

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA



Departamento de Organización de Empresas

**UN MARCO DE REFERENCIA PARA EL DISEÑO DE
POLÍTICAS DE INVENTARIO EN REVISIÓN PERIÓDICA
CON DEMANDA DISCRETA Y FILL RATE OBJETIVO**

TESIS DOCTORAL

PRESENTADA POR:

Dña. Ester Guijarro Tarradellas

DIRIGIDA POR:

Dr. D. Manuel Cardós Carboneras

Dra. Dña. María Eugenia Babiloni Griñón

VALENCIA, JUNIO DE 2012

A ellas, que me enseñaron que no sólo
los aves fénix reviven de sus cenizas.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero mostrar mi gratitud a mis directores de tesis, el profesor Dr. D. Manuel Cardós y la profesora Dra. Dña. Eugenia Babiloni, por su ayuda, colaboración y confianza durante todo el proceso de esta tesis.

Quiero también dar las gracias a los profesores D. José Miguel Albarracín y Dña. Marta E. Palmer por la enorme generosidad que han tenido conmigo desde el primer momento.

Me gustaría dar las gracias a José A. Gómez no sólo por su inestimable ayuda durante la programación del experimento de esta tesis, sino sobre todo por la paciencia que ha tenido conmigo durante todo el proceso, por haberme ayudado a encontrar la luz en momentos de oscuridad y por haberse implicado en esta tesis con la generosidad con la que lo ha hecho.

También quiero dar las gracias a mi padre por haber tirado aquella moneda al aire hace ya unos cuantos años y por haberme apoyado en mis decisiones siempre, a su particular manera.

No puedo olvidarme en estas líneas de Carles, Gloria, Josep, Marc, M^a Pilar y Sara, porque en ellos no encontré compañeros, sino amigos con los que he compartido momentos duros, pero también los más dulces de mi vida.

Me gustaría también dar las gracias a Euge, en este caso no como directora, sino como compañera y amiga. Por haberme acogido en el departamento y en su vida, y por haberme cuidado con tanta generosidad desde el momento en que llegué.

Por último, quiero darles las gracias a mi madre y a mi abuela, porque han sido ellas quienes me han enseñado el sentido de las palabras perseverancia, fuerza y valor.

*"Mientras el río corra, los montes hagan sombra y en el cielo haya estrellas, debe durar la memoria del beneficio recibido en la mente del hombre agradecido."
(Virgilio)*

ÍNDICE

RESUMEN	I
RESUM	III
ABSTRACT	V
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN	1
1.2 PROPÓSITO Y OBJETIVOS	4
1.3 METODOLOGÍA E HIPÓTESIS DE TRABAJO.....	5
1.4 ESTRUCTURA DOCUMENTAL.....	5
CAPÍTULO 2. DISEÑO DE UN SISTEMA DE GESTIÓN DE INVENTARIOS (R, S) PARA UNA TASA DE UNIDADES SERVIDAS (FILL RATE) OBJETIVO.....	7
2.1 INTRODUCCIÓN.....	7
2.2 NATURALEZA DE LA DEMANDA	8
2.2.1 <i>Las Características del ítem. La clasificación ABC</i>	8
2.2.2 <i>Métodos de categorización de la demanda</i>	9
2.2.3 <i>Funciones de distribución para la demanda de un ítem</i>	11
2.3 BACKORDERS VERSUS LOST SALES	12
2.4 NOTACIÓN.....	13
2.5 LA POLÍTICA DE GESTIÓN DE INVENTARIOS (R, S)	13
2.6 DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS R Y S DADA UNA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO	15
2.5.1 <i>Procedimiento de cálculo para establecer el periodo de revisión R</i>	16
2.5.2 <i>Procedimiento de cálculo para establecer el stock de referencia S. La tasa de servicio como requisito de diseño</i>	16
2.7 LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS Y SUS HORIZONTES TEMPORALES.....	18
2.8 LA PROBLEMÁTICA DE LA ESTIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS A CORTO PLAZO.	19
2.9 MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN SISTEMAS DE REVISIÓN PERIÓDICA (R, S)..	22
2.8.1 <i>Métodos aproximados</i>	22
2.8.2 <i>Métodos exactos</i>	33
2.10 CONCLUSIONES.....	35
CAPÍTULO 3. DERIVACIÓN Y REFORMULACIÓN DE LOS MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN UN CONTEXTO DE DEMANDA DISCRETA	39
3.1 INTRODUCCIÓN.....	39
3.2 REFORMULACIÓN DE LOS MÉTODOS APROXIMADOS DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN UN CONTEXTO DE DEMANDA DISCRETA	40
3.2.1 <i>Aproximación tradicional en un contexto discreto, FR_{Trad_D}</i>	40
3.2.2 <i>Hadley & Whitin (1963) en un contexto discreto, $FR_{H\&W_D}$</i>	41
3.2.3 <i>Silver (1970) modificado en un contexto discreto, $FR_{Silver70Mod_D}$</i>	41
3.2.4 <i>Johnson et al. (1995) en un contexto discreto, $FR_{Johnson_D}$</i>	42
3.2.5 <i>Teunter (2009) en un contexto discreto, $FR_{Teunter_D}$</i>	43
3.2.6 <i>Silver y Bischak (2011) en un contexto discreto, $FR_{Silver11_D}$</i>	44
3.3 APROXIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN UN CONTEXTO DE DIFERIMIENTO DE DEMANDA NO SERVIDA CON DEMANDA DISCRETA, FR_{APROX_BK}	44
3.4 MÉTODO EXACTO PARA EL CÁLCULO DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN UN CONTEXTO DE DIFERIMIENTO DE DEMANDA NO SERVIDA CON DEMANDA DISCRETA, FR_{EXACTO_BK}	46

CAPÍTULO 4. PRÓPOSITO Y DISEÑO DE LA EXPERIMENTACIÓN.....	49
4.1 INTRODUCCIÓN.....	49
4.2 PROPÓSITO DEL EXPERIMENTO	49
4.2.1 <i>Propósito del Experimento Bk, en el que se acepta diferir la demanda no servida del ciclo</i>	<i>51</i>
4.2.2 <i>Propósito del Experimento LS, en el que no se acepta diferir la demanda no servida del ciclo</i>	<i>52</i>
4.3 DISEÑO DEL EXPERIMENTO.....	55
4.3.1 <i>Factores relativos a la demanda.....</i>	<i>55</i>
4.3.2 <i>Factores relativos a la política de inventario (R, S).....</i>	<i>59</i>
4.3.3 <i>Factores relativos a la tasa de unidades servidas.....</i>	<i>59</i>
4.3.4 <i>Procedimientos de cálculo para determinar el stock de referencia</i>	<i>60</i>
4.3.5 <i>Experimentación</i>	<i>63</i>
CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES	67
5.1 INTRODUCCIÓN.....	67
5.2 EL ERROR RELATIVO DE LOS MÉTODOS DE CÁLCULO DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN LA DETERMINACIÓN DEL STOCK DE REFERENCIA.....	67
5.3 ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LOS ERRORES RELATIVOS DEL EXPERIMENTO Bk EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO.....	69
5.3.1 <i>Poisson</i>	<i>69</i>
5.3.2 <i>Binomial</i>	<i>72</i>
5.3.3 <i>Binomial Negativa</i>	<i>76</i>
5.3.4 <i>Resultados agregados para las tres variables aleatorias</i>	<i>79</i>
5.3.5 <i>Coste computacional de los métodos de estimación considerados en el Experimento Bk</i>	<i>82</i>
5.3.6 <i>Discusión y conclusiones del análisis descriptivo de los resultados del Experimento Bk.....</i>	<i>85</i>
5.4 ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LOS ERRORES RELATIVOS DEL EXPERIMENTO LS EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO.....	87
5.4.1 <i>Poisson</i>	<i>87</i>
5.4.2 <i>Binomial</i>	<i>90</i>
5.4.3 <i>Binomial Negativa</i>	<i>94</i>
5.4.4 <i>Resultados agregados para las tres variables aleatorias</i>	<i>97</i>
5.4.5 <i>Coste computacional de los métodos de estimación considerados en el Experimento LS.....</i>	<i>101</i>
5.4.6 <i>Discusión y conclusiones del análisis descriptivo de los resultados del Experimento LS.....</i>	<i>104</i>
5.5 COMPARACIÓN DEL ANÁLISIS DESCRIPTIVO DEL EXPERIMENTO Bk Y EL EXPERIMENTO LS Y PRINCIPALES CONCLUSIONES.....	105
CAPÍTULO 6. ANÁLISIS EXPLORATORIO DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES	109
6.1 INTRODUCCIÓN.....	109
6.2 EL ÁRBOL DE CLASIFICACIÓN Y REGRESIÓN, C&RT	110
6.2.1 <i>Selección de la variable dependiente: regla para obtener el mejor método de estimación del stock de referencia.....</i>	<i>111</i>
6.2.2 <i>Selección de las variables independientes del árbol de clasificación y regresión</i>	<i>113</i>
6.3 LOS ERRORES DE CLASIFICACIÓN	114
6.4 ANÁLISIS EXPLORATORIO DE LOS RESULTADOS DEL EXPERIMENTO Bk.....	114
6.4.1 <i>Elaboración del C&RT del Experimento Bk.....</i>	<i>114</i>
6.4.2 <i>Representación del C&RT Bk en el espacio de representación $CV^2_{\mu_{R+L}}$</i>	<i>117</i>
6.4.3 <i>Análisis de los nodos finales</i>	<i>123</i>
6.4.4 <i>Conclusiones del análisis de los nodos finales del Experimento Bk.....</i>	<i>138</i>
6.5 ANÁLISIS EXPLORATORIO DE LOS RESULTADOS DEL EXPERIMENTO LS	139

6.5.1	<i>Elaboración del C&RT del Experimento LS</i>	139
6.5.2	<i>Representación del C&RT_LS en el espacio de representación $CV^2_{L\mu_{R+L}}$</i>	140
6.5.3	<i>Análisis de los nodos finales</i>	142
6.5.4	<i>Conclusiones del análisis de los nodos finales del Experimento Bk</i>	147
6.6	CONCLUSIONES GENERALES DEL ANÁLISIS EXPLORATORIO.....	148
CAPÍTULO 7. PROPUESTA DE UN MARCO DE REFERENCIA PARA LA ESTIMACIÓN DEL STOCK DE REFERENCIA DADA UNA TASA DE UNIDADES SERVIDAS		151
7.1	INTRODUCCIÓN.....	151
7.2	IDENTIFICACIÓN DEL RIESGO ASOCIADO AL USO DE LAS APROXIMACIONES EN UN CONTEXTO DE DIFERIMIENTO DE DEMANDA.....	151
7.2.1	<i>Error de clasificación EC1 en el espacio de representación $CV^2_{L\mu_{R+L}}$</i>	152
7.2.2	<i>Error de clasificación EC2 en el espacio de representación $CV^2_{L\mu_{R+L}}$</i>	159
7.3	MARCO DE REFERENCIA EN UN CONTEXTO DE DIFERIMIENTO DE DEMANDA NO SERVIDA.....	165
7.4	IDENTIFICACIÓN DEL RIESGO ASOCIADO AL USO DE LAS APROXIMACIONES EN UN CONTEXTO DE NO DIFERIMIENTO DE DEMANDA.....	168
7.4.1	<i>Error de clasificación EC1 en el espacio de representación $CV^2_{L\mu_{R+L}}$</i>	169
7.4.2	<i>Error de clasificación EC2 en el espacio de representación $CV^2_{L\mu_{R+L}}$</i>	171
7.5	MARCO DE REFERENCIA EN UN CONTEXTO DE NO DIFERIMIENTO DE DEMANDA NO SERVIDA	173
7.6	UNA APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA EL DISEÑO DE POLÍTICAS DE INVENTARIO EN REVISIÓN PERIÓDICA.....	175
7.6.1	<i>Aplicación del marco de referencia en un contexto de diferimiento de demanda</i>	176
7.6.2	<i>Aplicación del marco de referencia en un contexto de no diferimiento de demanda</i>	199
CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN		207
8.1	RESUMEN DE LA TESIS Y PRINCIPALES APORTACIONES	207
8.2	CONCLUSIONES SOBRE LAS DEFINICIONES Y EL ENFOQUE DE ESTIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS 209	
8.3	CONCLUSIONES SOBRE LOS MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN UN SISTEMA DE REVISIÓN PERIÓDICA (R, S).....	210
8.4	CONCLUSIONES SOBRE EL COMPORTAMIENTO DE LOS MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DEL STOCK DE REFERENCIA EN FUNCIÓN DEL NIVEL OBJETIVO DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS	211
8.4.1	<i>Contexto de diferimiento de la demanda no servida</i>	211
8.4.2	<i>Contexto de no diferimiento de la demanda no servida</i>	212
8.4.3	<i>Conclusiones generales sobre el comportamiento de cada uno de los métodos de estimación del stock de referencia</i>	213
8.5	CONCLUSIONES RESPECTO AL CONTEXTO DE DIFERIMIENTO DE DEMANDA VERSUS NO DIFERIMIENTO DE DEMANDA.....	217
8.6	CONCLUSIONES SOBRE EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN	218
8.7	CONCLUSIONES SOBRE EL MARCO DE REFERENCIA PROPUESTO Y SUS IMPLICACIONES PRÁCTICAS EN LA GESTIÓN DE INVENTARIOS	219
8.8	FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	220
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS		I
ANEXOS		I
ANEXO I.	MÉTODO DE CÁLCULO DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS PROPUESTO EN SILVER (1970)	I
ANEXO II.	CÁLCULO DEL VECTOR DE PROBABILIDADES DEL STOCK FÍSICO DISPONIBLE AL INICIO DE CICLO	III
ANEXO III.	RELACIÓN ENTRE p Y LOS PARÁMETROS DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA DEMANDA.	V
	<i>Relación entre p y los parámetros de la distribución de Poisson</i>	v
	<i>Relación entre p y los parámetros de la distribución Binomial</i>	vi

<i>Relación entre p y los parámetros de la distribución Binomial Negativa</i>	<i>vi</i>
ANEXO IV. RELACIÓN ENTRE CV^2 Y LOS PARÁMETROS DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA DEMANDA.....	VII
<i>Relación entre CV^2 y los parámetros de la distribución de Poisson</i>	<i>viii</i>
<i>Relación entre CV^2 y los parámetros de la distribución Binomial</i>	<i>ix</i>
<i>Relación entre CV^2 y los parámetros de la distribución Binomial Negativa</i>	<i>ix</i>

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 2.1: COMPARATIVA SOBRE LA CATEGORIZACIÓN DE LA DEMANDA SEGÚN WILLIAMS (1984) Y EAVES Y KINGSMAN (2004).....	10
TABLA 2.2: DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD UTILIZADAS EN GESTIÓN DE INVENTARIOS.	11
TABLA 2.3: TRANSFORMACIONES ENTRE REVISIÓN PERIÓDICA Y REVISIÓN CONTINUA.	26
TABLA 2.4: RESUMEN DE LOS MÉTODOS DE CÁLCULO DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN REVISIÓN PERIÓDICA (R, S) Y SUS PRINCIPALES HIPÓTESIS.	38
TABLA 4.1: RELACIÓN DE CADA MÉTODO DE CÁLCULO Y SU NOMENCLATURA EN LOS EXPERIMENTOS.	50
TABLA 4.2: MÉTODO EXACTO Y APROXIMACIONES ANALIZADAS EN EL EXPERIMENTO BK.	52
TABLA 4.3: MÉTODO EXACTO Y APROXIMACIONES ANALIZADAS EN EL EXPERIMENTO LS.....	54
TABLA 4.4: VALORES DE LOS PARÁMETROS DE LAS DISTRIBUCIONES POISSON, BINOMIAL Y BINOMIAL NEGATIVA CONSIDERADOS EN LOS EXPERIMENTOS.	55
TABLA 4.5: RELACIÓN ENTRE P Y CV^2 Y LOS PARÁMETROS DE LA DISTRIBUCIÓN DE DEMANDA.....	56
TABLA 4.6: VALORES DEL PERIODO DE REVISIÓN, R , CONSIDERADOS EN LOS EXPERIMENTOS.....	59
TABLA 4.7: VALORES DEL PLAZO DE APROVISIONAMIENTO, L , CONSIDERADOS EN LOS EXPERIMENTOS.	59
TABLA 4.8: VALORES DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO, FR_{Obj} , CONSIDERADOS EN LOS EXPERIMENTOS.	59
TABLA 4.9: CONJUNTO DE HIPÓTESIS Y DATOS CONSIDERADOS EN LOS EXPERIMENTOS.	65
TABLA 5.1: MÁXIMO Y MÍNIMO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}) PARA LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON. EXPERIMENTO BK.	69
TABLA 5.2: MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}) PARA LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON. EXPERIMENTO BK.....	70
TABLA 5.3: MÁXIMO Y MÍNIMO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL. EXPERIMENTO BK.	73
TABLA 5.4: MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL. EXPERIMENTO BK.	74
TABLA 5.5: MÁXIMO Y MÍNIMO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA. EXPERIMENTO BK.....	76
TABLA 5.6: MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA. EXPERIMENTO BK.	77
TABLA 5.7: MÁXIMO Y MÍNIMO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}). EXPERIMENTO BK.	80
TABLA 5.8: MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}). EXPERIMENTO BK.....	81
TABLA 5.9: NÚMERO DE CASOS Y TIEMPO TOTAL DE CÁLCULO (MILISEGUNDOS) PARA UNA $FR_{Obj}=0.70$ EN EL EXPERIMENTO BK.	83
TABLA 5.10: TIEMPOS TOTALES DE CÁLCULO (MILISEGUNDOS) DE CADA MÉTODO DE ESTIMACIÓN DEL EXPERIMENTO BK POR VARIABLE ALEATORIA CUANDO LA $FR_{Obj}=0.70$	83

TABLA 5.11: PROMEDIOS Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS TIEMPOS DE CÁLCULO DE CADA MÉTODO DE ESTIMACIÓN DEL <i>EXPERIMENTO BK</i> POR VARIABLE ALEATORIA CUANDO LA $FR_{Obj}=0.70$.	84
TABLA 5.12: TIEMPOS PROMEDIOS DE CÁLCULO DE CADA MÉTODO DEL <i>EXPERIMENTO BK</i> EN FUNCIÓN DEL TAMAÑO DEL STOCK DE REFERENCIA PARA UNA $FR_{Obj}=0.70$.	84
TABLA 5.13: MÁXIMO Y MÍNIMO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}) PARA LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON. <i>EXPERIMENTO LS</i> .	87
TABLA 5.14: MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}) PARA LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON. <i>EXPERIMENTO LS</i> .	88
TABLA 5.15: MÁXIMO Y MÍNIMO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL. <i>EXPERIMENTO LS</i> .	91
TABLA 5.16: MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL. <i>EXPERIMENTO LS</i> .	92
TABLA 5.17: MÁXIMO Y MÍNIMO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA. <i>EXPERIMENTO LS</i> .	94
TABLA 5.18: MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA. <i>EXPERIMENTO LS</i> .	95
TABLA 5.19: MÁXIMO Y MÍNIMO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}). <i>EXPERIMENTO LS</i> .	98
TABLA 5.20: MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obj}). <i>EXPERIMENTO LS</i> .	99
TABLA 5.21: NÚMERO DE CASOS Y TIEMPO TOTAL DE CÁLCULO (MILISEGUNDOS) PARA UNA $FR_{Obj}=0.70$ EN EL <i>EXPERIMENTO LS</i> .	101
TABLA 5.22: TIEMPOS TOTALES DE CÁLCULO (MILISEGUNDOS) DE CADA MÉTODO DE ESTIMACIÓN DEL <i>EXPERIMENTO LS</i> POR VARIABLE ALEATORIA CUANDO LA $FR_{Obj}=0.70$.	101
TABLA 5.23: PROMEDIOS Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS TIEMPOS DE CÁLCULO DE CADA MÉTODO DE ESTIMACIÓN DEL <i>EXPERIMENTO LS</i> POR VARIABLE ALEATORIA CUANDO LA $FR_{Obj}=0.70$.	102
TABLA 5.24: TIEMPOS PROMEDIOS DE CÁLCULO DE CADA MÉTODO DEL <i>EXPERIMENTO LS</i> EN FUNCIÓN DEL TAMAÑO DEL STOCK DE REFERENCIA PARA UNA $FR_{Obj}=0.70$.	103
TABLA 6.1: COMPLEJIDAD CICLOMÁTICA Y NÚMERO DE LÍNEAS DE CÓDIGO DE CADA MÉTODO DE ESTIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS PROGRAMADAS EN LA EXPERIMENTACIÓN.	112
TABLA 6.2: STOCK DE REFERENCIA Y TIEMPO DE CÁLCULO DE CADA MÉTODO PARA POISSON (0.05), $R=15$, $L=5$ Y $FR_{Obj}=0.95$.	113
TABLA 6.3: VARIABLES INDEPENDIENTES SELECCIONADAS PARA EL ANÁLISIS EXPLORATORIO.	114
TABLA 6.4: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 6. <i>C&RT_Bk</i> .	124
TABLA 6.5: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 8. <i>C&RT_Bk</i> .	126
TABLA 6.6: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 9. <i>C&RT_Bk</i> .	127
TABLA 6.7: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 11. <i>C&RT_Bk</i> .	128

TABLA 6.8: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 13. <i>C&RT_Bk</i>	129
TABLA 6.9: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 14. <i>C&RT_Bk</i>	130
TABLA 6.10: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 16. <i>C&RT_Bk</i>	131
TABLA 6.11: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 17. <i>C&RT_Bk</i>	132
TABLA 6.12: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 3.3. <i>C&RT_Bk</i>	133
TABLA 6.13: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 3.5. <i>C&RT_Bk</i>	134
TABLA 6.14: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 3.7. <i>EXACTO_Bk</i>	135
TABLA 6.15: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 3.8. <i>EXACTO_Bk</i>	137
TABLA 6.16: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 3.9. <i>EXACTO_Bk</i>	138
TABLA 6.17: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 3. <i>C&RT_LS</i>	143
TABLA 6.18: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 5. <i>C&RT_LS</i>	144
TABLA 6.19: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 6. <i>C&RT_LS</i>	146
TABLA 6.20: PORCENTAJE DE CASOS EN LOS QUE CADA MÉTODO CALCULA DE FORMA EXACTA EL STOCK DE REFERENCIA O COMETE ERRORES DE CLASIFICACIÓN. NODO 7. <i>C&RT_LS</i>	147
TABLA 7.1: MARCO DE REFERENCIA PARA LA ESTIMACIÓN DEL STOCK DE REFERENCIA EN UN CONTEXTO DE DIFERIMIENTO DE DEMANDA NO SERVIDA.	166
TABLA 7.2: MARCO DE REFERENCIA PARA LA ESTIMACIÓN DEL STOCK DE REFERENCIA EN UN CONTEXTO DE NO DIFERIMIENTO DE DEMANDA NO SERVIDA.	174
TABLA 7.3: PORCENTAJES DE EC1 Y EC2 PERMITIDOS EN EL EJEMPLO DE APLICACIÓN PRÁCTICA PARA CADA CONTEXTO. ...	175
TABLA 7.4: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA EN UN CONTEXTO DE DIFERIMIENTO DE DEMANDA NO SERVIDA. MÉTODOS VÁLIDOS PARA ÍTEMS DEL TIPO A, B Y C.	196
TABLA 7.5: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA EN UN CONTEXTO DE NO DIFERIMIENTO DE DEMANDA NO SERVIDA. MÉTODOS VÁLIDOS PARA ÍTEMS DEL TIPO A, B Y C.	206
TABLA 8.1: RESUMEN DE CONCLUSIONES SOBRE EL COMPORTAMIENTO DE CADA MÉTODO SEGÚN EL CONTEXTO.	213

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1: CATEGORIZACIÓN DE LA DEMANDA.....	10
FIGURA 2.2: EVOLUCIÓN DEL STOCK FÍSICO, DE LA POSICIÓN DE INVENTARIO Y DEL INVENTARIO NETO EN UN SISTEMA (R, S) CUANDO SE ACEPTA DIFERIR LA DEMANDA NO SERVIDA.....	14
FIGURA 2.3: EVOLUCIÓN DEL STOCK FÍSICO, DE LA POSICIÓN DE INVENTARIO Y DEL INVENTARIO NETO EN UN SISTEMA (R, S) CUANDO NO SE ACEPTA DIFERIR LA DEMANDA NO SERVIDA.....	15
FIGURA 2.4: DEFINICIÓN Y HORIZONTES TEMPORALES DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS.....	18
FIGURA 2.5: DEFINICIONES Y MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS.....	21
FIGURA 2.6: EVOLUCIÓN DEL INVENTARIO EN UN SISTEMA DE REVISIÓN PERIÓDICA (R, S) CON DEMANDA CONTINUA.....	29
FIGURA 2.7: ESQUEMA SOBRE LA EXISTENCIA DE MÉTODOS DE CÁLCULO DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN UN SISTEMA (R, S) SEGÚN SI SE ACEPTA DIFERIR O NO DEMANDA Y SI SON EXACTOS O APROXIMADOS.....	36
FIGURA 3.1: ESQUEMA SOBRE EL DESARROLLO Y FORMULACIÓN DE MÉTODOS DE CÁLCULO DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN UN SISTEMA (R, S) SEGÚN SI SE ACEPTA DIFERIR O NO DEMANDA QUE SE ABORDA EN EL CAPÍTULO 3 DE LA PRESENTE TESIS.....	40
FIGURA 4.1: ESQUEMA DEL PROPÓSITO DE LOS EXPERIMENTOS.....	50
FIGURA 4.2: CATEGORÍAS DE DEMANDA REPRESENTADAS POR LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON DE ACUERDO CON SYNTETOS ET AL. (2005).....	57
FIGURA 4.3: CATEGORÍAS DE DEMANDA REPRESENTADAS POR LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL DE ACUERDO CON SYNTETOS ET AL. (2005).....	57
FIGURA 4.4: CATEGORÍAS DE DEMANDA REPRESENTADAS POR LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA DE ACUERDO CON SYNTETOS ET AL. (2005).....	58
FIGURA 4.5: CATEGORÍAS DE DEMANDA REPRESENTADAS POR LAS DISTRIBUCIONES DE POISSON, BINOMIAL Y BINOMIAL NEGATIVA CONSIDERADAS EN LOS EXPERIMENTOS DE ACUERDO CON SYNTETOS ET AL. (2005).....	58
FIGURA 4.6: INECUACIONES PARA EL CÁLCULO DEL STOCK DE REFERENCIA QUE CUMPLA CON EL NIVEL DE SERVICIO OBJETIVO.....	60
FIGURA 4.7: ESQUEMA DE LOS EXPERIMENTOS PLANTEADOS.....	64
FIGURA 5.1: CÁLCULO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES ANALIZADAS EN CADA EXPERIMENTO.....	68
FIGURA 6.1: EJEMPLO DE UN $C&RT$	111
FIGURA 6.2: $C&RT_{BK}$ DEL MEJOR MÉTODO PARA DETERMINAR EL STOCK DE REFERENCIA S . EXPERIMENTO BK	116
FIGURA 6.3: $C&RT_{BK_NODO3}$ DEL MEJOR MÉTODO PARA DETERMINAR EL STOCK DE REFERENCIA, S , PARA LOS CASOS DEL NODO 3. EXPERIMENTO BK	116
FIGURA 6.4: $C&RT_{BK}$ EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PARA $P(0)>0.97$ Y $FRO>0.725$	118
FIGURA 6.5: $C&RT_{BK}$ EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PARA $P(0)>0.97$ Y $FRO\leq 0.725$	119
FIGURA 6.6: $C&RT_{BK}$ EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PARA $P(0)\leq 0.97$ Y $FRO\leq 0.575$	120
FIGURA 6.7: $C&RT_{BK}$ EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PARA $P(0)\leq 0.97$ Y $0.575<FRO\leq 0.725$	121
FIGURA 6.8: $C&RT_{BK}$ EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PARA $P(0)\leq 0.97$ Y $FRO>0.725$	122
FIGURA 6.9: HISTOGRAMA DEL NODO 6 DEL $C&RT_{BK}$	124

FIGURA 6.10: HISTOGRAMA DEL NODO 8 DEL <i>C&RT_Bk</i>	125
FIGURA 6.11: HISTOGRAMA DEL NODO 9 DEL <i>C&RT_Bk</i>	126
FIGURA 6.12: HISTOGRAMA DEL NODO 11 DEL <i>C&RT_Bk</i>	127
FIGURA 6.13: HISTOGRAMA DEL NODO 13 DEL <i>C&RT_Bk</i>	128
FIGURA 6.14: HISTOGRAMA DEL NODO 14 DEL <i>C&RT_Bk</i>	129
FIGURA 6.15: HISTOGRAMA DEL NODO 16 DEL <i>C&RT_Bk</i>	131
FIGURA 6.16: HISTOGRAMA DEL NODO 17 DEL <i>C&RT_Bk</i>	132
FIGURA 6.17: HISTOGRAMA DEL NODO 3.3 DEL <i>C&RT_Bk_NODO3</i>	133
FIGURA 6.18: HISTOGRAMA DEL NODO 3.5 DEL <i>C&RT_Bk_NODO3</i>	134
FIGURA 6.19: HISTOGRAMA DEL NODO 3.7 DEL <i>C&RT_Bk_NODO3</i>	135
FIGURA 6.20: HISTOGRAMA DEL NODO 3.8 DEL <i>C&RT_Bk_NODO3</i>	136
FIGURA 6.21: HISTOGRAMA DEL NODO 3.9 DEL <i>C&RT_Bk_NODO3</i>	137
FIGURA 6.22: <i>C&RT_LS</i> DEL MEJOR MÉTODO PARA DETERMINAR EL STOCK DE REFERENCIA <i>S. EXPERIMENTO LS</i>	140
FIGURA 6.23: <i>C&RT_LS</i> EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	141
FIGURA 6.24: HISTOGRAMA DEL NODO 3 DEL <i>C&RT_LS</i>	142
FIGURA 6.25: HISTOGRAMA DEL NODO 5 DEL <i>C&RT_LS</i>	144
FIGURA 6.26: HISTOGRAMA DEL NODO 6 DEL <i>C&RT_LS</i>	145
FIGURA 6.27: HISTOGRAMA DEL NODO 7 DEL <i>C&RT_LS</i>	146
FIGURA 7.1: REPRESENTACIÓN DEL <i>C&RT_Bk</i> Y LOS ERRORES EC1, MEDIA Y DESVIACIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	154
FIGURA 7.2: REPRESENTACIÓN DEL <i>C&RT_Bk</i> Y LOS ERRORES EC1, MEDIA Y DESVIACIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	155
FIGURA 7.3: REPRESENTACIÓN DEL <i>C&RT_Bk</i> Y LOS ERRORES EC1, MEDIA Y DESVIACIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	156
FIGURA 7.4: REPRESENTACIÓN DEL <i>C&RT_Bk</i> Y LOS ERRORES EC1, MEDIA Y DESVIACIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	157
FIGURA 7.5: REPRESENTACIÓN DEL <i>C&RT_Bk</i> Y LOS ERRORES EC1, MEDIA Y DESVIACIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PARA.....	158
FIGURA 7.6: REPRESENTACIÓN DEL <i>C&RT_Bk</i> Y LOS ERRORES EC2, MEDIA Y DESVIACIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	160
FIGURA 7.7: REPRESENTACIÓN DEL <i>C&RT_Bk</i> Y LOS ERRORES EC2, MEDIA Y DESVIACIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	161
FIGURA 7.8: REPRESENTACIÓN DEL <i>C&RT_Bk</i> Y LOS ERRORES EC2, MEDIA Y DESVIACIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	162
FIGURA 7.9: REPRESENTACIÓN DEL <i>C&RT_Bk</i> Y LOS ERRORES EC2, MEDIA Y DESVIACIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	163
FIGURA 7.10: REPRESENTACIÓN DEL <i>C&RT_Bk</i> Y LOS ERRORES EC2, MEDIA Y DESVIACIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	164

FIGURA 7.11: REPRESENTACIÓN DEL $C\&RT_LS$ Y LOS ERRORES EC_1 , MEDIA Y DESVIACIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	170
FIGURA 7.12: REPRESENTACIÓN DEL $C\&RT_LS$ Y LOS ERRORES EC_2 , MEDIA Y DESVIACIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	172
FIGURA 7.13: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO A CUANDO $P(0)>0.97$ Y $FRO>0.725$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	178
FIGURA 7.14: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO A CUANDO $P(0)>0.97$ Y $FRO\leq 0.725$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	179
FIGURA 7.15: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO A CUANDO $P(0)\leq 0.97$ Y $FRO\leq 0.575$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	180
FIGURA 7.16: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO A CUANDO $P(0)\leq 0.97$ Y $0.575<FRO\leq 0.725$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	181
FIGURA 7.17: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO A CUANDO $P(0)\leq 0.97$ Y $FRO>0.725$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	182
FIGURA 7.18: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO B CUANDO $P(0)>0.97$ Y $FRO>0.725$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	184
FIGURA 7.19: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO B CUANDO $P(0)>0.97$ Y $FRO\leq 0.725$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	185
FIGURA 7.20: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO B CUANDO $P(0)\leq 0.97$ Y $FRO\leq 0.575$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	186
FIGURA 7.21: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO B CUANDO $P(0)\leq 0.97$ Y $0.575<FRO\leq 0.725$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	187
FIGURA 7.22: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO B CUANDO $P(0)\leq 0.97$ Y $FRO>0.725$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	188
FIGURA 7.23: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO C CUANDO $P(0)>0.97$ Y $FRO>0.725$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	190
FIGURA 7.24: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO C CUANDO $P(0)>0.97$ Y $FRO\leq 0.725$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	191
FIGURA 7.25: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO C CUANDO $P(0)\leq 0.97$ Y $FRO\leq 0.575$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	192
FIGURA 7.26: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO C CUANDO $P(0)\leq 0.97$ Y $0.575<FRO\leq 0.725$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	193
FIGURA 7.27: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO C CUANDO $P(0)\leq 0.97$ Y $FRO>0.725$. <i>EXPERIMENTO Bk.</i>	194
FIGURA 7.28: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO A. <i>EXPERIMENTO LS.</i>	200
FIGURA 7.29: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO B. <i>EXPERIMENTO LS.</i>	202
FIGURA 7.30: EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA ÍTEMS TIPO B. <i>EXPERIMENTO LS.</i>	204

ÍNDICE DE GRÁFICAS

GRÁFICA 5.1: ERROR RELATIVO MEDIO DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA SE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}) PARA LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON. <i>EXPERIMENTO BK</i>	71
GRÁFICA 5.2: DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}) PARA LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON. <i>EXPERIMENTO BK</i>	72
GRÁFICA 5.3: ERROR RELATIVO MEDIO DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA SE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL. <i>EXPERIMENTO BK</i>	75
GRÁFICA 5.4: DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL. <i>EXPERIMENTO BK</i>	75
GRÁFICA 5.5: ERROR RELATIVO MEDIO DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA SE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA. <i>EXPERIMENTO BK</i>	78
GRÁFICA 5.6: DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA. <i>EXPERIMENTO BK</i>	79
GRÁFICA 5.7: ERROR RELATIVO MEDIO DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA SE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}). <i>EXPERIMENTO BK</i>	82
GRÁFICA 5.8: DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}). <i>EXPERIMENTO BK</i>	82
GRÁFICA 5.9: ERROR RELATIVO MEDIO DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}) PARA LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON. <i>EXPERIMENTO LS</i>	89
GRÁFICA 5.10: DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}) PARA LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON. <i>EXPERIMENTO LS</i>	90
GRÁFICA 5.11: ERROR RELATIVO MEDIO DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL. <i>EXPERIMENTO LS</i>	93
GRÁFICA 5.12: DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL. <i>EXPERIMENTO LS</i>	93
GRÁFICA 5.13: ERROR RELATIVO MEDIO DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA. <i>EXPERIMENTO LS</i>	96
GRÁFICA 5.14: DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}) PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA. <i>EXPERIMENTO LS</i>	97
GRÁFICA 5.15: ERROR RELATIVO MEDIO DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}). <i>EXPERIMENTO LS</i>	100
GRÁFICA 5.16: DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO (FR_{Obi}). <i>EXPERIMENTO LS</i>	100

RESUMEN

Una de las métricas de servicio al cliente más utilizadas en la gestión de inventarios para el diseño de las políticas es el *fill rate*, que puede traducirse como la tasa de unidades servidas y que mide la fracción de demanda que se sirve directamente con el stock físico disponible en la estantería. El propósito fundamental de la presente tesis es proponer un marco de referencia para el diseño de políticas de inventario en revisión periódica (R, S) cuando se utiliza esta métrica como restricción de diseño, asumiéndose que el proceso de demanda es estacionario con una función de probabilidad discreta, independiente, e idénticamente distribuida, y distinguiendo además entre el contexto en el que se acepta diferir la demanda no servida del ciclo a ciclos posteriores (en inglés, *backorderig case*) y el contexto en el que no se acepta (en inglés, *lost sales case*). Dado que el periodo de revisión, R , suele venir predeterminado, se propone en realidad un marco de referencia para la estimación del stock de referencia, S . Para ello se analiza el comportamiento de los métodos de cálculo que existen en la literatura para el cálculo de la tasa de unidades servidas (en la mayoría de los casos, aproximaciones), lo que permite establecer cuándo es posible la utilización de cada uno de ellos para la estimación del stock de referencia así como los riesgos asociados a su utilización.

Tras una revisión de la literatura sobre los métodos de estimación de la tasa de unidades servidas, se concluye que en un contexto de demanda discreta sólo existen dos métodos de cálculo disponibles, uno exacto y otro aproximado, desarrollados para el caso de no aceptar diferir la demanda no servida del ciclo. En cambio, para el caso de aceptar dicho diferimiento, todos los métodos que existen son aproximaciones desarrolladas para distribuciones de demanda continuas. Por ello, para poder cumplir con el objetivo principal de esta tesis, es necesario reformular y adaptar estas aproximaciones partiendo de las hipótesis de cada autor y considerando explícitamente la naturaleza discreta de la demanda. Con esta nueva formulación, se propone una metodología basada en dos experimentos que combinan diferentes funciones de distribución de la demanda, tasa de unidades servidas objetivo y valores de los parámetros de la política de inventario, lo que resulta en un total 235.620 casos para el caso de diferir la demanda y 89.760 para el caso de no diferir. De este modo, se puede disponer de un marco de referencia para cada uno de los dos contextos.

A partir de los resultados experimentales obtenidos, se realiza un análisis descriptivo de los mismos que consiste en comparar el rendimiento de las aproximaciones frente al método exacto de cada contexto en función del nivel objetivo de la tasa de unidades servidas. El resultado de este primer análisis es conocer, para cada uno de los contextos, cómo se comporta cada método y analizar, además, si existen diferencias en su comportamiento en función de si se permite diferir la demanda no servida o no se permite. En segundo lugar, se realiza un análisis exploratorio con el que se pretende determinar bajo qué circunstancias la utilización de una aproximación aporta buenos resultados en la estimación del stock de referencia o por el contrario cuándo es necesario recurrir al cálculo exacto. A partir de este análisis se identifica un nuevo espacio de representación donde se representan las zonas de comportamiento homogéneo de las aproximaciones en la estimación del stock de referencia. Para cada una de estas zonas se cualifica y cuantifica el riesgo en el que incurre cada aproximación cuando se utiliza para estimar el stock de referencia. El análisis descriptivo y exploratorio de los resultados experimentales permite establecer un marco de referencia a partir del cual se proponen alternativas para la estimación del stock de referencia en función de las características del ítem y de la política de gestión de inventarios, así como información suficiente para desarrollar otros enfoques prácticos y evaluar los riesgos asociados en cada caso.

Este marco de referencia tiene una doble aplicación práctica ya que, por un lado, sirve de herramienta de decisión para los gestores que han de decidir, en función de las características de sus ítems, qué método de estimación utilizar para establecer el stock de referencia de su inventario; y por otro lado, sirve de herramienta correctiva ya que si en una empresa se está utilizando una determinada aproximación, el marco de referencia propuesto en esta tesis permite conocer el error de estimación que comete dicha aproximación pudiendo así corregirlo.

RESUM

Una de les mètriques de servici al client més utilitzades en la gestió d'inventaris per al disseny de les polítiques és el *fill rate*, que pot traduir-se com la taxa d'unitats servides i que mesura la fracció de demanda que se servix directament amb l'estoc físic disponible en l'estanteria. El propòsit fonamental de la present tesi és proposar un marc de referència per al disseny de polítiques d'inventari en revisió periòdica (R, S) quan s'utilitza esta mètrica com a restricció de disseny, assumint-se que el procés de demanda és estacionari amb una funció de probabilitat discreta, independent, i idènticament distribuïda, i distingint a més entre el context en què s'accepta diferir la demanda no servida del cicle a cicles següents (en anglés, *backorderig case*) i el context en què no s'accepta (en anglés, *lost sales case*). Atés que el període de revisió, R , sol vindre predeterminat, es proposa en realitat un marc de referència per a l'estimació de l'estoc de referència, S . Per a això s'analitza el comportament dels mètodes de càlcul que existixen en la literatura per al càlcul de la taxa d'unitats servides (en la majoria dels casos, aproximacions), la qual cosa permet establir quan és possible la utilització de cada un d'ells per a l'estimació de l'estoc de referència així com els riscos associats a la seua utilització.

Després d'una revisió de la literatura sobre els mètodes d'estimació de la taxa d'unitats servides, es conclou que en un context de demanda discreta només hi ha dos mètodes de càlcul disponibles, un exacte i un altre aproximat, desenrotllats per al cas de no acceptar diferir la demanda no servida del cicle. En canvi, per al cas d'acceptar el dit diferiment, tots els mètodes que existixen són aproximacions desenrotllades per a distribucions de demanda contínues. Per això, per a poder complir amb l'objectiu principal d'esta tesi, és necessari reformular i adaptar estes aproximacions partint de les hipòtesis de cada autor i considerant explícitament la naturalesa discreta de la demanda. Amb esta nova formulació, es proposa una metodologia basada en dos experiments que combinen diferents funcions de distribució de la demanda, taxa d'unitats servides objectiu i valors dels paràmetres de la política d'inventari, la qual cosa resulta en un total 235.620 casos per al cas de diferir la demanda i 89.760 per al cas de no diferir-la. D'esta manera, es pot disposar d'un marc de referència per a cada un dels dos contextos.

A partir dels resultats experimentals obtinguts, es realitza una anàlisi descriptiva dels mateixos que consistix a comparar el rendiment de les aproximacions enfront del mètode exacte de cada context en funció del nivell objectiu de la taxa d'unitats servides. El resultat d'esta

primera anàlisi és conèixer, per a cada un dels contextos, com es comporta cada mètode i analitzar, a més, si hi ha diferències en el seu comportament en funció de si es permet diferir la demanda no servida o no es permet. En segon lloc, es realitza una anàlisi exploradora amb què es pretén determinar en quines circumstàncies la utilització d'una aproximació aporta bons resultats en l'estimació de l'estoc de referència o al contrari quan és necessari recórrer al càlcul exacte. A partir d'esta anàlisi s'identifica un nou espai de representació on es representen les zones de comportament homogeni de les aproximacions en l'estimació de l'estoc de referència. Per a cada una d'estes zones es qualifica i quantifica el risc en què incorre cada aproximació quan s'utilitza per a estimar l'estoc de referència. L'anàlisi descriptiva i exploradora dels resultats experimentals permet establir un marc de referència a partir del qual es proposen alternatives per a l'estimació de l'estoc de referència en funció de les característiques de l'ítem i de la política de gestió d'inventaris, així com informació suficient per a desenrotllar altres enfocaments pràctics i avaluar els riscos associats en cada cas.

Este marc de referència té una doble aplicació pràctica ja que, d'una banda, servix de ferramenta de decisió per als gestors que han de decidir, en funció de les característiques dels seus ítems, quin mètode d'estimació utilitzar per a establir l'estoc de referència del seu inventari; i d'altra banda, servix de ferramenta correctiva ja que si en una empresa s'està utilitzant una determinada aproximació, el marc de referència proposat en esta tesi permet conèixer l'error d'estimació que comet la dita aproximació i poder així corregir-lo.

ABSTRACT

One of the most commonly customer service measure used to design the inventory control policies is the fill rate, which is defined as the fraction of demand that can be immediately served from the on-hand stock. The fundamental purpose of this thesis is to put forward a reference framework to help managers to select the most efficient method to compute the order-up-to-level, S , in periodic review inventory policies (R, S) when the fill rate is used as a design constrain and the demand process is considered stationary with a discrete, independent and identically distributed probability function, and also considering either the backordering case and the lost sales case. Assuming a predefined review period R and a target fill rate, the problem consists of selecting the smaller order-up-to-level S that guarantees the achievement of the target fill rate. To this end the performance of the fill rate expressions already existing in the literature (most of them approximations) is analyzed, which allows to know when the use of each method for the order-up-to-level estimation is possible, as well as the risks associated with it.

In the literature we find quite a number works suggesting methods to estimate the fill rate in different context. However, few of those consider the periodic review systems, although these are arguably most realistic. In a discrete demand context, only two available calculation methods exist, one exact and one approximate, developed for the lost sales case. However, in the backordering case, all the existing methods are approximations developed for continuous demand distributions. Therefore to achieve the aim of this thesis, it is necessary to reformulate and adapt the backordering fill rate expressions basing on the same hypotheses assumed by each author and explicitly considering the discrete nature of the demand. With this new formulation, we design two experiments (one for the lost sales scenario and the other one for the backordering scenario) which combine different functions of demand distribution, target fill rate and inventory policy parameter values. The feasible combination of these parameters leads into 235,620 cases in the backordering case and 89,760 in the lost sales case.

Using the experimental results obtained, a descriptive analysis is undertaken. Its purpose is to compare the performance of the approximated methods against the exact one. The outcome of this first analysis is to know, for each of the contexts, how each method behaves and to analyze if differences exist between the backordering case and the lost sales case.

Secondly, an exploratory analysis is accomplished to identify under which circumstances the approximated methods show a similar behaviour in the order-up-to-level estimation. It allows identifying a new space able to collect regions where approximated methods show that similar behaviour. For each of these regions the risk incurred by each approximation when used to estimate the order-up-to-level is assessed and quantified. Through this exhaustive analysis it is proposed the most efficient method to compute the order up to level according to the characteristics of the item and the inventory policy. Furthermore the thesis provides a framework to develop other practical approaches.

The reference framework presented in this thesis has a twofold practical application. On the one hand, it can be used as predictive tool since provides information about the performance of the approximation. Then, a company can select the most suitable expression to establish the order-up-to-level being conscious of the risk of using it. On the other hand, it can be used as a corrective tool. In this sense, if a company is already using one of the fill rate approximations to determine the order-up-to-level, the reference framework provides information about the risk of using it.

"In the desk of my office, in the bottom right-hand drawer, I keep pads of lined paper. I use a lot of paper in my work. About once a month I go to the supply room to get more. These trips are mildly irritating. I would hate to have to go every time I need a sheet of paper, or even a single pad. On the other hand, I never take more than a few pads. Why? Well, my desk is full of other things, and my office expense budget is limited."

Foundations of Inventory Management. P.H. ZIPKIN (2000)

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN

Las políticas de gestión de inventarios se clasifican en dos grandes categorías, en función de la frecuencia con la que se revisa el inventario. Si se conoce en cada instante el número de ítems almacenados y cada vez que se vende una unidad o se recibe un pedido se registra el movimiento, hablamos de políticas de revisión continua. En cambio, si el intervalo se revisa cada cierto periodo de tiempo, hablamos de políticas de revisión periódica. A pesar de que los avances en las tecnologías de recolección de datos (por ejemplo, las tecnologías de automatización basadas en sistemas de códigos de barras) han hecho que los sistemas de revisión continua sean cada vez más fáciles de implementar en las empresas, los sistemas de revisión periódica siguen todavía en uso. De hecho, se aplican sobre todo cuando los contactos con vendedores o clientes se realizan cada cierto intervalo de tiempo o cuando el coste asociado al sistema de control informatizado necesario para lanzar órdenes de aprovisionamiento cuando la posición de inventario es igual a un punto de pedido, es extremadamente elevado [Sezen (2006)].

En un sistema de revisión periódica, escenario en el que se centra esta tesis, el inventario se revisa cada R unidades de tiempo y , en función de su nivel, se decide cuántas unidades van a pedirse para restaurar de nuevo el nivel de inventario. Por lo tanto, los dos parámetros básicos que deben controlarse son: (i) cuándo lanzar una orden, y (ii) de qué tamaño ha de ser dicha orden con el fin de cumplir una restricción de servicio al cliente, de coste o de inventario medio. Responder a la pregunta de cuándo lanzar una orden supone establecer cuál será el periodo de revisión, que generalmente viene determinado por criterios de la gestión operativa, y no por el propio diseño de la política de inventario. En cuanto a la pregunta del tamaño de la orden de aprovisionamiento, es decir, cuánto pedir, ésta depende del valor que toma el stock de referencia para cada ítem, lo que hace necesario disponer de un marco de referencia que permita establecer su valor en función de la política y de las características del ítem que se gestiona.

Básicamente, existen dos métodos para determinar el valor del stock de referencia: (i) aquellos que se basan en la minimización de los costes, y (ii) aquellos que se basan en la minimización

del nivel de inventario medio sujeto a un determinado nivel de servicio al cliente. Pero en la práctica los costes relacionados con el inventario son difíciles de establecer y de estimar, sobre todo los relacionados con una situación de agotamiento de stock en el que no se puede atender toda o una parte de la demanda. En esta situación, las empresas han de estimar el coste que le supone no poder servir esa demanda, y para ello es necesario conocer exactamente el volumen de la misma que se ha dejado de servir. El problema es que en una situación de agotamiento de stock no se suelen registrar estas ventas perdidas, sobre todo en sectores como la venta al por menor o detalle donde es difícil poder conocer si todos los clientes han encontrado exactamente lo que buscan. Por ello, en ambientes prácticos suelen utilizarse los criterios basados en el servicio al cliente como restricción del diseño de las políticas.

En la literatura pueden encontrarse distintas métricas para conocer y medir el nivel de servicio al cliente [véanse por ejemplo Sherbrooke (1968); Schneider (1978); Cohen y Lee (1990); Lee y Billington (1992); Silver et al. (1998) o Axsäter (2000)], siendo las dos más empleadas en el diseño de sistemas de inventarios el nivel de servicio de ciclo (en inglés *Cycle Service Level* o *CSL*) y la tasa de unidades servidas (en inglés *fill rate* o *FR*). En la presente tesis se selecciona como métrica de servicio la tasa de unidades servidas que mide la fracción de demanda que puede servirse inmediatamente con el stock físico disponible que hay en la estantería. En la práctica las empresas no suelen conocer con exactitud la demanda que van a recibir, de modo que puede suceder que en un determinado ciclo exista una parte de la demanda que no pueda servirse al no disponerse de suficiente stock. Dado que la tasa de unidades servidas mide justamente la demanda servida, es importante distinguir entre aquellos casos en los que se permite diferir esa demanda no servida de un ciclo a ciclos posteriores en el que se servirá en cuanto se reciba una orden de aprovisionamiento suficientemente grande (en inglés *backordering case*) y aquellos en los que este diferimiento no se permite, de modo que la demanda no servida se convierte finalmente en ventas perdidas (en inglés *lost sales case*). Puesto que cada uno de estos contextos implica gestionar el inventario de manera completamente distinta, se propone en esta tesis un marco de referencia para la estimación del stock de referencia dado un nivel objetivo de la tasa de unidades servidas para cada contexto.

Es obvio que, independientemente del contexto, el valor del stock de referencia depende de la tasa de unidades servidas que se plantea como objetivo. Sin embargo, como se demuestra en esta tesis, el método de cálculo utilizado también resulta determinante para la estimación del valor del stock de referencia. A pesar de que la definición y estimación de la tasa de unidades servidas han sido ampliamente estudiadas tanto en el ámbito práctico como en la literatura, bajo las hipótesis de la política clásica de revisión periódica (R, S) pocas son las expresiones analíticas que existen para su cálculo. De hecho, estas expresiones son en su gran mayoría aproximaciones al cálculo de la tasa de unidades no servidas que se han desarrollado para distribuciones de demanda concretas, por lo general, continuas. Más concretamente, los métodos de estimación de la tasa de unidades servidas en un sistema de revisión periódica que pueden encontrarse son:

- **En un contexto de diferimiento de la demanda no servida:**

1. La aproximación tradicional, presente en la mayoría de los textos de gestión de inventarios [Hadley y Whitin (1963); Silver et al. (1998); Chopra y Meindl (2004)] que es detallada por Silver et al. (1998) cuando la demanda sigue una distribución Normal.
2. La aproximación derivada por Hadley y Whitin (1963) para calcular el valor esperado de la demanda diferida del ciclo cuando la demanda sigue una distribución de Poisson y que posteriormente extienden al caso de la distribución Normal. A pesar de que Hadley y Whitin (1963) no propongan un método de cálculo de la tasa de unidades servidas, su expresión es utilizada por diversos autores como Barrington Taylor y Oke (1976); Schneider (1981); de Kok (1990) o van der Heijden y de Kok (1998) para calcular la tasa de unidades servidas.
3. La aproximación derivada por Silver (1970) para revisión continua y que es adaptada por Johnson et al. (1995) a la política periódica (R, S) con demanda Normal.
4. El método aproximado propuesto por Johnson et al. (1995) para demanda Normal.
5. La aproximación desarrollada por Teunter (2009) válida para cualquier función de distribución continua de la demanda.
6. La aproximación derivada recientemente por Silver y Bischak (2011) para funciones de distribución de la demanda Normal.

- **En un contexto de no diferimiento de la demanda no servida:**

1. El método aproximado propuesto por Guijarro et al. (2012a) para cualquier distribución discreta.
2. El método exacto propuesto por Guijarro et al. (2012a) aplicable a cualquier función de distribución de la demanda discreta.

Como puede comprobarse, la mayoría de estos métodos de estimación han sido desarrollados para funciones de distribución continuas, más concretamente la normal. No obstante, la demanda real raramente es continua, sino que suele ser discreta, como en el caso de ítems con patrones de demanda errática o de lento movimiento como los repuestos. Éste es el escenario que se asume en esta tesis. Por ello, se proponen dos nuevos métodos de estimación de la tasa de unidades servidas, uno exacto y otro aproximado, en un contexto en el que se permite diferir la demanda no servida del ciclo aplicables a cualquier función de distribución discreta.

A partir de todos estos métodos, se estudia cuál es más eficiente en la estimación del stock de referencia en cada uno de los contextos.

1.2 PROPÓSITO Y OBJETIVOS

El propósito fundamental de la presente tesis es proponer un marco de referencia para el diseño de políticas de inventario en revisión periódica (R, S) cuando se utiliza la tasa de unidades servidas como restricción de diseño, asumiéndose que el proceso de demanda es estacionario con una función de probabilidad discreta, independiente, e idénticamente distribuida, distinguiendo entre el contexto en el que se acepta diferir la demanda no servida del ciclo a ciclos posteriores y el contexto en el que no se acepta. Generalmente, el valor del periodo de revisión, R , suele venir predeterminado por decisiones de gestión, por tanto, el objetivo general de la presente tesis es, en realidad, proponer un marco de referencia para la estimación del stock de referencia, S , en sistemas de revisión periódica (R, S) .

Para la consecución de este objetivo general es necesario establecer y alcanzar objetivos específicos previos. En primer lugar, han de analizarse los métodos de cálculo existentes en la literatura para estimar la tasa de unidades servidas en políticas de revisión periódica (R, S) en ambos contextos, exponiendo las hipótesis en las que se basa cada autor y su derivación analítica. Este análisis permite detectar qué aspectos aún no han sido abordados por la literatura en un contexto de demanda discreta lo que lleva al planteamiento de un segundo objetivo específico que consiste en adaptar los métodos de cálculo desarrollados para funciones de demanda continuas a funciones discretas. Y, complementariamente a este objetivo, se plantea también la derivación de dos nuevas expresiones para el cálculo de la tasa de unidades servidas, una exacta y otra aproximada, en el contexto de diferimiento de la demanda no servida.

Una vez desarrollados y adaptados todos los métodos de estimación del stock de referencia a un contexto de demanda discreta se plantea un nuevo objetivo específico que consiste en analizar cómo se comporta cada método en función del nivel objetivo de la tasa de unidades servidas. Por último, se analizan los errores de estimación de cada método frente al exacto, con la finalidad de determinar bajo qué circunstancias es posible utilizar cada aproximación o si, por el contrario, es necesario recurrir a métodos exactos y además poder cualificar y cuantificar el riesgo en el que incurre cada aproximación cuando se utiliza en distintos contextos para determinar el stock de referencia.

El resultado de este análisis es la propuesta de un marco de referencia para la estimación del stock de referencia cuando el sistema se revisa con una política periódica (R, S) . Este marco de referencia tiene una doble aplicación práctica ya que, por un lado, sirve de herramienta de decisión para los gestores que han de decidir, en función de las características de sus ítems, qué método de estimación utilizar; y por otro lado, sirve de herramienta correctiva ya que si en una empresa se está utilizando una determinada aproximación, el marco de referencia que en esta tesis se propone le permite conocer el error de estimación que se comete con dicha aproximación pudiendo así corregirlo.

1.3 METODOLOGÍA E HIPÓTESIS DE TRABAJO

Para alcanzar el objetivo principal de la presente tesis y obtener el marco de referencia de cada uno de los contextos indicados, se realizan dos experimentos: el *Experimento Bk* en el que se asume que se difiere la demanda no servida del ciclo, y el *Experimento LS* en el que se asume que la demanda no servida no se puede diferir. El propósito de ambos es obtener la política óptima para cada caso analizado y para cada método de cálculo del stock de referencia. Para ello, se establecen las siguientes hipótesis de trabajo:

1. Se asume que la demanda de un ítem es estacionaria, independiente e idénticamente distribuida, discreta y conocida.
2. Respecto a la política de gestión de inventarios, se asume que: (i) el inventario se gestiona con una política periódica (R, S) ; (ii) el plazo de reaprovisionamiento es constante; y (iii) el periodo de revisión es conocido y está predeterminado.

Para cada experimento se combinan diferentes funciones de distribución de la demanda, tasas de unidades servidas objetivo y valores de los parámetros de la política de inventario, lo que resulta en un total de 235.620 casos para el primer experimento y de 89.760 para el segundo. A partir de los datos experimentales obtenidos en cada uno de ellos se realiza un primer análisis descriptivo para observar el comportamiento de cada método en cada contexto, y un segundo análisis exploratorio con el que se identifican zonas de comportamiento homogéneo de las aproximaciones de cada contexto al estimar el stock de referencia. Estas zonas se representan en un espacio de representación limitado por el coeficiente de variación cuadrado de las órdenes de demanda y por la demanda media en el periodo de revisión y reaprovisionamiento. Para cada una de estas zonas, se cualifica y cuantifica el riesgo asociado al uso de cada aproximación lo que permite establecer un marco de referencia a partir del cual se proponen alternativas para la estimación del stock de referencia en función de las características del ítem y de la política de gestión de inventarios, así como información suficiente para desarrollar otros enfoques prácticos y evaluar los riesgos asociados a cada caso.

1.4 ESTRUCTURA DOCUMENTAL

La presente tesis consta de ocho capítulos. El primero y presente capítulo, de carácter introductorio, establece la justificación, antecedentes y los objetivos de la tesis, y presenta el esquema general de la misma.

El capítulo 2 se dedica a revisar la literatura sobre el diseño de políticas de gestión de inventarios (R, S) cuando se utiliza la tasa de unidades servidas como restricción de diseño en un entorno de demanda probabilística, discreta y estacionaria. En él se revisan los pasos necesarios para diseñar una política (R, S) , desde la clasificación y categorización del ítem, los criterios de diseño de la política y los métodos de cálculo de la tasa de unidades servidas en un sistema (R, S) . Entre las conclusiones de este capítulo se señala que en un contexto de demanda discreta sólo existen métodos de estimación de la tasa de unidades servidas si no se acepta diferir la demanda no servida del ciclo. Por ello, en el capítulo 3 se propone una

reformulación de las aproximaciones existentes en la literatura, desarrolladas para demandas continuas, a un contexto discreto así como la derivación de dos nuevos métodos de cálculo, uno exacto y otro aproximado, aplicables a cualquier función de demanda discreta cuando se acepta diferir la demanda no servida del ciclo.

En el capítulo 4 se recoge el propósito de la experimentación distinguiendo entre los dos experimentos realizados, según si se acepta diferir la demanda no servida del ciclo o no. En este mismo capítulo, se establecen las hipótesis y los datos utilizados en el diseño de los experimentos.

En el capítulo 5 se lleva a cabo el análisis descriptivo de los resultados experimentales, donde se analiza el comportamiento de las aproximaciones en la estimación del stock de referencia frente al método de cálculo exacto, en función del nivel objetivo de la tasa de unidades servidas.

El capítulo 6 se dedica al análisis exploratorio de los resultados experimentales. Para ello se recurre a los árboles de clasificación y regresión, una técnica estadística de minería de datos de carácter exploratorio y predictivo. Mediante ésta técnica se detectan zonas de comportamiento homogéneo de las aproximaciones en cada contexto cuando se seleccionan como el mejor método de cálculo del stock de referencia. Además, se comprueba que este comportamiento común depende fundamentalmente de dos variables, el coeficiente de variación cuadrado de las órdenes de demanda y la demanda media en el periodo de revisión y aprovisionamiento, lo que permite representar las zonas de comportamiento común en un espacio de representación único delimitado por estas variables.

En el capítulo 7 se analizan los errores de clasificación que se cometen en cada una de las zonas de comportamiento común cuando se selecciona una aproximación como el mejor método de estimación del stock de referencia, lo que permite proponer un marco de referencia para la estimación del stock de referencia. Además, se plantea un ejemplo de aplicación práctica de dicho marco de referencia.

Por último, en el capítulo 8 se exponen las conclusiones más importantes obtenidas en la presente tesis, planteando las principales aportaciones de la misma y las conclusiones relacionadas con el enfoque y los métodos de estimación de la tasa de unidades servidas en revisión periódica, las relacionadas con el comportamiento de los métodos de estimación del stock de referencia y las relacionadas con el marco de referencia propuesto. Además, en este capítulo se perfilan las principales líneas de investigación futuras.

CAPÍTULO 2. DISEÑO DE UN SISTEMA DE GESTIÓN DE INVENTARIOS (R, S) PARA UNA TASA DE UNIDADES SERVIDAS (*FILL RATE*) OBJETIVO

2.1 INTRODUCCIÓN

El propósito fundamental de un sistema de gestión de inventarios es resolver, al menos, tres cuestiones clave: (i) con qué frecuencia debe examinarse el estado del inventario; (ii) cuándo debe lanzarse una orden de aprovisionamiento; y (iii) de qué tamaño debe ser dicha orden [Silver (1981)].

Para responder a estas tres cuestiones fundamentales y establecer de manera sistemática las políticas de inventario, se han de tomar decisiones sobre cuatro aspectos básicos. Por un lado, debe determinarse cuál es la importancia relativa del ítem. Por otro lado, se ha de decidir si el inventario se revisará de forma continua o periódica. Una vez determinado el sistema de revisión, se deberá elegir cuál es la mejor política de gestión de inventarios a seguir. Y por último, se ha de decidir qué criterios de diseño van a fijarse para determinar los parámetros de control de la política, y si éstos serán de costes o de servicio al cliente.

El presente capítulo presenta una revisión de la literatura sobre la metodología a seguir en el diseño de políticas de gestión de inventarios de revisión periódica (R, S) cuando el proceso de demanda es estacionario y se modela con una función de probabilidad discreta, independiente e idénticamente distribuida.

Para ello, se sigue el esquema básico previamente expuesto dando respuesta a las tres cuestiones planteadas inicialmente. Según esto, la primera parte de este capítulo, punto 2.2, describe cuál es la naturaleza de la demanda, definiendo para ello la clasificación ABC, que permite clasificar los ítems; y la categorización del ítem en función de su patrón de demanda, que ayuda a seleccionar la mejor política de gestión de inventarios. Posteriormente, el punto 2.3 explica los dos contextos en los que puede gestionarse un inventario, según si se acepta diferir la demanda no servida de un ciclo o si no se acepta diferirla y se convierte en ventas perdidas. En el siguiente punto se describe la política de revisión periódica (R, S) en la que se

centra la presente tesis. Una vez seleccionada y definida la política de gestión, el punto 2.6 explica los criterios de diseño que existen para determinar los parámetros de la política. El criterio seleccionado en la presente tesis es una métrica de servicio al cliente que mide la fracción de demanda satisfecha directamente con el stock físico disponible, denominada tasa de unidades servidas o *unit fill rate*. En el punto 2.7 se detallan las distintas definiciones que existen de esta métrica de servicio en función del horizonte temporal considerado, y se presenta la problemática que existe en la derivación de un método de estimación de la misma (punto 2.8). Una vez definida la tasa de unidades servidas, el punto 2.9 detalla los métodos que existen para estimarla, distinguiendo entre aquellos métodos de cálculo que son aproximados, y aquellos que son exactos. Por último, el punto 2.10 muestra un resumen sobre los métodos de cálculo de la tasa de unidades servidas en revisión periódica, y establece los aspectos que no han sido tratados en la literatura sobre los citados métodos.

2.2 NATURALEZA DE LA DEMANDA

El primer paso en la metodología de diseño de un sistema de gestión de inventarios es estudiar las características del ítem para el que se diseña. Dicho análisis tiene dos propósitos: (i) identificar la importancia relativa del ítem [Silver et al. (1998)] y (ii) facilitar la selección del mejor procedimiento de previsión y política de gestión de inventarios [Fogarty et al. (1991)].

Para el primer propósito se utiliza la clasificación ABC, mientras que para el segundo se recurre a la categorización del ítem en función de su patrón de demanda, que es necesario asimilar a una función de distribución probabilística que lo represente.

2.2.1 Las Características del ítem. La clasificación ABC

La clasificación ABC se basa en el principio de que una situación está dominada por una cantidad pequeña de elementos. Por lo tanto, controlando estos elementos se controla gran parte de la situación. Wilfredo Pareto fue el primero en documentar este principio y Dickie (1951) en ilustrar cómo puede aplicarse a la gestión de inventarios.

La clasificación ABC aplicada a la gestión de inventarios consiste en [Fogarty et al. (1991)]:

1. Clasificar cada ítem según su importancia relativa. La importancia relativa de un ítem puede basarse, por ejemplo, en la dificultad de control del mismo, en el impacto del ítem en los costes de la empresa y en su productividad, en el volumen de ventas que representa, etc.
2. Establecer un método de gestión consistente con el grado de importancia a partir de la clasificación del ítem según su importancia relativa.

El análisis ABC identifica los ítems más importantes y los clasifica como tipo A. Los de menor importancia, los clasifica como C. El resto lo sitúa en el tipo B [Zipkin (2000)]. Por tanto, las letras A, B y C representan las categorías en las que se ubican los ítems según su importancia decreciente. La aplicación de la clasificación ABC no limita el uso a estas tres categorías,

aunque sí suele recomendarse que se utilicen como máximo seis [Graham (1987) y Silver et al. (1998)].

En la práctica, la clasificación ABC se utiliza para determinar los niveles de servicio al cliente de cada categoría, lo que establece su importancia dentro del sistema. No obstante, existe una discusión en la literatura sobre cuáles deben ser dichos niveles de servicio para los ítems que se encuentren dentro de una misma categoría [Viswanathan y Bhatnagar (2005)].

Generalmente, la clasificación ABC suele hacerse en función de un criterio único, siendo el valor de la demanda o el volumen de la misma los más comúnmente utilizados [Teunter et al. (2010b)]. Sin embargo, algunos autores [Ramanathan (2006); Zhou y Fan (2007) o Chen et al. (2008)]; consideran varios criterios simultáneamente, tales como la seguridad del suministro, la tasa de obsolescencia, el tiempo de entrega, los costes de revisión y de reposición del inventario, el diseño y la tecnología del proceso de fabricación e incluso la posibilidad de que el artículo pueda ser sustituido por otro.

2.2.2 Métodos de categorización de la demanda

Categorizar la demanda consiste en agrupar ítems cuyos patrones de demanda presentan características similares. A pesar de la importancia de la categorización, en gestión de inventarios no existe una categorización y definición de patrones de demanda generalizada, siendo, en la práctica, las categorizaciones ad hoc las más utilizadas. En la literatura pueden encontrarse distintas propuestas de categorización:

2.2.2.1 Métodos basados en la varianza de la demanda

Williams (1984) presenta un método de categorización basado en la partición de la varianza de la demanda durante el periodo de aprovisionamiento ($DDL T$) en sus tres partes constitutivas. Para ello asume que: (a) el número de órdenes que llegan durante un periodo es una variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida (i.i.d.), con media n y varianza $var(n)$; (b) el tamaño de las órdenes es una variable aleatoria i.i.d. con media x y varianza $var(x)$; y (c) el periodo de aprovisionamiento es una variable aleatoria i.i.d. con media L y varianza $var(L)$. Bajo estas condiciones, Williams (1984) propone expresar la ecuación de partición de la varianza de la demanda durante el periodo de aprovisionamiento como:

$$var(DDL T) = \text{varianza debida a } n + \text{varianza debida a } x + \text{varianza debida a } L \quad (2.1)$$

En función del tamaño de cada uno de los sumandos de la expresión (2.1) se establecen las distintas categorías. En un estudio posterior Eaves y Kingsman (2004) profundizan en el método de desarrollado por Williams (1984), introduciendo nuevas categorías de demanda. La Tabla 2.1 presenta una comparativa de las categorizaciones propuestas por Williams (1984) y Eaves y Kingsman (2004).

En ambos estudios se recomienda establecer los límites entre las categorías en función de criterios de gestión de la dirección, el sector de negocio, etc. Esto implica la dificultad de utilizar los mismos valores en distintos contextos de gestión y por lo tanto hace difícil su generalización como método de categorización.

var(DDLT)			Tipo de patrón de demanda	
var(n)	var(x)	var(L)	Williams (1984)	Eaves y Kingsman (2004)
Pequeño	Pequeño	—	Suave	Suave
Pequeño	Grande	—	Suave	Irregular
Grande	Pequeño	—	Lento movimiento	Lento movimiento
Grande	Grande	Pequeño	Intermitente	Intermitente medio
Grande	Grande	Grande	Intermitente (con gran variabilidad en el periodo de aprovisionamiento)	Muy intermitente

Tabla 2.1: Comparativa sobre la categorización de la demanda según Williams (1984) y Eaves y Kingsman (2004).
Fuente: Babiloni (2009).

2.2.2.2 Métodos basados en la precisión de los métodos de previsión

Syntetos et al. (2005) establecen las categorías de demanda en función de la precisión que alcanzan unos métodos de previsión seleccionados ante distintos patrones de demanda. Para ello, comparan, mediante el error cuadrático medio (*MSE*), la precisión de los métodos de previsión de Croston [Croston (1972)], el método de SyB [Syntetos et al. (2005)] y el alisado exponencial simple [Brown (1962)] y registran qué método es más efectivo en cada caso. Posteriormente, identifican las variables que determinan el comportamiento común de los métodos de previsión, estableciendo un espacio de representación según el coeficiente de variación cuadrado de la distribución de las órdenes de demanda (CV^2) y al intervalo medio entre demandas (p). En este espacio de representación, denominado en adelante $CV^2 \perp p$ se clasifica la demanda en cuatro tipologías, tal y como se muestra en la Figura 2.1. Los valores límites entre categorías se calculan en función de los resultados experimentales obtenidos con respecto a la comparación del *MSE* de los distintos métodos de previsión.

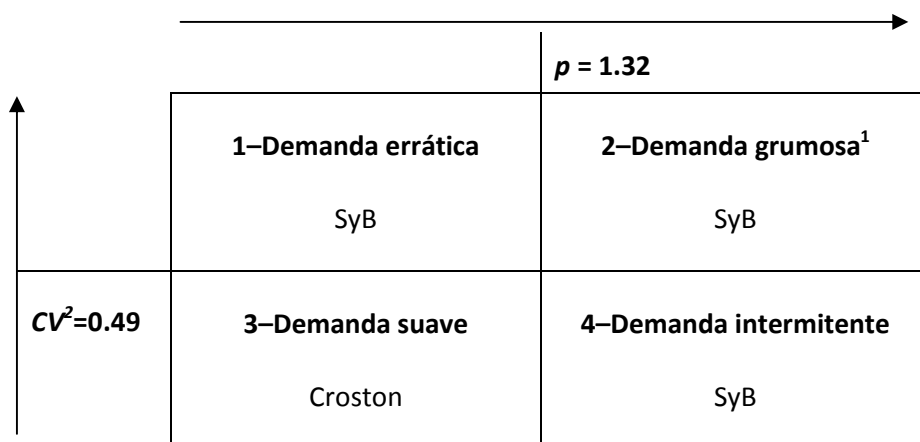


Figura 2.1: Categorización de la demanda.
Fuente: Syntetos et al. (2005).

¹ Del inglés “lumpy”.

2.2.3 Funciones de distribución para la demanda de un ítem

En un sistema de inventarios no suele tenerse suficiente información sobre el proceso que genera la demanda de ítems como para poder predecir con certeza el patrón temporal de las mismas. En la práctica, lo que suele hacerse es describir la demanda en términos probabilísticos [Hadley y Whitin (1963)].

Características de la demanda	Distribución de probabilidad
<p>Coefficiente de variación</p> <p>$CV > 0,5$</p> <p>o</p> <p>Distribución asimétrica por la derecha</p>	<p>Distribución Gamma Silver et al. (1998). En estas circunstancias si se usa la distribución Normal pueden generarse valores de previsión negativos. Por ello también es útil la distribución Normal truncada.</p>
<p>Coefficiente de variación</p> <p>$CV < 0,5$</p>	<p>Distribución Normal Silver et al. (1998). Aporta un buen rendimiento incluso cuando la demanda diaria no se comporta como una Normal siempre que sea aplicable el teorema central de límite Rice (1995) (p. ej. cuando el periodo de aprovisionamiento es de varios días)</p>
<p>Ítems de lento movimiento de tipo A</p>	<p>Distribución de Poisson siempre que:</p> $\sigma_L \approx \sqrt{\hat{x}_L} \rightarrow [0.9\sqrt{\hat{x}_L}, 1.1\sqrt{\hat{x}_L}]$, donde L es el plazo de aprovisionamiento, σ_L la desviación típica de la demanda en L y \hat{x}_L la demanda prevista en L . Silver et al. (1998). <p>Distribución Binomial negativa</p> <p>Syntetos y Boylan (2006).</p>
<p>Ítems cuya probabilidad de demanda nula no es despreciable</p>	<p>Binomial Negativa</p> <p>Syntetos y Boylan (2006).</p> <p>Poisson Compuesta</p> <p>[Friend (1960); Adelson (1966); Nahmias y Demmy (1982)].</p> <p>Bernoulli Compuesta</p> <p>[Janssen et al. (1998); Strijbosch et al. (2000)].</p>

Tabla 2.2: Distribuciones de probabilidad utilizadas en gestión de inventarios.
Fuente: Babiloni (2009).

Habitualmente, los modelos clásicos de gestión de inventarios asimilan la demanda a funciones de distribución continuas [Snyder (1984); Schultz (1987); Schultz (1989); Dunsmuir y Snyder (1989); Yeh et al. (1997); Leven y Segerstedt (2004)]; y más concretamente a la distribución Normal que puede aportar buenos resultados según las características de la demanda (demanda media, coeficiente de variación, etc.). Sin embargo, en la práctica lo más frecuente es que un ítem se gestione en unidades discretas. En tal caso, lo más adecuado es representar la demanda mediante una función de probabilidad discreta [Vereecke y Verstraeten (1994); Janssen et al. (1998); Strijbosch et al. (2000)].

En la literatura se recomienda el uso de distintas distribuciones de demanda para gestionar el inventario en función de las características de la misma y el tipo de ítem. En la Tabla 2.2 se presenta una relación entre las características de la demanda y las distribuciones de probabilidad utilizadas en la literatura.

2.3 BACKORDERS VERSUS LOST SALES

Cuando se produce demanda en un sistema de inventarios pueden ocurrir dos situaciones: (i) que se disponga de suficiente stock en el almacén para poder satisfacerla por completo; y (ii) que el stock del almacén no sea suficiente y por tanto el sistema de inventarios se encuentre en una situación de agotamiento de stock. Una característica importante del sistema es qué ocurre cuando se produce esta última situación. Básicamente, existen dos casos extremos [Silver et al. (1998)]:

- a) **Diferimiento de la demanda** (en inglés, *backordering case*). En este caso, la demanda que no puede servirse se difiere a ciclos posteriores y será atendida en cuanto se reciba en el sistema una orden de aprovisionamiento suficientemente grande. Cuando dicha orden se recibe, se atiende la demanda diferida previamente y posteriormente la demanda de ese ciclo [Hadley y Whitin (1963)]. Esta situación es común en los mercados cautivos o los repuestos de mantenimiento, en los cuales el consumidor tiene pocas opciones de elección; o incluso en algunas relaciones contractuales en las que una empresa sólo tiene un proveedor y si éste no tiene suficientes unidades para servirle no tiene más opción que esperar.
- b) **No diferimiento de la demanda**, más conocido como ventas perdidas (en inglés, *lost sales case*). En este caso, la demanda que no puede atenderse con el stock disponible se pierde y se convierte en ventas perdidas. Uno de los principales problemas de este caso es que generalmente no se conoce el volumen de estas ventas perdidas y, por tanto, no se registran en la empresa [Thomopoulos (2004); Thomopoulos (2007)]. Esta situación es común en los mercados de venta al por menor o detalle [Johansen (2005)] o en los mercados de materias primas (en inglés, *commodity market*) en los que el cliente encuentra fácilmente otra empresa o proveedor que pueda satisfacer sus necesidades [para una revisión exhaustiva de los trabajos desarrollados en este contexto consúltese Bijvank y Vis (2011)].

En la práctica suelen encontrarse situaciones en las que se combinan ambas posibilidades. No obstante, la mayoría de los modelos de gestión de inventarios se desarrollan para alguno de

ellos en particular [Silver et al. (1998)]. Desde un punto de vista matemático, se obtienen modelos mucho más sencillos si se permite diferir demanda [Silver (1981); Zipkin (2008)], de ahí que la mayoría de la literatura sobre gestión de inventarios se centre en este caso. La complejidad del modelo cuando no se permite diferir demanda hace que, en general, suela asumirse que sólo existe una orden de aprovisionamiento lanzada en cada momento, lo que implica que, en un modelo de revisión periódica (R, S), el plazo de aprovisionamiento sea estrictamente menor que el plazo de revisión [Johansen y Hill (2000); Bijvank y Vis (2011)]. Por ello, extender los modelos de gestión de inventarios a más de una orden lanzada cuando no se permite diferir demanda complica excesivamente los cálculos, tal y como explican Hadley y Whitin (1963).

2.4 NOTACIÓN

La notación que se va a utilizar en el resto de la tesis se describe a continuación:

S	=	Stock de referencia (unidades)
R	=	Periodo de revisión correspondiente al tiempo transcurrido entre dos revisiones consecutivas y ciclo de aprovisionamiento correspondiente al tiempo transcurrido entre dos aprovisionamientos consecutivos (unidades de tiempo)
L	=	Plazo de aprovisionamiento (unidades de tiempo)
Q	=	Tamaño de la orden de aprovisionamiento (unidades)
s	=	Punto de pedido (unidades)
OH_t	=	Stock físico disponible en el periodo t desde la primera recepción (unidades) ²
IP_t	=	Posición de inventario en el periodo t (unidades) ³
NS_t	=	Stock neto en el periodo t (unidades) ⁴
D_t	=	Demanda total acumulada en t periodos (unidades)
X^+	=	Máximo $\{X, 0\}$ para cualquier expresión
FR_{Obj}	=	Valor objetivo de la tasa de unidades servidas
$f(\cdot)$	=	Función de densidad o de masa de la demanda en t
$F(\cdot)$	=	Función de probabilidad acumulada de la demanda en t
μ_t	=	Demanda media en t periodos
σ_t	=	Desviación típica de la demanda en t periodos
p	=	Intervalo medio entre demandas
CV^2	=	Coficiente de variación cuadrado de la distribución del tamaño de las órdenes de demanda

2.5 LA POLÍTICA DE GESTIÓN DE INVENTARIOS (R, S)

Tras clasificar los ítems y categorizar la demanda, el siguiente paso debe ser seleccionar cuál es la mejor política de gestión de inventarios. Las políticas de gestión se dividen en dos clases principales, cuya diferencia radica en la frecuencia con la que se revisa el inventario. Si el estatus del inventario se conoce en cada instante, hablamos de políticas de revisión continua. Si por el contrario el inventario se revisa cada cierto intervalo de tiempo, hablamos de políticas

² OH que viene del término en inglés “on-hand stock”

³ IP que viene del término en inglés, “inventory position”

⁴ NS que viene del término en inglés, “net stock”

de revisión periódica. Muchos manuales sobre gestión de inventarios aconsejan el uso de políticas de revisión continua cuando la importancia del ítem justifica el sobrecoste asociado al sistema de control informatizado necesario, que permite lanzar órdenes de aprovisionamiento cuando la posición de inventario es igual a un punto de pedido que se establece para cumplir con el objetivo de servicio al cliente. Aun así, la posibilidad de coordinar órdenes de aprovisionamiento es una práctica habitual que permite un ahorro de costes importante para las empresas. Bajo esta perspectiva, las ventajas de las políticas de revisión periódica son evidentes, pues permiten agrupar pedidos por proveedor, por rutas de distribución o por tipo de ítem con un menor coste de gestión [Sani y Kingsman (1997); Eynan y Kropp (1998); Chiang (2006); Chiang (2007); Rao (2003)]. Asimismo permite ajustar en cada ciclo el valor del stock de referencia cuando el patrón de demanda no es estacionario [Silver et al. (1998)].

La presente tesis se centra en la política clásica de revisión periódica (R, S). Su procedimiento de control consiste en revisar el inventario cada R unidades de tiempo y, en función de su nivel, lanzar una orden de aprovisionamiento de magnitud suficiente para que la posición de inventario, IP , alcance el nivel del stock de referencia S . La orden se recibe L periodos después de ser lanzada, de modo que el intervalo temporal que ocurre entre dos recepciones consecutivas constituye un ciclo de aprovisionamiento.

Obviamente, la evolución del inventario está directamente relacionada con la demanda que se genera en el sistema. Por ello, es importante diferenciar cómo se gestiona el inventario en caso de que se permita diferir la demanda no servida (*backordering case*) o no se permita y, por tanto, la demanda no satisfecha se pierda (*lost sales case*). La Figura 2.2 y la Figura 2.3 muestran un ejemplo de cómo evoluciona el stock físico y la posición de inventario en un sistema (R, S) en ambos casos.

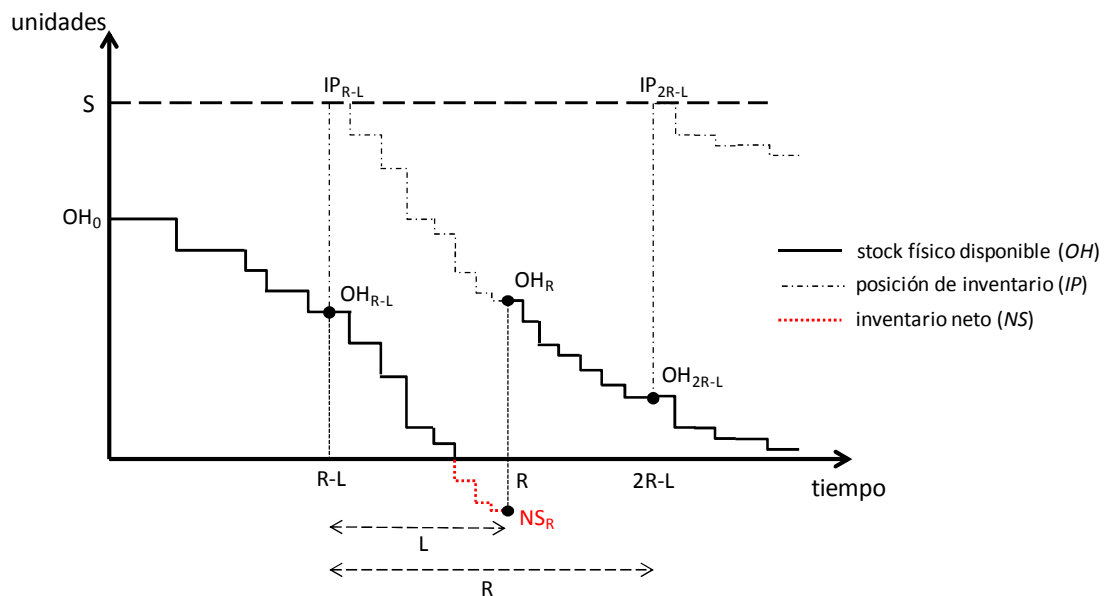


Figura 2.2: Evolución del stock físico, de la posición de inventario y del inventario neto en un sistema (R, S) cuando se acepta diferir la demanda no servida.

Fuente: Elaboración propia.

La Figura 2.2 muestra cómo evoluciona el inventario en un sistema (R, S) cuando se permite diferir demanda y el plazo de aprovisionamiento L es constante. En el periodo de revisión ($R-L$)

se revisa el inventario y se lanza una orden de aprovisionamiento de tamaño tal que la posición de inventario en ese instante alcanza el valor de S . Durante el plazo de aprovisionamiento, L , si se produce una demanda superior al stock físico disponible, i.e. $D_L > OH_{R-L}$, se produce una rotura de stock. En ese instante, el stock físico se reduce hasta agotarse y se mantiene igual a cero hasta la recepción de la orden de aprovisionamiento lanzada en la revisión; mientras que el stock neto, definido como la diferencia entre el stock físico disponible y la demanda diferida, toma valores negativos. Transcurridos L periodos, se recibe la orden de aprovisionamiento y se restaura el stock físico de modo que la posición de inventario, el stock neto y el físico alcanzan de nuevo el mismo valor.

La Figura 2.3, en cambio, muestra cómo evoluciona el stock si no se permite diferir demanda y L es constante. En este caso, si se produce la rotura de stock, tanto el stock físico disponible como el stock neto se reducen hasta alcanzar el cero ya que no se tiene en cuenta la demanda diferida, y la posición de inventario permanece constante hasta que se recibe la orden de aprovisionamiento. Una vez recibida la orden, se igualan de nuevo los niveles de la posición de inventario, el stock físico disponible y el stock neto.

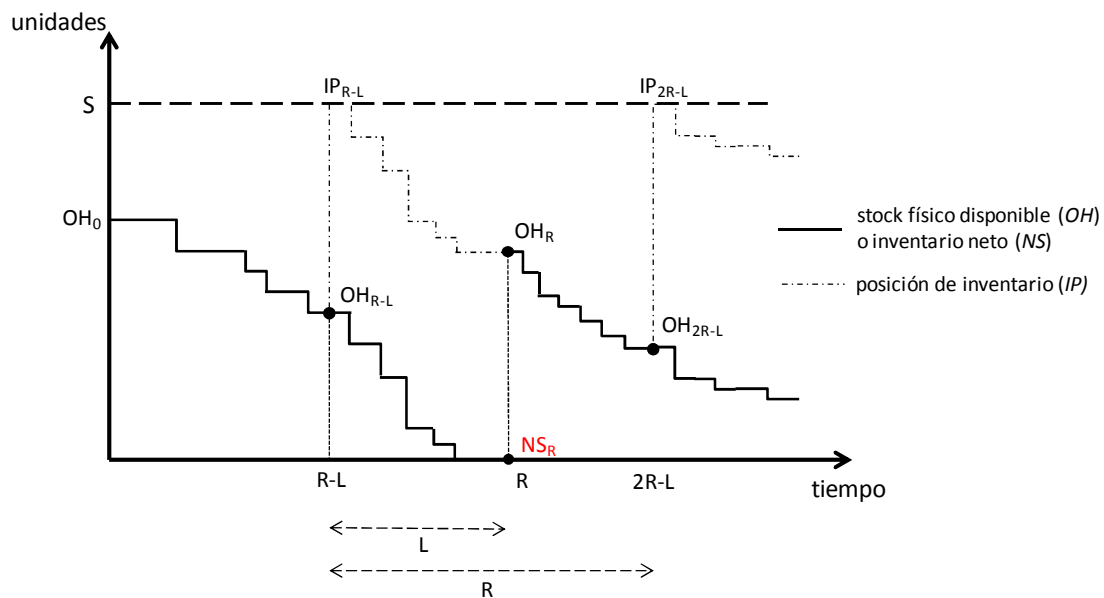


Figura 2.3: Evolución del stock físico, de la posición de inventario y del inventario neto en un sistema (R, S) cuando no se acepta diferir la demanda no servida.

Fuente: Elaboración propia.

2.6 DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS R Y S DADA UNA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO

Una vez se ha seleccionado la política de gestión de inventarios, el siguiente paso es determinar sus parámetros de control, lo que implica tomar dos decisiones fundamentales: (i) cuándo lanzar una orden de aprovisionamiento, y (ii) de qué tamaño debe ser dicha orden. En un sistema de revisión periódica, responder a la primera pregunta supone establecer cuál será el periodo de revisión, R . En cuanto a la decisión del tamaño de la orden de aprovisionamiento,

cuando el inventario se gestiona con una política periódica, depende del stock de referencia, S , por lo que será necesario determinar su valor.

2.5.1 Procedimiento de cálculo para establecer el periodo de revisión R

Cuando el sistema es gestionado con una política periódica (R, S), el valor del periodo de revisión, R , se establece generalmente en función de la categoría o clase a la que pertenece el ítem, a la agrupación de pedidos por proveedor, a la ruta de entrega, etc. con el objetivo de ahorrar costes [Sani y Kingsman (1997); Leven y Segerstedt (2004); Chiang (2006); Syntetos y Boylan (2006)]. Es decir, en muchos casos se trata de una decisión relativa a los criterios de la gestión operativa y no al propio diseño de la política. De hecho, una de las hipótesis propuestas por Silver et al. (1998) para la aplicación de modelos (R, S) en contexto probabilístico consiste en asumir que el periodo de revisión R está predeterminado.

Algunos autores han desarrollado algoritmos para calcular simultáneamente los parámetros de la política con objeto de minimizar los costes totales del sistema. Con este propósito Johansen y Melchior (2003) y Gallego y Hu (2004) utilizan la teoría de cadenas de Markov. En entornos de demanda no estacionaria Tarim y Kingsman (2006); Levi et al. (2007) y Rossi et al. (2008) desarrollan modelos para determinar simultáneamente los parámetros de la política, asumiendo que la demanda en cada periodo se distribuye normalmente.

