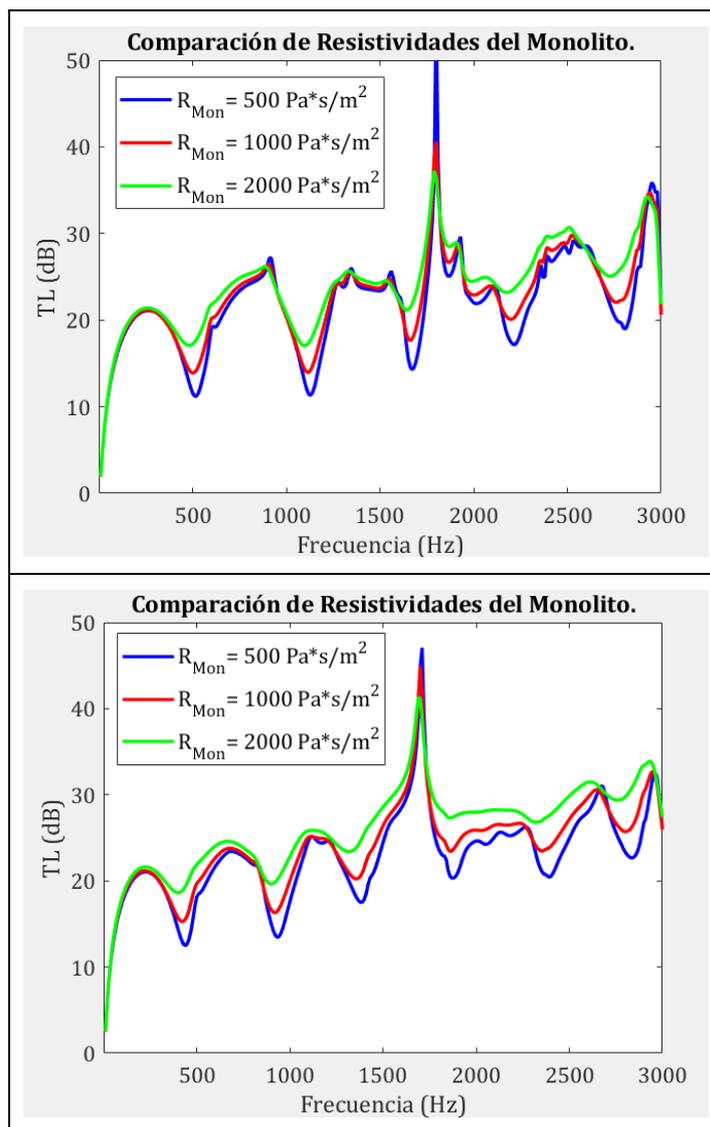


FIG. 22: INFLUENCIA DE LA RESISTIVIDAD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 2

La influencia de la resistividad en la segunda geometría es prácticamente idéntica a la primera, donde se vuelve a observar una importante mejora en la atenuación acústica al aumentar el valor de la resistividad.

De nuevo, esta mejora es más mayor en las zonas de los valles de las regiones de baja y media frecuencias, mientras que en los picos también existe cierta mejora, pero en menor medida. En la región de alta frecuencia la mejora que se produce es más constante en toda la región. En la región de muy baja frecuencia las curvas del TL son idénticas.

Cabe destacar que, en el pronunciado pico existente en los 1800 Hz, aproximadamente, al aumentar la resistividad, el valor pico es cada vez menor, pero en los valles localizados a ambos lados de éste se produce una mejora importante.

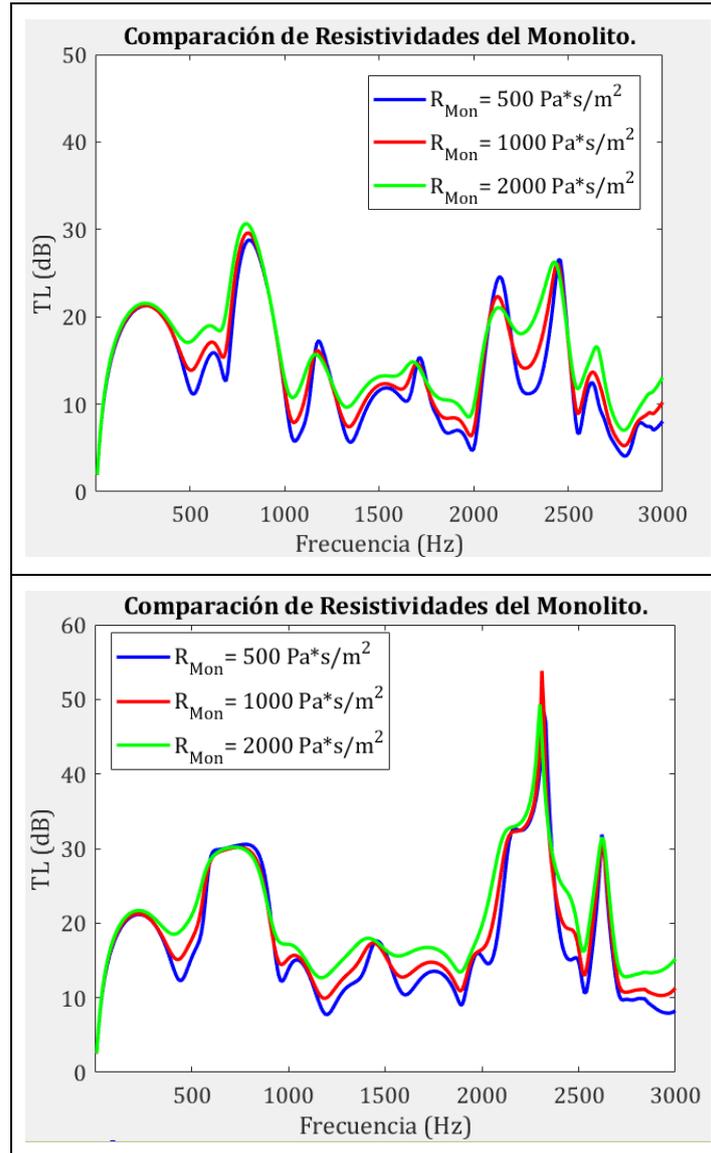


FIG. 23: INFLUENCIA DE LA RESISTIVIDAD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 3

Como era de esperar, en la geometría 3 la influencia de la resistividad en el comportamiento acústico del catalizador sigue la misma tendencia que en las dos anteriores, esto es, que, a mayor valor de resistividad, mayor será la atenuación acústica producida en el catalizador.

Se puede observar que, al igual que en los casos anteriores, en la región de muy baja frecuencia el TL es idéntico independientemente del valor de la resistividad, mientras que en la región de baja y media frecuencia la mejora de la atenuación es más grande en la zona de los valles que en los picos.

Cabe destacar en este caso que, en el primer gráfico comparativo, existe una región de frecuencias, situada alrededor de 2100-2200 Hz, donde el aumento de la resistividad produce un empeoramiento en el TL, fenómeno que no se había observado en los casos anteriores ni en la segunda gráfica comparativa de esta geometría. Esto se debe a que a medida que aumenta la frecuencia la cantidad de modos de presión que intervienen

es mayor, de forma que debido a una combinación de dimensiones y fenómenos de resonancia y antiresonancia puede provocar que en un intervalo concreto de frecuencias el valor del TL sea menor, no cumpliéndose así la tendencia general.

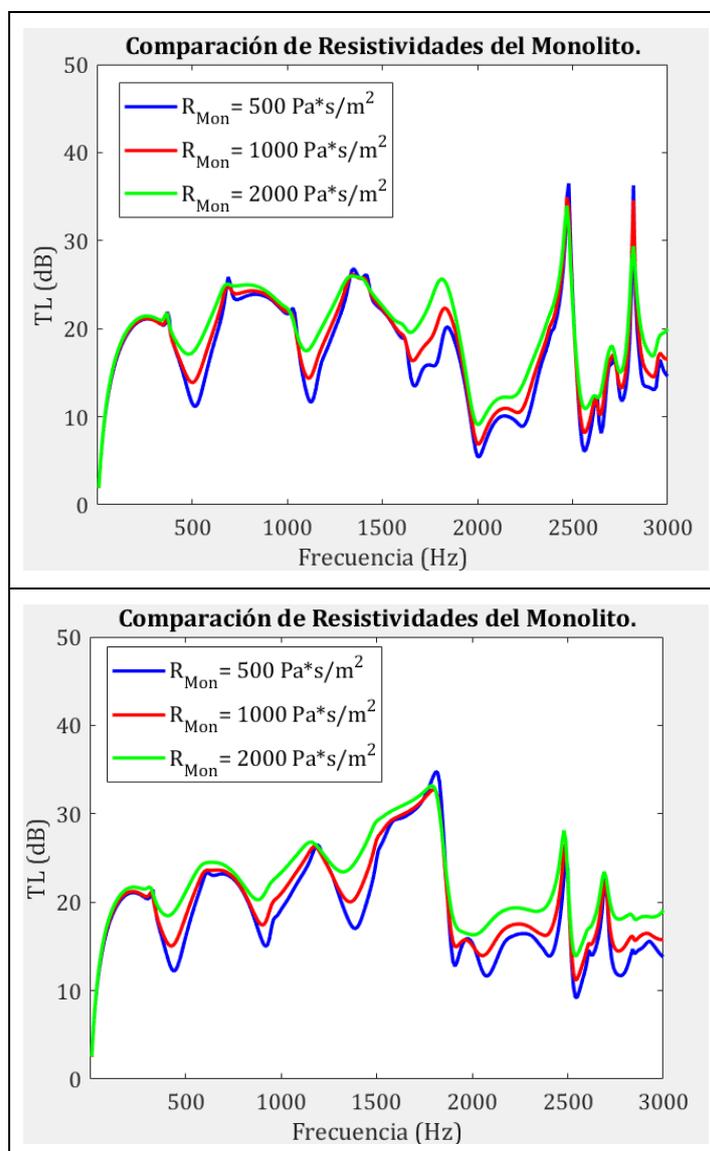


FIG. 24: INFLUENCIA DE LA RESISTIVIDAD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 4

En la geometría 4, se sigue la misma tendencia que en todos los casos anteriores, donde el aumento de la resistividad supone una mejora en la atenuación acústica del catalizador, la cual es mayor en la zona de los valles que en los picos, mientras que a muy baja frecuencia el TL es idéntico en todos los casos.

Este fenómeno que se reproduce en las cuatro geometrías por igual, es decir, el aumento de la atenuación acústica al aumentar el valor de la resistividad se debe principalmente al carácter esencialmente disipativo del monolito, el cual aumenta para mayores resistividades, de forma que la energía acústica se transforma en energía térmica debido a la interacción viscotérmica entre el aire (medio de propagación de la onda sonora) y las paredes del tubo capilar.

Cabe destacar que a muy bajas frecuencias las curvas de TL son idénticas, ya que en ese intervalo las ondas acústicas que predominan son las denominadas ondas planas. Esto provoca que en este rango de frecuencias el valor del TL dependa fundamentalmente de las características geométricas y no de las propiedades disipativas del catalizador, de forma que la resistividad pierde mucha importancia en el comportamiento acústico. Más concretamente, dentro de las propiedades geométricas, el cambio de sección entre conductos y cámaras juega un papel fundamental, por lo que, al ser iguales en las diferentes geometrías, nos da como resultado un valor de TL idéntico.

3.5.2 INFLUENCIA DE LA LONGITUD DEL MONOLITO

En este subapartado se analiza cómo varía el TL cuando modificamos la longitud total de los conductos capilares que forman el monolito del catalizador. Para ello se emplean dos gráficas comparativas donde la longitud del monolito varía entre los valores de 0,05-0,1-0,15 m, mientras que el resto de los parámetros se mantendrán constantes en valores de $R_{\text{monolito}}=1000 \text{ Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $L_{\text{expansión}}=0,1 \text{ m}$ y $L_{\text{contracción}}=0,1 \text{ m}$ en la primera gráfica y $R_{\text{monolito}}=2000 \text{ Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $L_{\text{expansión}}=0,15 \text{ m}$ y $L_{\text{contracción}}=0,05 \text{ m}$ en la segunda gráfica.

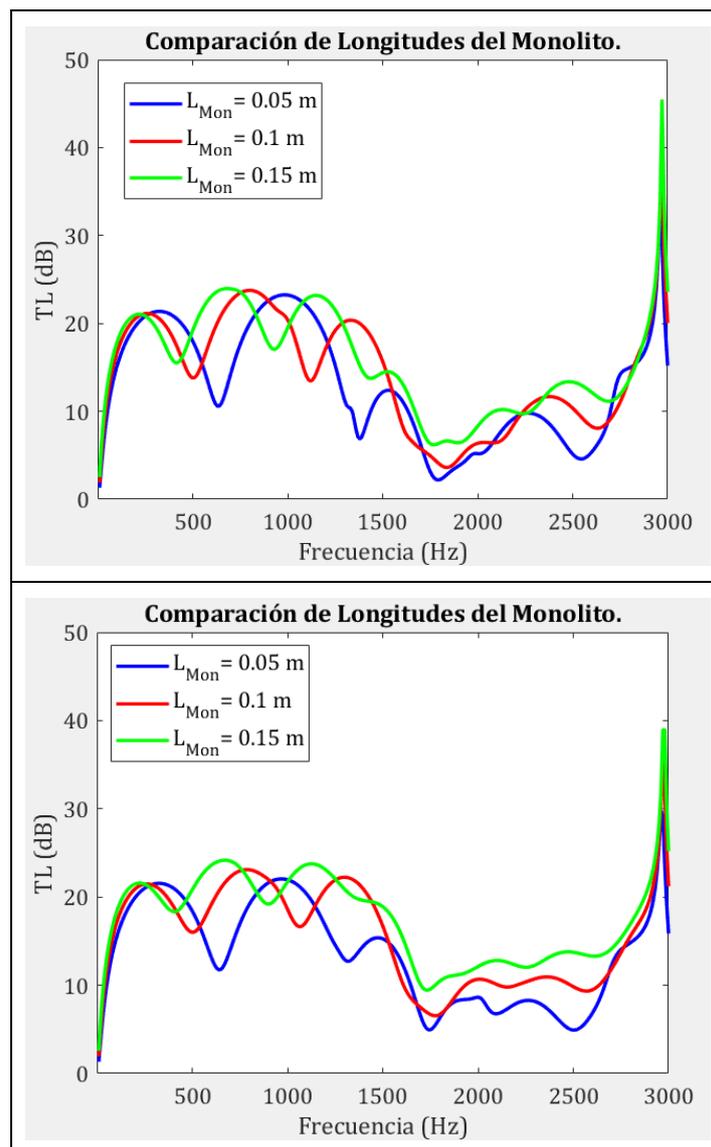


FIG. 25: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 1

Tal y como se observa en las dos gráficas comparativas anteriores, en las regiones de baja y media frecuencia, las diferentes curvas de atenuación acústica se van desplazando hacia la izquierda a medida que vamos aumentando la longitud total del monolito. Es decir, a mayor longitud, las zonas de los picos y valles se van desplazando hacia frecuencias menores.

En la región de alta frecuencia, sin embargo, estas zonas de picos y valles son desplazados hacia la derecha, es decir, hacia frecuencias mayores, tal y como se observa en la primera gráfica comparativa.

Además de estos desplazamientos de las curvas de TL, se puede observar que, a medida que se aumenta la longitud del monolito, el valor de la atenuación en los valles y en los picos son cada vez mayores.

Debido a estos desplazamientos de las curvas de TL, hay ciertas regiones de baja y media frecuencia (por ejemplo, en la primera gráfica comparativa, en la zona de 800-

1000 Hz) donde con una menor longitud del monolito se obtiene una atenuación acústica mayor. Esto provoca que, dependiendo de la zona de frecuencias donde queramos mejorar el aislamiento acústico, nos interese poner mayor o menor longitud del monolito, es decir, que la mejora no es continua en todo el rango de frecuencias, tal y como ocurría al aumentar la resistividad del monolito. Sin embargo, en las regiones de alta frecuencia, según se observa, al aumentar la longitud del monolito sí que se produce una mejora del TL en toda esa región.

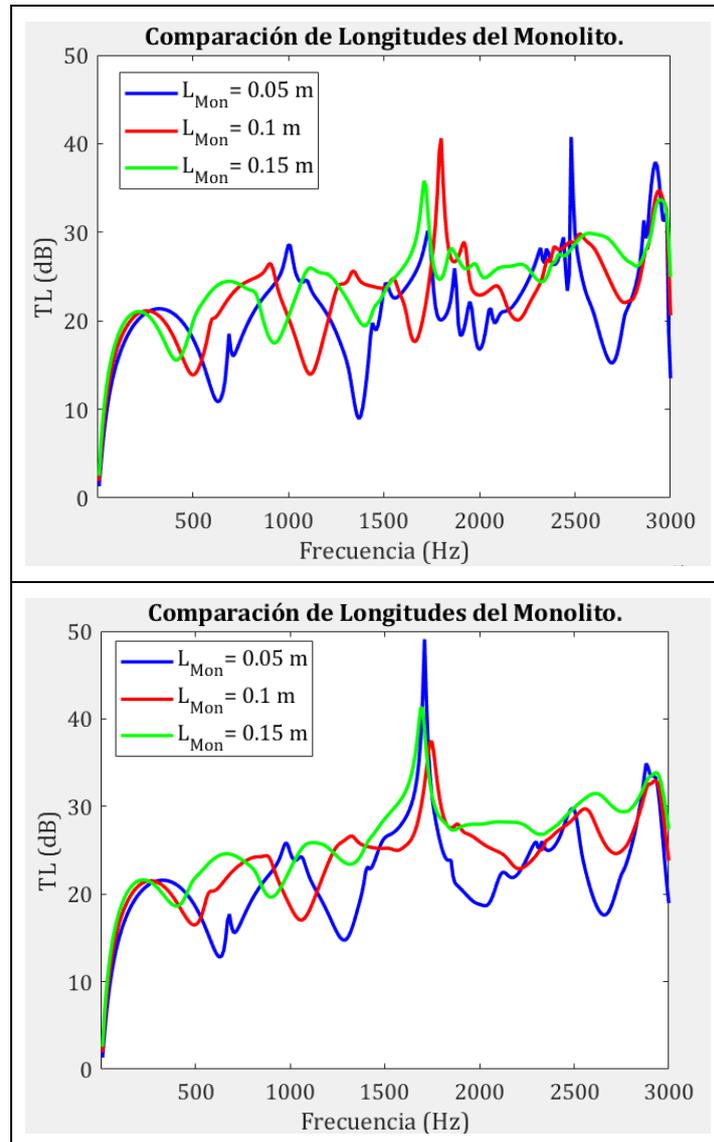


FIG. 26: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 2

En esta segunda geometría, en cuanto a los desplazamientos, se observa la misma tendencia que en la geometría uno.

Sin embargo, en cuanto a la mejora del aislamiento en la región de baja y media frecuencia, en las zonas de los valles se sigue la misma tendencia, es decir, se produce un aumento sustancial del TL, pero en las zonas de los picos ya no se produce ninguna mejora como en la geometría anterior, sino que en este caso se conserva el valor del TL o se reduce ligeramente.

En las zonas de altas frecuencias, entre 2500 Hz y 3000 Hz, se observa que a mayor longitud del monolito se produce una mayor disipación de energía acústica en forma de calor y, por tanto, se obtiene un mayor valor de TL.

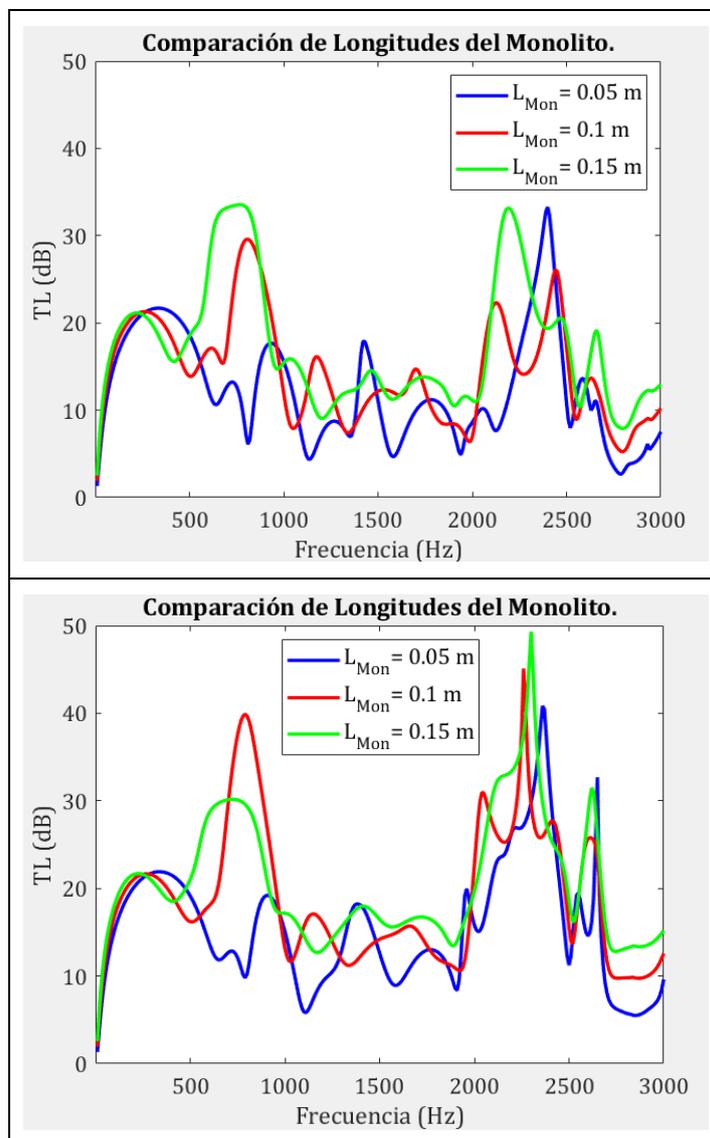


FIG. 27: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 3

En la tercera geometría se siguen produciendo los desplazamientos de las curvas de TL hacia frecuencias menores cuando aumentados la longitud del monolito, al igual que en los dos casos anteriores. En cuanto al valor de las zonas de valles y picos en la región de baja y media frecuencia, en este caso se observa una mejora del TL tanto en los picos como en los valles, tal y como se ha observado en la primera geometría. Sin embargo, cabe destacar que, como excepción a lo anteriormente dicho, en la segunda gráfica comparativa, con una longitud del monolito de 0,1 m se produce un pico bastante elevado del TL, muy superior al producido con una longitud de 0,15 m.

A partir de una frecuencia de unos 1250 Hz, no se observa ningún patrón claro en las gráficas debido principalmente a la propagación de un número considerable de modos

tridimensionales de orden superior que dan lugar a unos valores de TL muy irregulares, lo cual no es nada deseable desde el punto de vista de atenuación sonora.

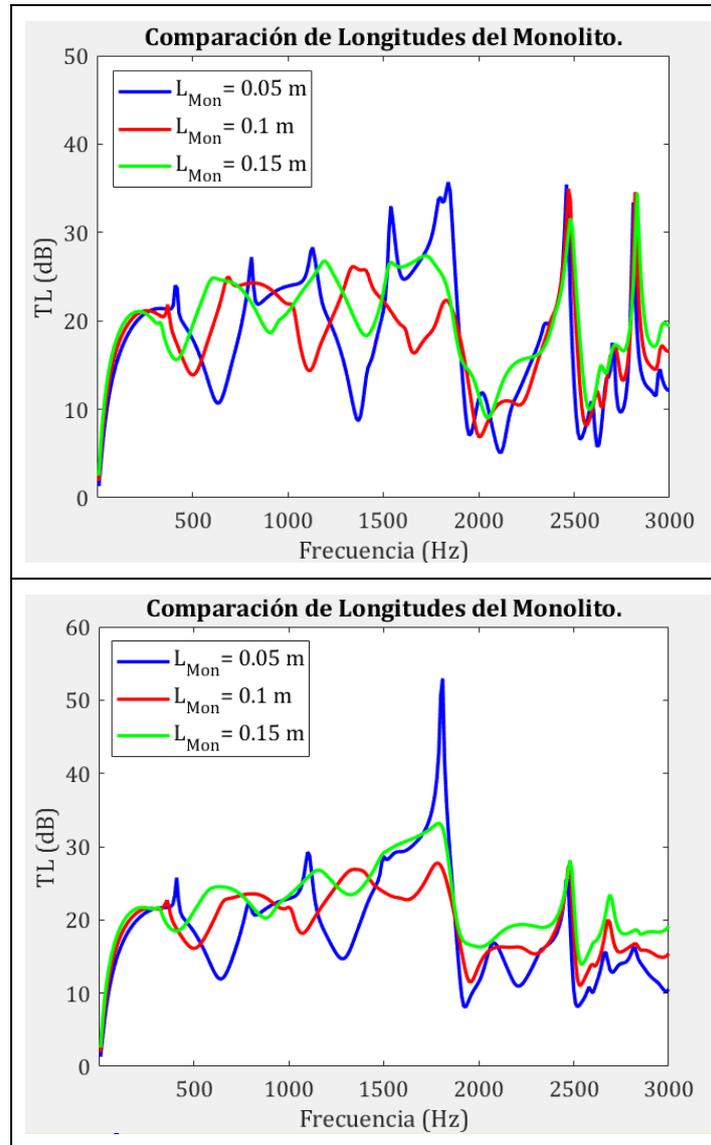


FIG. 28: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DEL MONOLITO EN LA GEOMETRÍA 4

Tal y como se observa en las gráficas comparativos, la tendencia del desplazamiento de las curvas de TL hacia frecuencias menores al aumentar la longitud del monolito se mantiene en este caso. Además, al igual que en los casos anteriores, se produce una mejora sustancial en las zonas de los valles de la región de baja y media frecuencia. Sin embargo, al igual que ocurría en la geometría 2, en las zonas de los picos esta mejora no es tan visible.