En el caso de otras políticas de gestión, como la de revisión continua punto de pedido, stock de referencia, (s, S) se han desarrollado reglas heurísticas para determinar simultáneamente los parámetros de la política [ver por ejemplo Veinott y Wagner (1965); Naddor (1975); Porteus (1985); Federgruen y Zheng (1992) o Axsäter (2000)].

2.5.2 Procedimiento de cálculo para establecer el stock de referencia S . La tasa de servicio como requisito de diseño

Para determinar el valor del stock de referencia, S , puede utilizarse bien el criterio de minimización de costes o bien el de minimización del inventario medio sujeto a un nivel de servicio al cliente objetivo para cada ítem.

A pesar de que algunos autores suponen que los costes relacionados con la gestión de inventarios pueden estimarse de forma analítica sencilla, en la práctica estos costes son difíciles de establecer y de estimar. Es por ello que en situaciones reales suele utilizarse un enfoque en la satisfacción de un nivel de servicio al cliente preestablecido [Cohen et al. (1988); Larsen y Thorstenson (2008)]. De ahí que los criterios de diseño más utilizados sean los relativos al servicio al cliente, utilizándose el criterio de coste como una medida de rendimiento del sistema.

El término “servicio al cliente” se utiliza para describir la disponibilidad de los artículos cuando son necesarios para el cliente [Fogarty et al. (1991)]. Sin embargo, cuando la demanda es aleatoria, debe tenerse en cuenta que existe una probabilidad de no poder satisfacer una

parte de ésta con el stock disponible [Silver et al. (1998)]. A pesar de ello, una organización debe procurar dar un nivel de servicio adecuado y eventualmente elevado. Para poder conocer y medir este nivel de servicio al cliente existen distintas métricas [véanse por ejemplo Sherbrooke (1968); Schneider (1978); Schneider (1981); Cohen y Lee (1990); Lee y Billington (1992); Silver et al. (1998); Axsäter (2000) o Chopra y Meindl (2004)]. La elección de una determinada métrica debe hacerse cuidadosamente y ha de estar alineada con la estrategia de la empresa. De hecho, una elección incorrecta puede provocar un desajuste entre la estrategia de la empresa y su competitividad [Closs et al. (2010)]. En la práctica, las métricas de servicio más extendidas en el diseño del sistema de inventarios son:

- *el nivel de servicio de ciclo* (que aparece en la literatura como *CSL* o *P1*) [Vereecke y Verstraeten (1994); Paschalidis et al. (2004); Cardós et al. (2006); Cardos y Babiloni (2011)]; y
- *la fracción de demanda satisfecha directamente con el stock físico disponible* (que aparece en la literatura como *fill rate*, *FR*, *P2* o β) [Snyder (1984); Dunsmuir y Snyder (1989); Segerstedt (1994); Yeh et al. (1997); Janssen et al. (1998); Strijbosch et al. (2000); Smits et al. (2004); Wang y Shu (2005) y Tempelmeier (2007) entre otros].

La presente tesis selecciona como métrica de servicio para calcular el stock de referencia de la política (R, S) la fracción de demanda satisfecha directamente con el stock físico disponible (en inglés *fill rate*), que podría traducirse como “la tasa de llenado” o, atendiendo más al concepto al que hacer referencia en lugar de a su traducción literal, como “la tasa de servicio”. Tal y como van der Heijden (2000) menciona, esta métrica es la más utilizada en la práctica, ya que considera no sólo la posibilidad de que se produzca una rotura de stock, sino también el tamaño o cantidad de la demanda no servida [Schneider (1981); Tempelmeier (2000)].

2.5.2.1 Tipos de tasa de servicio

La tasa de servicio comprende una familia de métricas más específicas en función de la unidad de medida que se considera. De este modo, en la literatura pueden encontrarse los siguientes tipos de tasa de servicio:

- *La tasa de unidades servidas*: conocida como *ítem, unit o volume fill rate*. Esta métrica considera las *unidades* que pueden servirse de forma inmediata con el inventario disponible sin roturas de stock ni retrasos en los pedidos [Johnson et al. (1995); Larsen y Thorstenson (2008); Teunter (2009) y Closs et al. (2010) entre otros].
- *La tasa de pedidos servidos*: conocida como *order o line fill rate*. En este caso se mide el *número de pedidos* completos que pueden atenderse inmediatamente con el stock en mano [Song (1998); Larsen y Thorstenson (2008); Vliegen y van Houtum (2009); Teunter et al. (2010a) o Closs et al. (2010) entre otros].
- *El dólar o euro fill rate*: Tal y como su nombre indica, los ítems se miden en *unidades monetarias* [Cohen y Lee (1990)].

- La fracción de los *trabajos* u *órdenes de trabajos* que se completan sin que se produzca una rotura de stock: conocida en la literatura como *job fill rate* [Smith et al. (1980); Teunter (2006) o Bijvank et al. (2010)].
- La probabilidad de que la demanda que llega a un escalón de una cadena de suministro multi-etapa sea satisfecha dentro de un período de tiempo especificado: conocido en la literatura como *channel fill rate* [Caggiano et al. (2007)].

De esta familia de métricas, en la presente tesis se selecciona la primera de ellas, el “*unit fill rate*”, en adelante tasa de unidades servidas o *FR*.

Por tanto, esta tesis asume que R está predeterminado y se establece un nivel de tasa de unidades servidas objetivo, $FR_{objetivo}$, para calcular el stock de referencia que cumpla la expresión [ver por ejemplo Vereecke y Verstraeten (1994); Silver et al. (1998)]:

$$FR_{objetivo} \leq FR_n \tag{2.2}$$

donde n representa el método de estimación de la tasa de unidades servidas seleccionado [véanse los puntos 1-3.4, páginas 40-46 del capítulo 3].

2.7 LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS Y SUS HORIZONTES TEMPORALES

Silver et al. (1998) define la tasa de unidades servidas o *FR* como el porcentaje de demanda que se atiende inmediatamente con el stock que hay en la estantería, sin incurrir en pérdida de ventas ni retrasos en los pedidos. No obstante, su definición resulta ambigua puesto que no especifica el periodo temporal al que se refiere, lo que provoca distintas interpretaciones de la misma definición. En este sentido, Silver et al. (1998) sugieren dos posibles generalizaciones de la tasa de unidades servidas: una que considera la fracción de demanda satisfecha en cada ciclo; y otra que analiza la fracción de demanda que debe atenderse con el stock físico disponible en un plazo determinado de tiempo, es decir, como medida a largo plazo.

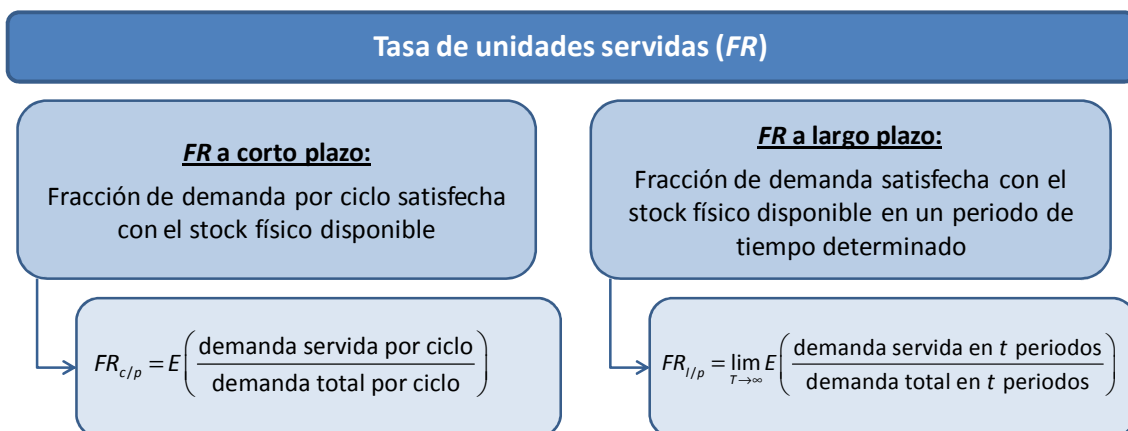


Figura 2.4: Definición y horizontes temporales de la tasa de unidades servidas.

Fuente: Elaboración propia.

Tal y como muestra la Figura 2.4, la definición de la tasa de unidades servidas puede concretarse según el horizonte temporal considerado como:

a) A corto plazo (c/p)

A pesar de que la definición de la tasa de unidades servidas no especifique el periodo temporal al que se refiere, muchos autores, para derivar un método de cálculo de la misma, determinan dicho periodo tomando la demanda de un ciclo, de modo que en la práctica, la calculan a corto plazo. Según esta generalización, la tasa de unidades servidas puede expresarse como el valor esperado del cociente de la demanda servida por ciclo y la demanda total del mismo; es decir;

$$FR_{c/p} = E \left(\frac{\text{demanda servida por ciclo}}{\text{demanda total por ciclo}} \right) \quad (2.3)$$

b) A largo plazo (l/p)

Tal y como se ha indicado, existe una segunda generalización que considera la fracción de las unidades demandas servidas con el stock disponible a largo plazo, y propone una nueva definición de esta métrica, entendiéndola como la media de la demanda a largo plazo que se cubre con el stock físico disponible en la estantería. Esta definición a largo plazo puede expresarse como el límite del valor esperado del cociente de la demanda servida en t periodos y la demanda total en esos t periodos; es decir:

$$FR_{l/p} = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left(\frac{\text{demanda servida con el stock físico en } t \text{ periodos}}{\text{demanda total en } t \text{ periodos}} \right) \quad (2.4)$$

Esta generalización ha sido menos estudiada, sin embargo, en los últimos diez años ha suscitado un interés creciente en la comunidad científica. De hecho, aparecen diversos trabajos que presentan métodos de cálculo para la expresión (2.4). Entre otros, pueden consultarse los trabajos de Chen et al. (2003); Axsäter (2003); Sobel (2004); Kwon et al. (2006) o Zhang y Zhang (2007).

Esta tesis se centra en la generalización que considera la tasa de unidades servidas a corto plazo. En el punto 2.8 se expone la problemática sobre los métodos de estimación de la tasa de unidades servidas para un horizonte temporal a corto plazo.

2.8 LA PROBLEMÁTICA DE LA ESTIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS A CORTO PLAZO.

La tasa de unidades servidas se ha calculado tradicionalmente en términos de demanda no servida, en lugar de examinar directamente la demanda satisfecha con el stock físico disponible. Así, en la mayoría de los trabajos dedicados a la estimación de la tasa de unidades servidas a corto plazo ésta se calcula como el complementario del ratio entre la demanda esperada no satisfecha por ciclo y la demanda total esperada, es decir:

$$FR_{Aprox} = 1 - \frac{E(\text{demanda no servida por ciclo})}{E(\text{demanda total por ciclo})} \quad (2.5)$$

Otros autores, en cambio, definen la tasa de unidades servidas como el ratio entre la demanda servida esperada por ciclo y la demanda media del ciclo, es decir:

$$FR_{Aprox} = \frac{E(\text{demanda servida por ciclo})}{E(\text{demanda total})} \quad (2.6)$$

Sin embargo, tanto la expresión (2.5) como la (2.6) son matemáticamente distintas a la expresión (2.3). Considérese la siguiente situación [véase por ejemplo Grinstead y Snell (1997)]:

Sean X e Y dos variables aleatorias independientes. Por tanto, se cumple que

$$E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$$

Siguiendo este razonamiento, se tiene que

$$E\left(\frac{X}{Y}\right) = E(X) \cdot E\left(\frac{1}{Y}\right)$$

pero

$$E\left(\frac{1}{Y}\right) \neq \frac{1}{E(Y)}$$

y por tanto

$$E\left(\frac{X}{Y}\right) \neq \frac{E(X)}{E(Y)}$$

Si se traslada esta idea a las expresiones de la tasa de unidades servidas,

$$E\left(\frac{\text{demanda servida por ciclo}}{\text{demanda total por ciclo}}\right) \neq \frac{E(\text{demanda servida por ciclo})}{E(\text{demanda total por ciclo})}$$

y puesto que

$$\frac{E(\text{demanda servida por ciclo})}{E(\text{demanda total por ciclo})} = 1 - \frac{E(\text{demanda no servida por ciclo})}{E(\text{demanda total por ciclo})}$$

se tiene que

$$E\left(\frac{\text{demanda servida por ciclo}}{\text{demanda total por ciclo}}\right) \neq 1 - \frac{E(\text{demanda no servida por ciclo})}{E(\text{demanda total por ciclo})}$$

y de ahí que las expresiones (2.5) y (2.6) sean en realidad un cálculo aproximado de la tasa de unidades servidas (expresión (2.3)). Según Johnson et al. (1995) y Guijarro et al. (2012a), calcular la tasa de unidades servidas con la expresión (2.5) si la demanda es Normal o Poisson lleva a subestimar el valor exacto de la tasa de unidades servidas.

A pesar de ello, la mayoría de los autores se basan en la expresión (2.5) para proponer un método de cálculo de la tasa de unidades servidas. De hecho, tal y como Teunter (2009) demuestra, existe una equivalencia entre la generalización del largo plazo y la expresión (2.5), y por tanto, incluso aquellos autores que definen la *FR* como la fracción de demanda a largo plazo que se sirve inmediatamente con el stock disponible, estiman realmente la tasa de unidades servidas a partir de la expresión (2.5) (véase la Figura 2.5).

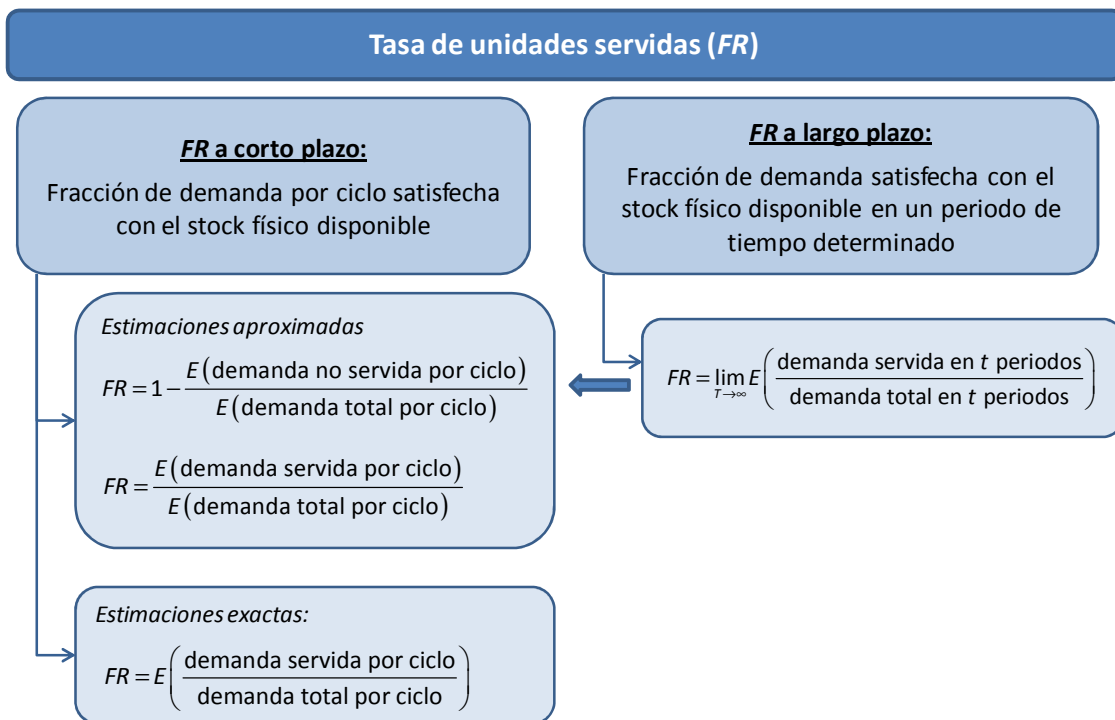


Figura 2.5: Definiciones y métodos de estimación de la tasa de unidades servidas.
Fuente: Elaboración propia.

En el siguiente apartado se presenta una revisión de los métodos existentes en la literatura para el cálculo de la tasa de unidades servidas a corto plazo en un sistema de revisión periódica (R, S), distinguiendo entre los métodos aproximados basados en las expresiones (2.5) y (2.6), y los que presentan expresiones exactas a partir de la expresión (2.3).

2.9 MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN SISTEMAS DE REVISIÓN PERIÓDICA (R, S)

2.8.1 Métodos aproximados

La mayoría de la literatura sobre métodos de estimación de la tasa de unidades servidas se centra en desarrollar métodos de estimación para las expresiones (2.5) y (2.6). Dado que el valor esperado de la demanda por ciclo puede obtenerse de manera analítica sencilla, los distintos autores se centran en estimar el valor esperado de la demanda no satisfecha por ciclo (aquéllos que se basan en la expresión (2.5)) o en estimar el valor esperado de la demanda satisfecha por ciclo (los que se basan en la expresión (2.6)). A continuación se presentan los distintos métodos de cálculo propuestos en la literatura, explicando su derivación y las hipótesis asumidas en cada caso.

2.8.1.1. Aproximación tradicional, FR_{Trad}

Tal y como Johnson et al. (1995) indican, en la mayoría de los libros de gestión de inventarios [Hadley y Whitin (1963); Vollmann et al. (1997) o Chase et al. (1992) entre otros] la tasa de unidades servidas se estima con lo que estos autores denominan aproximación tradicional. Esta aproximación tradicional calcula la tasa de unidades servidas en términos de demanda no servida, y se expresa como en (2.5). Uno de los primeros trabajos que presenta dicha expresión es el de Hadley y Whitin (1963), pero no como método de cálculo de la tasa de unidades servidas, sino como una aproximación simple para el cálculo de la demanda media diferida por ciclo. Posteriormente, esta fórmula es tomada por diversos autores para calcular la FR , ya que si se acepta diferir demanda, el valor esperado de la demanda no servida en un ciclo es equivalente al valor esperado de la demanda diferida en el ciclo. En su libro, Hadley y Whitin (1963) derivan esta aproximación para cualquier función de distribución continua. No obstante, son Silver et al. (1998) quienes detallan su cálculo en el caso de que la demanda siga una función de distribución Normal. En los siguientes puntos se presentan las expresiones de la aproximación tradicional según Hadley y Whitin (1963) y según Silver et al. (1998).

2.8.1.1.1 Aproximación tradicional según Hadley y Whitin (1963)

Según Hadley y Whitin (1963) el valor esperado de las unidades diferidas por ciclo puede obtenerse de forma sencilla como la diferencia entre la posición de inventario en el instante justo después de haberse lanzado la orden de aprovisionamiento ($IP_{R-L=S}$) y la demanda en el periodo de revisión y aprovisionamiento (D_{R+L}):

$$E(\text{demanda diferida por ciclo}) = E(\text{uds no servidas}) = E[D_{R+L} - S]^+ \quad (2.7)$$

Hipótesis de la aproximación tradicional según Hadley y Whitin (1963):

1. La demanda sigue una distribución continua con media y desviación típica (μ, σ);
2. La demanda en los distintos periodos es estacionaria e independiente e idénticamente distribuida;
3. El periodo de revisión, R , es constante;

4. Si el plazo de reaprovisionamiento, L , es variable se modela como una variable aleatoria independiente;
5. Las órdenes se reciben en la misma secuencia en la que fueron lanzadas;
6. La demanda no satisfecha en un periodo se difiere al periodo siguiente;
7. Los diferimientos de demanda ocurren sólo en cantidades muy pequeñas. Esto implica que cuando se recibe una orden de aprovisionamiento, ésta es suficientemente grande para poder satisfacer la demanda no servida del ciclo anterior, de modo que la demanda no servida en un ciclo se satisface completamente en el ciclo siguiente.

Derivación de la aproximación tradicional según Hadley y Whitin (1963):

Hadley y Whitin (1963) presentan el cálculo de la aproximación tradicional tanto si el plazo de aprovisionamiento, L , es constante como si es variable:

a) Considerando el primer caso, cuando L es constante y la demanda sigue una distribución de probabilidad continua, el valor esperado de la demanda diferida en un periodo será

$$E(\text{demanda diferida por ciclo}) = \int_S^{\infty} (D_{R+L} - S) f(D_{R+L}) dD_{R+L} \quad (2.8)$$

donde $f(\cdot)$ representa la función de densidad de la demanda en $R+L$.

b) En el segundo caso, cuando se considera que el plazo de aprovisionamiento es variable, éste podrá tomar un valor máximo (L_{max}) y un valor mínimo (L_{min}) cuya función de densidad se define como $g(L)$. Por tanto, el valor esperado de la demanda diferida en un periodo será

$$E(\text{demanda diferida por ciclo}) = \int_{L_{min}}^{L_{max}} \int_{L_{min}}^{L_{max}} \int_S^{\infty} (D_{R+L_2} - S) f(D_{R+L_2}) g(L_2) g(L_1) dD_{R+L} dL_2 dL_1 \quad (2.9)$$

donde L_1 representa el plazo de aprovisionamiento de las órdenes lanzadas en t y L_2 el plazo de aprovisionamiento de las órdenes lanzadas en $t+R$; y siempre que se cumpla que $L_{max} < L_{min} + R$.

2.8.1.1.2 Aproximación tradicional según Silver et al. (1998)

Silver et al. (1998) detallan el cálculo de la aproximación tradicional cuando la demanda se distribuye normalmente. Es importante resaltar que esta expresión es la que aparece en la mayoría de los manuales de gestión de inventarios [Chase et al. (1992); Nahmias (1989)].

Hipótesis de la aproximación tradicional según Silver et al. (1998):

1. La demanda sigue una distribución Normal con media y desviación típica (μ, σ);
2. La demanda en distintos periodos es estacionaria e independiente e idénticamente distribuida;
3. La demanda que no se satisface se difiere al periodo siguiente;
4. El periodo de revisión, R , está predeterminado y es constante;
5. El plazo de reaprovisionamiento, L , es constante y conocido;

6. Existe una probabilidad de demanda nula en el ciclo despreciable, lo que implica que cada vez que se revisa el inventario, se lanza un orden de aprovisionamiento;
7. Si se piden dos o más pedidos de un mismo ítem, su orden de recepción debe ser igual a su orden de lanzamiento;
8. Los errores de previsión de la demanda siguen una distribución Normal de media $\mu=0$ y desviación típica σ ;

Derivación de la aproximación tradicional según Silver et al. (1998):

Silver et al. (1998) se centran en el cálculo del numerador de la expresión (2.5), es decir, el valor esperado de la demanda no servida por ciclo. Asumiendo que la demanda sigue una distribución Normal,

$$E(\text{demanda no servida por ciclo}) = \sigma_{R+L} \cdot G(k_{R+L}) \quad (2.10)$$

donde

σ_{R+L} representa la desviación típica en el periodo $R+L$,

k_{R+L} es el factor de seguridad en el periodo $R+L$, $k_{R+L} = \frac{S - D_{R+L}}{\sigma_{R+L}}$

y $G(k)$ es una función del factor de seguridad k y la función de distribución Normal tipificada que puede calcularse como

$$G(k) = f(k) - k \cdot p_{\geq}(k) \quad (2.11)$$

donde $f(k) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \exp(-k^2 / 2)$ y $p_{\geq}(k)$ es la función de distribución Normal tipificada del factor de seguridad k .

Por tanto, la aproximación tradicional para calcular la tasa de unidades servidas cuando la demanda se distribuye normalmente es

$$FR_{Trad} = 1 - \frac{\sigma_{R+L} \cdot G(k_{R+L})}{D_R} \quad (2.12)$$

Johnson et al. (1995) indican que esta expresión no calcula de forma exacta el valor de la expresión (2.5) por dos motivos: (i) en aquellos casos en los que la desviación típica de la demanda ocurrida durante el plazo de aprovisionamiento tome un valor grande en comparación con la demanda media, la expresión (2.12) puede dar valores negativos lo que no tiene sentido al tratarse de una medida de servicio al cliente; y (ii) FR_{Trad} subestima sistemáticamente el verdadero valor de la tasa de unidades servidas como consecuencia del doble recuento que se produce de las unidades no servidas en el periodo anterior. Nótese que en revisión periódica existe demanda no servida cuando la demanda total de un ciclo excede el valor del stock de referencia. Si en un ciclo i se produce esta situación, la demanda no satisfecha debe retrasarse al ciclo siguiente, $i+1$. Si en este nuevo ciclo la orden de reaprovisionamiento recibida no es suficientemente grande para satisfacerla, de nuevo se

retrasa la demanda al ciclo $i+2$. Este doble recuento provoca una sobreestimación de la demanda no servida, y en consecuencia, una subestimación del valor de FR_{Trad} .

2.8.1.2. Hadley & Whitin (1963), $FR_{H\&W}$

Hadley y Whitin (1963) también concluyen que la aproximación tradicional no calcula de forma exacta la demanda diferida por ciclo y proponen un método de cálculo exacto de la misma en un modelo de revisión periódica (R, S) cuando la demanda sigue una distribución de Poisson, que luego extienden al caso de la distribución Normal.

Hipótesis de Hadley y Whitin (1963):

1. La demanda sigue una distribución Normal con media y desviación típica (μ, σ) o una distribución de Poisson con media λ ;
2. La demanda en los distintos periodos es estacionaria e independiente e idénticamente distribuida;
3. La varianza de la demanda es lo suficientemente pequeña como para asegurar que la demanda no toma valores negativos, situación que puede producirse al asumir demandas normales;
4. El periodo de revisión, R , es constante;
5. El plazo de aprovisionamiento, L , es constante y conocido;
6. La demanda no satisfecha en un periodo se difiere al periodo siguiente;
7. Los diferimientos de demanda ocurren sólo en cantidades muy pequeñas. Esto implica que cuando se recibe una orden de aprovisionamiento, ésta es suficientemente grande para poder satisfacer la demanda no servida del ciclo anterior, de modo que la demanda no servida en un ciclo se satisface completamente en el ciclo siguiente.

Derivación de Hadley y Whitin (1963):

Hadley y Whitin (1963) mejoran la expresión de la aproximación tradicional (expresión (2.7)) y definen el valor esperado de la demanda diferida por ciclo como la diferencia entre la demanda diferida en $R+L$ menos la demanda diferida en L . Es decir,

$$E(\text{demanda diferida por ciclo}) = E[D_{R+L} - S]^+ - E[D_L - S]^+ \quad (2.13)$$

En un contexto de demanda continua, la expresión (2.13) puede reescribirse como

$$E(\text{demanda diferida por ciclo}) = \int_S^{\infty} (D_{R+L} - S) f(D_R) dD_R - \int_S^{\infty} (D_L - S) f(D_L) dD_L \quad (2.14)$$

y considerando que la demanda se distribuye normalmente se tiene

$$E(\text{demanda diferida por ciclo}) = \sigma_{R+L} \cdot G(k_{R+L}) - \sigma_L \cdot G(k_L) \quad (2.15)$$

donde $k_L = \frac{S - D_L}{\sigma_L}$

Esta expresión ha sido utilizada posteriormente por diversos autores [Barrington Taylor y Oke (1976); Schneider (1981); de Kok (1990) y van der Heijden y de Kok (1998)] como método de cálculo de la tasa de unidades servidas siguiendo la expresión (2.5). De este modo, la expresión para calcular la tasa de unidades servidas a partir de Hadley y Whitin (1963) es

$$FR_{H\&W} = 1 - \frac{\sigma_{R+L}G(k_{R+L}) - \sigma_L G(k_L)}{D_R} \quad (2.16)$$

Según Johnson et al. (1995) esta expresión puede producir valores negativos de la tasa de unidades servidas si $R \gg L$, incluso para valores pequeños de la varianza de la demanda.

2.8.1.3. Método de Silver (1970) modificado, $FR_{Silver70_Mod}$

Silver (1970) propone un método para calcular la tasa de unidades servidas en un sistema de revisión continua (s, S) [puede consultarse la derivación del método de cálculo propuesto en Silver (1970) en el Anexo I]. Este método es adaptado por Johnson et al. (1995) a un sistema de revisión periódica (R, S) siguiendo las transformaciones que aparecen en Silver y Peterson (1985) y que se detallan en la Tabla 2.3, según las cuales:

- El punto de pedido, s , se sustituye por el stock de referencia, S
- El tamaño de la orden de aprovisionamiento, Q , se sustituye por la demanda media en el periodo de revisión, D_R
- El periodo de aprovisionamiento, L , es equivalente al periodo de aprovisionamiento junto con el de revisión, $R+L$

Revisión Periódica (R, S)	Revisión Continua (s, S)
S	s
D_R	Q
$R+L$	L

Tabla 2.3: Transformaciones entre revisión periódica y revisión continua.
Fuente: Silver y Peterson (1985).

A partir de dichas transformaciones, proponen un método para calcular la tasa de unidades servidas en un sistema (R, S) que Johnson et al. (1995) denominan “Silver modificado”.

En este caso, Silver (1970), en lugar de definir la tasa de unidades servidas en términos de demanda no servida, la define como el ratio entre la demanda servida por ciclo y la demanda media del ciclo según la expresión (2.6). Johnson et al. (1995) siguen esta misma definición en la adaptación del método al sistema de revisión periódica (R, S).

Hipótesis del método de Silver (1970) modificado:

1. La demanda sigue una distribución Normal con media y desviación típica (μ, σ);
2. La demanda en los distintos periodos es estacionaria e independiente e idénticamente distribuida;

3. La varianza de la demanda es lo suficientemente pequeña como para asegurar que la demanda no toma valores negativos, situación que puede producirse al asumir demandas normales;
4. El periodo de revisión, R , es constante;
5. El plazo de aprovisionamiento, L , es constante y conocido;
6. La demanda no servida en un periodo se difiere al periodo siguiente.

Derivación del método de Silver (1970) modificado:

Cuando se recibe la orden de aprovisionamiento lanzada en el ciclo anterior, se atiende en primer lugar la demanda diferida del ciclo anterior (es decir, los pedidos pendientes) de modo que una porción de esa orden recibida está disponible para satisfacer la demanda del ciclo. Según esto, el valor esperado de esa porción de orden disponible representa la demanda que puede servirse en un ciclo con el stock físico que queda disponible una vez atendidas las demandas diferidas, es decir, el valor esperado de la demanda servida por ciclo (numerador de la expresión (2.6)) y que puede calcularse como

$$E(\text{demanda servida por ciclo}) = \int_{-\infty}^S D_R \cdot f(D_{R+L}) dD_{R+L} + \int_S^{S+D_R} (S+D_R - D_{R+L}) \cdot f(D_{R+L}) dD_{R+L} + \int_{S+D_R}^{\infty} 0 \cdot f(D_{R+L}) dD_{R+L} \quad (2.17)$$

Nótese que el 0 del último término corresponde a aquellos casos en los que las órdenes pendientes de ciclos anteriores son mayores o iguales que la orden recibida (véase el Anexo I).

Según Johnson et al. (1995), considerando una función de distribución Normal, la $FR_{Silver70_Mod}$ puede expresarse como

$$FR_{Silver70_Mod} = 1 - \frac{\sigma_{R+L}}{D_R} \left[G(k_{R+L}) - G\left(k_{R+L} + \frac{D_R}{\sigma_{R+L}}\right) \right] \quad (2.18)$$

Los mismos autores afirman que la expresión (2.18) no es exacta en revisión periódica pues asume que en todos los periodos se pide exactamente la cantidad Q , cuando esto no siempre sucede pues la cantidad pedida depende del stock de referencia y de la demanda del ciclo.

2.8.1.4. Johnson et al. (1995), $FR_{Johnson}$

En el mismo trabajo, Johnson et al. (1995) proponen un método original de cálculo de la tasa de unidades servidas, pero en lugar de tomar como periodo temporal un ciclo, toman un periodo.

Hipótesis de Johnson et al. (1995):

1. La demanda sigue un distribución Normal con media y desviación típica (μ, σ);
2. La demanda en los distintos periodos es estacionaria e independiente e idénticamente distribuida;

3. La varianza de la demanda es lo suficientemente pequeña como para asegurar que la demanda no toma valores negativos, situación que puede producirse al asumir demandas normales;
4. El periodo de revisión, R , es constante;
5. El plazo de reaprovisionamiento, L , es constante y conocido;
6. Existe una probabilidad de demanda nula en el ciclo despreciable, lo que implica que cada vez que se revisa el inventario, se lanza un orden de aprovisionamiento;
7. El inventario se revisa cada periodo, i.e., $R=1$;
8. La demanda no servida en un periodo se difiere al periodo siguiente.

Derivación de Johnson et al. (1995):

Sea D_1 la demanda en un periodo (normalmente distribuida) y D_{R+L-1} la demanda total acumulada en $R+L-1$. Por tanto, puede definirse $D_{R+L-1} = \sum_1^{R+L-1} D_1$

Dado un periodo cualquiera t pueden darse las siguientes 2 situaciones:

1. Que en el periodo $t+R+L-1$ se haya producido una demanda superior a la posición de inventario en el momento de lanzar la orden de aprovisionamiento ($IP_{R-L}=S$), i.e. $D_{R+L-1} \geq S$. En este caso, en el momento $t+R+L$ se producirá una situación de rotura de stock y por tanto la demanda de dicho periodo (D_1) será diferida; o bien
2. Que en el periodo $t+R+L-1$ exista algo de inventario positivo (una vez se ha recibido la orden de aprovisionamiento de ese periodo de tiempo y satisfecha la demanda de ese periodo), i.e. $D_{R+L-1} < S$. En este caso, podrá suceder:
 - i. que la demanda del periodo (D_1) y la demanda acumulada en $t+R+L-1$ (D_{R+L-1}) sea inferior o igual a la posición de inventario en el instante en que se lanzó la orden de aprovisionamiento ($IP_{R-L}=S$), y por tanto que no exista demanda no servida; o
 - ii. que la demanda del periodo (D_1) y la demanda acumulada en $t+R+L-1$ (D_{R+L-1}) exceda a la posición de inventario en el instante en que se lanzó la orden de aprovisionamiento ($IP_{R-L}=S$), y en tal caso, se difiera esa cantidad ($D_1 + D_{R+L-1} - S$).

Según esto, Johnson et al. (1995) definen el valor esperado de las unidades diferidas en el periodo como:

$$E(\text{demanda no servida}) = P(D_{R+L-1} \geq S) \cdot E(D_1) + P(D_{R+L-1} < S) \cdot E\left(\left[D_1 - (S - D_{R+L-1})\right]^+\right) \quad (2.19)$$

Que para una distribución de demanda Normal se calcula como

$$E(\text{demanda no servida}) = \int_{D_{R+L-1}=-\infty}^S \int_{D_1=S-D_{R+L-1}}^{\infty} (D_1 + D_{R+L-1} - S) f(D_1) dD_1 \cdot f(D_{R+L-1}) dD_{R+L-1} + \mu P_{\geq} \left(\frac{S - D_{R+L-1}}{\sigma_{R+L-1}} \right) \quad (2.20)$$

donde el primer término representa las unidades no servidas cuando $D_{R+L-1} < S$ y el segundo término representa las unidades no servidas cuando $D_{R+L-1} \geq S$.

Por tanto, la tasa de unidades servidas puede obtenerse como

$$FR_{Johnson} = 1 - \frac{\int_{D_{R+L-1}=-\infty}^S \int_{D_1=S-D_{R+L-1}}^{\infty} (D_1 + D_{R+L-1} - S) f(D_1) dD_1 \cdot f(D_{R+L-1}) dD_{R+L-1} + \mu P_{\geq} \left(\frac{S - D_{R+L-1}}{\sigma_{R+L-1}} \right)}{D_1} \quad (2.21)$$

Nótese que esta expresión calculará la tasa de unidades servidas aproximada de un ciclo sólo si el periodo de revisión es igual a 1 ($R=1$) y el plazo de reaprovisionamiento, L , es constante.

2.8.1.5. Teunter (2009), $FR_{Teunter}$

Teunter (2009), al igual que Silver (1970), expresa la tasa de unidades servidas como el ratio entre el valor esperado de la demanda satisfecha por ciclo y la demanda total (expresión (2.6)).

Hipótesis de Teunter (2009):

1. La demanda sigue una distribución continua de media y desviación típica (μ, σ);
2. La demanda en los distintos periodos es independiente e idénticamente distribuida;
3. El periodo de revisión, R , es constante;
4. El plazo de reaprovisionamiento, L , es constante y conocido;
5. La demanda no servida en un periodo se difiere al periodo siguiente.

Derivación de Teunter (2009):

La Figura 2.6 muestra la evolución del inventario en un sistema de revisión periódica (R, S) con demanda continua. Para proponer un método de cálculo de la tasa de unidades servidas, Teunter (2009) se centra en el intervalo de tiempo que transcurre entre el momento inmediatamente posterior a la recepción de la orden de aprovisionamiento en R (y antes de que se produzca la demanda de ese periodo), y el instante inmediatamente anterior al lanzamiento de la siguiente orden de aprovisionamiento (en el periodo $2R-1$).

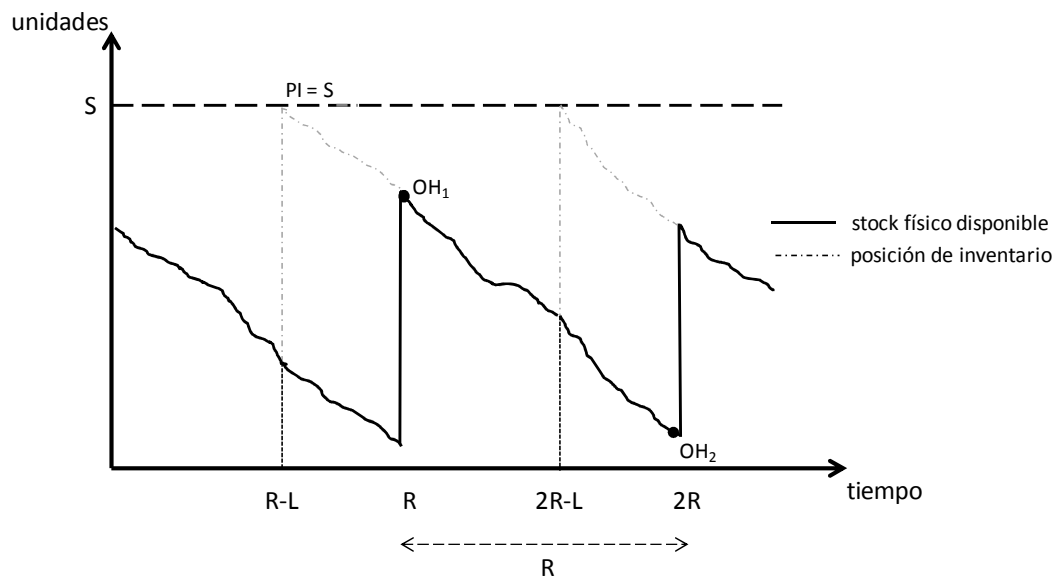


Figura 2.6: Evolución del inventario en un sistema de revisión periódica (R, S) con demanda continua.

Dado que en ese lapso temporal no puede llegar ninguna orden de aprovisionamiento, el valor esperado de la demanda servida inmediatamente con el stock físico disponible será la disminución del stock físico que se produzca en ese periodo. Según esto, la tasa de unidades servidas se calcula mediante la expresión

$$FR_{Teunter} = \frac{E(OH_1) - E(OH_2)}{D_R} \quad (2.22)$$

donde

OH_1 es el stock físico disponible después de la llegada de la orden de aprovisionamiento en R , que se calcula como

$$E(OH_1) = \int_{D_L=0}^S (S - D_L) f(D_L) dD_L \quad (2.23)$$

y OH_2 es el stock físico disponible al final del periodo $2R-1$, justo antes de lanzar la siguiente orden de aprovisionamiento, que se calcula como

$$E(OH_2) = \int_{D_{R+L}=0}^S (S - D_{R+L}) f(D_{R+L}) dD_{R+L} \quad (2.24)$$

Y por tanto, la tasa de unidades servidas se estima con la expresión siguiente

$$FR_{Teunter} = \frac{\int_{D_L=0}^S (S - D_L) f(D_L) dD_L - \int_{D_{R+L}=0}^S (S - D_{R+L}) f(D_{R+L}) dD_{R+L}}{D_R} \quad (2.25)$$

2.8.1.6. Silver y Bischak (2011), $FR_{Silver11}$

Recientemente, Silver y Bischak (2011), proponen un método de cálculo de la tasa de unidades servidas como el ratio entre la demanda no servida en un ciclo y la demanda total del ciclo (expresión (2.5)) cuando el inventario se gestiona con una política de revisión periódica (R, S) y la demanda sigue una distribución Normal.

Hipótesis de Silver y Bischak (2011):

1. La demanda sigue una distribución Normal con media y desviación típica (μ, σ);
2. La demanda en los distintos periodos es estacionaria e independiente e idénticamente distribuida;
3. La varianza de la demanda es lo suficientemente pequeña como para asegurar que la demanda no toma valores negativos, situación que puede producirse al asumir demandas normales;
4. El periodo de revisión, R , es constante;
5. El plazo de aprovisionamiento, L , es constante y conocido;
6. El periodo de revisión, R , es constante;
7. La demanda no servida en un periodo se difiere al periodo siguiente;

8. Los diferimientos de demanda ocurren sólo en cantidades muy pequeñas. Esto implica que cuando se recibe una orden de aprovisionamiento, ésta es suficientemente grande para poder satisfacer la demanda no servida del ciclo anterior, de modo que la demanda no servida en un ciclo se satisface completamente en el ciclo siguiente.

Derivación de Silver y Bischak (2011):

Silver y Bischak (2011) definen el valor esperado de la demanda no servida como en función de un determinado valor del tamaño de la orden de aprovisionamiento, Q_0 , como

$$E(\text{demanda no servida})_{Silver11} = \begin{cases} 0 & D_L \leq S - Q \\ D_L - (S - Q) & S - Q \leq D_L \leq S \\ Q & S \leq D_L \end{cases} \quad (2.26)$$

Para obtener el valor de la demanda no servida del ciclo es necesario conocer el valor esperado de la demanda no servida dado un determinado valor del tamaño de la orden de aprovisionamiento, Q_0 , luego

$$E(\text{demanda no servida}) = \int_{S-Q_0}^S [D_L - (S - Q_0)] f(D_L) dD_L + Q_0 \int_S^{\infty} f(D_L) dD_L \quad (2.27)$$

Puesto que en un sistema de revisión periódica la demanda de un ciclo, D_R , es Q_0 , puede sustituirse en la expresión (2.27) Q_0 por D_R , de modo que

$$E(\text{demanda no servida}) = \int_{S-D_R}^{\infty} [D_L - (S - D_R)] f(D_L) dD_L + \int_S^{\infty} (D_L - S) f(D_L) dD_L \quad (2.28)$$

y si la demanda sigue una distribución Normal, el valor esperado de la demanda no servida se calcula como

$$E(\text{demanda no servida}) = \sigma_{R+L} \cdot G(k_{R+L}) - \sigma_L \cdot G\left(\frac{R}{\sqrt{L} \cdot CV} + k \cdot \sqrt{\frac{R+L}{L}}\right) \quad (2.29)$$

donde CV es el coeficiente de variación de la distribución de la demanda. Nótese que esta expresión es la misma que (2.15). Por tanto, Silver y Bischak (2011) derivan el mismo método de cálculo de la tasa de unidades servidas que Hadley y Whitin (1963) pero a partir de un planteamiento inicial distinto.

$$FR_{Silver11} = 1 - \frac{\sigma_{R+L} G(k_{R+L}) - \sigma_L G(k_L)}{D_R} \quad (2.30)$$

2.8.1.7. Guijarro et al. (2012a). Aproximación en lost sales, $FR_{Aprox,LS}$

Guijarro et al. (2012a) analizan el comportamiento de la tasa de unidades servidas en un contexto de demanda discreta. Para ello desarrollan una derivación de la expresión (2.5) válida para cualquier función de distribución de demanda discreta cuando el inventario se gestiona con un sistema (R, S).

Hipótesis de Guijarro et al. (2012a):

1. La demanda sigue una función de probabilidades discreta;
2. La demanda en los distintos periodos es estacionaria e independiente e idénticamente distribuida;
3. El periodo de revisión, R , está predeterminado y es constante;
4. El plazo de aprovisionamiento, L , es constante y conocido;
5. Sólo existe una orden de aprovisionamiento lanzada en cada instante, lo que implica que el plazo de aprovisionamiento L es estrictamente menor que R ;
6. La demanda de un ciclo que no puede atenderse con el stock físico disponible se pierde, es decir, no se admite diferir demanda;
7. La orden de aprovisionamiento se añade al inventario al final del periodo en el que se recibe.

Derivación de Guijarro et al. (2012a):

La demanda no satisfecha en un ciclo depende tanto de la cantidad demandada en el ciclo, D_R , como del stock físico disponible al inicio del ciclo justo antes de recibir la orden de aprovisionamiento lanzada en el ciclo anterior, OH_0 . Por tanto, el valor esperado de la demanda no servida por ciclo es

$$E(\text{demanda no servida por ciclo}) = \sum_{i=0}^S P(OH_0 = i) \cdot \sum_{j=i+1}^{\infty} (j-i) \cdot P(D_R = j) \quad (2.31)$$

Para poder calcular la expresión (2.31) es necesario conocer la probabilidad de cada nivel de stock físico al inicio de ciclo, es decir, el vector $\overline{P(OH_0)}$, para lo que se sigue el procedimiento de cálculo de la distribución de probabilidades al inicio del ciclo propuesto por Cardós et al. (2006) y Cardos y Babiloni (2011). Puede consultarse su derivación en el Anexo II.

Una vez conocido $\overline{P(OH_0)}$, sustituyendo la expresión (2.31) en la expresión (2.5), la tasa de unidades servidas puede calcularse como

$$FR_{Aprox_LS} = 1 - \frac{\sum_{i=0}^S P(OH_0 = i) \cdot \sum_{j=i+1}^{\infty} (j-i) \cdot f_R(j)}{\sum_{j=1}^{\infty} j \cdot f_R(j)} \quad (2.32)$$

donde $f_t(\cdot)$ es la función de masa de la demanda en t y el denominador representa la demanda total esperada en un ciclo.

En este trabajo, los autores demuestran que la expresión (2.5), es decir, el complementario del ratio entre la demanda no servida en el ciclo y la demanda total del ciclo, no calcula de forma exacta el valor de la tasa de unidades servidas por dos motivos fundamentalmente: (i) en primer lugar, porque en aquellos casos en los que no se produce demanda en el ciclo, la expresión (2.5) considera que la tasa de unidades servidas es igual a 1, cuando no tiene sentido calcular la fracción de demanda satisfecha en un ciclo cuando no hay demanda en el mismo; y (ii) porque la propia estimación de la tasa de unidades servidas con la expresión (2.5) calcula el cociente de los valores esperados de la demanda no servida y la demanda total del ciclo, en

lugar del valor esperado del cociente de la demanda no servida y la demanda total del ciclo lo cual no es equivalente, tal y como se ha expuesto en el punto 2.8.

2.8.2 Métodos exactos

Pocos son los trabajos en los que se presenta un método de cálculo exacto de la tasa de unidades servidas basado en la generalización de su propia definición a corto plazo (expresión (2.3)). Uno de los primeros artículos es el de Feeney y Sherbrooke (1966), quienes desarrollan un método exacto para calcular la FR para una política de sustitución de ventas, ($S-1, S$). En su desarrollo, asumen que la demanda sigue una distribución de Poisson compuesta. Muckstadt y Thomas (1980) siguen este mismo planteamiento en un sistema uni-etapa cuando la distribución de la demanda es Poisson y simplifican la expresión desarrollada por Feeney y Sherbrooke (1966), obteniendo una formulación mucho más sencilla. Boyaci y Gallego (2001) presentan un modelo de minimización de costes sujetos a una restricción de la tasa de unidades servidas para una cadena de suministro multi-etapa cuando la demanda sigue una distribución de Poisson. Pero en este trabajo, definen la FR como la “probabilidad límite de tener inventario físico positivo en el último escalón”, definición que no se ajusta al concepto estándar de la tasa de unidades servidas, y que en realidad podría entenderse como la probabilidad de que no ocurra una rotura de stock, o lo que es lo mismo, el nivel de servicio de ciclo o CSL. En Palmer et al. (2012) se presenta un método de cálculo exacto de la tasa de unidades servidas cuando el sistema es gestionado con una política de sustitución de ventas, ($S-1, S$) y la demanda se asimila a funciones de probabilidad discretas.

En el caso de las políticas que se gestionan mediante un sistema periódico (R, S), Guijarro et al. (2012a) proponen un método de cálculo exacto de la tasa de unidades servidas para cualquier tipo de distribución discreta de la demanda en un contexto en el que no se permite diferimiento de la demanda no servida en el ciclo. Sus hipótesis y derivación se presentan en el siguiente punto.

2.8.2.1. Guijarro et al. (2012a). Método exacto en lost sales, $FR_{Exacto,LS}$

Guijarro et al. (2012a) señalan que en la definición de la tasa de unidades servidas (i) no se especifica el periodo temporal al que se refiere; y (ii) no se tiene en cuenta explícitamente la necesidad de que se produzca demanda en el ciclo. Por ello proponen puntualizar la definición de la tasa de unidades servidas como la fracción de demanda servida por ciclo cuando se produce demanda en el mismo, tal y como se presenta en la expresión (2.33). Nótese que en dicha expresión la demanda se considera explícitamente y aplica incluso si no se produce demanda alguna durante el ciclo.

$$FR = E \left(\frac{\text{demanda servida por ciclo}}{\text{demanda total por ciclo}} / \text{demanda positiva en el ciclo} \right) \quad (2.33)$$

Teniendo en cuenta esta puntualización, proponen un método exacto para calcular la tasa de unidades servidas en un sistema de revisión periódica (R, S) cuando la demanda sigue cualquier función de probabilidad discreta en un contexto de no aceptar diferir la demanda no servida en el ciclo.

Hipótesis del método exacto de Guijarro et al. (2012a):

1. La demanda sigue una función de distribución discreta;
2. La demanda en los distintos periodos es estacionaria e independiente e idénticamente distribuida;
3. El periodo de revisión, R , está predeterminado y es constante;
4. El periodo de aprovisionamiento, L , es constante y conocido;
5. Sólo existe una orden de aprovisionamiento lanzada en cada instante, lo que implica que el plazo de aprovisionamiento L es estrictamente menor que R ;
6. La demanda de un ciclo que no puede atenderse con el stock físico disponible se pierde, es decir, no se admite diferir demanda;
7. La orden de aprovisionamiento se añade al inventario al final del periodo en el que se recibe

Derivación del método exacto de Guijarro et al. (2012a):

La demanda durante un ciclo puede ser: (i) menor o igual que el stock físico disponible al principio de ciclo, es decir, $D_R \leq OH_0$, y en tal caso la tasa de unidades servidas será igual a 1; o (ii) mayor que el stock físico disponible al principio del ciclo, es decir, $D_R > OH_0$, y por lo tanto la tasa de unidades servidas será la fracción de demanda que se haya servido con ese stock físico disponible.

Según esto, si se conoce exactamente cuál es el stock físico disponible al principio de ciclo, $OH_0=i$, la tasa de unidades servidas podrá calcularse con la siguiente expresión

$$FR_{Exacto_LS}(OH_0 = i / D_R > 0) = P(D_R \leq i / D_R > 0) + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i}{j} \cdot P(D_R = j / D_R > 0) \quad (2.34)$$

donde el primer término representa la demanda servida en un ciclo cuando ésta es menor o igual al stock físico disponible al principio de ciclo; y el segundo la demanda servida cuando ésta es mayor al stock físico disponible al inicio de ciclo.

Usando la distribución de probabilidad de la demanda en t , $f_t(\cdot)$, y la distribución de probabilidad acumulada de la demanda en t , $F_t(\cdot)$, esta expresión puede reescribirse como

$$FR_{Exacto_LS}(OH_0 = i / D_R > 0) = \frac{F_R(i) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i}{j} \cdot \frac{f_R(j)}{1 - F_R(0)} \quad (2.35)$$

y extendiéndola para cualquier valor posible del stock físico al principio del ciclo, OH_0 , la expresión general para calcular la tasa de unidades servidas de forma exacta es

$$FR_{Exacto_LS} = \sum_{OH_0=0}^S P(OH_0) \cdot FR(OH_0 / D_R > 0) \quad (2.36)$$

es decir

$$FR_{Exacto_LS} = \sum_{i=0}^S P(OH_0 = i) \cdot \left\{ \frac{F_R(i) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i}{j} \cdot \frac{f_R(j)}{1 - F_R(0)} \right\} \quad (2.37)$$

2.10 CONCLUSIONES

Tal y como se ha expuesto a lo largo de este capítulo, para diseñar un sistema de inventario es necesario considerar una serie de factores, tales como las características del ítem, la naturaleza y categorización de la demanda, su función de distribución de probabilidades y el propio criterio seleccionado para el diseño, pudiendo basarse bien en los costes o bien en los niveles de servicio al cliente.

No obstante, no es suficiente con considerar todos estos factores, ya que la métrica de servicio al cliente seleccionada y su propio método de cálculo influyen directamente en el diseño del sistema de inventario.

Esta tesis selecciona como métrica de servicio la tasa de unidades servidas, FR . A pesar de haber sido ampliamente estudiada, existe una controversia no sólo en la derivación de un método de cálculo de la misma, sino en su propia definición. De ahí que puedan encontrarse varias definiciones de esta métrica, siendo la más extendida la que mide la fracción de demanda de un ciclo satisfecha directamente con el stock físico disponible al inicio de dicho ciclo.

En cuanto a los métodos de estimación de la tasa de unidades servidas, para el caso de un sistema gestionado con una política periódica (R, S) la gran mayoría de los trabajos se centran en proponer métodos de cálculo aproximados basados en el complementario del cociente entre el valor esperado de la demanda no servida por ciclo y el valor esperado de la demanda total del ciclo (expresión (2.5) y (2.6)); en lugar de calcularla como el valor esperado del cociente entre la demanda servida y la demanda total del ciclo (expresión (2.3)). La Tabla 2.4 muestra un resumen de los distintos métodos disponibles en la literatura, señalando para cada caso su autor o autores, el año de publicación, la expresión para estimar la tasa de unidades servidas y las principales hipótesis consideradas para su derivación y aplicación.

Como puede observarse, en un sistema (R, S), sólo existe un método de cálculo exacto válido para cualquier distribución de demanda discreta y para el caso de no aceptar diferir la demanda no satisfecha en el ciclo. En cuanto a los métodos aproximados, existe un mayor número de aportaciones, pero la gran mayoría aplican para el caso de aceptar diferir demanda y una función de distribución de probabilidades continua, generalmente, la Normal. Por tanto, puede concluirse que, si bien es cierto que existe una amplia literatura dedicada al análisis y derivación de la tasa de unidades servidas, existen ciertos aspectos aún no abordados por la literatura.

La Figura 2.7 muestra dónde existen aportaciones publicadas para el cálculo de la tasa de unidades servidas y dónde no, tanto para el contexto en que se permite diferir la demanda no servida del ciclo como para el contexto en el que sí se permite. Por un lado, en el caso de aceptar este diferimiento de demanda no servida, sólo existen métodos aproximados que han sido desarrollados todos ellos para distribuciones de demanda continua (y que son los que corresponden con el punto 2.9 del presente capítulo). Por tanto, en la literatura existe todavía un hueco en lo referente a métodos de estimación de la tasa de unidades servidas con demanda discreta, así como métodos exactos que se basen en la propia definición de la

misma. Por otro lado, en el caso de no aceptar diferir la demanda no servida el número de aportaciones es mucho menor pues existe únicamente un método exacto y una aproximación que aplican para el caso de funciones de demanda discretas. De modo que en este contexto el vacío literario se da para funciones de distribución de la demanda continuas.

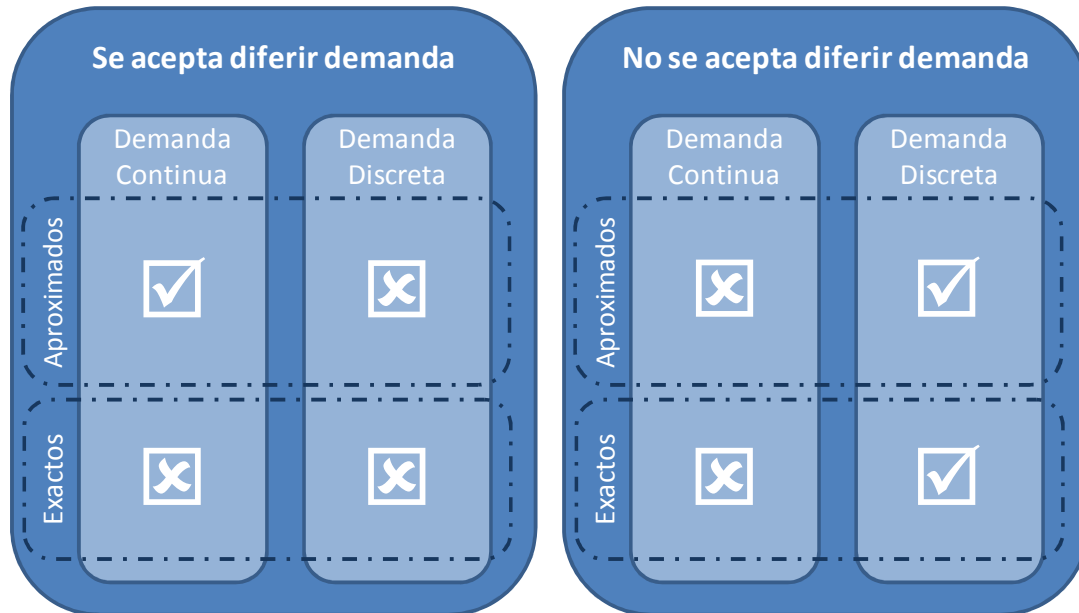


Figura 2.7: Esquema sobre la existencia de métodos de cálculo de la tasa de unidades servidas en un sistema (R, S) según si se acepta diferir o no la demanda y si son exactos o aproximados.

Fuente: Elaboración propia.

Como se ha introducido en el primer capítulo de esta tesis, el objetivo de la misma es presentar un marco de referencia para el diseño de políticas de revisión periódica (R, S) en un contexto de demanda discreta. Más concretamente, al asumir que el periodo de revisión viene dado, se presenta un marco de referencia para la estimación del stock de referencia, S , tanto en el caso de aceptar diferir la demanda no servida del ciclo como de no hacerlo. Para ello, es necesario disponer de métodos de estimación de la tasa de unidades servidas aplicables a un contexto de demanda discreta. Tras la revisión de literatura se concluye que sólo existen aportaciones que consideren funciones de demanda discreta cuando no se acepta diferir la demanda no servida del ciclo. Por tanto, para lograr el objetivo de la tesis será necesario:

- i. Desarrollar un método de cálculo exacto de la tasa de unidades servidas basado en la expresión (2.3) aplicable para funciones de distribución discretas en un contexto de diferimiento de demanda no servida.
- ii. Desarrollar un método de cálculo de la tasa de unidades servidas según la expresión (2.5) aplicable para funciones de distribución discretas en un contexto de diferimiento de demanda no servida.
- iii. Adaptar las aproximaciones ya existentes, desarrolladas para funciones de demanda continua, a un contexto de demanda discreta.

Todos estos puntos se abordarán en el Capítulo 3, en el que se presenta, por un lado, la discretización de los métodos existentes en la literatura considerando explícitamente la

naturaleza discreta de la demanda; y por otro, la derivación de dos métodos de cálculo de la tasa de unidades servidas aplicable a funciones discretas, uno exacto basado en la expresión (2.3) y otro aproximado basado en la expresión (2.5).

AUTOR Y AÑO	EXPRESIÓN	DISTRIBUCIÓN	H1	H2	H3	H4	H5
Silver et al. (1998)	$FR_{Trod} = 1 - \frac{\sigma_{R+L} \cdot G(k_{R+L})}{D_R}$	Normal	✓	✓	✓		✓
Hadley y Whiting (1963)	$FR_{H\&W} = 1 - \frac{\sigma_{R+L} G(k_{R+L}) - \sigma_L G(k_L)}{D_R}$	Poisson y Normal	✓	✓	✓		
Johnson et al. (1995)	$FR_{Silver70_Mod} = 1 - \frac{\sigma_{R+L}}{D_R} \left[G(k_{R+L}) - G\left(k_{R+L} + \frac{D_R}{\sigma_{R+L}}\right) \right]$	Normal	✓	✓	✓		
Johnson et al. (1995)	$FR_{Johnson} = 1 - \frac{\int_{D_{R+L}=0}^S \int_{D_{R+L}=S-D_{R+L}}^{\infty} (D_1 + D_{R+L-1} - S) f(D_1) dD_1 \cdot f(D_{R+L-1}) dD_{R+L-1} + \mu P_2 \left(\frac{S - D_{R+L-1}}{\sigma_{R+L-1}} \right)}{D_1}$	Normal	✓	✓	✓		
Teunter (2009)	$FR_{Teunter} = \frac{\int_{D_1=0}^S (S - D_1) f(D_1) dD_1 - \int_{D_{R+L}=0}^S (S - D_{R+L}) f(D_{R+L}) dD_{R+L}}{D_R}$	Continua	✓	✓	✓		
Silver y Bischak (2011)	$FR_{Silver11} = 1 - \frac{\sigma_{R+L} G(k_{R+L}) - \sigma_L G(k_L)}{D_R}$	Normal	✓	✓	✓		✓
Guijarro et al. (2012a)	$FR_{Aprox_LS} = 1 - \frac{\sum_{j=0}^S P(OH_0 = i) \cdot \sum_{j=i+1}^{\infty} (j-i) \cdot f_R(j)}{\sum_{j=1}^{\infty} j \cdot f_R(j)}$	Discreta	✓	✓		✓	
Guijarro et al. (2012a)	$FR_{Exacto_LS} = \sum_{i=0}^S P(OH_0 = i) \cdot \left\{ \frac{F_R(i) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i \cdot f_R(j)}{j \cdot (1 - F_R(0))} \right\}$	Discreta	✓	✓		✓	

H1: demanda i.i.d. H2: L constante. H3: se acepta diferir demanda. H4: no se acepta diferir demanda. H5: probabilidad de demanda nula en el ciclo despreciable

Tabla 2.4: Resumen de los métodos de cálculo de la tasa de unidades servidas en revisión periódica (R, S) y sus principales hipótesis.

CAPÍTULO 3. DERIVACIÓN Y REFORMULACIÓN DE LOS MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN UN CONTEXTO DE DEMANDA DISCRETA

3.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior se han presentado las expresiones que existen para calcular la tasa de unidades servidas cuando el sistema se gestiona con una política periódica (R, S). La mayoría de éstas asumen que la demanda es continua (y generalmente, distribuida normalmente). No obstante, en la realidad la demanda suele ser discreta y no asimilable a funciones de distribución normales (i.e. ítems con patrones de demanda errática o de lento movimiento como los repuestos). Por ello, la utilización de estas expresiones en un contexto de demanda discreta puede llevar a cometer desviaciones o sesgos significativos, o incluso a obtener valores negativos de la tasa de unidades servidas, tal y como se demuestra en Guijarro et al. (2012b).

Este capítulo pretende cubrir las lagunas señaladas en el punto 2.10 referentes al cálculo de la tasa de unidades servidas en un contexto de demanda discreta (véase Figura 3.1). Para ello, en el punto 1 se propone una reformulación de las aproximaciones existentes en la literatura y presentadas en el punto 2.9.1 considerando de forma expresa la naturaleza discreta de la demanda. Para ello, se parte de las hipótesis asumidas por cada autor y se desarrolla el enfoque de cada método aproximado en el caso de demanda discreta. Por otro lado, en el punto 3.3 se deriva una nueva expresión para estimar de la tasa de unidades servidas (basada en la expresión (2.5)) aplicable a cualquier función de distribución de la demanda discreta en revisión periódica cuando se acepta diferir la demanda no servida. Por último, en el punto 3.4 se presenta un método de cálculo exacto de la tasa de unidades servidas (basado en la expresión (2.3)) para funciones de distribución discretas en el caso de aceptar diferir la demanda.

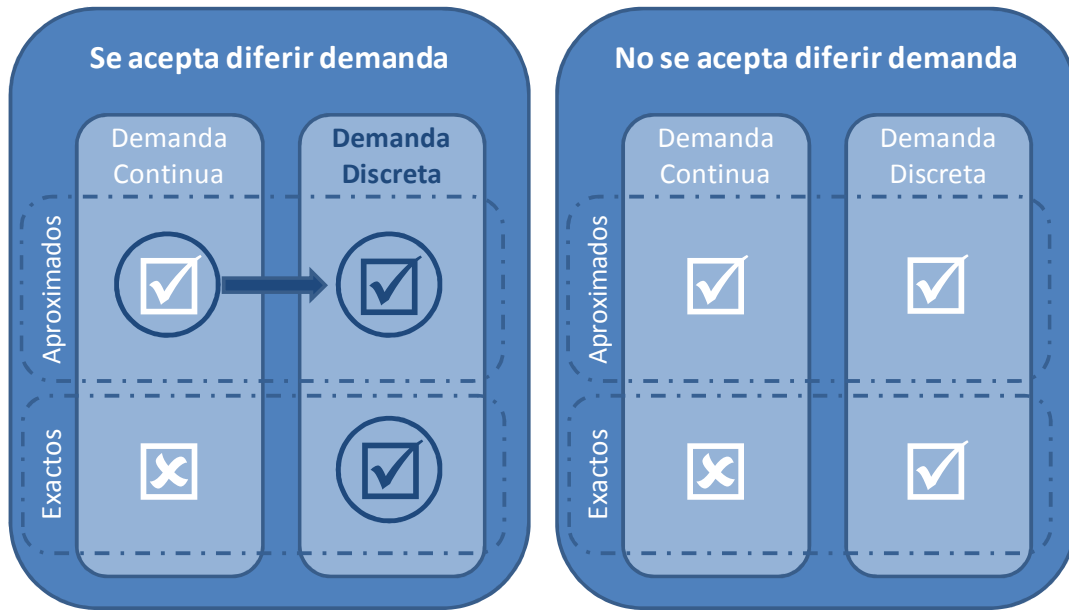


Figura 3.1: Esquema sobre el desarrollo y formulación de métodos de cálculo de la tasa de unidades servidas en un sistema (R, S) según si se acepta diferir o no demanda que se aborda en el Capítulo 3 de la presente tesis.

Fuente: Elaboración propia.

3.2 REFORMULACIÓN DE LOS MÉTODOS APROXIMADOS DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN UN CONTEXTO DE DEMANDA DISCRETA

3.2.1 Aproximación tradicional en un contexto discreto, FR_{Trad_D}

La tasa de unidades servidas se ha calculado tradicionalmente en función de la demanda no servida esperada en el periodo $R+L$, que se define como

$$E(\text{demanda no servida})_{Trad} = E[D_{R+L} - S]^+ \quad (3.1)$$

Siguiendo a Guijarro et al. (2012b), cuando la demanda sigue cualquier función de distribución discreta, el valor esperado de la demanda no servida en $R+L$ puede expresarse como

$$E(\text{demanda no servida})_{Trad_D} = \sum_{i=S}^{\infty} (i-S)P(D_{R+L}=i) \quad (3.2)$$

y utilizando la distribución de probabilidad de la demanda en t , $f_t(\cdot)$, y la distribución de probabilidad acumulada de la demanda en t , $F_t(\cdot)$, la expresión (3.2) puede reescribirse como

$$E(\text{demanda no servida})_{Trad_D} = \sum_{i=S}^{\infty} (i-S)f_{R+L}(i) \quad (3.3)$$

y por tanto, la aproximación tradicional para calcular la tasa de unidades servidas en un contexto discreto, FR_{Trad_D} , es

$$FR_{Trad_D} = 1 - \frac{\sum_{i=S}^{\infty} (i-S) \cdot f_{R+L}(i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (3.4)$$

donde el denominador representa la demanda media durante un ciclo.

3.2.2 Hadley & Whitin (1963) en un contexto discreto, $FR_{H\&W_D}$

En Guijarro et al. (2012b) los autores también presentan una adaptación de la aproximación de Hadley y Whitin (1963) al contexto de demanda discreta y demuestran que esa nueva reformulación en discreta calcula la expresión (2.5) de forma exacta.

Hadley y Whitin (1963) mejoran la aproximación tradicional y definen el valor esperado de la demanda no servida en un ciclo como el valor medio de la demanda diferida durante el periodo de revisión más el plazo de reaprovisionamiento, $R+L$, menos la demanda diferida en el plazo de reaprovisionamiento, L . Según esto,

$$E(\text{demanda no servida})_{H\&W} = E[D_{R+L} - S]^+ - E[D_L - S]^+ \quad (3.5)$$

Análogamente a lo anterior, si la demanda sigue cualquier función de distribución discreta, la expresión (3.5) puede expresarse como

$$E(\text{demanda no servida})_{H\&W_D} = \sum_{i=S}^{\infty} (i-S)P(D_{R+L}=i) - \sum_{j=S}^{\infty} (j-S)P(D_L=j) \quad (3.6)$$

y utilizando la función de probabilidad, $f_t(\cdot)$, y la función de distribución, $F_t(\cdot)$, se tiene que

$$E(\text{demanda no servida})_{H\&W_D} = \sum_{i=S}^{\infty} (i-S) f_{R+L}(i) - \sum_{j=S}^{\infty} (j-S) f_L(j) \quad (3.7)$$

De este modo, la tasa de unidades servidas según la expresión de Hadley y Whitin (1963) en un contexto de demanda discreta, $FR_{H\&W_D}$, puede obtenerse como

$$FR_{H\&W_D} = 1 - \frac{\sum_{i=S}^{\infty} (i-S) \cdot f_{R+L}(i) - \sum_{j=S}^{\infty} (j-S) \cdot f_L(j)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (3.8)$$

3.2.3 Silver (1970) modificado en un contexto discreto, $FR_{Silver70Mod_D}$

Tal y como se ha explicado en el punto 2.8.1.3, Johnson et al. (1995) adapta la expresión desarrollada por Silver (1970) para el cálculo de la tasa de unidades servidas a una política de revisión periódica (R, S) y demanda normal. Es importante recordar que en este caso, Silver (1970), en lugar de definir la tasa de unidades servidas en término de demanda no servida, la define como el cociente entre la demanda servida por ciclo y la demanda media del ciclo (expresión (2.6)).

Para obtener el valor esperado de la demanda servida por ciclo, Silver (1970) calcula la porción de orden de aprovisionamiento que queda disponible para satisfacer la demanda de un ciclo tras haber atendido la demanda no servida de ciclos anteriores. Según Johnson et al. (1995), cuando la demanda es continua, la demanda servida del ciclo puede expresarse como

$$E(\text{demanda servida})_{Silver70_Mod} = \int_{-\infty}^S D_R \cdot f(D_{R+L}) dD_{R+L} + \int_S^{S+D_R} (S+D_R - D_{R+L}) \cdot f(D_{R+L}) dD_{R+L} + \int_{S+D_R}^{\infty} 0 \cdot f(D_{R+L}) dD_{R+L} \quad (3.9)$$

donde el 0 del último término representa, como se ha explicado en el capítulo anterior, aquellos casos en los que la orden recibida es menor o igual que los pedidos pendientes de satisfacer, de modo que no puede servirse ninguna demanda nueva del ciclo.

Para el caso de una demanda discreta, la expresión (3.9) puede reescribirse como

$$E(\text{demanda servida})_{Silver70Mod_D} = \sum_{i=-\infty}^S D_R \cdot P(D_{R+L} = i) + \sum_{i=S+1}^{S+D_R} (S+D_R - i) \cdot P(D_{R+L} = i) + \sum_{i=S+D_R}^{\infty} 0 \cdot P(D_{R+L} = i) \quad (3.10)$$

y utilizando las funciones de probabilidad de la demanda en t , $f_t(\cdot)$, y de probabilidad acumulada de la demanda en t , $F_t(\cdot)$, la tasa de unidades servidas se calcula como

$$FR_{Silver70Mod_D} = \frac{\sum_{i=-\infty}^S D_R \cdot f_{R+L}(i) + \sum_{i=S}^{S+D_R} (S+D_R - i) \cdot f_{R+L}(i) + \sum_{i=S+D_R}^{\infty} 0 \cdot P(D_{R+L} = i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (3.11)$$

3.2.4 Johnson et al. (1995) en un contexto discreto, $FR_{Johnson_D}$

Johnson et al. (1995) propone un método de cálculo de la tasa de unidades servidas para un periodo, más concretamente del periodo más desfavorable, es decir, justo antes de recibir la orden de aprovisionamiento. Según este razonamiento, el valor esperado de las unidades no servidas es

$$E(\text{demanda no servida})_{Johnson} = P(D_{R+L-1} \geq S) \cdot E[D_1] + P(D_{R+L-1} < S) \cdot E[D_1 - (S - D_{R+L-1})]^+ \quad (3.12)$$

En esta expresión, el primer término representa el valor esperado de la demanda no servida cuando la demanda en $R+L-1$ es mayor que la posición de inventario al inicio de ciclo, S , i.e. $D_{R+L-1} \geq S$; y el segundo representa el caso contrario, el valor esperado de la demanda no servida cuando $D_{R+L-1} < S$.

Si la demanda sigue una función de distribución discreta, el valor esperado de las unidades no servidas puede expresarse como

$$E(\text{demanda no servida})_{Johnson_D} = \sum_{i=-\infty}^S \sum_{j=S-i}^{\infty} (D_1 + i - S) \cdot P(D_1 = j) \cdot P(D_{R+L-1} = i) + \mu \cdot P(D_{R+L-1} > S) \quad (3.13)$$

donde μ representa el valor de la demanda media. Utilizando la función de probabilidad y de distribución de la demanda, $f_t(\cdot)$ y $F_t(\cdot)$ respectivamente, la expresión (3.13) puede reescribirse como

$$E(\text{demanda no servida})_{Johnson_D} = \sum_{i=-\infty}^S \sum_{j=S-i}^{\infty} (D_1 + D_{R+L-1} - S) \cdot f_1(j) \cdot f_{R+L-1}(i) + \mu \cdot (1 - F_{R+L-1}(S)) \quad (3.14)$$

y por tanto, la tasa de unidades servidas según Johnson et al. (1995) en un contexto de demanda discreta es

$$FR_{Johnson_D} = \frac{\sum_{i=-\infty}^S \sum_{j=S-i}^{\infty} (D_1 + D_{R+L-1} - S) \cdot f_1(j) \cdot f_{R+L-1}(i) + \mu \cdot (1 - F_{R+L-1}(S))}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (3.15)$$

3.2.5 Teunter (2009) en un contexto discreto, $FR_{Teunter_D}$

Como ya se ha expuesto en el punto 2.8.1.5, Teunter (2009) define la tasa de unidades servidas como el ratio entre el valor esperado de la demanda servida en el ciclo y el valor esperado de la demanda media, i.e. como en la expresión (2.6). Para obtener el valor esperado de la demanda servida en un ciclo, calcula la disminución que se produce en el stock físico disponible entre el instante inmediatamente posterior a la recepción de la orden de aprovisionamiento, OH_1 , y el instante inmediatamente anterior al lanzamiento de la siguiente orden de aprovisionamiento, OH_2 , (expresión (2.22)). Por tanto, el valor esperado de la demanda servida en un ciclo puede calcularse como

$$E(\text{demanda servida})_{Teunter} = E[S - D_L]^+ - E[S - D_{R+L}]^+ \quad (3.16)$$

Si la demanda sigue una distribución continua, el valor esperado de la demanda servida puede expresarse como

$$E(\text{demanda servida})_{Teunter} = \int_{D_L=0}^S (S - D_L) f(D_L) dD_L - \int_{D_{R+L}=0}^S (S - D_{R+L}) f(D_{R+L}) dD_{R+L} \quad (3.17)$$

Reescribiendo esta expresión para un contexto de demanda discreta, el valor esperado de la demanda servida es

$$E(\text{demanda servida})_{Teunter_D} = \sum_{D_L=0}^S (S - D_L) \cdot P(D_L) - \sum_{D_{R+L}=0}^S (S - D_{R+L}) \cdot P(D_{R+L}) \quad (3.18)$$

y utilizando la función de probabilidad y de distribución de la demanda la expresión (3.18) queda como

$$E(\text{demanda servida})_{Teunter_D} = \sum_{j=0}^S (S - j) \cdot f_L(j) - \sum_{i=0}^S (S - i) \cdot f_{R+L}(i) \quad (3.19)$$

Por tanto, la tasa de unidades servidas según Teunter (2009) cuando la demanda se distribuye con cualquier función de distribución discreta es

$$FR_{Teunter_D} = 1 - \frac{\sum_{j=0}^S (s-j) \cdot f_L(j) - \sum_{i=0}^S (s-i) \cdot f_{R+L}(i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (3.20)$$

3.2.6 Silver y Bischak (2011) en un contexto discreto, $FR_{Silver11_D}$

Silver y Bischak (2011) proponen una expresión para el cálculo de la tasa de unidades servidas basadas en la expresión (2.5), es decir, calculando la demanda que no puede servirse en un ciclo. Cuando la demanda se distribuye mediante una función continua, el valor esperado de la demanda no servida dado un determinado valor del tamaño de la orden de aprovisionamiento puede expresarse como

$$E(\text{demanda no servida}) = \int_{s-Q_0}^S [D_L - (s-Q_0)] f_{D_L}(D_L) dD_L + Q_0 \int_S^{\infty} f_{D_L}(D_L) dD_L \quad (3.21)$$

y dado que en un sistema de revisión periódica la demanda en el ciclo, D_R , es el tamaño de la orden, Q_0 , la expresión (3.21) puede reescribirse sustituyendo Q_0 por D_R

$$E(\text{demanda no servida}) = \int_{s-Q_0}^S [D_L - (s-Q_0)] f_{D_L}(D_L) dD_L + Q_0 \int_S^{\infty} f_{D_L}(D_L) dD_L \quad (3.22)$$

que puede expresarse también como

$$E(\text{demanda no servida}) = \int_{s-Q_0}^{\infty} [D_L - (s-Q_0)] f_{D_L}(D_L) dD_L - \int_S^{\infty} (D_L - s) f_{D_L}(D_L) dD_L \quad (3.23)$$

Si la demanda es discreta, la expresión (3.23) puede reescribirse como

$$E(\text{demanda no servida}) = \sum_{i=s-Q_0}^{\infty} [i - (s-Q_0)] \cdot f_L(i) - \sum_{i=S}^{\infty} [i - s] \cdot f_L(i) \quad (3.24)$$

de modo que puede calcularse la tasa de unidades servidas propuesta por Silver y Bischak (2011) en un contexto de demanda discreto mediante la expresión

$$FR_{Silver11_D} = 1 - \frac{\sum_{i=s-Q_0}^{\infty} [i - (s-Q_0)] \cdot f_L(i) - \sum_{i=S}^{\infty} [i - s] \cdot f_L(i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (3.25)$$

3.3 APROXIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN UN CONTEXTO DE DIFERIMIENTO DE DEMANDA NO SERVIDA CON DEMANDA DISCRETA, FR_{APROX_BK}

A partir de la aproximación propuesta por Guijarro et al. (2012a) cuando no se permite diferir de la demanda no servida, puede derivarse una nueva expresión de la tasa de unidades

servidas cuando sí se permite diferir la demanda no servida del ciclo. En este caso, al permitirse este diferimiento de demanda, la tasa de unidades servidas se calcula a partir del stock neto al inicio de ciclo, NS_0 , en lugar de a partir del stock físico disponible, OH_0 .

Hipótesis de la aproximación en *Backorder*:

1. La demanda sigue una función de probabilidades discreta;
2. La demanda en los distintos periodos es estacionaria e independiente e idénticamente distribuida;
3. El periodo de revisión, R , está predeterminado y es constante;
4. El plazo de aprovisionamiento, L , es constante y conocido;
5. La demanda no satisfecha en un ciclo se difiere al ciclo siguiente;
6. La orden de aprovisionamiento se añade al inventario al final del periodo en el que se recibe.

Derivación de la aproximación en *Backorder*:

En un contexto en el que se permite el diferimiento de la demanda no servida de un ciclo a ciclos posteriores, el stock neto, NS , puede tomar valores negativos si se produce una demanda en el ciclo superior al stock físico disponible al inicio de ese ciclo (véase la Figura 2.2). Según esto, puede ocurrir que al inicio de ciclo el stock neto sea cero o negativo si, al recibirse la orden de aprovisionamiento, ésta no es lo suficientemente grande como para restaurar el stock a valores positivos. Por tanto, para calcular el valor esperado de la demanda no servida en un ciclo debe distinguirse entre el caso de que a principio de ciclo el stock neto es positivo, i.e. $NS_0 > 0$; y el caso de que es igual a cero o negativo, i.e. $NS_0 \leq 0$.

Si el stock neto al inicio de ciclo es cero o negativo, el valor esperado de la demanda no servida será justamente la demanda de ese ciclo y por tanto la tasa de unidades servidas será igual a 0.

Si en cambio a principio de ciclo el stock neto es positivo, el valor esperado de la demanda no servida será la diferencia entre la demanda del ciclo, D_R , y el valor del stock neto al inicio de ciclo, NS_0 , es decir

$$E(\text{demanda no servida}) = \sum_{NS_0=1}^S P(NS_0) \cdot \sum_{D_R=NS_0+1}^{\infty} (D_R - NS_0) P(D_R) \quad (3.26)$$

Para calcular la expresión (3.26) es necesario conocer la probabilidad de cada nivel del stock neto al inicio de ciclo, es decir, el vector $\overline{P(NS_0)}$. Tal y como muestra la Figura 2.2, al inicio de ciclo y tras recibir la orden de aprovisionamiento, el stock neto, la posición de inventario y el stock físico disponible se igualan alcanzando un valor igual a la diferencia entre la posición de inventario en el momento de lanzar la orden ($IP_{R-L}=S$) y la demanda recibida durante el plazo de aprovisionamiento (D_L). Por tanto, al inicio de ciclo el stock neto es

$$NS_0 = S - D_L \quad (3.27)$$

por lo que la probabilidad de cualquier nivel de stock neto al inicio de ciclo puede calcularse como

$$\overline{P(NS_0)} = P(D_L = S - NS_0) = f_L(S - NS_0) \quad (3.28)$$

Una vez conocido $\overline{P(NS_0)}$ puede sustituirse en la expresión (3.26) y utilizando las funciones de probabilidad y de distribución de la demanda, $f_t(\cdot)$ y $F_t(\cdot)$, la aproximación de la tasa de unidades servidas en un contexto de diferimiento de demanda es

$$FR_{Aprox_Bk} = \begin{cases} 1 - \frac{\sum_{i=1}^S f_L(S-i) \cdot \sum_{j=i+1}^{\infty} (j-i) f_R(j)}{\sum_{j=1}^{\infty} j \cdot f_R(j)} & \text{si } NS_0 > 0 \\ 0 & \text{si } NS_0 \leq 0 \end{cases} \quad (3.29)$$

donde i representa el stock neto al inicio de ciclo, NS_0 , y j la demanda acumulada en el periodo de revisión, D_R .

3.4 MÉTODO EXACTO PARA EL CÁLCULO DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN UN CONTEXTO DE DIFERIMIENTO DE DEMANDA NO SERVIDA CON DEMANDA DISCRETA, FR_{EXACTO_BK}

Este punto presenta un nuevo método de cálculo exacto de la tasa de unidades no servidas basado en la puntualización de la definición propuesta por Guijarro et al. (2012a) que considera explícitamente la necesidad de que exista demanda positiva en el ciclo (expresión (2.33)).

Hipótesis del método exacto en *Backorder*:

1. La demanda sigue una función de distribución discreta;
2. La demanda en los distintos periodos es estacionaria e independiente e idénticamente distribuida;
3. El periodo de revisión, R , está predeterminado y es constante;
4. El periodo de aprovisionamiento, L , es constante y conocido;
5. La demanda no satisfecha en un ciclo se difiere al ciclo siguiente;
6. La orden de aprovisionamiento se añade al inventario al final del periodo en el que se recibe

Derivación del método exacto en *Backorder*:

Si la demanda que no puede servirse con el stock físico disponible puede diferirse a periodos posteriores, el cálculo de la tasa de unidades servidas se simplifica utilizando el stock neto en lugar del stock físico disponible.

En un ciclo en el que se haya producido demanda, $D_R > 0$, dado un valor conocido del stock neto a principio de ciclo, NS_0 , puede suceder que: (i) el stock neto al inicio de ciclo sea menor o igual a cero ($NS_0 \leq 0$), en este caso no existirán unidades disponibles para satisfacer la demanda y, por tanto, la tasa de unidades servidas en dicho ciclo será cero; o (ii) el stock neto a principio

de ciclo sea positivo, y en ese caso se pueda satisfacer toda la demanda o parte de ella, y en este caso la tasa de unidades servidas se calculará con la siguiente expresión

$$FR_{Exacto_Bk} = \sum_{NS_0=1}^S P(NS_0) \cdot FR(NS_0 | D_R > 0) \quad (3.30)$$

Si se conoce cuál es el valor del stock neto al inicio de ciclo, i.e. $NS_0=i$, la tasa de unidades servidas puede calcularse como

$$FR_{Exacto_Bk}(NS_0 = i / D_R > 0) = P(D_R \leq i / D_R > 0) + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i}{j} \cdot P(D_R = j / D_R > 0) \quad (3.31)$$

donde el primer término representa la demanda servida de un ciclo cuando ésta es menor o igual que el stock neto al principio de ciclo, $D_R \leq NS_0$; y el segundo la demanda servida en un ciclo cuando es mayor que el stock neto disponible al principio de ciclo, $D_R > NS_0$.

Utilizando la distribución de probabilidad de la demanda en t , $f_t(\cdot)$, y la distribución de probabilidad acumulada de la demanda en t , $F_t(\cdot)$, la expresión (3.31) puede reescribirse como

$$FR_{Exacto_Bk}(NS_0 = i / D_R > 0) = \frac{F_R(i) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i}{j} \cdot \frac{f_R(j)}{1 - F_R(0)} \quad (3.32)$$

y para extenderla a cualquier valor posible del stock neto al principio del ciclo, NS_0 , basta con sustituir la expresión (3.32) en la expresión (3.30).

De este modo, la expresión general para calcular la tasa de unidades servidas de forma exacta en un contexto de diferimiento de demanda es

$$FR_{Exacto_Bk} = \begin{cases} \sum_{i=1}^S f_L(S-i) \cdot \left\{ \frac{F_R(i) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i}{j} \cdot \frac{f_R(j)}{1 - F_R(0)} \right\} & \text{si } NS_0 > 0 \\ 0 & \text{si } NS_0 \leq 0 \end{cases} \quad (3.33)$$

donde $f_L(S-i)$ es la probabilidad de cualquier nivel de stock neto al inicio de ciclo (véase la expresión (3.28)).

CAPÍTULO 4. PRÓPOSITO Y DISEÑO DE LA EXPERIMENTACIÓN

4.1 INTRODUCCIÓN

En los capítulos anteriores se ha presentado una revisión de los métodos de estimación que existen en la literatura para calcular la tasa de unidades servidas en un sistema de revisión periódica (R, S). Además, se han reformulado las expresiones aproximadas para adaptarlas a un contexto de demanda discreta y se han derivado dos métodos de cálculo de la tasa de unidades servidas, uno exacto y otro aproximado, que aplican para cualquier función de distribución de la demanda discreta en un contexto de diferimiento de demanda. Llegados a este punto, este capítulo está dedicado a explicar el propósito (punto 4.2) y el diseño (punto 4.3) de la experimentación que se ha llevado a cabo para la realización de la presente tesis.

4.2 PROPÓSITO DEL EXPERIMENTO

Fundamentalmente, con esta tesis se pretende analizar cómo se comportan los distintos métodos de cálculo aproximados frente al exacto cuando se utilizan para determinar el valor del stock de referencia, S , dado un valor objetivo de la tasa de unidades servidas. Para ello, se han diseñado dos experimentos, en función de si se acepta o no diferir la demanda no servida en el ciclo (obsérvese la Figura 4.1). En ambos experimentos se combinan una gran variedad de situaciones. Esto implica considerar distintas distribuciones de demanda, una amplia variabilidad de parámetros, distintos valores para el periodo de revisión y el plazo de aprovisionamiento y una serie de valores realistas de la tasa de unidades servidas objetivo.

Nótese que no se considera el método de cálculo $FR_{Silver11_D}$ puesto que éste llega a la misma expresión que $FR_{H\&W_D}$ pero con una expresión más compleja.

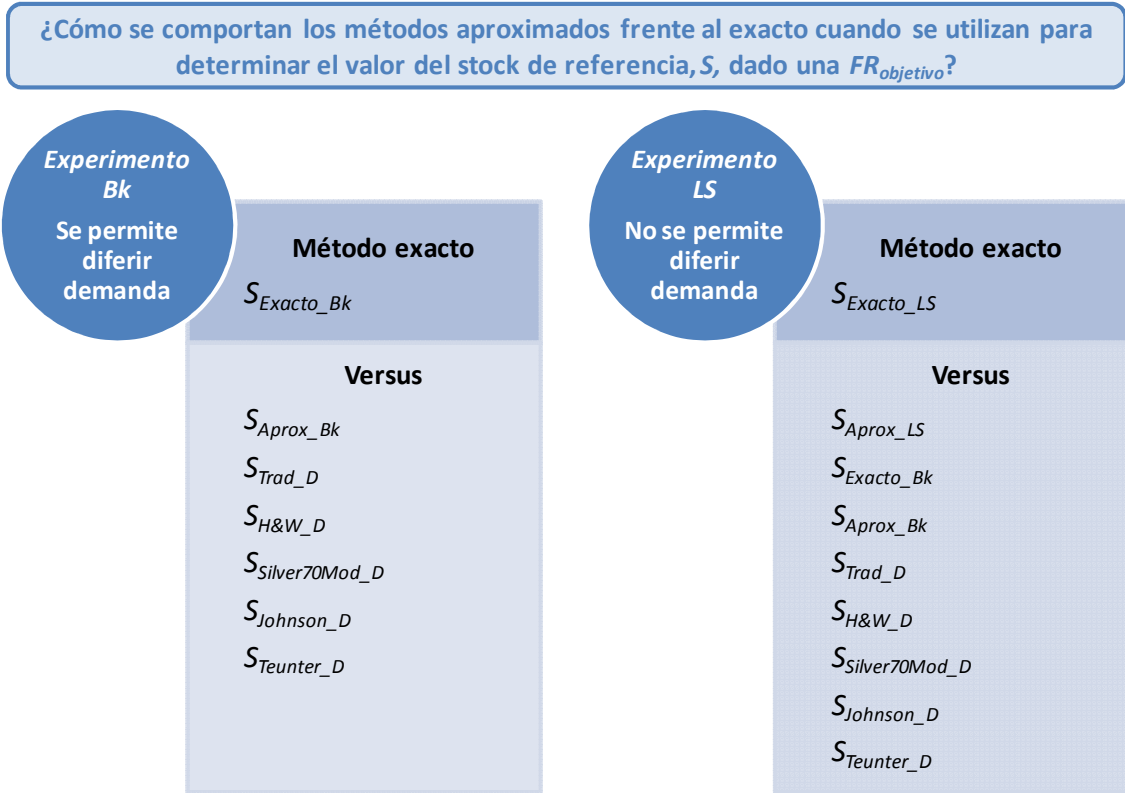


Figura 4.1: Esquema del propósito de los experimentos.
Fuente: Elaboración propia.