Cabe destacar en este caso que, al aumentar la longitud del monolito, las curvas de atenuación acústica se suavizan en todo el rango de frecuencias, es decir, que se van reduciendo el número total de picos y valles localizados en dichas curvas.

Estos fenómenos que se producen en las cuatro geometrías, es decir, el desplazamiento de las curvas de atenuación hacia frecuencias menores y la mejora del valor de TL en

las zonas de los valles, se deben principalmente a dos causas distintas. En primer lugar, el desplazamiento se debe a que al aumentar la longitud total del catalizador (al aumentar la longitud del monolito), las cúpulas de atenuación se estrechan, y por ello se mueven hacia frecuencias menores. En segundo lugar, la mejora en el valor del TL en las zonas de los valles y en algunas zonas pico se debe al carácter principalmente disipativo del monolito, de forma que una mayor longitud implica mayor disipación de energía sonora por fricción a lo largo de las paredes de los capilares, aumentando así el valor del TL.

3.5.3 INFLUENCIA DE LA LONGITUD DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN Y CONTRACCIÓN

En este caso, lo que se pretende es, manteniendo la distancia total del catalizador, observar cómo afecta al TL el hecho de disponer de unas cámaras de expansión y contracción simétricas, es decir, de la misma longitud, o asimétricas. Para ello se emplean dos gráficas comparativas donde la longitud de la cámara de expansión varía entre 0,1-0,15 m y la longitud de la cámara de contracción varía entre 0,1-0,05 m, mientras que el resto de los parámetros se mantendrán constantes en valores de $R_{\text{monolito}}=1000 \text{ Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ y $L_{\text{monolito}}=0,1 \text{ m}$ en la primera gráfica y $R_{\text{monolito}}=2000 \text{ Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ y $L_{\text{monolito}}=0,15 \text{ m}$ en la segunda gráfica.

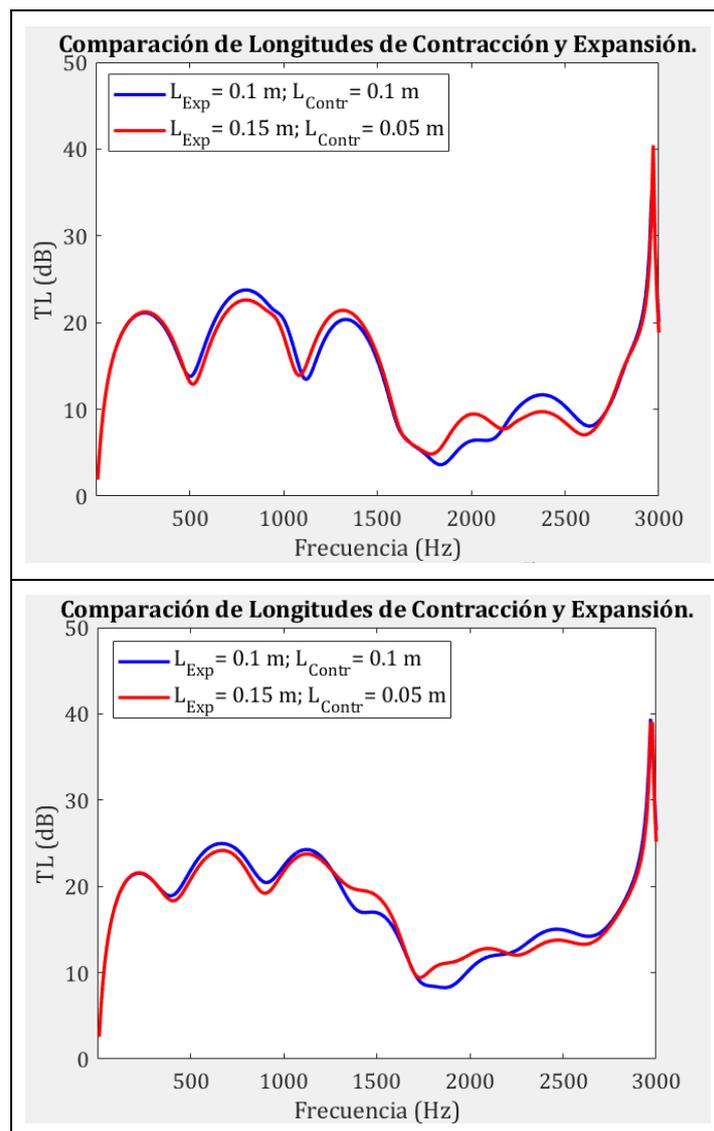


FIG. 29: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN/CONTRACCIÓN EN LA GEOMETRÍA 1

En este caso se observa que hasta los 400-500 Hz aproximadamente las curvas del TL son idénticas. A partir de ahí, en determinadas zonas el TL es mayor con una configuración de cámaras simétricas y en otras zonas el TL es mayor con las cámaras asimétricas. Más concretamente, el TL es mayor con cámaras simétricas desde los 500 Hz hasta los 1000 Hz, aproximadamente, y desde los 2250 Hz hasta los 2600 Hz. En cambio, para la zona desde los 100 Hz hasta los 2250 Hz, el TL es mayor con una configuración de cámara asimétricas.

En la zona de muy alta frecuencia (a partir de los 2600 Hz), las curvas de TL vuelven a ser idénticas, al igual que ocurre a muy baja frecuencia.

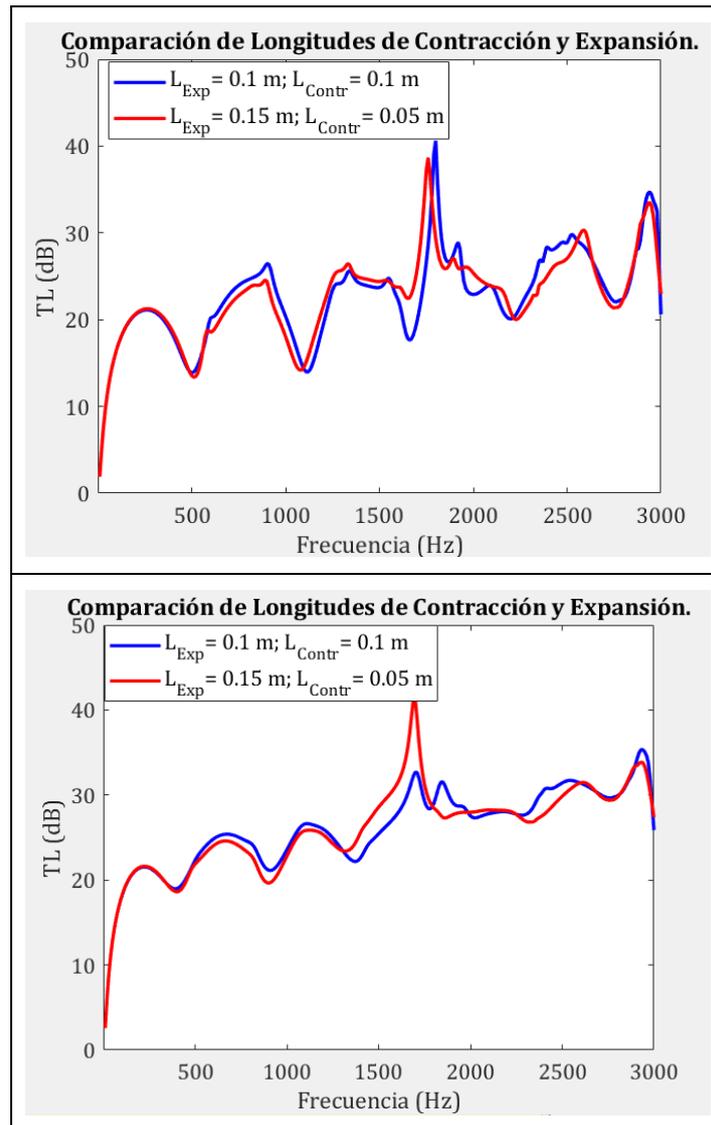


FIG. 30: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN/CONTRACCIÓN EN LA GEOMETRÍA 2

En esta segunda geometría se observa la misma tendencia que en la primera geometría, donde el hecho de disponer de una configuración de cámaras simétrica o asimétricas mejora el TL de unas zonas u otras. El intervalo donde se mejora el TL con cámaras simétricas y asimétricas es prácticamente igual al de la geometría 1.

Las curvas de TL a muy baja y muy alta frecuencia se mantienen idénticas en ambas configuraciones de cámara.

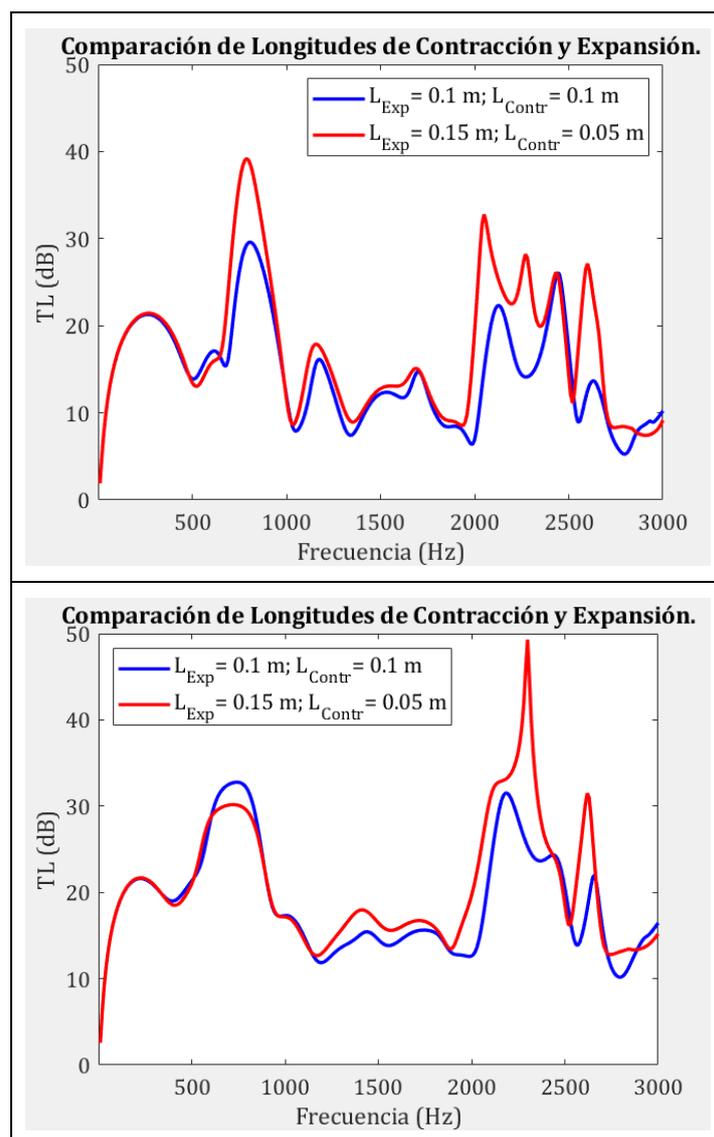


FIG. 31: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN/CONTRACCIÓN EN LA GEOMETRÍA 3

En esta tercera configuración se visualizan ligeros cambios respecto a los cambios anteriores. En la primera gráfica comparativa, se observa que, a diferencia de lo que ocurre en la geometría 1 y 2, la configuración de cámaras simétricas proporciona siempre una atenuación acústica inferior en todo el rango de frecuencias que la configuración de cámaras asimétricas. En la segunda gráfica comparativa ocurre lo mismo, excepto en el pico que se observa en el rango de frecuencias de 600-750 Hz.

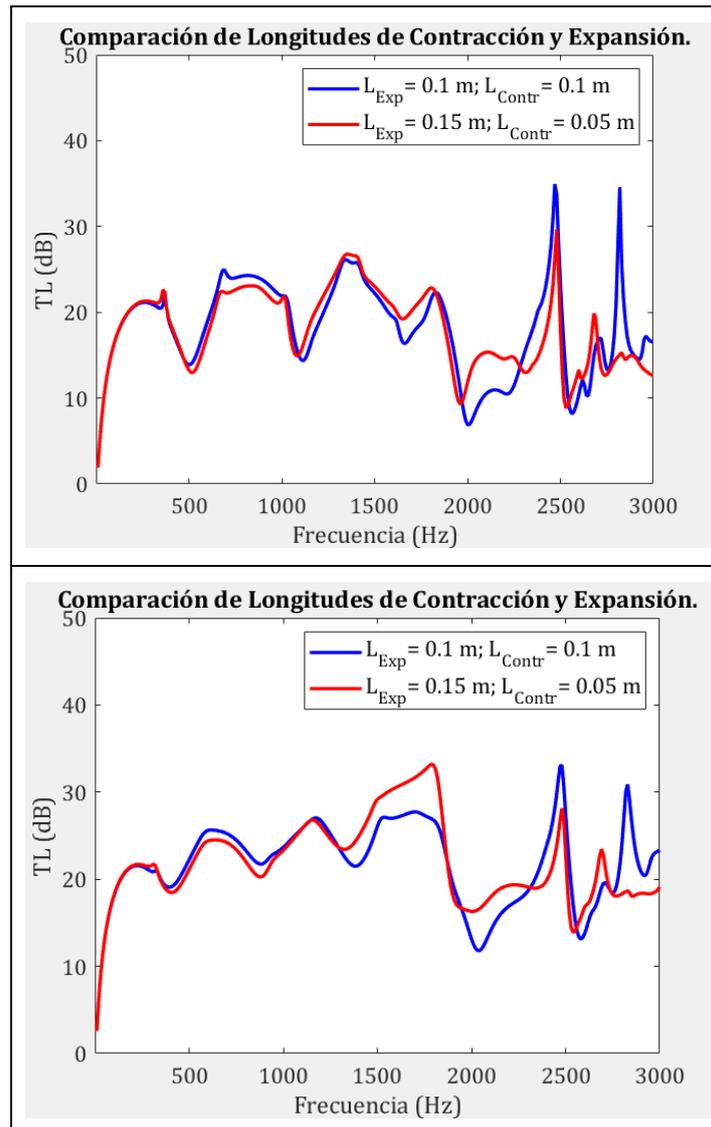


FIG. 32: INFLUENCIA DE LA LONGITUD DE LA CÁMARA DE EXPANSIÓN/CONTRACCIÓN EN LA GEOMETRÍA 4

En la geometría 4 ocurre lo mismo que en las dos primeras, es decir, que el hecho de disponer de una configuración de cámaras simétricas o asimétricas mejora el TL de unas zonas u otras. En este caso, sin embargo, estos rangos de frecuencias son diferentes a las dos primeras geometrías. Con una configuración de cámaras simétricas el TL es mayor en el rango desde 500 Hz hasta 1200 Hz, desde 2250 Hz hasta 2500 Hz y desde 2700 Hz hasta los 3000 Hz. En el caso de una configuración de cámaras asimétricas el TL es mejor en el rango desde 1200 Hz hasta 2250 Hz y desde 2500 Hz hasta 2700 Hz.

En este caso únicamente en el rango de muy bajas frecuencias los TL son idénticos.

3.5.4 COMPARACIÓN ENTRE GEOMETRÍAS

En este último subapartado se lleva a cabo una breve comparativa de las cuatro geometrías del catalizador, manteniendo fijos los valores de las distintas variables involucradas en los ensayos, para intentar extraer ciertas conclusiones acerca de éstas.

Para ello, en la primera gráfica comparativa se han mantenido constante todas las variables en sus valores intermedios de ensayo, que corresponden a $R_{\text{monolito}}=1000 \text{ Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $L_{\text{monolito}}=0,1 \text{ m}$, $L_{\text{expansión}}=0,1 \text{ m}$ y $L_{\text{contracción}}=0,1 \text{ m}$.

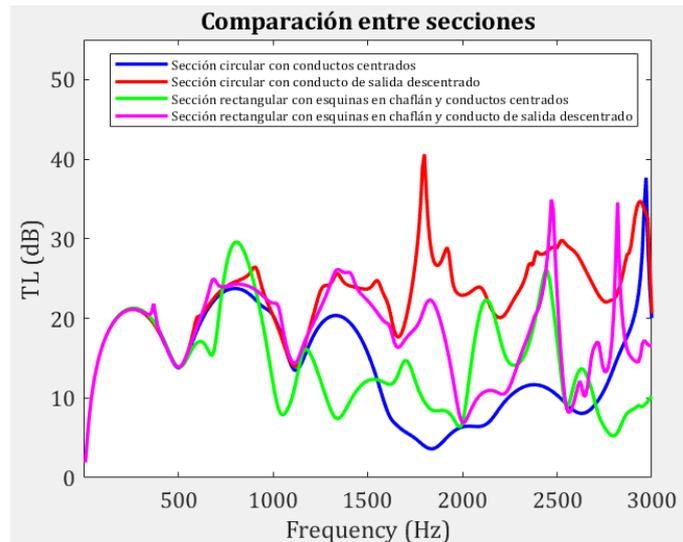


FIG. 33: COMPARACIÓN 1 ENTRE SECCIONES

En ella se observa que a bajas y muy bajas frecuencias (hasta los 600 Hz aproximadamente) el comportamiento de las distintas geometrías es exactamente el mismo, ya que no hay propagación de modos de presión de orden superior (debe recordarse que el calor del área transversal es el mismo en todas las configuraciones).

Entre 600 Hz y 1000 Hz, la tendencia de las distintas geometrías se mantiene, donde se produce un pico y un valle de atenuación en todas ellas. Los valores son prácticamente iguales en las dos secciones circulares y en la sección rectangular con conductos descentrados, mientras que en la sección rectangular de conductos centrados el valor pico de la atenuación es mayor que en el resto y el valor valle es menor.

A partir de los 1000 Hz, se observa claramente como las geometrías con los conductos descentrados proporcionan un valor de TL mayor a sus geometrías homólogas con los conductos centrados. Esto se debe al descentrado óptimo del conducto de salida, esto es, el valor de este descentrado se ha calculado de forma que en ese punto se localice la denominada línea nodal, donde el primer modo de presión de orden superior tiene presión acústica nula. Esto permite mantener un nivel razonable de TL al haber ubicado el conducto de salida en una zona de baja presión acústica. A su vez, la mayor dimensión transversal de la geometría rectangular facilita el establecimiento de modos de orden superior y el colapso anticipado del TL en el caso de entrada y salida centrada

(véase la caída brusca de atenuación cerca de 700 Hz y 1000 Hz) obteniendo valores de TL más irregulares en comparación con la geometría circular.

Debido a la presencia de un menor número de modos de orden superior, la geometría circular con salida descentrada presenta claras ventajas en cuanto a atenuación, con un TL mayor en casi todas las frecuencias por encima de 1700 Hz.

Para muy altas frecuencias, a partir de 2600 Hz, la participación modal es tan alta que el TL es muy irregular, lo que provoca que la tendencia general no se cumpla.

En la segunda gráfica, sin embargo, las variables se han fijado en los valores más extremos, que corresponden a $R_{\text{monolito}}=2000 \text{ Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$, $L_{\text{monolito}}=0,15 \text{ m}$, $L_{\text{expansión}}=0,15 \text{ m}$ y $L_{\text{contracción}}=0,05 \text{ m}$, donde, al aumentar la longitud y resistividad del monolito y debido a su carácter disipativo, se espera que la atenuación que se produce en las distintas geometrías sea mayor que a sus correspondientes de la gráfica anterior.

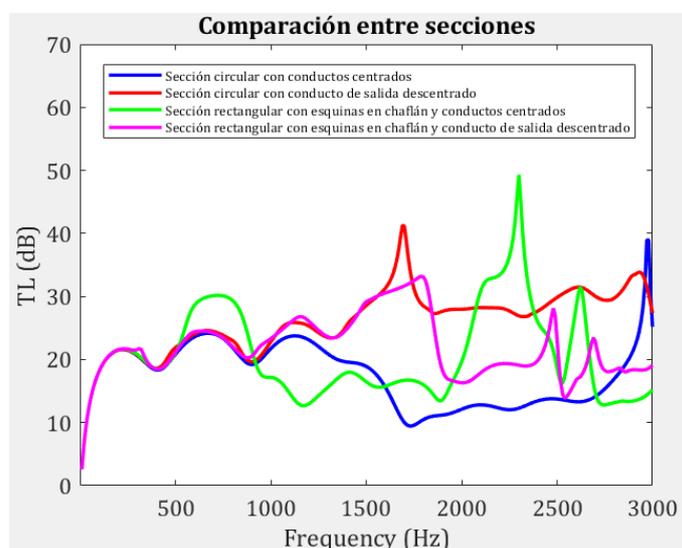


FIG. 34: COMPARACIÓN 2 ENTRE SECCIONES

En la figura anterior se observa una tendencia muy similar a la observada en la Fig. 33 y que ha sido descrita anteriormente. Hay que resaltar que en el intervalo de altas frecuencias (entre 2100 y 2400 Hz), en la sección rectangular de conductos centrados se produce un pico con un valor de atenuación muy elevado, alrededor de 50 dB, cosa que no ocurría anteriormente.

Cabe destacar que en este caso el comportamiento acústico de las distintas secciones es mucho más suave, es decir, no se producen tantos picos y valles como en la Fig. 33, donde el comportamiento es mucho más abrupto. Esto se debe al aumento de la energía acústica como consecuencia del aumento de la resistividad del monolito, que provoca que los mínimos del TL sean mayores, suavizando así las curvas. Esto provoca que el valor medio del TL que se obtiene en los distintos rangos de frecuencias sea mayor que en la comparación 1, tal y como era de esperar.

3.6 CONCLUSIONES

Tras la comparación y análisis de las distintas gráficas mostradas en los apartados anteriores, se pueden extraer un conjunto de conclusiones respecto a cada una de las variables involucradas.

En primer lugar, se ha podido observar que un aumento de la resistividad del monolito del catalizador produce una mejora en el parámetro del TL en todo el rango de frecuencias y en cualquier configuración geométrica. Esto se debe principalmente al carácter disipativo del monolito, que aumenta para mayores resistividades, de forma que se produce mayor disipación de energía sonora por fricción.

En segundo lugar, se ha analizado la influencia que tiene la longitud del monolito. Esta longitud repercute en dos fenómenos diferenciados. Por un lado, al aumentar la longitud del monolito, las curvas del TL se desplazan hacia frecuencias cada vez menores en cualquier configuración geométrica. Esto se debe principalmente a que al tener el dispositivo una longitud total mayor, las cúpulas de atenuación se estrechan. Por otro lado, cuando se varía la longitud del monolito, se produce una mejora en el valor del TL. En los valles, este valor de TL aumenta en todas las configuraciones geométricas debido al comportamiento disipativo del monolito, donde una mayor longitud del monolito ocasiona una mayor pérdida de energía acústica debido a la fricción a lo largo de las paredes capilares. En los picos, sin embargo, el valor del TL solo se mejora en las geometrías 1 y 3. En la zona de altas frecuencias no se identifica ningún patrón que determine la influencia de la longitud del monolito.

En tercer lugar y último lugar, se ha observado la influencia que tienen las longitudes de las cámaras de expansión y contracción, es decir, cómo influye la disposición simétrica o asimétrica de estas cámaras. Por un lado, en las geometrías 1,2 y 4, la configuración simétrica mejora el TL en determinados rangos de frecuencias, mientras que lo empeora en otros, respecto a los valores que se obtienen con la configuración asimétrica. Estos rangos son prácticamente iguales en las tres geometrías, donde la configuración simétrica mejora el valor del TL desde 500Hz hasta los 1000Hz y desde los 2200Hz hasta los 2600Hz. En el resto de los rangos, la configuración asimétrica proporciona mayores valores de TL o valores muy similares. Es decir, ninguna de las dos disposiciones mejora el valor de TL, respecto a la otra disposición, en todo el rango de frecuencias de estudio. Por otro lado, sin embargo, en la geometría 3 sí que se ha observado que la configuración de cámaras asimétricas proporciona unos valores de TL mayores en prácticamente la totalidad del rango de frecuencias.

4. OPTIMIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO ACÚSTICO MEDIANTE ALGORITMOS GENÉTICOS Y BASADOS EN GRADIENTE

Una vez se ha analizado en el apartado anterior cómo influyen diversas variables (en este caso, la longitud del monolito, la resistividad del monolito y la longitud de las cámaras de expansión y comprensión) en el comportamiento acústico de un catalizador, en este apartado se ha llevado a cabo la optimización de dicho comportamiento acústico a través de dos algoritmos optimizadores distintos, el algoritmo genético y el algoritmo basado en gradiente. Estos algoritmos son los encargados de determinar que valores deben de tomar cada una de las variables (dentro de un rango de valores acotado) para que el valor del TL medio a lo largo de un rango de frecuencias determinado sea lo más grande posible.

Cabe destacar que en este apartado se incluye una nueva variable de estudio, la porosidad del monolito, la cual se define como la relación que hay entre el área total transversal del catalizador y el área transversal ocupada por los conductos del monolito. Esta porosidad solo puede adquirir valores que van desde el 0, lo cual supondría que toda el área transversal del catalizador estaría ocupada por el monolito, formando así una pared rígida, hasta el 1, en el cual se consideraría que la porosidad es total y, por tanto, no habría monolito en el catalizador.

4.1 GENERALIDADES DE LOS PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

Dentro de los problemas de optimización se pueden diferenciar dos tipos, los problemas de maximización y los problemas de minimización. En particular, en el presente trabajo se aborda el problema de minimización.

Teóricamente y de forma general, el problema de minimización se puede definir de la siguiente manera. Dado un espacio de decisión X (también llamado espacio de búsqueda), un espacio objetivo Y (denominados valores objetivo) y un conjunto de funciones $f: X \rightarrow Y$ (llamadas funciones objetivas y que transforman el espacio de búsqueda en el espacio objetivo) las cuales están sujetas a una serie de restricciones g_j , se trata de encontrar una solución $\mathbf{x} \in X$ que minimice la función objetivo.

De forma esquemática el problema de minimización se representaría así:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimiza: } f(\mathbf{x}); & \mathbf{x} = \{x_i\}; \quad i = 1, \dots, n \\ \text{Con:} & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \{g_j(\mathbf{x})\}; \quad j = 1, \dots, m \\ \text{Cumpliendo:} & g_j(\mathbf{x}) \leq 0; \quad j = 1, \dots, m \\ & a_i \leq x_i \leq b_i; \quad i = 1, \dots, n \end{array}$$

FIG. 35. PROBLEMA MINIMIZACIÓN

Donde x_i representa a las variables en base a las cuales se define el problema de optimización y a_i y b_i son los límites inferiores y superiores del rango considerado de dichas variables. Las funciones g_j son las denominadas funciones de restricción.

Existen numerosos algoritmos de optimización que implementan el problema de minimización, por lo que en función del tipo de algoritmo que se emplee se utilizarán exactamente estas funciones u otras con pequeñas variaciones. Hay ciertos algoritmos que utilizan información obtenida solamente de la función objetivo mientras que otros, sin embargo, utilizan información de las derivadas de la función objetivo e incluso de las funciones de restricción.

En el presente trabajo se han empleado dos algoritmos de optimización de naturaleza completamente distinta. En primer lugar, se ha utilizado un algoritmo basado en gradiente, de naturaleza determinista, por medio de una función propia de MatLab llamada "fmincon". En segundo lugar, se ha empleado un algoritmo genético, de naturaleza estocástica, a través de una función propia de MatLab denominada por el nombre "ga". Las características y particularidades de cada uno de ellos se describen en los siguientes apartados.

4.2 ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN BASADOS EN GRADIENTE

Los algoritmos basados en gradientes constituyen el grupo más importante de los algoritmos deterministas y se fundamentan en las derivadas de la función objetivo. A partir de estos algoritmos se obtiene la dirección del incremento a imponer en las variables de optimización y el módulo del incremento de dichas variables para alcanzar el máximo o el mínimo global de la función objetivo.

El gradiente de una función diferenciable (F) en un punto Φ (considerando este punto como el conjunto de variables de optimización) es el vector de primeras derivadas parciales de F respecto a cada una de las variables consideradas en el punto Φ .

$$g(\Phi) = \nabla F(\Phi) = \left[\frac{\partial F(\Phi)}{\partial \Phi_1}, \dots, \frac{\partial F(\Phi)}{\partial \Phi_n} \right] \quad (63)$$

Para encontrar el mínimo de la función objetivo se debe encontrar un punto Φ_{opt} de tal forma que el gradiente en ese punto sea cero.

$$g(\Phi_{opt}) = \left(\frac{\partial F(\Phi)}{\partial \Phi} \right) \Big|_{\Phi=\Phi_{opt}} = 0 \quad (64)$$

La principal ventaja de este algoritmo es que el coste computacional es muy reducido, en comparación con otros algoritmos de optimización. Sin embargo, el inconveniente es que no siempre proporciona necesariamente mínimos o máximos globales, sino que pueden proporcionar en determinados casos mínimos o máximos locales. Además, no se puede emplear este tipo de algoritmo en funciones no diferenciables.

4.2.1 ALGORITMO “FMINCON” DE MATLAB

En el presente trabajo, este algoritmo de optimización se ha empleado a través de una función propia de MatLab denominada “fmincon”. Esta función se emplea en los problemas de minimización para buscar el mínimo de una función multivariable no lineal restringida. La principal limitación de esta función de MatLab es que es un método basado en gradiente y, por tanto, solo puede emplearse en problemas donde las funciones objetivas y de restricción son continuas y derivables y sus primeras derivadas también.

Es decir, es un algoritmo que encuentra el mínimo de un problema especificado por:

$$\min f(x) \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ c_{eq}(x) = 0 \\ A * x \leq b \\ A_{eq} * x = b_{eq} \\ lb \leq x \leq ub \end{cases} \quad (65)$$

La sintaxis más general de esta función y que es la que se ha empleado en el desarrollo de este trabajo es la siguiente:

$$[x, fval] = \text{fmincon}(\text{fun}, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, \text{nonlcon}, \text{options})$$

Donde los argumentos de entrada son:

- fun: Hace referencia a la función a minimizar. Es una función que devuelve un escalar. Puede ser una función lineal o no lineal
- x0: Es el valor inicial de cada una de las variables, especificado mediante un vector o matriz real, a partir del cual el algoritmo comienza la iteración para encontrar la solución óptima.
- A: Es una matriz real que representa las restricciones de la desigualdad lineal. Sus dimensiones son MxN, donde M es el número de desigualdades, y N es el número de variables.
- b: Es un vector real que representa las restricciones de la desigualdad lineal. Sus dimensiones son Mx1, donde M es el número de desigualdades.
- Aeq: Es una matriz real que representa las restricciones de la igualdad lineal. Sus dimensiones son MexN, donde Me es el número de igualdades, y N es el número de variables.
- beq: Es un vector real que representa las restricciones de la igualdad lineal. Sus dimensiones son Mex1, donde Me es el número de igualdades.
- lb: Son los límites inferiores de cada una de las variables, especificados a través de un vector o matriz real. Debe tener la misma dimensión que x0.
- ub: Son los límites superiores de cada una de las variables, especificados a través de un vector o matriz real. Debe tener la misma dimensión que x0.
- nonlcon: Representa las restricciones no lineales del problema, especificadas como un identificador de función o un nombre de función. nonlcon es una función que acepta un vector y devuelve dos vectores, c(x) y ceq(x). c(x) es la matriz de restricciones de desigualdad no lineal y ceq(x) es la matriz de restricciones de

igualdad no lineal. Estos vectores son funciones que devuelven vectores y pueden ser funciones lineales o no lineales.

- options: Son las opciones de optimización, especificadas como la salida de la función denominada *optimoptions*.

Donde los argumentos de salida son:

- x: Es la solución óptima que ha encontrado el algoritmo y que representa el valor óptimo de cada una de las variables del problema. Se puede devolver mediante un vector o matriz real. El tamaño de x debe ser el mismo que x0.
- fval: Es el valor de la función objetivo en la solución óptima, devuelto como un número real.

En el presente proyecto, esta función se ha empleado con los siguientes argumentos de entrada y salida:

```
[x,fval] = fmincon(@objetivo,[0.1 0.1 0.1 1000 0.88],[[],[],[],[],...
                        [0.05 0.05 0.05 500 0.8],[0.15 0.15 0.15 2000 0.9],[],options)
```

FIG. 36: FUNCIÓN “FMINCON” DE MATLAB

En ella se puede observar como la función a minimizar es “objetivo”, cuyo argumento de salida se ha definido como el valor del TL medio con signo negativo. También se han fijado los valores iniciales de las variables del problema, así como sus valores límites inferiores y superiores. El orden de definición de las variables es:

- x(1): Longitud de la cámara de entrada
- x(2): Longitud del monolito
- x(3): Longitud de la cámara de salida
- x(4): Resistividad del monolito
- x(5): Porosidad del monolito

Sin embargo, debido a que el problema acústico se ha planteado y formulado sin restricciones, todos los argumentos de entrada de la función “fmincon” relacionados con las restricciones lineales y no lineales se han dejado sin definir, mediante la introducción de dos corchetes en blanco.

Por último, se han descrito las opciones de optimización mediante la función denominada *optimoptions*, para posteriormente introducirlas mediante el argumento de entrada de “options”. Estas opciones se han definido de la siguiente forma:

```
options = optimoptions(@fmincon,'Display','iter','Algorithm','interior-point');
```

FIG. 37: DEFINICIÓN DE OPCIONES DE OPTIMIZACIÓN EN EL ALGORITMO DE “FMINCON”

Se puede apreciar en la función anterior que se han creado dos opciones de optimización para la función de minimización de “fmincon”. Por un lado, se ha fijado la opción de “Algorithm” en “interior-point”, mediante lo cual se garantiza que los componentes de x0 (valores iniciales de las variables del problema) estén estrictamente entre los valores límites lb y ub. Por otro lado, se ha fijado el “Display” en la opción de “iter”, lo que habilita que se muestre el mensaje de salida predeterminado en cada una de las iteraciones que se hagan. Este mensaje predeterminado es el siguiente:

Iter	F-count	f(x)	Feasibility	First-order optimality	Norm of step
31	294	-3.565206e+01	0.000e+00	1.085e+07	4.969e-05
32	304	-3.611708e+01	0.000e+00	1.548e+05	2.576e-07
33	310	-3.694635e+01	0.000e+00	2.212e+07	2.476e-01
34	325	-3.708039e+01	0.000e+00	1.215e+06	2.776e-08
35	335	-3.719815e+01	0.000e+00	2.168e+07	6.988e-09
36	348	-3.723997e+01	0.000e+00	2.321e+07	4.622e-09
37	355	-3.723998e+01	0.000e+00	2.322e+07	1.272e-06
38	365	-3.746338e+01	0.000e+00	3.121e+07	1.931e-08
39	375	-3.816598e+01	0.000e+00	2.191e+07	4.553e-08
40	387	-3.835515e+01	0.000e+00	4.051e+07	1.759e-08

FIG. 38 OPCIÓN DE DISPLAY: "ITER"

La información de las tres primeras columnas está relacionada con las iteraciones que realiza el algoritmo optimizador, el número de veces que se ha evaluado la función objetivo y el valor de esta función objetivo en la iteración correspondiente, respectivamente. Este valor de la función objetivo debe de ir aumentando en cada iteración hasta que se estabilice y converja, tal y como se muestra en la figura anterior. El resto de las columnas son características de cálculo del propio algoritmo.

4.3 ALGORITMOS GENÉTICOS

Los algoritmos genéticos son aquellos algoritmos estocásticos que se inspiran en la teoría evolutiva de selección natural propuesta por Darwin y Russel. Estos algoritmos permiten que los individuos de una población inicial se reproduzcan generando nuevos descendientes, cuyas características son combinación de las características de sus progenitores (más una serie de mutaciones). Es decir, esta evolución de la población se realiza a través de acciones aleatorias que se asemejan a las que actúan en la evolución biológica, esto es, las recombinaciones genéticas y las mutaciones. De todos ellos, y de acuerdo con un criterio de selección determinado, se decide cuáles son los individuos más adaptados, que sobreviven y podrán reproducirse de nuevo, transmitiendo así sus mejores características a las siguientes generaciones. El resto de los individuos son descartados y no se reproducirán.

Aunque existen variaciones, la estructura de un algoritmo genético para optimizar una función objetivo con una o múltiples variables debe cumplir los siguientes pasos:

1. Crear una población inicial aleatoria de P individuos. En este caso, cada individuo representa una combinación aleatoria de valores de las variables.
2. Determinar cuáles son los individuos mejor adaptados mediante el cálculo de su función de aptitud, también denominado "fitness". Este "fitness" está estrechamente relacionado con el valor de la función objetivo para cada individuo. Si se quiere maximizar, cuanto mayor sea el valor de la función para el individuo, mayor será su "fitness". En el caso de minimización, cuanto menor sea el valor de la función para el individuo, mayor será su "fitness".
3. Crear una nueva población y repetir los siguientes pasos hasta que se hayan creado P nuevos individuos.

- 3.1. Seleccionar dos individuos de la población existente, donde la probabilidad de selección es proporcional al "fitness" de los individuos. Es decir, cuanto mayor sea su "fitness", más probabilidad habrá de que ese individuo se reproduzca.
- 3.2. Cruzar los dos individuos seleccionados para generar un nuevo descendiente (crossover), de forma que éste contenga las mejores características de ambos. Para ello se emplean los operadores genéticos de reproducción, cruce y mutación.
- 3.3. Aplicar un proceso de mutación aleatorio sobre el nuevo individuo.
- 3.4. Añadir el nuevo individuo a la nueva población.
4. Reemplazar la antigua población por la nueva generación.
5. Repetir los pasos desde el 2 hasta el 4 a modo de iteración hasta que se cumpla la condición de parada.
6. Cuando se cumple la condición de parada, se devuelve al mejor individuo encontrado (bien el mejor de todas las generaciones, bien el mejor de la última generación).

Al igual que ocurre en muchos otros algoritmos heurísticos, el buen comportamiento del algoritmo genético es altamente dependiente de los parámetros iniciales (tamaño de la población, porcentaje de cruce, criterio de mutación, número de generaciones, etc.), por lo que es necesario ajustar correctamente estos parámetros para tratar de mejorar el funcionamiento del algoritmo y obtener la mejor solución posible.

A cada iteración de este proceso se le denomina una generación. De forma general, un algoritmo genético se itera de 50 a 500 o incluso más generaciones. El conjunto entero de generaciones que se han generado se denomina una ejecución. Al final de una ejecución existen a menudo uno o varios individuos altamente adecuados en la población, y que son candidatos a ser elegidos como solución al problema.

La principal ventaja de este tipo de algoritmo es que puede ser empleado en cualquier tipo de función, sin ningún tipo de restricción. Esto permite que este algoritmo pueda emplearse cuando se trabaja con funciones objetivos que no son derivables (o cuya derivación es muy compleja). Se ha comprobado que son altamente eficaces en estas situaciones.

Sin embargo, hay que tener en cuenta que el coste computacional de este algoritmo es mucho más elevado que otros algoritmos optimizadores ya que, en primer lugar, si la función objetivo tiene muchos máximos o mínimos locales se requerirán más iteraciones (o generaciones) para lograr encontrar el máximo o mínimo global, y, en segundo lugar, se requiere evaluar muchas soluciones intermedias, es decir, se necesita evaluar cada individuo de cada generación.

4.3.1 ALGORITMO "GA" DE MATLAB

En este proyecto, este algoritmo de optimización se ha empleado a través de una función propia de MatLab denominada "ga", que está disponible en *Global Optimization Toolbox*. Esta función se emplea para encontrar el mínimo de una función objetivo usando el algoritmo genético descrito en el apartado anterior.

La sintaxis más general de esta función y que es la que se ha utilizado en el desarrollo de este trabajo es la siguiente:

$$[x, fval] = ga(fun, nvars, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlcon, options)$$

Donde los argumentos de entrada son:

- **fun:** Hace referencia a la función a minimizar. Es una función que devuelve un escalar. Puede ser una función lineal o no lineal.
- **nvars:** Es el número de variables que tiene el problema de optimización, introducido como un número entero positivo.
- **A:** Es una matriz real que representa las restricciones de la desigualdad lineal. Sus dimensiones son $M \times N$, donde M es el número de desigualdades, y N es el número de variables.
- **b:** Es un vector real que representa las restricciones de la desigualdad lineal. Sus dimensiones son $M \times 1$, donde M es el número de desigualdades.
- **Aeq:** Es una matriz real que representa las restricciones de la igualdad lineal. Sus dimensiones son $M_e \times N$, donde M_e es el número de igualdades, y N es el número de variables.
- **beq:** Es un vector real que representa las restricciones de la igualdad lineal. Sus dimensiones son $M_e \times 1$, donde M_e es el número de igualdades.
- **lb:** Son los límites inferiores de cada una de las variables, especificados a través de un vector o matriz real. Debe tener la misma dimensión que x_0 .
- **ub:** Son los límites superiores de cada una de las variables, especificados a través de un vector o matriz real. Debe tener la misma dimensión que x_0 .
- **nonlcon:** Representa las restricciones no lineales del problema, especificadas como un identificador de función o un nombre de función. **nonlcon** es una función que acepta un vector y devuelve dos vectores, $c(x)$ y $ceq(x)$. $c(x)$ es la matriz de restricciones de desigualdad no lineal y $ceq(x)$ es la matriz de restricciones de igualdad no lineal. Estos vectores son funciones que devuelven vectores y pueden ser funciones lineales o no lineales.
- **options:** Son las opciones de optimización, especificadas como la salida de la función denominada *optimoptions*.

Donde los argumentos de salida son:

- **x:** Es la solución óptima que ha encontrado el algoritmo y que representa el valor óptimo de cada una de las variables del problema. Se puede devolver mediante un vector o matriz real. El tamaño de x debe ser el mismo que x_0 .
- **fval:** Es el valor de la función objetivo en la solución óptima, devuelto como un número real.

En el presente proyecto, esta función se ha empleado con los siguientes argumentos de entrada y salida:

```
[x, fval] = ga(@objetivo, 5, [], [], [], [], [0.05 0.05 0.05 500 0.8], ...
              [0.15 0.15 0.15 2000 0.9], [], options)
```

FIG. 39: FUNCIÓN GA DE MATLAB

En ella se puede observar como la función a minimizar es “objetivo”, cuyo argumento de salida se ha definido como el valor del TL medio con signo negativo. También se ha fijado el número total de variables del problema de optimización, así como sus valores límites inferiores y superiores. El orden de definición de las variables es el mismo que en descrito en el algoritmo de “fmincon”.

Tal y como se ha comentado anteriormente, al formular el problema acústico sin restricciones, todos los argumentos de entrada de la función “ga” relacionados con las restricciones lineales y no lineales se han dejado sin definir, mediante la introducción de dos corchetes en blanco, al igual que sucedía en el algoritmo de “fmincon”.

Por último, se han descrito las opciones de optimización mediante la función denominada *optimoptions*, para posteriormente introducirlas mediante el argumento de entrada de “options”. Estas opciones se han definido de la siguiente forma:

```
options = optimoptions('ga','ConstraintTolerance',1e-6,'Display',...
    'iter','FunctionTolerance',1e-6,...
    'PlotFcn', @gaplotbestf);
```

FIG. 40: DEFINICIÓN DE OPCIONES DE OPTIMIZACIÓN EN EL ALGORITMO GA

Se puede observar en la función anterior que se han creado cuatro opciones de optimización distintas para la función de minimización de “ga”. En primer lugar, se ha fijado la opción de “ConstraintTolerance” en el valor de 1e-6, mediante lo cual se determina la tolerancia respecto al cumplimiento de las restricciones no lineales. En segundo lugar, se ha definido la “FunctionTolerance” en el valor de 1e-6, lo cual detiene la ejecución del algoritmo cuando el cambio relativo promedio en el mejor valor de la función de aptitud (fitness) de los individuos de cada generación es menor o igual que 1e-6. En tercer lugar, se ha definido el “PlotFcn” en el valor de “@gaplotbestf”, lo que permite definir las opciones de la gráfica donde se trazan los datos calculados por el algoritmo. Mediante la opción seleccionada, en el gráfico se dibuja el mejor valor de fitness encontrado y el fitness medio de cada generación. En cuarto y último lugar, se ha fijado el “Display” en la opción de “iter”, lo que habilita que se muestre el mensaje de salida predeterminado en cada una de las iteraciones que se hagan. Este mensaje predeterminado es el siguiente:

Generation	f-count	Best f(x)	Mean f(x)	Stall Generations
181	9100	-27.87	-27.87	1
182	9150	-27.87	-27.87	2
183	9200	-27.87	-27.87	3
184	9250	-27.87	-27.87	4
185	9300	-27.87	-27.87	5
186	9350	-27.87	-27.87	0
187	9400	-27.87	-27.87	1
188	9450	-27.87	-27.87	0
189	9500	-27.87	-27.87	1
190	9550	-27.87	-27.87	2
191	9600	-27.87	-27.87	3

FIG. 41: OPCIÓN DISPLAY: "ITER"

La información de las cuatro primeras columnas está relacionada con las iteraciones que realiza el algoritmo optimizador, el número de veces que se ha evaluado la función objetivo, el valor máximo de la función objetivo en la iteración correspondiente y el valor medio de la función objetivo, respectivamente. Este valor de la función objetivo debe de ir aumentando en cada iteración hasta que se estabilice y converja, tal y como se muestra en la figura anterior. La última columna es una característica de cálculo del propio algoritmo.

4.4 INTEGRACIÓN DE HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES: TÉCNICA DE AJUSTE MODAL Y ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN

En este apartado se han descrito brevemente los principales scripts que se han empleado en MatLab para realizar los cálculos correspondientes a este apartado del proyecto. Se ha indicado la función que realiza cada uno y cuáles son los parámetros de entrada y salida de cada uno de ellos. Los códigos concretos de cada script se detallan en los anexos.

- **Variab:** Es un archivo de texto en el cual se definen las distintas variables que intervienen en el problema acústico del catalizado. Tiene la misma estructura que el archivo de texto "Variab" descrito en el apartado 3.3. La única diferencia es que en lugar de definir el rango de frecuencias en el que se desea calcular el valor del parámetro TL, en este caso se define el rango de frecuencias de optimización, es decir, el rango de frecuencias donde se desea optimizar el valor del TL. Además, en este caso, hay ciertas variables cuyos valores no se consideran parámetros de entrada en el script principal, sino que se definen como variables de la función objetivo para su optimización, es decir, sus valores van cambiando de forma que se obtenga el valor óptimo del TL. Por esta razón estas variables aparecen comentadas mediante el símbolo % en este archivo. Su código se muestra en el Anexo IV.
- **Previo_ajuste_modal.m:** En este script se lee el fichero "variab" con las variables del problema acústico y los diferentes ficheros donde se definen la malla de elementos finitos 2D de la sección transversal del catalizador. Con ello se realiza el cálculo de autovalores (frecuencias naturales) y autovectores (modos de presión). Es decir, se realizan todos los cálculos previos al cálculo de respuesta en frecuencias. Este script es utilizado en la función "Principal_fmin.m" y "Principal_ga.m". Su código se muestra en el Anexo V.
- **Ajuste_modal.m:** Este script es el mismo que se ha utilizado en el apartado 3 del presente proyecto. Se recuerda que en este script se implementa mediante el lenguaje de programación M (lenguaje propio de MatLab) la técnica de ajuste modal híbrida analítico-numérica, descrita de forma teórica en el apartado 3.1, para calcular la respuesta en frecuencia del catalizador. Este script es utilizado dentro del script "Objetivo.m". Su código se muestra en el ANEXO II: SCRIPT DE MATLAB "AJUSTE_MODAL.M".

- **Objetivo.m:** Esta función aplica la técnica de ajuste modal híbrido analítico-numérico, llamando al script “Ajuste_modal.m”, y da como parámetro de salida el valor medio del TL con signo menos. Esta función se emplea en las funciones “Principal_fmin.m” y “Principal_ga.m”. Su código se muestra en el Anexo VI.
- **Principal_fmin.m:** Función en la que se emplea el algoritmo optimizador propio de MatLab “fmincon” para llevar a cabo la minimización de la función “Objetivo.m”, es decir, para minimizar su parámetro de salida, que tal como se ha indicado anteriormente, es el valor medio del TL con signo negativo. Cabe destacar que esto es completamente equivalente a maximizar el valor medio del TL con signo positivo, que es realmente el objetivo principal de este proyecto. Para realizarlo, esta función llama previamente al script “Previo_ajuste_modal.m” para calcular los autovalores y autovectores del problema acústico. Su código se muestra en el Anexo VII.
- **Principal_ga.m:** Esta función realiza exactamente la misma labor que la función “Principal_fmin.m”, donde la única diferencia reside en el empleo de un algoritmo optimizador diferente, que en este caso es el algoritmo genético “ga”. Su código se muestra en el Anexo VIII.

Por último, cabe destacar que tanto las funciones y scripts empleadas en el apartado 3 como en el 4 se llevan a cabo los mismos pasos de cálculo. Esto es, se leen los ficheros con las variables de entrada del problema acústico y los diferentes ficheros donde se definen la malla de elementos finitos 2D de la sección transversal del catalizador. Con ello se calculan los autovectores (modos acústicos) y autovalores (frecuencias) del problema acústico. Finalmente, se calcula la respuesta en frecuencia mediante la técnica híbrida analítica-numérica. La única diferencia es el objetivo final de cada uno de los apartados, donde en el apartado 3 únicamente se desea calcular el valor del TL en un rango de frecuencias, en el apartado 4 se desea optimizar el valor medio del TL en un rango de frecuencias específico.