Es importante recordar que esta tesis se centra en el caso de que la demanda siga una función de probabilidades discreta, por lo que todos los métodos de cálculo considerados, tanto exactos como aproximados, son aquéllos que han sido desarrollados para demandas discretas (Capítulo 3). Para facilitar la lectura de la presente tesis, de aquí en adelante se nombrarán los distintos métodos tal y como aparece en la Tabla 4.1.

Método de cálculo de la FR	Nomenclatura
FR_{Trad_D}	<i>Trad</i>
$FR_{H\&W_D}$	<i>H&W</i>
$FR_{Silver70Mod_D}$	<i>Silver70</i>
$FR_{Johnson_D}$	<i>Johnson</i>
$FR_{Teunter_D}$	<i>Teunter</i>
FR_{Aprox_Bk}	<i>Aprox_Bk</i>
FR_{Exacto_Bk}	<i>Exacto_Bk</i>
FR_{Aprox_LS}	<i>Aprox_LS</i>
FR_{Exacto_LS}	<i>Exacto_LS</i>

Tabla 4.1: Relación de cada método de cálculo y su nomenclatura en los experimentos.

4.2.1 Propósito del *Experimento Bk*, en el que se acepta diferir la demanda no servida del ciclo

En el *Experimento Bk* se acepta diferir la demanda no servida de un ciclo a ciclos posteriores. En este caso, se comparará el comportamiento del método exacto desarrollado para un contexto de diferimiento de demanda, *Exacto_Bk*, frente a las aproximaciones existentes en dicho contexto. Como métodos aproximados se considerarán, por un lado, todas aquellas expresiones disponibles en la literatura para calcular la tasa de unidades servidas en revisión periódica y diferimiento de demanda y que se han adaptado en el punto 1 a un contexto de demanda discreta; i.e. *Trad*, *H&W*, *Silver70*, *Johnson* y *Teunter*. Por otro lado, también se analizará el comportamiento del método aproximado desarrollado en esta tesis para un contexto de diferimiento de demanda con demandas discretas, *Aprox_Bk*. La Tabla 4.2 recoge el método exacto y los métodos aproximados analizados en el *Experimento Bk*.

Experimento Bk. Se acepta diferir la demanda no servida del ciclo	
Método Exacto	
FR_{Exacto_Bk}	$= \begin{cases} \sum_{i=1}^S f_L(S-i) \cdot \left\{ \frac{F_R(i) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i}{j} \cdot \frac{f_R(j)}{1 - F_R(0)} \right\} & \text{si } NS_0 > 0 \\ 0 & \text{si } NS_0 \leq 0 \end{cases}$
Métodos aproximados	
FR_{Aprox_Bk}	$= \begin{cases} 1 - \frac{\sum_{i=1}^S f_L(S-i) \cdot \sum_{j=i+1}^{\infty} (j-i) f_R(j)}{\sum_{j=1}^{\infty} j \cdot f_R(j)} & \text{si } NS_0 > 0 \\ 0 & \text{si } NS_0 \leq 0 \end{cases}$
FR_{Trad_D}	$= 1 - \frac{\sum_{i=S}^{\infty} (i-S) \cdot f_{R+L}(i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)}$
$FR_{H\&W_D}$	$= 1 - \frac{\sum_{i=S}^{\infty} (i-S) \cdot f_{R+L}(i) - \sum_{j=S}^{\infty} (j-S) \cdot f_L(j)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)}$
$FR_{Silver70Mod_D}$	$= \frac{\sum_{i=-\infty}^S D_R \cdot f_{R+L}(i) + \sum_{i=S}^{S+D_R} (S+D_R-i) \cdot f_{R+L}(i) + \sum_{i=S+D_R}^{\infty} 0 \cdot P(D_{R+L}=i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)}$
$FR_{Johnson_D}$	$= \frac{\sum_{i=-\infty}^S \sum_{j=S-i}^{\infty} (D_1 + D_{R+L-1} - S) \cdot f_1(j) \cdot f_{R+L-1}(i) + \mu \cdot (1 - F_{R+L-1}(S))}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)}$
$FR_{Teunter_D}$	$= 1 - \frac{\sum_{j=0}^S (S-j) \cdot f_L(j) - \sum_{i=0}^S (S-i) \cdot f_{R+L}(i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)}$

Tabla 4.2: Método exacto y aproximaciones analizadas en el Experimento Bk.

4.2.2 Propósito del Experimento LS, en el que no se acepta diferir la demanda no servida del ciclo

En el Experimento LS se asume que no se permite diferir la demanda no servida del ciclo a ciclos posteriores. En él se comparará el método exacto *Exacto_LS* frente a todas las aproximaciones disponibles. Como se ha expuesto en la revisión de literatura, sólo existe un método aproximado para el cálculo de la tasa de unidades servidas desarrollado

explícitamente en un contexto de no diferimiento de la demanda no servida en el ciclo, *Aprox_LS*. No obstante, se considerarán también como aproximaciones todas aquellas expresiones que originalmente han sido desarrolladas para el caso de aceptar diferir la demanda no servida del ciclo, i.e. *Trad*, *H&W*, *Silver70*, *Johnson*, *Teunter* y *Aprox_Bk*. Además, en este caso también se considerará como aproximación el método exacto desarrollado para el contexto de diferimiento de demanda, i.e. *Exacto_Bk*. Si el nivel de servicio es suficientemente grande como para que no se produzcan roturas de stock durante el plazo de aprovisionamiento, en el instante inmediatamente posterior a la recepción de la orden de aprovisionamiento el stock físico y el stock neto alcanzan el mismo valor, y por tanto, la probabilidad de cualquier nivel de stock físico al inicio de ciclo es

$$P(OH_0) = P(D_L = S - OH_0) = f_L(S - OH_0) \quad (4.1)$$

Lo que permite considerar que si se asume esta hipótesis, el método exacto desarrollado para un contexto de diferimiento de demanda puede ser una aproximación de la tasa de unidades servidas cuando no se permite diferir la demanda no servida.

La Tabla 4.3 muestra un resumen del método exacto y las aproximaciones analizadas en el *Experimento LS*.

Experimento LS. No se acepta diferir la demanda no servida del ciclo	
Método Exacto	
FR_{Exacto_LS}	$= \sum_{i=0}^S P(OH_0 = i) \cdot \left\{ \frac{F_R(i) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i}{j} \cdot \frac{f_R(j)}{1 - F_R(0)} \right\}$
Métodos aproximados	
FR_{Aprox_LS}	$= 1 - \frac{\sum_{i=0}^S P(OH_0 = i) \cdot \sum_{j=i+1}^{\infty} (j-i) \cdot f_R(j)}{\sum_{j=1}^{\infty} j \cdot f_R(j)}$
FR_{Aprox_Bk}	$= \begin{cases} 1 - \frac{\sum_{i=1}^S f_L(S-i) \cdot \sum_{j=i+1}^{\infty} (j-i) f_R(j)}{\sum_{j=1}^{\infty} j \cdot f_R(j)} & \text{si } NS_0 > 0 \\ 0 & \text{si } NS_0 \leq 0 \end{cases}$
FR_{Trad_D}	$= 1 - \frac{\sum_{i=S}^{\infty} (i-S) \cdot f_{R+L}(i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)}$
$FR_{H\&W_D}$	$= 1 - \frac{\sum_{i=S}^{\infty} (i-S) \cdot f_{R+L}(i) - \sum_{j=S}^{\infty} (j-S) \cdot f_L(j)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)}$
$FR_{Silver70Mod_D}$	$= \frac{\sum_{i=-\infty}^S D_R \cdot f_{R+L}(i) + \sum_{i=S}^{S+D_R} (S+D_R-i) \cdot f_{R+L}(i) \sum_{i=S+D_R}^{\infty} 0 \cdot P(D_{R+L}=i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)}$
$FR_{Johnson_D}$	$= \frac{\sum_{i=-\infty}^S \sum_{j=S-i}^{\infty} (D_1 + D_{R+L-1} - S) \cdot f_1(j) \cdot f_{R+L-1}(i) + \mu \cdot (1 - F_{R+L-1}(S))}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)}$
$FR_{Teunter_D}$	$= 1 - \frac{\sum_{j=0}^S (S-j) \cdot f_L(j) - \sum_{i=0}^S (S-i) \cdot f_{R+L}(i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)}$
FR_{Exacto_Bk}	$= \begin{cases} \sum_{i=1}^S f_L(S-i) \cdot \left\{ \frac{F_R(i) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i}{j} \cdot \frac{f_R(j)}{1 - F_R(0)} \right\} & \text{si } NS_0 > 0 \\ 0 & \text{si } NS_0 \leq 0 \end{cases}$

Tabla 4.3: Método exacto y aproximaciones analizadas en el Experimento LS.

4.3 DISEÑO DEL EXPERIMENTO

Una vez establecidos los propósitos de los dos experimentos, han de diseñarse. A pesar de que se hayan distinguido los dos experimentos, en función de si se difiere o no la demanda no satisfecha, el diseño general de ambos es el mismo. La única diferencia entre ellos reside en qué métodos de cálculo se van a considerar en cada contexto. A continuación, se explican cada una de las hipótesis y datos considerandos para el diseño.

4.3.1 Factores relativos a la demanda

4.3.1.1 La función de distribución de probabilidades de la demanda

En los experimentos se asume que la demanda sigue una función de probabilidades conocida y discreta, que es estacionaria e independiente e idénticamente distribuida (*i.i.d.*). Según estas hipótesis y de acuerdo a lo expuesto en el punto 2.2, las distribuciones de demanda seleccionadas para la experimentación son: (i) la distribución de Poisson (λ); (ii) la distribución de Bernoulli (ϑ); (iii) la distribución Binomial (n, ϑ); (iv) la distribución Geométrica (ϑ); y (v) la distribución Binomial Negativa (r, ϑ) que puede entenderse también como una distribución de Poisson compuesta por una distribución de Poisson y una Gamma. Dado que la distribución de Bernoulli es equivalente a la distribución Binomial cuando el $n=1$ [ver por ejemplo Peña (1998)] y la distribución geométrica es equivalente a la Binomial Negativa para $r=1$ [ver p. ej. Walpole et al. (1999)], el experimento se reduce a considerar las distribuciones de Poisson, Binomial y Binomial Negativa con la apropiada combinación de parámetros. En la Tabla 4.4 se recogen los valores considerados en la experimentación para los parámetros de las tres distribuciones.

Distribución Poisson (λ)	
λ	0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20
Distribución Binomial (n, ϑ)	
n	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 15, 20
ϑ	0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.25, 0.5, 0.75, 0.9, 0.95, 0.99
Distribución Binomial Negativa (r, ϑ)	
r	0.05, 0.1, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 3.5, 4
ϑ	0.1, 0.15, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99

Tabla 4.4: Valores de los parámetros de las distribuciones Poisson, Binomial y Binomial Negativa considerados en los experimentos.

4.3.1.2 Representación de las distribuciones de demanda según el espacio de representación CV^2Lp

Con el fin de observar si las distribuciones de demanda que se utilizan en la experimentación cubren un rango amplio de categorías de demanda (errática, suave, grumosa e intermitente)

éstas se representan dentro del espacio CV^2Lp propuesto en la categorización de la demanda de Syntetos y Boylan (2005), que depende del valor que toma el coeficiente de variación cuadrado de la distribución de las órdenes de demanda, CV^2 , y del intervalo medio entre demandas, p . Por tanto, para representar en dicho espacio las distribuciones consideradas en la experimentación, es necesario relacionar los parámetros de las mismas con la distribución de probabilidades de la frecuencia de las órdenes, para obtener una expresión analítica para p , y con la distribución de probabilidades del tamaño de las órdenes con objeto de obtener una para CV^2 .

La Tabla 4.5 muestra la relación que existe entre el intervalo medio entre demandas, p , y los parámetros de la distribución de demanda; así como la relación entre el coeficiente de variación cuadrado del tamaño de las órdenes de demanda, CV^2 , y los parámetros de la distribución de demanda, para cada una de las tres distribuciones consideradas en el experimento. Puede consultarse su derivación en el Anexo III y el Anexo IV del documento.

	p	CV^2
Poisson (λ)	$p = \frac{e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}}$	$CV^2(Y) = \frac{1 - e^{-\lambda} - \lambda \cdot e^{-\lambda}}{\lambda}$
Binomial (n, θ)	$p = \frac{(1-\theta)^n}{1 - (1-\theta)^n}$	$CV^2(Y) = \frac{[(1-\theta) \cdot (1 - (1-\theta)^n)] - [n \cdot \theta \cdot (1-\theta)^n]}{n \cdot \theta}$
Binomial Negativa (r, θ)	$p = \frac{\theta^r}{1 - \theta^r}$	$CV^2(Y) = \frac{Var(Y)}{E^2(Y)} = \frac{1 - \theta^r - r \cdot \theta^r \cdot (1-\theta)}{r \cdot \theta}$

Tabla 4.5: Relación entre p y CV^2 y los parámetros de la distribución de demanda.
Fuente: Babiloni (2009).

Una vez establecidas las relaciones entre los parámetros de la distribución de probabilidad y las variables del espacio de representación, CV^2 y p , es posible representarlas en el espacio CV^2Lp . Las siguientes Figuras muestran el espacio de representación CV^2Lp según los parámetros considerados en el experimento de cada distribución. Por motivos de escala y visualización, éstas se representan utilizando una escala logarítmica en base diez para el valor del intervalo medio entre demandas, p .

Para la distribución de Poisson se consideran un total de 22 distribuciones distintas, según los valores de λ de la Tabla 4.4, que se ubican en el espacio de representación CV^2Lp tal y como muestra la Figura 4.2. Como puede observarse, sólo cubren las categorías de demanda suave e intermitente.

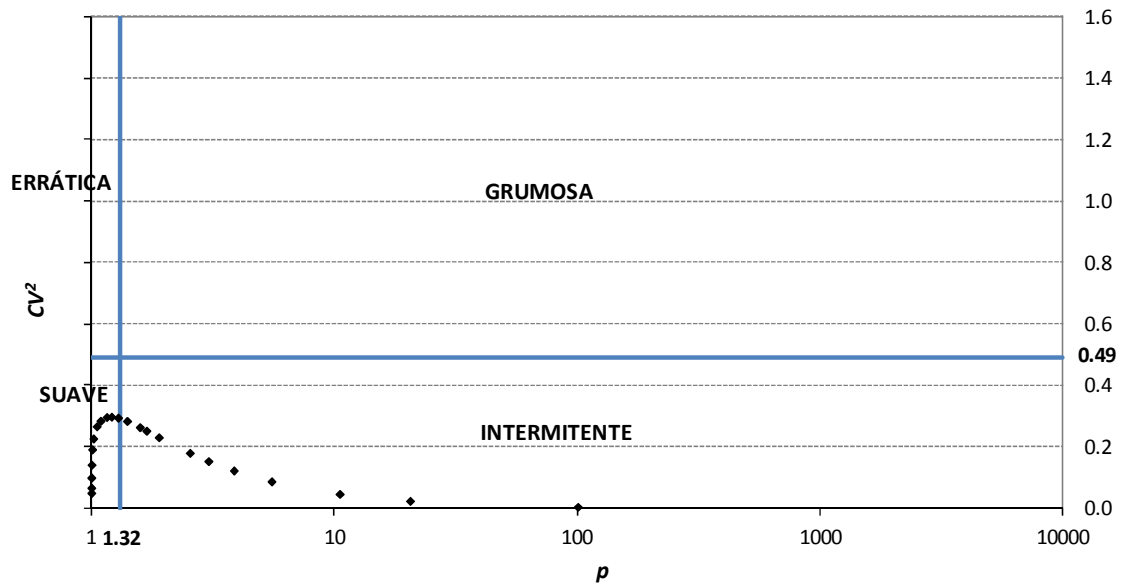


Figura 4.2: Categorías de demanda representadas por la distribución de Poisson de acuerdo con Syntetos et al. (2005).

Para la distribución Binomial, la combinación de los valores de la Tabla 4.4 generan un total de 120 distribuciones distintas, que se ubican en el espacio $CV^2 \text{--} p$ como aparece en la Figura 4.3. También en este caso, sólo cubren las categorías suave e intermitente.

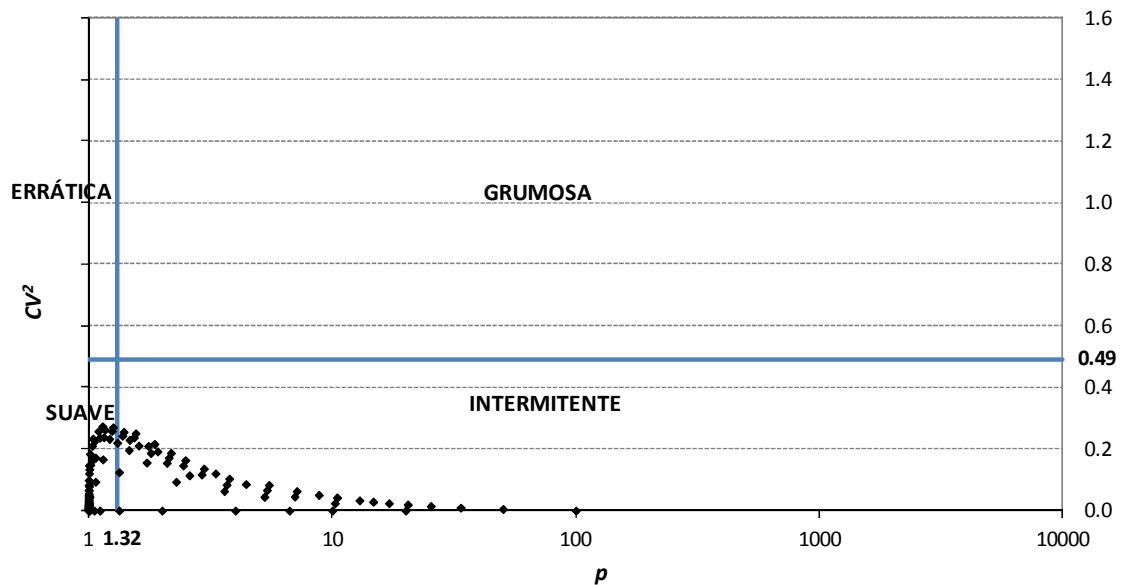


Figura 4.3: Categorías de demanda representadas por la distribución Binomial de acuerdo con Syntetos et al. (2005).

En cuanto a la distribución Binomial Negativa la combinación de los valores de la Tabla 4.4 genera un total de 198 distribuciones distintas, que se ubican en el espacio $CV^2 \text{--} p$ como se muestran en la Figura 4.4. En este caso, sí se cubren las cuatro categorías de la demanda, suave, intermitente, errática y grumosa.

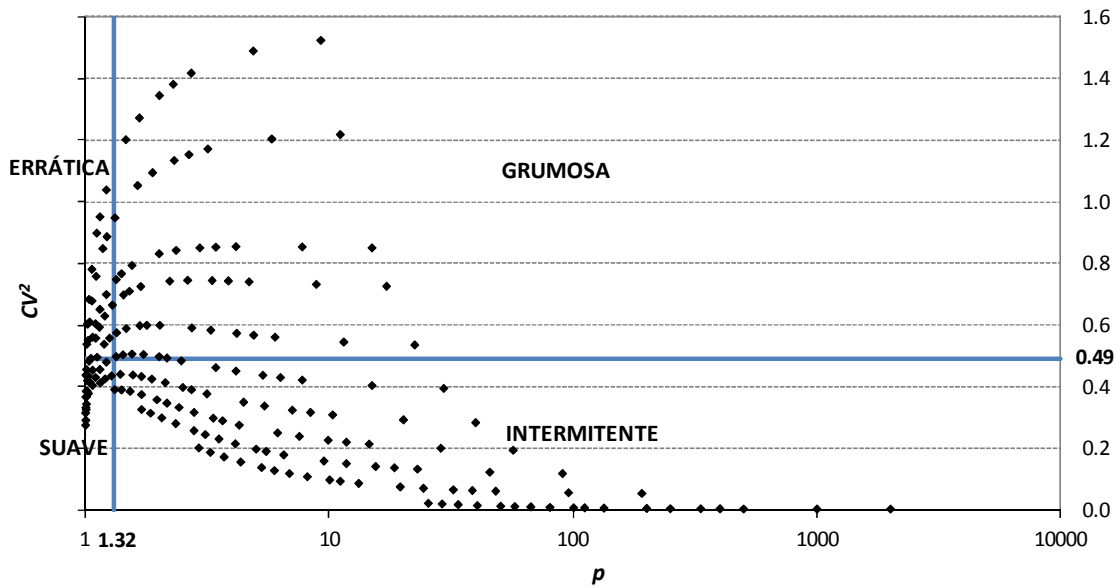


Figura 4.4: Categorías de demanda representadas por la distribución Binomial Negativa de acuerdo con Syntetos et al. (2005).

Por último, la Figura 4.5 muestra el conjunto de las 340 distribuciones de demanda consideradas en los experimentos que cubren las cuatro categorías de demanda en el espacio de representación CV^2 - p .

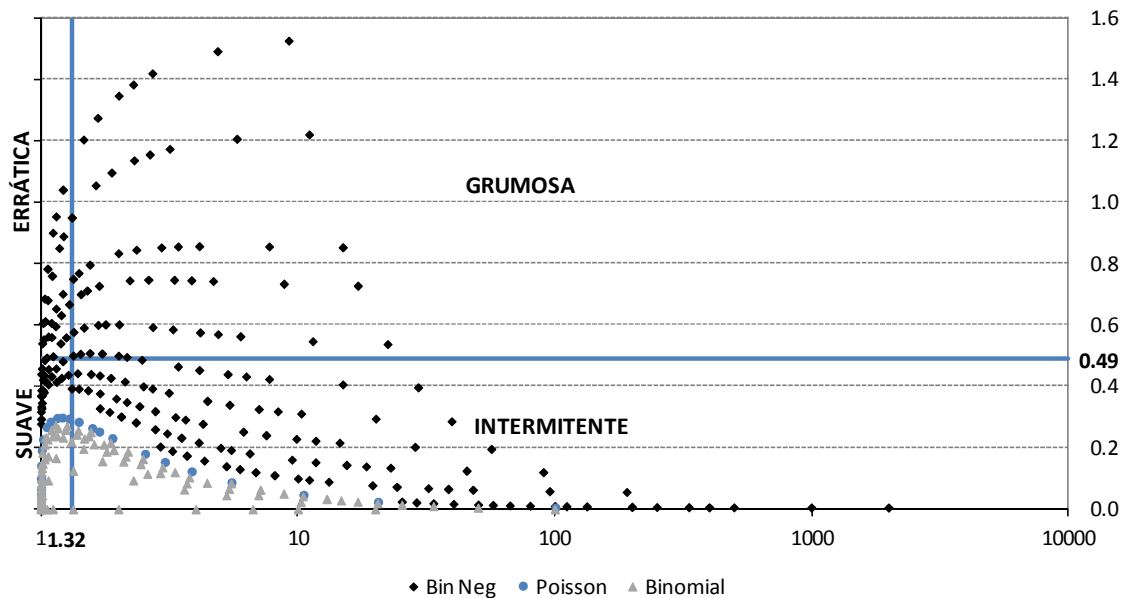


Figura 4.5: Categorías de demanda representadas por las distribuciones de Poisson, Binomial y Binomial Negativa consideradas en los experimentos de acuerdo con Syntetos et al. (2005).

4.3.2 Factores relativos a la política de inventario (R, S)

4.3.2.1 Periodo de revisión

Según lo expuesto en el punto 2.5.1, se asume que el periodo de revisión, R , se ha determinado previamente basándose en criterios de gestión. Con el propósito de poder abarcar una amplia variedad de políticas de inventario de utilidad práctica, se seleccionan los valores de R que muestra la Tabla 4.6 por ser éstos valores realistas en entornos prácticos y en la literatura.

Periodo de Revisión	
R	1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20

Tabla 4.6: Valores del periodo de revisión, R , considerados en los experimentos.

4.3.2.2 Plazo de aprovisionamiento

Se asume que el plazo de aprovisionamiento, L , es constante y conocido. En el caso de que no se permita diferir demanda (*Experimento LS*), se asume además que sólo existe una orden de aprovisionamiento lanzada en cada instante, lo que supone considerar que L es estrictamente menor que R , ($L < R$). Los valores utilizados en la experimentación para el plazo de aprovisionamiento, L , son los que se muestran en la Tabla 4.7. Al igual que en el caso de R , estos valores se seleccionan para considerar casos frecuentes en la práctica.

Plazo de aprovisionamiento	
L	1, 3, 5, 7, 10, 15, 20

Tabla 4.7: Valores del plazo de aprovisionamiento, L , considerados en los experimentos.

Por último, cabe especificar que en la experimentación se asume que la orden de aprovisionamiento se añade al inventario al final del periodo en el que se recibe.

4.3.3 Factores relativos a la tasa de unidades servidas

Dado que el objetivo de los experimentos es comparar el valor del stock de referencia S que se obtiene tomando como restricción de diseño un valor de la tasa de unidades servidas objetivo, es importante seleccionar un conjunto de valores lo suficientemente amplio como para que muestre una situación realista, para cualquier estrategia de gestión que se establezca. Los valores de la tasa de unidades servidas objetivo utilizados en los experimentos se recogen en la Tabla 4.8. Nótese que se consideran valores de la tasa de unidades servidas a partir del 0.50 ya que en las empresas no se consideran valores menores de servicio al cliente.

Tasa de unidades servidas objetivo	
FR_{Obj}	0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 0.99

Tabla 4.8: Valores de la tasa de unidades servidas objetivo, FR_{Obj} , considerados en los experimentos.

4.3.4 Procedimientos de cálculo para determinar el stock de referencia

Como se ha explicado, el objetivo de estos experimentos es analizar cómo se comportan las aproximaciones existentes en cada contexto (diferimiento y no diferimiento de la demanda no servida de un ciclo) frente a los métodos exactos cuando se utilizan dichas aproximaciones para determinar el stock de referencia, S , dado un valor de la tasa de unidades servidas objetivo. Para encontrar ese valor del stock de referencia que cumpla con la tasa de unidades servidas objetivo se plantea la siguiente inecuación: $FR_{objetivo} \leq FR_n$ (donde n representa el método de cálculo seleccionado) cuyo objetivo es asegurar que el stock de referencia resultado cumple con el nivel de servicio objetivo (Figura 4.6). Nótese que no se establece una igualdad, sino que la tasa de unidades servidas de cada método (FR_n) ha de ser como mínimo la tasa de unidades servidas objetivo ($FR_{objetivo}$), ya que por la naturaleza discreta del stock de referencia puede suceder que un determinado valor del stock de referencia, $S = i$, no alcance el nivel de servicio objetivo, pero que el siguiente valor, $S = i+1$, exceda el nivel de servicio objetivo.

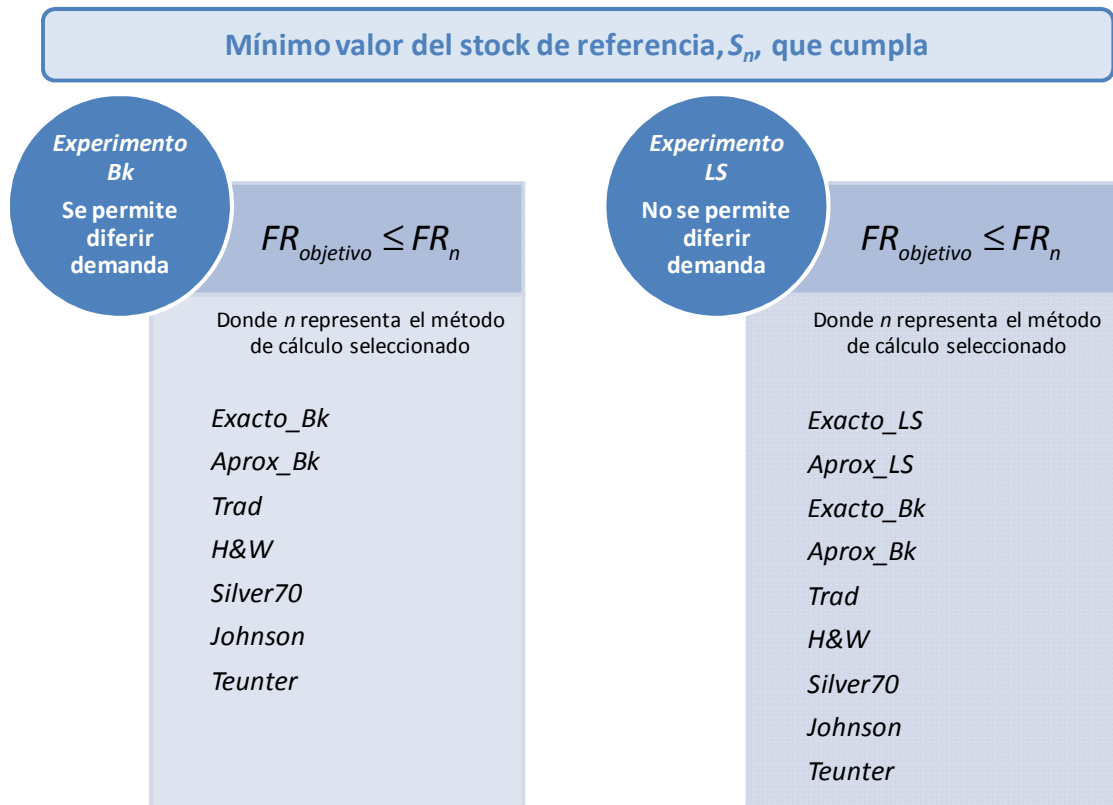


Figura 4.6: Inecuaciones para el cálculo del stock de referencia que cumpla con el nivel de servicio objetivo.
Fuente: Elaboración propia.

Obviamente, cada aproximación genera un número ilimitado de políticas que cumplen con el criterio de diseño, es decir, obtiene un número ilimitado de S que cumple con la inecuación planteada. Por tanto, debe seleccionarse una medida de rendimiento que permita seleccionar la política óptima en cada caso. Uno de los criterios más extendidos para medir el rendimiento de un sistema de gestión de inventarios es el nivel de inventario medio [Simon y Hopp (1991);

Nieboer y Dekker (1995); van der Heijden y de Kok (1998); Syntetos y Boylan (2006)]. Esta medida se utiliza para seleccionar la mejor política que cumpla con el criterio de diseño seleccionado [van der Heijden y de Kok (1998)]. Existen otras medidas de rendimiento, como aquella que consideran los costes totales asociados al inventario, [van der Heijden y de Kok (1998); Johansen (2001)], pero también en este caso es importante conocer de la manera más exacta posible el inventario medio en el ciclo [Chiang (2006)]. Para el diseño de los experimentos de esta tesis se considera, tal y como sucede en la práctica, que la mejor opción es aquella política que supone el mínimo nivel de inventario medio en el ciclo que cumple con la tasa de unidades servidas objetivo. Por tanto, se selecciona el mínimo valor del stock de referencia que cumpla la inecuación $FR_{objetivo} \leq FR_n$. Para cada experimento se plantean las inecuaciones que a continuación se detallan en los apartados siguientes.

4.3.4.1 Experimento Bk: procedimientos de cálculo para determinar S en un contexto de diferimiento de demanda

En el *Experimento Bk* se utiliza la tasa de unidades servidas objetivo, $FR_{objetivo}$, así como las expresiones analíticas del método exacto y de las aproximaciones detalladas en la Tabla 4.2 para calcular el mínimo stock de referencia que cumpla con el nivel de servicio objetivo. Para determinar el valor de S buscado, han de resolverse las siguientes inecuaciones:

Para el método exacto:

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Exacto_Bk} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{S_{Ext_Bk}} f_L(S-i) \cdot \left\{ \frac{F_R(i) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i}{j} \cdot \frac{f_R(j)}{1 - F_R(0)} \right\} & \text{si } NS_0 > 0 \\ 0 & \text{si } NS_0 \leq 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

Para los métodos aproximados:

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Aprox_Bk} = \begin{cases} 1 - \frac{\sum_{i=1}^{S_{Aprox_Bk}} f_L(S-i) \cdot \sum_{j=i+1}^{\infty} (j-i) f_R(j)}{\sum_{j=1}^{\infty} j \cdot f_R(j)} & \text{si } NS_0 > 0 \\ 0 & \text{si } NS_0 \leq 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Trad_D} = 1 - \frac{\sum_{i=S_{Trad_D}}^{\infty} (i-S) \cdot f_{R+L}(i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (4.4)$$

$$FR_{objetivo} \leq FR_{H\&W_D} = \frac{\sum_{i=S_{H\&W_D}}^{\infty} (i-S) \cdot f_{R+L}(i) - \sum_{j=S_{H\&W_D}}^{\infty} (j-S) \cdot f_L(j)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (4.5)$$

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Silver70_D} = \frac{\sum_{i=-\infty}^{S_{Silver70_D}} D_R \cdot f_{R+L}(i) + \sum_{i=S}^{S_{Silver70_D} + D_R} (S + D_R - i) \cdot f_{R+L}(i) \sum_{i=S_{Silver70_D} + D_R}^{\infty} 0 \cdot P(D_{R+L} = i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (4.6)$$

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Johnson_D} = \frac{\sum_{i=-\infty}^{S_{Johnson_D}} \sum_{j=S_{Johnson_D}-i}^{\infty} (D_1 + D_{R+L-1} - S) \cdot f_1(j) \cdot f_{R+L-1}(i) + \mu \cdot (1 - F_{R+L-1}(S))}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (4.7)$$

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Teunter_D} = 1 - \frac{\sum_{j=0}^{S_{Teunter_D}} (S-j) \cdot f_L(j) - \sum_{i=0}^{S_{Teunter_D}} (S-i) \cdot f_{R+L}(i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (4.8)$$

4.3.4.2 Experimento LS: procedimiento de cálculo para determinar S en un contexto de no diferimiento de demanda

Análogamente a lo anterior, en el *Experimento LS* se utiliza la tasa de unidades servidas objetivo, $FR_{objetivo}$, y las expresiones analíticas del método exacto y de las aproximaciones detalladas en la Tabla 4.3 para calcular el mínimo stock de referencia que cumpla el nivel de servicio objetivo. En este caso, se plantean las siguientes inecuaciones:

Para el método exacto:

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Exacto_LS} = \sum_{OH_0=0}^{S_{Ext_LS}} P(OH_0) \cdot \left\{ \frac{F_R(i) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i}{j} \cdot \frac{f_R(j)}{1 - F_R(0)} \right\} \quad (4.9)$$

Para los métodos aproximados se utilizarán, por un lado las inecuaciones planteadas anteriormente, (expresiones de la (4.2) a la (4.8)) correspondientes a las aproximaciones desarrolladas en un contexto de diferimiento de demanda:

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Exacto_Bk} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{S_{Ext_Bk}} f_L(S-i) \cdot \left\{ \frac{F_R(i) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} + \sum_{j=i+1}^{\infty} \frac{i}{j} \cdot \frac{f_R(j)}{1 - F_R(0)} \right\} & \text{si } NS_0 > 0 \\ 0 & \text{si } NS_0 \leq 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Aprox_Bk} = \begin{cases} 1 - \frac{\sum_{i=1}^{S_{Aprox_Bk}} f_L(S-i) \cdot \sum_{j=i+1}^{\infty} (j-i) f_R(j)}{\sum_{j=1}^{\infty} j \cdot f_R(j)} & \text{si } NS_0 > 0 \\ 0 & \text{si } NS_0 \leq 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Trad_D} = 1 - \frac{\sum_{i=S_{Trad_D}}^{\infty} (i-S) \cdot f_{R+L}(i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (4.12)$$

$$FR_{objetivo} \leq FR_{H\&W_D} = \frac{\sum_{i=S_{H\&W_D}}^{\infty} (i-S) \cdot f_{R+L}(i) - \sum_{j=S_{H\&W_D}}^{\infty} (j-S) \cdot f_L(j)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (4.13)$$

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Silver70_D} = \frac{\sum_{i=-\infty}^{S_{Silver70_D}} D_R \cdot f_{R+L}(i) + \sum_{i=S}^{S_{Silver70_D}+D_R} (S+D_R-i) \cdot f_{R+L}(i) - \sum_{i=S_{Silver70_D}+D_R}^{\infty} 0 \cdot P(D_{R+L}=i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (4.14)$$

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Johnson_D} = \frac{\sum_{i=-\infty}^{S_{Johnson_D}} \sum_{j=S_{Johnson_D}-i}^{\infty} (D_1+D_{R+L-1}-S) \cdot f_1(j) \cdot f_{R+L-1}(i) + \mu \cdot (1-F_{R+L-1}(S))}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (4.15)$$

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Teunter_D} = 1 - \frac{\sum_{j=0}^{S_{Teunter_D}} (S-j) \cdot f_L(j) - \sum_{i=0}^{S_{Teunter_D}} (S-i) \cdot f_{R+L}(i)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_R(k)} \quad (4.16)$$

y por otro lado la correspondiente a la aproximación desarrollada explícitamente en un contexto de no diferimiento de demanda no servida:

$$FR_{objetivo} \leq FR_{Aprox_LS} = 1 - \frac{\sum_{OH_0=0}^{S_{Aprox_LS}} P(OH_0) \cdot \sum_{j=i+1}^{\infty} (j-i) \cdot f_R(j)}{\sum_{j=1}^{\infty} j \cdot f_R(j)} \quad (4.17)$$

4.3.5 Experimentación

La Figura 4.7 muestra el esquema que se ha planteado para la experimentación. A partir de unos datos de entrada, se ejecutan los distintos métodos de cálculo de la tasa de unidades servidas, lo que permite obtener el valor del stock de referencia mínimo que cumple con el $FR_{objetivo}$ de cada uno de estos métodos.

Como datos de entrada se consideran, por un lado, los relativos a la política de revisión, es decir, el valor del periodo de revisión, R , y del plazo de aprovisionamiento, L ; por otro lado se consideran los relativos a la demanda, es decir, la función de distribución y sus parámetros. Y por último, también se considera como entrada el valor objetivo de la tasa de unidades servidas, $FR_{objetivo}$. Este esquema se ha realizado con la combinación factible de los datos resumidos en la Tabla 4.9, con un total de 235.620 casos para el *Experimento Bk* y un total de 89.760 casos para el *Experimento LS*. Para cada caso y cada método de cálculo se obtiene una estimación del stock de referencia que cumple con la tasa de unidades servidas objetivo.

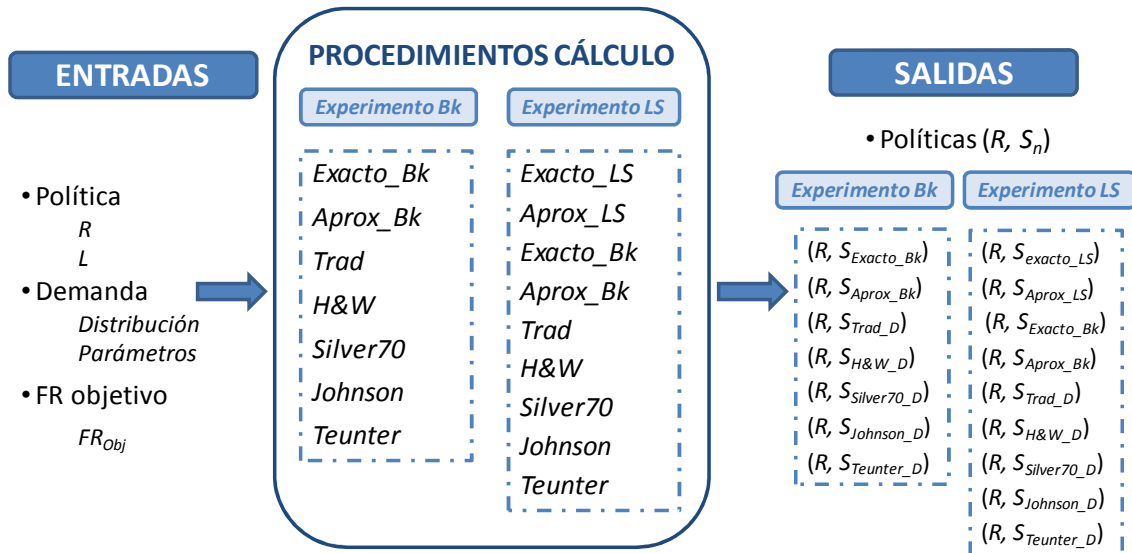


Figura 4.7: Esquema de los experimentos planteados.
Fuente: Elaboración propia.

El esquema de ambos experimentos es el mismo, la única diferencia es, como se ha ido indicando a lo largo de este capítulo, los procedimientos de cálculo considerados. En ambos casos, la experimentación ha sido programada en JAVA versión 1.6.0_24 y ejecutada en un ordenador portátil con procesador Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU P8600 de 2.40 GHz y memoria RAM de 4.00 GB (2.99 GB utilizable).

CRITERIO DE DISEÑO	
FR objetivo	0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 0.99
POLÍTICA	
Hipótesis	(1) L constante y conocido; (2) la orden de aprovisionamiento se contabiliza al final del periodo en que se recibe; Experimento B_k (3) Se permite diferir la demanda no servida en el ciclo; Experimento LS (3) No se permite diferir demanda no servida en el ciclo; (4) $L < R$.
R	1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20
L	1, 3, 5, 7, 10, 15, 20
DEMANDA	
Hipótesis	(1) Discreta y conocida; (2) estacionaria; (3) <i>i.i.d.</i>
Poisson	λ 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20
	n 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 15, 20
Binomial	ϑ 0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.25, 0.5, 0.75, 0.9, 0.95, 0.99
Binomial	r 0.05, 0.1, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 3.5, 4
Negativa	ϑ 0.1, 0.15, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99

Tabla 4.9: Conjunto de hipótesis y datos considerados en los experimentos.

CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

5.1 INTRODUCCIÓN

Una vez definido el propósito y diseño de los experimentos, se lleva a cabo un primer análisis descriptivo de los resultados experimentales obtenidos. Para ello, este capítulo analiza el comportamiento de las aproximaciones en la estimación del stock de referencia frente al método exacto para los distintos valores de la tasa de unidades servidas objetivos (FR_{Obj}) establecidos en la Tabla 4.8. El primer paso es definir cómo se medirá el error de estimación de cada aproximación (punto 5.2). Una vez determinado cómo estimar el error, en el punto 5.3 se realiza el análisis de dichos errores para los 235.620 casos del *Experimento Bk*. Para ello, se presenta, por cada variable aleatoria y posteriormente de forma agregada, el análisis de los errores en los que incurre cada aproximación del *Experimento Bk* a la hora de determinar el stock de referencia en función del valor de la tasa de unidades servidas objetivo. Además, se muestra un ejemplo ilustrativo del coste computacional que requiere cada método para estimar el stock de referencia que cumpla con un valor objetivo de la tasa de unidades servidas medio del 0.70, lo que permite conocer qué métodos de estimación son más rápidos. Del mismo modo, en el punto 5.4 se realiza el análisis de los errores de los 89.760 casos del *Experimento LS*, distinguiendo por variable aleatoria y posteriormente de forma agregada. También en este caso se presenta un ejemplo ilustrativo del coste computacional de cada método en la estimación del stock de referencia.

5.2 EL ERROR RELATIVO DE LOS MÉTODOS DE CÁLCULO DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN LA DETERMINACIÓN DEL STOCK DE REFERENCIA

El propósito de este capítulo es establecer cómo se comportan las aproximaciones respecto al cálculo exacto en la estimación del stock de referencia. Para estudiar este comportamiento, es necesario analizar el error relativo en el que incurre cada una de las aproximaciones respecto

al método exacto, expresándolo en porcentaje. Para ello, se define el error relativo del siguiente modo:

$$E_{r_Aproximación} = \frac{S_{Exacta} - S_{Aproximación}}{S_{Exacta}} \quad (5.1)$$

donde S_{Exacta} se sustituye por el valor del stock de referencia obtenido por el método exacto de cada experimento y $S_{Aproximación}$ por el valor del stock de referencia obtenido mediante la aproximación que se esté analizando. La Figura 5.1 muestra cómo se han calculado los errores relativos de cada aproximación en los dos experimentos realizados.

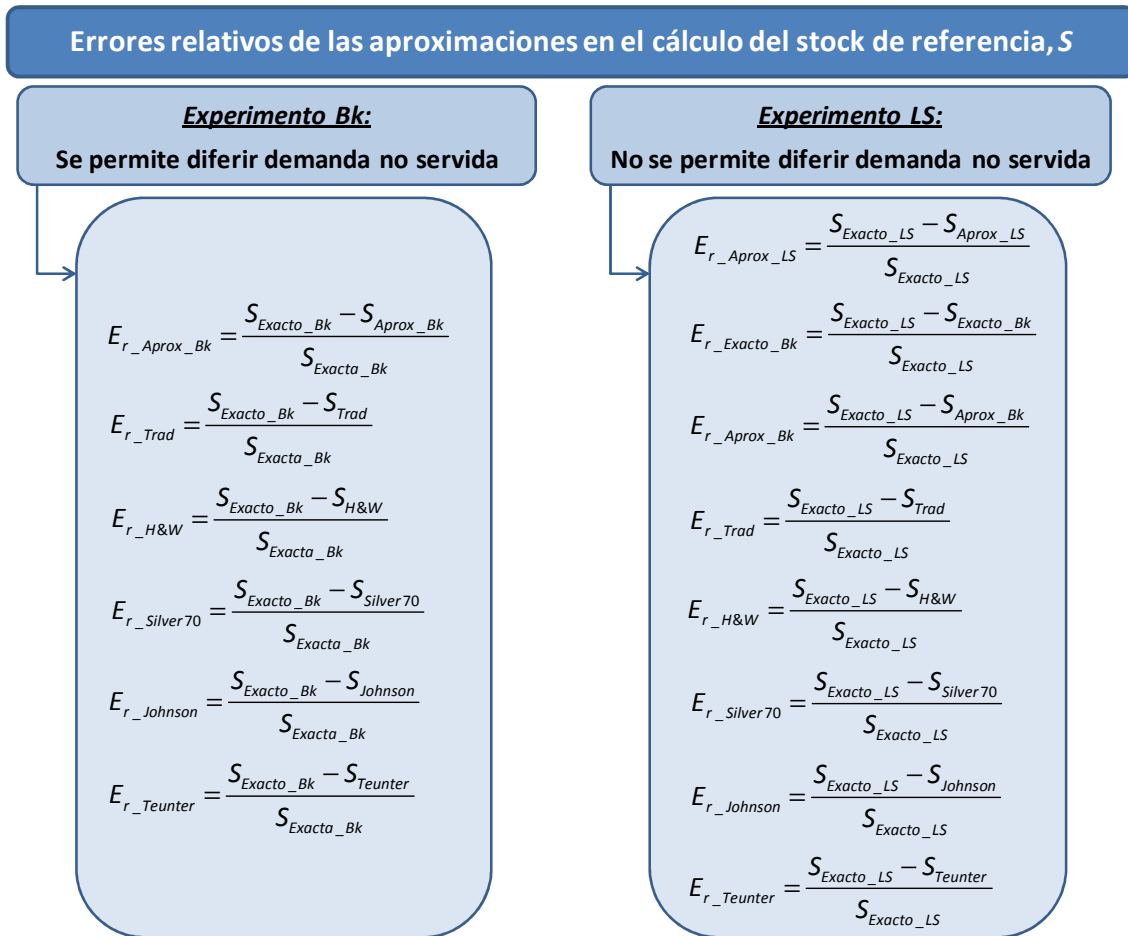


Figura 5.1: Cálculo de los errores relativos de las aproximaciones analizadas en cada experimento.

Al definir de esta forma el error relativo se consigue información no sólo de la desviación relativa de las aproximaciones con respecto al exacto, sino del comportamiento de la aproximación en términos de subestimar o sobreestimar el stock de referencia. Por tanto y de manera general, un error relativo con signo negativo indica que el stock de referencia calculado con una aproximación cualesquiera sobreestima el exacto, lo que si bien tiene un impacto negativo en el inventario medio ya que se establece un stock de referencia mayor al necesario lo que implica mayor cantidad almacenada, no incumple el criterio de servicio establecido como objetivo para el diseño de la política. Por el contrario, si el signo del error es positivo el stock de referencia queda subestimado por la aproximación, lo que implica no

cumplir con el nivel de servicio objetivo de modo que los gestores creen que están más protegidos de lo que realmente están.

5.3 ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LOS ERRORES RELATIVOS DEL EXPERIMENTO BK EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO

5.3.1 Poisson

La Tabla 5.1 presenta el error relativo máximo y mínimo en el que incurren las seis aproximaciones analizadas en este experimento ante variaciones de la tasa de unidades servidas objetivo para los valores correspondientes a la distribución de Poisson.

FR_{Obj}	Error relativo Máximo					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.83%	0.00%
0.55	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.84%	0.00%
0.6	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.84%	0.00%
0.65	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.85%	0.00%
0.7	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.85%	0.00%
0.75	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.86%	0.00%
0.8	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.86%	0.00%
0.85	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.86%	0.00%
0.9	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.87%	0.00%
0.95	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.87%	0.00%
0.99	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	50.00%	0.00%
FR_{Obj}	Error relativo Mínimo					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.55	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-33.33%	-33.33%	-100.00%
0.6	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.65	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.7	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.75	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.8	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-33.33%	-100.00%
0.85	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.9	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.95	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-33.33%	-33.33%	-100.00%
0.99	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-33.33%	-50.00%	-50.00%

Tabla 5.1: Máximo y mínimo de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución de Poisson. Experimento Bk.

Puede observarse que *Aprox_Bk*, *Trad*, *H&W* y *Teunter* sólo presentan valores negativos del error relativo, lo que indica que todas estas aproximaciones nunca subestiman el valor del

stock de referencia. En cambio, tanto *Silver70* como *Johnson* muestran errores relativos positivos y negativos lo que hace que el error promedio se compense por efecto del signo de los errores y por tanto no puedan compararse con el resto de aproximaciones. En el caso concreto de *Silver70*, puede verse que el error relativo máximo que alcanza es del 50% para cualquier valor de la tasa de unidades servidas; mientras que *Johnson* muestra errores máximos del 99% en todos los valores de la tasa de unidades servidas salvo cuando $FR_{Obj}=0.99$ que el error máximo es del 50%.

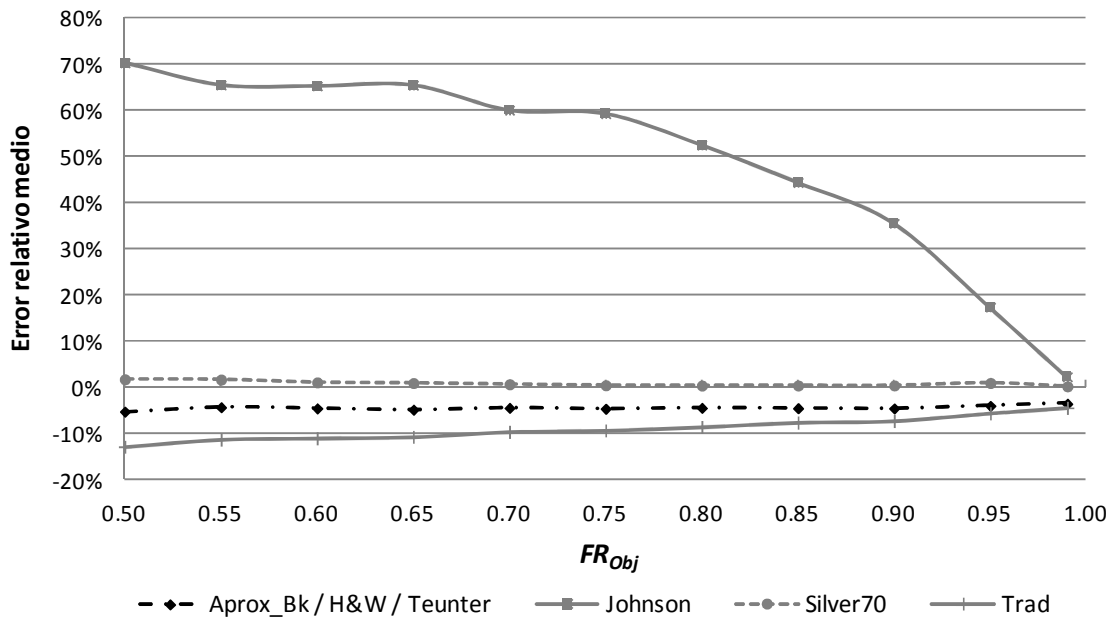
Por otra parte, se observa que los errores relativos mínimos de *Aprox_Bk*, *Trad*, *H&W* y *Teunter* son del -100% para todos los valores de la tasa de unidades servidas, excepto si $FR_{Obj}=0.99$ que disminuye el error mínimo a un -50%.

La Tabla 5.2 presenta el error relativo medio y la desviación estándar de las aproximaciones frente a la tasa de unidades servidas para los valores correspondientes a la distribución de Poisson. Obsérvese que *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* obtienen el mismo error medio y desviación estándar, es decir, obtienen el mismo valor del stock de referencia. En general, todas las aproximaciones muestran una disminución del error promedio a medida que incrementa la tasa de unidades servidas.

FR_{Obj}	Error relativo medio					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	-5.16%	-12.74%	-5.16%	1.84%	70.31%	-5.16%
0.55	-4.22%	-11.19%	-4.22%	1.79%	65.54%	-4.22%
0.6	-4.44%	-10.91%	-4.44%	1.18%	65.33%	-4.44%
0.65	-4.72%	-10.62%	-4.72%	1.04%	65.49%	-4.72%
0.7	-4.35%	-9.54%	-4.35%	0.78%	60.07%	-4.35%
0.75	-4.52%	-9.22%	-4.52%	0.55%	59.32%	-4.52%
0.8	-4.35%	-8.47%	-4.35%	0.50%	52.53%	-4.35%
0.85	-4.40%	-7.52%	-4.40%	0.51%	44.44%	-4.40%
0.9	-4.46%	-7.16%	-4.46%	0.52%	35.61%	-4.46%
0.95	-3.91%	-5.50%	-3.91%	1.06%	17.46%	-3.91%
0.99	-3.45%	-4.32%	-3.45%	0.32%	2.40%	-3.45%
FR_{Obj}	Desviación estándar					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	13.31%	21.97%	13.30%	10.86%	38.59%	13.30%
0.55	12.50%	21.19%	12.50%	11.19%	39.39%	12.50%
0.6	11.96%	20.26%	11.96%	11.55%	40.09%	11.96%
0.65	12.51%	20.05%	12.51%	11.32%	40.49%	12.51%
0.7	11.45%	18.78%	11.45%	11.24%	41.13%	11.45%
0.75	11.42%	18.37%	11.42%	11.32%	42.26%	11.42%
0.8	11.36%	17.61%	11.36%	11.57%	42.65%	11.36%
0.85	10.66%	15.36%	10.66%	12.15%	42.78%	10.66%
0.9	10.53%	14.79%	10.53%	12.31%	41.27%	10.53%
0.95	8.53%	10.99%	8.53%	12.85%	29.71%	8.53%
0.99	6.40%	7.47%	6.40%	10.63%	7.38%	6.40%

Tabla 5.2: Media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución de Poisson. Experimento Bk.

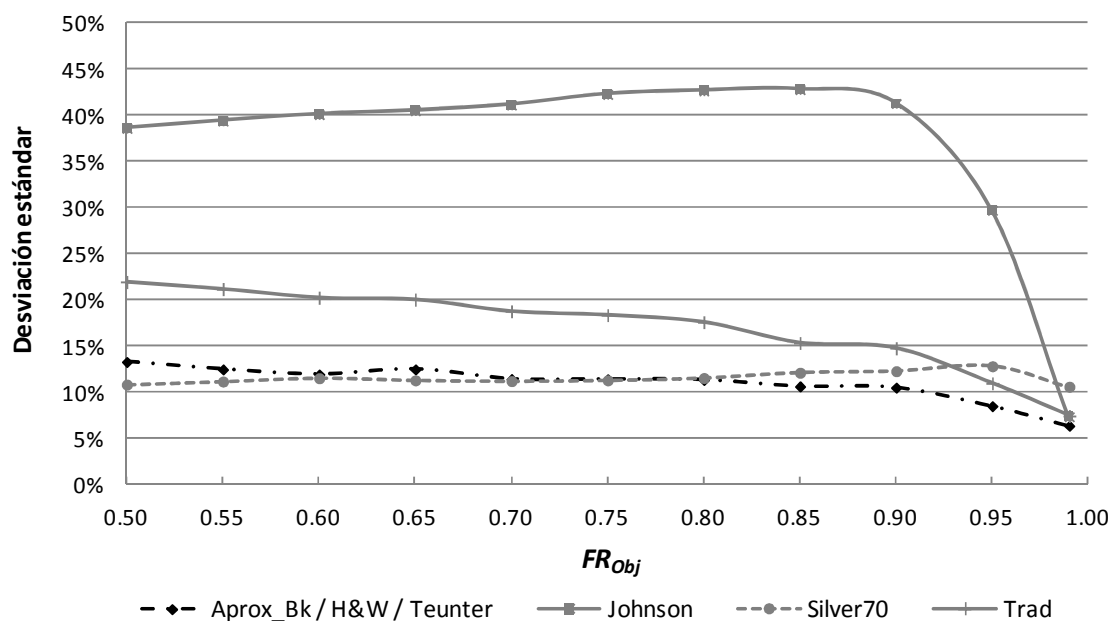
La Gráfica 5.1 presenta el error relativo medio frente a la tasa de unidades servidas objetivo para la distribución de Poisson. En ella se observa que el comportamiento de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* son iguales, y que éste a su vez es muy similar al de *Silver70*. No obstante, como se ha comentado, *Silver70* presenta valores positivos y negativos del error relativo, lo que hace que no sea comparable al compensarse por el efecto de los signos. Por otra parte, no parece que exista ninguna relación de dependencia entre el error promedio de estas cuatro aproximaciones y la tasa de unidades servidas. En cambio, en el caso de *Trad* se aprecia una disminución del error medio ante aumentos de la tasa de unidades servidas. De hecho, en *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* se observa un sesgo significativo. Por último, *Johnson* es la aproximación que muestra un mayor error medio en términos absolutos, a pesar de la compensación de éste al tomar valores positivos y negativos del error, mostrando una disminución del error promedio a medida que aumenta el valor de la tasa de unidades servidas hasta alcanzar errores medios del 2% cuando $FR_{Obj}=0.99$. Comparando las aproximaciones entre sí, se aprecia claramente que es *Silver70* la que muestra un menor error relativo medio siendo éste, en todos los casos, muy cercano al 0.00%. Sin embargo, no debe olvidarse la compensación de los signos del error, lo que hace que sus errores medios no sean comparables.



Gráfica 5.1: Error relativo medio de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución de Poisson. Experimento Bk.

En la Gráfica 5.2 se muestra la desviación estándar del error frente a la tasa de unidades servidas para la distribución de Poisson. En el caso de *Trad* se observa una disminución de la desviación estándar al aumentar la tasa de unidades servidas. Las aproximaciones *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* también presentan, en general, una disminución de la desviación estándar. Por su parte, no se observa relación alguna entre el valor de la tasa de unidades servidas y la desviación estándar de *Silver70* ya que ésta aumenta y disminuye sin ningún patrón apreciable ante variaciones de la tasa de unidades servidas. En cuanto a *Johnson*, es la aproximación que presenta una mayor desviación estándar del error. En la gráfica se aprecia un incremento de su

desviación estándar para $FR_{Obj} < 0.90$, y a partir de ese valor, desciende bruscamente. Analizando cuál es la aproximación que tiene una menor desviación estándar del error relativo, se observa que es *Silver70* para valores de la tasa de unidades servidas inferiores al 0.75, en cambio para valores superiores son *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* las que muestran una menor desviación.



Gráfica 5.2: Desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución de Poisson. Experimento Bk.

Por último, comparando los errores promedios con la desviación estándar se muestra que, para todas las aproximaciones excepto *Johnson*, la desviación estándar del error es más alta que el error promedio. Sobre todo es destacable el caso de *Silver70* cuyo error medio es muy pequeño (menor del 2.00% en todos los casos) mientras que la desviación estándar oscila alrededor del 10%, lo que puede deberse a la compensación del signo del error promedio al tener errores positivos y negativos.

5.3.2 Binomial

La Tabla 5.3 muestra el máximo y el mínimo de los errores relativos de las seis aproximaciones del Experimento Bk frente a la tasa de unidades servidas para los valores correspondientes a la distribución Binomial. Al igual que en el caso anterior, *Aprox_Bk*, *Trad*, *H&W* y *Teunter* presentan únicamente errores relativos negativos, lo que indica que siempre sobreestiman el valor del stock de referencia; mientras que *Silver70* y *Johnson* presentan tanto errores positivos como negativos. También como en el caso anterior, *Silver70* muestra un error máximo de 50% para cualquier valor de la tasa de unidades servidas.

FR_{Obj}	Error relativo Máximo					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.83%	0.00%
0.55	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.84%	0.00%
0.6	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.84%	0.00%
0.65	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.85%	0.00%
0.7	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.85%	0.00%
0.75	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.86%	0.00%
0.8	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.86%	0.00%
0.85	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.86%	0.00%
0.9	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.87%	0.00%
0.95	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.87%	0.00%
0.99	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	50.00%	0.00%
FR_{Obj}	Error relativo Mínimo					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	-100.00%	-200.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.55	-100.00%	-200.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.6	-100.00%	-200.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.65	-100.00%	-200.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.7	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.75	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.8	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.85	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.9	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.95	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.99	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-33.33%	-50.00%	-50.00%

Tabla 5.3: Máximo y mínimo de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial. Experimento Bk.

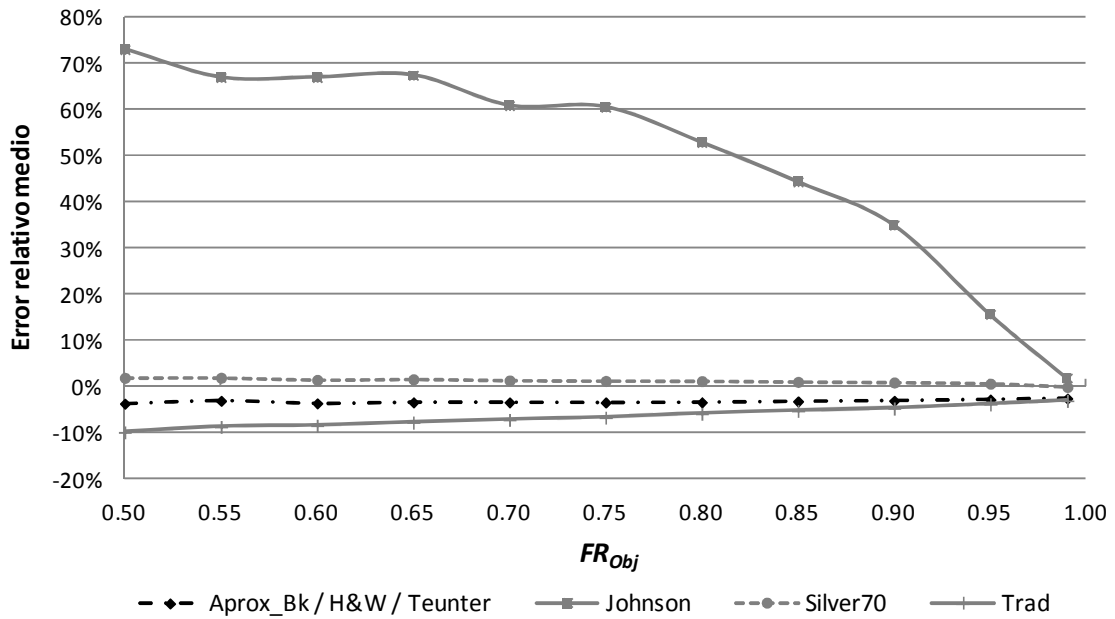
En la Tabla 5.4 se presenta el error relativo promedio y la desviación estándar de los errores de las aproximaciones para cada nivel objetivo de la tasa de unidades servidas para los valores correspondientes a la distribución Binomial. De nuevo se observa que los errores medios y las desviaciones de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* son idénticos. Para estas tres aproximaciones cuando $FR_{Obj} < 0.75$ no parece que exista ninguna relación de dependencia entre el error promedio y la tasa de unidades servidas ya que se observan oscilaciones del error promedio, pero a partir de $FR_{Obj} \geq 0.75$ sí se aprecia una disminución del error medio a medida que aumenta la tasa de unidades servidas. Por su parte, tanto *Trad* como *Silver70* muestran una disminución del error promedio ante incrementos de la tasa de unidades servidas, siendo además *Silver70* la aproximación que presenta un menor error relativo medio. No obstante, debe recordarse que en esta aproximación se producen tanto errores positivos como negativos, y de ahí que su error medio no sea comparable al del resto de aproximaciones. Por último, y al igual que en el caso anterior, es *Johnson* la aproximación que tiene un mayor error relativo medio, alcanzando valores muy elevados (mayor del 60%) para $FR_{Obj} < 0.80$, y disminuyendo a medida que aumenta la FR_{Obj} hasta alcanzar un error relativo medio del 1.94% cuando $FR_{Obj} = 0.99$.

FR_{Obj}	Error relativo medio					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	-3.61%	-9.83%	-3.61%	1.97%	72.99%	-3.62%
0.55	-3.02%	-8.68%	-3.02%	1.98%	66.94%	-3.02%
0.6	-3.56%	-8.41%	-3.56%	1.52%	66.98%	-3.56%
0.65	-3.33%	-7.73%	-3.33%	1.65%	67.42%	-3.33%
0.7	-3.34%	-7.13%	-3.34%	1.40%	60.86%	-3.34%
0.75	-3.37%	-6.65%	-3.37%	1.29%	60.55%	-3.37%
0.8	-3.33%	-5.80%	-3.33%	1.26%	52.90%	-3.33%
0.85	-3.14%	-5.20%	-3.14%	1.08%	44.36%	-3.14%
0.9	-2.99%	-4.66%	-3.00%	0.96%	35.00%	-3.00%
0.95	-2.76%	-3.77%	-2.76%	0.70%	15.73%	-2.77%
0.99	-2.52%	-3.01%	-2.52%	-0.01%	1.94%	-2.52%
FR_{Obj}	Desviación estándar					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	12.45%	21.78%	12.45%	10.63%	36.98%	12.45%
0.55	11.52%	20.63%	11.52%	10.87%	39.61%	11.52%
0.6	12.04%	19.65%	12.04%	11.28%	40.05%	12.04%
0.65	11.89%	18.64%	11.89%	11.44%	39.96%	11.89%
0.7	11.36%	17.22%	11.36%	11.32%	41.82%	11.36%
0.75	11.14%	16.22%	11.14%	11.56%	42.45%	11.14%
0.8	10.62%	14.78%	10.62%	11.60%	43.72%	10.62%
0.85	9.88%	13.08%	9.88%	11.49%	43.84%	9.88%
0.9	9.05%	11.73%	9.12%	11.08%	42.37%	9.12%
0.95	7.63%	9.14%	7.63%	10.32%	30.21%	7.63%
0.99	6.23%	6.87%	6.23%	8.30%	6.75%	6.23%

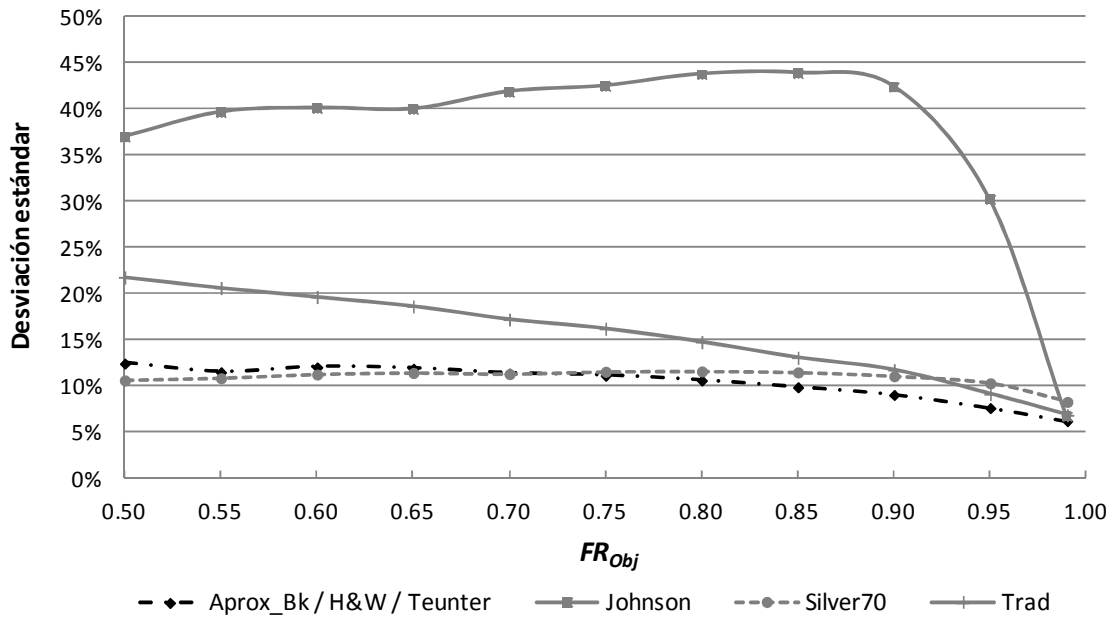
Tabla 5.4: Media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial. Experimento Bk.

En la Gráfica 5.3 se observan claramente estos comportamientos. En ella puede comprobarse que la aproximación que muestra un menor error relativo medio es *Silver70*, y que de nuevo *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* están sesgadas.

En la Gráfica 5.4 se representa la desviación estándar de las seis aproximaciones frente a la tasa de unidades servidas para los valores correspondientes a la distribución Binomial. También en este caso es *Johnson* la que muestra valores más elevados de la desviación estándar, con un ligero incremento de ésta para valores de $FR_{Obj} < 0.90$ y reduciéndose considerablemente para valores elevados de la tasa de unidades servidas ($FR_{Obj} \geq 0.90$). En el caso de *Trad*, se observa un descenso de la desviación estándar a medida que se incrementa la tasa de unidades servidas. En cuanto a la desviación estándar de *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* y *Silver70*, se mantiene en valores muy similares si $FR_{Obj} = [0.50, 0.75]$. A partir de ese valor, se observa un descenso de la desviación estándar de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter*; mientras que *Silver70* se mantiene en valores cercanos a una desviación estándar del 11% hasta valores altos de la tasa de unidades servidas ($FR_{Obj} \geq 0.90$) donde sí se aprecia un descenso.



Gráfica 5.3: Error relativo medio de las aproximaciones en función de la tasa se unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial. Experimento Bk.



Gráfica 5.4: Desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial. Experimento Bk.

Por tanto, según se observa en la Gráfica 5.4, es *Silver70* la aproximación que muestra un menor error promedio, seguida de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* que presentan un comportamiento muy similar. En cuanto a la desviación estándar, como se puede apreciar en la Gráfica 5.5, son también estas aproximaciones las que tienen una desviación estándar más pequeña; más concretamente es *Silver70* para valores de $FR_{Obj} \leq 0.70$ y *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* para valores $FR_{Obj} > 0.70$. Por último, comparando el error promedio con la desviación

estándar, tal y como sucedía en el caso de Poisson, todas las aproximaciones muestran un error medio menor que su desviación estándar, salvo *Johnson*.

5.3.3 Binomial Negativa

La Tabla 5.5 presenta el error relativo máximo y mínimo de cada aproximación para cada nivel de la tasa de unidades servidas objetivo para los valores correspondientes a la distribución Binomial Negativa. Como en los dos casos anteriores, *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* siempre sobreestiman el valor del stock de referencia, pues sólo presentan errores relativos negativos. En cambio *Silver70* y *Johnson* muestran errores tanto positivos como negativos.

FR_{Obj}	Error relativo Máximo					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	0.00%	0.00%	0.00%	66.67%	99.91%	0.00%
0.55	0.00%	0.00%	0.00%	66.67%	99.91%	0.00%
0.6	0.00%	0.00%	0.00%	75.00%	99.91%	0.00%
0.65	0.00%	0.00%	0.00%	75.00%	99.92%	0.00%
0.7	0.00%	0.00%	0.00%	75.00%	99.92%	0.00%
0.75	0.00%	0.00%	0.00%	75.00%	99.92%	0.00%
0.8	0.00%	0.00%	0.00%	75.00%	99.92%	0.00%
0.85	0.00%	0.00%	0.00%	80.00%	99.93%	0.00%
0.9	0.00%	0.00%	0.00%	71.43%	99.93%	0.00%
0.95	0.00%	0.00%	0.00%	66.67%	99.93%	0.00%
0.99	0.00%	0.00%	0.00%	66.67%	50.00%	0.00%
FR_{Obj}	Error relativo Mínimo					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	-200.00%	-600.00%	-200.00%	-50.00%	-200.00%	-200.00%
0.55	-200.00%	-600.00%	-200.00%	-50.00%	-200.00%	-200.00%
0.6	-200.00%	-400.00%	-200.00%	-50.00%	-150.00%	-200.00%
0.65	-200.00%	-433.33%	-200.00%	-50.00%	-200.00%	-200.00%
0.7	-166.67%	-325.00%	-166.67%	-50.00%	-166.67%	-166.67%
0.75	-166.67%	-300.00%	-166.67%	-50.00%	-166.67%	-166.67%
0.8	-150.00%	-257.14%	-150.00%	-50.00%	-150.00%	-150.00%
0.85	-140.00%	-220.00%	-140.00%	-50.00%	-140.00%	-140.00%
0.9	-114.29%	-188.89%	-114.29%	-50.00%	-100.00%	-114.29%
0.95	-100.00%	-140.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.99	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-33.33%	-100.00%	-100.00%

Tabla 5.5: Máximo y mínimo de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial Negativa. Experimento Bk.

En este caso se observan ciertas diferencias frente a lo que sucedía para los valores correspondientes a Poisson y Binomial. Por un lado, el error relativo máximo de *Silver70* ya no es siempre del 50%, apareciendo errores mayores de incluso el 80% para $FR_{Obj}=0.85$. En cuanto a los errores mínimos también se observa un comportamiento distinto ya que todas las aproximaciones, excepto *Silver70*, presentan errores mínimos más elevados en todos los casos, alcanzando incluso errores de -600% en el caso de *Trad*. Todas estas diferencias pueden

justificarse porque la distribución Binomial Negativa es la única que presenta patrones erráticos y grumosos cuando el coeficiente de variación cuadrado es elevado.

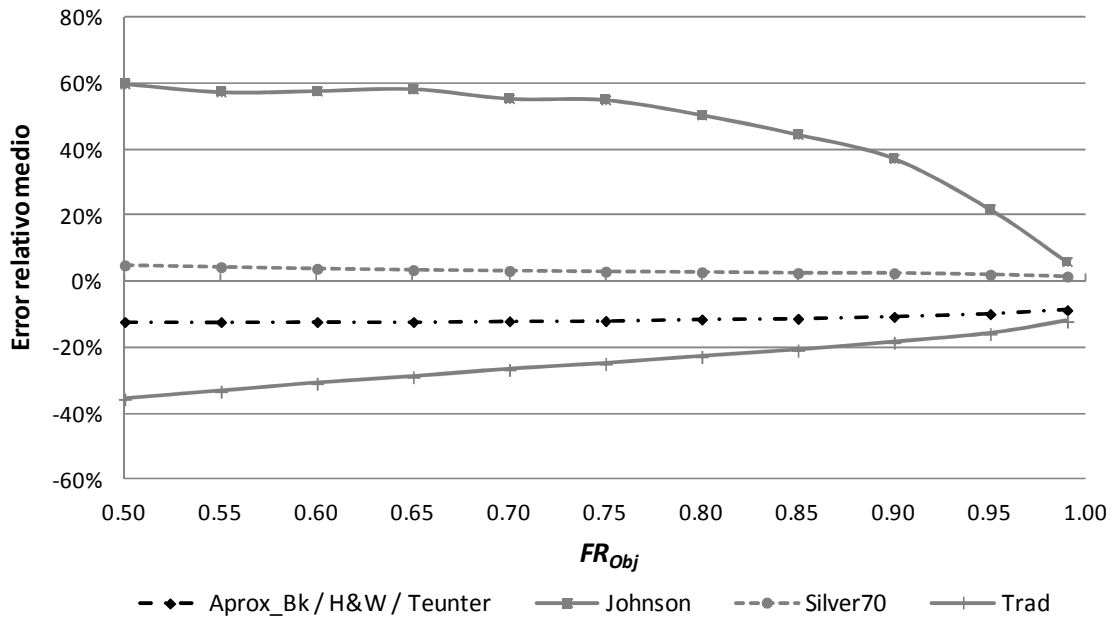
FR_{Obj}	Error relativo medio					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	-12.32%	-35.78%	-12.32%	4.83%	59.85%	-12.32%
0.55	-12.37%	-33.45%	-12.37%	4.29%	57.37%	-12.37%
0.6	-12.31%	-31.02%	-12.31%	3.79%	57.72%	-12.31%
0.65	-12.34%	-29.05%	-12.34%	3.41%	58.30%	-12.34%
0.7	-12.10%	-26.83%	-12.10%	3.14%	55.36%	-12.10%
0.75	-12.01%	-25.06%	-12.01%	2.91%	54.97%	-12.01%
0.8	-11.57%	-22.91%	-11.57%	2.75%	50.42%	-11.57%
0.85	-11.35%	-20.96%	-11.35%	2.49%	44.49%	-11.35%
0.9	-10.76%	-18.60%	-10.76%	2.45%	37.23%	-10.76%
0.95	-9.96%	-15.95%	-9.96%	2.01%	21.87%	-9.96%
0.99	-8.79%	-12.17%	-8.79%	1.44%	5.95%	-8.79%
FR_{Obj}	Desviación estándar					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	22.48%	49.40%	22.48%	14.55%	43.46%	22.48%
0.55	21.95%	46.04%	21.95%	14.74%	42.76%	21.95%
0.6	21.43%	41.92%	21.43%	15.02%	42.77%	21.43%
0.65	20.99%	38.55%	20.99%	15.29%	42.89%	20.99%
0.7	20.15%	35.11%	20.15%	15.62%	42.14%	20.15%
0.75	19.57%	32.63%	19.57%	15.88%	42.55%	19.57%
0.8	18.57%	29.63%	18.57%	16.29%	42.02%	18.57%
0.85	17.64%	26.84%	17.64%	16.50%	41.14%	17.64%
0.9	16.05%	23.69%	16.05%	16.53%	39.54%	16.05%
0.95	13.87%	19.82%	13.87%	16.31%	30.14%	13.87%
0.99	11.44%	14.31%	11.44%	15.21%	12.85%	11.44%

Tabla 5.6: Media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial Negativa. Experimento Bk.

La Tabla 5.6 muestra el error medio y la desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones frente a la tasa de unidades servidas objetivo para los valores correspondientes a la distribución Binomial Negativa. Todas las aproximaciones, menos *Johnson*, muestran un error relativo promedio y una desviación estándar mayores que para el caso de la distribución de Poisson y Binomial. También en este caso se observa que *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* obtienen el mismo valor del stock de referencia, pues muestran el mismo error promedio y desviación estándar.

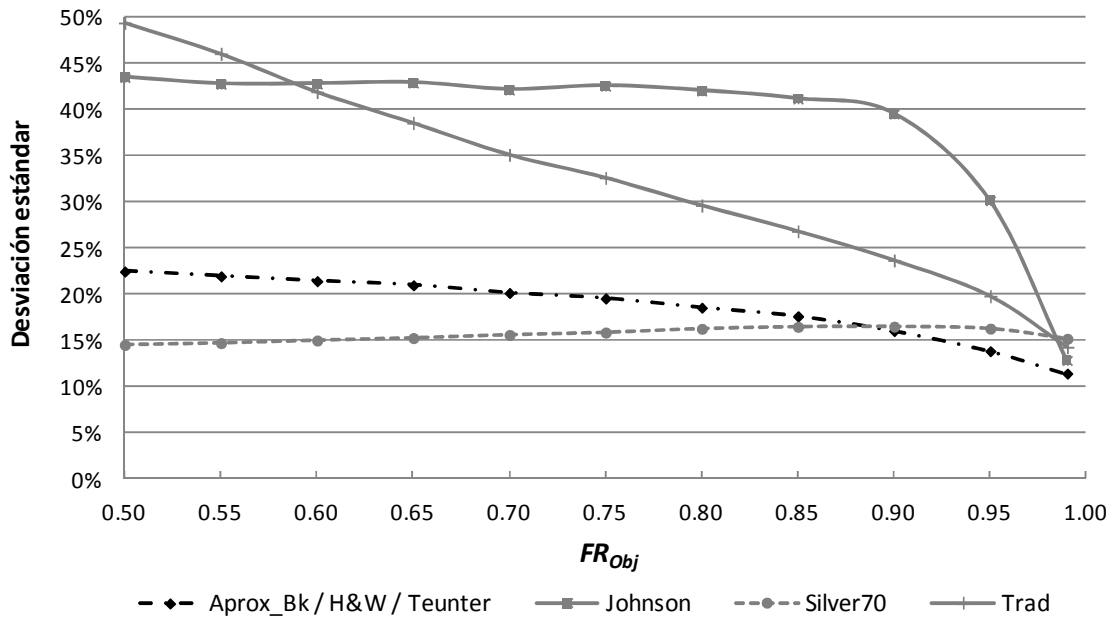
En la Gráfica 5.5 se observa el error relativo medio frente a la tasa de unidades servidas objetivo para los valores de la distribución Binomial Negativa. Tanto en el caso de *Trad* como *Johnson* se aprecia un descenso del error promedio ante incrementos de FR_{Obj} , pero en el caso de *Trad* los errores medios son siempre negativos, mientras que *Johnson* presenta errores positivos. En cambio, *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* y *Silver70* se muestran más robustas, ya que aunque sí hay un descenso del error medio, éste es muy pequeño lo que implica una variación muy pequeña del error promedio de estas aproximaciones ante incrementos de la tasa de

unidades servidas. De nuevo, es *Silver70* la aproximación que muestra errores relativos más cercanos a 0.00% en todos los casos, seguida de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter*, que presentan un comportamiento muy similar pero con valores del error medio mayores en términos absolutos. No obstante, ha de tenerse en cuenta que los errores medios de *Silver70* no son comparables al resto de aproximaciones, por las ya mencionadas compensaciones en los signos de los errores relativos. Por último, también en este caso parece que *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* estén sesgadas.



Gráfica 5.5: Error relativo medio de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial Negativa. Experimento Bk.

En la Gráfica 5.6 se muestra la desviación estándar de las aproximaciones frente a la tasa de unidades servidas objetivo para los valores de la distribución Binomial Negativa. En este caso, ya no es *Johnson* la aproximación que presenta una mayor desviación estándar, ya que para valores de $FR_{Obj} < 0.60$ es *Trad* la que tiene una mayor desviación estándar, si bien es cierto, que ésta desciende a medida que aumenta la tasa de unidades servidas. Por su parte, *Johnson* se mantiene prácticamente invariable hasta valores elevados de la tasa de unidades servidas objetivo ($FR_{Obj} > 0.90$) donde muestra un claro descenso de la desviación estándar. En cuanto a *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter*, se observa un descenso de la desviación estándar del error ante incrementos de la tasa de unidades servidas objetivo. Por último, en el caso de *Silver70* sucede lo contrario, a medida que aumenta la tasa de unidades servidas se produce un incremento de la desviación estándar. Analizando cuál es la aproximación que muestra una menor desviación estándar para cada nivel de la tasa de unidades servida, si ésta es inferior a 0.90 es *Silver70*; mientras que para valores superiores a 0.90 son *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter*.



Gráfica 5.6: Desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial Negativa. Experimento Bk.

Comparando el error promedio de cada aproximación con su desviación estándar se observa que, también en este caso, todas las aproximaciones salvo *Johnson* muestran un error medio menor que su desviación. Sin embargo, como se ha comentado, para los valores correspondientes a la Binomial Negativa, tanto del error medio como la desviación son muy superiores a los de la distribución de Poisson y Binomial.

5.3.4 Resultados agregados para las tres variables aleatorias

Una vez analizados los errores de las aproximaciones separando los datos por las tres variables aleatorias, en este punto se presentan los resultados agregados de los 235.620 casos del Experimento Bk. La Tabla 5.7 y la Tabla 5.8 presentan el máximo, el mínimo, el error promedio y la desviación de los errores relativos en los que incurren las aproximaciones frente a la tasa de unidades servidas objetivo. Como se ha expuesto en los puntos anteriores, sólo *Silver70* y *Johnson* muestran errores positivos y negativos; mientras que *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* y *Trad* sólo muestran errores negativos lo que indica que siempre sobreestiman el valor del stock de referencia. Analizando los datos agregados se observa que es *Trad* la aproximación que muestra un mayor error relativo mínimo (-600%) que obviamente corresponde a valores de la distribución Binomial Negativa.

En cuanto a los errores medios, como se ha ido indicando a lo largo de este punto, la aproximación que muestra un mayor error medio es *Johnson*, a pesar de que el signo de los errores puede hacer que la media se compense. Analizando su comportamiento ante incrementos de la tasa de unidades servidas, se observa que el error promedio desciende, sobre todo para valores elevados de FR_{Obj} . En el caso de *Trad*, también se aprecia un descenso del error promedio ante variaciones de la tasa de unidades servidas, aunque muestra un descenso más lineal que el de *Johnson*. En cuanto a *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter*, obviamente,

también en este caso presentan el mismo error relativo medio. Son estas tres aproximaciones, junto con *Silver70*, las que muestran un comportamiento más robusto frente a cambios de la tasa de unidades servidas, aunque es esta última la que presenta valores menores del error promedio. No obstante, como se ha venido comentando, ha de tenerse en cuenta que al presentar valores positivos y negativos del error, no puede compararse el error medio de *Silver70* con el resto de aproximaciones ya que puede compensarse como consecuencia de los signos positivos y negativos.

FR_{Obj}	Error relativo Máximo					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	0.00%	0.00%	0.00%	66.67%	99.91%	0.00%
0.55	0.00%	0.00%	0.00%	66.67%	99.91%	0.00%
0.6	0.00%	0.00%	0.00%	75.00%	99.91%	0.00%
0.65	0.00%	0.00%	0.00%	75.00%	99.92%	0.00%
0.7	0.00%	0.00%	0.00%	75.00%	99.92%	0.00%
0.75	0.00%	0.00%	0.00%	75.00%	99.92%	0.00%
0.8	0.00%	0.00%	0.00%	75.00%	99.92%	0.00%
0.85	0.00%	0.00%	0.00%	80.00%	99.93%	0.00%
0.9	0.00%	0.00%	0.00%	71.43%	99.93%	0.00%
0.95	0.00%	0.00%	0.00%	66.67%	99.93%	0.00%
0.99	0.00%	0.00%	0.00%	66.67%	50.00%	0.00%
FR_{Obj}	Error relativo Mínimo					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	-200.00%	-600.00%	-200.00%	-50.00%	-200.00%	-200.00%
0.55	-200.00%	-600.00%	-200.00%	-50.00%	-200.00%	-200.00%
0.6	-200.00%	-400.00%	-200.00%	-50.00%	-150.00%	-200.00%
0.65	-200.00%	-433.33%	-200.00%	-50.00%	-200.00%	-200.00%
0.7	-166.67%	-325.00%	-166.67%	-50.00%	-166.67%	-166.67%
0.75	-166.67%	-300.00%	-166.67%	-50.00%	-166.67%	-166.67%
0.8	-150.00%	-257.14%	-150.00%	-50.00%	-150.00%	-150.00%
0.85	-140.00%	-220.00%	-140.00%	-50.00%	-140.00%	-140.00%
0.9	-114.29%	-188.89%	-114.29%	-50.00%	-100.00%	-114.29%
0.95	-100.00%	-140.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.99	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-33.33%	-100.00%	-100.00%

Tabla 5.7: Máximo y mínimo de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}). Experimento Bk.

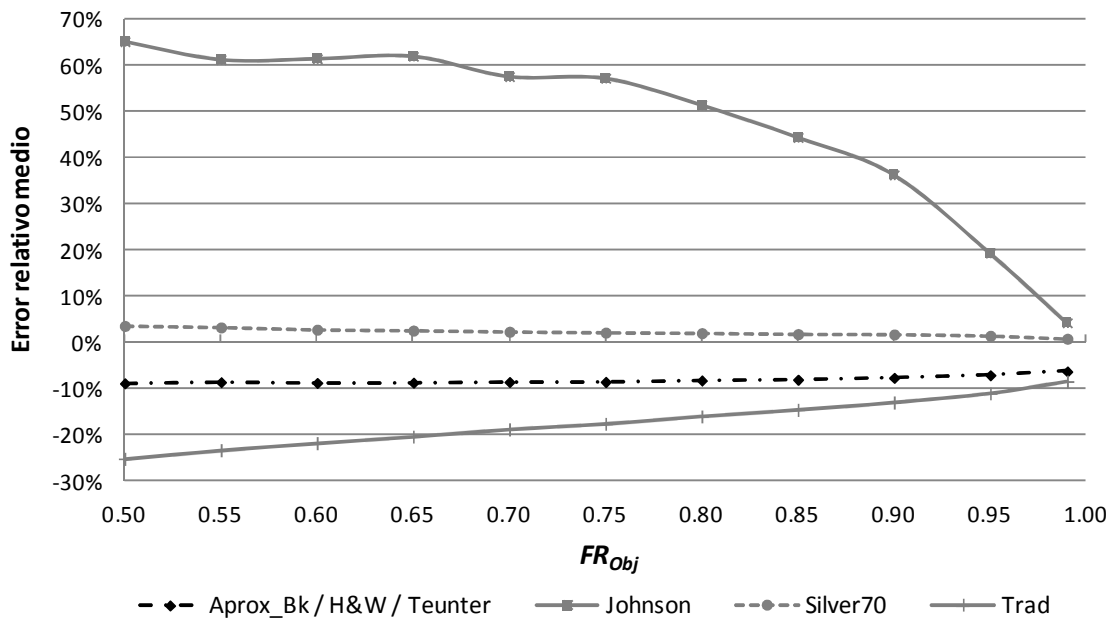
En la Gráfica 5.7 puede comprobarse claramente el comportamiento del error relativo medio agregado de las seis aproximaciones. En ella se comprueba que, tal y como se ha comentado en los puntos anteriores, la aproximación que presenta un error relativo promedio más cercano al 0.00% es *Silver70*, y que *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* presentan un sesgo significativo.