4.5 FUNCIÓN OBJETIVO DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

La función objetivo a minimizar en este problema de minimización es el valor medio del TL (pérdida de transmisión) con signo negativo en un determinado rango de frecuencias de interés. Esto es completamente equivalente a maximizar el valor medio del TL con signo positivo, que es nuestro verdadero objetivo.

Esta función objetivo se obtiene como parámetro de salida de la función denominada “objetivo.m”, en la cual se calcula el valor del TL en todo el rango de frecuencia de estudio mediante la función “ajuste_modal.m” para posteriormente calcular el valor medio del TL únicamente en el rango de frecuencia de interés. Esta optimización en un rango de frecuencias concreto provocará que en dicho rango el TL se vea considerablemente mejorado, mientras que en las frecuencias que estén fuera de dicho rango el resultado del TL puede verse empeorado.

Para determinar el rango de frecuencias de interés se ha empleado de base los cálculos realizados en tercer apartado de este trabajo. En dichos cálculos se observaba que las

cuatro configuraciones presentaban un valor de TL bastante bajo alrededor de los 500 Hz, así como en la zona alrededor de los 1120 Hz. Por esta razón se ha decidido que los rangos de frecuencia donde se va a optimizar el valor del TL sean dos. El primero que recorra desde los 450 Hz hasta los 550 Hz y un segundo que se extienda desde los 1070 Hz hasta los 1170 Hz. Cabe destacar que, en una aplicación real, para fijar el rango de frecuencias de interés habría que ver el espectro de la fuente de ruido (en este caso el motor) y optimizar el TL donde dicho espectro sea más desfavorable o más "ruidoso".

4.6 RESULTADOS

En el siguiente apartado se van a presentar y analizar los resultados obtenidos tras la ejecución de los diferentes algoritmos de optimización de MatLab. Tal y como se ha comentado en el apartado anterior, se han optimizado dos rangos de frecuencias distintos, uno que se extiende desde los 450 Hz hasta los 550 Hz y otro que comprende desde los 1070 Hz hasta los 1170 Hz.

La optimización de cada uno de los rangos se ha dividido en dos estudios distintos. En primer lugar, se ha realizado la optimización empleando solo tres variables de cálculo, que son las relativas a las longitudes (de cámara de entrada, de cámara de salida y del monolito) y se han mantenido constantes otras dos, que son la porosidad y la resistividad del monolito. En segundo lugar, se han empleado las cinco variables de cálculo sin mantener ninguna constante. De esta forma se tiene un total de ocho estudios distintos, cuatro estudios por cada algoritmo optimizador.

Esta metodología permite observar, por un lado, cómo influyen los parámetros puramente geométricos en el aislamiento acústico del catalizador, y, por otro lado, ver cuánto mejora el valor del TL al optimizar los valores característicos del monolito, que son su resistividad y su porosidad.

Cabe destacar que, en el rango desde los 1070 Hz hasta los 1170 Hz, únicamente se han optimizado las configuraciones 1, 2 y 4 para acotar la extensión del estudio paramétrico realizado. Con los cálculos realizados es suficiente para ilustrar la bondad del método de cálculo.

En el subapartado 4.6.1 se han mostrado los valores que adquieren cada una de las variables de cálculo en cada uno de los estudios de optimización y para cada una de las configuraciones, mostrando por separado lo obtenido con el algoritmo "fmincon" y con el algoritmo "ga". Cabe indicar que las unidades que se han empleado en las tablas son los segundos (s) para el tiempo de cálculo, los metros (m) para las longitudes, los decibelios (dB) para el valor del TL, para la resistividad los Pa·s/m² y la porosidad es una variable adimensional.

En el subapartado 4.6.2 y subapartados sucesivos se despliegan los gráficos del cálculo de la respuesta en frecuencia del catalizador con los resultados que se han obtenido con ambas optimizaciones para cada uno de los estudios. Las gráficas de las dos optimizaciones se muestran de forma conjunta, y se ha añadido además el cálculo del TL sin optimizar para el caso genérico donde las distintas variables se han fijado en los

valores de $R_{\text{monolito}}=1000 \text{ Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ $L_{\text{monolito}}=0,1 \text{ m}$, $L_{\text{expansión}}=0,1 \text{ m}$ y $L_{\text{contracción}}=0,1 \text{ m}$, con el objetivo de analizar y comparar los distintos resultados de forma clara y concisa.

4.6.1 VALORES ÓPTIMOS

ESTUDIO 1		Optimizar TL en el rango 450-550 Hz manteniendo fijas la Resistividad y Porosidad					
Configuración	Tiempo de cálculo	Longitud entrada	Longitud Monolito	Longitud salida	Resistividad Monolito	Porosidad Monolito	TL (medio)
1	507,41973	0,15000	0,15000	0,15000	1000,00000	0,88000	-23,68460
2	1795,42000	0,15000	0,15000	0,15000	1000,00000	0,88000	-23,84471
3	1082,96000	0,05022	0,14014	0,05022	1000,00000	0,88000	-37,49319
4	1110,74000	0,15000	0,15000	0,15000	1000,00000	0,88000	-24,14315

ESTUDIO 2		Optimizar TL en el rango 450-550 Hz incorporando la Resistividad y Porosidad					
Configuración	Tiempo de cálculo	Longitud entrada	Longitud Monolito	Longitud salida	Resistividad Monolito	Porosidad Monolito	TL (medio)
1	1297,60000	0,15000	0,15000	0,15000	1999,99991	0,80000	-25,37237
2	3609,18000	0,15000	0,15000	0,15000	1999,99990	0,80000	-25,51130
3	955,28000	0,05233	0,13787	0,05233	1000,01517	0,89446	-38,73990
4	2674,56000	0,15000	0,15000	0,15000	1999,99955	0,80000	-25,92400

ESTUDIO 3		Optimizar TL en el rango 1070-1170 Hz manteniendo fijas la Resistividad y Porosidad					
Configuración	Tiempo de cálculo	Longitud entrada	Longitud Monolito	Longitud salida	Resistividad Monolito	Porosidad Monolito	TL (medio)
1	1750,62000	0,05000	0,12066	0,05837	1000,00000	0,88000	-34,90745
2	2053,24000	0,10009	0,15000	0,10262	1000,00000	0,88000	-25,53280
4	2152,35000	0,13012	0,15000	0,08761	1000,00000	0,88000	-25,35400

ESTUDIO 4		Optimizar TL en el rango 1070-1170 Hz incorporando la Resistividad y Porosidad					
Configuración	Tiempo de cálculo	Longitud entrada	Longitud Monolito	Longitud salida	Resistividad Monolito	Porosidad Monolito	TL (medio)
1	2469,84000	0,05661	0,12646	0,05000	500,00000	0,90000	-37,84357
2	4312,61000	0,09644	0,15000	0,09654	1999,99990	0,80000	-26,70000
4	5411,98000	0,10630	0,15000	0,09695	1999,99990	0,80000	-26,47380

TABLA 1. VALORES ÓPTIMOS PARA CADA ESTUDIO DEL ALGORITMO “FMINCON”

ESTUDIO 1		Optimizar TL en el rango 450-550 Hz manteniendo fijas la Resistividad y Porosidad					
Configuración	Tiempo de cálculo	Longitud entrada	Longitud Monolito	Longitud salida	Resistividad Monolito	Porosidad Monolito	TL (medio)
1	3598,57000	0,14999	0,14999	0,14999	1000,00000	0,88000	-23,68410
2	21915,60000	0,14998	0,14994	0,14996	1000,00000	0,88000	-23,84220
3	1382,77000	0,05000	0,08787	0,05000	1000,00000	0,88000	-32,29870
4	10728,49000	0,15000	0,15000	0,15000	1000,00000	0,88000	-24,14290

ESTUDIO 2		Optimizar TL en el rango 450-550 Hz incorporando la Resistividad y Porosidad					
Configuración	Tiempo de cálculo	Longitud entrada	Longitud Monolito	Longitud salida	Resistividad Monolito	Porosidad Monolito	TL (medio)
1	1959,09000	0,15000	0,15000	0,15000	1918,99044	0,80001	-25,29990
2	-	0,15000	0,15000	0,14998	1731,87067	0,80000	-25,27170
3	3660,46000	0,05000	0,08247	0,05000	500,00000	0,89998	-34,08200
4	15335,72000	0,14999	0,14999	0,14999	1999,99998	0,80000	-25,92370

ESTUDIO 3		Optimizar TL en el rango 1070-1170 Hz manteniendo fijas la Resistividad y Porosidad					
Configuración	Tiempo de cálculo	Longitud entrada	Longitud Monolito	Longitud salida	Resistividad Monolito	Porosidad Monolito	TL (medio)
1	5352,14000	0,05007	0,12071	0,05826	1000,00000	0,88000	-34,90530
2	23629,64000	0,05007	0,06733	0,07767	1000,00000	0,88000	-27,70840
4	6010,96000	0,08756	0,07282	0,05552	1000,00000	0,88000	-28,06210

ESTUDIO 4		Optimizar TL en el rango 1070-1170 Hz incorporando la Resistividad y Porosidad					
Configuración	Tiempo de cálculo	Longitud entrada	Longitud Monolito	Longitud salida	Resistividad Monolito	Porosidad Monolito	TL (medio)
1	6881,30000	0,05725	0,12312	0,05001	764,74647	0,90000	-36,30410
2	43542,92000	0,05001	0,06921	0,07081	1929,33999	0,80010	-27,91350
4	13179,03000	0,07508	0,07885	0,05853	528,33260	0,80008	-29,57780

TABLA 2. VALORES ÓPTIMOS PARA CADA ESTUDIO DEL ALGORITMO "GA"

A continuación, se han comentado brevemente cuáles son las observaciones que se han realizado de los datos mostrados en las dos tablas anteriores para cada uno de los casos de estudios.

En el estudio 1, se observa que tanto para el algoritmo “fmincon” como para el algoritmo “ga” existe una clara tendencia en las longitudes de la cámara de entrada y salida y en la longitud del monolito para las configuraciones del catalizador 1, 2 y 4, que tienden a su valor máximo de 0,15 m. Sin embargo, en la configuración 3 se aprecia que las longitudes de la cámara de entrada y salida tienden a su valor mínimo, mientras que la longitud del monolito adquiere un valor intermedio. Esto se debe a que esta configuración no tiene la misma respuesta en frecuencia que el resto de las configuraciones, ya que en el intervalo de optimización se obtiene un pico del TL muy pronunciado que no se observa en el resto de las geometrías, tal y como se muestra en los resultados gráficos.

El valor medio del TL, para el rango de frecuencias de optimización, que se obtiene tanto para el algoritmo “fmincon” y “ga” son idénticos para las configuraciones 1, 2 y 4, mientras que en la configuración 3 se obtiene mayor valor del TL medio con “fmincon”, ya que se consigue un pico de TL mayor en ese rango.

Como era de esperar por la propia naturaleza de cada optimizador, el tiempo de cálculo es mucho más elevado para el algoritmo “ga”. Esto se repite para cada uno de los casos de estudio. Cabe destacar que los cálculos relacionados con el algoritmo “ga” se han realizado con un ordenador mucho más potente que los cálculos relacionados con el algoritmo “fmincon”, de forma que las diferencias de tiempo en realidad son mucho más grandes que las que se muestran en las tablas anteriores.

En el estudio 2, para las longitudes de la cámara de entrada y salida y la del monolito se observa la misma tendencia que en el estudio 1, esto es, tienden a su valor máximo para las configuraciones 1, 2 y 4, mientras que en la 3 tienden a su valor mínimo las longitudes de la cámara de entrada y salida y a un valor intermedio la longitud del monolito. Esto se observa para ambos algoritmos.

En este estudio se incluyen las variables de resistividad y la porosidad del monolito. En relación con estas variables, para el algoritmo “fmincon” se observa una tendencia al valor máximo de resistividad y un valor mínimo de porosidad para las geometrías 1,2 y 4, mientras que en la geometría 3, sin embargo, se observa un valor intermedio en la resistividad y un valor máximo en la porosidad. Para el algoritmo “ga” se observa la misma tendencia para las configuraciones 1, 2 y 4, pero menos pronunciado en el caso de los valores de la resistividad. Esto conlleva que los valores de TL obtenidos con este algoritmo sean ligeramente inferiores. En el caso de la geometría 3, en este algoritmo se obtiene un valor mínimo para la resistividad y un valor máximo para la porosidad, justamente al contrario que en el resto de las configuraciones. Esto se debe, al igual que se ha indicado en el estudio 1, al comportamiento tan peculiar que tiene la configuración en su respuesta en frecuencia.

Cabe destacar que, al disponer en este estudio de un mayor número de variables de cálculo (al incorporar la resistividad y la porosidad) los tiempos de cálculo en ambos

algoritmos aumentan, pero también se logra una mayor optimización al obtener un valor medio del TL mayor en el rango de frecuencias de optimización.

En los estudios 3 y 4, en el algoritmo “fmincon” no se observa ninguna tendencia general en las longitudes de las cámaras de entrada y salida, excepto en la configuración 1 que tienden a su valor mínimo. En cuanto a la longitud del monolito, ésta tiende a su valor máximo en la configuración 2 y 4, mientras que en la geometría 1 adquiere un valor intermedio. En cuanto a la resistividad y porosidad del monolito, en el estudio 4 se observa una tendencia hacia el valor mínimo de resistividad y valor máximo de porosidad en la configuración 1, mientras que en la configuración 2 y 4 sucede todo lo contrario, es decir, la resistividad tiende a su mayor valor y la porosidad a su menor valor. Se puede concluir de este modo que existe una clara diferencia en el comportamiento frente a frecuencias medias (1070-1170 Hz) entre la configuración 1 y la 2-4.

Por otro lado, en el algoritmo “ga” tampoco se observa una tendencia clara en relación con las longitudes de las cámaras de entrada y salida del catalizador, excepto en la configuración 1, donde estas longitudes tienden a su valor mínimo. Las longitudes del monolito toman valores intermedios en todas las configuraciones, de forma que no se puede extraer ningún patrón. En cuanto a la resistividad, ésta tiende a su valor máximo en la configuración 2, a su valor mínimo en la configuración 4 y adquiere un valor intermedio en la configuración 1, es decir, en cada geometría se observa una tendencia distinta. Respecto a la porosidad, ésta tiende a su valor máximo en la configuración 1 y a su valor mínimo en la 2 y en la 4.

En cuanto a los tiempos de cálculo, son mayores en el algoritmo “ga”, pero también se obtienen mayor valor medio de TL en el rango de optimización.

Cabe destacar que el valor medio del TL obtenido en la configuración 1 es bastante más elevado en comparación con el resto de las geometrías. Esto sucede para ambos algoritmos y en los dos casos de estudios. En el análisis de las gráficas se intenta razonar a que se debe esta diferencia.

4.6.2 RANGO 450-550 HZ - POROSIDAD Y RESISTIVIDAD DEL MONOLITO FIJO

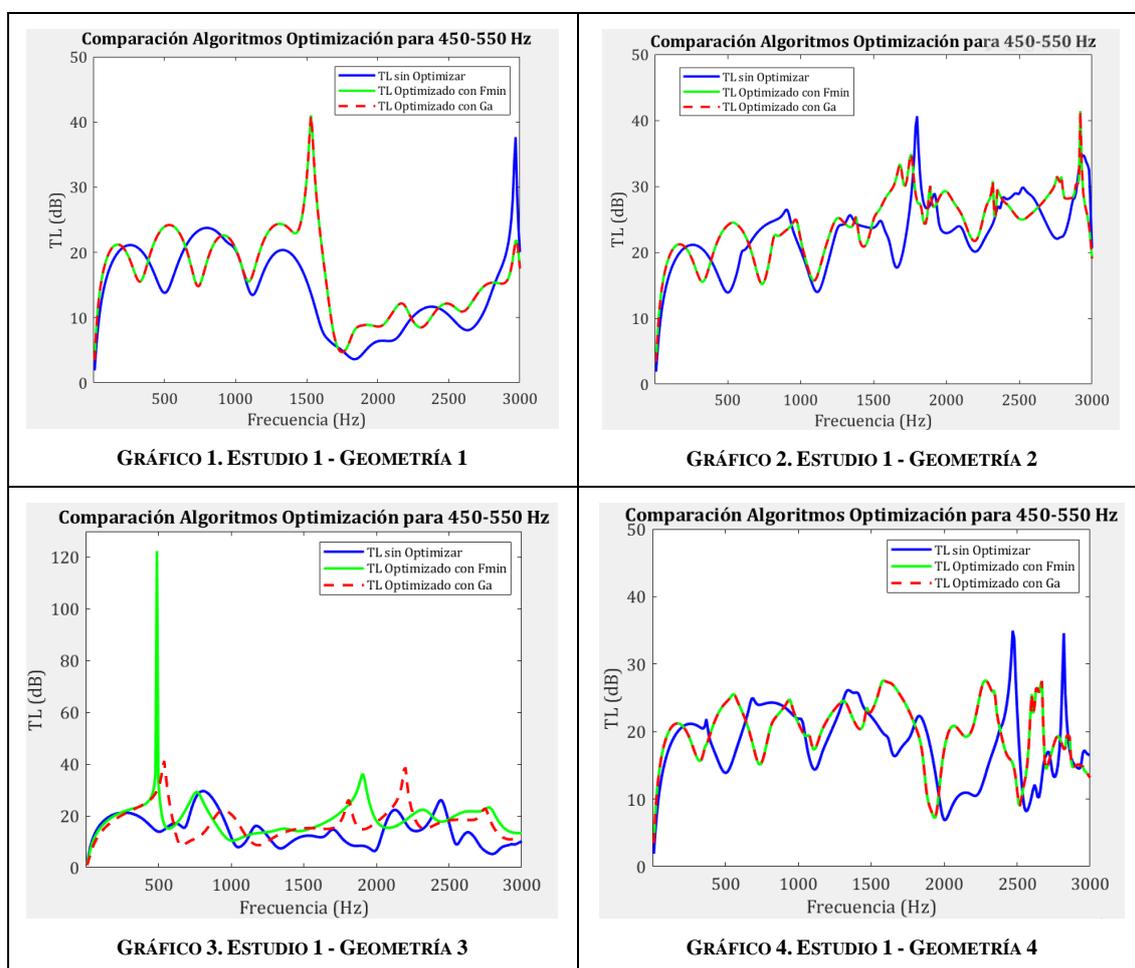


FIG. 42. OPTIMIZACIÓN DEL RANGO 450-550 HZ - POROSIDAD Y RESISTIVIDAD DEL MONOLITO FIJO

Se puede observar en las gráficas que al modificar los valores de las longitudes de las cámaras de entrada y salida y la longitud del monolito se consigue desplazar los valles y picos de las curvas del TL hacia frecuencias más bajas. De esta forma conseguimos que, en el rango de frecuencias de optimización, es decir, en los 450-550 Hz, se localice un pico en lugar de un valle, maximizando así el valor medio del TL en ese rango. Tal y como se ha comentado en el apartado 4.6.1, para lograr este efecto es necesario aumentar al máximo el valor de las longitudes.

También se puede apreciar como las curvas de TL que se obtienen con ambos algoritmos son exactamente idénticas en las geometrías 1, 2 y 4.

En la geometría 3 se comporta de una forma muy distinta al resto de geometrías, donde se observa un pico de TL muy pronunciado, presumiblemente debido a la presencia de un modo de presión transversal de orden superior en ese rango de frecuencias. Con el algoritmo de "fmincon" se logra un mayor valor medio de TL debido al pico más

pronunciado que se obtiene con dicho algoritmo. Sin embargo, se puede apreciar como a partir de los 500 Hz el algoritmo “ga” proporciona mejores valores de TL, aunque el pico de TL que se obtiene es muy inferior al de “fmincon”. Para mejorar la respuesta en frecuencia de esta geometría es conveniente cambiar la función objetivo a minimizar, incluyendo en este caso la desviación típica.

De esta forma, la nueva función objetivo que se debe definir en el script “Objetivo.m” sería $f = -\text{mean}(\text{TL}) + \text{std}(\text{TL})$, donde std es la función propia de MatLab que calcula la desviación típica. Esta metodología de programación permite al diseñador incluir el tipo de función objetivo que más le convenga en función de los resultados que desee obtener.

En el siguiente gráfico se puede observar cómo al incluir la desviación típica en la función objetivo, se suaviza el pico considerablemente y mejora el TL en la zona de 550 Hz, pero desgraciadamente lo empeora bastante en la zona de 450 Hz. El valor medio del TL en el rango de optimización también se reduce considerablemente. A cambio, obtenemos una respuesta en frecuencias mucho más suave, que es lo deseado.

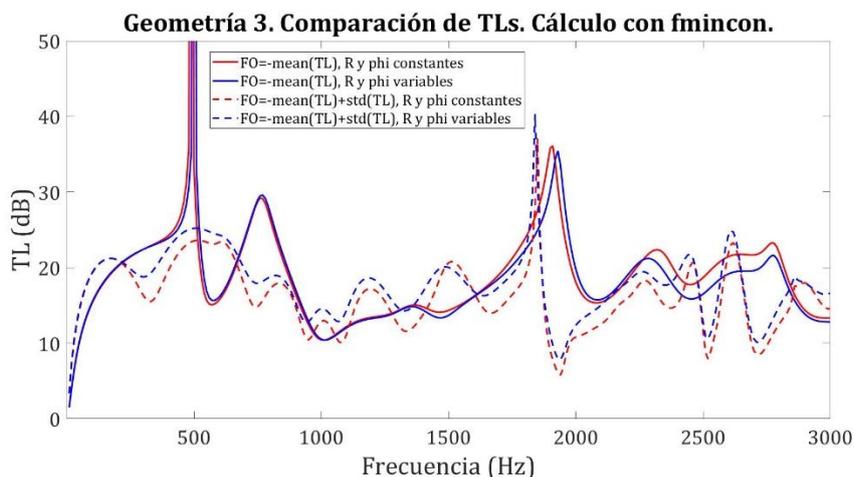


GRÁFICO 5. ESTUDIO 1 Y 2 - GEOMETRÍA 3 CON NUEVA FUNCIÓN OBJETIVO

En el gráfico anterior se incluyen los resultados para los casos de estudio 1 y 2 empleando el algoritmo “fmincon”.

4.6.3 RANGO 450-550 HZ

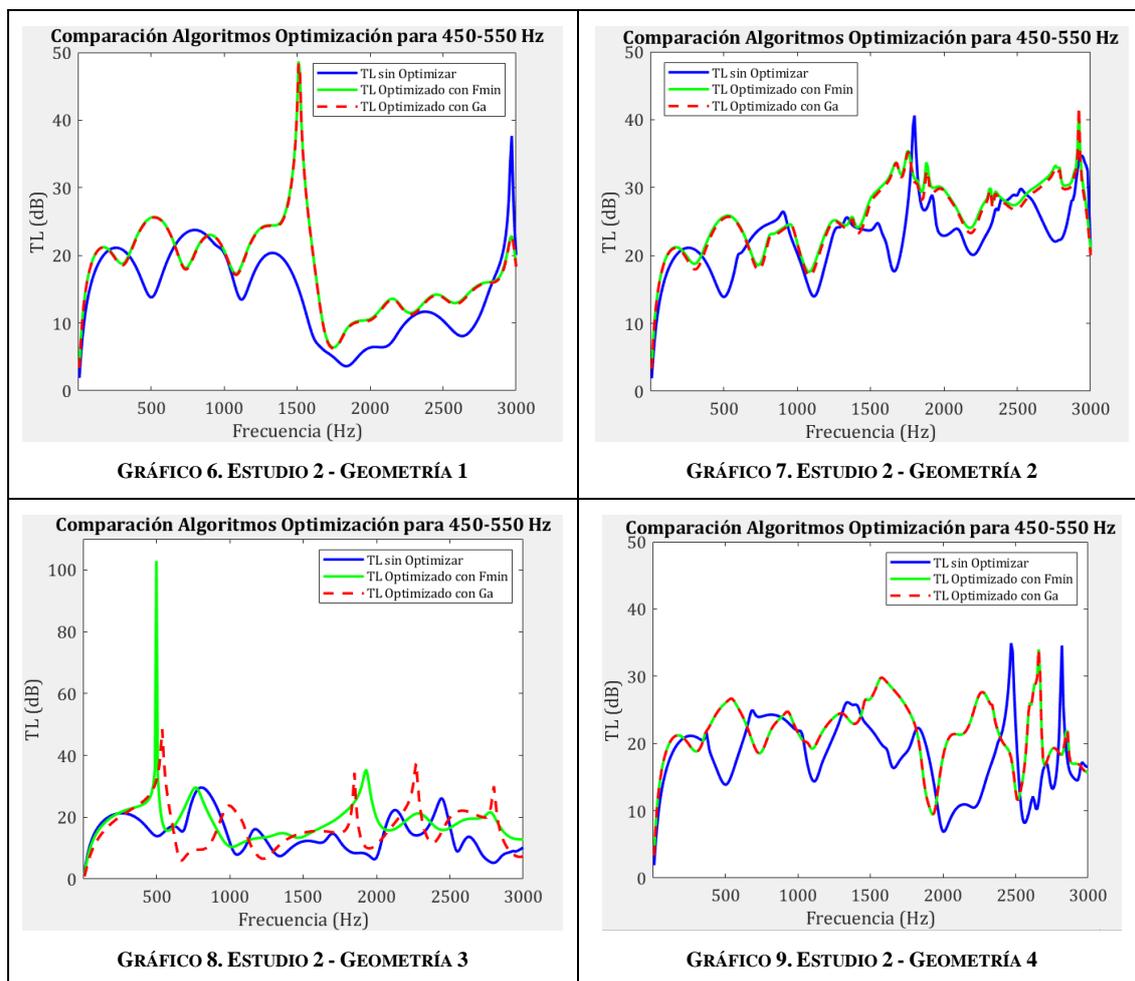


FIG. 43. OPTIMIZACIÓN DEL RANGO 450-550 HZ

En estos gráficos se sigue la misma tendencia que en los gráficos del estudio 1, esto es, variando las longitudes de las cámaras de entrada y salida y la longitud del monolito se logra mover los picos y valles de las curvas del TL hacia frecuencias más bajas en las configuraciones 1, 2 y 4, mientras que en la configuración 3 se aprecia un pico muy pronunciado en el rango de optimización.

En este caso de estudio se han incluido la resistividad y porosidad del monolito como variables del problema de optimización. Tal y como se ha determinado en el apartado 4.6.1, la resistividad tiende a su valor máximo mientras que la porosidad tiende a su valor mínimo. El valor más elevado de resistividad implica mayor pérdida de energía acústica debido a su transformación en energía calorífica y el valor más reducido de la porosidad implica mayor cambio de sección entre la cámara de entrada y salida y el monolito. Estos dos fenómenos combinados permiten obtener mayores valores de TL, tal y como se observa en las gráficas de las configuraciones 1, 2 y 4, donde se aprecia

que tanto los picos como, sobre todo, los valles de las curvas del TL están posicionados en valores más elevados. En la configuración 3 este razonamiento no es tan directo.

Cabe destacar que, en este estudio, en la configuración 2 se observa que la curva del TL del algoritmo “fmincon” va ligeramente por encima de la curva obtenida con el algoritmo “ga” en todo el rango de frecuencias. Aunque en teoría con el algoritmo “ga” se debería de converger al TL máximo absoluto si no hubiera ningún tipo de limitación (de tiempo de cálculo, de número de iteraciones, de tolerancias, de número de individuos en cada población, etc., etc.), en realidad sí que existen todas esas limitaciones, de forma que no se puede garantizar que llegue al óptimo absoluto, obteniéndose así, en este caso particular, un mejor resultado con el algoritmo “fmincon”.

4.6.4 RANGO 1070-1170 HZ - POROSIDAD Y RESISTIVIDAD DEL MONOLITO FIJO

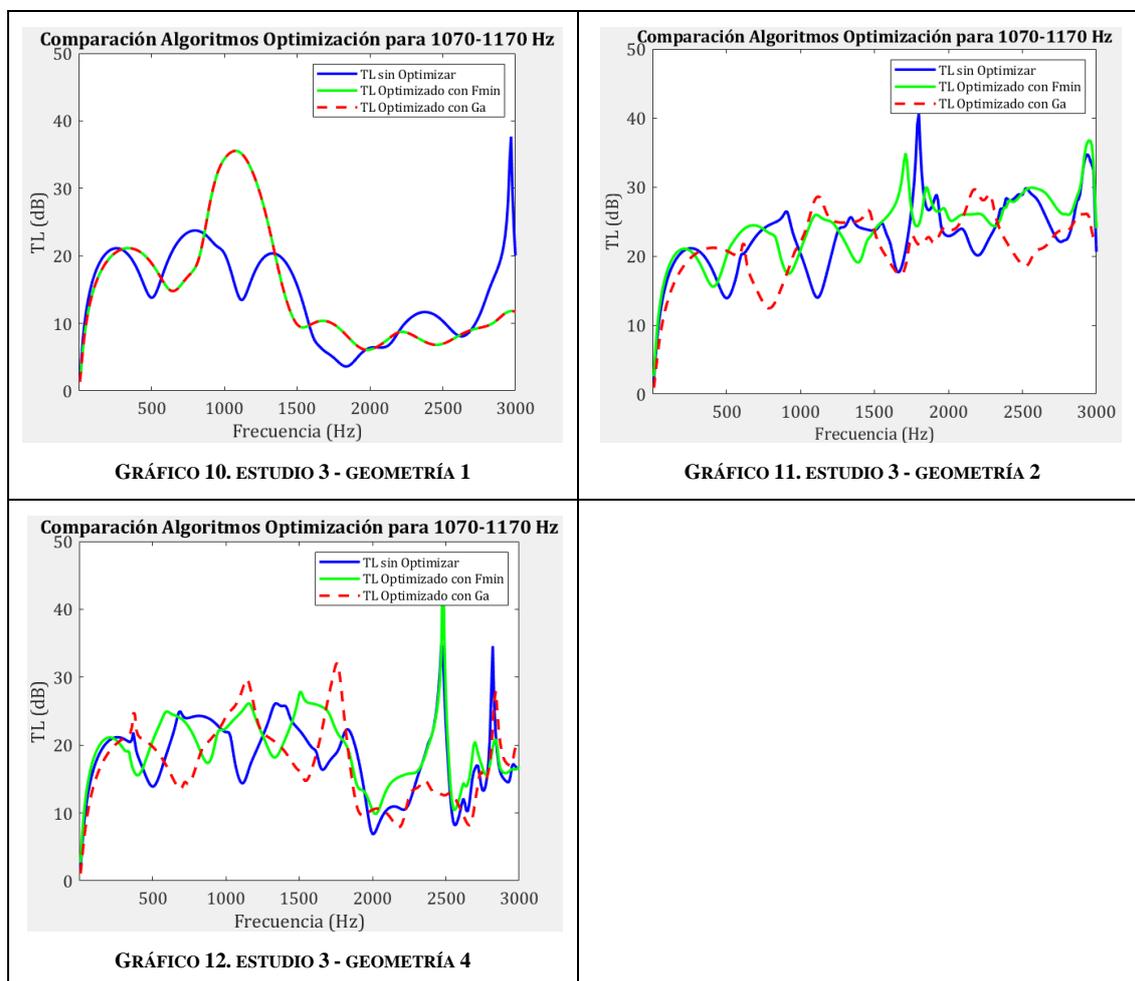


FIG. 44. OPTIMIZACIÓN DEL RANGO 1070-1170 HZ - POROSIDAD Y RESISTIVIDAD DEL MONOLITO FIJO

En este tercer estudio de optimización, tal y como se ha comentado anteriormente en el análisis de los parámetros de optimización, se observa un comportamiento acústico muy distinto en la geometría 1 frente a las geometrías 2 y 4. Por un lado, en la geometría 1 se aprecia una gráfica de TL muy suave, con picos y valles poco pronunciados, mientras que en las geometrías 2 y 4 se obtiene gráficas muy irregulares con picos y valles bastantes pronunciados. Por otro lado, en el rango de optimización, cabe destacar que, aunque en cada una de las configuraciones se logra transformar un valle de la gráfica del TL en un pico, en la geometría 1 se observa una mejora del parámetro TL muy superior a la que se obtiene en las geometrías 2 y 4.

Al optimizar un rango de frecuencias más elevado, dependiendo de la configuración considerada y de los modos de presión transversales asociados a cada una de ellas, pueden aparecer, durante la optimización, la interacción de una mayor cantidad de modos de presión, dando lugar a gráficas más irregulares en dicho rango de frecuencias,

tal y como ocurre en las configuraciones 2 y 4. Esto provoca que en las variables de optimización no se observen demasiadas tendencias claras. Sin embargo, en la configuración 1, existen menos interferencias con otros modos de presión ya que la gráfica es mucho más suave, con un menor número de zonas de variación brusca de la atenuación, lo que permite detectar más tendencias en las variables de optimización y así lograr un mayor valor de TL.

Además, cabe indicar que, debido a la falta de tendencias claras en los valores de las variables de optimización, se observa que con el algoritmo "ga" se obtienen mejores resultados que con el algoritmo "fmincon", ya que este optimizador busca, rastrea y analiza mayor cantidad de soluciones potenciales. Esto no ocurría así en la optimización de los estudios 1 y 2, ya que ésta era en bajas frecuencias y las tendencias eran mucho más claras debido a que no había interacción entre tantos modos de presión transversal, de modo que con ambos algoritmos optimizadores se obtenían prácticamente los mismos resultados.

4.6.5 RANGO 1070-1170 HZ

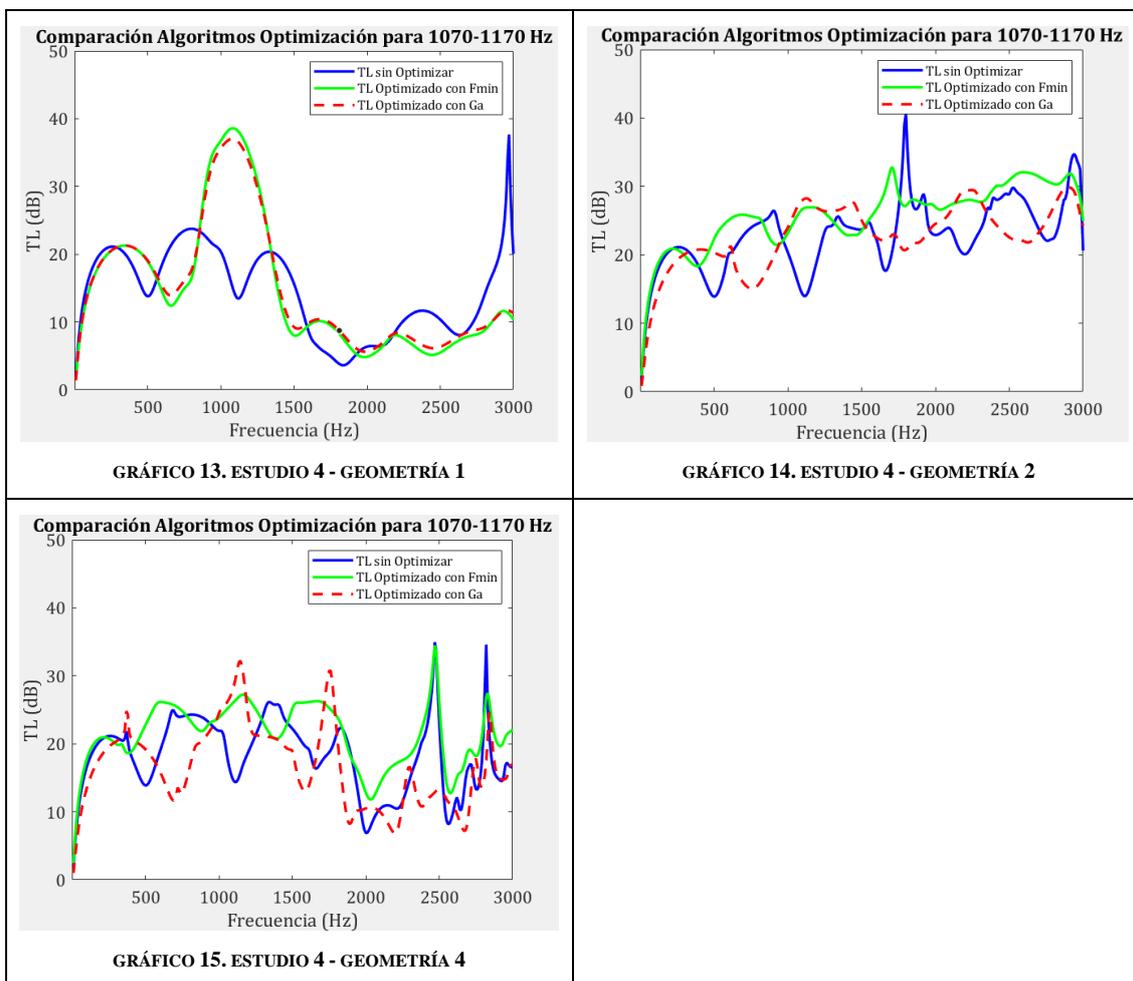


FIG. 45. OPTIMIZACIÓN DEL RANGO 1070-1170 HZ

En el cuarto estudio de optimización se consideran las mismas deducciones que se han expuesto en el apartado anterior en lo referente al distinto comportamiento acústico que se observa en la configuración 1 frente a las configuraciones 2 y 4.

No obstante, cabe destacar que, mediante la incorporación de la porosidad y resistividad como variables de cálculo, se observa como las curvas de TL que se obtienen en el rango de optimización son menos bruscas, con picos más suaves. Esto se observa sobre todo con el algoritmo optimizador “fmincon”. Además, los valores del TL medios que se obtienen en este caso son mayores, debido a que pudiendo variar libremente los valores de porosidad y resistividad se puede favorecer la disipación de energía acústica en forma de calor.

4.7 CONCLUSIONES

Las conclusiones generales que se pueden obtener de este apartado son las siguientes:

- En relación con la optimización de las longitudes de las cámaras para frecuencias bajas, uno de los resultados de los algoritmos de optimización consiste en dar como solución el valor máximo permitido. Con ello se consigue desplazar los picos y valles del TL hacia frecuencias menores; al tener el dispositivo una longitud total mayor, las cúpulas de atenuación se estrechan. Además, en el caso del monolito, dado su carácter disipativo, una mayor longitud implica mayor disipación de energía sonora por fricción a lo largo de las paredes de los capilares.
- En algunas configuraciones, la optimización del TL en cierto rango de frecuencias también mejora las prestaciones en otros intervalos, aunque esto no implica una regla general. De hecho, en otras configuraciones se detecta un empeoramiento de la curva de atenuación fuera del intervalo de optimización.
- Si se incluye la resistividad en la optimización, ésta suele tender al valor máximo permitido, salvo casos concretos. El motivo se debe al carácter esencialmente disipativo del monolito, que aumenta para mayores resistividades.
- Una situación similar a la resistividad, pero a la inversa, se da con la porosidad, que tiende a su valor mínimo. Esto permite un mayor cambio de sección en la transición cámara de entrada/monolito, por un lado, y monolito/cámara de salida por otro. Como es sabido, en general mayores cambios de sección implican mayor nivel de TL.
- En general, cuánto mayor es el número de variables sometidas a optimización, mejor es el incremento de TL logrado en la solución.
- Se ha propuesto varios tipos de funciones objetivo de forma que el diseñador puede seleccionar unas u otras en función del resultado que desea obtener.

De forma más particular, para los distintos rangos de optimización se obtienen las siguientes conclusiones:

- Para la optimización en bajas frecuencias (450-550 Hz), se observa una tendencia clara en los valores de las variables de optimización, debido a que se propagan menos modos de presión transversales de orden superior en este rango de frecuencia. Esto permite que, variando el valor de los parámetros geométricos del catalizador (es decir, las longitudes de las cámaras de entrada y salida del catalizador y la longitud del monolito) se logra desplazar hacia frecuencias mayores o menores los picos y valles de las curvas del TL. De esta forma se puede situar convenientemente un pico de la curva del TL en el rango de optimización, mejorando el valor del TL medio. Además, con la incorporación de la porosidad y resistividad del monolito, se favorece la disipación de energía acústica en forma de energía calorífica.
- Para la optimización en bajas frecuencias (450-550 Hz), la configuración 3 es la más favorable, ya que se obtiene un valor medio de TL mucho más elevado que en el resto de las configuraciones. Sin embargo, hay que tener en cuenta que esto se debe principalmente a que, en dicha configuración y en el rango de

optimización, se genera un pico de TL muy pronunciado, de forma que el valor del TL es muy alto en unas frecuencias muy concretas, pero en el resto del rango el valor del TL cae drásticamente. Por ello, en este caso no solo se debería observar el valor del TL medio, sino que habría que cuantificar también la importancia que se le otorga a la desviación típica y a partir de ahí determinar que configuración sería la óptima.

- Para la optimización en medias frecuencias (1070-1170 Hz), por lo general no es fácil observar tendencias claras en los valores de las variables de optimización, posiblemente debido a que en este caso se propagan una mayor cantidad de modos de presión transversal de orden superior. Los valores que se obtienen para cada uno de los parámetros de optimización son muy dispares entre las distintas geometrías, no cumpliéndose así en todos los casos las conclusiones generales expuestas previamente en este apartado. Con la incorporación de la porosidad y resistividad del monolito se mejora ligeramente el valor medio del TL en el rango de optimización.
- Para la optimización en medias frecuencias (1070-1170 Hz), la configuración que resulta ser más favorable es la 1, pues se obtiene un valor medio de TL mucho más elevado que en el resto de las configuraciones. Además, el pico de la curva del TL que se obtiene en el rango de optimización para esta configuración es mucho más suave que en las otras configuraciones, obteniendo así también la mayor desviación típica.

Por último, se obtienen las siguientes conclusiones en relación a los dos algoritmos optimizadores empleados en el presente proyecto:

- El coste computacional del algoritmo “ga” es mucho más elevado que el del algoritmo “fmincon”.
- Por lo general, se obtienen mejores resultados con el algoritmo “ga” que con el algoritmo “fmincon”, ya que rastrea y analiza mayor cantidad de posibles soluciones.
- Para determinar cuál de los dos algoritmos optimizadores es más recomendable utilizar se debe cuantificar con qué valor de compromiso entre precisión y coste computacional deseamos trabajar.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1 CONCLUSIONES

Una vez expuesto todos los resultados, en esta sección se han descrito las conclusiones generales que se han podido extraer del presente trabajo. De esta forma, se garantiza el cumplimiento de todos los objetivos planteados al inicio del proyecto.

De forma general, en el presente Trabajo de Fin de Máster se ha llevado a cabo el desarrollo e implementación de metodologías analítico-numéricas basadas en ajuste modal, algoritmos genéticos y basados en gradiente para la optimización del comportamiento acústico de catalizadores de automoción.

Para ello, en primer lugar, se ha desarrollado e implementado en el software de MatLab un novedoso método de cálculo denominado “Ajuste modal híbrido analítico-numérico”, con el objetivo de calcular el comportamiento acústico de un catalizador con un coste computacional mucho más reducido frente a otros métodos de cálculo generales como elementos finitos. Posteriormente, se ha llevado a cabo su validación mediante la comparación de resultados con los obtenidos mediante la utilización del software comercial Ansys APDL.

En segundo lugar, con la metodología puesta a punto y debidamente validada, se ha procedido a realizar un estudio exhaustivo a partir del cual se ha determinado cómo afectan distintos parámetros de diseño en el comportamiento acústico del catalizador. Este estudio se ha realizado para distintas configuraciones del catalizador.

A partir de los resultados obtenidos en este estudio, se ha podido observar que un aumento en el valor de la resistividad del monolito del catalizador implica una mejora en el comportamiento acústico del catalizador en todo el rango de frecuencias. Esto se debe principalmente al carácter disipativo del monolito. También se ha examinado que, al variar la longitud del monolito, se produce, de manera simultánea, un desplazamiento de las curvas del TL hacia frecuencias menores o mayores y un aumento del valor del TL principalmente en las zonas de los valles de estas curvas. Por último, se ha notado que la disposición simétrica o asimétrica de las longitudes de las cámaras de entrada y salida mejora el comportamiento acústico del catalizador en ciertos rangos de frecuencias, mientras que lo empeora en otros, respecto a los resultados obtenidos con la configuración opuesta.

En tercer y último lugar, se ha realizado una optimización del comportamiento acústico del catalizador en dos rangos de frecuencias diferentes a través de dos algoritmos optimizadores de naturaleza distinta. A partir de los resultados de esta optimización, se ha determinado que, en función del rango de frecuencias a optimizar, es decir, si la optimización se realiza en bajas, medias o altas frecuencias, se pueden observar o no patrones en los valores de las variables de cálculo. En este caso, se ha observado que, en la optimización de bajas frecuencias, existen patrones claramente definidos, mientras que en la optimización de medias frecuencias es mucho más difícil observar dichos patrones. A su vez, en el mismo rango de optimización, los patrones que se han observado de las variables pueden variar de una configuración a otra. Por último, la

configuración con la que se obtiene mejores resultados óptimos en un rango de frecuencias determinado no tiene por qué ser la óptima en otro rango de frecuencias de optimización.

5.2 TRABAJOS FUTUROS

Por último, se van a describir una serie de trabajos científicos y tecnológicos que corresponden a posibles nuevas vías de investigación relacionadas con el estudio del campo acústico de un catalizador y que no se han abordado en el presente proyecto.

Algunos de estos trabajos podrían ser:

- **Estudio del efecto de la temperatura:** En este trabajo se ha analizado el campo acústico del catalizador considerando condición de flujo frío, donde los gases se encuentran a una temperatura constante de 15 °C. Por ello, el siguiente estudio se podría centrar en el análisis del efecto que tiene la temperatura en el campo acústico del catalizador, pudiendo así desarrollar condiciones de trabajo más realistas, ya que los gases de escape salen a altas temperaturas, no a bajas.
- **Modelo acústico completo:** En el presente proyecto se ha desarrollado exclusivamente el modelo acústico del catalizador. Como trabajo futuro se propone desarrollar la modelización acústica del sistema de escape en su conjunto, integrando todos los componentes, esto es, catalizador, trampa de partículas y silenciador. De esta forma se obtiene un campo acústico mucho más completo con una cantidad de variables de diseño mucho más amplia, de forma que se podrían obtener mejores resultados de optimización.

BIBLIOGRAFÍA

- Allard, J. F., & Atalla, N. (2009). *Propagation of Sound in Porous Media*. Wiley.
- Antebas., A. G. (2010). *Contribución al modelado acústico de la línea de escape en motores de combustión. Aplicación a silenciadores y catalizadores - Tesis Doctoral*. Valencia: Universitat Politècnica de València.
- Denia Guzmán, F. D. (2018). *Trabajo Original de Investigación. Concurso para la provisión de la plaza de Catedrático de Universidad*. Valencia: Universitat Politècnica de València.
- Denia Guzmán, F. D. (2019). *Apuntes de Acústica*. Valencia: Universitat Politècnica de València.
- Denia, F. D., Antebas, A. G., Selamet, A., & Pedrosa, A. M. (2011). Acoustic characteristics of circular dissipative reversing chamber mufflers. *Noise Control Engineering Journal*, 234-246.
- Denia, F. D., Sánchez-Orgaz, E. M., Baeza, L., & Kirby, R. (2016). Point collocation scheme in silencers with temperature gradient and mean flow. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 127-141.
- El Blog de Endado*. (s.f.). Obtenido de Funcionamiento del catalizador de un vehículo: www.endado.com
- Jordan, D. B. (2018). *Numerical and experimental characterization of the acoustic behaviour of exhaust devices with monolith - Trabajo Fin de Máster*. Valencia: Universitat Politècnica de València.
- Kirby, R. (2003). Transmission loss predictions for dissipative silencers of arbitrary cross section in the presence of mean flow. *Journal of the Acoustical Society of America*, 200-209.
- Munjal, M. L. (2014). *Acoustics of Ducts and Mufflers*. Wiley.
- Selamet, A., Easwaran, V., Novak, J. M., & Kach, R. A. (1998). Wave attenuation in catalytic converters: Reactive versus dissipative effects. *Journal of the Acoustical Society of America*, 935-943.

PRESUPUESTO

En esta sección se van a calcular los costes asociados al presente proyecto. El presupuesto se ha dividido en diferentes unidades de obra, que corresponden a las distintas fases o etapas que han sido necesarias para desarrollar este trabajo. Al tratarse de un proyecto puramente de investigación y, en este caso, sin ensayos experimentales, en cada una de estas fases se ha realizado únicamente el cálculo de los costes asociados a los equipos informáticos empleados, mobiliario de oficina, softwares informáticos utilizados y la mano de obra requerida.

FASES DEL PROYECTO

Para el cálculo de los distintos costes asociados a cada etapa del proyecto es necesario, en primer lugar, determinar cuáles son exactamente estas etapas y las horas estimadas que se han empleado en cada una de ellas. De esta forma, la descomposición del proyecto y el número de horas totales en cada fase son las que se muestran en la siguiente tabla.

Núm.	Fases	Tiempo (h)
1	Lectura de los trabajos previos	25
2	Realización de los cálculos acústicos en MatLab	150
3	Redacción de la memoria y los planos	100
4	Revisión del proyecto y resolución de dudas	25
	TOTAL	300

TABLA 3. HORAS EMPLEADAS EN CADA ETAPA DEL PROYECTO

CÁLCULO DE LAS AMORTIZACIONES

En esta sección se han calculado las amortizaciones relacionadas con los distintos equipos informáticos, mobiliario y software que han sido utilizados durante la realización del proyecto.

Para el cálculo de las amortizaciones se han empleado dos fórmulas. En primer lugar, se calcula la amortización de cada equipo a través de la siguiente fórmula:

$$A = \frac{V_C - V_R}{t} \quad (66)$$

En ella, la A hace referencia a la amortización expresada en €/año, V_C y V_R es el valor de compra de cada equipo y el valor residual tras su período de explotación, respectivamente, expresado en €. El parámetro t es el período de explotación o tiempo de amortización.