FR_{Obj}	Error relativo medio					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	-8.79%	-25.13%	-8.79%	3.63%	65.16%	-8.79%
0.55	-8.54%	-23.27%	-8.54%	3.31%	61.28%	-8.54%
0.6	-8.71%	-21.74%	-8.71%	2.82%	61.48%	-8.71%
0.65	-8.66%	-20.33%	-8.67%	2.64%	61.98%	-8.67%
0.7	-8.51%	-18.76%	-8.51%	2.37%	57.61%	-8.51%
0.75	-8.48%	-17.54%	-8.48%	2.19%	57.22%	-8.48%
0.8	-8.19%	-15.94%	-8.19%	2.08%	51.43%	-8.19%
0.85	-8.00%	-14.53%	-8.00%	1.87%	44.44%	-8.00%
0.9	-7.61%	-12.94%	-7.61%	1.80%	36.34%	-7.61%
0.95	-7.03%	-10.98%	-7.03%	1.49%	19.41%	-7.03%
0.99	-6.23%	-8.43%	-6.23%	0.85%	4.31%	-6.23%

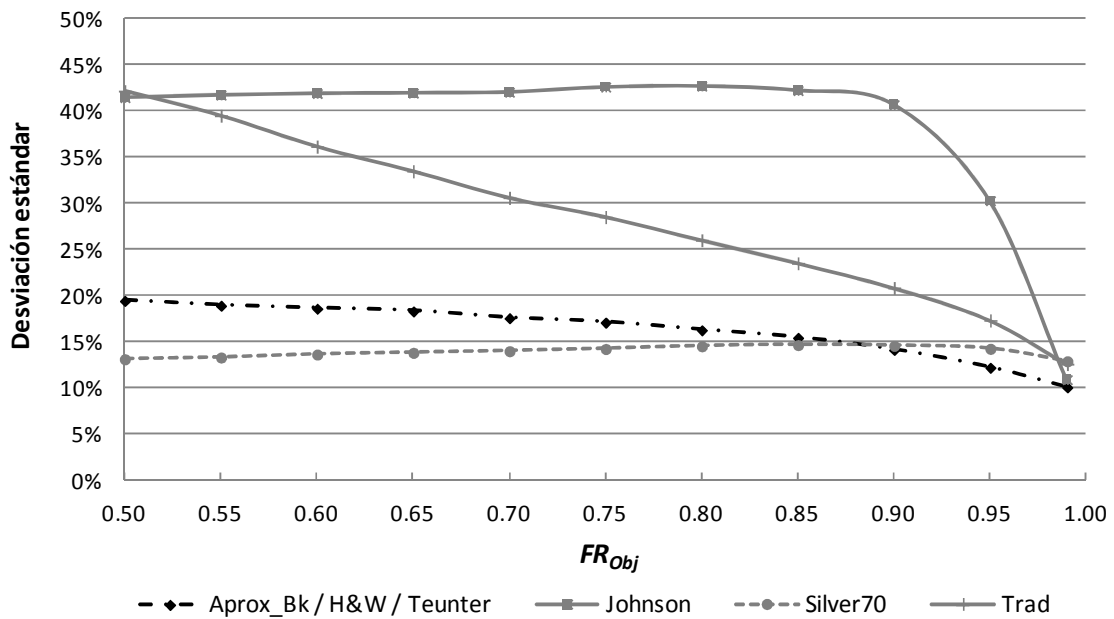
FR_{Obj}	Desviación estándar					
	Aprox_Bk	Trad	H&W	Silver70	Johnson	Teunter
0.5	19.44%	42.17%	19.44%	13.14%	41.46%	19.45%
0.55	18.92%	39.48%	18.92%	13.32%	41.72%	18.92%
0.6	18.60%	36.15%	18.60%	13.65%	41.89%	18.60%
0.65	18.32%	33.48%	18.32%	13.84%	41.95%	18.32%
0.7	17.57%	30.60%	17.57%	14.01%	42.04%	17.57%
0.75	17.11%	28.53%	17.11%	14.25%	42.58%	17.11%
0.8	16.28%	26.01%	16.28%	14.54%	42.68%	16.28%
0.85	15.45%	23.52%	15.45%	14.67%	42.22%	15.45%
0.9	14.14%	20.84%	14.16%	14.59%	40.69%	14.16%
0.95	12.22%	17.34%	12.22%	14.26%	30.28%	12.22%
0.99	10.09%	12.61%	10.09%	12.92%	10.93%	10.09%

Tabla 5.8: Media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}). Experimento Bk.

En cuanto a la desviación estándar del error, la Gráfica 5.8 muestra el comportamiento de las aproximaciones ante incrementos de la tasa de unidades servidas. De todas las aproximaciones, *Johnson* muestra una desviación estándar mayor con un ligero incremento de la misma para valores de $FR_{Obj} \leq 0.80$, momento en el que desciende la desviación estándar hasta alcanzar un valor muy pequeño para valores altos de la tasa de unidades servidas (si $FR_{Obj} = 0.99$ la desviación estándar es de 10.93%). Es *Trad* la aproximación que más claramente muestra un descenso de la desviación estándar ante incrementos de la tasa de unidades servidas, pasando de valores muy elevados de la desviación para $FR_{Obj} < 0.70$ a valores similares al resto de aproximaciones cuando FR_{Obj} es cercano a 1.00. También *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* muestran un descenso de la desviación estándar ante variaciones de la tasa de unidades servidas, aunque con una variación menor que en el caso de *Trad*. Sólo la aproximación de *Silver70* muestra un incremento de la desviación estándar del error ante incrementos de la tasa de unidades servidas objetivo. Comparando todas las aproximaciones para determinar cuál es la que muestra una menor desviación de los errores agregados, si $FR_{Obj} < 0.90$ es *Silver70*; mientras que para valores de la tasa de unidades servidas a partir del 0.90 son *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* la que tienen una desviación estándar menor.



Gráfica 5.7: Error relativo medio de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}). Experimento Bk.



Gráfica 5.8: Desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}). Experimento Bk.

5.3.5 Coste computacional de los métodos de estimación considerados en el Experimento Bk

Una vez analizado el comportamiento del error relativo de cada método de estimación, a continuación se presenta un ejemplo ilustrativo del coste computacional que necesita cada método para estimar el stock de referencia dado un valor objetivo de la tasa de unidades

servidas. Se entiende por coste computacional el tiempo de ejecución, medido en milisegundos, que necesita cada método para obtener el mínimo valor del stock de referencia que cumpla con el nivel de servicio establecido. Las Tabla 5.10 y Tabla 5.11 muestran los tiempos totales y promedios, respectivamente, que tardan cada método analizado en el *Experimento Bk* cuando se fija un valor objetivo de la tasa de unidades servidas, $FR_{Obj}=0.70$. Para cada nivel objetivo de la *FR* la combinación factible de parámetros resulta en un total de 21.420 casos, de los que 1.386 corresponden a la distribución de Poisson, 7.560 a la distribución Binomial y el resto, 12.474, a la distribución Binomial Negativa. Para el ejemplo que se muestra a continuación, cuando la $FR_{Obj}=0.70$, el *Experimento Bk* tarda 617.905 segundos en calcular todo el conjunto de casos. Distinguiendo por variable aleatoria, tarda 2.650 segundos en obtener los casos correspondientes a Poisson, 8.259 segundos en obtener los casos de Binomial y 606.995 segundos para los casos de la Binomial Negativa (véase Tabla 5.9). Por tanto, puede observarse que es esta última función de distribución la que más tiempo de ejecución requiere con diferencia pues, entre otros motivos, es la que más casos comprende.

	Número Casos	Tiempo total de cálculo (ms)
Poisson	1.386	2.650.797
Binomial	7.560	8.259.622
Bin Neg	12.474	606.995.324
Conjunto	21.420	617.905.743

Tabla 5.9: Número de casos y tiempo total de cálculo (milisegundos) para una $FR_{Obj}=0.70$ en el *Experimento Bk*.

En la Tabla 5.10 se muestran los tiempos totales de cálculo de cada método por variable aleatoria. Comparando el comportamiento de cada método en función del coste computacional requerido para obtener el stock de referencia se observa que los métodos más rápidos en conjunto son *Teunter* y *Silver70*, y en cambio los más lentos son *Exacto_Bk* y *Aprox_Bk*. Además, puede comprobarse que las diferencias entre ambos extremos son muy elevadas, pues mientras que *Teunter* tarda 236 segundos (no llega a 4 minutos) en calcular el conjunto de casos totales, *Aprox_Bk* tarda 271.031 segundos (más de 75 horas).

V.A.	Tiempos totales de cálculo (ms)						
	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
Poisson	1.145.245	1.132.177	24.777	42.762	297.518	4.081	4.237
Binomial	2.266.058	1.995.263	87.809	134.363	3.673.685	51.311	51.133
Bin Neg	245.770.659	267.903.614	2.027.895	3.816.460	86.889.575	406.090	181.031
Conjunto	249.181.962	271.031.054	2.140.481	3.993.585	90.860.778	461.482	236.401

Tabla 5.10: Tiempos totales de cálculo (milisegundos) de cada método de estimación del *Experimento Bk* por variable aleatoria cuando la $FR_{Obj}=0.70$.

Desagregando los datos por variable aleatoria, el método más rápido para las distribuciones Binomial y Binomial Negativa es *Teunter* seguido de *Silver70*, mientras que en el caso de Poisson se invierte el orden. No obstante, ha de tenerse en cuenta que las diferencias en los tiempos de ambos métodos en el caso de Poisson son muy pequeñas, ya que *Silver70* es menos de un segundo más rápido (156 milisegundos) que *Teunter*. En cuanto a los métodos más lentos, si bien es cierto que en conjunto es *Aprox_Bk* seguido de *Exacto_Bk* el más lento, si se analizan los datos por variable aleatoria se observa que para los casos de la distribución de

Poisson, el método más lento es *Exacto_Bk*, para la distribución Binomial es *Johnson* y para la Binomial Negativa es *Aprox_Bk*. El hecho de que en conjunto *Aprox_Bk* aparezca como la aproximación más lenta se debe al gran peso que tiene su tiempo de cálculo para los casos de la Binomial Negativa en el tiempo conjunto. Por tanto en general se observa que *Aprox_Bk* y *Exacto_Bk* son mucho más lentos que el resto de métodos (salvo el caso de *Johnson* para la Binomial), pues del tiempo total necesario para calcular el conjunto de todos los casos, más del 80% corresponden a estos dos métodos (el 40.33% para el método *Exacto_Bk* y el 43.86% para *Aprox_Bk*).

V.A.	Tiempos promedios de cálculo (ms)						
	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
Poisson	826,30	816,87	17,88	30,85	214,66	2,94	3,06
Binomial	299,74	263,92	11,61	17,77	485,94	6,79	6,76
Bin Neg	19.702,63	21.476,96	162,57	305,95	6.965,65	32,55	14,51
Conjunto	11.633,14	12.653,18	99,93	186,44	4.241,87	21,54	11,04
V.A.	Desviación estándar de los Tiempos de cálculo						
	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
Poisson	2.258,00	1.958,47	18,15	27,06	839,01	6,84	7,28
Binomial	889,30	800,59	15,36	21,87	1.687,54	11,74	11,59
Bin Neg	100.863,10	109.591,05	476,18	897,66	60.737,14	140,09	58,24
Conjunto	77.561,04	84.279,30	370,97	699,56	46.471,80	107,93	45,20

Tabla 5.11: Promedios y desviación estándar de los tiempos de cálculo de cada método de estimación del Experimento Bk por variable aleatoria cuando la $FR_{Obj}=0.70$.

La Tabla 5.11 presenta el tiempo promedio y la desviación estándar de los tiempos de cada método por variable aleatoria. En ella se observa que el método que menos tiempo promedio necesita para calcular el valor exacto del stock de referencia es *Teunter*, tardando 0.01 segundos de media, y además, la desviación de sus tiempo es la más pequeña de todos. Por el contrario, los métodos que más tiempo promedio tardan son *Exacto_Bk* y *Aprox_Bk*, con desviaciones estándar muy elevadas, lo que indica que existen casos donde son muy rápidos, generalmente en aquellos en los que el valor del stock de referencia es pequeño, y otras donde requieren mucho tiempo para calcular el valor de S , lo que sucede en aquellos casos en los que S es más elevado (véase Tabla 5.12).

Intervalo S_{exacta}	Tiempos promedio de cálculo (ms)						
	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
[1-10[15,17	33,74	4,70	8,17	21,39	0,47	0,52
[10-25[170,07	248,43	18,52	34,25	191,07	1,72	1,62
[25-50[970,96	1.187,27	49,64	92,77	910,30	5,78	3,89
[50-100[4.285,67	5.072,72	117,20	221,30	3.086,29	16,91	9,94
[100-250[27.133,10	29.582,81	339,38	634,39	13.769,12	62,60	32,52
[250-500[146.420,98	155.791,48	959,20	1.765,17	50.134,38	241,43	113,46
[500-750[536.684,39	575.680,87	2.138,17	4.040,77	158.704,72	712,27	331,66
[750-1000[1.175.288,3	1.331.867,9	3.250,22	6.306,65	202.472,00	1.452,96	674,78
≥ 1.000	2.134.606,5	2.263.599,3	3.459,50	6.895,25	15,50	2.527,25	1.021,5

Tabla 5.12: Tiempos promedios de cálculo de cada método del Experimento Bk en función del tamaño del stock de referencia para una $FR_{Obj}=0.70$.

5.3.6 Discusión y conclusiones del análisis descriptivo de los resultados del *Experimento Bk*

Tras realizar el análisis descriptivo de los errores cometidos por las aproximaciones del *Experimento Bk*, se observa que, de manera general, el comportamiento de todas ellas es muy similar para las tres variables aleatorias, de modo que el resultado no parece depender de la función de distribución considerada. De todos modos, para las seis aproximaciones, los errores en términos absolutos son mayores para la distribución Binomial Negativa, pues parece que cuando el coeficiente de variación cuadrado es elevado, lo que sucede en la Binomial Negativa para los patrones de demanda erráticos y grumosos, las aproximaciones funcionan peor. A continuación se presentan las principales conclusiones alcanzadas tras el análisis de modo agregado, lo que permitirá entender el comportamiento de cada aproximación ante variaciones de la tasa de unidades servidas, así como las diferencias entre ellas:

- En cuanto a la tendencia de subestimar o sobreestimar el stock de referencia, se observa que *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* y *Trad* cuando difieren del exacto siempre sobreestiman, lo cual tiene un impacto negativo en el inventario medio ya que se tiene más stock del necesario, pero en cambio permite cumplir con el criterio de servicio establecido. Por su parte, *Silver70* y *Johnson* presentan tanto valores positivos como negativos de los errores relativos, por lo que a veces sobreestiman y otras subestiman, no cumpliendo en ese caso con el nivel de servicio al cliente.
- Se observa que los errores relativos de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* son siempre idénticos, lo que permite demostrar que estas tres aproximaciones obtienen el mismo resultado del stock de referencia, y por lo tanto, que *H&W* y *Teunter* obtienen el valor exacto de la expresión (2.5) y (2.6) respectivamente.
- Por otro lado, se observa un sesgo significativo de las aproximaciones que obtienen el valor exacto de las expresiones (2.5) y (2.6).
- *Johnson* es la aproximación que presenta los mayores errores relativos medios, que oscilan el 99% para todos los valores de la tasa de unidades servidas inferiores a 0.99. Además, esta aproximación presenta errores muy elevados a pesar de que el signo del error puede hacer que la media se compense, salvo para valores muy elevados de la tasa de unidades servidas, donde desciende bruscamente. Debe recordarse que esta aproximación está desarrollada para calcular la tasa de unidades servidas de un periodo, es decir $R=1$, de ahí que en el resto de casos muestre errores tan grandes.
- En general, se observa una disminución de los errores medios y de la desviación estándar del error ante incrementos de la tasa de unidades servidas, aunque como se ha comentado *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* están sesgadas.
- La aproximación que presenta un error relativo medio menor es *Silver70* mostrando también un comportamiento muy robusto ante variaciones de la tasa de unidades servidas, sin embargo no debe olvidarse que, al tener errores relativos positivos y negativos, puede producirse una compensación de su error promedio

- De todas las aproximaciones, es *Trad* la que muestra una disminución más lineal del error medio y de la desviación estándar ante incrementos de la tasa de unidades servidas.
- Por último, la aproximación que tiene una menor desviación estándar del error es *Silver70* si $FR_{Obj} < 0.80$; y *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* si $FR_{Obj} \geq 0.80$.

En cuanto al esfuerzo computacional de cada método en la estimación del stock de referencia, el punto 5.3.5 presenta un ejemplo ilustrativo del tiempo que necesita cada método de estimación para obtener el mínimo valor exacto del S que cumpla con un nivel de servicio establecido del 0.70. De este ejemplo se extraen las siguientes conclusiones:

- Los métodos que menos esfuerzo computacional requieren, medido éste en tiempo de estimación, son *Silver70* y *Teunter*, pues encuentran el valor del mínimo S que cumpla con el nivel de servicio establecido en menos de 0.05 segundo de media.
- Los métodos que más esfuerzo computacional requieren son *Aprox_Bk* y *Exacto_Bk*, tardando una media de 12 y 11 segundos respectivamente. Además, la desviación estándar de sus tiempos es muy elevada, lo que indica que existe una gran variabilidad en los tiempos de cálculo.
- Se observan grandes diferencias en cuanto a esfuerzo computacional entre las aproximaciones y los métodos exactos. Por ejemplo, para el caso de una $FR_{Obj}=0.70$ *Teunter* tarda menos de 4 minutos en calcular los 21.420 casos, mientras que el método *Exacto_Bk* y *Aprox_Bk* necesitan alrededor de 70 horas.
- Los tiempos promedio de los distintos métodos aumentan cuanto mayor es el valor del stock de referencia exacto. Este crecimiento es mayor en los métodos *Exacto_Bk* y *Aprox_Bk*.
- La conclusión anterior justifica la necesidad de utilizar aproximaciones que permitan obtener el valor del stock de referencia de un modo más rápido.

5.4 ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LOS ERRORES RELATIVOS DEL EXPERIMENTO LS EN FUNCIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS OBJETIVO

5.4.1 Poisson

La Tabla 5.13 muestra el máximo y el mínimo de los errores de las ocho aproximaciones consideradas en este experimento frente a la tasa de unidades servidas objetivo para los valores correspondientes a la distribución de Poisson. En ella puede verse que la *Aprox_Bk*, *Aprox_LS*, *Exacto_Bk*, *H&W*, *Trad* y *Teunter* sólo presentan valores negativos del error, lo que indica que todas estas aproximaciones sobreestiman el valor del stock de referencia. Por su parte, la aproximación de *Johnson* y la de *Silver70* presentan valores positivos y negativos, lo que hace que el error promedio se compense por efecto del signo de los errores y por tanto sus errores promedios no sean comparables a los obtenidos con el resto de aproximaciones.

<i>FR_{Obj}</i>	Error relativo Máximo							
	<i>Aprox_LS</i>	<i>Exacto_Bk</i>	<i>Aprox_Bk</i>	<i>Trad</i>	<i>H&W</i>	<i>Silver70</i>	<i>Johnson</i>	<i>Teunter</i>
0.5	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.67%	0.00%
0.55	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.71%	0.00%
0.6	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.74%	0.00%
0.65	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.76%	0.00%
0.7	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.78%	0.00%
0.75	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.80%	0.00%
0.8	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.81%	0.00%
0.85	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.83%	0.00%
0.9	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.84%	0.00%
0.95	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	99.85%	0.00%
0.99	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	50.00%	0.00%
<i>FR_{Obj}</i>	Error relativo Mínimo							
	<i>Aprox_LS</i>	<i>Exacto_Bk</i>	<i>Aprox_Bk</i>	<i>Trad</i>	<i>H&W</i>	<i>Silver70</i>	<i>Johnson</i>	<i>Teunter</i>
0.5	-100.00%	-100.00%	-150.00%	-200.00%	-150.00%	-100.00%	0.00%	-150.00%
0.55	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-56.00%	-100.00%
0.6	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%
0.65	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%
0.7	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%
0.75	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%
0.8	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-33.33%	-100.00%
0.85	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.9	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.95	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.99	-50.00%	-33.33%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-33.33%	-33.33%	-50.00%

Tabla 5.13: Máximo y Mínimo de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (*FR_{Obj}*) para la distribución de Poisson. *Experimento LS*.

Se observa que para *Aprox_Bk*, *Aprox_LS*, *Exacto_Bk*, *H&W*, *Trad* y *Teunter* los errores mínimos disminuyen a medida que aumenta la tasa de unidades servidas objetivo. De todas ellas, es *Trad* la que muestra una mayor disminución del error mínimo, pasando de un error de -200% para un $FR_{Obj}=0.5$ a un error de -50% para un $FR_{Obj}=0.99$.

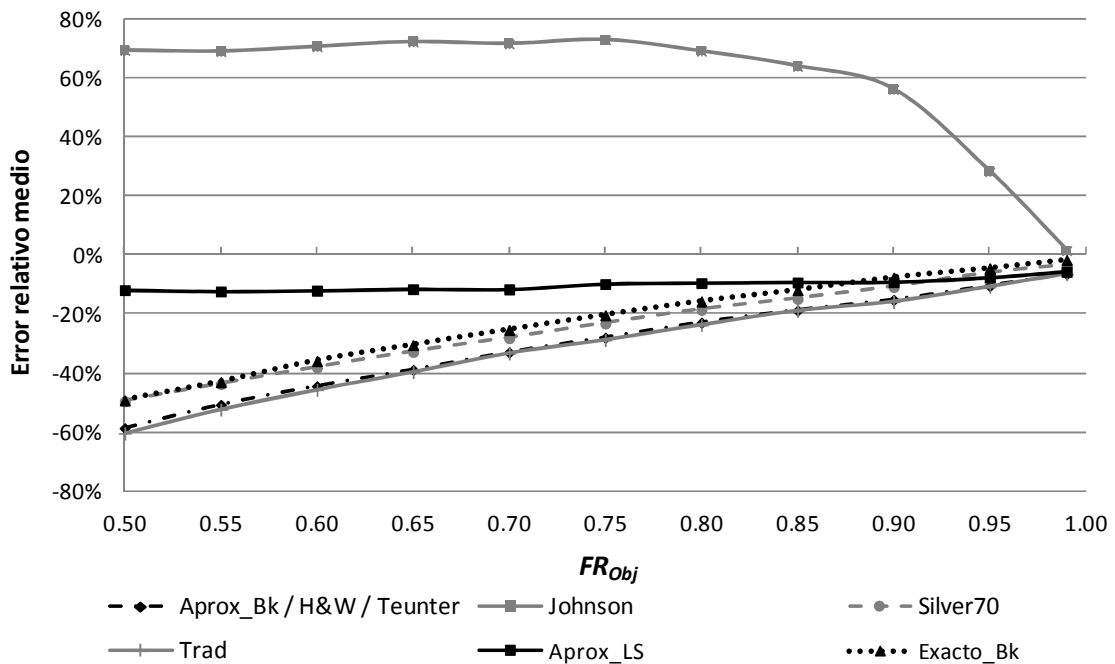
La Tabla 5.13 muestra el error medio y la desviación estándar de las aproximaciones para cada nivel de la tasa de unidades servidas objetivo para los valores correspondientes a la distribución de Poisson. Todas las aproximaciones muestran una disminución tanto del error medio como de la desviación estándar del error a medida que aumenta la tasa de unidades servidas, excepto *Johnson* que muestra un comportamiento más errático. Obsérvese que en este caso *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* no obtienen exactamente el mismo error medio y desviación estándar para valores de $FR_{Obj} \leq 0.65$ aunque sí son muy cercanos.

FR_{Obj}	Error relativo medio							
	<i>Aprox_LS</i>	<i>Exacto_Bk</i>	<i>Aprox_Bk</i>	<i>Trad</i>	<i>H&W</i>	<i>Johnson</i>	<i>Silver70</i>	<i>Teunter</i>
0.5	-11.85%	-49.27%	-58.68%	-60.45%	-58.68%	69.45%	-49.54%	-58.70%
0.55	-12.31%	-43.07%	-50.75%	-52.38%	-50.75%	69.10%	-43.72%	-50.76%
0.6	-12.03%	-35.92%	-44.44%	-45.68%	-44.44%	70.69%	-38.13%	-44.45%
0.65	-11.55%	-30.54%	-38.90%	-39.66%	-38.90%	72.33%	-32.82%	-38.91%
0.7	-11.61%	-25.35%	-33.02%	-33.30%	-33.02%	71.70%	-28.16%	-33.02%
0.75	-9.82%	-20.38%	-27.99%	-28.79%	-27.99%	73.03%	-23.20%	-27.99%
0.8	-9.47%	-15.72%	-22.89%	-23.70%	-22.89%	69.14%	-18.54%	-22.89%
0.85	-9.24%	-11.89%	-18.76%	-18.95%	-18.76%	64.11%	-14.82%	-18.76%
0.9	-9.16%	-7.63%	-15.17%	-15.83%	-15.17%	56.24%	-10.82%	-15.17%
0.95	-7.65%	-4.47%	-10.48%	-10.76%	-10.48%	28.30%	-6.18%	-10.48%
0.99	-5.60%	-1.68%	-6.43%	-6.43%	-6.43%	1.52%	-3.48%	-6.43%
FR_{Obj}	Desviación estándar							
	<i>Aprox_LS</i>	<i>Exacto_Bk</i>	<i>Aprox_Bk</i>	<i>Trad</i>	<i>H&W</i>	<i>Johnson</i>	<i>Silver70</i>	<i>Teunter</i>
0.5	22.16%	31.57%	32.01%	33.59%	32.00%	35.31%	31.42%	32.00%
0.55	22.34%	27.29%	28.03%	28.16%	28.02%	37.30%	27.66%	28.02%
0.6	20.87%	23.42%	25.11%	25.35%	25.11%	36.99%	22.79%	25.10%
0.65	20.27%	20.26%	22.44%	22.80%	22.44%	36.30%	19.87%	22.44%
0.7	19.67%	17.72%	20.58%	20.69%	20.58%	37.30%	16.34%	20.58%
0.75	16.45%	14.61%	17.93%	18.73%	17.93%	36.83%	15.49%	17.93%
0.8	15.39%	12.48%	16.14%	17.03%	16.14%	39.73%	13.73%	16.14%
0.85	14.21%	10.44%	15.33%	15.71%	15.33%	43.06%	13.10%	15.33%
0.9	15.83%	9.15%	15.11%	16.42%	15.11%	45.29%	12.28%	15.11%
0.95	12.38%	6.40%	12.00%	12.62%	12.00%	40.04%	13.33%	12.00%
0.99	8.08%	3.92%	8.12%	8.12%	8.12%	8.39%	10.40%	8.12%

Tabla 5.14: Media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución de Poisson. Experimento LS.

En la Gráfica 5.9 y Gráfica 5.10 se presenta el error relativo medio y la desviación estándar frente a la tasa de unidades servidas objetivo para la distribución de Poisson. En la Gráfica 5.9 se puede observar que el comportamiento de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* son iguales, y que éste además es prácticamente idéntico al de *Trad*. Además, también *Silver70* y *Exacto_Bk*

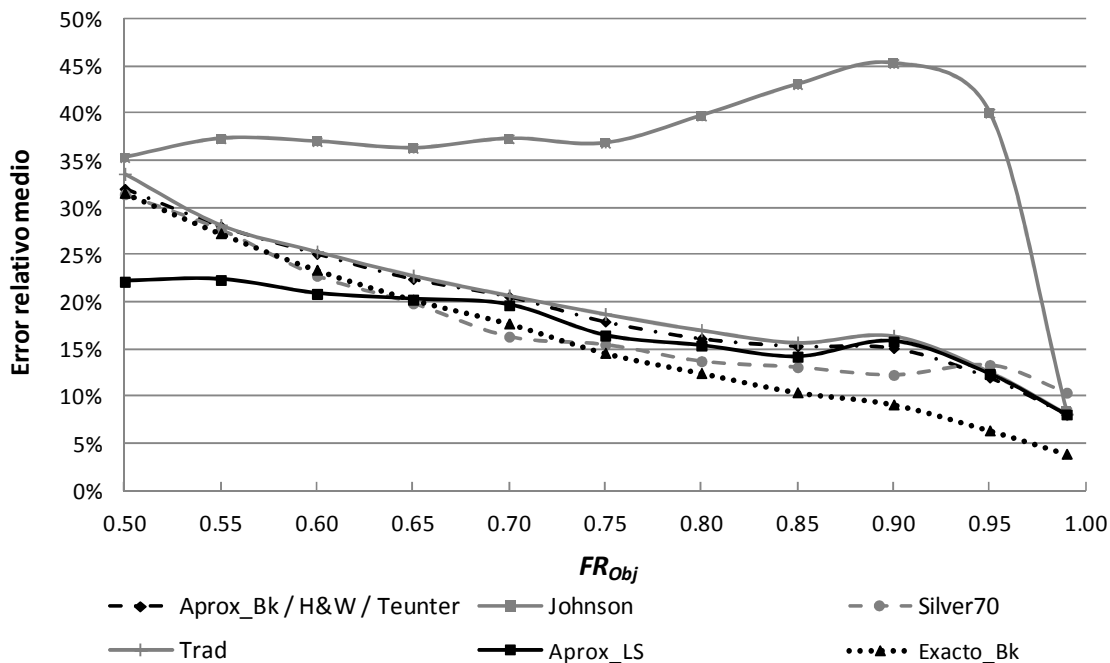
muestran un comportamiento muy similar a ellas, aunque con errores menores para *Exacto_Bk* seguido de *Silver70*. No obstante, debe recordarse que *Silver70* obtiene errores positivos y negativos, lo que hace que se compense el error medio por el efecto del signo, no siendo comparable el error promedio al del resto de aproximaciones. Por su parte, es *Aprox_LS* la aproximación que muestra una menor variación del error medio, que si bien es cierto que disminuye al aumentar la tasa de unidades servidas, esta variación es muy pequeña y se mantiene en valores entre el 12% y el 5%. Esto, sumado a lo que se observa en la Gráfica 5.9 indica que la *Aprox_LS* presenta un sesgo significativo. Por último, *Johnson* es la única aproximación que muestra un error promedio positivo. Es además, la que tiene mayor error medio en términos absolutos, pese a la compensación de éste al tomar valores positivos y negativos del error. No obstante, para tasas de unidades servidas mayores del 0.90 disminuye considerablemente hasta alcanzar un error medio de 1,52% para $FR_{Obj}=0.99$. Por tanto, comparando todas las aproximaciones entre sí en función del error medio, se observa que para valores de la tasa de unidades servidas menores del 0.85, es *Aprox_LS* la que presenta un menor error medio. A partir del 0.90, es el método *Exacto_Bk* el que tiene un menor error promedio.



Gráfica 5.9: Error relativo medio de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución de Poisson. Experimento LS.

En la Gráfica 5.10 se muestra la desviación estándar del error frente a la tasa de unidades servidas para la distribución de Poisson. En ella se observa que todas las aproximaciones disminuyen la desviación estándar al aumentar la tasa de unidades servidas, a excepción de *Johnson* que se mantiene prácticamente constante hasta valores de la tasa de unidades servidas del 0.75, presentando un incremento de la desviación estándar para valores entre el 0.75 y el 0.90 y reduciéndose considerablemente para valores de la tasa de unidades servidas elevados, a partir del 0.90. Además, es este método el que tiene una mayor desviación estándar del error para todos los valores de la tasa de unidades servidas. Analizando cuál es la aproximación que muestra una menor desviación estándar para cada nivel de la tasa de

unidades servidas, si ésta se encuentra en valores bajos ($FR_{Obj}=[0.50-0.65]$) es *Aprox_LS* la que tiene una menor desviación. Para valores de la tasa de unidades servidas entre el 0.65 y 0.75, la menor desviación es la de *Silver70*. Y para valores de la tasa de unidades servidas a partir de 0.75, es el método *Exacto_Bk* el que presenta una menor desviación.



Gráfica 5.10: Desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución de Poisson. Experimento LS.

Comparando el error promedio con la desviación estándar para cada aproximación, se observa que, pese a que *Aprox_LS* es la aproximación más robusta, la desviación estándar del error es muy alta en comparación con su error medio, llegando a ser prácticamente el doble en la mayoría de valores de la tasa de unidades servidas. El resto de aproximaciones muestran una desviación estándar menor que el error promedio para valores bajos de la tasa de unidades servidas. En cambio, *Exacto_Bk*, *Silver70* y *Trad* tienen una desviación estándar superior al error medio a partir de $FR_{Obj}=0.90$. Análogamente, *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* presentan una desviación estándar mayor que el error promedio para valores de la tasa de unidades servidas superiores al 0.95.

5.4.2 Binomial

La Tabla 5.15 presenta el máximo y el mínimo de los errores relativos frente a la tasa de unidades servidas objetivo para los valores correspondientes a la distribución Binomial. En ella se observa que, como sucede en el caso de Poisson, los errores relativos de *Aprox_Bk*, *Aprox_LS*, *Exacto_Bk*, *H&W*, *Trad* y *Teunter* son siempre negativos, lo que indica que sobreestiman el valor del stock de referencia. Por el contrario, *Johnson* y *Silver70* presentan valores positivos y negativos del error. Además, para todas las aproximaciones se observa un descenso del error medio mínimo al aumentar la tasa de unidades servidas objetivo.

FR_{Obj}	Error relativo Máximo							
	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
0.5	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.66%	0.00%	0.00%
0.55	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.70%	0.00%	0.00%
0.6	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.73%	0.00%	0.00%
0.65	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.76%	50.00%	0.00%
0.7	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.78%	50.00%	0.00%
0.75	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.80%	50.00%	0.00%
0.8	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.81%	50.00%	0.00%
0.85	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.83%	50.00%	0.00%
0.9	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.84%	50.00%	0.00%
0.95	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.85%	50.00%	0.00%
0.99	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	50.00%	0.00%

FR_{Obj}	Error relativo Mínimo							
	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
0.5	-100.00%	-100.00%	-200.00%	-200.00%	-200.00%	0.00%	-100.00%	-200.00%
0.55	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%
0.6	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-75.00%	-100.00%	-100.00%
0.65	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%
0.7	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.75	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%
0.8	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.85	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.9	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.95	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.99	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-33.33%	-50.00%

Tabla 5.15: Máximo y Mínimo de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial. Experimento LS.

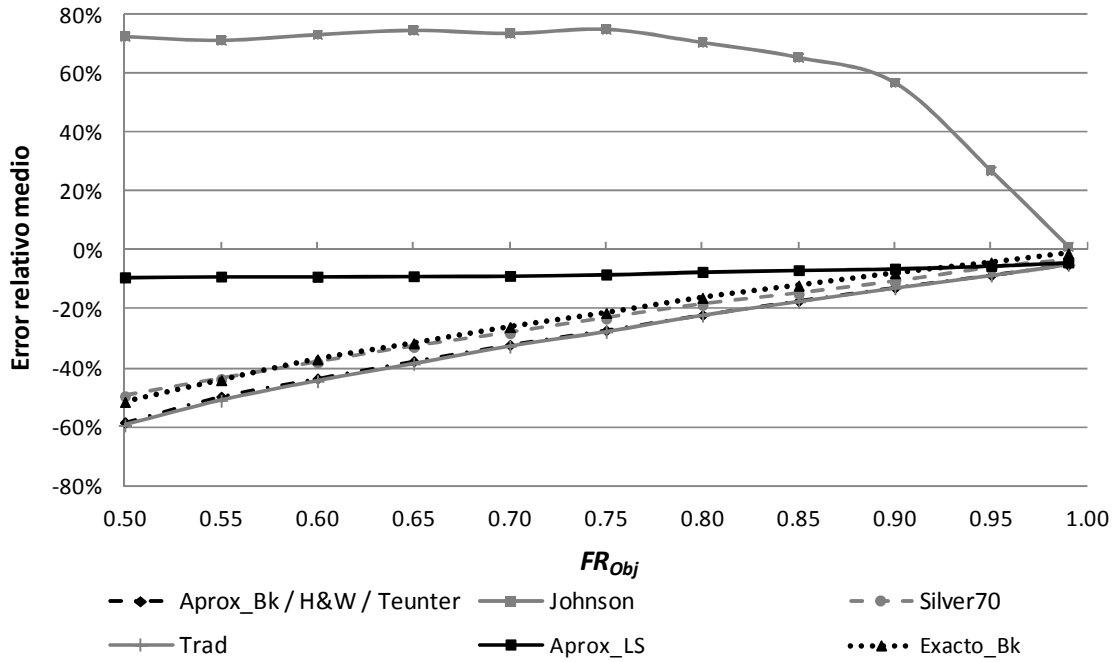
En la Tabla 5.16 se presenta el error relativo medio y la desviación estándar de cada aproximación según el valor de la tasa de unidades servidas objetivo para los valores correspondientes a la distribución Binomial. También en este caso los errores de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* no son idénticos, ya que muestran pequeñas variaciones (del 0.01%) para $FR_{Obj} \leq 0.75$. En todas las aproximaciones disminuye tanto el error medio como la desviación estándar ante variaciones de la tasa de unidades servidas.

FR_{Obj}	Error relativo medio							
	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
0.5	-9.21%	-51.50%	-58.45%	-59.44%	-58.45%	72.55%	-51.32%	-58.44%
0.55	-8.94%	-44.13%	-49.69%	-51.04%	-49.71%	71.31%	-44.11%	-49.70%
0.6	-8.97%	-37.04%	-43.55%	-44.42%	-43.55%	73.23%	-38.00%	-43.56%
0.65	-8.82%	-31.62%	-37.68%	-38.60%	-37.68%	74.70%	-32.50%	-37.69%
0.7	-8.72%	-26.10%	-32.13%	-32.66%	-32.13%	73.64%	-27.36%	-32.14%
0.75	-8.25%	-21.34%	-27.17%	-27.75%	-27.17%	75.04%	-22.57%	-27.18%
0.8	-7.37%	-16.15%	-21.98%	-22.17%	-21.98%	70.54%	-17.55%	-21.98%
0.85	-6.78%	-12.00%	-17.23%	-17.48%	-17.23%	65.46%	-13.55%	-17.23%
0.9	-6.27%	-7.87%	-12.70%	-12.91%	-12.70%	56.92%	-9.46%	-12.70%
0.95	-5.27%	-4.22%	-8.49%	-8.61%	-8.49%	26.98%	-5.74%	-8.50%
0.99	-4.17%	-1.08%	-4.93%	-4.96%	-4.93%	1.30%	-3.10%	-4.93%

FR_{Obj}	Desviación estándar							
	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
0.5	22.04%	31.53%	31.56%	32.07%	31.56%	34.11%	31.83%	31.55%
0.55	21.63%	27.04%	27.14%	27.12%	27.12%	38.31%	26.82%	27.13%
0.6	20.60%	22.87%	23.94%	24.12%	23.94%	36.70%	21.97%	23.94%
0.65	20.33%	20.12%	21.71%	22.05%	21.71%	35.87%	19.18%	21.71%
0.7	19.45%	17.28%	19.65%	20.05%	19.65%	37.52%	16.26%	19.65%
0.75	17.99%	14.91%	17.52%	17.99%	17.52%	36.56%	14.28%	17.52%
0.8	16.18%	12.49%	16.20%	16.33%	16.20%	40.39%	13.37%	16.20%
0.85	14.84%	10.46%	14.40%	14.82%	14.40%	43.45%	12.82%	14.40%
0.9	13.27%	7.98%	12.53%	13.00%	12.53%	46.19%	12.11%	12.53%
0.95	10.99%	6.43%	10.62%	10.95%	10.62%	41.05%	10.76%	10.63%
0.99	8.26%	3.42%	8.23%	8.30%	8.23%	7.87%	8.24%	8.23%

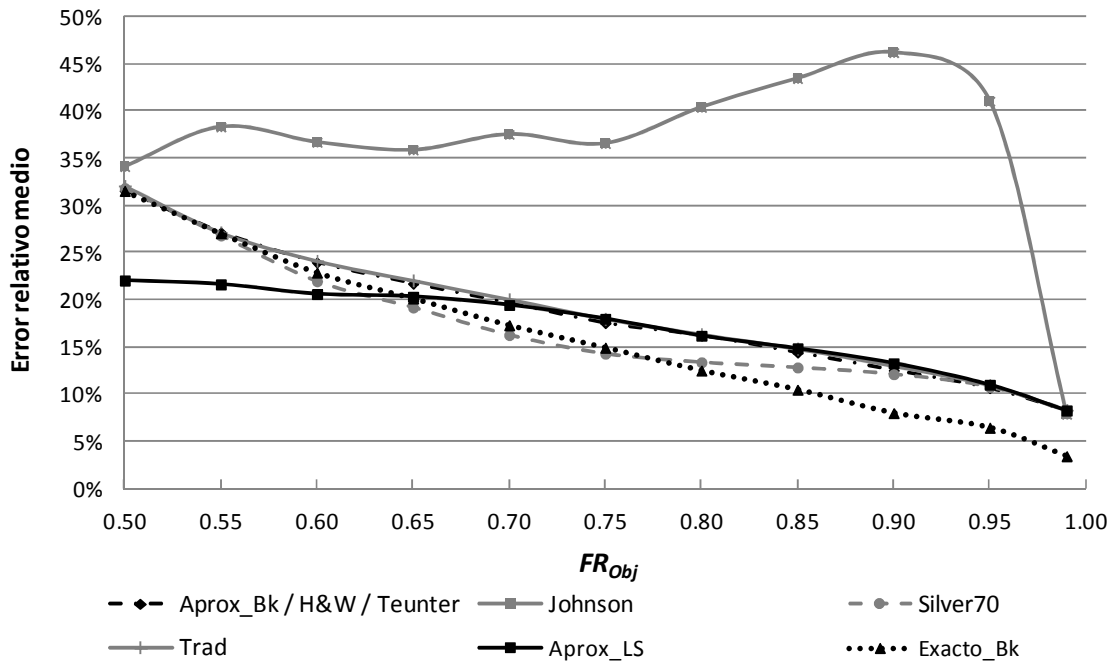
Tabla 5.16: Media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial. Experimento LS.

La Gráfica 5.11 presenta el error relativo medio frente a la tasa de unidades servidas objetivo para la distribución Binomial. Todas las aproximaciones, salvo *Johnson*, muestran errores promedios negativos. Tal y como sucedía con los valores de la distribución de Poisson, no se observa dependencia en el comportamiento de *Aprox_LS* ante variaciones de la tasa de unidades servidas, por lo que parece que *Aprox_LS* está sesgada. Por otra parte, se aprecia que el comportamiento de *Silver70* y el método *Exacto_Bk* es prácticamente idéntico. Y a su vez, también se comportan igual *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* y *Trad*, aunque el error medio de estas últimas es mayor. Además, el error relativo medio de todas estas aproximaciones (*Exacto_Bk*, *Silver70*, *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* y *Trad*) disminuye cuando la tasa de unidades servidas se aproxima a 1. En cuanto a *Johnson*, no parece que exista ninguna relación de dependencia entre el error y la tasa de unidades servidas para valores menores del 0.75. En cambio, a partir de ese valor el error promedio disminuye y tiende a 0.00%. Por tanto, comparando las aproximaciones entre sí, es *Aprox_LS* la que en general muestra un error relativo medio más cercano al 0.00%, excepto si $FR_{Obj} > 0.95$ que es *Exacto_Bk* el método que tiene un menor error promedio.



Gráfica 5.11: Error relativo medio de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial. Experimento LS.

En términos de desviación estándar del error, todas las aproximaciones muestran un descenso con FR_{Obj} . Para valores pequeños de la tasa de unidades servidas objetivo ($FR_{Obj}=[0.50-0.55]$) los valores de la desviación estándar de *Aprox_Bk*, *Exacto_Bk*, *H&W*, *Silver70*, *Trad* y *Teunter* son muy similares; y aunque todas ellas presentan un comportamiento similar, es el método *Exacto_Bk* el que tienen valores menores de la desviación estándar para $FR_{Obj} \geq 80\%$.



Gráfica 5.12: Desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial. Experimento LS.

Como en el caso anterior, *Johnson* muestra un comportamiento muy errático para valores pequeños, $FR_{Obj} < 0.90$, y a partir de ese valor desciende bruscamente. En la Gráfica 5.12 se aprecian claramente estos comportamientos y puede comprobarse que para valores pequeños de la tasa de unidades servidas ($FR_{Obj} < 0.60$), la aproximación con menor desviación estándar es *Aprox_LS*, si $FR_{Obj} = [0.60-0.75]$ es *Silver70*, y si $FR_{Obj} > 0.75$ es *Exacto_Bk*.

De nuevo, comparando el error medio de cada aproximación con su desviación estándar, se aprecia que la *Aprox_LS* tiene una desviación estándar superior al error medio en términos absolutos para cualquier valor de tasa de unidades servidas y el resto de aproximaciones, a partir de valores elevados de FR_{Obj} , muestran una desviación superior al error promedio.

5.4.3 Binomial Negativa

La Tabla 5.17 y Tabla 5.18 muestran el máximo, mínimo, promedio y desviación estándar de los errores relativos en los que incurren las aproximaciones frente a variaciones de la tasa de unidades servidas para los valores correspondientes a la distribución Binomial Negativa.

FR_{Obj}	Error relativo Máximo							
	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
0.5	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.81%	50.00%	0.00%
0.55	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.83%	66.67%	0.00%
0.6	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.85%	66.67%	0.00%
0.65	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.87%	66.67%	0.00%
0.7	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.88%	66.67%	0.00%
0.75	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.89%	75.00%	0.00%
0.8	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.90%	75.00%	0.00%
0.85	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.90%	66.67%	0.00%
0.9	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.91%	66.67%	0.00%
0.95	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.92%	66.67%	0.00%
0.99	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	66.67%	0.00%
FR_{Obj}	Error relativo Mínimo							
	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
0.5	-200.00%	-100.00%	-200.00%	-350.00%	-200.00%	0.00%	-100.00%	-200.00%
0.55	-200.00%	-100.00%	-200.00%	-350.00%	-200.00%	-32.56%	-100.00%	-200.00%
0.6	-200.00%	-100.00%	-200.00%	-300.00%	-200.00%	-50.00%	-100.00%	-200.00%
0.65	-200.00%	-100.00%	-200.00%	-350.00%	-200.00%	-50.00%	-100.00%	-200.00%
0.7	-166.67%	-100.00%	-166.67%	-233.33%	-166.67%	-50.00%	-100.00%	-166.67%
0.75	-166.67%	-100.00%	-166.67%	-266.67%	-166.67%	-50.00%	-66.67%	-166.67%
0.8	-150.00%	-100.00%	-150.00%	-200.00%	-150.00%	-50.00%	-66.67%	-150.00%
0.85	-140.00%	-100.00%	-140.00%	-180.00%	-140.00%	-50.00%	-50.00%	-140.00%
0.9	-114.29%	-100.00%	-120.00%	-142.86%	-120.00%	-50.00%	-50.00%	-120.00%
0.95	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-130.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.99	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-33.33%	-100.00%

Tabla 5.17: Máximo y Mínimo de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial Negativa. *Experimento LS*.

Como sucede en el caso de la distribución de Poisson y Binomial, los errores relativos de *Aprox_Bk*, *Aprox_LS*, *Exacto_Bk*, *H&W* y *Trad* y *Teunter* son siempre negativos, lo que indica que sobreestiman el valor del stock de referencia. Por el contrario, la aproximación de *Johnson* y *Silver70* muestran errores relativos positivos y negativos. En este caso, *Exacto_Bk* presenta errores relativos mínimos de -100% para todos los valores de la tasa de unidades servidas objetivo. Por otra parte, comparando los resultados de la Binomial Negativa con Poisson y Binomial, se observa que los errores son más altos para cualquier valor de la *FR*, lo que parece indicar que cuanto mayor es el coeficiente de variación cuadrado, mayores son los errores que cometen las aproximaciones.

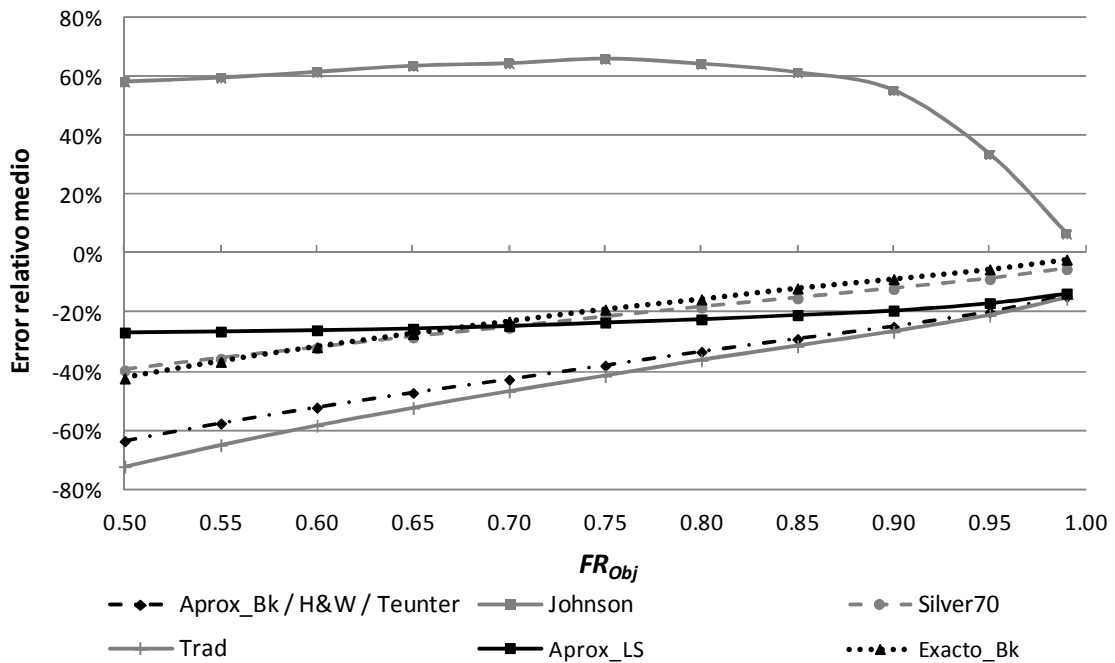
<i>FR_{Obj}</i>	Error relativo medio							
	<i>Aprox_LS</i>	<i>Exacto_Bk</i>	<i>Aprox_Bk</i>	<i>Trad</i>	<i>H&W</i>	<i>Johnson</i>	<i>Silver70</i>	<i>Teunter</i>
0.5	-26.82%	-42.38%	-63.66%	-72.24%	-63.66%	58.14%	-39.65%	-63.66%
0.55	-26.48%	-36.75%	-57.65%	-65.00%	-57.65%	59.41%	-35.73%	-57.65%
0.6	-26.05%	-31.77%	-52.26%	-58.38%	-52.26%	61.42%	-32.13%	-52.26%
0.65	-25.46%	-27.26%	-47.31%	-52.41%	-47.31%	63.49%	-28.47%	-47.31%
0.7	-24.64%	-23.11%	-42.80%	-46.80%	-42.80%	64.34%	-25.20%	-42.80%
0.75	-23.44%	-19.02%	-38.05%	-41.57%	-38.05%	65.90%	-21.69%	-38.05%
0.8	-22.32%	-15.55%	-33.39%	-36.27%	-33.39%	64.17%	-18.36%	-33.39%
0.85	-20.85%	-11.85%	-29.04%	-31.44%	-29.04%	61.26%	-15.24%	-29.04%
0.9	-19.36%	-8.70%	-24.84%	-26.62%	-24.84%	55.17%	-12.05%	-24.84%
0.95	-16.83%	-5.41%	-19.88%	-21.10%	-19.88%	33.48%	-8.71%	-19.88%
0.99	-13.63%	-2.09%	-14.54%	-15.28%	-14.54%	6.53%	-5.31%	-14.54%

<i>FR_{Obj}</i>	Desviación estándar							
	<i>Aprox_LS</i>	<i>Exacto_Bk</i>	<i>Aprox_Bk</i>	<i>Trad</i>	<i>H&W</i>	<i>Johnson</i>	<i>Silver70</i>	<i>Teunter</i>
0.5	33.50%	34.77%	41.79%	50.13%	41.79%	39.35%	36.43%	41.79%
0.55	32.28%	29.94%	37.63%	44.20%	37.63%	39.29%	31.97%	37.63%
0.6	30.94%	25.95%	34.66%	39.62%	34.66%	39.09%	28.45%	34.66%
0.65	29.59%	22.45%	31.75%	36.27%	31.75%	38.61%	25.35%	31.75%
0.7	28.24%	19.67%	29.33%	32.80%	29.33%	38.42%	23.21%	29.33%
0.75	26.64%	16.84%	27.03%	30.34%	27.03%	38.34%	21.77%	27.03%
0.8	25.12%	14.77%	25.02%	27.79%	25.02%	39.23%	20.72%	25.02%
0.85	23.10%	12.11%	23.00%	25.56%	23.00%	40.75%	19.79%	23.00%
0.9	21.10%	9.76%	20.87%	22.90%	20.87%	42.46%	18.82%	20.87%
0.95	18.02%	7.45%	17.84%	19.35%	17.84%	37.57%	17.81%	17.84%
0.99	14.22%	4.59%	14.46%	15.40%	14.46%	14.10%	15.85%	14.46%

Tabla 5.18: Media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (*FR_{Obj}*) para la distribución Binomial Negativa. *Experimento LS*.

Todas las aproximaciones a excepción de *Johnson* muestran errores relativos promedio negativos y en todas ellas, tanto el error promedio como la desviación estándar del error disminuyen ante incrementos de la tasa de unidades servidas (véase Tabla 5.18). En cuanto a *Johnson*, se observa un incremento del error medio para valores de la tasa de unidades servidas entre el 0.50 y el 0.75, mostrando una disminución del error medio para valores de la tasa de unidades servidas superiores al 0.75. En cuanto a la desviación estándar del error de *Johnson*, no se observa relación alguna entre ella y el valor de la tasa de unidades servidas ya

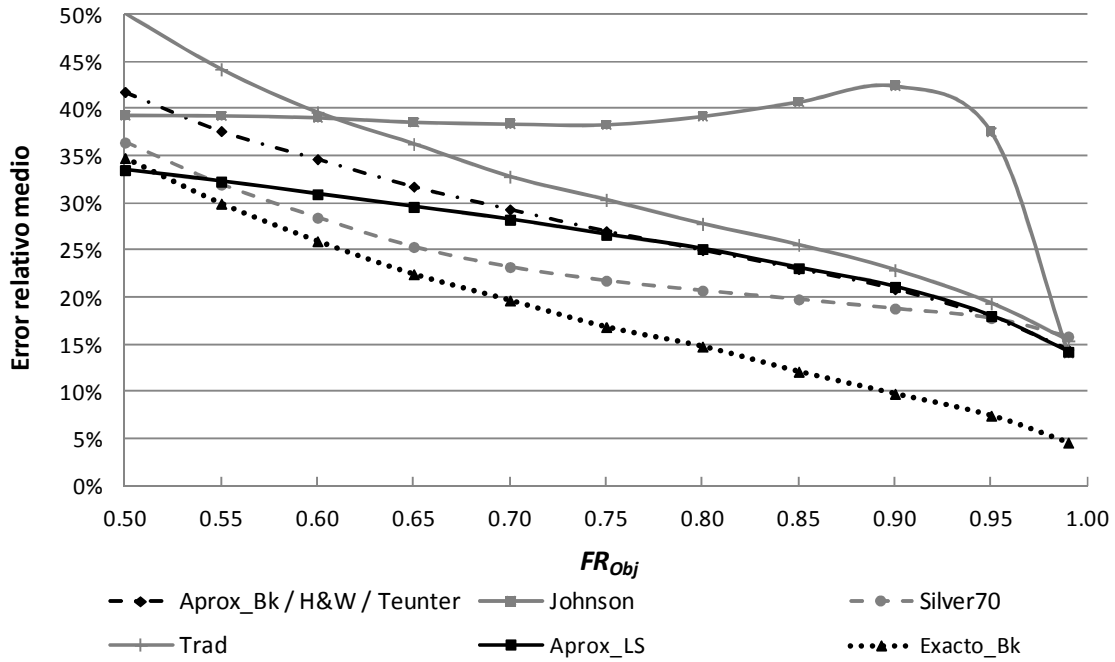
que la desviación estándar aumenta y disminuye sin ningún patrón apreciable. En este caso, *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* obtienen el mismo error relativo medio y desviación estándar.



Gráfica 5.13: Error relativo medio de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial Negativa. Experimento LS.

La Gráfica 5.13 presenta el error relativo medio frente a la tasa de unidades servidas objetivo para la Binomial Negativa. En ella se confirma la disminución del error medio de todas las aproximaciones cuando la tasa de unidades servidas se aproxima a 1.00. Se observa que el comportamiento de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* es idéntico, y que a su vez éste es muy similar a *Trad*, *Silver70* y *Exacto_Bk* aunque con valores menores del error en términos absolutos para *Exacto_Bk*, seguidos de *Silver70*. Por otra parte, *Aprox_LS* presenta un sesgo significativo pues es la aproximación más robusta ante variaciones de la tasa de unidades servidas aunque se observa un ligero descenso del error medio si $FR_{Obj} > 0.80$. Comparando las aproximaciones entre sí se observa que, para valores de la tasa de unidades servidas inferiores al 0.65, *Aprox_LS* muestra errores relativos más cercanos al 0.00%; en cambio para valores superiores al 0.65, es *Exacto_Bk* el que presenta errores más pequeños en términos absolutos.

En la Gráfica 5.14 se observa claramente cómo disminuye la desviación estándar de los errores relativos ante incrementos de la tasa de unidades servidas, siendo menor la desviación estándar del método *Exacto_Bk*, seguido de *Silver70*. Sólo *Johnson* muestra un ligero aumento de la desviación estándar para valores de la tasa de unidades servidas comprendidos entre el 0.80 y el 0.90, mostrando un gran descenso de la desviación para tasas de unidades servidas cercanas al 1.00.



Gráfica 5.14: Desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}) para la distribución Binomial Negativa. Experimento LS.

Comparando los errores promedios con la desviación estándar, también en el caso de la Binomial Negativa la desviación estándar de *Aprox_LS* es mayor que el error medio para cada intervalo de la tasa de unidades servidas. En cambio, sólo el método *Exacto_Bk* y *Silver70* muestran una desviación estándar superior al error medio para valores altos de la tasa de unidades servidas, $FR_{Obj} > 0.90$. En el resto de aproximaciones, el error medio es siempre mayor en términos absolutos de la desviación estándar del error.

5.4.4 Resultados agregados para las tres variables aleatorias

En este punto, se presenta el análisis de los errores en los que incurren las ocho aproximaciones consideradas en el Experimento LS para los 89.760 casos agregados. La Tabla 5.19 y la Tabla 5.20 muestran el máximo, el mínimo, el error promedio y la desviación de los errores relativos agregados para las tres distribuciones.

FR_{Obj}	Error relativo Máximo							
	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
0.5	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.81%	50.00%	0.00%
0.55	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.83%	66.67%	0.00%
0.6	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.85%	66.67%	0.00%
0.65	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.87%	66.67%	0.00%
0.7	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.88%	66.67%	0.00%
0.75	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.89%	75.00%	0.00%
0.8	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.90%	75.00%	0.00%
0.85	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.90%	66.67%	0.00%
0.9	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.91%	66.67%	0.00%
0.95	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	99.92%	66.67%	0.00%
0.99	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	50.00%	66.67%	0.00%
FR_{Obj}	Error relativo Mínimo							
	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
0.5	-200.00%	-100.00%	-200.00%	-350.00%	-200.00%	0.00%	-100.00%	-200.00%
0.55	-200.00%	-100.00%	-200.00%	-350.00%	-200.00%	-100.00%	-100.00%	-200.00%
0.6	-200.00%	-100.00%	-200.00%	-300.00%	-200.00%	-75.00%	-100.00%	-200.00%
0.65	-200.00%	-100.00%	-200.00%	-350.00%	-200.00%	-100.00%	-100.00%	-200.00%
0.7	-166.67%	-100.00%	-166.67%	-233.33%	-166.67%	-50.00%	-100.00%	-166.67%
0.75	-166.67%	-100.00%	-166.67%	-266.67%	-166.67%	-50.00%	-100.00%	-166.67%
0.8	-150.00%	-100.00%	-150.00%	-200.00%	-150.00%	-50.00%	-66.67%	-150.00%
0.85	-140.00%	-100.00%	-140.00%	-180.00%	-140.00%	-50.00%	-50.00%	-140.00%
0.9	-114.29%	-100.00%	-120.00%	-142.86%	-120.00%	-50.00%	-50.00%	-120.00%
0.95	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-130.00%	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%
0.99	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%	-33.33%	-100.00%

Tabla 5.19: Máximo y Mínimo de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}). Experimento LS.

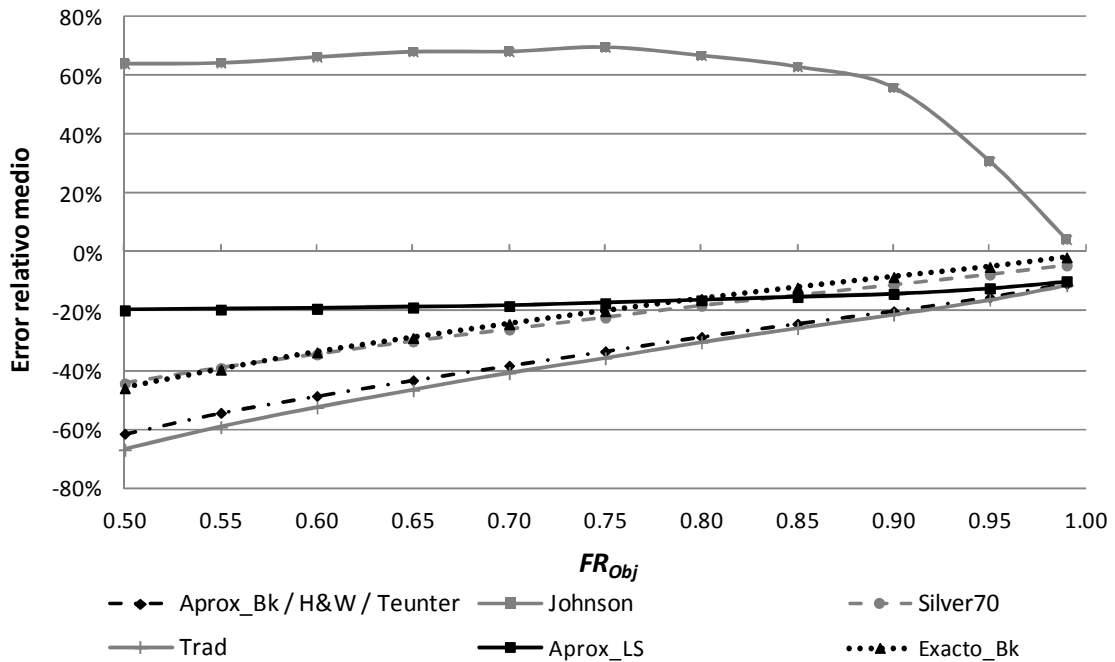
Como se ha mostrado en los puntos anteriores, *Aprox_Bk*, *Aprox_LS*, *Exacto_Bk*, *H&W*, *Trad* y *Teunter* sólo presentan errores negativos, lo que indica que siempre sobreestiman el valor del stock de referencia y supone tener mayor inventario medio del necesario. Por otra parte, *Johnson* y *Silver70* presentan errores positivos y negativos, lo que hace que sus errores promedios no sean comparables al de las otras aproximaciones al compensarse por el efecto de los signos.

FR_{Obj}	Error relativo medio							
	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
0.5	-19.64%	-46.04%	-61.50%	-66.96%	-61.50%	63.96%	-44.41%	-61.50%
0.55	-19.37%	-39.76%	-54.40%	-59.26%	-54.40%	64.24%	-39.20%	-54.40%
0.6	-19.11%	-33.90%	-48.68%	-52.63%	-48.68%	66.19%	-34.59%	-48.68%
0.65	-18.69%	-29.01%	-43.37%	-46.71%	-43.37%	68.02%	-30.17%	-43.37%
0.7	-18.18%	-24.31%	-38.40%	-40.94%	-38.40%	68.10%	-26.15%	-38.40%
0.75	-17.20%	-19.93%	-33.56%	-35.87%	-33.56%	69.58%	-22.10%	-33.56%
0.8	-16.21%	-15.78%	-28.68%	-30.48%	-28.68%	66.74%	-18.09%	-28.68%
0.85	-15.13%	-11.91%	-24.21%	-25.71%	-24.21%	62.93%	-14.61%	-24.21%
0.9	-14.08%	-8.34%	-19.93%	-21.08%	-19.93%	55.86%	-11.06%	-19.93%
0.95	-12.16%	-4.93%	-15.25%	-16.02%	-15.25%	30.85%	-7.50%	-15.26%
0.99	-9.77%	-1.70%	-10.62%	-11.07%	-10.62%	4.36%	-4.41%	-10.62%

FR_{Obj}	Desviación estándar							
	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
0.5	30.48%	33.74%	37.96%	44.03%	37.96%	37.95%	35.01%	37.96%
0.55	29.58%	29.00%	33.91%	38.66%	33.91%	39.24%	30.25%	33.91%
0.6	28.33%	24.87%	30.99%	34.74%	30.99%	38.54%	26.14%	30.99%
0.65	27.32%	21.61%	28.42%	31.88%	28.42%	37.89%	23.10%	28.42%
0.7	26.10%	18.79%	26.30%	29.05%	26.30%	38.29%	20.63%	26.30%
0.75	24.48%	16.08%	24.14%	26.80%	24.14%	37.87%	19.07%	24.14%
0.8	22.97%	13.87%	22.47%	24.69%	22.47%	39.78%	18.04%	22.47%
0.85	21.15%	11.45%	20.72%	22.80%	20.71%	41.92%	17.25%	20.71%
0.9	19.42%	9.14%	18.91%	20.63%	18.91%	44.00%	16.40%	18.91%
0.95	16.50%	7.06%	16.27%	17.51%	16.27%	39.11%	15.46%	16.27%
0.99	12.92%	4.20%	13.09%	13.84%	13.09%	12.20%	13.35%	13.09%

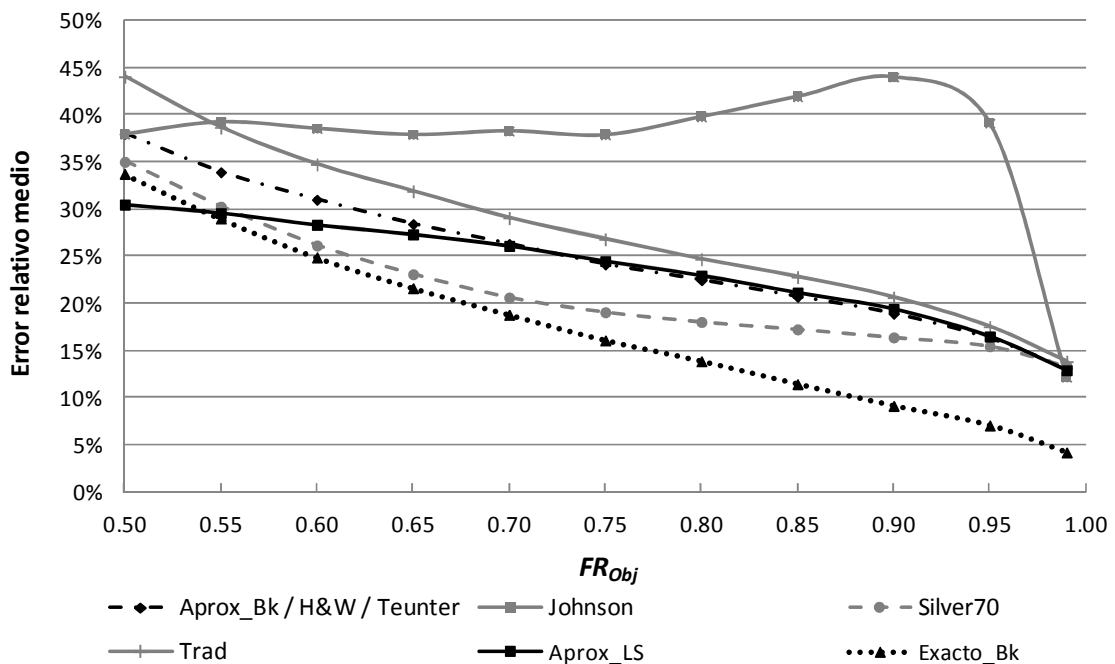
Tabla 5.20: Media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}). Experimento LS.

La Gráfica 5.15 representa el error relativo medio agregado frente a la tasa de unidades servidas objetivo. Al analizar los datos agregados, se comprueba que *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* muestran el mismo error relativo promedio y la misma desviación estándar. En la gráfica se confirma que el error medio para *Aprox_LS* es muy estable frente a variaciones de la tasa de unidades servidas, no apreciándose a penas ninguna tendencia, por lo que parece que esta aproximación está sesgada. Por su parte, *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter*, *Trad*, *Silver70* y *Exacto_Bk* disminuyen el error medio cuando la tasa de unidades servidas se aproxima a 1.00. Además, se observa que el comportamiento de todas ellas es muy similar. Comparando todas las aproximaciones entre sí, se aprecia que para valores del $FR_{Obj} \leq 0.80$, es *Aprox_LS* la aproximación que presenta un menor error medio en términos absolutos. En cambio, a partir de 0.80, es *Exacto_Bk* el método que presenta un menor error promedio.



Gráfica 5.15: Error relativo medio de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}). Experimento LS.

En cuanto a la desviación estándar de los errores agregados, en la Gráfica 5.16 se observa que para todas las aproximaciones salvo *Johnson* disminuye al aumentar la tasa de unidades servidas, confirmando así lo expuesto en los puntos anteriores. De todas ellas, es el método *Exacto_Bk* el que tiene una menor desviación estándar del error relativo.



Gráfica 5.16: Desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones en función de la tasa de unidades servidas objetivo (FR_{Obj}). Experimento LS.

5.4.5 Coste computacional de los métodos de estimación considerados en el *Experimento LS*

Del mismo modo que en el *Experimento Bk*, una vez analizados los errores relativos de cada aproximación considerada en el contexto de no diferimiento de demanda, se presenta en este punto un ejemplo ilustrativo del coste computacional que necesita cada método para estimar el stock de referencia cuando se establece una $FR_{Obj}=0.70$. Como se ha explicado en el caso de aceptar diferir la demanda, el coste computacional se mide a través del tiempo de ejecución, en milisegundos, que tarda cada aproximación para obtener el mínimo valor del stock de referencia que cumpla con el nivel objetivo de la tasa de unidades servidas establecido.

En este caso, al imponerse la restricción de que sólo existe una orden de aprovisionamiento lanzada en cada instante, lo que implica que $L < R$, el número de combinaciones posibles para cada nivel de la FR_{Obj} es menor que en el contexto de diferimiento de demanda. De hecho, en este contexto hay un total de 8.160 casos frente a los 21.420 del experimento anterior. En la Tabla 5.21 se presentan el número de casos que corresponden a cada variable aleatoria así como el tiempo total de cálculo necesario, medido en milisegundos, para calcular el conjunto de casos de cada variable aleatoria. Al igual que sucedía en el experimento anterior, la distribución que más tiempo tarda en calcular todos los casos es Binomial Negativa.

	Número Casos	Tiempo total de cálculo (ms)
Poisson	528	3.961.194
Binomial	2.880	15.350.201
Bin Neg	4.752	386.384.082
Conjunto	8.160	405.695.477

Tabla 5.21: Número de casos y tiempo total de cálculo (milisegundos) para una $FR_{Obj}=0.70$ en el *Experimento LS*.

En la Tabla 5.22 se presentan los tiempos totales de cálculo de cada método del *Experimento LS* por variable aleatoria cuando se establece una $FR_{Obj}=0.70$. En este caso, también son *Teunter* y *Silver70* los métodos que menor esfuerzo computacional requieren, es decir, son más rápidos, mientras que *Exacto_LS* y *Aprox_LS* son los más lentos.

V.A.	Tiempos totales de cálculo (ms)				
	Exacto_LS	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad
Poisson	1.500.985	1.465.346	482.396	476.726	9.286
Binomial	6.275.158	6.256.932	1.386.327	1.222.894	33.220
Bin Neg	94.738.715	101.018.038	88.690.537	97.837.086	748.587
Conjunto	102.514.858	108.740.316	90.559.260	99.536.706	791.093

V.A.	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
Poisson	14.592	8.698	1.838	1.327
Binomial	42.503	95.680	22.038	15.449
Bin Neg	1.358.427	1.741.373	192.084	59.235
Conjunto	1.415.522	1.845.751	215.960	76.011

Tabla 5.22: Tiempos totales de cálculo (milisegundos) de cada método de estimación del *Experimento LS* por variable aleatoria cuando la $FR_{Obj}=0.70$.

Se observan grandes diferencias en los tiempos de cálculo de los métodos, ya que *Teunter* calcula los 8.160 casos en 76 segundos, y en cambio los métodos *Exacto_LS* y *Aprox_LS* tardan 28 y 30 horas respectivamente. Puede apreciarse que en este caso, las diferencias de esfuerzo computacional entre las aproximaciones y los métodos desarrollados explícitamente para un contexto de diferimiento de demanda son mucho mayores. La razón de este mayor esfuerzo computacional se debe a que tanto *Exacto_LS* como *Aprox_LS* necesitan calcular el vector de probabilidades del stock físico al inicio de ciclo, $P(OH_0)$, lo que supone un enorme esfuerzo ya que han de multiplicarse matrices cuadradas de tamaño $S \times S$, de modo que cuanto mayor es el tamaño de S mayor es el esfuerzo y tiempo de cálculo requerido.

Analizando el comportamiento de cada método según la variable aleatoria, los métodos más rápidos son, en todos los casos, *Teunter* y *Silver70* en este orden. En cuanto a los métodos más lentos, para las distribuciones de Poisson y Binomial, son *Exacto_LS* y *Aprox_LS* respectivamente, y para la distribución Binomial Negativa se invierte el orden y el más lento es *Aprox_Bk* seguido de *Exacto_Bk*.

V.A.	Tiempos promedio de cálculo (ms)				
	Exacto_LS	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad
Poisson	2.842,77	2.775,28	913,63	902,89	17,59
Binomial	2.178,87	2.172,55	481,36	424,62	11,53
Bin Neg	19.936,60	21.258,00	18.663,83	20.588,61	157,53
Conjunto	12.563,10	13.326,02	11.097,95	12.198,13	96,95
V.A.	H&W	Johnson	Silver70	Teunter	
Poisson	27,64	16,47	3,48	2,51	
Binomial	14,76	33,22	7,65	5,36	
Bin Neg	285,86	366,45	40,42	12,47	
Conjunto	173,47	226,19	26,47	9,32	
V.A.	Desviación estándar de los Tiempos de cálculo				
	Exacto_LS	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad
Poisson	15.118,00	13.400,17	2.593,02	2.264,47	19,79
Binomial	15.825,65	17.116,86	1.186,34	1.070,30	15,71
Bin Neg	135.016,48	133.252,60	97.317,92	105.889,60	466,16
Conjunto	103.894,28	102.675,41	74.803,87	81.412,81	363,00
V.A.	H&W	Johnson	Silver70	Teunter	
Poisson	23,84	93,03	7,60	6,50	
Binomial	18,59	148,38	12,84	9,60	
Bin Neg	839,90	5.241,63	166,93	50,23	
Conjunto	654,64	4.004,29	128,69	38,97	

Tabla 5.23: Promedios y desviación estándar de los tiempos de cálculo de cada método de estimación del Experimento LS por variable aleatoria cuando la $FR_{Obj}=0.70$.

Según los datos de la Tabla 5.22, las aproximaciones *Trad*, *H&W*, *Johnson*, *Silver70* y *Teunter* (todas desarrolladas originalmente para un contexto de diferimiento de demanda) son muy rápidas ya que ninguna de ellas llega a consumir el 1% del tiempo total necesario para el conjunto de datos de cada variable aleatoria. En cambio, el resto de métodos, *Aprox_Bk*, *Exacto_Bk*, *Aprox_LS* y *Exacto_LS* son mucho más lentos pues necesitan, en general, más del

20% del tiempo total. Analizando estos datos por variable aleatoria, se observa que en el caso de Poisson y Binomial sí existen diferencias significativas en los tiempos de cálculo de estos cuatro métodos. De hecho, los dos métodos desarrollados en un contexto de diferimiento de demanda, *Exacto_Bk* y *Aprox_Bk*, son más rápidos (consumen alrededor de un 10% del tiempo total por variable aleatoria), mientras que los métodos desarrollados para un contexto de no diferimiento de demanda, *Exacto_LS* y *Aprox_LS*, necesitan casi un 40% del tiempo total cada uno. En cambio, para los casos de la Binomial Negativa, estas diferencias son mucho menores, pues los tiempos de ejecución de cada uno de los cuatro métodos suponen alrededor del 25% del tiempo total. Y, puesto que es esta distribución la que más peso tiene en el tiempo de cálculo conjunto, los datos agregados aparecen más igualados entre los métodos.

En la Tabla 5.23 se presenta el tiempo promedio y la desviación estándar de los tiempos de cada método del *Experimento LS*. En ella se observa que el método que menos tiempo promedio necesita para calcular el valor del *S* es *Teunter*, tardando 9.32 milisegundos de media, y con la menor desviación estándar. Por el contrario, los métodos que más tiempo promedio tardan son *Aprox_LS* y *Exacto_LS*, con desviaciones estándar muy elevadas. Estas desviaciones indican, como se ha explicado anteriormente, que existen casos en los que obtienen el valor del *S* de forma muy rápida, y en cambio, otros en los que son mucho más lentos. En general, como muestra la Tabla 5.24 el tiempo de cálculo aumenta cuanto mayor sea el valor del stock de referencia. Analizando los datos por distribución, es la Binomial Negativa la variable aleatoria que más tiempo promedio muestra para todos los métodos, aunque los tiempos medios de *Aprox_Bk*, *Exacto_Bk*, *Aprox_LS* y *Exacto_LS* son mucho mayores en comparación a los del resto de aproximaciones. Mientras *Teunter* tarda 12,47 milisegundos de promedio, *Aprox_LS* tarda más de 2 minutos de promedio.

Intervalo S_{Exacta}	Tiempos promedio de cálculo (ms)				
	Exacto_LS	Aprox_LS	Exacto_Bk	Aprox_Bk	Trad
[1-10[19,64	29,79	24,14	50,11	5,81
[10-25[297,40	379,97	389,06	513,21	29,44
[25-50[1.757,88	2.099,60	2.149,32	2.561,65	82,30
[50-100[8.105,10	9.190,22	9.259,54	10.336,55	186,74
[100-250[52.648,09	60.076,51	55.812,30	62.569,12	534,97
[250-500[380.901,78	400.004,75	321.781,65	342.057,43	1.466,63
[500-750[1.803.526,44	1.724.328,33	1.201.659,8	1.363.813,33	3.159,78
[750-1000[4.500.592,00	3.777.422,00	1.640.015,0	1.538.647,00	3.058,00

Intervalo S_{Exacta}	H&W	Johnson	Silver70	Teunter
[1-10[10,18	14,27	0,63	0,52
[10-25[53,11	190,72	3,53	2,32
[25-50[150,58	705,69	12,10	5,27
[50-100[340,36	983,69	35,92	13,92
[100-250[957,90	59,41	144,20	49,01
[250-500[2.537,85	89,84	603,23	182,82
[500-750[5.799,67	90,22	1.849,56	603,00
[750-1000[6.022,00	15,00	2.106,00	686,00

Tabla 5.24: Tiempos promedios de cálculo de cada método del *Experimento LS* en función del tamaño del stock de referencia para una $FR_{Obj}=0.70$.

5.4.6 Discusión y conclusiones del análisis descriptivo de los resultados del *Experimento LS*

Tal y como sucedía en el caso anterior, tras analizar los errores en los que incurren las ocho aproximaciones del *Experimento LS*, se observa que el comportamiento de todas ellas es muy similar para las tres variables aleatorias. Por tanto, también en este caso no parece que el resultado dependa de la función de distribución de la demanda considerada, aunque sí parece que en el caso de la Binomial Negativa, cuando el coeficiente de variación cuadrado es elevado, aparecen mayores errores en la estimación del S . Siguiendo el mismo esquema que en el punto 5.35 se presentan a continuación las principales conclusiones alcanzadas tras el análisis descriptivo de los resultados agregados, lo que permitirá entender el comportamiento de cada aproximación ante variaciones de la tasa de unidades servidas, así como las diferencias entre ellas:

- En cuanto a la tendencia de subestimar o sobreestimar el stock de referencia, se observa que *Aprox_LS*, *Exacto_Bk*, *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* y *Trad* cuando difieren del exacto siempre sobreestiman, lo cual tiene un impacto negativo en el inventario medio, pero no incumple el criterio de servicio establecido. Por su parte, *Silver70* y *Johnson* presentan tanto valores positivos como negativos de los errores relativos, por lo que a veces sobreestiman y otras subestiman.
- Se observa que los errores relativos de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* no son siempre idénticos, pero que cuando aparecen desviaciones éstas son del 0.01%.
- Por otro lado, se observa que la aproximación *Aprox_LS*, que obtiene el valor exacto de la expresión (2.5), muestra un sesgo significativo con un comportamiento muy robusto ante variaciones de la tasa de unidades servidas.
- También en este experimento *Johnson* es la aproximación que presenta los mayores errores relativos, que oscilan el 99% para todos los valores de la tasa de unidades servidas inferiores a 0.99. Además, comparando los errores medios en términos absolutos esta aproximación es la que presenta los errores más elevados, a pesar de que al obtener errores positivos y negativos el signo pueda hacer la media se compense. Sólo para valores muy elevados de la tasa de unidades servidas se observa un descenso destacable del error promedio. Esta aproximación está desarrollada para calcular la tasa de unidades servidas de un periodo, es decir $R=1$, por eso, si el periodo de revisión es distinto de 1 aparecen errores significativos.
- En general, se observa una disminución de los errores relativos promedios y de la desviación estándar del error ante incrementos de la tasa de unidades servidas. No obstante, tal y como se ha comentado, *Aprox_LS* muestra un sesgo significativo.
- Para valores de $FR_{Obj} \leq 0.80$, es *Aprox_LS* la aproximación que presenta un menor error relativo medio. Para valores $FR_{Obj} > 0.80$, es el método *Exacto_Bk* el que muestra un menor error promedio.

- *Exacto_Bk*, *Silver70*, *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* y *Trad* muestran una disminución lineal del error medio ante incrementos de la tasa de unidades servidas.
- Por último, la aproximación que tiene una menor desviación estándar del error es *Exacto_Bk* si $FR_{Obj} \geq 0.55$, para valores inferiores, la menor desviación estándar la presenta *Aprox_LS*.

En cuanto al esfuerzo computacional de cada método en la estimación del stock de referencia, el punto 5.4.5 presenta un ejemplo ilustrativo del tiempo que necesita cada método de estimación para obtener el mínimo valor exacto del S que cumpla con un nivel de servicio establecido del 0.70. De este ejemplo se extraen las siguientes conclusiones:

- Los métodos que menos esfuerzo computacional requieren, medido éste en tiempo de estimación, son *Teunter* y *Silver70*, pues encuentran el valor del mínimo S que cumpla con el nivel de servicio establecido en menos de 0.1 segundo de media.
- Los métodos que más esfuerzo computacional requieren son *Aprox_Bk*, *Exacto_Bk*, *Aprox_LS* y *Exacto_LS*, sobre todo estos dos últimos, puesto que es necesario calcular el vector de probabilidades $P(OH_0)$ que supone un gran esfuerzo computacional. Además, la desviación estándar de sus tiempos es muy elevada, lo que indica que existe una gran variabilidad en los tiempos de cálculo en función del tamaño del S .
- Se observan grandes diferencias en cuanto a tiempo de estimación entre las aproximaciones y los métodos exactos, ya que el método *Exacto_LS* necesita 28 horas para calcular los 8.160 casos correspondientes a una $FR_{Obj} = 0.70$ mientras que las aproximaciones, como el caso de *Teunter* necesita 76 segundos.
- Se observa que existen grandes diferencias en cuanto a tiempos de ejecución entre los métodos desarrollados explícitamente en un contexto de no diferimiento de demanda no servida (*Exacto_LS* y *Aprox_LS*) y las aproximaciones del contexto de diferimiento de demanda (*Teunter*, *Silver70*, *Johnson*, *H&W* y *Trad*).
- Se observa un crecimiento del tiempo promedio de cálculo de todos los métodos ante incrementos del tamaño del stock de referencia exacto, sobre todo en los métodos *Exacto_LS* y *Aprox_LS* como consecuencia del cálculo del vector $P(OH_0)$.
- Las conclusiones anteriores justifican la necesidad de disponer de aproximaciones que obtengan el valor exacto del S de un modo más rápido.

5.5 COMPARACIÓN DEL ANÁLISIS DESCRIPTIVO DEL EXPERIMENTO BK Y EL EXPERIMENTO LS Y PRINCIPALES CONCLUSIONES.

Una vez analizados los errores relativos de las desviaciones que cometen las aproximaciones en cada uno de los experimentos realizados, se presenta a continuación una comparación del

comportamiento de dichas aproximaciones remarcando las principales conclusiones de este capítulo.

- En primer lugar, se observa que el comportamiento de sobreestimación o subestimación de las aproximaciones es independiente del contexto, ya que en ambos experimentos *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* y *Trad* sobrestiman el valor del stock de referencia; mientras que *Silver70* y *Johnson* a veces lo sobreestiman y otras veces lo subestiman.
- En el *Experimento Bk* aparece un sesgo significativo de *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter*; mientras que en el *Experimento LS* el sesgo aparece para el método *Aprox_LS*. Ha de recordarse que *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* obtienen el valor exacto de las expresiones (2.5) y (2.6) en un contexto de diferimiento de demanda, mientras que *Aprox_LS* obtiene el valor exacto de la expresión (2.5) en un contexto de no diferimiento de demanda. Por tanto, parece que aquellos métodos que obtengan el valor exacto de la tasa de unidades servidas basado en las expresiones (2.5) o (2.6) muestran un sesgo significativo en el contexto para el que han sido desarrollados.
- La aproximación que muestra un comportamiento más errático y con los mayores errores relativos medios en términos absolutos es *Johnson*, independientemente del contexto considerado, ya que este método asume la hipótesis de que $R=1$ y en aquellos casos que no se cumple, muestra unos errores relativos muy elevados.
- Los errores relativos medios en el *Experimento LS* son mayores que en el *Experimento Bk*, debido a que todas las aproximaciones analizadas en él, a excepción de *Aprox_LS*, están desarrolladas para un contexto en el que se permita diferir la demanda no servida del ciclo.
- En los dos experimentos se observa que cuando mayor es el coeficiente de variación cuadrado, lo que se observa en el caso de la Binomial Negativa por ser la distribución que alcanza mayores valores del CV^2 , los errores promedios son mayores, es decir, que las aproximaciones funcionan peor.

En cuanto al esfuerzo computacional de cada método en la estimación del stock de referencia, se extraen las siguientes conclusiones generales:

- Los métodos que menos esfuerzo computacional, medido éste en tiempo de estimación, requieren para la obtención del mínimo S que cumpla con el nivel de servicio establecido son *Silver70* y *Teunter*.
- Por su parte, los métodos que más esfuerzo computacional requieren son *Aprox_Bk*, *Exacto_Bk*, *Aprox_LS* y *Exacto_LS*, cuya desviación estándar de sus tiempos es muy elevada, lo que indica que existe una gran variabilidad en los tiempos de cálculo
- Aunque los tiempos promedios de estos métodos parezcan rápidos (aproximadamente 10 segundos), ha de tenerse en cuenta el volumen de casos que se incluyen en cada experimento. Comparando los tiempos globales, se observa que aparecen grandes diferencias en cuanto a esfuerzo computacional entre las aproximaciones y los

métodos exactos, lo que justifica en este sentido la necesidad de utilizar aproximaciones que permitan obtener el valor del stock de referencia de un modo más rápido, sobretudo en el contexto de no diferimiento de demanda donde las diferencias son más significativas

Tras la realización del análisis descriptivo de los resultados experimentales obtenidos en los experimentos se obtienen resultados relativos, por un lado, al comportamiento de las aproximaciones y sus desviaciones en el cálculo del stock de referencia, y por otro lado, resultados relativos al esfuerzo computacional y tiempo de estimación de cada método. De este análisis se extrae que puede suceder que aproximaciones muy rápidas presenten grandes desviaciones en el cálculo del stock de referencia, mientras que otras aproximaciones más lentas presenten menores desviaciones de cálculo aportando pues mejores resultados en la obtención del S . En el siguiente capítulo se plantea llegar a una solución compromiso entre ambas características, combinando tanto la precisión de cálculo del S como la rapidez y sencillez. De este modo, se propone buscar un método de estimación eficiente que proporcione estimaciones del stock de referencia correctas con un coste computacional razonable.