En segundo lugar, con el valor de la amortización, se calcula la tasa horaria de cada equipo, es decir, el precio del equipo por cada hora de uso, mediante la siguiente fórmula:

$T_h = \frac{A + M}{h}$	(67)
-------------------------	------

En ella, el parámetro T_h es la tasa horaria expresada en €/h, A es la amortización calculada mediante la fórmula anterior, expresada en €/año, M es el coste de mantenimiento, también expresado en €/año, y h es el número de horas totales en las que los equipos han sido utilizados en un año, expresado en horas/año. Este último parámetro h tiene un valor total de 2024 horas/año, ya que se ha considerado que los equipos han sido utilizados durante 253 días laborables al año a jornada completa, es decir, con 8 horas de uso diario.

La amortización y tasa horaria se ha calculado, por un lado, para los equipos empleados en este trabajo, y, por otro lado, para los softwares empleados, cuya característica principal es que el valor residual de éstos es nulo.

Los equipos considerados son el ordenador portátil, a través del cual se han realizado los cálculos y se ha redactado la memoria, un ratón inalámbrico, el monitor complementario, que ha servido de apoyo para disponer de dos pantallas y facilitar el trabajo, y el mobiliario de oficina, que en este caso ha sido la silla y mesa de escritorio.

El software principal empleado en este proyecto es el programa de cálculo de MatLab, utilizado para realizar los cálculos acústicos correspondientes. Otro software empleado es el de AutoCAD Inventor, donde se realizan los diseños óptimos de las distintas geometrías de los catalizadores. Por último, se emplea el paquete de Microsoft Office para realizar la memoria de este proyecto.

El cálculo de estas amortizaciones y de la tasa horaria se muestran en las siguientes tablas.

Equipos Empleados	V_c	V_r	t	A	M	T_h
Ordenador	950	237,5	5	142,5	50	0,095
Silla de escritorio	120	20	10	10	0	0,005
Ratón inalámbrico	30	3	2	13,5	0	0,007
Monitor auxiliar	350	50	8	37,5	0	0,019
Mesa de escritorio	250	62,5	10	18,75	0	0,009

TABLA 4. AMORTIZACIÓN Y TASA HORARIO DE LOS EQUIPOS EMPLEADOS

Software Empleado	V_c	V_r	t	A	M	T_h
Microsoft Office	170	0	5	34	0	0,017
MatLab	800	0	1	800	0	0,395
AutoCAD Inventor	375	0	1	375	0	0,185

TABLA 5. AMORTIZACIÓN Y TASA HORARIO DEL SOFTWARE EMPLEADO

Estos valores de tasa horaria serán los datos que se utilizarán en el cálculo de los costes asociados a cada unidad de obra o fase del proyecto.

MANO DE OBRA

Por último, antes de calcular los costes de cada unidad de obra, es necesario determinar la mano de obra que ha sido necesario para realizar este trabajo.

El personal requerido para la realización de este proyecto son básicamente dos personas distintas. En primer lugar, un estudiante de ingeniería, cuyos costes se contabilizan como si se tratase de un Ingeniero Industrial, que se ha encargado de realizar y desarrollar el presente trabajo. Se considera que éste ha estado trabajando en el proyecto de forma completa en cada una de sus fases o etapas. En segundo lugar, un Ingeniero Informático que se ha encargado de habilitar los requerimientos informáticos necesarios para la correcta realización del presente proyecto y de subsanar todos los errores informáticos que se han producido durante el desarrollo del proyecto. Se considera que este ingeniero ha trabajado únicamente durante la puesta a punto del ordenador de cálculo necesario para la realización de los cálculos correspondientes en el software de MatLab. Es decir, ha trabajado aproximadamente un total de 10 horas.

Para calcular el coste por hora de cada uno de estos ingenieros se ha utilizado referencias de trabajos previos. En todo caso, se trata de valores orientativos.

UNIDADES DE OBRA

Con todos los valores anteriormente calculados, en esta sección se van a determinar los costes asociados a cada unidad de obra del proyecto, que se corresponde a cada una de las fases en las que se ha dividido el proyecto y que se han definido anteriormente en la Tabla 3. Horas empleadas en cada etapa del proyecto

Cabe destacar que a cada unidad de obra se ha incluido un coste relativo a la electricidad, de acuerdo con el consumo correspondiente al ordenador portátil empleado, al monitor auxiliar y a la lámpara del despacho donde se ha realizado el trabajo. Así mismo, se ha añadido un coste directo complementario para contabilizar aquellos costes que, dada su difícil cuantificación, no son posibles añadirlos en la descomposición del precio, como, por ejemplo, el precio asociado al internet. Sin embargo, en este caso, y debido a que no existen grandes costes de difícil cuantificación, únicamente se ha considerado el 0,5% de costes directos complementarios.

UO01	LECTURA DE LOS TRABAJOS PREVIOS				
Ítem	Descripción	Unidad	Medición	Precio unitario(€)	Importe (€)
1.1	Ingeniero industrial	h	25	25	625,000
1.2	Ordenador	h	25	0,095	2,378
1.3	Silla de escritorio	h	25	0,005	0,124
1.4	Ratón inalámbrico	h	25	0,007	0,167
1.5	Monitor complementario	h	25	0,019	0,463
1.6	Mesa de escritorio	h	25	0,009	0,232
1.7	Microsoft Office	h	25	0,017	0,420
1.8	Electricidad	€/kWh	2,95	0,15	0,443
1.9	Costes directos complementarios	%	0,005	628,783	3,144
				TOTAL	632,37

TABLA 6. COSTE DE LA UNIDAD DE OBRA 1

UO02	REALIZACIÓN DE LOS CÁLCULOS EN MATLAB				
Ítem	Descripción	Unidad	Medición	Precio unitario(€)	Importe (€)
2.1	Ingeniero industrial	h	150	25	3750,000
2.2	Ingeniero informático	h	10	22	220,000
2.3	Ordenador	h	150	0,095	14,266
2.4	Silla de escritorio	h	150	0,005	0,741
2.5	Ratón inalámbrico	h	150	0,007	1,000
2.6	Monitor complementario	h	150	0,019	2,779
2.7	Mesa de escritorio	h	150	0,009	1,390
2.8	Microsoft Office	h	10	0,017	0,168
2.9	MatLab	h	140	0,395	55,336
2.10	Electricidad	€/kWh	20,7	0,150	3,105
2.11	Costes directos complementarios	%	0,005	4046	20,228
				TOTAL	4069,014

TABLA 7. COSTE DE LA UNIDAD DE OBRA 2

UO03	REDACCIÓN DE LA MEMORIA Y LOS PLANOS				
Ítem	Descripción	Unidad	Medición	Precio unitario(€)	Importe (€)
3.1	Ingeniero industrial	h	100	25,000	2500,000
3.2	Ordenador	h	100	0,095	9,511
3.3	Silla de escritorio	h	100	0,005	0,494
3.4	Ratón inalámbrico	h	100	0,007	0,667
3.5	Monitor complementario	h	100	0,019	1,853
3.6	Mesa de escritorio	h	100	0,009	0,926
3.8	Microsoft Office	h	100	0,017	1,680
2.9	MatLab	h	5	0,395	1,976
3.9	AutoCAD Inventor	h	20	0,185	3,706
3.10	Electricidad	€/kWh	13,8	0,150	2,070
3.11	Costes directos complementarios	%	0,005	2520,813	12,604
				TOTAL	2535,487

TABLA 8. COSTE DE LA UNIDAD DE OBRA 3

UO04	REVISIÓN DEL PROYECTO Y RESOLUCIÓN DE DUDAS				
Ítem	Descripción	Unidad	Medición	Precio unitario(€)	Importe (€)
4.1	Ingeniero industrial	h	25	25,000	625,000
4.2	Ordenador	h	25	0,095	2,378
4.3	Silla de escritorio	h	25	0,005	0,124
4.4	Ratón inalámbrico	h	25	0,007	0,167
4.5	Monitor complementario	h	25	0,019	0,463
4.6	Mesa de escritorio	h	25	0,009	0,232
4.8	Microsoft Office	h	25	0,017	0,420
4.9	MatLab	h	5	0,395	1,976
4.10	Electricidad	€/kWh	2,95	0,150	0,443
4.11	Costes directos complementarios	%	0,005	630,759	3,154
				TOTAL	634,355

TABLA 9. COSTE DE LA UNIDAD DE OBRA 4

PRESUPUESTO TOTAL

El coste total del presupuesto de ejecución material será la suma de los costes asociados a cada una de las unidades de obra, los cuales han sido desglosados en el apartado anterior. A este presupuesto se deben aplicar los porcentajes correspondientes de gastos generales y beneficio industrial para obtener el presupuesto de ejecución por contrata, los cuales son del 13% y 6%, respectivamente. Por último, aplicando el IVA correspondiente, que es del 21%, se obtiene el presupuesto total del proyecto. Todo esto se muestra en la siguiente tabla.

Descripción	Importe (€)
U001: Lectura de los trabajos previos	632,37
U002: Realización de los cálculos en MatLab	4069,01
U003: Redacción de la memoria y los planos	2535,49
U004: Revisión del proyecto y resolución de dudas	634,36
Presupuesto de ejecución material	7871,23
Gastos Generales (13%)	1023,26
Beneficio industrial (6%)	472,27
Presupuesto de ejecución por contrata	9366,76
I.V.A (21%)	1967,02
PRESUPUESTO TOTAL DEL PROYECTO	11333,78

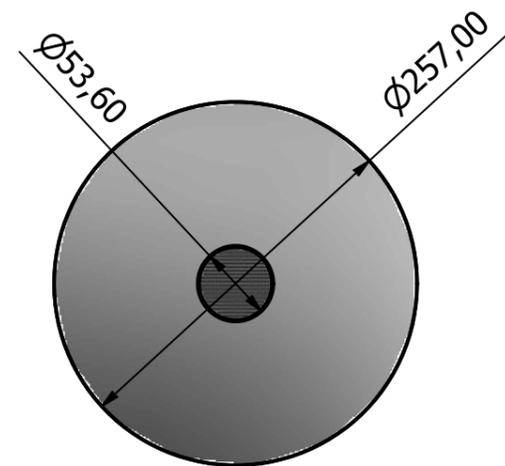
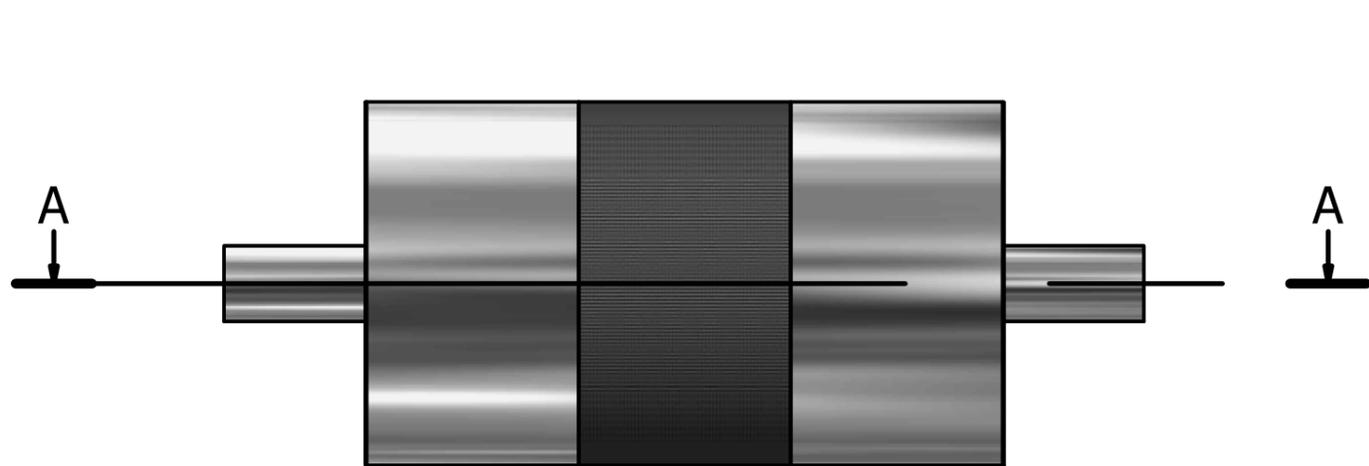
TABLA 10. PRESUPUESTO TOTAL

El presupuesto total del presente proyecto es 11.333,78 €.

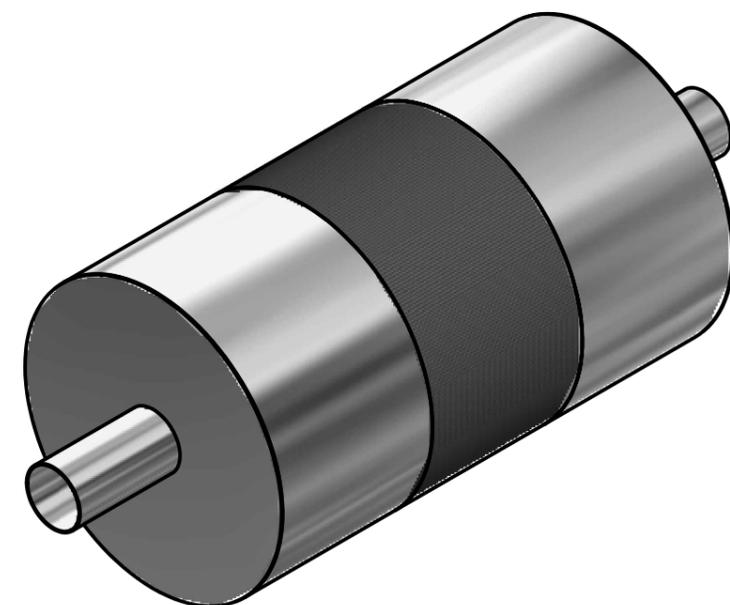
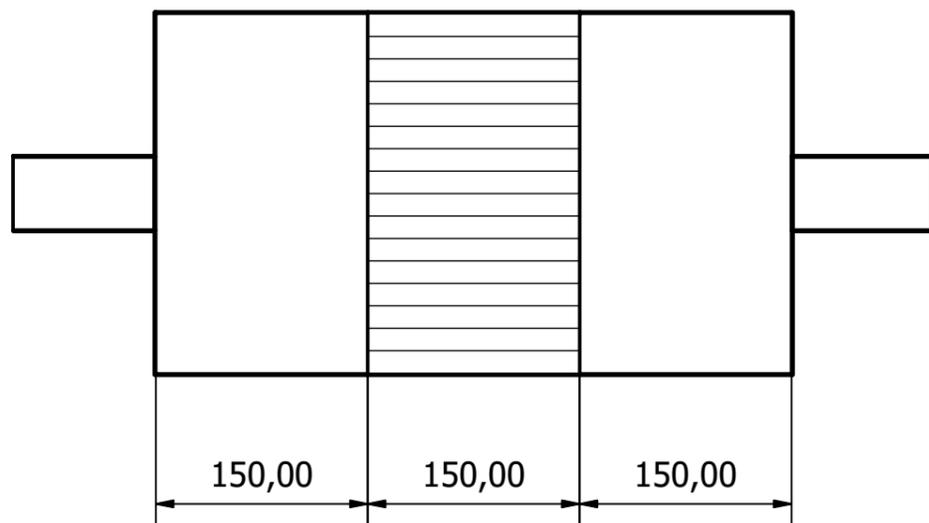
PLANOS

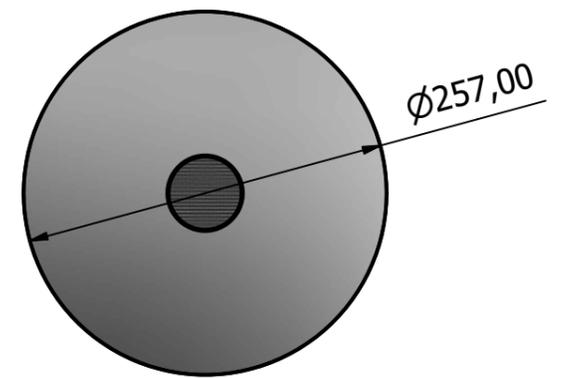
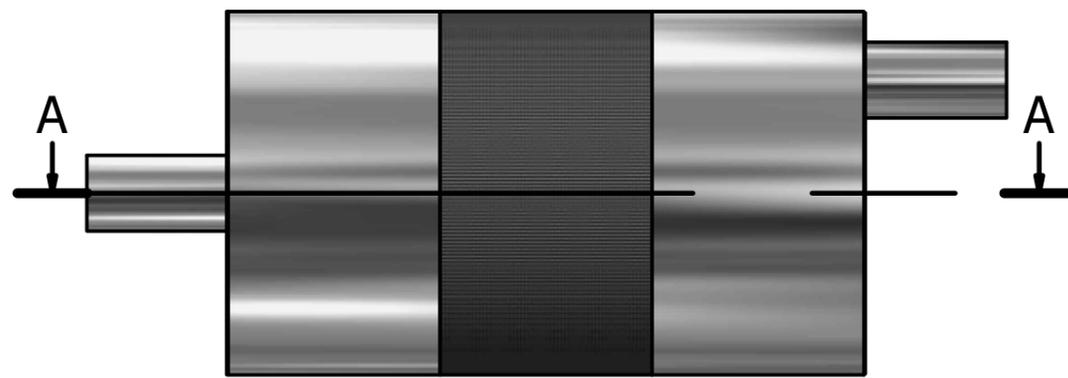
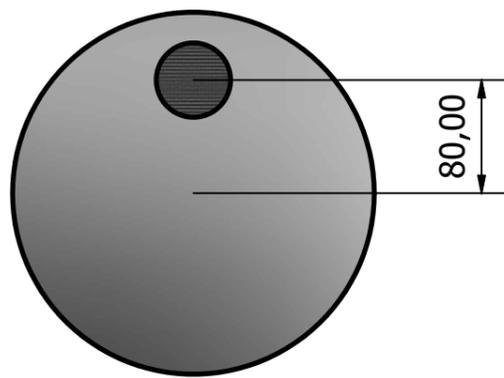
En este último apartado se presentan los planos realizados para el presente trabajo, que corresponden al diseño óptimo del catalizador en cada una de sus configuraciones de acuerdo con los resultados obtenidos con el algoritmo optimizador de "fmincon".

Las variables modificadas son la longitud del monolito y las longitudes de las cámaras de expansión y contracción, mientras que la porosidad del monolito se mantiene en un valor constante del 88% y la resistividad del monolito en un valor constante de 1000 Pa·s/m², ya que estos dos parámetros no son posibles representarlos en los planos.

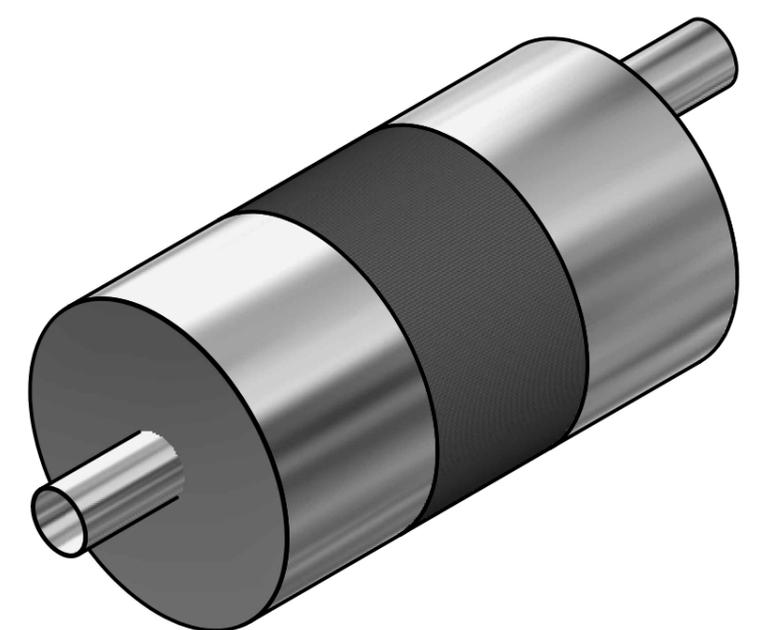
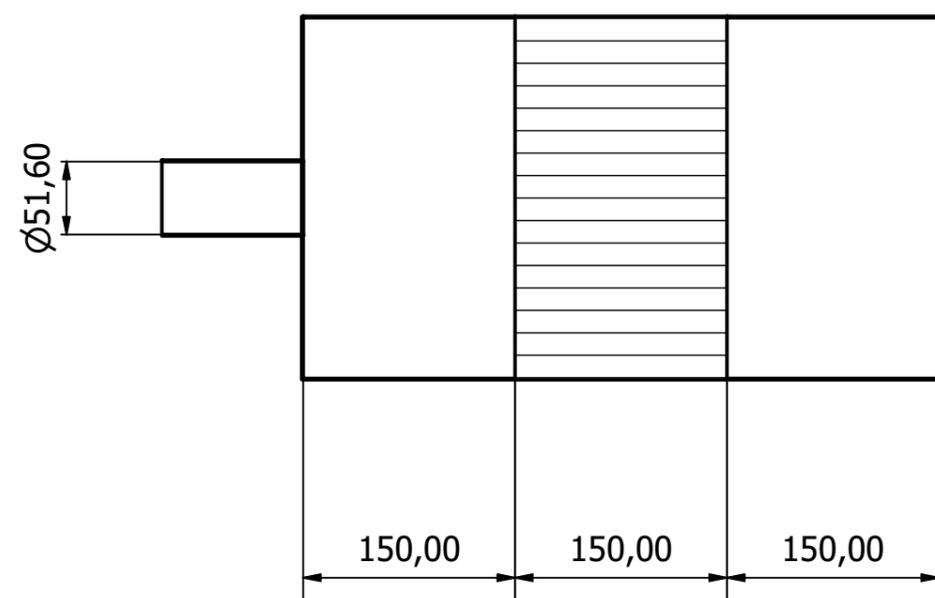


A-A (1 : 5)





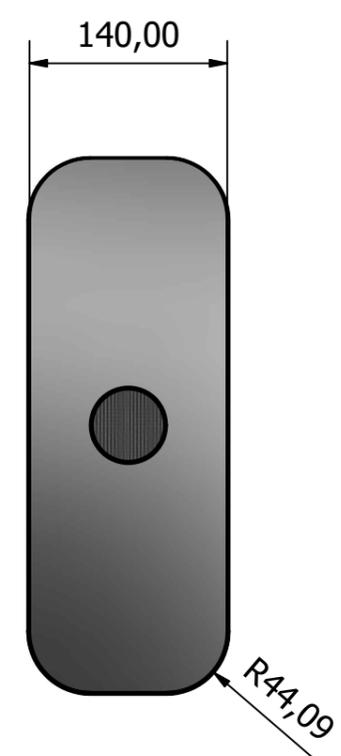
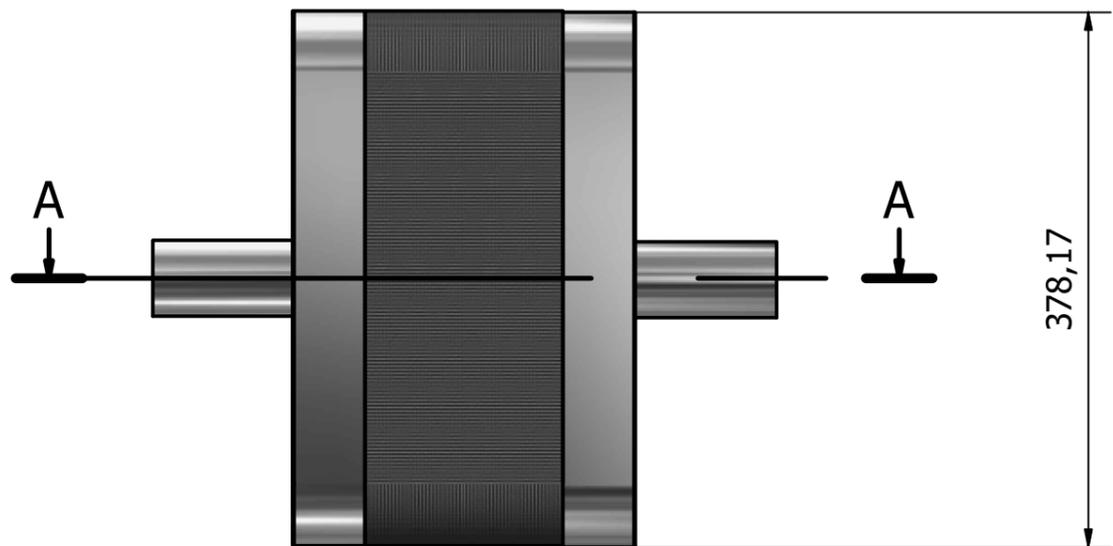
A-A (1 : 5)