CAPÍTULO 6. ANÁLISIS EXPLORATORIO DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

6.1 INTRODUCCIÓN

Como se ha expuesto a lo largo de esta tesis, el objetivo de la misma es estudiar qué método de cálculo del stock de referencia es más eficiente en función de las características del ítem y de la política de gestión de inventarios (R, S) . Para ello, se han diseñado dos experimentos, uno en el caso de que se permita aceptar diferir la demanda no servida del ciclo y el otro en caso de no permitir dicho diferimiento de demanda no servida (Capítulo 4). Tras la realización de un primer análisis descriptivo de los resultados experimentales (Capítulo 5) que permite entender cómo funciona cada método, en este capítulo se presenta un análisis exploratorio más exhaustivo con el fin de determinar qué variable o variables son las más influyentes en la utilización de un u otro método en la estimación del stock de referencia. Para ello, se recurre al análisis estadístico de los datos a través de los árboles de clasificación y regresión, una técnica estadística de minería de datos de carácter exploratorio y predictivo que permite explicar la respuesta de una variable dependiente, categórica o continua, en función de variables independientes con el fin de generar un modelo predictivo de su comportamiento. El funcionamiento de esta técnica se detalla en el punto 6.2.

Este capítulo presenta dos análisis exploratorios correspondientes a los dos experimentos realizados y se muestra un ejemplo ilustrativo de los tiempos de ejecución de cada método. Como se ha expuesto, la utilización de los métodos exactos, y sobre todo los métodos desarrollados para un contexto de no diferimiento de demanda no servida (*Exacto_LS* y *Aprox_LS*) suponen un enorme esfuerzo computacional lo que motiva la utilización de aproximaciones para la estimación del stock de referencia. No obstante, tal y como se ha mostrado en el capítulo anterior, la utilización de las aproximaciones para la estimación del stock de referencia puede llevar a cometer desviaciones importantes. Por ello, se plantea en este capítulo buscar un situación de compromiso entre ambos requisitos, de forma que se proponga finalmente qué estimación es más eficiente en cuanto a precisión de cálculo y esfuerzo computacional. Mediante el análisis exploratorio que se presenta en este capítulo, se analiza cómo se comporta cada una de las aproximaciones y se determina en qué casos es

posible utilizar alguna de ellas. Además, este análisis también tiene un sentido práctico como instrumento corrector, ya que la realización del análisis exploratorio de este capítulo permite determinar qué ocurre si en la práctica una empresa sólo puede utilizar una determinada aproximación (por dificultad de programación, por tradición, por desconocimiento, etc.) y establecer no sólo si existe riesgo en la estimación del stock de referencia, sino además conocer cuál es dicho riesgo, cualitativa y cuantitativamente, pudiendo así corregir su efecto.

6.2 EL ÁRBOL DE CLASIFICACIÓN Y REGRESIÓN, *C&RT*

Los árboles de clasificación y regresión (*C&RT*) son una técnica estadística que proporcionan modelos que satisfacen objetivos tanto predictivos como explicativos. El objetivo de los *C&RT* es explicar y predecir la respuesta de una variable dependiente, que puede ser categórica o continua en función de variables independientes [StatSoft (2008)]. Las principales ventajas de esta técnica son, por un lado, la sencilla representación gráfica mediante árboles y, por otro, el formato compacto de las reglas en lenguaje natural. En muchos casos con los *C&RT* se generan modelos cuyo comportamiento es superior a cualquier otra técnica lineal, no lineal o incluso basada en redes neuronales [Hastie et al. (2001)].

Por tanto, como técnica de modelado es útil para explicar y predecir la pertenencia de la variable dependiente a una clase sobre la base de variables explicativas cuantitativas y cualitativas, denominadas independientes. Esta técnica se explica ampliamente en Breiman et al. (1984).

En la Figura 6.1 se muestra un ejemplo de un árbol de clasificación sencillo en el que se determina qué variable independiente influye en la determinación del mejor método (variable dependiente). En este ejemplo sólo aparecen tres nodos, divididos en dos niveles que se separan por una única condición. Dentro de cada nodo aparece, en el extremo superior izquierdo, la codificación asignada al nodo, mediante un número (por ejemplo $ID=1$). En el extremo superior derecho se indica el número de casos que se evalúan en ese nodo (por ejemplo, en el caso del nodo $ID=1$, el número de casos son $N=235.620$). En el centro del nodo aparece indicada la variable dependiente que se selecciona como clase predictora para todo el nodo (siguiendo con el mismo ejemplo, para el nodo $ID=1$ la clase es *Exacto Bk*). Por último, en la base del nodo aparece un diagrama de barras con los valores observados que toma la variable dependiente en cada nodo y cuya leyenda de colores aparece en el extremo izquierdo del árbol.

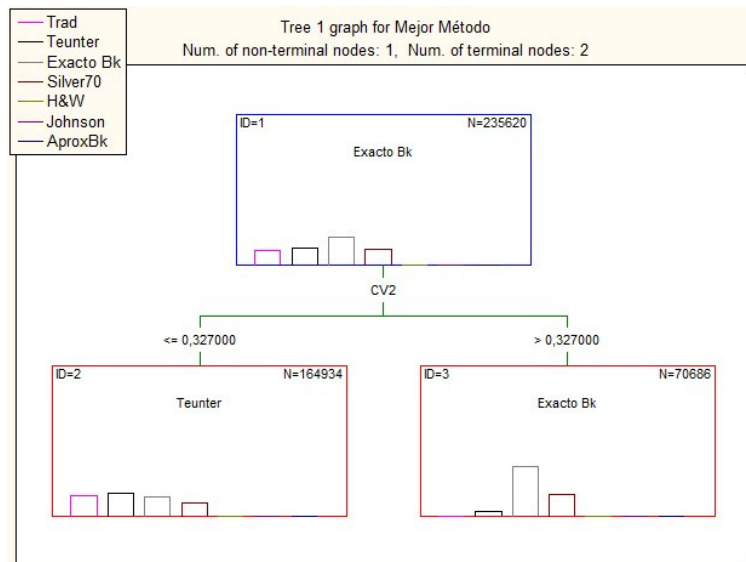


Figura 6.1: Ejemplo de un C&RT.

Las condiciones o reglas de clasificación entre nodos de distinto nivel aparecen en las líneas verticales, que actúan como enlaces entre nodos. Primero aparece la variable independiente explicativa y luego el valor de ésta que explica el fenómeno. En este ejemplo, la variable independiente explicativa es el coeficiente de variación cuadrado de las órdenes, CV^2 . Por tanto, el árbol se lee de la siguiente forma: cuando el coeficiente de variación cuadrado es menor o igual a 0,327 (lo que ocurre en un total de 164.934 casos) el método de *Teunter* es el más conveniente. En cambio, si el coeficiente de variación cuadrado es mayor que 0,327 (70.686 casos), predice que el mejor método de cálculo es *Exacto Bk*.

En esta tesis se utilizan los árboles de clasificación no sólo como herramienta predictiva sino también como herramienta exploratoria, ya que con ella se detectan zonas de comportamiento homogéneo de los métodos de estimación de la tasa de unidades servidas cuando se seleccionan como mejor método de cálculo del stock de referencia. Una vez determinadas estas zonas de comportamiento común, se realiza el análisis de las mismas para poder así identificar los errores que comete cada método cuando se selecciona como mejor método de estimación del stock de referencia.

6.2.1 Selección de la variable dependiente: regla para obtener el mejor método de estimación del stock de referencia

Para cumplir con el objetivo de la tesis es necesario conocer qué variables influyen en la utilización de uno u otro método en la estimación del stock de referencia. Para ello es necesario definir una regla para determinar qué método de cálculo es el más adecuado en cada uno de los 235.620 casos del *Experimento Bk* y de los 89.760 casos del *Experimento LS*. Por tanto, para cumplir con el propósito de la investigación se plantea un cambio en la variable a analizar con el C&RT, ya que en este capítulo no se estudia el error relativo en el que incurre cada aproximación frente al método exacto, sino el mejor método de cálculo de S en cada caso, entendiendo por mejor el más eficiente. Teniendo en cuenta esto, la regla de selección

del método de cálculo más eficiente consiste en escoger en cada caso del experimento la aproximación que cumpla los siguientes criterios, en este orden:

1. Se elige aquel método que presenta una desviación respecto al cálculo exacto igual al 0.00%, es decir, que aporte un stock de referencia igual que el obtenido con el método exacto.
2. Si existen varios métodos que cumplen el primer criterio, se selecciona el más rápido de ellos, es decir, aquél que obtiene el stock de referencia exacto en menor tiempo computacional.
3. Si existen más de un método que cumplen los dos primeros criterios, es decir, que proporcionan un stock de referencia igual al exacto y son igualmente rápidos, se selecciona aquél que sea más sencillo. Para determinar la sencillez de cada método, se utiliza el criterio de la complejidad ciclomática [McCabe (1976)] entendiéndose por más sencillo aquel método con menor complejidad ciclomática. Si varios métodos muestran la misma complejidad, el criterio de desempate utilizado es el número de líneas de código de programación. En la Tabla 6.1 aparecen los métodos considerados en la experimentación ordenados de mayor a menor sencillez según su complejidad ciclomática y su número de líneas de código de programación.

Método	Complejidad Ciclomática	Núm. Líneas de Código
<i>Trad</i>	4	27
<i>Teunter</i>	5	23
<i>Silver70</i>	5	27
<i>Exacto_Bk</i>	5	31
<i>Aprox_Bk</i>	6	35
<i>Johnson</i>	6	37
<i>H&W</i>	6	40
<i>Exacto_LS</i>	15	57
<i>Aprox_LS</i>	18	75

Tabla 6.1: Complejidad ciclomática y número de líneas de código de cada método de estimación de la tasa de unidades servidas programadas en la experimentación.

A modo ilustrativo, se muestra a continuación un ejemplo de aplicación de los criterios definidos arriba. La Tabla 6.2 presenta el stock de referencia obtenido por cada método del *Experimento Bk* y el tiempo de cálculo de cada uno (medido en milisegundos) para una distribución de Poisson, con $\lambda=0.05$, $R=15$, $L=5$ y $FR_{Obj}=0.95$. El stock de referencia obtenido con el método exacto es $S=3$. El primer paso, es analizar qué aproximaciones calculan el valor exacto del stock de referencia. Según se muestra, todas obtienen el valor exacto de S excepto *Johnson*. Por tanto, el siguiente paso es ver cuál o cuáles son más rápidas, es decir, lo calculan en el menor tiempo. En este caso vemos que de todas las aproximaciones, *Exacto_Bk*, *Silver70* y *Teunter* tardan 0 milisegundos. Por último, para desempatar entre ellas, se utiliza el criterio de la sencillez del método, es decir, se elige aquella aproximación que tenga una menor

complejidad ciclomática. Según los datos de la Tabla 6.1, las tres aproximaciones muestran la misma complejidad ciclomática, por lo que se utiliza el número de líneas de código como criterio de desempate, siendo *Teunter* el mejor método para este caso.

Exacto_Bk		Aprox_Bk		H&W		Johnson		Silver70		Trad		Teunter		Mejor Método
S	T(ms)	S	T(ms)	S	T(ms)	S	T(ms)	S	T(ms)	S	T(ms)	S	T(ms)	
3	0	3	47	3	16	1	0	3	0	3	15	3	0	Teunter

Tabla 6.2: Stock de referencia y tiempo de cálculo de cada método para Poisson (0.05), $R=15$, $L=5$ y $FR_{Obj}=0.95$.

De este modo, se define la variable dependiente como el mejor método o el más eficiente. Nótese que mientras que en el capítulo anterior se ha analizado el comportamiento de los errores relativos de cada aproximación, en este capítulo se analiza el mejor método de estimación del stock de referencia, siendo esta la nueva variable dependiente a explicar en este análisis.

6.2.2 Selección de las variables independientes del árbol de clasificación y regresión

Una vez definida la variable dependiente, es decir el mejor método de cálculo de S , han de seleccionarse una serie de variables independientes con el fin de hallar un modelo que explique el comportamiento de dicha variable dependiente.

La Tabla 6.3 recoge las variables independientes que se han incluido en el análisis. Por un lado, se seleccionan el coeficiente de variación cuadrado, CV^2 , y el intervalo medio entre demandas, p , ya que las distribuciones consideradas en los experimentos se han escogido para cubrir un amplio espectro de categorías de demanda dentro del espacio de representación CV^2Lp propuesto por Syntetos et al. (2005). También se ha seleccionado como variable dependiente la probabilidad de demanda nula en un ciclo, $P(0)$, ya que tanto el método *Exacto_LS* (expresión (2.37)) como el método *Exacto_Bk* (expresión (3.33)) consideran explícitamente la necesidad de que exista demanda positiva en el ciclo mientras que no aparece para el resto. Otra de las variables dependientes escogidas es la demanda media en $R+L$, μ_{R+L} , puesto que en todas las expresiones analíticas consideradas en la experimentación aparece la demanda acumulada en $R+L$ de forma explícita (expresiones (3.4), (3.8), (3.11), (3.15), (3.20), (3.25) y (3.29)). En un sistema (R, S) el stock de referencia ha de ser suficientemente grande como para cubrir la demanda en $R+L$ [Silver et al. (1998)], ya que es el periodo máximo que transcurre desde que se lanza la orden de aprovisionamiento hasta que se recibe (Figura 2.2) y de ahí que todos los autores calculen la tasa de unidades servidas a partir de la demanda en $R+L$. Por último, también se ha escogido como variable dependiente la tasa de unidades servidas objetivo, FR_{Obj} , puesto que el sistema se diseña para cumplir con un nivel de servicio objetivo y como se ha visto en el capítulo anterior, éste influye en el comportamiento del error para las distintas aproximaciones.

Nomenclatura	Acrónimo <i>C&RT</i>	Contenido
ρ	p	Intervalo medio entre demandas
CV^2	CV2	Coeficiente de variación cuadrado
$P(0)$	P(0)	Probabilidad de demanda nula
μ_{R+L}	μ_{RL}	Demanda media en $R+L$
FR_{Obj}	FRO	Tasa de unidades servidas objetivo

Tabla 6.3: Variables independientes seleccionadas para el análisis exploratorio.

6.3 LOS ERRORES DE CLASIFICACIÓN

Al utilizar los *C&RT* como herramientas predictivas se corre el riesgo de incurrir en errores de clasificación, ya que puede haber diferencias entre el mejor método predicho para el nodo y lo observado, lo que puede llevar a que aparezcan errores de clasificación de distinta envergadura. Por ejemplo, que en un nodo se clasifique un determinado método como el mejor método, es decir el más eficiente, no significa que no exista algún caso dentro de ese nodo en el que otro método sea el más eficiente, sino que la mayoría de los casos seleccionan el primero. Por tanto, el utilizar el método predicho para todos los casos del nodo puede suponer, o bien un mayor coste computacional (si el predicho calcula el valor exacto de S pero no es el más eficiente para ese caso concreto) o bien puede suponer cometer errores en la estimación del stock de referencia.

En el segundo de los casos, cuando se cometen errores en el cálculo de S , Babiloni (2009) distingue dos naturalezas distintas de errores de clasificación:

- **Error de clasificación tipo 1 (EC1).** Porcentaje de casos mal clasificados en los que se sobreestima el stock de referencia. En este tipo de error, a pesar de no calcular correctamente el valor del stock de referencia, se garantiza el criterio de diseño del sistema.
- **Error de clasificación tipo 2 (EC2).** Porcentaje de casos mal clasificados en los que se subestima el stock de referencia, lo que implica que no se garantiza el criterio de diseño del sistema.

6.4 ANÁLISIS EXPLORATORIO DE LOS RESULTADOS DEL EXPERIMENTO *Bk*

6.4.1 Elaboración del *C&RT* del Experimento *Bk*

Con el fin de hallar un modelo que explique el comportamiento de la variable dependiente, es decir el mejor método de cálculo del stock de referencia en el Experimento *Bk*, se elabora un *C&RT* para los 235.620 casos obtenidos con la experimentación. Para ello se emplea la versión 8.0 del Software STATISTICA [StatSoft (2008)]. Para la elaboración de dicho árbol se utilizan

como variables independientes las seleccionadas en el punto 6.2.2; y como variable dependiente el mejor método de acuerdo con el punto 6.2.1 del presente capítulo.

La Figura 6.2 muestra el árbol de clasificación resultante (denominado de aquí en adelante *C&RT_Bk*), en el que hay un total de 17 nodos, 9 de los cuales son finales. De las cinco variables independientes que se han considerado en el análisis, aparecen todas menos el intervalo medio entre demandas, p . Esto no implica que no sea una variable significativa con respecto al modelado del error relativo en el que ocurre cada aproximación, sino que no lo es en la selección del mejor método de estimación de S .

El árbol se divide en dos ramas principales. La rama de la izquierda incluye todos los casos en los que $CV^2 \leq 0.327$, alcanzando un total de 164.934 casos. Para estos casos, aparecen como variables explicativas del modelo las cuatro variables independientes: la demanda media en $R+L$, μ_{R+L} ; el coeficiente de variación cuadrado, CV^2 ; la probabilidad de demanda nula, $P(0)$; y la tasa de unidades servidas objetivo, FR_{Obj} . En esta rama aparecen 8 nodos finales, de los cuales sólo 3 (NODO 11, NODO 13 y NODO 17) eligen como mejor método el cálculo exacto (*Exacto_Bk*), otros tres (NODO 8, NODO 9 y NODO 14) escogen como mejor método *Teunter* mientras que los otros dos (NODO 6 y NODO 16) eligen *Trad*.

La rama de la derecha incluye los 70.686 casos restantes, en los que $CV^2 > 0.327$, formada por un único nodo final (NODO 3), en el que se elige como mejor método el exacto (*Exacto_Bk*). Para poder analizar con mayor profundidad el comportamiento de las aproximaciones en esta rama, se realiza un nuevo árbol de clasificación únicamente con los 70.686 casos de este nodo.

La Figura 6.3 muestra este árbol (de aquí en adelante denominado *C&RT_Bk_Nodo3*), en el que hay 9 nodos en total, de los que 5 son finales. En este caso aparecen como variables explicativas del modelo la demanda media en $R+L$, μ_{R+L} ; el coeficiente de variación cuadrado, CV^2 ; y la tasa de unidades servidas objetivo, FR_{Obj} . También en este caso el árbol se divide en dos ramas principales. La de la izquierda incluye aquellos casos en los que $\mu_{R+L} \leq 22.45$, con un total de 36.014 casos en los que aparecen como variables independientes las tres mencionadas anteriormente. En esta rama hay cuatro nodos finales, dos de ellos eligen como mejor método *Exacto_Bk* (NODO 3.5 y NODO 3.7), y los otros dos eligen *Silver70* (NODO 3.8 y NODO 3.9). En cuanto a la rama de la derecha, aparece un único nodo (NODO 3.3) que escoge como mejor método *Exacto_Bk*. En este nodo se incluyen los 34.672 casos restantes en los que $\mu_{R+L} > 22.45$.

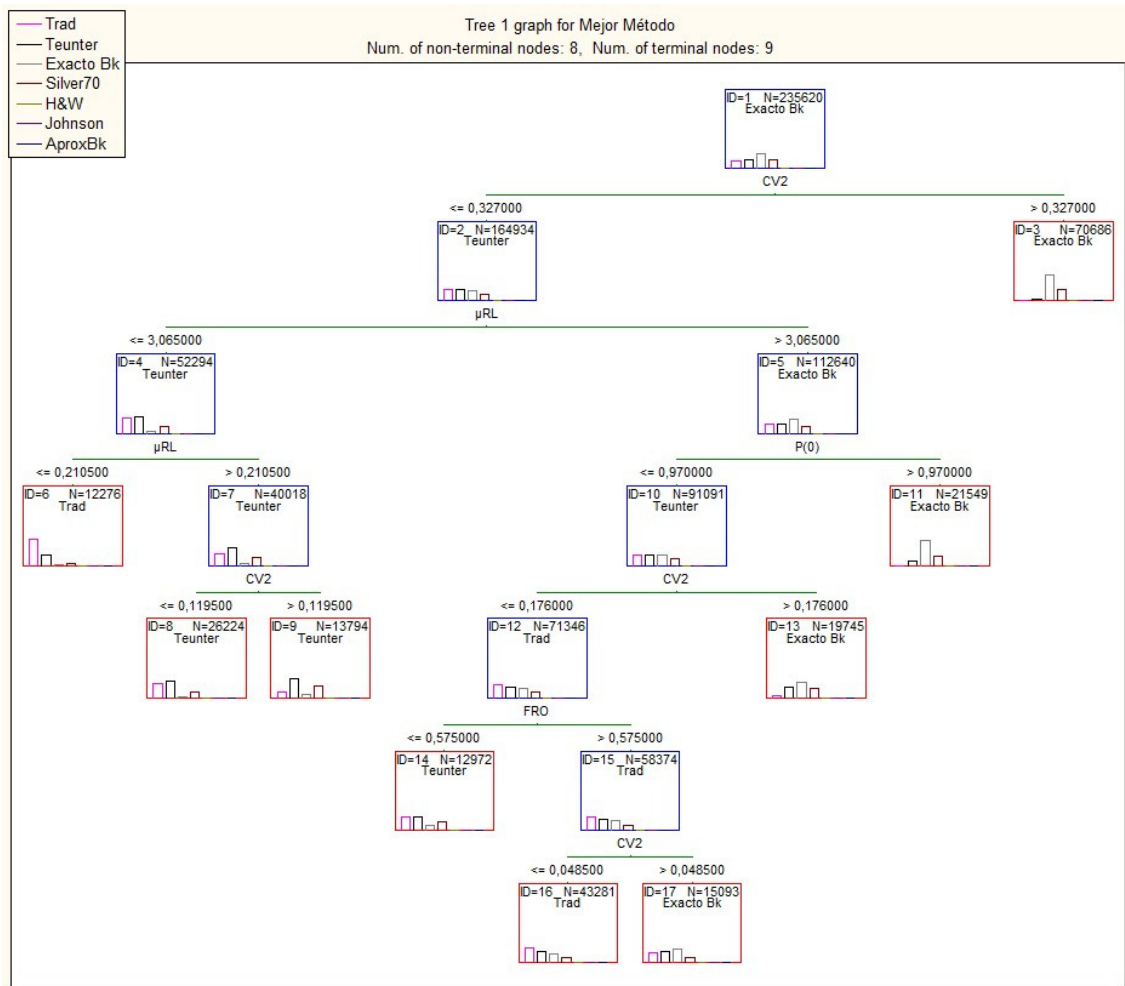


Figura 6.2: C&RT_Bk del mejor método para determinar el stock de referencia S. Experimento Bk.

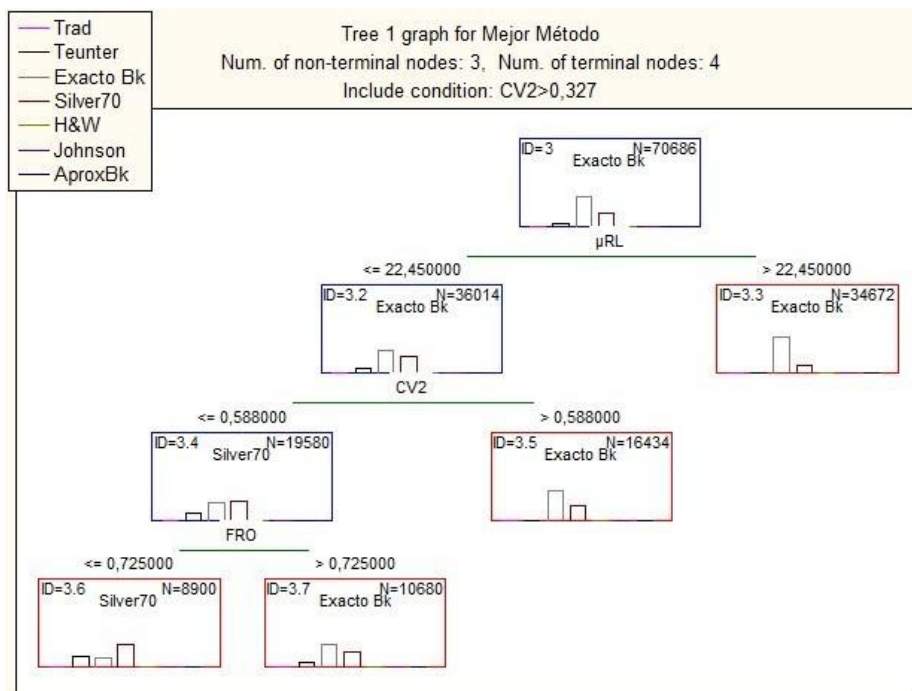


Figura 6.3: C&RT_Bk_Nodo3 del mejor método para determinar el stock de referencia, S, para los casos del Nodo 3. Experimento Bk.

6.4.2 Representación del $C&RT_Bk$ en el espacio de representación $CV^2 \perp \mu_{R+L}$

Del análisis de las variables independientes que aparecen en los árboles del *Experimento Bk* (Figura 6.2 y Figura 6.3), se puede afirmar que el espacio de categorización $CV^2 \perp p$ no es válido para representar el fenómeno que subyace a la elección del mejor método de cálculo de S , puesto que el intervalo medio entre demandas, p , no aparece como variable en ningún nivel de los árboles. Por tanto, ya que el espacio de categorización $CV^2 \perp p$ no resulta válido, se utiliza el espacio de representación formado por CV^2 y μ_{R+L} , denominado en adelante $CV^2 \perp \mu_{R+L}$, coincidiendo con Babiloni (2009). No obstante, la representación de los nodos finales de los árboles en el espacio $CV^2 \perp \mu_{R+L}$ es compleja puesto que el modelo depende, además, de $P(0)$ y de FR_{Obj} . Es por ello que para facilitar la ubicación de los nodos en el espacio de representación y su posterior comprensión, se despliega la representación en cinco figuras distintas:

- La Figura 6.4 muestra la representación de los árboles para una $P(0) > 0.97$ y una $FR_{Obj} > 0.725$.
- La Figura 6.5 muestra la representación de los árboles para una $P(0) > 0.97$ y una $FR_{Obj} \leq 0.725$.
- La Figura 6.6 muestra la representación de los árboles para una $P(0) \leq 0.97$ y una $FR_{Obj} \leq 0.575$.
- La Figura 6.7 muestra la representación de los árboles para una $P(0) \leq 0.97$ y una $0.575 < FR_{Obj} \leq 0.725$.
- La Figura 6.8 muestra la representación de los árboles para una $P(0) \leq 0.97$ y una $FR_{Obj} > 0.725$.

Como puede observarse, el NODO 6, el NODO 8, el NODO 9, el NODO 3.3 y el NODO 3.5 son comunes en las cinco representaciones, pues no dependen ni de la probabilidad de demanda nula ni de la tasa de unidades servidas objetivo, sino únicamente de las variables del espacio de representación.

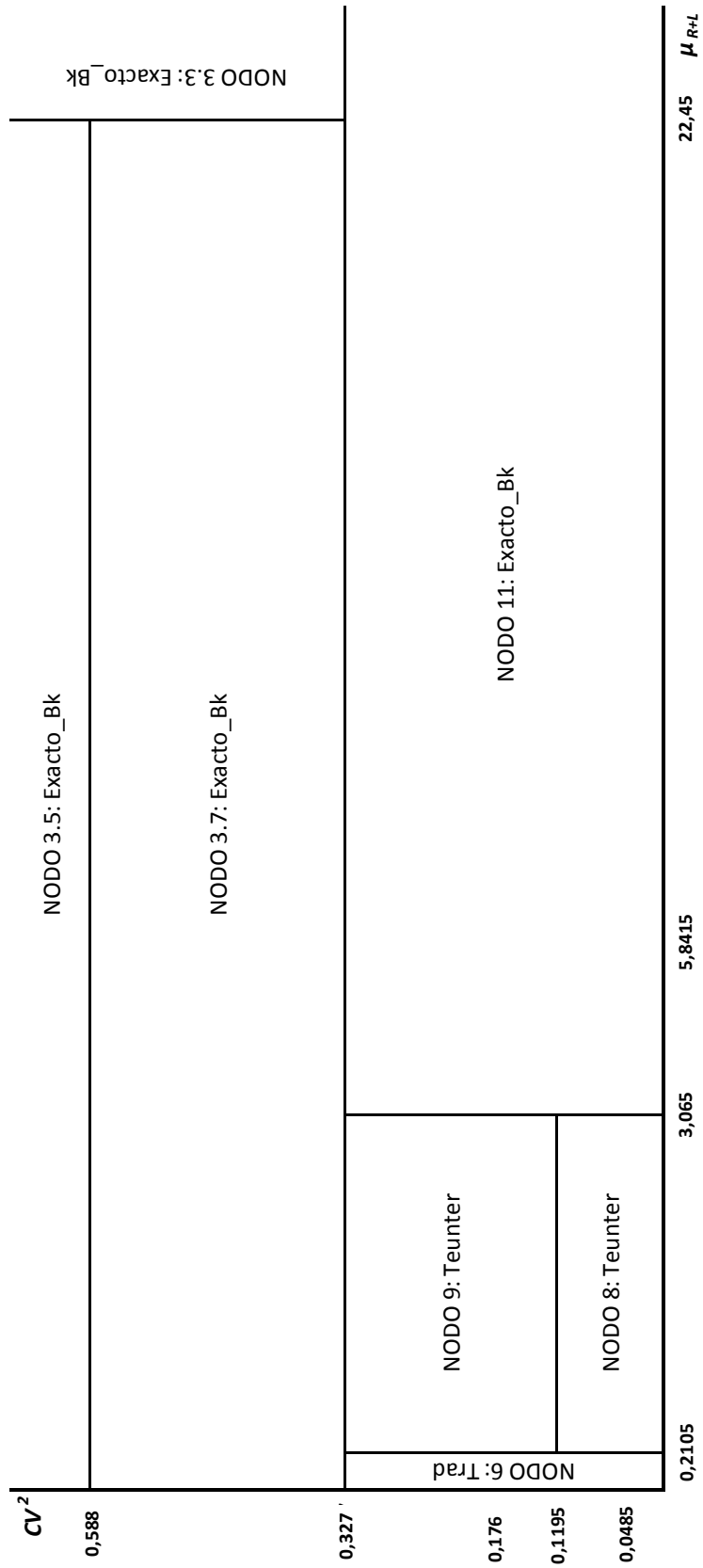


Figura 6.4: $C&RT_Bk$ en el espacio de representación para $P(0)>0.97$ y $FRO>0.725$.

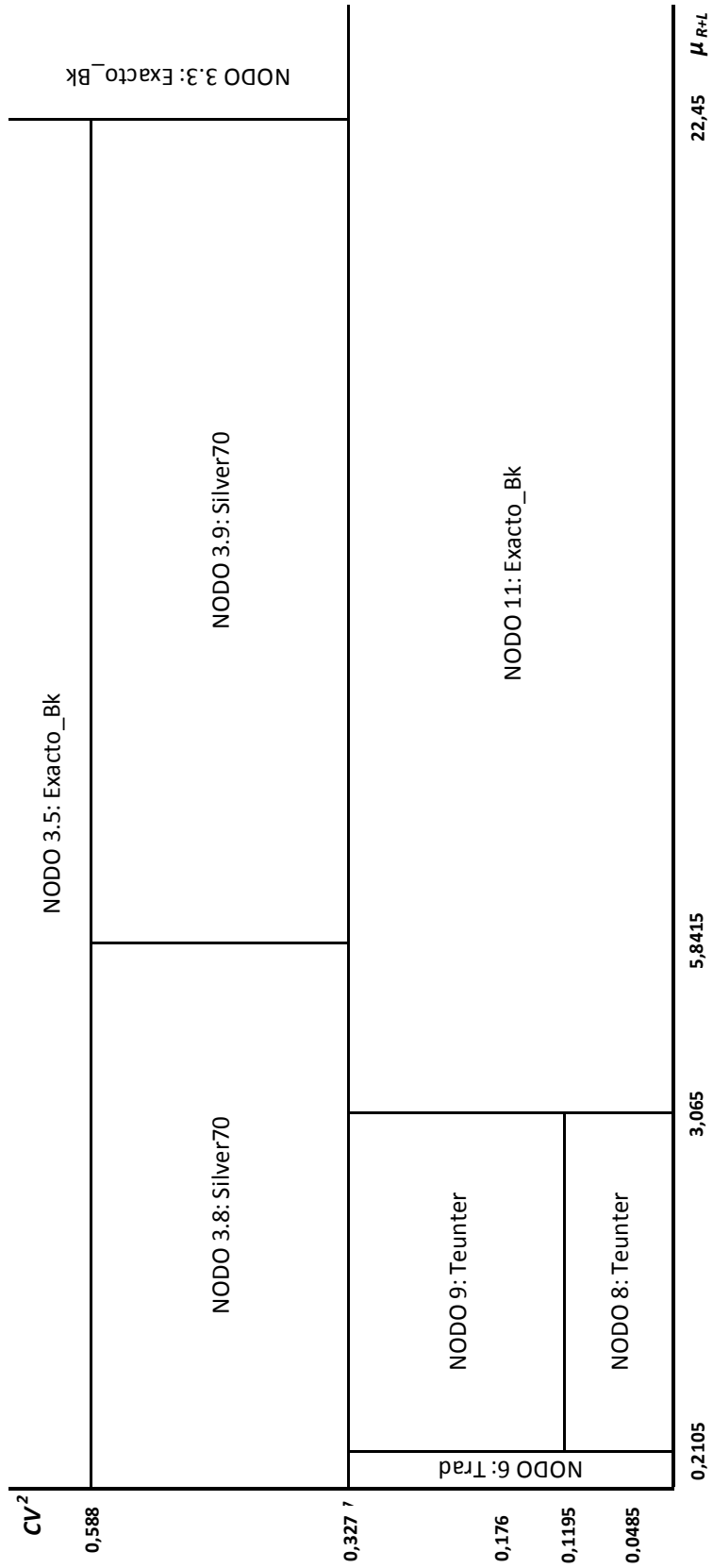


Figura 6.5: $C&RT_Bk$ en el espacio de representación para $P(0)>0.97$ y $FRO\leq 0.725$.

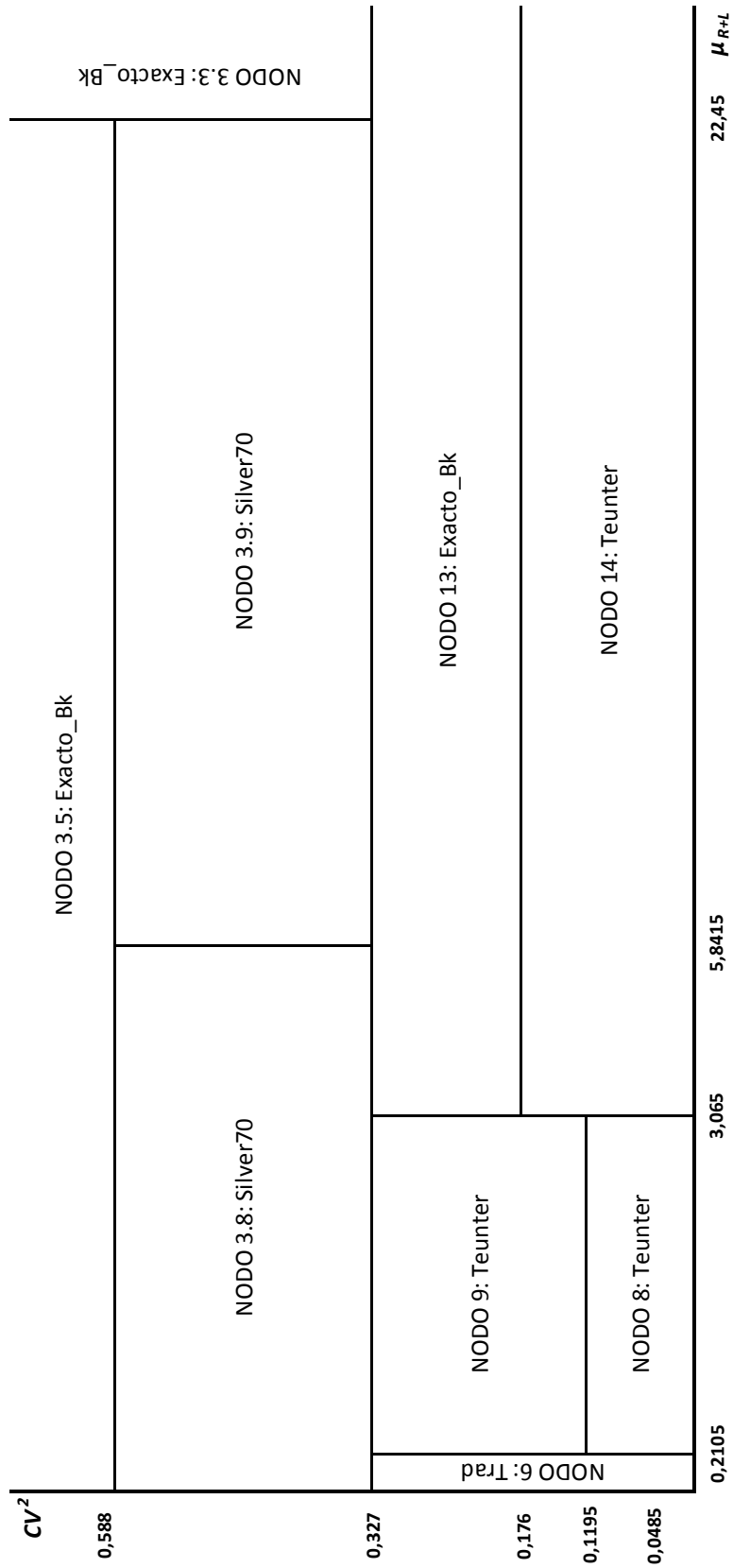


Figura 6.6: $C\&RT_Bk$ en el espacio de representación para $P(0)\leq 0.97$ y $FRO\leq 0.575$.

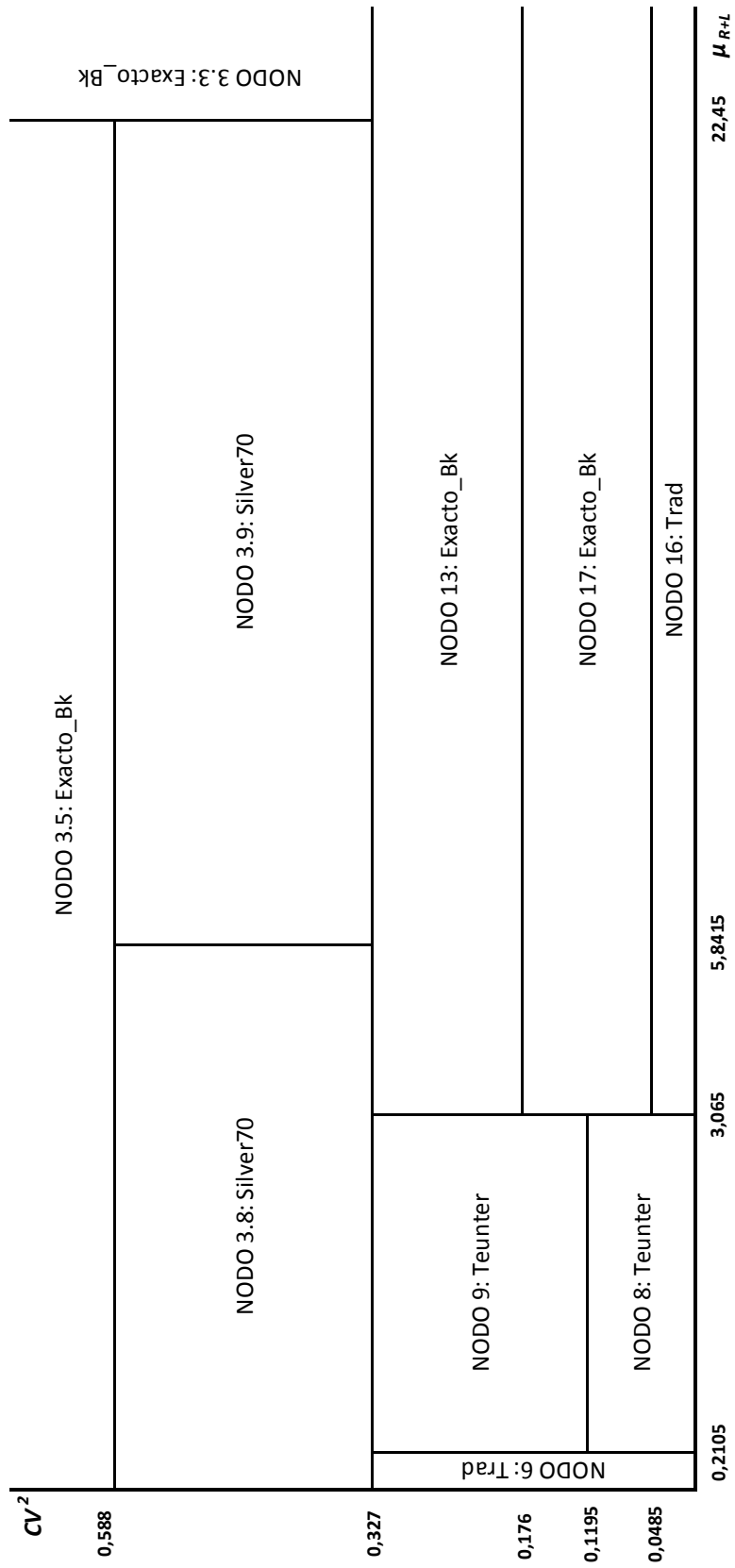


Figura 6.7: CV^2_{Bk} en el espacio de representación para $P(0) \leq 0.97$ y $0.575 < FRO \leq 0.725$.

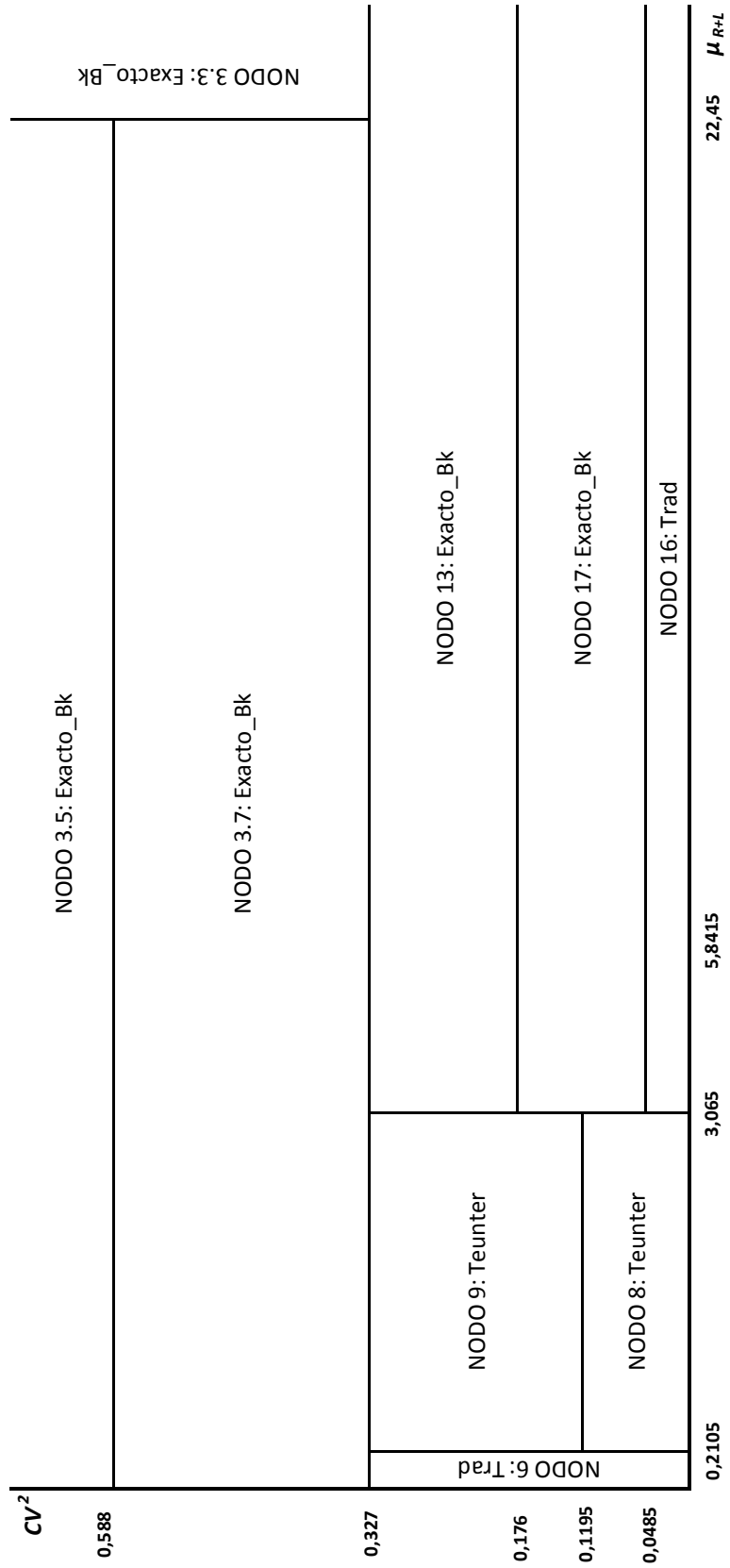


Figura 6.8: $C&RT_Bk$ en el espacio de representación para $P(0) \leq 0.97$ y $FRO > 0.725$.

6.4.3 Análisis de los nodos finales

Una vez representados los nodos finales, en este punto se procede a analizar con mayor detalle el comportamiento de todas las aproximaciones en estos nodos ya que en siete de los catorce nodos finales se establece como mejor método el exacto (*Exacto_Bk*). Como se ha comentado al principio de este capítulo, los árboles de clasificación y regresión se utilizan como una herramienta predictiva pero también como una herramienta exploratoria. Por un lado, los árboles identifican espacios de comportamiento homogéneo (que corresponden a los nodos) en los que predice cuál es el mejor método para la estimación del stock de referencia si el ítem que se esté analizando cumple con las características de ese nodo. No obstante, eso no implica que: (i) no haya algún otro método que en algunos casos de ese nodo sea el mejor método, entendido como el más eficiente; y (ii) que el resto de aproximaciones no permitan calcular también de forma exacta el stock de referencia, aunque sin ser los métodos más eficientes. Por ello, en este punto se procede a analizar estadísticamente cómo se comportan todos los métodos en cada uno de los nodos finales. Para ello se indicará, para cada nodo:

1. Cuáles son las variables independientes que lo limitan dentro del espacio de representación.
2. En qué porcentaje de casos de ese nodo se establece cada método como el más eficiente.
3. En qué porcentaje de casos cada método, a pesar de no ser el más eficiente del nodo, calcula de forma exacta el stock de referencia y en qué porcentaje comete un error de cálculo, identificando además qué tipología de error es (EC1 y EC2) e indicando su error medio y su desviación estándar.

6.4.3.1 Análisis del Nodo 6

El NODO 6 es uno de los nodos que aparece en los cinco espacios de representación del punto 6.4.2, ya que únicamente está limitado por el coeficiente de variación cuadrado y la demanda media en $R+L$. Más concretamente, se ubica en la zona comprendida por $CV^2 \leq 0.327$ y $\mu_{R+L} \leq 0.2105$. En este nodo se establece como mejor método *Trad*. En él aparecen un total de 12.276 casos, de los cuales 8.147 (66%) tienen como mejor método *Trad*, 3.407 (28%) tienen *Teunter* como mejor método, 607 (5%) tienen *Silver70*, 113 (1%) casos *Exacto_Bk* y sólo 1 caso tiene como mejor método *H&W* y *Johnson* (0.01% cada uno) (véase Figura 6.9).

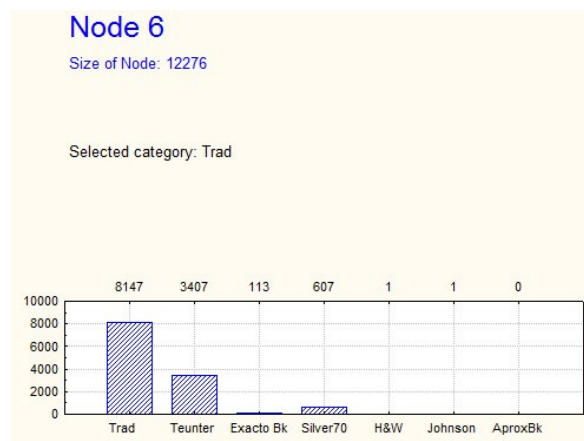


Figura 6.9: Histograma del Nodo 6 del C&RT_Bk.

Ha de recordarse que se ha definido como método más eficiente aquél que, no sólo calcula el valor de S de manera exacta, sino también el que lo hace más rápidamente posible y que supone un menor esfuerzo computacional. Por tanto, eso no significa que el resto de aproximaciones no permitan calcular también de forma exacta el valor del stock de referencia. La Tabla 6.4 muestra el porcentaje de casos del NODO 6 en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia y el porcentaje de casos en los que comete error, indicando en tal caso qué tipo de error es (EC1 o EC2) y cuál es la media y la desviación estándar del mismo. Obviamente, los métodos *Aprox_Bk*, *Trad*, *H&W* y *Teunter* sólo muestran errores EC1, ya que en todos los casos siempre sobreestiman, como se ha indicado en el Capítulo 5. Además, en este nodo *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* muestran valores idénticos. Sólo *Johnson* y *Silver70* muestran errores EC1 y EC2, aunque en este caso concreto, el método *Silver70* sólo presenta errores EC2, lo que significa que en este nodo cuando no calcula S de forma exacta, siempre lo subestima. Como puede apreciarse en la Tabla, todos los métodos calculan el valor exacto del stock de referencia en un alto porcentaje de casos (más del 75%), siendo *Silver70* y *Trad* los métodos que más errores cometen. Por tanto, parece que cuando el coeficiente de variación cuadrado y la demanda media en $R+L$ son pequeños, las aproximaciones obtienen el valor exacto del stock de referencia en un gran número de ocasiones.

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_Bk	95.11	4.89	-86.26	23.95	-	-	-
Trad	77.13	22.87	-93.55	22.43	-	-	-
H&W	95.11	4.89	-86.26	23.95	-	-	-
Johnson	91.59	0.90	-78.56	27.96	7.51	48.55	4.74
Silver70	85.35	-	-	-	14.65	48.60	5.09
Teunter	95.11	4.89	-86.26	23.95	-	-	-

Tabla 6.4: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 6. C&RT_Bk.

A pesar de las pocas ocasiones en las que las aproximaciones cometen errores de cálculo del stock de referencia, el error promedio es muy elevado; y es que en este nodo la demanda

media en $R+L$ es muy pequeña ($\mu_{R+L} \leq 0.2105$), lo que implica valores pequeños del stock de referencia que hace que pequeñas diferencias en términos absolutos se convierten en grandes desviaciones en términos relativos.

6.4.3.2 Análisis del Nodo 8

El NODO 8 también aparece en los cinco espacios de representación, ya que al igual que el NODO 6 está limitado únicamente por el coeficiente de variación cuadrado ($CV^2 \leq 0.1195$) y la demanda media en $R+L$ ($0.2105 < \mu_{R+L} \leq 3.065$). Este nodo tiene un total de 26.224 casos, y el árbol establece que el mejor método es *Teunter*. En la Figura 6.10 se observa que, del total de los casos, 11.368 (43.35%) tienen como mejor método *Teunter*, 9.596 tienen como mejor método *Trad* (36.59%), en 4.317 (16.46%) casos aparece como mejor método *Silver70*, en 918 (3.50%) casos *Exacto_Bk*, en tan sólo 12 (0.05%) casos *Aprox_Bk*, en 11 (0.04%) casos el mejor método es *H&W* y por último, en 2 casos *Johnson* (0.01%).

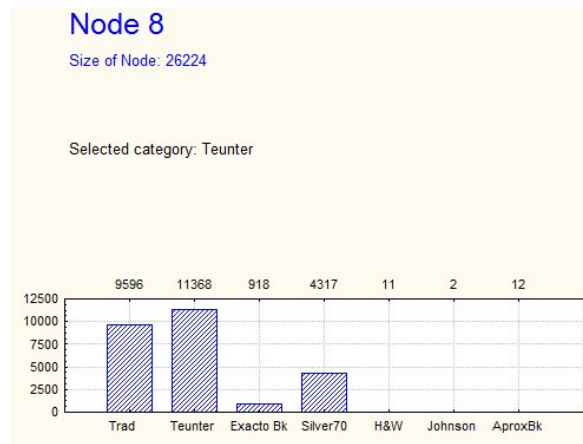


Figura 6.10: Histograma del Nodo 8 del $C\&RT_Bk$.

Al igual que antes, estos valores indican cuál es el método más eficiente para calcular el stock de referencia en este nodo, lo cual no implica que el resto de métodos no calculen S de manera exacta. La Tabla 6.5 muestra el porcentaje de veces en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia y el porcentaje de veces en las que incurre en error, indicando el tipo de error que comete y su media y desviación estándar. Al igual que en el nodo anterior, sólo *Johnson* y *Silver70* muestran errores EC1 y EC2. Por su parte, *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* presentan los mismos valores.

En este nodo, los tres métodos que calculan en más casos (81.09%) el stock de referencia exacto son *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter*; sin embargo, en los casos en los que cometen error, la media y la desviación son muy elevadas debido a que la demanda media en $R+L$ de este nodo es pequeña ($\mu_{R+L} \leq 3.065$) y pequeñas diferencias en términos absolutos se convierten en grandes desviaciones en términos relativos. El resto de métodos muestran unos errores mucho mayores, siendo *Johnson* el que más veces comete error y además, en su gran mayoría, son errores de tipo EC2, también con una media de casi el 50%. El segundo método con mayor porcentaje de error es *Trad*, que en el 48.56% de las veces sobreestima el stock de referencia. Por último, *Silver70* también comete muchos errores, y aunque presenta tanto errores EC1 como EC2, la mayoría de las veces subestima el valor de S (errores EC2).

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_Bk	81.09	18.91	-53.30	29.52	-	-	-
Trad	51.44	48.56	-57.74	31.61	-	-	-
H&W	81.09	18.91	-53.30	29.52	-	-	-
Johnson	43.50	1.35	-40.85	25.57	55.15	49.50	14.28
Silver70	59.29	2.84	-31.02	11.68	37.87	40.74	11.12
Teunter	81.09	18.91	-53.30	29.52	-	-	-

Tabla 6.5: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 8. *C&RT_Bk*.

6.4.3.3 Análisis del Nodo 9

El NODO 9 también es uno de los nodos que aparece en los cinco espacios de representación. Está delimitado por el coeficiente de variación cuadrado ($0.1195 < CV^2 \leq 0.327$) y la demanda media en $R+L$ ($0.2105 < \mu_{R+L} \leq 3.065$). El mejor método de este nodo es *Teunter*. En él aparecen un total de 13.764 casos, de los cuales 6.524 (47.30%) tienen como mejor método *Teunter*, 3.996 casos (28.97%) tienen *Silver70* como mejor método, 2.012 (14.59%) tienen *Trad*, 1.236 (8.96%) casos tienen el método *Exacto_Bk*, 16 (0.12%) casos tienen *H&W* como mejor método, y 5 (0.04%) casos tienen *Aprox_Bk* y otros 5 *Johnson* (véase Figura 6.11).

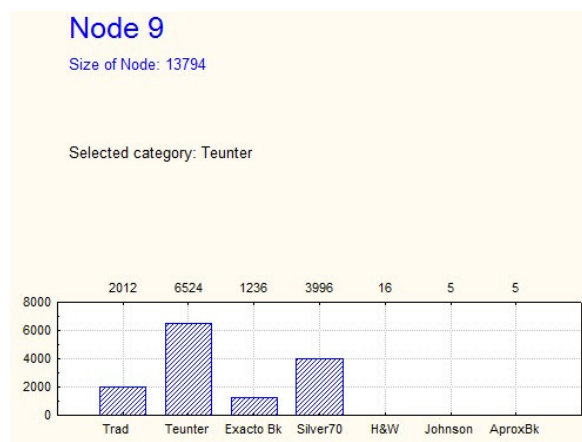


Figura 6.11: Histograma del Nodo 9 del *C&RT_Bk*.

Siguiendo el mismo análisis que en los NODOS 6 y 8, la Tabla 6.6 muestra el porcentaje de casos del NODO 9 en el que cada uno de los métodos analizados calcula el stock de referencia exacto, y el porcentaje de casos en el que comete error, indicando además qué tipo de error es, EC1 o EC2. En este nodo, los métodos que más veces obtienen el valor exacto de S son *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter*, mostrando error EC1 en el 36.74% de los casos. Además, estas tres aproximaciones muestran los mismos valores. El segundo método que más veces obtiene el valor exacto de S es *Silver70*, cometiendo errores EC1 en un 3.84% de los casos y errores EC2 en un 43.41%. El siguiente método que más veces calcula el S exacto es *Johnson*, que al igual que *Silver70* comete tanto errores EC1, en un 3.41% de las veces, como errores EC2, en un 61.29%. Por último, el método que más veces comete errores en la estimación del stock de referencia es *Trad*, que presenta errores EC1 en más de 75% de los casos.

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_Bk	63.26	36.74	-47.75	28.43	-	-	-
Trad	24.26	75.74	-54.95	37.11	-	-	-
H&W	63.26	36.74	-47.75	28.43	-	-	-
Johnson	35.29	3.41	-46.41	28.98	61.29	49.45	16.13
Silver70	52.75	3.84	-27.04	10.88	43.41	37.96	12.43
Teunter	63.26	36.74	-47.75	28.43	-	-	-

Tabla 6.6: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 9. *C&RT_Bk*.

6.4.3.4 Análisis del Nodo 11

El NODO 11 aparece en la Figura 6.4 y la Figura 6.5, para una $P(0) > 0.97$. Además, según el espacio de representación está limitado por $CV^2 \leq 0.327$ y $\mu_{R+L} > 3.065$. En este nodo aparecen un total de 21.549 casos y se establece como mejor método del nodo *Exacto_Bk*. Según se aprecia en la Figura 6.12, de los 21.549 casos, 13.847 (64.26%) tienen el método *Exacto_Bk* como mejor método, 5.242 (24.33%) tienen *Silver70*, 2.276 casos (10.56%) tienen *Teunter*, 181 (0.84%) tienen *Trad* y sólo 3 casos (0.01%) tienen *H&W* como mejor método. En este nodo no hay ningún caso en el que se elija como mejor método *Aprox_Bk* ni *Johnson*, lo cual no significa que no obtengan el valor exacto del stock de referencia en ningún caso del nodo, sino que cuando lo obtienen, otra aproximación es más rápida y/o sencilla.

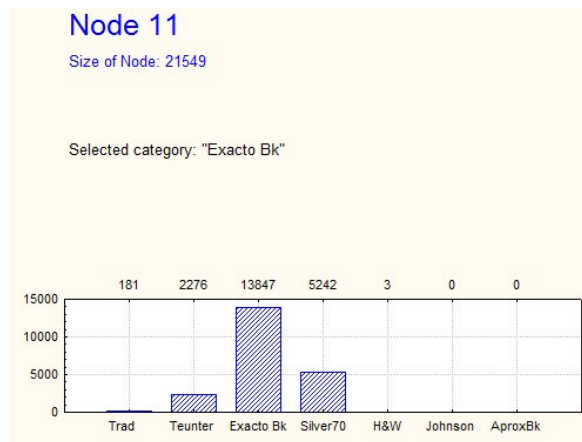


Figura 6.12: Histograma del Nodo 11 del *C&RT_Bk*.

La Tabla 6.7 muestra el porcentaje de casos en los que cada método calcula el stock de referencia de forma exacta. Como puede observarse, todos los métodos presentan errores en un porcentaje de casos muy elevados (más del 65% para todos los métodos). De todos ellos, es *Silver70* el método que más veces calcula el S exacto, aunque es sólo en un 32.36% de los casos totales del nodo. Por tanto, cuando la probabilidad de demanda nula es elevada, se deduce que sólo el método exacto *Exacto_Bk* parece funcionar.

Analizando los errores que cometen cada método se observa que *Aprox_Bk*, *Trad*, *H&W* y *Teunter* sólo presentan errores del tipo EC1, es decir, que siempre sobreestiman. En este caso, la media y la desviación estándar de los errores es mucho menor que en los nodos anteriores

puesto que la demanda media en $R+L$ es mayor. Por otra parte, tanto *Johnson* como *Silver70* presenta errores EC1 y EC2, pero en este nodo *Johnson* presenta errores EC2 en la gran mayoría de las veces (85.18%) con una media y una desviación muy alta; mientras que *Silver70* presenta más errores del tipo EC1 (63.72%) en los que, además, la media y la desviación son las más pequeñas de todos los métodos.

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_Bk	12.07	87.93	-6.32	6.10	-	-	-
Trad	2.97	97.03	-9.46	8.85	-	-	-
H&W	12.08	87.92	-6.32	6.10	-	-	-
Johnson	5.66	9.16	-6.16	6.01	85.18	66.90	38.61
Silver70	32.36	63.72	-4.59	4.58	3.92	11.08	6.33
Teunter	12.09	87.91	-6.32	6.10	-	-	-

Tabla 6.7: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 11. *C&RT_Bk*.

6.4.3.5 Análisis del Nodo 13

El NODO 13 aparece en las Figura 6.6, Figura 6.7 y Figura 6.8, para una $P(0) \leq 0.97$ y está en la zona comprendida por $0.176 < CV^2 \leq 0.327$ y $\mu_{R+L} > 3.065$. En dicho nodo aparecen un total de 19.745 casos, y se establece como mejor método el *Exacto_Bk*. Tal y como muestra la Figura 6.13, del total de casos en 8.061 (40.83%) se establece como mejor método el *Exacto_Bk*, en 5.665 (28.69%) es *Teunter* el mejor método, en 4.781 (24.21%) casos se establece *Silver70* como mejor método, en tan sólo 9 (0.05%) casos aparece *H&W* como mejor método y en 3 (0.02%) casos es *Aprox_Bk* el mejor método. En ningún caso *Johnson* aparece como mejor método, pero tal y como sucedía en el nodo anterior, eso no implica que esta aproximación no calcule el stock de referencia exacto en ningún caso del nodo, sino que el resto de aproximaciones son más rápidas y/o sencillas.

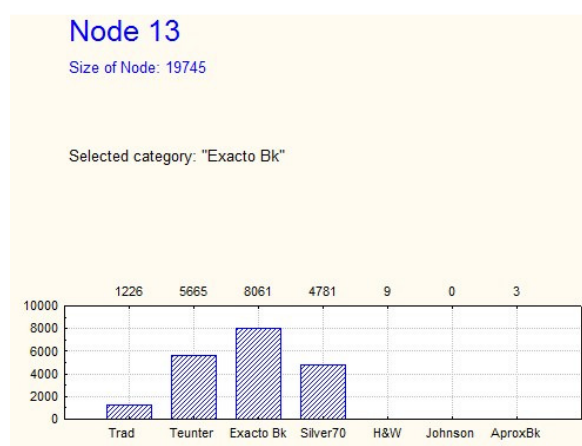


Figura 6.13: Histograma del Nodo 13 del *C&RT_Bk*.

En la Tabla 6.8 aparece el porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia. Sólo el método *Silver70* permite calcular el S exacto en más de la mitad de los casos. El resto de métodos sólo calculan el stock de referencia exacto en menos de un

40% de las veces, más concretamente en un 37.45% los métodos *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* (cuyos valores son iguales); en un 17.14% el método *Trad* y en tan sólo un 10.81% de los casos *Johnson*. Estos datos parecen indicar que según aumenta el coeficiente de variación cuadrado, las aproximaciones se comportan peor, lo que coincide con lo expuesto en el Capítulo 5.

En cuanto a los errores que comete como método, se aprecia un comportamiento similar al del NODO 11. Aunque tanto *Johnson* como *Silver70* muestran errores EC1 y EC2, en el caso de *Johnson* la gran mayoría de las veces comete errores EC2 siendo además la media y la desviación muy elevadas. En cambio, *Silver70* comete en más ocasiones errores EC1 con una media y una desviación mucho menor.

Método	Calcula S _{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	Σ
Aprox_Bk	37.45	62.55	-8.88	8.09	-	-	-
Trad	17.14	82.86	-11.54	11.17	-	-	-
H&W	37.45	62.55	-8.88	8.09	-	-	-
Johnson	10.81	4.00	-6.94	5.86	85.34	66.59	35.63
Silver70	53.06	40.53	-6.53	6.40	6.41%	14.38	6.03
Teunter	37.45	62.55	-8.88	8.09	-	-	-

Tabla 6.8: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 13. *C&RT_Bk*.

6.4.3.6 Análisis del Nodo 14

El NODO 14 aparece en la Figura 6.6, para una $P(0) \leq 0.97$, una $FR_{obj} \leq 0.575$, un $CV^2 \leq 0.176$ y $\mu_{R+L} > 3.065$. En él se establece como mejor método *Teunter* y se ubican un total de 12.972 casos. Tal y como aparece en la Figura 6.14, 4.272 (32.93%) casos tienen como mejor método *Teunter*, 4.212 (32.47%) casos tienen *Trad*, 2.820 (21.74%) tienen *Silver70*, 1.633 (12.59%) casos tienen *Exacto_Bk*, 29 (0.22%) casos *H&W* y por último, 6 casos tienen *Aprox_Bk* (0.05%). En este nodo, tampoco se establece *Johnson* como mejor método en ningún caso.

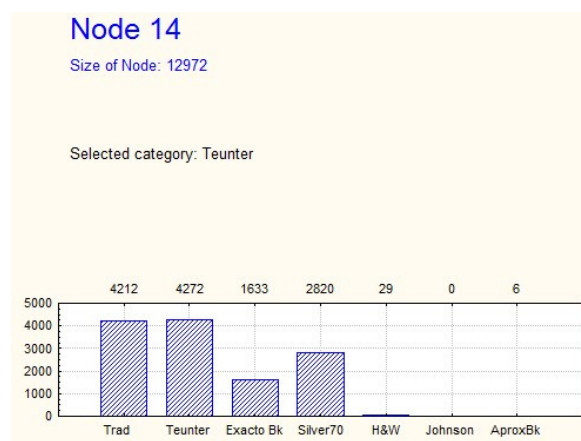


Figura 6.14: Histograma del Nodo 14 del *C&RT_Bk*.

Según la Figura 6.14, aunque es *Teunter* el método que en más ocasiones aparece como mejor método de este nodo, también *Trad* aparece en un gran número de ocasiones, lo que hace

pensar que en la mayoría de los casos, las distintas aproximaciones calculan de forma exacta el stock de referencia, y la elección de una u otra como mejor método depende del tiempo de cálculo o de su complejidad de programación. Es decir que para valores de la tasa de unidades servidas inferiores al 57.5% y valores pequeños del coeficiente de variación cuadrado las aproximaciones parecen mostrar un buen comportamiento.

Para comprobarlo, se presenta la Tabla 6.9 en la que puede verse que *Aprox_Bk*, *H&W*, *Silver70* y *Teunter* calculan en un gran número de ocasiones el stock de referencia exacto (más de un 70% de casos). De todos ellos, es el método *Silver70* el que comete menos errores. Analizando dichos errores se comprueba que, de las veces que *Silver70* comete error, la gran mayoría son de tipo EC1, aunque los errores EC2 muestran un mayor error promedio.

En el caso de *Trad* se comprueba que en más o menos la mitad de las ocasiones calcula el *S* exacto y en la otra mitad lo sobreestima (errores EC1). No obstante, es *Johnson* el método que peor se comporta en este nodo, pues sólo en un 9.70% de los casos obtiene el valor exacto del stock de referencia. Además, en más del 88% de las veces, subestima el valor de *S*, con un error promedio cercano al 89%.

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_Bk	72.35	27.65	-8.88	10.44	-	-	-
Trad	58.47	41.53	-11.83	12.22	-	-	-
H&W	72.26	27.74	-8.84	10.44	-	-	-
Johnson	9.70	1.38	-7.15	7.99	88.92	89.10	18.31
Silver70	82.12	14.35	-5.08	7.56	3.53	17.29	6.85
Teunter	71.65	28.35	-8.65	10.40	-	-	-

Tabla 6.9: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 14. *C&RT_Bk*.

6.4.3.7 Análisis del Nodo 16

El NODO 16 aparece en la Figura 6.7 y en la Figura 6.8, para una $P(0) \leq 0.97$ y una $FR_{Obj} > 0.575$. Además, según el espacio de representación está limitado por $CV^2 \leq 0.0485$ y $\mu_{R+L} > 3.065$. En este nodo hay un total de 43.281 casos, y se establece como mejor método del nodo *Trad*. Tal y como puede observarse en la Figura 6.15, del conjunto de casos, en 16.237 (37.52%) aparece como mejor método *Trad*, en 11.648 (26.91%) *Teunter*, en 9.609 (22.20%) casos aparece *Exacto_Bk*, en 5.605 (12.95%) es *Silver70* el mejor método, en 170 (0.39%) es *H&W* y en 12 (0.03%) casos aparece *Aprox_Bk*. Como puede verse, en ningún caso se establece como mejor método *Johnson*, lo que indica que, aunque haya casos en los que este método obtenga el valor exacto del stock de referencia, existe otro método que es más rápido y/o menos complejo computacionalmente. Al igual que sucede en el NODO 14, aunque es *Trad* es método que en más ocasiones aparece como mejor método, también *Teunter* o incluso *Silver70* aparecen en muchas ocasiones como los métodos más eficientes, lo que parece indicar que para este nodo todas las aproximaciones calculan el valor exacto de *S* y el hecho de elegir un método u otro como el más eficiente depende del tiempo de cálculo o de su complejidad. Por

tanto, según esto para valores pequeños del coeficiente de variación cuadrado, las distintas aproximaciones parecen tener un buen comportamiento.

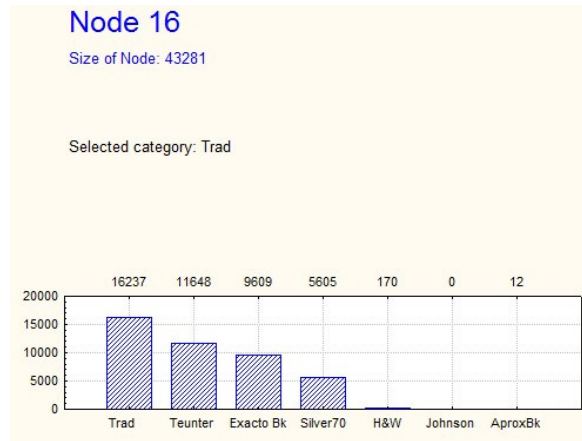


Figura 6.15: Histograma del Nodo 16 del C&RT_Bk.

De hecho, en la Tabla 6.10 se observa que todos los métodos, excepto *Johnson*, calculan el stock de referencia exacto en más de un 65% de los casos. De nuevo es *Silver70* el método que menos porcentaje de error presenta, y de las ocasiones en las que comete error, la gran mayoría son del tipo EC1, mostrando sólo en un 1.35% de los casos totales errores EC2.

Como se ha comentado, el método que más errores comete es *Johnson*, que sólo en un 32.47% de los casos obtiene el valor exacto del stock de referencia. En el 63.57% restantes, comete errores de cálculo, siendo en la mayoría de ocasiones del tipo EC2 con un error medio del 75.17% y una desviación estándar del 37.02%. En la Tabla se observa que, para los casos considerados en este nodo, *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* muestran diferencias en sus valores, siendo *Aprox_Bk* el método que menor porcentaje de error presenta.

Método	Calcula S _{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_Bk	72.82	27.18	-5.89	6.45	-	-	-
Trad	66.31	33.69	-6.82	7.18	-	-	-
H&W	72.61	27.39	-5.84	6.44	-	-	-
Johnson	32.47	2.68	-4.97	5.04	64.84	75.17	37.02
Silver70	75.78	22.87	-4.86	5.70	1.35	12.99	5.17%
Teunter	72.36	27.64	-5.80	6.43	-	-	-

Tabla 6.10: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 16. C&RT_Bk.

6.4.3.8 Análisis del Nodo 17

El NODO 17 está en la zona comprendida por $0.0485 < CV^2 \leq 0.176$ y $\mu_{R+L} > 3.065$. Aparece en las Figura 6.7 y Figura 6.8, para una $P(0) \leq 0.97$ y una $FR_{Obj} > 0.575$. En este nodo se establece como mejor método el exacto, *Exacto_Bk*. En él se ubican un total de 15.093 casos, de los cuales, tal y como muestra la Figura 6.16, 5.207 (34.50%) tienen como mejor método *Exacto_Bk*, 4.034

(26.73%) tienen *Teunter*, 3.839 (24.44%) tienen *Trad*, 1.974 (13.08%) casos tienen *Silver70*, 17 (0.11%) casos *Johnson*, 14 (0.09%) casos tienen *H&W* y 8 (0.05%) tienen *Aprox_Bk*.

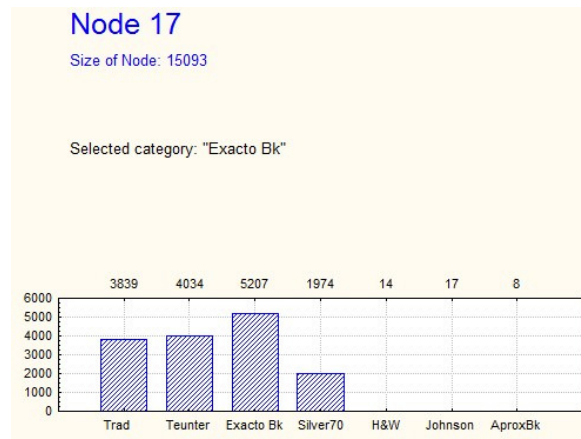


Figura 6.16: Histograma del Nodo 17 del *C&RT_Bk*.

Tal y como se presenta en la Tabla 6.11, en este nodo todos los métodos presentan errores en el cálculo del stock de referencia en más del 40% de los casos. De todos los métodos, de nuevo es *Johnson* el que más errores comete, en su gran mayoría errores de tipo EC2. Del resto de métodos, el que menos errores tiene es *Silver70*, que en prácticamente un 61% de los casos obtiene el valor de *S* exacto. En este caso, al igual que sucede en el NODO 16, los valores obtenidos por *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* no son idénticos, aunque sus diferencias son muy pequeñas (0.03%).

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_Bk	55.83	44.17	-8.14	8.14	-	-	-
Trad	41.99	58.01	-9.59	8.94	-	-	-
H&W	55.80	44.20	-8.14	8.14	-	-	-
Johnson	17.98	3.39	-4.70	5.52	78.63	64.92	37.68
Silver70	60.99	34.41	-6.62	7.53	4.60	14.01	4.59
Teunter	55.77	44.23	-8.13	8.14	-	-	-

Tabla 6.11: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 17. *C&RT_Bk*.

6.4.3.9 Análisis del Nodo 3.3

El NODO 3.3 aparece en los cinco espacios de representación del punto 6.6.2, ya que únicamente está limitado por el coeficiente de variación cuadrado y la demanda media en $R+L$. Se ubica dentro del espacio comprendido por $CV^2 > 0.327$ y $\mu_{R+L} > 22.45$. En dicho nodo hay un total de 34.672 casos, y en él se establece como mejor método el *Exacto_Bk*. En la Figura 6.17 se observa que, del total de los casos de este nodo, 28.289 (81.59%) tienen como mejor método *Exacto_Bk*, 6.173 (17.80%) casos tienen *Silver70*, 209 (0.60%) tienen *Teunter* y sólo 1 (0.003%) caso tiene como mejor método *Trad*. El resto de métodos (*Aprox_Bk*, *H&W* y *Johnson*) no aparecen en ningún caso como mejor método de estimación de *S*.

El elevado porcentaje de casos en los que aparece el método exacto (*Exacto_Bk*) como mejor método parece indicar que o bien éste método es más eficiente (más rápido y menos complejo) que el resto para los casos de este nodo; o bien las aproximaciones no obtienen el valor exacto del stock de referencia.

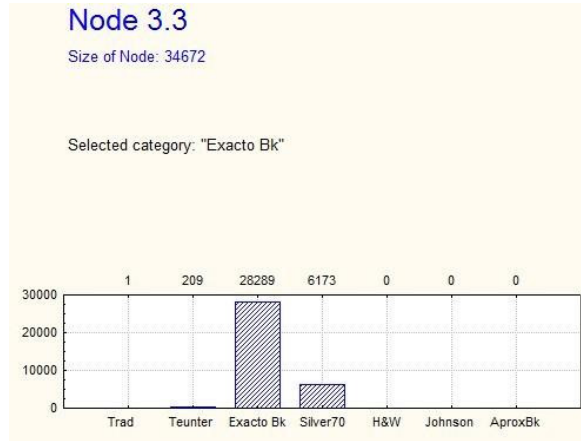


Figura 6.17: Histograma del Nodo 3.3 del *C&RT_Bk_Nodo3*.

Para comprobar esto, se presenta la Tabla 6.12 en la que puede verse que todos los métodos presentan un elevado porcentaje de error en la estimación del stock de referencia lo que coincide con los resultados del análisis descriptivo en el que se señala que para valores altos del coeficiente de variación cuadrado las aproximaciones cometen más errores. De hecho, *Aprox_Bk*, *Trad*, *H&W* y *Teunter* muestran que, en más del 99% de los casos, sobreestiman el valor del stock de referencia. En este caso, los datos de estas tres aproximaciones son iguales. También *Johnson* muestra un elevado porcentaje de error en la estimación de *S*, pero en este caso, sólo en un 8.94% sobreestima mientras que en el 89.89% de las veces subestima. El método que menos error comete es *Silver70*, a pesar de que sólo obtiene el valor exacto de *S* en un 18.26% de los casos. Este método presenta tanto errores EC1 como EC2, pero en la gran mayoría de ocasiones el error es del tipo EC2. Por tanto, según estos resultados, puede deducirse que según aumenta el coeficiente de variación cuadrado y la demanda media en *R+L*, peor comportamiento muestran las aproximaciones en la estimación del stock de referencia.

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_Bk	0.67	99.33	-5.46	4.67	-	-	-
Trad	0.12	99.88	-9.13	9.51	-	-	-
H&W	0.67	99.33	-5.46	4.67	-	-	-
Johnson	1.17	8.94	-4.34	3.61	89.89	70.55	39.88
Silver70	18.26	79.35	-3.73	2.90	2.40	2.70	1.25
Teunter	0.67	99.33	-5.46	4.67	-	-	-

Tabla 6.12: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 3.3. *C&RT_Bk*.

6.4.3.10 Análisis del Nodo 3.5

El NODO 3.5 aparece también en los cinco espacios de representación, ya que es independiente de $P(0)$ y FR_{Obj} . Dicho nodo está limitado por el coeficiente de variación cuadrado ($CV^2 > 0.588$) y la demanda media en $R+L$ ($\mu_{R+L} \leq 22.45$) y en él se ubican un total de 16.434 casos. El mejor método para el conjunto de casos de este nodo es *Exacto_Bk*, pero, tal y como muestra la Figura 6.18, en 10.914 (66.41%) casos aparece *Exacto_Bk* como mejor método, en 5.403 (32.88%) casos aparece *Silver70*, en 114 (0.69%) casos *Teunter*, en 2 (0.01%) casos *Johnson* y tan sólo en 1 (0.01%) caso aparece *H&W*. *Aprox_Bk* y *Trad* no aparecen en ningún caso.

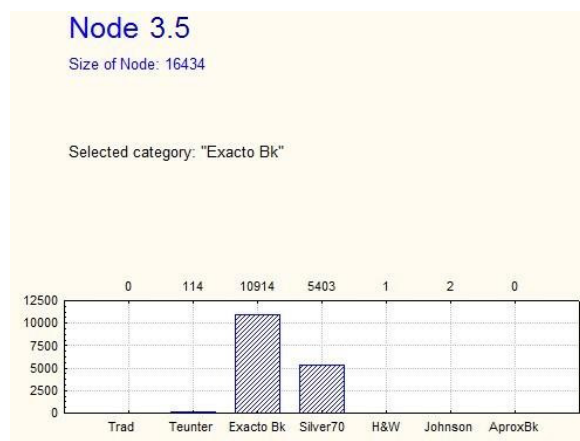


Figura 6.18: Histograma del Nodo 3.5 del *C&RT_Bk_Nodo3*.

Al igual que antes, el hecho de que el 66% de los casos tengan como mejor método *Exacto_Bk* hace pensar que para los casos de este nodo el resto de métodos no calculan el valor exacto de S , coincidiendo de nuevo con los resultados del análisis descriptivo que indican que cuanto mayor es el coeficiente de variación cuadrado peor se comportan las aproximaciones. Por tanto, cuando el CV^2 es elevado y en consecuencia el valor del stock de referencia también lo es, sólo el método *Exacto_Bk* parece funcionar bien. De hecho, en la Tabla 6.13 se puede observar que todos los métodos, excepto *Silver70*, muestran errores de cálculo de S en más del 99% de los casos, con errores promedio y desviaciones estándar muy elevadas. Sólo *Silver70* calcula el valor exacto del stock de referencia en un 32.94% de los casos, y en este nodo, a diferencia de los anteriores, los errores que comente se reparten prácticamente por igual entre los de tipo EC1 y EC2.

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_Bk	0.71	99.29	-28.70	23.12	-	-	-
Trad	0.00	100.00	-56.92	52.23	-	-	-
H&W	0.71	99.29	-28.70	23.12	-	-	-
Johnson	4.62	18.22	-23.64	23.12	77.15	62.35	31.00
Silver70	32.94	34.46	-11.41	6.01	32.60	22.38	17.02
Teunter	0.71	99.29	-28.70	23.12	-	-	-

Tabla 6.13: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 3.5. *C&RT_Bk*.

6.4.3.11 Análisis del Nodo 3.7

El NODO 3.7, que aparece en la Figura 6.4 y la Figura 6.8, está en la zona comprendida por $0.327 < CV^2 \leq 0.588$ y $\mu_{R+L} \leq 22.45$, para una $FR_{Obj} > 0.725$. El mejor método de este nodo es *Exacto_Bk* y en él aparecen un total de 10.680 casos que, según la Figura 6.19, se reparten del siguiente modo: 5.615 (52.57%) de los casos tienen como mejor método *Exacto_Bk*, 3.879 (36.32%) de los casos tienen *Silver70*, 1.180 (11.05%) casos tienen *Teunter*, 5 (0.05%) casos tienen *Trad* y sólo 1 (0.01%) caso tiene *H&W* como mejor método. En este nodo no aparece en ningún caso como mejor método *Aprox_Bk* ni *Johnson*, lo que significa que aunque estos métodos también calculen el stock de referencia exacto, son menos eficientes que el resto de métodos.

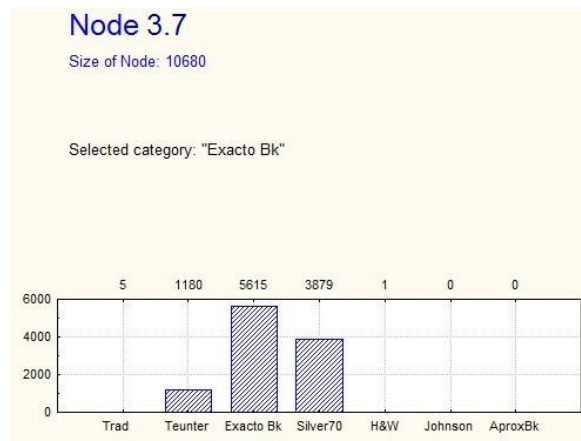


Figura 6.19: Histograma del Nodo 3.7 del *C&RT_Bk_Nodo3*.

Análogamente a los nodos anteriores, el alto porcentaje de casos en los que aparece *Exacto_Bk* como mejor método parece indicar que el resto de métodos no calculan el stock de referencia exacto.

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_Bk	11.72	88.28	-15.56	11.97	-	-	-
Trad	0.56	99.44	-23.23	20.97	-	-	-
H&W	11.72	88.28	-15.56	11.97	-	-	-
Johnson	14.85	11.67	-14.51	12.50	73.48	48.87	33.34
Silver70	39.61	41.25	-10.34	5.84	19.15	23.40	15.41
Teunter	11.72	88.28	-15.56	11.97	-	-	-

Tabla 6.14: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 3.7. *Exacto_Bk*.

Según los datos de Tabla 6.14, todos los métodos presentan elevados porcentajes de error, siendo el método *Trad* el peor de todos (sólo en un 0.56% de las veces obtiene el valor exacto de S). Por su parte, también *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* (que obtienen los mismos resultados) cometen errores, siempre de tipo EC1, en más de un 88% de los casos, con una media y una desviación estándar de 11.56% y 11.97% respectivamente. *Johnson* se comporta un poco mejor, pero también tiene unos altos porcentajes de error, sobre todo de tipo EC2, donde tanto la media como la desviación son grandes en comparación con el resto de métodos. Es

Silver70 el método que más veces calcula el valor exacto del stock de referencia coincidiendo con lo que aparece en la Figura 6.19, y en los casos en los que incurre en error, un 41.25% es de tipo EC1 y un 19.15% es del tipo EC2.

6.4.3.12 Análisis del Nodo 3.8

El NODO 3.8 aparece en la Figura 6.5, la Figura 6.6 y la Figura 6.7, para una $FR_{Obj} \leq 0.725$ y está en la zona limitada por $0.327 < CV^2 \leq 0.588$ y $\mu_{R+L} \leq 5.8415$. Este nodo tiene un total de 3.920 casos y en él se indica como mejor método *Silver70*. Tal y como muestra la Figura 6.20, del total de casos del nodo, 1.1179 (45.38%) tienen como mejor método *Silver70*, 1.363 (34.77%) tienen *Teunter*, 651 (16.61%) tienen *Exacto_Bk* como mejor método, 113 (2.88%) casos tienen *Trad*, 12 (0.31%) casos *H&W* y por último, 2 (0.05%) casos tienen *Aprox_Bk*.

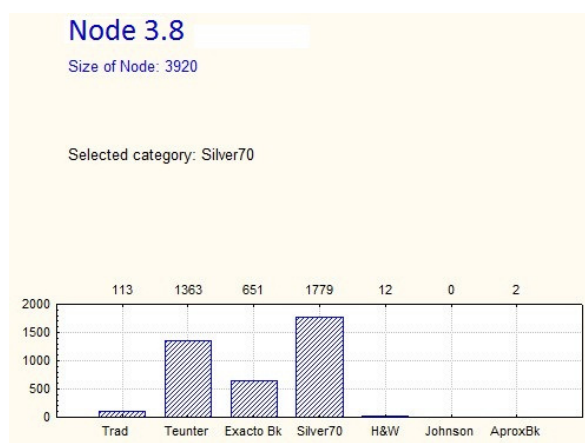


Figura 6.20: Histograma del Nodo 3.8 del *C&RT_Bk_Nodo3*.

A diferencia de los nodos anteriores, en éste se observa una mayor distribución del mejor método, lo que hace pensar que para los casos comprendidos en este nodo el comportamiento de los distintos métodos será mejor. De hecho, en la Tabla 6.15 se observa que, excepto *Trad*, el resto de métodos presentan porcentajes más elevados de cálculo exacto de S , aunque siguen cometiendo errores en más del 50% de las veces, excepto *Silver70*, que es el método que menos errores comete.

Analizando los errores de cada método se observa que *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* sobreestiman el valor del stock de referencia en un 61.6% de los casos, aunque no presentan los mismos datos exactamente. Como se ha comentado, *Trad* comete error en prácticamente todos los casos de este nodo (96.38%), siendo su error medio y su desviación las más elevadas de todos los métodos. *Johnson* presenta errores tanto de tipo EC1 como EC2, aunque el porcentaje de veces en el que subestima (EC2) es mucho mayor. También *Silver70* muestra errores de los dos tipos, y en este caso también en su gran mayoría son de tipo EC2.

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_Bk	38.34	61.66	-43.87	26.05	-	-	-
Trad	3.62	96.38	-67.58	46.96	-	-	-
H&W	38.39	61.61	-43.88	26.06	-	-	-
Johnson	19.54	7.68	-45.66	29.09	72.78	61.38	14.71
Silver70	53.37	2.32	-30.53	7.25	44.31	36.15	13.37
Teunter	38.37	61.63	-43.88	26.05	-	-	-

Tabla 6.15: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 3.8. *Exacto_Bk*.

6.4.3.13 Análisis del Nodo 3.9

El NODO 3.9 aparece en la Figura 6.5 la Figura 6.6 y la Figura 6.7, para una $FR_{Obj} \leq 0.725$. Además, según el espacio de representación está limitado por $0.327 < CV^2 \leq 0.588$ y $5.8415 < \mu_{R+L} \leq 22.45$. El mejor método para este nodo es *Silver70*, y en él se ubican un total de 4.980 casos de los que 2.709 (54.40%) tienen *Silver70* como mejor método, 1.378 (27.67%) tienen *Exacto_Bk*, 873 (17.53%) tienen *Teunter*, 17 (0.34%) casos tienen *Trad* y 3 (0.06%) casos tienen *H&W* (Figura 6.21)

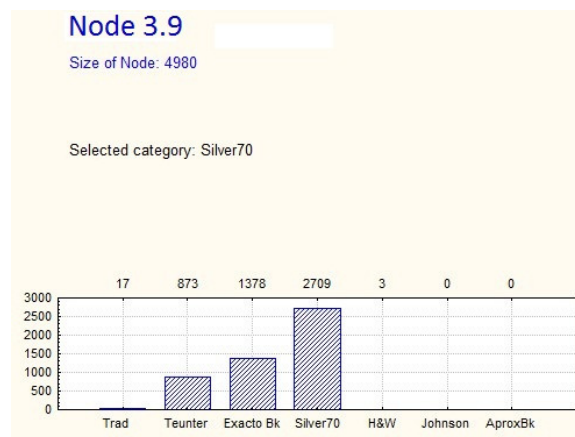


Figura 6.21: Histograma del Nodo 3.9 del *C&RT_Bk_Nodo3*.

Aunque aparecen varios métodos como mejor método, analizando su histograma se observa que en más de la mitad de los casos es *Silver70* el método más eficiente, lo que supone que en más de la mitad de los casos este método calcula el stock de referencia exacto siendo además el más rápido. Por otra parte, el hecho de que el segundo método más frecuente sea *Exacto_Bk* parece indicar que, o bien el resto de métodos no obtienen el valor exacto de S , o bien sí calculan el S exacto pero no son los más eficientes. Analizando los datos de la Tabla 6.16 se comprueba que, en la gran mayoría de las veces, sucede lo primero ya que todos los métodos salvo *Silver70* presentan errores en la obtención del stock de referencia en un elevado porcentaje de los casos (más del 80%).

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_Bk	18.57	81.43	-12.18	6.29	-	-	-
Trad	1.81	98.19	-20.79	12.97	-	-	-
H&W	18.57	81.43	-12.18	6.29	-	-	-
Johnson	4.58	6.20	-10.05	4.58	89.22	81.24	20.19
Silver70	64.02	24.76	-11.59	5.17	11.22	10.32	3.47
Teunter	18.57	81.43	-12.18	6.29	-	-	-

Tabla 6.16: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 3.9. *Exacto_Bk*.