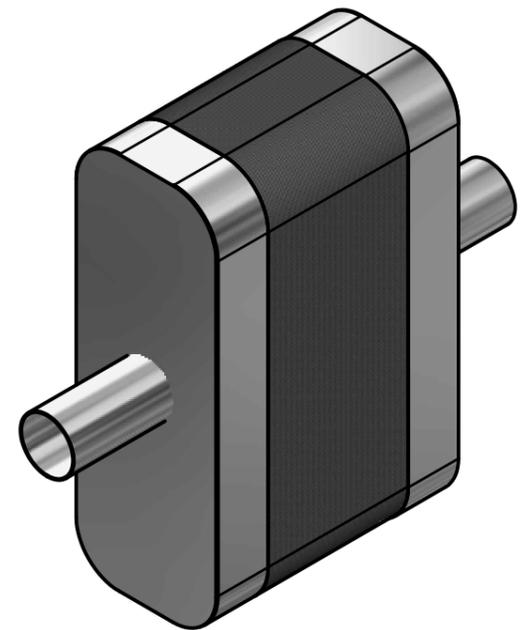
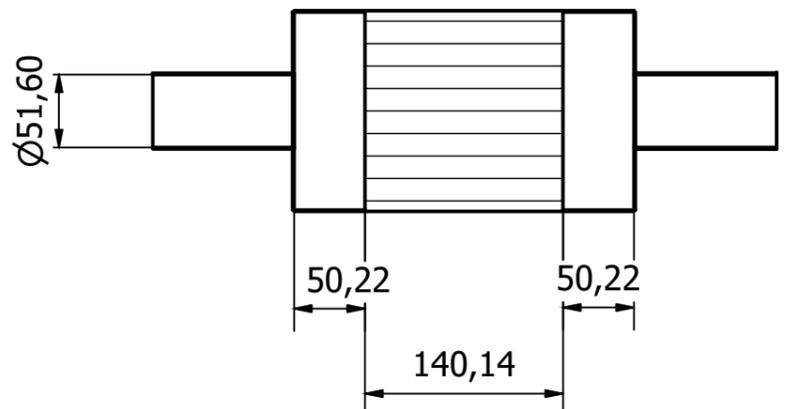
CREADO CON UNA VERSION PARA ESTUDIANTES DE AUTODESK

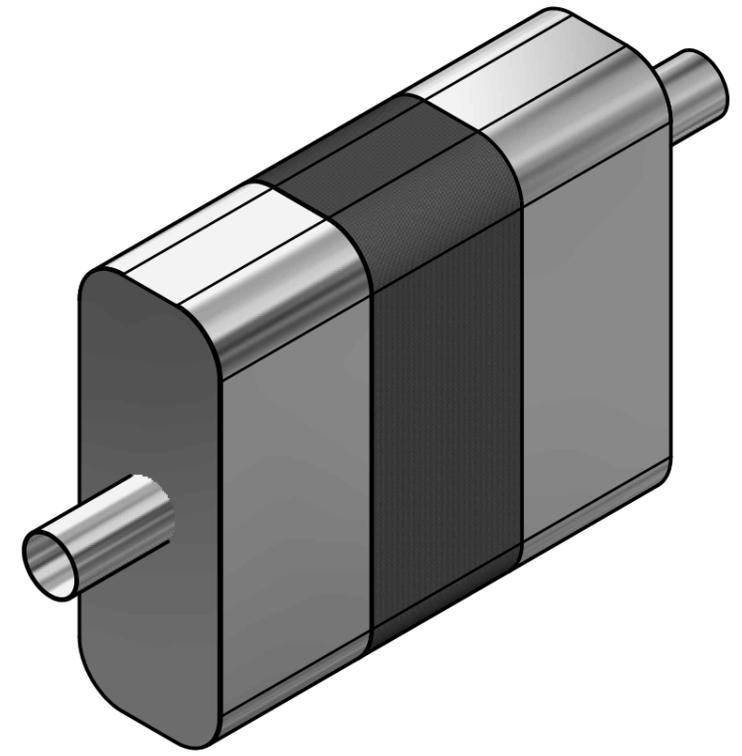
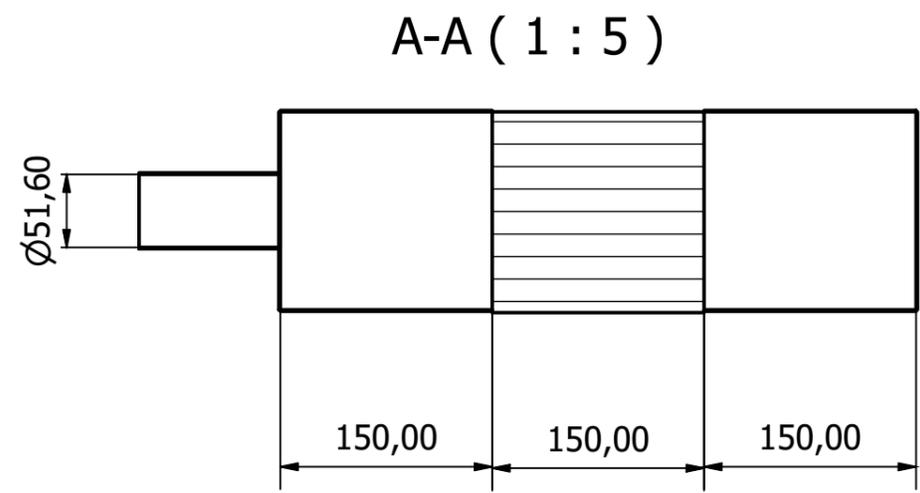
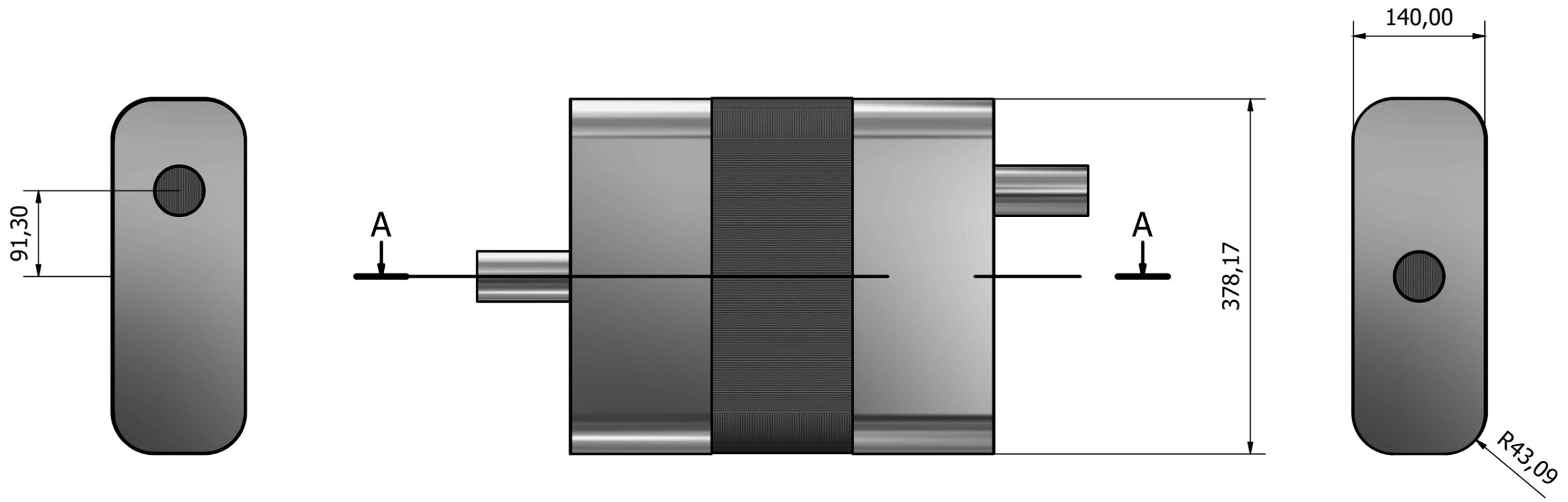
CREADO CON UNA VERSION PARA ESTUDIANTES DE AUTODESK

<p>TRABAJO FINAL DE MÁSTER EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES</p>  <p>UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA</p>  <p>ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIERÍA INDUSTRIAL VALENCIA</p>	<p>Proyecto: DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE METODOLOGÍAS ANALÍTICO-NUMÉRICAS BASADAS EN AJUSTE MODAL, ALGORITMOS GENÉTICOS Y BASADOS EN GRADIENTE PARA LA OPTIMIZACIÓN ACÚSTICA DE CATALIZADORES DE MCIA</p>	<p>Plano: Diseño Óptimo del Catalizador Geometría 2</p> <p>Autor: Jose Enrique Benlloch Lozano</p>	<p>Fecha: Agosto 2020</p> <p>Escala: 1:5</p>	<p>Nº Plano: 2</p>
---	--	--	--	---------------------------



A-A (1 : 5)





CREADO CON UNA VERSION PARA ESTUDIANTES DE AUTODESK

CREADO CON UNA VERSION PARA ESTUDIANTES DE AUTODESK

	Proyecto: DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE METODOLOGÍAS ANALÍTICO-NUMÉRICAS BASADAS EN AJUSTE MODAL, ALGORITMOS GENÉTICOS Y BASADOS EN GRADIENTE PARA LA OPTIMIZACIÓN ACÚSTICA DE CATALIZADORES DE MCIA	Plano: Diseño Óptimo del Catalizador Geometría 4	Fecha: Agosto 2020	Nº Plano: 4
		Autor: Jose Enrique Benlloch Lozano	Escala: 1:5	

ANEXOS

ANEXO I: FICHERO DE TEXTO VARIAB

```

% Fichero con las variables del problema acústico del catalizador
% =====
%
%=====
% Frecuencias de análisis
% =====
%
10 % Frecuencia inicial
3000 % Frecuencia final
10 % Incremento de frecuencia
%
%=====
% Propiedades del aire
% También pueden calcularse en función de la temperatura (ver final del
fichero)
%=====
%
340.255 % Velocidad del sonido en el aire
1.225 % Densidad del aire
%
%=====
% Número de Modos
%=====
%
30
%
%=====
% Longitudes de las cámaras y del monolito de catalizador
%=====
%
0.1 % Longitud del tramo de expansión de la cámara
0.1 % Longitud del monolito
0.1 % Longitud del tramo de contracción de la cámara
%
%=====
% Propiedades del monolito
% Algunas también pueden calcularse en función de la temperatura (ver final
del fichero)
%=====
%
1000 % Resistividad (debería se función de la temperatura; de momento no)
0.88 % Porosidad
1.07 % Factor geométrico (1 para capilar circular; 1.07 para capilar
cuadrado; 1.14 para capilar triangular)
0.0000178938 % Viscosidad dinámica
0.02476 % Conductividad térmica
1006.639 % Calor específico a presión constante
%
%=====
% Temperatura °C (propiedades del aire y del monolito)
%=====
%
15 % Temperatura (-1 ==> se meten los valores de arriba directamente;
distinto de -1 ==> se calculan con la ley de gas perfecto y otras
interpolaciones)

```

```

%
%=====
% Secciones de entrada/salida para cálculo de TL y adaptación de número de
% modos en cada conducto (si se desea)
% Si son iguales no afecta
%=====
0.00066564 % Sección del conducto de entrada
0.00066564 % Sección del conducto de salida

```

ANEXO II: SCRIPT DE MATLAB “AJUSTE_MODAL.M”

```

% Ajuste modal con monolito (modelo 3D/1D).
% Técnica de ajuste modal híbrida analítica-numérica.
% =====

% Barrido en frecuencia
% =====

NB=(ffin-fini)/deltaf+1;

for nf=1:NB

    frec=deltaf*(nf-1)+fini;
    w=2*pi*frec;
    'Frecuencia ='
    frec
    kaire=w/caire; % Número de onda del aire

    % ---- Caracterización del monolito. Modelo de Allard

    rj=(-1j)^0.5;
    ss=alpha*(8*w*rhoaire/(resis*poro))^0.5;
    gc1=(-ss/4*rj*besselj(1,ss*rj)/besselj(0,ss*rj))/(1-
2/(ss*rj)*besselj(1,ss*rj)/besselj(0,ss*rj));
    rhom=rhoaire+resis*poro*gc1/(1j*w); % Densidad acústica equivalente
del monolito
    sss=ss*(prandt1)^0.5;
    gc2=(-sss/4*rj*besselj(1,sss*rj)/besselj(0,sss*rj))/(1-
2/(sss*rj)*besselj(1,sss*rj)/besselj(0,sss*rj));
    denomin=((1+poro*resis*gc1/(1j*w*rhoaire))*(1.4-(1.4-
1)/(1+poro*resis*gc2/(1j*w*rhoaire*prandt1))))^0.5;
    cm=caire/denomin; % Velocidad del sonido equivalente del monolito
    km=w/cm; % Número de onda equivalente del monolito

```

```

% ---- Cuatro polos de la matriz de transferencia para conectar las dos
caras del monolito

T11=cos(km*lc);
T12=1j*rhom*cm*sin(km*lc)/poro;
T21=1j*poro*sin(km*lc)/(rhom*cm);
T22=cos(km*lc);

% Números de onda axiales en conductos y cámaras

for i=1:Modos
    if kaire^2 >= D1E(i)
        kz1E(i)=(kaire^2-D1E(i))^0.5;
    end
    if kaire^2 < D1E(i)
        kz1E(i)=- (kaire^2-D1E(i))^0.5;
    end
    if kaire^2 >= D23E(i)
        kz23E(i)=(kaire^2-D23E(i))^0.5;
    end
    if kaire^2 < D23E(i)
        kz23E(i)=- (kaire^2-D23E(i))^0.5;
    end
    if kaire^2 >= D1S(i)
        kz1S(i)=(kaire^2-D1S(i))^0.5;
    end
    if kaire^2 < D1S(i)
        kz1S(i)=- (kaire^2-D1S(i))^0.5;
    end
    if kaire^2 >= D23S(i)
        kz23S(i)=(kaire^2-D23S(i))^0.5;
    end
    if kaire^2 < D23S(i)
        kz23S(i)=- (kaire^2-D23S(i))^0.5;
    end
end

% Ensamblado de las ecuaciones y resolución del sistema final de
% ecuaciones de ajuste modal (código analítico artículo JCAM adaptado)
% =====

Matriz=zeros(4*Nmod+Nmoda+Nmode,4*Nmod+Nmoda+Nmode); % Matriz de

```

```

coeficientes
    Vector=zeros(4*Nmod+Nmoda+Nmode,1);           % Vector de términos
independientes

    % Presión. Sección de entrada. Onda plana incidente
    Vector(1,1)=-V1E(:,1)'*mat_M1E*V1E(:,1); % De la condición de presión.
Lado derecho de la ecuación (ver artículo JCAM).
    % Presión en cambio de sección A/B
    for ic=1:Nmoda % Bucle de ajuste modal
        % Presión en la expansión. Modos de conducto de entrada.
        % Ortogonalidad. No hay bucle de modos en la superposición
        Matriz(ic,ic)=V1E(:,ic)'*mat_M1E*V1E(:,ic); % Regresivos. Lado
izquierdo de la ecuación (ver artículo JCAM).

        % Presión en la expansión. Modos de cámara de entrada.
        for in=1:Nmod % Bucle de modos de la superposición
            Matriz(ic,in+Nmoda)=-V23E_r(:,in)'*mat_M1E*V1E(:,ic); %
Progresivos. Pasados del lado derecho al izquierdo de la ecuación (ver
artículo JCAM).
            Matriz(ic,in+Nmod+Nmoda)=-V23E_r(:,in)'*mat_M1E*V1E(:,ic); %
Regresivos. Pasados del lado derecho al izquierdo de la ecuación (ver
artículo JCAM).
        end
    end

    % Velocidad. Sección de entrada. Onda plana incidente
    for ic=1:Nmod % Bucle de ajuste modal
        Vector(ic+Nmoda,1)=-kz1E(1)*V1E(:,1)'*mat_M1E*V23E_r(:,ic); % Lado
derecho de la ecuación (ver artículo JCAM)
    end
    % Velocidad en cambio de sección A/B
    for ic=1:Nmod % Bucle de ajuste modal
        % Velocidad en la expansión. Modos de conducto de entrada.
        for in=1:Nmoda % Bucle de modos de la superposición
            kz1E_i=kz1E(in);
            Matriz(ic+Nmoda,in)=-kz1E_i*V1E(:,in)'*mat_M1E*V23E_r(:,ic);
% Regresivos. Lado izquierdo de la ecuación (ver artículo JCAM).
        end
        % Velocidad en la expansión. Modos de cámara de entrada.
        % Ortogonalidad. No hay bucle de modos en la superposición
        kz23E_i=kz23E(ic);
        Matriz(ic+Nmoda,ic+Nmoda)=-
kz23E_i*V23E(:,ic)'*mat_M23E*V23E(:,ic); % Progresivos. Lado izquierdo de

```

```

la ecuación (ver artículo JCAM).

Matriz(ic+Nmoda,ic+Nmod+Nmoda)=+kz23E_i*V23E(:,ic)'+mat_M23E*V23E(:,ic); %
Regresivos. Lado izquierdo de la ecuación (ver artículo JCAM).
    end

% =====
% Acoplamiento de presión y velocidad a ambos lados del monolito
% =====
% Monolito
    for ic=1:Nmod % Ortogonalidad. No hay bucle de modos en la
superposición
        kz23E_i=kz23E(ic);
        kz23S_i=kz23S(ic); % Se mantienen las secciones. kz23E =
kz23S.

        % ===== Acoplamiento con T11, T12, T21 y T22
        % Presión
        Matriz(ic+Nmod+Nmoda,ic+Nmoda)=+exp(-j*kz23E_i*lb); %
Progresivos, lado izquierdo de la ecuación (ver artículo JCAM), aguas
arriba.

        Matriz(ic+Nmod+Nmoda,ic+Nmod+Nmoda)=+exp(j*kz23E_i*lb); %
Regresivos, lado izquierdo de la ecuación (ver artículo JCAM), aguas arriba.

        Matriz(ic+Nmod+Nmoda,ic+2*Nmod+Nmoda)=-T11-
T12*kz23S_i/(rhoaire*w); % Progresivos, lado izquierdo de la ecuación (ver
artículo JCAM), aguas abajo.

        Matriz(ic+Nmod+Nmoda,ic+3*Nmod+Nmoda)=-
T11+T12*kz23S_i/(rhoaire*w); % Regresivos, lado izquierdo de la ecuación
(ver artículo JCAM), aguas abajo.

        % Velocidad
        Matriz(ic+2*Nmod+Nmoda,ic+Nmoda)=+kz23E_i/(rhoaire*w)*exp(-
j*kz23E_i*lb); % Progresivos, ídem.

        Matriz(ic+2*Nmod+Nmoda,ic+Nmod+Nmoda)=-
kz23E_i/(rhoaire*w)*exp(j*kz23E_i*lb); % Regresivos, ídem.

        Matriz(ic+2*Nmod+Nmoda,ic+2*Nmod+Nmoda)=-T21-
T22*kz23S_i/(rhoaire*w); % Progresivos, ídem.

        Matriz(ic+2*Nmod+Nmoda,ic+3*Nmod+Nmoda)=-
T21+T22*kz23S_i/(rhoaire*w); % Regresivos, ídem.

        % ===== Fin de acoplamiento con T11, T12, T21 y T22

    end

% Presión en cambio de sección D/E
    for ic=1:Nmode % Bucle de ajuste modal

```

```

    % Presión en la contracción. Modos de conducto de salida E.
    % Ortogonalidad. No hay bucle de modos en la superposición

Matriz(ic+3*Nmod+Nmoda,ic+4*Nmod+Nmoda)=V1S(:,ic)'*mat_M1S*V1S(:,ic); %
Progresivos. Lado derecho de la ecuación (ver artículo JCAM).

    % Presión en la contracción. Modos de cámara de salida D.
    for in=1:Nmod % Bucle de modos de la superposición
        kz23S_i=kz23S(in);
        Matriz(ic+3*Nmod+Nmoda,in+2*Nmod+Nmoda)=-
V23S_r(:,in)'*mat_M1S*V1S(:,ic)*exp(-j*kz23S_i*ld); % Progresivos. Lado
derecho de la ecuación (ver artículo JCAM).
        Matriz(ic+3*Nmod+Nmoda,in+3*Nmod+Nmoda)=-
V23S_r(:,in)'*mat_M1S*V1S(:,ic)*exp(j*kz23S_i*ld); % Regresivos. Lado
derecho de la ecuación (ver artículo JCAM).
    end
end

    % Velocidad en cambio de sección D/E
    for ic=1:Nmod % Bucle de ajuste modal
        % Velocidad en la contracción. Modos de conducto de salida E.
        for in=1:Nmode % Bucle de modos de la superposición
            kz1S_i=kz1S(in);

Matriz(ic+Nmode+3*Nmod+Nmoda,in+4*Nmod+Nmoda)=kz1S_i*V1S(:,in)'*mat_M1S*V23S
_r(:,ic); % Progresivos. Lado derecho de la ecuación (ver artículo JCAM).
        end
        % Velocidad en la contracción. Modos de cámara de salida D.
        % Ortogonalidad. No hay bucle de modos en la superposición
        kz23S_i=kz23S(ic);
        Matriz(ic+Nmode+3*Nmod+Nmoda,ic+2*Nmod+Nmoda)=-
kz23S_i*V23S(:,ic)'*mat_M23S*V23S(:,ic)*exp(-j*kz23S_i*ld); % Progresivos.
Lado derecho de la ecuación (ver artículo JCAM).

Matriz(ic+Nmode+3*Nmod+Nmoda,ic+3*Nmod+Nmoda)=+kz23S_i*V23S(:,ic)'*mat_M23S*
V23S(:,ic)*exp(j*kz23S_i*ld); % Regresivos. Lado derecho de la ecuación
(ver artículo JCAM).
    end

    Sol=Matriz\Vector;

TL(nf,1)=10*log10((Sent*abs(1*V1E(1,1))^2)/(Ssa1*abs(Sol(4*Nmod+Nmoda+1)*V1S

```

```
(1,1))^2)); % Tiene en cuenta áreas distintas, así como posibles
normalizaciones modales diferentes de 1

end % Fin del barrido en frecuencia
```

ANEXO III: SCRIPT DE MATLAB “PRINCIPAL.M”

```
clear all
clf
tic

% Catalizador de sección transversal arbitraria con monolito (modelo 3D/1D).
% Técnica de ajuste modal híbrida analítica-numérica.
% =====

% Definición de la geometría, modelo, etc.
% =====

% Definición de variables del problema
% =====

load variab

% =====
% =====
% Definición del modelo de elementos finitos
% =====
% =====

global xyE topE xyS topS;

% Topología de la sección de entrada

load xy2E % tubo central
load top2E % tubo central
load xy3E % cámara
load top3E % cámara

% Topología de la sección de salida
```

```
load xy2S % tubo central
load top2S % tubo central
load xy3S % cámara
load top3S % cámara

% Globalización de parámetros.
% Genera matrices con todos los nodos y elementos ordenados
% =====

n2E = size(xy2E,1);
nel2E = size(top2E,1);
n3E = size(xy3E,1);
nel3E = size(top3E,1);
nnpeE = size(top2E,2)-1;

n2S = size(xy2S,1);
nel2S = size(top2S,1);
n3S = size(xy3S,1);
nel3S = size(top3S,1);
nnpeS = size(top2S,2)-1;

[xyE,topE]=globaliza1(xy2E,xy3E,top2E,top3E);
nE=size(xyE,1);
nelE=size(topE,1);

[xyS,topS]=globaliza1(xy2S,xy3S,top2S,top3S);
nS=size(xyS,1);
nelS=size(topS,1);

% figure
% d_malla(nelE,nnpeE,xyE,topE) % Dibuja la malla de entrada
% pause

% figure
% d_malla(nelS,nnpeS,xyS,topS) % Dibuja la malla de salida
% pause

% Puntos de integración
% =====

ngauss2= 2;
g2(1)= -1/sqrt(3);
g2(2)= -g2(1);
```

```

h2(1)= 1.0;
h2(2)= h2(1);

% Puntos de integración
% =====

ngauss3= 3;
g3(1)= -sqrt(3/5);
g3(2)= 0.0;
g3(3)= -g3(1);
h3(1)= 5/9;
h3(2)= 8/9;
h3(3)= h3(1);

% Puntos de integración
% =====

ngauss4= 4;
g4(1)= -0.861136311594953;
g4(2)= -0.339981043584856;
g4(3)= -g4(2);
g4(4)= -g4(1);
h4(1)= 0.347854845137454;
h4(2)= 0.652145154862546;
h4(3)= h4(2);
h4(4)= h4(1);

% Número de modos
% =====

Modos=variab(6); % Número máximo de modos. Corresponde a la sección completa
de la cámara.

% Modificar esto se si desea utilizar diferentes modos por conducto

Nmod=Modos;
Nmoda=10;
Nmode=10;

% Longitudes de la cámara y el monolito
% Secciones de conductos entrada/salida (cálculo del TL)
% =====