6.4.4 Conclusiones del análisis de los nodos finales del Experimento Bk

Una vez analizados cada uno de los nodos finales, se presenta a continuación unas conclusiones generales sobre el comportamiento de las aproximaciones en función de la clase predicha en el *C&RT_Bk*.

Cuando el mejor método predicho es *Trad* (NODO 6 y NODO 16), el comportamiento de todas las aproximaciones es bueno en general, ya que en más del 70% de los casos obtienen el valor exacto de S (excepto *Johnson* en el NODO 16). Nótese que, de todas las aproximaciones, es *Trad* la que en menos ocasiones calcula de forma exacta el stock de referencia, y sin embargo, es la clase predicha de estos nodos. El motivo de esto es que, en las ocasiones en las *Trad* calcula el stock de referencia exacto, es más rápida y/o sencilla que el resto, y de ahí que en esos casos se seleccione como mejor método.

En los nodos en los que el mejor método predicho es *Teunter* (NODO 8, NODO 9 y NODO 14) se observa que, en general, todas las aproximaciones muestran un buen comportamiento en la estimación de S , salvo *Johnson* y *Trad* (ésta última en el NODO 9), que cometen errores en más del 50% de los casos. De todas las aproximaciones, las que en más ocasiones obtienen el valor exacto del stock de referencia son *Aprox_Bk*, *Teunter* y *H&W*. A diferencia de lo que sucede en el resto de nodos, en los que *Silver70* suele mostrar un buen comportamiento en la estimación del stock de referencia, en este caso su comportamiento es bastante peor, sobre todo en los NODOS 8 y 9, ya que sólo *Johnson* y *Trad* cometen más errores en la estimación de S que *Silver70*.

Si el mejor método predicho es *Silver70* (NODO 3.8 y NODO 3.9), se observa que las aproximaciones muestran errores en un elevado porcentaje de los casos (más del 60%). Sólo *Silver70* logra obtener el valor exacto del stock de referencia en más de la mitad de los casos, aunque en ningún nodo logra superar el 65% de los casos de acierto. Comparando el comportamiento de las aproximaciones entre sí, puede verse que es *Trad*, seguida de *Johnson*, las que peor comportamiento muestran ya que cometen errores en más del 96% y del 80% de los casos respectivamente.

Cuando el mejor método predicho es *Exacto_Bk* (NODO 3.3, NODO 3.5, NODO 3.7, NODO 11, NODO 13 y NODO 17) las aproximaciones obtienen el valor exacto del stock de referencia en

un porcentaje de casos muy bajo, de hecho sólo en el NODO 13 y NODO 17 algunas aproximaciones (*Silver70*, *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter*) lo calculan en más del 50% de los casos. De todas las aproximaciones, es *Silver70* la que menos errores comete y *Trad* la que más, llegando a alcanzar esta última valores del 100% de casos de error en el NODO 3.5.

6.5 ANÁLISIS EXPLORATORIO DE LOS RESULTADOS DEL EXPERIMENTO LS

6.5.1 Elaboración del C&RT del Experimento LS

Siguiendo el mismo enfoque que el empleado para el caso de aceptar diferir la demanda, en este apartado se busca un modelo que explique el comportamiento de la variable dependiente, es decir el mejor método de cálculo del stock de referencia en el *Experimento LS*, para lo que se elabora un C&RT de los 89.760 casos de la experimentación. Al igual que antes, se consideran como variables independientes el intervalo medio entre demandas, p ; el coeficiente de variación cuadrado, CV^2 ; la probabilidad de demanda nula, $P(0)$; la demanda media en $R+L$, μ_{R+L} ; y la tasa de unidades servidas objetivo. Por otra parte, se toma como variable dependiente el mejor método, es decir, el más eficiente según se ha explicado en el punto 6.2.2.

La Figura 6.22 muestra el árbol de clasificación resultante (denominado de aquí en adelante *C&RT_LS*), en el que hay un total de 7 nodos, 4 de los cuales son finales. En este caso el árbol es mucho más sencillo que su homólogo en el *Experimento Bk*. De hecho, sólo aparecen en el árbol dos de las cinco variables independientes que se han considerado: el coeficiente de variación cuadrado, CV^2 ; y la demanda media en $R+L$, μ_{R+L} .

El *C&RT_LS* se divide en dos ramas principales. La rama de la izquierda incluye todos los casos en los que $\mu_{R+L} \leq 2.985$, con un total de 22.286 casos. Para estos casos, tanto la demanda media en $R+L$, μ_{R+L} ; como el coeficiente de variación cuadrado, CV^2 , aparecen como variables explicativas del modelo. En esta rama hay 3 nodos finales, de los cuales 2 (NODO 5 y NODO 7) escogen como mejor método *Silver70* y el NODO 6 escoge *Trad* como mejor método.

La rama de la derecha incluye los 67.474 casos restantes, en los que $\mu_{R+L} > 2.985$. En esta rama aparece un único nodo final (NODO 3), en el que además se elige como mejor método el exacto (*Exacto_LS*). Como puede observarse en el histograma de dicho nodo, es este método el que aparece en una gran mayoría de casos como mejor método, por lo que no se realiza un nuevo árbol del NODO3, aunque sí se analizará detenidamente en el punto 6.5.3.

Con una primera lectura del *C&RT_LS* parece que cuando la demanda media en $R+L$ es pequeña ($\mu_{R+L} \leq 2.985$) las aproximaciones muestran un buen comportamiento en el cálculo del stock de referencia. Sin embargo, cuando la demanda media aumenta, parece que sólo el método *Exacto_LS* permite calcular el valor exacto del stock de referencia.

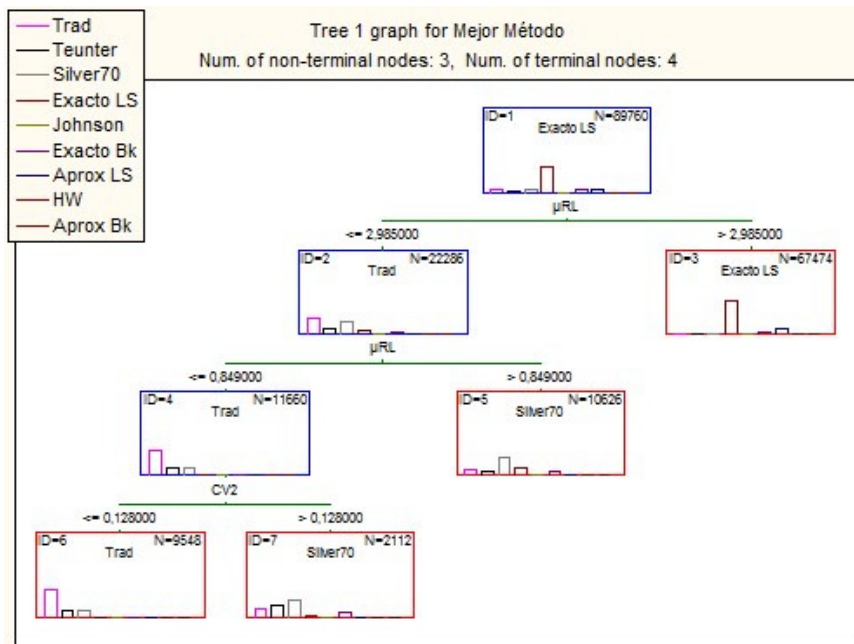


Figura 6.22: $C\&RT_LS$ del mejor método para determinar el stock de referencia S . Experimento LS .

6.5.2 Representación del $C\&RT_LS$ en el espacio de representación $CV^2 \perp \mu_{R+L}$

Al igual que en caso anterior, el espacio de categorización $CV^2 \perp \rho$ no es válido para representar el fenómeno que subyace a la elección del mejor método de cálculo de S , puesto que el intervalo medio entre demandas, ρ , no aparece tampoco como variable explicativa en el árbol $C\&RT_LS$. Por tanto, se utiliza de nuevo el espacio de representación $CV^2 \perp \mu_{R+L}$. En este caso, la representación de los nodos finales es mucho más sencilla al depender sólo de dos variables explicativas. Por ello, se utiliza un único espacio de representación para los cinco nodos (Figura 6.23).

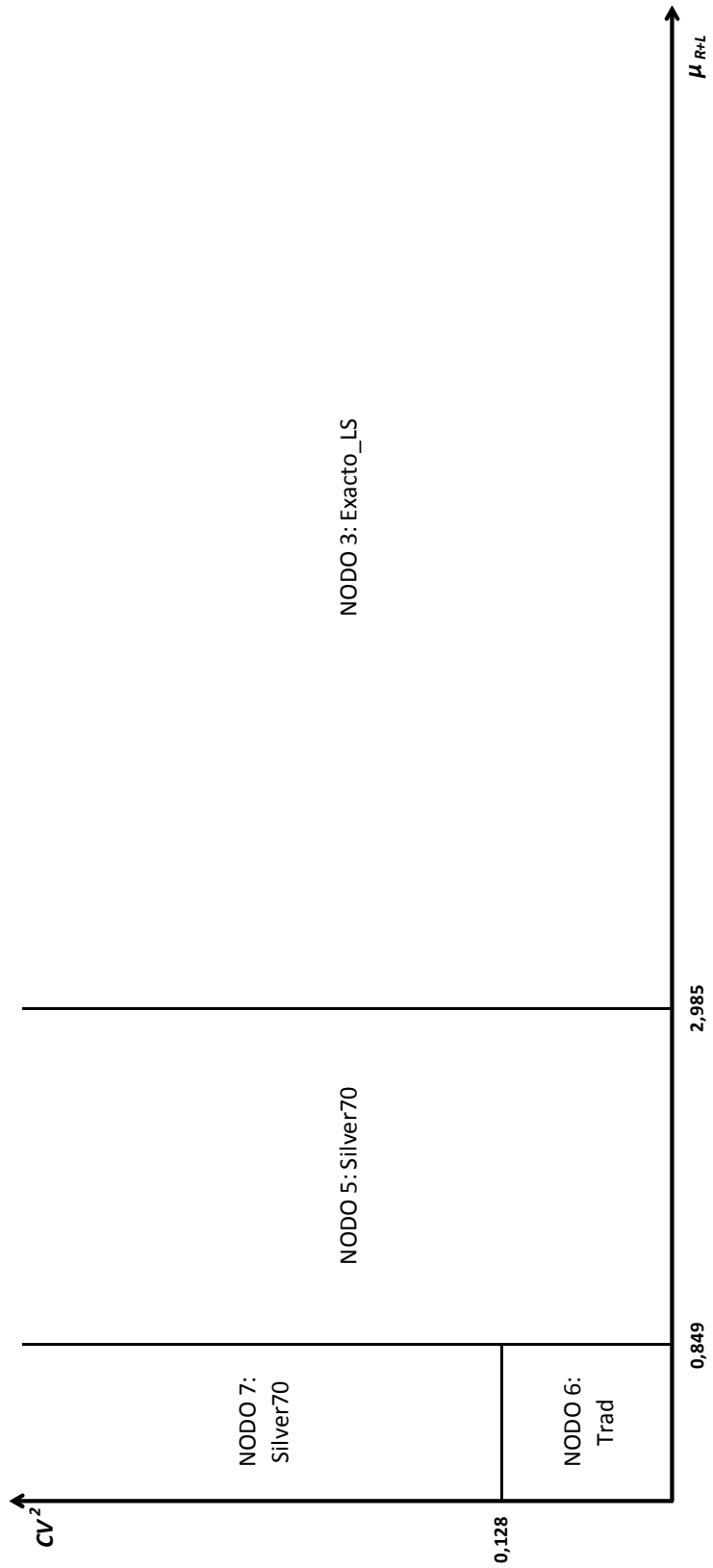


Figura 6.23: C&RT_LS en el espacio de representación.

6.5.3 Análisis de los nodos finales

Análogamente al análisis del *Experimento Bk*, tras la representación de los nodos se procede a analizar con mayor detalle cómo se comportan las aproximaciones en cada uno de ellos. Al igual que antes, que en un nodo aparezca un determinado método como mejor clase predictora no implica que existan otros métodos que en algunos casos sean el mejor método (entendido como más eficiente) o que incluso que el resto de aproximaciones no permitan calcular de forma exacta el stock de referencia. Por ello, se analizan todos los nodos finales indicando:

1. Dónde se ubican dentro del espacio de representación, es decir, cuáles son las variables independientes que lo limitan.
2. En qué porcentaje de casos aparece cada método como el mejor.
3. Adicionalmente, se analiza para cada método qué porcentaje de ocasiones obtiene el valor exacto de S así como el porcentaje de ocasiones en las que comete error, indicado la tipología de éste (EC1 o EC2) y su media y desviación estándar.

6.5.3.1 Análisis del Nodo 3

El NODO 3 está limitado únicamente por la demanda media en $R+L$ ($\mu_{R+L} > 2.985$). En él se ubican 67.474 casos y aparece como mejor método *Exacto_LS*. Del total de los casos de este nodo, 53.795 (79.73%) tienen como mejor método *Exacto_LS*; 7.665 (11.73%) de los casos tienen *Aprox_LS*, 4.208 (6.24%) tienen *Exacto_Bk*, 928 (1.38%) casos tienen *Silver70*, 664 (0.98%) tienen *Trad*, 151 (0.22%) casos *Teunter*, 62 (0.09%) casos *Johnson* y 1 (0.001%) tienen *H&W* como mejor método. En ningún caso aparece *Aprox_Bk* como mejor método (véase Figura 6.24).

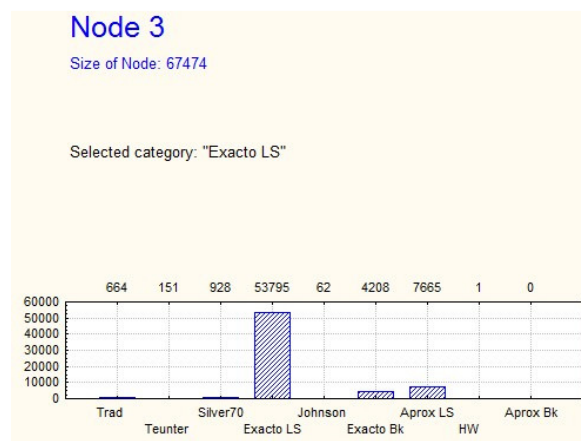


Figura 6.24: Histograma del Nodo 3 del *C&RT_LS*.

En este nodo se observa que casi en un 80% de los casos, el método más eficiente para la estimación del stock de referencia es el exacto (*Exacto_LS*) lo cual hace pensar que, dado que la complejidad de dicho método es mucho mayor que la del resto de aproximaciones, en este nodo el único método que calcula correctamente S es el método exacto. Por lo tanto, según estos datos cuando la $\mu_{R+L} > 2.985$ parece que sólo el método *Exacto_LS* parece funcionar

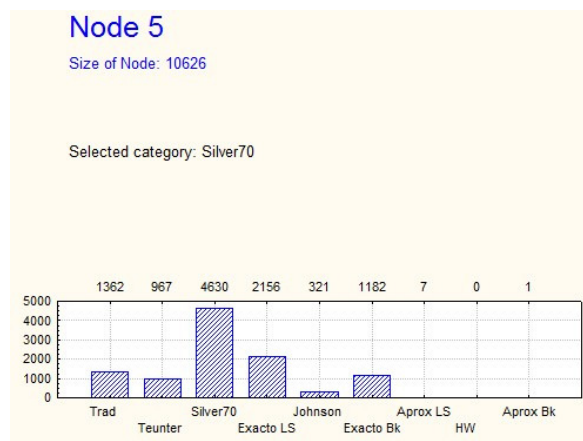
correctamente. De hecho, en la Tabla 6.17 se muestra que en un porcentaje de casos muy elevado (alrededor del 90%), el resto de métodos, excepto *Aprox_LS*, cometen errores en la estimación del stock de referencia. Analizando la tipología de los errores de cada método, se observa que *Aprox_LS*, *Exacto_Bk*, *Aprox_Bk*, *Trad*, *H&W* y *Teunter* cometen sólo errores EC1, es decir, en todos los casos sobreestiman. Además, según los datos de la tabla, para los casos de este nodo, *Aprox_Bk*, *Trad*, *H&W* y *Teunter* presentan los mismos datos. Por su parte, *Silver70* y *Johnson* cometen errores de los dos tipos, aunque *Johnson* muestra errores del tipo EC2 en un mayor número de casos (86.16%), mientras que *Silver70* comete errores del tipo EC1 en la mayoría de los casos (87.27%). Comparando los métodos entre sí, se observa que, pese a los elevados porcentajes de errores, es *Aprox_LS* seguido de *Exacto_Bk* los dos métodos que en menos ocasiones cometen error en la estimación de *S*. De hecho, tal y como se ha explicado en el capítulo anterior, son estos dos métodos los que mejor se comportan en un contexto de no diferimiento de demanda ya que el primero de ellos (*Aprox_LS*) ha sido desarrollado explícitamente para este contexto, mientras que el segundo (*Exacto_Bk*) se basa en la misma expresión original que el método exacto *Exacto_LS* (i.e., en la expresión (2.3)).

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_LS	23.19	76.81	-17.65	18.56			
Exacto_Bk	10.07	89.93	-27.77	20.79			
Aprox_Bk	1.21	98.79	-35.98	26.77			
Trad	1.21	98.79	-37.22	29.76			
H&W	1.21	98.79	-35.98	26.77			
Johnson	4.53	9.31	-12.14	12.10	86.16	80.96	26.71
Silver70	2.61	97.27	-31.06	20.79	0.12	40.67	12.29
Teunter	1.21	98.79	-35.98	26.77			

Tabla 6.17: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 3. *C&RT_LS*.

6.5.3.2 Análisis del Nodo5

Al igual que el nodo anterior, el NODO 5 está limitado únicamente por la demanda media en $R+L$, más concretamente se ubica dentro de $0.849 < \mu_{R+L} \leq 2.985$, y en él aparece como mejor método *Silver70*. En este nodo hay un total de 10.626 casos que se reparten, tal y como muestra la Figura 6.25, del siguiente modo: 4.630 (43.57%) casos tienen *Silver70* como mejor método, 2.156 (20.29%) tienen *Exacto_LS*, 1.362 (12.82%) casos tienen *Trad*, 1.182 (11.12%) tienen *Exacto_Bk*, 967 (9.10%) casos tienen *Teunter*, 321 (3.02%) *Johnson*, 7 (0.07%) casos *Aprox_LS* y tan sólo 1 (0.01%) caso tiene *Aprox_Bk* como mejor método. En ningún caso aparece *H&W* como mejor método.

Figura 6.25: Histograma del Nodo 5 del $C\&RT_LS$.

La Tabla 6.18 presenta el porcentaje de veces que cada método calcula el stock de referencia exacto y el porcentaje de veces en los que comete error, indicando además qué tipo de error es y cuál es su error medio y su desviación estándar. En este nodo ya no aparece como clase predictora el método exacto (*Exacto_LS*), sino *Silver70*. No obstante, analizando los datos de la tabla se observa que no es *Silver70* el método que menos error comete sino *Exacto_Bk*, lo que indica que, a pesar de que el método *Exacto_Bk* calcule en más ocasiones el valor exacto del stock de referencia, en un gran número de casos *Silver70* es más rápido y/o menos complejo, y por ello que se seleccione como mejor método en este nodo.

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_LS	38.52	61.48	-57.94	30.80			
Exacto_Bk	70.59	29.41	-64.42	30.65			
Aprox_Bk	22.39	77.61	-58.96	30.36			
Trad	17.99	82.03	-63.81	37.28			
H&W	22.39	77.61	-58.96	30.36			
Johnson	33.34	3.41	-29.01	13.49	63.25	50.74	13.19
Silver70	64.11	30.13	-44.11	25.97	5.76	45.91	10.45
Teunter	22.39	77.61	-58.96	30.36			

Tabla 6.18: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 5. $C\&RT_LS$.

Se observa también que los datos de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* en este nodo son idénticos, mostrando errores en un 77,61% de los casos, y siendo estos errores siempre del tipo EC1. De todos los métodos, *Trad* es el que peor se comporta, pues es el que más porcentaje de errores presenta (82.03%), siendo también siempre de tipo EC1. Como en el nodo anterior, sólo *Johnson* y *Silver70* cometen errores del tipo EC1 y EC2, y al igual que antes, *Johnson* presenta más errores EC2 (63.25%), mientras que *Silver70* presenta más errores del tipo EC2 (30.13%). Por otro lado, se observa que todos los métodos cometen errores medios y desviaciones estándares muy elevados como consecuencia del tamaño de la demanda media en $R+L$ ($\mu_{R+L} \leq 2.985$), que implica valores pequeños del stock de referencia de modo que pequeñas variaciones en términos absolutos de su valor se traducen en grandes diferencias en términos relativos.

En cuanto al método *Exacto_Bk*, la tabla muestra que en un 70.59% de los casos del NODO 5 calcula el valor exacto del stock de referencia, lo que indica que es una buena aproximación en este caso. De hecho, tal y como ya se ha indicado en el capítulo 5, es lógico que así sea pues calcula la tasa de unidades servidas a partir de la expresión (2.3).

6.5.3.3 Análisis del Nodo 6

El NODO 6 está en la zona limitada por $CV^2 \leq 0.128$ y $\mu_{R+L} \leq 0.849$ en el espacio de representación. El mejor método para este nodo es *Trad*, y en él se ubican un total de 9.548 casos de los que 6.365 (66.66%) tienen *Trad* como mejor método, 1.663 (17.42%) tienen *Teunter*, 1.460 (15.29%) tienen *Silver70*, 32 (0.34%) casos tienen *Exacto_Bk*, 20 (0.21%) casos tienen *Exacto_LS*, 6 (0.06%) casos tienen *Johnson* y 1 (0.01%) casos tienen *Aprox_LS* y *H&W* respectivamente (véase la Figura 6.26). En ningún caso aparece *Aprox_Bk* como mejor método.

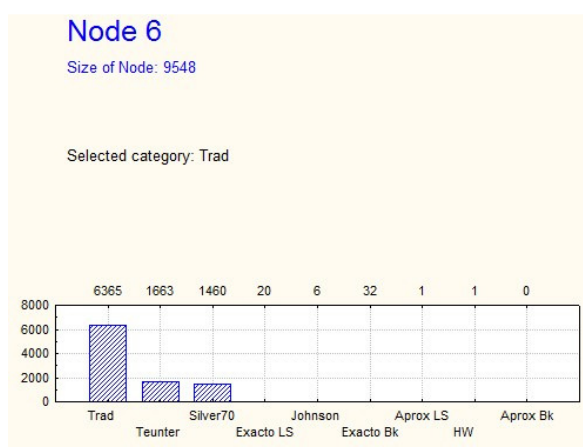


Figura 6.26: Histograma del Nodo 6 del C&RT_LS.

En este nodo, sólo un 0.34% de los casos tienen el método exacto (*Exacto_LS*) como mejor método, lo que implica que en la mayoría de casos el resto de métodos son más eficientes, es decir, calculan el valor exacto del stock de referencia y son más rápidos y/o sencillos.

De hecho, la Tabla 6.19 muestra que todos los métodos calculan el valor exacto de *S* en más de un 80% de los casos, lo que parece indicar que cuando la demanda media en *R+L* es pequeña ($\mu_{R+L} \leq 0.849$), todas las aproximaciones parecen tener un buen comportamiento. Analizando cada una de ellas, se observa que *Trad* es el método que más errores comete (siempre del tipo EC1). En este caso, *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* presentan los mismos valores y cometen errores siempre del tipo EC1 en un 15.39% de las veces. Al igual que en el resto de nodos, los dos únicos métodos que cometen errores de los dos tipos son *Johnson* y *Silver70*, aunque los errores EC1 de ambos son muy pequeños (0.14 y 0.13% respectivamente). De todas las aproximaciones, de nuevo es *Exacto_Bk* la que mejor se comporta pues sólo en un 3.12% de los casos no obtiene el valor exacto del stock de referencia.

Por otro lado, todas las aproximaciones presentan un error medio muy elevado, lo cual se debe a que la demanda media en *R+L* es pequeña, lo que hace que el tamaño del stock de referencia sea también pequeño y por tanto, que diferencias muy pequeñas en términos absolutos se conviertan en grandes desviaciones en términos relativos.

Método	Calcula S _{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_LS	87.43	12.57	-82.46	26.00			
Exacto_Bk	96.88	3.12	-91.89	19.45			
Aprox_Bk	84.61	15.39	-84.52	25.00			
Trad	79.99	20.01	-86.62	23.80			
H&W	84.61	15.39	-84.52	25.00			
Johnson	83.17	0.14	-43.59	8.44	16.69	47.64	6.61
Silver70	86.51	0.13	-40.28	8.58	13.36	47.89	5.68
Teunter	84.61	15.39	-84.52	25.00			

Tabla 6.19: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 6. C&RT_LS.

6.5.3.4 Análisis del Nodo 7

El NODO 7 aparece en la zona limitada por el coeficiente de variación cuadrado ($CV^2 > 0.128$) y la demanda media en $R+L$ ($\mu_{R+L} \leq 0.849$) y en él se ubican un total de 2.112 casos. El mejor método para el conjunto de casos de este nodo es *Silver70*, pero, tal y como muestra la Figura 6.27, en 837 (36.93%) casos aparece *Silver70* como mejor método, en 550 (26.04%) casos aparece *Teunter*, en 422 (19.98%) casos *Trad*, en 222 (10.51%) casos *Exacto_Bk*, en 80 (3.79%) casos *Exacto_LS* y tan sólo en 1 (0.05%) caso aparece *Aprox_Bk*. En este nodo ningún caso tiene como mejor método ni *Johnson* ni *Aprox_LS*, ni *H&W*.

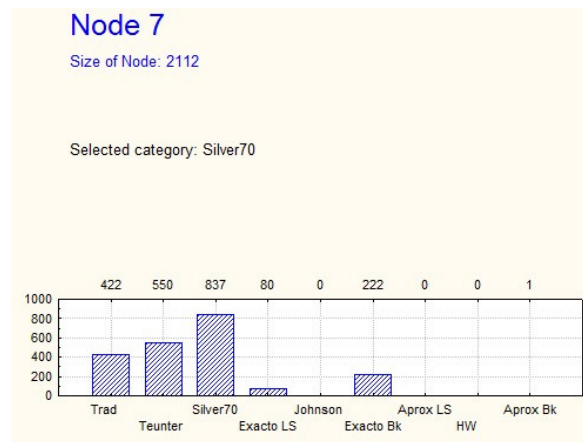


Figura 6.27: Histograma del Nodo 7 del C&RT_LS.

Al igual que sucede en el NODO 6, en este nodo el método exacto (*Exacto_LS*) aparece en muy pocos casos, lo que implica que el comportamiento del resto de métodos para los casos de este nodo es bueno. Además, el hecho de que el histograma muestre frecuencias elevadas de varios métodos que indica que posiblemente todos calculen el stock de referencia exacto, y la elección de un u otro método como el mejor dependa de la rapidez y/o sencillez de cálculo. En la Tabla 6.20 se observa que para el caso concreto del método *Exacto_Bk* aparece un error en la estimación de S en tan sólo el 5.21% de los casos. El segundo método con mejor comportamiento es *Silver70*, que comete errores de tipo EC1 (0.28% de los casos) y de tipo EC2 (30.78%). Por su parte, *Johnson* presenta un comportamiento muy similar a *Silver70* aunque con errores un poco mayores. En el caso de *Aprox_LS* se muestra prácticamente el

mismo porcentaje de veces que obtiene el stock de referencia exacto y que comete errores. En cuanto a *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* obtienen los mismo resultados, mostrando errores sólo del tipo EC1 en un 53.60% de las veces. Por último, el método que más errores comete es *Trad*, siendo estos errores siempre del tipo EC1.

Al igual que antes, todos los métodos obtienen unos errores medios muy elevados, debido a que la demanda media en *R+L* es pequeña y por tanto, también el valor de *S*.

Método	Calcula S_{Exacta} (%)	Error (%)					
		EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
Aprox_LS	50.95	49.05	-70.50	30.41			
Exacto_Bk	94.79	5.21	-81.95	27.20			
Aprox_Bk	46.40	53.60	-71.52	30.15			
Trad	29.73	70.27	-78.25	33.78			
H&W	46.40	53.60	-71.52	30.15			
Johnson	66.86	1.99	-28.89	11.04	31.16	46.46	10.30
Silver70	68.94	0.28	-23.89	5.24	30.78	44.64	10.36
Teunter	46.40	53.60	-71.52	30.15			

Tabla 6.20: Porcentaje de casos en los que cada método calcula de forma exacta el stock de referencia o comete errores de clasificación. Nodo 7. *C&RT_LS*.

6.5.4 Conclusiones del análisis de los nodos finales del Experimento Bk

Por último, en este punto se presentan las conclusiones alcanzadas tras el análisis de los nodos finales del *C&RT_LS*. Cuando el mejor método predicho es *Exacto_LS* (NODO 3) parece que sólo el método exacto parece funcionar, ya que todas las aproximaciones muestran errores en un elevado porcentaje de casos. De todas ellas, las dos que se comportan un poco mejor son *Aprox_LS* y *Exacto_Bk*, aunque sólo en un 23.19% y 10.07% de los casos respectivamente obtienen el valor exacto del *S*, lo cual es lógico y coincide con lo concluido en el capítulo anterior, ya que *Aprox_LS* ha sido desarrollada expresamente para el caso de no aceptar diferir la demanda y *Exacto_Bk* se basa en la misma expresión original (expresión (2.3)). El resto de aproximaciones cometen error en la estimación de *S* en más de un 95% de los casos.

Si el mejor método predicho es *Silver70* (NODO 5 y NODO 7), se observa que las aproximaciones muestran un comportamiento mejor que cuando la clase predictora es *Exacto_LS*. Comparando el NODO 5 con el NODO 7, se comprueba que el comportamiento de las aproximaciones en el NODO 7 es mucho mejor, aunque también en este nodo *Trad* muestra errores en más de un 70% de los casos. En cambio, en el NODO 5, aunque presentan unos errores menores que cuando el mejor método predicho es *Exacto_Bk*, sólo *Silver70* y *Exacto_Bk* obtienen el valor de la *S* en más del 50% de los casos. Por otro lado, se observa que, aunque el número de veces en el que *Exacto_Bk* obtiene el valor exacto de *S* es mayor que el de *Silver70*, es este último el que aparece como clase predictora, lo cual indica que, en los casos en los que *Silver70* obtiene el valor de *S*, es más rápido y/o sencillo que el resto de aproximaciones y por tanto se selecciona como mejor método.

Por último, cuando el mejor método predicho es *Trad* (NODO 6), el comportamiento de todas las aproximaciones es bueno en general, ya que en más del 80% de los casos obtienen el valor exacto de S . Al igual que sucedía en los nodos anteriores, aunque es *Trad* la clase predicha, es la que menos veces obtiene el valor de S , lo cual se debe a que, de las ocasiones en las que calcula el stock de referencia exacto, es más rápido y/o sencilla que el resto de métodos, y de ahí que sea la que más veces se selecciona como la aproximación más eficiente.

6.6 CONCLUSIONES GENERALES DEL ANÁLISIS EXPLORATORIO

En este capítulo se realiza un análisis estadístico de los resultados obtenidos en ambos experimentos que permite hallar un modelo que explique el comportamiento de la variable dependiente, es decir el mejor método de cálculo del stock de referencia, a partir de una serie de variables independientes. Para ello, se utilizan los árboles de clasificación, técnica estadística que se emplea para identificar zonas de comportamiento común de las aproximaciones en las que se predice una clase (una aproximación) como la mejor para los casos de esa zona. Para ello, se propone seleccionar para cada caso de los experimentos el método más eficiente, definiendo eficiente como aquel método que obtiene el valor exacto del stock de referencia de la manera más rápida y sencilla. Con este criterio, es posible combinar, por un lado, el concepto de precisión de cálculo del stock de referencia ya que no se elegirá en ningún caso un método que no proporcione el S exacto, y por otro lado, el concepto de menor coste computacional, entendiendo éste como una combinación entre rapidez de tiempo de cálculo y sencillez de programación (medida con la complejidad ciclométrica).

A partir de la aplicación de este criterio se encuentran zonas de comportamiento común de las aproximaciones en cada contexto. El análisis de estas zonas permite detectar qué variables independientes son las que influyen en el modelo, y éstas son el coeficiente de variación cuadrado de las órdenes, la demanda media en $R+L$, la probabilidad de demanda nula en el ciclo y la tasa de unidades servidas objetivo. Según estos resultados, no es posible representar las zonas de comportamiento común detectadas en el espacio de representación $CV^2_L p$ propuesto por Syntetos et al. (2005), ya que p no aparece como variable explicativa. Por ello, se propone utilizar otro espacio de representación delimitado por el coeficiente de variación cuadrado y la demanda media en $R+L$, denominado $CV^2_L \mu_{R+L}$. Este espacio de representación ya aparece en Babiloni (2009), en el que se propone una metodología para la estimación del stock de referencia utilizando como restricción de servicio el nivel de servicio de ciclo (CSL) y en el que también CV^2 y μ_{R+L} aparecen como variables explicativas del modelo.

Tras la representación de las zonas de comportamiento común, se realiza un análisis estadístico detallado de cada una de ellas, examinando en cada caso no sólo el porcentaje de veces en las que aparece cada método como el más eficiente, sino también e independientemente de ello, el porcentaje de casos en los que cada método obtiene el valor exacto del stock de referencia y el porcentaje de casos en los que comete error, indicando qué tipo de error es (EC1 o EC2) y cuál es su media y su desviación estándar.

Con todos estos datos, en el siguiente capítulo se presenta un marco de referencia para la estimación del stock de referencia en revisión periódica dado un valor de la tasa de unidades

servidas, distinguiendo entre el contexto en el que se permite diferir la demanda no servida del ciclo y entre el que no se permite dicho diferimiento. De esto modo, conociendo las características del ítem que se gestiona, se puede conocer cuál es el mejor método para la estimación del S y, en caso de utilizar una aproximación, cuál es el riesgo asociado, tanto cualitativa como cuantitativamente.

CAPÍTULO 7. PROPUESTA DE UN MARCO DE REFERENCIA PARA LA ESTIMACIÓN DEL STOCK DE REFERENCIA DADA UNA TASA DE UNIDADES SERVIDAS

7.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta la propuesta objeto de la presente tesis, que consiste en generar un marco de referencia para la estimación del stock de referencia dado un nivel objetivo de la tasa de unidades servidas, tanto en un contexto de diferimiento de demanda no servida como de no diferimiento. Para ello se cuantifica y cualifica el riesgo asociado a la utilización de las aproximaciones en cada una de las zonas o nodos finales establecidos en el capítulo anterior (punto 7.2 para el contexto de diferimiento de demanda y punto 7.4 para el contexto de no diferimiento). Esto proporciona un marco de referencia que permite conocer cuál es el mejor método de estimación del S según las características del ítem gestionado, y además, cuál es el riesgo que existe si se decide utilizar otro método (punto 7.3 si se permite diferir la demanda no servida del ciclo y punto 7.5 si no se permite diferirla). Por último, en el punto 7.6 se presenta una aplicación práctica de este marco de referencia para ítems tipo A, B y C en función de criterios clásicos de gestión en cada uno de los dos contextos.

7.2 IDENTIFICACIÓN DEL RIESGO ASOCIADO AL USO DE LAS APROXIMACIONES EN UN CONTEXTO DE DIFERIMIENTO DE DEMANDA

A lo largo del punto 6.4 se han identificado y representado dentro del espacio de representación $CV^2_{L\mu_{R+L}}$ zonas de comportamiento homogéneo de los distintos métodos analizados en el *Experimento Bk*. En cada una de estas zonas, se establece una clase predictora que corresponde con el método más eficiente para calcular el stock de referencia.

Adicionalmente, se han analizado cómo se comportan el resto de métodos en esas zonas, para lo que se ha cualificado y cuantificado el error de clasificación que cometen cada uno. A continuación, se presentan de manera gráfica los errores que comente cada método en cada nodo. Para ello, se presentan los cinco mapas del espacio de representación $CV^2 \perp \mu_{R+L}$ del punto 6.4.2 indicando para cada método del *Experimento Bk* qué porcentaje de casos comete error en la estimación del stock de referencia, y cuál es el error medio y la desviación estándar. Esta representación permite analizar el comportamiento de los errores de los distintos métodos dentro del espacio de representación, así como compara los errores de todos los métodos en función de las variables significativas del modelo. En el punto 7.2.1 se representan los errores EC1 mientras que en el punto 7.2.2 se presentan los errores EC2.

7.2.1 Error de clasificación EC1 en el espacio de representación $CV^2 \perp \mu_{R+L}$

Como se ha expuesto en el punto 6.3, el error de clasificación EC1 indica el porcentaje de casos en los que utilizar una aproximación garantiza el criterio de diseño del sistema pero sobreestima el stock de referencia, lo cual implica tener más stock del necesario con el sobrecoste que ello supone. Este tipo de error es especialmente relevante para aquellas industrias en las que el coste de una unidad sea muy elevado o tengan una capacidad de almacenamiento limitada.

Según los análisis de los capítulos anteriores, todas las aproximaciones presentan esta tipología de error, y de hecho, *Trad*, *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* sólo presentan este tipo de error.

Partiendo de la representación de los nodos en el espacio $CV^2 \perp \mu_{R+L}$ que se ha realizado en el punto 6.4.2, se presentan la Figura 7.1, Figura 7.2, Figura 7.3, Figura 7.4 y la Figura 7.5 en las que se sitúan en ese mismo espacio los EC1 que cometen los distintos métodos cuando se utilizan en cada uno de los nodos finales. Además, se incluye también la desviación relativa media y la desviación estándar del error para cada caso y en ese orden. Un ejemplo de cómo interpretar los datos de las Figuras sería el siguiente: en la Figura 7.1, en el NODO 6, el método *Aprox_Bk* comete errores en la estimación del stock de referencia en un 4.89% de los casos, siendo su error promedio de -86.26% y su desviación estándar de 23.95%.

Del análisis de los EC1 dentro del espacio de representación se extrae que:

- Todas las aproximaciones cometen errores del tipo EC1, excepto *Silver70* que no comete ningún error de este tipo en el NODO 6.
- El comportamiento de todas las aproximaciones en relación con las variables independientes significativas del modelo es muy similar aumentando el EC1 ante incremento de las variables μ_{R+L} y CV^2 , si bien es cierto que *Silver70* y *Johnson* muestran algunas diferencias por ser las dos únicas aproximaciones que cometen errores tanto del tipo EC1 como EC2.
- El EC1 de todas las aproximaciones aumenta al aumentar μ_{R+L} independientemente de la tasa de unidades servidas objetivo y de la probabilidad de demanda nula,

alcanzando valores del 99% de casos de error para $\mu_{R+L} > 22.45$ en aquellas aproximaciones que sólo presentan errores de este tipo.

- El EC1 de todas las aproximaciones también aumenta al incrementar el CV^2 , independientemente del valor de la tasa de unidades servidas objetivo y de la probabilidad de demanda nula. Cuando $CV^2 > 0.588$ las aproximaciones que sólo comenten errores EC1 (*Trad*, *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter*) muestran errores en más del 99% de los casos, coincidiendo con el análisis descriptivo en el que se señala que cuanto mayor es CV^2 , mayor error comenten las aproximaciones y por tanto, para el caso de $CV^2 > 0.588$ sólo el método *Exacto_Bk* parece funcionar bien.
- El EC1 de todas las aproximaciones aumenta ante incrementos de la probabilidad de demanda nula, $P(0)$. Véase la Figura 7.1 versus Figura 7.5 o la Figura 7.2 versus Figura 7.3, ya que en el espacio limitado por $CV^2 \leq 0.327$ y $\mu_{R+L} > 3.065$ de la Figura 7.1 y Figura 7.2, en las que la $P(0) > 0.97$, aparece un único nodo con mayores errores EC1 que los nodos de la Figura 7.5 y Figura 7.3 que se encuentran en ese mismo espacio.
- El EC1 de todas las aproximaciones crece al aumentar la tasa de unidades servidas objetivo, FR_{Obj} . Compárese la Figura 7.1 con la Figura 7.2 o la Figura 7.3 con la Figura 7.5.
- Con respecto a la media y a la desviación típica de los errores relativos, las cuatro aproximaciones que sólo comenten errores EC1 (*Trad*, *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter*) muestran valores muy similares, si bien es cierto que es *Trad* la que mayor error promedio presenta en todos los nodos.
- Para valores de demanda pequeños, los errores relativos medios y sus desviaciones estándar medias son muy grandes debido a que, en esas condiciones, el stock de referencia toma valores pequeños lo que produce que pequeñas diferencias absolutas se traduzcan en grandes diferencias relativas.
- Las aproximaciones *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* muestran el mismo porcentaje de casos de error, con los mismos errores medios y desviaciones, en el NODO 6, NODO8, NODO 9, NODO 13, NODO 3.3, NODO 3.5 y NODO 3.7.

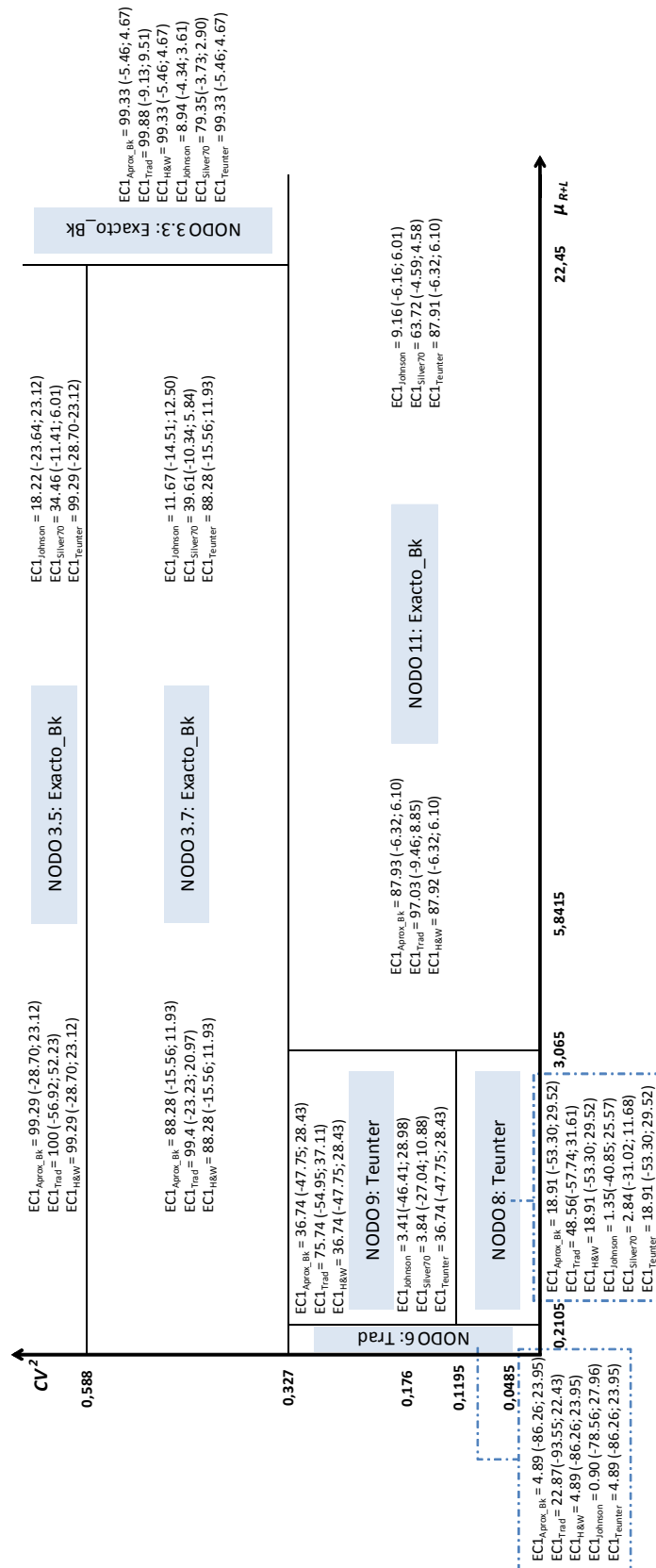


Figura 7.1: Representación del $C&RT_Bk$ y los errores EC1, media y desviación en el espacio de representación para $P(0) > 0.97$ y $FRO > 0.725$.

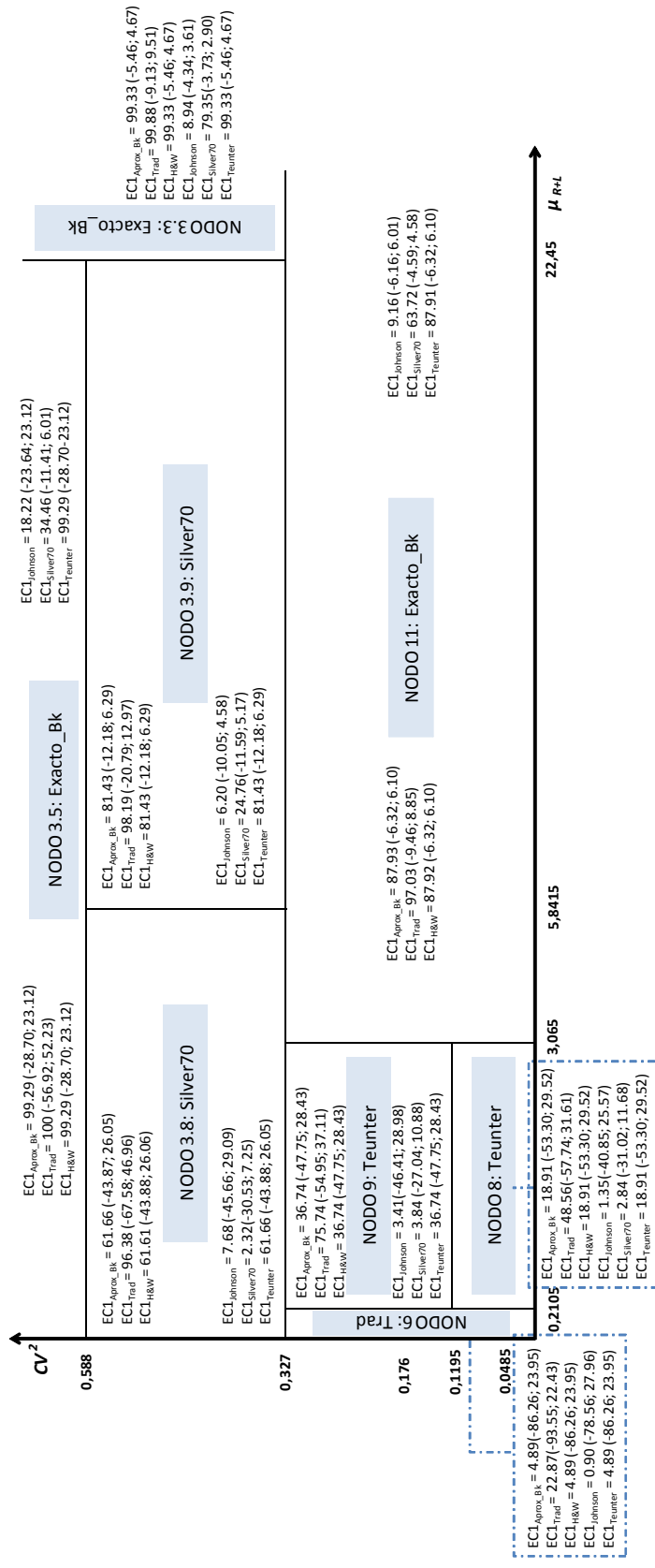


Figura 7.2: Representación del $C\&RT_Bk$ y los errores EC1, media y desviación en el espacio de representación para $P(0) > 0.97$ y $FRO \leq 0.725$.

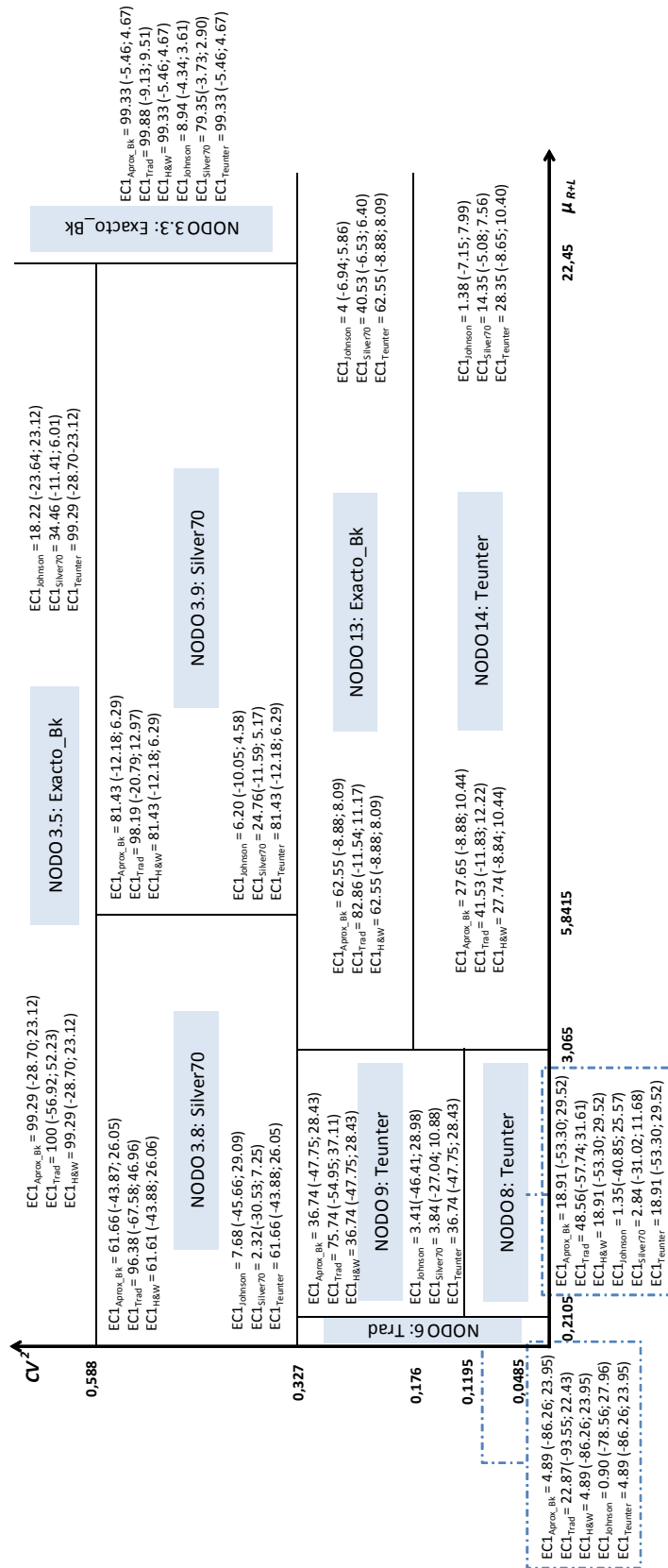


Figura 7.3: Representación del $C&RT_Bk$ y los errores $EC1$, media y desviación en el espacio de representación para $P(0) \leq 0.97$ y $FRO \leq 0.725$.

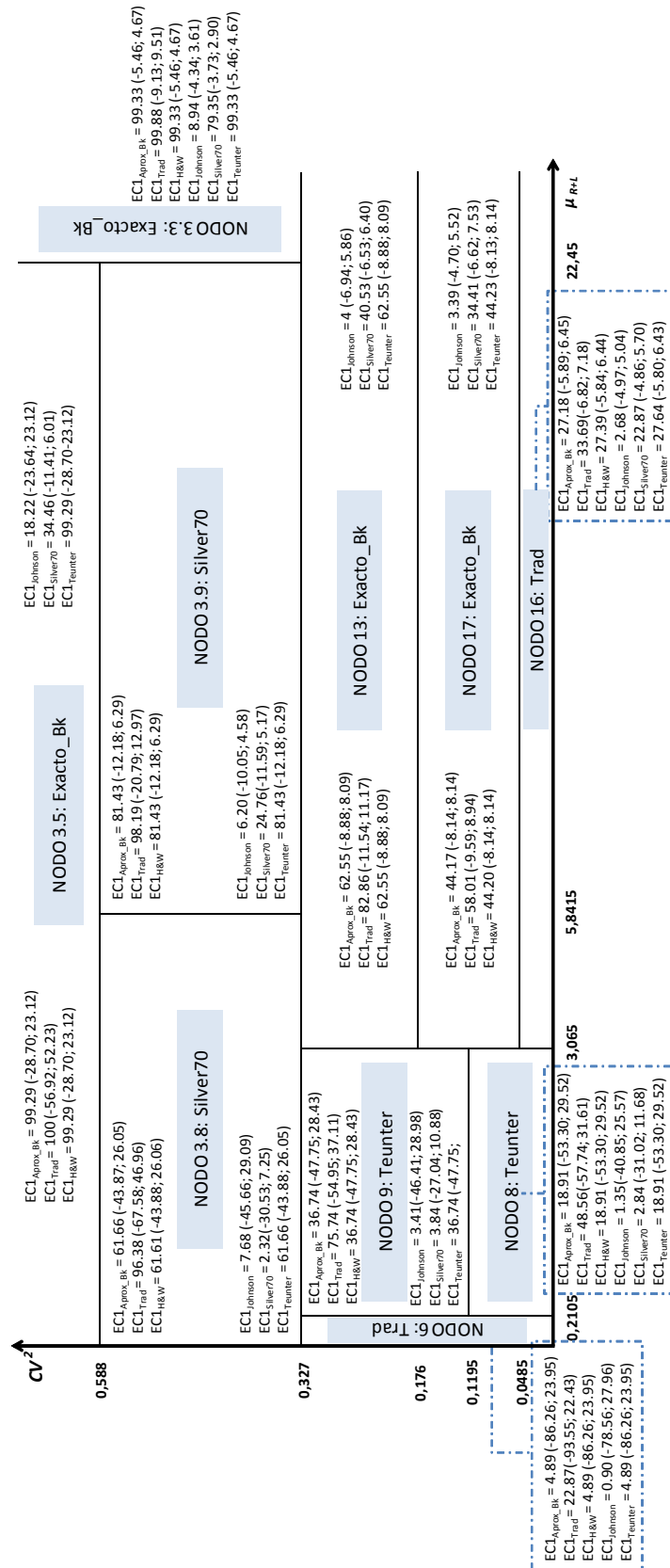


Figura 7.4: Representación del $C\&RT_Bk$ y los errores EC1, media y desviación en el espacio de representación para $P(0) \leq 0.97$ y $0.575 < FRO \leq 0.725$.

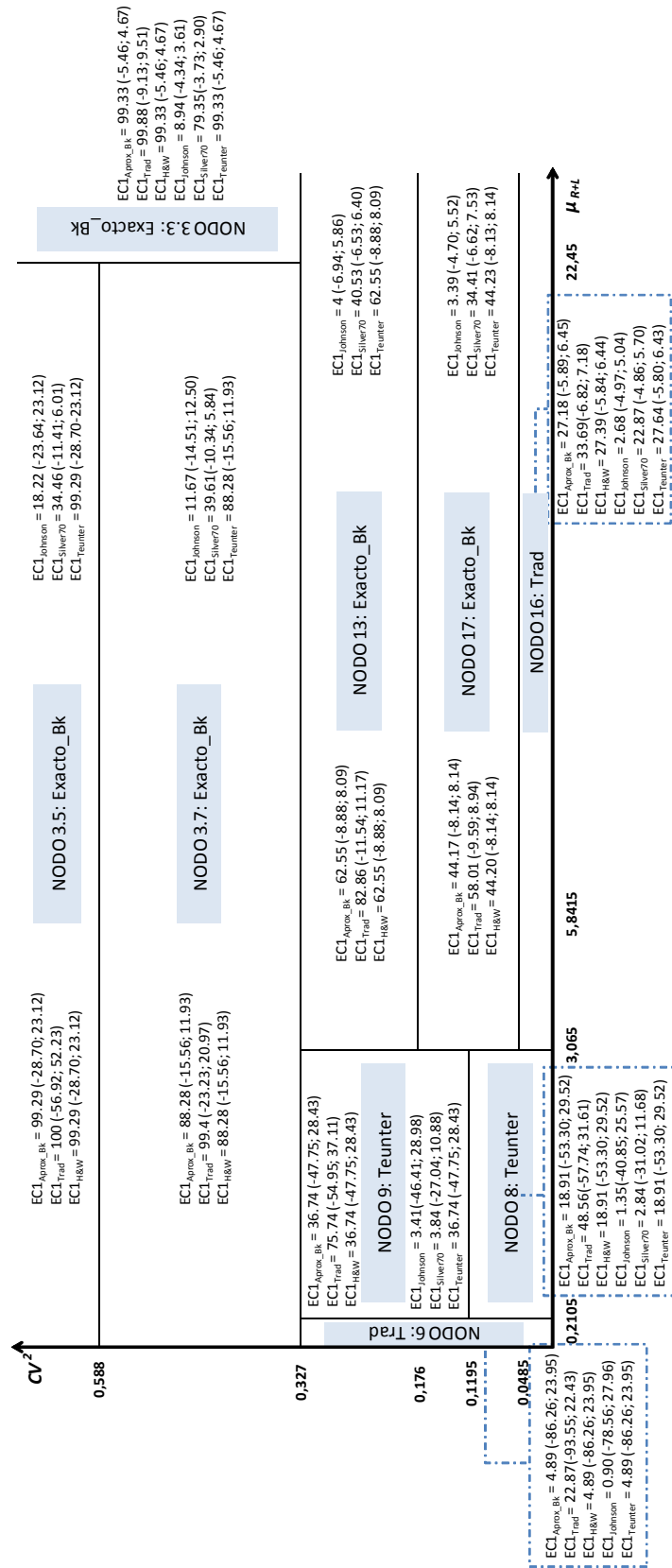


Figura 7.5: Representación del $C\&R\&T_Bk$ y los errores $EC1$, media y desviación en el espacio de representación para $P(O) \leq 0.97$ y $FRO > 0.725$.

7.2.2 Error de clasificación EC2 en el espacio de representación

$CV^2 \mu_{R+L}$

Por su parte, el EC2 mide el porcentaje de casos en los que el stock de referencia obtenido con una aproximación es menor que el stock de referencia exacto. En tales casos el uso de una aproximación para determinar el stock de referencia no garantiza el nivel de servicio de ciclo objetivo de diseño y por tanto, los gestores creen que están más protegidos de lo que realmente están. En este tipo de error únicamente incurren los métodos *Johnson* y *Silver70*.

En la Figura 7.6, Figura 7.7, Figura 7.8, Figura 7.9 y la Figura 7.10 se ubica el EC2 que cometen *Johnson* y *Silver70* para cada uno de los nodos finales, dentro del espacio de representación $CV^2 \mu_{R+L}$, junto con la desviación relativa media y la desviación estándar correspondiente para los casos mal clasificados. En ellas se observa que:

- En todas las Figuras se observa que el EC2 de *Johnson* aumenta ante incrementos de CV^2 y ante incrementos de μ_{R+L} , independientemente de la tasa de unidades servidas objetivo y de la probabilidad de demanda nula. Recuérdese que este método ha sido desarrollado para el caso de $R=1$, y puesto que valores altos de μ_{R+L} suponen valores altos del periodo de revisión, R , es lógico que cuanto mayor es μ_{R+L} mayores sean los errores de *Johnson*.
- El EC2 de *Silver70* parece que aumenta ante incrementos de CV^2 pero parece disminuir ante incrementos de μ_{R+L} . Excepto en el NODO 6, en el que aparece un comportamiento distinto ya que en ese nodo, cuando μ_{R+L} es muy pequeña ($\mu_{R+L} \leq 0.2105$) el error EC2 aumenta. No obstante, este nodo debería analizarse en mayor profundidad ya que para los casos incluidos en él *Silver70* no muestra errores EC1.
- El error promedio de *Silver70* aumenta para valores pequeños de μ_{R+L} ; mientras que en el caso de *Johnson* se observa una disminución del error medio para valores pequeños de μ_{R+L} .
- *Johnson* muestra errores medios muy elevados, siendo éstos del 49% en adelante, coincidiendo con los resultados del análisis descriptivo en el que se ve que es la aproximación que mayores errores relativos medios presenta en términos absolutos.

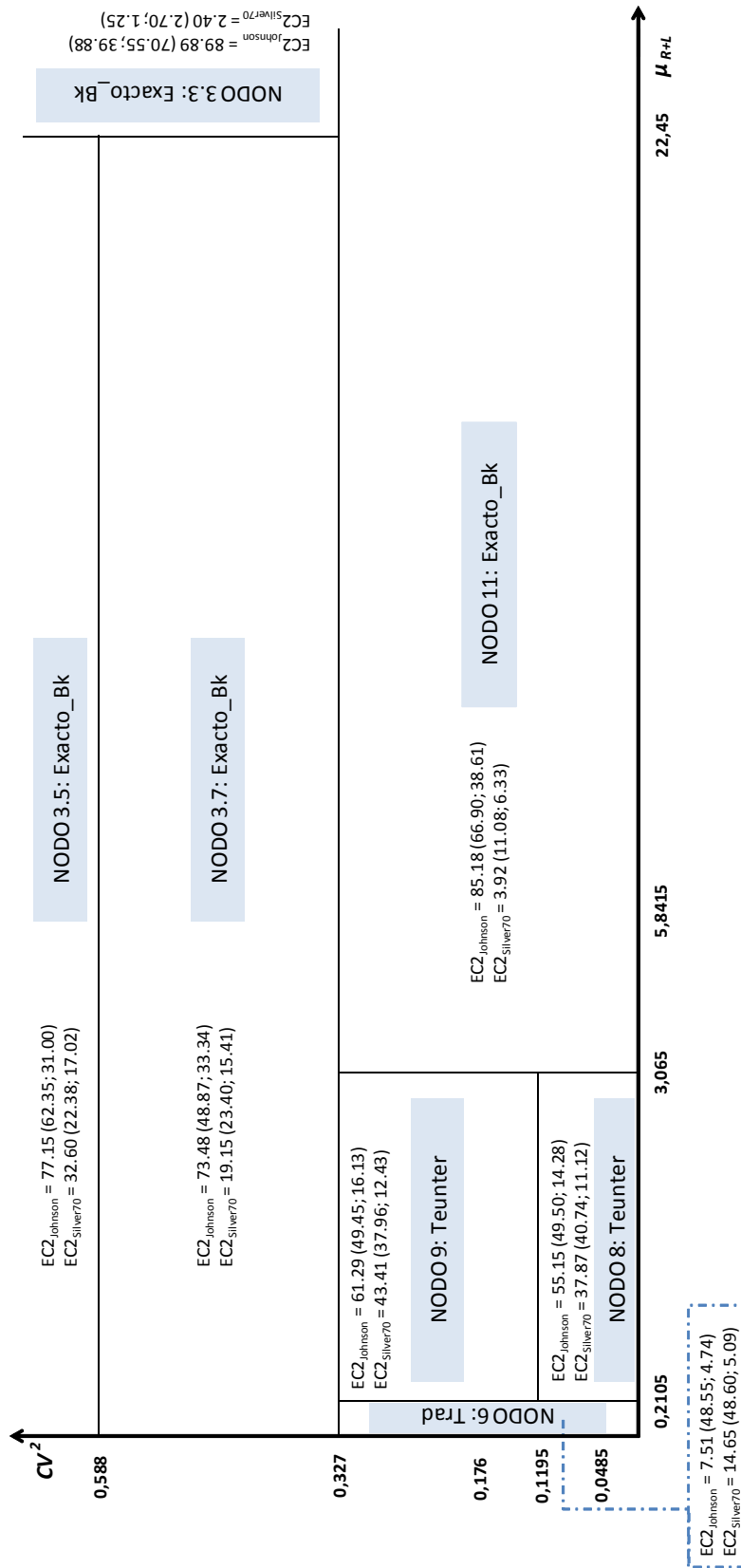


Figura 7.6: Representación del $C\&RT_{Bk}$ y los errores $EC2$, media y desviación en el espacio de representación para $P(0) > 0.97$ y $FRO > 0.725$.

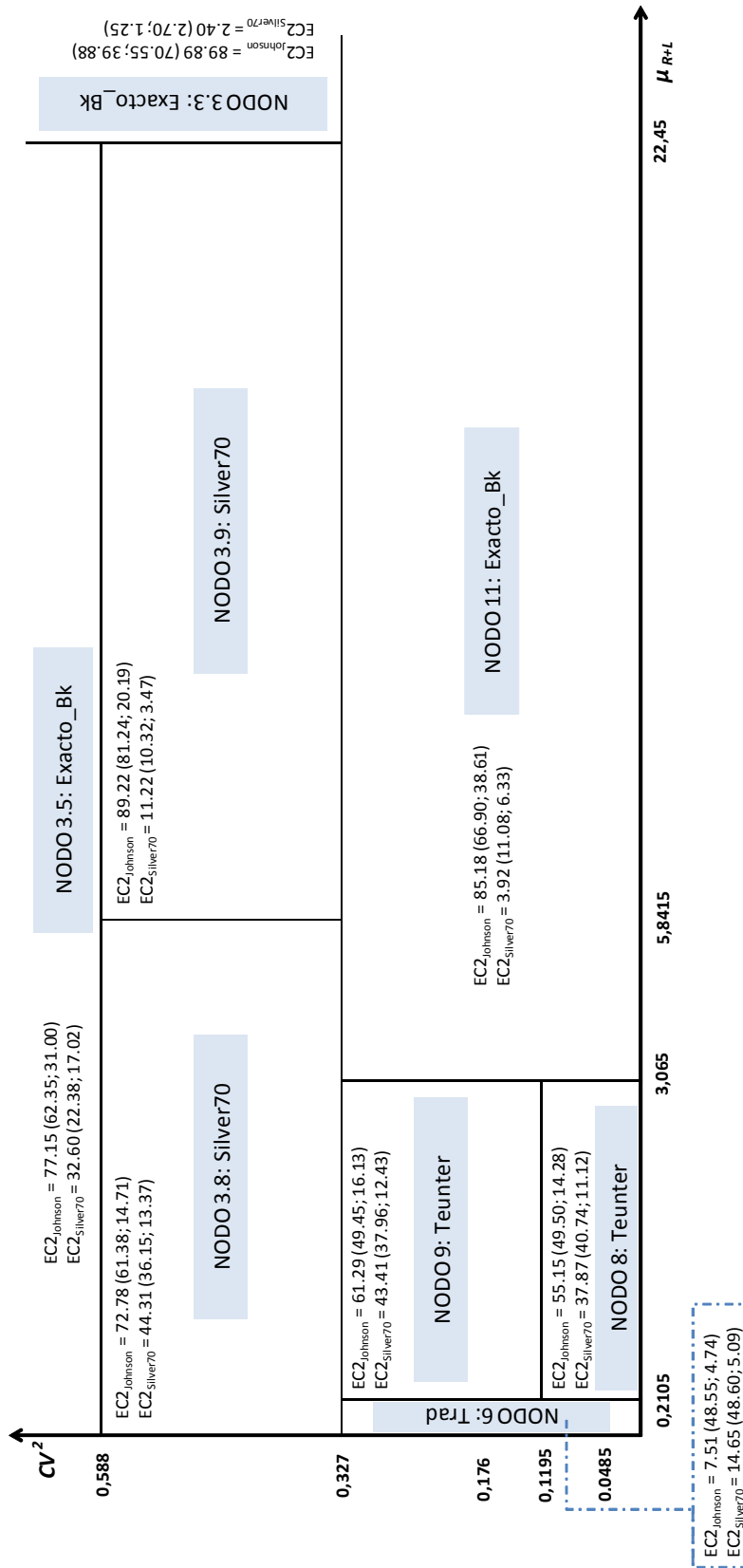


Figura 7.7: Representación del $C\&RT_Bk$ y los errores $EC2$, media y desviación en el espacio de representación para $P(0) > 0.97$ y $FRO \leq 0.725$.

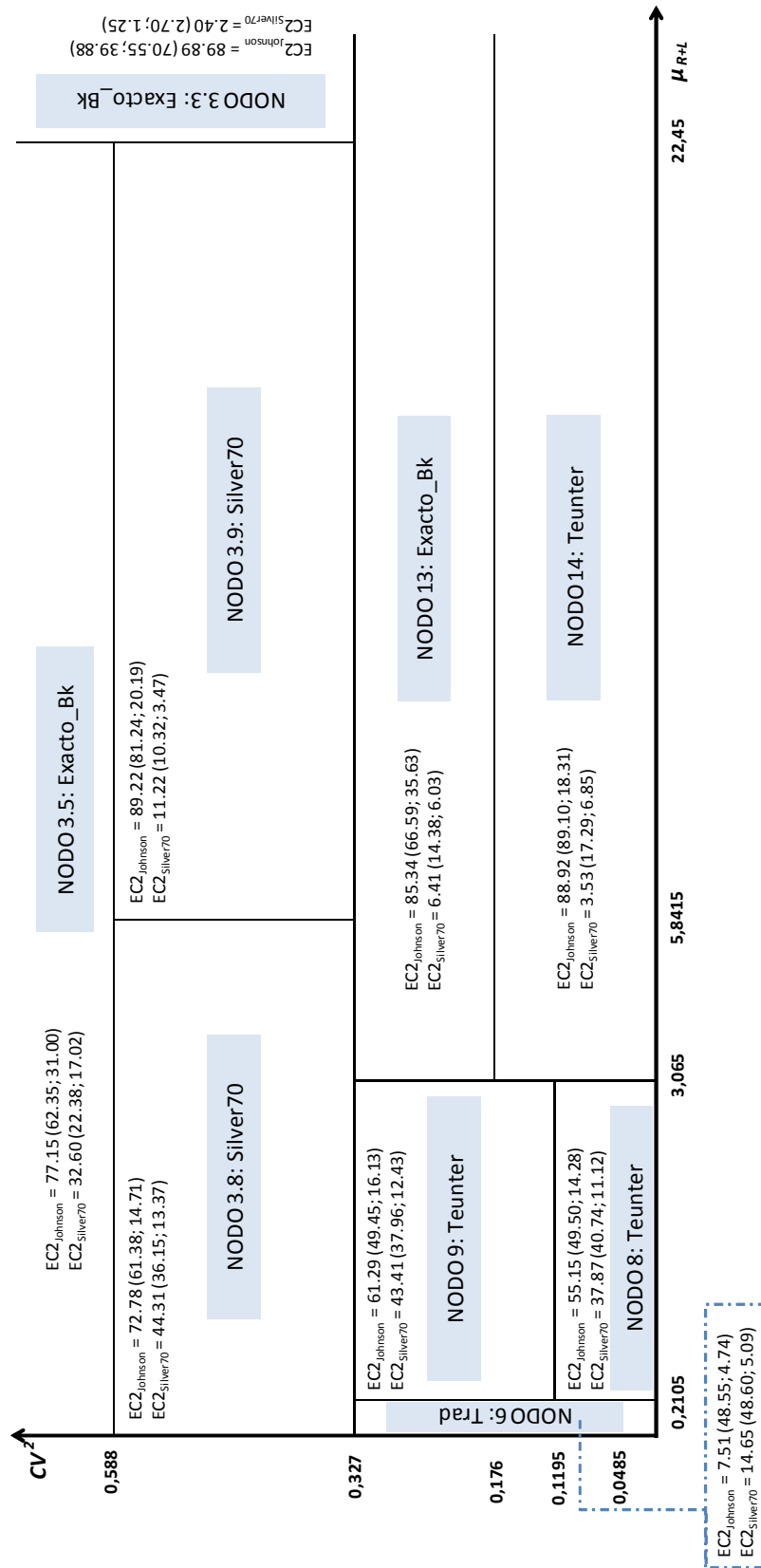


Figura 7.8: Representaci3n del $C\&RT_{Bk}$ y los errores $EC2$, media y desviaci3n en el espacio de representaci3n para $P(0) \leq 0.97$ v $FRO \leq 0.725$.

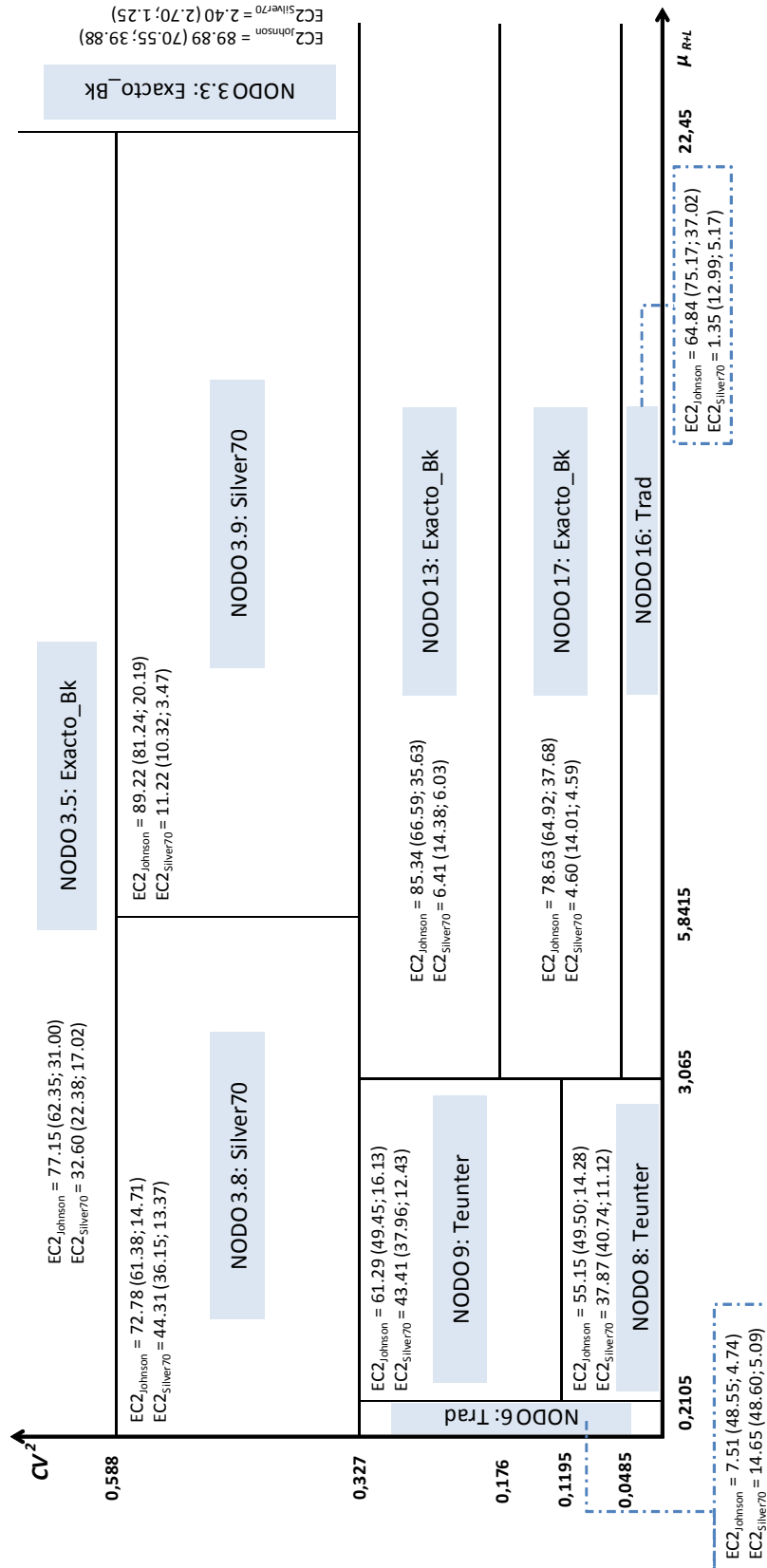


Figura 7.9: Representación del $C\&RT_{Bk}$ y los errores EC2, media y desviación en el espacio de representación para $P(0) \leq 0.97$ y $0.575 < FRO \leq 0.725$.

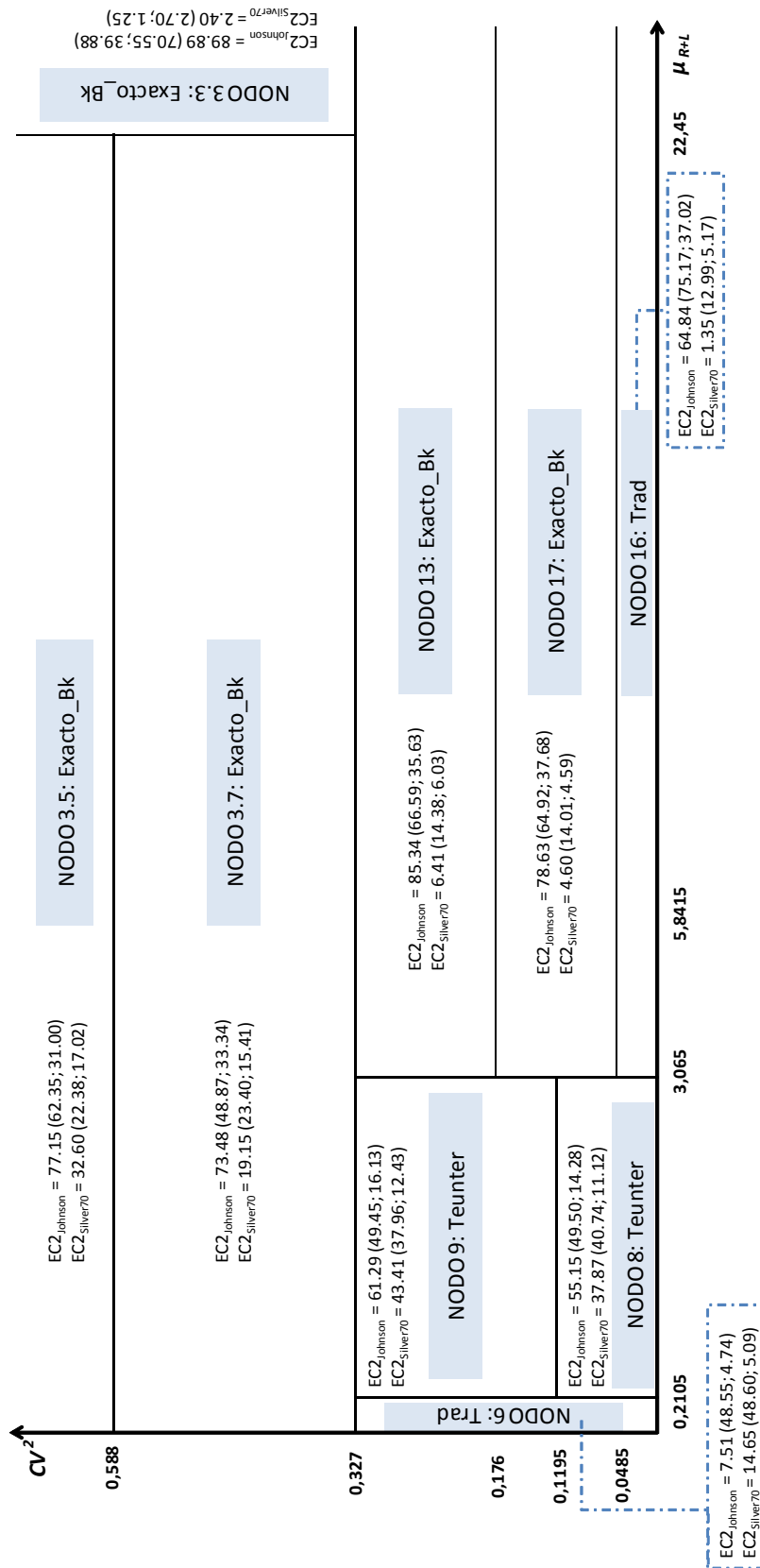


Figura 7.10: Representación del $C&RT_Bk$ y los errores EC2, media y desviación en el espacio de representación para $P(0) \leq 0.97$ y $FRO > 0.725$.

7.3 MARCO DE REFERENCIA EN UN CONTEXTO DE DIFERIMIENTO DE DEMANDA NO SERVIDA

Una vez analizadas las implicaciones de utilizar cada una de las aproximaciones en las zonas de comportamiento común en los dos contextos, en este punto se propone el marco de referencia para la estimación del S en un contexto de diferimiento de demanda, objeto de la presente tesis. Desde un punto de vista práctico, es importante conocer los errores de clasificación que se comete en cada zona de comportamiento común cuando se utiliza una aproximación cualquiera para todos los casos. De hecho, este marco de referencia tiene una doble utilidad práctica. Por un lado, si una empresa gestiona un determinado ítem del que conoce cuál es su patrón de demanda, puede determinar en qué nodo se ubica dicho ítem y por tanto, conocer cuál es el método más eficiente para determinar el stock de referencia de su almacén. Pero además, presenta otra ventaja, ya que si en una empresa se está utilizando ya una determinada aproximación (bien por desconocimiento de otras, por tradición o por simplicidad de aplicación) puede conocer cuál es el error que comete esta aproximación en la estimación del stock de referencia y corregirlo.

Con el objetivo de exponer de forma sencilla dicho marco de referencia, se presenta a continuación la Tabla 7.1, en la que se sintetiza de forma tabulada los resultados obtenidos en el punto 6.4.3 para cada nodo. De este modo se muestra para cada zona y por método el porcentaje de casos en los que se comete error en la estimación del stock de referencia y su naturaleza (EC1 y EC2), indicando además su error medio y desviación estándar. La información de esta tabla proporciona un marco de referencia para la selección del mejor método de cálculo de S en función de criterios propios de la actividad empresarial como puede ser la criticidad del ítem, su coste, los costes de almacenamiento y de obsolescencia entre otros, conociendo el riesgo que conlleva su uso.

La Tabla 7.1 se estructura como sigue. En las tres primeras columnas se identifica el nodo, indicando el número del mismo así como las variables independientes explicativas y sus valores que lo limitan dentro del espacio de representación. En la cuarta y quinta columna aparece el porcentaje de casos en los que cada método es el mejor método (más eficiente) observado para el nodo. En la sexta columna se indica el porcentaje de casos en los que ese método obtiene el valor exacto del stock de referencia. Y por último, de la séptima a la doceava columna se muestra para cada método el porcentaje de casos en los que comete error EC1 y EC2, así como el error relativo medio y la desviación típica en la que incurren en la determinación del S con respecto al cálculo exacto. Obviamente, para cada método el sumatorio entre el porcentaje de casos en los que se calcula el valor exacto del stock de referencia (sexta columna) y el porcentaje de casos en los que se comete error (séptima columna para el error EC1 y décima para el error EC2) resulta en el 100%.

Nodo	Delimitado por		Método	% casos Mejor Método	% casos S _{exata}	EC1			EC2		
						μ	σ		μ	σ	
6	CV^2	≤ 0.327	Exacto_Bk	92	100	-	-	-	-	-	-
			Aprox_Bk	-	95.11	4.89	-86.26	23.95	-	-	-
	μ_{R+L}	≤ 0.2105	Trad	66.37	77.13	22.87	-93.55	22.43	-	-	-
			H&W	0.01	95.11	4.89	-86.26	23.95	-	-	-
	$P(0)$	--	Johnson	0.01	91.59	0.90	-78.56	27.96	7.51	48.55	4.74
	FR_{Obj}	--	Silver70	4.94	85.35	-	-	-	14.65	48.60	5.09
			Teunter	27.75	95.11	4.89	-86.26	23.95	-	-	-
8	CV^2	≤ 0.1195	Exacto_Bk	3.50	100.00	-	-	-	-	-	-
			Aprox_Bk	0.05	81.09	18.91	-53.30	29.52	-	-	-
	μ_{R+L}	$0.2105 - 3.065$	Trad	36.59	51.44	48.56	-57.74	31.61	-	-	-
			H&W	0.04	81.09	18.91	-53.30	29.52	-	-	-
	$P(0)$	--	Johnson	0.01	43.50	1.35	-40.85	25.57	55.15	49.50	14.28
	FR_{Obj}	--	Silver70	16.46	59.29	2.84	-31.02	11.68	37.87	40.74	11.12
			Teunter	43.35	81.09	18.91	-53.30	29.52	-	-	-
9	CV^2	$0.1195 - 0.327$	Exacto_Bk	8.96	100.00	-	-	-	-	-	-
			Aprox_Bk	0.04	63.26	36.74	-47.75	28.43	-	-	-
	μ_{R+L}	$0.2105 - 3.065$	Trad	14.59	24.26	75.74	-54.95	37.11	-	-	-
			H&W	0.12	63.26	36.74	-47.75	28.43	-	-	-
	$P(0)$	--	Johnson	0.04	35.29	3.41	-46.41	28.98	61.29	49.45	16.13
	FR_{Obj}	--	Silver70	28.97	52.75	3.84	-27.04	10.88	43.41	37.96	12.43
			Teunter	47.30	63.26	36.74	-47.75	28.43	-	-	-
11	CV^2	≤ 0.327	Exacto_Bk	64.26	100.00	-	-	-	-	-	-
			Aprox_Bk	--	12.07	87.93	-6.32	6.10	-	-	-
	μ_{R+L}	> 3.065	Trad	0.84	2.97	97.03	-9.46	8.85	-	-	-
			H&W	0.01	12.08	87.92	-6.32	6.10	-	-	-
	$P(0)$	> 0.97	Johnson	--	5.66	9.16	-6.16	6.01	85.18	66.90	38.61
	FR_{Obj}	--	Silver70	24.33	32.36	63.72	-4.59	4.58	3.92	11.08	6.33
			Teunter	10.56	12.09	87.91	-6.32	6.10	-	-	-
13	CV^2	$0.176 - 0.327$	Exacto_Bk	40.83	100.00	-	-	-	-	-	-
			Aprox_Bk	0.02	37.45	62.55	-8.88	8.09	-	-	-
	μ_{R+L}	> 3.065	Trad	6.21	17.14	82.86	-11.54	11.17	-	-	-
			H&W	0.05	37.45	62.55	-8.88	8.09	-	-	-
	$P(0)$	≤ 0.97	Johnson	-	10.81	4.00	-6.94	5.86	85.34	66.59	35.63
	FR_{Obj}	--	Silver70	24.21	53.06	40.53	-6.53	6.40	6.41	14.38	6.03
			Teunter	28.69	37.45	62.55	-8.88	8.09	-	-	-

Tabla 7.1: Marco de referencia para la estimación del stock de referencia en un contexto de diferimiento de demanda no servida.

Nodo	Delimitado por		Método	% casos Mejor Método	% casos S_{exata}	EC1			EC2		
						μ	σ		μ	σ	
14	CV^2	≤ 0.176	Exacto_Bk	12.59	100.00	-	-	-	-	-	-
			Aprox_Bk	0.05	72.35	27.65	-8.88	10.44	-	-	-
			Trad	32.47	58.47	41.53	-11.83	12.22	-	-	-
			H&W	0.22	72.26	27.74	-8.84	10.44	-	-	-
			Johnson	-	9.70	1.38	-7.15	7.99	88.92	89.10	18.31
			Silver70	21.74	82.12	14.35	-5.08	7.56	3.53	17.29	6.85
			Teunter	32.93	71.65	28.35	-8.65	10.40	-	-	-
16	CV^2	≤ 0.0485	Exacto_Bk	22.20	100.00	-	-	-	-	-	-
			Aprox_Bk	0.03	72.82	27.18	-5.89	6.45	-	-	-
			Trad	37.52	66.31	33.69	-6.82	7.18	-	-	-
			H&W	0.39	72.61	27.39	-5.84	6.44	-	-	-
			Johnson	-	32.47	2.68	-4.97	5.04	64.84	75.17	37.02
			Silver70	12.95	75.78	22.87	-4.86	5.70	1.35	12.99	5.17
			Teunter	26.91	72.36	27.64	-5.80	6.43	-	-	-
17	CV^2	$0.176 - 0.0485$	Exacto_Bk	34.50	100.00	-	-	-	-	-	-
			Aprox_Bk	0.05	55.83	44.17	-8.14	8.14	-	-	-
			Trad	25.44	41.99	58.01	-9.59	8.94	-	-	-
			H&W	0.09	55.80	44.20	-8.14	8.14	-	-	-
			Johnson	0.11	17.98	3.39	-4.70	5.52	78.63	64.92	37.68
			Silver70	13.08	60.99	34.41	-6.62	7.53	4.60	14.01	4.59
			Teunter	26.73	55.77	44.23	-8.13	8.14	-	-	-
3.3	CV^2	> 0.327	Exacto_Bk	81.59	100.00	-	-	-	-	-	-
			Aprox_Bk	-	0.67	99.33	-5.46	4.67	-	-	-
			Trad	-	0.12	99.88	-9.13	9.51	-	-	-
			H&W	-	0.67	99.33	-5.46	4.67	-	-	-
			Johnson	-	1.17	8.94	-4.34	3.61	89.89	70.55	39.88
			Silver70	17.80	18.26	79.35	-3.73	2.90	2.40	2.70	1.25
			Teunter	0.60	0.67	99.33	-5.46	4.67	-	-	-
3.5	CV^2	> 0.588	Exacto_Bk	66.41	100.00	-	-	-	-	-	-
			Aprox_Bk	-	0.71	99.29	-28.70	23.12	-	-	-
			Trad	-	0.00	100.00	-56.92	52.23	-	-	-
			H&W	0.01	0.71	99.29	-28.70	23.12	-	-	-
			Johnson	0.01	4.62	18.22	-23.64	23.12	77.15	62.35	31.00
			Silver70	32.88	32.94	34.46	-11.41	6.01	32.60	22.38	17.02
			Teunter	0.69	0.71	99.29	-28.70	23.12	-	-	-

Tabla 7.1 (continuación): Marco de referencia para la estimación del stock de referencia en un contexto de diferimiento de demanda no servida.

Nodo	Delimitado por	Método	% casos Mejor Método	% casos S_{exata}	EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
3.7	CV^2 0.327 – 0.588 μ_{R+L} \leq 22.45 $P(0)$ -- FR_{Obj} $>$ 0.725	Exacto_Bk	52.57	100.00	-	-	-	-	-	-
		Aprox_Bk	-	11.72	88.28	-15.56	11.97	-	-	-
		Trad	0.05	0.56	99.44	-23.23	20.97	-	-	-
		H&W	0.01	11.72	88.28	-15.56	11.97	-	-	-
		Johnson	-	14.85	11.67	-14.51	12.50	73.48	48.87	33.34
		Silver70	36.32	39.61	41.25	-10.34	5.84	19.15	23.40	15.41
		Teunter	11.05	11.72	88.28	-15.56	11.97	-	-	-
3.8	CV^2 0.327 – 0.588 μ_{R+L} \leq 5.8415 $P(0)$ -- FR_{Obj} \leq 0.725	Exacto_Bk	16.61	100.00	-	-	-	-	-	-
		Aprox_Bk	0.05	38.34	61.66	-43.87	26.05	-	-	-
		Trad	2.88	3.62	96.38	-67.58	46.96	-	-	-
		H&W	0.31	38.39	61.61	-43.88	26.06	-	-	-
		Johnson	-	19.54	7.68	-45.66	29.09	72.78	61.38	14.71
		Silver70	45.38	53.37	2.32	-30.53	7.25	44.31	36.15	13.37
		Teunter	34.77	38.37	61.63	-43.88	26.05	-	-	-
3.9	CV^2 0.327 – 0.588 μ_{R+L} 5.8415 – 22.45 $P(0)$ -- FR_{Obj} \leq 0.725	Exacto_Bk	27.67	100.00	-	-	-	-	-	-
		Aprox_Bk	-	18.57	81.43	-12.18	6.29	-	-	-
		Trad	0.34	1.81	98.19	-20.79	12.97	-	-	-
		H&W	0.06	18.57	81.43	-12.18	6.29	-	-	-
		Johnson	-	4.58	6.20	-10.05	4.58	89.22	81.24	20.19
		Silver70	54.40	64.02	24.76	-11.59	5.17	11.22	10.32	3.47
		Teunter	17.53	18.59	81.41	-12.18	6.29	-	-	-

Tabla 7.1 (continuación II): Marco de referencia para la estimación del stock de referencia en un contexto de diferimiento de demanda no servida.

7.4 IDENTIFICACIÓN DEL RIESGO ASOCIADO AL USO DE LAS APROXIMACIONES EN UN CONTEXTO DE NO DIFERIMIENTO DE DEMANDA

Análogamente al punto 7.2, en este punto se representan los errores EC1 y EC2 que comete cada método analizado en el *Experimento LS* dentro del espacio $CV^2_{L\mu_{R+L}}$, lo que permite visualizar y analizar cómo se comportan los errores en función de las variables independientes explicativas del modelo, así como comparar el comportamiento de los errores de las aproximaciones entre sí. Al igual que en el contexto de diferimiento de demanda, se separa entre los errores de tipo EC1 (punto 7.4.1) y los errores de tipo EC2 (punto 7.4.2).

7.4.1 Error de clasificación EC1 en el espacio de representación

$CV^2 \mu_{R+L}$

Tras haber analizado los errores por nodo, en este punto se realiza una representación de los errores EC1 que comete cada aproximación dentro del espacio de representación $CV^2 \mu_{R+L}$ (Figura 7.11). Como se ha comentado en el capítulo anterior, también en el contexto de no diferimiento de demanda no servida todas las aproximaciones presentan errores EC1, y más concretamente, *Aprox_LS*, *Exacto_Bk*, *Trad*, *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* sólo presentan esta tipología de error.

Del análisis de los EC1 dentro del espacio de representación se extrae que:

- Todas las aproximaciones cometen errores del tipo EC1.
- Todas las aproximaciones muestran un comportamiento similar en relación con las variables independientes significativas del modelo es muy similar (los errores EC1 aumentan ante incrementos de las variables explicativas), excepto *Silver70* y *Johnson* que muestran ciertas diferencias, ya que son las dos únicas que cometen errores EC1 y EC2.
- El EC1 de todas las aproximaciones aumenta al aumentar μ_{R+L} independientemente de la tasa de unidades servidas objetivo y de la probabilidad de demanda nula. Si $\mu_{R+L} > 2.985$ (NODO3), todas las aproximaciones cometen errores EC1 en más del 75% de los casos, excepto *Johnson* ya que presenta errores de los dos tipos.
- El EC1 de todas las aproximaciones crece ante incrementos del CV^2 , independientemente del valor de la tasa de unidades servidas objetivo y de la probabilidad de demanda nula.
- Para valores de demanda pequeños, los errores relativos medios y sus desviaciones estándar medias son muy grandes. Esto se debe a que valores pequeños de μ_{R+L} suponen valores pequeños del stock de referencia y por tanto pequeñas diferencias absolutas del stock de referencia se traducen en grandes diferencias relativas.
- Con respecto a la media y a la desviación típica de los errores relativos, las aproximaciones que sólo cometen errores EC1 (*Aprox_LS*, *Exacto_Bk*, *Trad*, *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter*) muestran valores muy similares, si bien es cierto que cuando $\mu_{R+L} < 2.985$ es *Exacto_Bk* la que mayor error promedio presenta, y en cambio cuando $\mu_{R+L} > 2.985$ es *Trad*. Por el contrario, en todos los casos la aproximación que menor error promedio muestra es *Aprox_LS*.
- Las aproximaciones *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* muestran el mismo porcentaje de casos de error en todos los nodos.

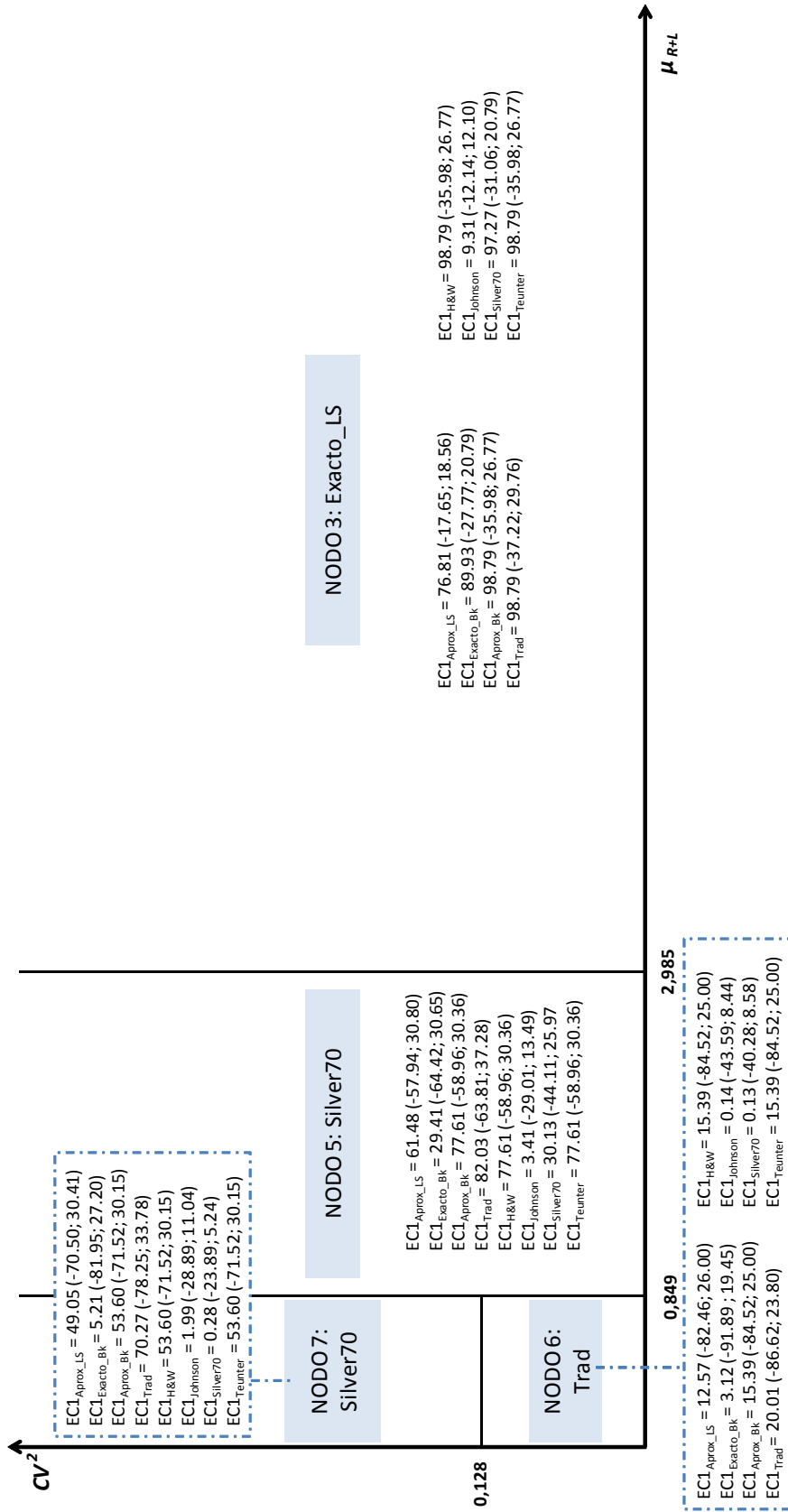


Figura 7.11: Representación del C&RT_LS y los errores EC1, media y desviación en el espacio de representación.

7.4.2 Error de clasificación EC2 en el espacio de representación $CV^2 \perp \mu_{R+L}$

Siguiendo el mismo esquema, en este punto se representan los errores EC2 que comete cada aproximación en el espacio $CV^2 \perp \mu_{R+L}$. Tal y como ya se ha comentado, sólo *Silver70* y *Johnson* cometen errores de esta tipología.

En la Figura 7.12 se ubica el EC2 que cometen *Johnson* y *Silver70* para cada uno de los nodos finales dentro del espacio de representación $CV^2 \perp p$, junto con la desviación relativa media y la desviación estándar correspondiente. En ella se observa que:

- El EC2 de *Johnson* aumenta ante incrementos del CV^2 y ante incrementos de μ_{R+L} , tal y como sucedía en el caso de aceptar diferir la demanda. Valores elevados de μ_{R+L} implican valores elevados de R , y dado que *Johnson* ha sido desarrollado para el caso de que $R=1$, en aquellos casos en los que R es mayor comete más errores.
- El EC2 de *Silver70* parece aumentar si el CV^2 aumenta, pero parece disminuir si μ_{R+L} aumenta.
- *Silver70* presenta un incremento del error medio para valores pequeños de μ_{R+L} ; mientras que *Johnson* presenta una reducción del error medio para valores pequeños de μ_{R+L} .
- Ambas aproximaciones muestran errores medios muy elevados, siendo éstos superiores al 40% en todos los casos.

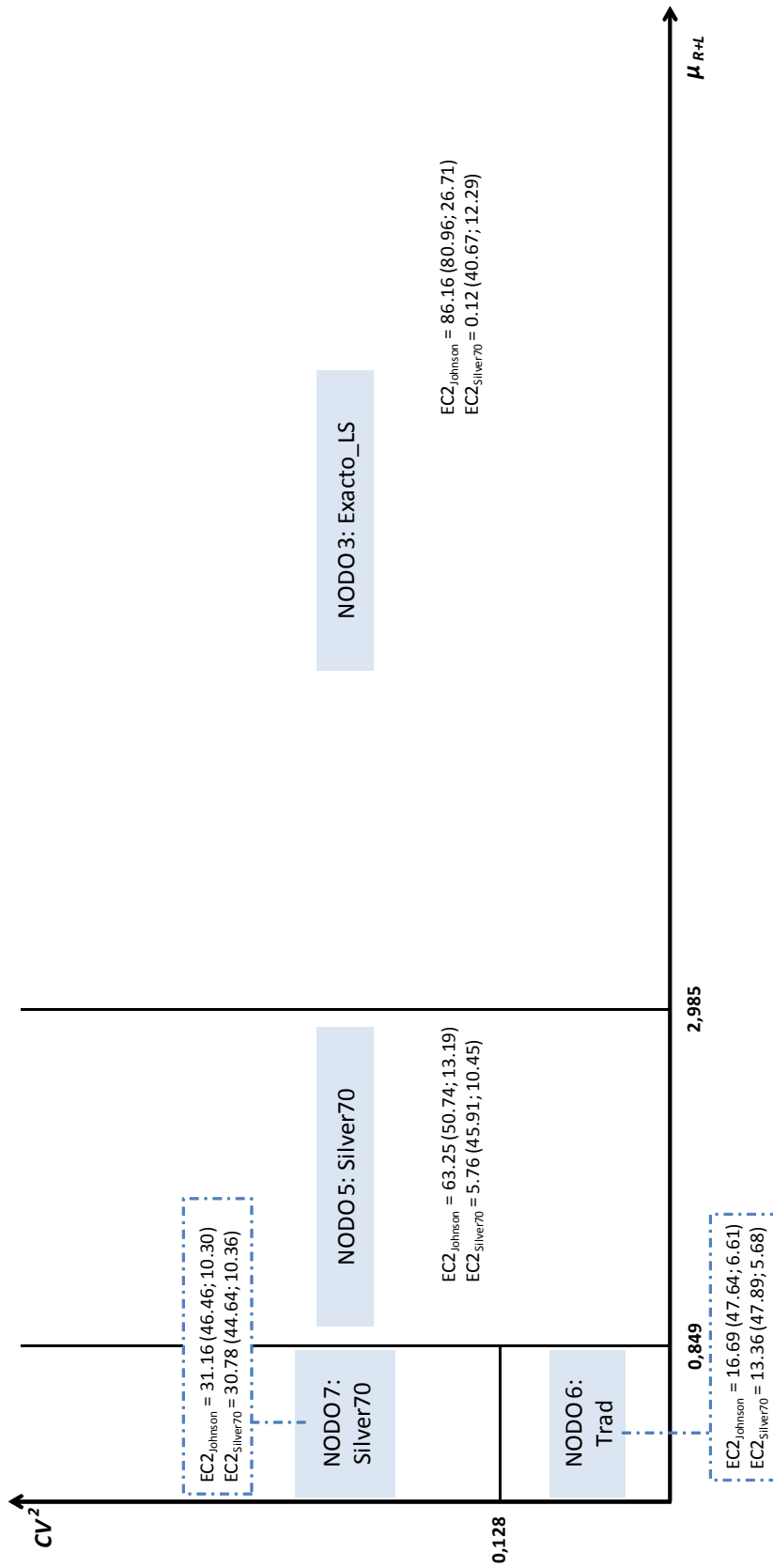


Figura 7.12: Representación del C&RT_LS y los errores EC2, media y desviación en el espacio de representación.

7.5 MARCO DE REFERENCIA EN UN CONTEXTO DE NO DIFERIMIENTO DE DEMANDA NO SERVIDA

Siguiendo el mismo planteamiento que en el punto 7.3, se presenta a continuación el marco de referencia para la selección del mejor método de cálculo del stock de referencia en un contexto de no diferimiento de demanda no servida. Como ya se ha comentado, este marco de referencia tiene una clara aplicabilidad práctica, ya que permite, por un lado, seleccionar cuál es el mejor método para la estimación del S en función de las características del ítem y de la demanda que se está gestionando, y por otro, conocer los errores que se cometen al utilizar los distintos métodos disponibles pudiéndose así corregir dicho error.

En la Tabla 7.2 se presenta el marco de referencia en un contexto de no diferimiento de demanda no servida. En la Tabla se muestra de forma sintetizada los resultados obtenidos en el análisis exploratorio del *Experimento LS*, mostrando para cada zona de comportamiento común el porcentaje de casos en los que cada método calcula el valor exacto del stock de referencia o en el que comete error, e indicando la tipología del error y su media y desviación. La Tabla 7.2 se estructura como su análoga del punto 7.3, con la salvedad de que en este contexto el número de aproximaciones es mayor.

Nodo	Delimitado por	Método	% casos Mejor Método	% casos S_{exata}	EC1	μ	σ	EC2	μ	σ
3	CV^2 -- $\mu_{R+L} > 2.985$	Exacto_LS	79.73	100.00	-	-	-	-	-	-
		Aprox_LS	11.36	23.19	76.81	-17.65	18.56	-	-	-
		Exacto_Bk	6.24	10.07	89.93	-27.77	20.79	-	-	-
		Aprox_Bk	-	1.21	98.79	-35.98	26.77	-	-	-
		Trad	0.98	1.21	98.79	-37.22	29.76	-	-	-
		H&W	-	1.21	98.79	-35.98	26.77	-	-	-
		Johnson	0.09	4.53	9.31	-12.14	12.10	86.16	80.96	26.71
		Silver70	1.38	2.61	97.27	-31.06	20.79	0.12	40.67	12.29
		Teunter	0.22	1.21	98.79	-35.98	26.77	-	-	-
5	CV^2 -- $\mu_{R+L} 0.849 - 2.985$	Exacto_LS	20.29	100.00	-	-	-	-	-	-
		Aprox_LS	0.07	38.52	61.48	-57.94	30.80	-	-	-
		Exacto_Bk	11.12	70.59	29.41	-64.42	30.65	-	-	-
		Aprox_Bk	0.01	22.39	77.61	-58.96	30.36	-	-	-
		Trad	12.82	17.99	82.03	-63.81	37.28	-	-	-
		H&W	-	22.39	77.61	-58.96	30.36	-	-	-
		Johnson	3.02	33.34	3.41	-29.01	13.49	63.25	50.74	13.19
		Silver70	43.57	64.11	30.13	-44.11	25.97	5.76	45.91	10.45
		Teunter	9.10	22.39	77.61	-58.96	30.36	-	-	-
6	$CV^2 \leq 0.128$ $\mu_{R+L} \leq 0.849$	Exacto_LS	0.21	100.00	-	-	-	-	-	-
		Aprox_LS	0.01	87.43	12.57	-82.46	26.00	-	-	-
		Exacto_Bk	0.34	96.88	3.12	-91.89	19.45	-	-	-
		Aprox_Bk	-	84.61	15.39	-84.52	25.00	-	-	-
		Trad	66.66	79.99	20.01	-86.62	23.80	-	-	-
		H&W	0.01	84.61	15.39	-84.52	25.00	-	-	-
		Johnson	0.06	83.17	0.14	-43.59	8.44	16.69	47.64	6.61
		Silver70	15.29	86.51	0.13	-40.28	8.58	13.36	47.89	5.68
		Teunter	17.42	84.61	15.39	-84.52	25.00	-	-	-
7	$CV^2 > 0.128$ $\mu_{R+L} \leq 0.849$	Exacto_LS	3.79	100.00	-	-	-	-	-	-
		Aprox_LS	-	50.95	49.05	-70.50	30.41	-	-	-
		Exacto_Bk	10.51	94.79	5.21	-81.95	27.20	-	-	-
		Aprox_Bk	0.05	46.40	53.60	-71.52	30.15	-	-	-
		Trad	19.98	29.73	70.27	-78.25	33.78	-	-	-
		H&W	-	46.40	53.60	-71.52	30.15	-	-	-
		Johnson	-	66.86	1.99	-28.89	11.04	31.16	46.46	10.30
		Silver70	36.93	68.94	0.28	-23.89	5.24	30.78	44.64	10.36
		Teunter	26.04	46.40	53.60	-71.52	30.15	-	-	-

Tabla 7.2: Marco de referencia para la estimación del stock de referencia en un contexto de no diferimiento de demanda no servida.

7.6 UNA APLICACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA PARA EL DISEÑO DE POLÍTICAS DE INVENTARIO EN REVISIÓN PERIÓDICA

Una vez presentados los marcos de referencia para el diseño de políticas de inventario (R, S) en los dos contextos de demanda no servida, se presenta a continuación un ejemplo práctico para mostrar cómo debe utilizarse en una situación real. Obviamente, esto es solamente un ejemplo ilustrativo de su utilización, ya que cada empresa definirá cómo emplear el marco de referencia en función de las características y criticidad del ítem que se esté gestionando, su coste, el patrón de la demanda, etc.

En la práctica, el diseño de las políticas (R, S) depende de varios factores tales como la importancia del ítem, la cual se establece mediante la clasificación ABC. Si una empresa decide utilizar niveles de servicio fijos para cada clase, surge la pregunta de qué nivel de servicio debe determinarse para cada una de ellas. Sin embargo, no se encuentran en la literatura directrices claras sobre ello. De hecho, ni siquiera está claro para qué clase deben fijarse niveles de servicio altos y para qué clases deben fijarse niveles bajos [Viswanathan y Bhatnagar (2005) y Teunter et al. (2010b)]. Por un lado, algunos autores argumentan que los ítems clase A, que son los más críticos para una empresa en la determinación de su beneficio, han de tener niveles altos de servicio con el fin de evitar retrasos frecuentes [Armstrong (1985); Stock y Lambert (2001)]. Por otro lado, otros autores afirman que para los ítems de clase C, a pesar de ser los menos importantes, no merece la pena intentar evitar posibles situaciones de agotamiento de stock y por lo tanto, deben tener el mayor nivel de servicio [Knod y Schonberger (2001)]. Según esto, no existe un acuerdo sobre el nivel de servicio que corresponde a cada clase. Por ello, en la aplicación práctica del marco de referencia que se presenta en este punto únicamente se distinguirá entre los valores del error que se acepta cometer para cada tipo de ítems (A, B o C), independientemente de la tasa de unidades servidas que se establezca como objetivo.

Para cada tipología de ítem se establece un valor máximo de EC1 y de EC2 en función de si se permite diferir la demanda no servida del ciclo o no se permite (Tabla 7.3). En todos los casos se permite cometer errores EC1 en un porcentaje de casos mayor que errores EC2, pues se considera preferible tener más stock del necesario, a pesar del sobre coste que ello supone, que incumplir con el nivel de servicio establecido. Teniendo en cuenta los valores de la Tabla 7.3, se indica para cada nodo qué aproximaciones cumplen con ellos. Obviamente, esto es simplemente un ejemplo, por lo que si se varían los valores máximos permitidos de EC1 y EC2, varía también la propuesta, para lo que deben utilizarse como marco de referencia la Tabla 7.1 si se acepta diferir demanda, y la Tabla 7.2 si no se acepta diferir demanda.

	<i>Se permite diferir demanda</i>		<i>No se permite diferir demanda</i>	
	<i>EC1</i>	<i>EC2</i>	<i>EC1</i>	<i>EC2</i>
Ítems A	25%	1.5%	25%	1.5%
Ítems B	50%	10%	50%	10%
Ítems C	50%	25%	100%	25%

Tabla 7.3: Porcentajes de EC1 y EC2 permitidos en el ejemplo de aplicación práctica para cada contexto.

Los ítems clasificados como A son los de mayor criticidad para el negocio de las empresas por lo que exigen un procedimiento de diseño del sistema que cumpla con el criterio de servicio, es decir con la tasa de unidades servidas objetivo, con el fin de evitar demandas no servidas en exceso. Por tanto, se propone la selección de las aproximaciones adecuadas por nodo que cumplan con un $EC1 \leq 25\%$ y un $EC2 \leq 1.5\%$, independientemente del contexto de demanda no servida considerado. En los nodos en los que no sea posible cumplir con este criterio, se recurrirá al cálculo exacto. Escoger un $EC1$ del 25% implica que, como mucho, en el 25% de los casos se sobreestima la *FR* objetivo, lo que si bien tiene un impacto negativo en el inventario medio, asegura una mayor protección frente a posibles fluctuaciones de la demanda. Escoger un $EC2 \leq 1.5\%$ implica que como máximo en un 1.5% de ocasiones se asume el riesgo de que el stock de referencia sea menor que el exacto, incumpliendo el nivel de servicio objetivo.

Para ítems tipo B se permiten errores de clasificación mayores ya que es una clase con menor importancia relativa para las empresas. Concretamente, la propuesta consiste en escoger aquellas aproximaciones cuyo $EC1 \leq 50\%$ y $EC2 \leq 10\%$ en los dos contextos.

En cuanto a los ítems tipo C, que son los menos críticos para las empresas, se proponen valores de $EC1$ máximos distintos según si se acepta diferir la demanda no servida o no. En el primero de los casos, se propone escoger aquellas aproximaciones cuyo $EC1 \leq 50\%$ y $EC2 \leq 25\%$. Es decir, se mantiene el porcentaje de casos en los que se permite sobreestimar el stock de referencia respecto a los ítems de clase B, pero se aumenta el porcentaje de casos en los que se permite subestimar. En cambio, cuando no se permite diferir la demanda no servida del ciclo, se propone seleccionar aquellas aproximaciones que comentan un $EC2 \leq 25\%$, permitiéndose cualquier valor de $EC1$, dado que la gestión de los ítems tipo C no justifica la utilización de un método de cálculo tan complejo como el exacto en este contexto (*Exacto_LS*).

El punto 7.6.1 presenta un ejemplo de aplicación del marco de referencia propuesto en un contexto de diferimiento de demanda, para cada una de las tres clases de ítems según los datos de la Tabla 7.3. Puesto que no se impone ninguna restricción respecto el valor de la tasa de unidades servidas, se muestra para cada tipo de ítem los cinco mapas del espacio de representación de este contexto, indicando qué aproximaciones cumplen con los niveles de error impuestos en cada nodo. Del mismo modo, el punto 7.6.2 presenta un ejemplo de aplicación del marco de referencia pero en un contexto de no diferimiento de demanda. En este caso, sólo existe un mapa del espacio de representación en el que se indica, en función del tipo de ítem, qué aproximaciones cumplen con los valores máximos de $EC1$ y $EC2$.

7.6.1 Aplicación del marco de referencia en un contexto de diferimiento de demanda

7.6.1.1 Propuesta para ítems tipo A

De acuerdo con la Tabla 7.3, para los ítems de tipo A se acepta que cometan errores $EC1$ como máximo en un 25% de los casos, mientras que sólo se acepta cometer errores $EC2$ en un 1.5% de los casos. Según los datos recogidos en el marco de referencia de la Tabla 7.1 se presenta a continuación qué aproximaciones cumplen con las restricciones establecidas. Siguiendo con el

esquema de los puntos anteriores, se muestra dentro del espacio de representación qué aproximaciones cumplen dentro de cada nodo. Así,

- La Figura 7.13 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo A cuando $P(0) > 0.97$ y $FR_{Obj} > 0.725$.
- La Figura 7.14 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo A cuando $P(0) > 0.97$ y $FR_{Obj} \leq 0.725$.
- La Figura 7.15 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo A cuando $P(0) \leq 0.97$ y $FR_{Obj} \leq 0.575$.
- La Figura 7.16 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo A cuando $P(0) \leq 0.97$ y $0.575 < FR_{Obj} \leq 0.725$.
- La Figura 7.17 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo A cuando $P(0) \leq 0.97$ y $FR_{Obj} > 0.725$.

Por lo general, en los cinco mapas se utiliza el método exacto cuanto mayor es el CV^2 , lo que indica que ninguna aproximación cumple con los intervalos de errores establecidos para los ítems del tipo A cuando el coeficiente de variación cuadrado de las órdenes es elevado. Sólo en el NODO 6, NODO 8 y NODO 16, que son aquellos con valores del CV^2 y de μ_{R+L} más pequeños, aparecen aproximaciones que pueden ser utilizadas. Por otra parte, aparecen más aproximaciones que cumplen con los valores máximos de error permitidos para este tipo de ítems según aumenta la FR , lo cual es de esperar puesto que las aproximaciones muestran errores de estimación mayores cuanto menor es la FR .

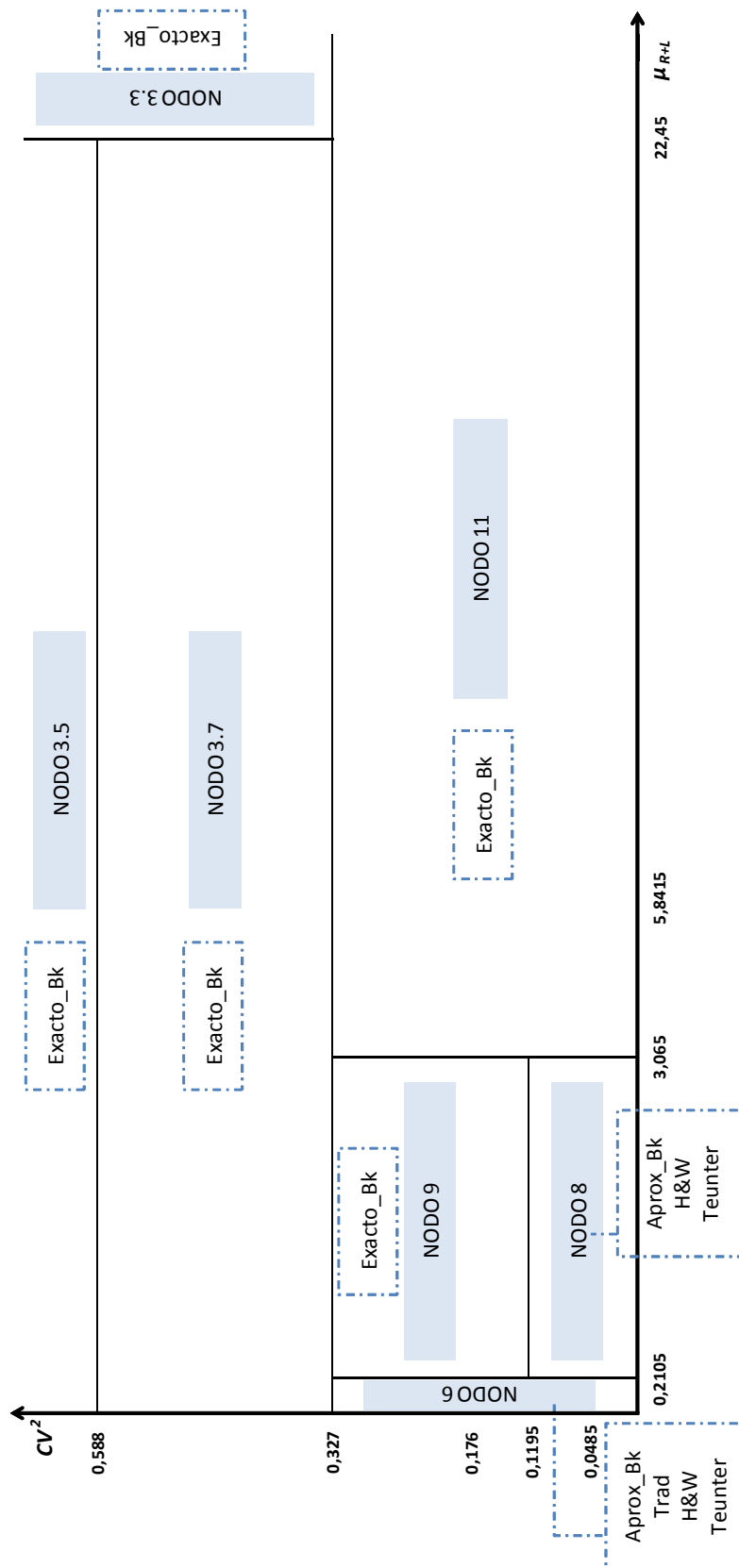


Figura 7.13: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo A cuando $P(0) > 0.97$ y $FRO > 0.725$. Experimento Bk.

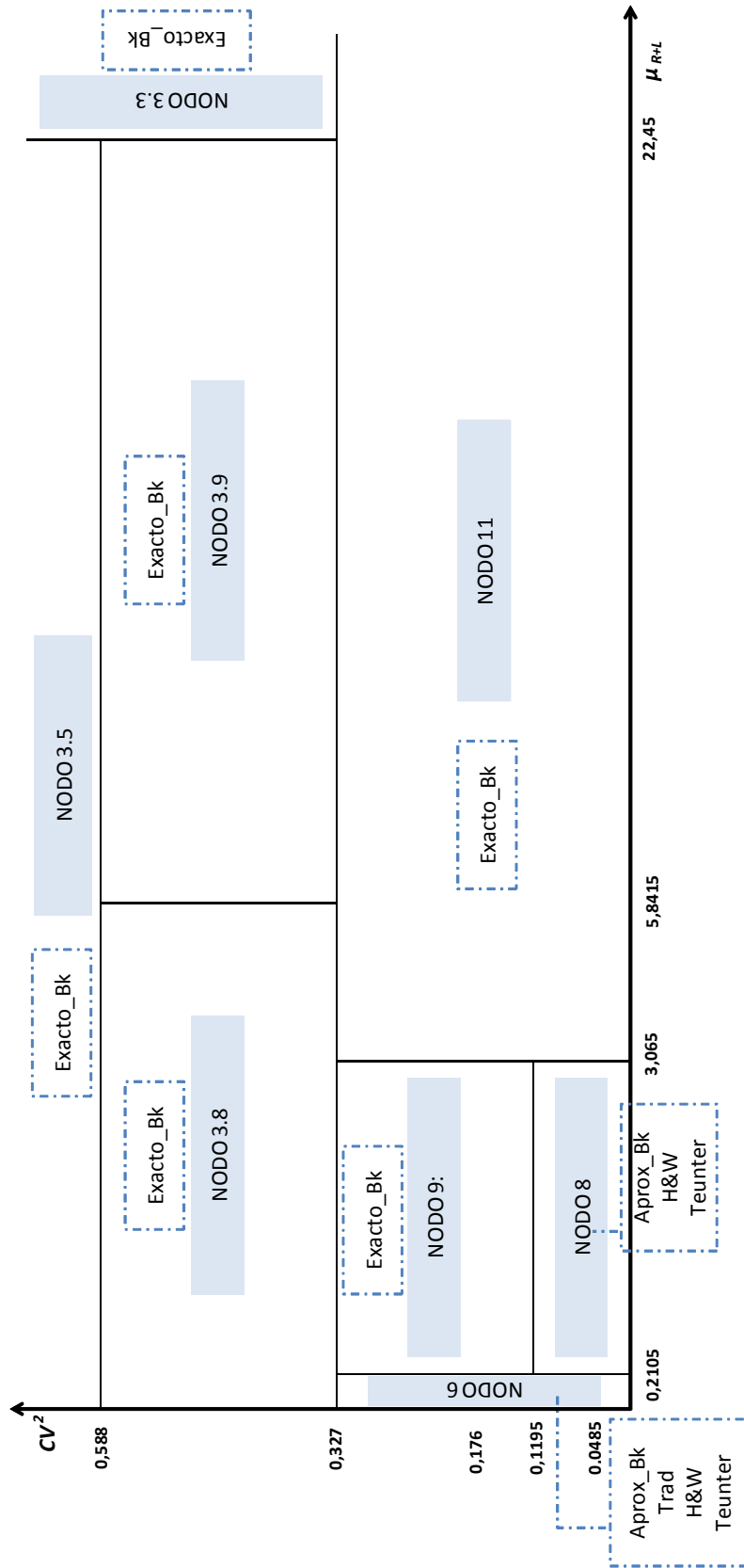


Figura 7.14: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo A cuando $P(0) > 0.97$ y $FRO \leq 0.725$. Experimento Bk.

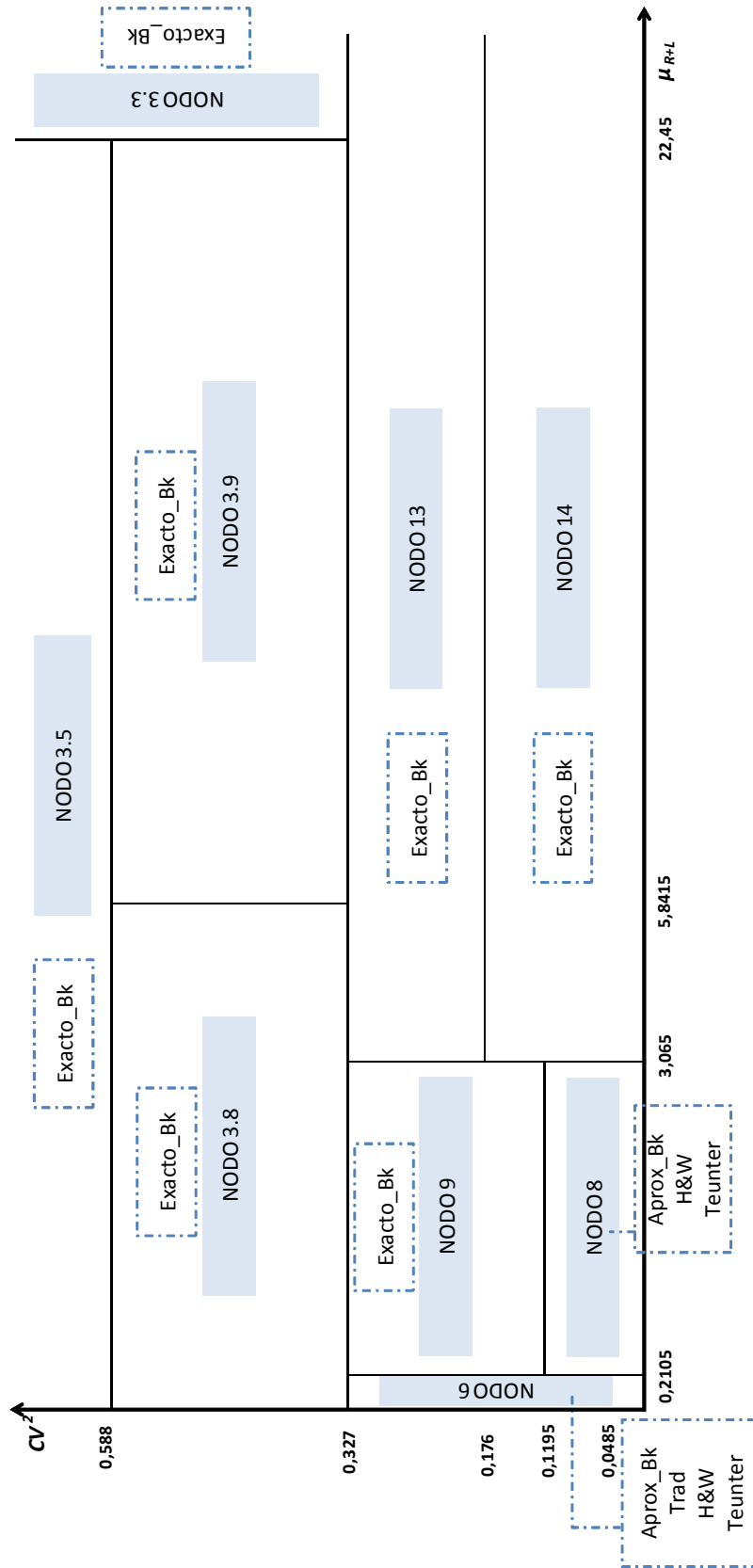


Figura 7.15: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo A cuando $P(0) \leq 0.97$ y $FRO \leq 0.575$. Experimento Bk.

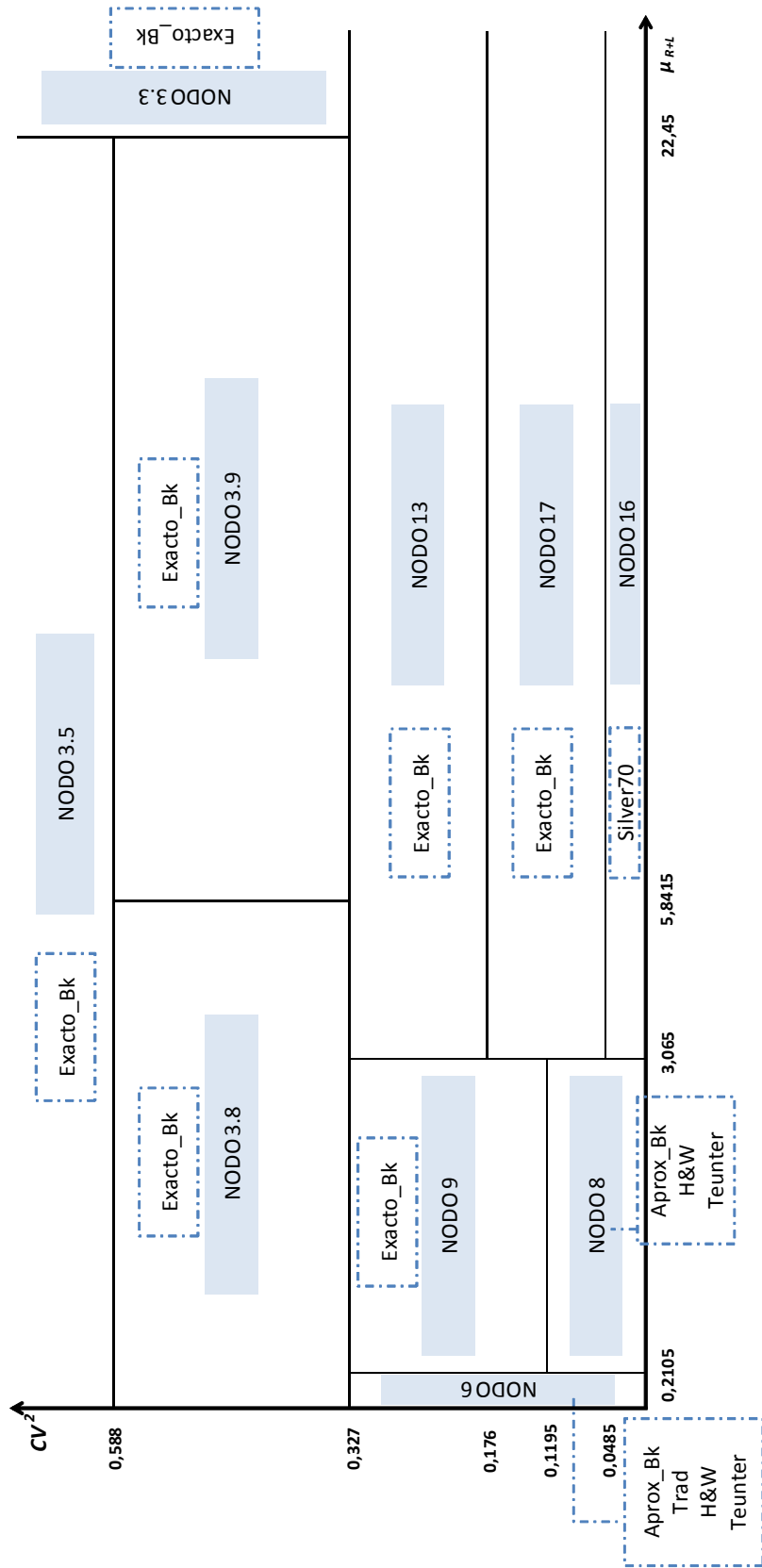


Figura 7.16: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo A cuando $P(0) \leq 0.97$ y $0.575 < FRO \leq 0.725$. Experimento Bk.

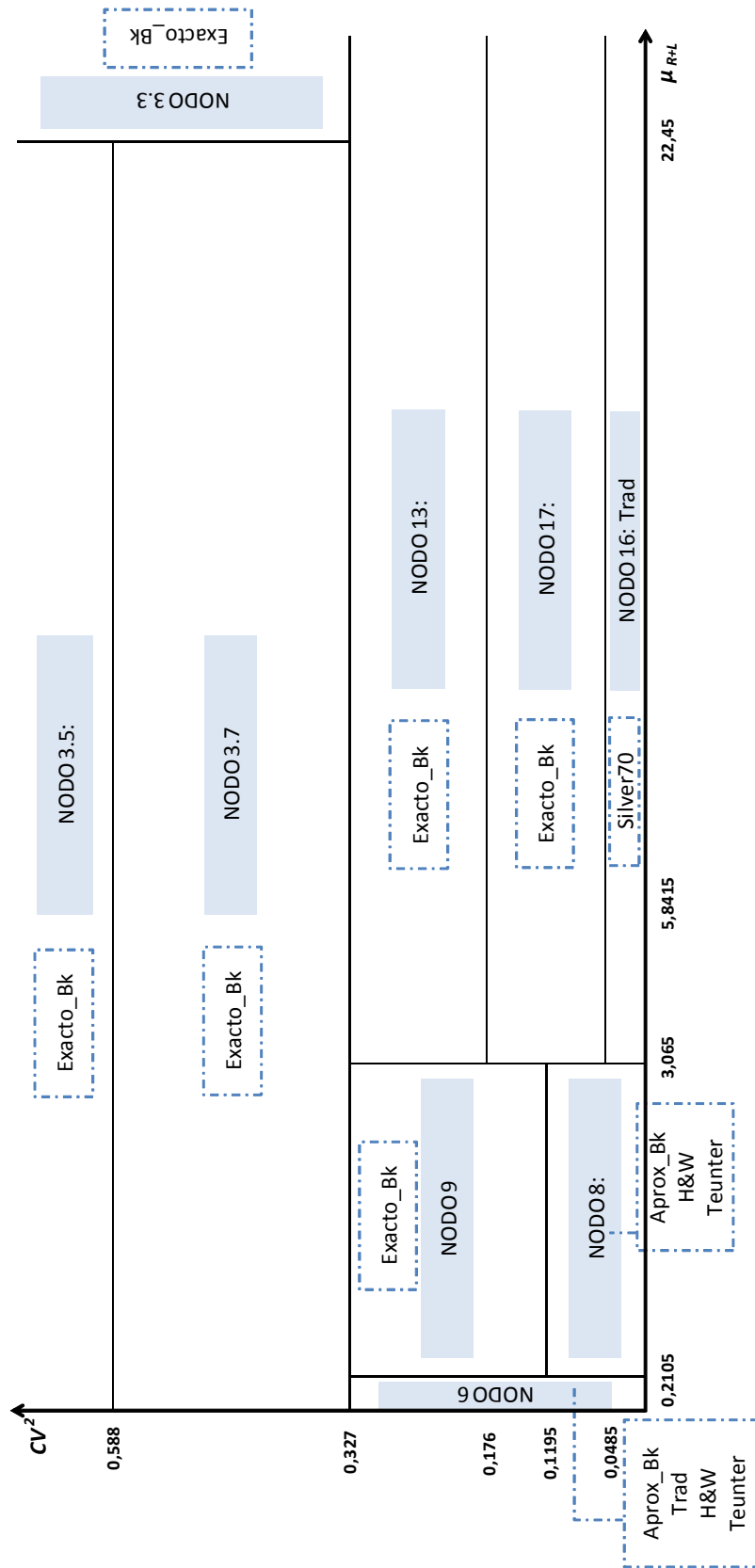


Figura 7.17: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo A cuando $P(0) \leq 0.97$ y $FRO > 0.725$. Experimento Bk.

7.6.1.2 **Propuesta para ítems tipo B**

En el caso de los ítems de tipo B se establece que se aceptan aquellas aproximaciones que comentan errores del tipo EC1 en un 50% de los casos o menos, y errores del tipo EC2 en un 10% o menos. A continuación se muestran dentro de los cinco mapas del espacios de representación, qué aproximaciones cumplen con estas limitaciones:

- La Figura 7.18 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo B cuando $P(0) > 0.97$ y $FR_{Obj} > 0.725$.
- La Figura 7.19 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo B cuando $P(0) > 0.97$ y $FR_{Obj} \leq 0.725$.
- La Figura 7.20 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo B cuando $P(0) \leq 0.97$ y $FR_{Obj} \leq 0.575$.
- La Figura 7.21 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo B cuando $P(0) \leq 0.97$ y $0.575 < FR_{Obj} \leq 0.725$.
- La Figura 7.22 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo B cuando $P(0) \leq 0.97$ y $FR_{Obj} > 0.725$.

Al igual que sucede con los ítems A, en los cinco mapas aparece el método exacto en los nodos en los que es mayor el CV^2 ($CV^2 \geq 0.327$). Obviamente, al permitir mayores errores EC1 y EC2, aparecen más nodos donde hay aproximaciones que cumplen con los límites fijados. Además, se observa que el número de nodos en los que es posible utilizar alguna aproximación en el caso de los ítems tipo B aumenta a medida que disminuye la probabilidad de demanda nula así como que aumenta la tasa de unidades servidas objetivo, lo cual coincide con las conclusiones de los análisis previos en los que se establece que las aproximaciones cometen más errores cuanto mayor es la probabilidad de demanda nula o menor es la FR .

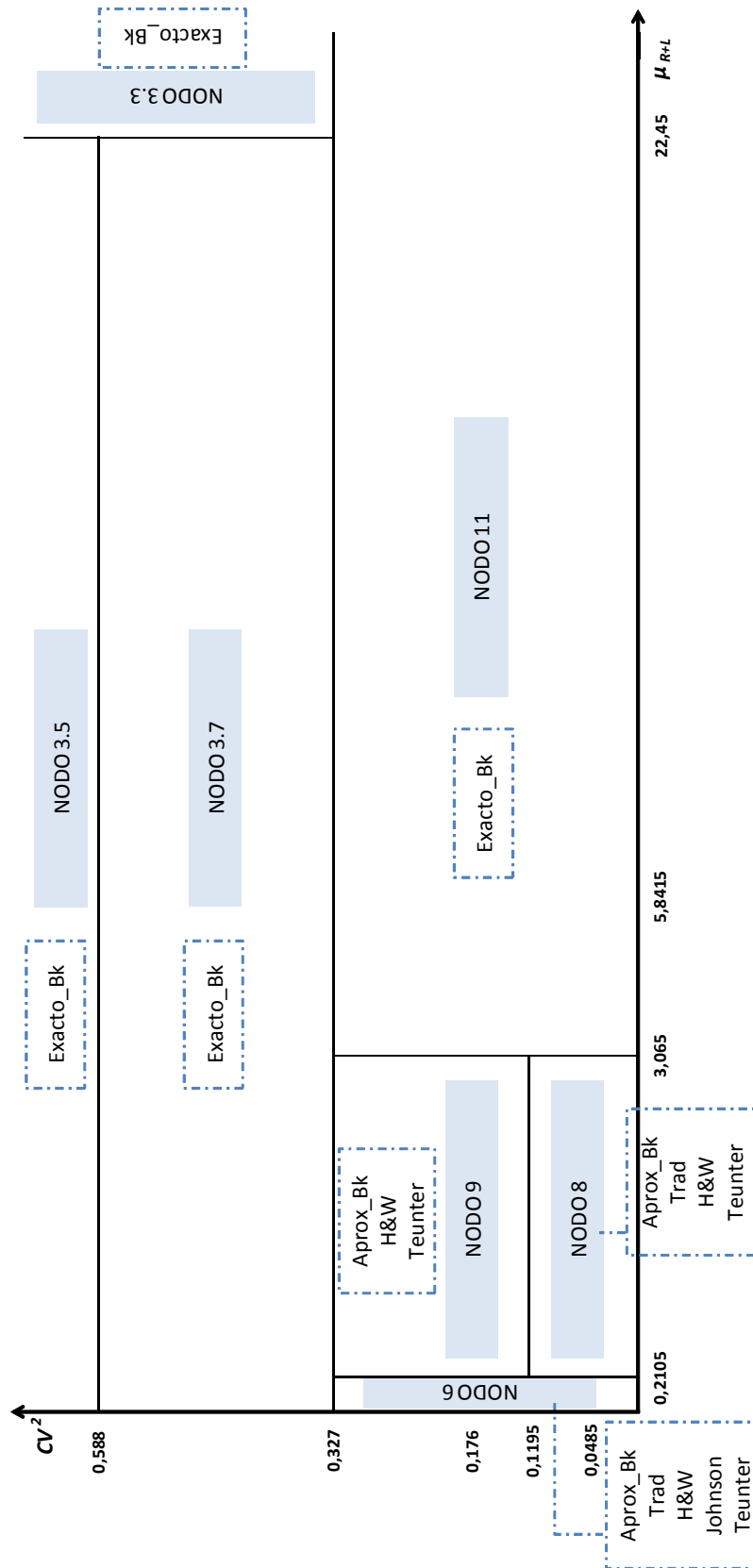


Figura 7.18: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo B cuando $P(0) > 0.97$ y $FRO > 0.725$. Experimento Bk.

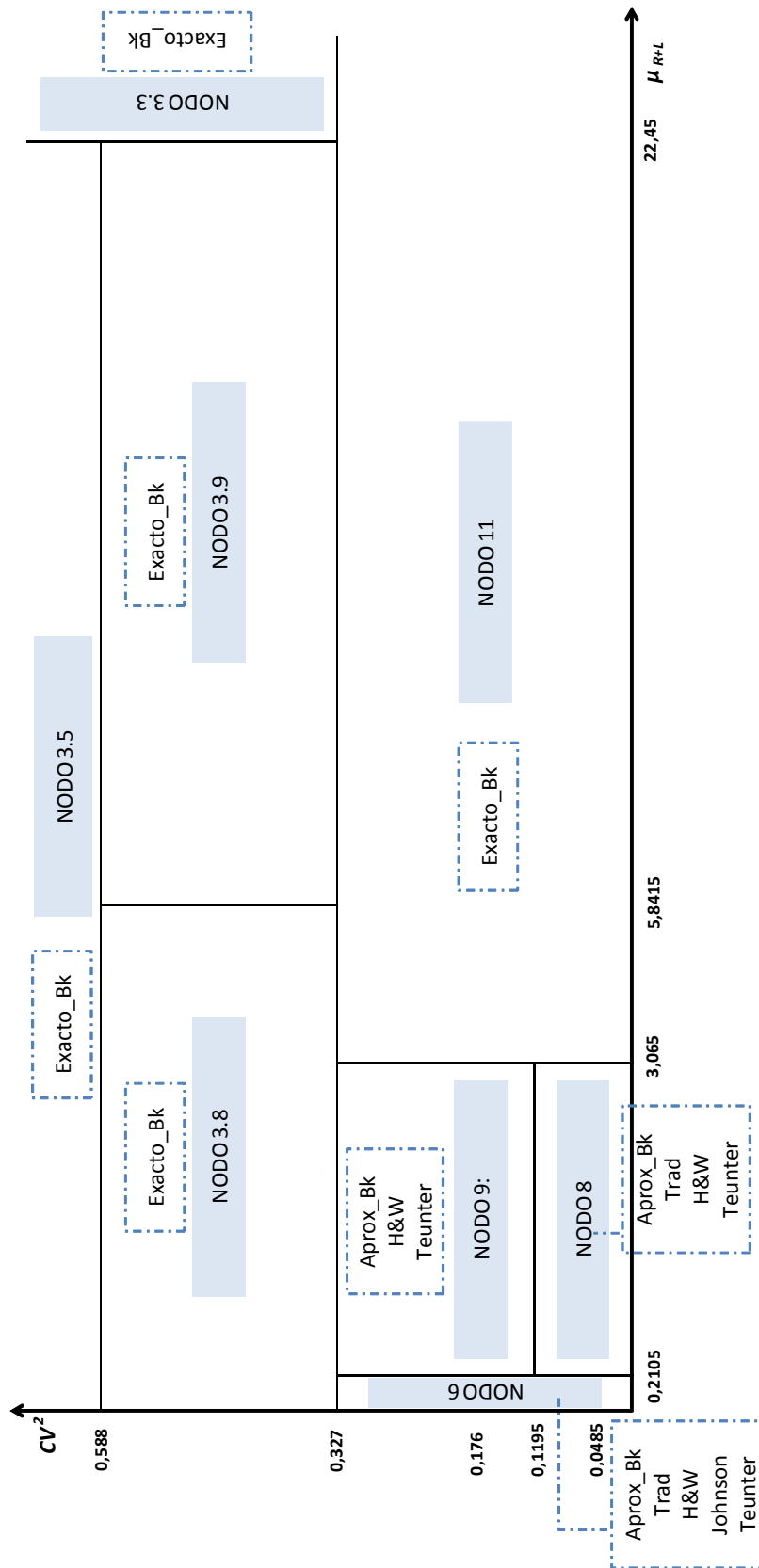


Figura 7.19: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo B cuando $P(0) > 0.97$ y $FRO \leq 0.725$. Experimento Bk.

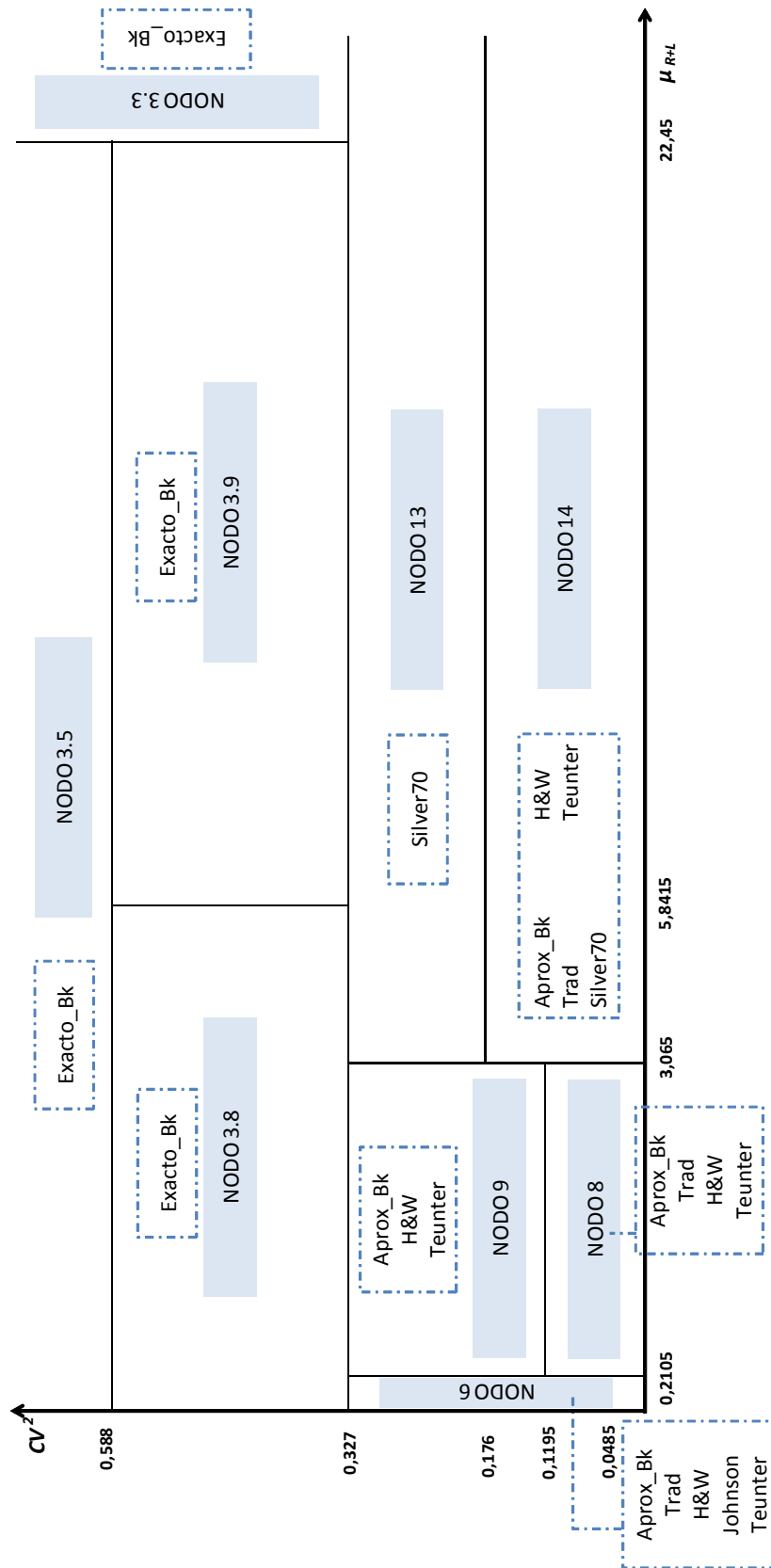


Figura 7.20: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo B cuando $P(0) \leq 0.97$ y $FRO \leq 0.575$. Experimento Bk.

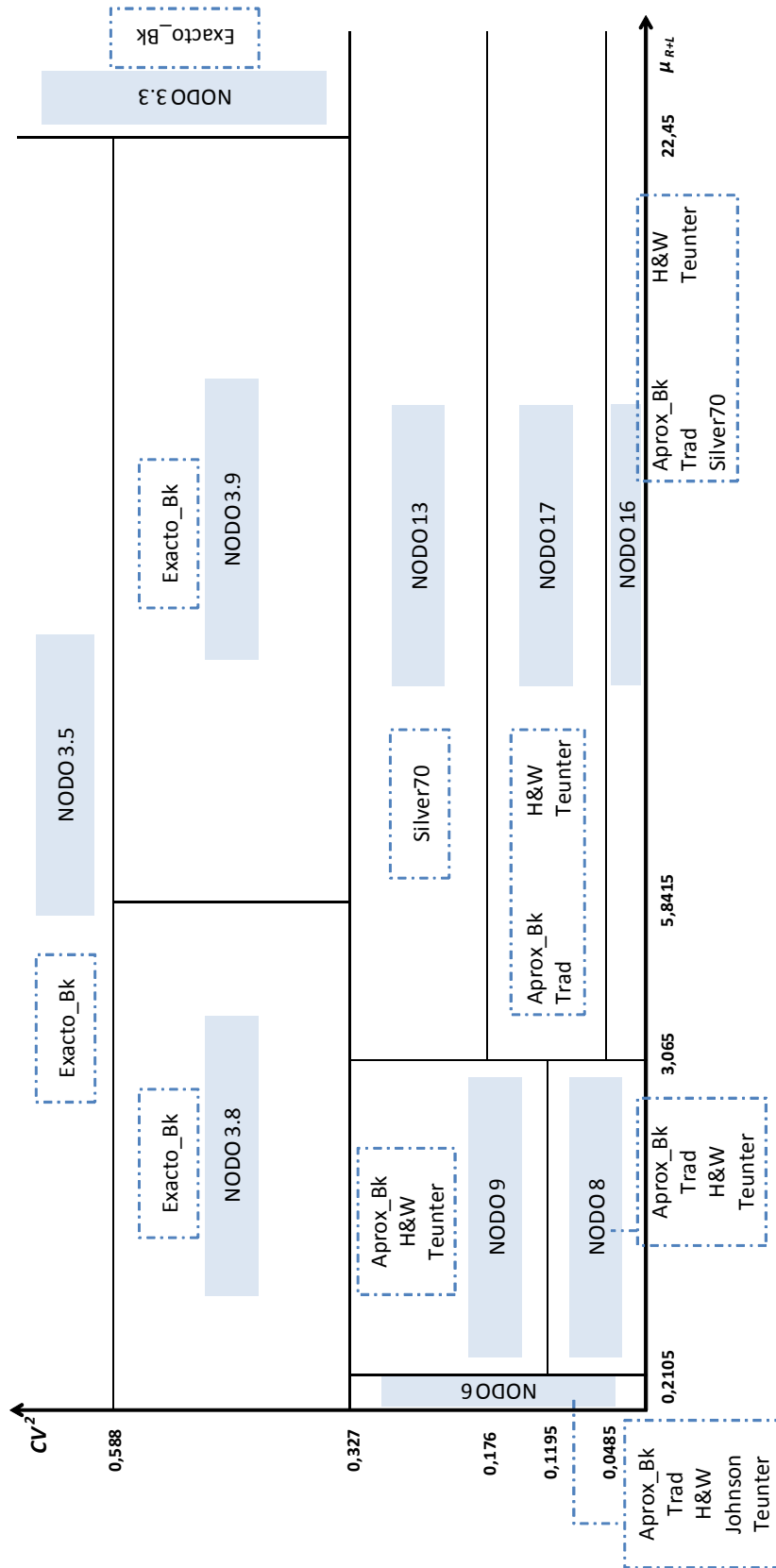


Figura 7.21: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo B cuando $P(0) \leq 0.97$ y $0.575 < FRO \leq 0.725$. Experimento Bk.

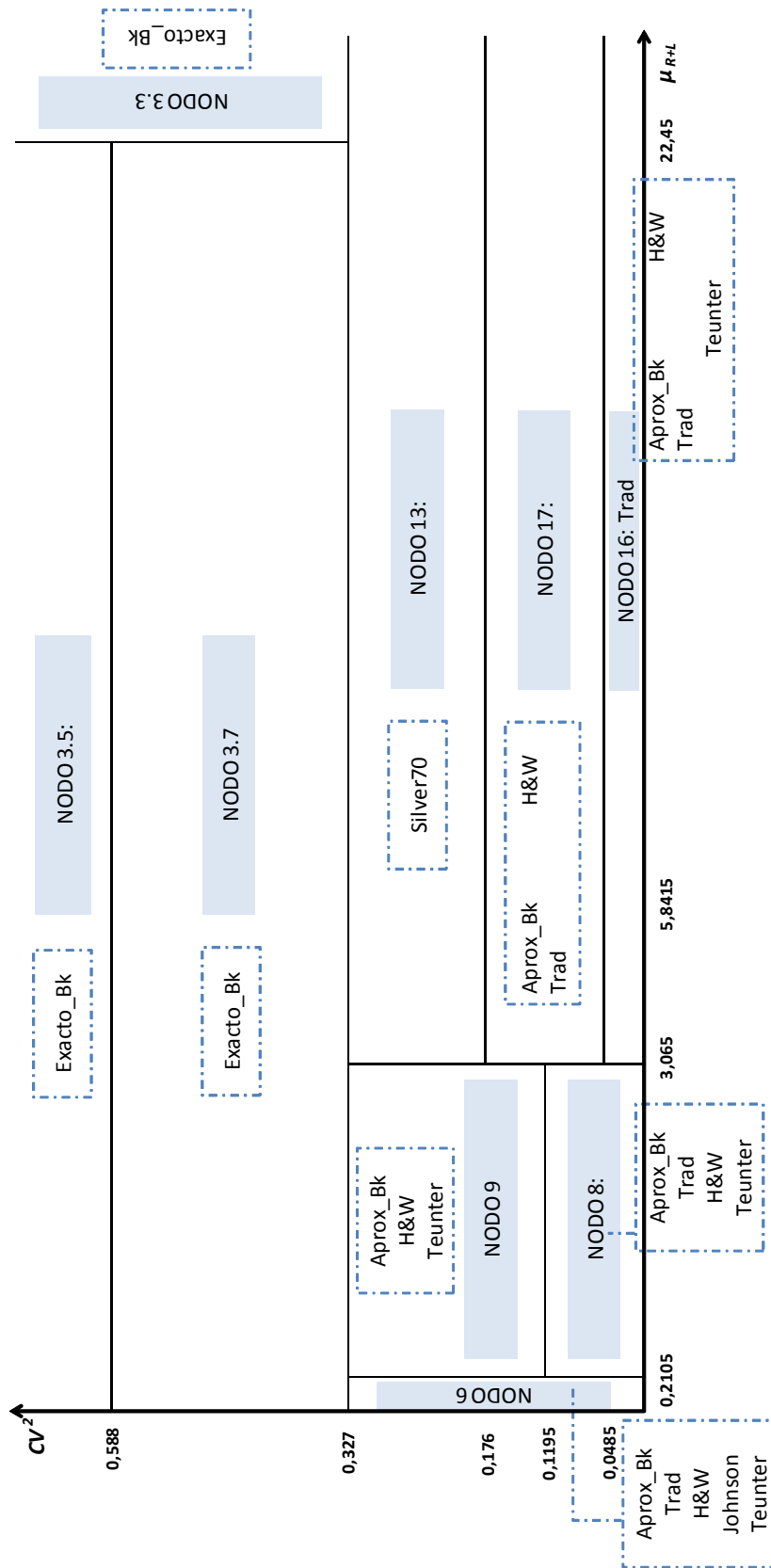


Figura 7.22: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo B cuando $P(0) \leq 0.97$ y $FRO > 0.725$. Experimento Bk.

7.6.1.3 *Propuesta para ítems tipo C*

Por último, para los ítems de tipo C se mantiene el mismo porcentaje de casos en los que se permite cometer errores EC1 que los ítems tipo B para no tener demasiado stock, pero se aumenta el porcentaje de casos en los que se permite cometer errores EC2. Según los datos del marco de referencia:

- La Figura 7.23 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo C cuando $P(0) > 0.97$ y $FR_{Obj} > 0.725$.
- La Figura 7.24 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo C cuando $P(0) > 0.97$ y $FR_{Obj} \leq 0.725$.
- La Figura 7.25 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo C cuando $P(0) \leq 0.97$ y $FR_{Obj} \leq 0.575$.
- La Figura 7.26 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo C cuando $P(0) \leq 0.97$ y $0.575 < FR_{Obj} \leq 0.725$.
- La Figura 7.27 muestra las aproximaciones que cumplen con los errores establecidos para los ítems tipo C cuando $P(0) \leq 0.97$ y $FR_{Obj} > 0.725$.

A pesar de haber relajado el límite máximo del error EC2, también en este caso sólo el método exacto cumple con los valores impuestos cuando el CV^2 es elevado ($CV^2 \geq 0.327$). Comparando los mapas de los ítems tipo C con los del tipo B, apenas aparecen diferencias, salvo en el NODO 3.7 y el NODO 3.9 en los que, al permitir un mayor porcentaje de casos mal clasificados de tipo EC2, aparece el método *Silver70* en lugar del *Exacto_Bk*.

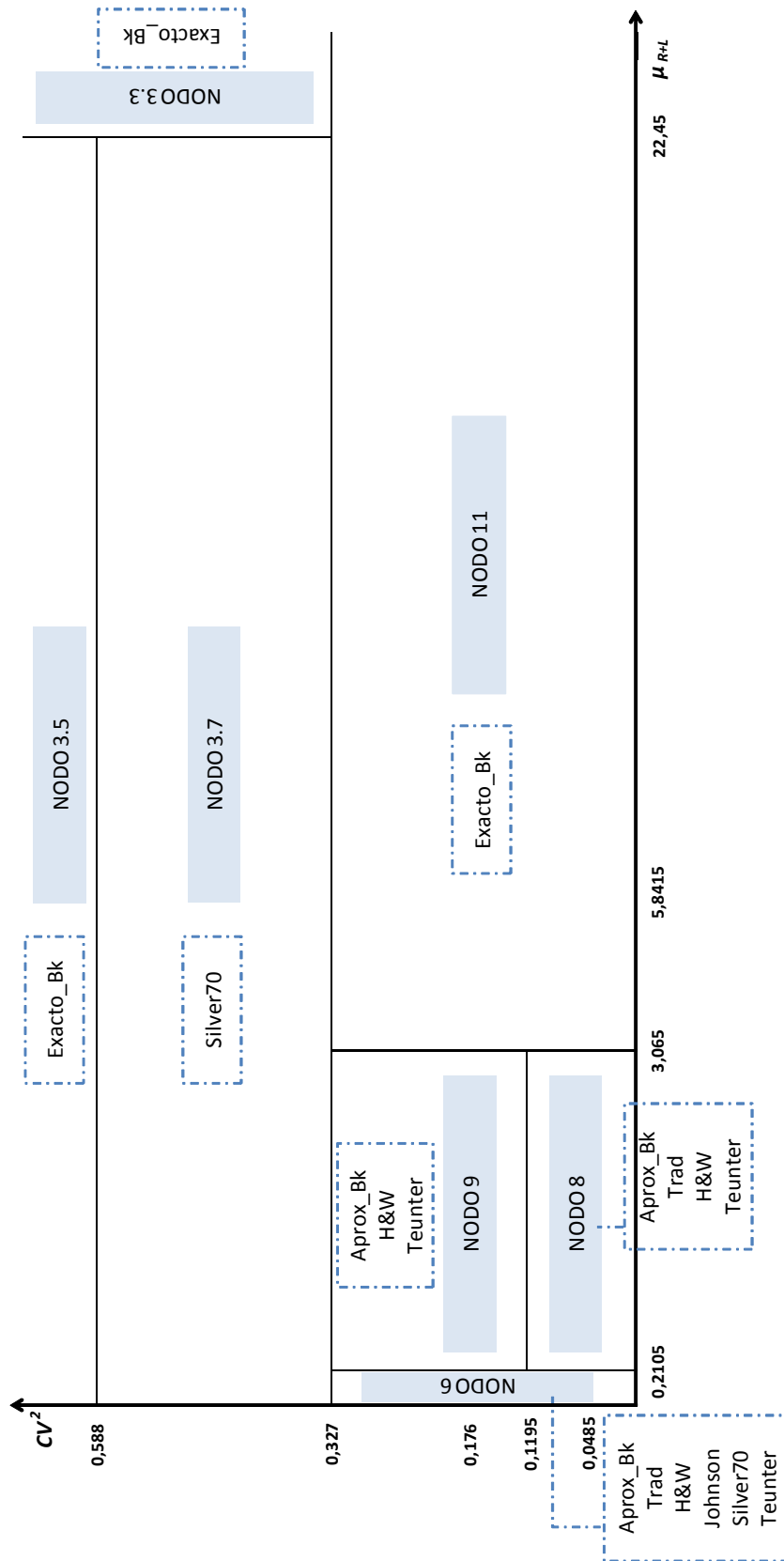


Figura 7.23: Ejemplo de aplicaci3n del marco de referencia para ítems tipo C cuando $P(0) > 0.97$ y $FRO > 0.725$. Experimento Bk.

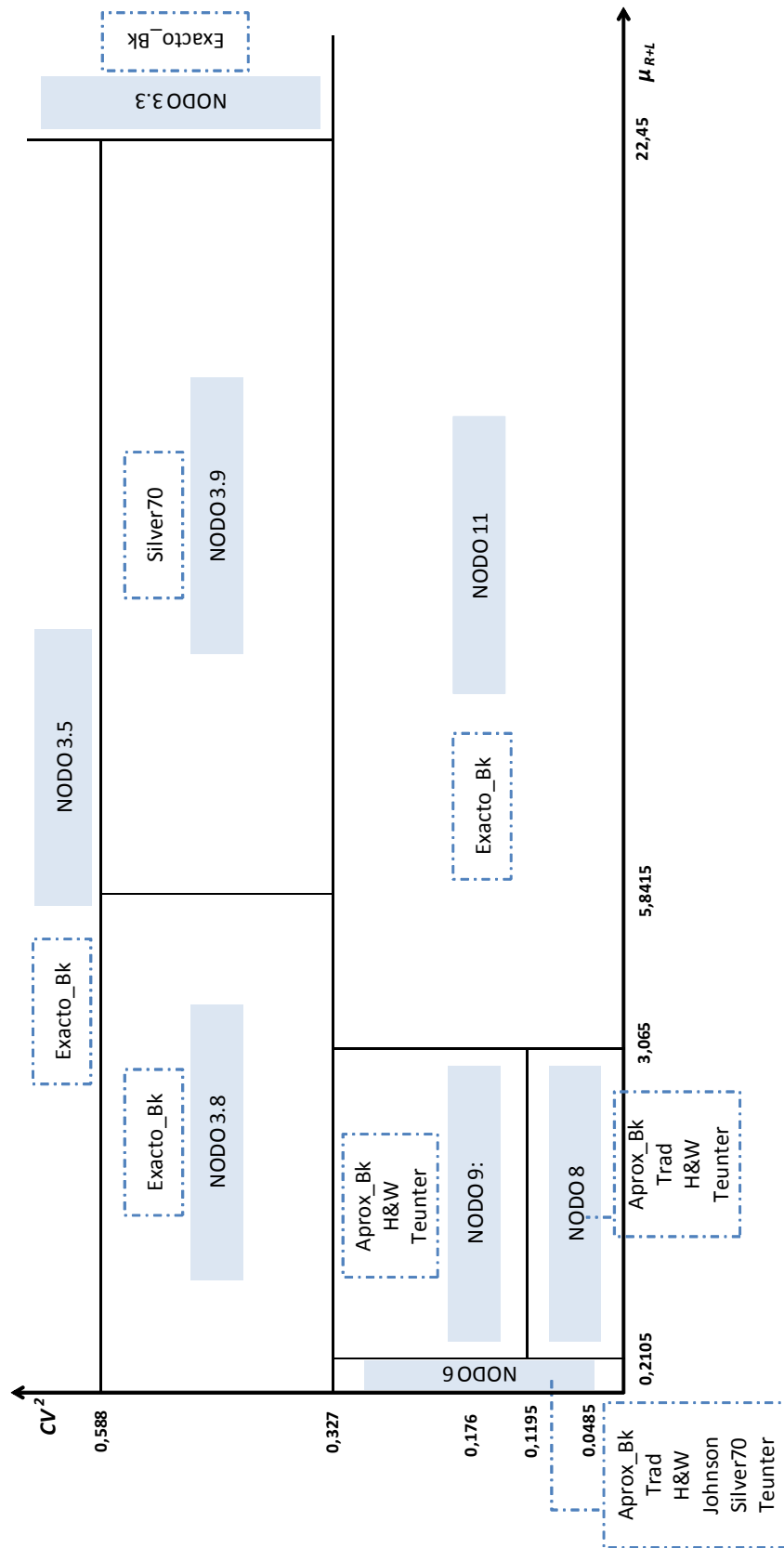


Figura 7.24: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo C cuando $P(0) > 0.97$ y $FRO \leq 0.725$. Experimento Bk.

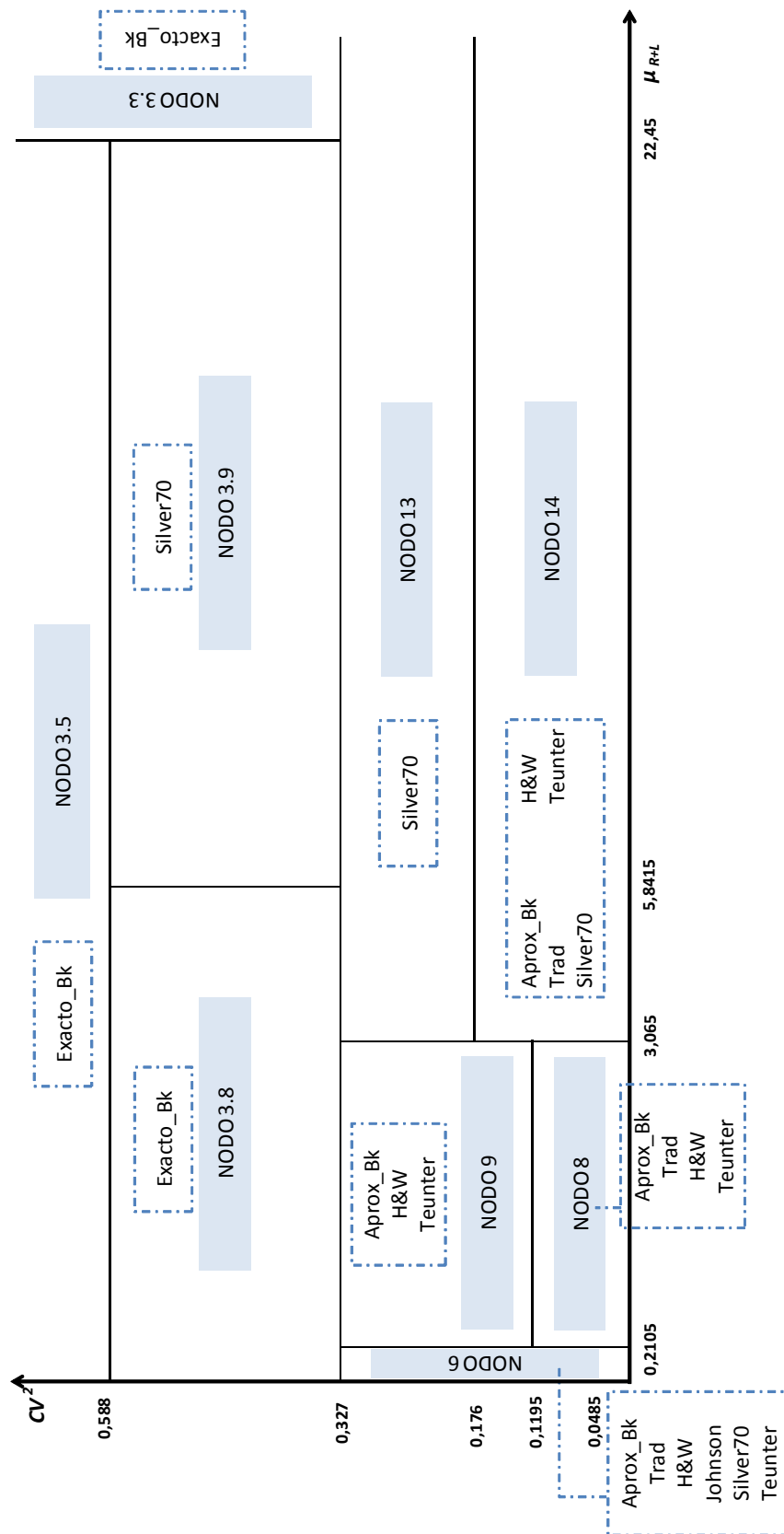


Figura 7.25: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo C cuando $P(0) \leq 0.97$ y $FRO \leq 0.575$. Experimento Bk.

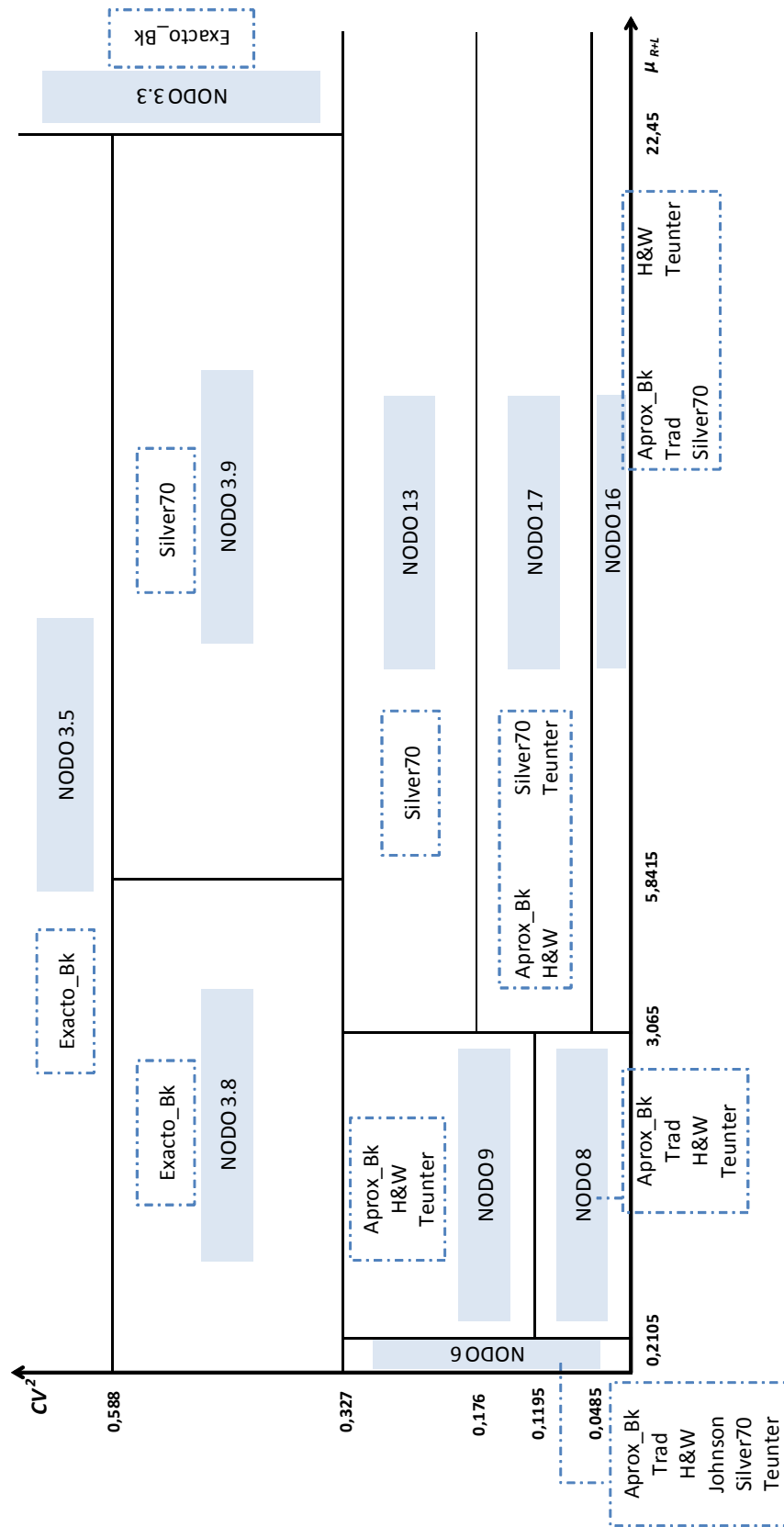


Figura 7.26: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo C cuando $P(0) \leq 0.97$ y $0.575 < FRO \leq 0.725$. Experimento Bk.

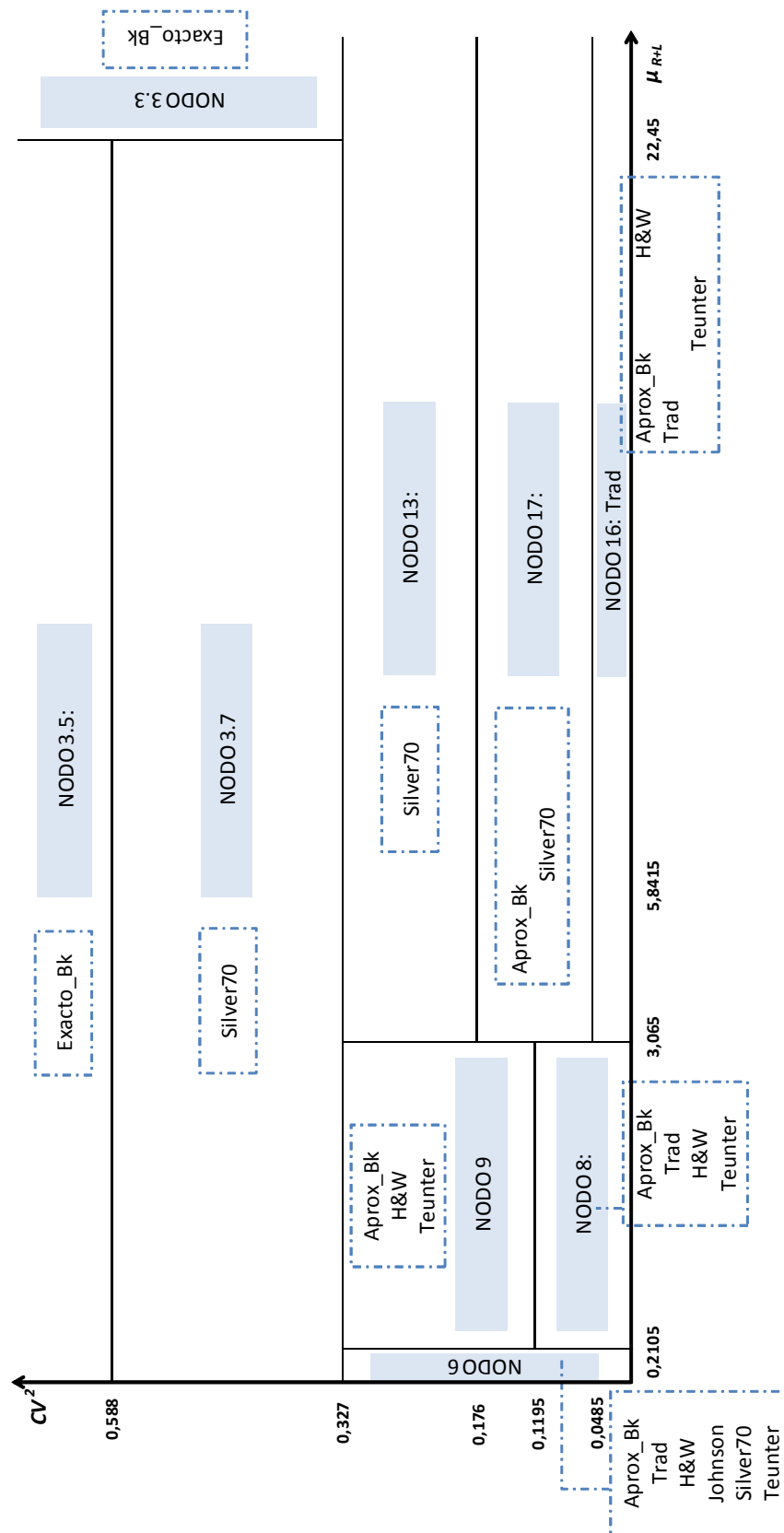


Figura 7.27: Ejemplo de aplicaci3n del marco de referencia para ítems tipo C cuando $P(0) \leq 0.97$ y $FRO > 0.725$. Experimento Bk.

7.6.1.4 *Resumen de la aplicación práctica para ítems tipo A, B y C*

Por último, y a modo de resumen, se presentan la Tabla 7.4 en las que se indica, para cada nodo, los valores de las variables explicativas que lo limitan y qué método cumple con los niveles máximos de errores EC1 y EC2 propuestos para cada tipo de ítem. Obviamente, estas tablas son simplemente un resumen del ejemplo práctico presentado, por lo que si una empresa gestiona ítems con características distintas o permite otros niveles de error, ha de recurrir al marco de referencia propuesto en el punto 7.3 para saber qué aproximaciones debe utilizar y cuál es el error de estimación del S.

En la Tabla se observa que a medida que aumenta el porcentaje de error permitido del tipo EC2 (comparación de los ítems A con ítems B), aumenta lógicamente el número de aproximaciones que pueden utilizarse. Sin embargo, el hecho de aumentar el error máximo de error EC1 (comparación de los ítems B y C) no aporta grandes diferencias, ya que en muy pocos nodos aparecen nuevas aproximaciones, y cuando esto es así pueden utilizarse todas o prácticamente todas.

En esta tabla se confirma que en aquellos nodos en los que el coeficiente de variación cuadrado es menor (NODO 6, NODO 8, NODO 9, NODO 14, NODO 16 y NODO 17) el número de aproximaciones que pueden utilizarse para cualquier tipo de ítem es mayor. En cambio, cuando el coeficiente de variación cuadrado es elevado (NODO 3.3, NODO 3.5, NODO 3.7, NODO 3.8 y NODO 3.9) sólo el método exacto parece funcionar, incluso para ítems de tipo C en los que se permite cometer un porcentaje de error mayor.

Nodo	Delimitado por	Método	Ítems A	Ítems B	Ítems C
6	CV^2	≤ 0.327	Exacto_Bk		
			Aprox_Bk	✓	✓
	μ_{R+L}	≤ 0.2105	Trad	✓	✓
	$P(0)$	--	H&W	✓	✓
	FR_{Obj}	--	Johnson		✓
			Silver70		✓
		Teunter	✓	✓	✓
8	CV^2	≤ 0.1195	Exacto_Bk		
			Aprox_Bk	✓	✓
	μ_{R+L}	$0.2105 - 3.065$	Trad		✓
	$P(0)$	--	H&W	✓	✓
	FR_{Obj}	--	Johnson		✓
			Silver70		✓
		Teunter	✓	✓	✓
9	CV^2	$0.1195 - 0.327$	Exacto_Bk	✓	
			Aprox_Bk		✓
	μ_{R+L}	$0.2105 - 3.065$	Trad		✓
	$P(0)$	--	H&W	✓	✓
	FR_{Obj}	--	Johnson		✓
			Silver70		✓
		Teunter		✓	✓
11	CV^2	≤ 0.327	Exacto_Bk	✓	✓
			Aprox_Bk		✓
	μ_{R+L}	> 3.065	Trad		✓
	$P(0)$	> 0.97	H&W		✓
	FR_{Obj}	--	Johnson		✓
			Silver70		✓
		Teunter		✓	✓
13	CV^2	$0.176 - 0.327$	Exacto_Bk	✓	
			Aprox_Bk		
	μ_{R+L}	> 3.065	Trad		
	$P(0)$	≤ 0.97	H&W		
	FR_{Obj}	--	Johnson		
			Silver70		✓
		Teunter		✓	✓

Tabla 7.4: Ejemplo de aplicación del marco de referencia en un contexto de diferimiento de demanda no servida. Métodos válidos para ítems del tipo A, B y C.