```

```

lb=variab(7); % Longitud del tramo de expansión de la cámara
lc=variab(8); % Longitud del monolito
ld=variab(9); % Longitud del tramo de contracción de la cámara
Sent=variab(17); % Sección del conducto de entrada
Ssal=variab(18); % Sección del conducto de salida

% Definición de variables del problema
% =====

% Frecuencias de análisis
% =====

fini=variab(1); % frecuencia inicial
ffin=variab(2); % frecuencia final
deltaf=variab(3); % Incremento de frecuencia

% =====
% =====
% Propiedades del aire
% =====
% =====

temp=variab(16); % Temperatura (°C)
if temp== -1 % Se introducen los valores directamente
    caire=variab(4); % Velocidad del sonido en el aire
    rhoaire=variab(5); % Densidad del aire
end
if temp~= -1 % Se calculan en función de la temperatura
    caire = (1.4*8.314*(temp+273.15)/0.02897)^0.5;
    rhoaire = 101325*0.02897/(8.314*(temp+273.15));
end

% =====
% =====
% Propiedades del monolito. Modelo de Allard
% =====
% =====

resis=variab(10); % Resistividad del monolito (realmente debería ser función
de la temperatura)
poro=variab(11); % Porosidad del monolito
alpha=variab(12); % Factor geométrico del capilar
if temp== -1 % Se introducen los valores directamente
    visco=variab(13); % Viscosidad
    kappa=variab(14); % Conductividad térmica
    Cp=variab(15); % Calor específico a presión constante

```

```

end
if temp~=-1 % Se calculan en función de la temperatura
    visco = 1.458e-6*(temp+273.15)^1.5/(temp+273.15+110.4) ; % Ecuación de
Sutherland; viscosidad dinámica
    kappa = 0.023635+7.562892e-5*temp-2.523277e-8*temp^2+4.648739e-12*temp^3;
% Conductividad térmica. Ajuste con Mathcad entre 0°C y 1000 °C
    Cp = 1.00734e3-0.059809*temp+8.879379e-4*temp^2-1.055691e-
6*temp^3+4.044381e-10*temp^4; % Calor específico a presión constante.
Ajuste con Mathcad entre 0°C y 1000 °C
end
prandtl=visco*Cp/kappa; % Número de Prandtl

% =====
% =====
% ELEMENTOS FINITOS. MATRICES DE MASA Y RIGIDEZ (ACÚSTICAS)
% =====
% =====
% Matrices para la sección de ENTRADA
% =====
% ---- Matrices de rigidez

[KA_A2E]=mat_k2(nel2E,xyE,top2E,ngauss4,g4,h4,nE); % Tubo central
[KA_A23E]=mat_k2_k3(nel3E,xyE,top3E,ngauss4,g4,h4,KA_A2E,nE); % Cámara
(incluye tubo central)

% ---- Matriz de masa

[MA_A2E]=mat_m2(nel2E,xyE,top2E,ngauss4,g4,h4,nE); % Tubo central
[MA_A23E]=mat_m2_m3(nel3E,xyE,top3E,ngauss4,g4,h4,MA_A2E,nE); % Cámara
(incluye tubo central)

% Matrices para la sección de SALIDA
% =====
% ---- Matrices de rigidez

[KA_A2S]=mat_k2(nel2S,xyS,top2S,ngauss4,g4,h4,nS); % Tubo central
[KA_A23S]=mat_k2_k3(nel3S,xyS,top3S,ngauss4,g4,h4,KA_A2S,nS); % Cámara
(incluye tubo central)

% ---- Matriz de masa m2

[MA_A2S]=mat_m2(nel2S,xyS,top2S,ngauss4,g4,h4,nS); % Tubo central
[MA_A23S]=mat_m2_m3(nel3S,xyS,top3S,ngauss4,g4,h4,MA_A2S,nS); % Cámara

```

```

(incluye tubo central)

% Cálculo de autovalores y autovectores (conducto de pared rígida)
% Sección de entrada
% =====

mat_K1E = KA_A2E(xy2E(:,1),xy2E(:,1)); % Submatriz de rigidez con nodos de
conducto de entrada
mat_K23E= KA_A23E; % Sección de entrada completa

mat_M1E = MA_A2E(xy2E(:,1),xy2E(:,1)); % Submatriz de masa con nodos de
conducto de entrada
mat_M23E = MA_A23E; % Sección de entrada completa

% Matriz de cálculo = inv(M)*K

% mat1E = mat_M1E\mat_K1E; % Parece que no proporciona ortogonalidad con
matriz de masa
% mat23E = mat_M23E\mat_K23E; % Parece que no proporciona ortogonalidad
con matriz de masa

%[V1E,D1E]=eig(full(mat1E)); % Autovalores reales. Son  $kt^2$  (en sección
circular es  $(\alpha/R)^2$ )
%[V23E,D23E]=eig(full(mat23E));
%[V1E,D1E]=eig(mat1E); % Autovalores reales. Son  $kt^2$  (en sección circular
es  $(\alpha/R)^2$ )
%[V23E,D23E]=eig(mat23E);
% Los métodos anteriores no proporcionan ortogonalidad respecto a la matriz
de masa (¿?)
[V1E,D1E]=eig(mat_K1E,mat_M1E); % Autovalores reales. Son  $kt^2$  (en sección
circular es  $(\alpha/R)^2$ )
[V23E,D23E]=eig(mat_K23E,mat_M23E);

% ---- Ordenación de los autovalores y los autovectores

D1E=diag(D1E);
D23E=diag(D23E);

Value1E=D1E;
[Sorted1E,Index1E]=sort(Value1E,'ascend');

D1E=D1E(Index1E);
V1E=V1E(:,Index1E);

```

```

Value23E=D23E;
[Sorted23E,Index23E]=sort(Value23E,'ascend');

D23E=D23E(Index23E);
V23E=V23E(:,Index23E);
V23E_r=V23E(xy2E(:,1),1:size(xy2E,1)); % Valores en los nodos de la
sección de entrada

% Sección de salida
% =====

mat_K1S = KA_A2S(xy2S(:,1),xy2S(:,1)); % Submatriz de rigidez con nodos de
conducto de salida
mat_K23S= KA_A23S; % Sección de salida completa

mat_M1S = MA_A2S(xy2S(:,1),xy2S(:,1)); % Submatriz de masa con nodos de
conducto de salida
mat_M23S = MA_A23S; % Sección de salida completa

% Matriz de cálculo = inv(M)*K

mat1S = mat_M1S\mat_K1S; % Parece que no proporciona ortogonalidad con
matriz de masa
mat23S = mat_M23S\mat_K23S; % Parece que no proporciona ortogonalidad con
matriz de masa

%[V1S,D1S]=eig(full(mat1S)); % Autovalores reales. Son  $kt^2$  (en sección
circular es  $(\alpha/R)^2$ )
%[V23S,D23S]=eig(full(mat23S));
%[V1S,D1S]=eig(mat1S); % Autovalores reales. Son  $kt^2$  (en sección circular
es  $(\alpha/R)^2$ )
%[V23S,D23S]=eig(mat23S);
% Los métodos anteriores no proporcionan ortogonalidad respecto a la matriz
de masa (?)
[V1S,D1S]=eig(mat_K1S,mat_M1S); % Autovalores reales. Son  $kt^2$  (en sección
circular es  $(\alpha/R)^2$ )
[V23S,D23S]=eig(mat_K23S,mat_M23S);

% ---- Ordenación de los autovalores y los autovectores

D1S=diag(D1S);
D23S=diag(D23S);

```

```
Value1S=D1S;
[Sorted1S,Index1S]=sort(Value1S,'ascend');

D1S=D1S(Index1S);
V1S=V1S(:,Index1S);

Value23S=D23S;
[Sorted23S,Index23S]=sort(Value23S,'ascend');

D23S=D23S(Index23S);
V23S=V23S(:,Index23S);
V23S_r=V23S(xy2S(:,1),1:size(xy2S,1)); % Valores en los nodos de la
sección de salida

% =====
% =====
% AJUSTE MODAL. GENERACIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES.
% Se toma como base el programa para geometrías circulares (artículo JCAM
% 330 (2018) 995-1006)
% Los sistemas de referencia cambian. Las integrales analíticas se
% reemplazan por las de EF (matrices de masa y modos de presión).
% =====
% =====

ajuste_modal

% =====
% =====

compTime=toc

for nf=1:(ffin-fini)/deltaf+1
    frec_d(nf)=fini+(nf-1)*deltaf;
end

plot(frec_d,TL,'b')
title(['R_{Mon}= ' num2str(resis) ' Pa*s/m^{2}; L_{Mon}= ' num2str(lc) ' m;
L_{Exp}= ' num2str(lb) ' m; L_{Contr}= ' num2str(ld) ' m'])
xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('TL (dB)')
axis([0 ffin 0 max(TL)+10])
```

```
save TL TL -ascii % Guarda el TL en un archivo
%save time compTime -ascii % Guarda el tiempo de cálculo
```

ANEXO IV: SCRIPT DE MATLAB “VARIAB”

```
% Fichero con las variables del problema de catalizador
% =====
%
%=====
% Frecuencias de análisis
% =====
% Rango de frecuencias de optimización
%=====
%
450 % Frecuencia inicial del intervalo de optimización
550 % Frecuencia final del intervalo de optimización
10 % Incremento de frecuencia
%
%=====
% Propiedades del aire (ver temperatura al final del fichero)
%=====
%
340.255 % Velocidad del sonido en el aire
1.225 % Densidad del aire
%
%=====
% Número de Modos
%=====
%
20
%
%=====
% Longitudes de la cámara y el monolito
% Aquí son variables de la función objetivo para su optimización
%=====
%
0.1 % Longitud del tramo de expansión de la cámara ==> pasa a ser x(1)
%
0.1 % Longitud del monolito ==> pasa a ser x(2)
%
0.1 % Longitud del tramo de contracción de la cámara ==> pasa a ser x(3)
%
%=====
%=====
% Propiedades del monolito (ver temperatura al final del fichero)
% La resistividad y la porosidad son variables de la función objetivo para
su optimización
%=====
%=====
%
% 1000 % Resistividad (debería ser función de la temperatura y depender de
la porosidad; de momento no) ==> pasa a ser x(4)
%
% 0.88 % Porosidad ==> pasa a ser x(5)
%
1.07 % Factor geométrico (1 para capilar circular; 1.07 para capilar
cuadrado; 1.14 para capilar triangular)
0.0000178938 % Viscosidad dinámica
```

```

0.02476      % Conductividad térmica
1006.639    % Calor específico a presión constante
%
%=====
% Temperatura (propiedades del aire y del monolito)
%=====
%
15 % Temperatura (-1 ==> se meten los valores de arriba directamente;
distinto de -1 ==> se calculan con la ley de gas perfecto y otras
interpolaciones)
%
%=====
% Secciones de entrada/salida para cálculo de TL y adaptación de número de
modos en cada conducto (si se desea)
%=====
0.00066564  % Sección del conducto de entrada
0.00066564  % Sección del conducto de salida
%=====

```

ANEXO V: SCRIPT DE MATLAB “PREVIO_AJUSTE_MODAL.M”

```

% Definición de la geometría, modelo, etc.
% =====

% Definición de variables del problema
% =====

load variab

% =====
% =====
% Definición del modelo de elementos finitos
% =====
% =====

global xyE topE xyS topS;

% Topología de la sección de entrada

load xy2E % tubo central
load top2E % tubo central
load xy3E % cámara
load top3E % cámara

% Topología de la sección de salida

```

```

load xy2S % tubo central
load top2S % tubo central
load xy3S % cámara
load top3S % cámara

% Globalización de parámetros.
% Genera matrices con todos los nodos y elementos ordenados
% =====

n2E = size(xy2E,1);
nel2E = size(top2E,1);
n3E = size(xy3E,1);
nel3E = size(top3E,1);
nnpeE = size(top2E,2)-1;

n2S = size(xy2S,1);
nel2S = size(top2S,1);
n3S = size(xy3S,1);
nel3S = size(top3S,1);
nnpeS = size(top2S,2)-1;

[xyE,topE]=globaliza1(xy2E,xy3E,top2E,top3E);
nE=size(xyE,1);
nelE=size(topE,1);

[xyS,topS]=globaliza1(xy2S,xy3S,top2S,top3S);
nS=size(xyS,1);
nelS=size(topS,1);

% figure
% d_malla(nelE,nnpeE,xyE,topE) % Dibuja la malla de entrada
%pause

% figure
% d_malla(nelS,nnpeS,xyS,topS) % Dibuja la malla de salida
% pause

% Puntos de integración
% =====

ngauss2= 2;
g2(1)= -1/sqrt(3);
g2(2)= -g2(1);

```

```
h2(1)= 1.0;
h2(2)= h2(1);

% Puntos de integración
% =====

ngauss3= 3;
g3(1)= -sqrt(3/5);
g3(2)= 0.0;
g3(3)= -g3(1);
h3(1)= 5/9;
h3(2)= 8/9;
h3(3)= h3(1);

% Puntos de integración
% =====

ngauss4= 4;
g4(1)= -0.861136311594953;
g4(2)= -0.339981043584856;
g4(3)= -g4(2);
g4(4)= -g4(1);
h4(1)= 0.347854845137454;
h4(2)= 0.652145154862546;
h4(3)= h4(2);
h4(4)= h4(1);

% Número de modos
% =====

global Modos Nmod Nmoda Nmode;

Modos=variab(6); % Número máximo de modos. Corresponde a la sección completa
de la cámara.

% Modificar esto se si desea utilizar diferentes modos por conducto

Nmod=Modos;
Nmoda=10;
Nmode=10;

% Longitudes de la cámara y el monolito
% Secciones de conductos entrada/salida (cálculo del TL)
```

```

% =====

% lb=variab(7); % Longitud del tramo de expansión de la cámara
% lb pasa a ser x(1)
% lc=variab(8); % Longitud del monolito
% lc pasa a ser x(2)
% ld=variab(9); % Longitud del tramo de contracción de la cámara
% ld pasa a ser x(3)

global Sent Ssal;

Sent=variab(12); % Sección del conducto de entrada
Ssal=variab(13); % Sección del conducto de salida

% Definición de variables del problema
% =====

% Frecuencias de análisis
% Rango de frecuencias de optimización
% =====

global ffin fini deltaf TL TLmedio;

fini=variab(1); % Frecuencia inicial del intervalo de optimización
ffin=variab(2); % Frecuencia final del intervalo de optimización
deltaf=variab(3); % Incremento de frecuencia

% =====
% =====
% Propiedades del aire
% =====
% =====

global temp caire rhoaire;

temp=variab(11); % Temperatura (°C)
if temp==-1 % Se introducen los valores directamente
    caire=variab(4); % Velocidad del sonido en el aire
    rhoaire=variab(5); % Densidad del aire
end
if temp~=-1 % Se calculan en función de la temperatura
    caire = (1.4*8.314*(temp+273.15)/0.02897)^0.5;
    rhoaire = 101325*0.02897/(8.314*(temp+273.15));

```

```

end

% =====
% =====
% Propiedades del monolito. Modelo de Allard
% =====
% =====

global alpha visco kappa Cp prandtl;

% resis=variab(7); % Resistividad del monolito (realmente debería ser
función de la temperatura)
% resis pasa a ser x(4)
% poro=variab(8); % Porosidad del monolito
% poro pasa a ser x(5)

alpha=variab(7); % Factor geométrico del capilar
if temp==-1 % Se introducen los valores directamente
    visco=variab(8); % Viscosidad
    kappa=variab(9); % Conductividad térmica
    Cp=variab(10); % Calor específico a presión constante
end
if temp~= -1 % Se calculan en función de la temperatura
    visco = 1.458e-6*(temp+273.15)^1.5/(temp+273.15+110.4) ; % Ecuación de
Sutherland; viscosidad dinámica
    kappa = 0.023635+7.562892e-5*temp-2.523277e-8*temp^2+4.648739e-12*temp^3;
% Conductividad térmica. Ajuste con Mathcad entre 0°C y 1000 °C
    Cp = 1.00734e3-0.059809*temp+8.879379e-4*temp^2-1.055691e-
6*temp^3+4.044381e-10*temp^4; % Calor específico a presión constante.
Ajuste con Mathcad entre 0°C y 1000°C
end
prandtl=visco*Cp/kappa; % Número de Prandtl

% =====
% =====
% ELEMENTOS FINITOS. MATRICES DE MASA Y RIGIDEZ (ACÚSTICAS)
% =====
% =====
% Matrices para la sección de ENTRADA
% =====
% ---- Matrices de rigidez

[KA_A2E]=mat_k2(nel2E,xyE,top2E,ngauss4,g4,h4,nE); % Tubo central
[KA_A23E]=mat_k2_k3(nel3E,xyE,top3E,ngauss4,g4,h4,KA_A2E,nE); % Cámara

```

```

(incluye tubo central)

% ---- Matriz de masa

[MA_A2E]=mat_m2(nel2E,xyE,top2E,ngauss4,g4,h4,nE); % Tubo central
[MA_A23E]=mat_m2_m3(nel3E,xyE,top3E,ngauss4,g4,h4,MA_A2E,nE); % Cámara
(incluye tubo central)

% Matrices para la sección de SALIDA
% =====
% ---- Matrices de rigidez

[KA_A2S]=mat_k2(nel2S,xyS,top2S,ngauss4,g4,h4,nS); % Tubo central
[KA_A23S]=mat_k2_k3(nel3S,xyS,top3S,ngauss4,g4,h4,KA_A2S,nS); % Cámara
(incluye tubo central)

% ---- Matriz de masa m2

[MA_A2S]=mat_m2(nel2S,xyS,top2S,ngauss4,g4,h4,nS); % Tubo central
[MA_A23S]=mat_m2_m3(nel3S,xyS,top3S,ngauss4,g4,h4,MA_A2S,nS); % Cámara
(incluye tubo central)

% Cálculo de autovalores y autovectores (conducto de pared rígida)
% Sección de entrada
% =====

global D1E D23E D1S D23S V1E mat_M1E V23E_r V23E mat_M23E;
global V1S mat_M1S V23S_r V23S mat_M23S;

mat_K1E = KA_A2E(xy2E(:,1),xy2E(:,1)); % Submatriz de rigidez con nodos de
conducto de entrada
mat_K23E= KA_A23E; % Sección de entrada completa

mat_M1E = MA_A2E(xy2E(:,1),xy2E(:,1)); % Submatriz de masa con nodos de
conducto de entrada
mat_M23E = MA_A23E; % Sección de entrada completa

% Matriz de cálculo = inv(M)*K

% mat1E = mat_M1E\mat_K1E; % Parece que no proporciona ortogonalidad con
matriz de masa
% mat23E = mat_M23E\mat_K23E; % Parece que no proporciona ortogonalidad
con matriz de masa

```

```

%[V1E,D1E]=eig(full(mat1E)); % Autovalores reales. Son  $kt^2$  (en sección
circular es  $(\alpha/R)^2$ )
%[V23E,D23E]=eig(full(mat23E));
%[V1E,D1E]=eig(mat1E); % Autovalores reales. Son  $kt^2$  (en sección circular
es  $(\alpha/R)^2$ )
%[V23E,D23E]=eig(mat23E);
% Los métodos anteriores no proporcionan ortogonalidad respecto a la matriz
de masa ( $\hat{A}_j$ ?)
[V1E,D1E]=eig(mat_K1E,mat_M1E); % Autovalores reales. Son  $kt^2$  (en sección
circular es  $(\alpha/R)^2$ )
[V23E,D23E]=eig(mat_K23E,mat_M23E);

% ---- Ordenación de los autovalores y los autovectores

D1E=diag(D1E);
D23E=diag(D23E);

Value1E=D1E;
[Sorted1E,Index1E]=sort(Value1E,'ascend');

D1E=D1E(Index1E);
V1E=V1E(:,Index1E);

Value23E=D23E;
[Sorted23E,Index23E]=sort(Value23E,'ascend');

D23E=D23E(Index23E);
V23E=V23E(:,Index23E);
V23E_r=V23E(xy2E(:,1),1:size(xy2E,1)); % Valores en los nodos de la
sección de entrada

% Sección de salida
% =====

mat_K1S = KA_A2S(xy2S(:,1),xy2S(:,1)); % Submatriz de rigidez con nodos de
conducto de salida
mat_K23S= KA_A23S; % Sección de salida completa

mat_M1S = MA_A2S(xy2S(:,1),xy2S(:,1)); % Submatriz de masa con nodos de
conducto de salida
mat_M23S = MA_A23S; % Sección de salida completa

```

```
% Matriz de cálculo = inv(M)*K

mat1S = mat_M1S\mat_K1S; % Parece que no proporciona ortogonalidad con
matriz de masa
mat23S = mat_M23S\mat_K23S; % Parece que no proporciona ortogonalidad con
matriz de masa

%[V1S,D1S]=eig(full(mat1S)); % Autovalores reales. Son  $kt^2$  (en sección
circular es  $(\alpha/R)^2$ )
%[V23S,D23S]=eig(full(mat23S));
%[V1S,D1S]=eig(mat1S); % Autovalores reales. Son  $kt^2$  (en sección circular
es  $(\alpha/R)^2$ )
%[V23S,D23S]=eig(mat23S);
% Los métodos anteriores no proporcionan ortogonalidad respecto a la matriz
de masa
[V1S,D1S]=eig(mat_K1S,mat_M1S); % Autovalores reales. Son  $kt^2$  (en sección
circular es  $(\alpha/R)^2$ )
[V23S,D23S]=eig(mat_K23S,mat_M23S);

% ---- Ordenación de los autovalores y los autovectores

D1S=diag(D1S);
D23S=diag(D23S);

Value1S=D1S;
[Sorted1S,Index1S]=sort(Value1S,'ascend');

D1S=D1S(Index1S);
V1S=V1S(:,Index1S);

Value23S=D23S;
[Sorted23S,Index23S]=sort(Value23S,'ascend');

D23S=D23S(Index23S);
V23S=V23S(:,Index23S);
V23S_r=V23S(xy2S(:,1),1:size(xy2S,1)); % Valores en los nodos de la
sección de salida
```

ANEXO VI: SCRIPT DE MATLAB “OBJETIVO.M”

```

% Catalizador de sección transversal arbitraria con monolito (modelo 3D/1D).
% Técnica de ajuste modal híbrida analítica-numérica.
% Función objetivo: TL (se minimiza el valor medio cambiado de signo
% en el rango de frecuencias de interés).
% =====

function f = objetivo(x)

global Modos Nmod Nmoda Nmode;
global Sent Ssal;
global ffin finl deltaf TL TLmedio;
global temp caire rhoaire;
global alpha visco kappa Cp prandtl;
global D1E D23E D1S D23S V1E mat_M1E V23E_r V23E mat_M23E;
global V1S mat_M1S V23S_r V23S mat_M23S;

% =====
% =====
% AJUSTE MODAL. GENERACIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES.
% Se toma como base el programa para geometrías circulares (artículo JCAM
% 330 (2018) 995-1006)
% Los sistemas de referencia cambian. Las integrales analíticas se
% reemplazan por las de EF (matrices de masa y modos de presión).
% =====
% =====

ajuste_modal

% =====
% Definición de función objetivo
% TL medio con signo negativo (MatLab minimiza)
% =====

f = -mean(TL); % Valor medio del TL con signo menos

```

ANEXO VII: SCRIPT DE MATLAB “PRINCIPAL_FMIN.M”

```
% Catalizador de sección transversal arbitraria con monolito (modelo 3D/1D).
% Técnica de ajuste modal híbrida analítica-numérica.
% Función objetivo: TL (se minimiza el valor medio cambiado de signo
% en el rango de frecuencias de interés).
% =====

clear all
clf

tic

% Lectura de datos, mallados, cálculo de problema de autovalores
% =====

previo_ajuste_modal

% Optimización
% =====
% Variables de optimización:
% x(1) longitud de cámara de entrada Lb
% x(2) longitud de monolito Lc
% x(3) longitud de cámara de salida Ld
% x(4) resistividad de monolito
% x(5) porosidad de monolito

options = optimoptions(@fmincon,'Display','iter','Algorithm','interior-
point');

[x,fval] = fmincon(@objetivo,[0.1 0.1 0.1 1000 0.88],[[],[],[],[],...
[0.05 0.05 0.05 500 0.8],[0.15 0.15 0.15 2000
0.9],[[],options)

toc
```

ANEXO VIII: SCRIPT DE MATLAB “PRINCIPAL_GA.M”

```
% Catalizador de sección transversal arbitraria con monolito (modelo 3D/1D).
% Técnica de ajuste modal híbrida analítica-numérica.
% Función objetivo: TL (se minimiza el valor medio cambiado de signo
% en el rango de frecuencias de interés).
% =====

clear all
clf

tic

% Lectura de datos, mallados, cálculo de problema de autovalores
% =====

previo_ajuste_modal

% Optimización
% =====
% Variables de optimización:
% x(1) longitud de cámara de entrada Lb
% x(2) longitud de monolito Lc
% x(3) longitud de cámara de salida Ld
% x(4) resistividad de monolito
% x(5) porosidad de monolito

options = optimoptions('ga','ConstraintTolerance',1e-6,'Display',...
                      'iter','FunctionTolerance',1e-6,...
                      'PlotFcn', @gaplotbestf);

[x,fval] = ga(@objetivo,5,[],[],[],[],[0.05 0.05 0.05 500 0.8],...
             [0.15 0.15 0.15 2000 0.9],[],options)

toc
```