Nodo	Delimitado por	Método	Ítems A	Ítems B	Ítems C	
14	$CV^2 \leq 0.176$ $\mu_{R+L} > 3.065$ $P(0) \leq 0.97$ $FR_{Obj} \leq 0.575$	Exacto_Bk	✓			
		Aprox_Bk		✓	✓	
		Trad		✓	✓	
		H&W		✓	✓	
		Johnson				
		Silver70			✓	✓
Teunter			✓	✓		
16	$CV^2 \leq 0.0485$ $\mu_{R+L} > 3.065$ $P(0) \leq 0.97$ $FR_{Obj} > 0.575$	Exacto_Bk				
		Aprox_Bk		✓	✓	
		Trad		✓	✓	
		H&W		✓	✓	
		Johnson				
		Silver70	✓	✓	✓	
Teunter		✓	✓			
17	$CV^2 0.176 - 0.0485$ $\mu_{R+L} > 3.065$ $P(0) \leq 0.97$ $FR_{Obj} > 0.575$	Exacto_Bk	✓			
		Aprox_Bk		✓	✓	
		Trad				
		H&W		✓	✓	
		Johnson				
		Silver70		✓	✓	
Teunter		✓	✓			
3.3	$CV^2 > 0.327$ $\mu_{R+L} > 22.45$ $P(0) --$ $FR_{Obj} --$	Exacto_Bk	✓	✓	✓	
		Aprox_Bk				
		Trad				
		H&W				
		Johnson				
		Silver70				
Teunter						
3.5	$CV^2 > 0.588$ $\mu_{R+L} \leq 22.45$ $P(0) --$ $FR_{Obj} --$	Exacto_Bk	✓	✓	✓	
		Aprox_Bk				
		Trad				
		H&W				
		Johnson				
		Silver70				
Teunter						

Tabla 7.4 (continuación): Ejemplo de aplicación del marco de referencia en un contexto de diferimiento de demanda no servida. Métodos válidos para ítems del tipo A, B y C.

Nodo	Delimitado por	Método	Ítems A	Ítems B	Ítems C
3.7	CV^2	0.327 – 0.588	Exacto_Bk	✓	✓
	μ_{R+L}	≤ 22.45	Aprox_Bk		
	$P(0)$	--	Trad		
	FR_{Obj}	> 0.725	H&W		
			Johnson		
		Silver70			✓
		Teunter			
3.8	CV^2	0.327 – 0.588	Exacto_Bk	✓	✓
	μ_{R+L}	≤ 5.8415	Aprox_Bk		
	$P(0)$	--	Trad		
	FR_{Obj}	≤ 0.725	H&W		
			Johnson		
		Silver70			
		Teunter			
3.9	CV^2	0.327 – 0.588	Exacto_Bk	✓	✓
	μ_{R+L}	5.8415 – 22.45	Aprox_Bk		
	$P(0)$	--	Trad		
	FR_{Obj}	≤ 0.725	H&W		
			Johnson		
		Silver70			✓
		Teunter			

Tabla 7.4 (continuación II): Ejemplo de aplicación del marco de referencia en un contexto de diferimiento de demanda no servida. Métodos válidos para ítems del tipo A, B y C.

7.6.2 Aplicación del marco de referencia en un contexto de no diferimiento de demanda

7.6.2.1 *Propuesta para ítems tipo A*

Siguiendo con el mismo esquema que en el caso de aceptar diferir la demanda no servida en el ciclo, se presenta un ejemplo de aplicación del marco de referencia cuando dicho diferimiento no se permite. En primer lugar, se muestra un ejemplo para los ítems de tipo A, en los que según los datos de la Tabla 7.3 sólo se escogerán aquellas aproximaciones que presenten un EC1 como máximo en el 25% de los casos y un EC2 en un 1.5% de los casos.

Dado que en este contexto sólo hay un mapa del espacio de representación, la Figura 7.28 muestra las aproximaciones que cumplen con estos niveles máximos de error permitidos en un contexto de no diferimiento de demanda.

Al igual que sucedía en el caso de aceptar diferir la demanda, sólo aparecen aproximaciones en aquel nodo en los que el CV^2 toma valores pequeños, es decir, en el NODO 6 donde $CV^2 \leq 0.128$. En el resto de nodos todas las aproximaciones muestran errores de tipo EC1 en más del 25% de los casos y de tipo EC2 en más del 1.5%.

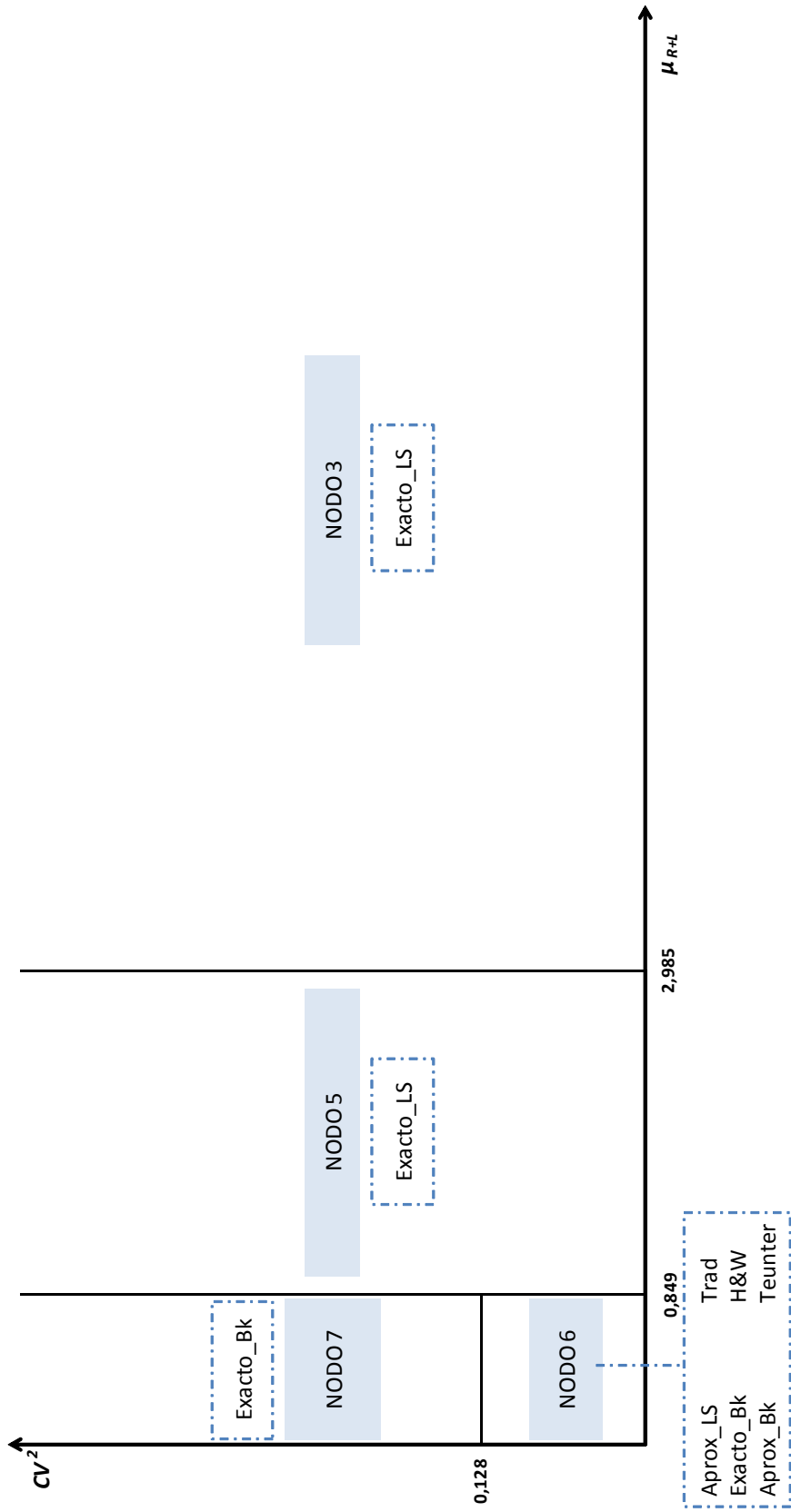


Figura 7.28: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo A. *Experimento LS.*

7.6.2.2 Propuesta para ítems tipo B

Cuando los ítems son de tipo B, se acepta que se cometa error EC1 en un 50% de los casos como máximo y error EC2 en un 10% de los casos. La Figura 7.29 muestra, dentro del espacio de representación, qué aproximaciones cumplen con estos límites en cada nodo.

Para este tipo de ítems, al permitirse mayores porcentajes de error de ambos tipos, se observa que ya no sólo en el NODO 6 aparecen aproximaciones, sino que también en el NODO 5 y NODO 7 hay aproximaciones que cumplen con los límites establecidos. Además, en el caso del NODO 6 son más las aproximaciones que pueden emplearse como consecuencia de esa mayor tolerancia al error.

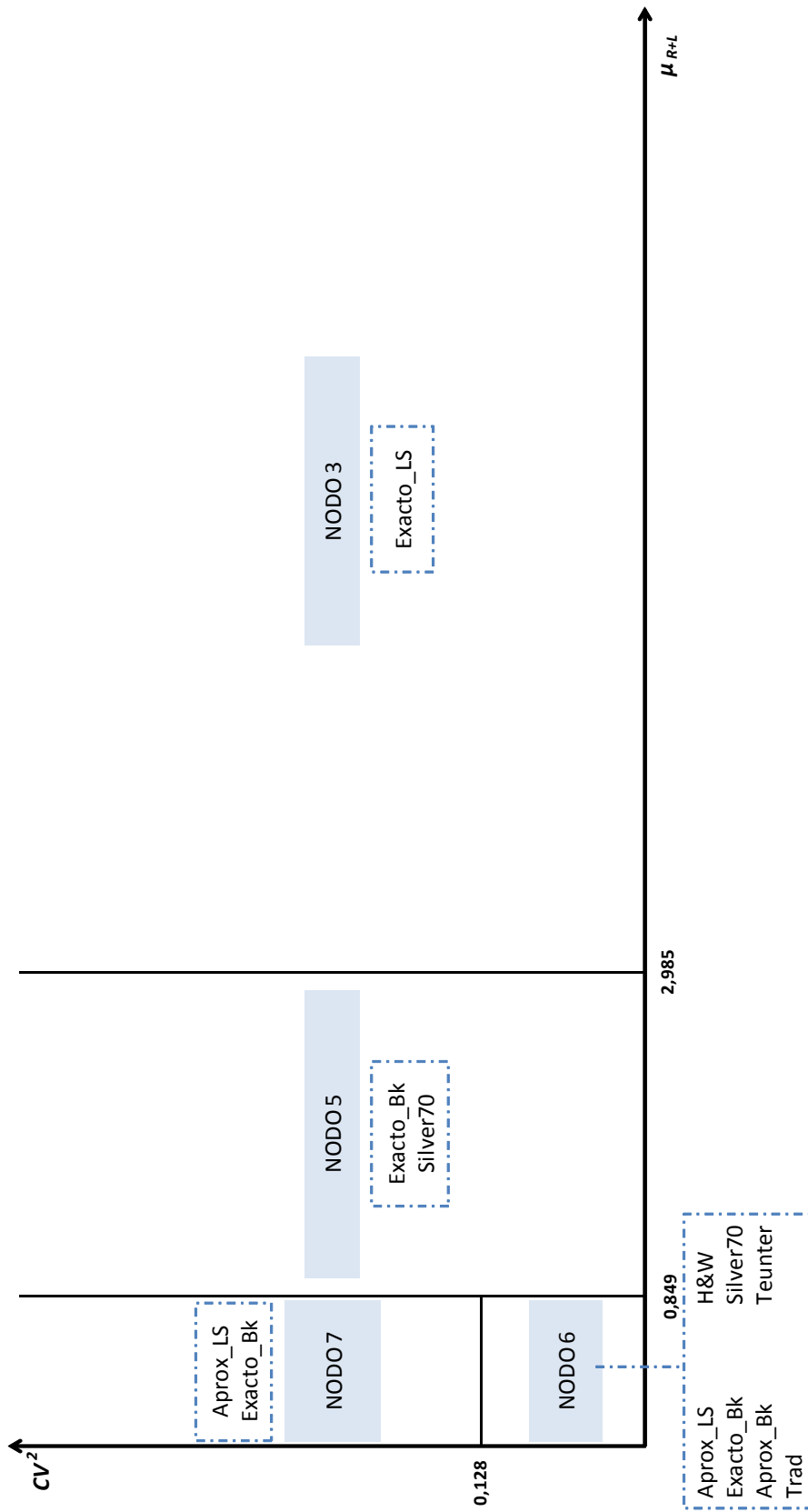


Figura 7.29: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo B. *Experimento LS*.

7.6.2.3 **Propuesta para ítems tipo C**

Por último, para los ítems de tipo C sólo se establece limitaciones en el tipo de error EC2, fijando este en $EC2 \leq 25\%$, y permitiendo cualquier valor de EC1. A diferencia del contexto en el que sí se permite diferir la demanda no servida, el método de cálculo exacto en este contexto (*Exacto_LS*) es muy complejo y costoso. Puesto que los ítems de tipo C son los menos críticos para las empresas, su gestión no justifica la utilización de un método tan complejo y de ahí que sólo se establezcan límites en los errores que suponen no alcanzar el servicio de ciclo establecido, es decir, del tipo EC2. La Figura 7.30 muestra dentro del espacio de representación las aproximaciones que cumplen con estos valores.

Tal y como se ha indicado a lo largo de la tesis, *Aprox_LS*, *Exacto_Bk*, *Aprox_Bk*, *Trad*, *H&W* y *Teunter* sólo presentan errores de tipo EC1. Al no establecerse ningún porcentaje máximo de casos en los que se comente este tipo de error, en todos los nodos aparecen estas aproximaciones. Además, según el CV^2 es menor, aparecen también *Silver70* y *Johnson*.

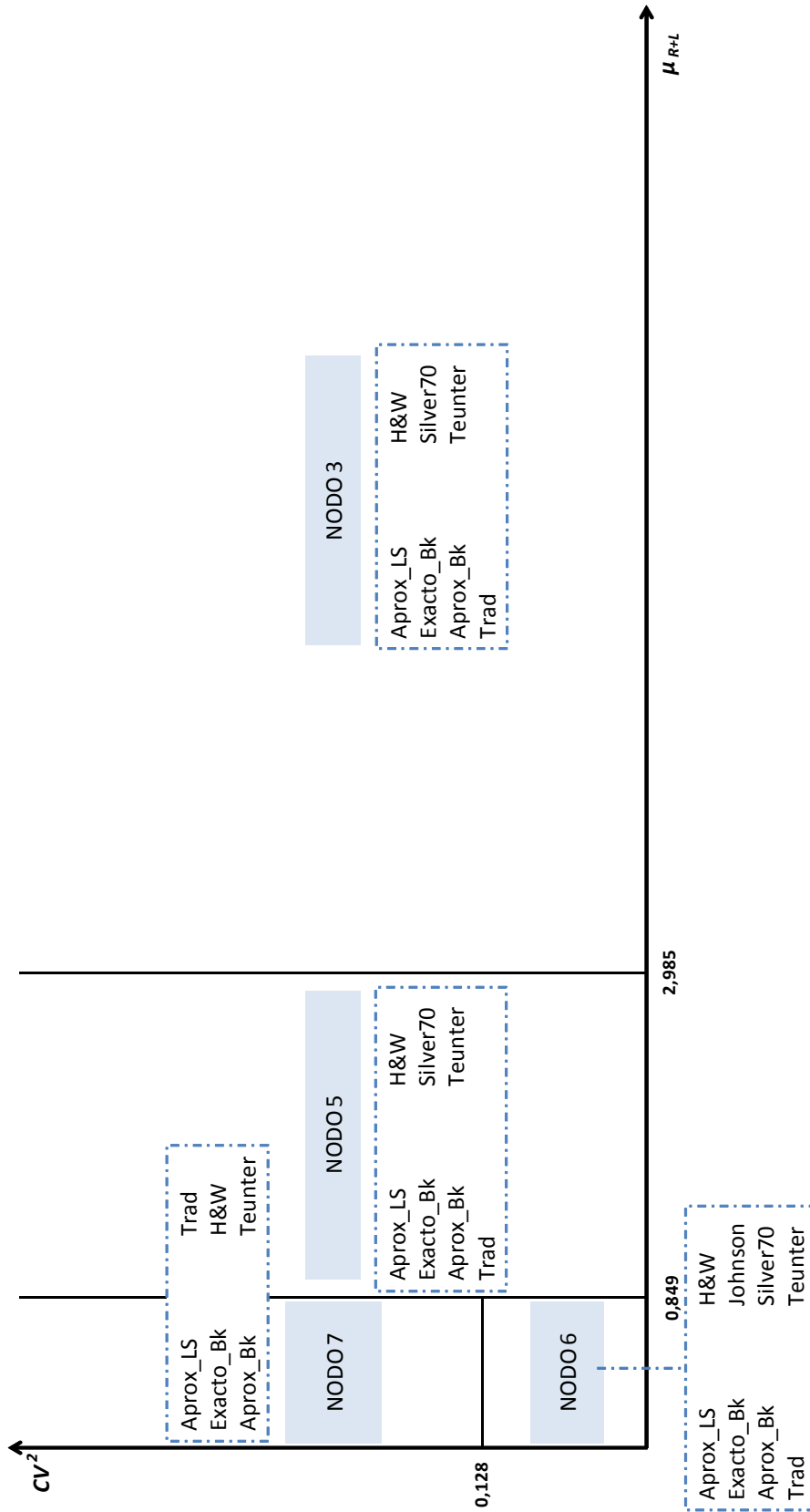


Figura 7.30: Ejemplo de aplicación del marco de referencia para ítems tipo B. Experimento LS.

7.6.2.4 *Resumen de la aplicación práctica para ítems tipo A, B y C*

En este punto, se presenta la Tabla 7.5 que resume, para cada nodo, qué aproximaciones cumplen con los niveles máximos de errores EC1 y EC2 establecidos para cada tipo de ítem. Obviamente, el número de aproximaciones que cumple con los valores impuestos es mayor para los ítems de tipo C, ya que son mucho menos restrictivos. Para este tipo de ítems, se permite que cometan errores de sobreestimación en el 100% de los casos, por tanto, ya que hay aproximaciones que sólo presentan este tipo de error, es lógico que aparezcan en todos los nodos.

Cuando no se permite diferir la demanda no servida del ciclo a ciclos posteriores, el número de nodos es mucho menor, pues las aproximaciones sólo parecen tener un buen comportamiento para valores del CV^2 y de la μ_{R+L} pequeños. De hecho, sólo en el NODO 6 y NODO 7, que son los que están limitados por los menores CV^2 y μ_{R+L} , pueden utilizarse aproximaciones para los ítems de tipo A.

Nodo	Delimitado por	Método	Ítems A	Ítems B	Ítems C	
3	CV^2 μ_{R+L}	-- > 2.985	Exacto_LS	✓	✓	
			Aprox_LS			✓
			Exacto_Bk			✓
			Aprox_Bk			✓
			Trad			✓
			H&W			✓
			Johnson			
			Silver70			✓
			Teunter			✓
5	CV^2 μ_{R+L}	-- 0.849 – 2.985	Exacto_LS	✓		
			Aprox_LS			✓
			Exacto_Bk		✓	✓
			Aprox_Bk			✓
			Trad			✓
			H&W			✓
			Johnson			
			Silver70		✓	✓
			Teunter			✓
6	CV^2 μ_{R+L}	≤ 0.128 ≤ 0.849	Exacto_LS			
			Aprox_LS	✓	✓	✓
			Exacto_Bk	✓	✓	✓
			Aprox_Bk	✓	✓	✓
			Trad	✓	✓	✓
			H&W	✓	✓	✓
			Johnson			✓
			Silver70			✓
			Teunter	✓	✓	✓
7	CV^2 μ_{R+L}	> 0.128 ≤ 0.849	Exacto_LS			
			Aprox_LS		✓	✓
			Exacto_Bk	✓	✓	✓
			Aprox_Bk			✓
			Trad			✓
			H&W			✓
			Johnson			
			Silver70			
			Teunter			✓

Tabla 7.5: Ejemplo de aplicación del marco de referencia en un contexto de no diferimiento de demanda no servida. Métodos válidos para ítems del tipo A, B y C.

CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

8.1 RESUMEN DE LA TESIS Y PRINCIPALES APORTACIONES

El objetivo de la presente tesis es proponer un marco de referencia para el diseño de políticas de inventario en revisión periódica (R, S) cuando se utiliza la tasa de unidades servidas como restricción de diseño, asumiéndose que el proceso de demanda es estacionario con una función de probabilidad discreta, independiente, e idénticamente distribuida. Dado que el valor del periodo de revisión, R , suele venir predeterminado, se propone en realidad un marco de referencia para la estimación del stock de referencia, S . Obviamente, el valor del stock de referencia depende la tasa de unidades servidas que se plantea como objetivo. Sin embargo, no sólo depende de la métrica seleccionada, sino también del método de cálculo utilizado. Por ello, el primer paso es realizar una revisión de literatura que permita conocer cuáles son los métodos de estimación de la tasa de unidades servidas que existen en un sistema (R, S) y bajo qué condiciones e hipótesis aplican. Las conclusiones que se derivan tras la realización de dicha revisión se presentan en los puntos 8.2 y 8.3 del presente capítulo, y permiten seleccionar los métodos de estimación que se incluyen en esta tesis para la elaboración del marco de referencia.

Dado que la tasa de unidades servidas mide la fracción de demanda que se satisface directamente con el stock físico disponible, es importante conocer cómo se gestiona el inventario cuando se recibe más demanda en el ciclo del stock físico que existe, lo que supone que una parte de dicha demanda no puede satisfacerse. Básicamente, existen dos posibilidades: (i) diferir la demanda no servida a ciclos posteriores; o (ii) no aceptar dicho diferimiento de demanda y por consiguiente, perder la demanda no servida. Teniendo en cuenta esto, en la presente tesis se diseñan dos experimentos, el primero desarrollado en un contexto en el que se permite el diferimiento de la demanda no servida (*Experimento Bk*) con un total de 235.620 casos, y el segundo desarrollado en un contexto en el que no se permite el diferimiento de la demanda no servida (*Experimento LS*) con un total de 89.760 casos. De este modo, se puede disponer de un marco de referencia para cada uno de los dos contextos.

A partir de los datos obtenidos en ambos experimentos, se analiza el comportamiento de cada método en función del nivel objetivo de la tasa de unidades servidas, cuyas principales conclusiones se detallan en el punto 8.4. El objetivo de este primer análisis es conocer, para cada uno de los contextos, cómo se comporta cada método y analizar, además, si existen diferencias en su comportamiento en función de si se permite diferir la demanda no servida o no (punto 8.5). Posteriormente, se realiza un análisis estadístico más exhaustivo con el que se pretende determinar bajo qué circunstancias la utilización de una aproximación aporta buenos resultados en la estimación del stock de referencia o por el contrario cuándo es necesario recurrir al cálculo exacto. A partir de este análisis se propone el marco de referencia para establecer el valor del S , distinguiendo entre el contexto de diferimiento o no diferimiento de la demanda no servida.

La posibilidad de analizar el comportamiento de todos los métodos de cálculo en un espacio de representación único, hace posible la creación de mapas en los que quedan definidas las zonas de comportamiento común, para las que un método de cálculo es más eficiente que otro. Ha de recordarse que se ha definido el concepto de eficiencia como una combinación entre la precisión de cálculo del stock de referencia y la simplicidad computacional. Las conclusiones a las que se llega sobre el espacio de representación se recogen en el punto 8.6, mientras que las relativas a la metodología para la estimación del stock de referencia se resumen en el punto 8.7. Para finalizar el capítulo, en el punto 8.8 se perfilan las futuras líneas de investigación que nacen tras la realización de esta tesis.

Con todo ello, pueden destacarse las principales aportaciones de la presente tesis, que se resumen a continuación:

- La revisión de literatura permite conocer las inconsistencias que existen en la definición de la tasa de unidades servidas, lo que ha dado lugar a diferentes interpretaciones de la misma. Tras esta revisión se presenta un *marco teórico* claro en el que se clasifican los distintos enfoques de estimación de la FR y las aportaciones que existen de cada enfoque en un sistema de revisión periódica (R, S) .
- El análisis de los resultados obtenidos con cada método de estimación del stock de referencia permite proponer un *espacio de representación único* en el que se detectan zonas de comportamiento común de los distintos métodos. Este espacio está definido por el coeficiente de variación cuadrado de las órdenes y por la demanda media en $R+L$.
- Y por último, y fruto del objetivo principal de la tesis, se presenta un *marco de referencia para la estimación del stock de referencia en un sistema (R, S)* que permite seleccionar cuál es el mejor método de estimación del S en función de las características del ítem que se gestiona y su demanda, así como conocer el riesgo de su utilización tanto cualitativa como cuantitativamente.

8.2 CONCLUSIONES SOBRE LAS DEFINICIONES Y EL ENFOQUE DE ESTIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS

La tasa de unidades servidas (en inglés, *fill rate* o *FR*) es una de las métricas de servicio al cliente más utilizadas en la gestión de inventarios ya que considera no sólo la posibilidad de que se produzca una rotura de stock, sino también el tamaño o cantidad de la demanda no servida [Schneider (1981); Tempelmeier (2000)]. Esta métrica se define en la literatura como *la fracción de demanda que puede servirse inmediatamente con el stock físico disponible en la estantería*. No obstante, a pesar de que esta definición aparece en todos los manuales de gestión de inventarios y está aceptada en la comunidad científica, resulta ambigua ya que no especifica el periodo temporal al que se refiere. Por ello, pueden encontrarse dos posibles interpretaciones, una que considera la demanda satisfecha en un ciclo (es decir, a corto plazo); y otra que considera la demanda que debe satisfacerse en un plazo determinado de tiempo (es decir, a largo plazo). Esta doble interpretación hace que se encuentren en la literatura trabajos que proponen métodos de estimación de la tasa de unidades servidas a corto plazo expresada como

$$FR_{c/p} = E\left(\frac{\text{demanda servida por ciclo}}{\text{demanda total por ciclo}}\right) \quad (8.1)$$

O bien aquellos que proponen métodos de estimación a largo plazo basados en

$$FR_{l/p} = \lim_{T \rightarrow \infty} E\left(\frac{\text{demanda servida con el stock físico en } t \text{ periodos}}{\text{demanda total en } t \text{ periodos}}\right) \quad (8.2)$$

Esta tesis se centra en la generalización que considera la tasa de unidades servidas a corto plazo, es decir, la fracción de demanda *de un ciclo* servida directamente con el stock físico disponible y basada en la expresión (8.1). No obstante, incluso en aquellos trabajos que se basan en dicha generalización, existe una controversia en cuanto al enfoque de estimación propuesto por los diferentes autores, de modo que no puede encontrarse un método de estimación único en la literatura. Por un lado, algunos autores proponen calcular la *FR* en términos de *demanda no servida*, calculando el complementario del ratio entre la demanda esperada *no servida por ciclo* y la demanda total esperada, es decir

$$FR_{Aprox} = 1 - \frac{E(\text{demanda no servida por ciclo})}{E(\text{demanda total por ciclo})} \quad (8.3)$$

Mientras que otros autores, a pesar de estimar la *demanda servida del ciclo*, no se basan en la expresión (8.1) sino que calculan directamente el ratio entre el valor esperado de la *demanda servida en un ciclo* y la demanda total esperada, es decir

$$FR_{Aprox} = \frac{E(\text{demanda servida por ciclo})}{E(\text{demanda total})} \quad (8.4)$$

Sin embargo, tal y como se explica en el punto 2.7 del *Capítulo 2*, calcular la tasa de unidades servidas mediante las expresiones (8.3) u (8.4) lleva a cometer errores en su estimación, pues se subestima el verdadero valor de la *FR*, lo que tiene importantes implicaciones para el

sistema de gestión de inventarios, sobre todo si la tasa de unidades servidas se utiliza para determinar los parámetros de la política de inventario, tal y como se demuestra en esta tesis.

Por tanto, puede concluirse que, a pesar de que la tasa de unidades servidas haya sido ampliamente estudiada y analizada, y a pesar de que parece existir una única definición de la misma aceptada por la comunidad científica, ésta resulta ambigua lo que ha provocado que no exista un método de estimación único, y por lo tanto que puedan encontrarse diversas interpretaciones de la misma.

8.3 CONCLUSIONES SOBRE LOS MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS EN UN SISTEMA DE REVISIÓN PERIÓDICA (R, S)

En el Capítulo 2 se han revisado los métodos de estimación de la tasa de unidades servidas a corto plazo en un sistema de revisión periódica (R, S). De esta revisión se concluye que la mayoría de los trabajos proponen métodos de estimación de la FR en un contexto de diferimiento de la demanda no servida, siendo éstos aproximados, es decir, basados en las expresiones (8.3) y (8.4), y desarrollados para distribuciones de demanda continuas (generalmente la normal). En el caso de no aceptar diferir la demanda no servida del ciclo sólo existen dos aportaciones, una exacta y otra aproximada, que aplican ambas para funciones de demanda discreta.

En esta tesis se propone un marco de referencia para la estimación del S en políticas de revisión periódica (R, S) dado un nivel objetivo de la tasa de unidades servidas en un contexto de demanda discreta, para lo que es necesario disponer de métodos de estimación de la FR en este contexto. Sin embargo, existen huecos todavía no cubiertos en la literatura en lo referente a ello ya que, si se acepta diferir la demanda no servida del ciclo, no existe ningún método ni exacto ni aproximado, y si no se acepta diferir la demanda no servida, sólo existe una aproximación.

Por ello, en el Capítulo 3 se propone, por una lado, la reformulación de las aproximaciones desarrolladas para demandas continuas a un contexto de demanda discreta, y por otro la derivación de un método exacto y otro aproximado de la tasa de unidades servidas considerando explícitamente la naturaleza discreta de la demanda para un contexto de diferimiento de la misma. Todas estas expresiones, desarrolladas para funciones de demanda discretas, son las que se analizan en los experimentos de esta tesis para la generación del marco de referencia objeto de la misma.

8.4 CONCLUSIONES SOBRE EL COMPORTAMIENTO DE LOS MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DEL STOCK DE REFERENCIA EN FUNCIÓN DEL NIVEL OBJETIVO DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS

Para la consecución del objetivo de la presente tesis, se diseñan dos experimentos, en función de si se acepta diferir la demanda no servida del ciclo (*Experimento Bk*) o no se acepta (*Experimento LS*). A partir de los 235.620 casos del *Experimento Bk* y los 89.760 casos del *Experimento LS* se realiza un primer análisis descriptivo (Capítulo 5) que permite conocer cómo se comporta cada método en la estimación del stock de referencia. A continuación se presentan las principales conclusiones obtenidas tras este análisis para cada uno de los dos contextos, así como conclusiones generales del comportamiento de cada una de las aproximaciones.

8.4.1 Contexto de diferimiento de la demanda no servida

En el punto 5.3 del Capítulo 5 se presenta el análisis descriptivo de los errores cometidos por las aproximaciones consideradas en el *Experimento Bk*. Las principales conclusiones a las que se llega tras este análisis son:

□ Con respecto a la variable aleatoria:

- El comportamiento de todas las aproximaciones es muy similar en general para las tres variables aleatorias, de modo que el resultado no parece depender de la función de distribución considerada.
- Cuando el coeficiente de variación cuadrado de las órdenes es elevado, lo que sucede para la distribución Binomial Negativa, parece que todas las aproximaciones cometen errores relativos mayores en términos absolutos.

□ Con respecto a la tendencia de sobreestimar y/o subestimar el valor del stock de referencia:

- Las aproximaciones *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* y *Trad*, cuando difieren del valor exacto del stock de referencia, siempre lo sobreestiman. Por tanto, aunque siempre cumplen con el criterio de servicio establecido, su utilización supone tener más stock del necesario.
- Por su parte, las aproximaciones *Silver70* y *Johnson*, cuando difieren del valor exacto del stock de referencia, presentan tanto valores positivos como negativos de los errores relativos, es decir, en algunas ocasiones lo sobreestiman y en otras lo subestiman, no cumpliendo en este último caso con el nivel de servicio al cliente, lo que implica que se está menos protegido de lo que se cree.

□ **Con respecto al comportamiento de las aproximaciones entre sí:**

- Los errores relativos de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* son idénticos, y por lo tanto puede concluirse que *H&W* y *Teunter* obtienen el valor exacto de la expresión (8.3) y (8.4) respectivamente, puesto que *Aprox_Bk* calcula el valor exacto de la expresión (8.3).

8.4.2 Contexto de no diferimiento de la demanda no servida

En este punto se presentan las principales conclusiones alcanzadas tras la realización del análisis descriptivo de los errores que comenten las aproximaciones del *Experimento LS* y que se ha realizado en el punto 5.4 del Capítulo 5.

□ **Con respecto a la variable aleatoria:**

- Del mismo modo que sucede cuando se permite diferir demanda, en este caso el comportamiento de todas las aproximaciones para las tres variables aleatorias también es muy similar en general, por lo que el resultado no parece depender de la función de distribución considerada.
- Y también en este caso si el coeficiente de variación cuadrado de las órdenes es elevado, lo que sucede para la distribución Binomial Negativa, aparecen errores relativos mayores en términos absolutos en todas las aproximaciones.

□ **Con respecto a la tendencia de sobreestimar y/o subestimar el valor del stock de referencia:**

- Las aproximaciones *Aprox_LS*, *Exacto_Bk*, *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* y *Trad* siempre sobreestiman el valor del stock de referencia cuando no calculan su valor exacto; lo cual tiene un impacto negativo en el inventario medio pero no incumple el criterio de servicio establecido.
- En cambio, las aproximaciones *Silver70* y *Johnson* presentan tanto valores positivos como negativos de los errores relativos cuando difieren del valor exacto del stock de referencia, es decir, en algunas ocasiones lo sobreestiman y en otras lo subestiman, incumpliendo en tal caso con el nivel de servicio al cliente establecido.

□ **Con respecto al comportamiento de las aproximaciones entre sí:**

- Los errores relativos de *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* no son siempre idénticos, pero muestran diferencias en los errores relativos muy pequeñas, de apenas 0.01%.
- El comportamiento de los errores relativos promedios de *Exacto_Bk* y *Silver70* ante variaciones de la tasa de unidades servidas objetivo es prácticamente idéntico. Del mismo modo, también el comportamiento de *Aprox_Bk*, *H&W*, *Teunter* y *Trad* es prácticamente idéntico, y a su vez muy similar al de las dos aproximaciones anteriores, *Exacto_Bk* y *Silver70*, aunque son éstas últimas las que presentan un error relativo medio más cercano a 0.00%.

8.4.3 Conclusiones generales sobre el comportamiento de cada uno de los métodos de estimación del stock de referencia

La Tabla 8.1 resume las principales conclusiones de cada uno de los métodos de estimación analizados en la presente tesis. Dado que aquellos métodos que se han utilizado en los dos contextos muestran comportamiento distintos en función de éstos, la tabla distingue entre el comportamiento de cada método en un contexto de diferimiento de demanda y un contexto de no diferimiento de demanda.

Método	Se permite diferir demanda	No se permite diferir demanda
Trad	<ul style="list-style-type: none"> □ Siempre sobreestima el valor del stock de referencia □ El error relativo promedio disminuye de manera lineal ante incrementos de la FR_{Obj}. □ De las aproximaciones que siempre sobreestiman (<i>Aprox_Bk</i>, <i>H&W</i>, <i>Teunter</i> y <i>Trad</i>) es la que comete los mayores errores relativos medios en términos absolutos. 	<ul style="list-style-type: none"> □ Siempre sobreestima el valor del stock de referencia. □ El error relativo promedio disminuye de manera lineal ante incrementos de la FR_{Obj}. □ De las aproximaciones que siempre sobreestiman (<i>Aprox_Bk</i>, <i>H&W</i>, <i>Teunter</i>, <i>Trad</i>, <i>Aprox_LS</i> y <i>Exacto_Bk</i>) es la que comete los mayores errores relativos medios en términos absolutos. □ Muestra un comportamiento prácticamente idéntico a <i>Aprox_Bk</i>, <i>H&W</i>, <i>Teunter</i>; y muy similar a <i>Exacto_Bk</i> y <i>Silver70</i>. Pero de todas es la que mayor error medio comete.
Aprox_Bk	<ul style="list-style-type: none"> □ Siempre sobreestima el valor del stock de referencia. □ Muestra un sesgo, ya que permanece prácticamente invariable ante incrementos de la FR_{Obj}. 	<ul style="list-style-type: none"> □ Siempre sobreestima el valor del stock de referencia □ El error relativo promedio disminuye de manera lineal ante incrementos de la FR_{Obj} □ Muestra un comportamiento prácticamente idéntico a <i>Trad</i>, y muy similar a <i>Exacto_Bk</i> y <i>Silver70</i>, aunque estas últimas muestran errores relativos promedios menores en términos absolutos.

Tabla 8.1: Resumen de conclusiones sobre el comportamiento de cada método según el contexto.

Método	Se permite diferir demanda	No se permite diferir demanda
H&W	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Siempre sobreestima el valor del stock de referencia. ❑ Muestra un sesgo, ya que permanece prácticamente invariable ante incrementos de la FR_{Obj}. ❑ Obtiene el mismo valor que $Aprox_Bk$, por lo que es una expresión exacta de (8.3). 	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Siempre sobreestima el valor del stock de referencia ❑ El error relativo promedio disminuye de manera lineal ante incrementos de la FR_{Obj} ❑ Obtiene el mismo valor que $Aprox_Bk$ en prácticamente todos los casos. ❑ Muestra un comportamiento prácticamente idéntico a $Trad$, y muy similar a $Exacto_Bk$ y $Silver70$, aunque estas últimas muestran errores relativos promedios menores en términos absolutos.
Silver70	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Sobreestima y subestima el valor del stock de referencia. ❑ Muestra un sesgo, ya que permanece prácticamente invariable ante incrementos de la FR_{Obj}. ❑ Es la aproximación que muestra un menor error relativo promedio en términos absolutos, aunque ha de tenerse en cuenta la compensación de los signos al sobreestimar y subestimar el stock de referencia. 	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Sobreestima y subestima el valor del stock de referencia. ❑ El error relativo promedio disminuye ante incrementos de la FR_{Obj}. ❑ Muestra un comportamiento prácticamente idéntico a $Exacto_Bk$, aunque esta aproximación siempre sobreestima mientras que $Silver70$ sobreestima y subestima. ❑ Muestra un comportamiento muy similar a $Aprox_Bk$, $H&W$, $Teunter$ y $Trad$, aunque los errores relativos medios de $Silver70$ en términos absolutos son menores.

Tabla 8.1 (continuación): Resumen de conclusiones sobre el comportamiento de cada método según el contexto.

Método	Se permite diferir demanda	No se permite diferir demanda
Johnson	<ul style="list-style-type: none"> □ Sobreestima y subestima el valor del stock de referencia. □ El error relativo promedio disminuye ante incrementos de la FR_{Obj}. □ Es la aproximación que muestra un mayor error relativo promedio en términos absolutos a pesar de la compensación del signo, alcanzando valores muy elevados para $FR_{Obj} < 0.95$ y descendiendo bruscamente a partir de ese valor. El motivo es que esta aproximación calcula la FR de un periodo, y sólo si $R=1$ obtiene buenos resultados. 	<ul style="list-style-type: none"> □ Sobreestima y subestima el valor del stock de referencia. □ El error relativo promedio disminuye ante incrementos de la FR_{Obj}. □ Es la aproximación que muestra un mayor error relativo promedio en términos absolutos a pesar de la compensación del signo, alcanzando valores muy elevados para $FR_{Obj} < 0.95$ y descendiendo bruscamente a partir de ese valor. El motivo es que esta aproximación calcula la FR de un periodo, y sólo si $R=1$ obtiene buenos resultados.
Teunter	<ul style="list-style-type: none"> □ Siempre sobreestima el valor del stock de referencia. □ Muestra un sesgo, ya que permanece prácticamente invariable ante incrementos de la FR_{Obj}. □ Obtiene el mismo valor que $Aprox_Bk$ por lo que es una expresión exacta de (8.4). 	<ul style="list-style-type: none"> □ Siempre sobreestima el valor del stock de referencia □ El error relativo promedio disminuye de manera lineal ante incrementos de la FR_{Obj}. □ Obtiene el mismo valor que $Aprox_Bk$ en prácticamente todos los casos. □ Muestra un comportamiento prácticamente idéntico a $Trad$, y muy similar a $Exacto_Bk$ y $Silver70$, aunque estas últimas muestran errores relativos promedios menores en términos absolutos.

Tabla 8.1 (continuación II): Resumen de conclusiones sobre el comportamiento de cada método según el contexto.

Método	Se permite diferir demanda	No se permite diferir demanda
Exacto_Bk	-----	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Siempre sobreestima el valor del stock de referencia. ❑ El error relativo promedio disminuye de manera lineal ante incrementos de la FR_{Obj}. ❑ Muestra un comportamiento prácticamente idéntico a <i>Silver70</i>, aunque <i>Exacto_Bk</i> siempre sobreestima mientras que <i>Silver70</i> sobreestima y subestima. ❑ Muestra un comportamiento muy similar a <i>Aprox_Bk</i>, <i>H&W</i>, <i>Teunter</i> y <i>Trad</i>, aunque los errores relativos medios de <i>Exacto_Bk</i> en términos absolutos son menores. ❑ Es la aproximación que muestra el menor error relativo medio para valores de la $FR_{Obj} > 0.80$.
Aprox_LS	-----	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Siempre sobreestima el valor del stock de referencia. ❑ Muestra un sesgo significativo, ya que permanece prácticamente invariable ante incrementos de la FR_{Obj}. ❑ Es la aproximación que muestra el menor error relativo medio para valores de la $FR_{Obj} \leq 0.80$.

Tabla 8.1 (continuación III): Resumen de conclusiones sobre el comportamiento de cada método según el contexto.

8.5 CONCLUSIONES RESPECTO AL CONTEXTO DE DIFERIMIENTO DE DEMANDA VERSUS NO DIFERIMIENTO DE DEMANDA

El hecho de que en los dos experimentos se utilicen los mismos métodos de estimación (salvo los desarrollados explícitamente para un contexto de no diferimiento de demanda no servida que sólo se utilizan en el *Experimento LS*), permite realizar comparaciones entre ambos contextos, analizando si el comportamiento de cada aproximación es el mismo o muestra diferencias en función de ello.

En primer lugar, cabe destacar las pocas aportaciones que existen en la literatura cuando no se acepta diferir la demanda no servida del ciclo debido a que matemáticamente se obtienen modelos más sencillos si se permite diferir demanda [Silver et al. (1998); Zipkin (2008)]. No obstante, en la realidad existen muchas circunstancias en las que ese diferimiento no es posible, tales como en los mercados de venta al por menor o detalle [Johansen (2005)]. De ahí que sea necesario disponer de un marco de referencia que permita a los gestores conocer cuándo es posible utilizar aproximaciones y el riesgo asociado a ello.

Dado que sólo existe una aproximación para el cálculo de la tasa de unidades servidas cuando no se acepta diferir demanda, se propone en esta tesis utilizar los métodos desarrollados para un contexto de diferimiento y analizar qué comportamiento tienen. Lo primero que se observa es que, en general, todas las aproximaciones muestran errores relativos medios mayores si no se acepta diferir demanda, lo cual tiene sentido ya que no han sido desarrolladas originalmente para dicho contexto. En cuanto al comportamiento de las aproximaciones en el cálculo del stock de referencia, se observa que aquellas aproximaciones que lo sobreestiman en un contexto de diferimiento de demanda también lo sobreestiman en un contexto de no diferimiento, e igualmente, aquellas que lo sobreestiman y lo subestiman presentan el mismo comportamiento en ambos contextos. No obstante, se observa que los errores que cometen las aproximaciones en un contexto de no diferimiento de demanda no servida son siempre mayores que cuando se permite diferir demanda, debido a que las aproximaciones consideradas en este contexto han sido desarrolladas originalmente para el caso de aceptar dicho diferimiento.

Por último, se observa que en el *Experimento Bk* las aproximaciones *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* y *Silver70* muestran un sesgo significativo ya que su error medio apenas varía ante incrementos de la *FR* objetivo. En el caso del *Experimento LS* aparece también este comportamiento, pero en este caso en la aproximación *Aprox_LS*. Esto hace pensar que el sesgo depende en realidad del enfoque de estimación de la tasa de unidades servidas, y no del método de cálculo en sí. Es decir, que aquellos métodos que calculan el valor exacto de las expresiones (8.3) u (8.4) en cada contexto son las que muestran dicho comportamiento. Por ello, en el caso de aceptar diferir demanda, son *Aprox_Bk*, *H&W* y *Teunter* las aproximaciones que parecen ser más robustas ante variaciones de la FR_{Obj} , pues obtienen el valor exacto de (8.3) u (8.4) cuando se permite diferir la demanda no servida; mientras que en el caso de no aceptar diferir la demanda es *Aprox_LS*, pues en dicho contexto es esta aproximación la que obtiene el valor exacto de la expresión (8.3).

Por último, es importante remarcar la necesidad de utilizar aproximaciones en ambos contextos, pero sobre todo en el caso de no aceptar diferir la demanda no servida del ciclo. Como se ha mostrado en el Capítulo 5, los métodos exactos son siempre más lento que las aproximaciones, pero estas diferencias son mucho mayores en el *Experimento LS* debido al gran esfuerzo computacional que requieren los métodos *Aprox_LS* y *Exacto_LS* (consecuencia de la necesidad de calcular el vector $P(OH_0)$).

8.6 CONCLUSIONES SOBRE EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN

Una vez analizado el comportamiento de los métodos de estimación del stock de referencia en cada uno de los contextos de demanda no servida, en el Capítulo 6 se realiza un análisis exploratorio de los resultados experimentales que permite descubrir si existen zonas de comportamiento común en las que es posible utilizar alguna aproximación obteniendo buenos resultados en la estimación del S . Para encontrar estas zonas se propone una metodología basada en un compromiso entre la precisión de cálculo de las aproximaciones y la sencillez de las mismas, entendida ésta como facilidad de programación y rapidez de cálculo. De este modo, en cada caso se elige aquel método que obtenga el valor exacto del stock de referencia con menor coste computacional.

El hecho de incluir el concepto de sencillez viene justificado por la complejidad de cálculo de los métodos exactos, sobre todo en el contexto de no diferir la demanda no servida. En los puntos 5.3.5 y 5.4.5 se presenta un ejemplo ilustrativo del coste computacional, medido en tiempo de ejecución, de cada método para la determinación del mínimo S que cumpla con una $FR_{Obj}=0.70$. Según los datos presentados, los métodos exactos son mucho más lentos que las aproximaciones, y en un contexto de no diferimiento de demanda estas diferencias de tiempo son aún mayores. Esto es debido al cálculo del vector de probabilidades del stock físico al inicio de ciclo, $P(OH_0)$, que supone un enorme esfuerzo computacional al ser necesario la multiplicación de matrices cuadradas de tamaño $S \times S$.

A partir de esta idea de compromiso entre precisión de cálculo y sencillez se buscan zonas de comportamiento común de las aproximaciones, y se comprueba que las dos variables independientes explicativas del comportamiento de las aproximaciones en los dos contextos analizados (*Experimento Bk* y *Experimento LS*) son: (i) el coeficiente de variación cuadrado de las órdenes de demanda, CV^2 , y (ii) la media de la distribución de demanda en $R+L$, μ_{R+L} . Por tanto, el espacio de representación $CV^2 \text{--} \mu_{R+L}$ propuesto por Syntetos et al. (2005) no es válido para el propósito de la presente tesis, ya que no es posible representar las zonas de comportamiento homogéneo de las aproximaciones detectadas en él. Por ello, se propone utilizar un espacio de representación único a partir de las variables independientes explicativas, denominado $CV^2 \text{--} \mu_{R+L}$. Este resultado coincide con Babiloni (2009) que propone una metodología de estimación del stock de referencia en revisión periódica utilizando el nivel de servicio de ciclo (CSL) como medida de restricción del diseño, y en la que también aparece el CV^2 y μ_{R+L} como variables explicativas.

Una vez identificadas estas zonas de comportamiento homogéneo en el espacio de representación $CV^2 \text{--} \mu_{R+L}$ se realiza un análisis estadístico de las mismas en las que se

determina para cada método el porcentaje de casos mal clasificados (i.e. los casos en los que el stock de referencia estimado con una aproximación no coincide con el exacto), distinguiendo si son errores EC1 (porcentaje de casos en los que el stock de referencia estimado es mayor que el exacto) o errores EC2 (porcentaje de casos en los que el stock de referencia estimado es menor, no asegurándose la FR objetivo). La representación de estos errores en el espacio de representación $CV^2_L \mu_{R+L}$ permiten comprobar que, en general, cuanto mayor es CV^2 y μ_{R+L} mayores son los errores que cometen las aproximaciones, siendo necesario en esos casos la utilización del método exacto.

Comparando el espacio de representación resultado de cada experimento, se observa que mientras que para el caso de no aceptar diferir demanda (*Experimento LS*) el mapa resultado es muy sencillo, con 4 nodos únicamente, el obtenido en el caso de aceptar diferir la demanda (*Experimento Bk*) es mucho más complejo. De hecho, son necesarios 5 mapas para su representación ya que, además del coeficiente de variación cuadrado y la demanda media en $R+L$, existen zonas que dependen de la probabilidad de demanda nula, $P(0)$, y de la tasa de unidades servidas objetivo, FR_{Obj} .

Esto indica que en el contexto en el que se permite diferir la demanda no servida existe un mayor número de zonas o nodos donde las aproximaciones muestran un buen comportamiento, en cambio en el caso de no aceptar diferir la demanda estas zonas son mucho menores, siendo necesario utilizar el método exacto en la mayoría de los casos. De hecho, en el espacio de representación se observa que para valores de $\mu_{R+L} \geq 2.985$ sólo existe un nodo, en el que además los errores en la estimación del S de las aproximaciones son muy elevados. Esto tiene lógica ya que las aproximaciones utilizadas en el *Experimento LS* han sido desarrolladas originalmente para el caso de aceptar diferir la demanda, por tanto, sólo cuando no exista demanda diferida o ésta sea muy baja mostrarán un buen comportamiento en el contexto de no diferimiento.

8.7 CONCLUSIONES SOBRE EL MARCO DE REFERENCIA PROPUESTO Y SUS IMPLICACIONES PRÁCTICAS EN LA GESTIÓN DE INVENTARIOS

Una vez identificadas estas zonas de comportamiento homogéneo y analizados los errores que comente cada método en dichas zonas, se realiza un análisis estadístico de cada nodo indicando tipo de error comete cada aproximación, y cuál es su error medio y desviación estándar.

La Tabla 7.1 recoge de forma sintetizada este análisis para un contexto de diferimiento de demanda, y por su parte la Tabla 7.2 recoge la misma información para un contexto de no diferimiento. Estas tablas representan el marco de referencia objeto de la presente tesis, que permite diseñar las reglas de aplicación de un método u otro, así como los riesgos asociados a ello, en función de las decisiones de negocio que prevalezcan. Este marco de referencia tiene una aplicación práctica doble, ya que puede utilizarse tanto como instrumento de decisión, como de corrección. Si una empresa conoce las características del ítem que está gestionando

así como el patrón de demanda del mismo, puede conocer en qué zona (nodo) se sitúa. El marco de referencia es en tal caso una herramienta de decisión ya que le permite conocer cuál es el mejor método de estimación del stock de referencia en este caso, conociendo además el porcentaje de error y su media y desviación. Por otra parte, también puede ser utilizado por empresas que ya estén gestionando su inventario con una determinada aproximación, ya que si conocen el nodo en el que se encuentra el ítem, pueden saber el error que comete la aproximación que están utilizando y corregirlo. Puede ocurrir que en una empresa ya esté implementado un determinado método de estimación de la *FR* por motivos diversos motivos, desde su aplicación por tradición o por desconocimiento de otras expresiones. Si este es el caso, pueden recurrir al marco de referencia para conocer el error en el que incurre el método que están empleando, lo que les permite corregirlo sin necesidad de tener que implementar otro método nuevo, que puede resultar más costoso desde un punto de vista funcional y económico.

En el punto 7.6 se presenta un ejemplo de utilización del marco de referencia para ítems A, B y C. Para cada tipo de ítem, se establece unos valores máximos de error (tanto EC1 como EC2) y utilizando el marco de referencia se selecciona qué aproximaciones cumplen con dicho umbral de error establecido, conociendo además cuál es el error medio y la desviación estándar de cada método. No obstante, esto no es más que un ejemplo práctico de su aplicación. En una empresa, serán los responsables de la gestión de la misma quienes definirán qué porcentaje de error aceptan para cada ítem, en función del sector, del tipo de industria, de las políticas de gestión, etc. Una vez determinados los porcentajes de error máximo admitidos, a partir del marco de referencia presentado en las tablas 7.1 y 7.2 podrán determinar qué método utilizar para establecer el valor del stock de referencia de su inventario, según si se acepta o no diferir la demanda no servida del ciclo.

Por último, ha de tenerse en cuenta que para la elaboración de este marco de referencia se han considerado demandas discretas. Como se ha explicado en el Capítulo 2 de esta tesis, la mayoría de la literatura de gestión de inventario se centra en considerar funciones de demanda continua, no obstante, en un ambiente práctico pocas veces la demanda es continua, de modo que los gestores no pueden acudir a la literatura para buscar un método que se adapte a sus necesidades y circunstancias. Para acercar el problema del diseño del inventario a la realidad industrial, se han adaptado y reformulado métodos de estimación de la tasa de unidades servidas en un contexto de demanda discreta (Capítulo 3), y a partir de ellos, se ha elaborado el marco de referencia. De este modo se pretende presentar un marco de referencia de utilidad práctica para las empresas que utilicen la tasa de unidades servidas para la determinación del stock de referencia cuando su demanda sea discreta.

8.8 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Tras la realización de la presente tesis, se proponen como futuras líneas de investigación las siguientes:

- Aunque las expresiones (8.2), (8.3) y (8.4) no sean expresiones válidas para la estimación de la tasa de unidades servidas, sí son métricas que permiten conocer el

nivel de servicio al cliente. Por ello, una futura línea de investigación es proponer una definición de las mismas que especifique exactamente qué mide esa métrica de servicio. Además, cabría analizar qué diferencias existen entre todas ellas y la tasa de unidades servidas, no sólo en su definición y estimación, sino también en su aplicación en un contexto práctico y así plantear cuándo, para qué tipo de industria o tipo de ítem resulta interesante el utilizar cada una de ellas.

- Comparar las zonas de comportamiento común asociadas a los nodos finales obtenidos en cada contexto con las categorías que se proponen en las distintas categorizaciones expuestas en la literatura.
- Dado que existen resultados similares obtenidos con otras métricas de servicio al cliente, como el nivel de servicio de ciclo (CSL), en trabajos futuros resultaría interesante comparar los resultados obtenidos en la presente tesis con dichos estudios previos para proponer una categorización de la demanda.
- También utilizando los resultados obtenidos en estudios previos con otras métricas de servicio, otra futura línea de investigación podría ser la combinación de los resultados obtenidos en dichos estudios con los resultados de esta tesis para analizar el rendimiento de un sistema cuyos parámetros se han estimado utilizando una de los dos métricas de servicio al cliente.
- Extender el análisis a otras políticas, tanto de revisión continua (Q, s) en las que se lanza una orden de aprovisionamiento cuando el nivel de inventario alcanza el valor del stock de seguridad s , como otras políticas híbridas que combinan revisión periódica y continua, como (R, s, S) en la que cada R unidades de tiempo se revisa el inventario, y si éste se encuentra en el valor del punto de pedido, s , o por debajo de éste, se lanza una orden para restaurar el stock de referencia hasta el valor S . En estos casos, el objetivo sería proponer un marco de referencia para determinar el valor del punto de pedido o del stock de referencia (en la política híbrida) dado un nivel objetivo de la tasa de unidades servidas y comprobar si el espacio de representación $CV^2_{L\mu_{R+L}}$ sigue siendo válido en estos casos.
- Proponer una metodología que permita calcular de forma simultánea los dos parámetros de la política (R, S) , para lo que es necesario utilizar junto a la tasa de unidades servidas otra medida del sistema tal y como el inventario medio en el ciclo.
- Aplicar el marco de referencia propuesto en esta tesis a entornos específicos, considerando si se difiere o no la demanda no servida del ciclo. Un ejemplo de aplicación puede ser la gestión de inventarios de repuestos o reparables, ítems que se caracterizan generalmente por el elevado coste unitario y por la necesidad de elevados valores de niveles de inventario para poder asegurar una alta disponibilidad de los mismos. En dichos casos, el disponer de un marco de referencia que permita conocer qué método es el más adecuado para establecer el stock de referencia resulta de gran utilidad práctica, pues puede suponer un ahorro de costes considerable para las empresas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ADELSON R. M. (1966). Compound Poisson Distributions. *Operational Research Quarterly*; Vol. 17(1); 73-75.
2. ARMSTRONG D. J. (1985). Sharpening inventory management. *Harvard Business Review*; Vol. 63(6); 42-58.
3. AXSÄTER S. (2000). *Inventory Control*. 1^a ed. Kluwer Academic Publishers.
4. AXSÄTER S. (2003). Note: Optimal Policies for Serial Inventory Systems Under Fill Rate Constraints. *Management Science*; Vol. 49(2); 247-253.
5. BABILONI, E. (2009). *Una Metodología para la Estimación Eficiente del Stock de Referencia en Políticas de Revisión Periódica con Demanda Discreta*. Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Valencia.
6. BARRINGTON TAYLOR P., OKE K. H. (1976). Tables for Stock Control-Problems of Formulation and Computation. *Operational Research Quarterly*; Vol. 27(3); 747-758.
7. BIJVANK M., VIS I. (2011). Lost-sales inventory theory: a review. *European Journal of Operational Research*; Vol. 215(1); 1-13.
8. BIJVANK M., KOOLE G., VIS I. (2010). Optimising a general repair kit problem with a service constraint. *European Journal of Operational Research*; Vol. 204(1); 76-85.
9. BOYACI T., GALLEGRO G. (2001). Serial Production/Distribution Systems Under Service Constraints. *Manufacturing Service Operations Management*; Vol. 3(1); 43-50.
10. BREIMAN L., FRIEDMAN J., STONE C., OLSHEN R. (1984). *Classification and Regression Trees*. 1^a ed. Taylor & Francis Ltd.
11. BROWN R. G. (1962). *Smoothing Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*. 1^a ed. Prentice-Hall.
12. CAGGIANO K. E., JACKSON P. L., MUCKSTADT J. A., RAPPOLD J. A. (2007). Optimizing service parts inventory in a multiechelon, multi-item supply chain with time-based customer service-level agreements. *Operations Research*; Vol. 55(2); 303-318.

13. CARDÓS M., BABILONI E. (2011). Exact and approximate calculation of the cycle service level in periodic review inventory policies. *International Journal of Production Economics*; Vol. 131(1); 63-68.
14. CARDÓS M., MIRALLES C., ROS L. (2006). An exact calculation of the cycle service level in a generalized periodic review system. *Journal of the Operational Research Society*; Vol. 57(10); 1252-1255.
15. CHASE R. B., AQUILANO N. J., JACOBS F. R. (1992). *Production and operations management. Manufacturing and services*. 8ª ed. Irwin McGraw-Hill.
16. CHEN F. Y., LI W., KILGOUR D. M., HIPEL K. W. (2008). A case-based model for multi-criteria ABC analysis. *Computers & Operations Research*; Vol. 35(3); 776-796.
17. CHEN J. H., LIN D. K. J., THOMAS D. J. (2003). On the single item fill rate for a finite horizon. *Operations Research Letters*; Vol. 31(2); 119-123.
18. CHIANG C. (2006). Optimal ordering policies for periodic-review systems with replenishment cycles. *European Journal of Operational Research*; Vol. 170(1); 44-56.
19. CHIANG C. (2007). Optimal ordering policies for periodic-review systems with a refined intra-cycle time scale. *European Journal of Operational Research*; Vol. 177(2); 872-881.
20. CHOPRA S., MEINDL P. (2004). *Supply Chain Management*. 2ª ed. Pearson. Prentice Hall.
21. CLOSS D. J., NYAGA G. N., VOSS M. D. (2010). The differential impact of product complexity, inventory level, and configuration capacity on unit and order fill rate performance. *Journal of Operations Management*; Vol. 28(1); 47-57.
22. COHEN M. A., KLEINDORFER P. R., LEE H. L. (1988). Service Constrained (S, S) Inventory Systems with Priority Demand Classes and Lost Sales. *Management Science*; Vol. 34(4); 482-499.
23. COHEN M. A., LEE H. L. (1990). Out of Touch with Customer Needs - Spare Parts and After Sales Service. *Sloan Management Review*; Vol. 31(2); 55-66.
24. CROSTON J. D. (1972). Forecasting and Stock Control for Intermittent Demands. *Operational Research Quarterly*; Vol. 23(3); 289-303.
25. DE KOK A. G. (1990). Hierarchical production planning for consumer goods. *European Journal of Operational Research*; Vol. 45(1); 55-69.
26. DICKIE H. F. (1951). ABC Inventory Analysis Shoots for Dollars. *Factory Management and Maintenance*; Vol. 109(7); 92-94.
27. DUNSMUIR W. T. M., SNYDER R. D. (1989). Control of Inventories with Intermittent Demand. *European Journal of Operational Research*; Vol. 40(1); 16-21.
28. EAVES A. H. C., KINGSMAN B. G. (2004). Forecasting for the ordering and stock-holding of spare parts. *Journal of the Operational Research Society*; Vol. 55(4); 431-437.

29. EYNAN A., KROPP D. H. (1998). Periodic review and joint replenishment in stochastic demand environments. *IIIE Transactions*; Vol. 30(11); 1025-1033.
30. FEDERGRUEN A., ZHENG Y. (1992). An Efficient Algorithm for Computing an Optimal (R, Q) Policy in Continuous Review Stochastic Inventory Systems. *Operations Research*; Vol. 40(4); 808-813.
31. FEENEY G. J., SHERBROOKE C. C. (1966). The (S-1,S) inventory policy under compound Poisson demand. *Management Science*; Vol. 12(5); 391-411.
32. FOGARTY D. W., BLACKSTONE J. H., HOFFMAN T. R. (1991). *Production and Inventory Management*. 2ª ed. South-Western Publishing Co.
33. FRIEND J. K. (1960). Stock Control with Random Opportunities for Replenishment. *Operational Research Quarterly*; Vol. 11(3); 130-136.
34. GALLEGO G., HU H. (2004). Optimal Policies for Production/Inventory Systems with Finite Capacity and Markov-Modulated Demand and Supply Processes. *Annals of Operations Research*; Vol. 126(1-4); 21-41.
35. GRAHAM G. (1987). *Distribution Inventory Management for the 1990s*. Inventory Management Press, Richardson.
36. GRINSTEAD C. M., SNELL J. L. (1997). *Introduction to probability*. 2ª ed. AMS Bookstore.
37. GUIJARRO E., CARDÓS M., BABILONI E. (2012a). On the exact calculation of the fill rate in a periodic review inventory policy under discrete demand patterns. *European Journal of Operational Research*; Vol. 218(2); 442-447.
38. GUIJARRO E., BABILONI E., CARDÓS M., ALBARRACÍN J.M. (2012b). Industrial Engineering: Innovative Networks. Capítulo 41: *On Fill Rate Approximations in Periodic Review Systems for Discrete Demand*. Springer-Verlag London Limited.
39. HADLEY G., WHITIN T. (1963). *Analysis of Inventory Systems*. Prentice-Hall.
40. HASTIE T., TIBSHIRANI R., FRIEDMAN J. (2001). *Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*. 1ª ed. Springer.
41. JANSSEN F., HEUTS R., DE KOK T. (1998). On the (R, s, Q) inventory model when demand is modelled as a compound Bernoulli process. *European Journal of Operational Research*; Vol. 104(3); 423-436.
42. JOHANSEN S. G. (2001). Pure and modified base-stock policies for the lost sales inventory system with negligible set-up costs and constant lead times. *International Journal of Production Economics*; Vol. 71(1-3); 391-399.
43. JOHANSEN S. G. (2005). Base-stock policies for the lost sales inventory system with Poisson demand and Erlangian lead times. *International Journal of Production Economics*; Vol. 93(4); 429-437.
44. JOHANSEN S. G., HILL R. M. (2000). The (r, Q) control of a periodic-review inventory system with continuous demand and lost sales. *International Journal of Production Economics*; Vol. 68(3); 279-286.

45. JOHANSEN S. G., MELCHORS P. (2003). Can-order policy for the periodic-review joint replenishment problem. *Journal of the Operational Research Society*; Vol. 54(3); 283-290.
46. JOHNSON M. E., LEE H. L., DAVIS T., HALL R. (1995a). Expressions for Item Fill Rates in Periodic Inventory Systems. *Naval Research Logistics*; Vol. 42(1); 57-80.
47. KWON I. H., KIM S. S., BAEK J. G. (2006). A simulation based heuristic for serial inventory systems under fill-rate constraints. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*; Vol. 31(3-4); 297-304.
48. KNOD E., SCHONBERGER R. (2001). *Operations Managements: Meeting Customer Demands*. 7^a ed. Mc Graw-Hill.
49. LARSEN C., THORSTENSON A. (2008). A comparison between the order and the volume fill rate for a base-stock inventory control system under a compound renewal demand process. *Journal of the Operational Research Society*; Vol. 59(6); 798-804.
50. LEE H. L., BILLINGTON C. (1992). Managing Supply Chain Inventory - Pitfalls and Opportunities. *Sloan Management Review*; Vol. 33(3); 65-73.
51. LEVEN E., SEGERSTEDT A. (2004). Inventory control with a modified Croston procedure and Erlang distribution. *International Journal of Production Economics*; Vol. 90(3); 361-367.
52. LEVI R., PÁL M., ROUNDY R. O., SHMOYS D. B. (2007). Approximation Algorithms for Stochastic Inventory Control Models. *Mathematics of Operations Research*; Vol. 32(2); 284-302.
53. MCCABE T. J. (1976). A complexity Measure. *Ieee Transactions on Information Forensics and Security*; Vol. 2(4); 308-320.
54. MUCKSTADT J. A., THOMAS L. J. (1980). Are Multi-Echelon Inventory Methods Worth Implementing in Systems with Low-Demand-Rate Items. *Management Science*; Vol. 26(5); 483-494.
55. NADDOR E. (1975). Optimal Heuristic Decisions for S, S Inventory Policy. *Management Science Series A-Theory*; Vol. 21(9); 1071-1072.
56. NAHMIAS S. (1989). *Production and Operations Management*. 1^a ed. Richard D. Irwin Inc.
57. NAHMIAS S., DEMMY W. S. (1982). The Logarithmic Poisson Gamma-Distribution - A Model for Leadtime Demand. *Naval Research Logistics*; Vol. 29(4); 667-677.
58. NIEBOER F. A. J. J., DEKKER R. (1995). Brownian motion approximations for tankage assessment and stock control. *European Journal of Operational Research*; Vol. 85(1); 192-204.
59. PALMER M., BABILONI E., CARDOS M., ESTELLÉS S. (2012). Industrial Engineering: Innovative Networks. Capítulo 30: *On the Exact Calculation of the Fill Rate for Repairable Parts: Application to an Airline Company*. Springer-Verlag London Limited.

60. PASCHALIDIS I. C., LIU Y., CASSANDRAS C. G., PANAYIOTOU C. (2004). Inventory Control for Supply Chains with Service Level Constraints: a Synergy between large deviations and perturbation analysis. *Annals of Operations Research*; Vol. 126(1-4); 231-258.
61. PEÑA D. (1998). *Estadística. Modelos y Métodos. 1. Fundamentos*. Alianza Universidad Textos.
62. PORTEUS E. L. (1985). Numerical Comparisons of Inventory Policies for Periodic Review Systems. *Operations Research*; Vol. 33(1); 134-152.
63. RAMANATHAN R. (2006). ABC inventory classification with multiple-criteria using weighted linear optimization. *Computers & Operations Research*; Vol. 33(3); 695-700.
64. RAO U. S. (2003). Properties of the Periodic Review (R, T) Inventory Control Policy for Stationary Stochastic Demand. *Manufacturing and Service Operations Management*; Vol. 5(1); 37-53.
65. RICE J. A. (1995). *Mathematical statistics and data analysis*. Duxbury Press.
66. ROSSI R., TARIM S. A., HNICHT B., PRESTWICH S. (2008). A global chance-constraint for stochastic inventory systems under service level constraints. *Constraints*; Vol. 13(4); 490-517.
67. SANI B., KINGSMAN B. G. (1997). Selecting the best periodic inventory control and demand forecasting methods for low demand items. *Journal of the Operational Research Society*; Vol. 48(7); 700-713.
68. SCHNEIDER H. (1978). Methods for Determining Re-Order Point of an (S,S) Ordering Policy when a Service Level is Specified. *Journal of the Operational Research Society*; Vol. 29(12); 1181-1193.
69. SCHNEIDER H. (1981). Effect of service-levels on order-points or order-levels in inventory models. *International Journal of Production Research*; Vol. 19(6); 615-631.
70. SCHULTZ C. R. (1987). Forecasting and Inventory Control for Sporadic Demand Under Periodic Review. *Journal of the Operational Research Society*; Vol. 38(5); 453-458.
71. SCHULTZ C. R. (1989). Replenishment Delays for Expensive Slow-Moving Items. *Management Science*; Vol. 35(12); 1454-1462.
72. SEGERSTEDT A. (1994). Inventory control with variation in lead times, especially when demand is intermittent. *International Journal of Production Economics*; Vol. 35(1-3); 365-372.
73. SEZEN B. (2006). Changes in performance under various lengths or review periods in a periodic review inventory control system with lost sales: a simulation study. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*; Vol. 36 (5); 360-373.

74. SHERBROOKE C. C. (1968). Metric: A Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control. *Operations Research*; Vol. 16(1); 122-141.
75. SILVER E. A. (1981). Operations-Research in Inventory Management - A Review and Critique. *Operations Research*; Vol. 29(4); 628-645.
76. SILVER E. A., PETERSON R. (1985). *Decisions system for inventory management and production planning*. 2^a ed. John Wiley & Sons.
77. SILVER E. A., PYKE D. F., PETERSON R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*. 3^a ed. John Wiley & Sons.
78. SILVER E. A. (1970). A Modified Formula for Calculating Customer Service Under Continuous Inventory Review. *AIIE Transactions*; Vol. 2(3); 241-245.
79. SILVER E. A., BISCHAK D. P. (2011). The exact fill rate in a periodic review base stock system under normally distributed demand. *Omega International Journal of Management Science*; Vol. 39(3); 346-349.
80. SIMON J. T., HOPP W. J. (1991). Availability and Average Inventory of Balanced Assembly-Like Flow Systems. *IIE Transactions*; Vol. 23(2); 161-168.
81. SMITH S. A., CHAMBERS J. C., SHLIFER E. (1980). Optimal inventories based on job completion rate for repairs requiring multiple items. *Management Science*; Vol. 26(8); 849-854.
82. SMITS S. R., WAGNER M., KOK G. D. (2004). Determination of an order-up-to policy in the stochastic economic lot scheduling model. *International Journal of Production Economics*; Vol. 90(3); 377-389.
83. SNYDER R. D. (1984). Inventory control with the gamma probability distribution. *European Journal of Operational Research*; Vol. 17(3); 373-381.
84. SOBEL M. J. (2004). Fill rates of single-stage and multistage supply systems. *Manufacturing and Service Operations Management*; Vol. 6(1); 41-52.
85. SONG J. S. (1998). On the order fill rate in a multi-item, base-stock inventory system. *Operations Research*; Vol. 46(6); 831-845.
86. STATSOFT I. (2008). *STATISTICA, data analysis software system. Version 8.0.* www.statsoft.com.
87. STOCK W. J., LAMBERT D. M. (2001). *Strategic Logistics Management*. 4^a ed. Irwin-McGraw Hill.
88. STRIJBOSCH L. W. G., HEUTS R. M. J., VAN DER SCHOOT E. H. M. (2000). A combined forecast - inventory control procedure for spare parts. *Journal of the Operational Research Society*; Vol. 51(10); 1184-1192.
89. SYNTETOS A. A., BOYLAN J. E. (2005). The accuracy of intermittent demand estimates. *International Journal of Forecasting*; Vol. 21(2); 303-314.

90. SYNTETOS A. A., BOYLAN J. E. (2006). On the stock control performance of intermittent demand estimators. *International Journal of Production Economics*; Vol. 103(1); 36-47.
91. SYNTETOS A. A., BOYLAN J. E., CROSTON J. D. (2005). On the categorization of demand patterns. *Journal of the Operational Research Society*; Vol. 56(5); 495-503.
92. TARIM S. A., KINGSMAN B. G. (2006). Modelling and Computing (R_n, S_n) policies for inventory systems with non-stationary stochastic demand. *European Journal of Operational Research*; Vol. 174(1); 581-599.
93. TEMPELMEIER H. (2000). Inventory service-levels in the customer supply chain. *OR Spektrum*; Vol. 22(3); 361-380.
94. TEMPELMEIER H. (2007). On the stochastic uncapacitated dynamic single-item lotsizing problem with service level constraints. *European Journal of Operational Research*; Vol. 181(1); 184-194.
95. TEUNTER R. H. (2006). The multiple-job repair kit problem. *European Journal of Operational Research*; Vol. 175(2); 1103-1116.
96. TEUNTER R. H. (2009). Note on the fill rate of single-stage general periodic review inventory systems. *Operations Research Letters*; Vol. 37(1); 67-68.
97. TEUNTER R. H., SYNTETOS A. A., BABAI M. Z. (2010a). Determining order-up-to levels under periodic review for compound binomial (intermittent) demand. *European Journal of Operational Research*; Vol. 203(3); 619-624.
98. TEUNTER R. H., ZIED BABAI M., SYNTETOS A. A. (2010b). ABC Classification: Service Levels and Inventory Costs. *Production and Operations Management*; Vol. 19(3); 343-352.
99. THOMOPOULOS N. (2004). Demands, Backorders, Service Level, Lost Sales and Effective Service Level. *Journal of Business & Economics Research*; Vol. 2(11); 87-92.
100. THOMOPOULOS, N. (2007). Lost Sales. *NEDSI Proceedings*.
101. VAN DER HEIJDEN M. C., DE KOK T. (1998). Estimating stock levels in periodic review inventory systems. *Operations Research Letters*; Vol. 22(4-5); 179-182.
102. VAN DER HEIJDEN M.C. (2000). Near cost-optimal inventory control policies for divergent networks under fill rate constraints. *International Journal of Production Economics*; Vol. 63(2); 161-179.
103. VEINOTT A. F., WAGNER H. M. (1965). Computing optimal (s, S) inventory Policies. *Management Science*; Vol. 11(5); 525-552.
104. VEREECKE A., VERSTRAETEN P. (1994). An Inventory Management Model for An Inventory Consisting of Lumpy Items, Slow Movers and Fast Movers. *International Journal of Production Economics*; Vol. 35(1-3); 379-389.

105. VISWANATHAN S., BHATNAGAR R. (2005). The application of ABC analysis in production and logistics: An explanation for the apparent contradiction. *International Journal of Services and Operations Managements*; Vol. 1(3); 257-267.
106. VLIEGEN I. M. H., VAN HOUTUM G. J. (2009). Approximate evaluation of order fill rates for an inventory system of service tools. *International Journal of Production Economics*; Vol. 118(1); 339-351.
107. VOLLMANN T. E., BERRY W. L., WHYBARK D. C. (1997). *Manufacturing planning and control systems*. 4^a ed. McGraw-Hill.
108. WALPOLE R. E., MYERS R. H., MYERS S. L. (1999). *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*. 6^a ed. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.
109. WANG J., SHU Y. F. (2005). Fuzzy decision modeling for supply chain management. *Fuzzy Sets and Systems*; Vol. 150(1); 107-127.
110. WILLIAMS T. M. (1984). Stock Control with Sporadic and Slow-Moving Demand. *Journal of the Operational Research Society*; Vol. 35(10); 939-948.
111. YE H. Q., CHANG T. P., CHANG H. C. (1997). An inventory control model with gamma distribution. *Microelectronics and Reliability*; Vol. 37(8); 1197-1201.
112. ZHANG J., ZHANG J. (2007). Fill rate of single-stage general periodic review inventory systems. *Operations Research Letters*; Vol. 35(4); 503-509.
113. ZHOU P., FAN L. (2007). A note on multi-criteria ABC inventory classification using weighted linear optimization. *European Journal of Operational Research*; Vol. 182(3); 1488-1491.
114. ZIPKIN P. (2008). Old and New Methods for Lost-Sales Inventory Systems. *Operations Research*; Vol. 56(5); 1256-1263.
115. ZIPKIN P. H. (2000). *Foundations of Inventory Management*. McGraw-Hill Higher Education.

ANEXOS

Anexo I. MÉTODO DE CÁLCULO DE LA TASA DE UNIDADES SERVIDAS PROPUESTO EN SILVER (1970)

Hipótesis de Silver (1970):

1. La demanda sigue una distribución Normal con media y desviación típica (μ, σ) ;
2. La demanda en los distintos periodos es sistemática e independiente e idénticamente distribuida;
3. La varianza de la demanda es lo suficientemente pequeña como para asegurar que la demanda no toma valores negativos, situación que puede producirse al asumir demandas normales;
4. El plazo de aprovisionamiento, L , es constante y conocido;
5. La demanda no servida en un periodo es diferido al periodo siguiente.

Derivación de Silver (1970):

En un sistema (s, S) , cuando el inventario alcanza o está por debajo del punto de pedido (s) se lanza una orden de aprovisionamiento de tamaño Q que llega al inventario L periodos más tarde. Una vez esta recepción se ha añadido al inventario, se atiende la demanda diferida del ciclo anterior (es decir, los pedidos pendientes) y una porción de esa Q recibida, que Silver (1970) denomina V , está disponible para satisfacer la demanda del ciclo. Por tanto $V \in [0, Q]$. Si $V = 0$ significa que los órdenes pendientes son mayores o iguales que la orden, Q . Si en cambio V es igual a Q significa que no existían órdenes pendientes del ciclo anterior. Por tanto, puede definirse el balance de inventario de V de modo que

$$V = \begin{cases} Q & \text{si } NS \geq 0 \\ Q + n & \text{si } -Q < NS < 0 \\ 0 & \text{si } NS < -Q \end{cases}$$

donde NS representa el inventario neto justo antes de recibir la orden de aprovisionamiento. Redefiniendo este balance de inventarios en términos de la demanda durante el plazo de aprovisionamiento D_L , se tiene que

$$V = \begin{cases} Q & \text{si } D_L \leq s \\ s + Q - D_L & \text{si } s < D_L < s + Q \\ 0 & \text{si } D_L > s + Q \end{cases}$$

y por tanto, el valor esperado de V se calculará como

$$E(V) = \int_{-\infty}^s Q \cdot f_{D_L}(D_L) dD_L + \int_s^{s+Q} (s+Q-D_L) \cdot f_{D_L}(D_L) dD_L + \int_{s+Q}^{\infty} 0 \cdot f_{D_L}(D_L) dD_L \quad (9.1)$$

Dado que $E(V)$ representa la demanda que puede servirse en un ciclo con el stock que queda disponible una vez atendidas las demandas diferidas, y que la demanda media de un ciclo en un sistema de revisión continua es Q , la tasa de unidades servidas según Silver (1970) es

$$FR_{Silver70} = \frac{E(V)}{Q} = \frac{\int_{-\infty}^s Q \cdot f_{D_L}(D_L) dD_L + \int_s^{s+Q} (s+Q-D_L) \cdot f_{D_L}(D_L) dD_L + \int_{s+Q}^{\infty} 0 \cdot f_{D_L}(D_L) dD_L}{Q} \quad (9.2)$$

Considerando una demanda que siga una distribución Normal,

$$FR_{Silver70} = 1 - \frac{\sigma_L}{Q} \left[E(k) - E\left(k + \frac{Q}{\sigma_L}\right) \right] \quad (9.3)$$

Que puede reescribirse utilizando la expresión de la función $G(k)$ como

$$FR_{Silver70} = 1 - \frac{\sigma_L}{Q} \left[G(k) - G\left(k + \frac{Q}{\sigma_L}\right) \right] \quad (9.4)$$

Anexo II. CÁLCULO DEL VECTOR DE PROBABILIDADES DEL STOCK FÍSICO DISPONIBLE AL INICIO DE CICLO

Para poder calcular las expresiones (2.32) y (2.37) es necesario conocer la probabilidad de cada nivel de stock físico al inicio de ciclo, es decir, el vector $\overline{P(OH_0)}$. Para determinar el valor de dicho vector, se sigue el procedimiento de cálculo propuesto por Cardós et al. (2006) y Cardos y Babiloni (2011) para determinar la distribución de probabilidades al inicio del ciclo. Siguiendo estos trabajos, el stock físico disponible en el instante $R-L$, i.e. justo después de lanzar la orden de aprovisionamiento (véase la Figura 2.3 en la que se muestra la evolución del stock en un sistema de no diferimiento de demanda perdida) se define como:

$$OH_{R-L} = [OH_0 - D_{R-L}]^+ \quad (9.5)$$

y por tanto,

$$P(OH_{R-L} = j) = \sum_{i=1}^S P(OH_{R-L} = j | OH_0 = i) \cdot P(OH_0 = i) \quad (9.6)$$

expresando (9.5) como matrices

$$\overline{P(OH_{R-L})} = \overline{P(OH_0 = i)} \cdot \overline{M_{R-L}} \quad (9.7)$$

donde

$$\overline{M_{R-L}} = [m_{ji}] \quad (9.8)$$

y de acuerdo con (9.5)

$$m_{ji} = P(j = [i - D_{R-L}]^+) = \begin{cases} P(D_{R-L} \geq i) = 1 - F_{R-L}(i-1) & j=0 \\ P(D_{R-L} = i-j) = f_{R-L}(i-j) & j>0 \end{cases} \quad (9.9)$$

y a partir de las expresiones (9.9) y (9.7) puede obtenerse la probabilidad de cualquier nivel del stock físico disponible en el instante $R-L$ de forma analíticamente sencilla.

Siguiendo este mismo razonamiento, el stock físico disponible en R puede expresarse como

$$OH_R = [OH_{R-L} - D_L]^+ + S - OH_{R-L} \quad (9.10)$$

y análogamente a lo anterior,

$$\overline{P(OH_R)} = \overline{P(OH_{R-L})} \cdot \overline{M_L} \quad (9.11)$$

donde

$$\overline{M_L} = [m_{kj}] \quad (9.12)$$

y por tanto, según la expresión (9.10)

$$m_{kj} = P\left(k = [j - D_L]^+ + S - j\right) = \begin{cases} 0 & k + j - S < 0 \\ 1 - F_L(j-1) & k + j - S = 0 \\ f_L(S-k) & k + j - S > 0 \end{cases} \quad (9.13)$$

De este modo, a partir de las expresiones (9.7) y (9.11)

$$P(\overline{OH}_R) = P(\overline{OH}_{R-L}) \cdot \overline{\overline{M}}_L = P(\overline{OH}_0) \cdot \overline{\overline{M}}_{R-L} \cdot \overline{\overline{M}}_L = P(\overline{OH}_0) \cdot \overline{\overline{M}}_R \quad (9.14)$$

Donde $\overline{\overline{M}}_R = \overline{\overline{M}}_{R-L} \cdot \overline{\overline{M}}_L$ se definen como matrices de transición entre los niveles de inventario desde el inicio del ciclo hasta el final del mismo. Por tanto, puede deducirse que

$$P(\overline{OH}_{mR}) = P(\overline{OH}_0) \cdot \overline{\overline{M}}_R^m \quad (9.15)$$

y si las potencias de la matriz de transición convergen en $\overline{\overline{M}}$, entonces

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P(\overline{OH}_{mR}) = P(\overline{OH}_0) \cdot \overline{\overline{M}} \quad (9.16)$$

donde $P(\overline{OH}_0)$ es igual a una de las filas de la matriz de transición.

Anexo III. RELACIÓN ENTRE p Y LOS PARÁMETROS DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA DEMANDA.

Syntetos et al. (2005) clasifican la demanda en cuatro tipologías, errática, suave, intermitente y grumosa, en función del valor que tome el coeficiente de variación cuadrado de la distribución de las órdenes de demanda, CV^2 , y del intervalo medio entre demandas, p . Por tanto, para poder representar en el espacio CV^2 - p las distribuciones consideradas en la experimentación, en primer lugar será necesario relacionar los parámetros de las mismas con la distribución de probabilidades de la frecuencia de las órdenes y obtener de este modo una expresión analítica para p .

Sea Y la variable aleatoria que representa el número de periodos que transcurren hasta el primero con demanda, que sigue una distribución geométrica con parámetro q . Según esto, el intervalo medio entre demandas se calcula como

$$p = E(Y) = \frac{1-q}{q} \quad (9.17)$$

Existe una relación entre los parámetros de la distribución de probabilidad de la demanda y la distribución Geométrica (q). Sea $f(\cdot)$ la función de probabilidad inicial de la demanda, discreta y conocida. La relación entre ambas distribuciones se expresa como

$$q = 1 - f(0) \quad (9.18)$$

y por tanto, el intervalo medio entre demandas puede calcularse en función de los parámetros de la distribución de demanda inicial como

$$p = \frac{f(0)}{1 - f(0)} \quad (9.19)$$

Esta expresión puede particularizarse para cada una de las distribuciones consideradas en los experimentos.

Relación entre p y los parámetros de la distribución de Poisson

La función de probabilidad de una distribución de Poisson(λ) viene dada por la siguiente expresión

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \quad \lambda \in [0, \infty) \quad (9.20)$$

Por lo tanto, la probabilidad de que la demanda sea igual a cero es

$$P(0) = e^{-\lambda} \quad (9.21)$$

Luego, intervalo medio entre demandas para una distribución de Poisson(λ) se calcula como

$$p = \frac{e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}} \quad (9.22)$$

Relación entre p y los parámetros de la distribución Binomial

La función de probabilidad de una distribución Binomial(n, ϑ) viene dada por la expresión

$$P(x) = \binom{n}{x} \cdot \theta^x (1-\theta)^{n-x} \quad n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq \theta \leq 1 \quad (9.23)$$

Por lo tanto, la probabilidad de que la demanda sea igual a cero es

$$P(0) = (1-\theta)^n \quad (9.24)$$

Luego el intervalo medio entre demandas para una distribución Binomial(n, ϑ), se calcula como

$$p = \frac{(1-\theta)^n}{1 - (1-\theta)^n} \quad (9.25)$$

Relación entre p y los parámetros de la distribución Binomial Negativa

La función de probabilidad de una distribución Binomial Negativa(r, ϑ) viene dada por la expresión

$$P(x) = \binom{x+r-1}{x} \cdot \theta^r \cdot (1-\theta)^x \quad r \in \mathbb{N} \quad 0 < \theta < 1 \quad (9.26)$$

Por tanto, la probabilidad de que la demanda sea igual a cero se expresa como

$$P(0) = \theta^r \quad (9.27)$$

y el intervalo medio entre demandas como

$$p = \frac{\theta^r}{1 - \theta^r} \quad (9.28)$$

Anexo IV. RELACIÓN ENTRE CV^2 Y LOS PARÁMETROS DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA DEMANDA

Análogamente al Anexo II, para poder representar en el espacio CV^2 las distribuciones consideradas en la experimentación, también será necesario relacionar los parámetros de las mismas con la distribución de probabilidades del tamaño de las órdenes y obtener de este modo una expresión analítica para CV^2 .

El coeficiente de variación cuadrado de una variable aleatoria X distribuida según una función de probabilidad discreta se calcula como

$$CV^2(X) = \frac{Var(X)}{E^2(X)} \quad (9.29)$$

Por definición

$$E(X) = \sum_{x_i=0}^{\infty} x_i \cdot P(x_i) \quad (9.30)$$

Siguiendo este razonamiento, la esperanza matemática de la distribución de las órdenes de demanda se calcula como

$$E(Y) = \sum_{y_i=1}^{\infty} y_i \cdot P(y_i) \quad (9.31)$$

Para esta nueva distribución en la que se extraen los valores de demanda nula la distribución de probabilidades se relaciona como

$$P(y_i) = \frac{P(x_i)}{1 - P(0)} \quad (9.32)$$

Tomando esperanzas a ambos lados de la igualdad, se obtiene la relación entre ambas

$$E(Y) = \frac{1}{1 - P(0)} \cdot E(X) \quad (9.33)$$

Análogamente, la varianza de X se calcula por definición como

$$Var(X) = \sum_{x_i=0}^{\infty} [x_i - E(X)]^2 \cdot P(x_i) \quad (9.34)$$

Por tanto, la varianza de la nueva distribución se obtiene como

$$Var(Y) = \sum_{y_i=1}^{\infty} [y_i - E(Y)]^2 \cdot P(y_i) \quad (9.35)$$

Al desarrollar la expresión (9.35) se tiene que

$$Var(X) = E^2(X) \cdot P(0) + \sum_{x_i=1}^{\infty} [x_i - E(X)]^2 \cdot P(x_i) \quad (9.36)$$

y sustituyendo las expresiones (9.32) y (9.33) en el segundo término de la expresión (9.36), éste queda como

$$\begin{aligned}
 & \sum_{x_i=1}^{\infty} [x_i - E(X)]^2 \cdot P(x_i) = \sum_{x_i=1}^{\infty} [x_i - E(Y) \cdot \alpha]^2 \cdot \alpha \cdot P(y_i) = \\
 & = \alpha \cdot \sum_{y_i=1}^{\infty} [y_i - E(Y) \cdot \alpha]^2 \cdot P(y_i) = \\
 & = \alpha \left[\text{Var}(Y) + \sum_{y_i=1}^{\infty} [-2y_i \cdot E(Y) \cdot (\alpha - 1) + E^2(Y) \cdot (\alpha^2 - 1)] \cdot P(y_i) \right] = \\
 & = \alpha \left[\text{Var}(Y) + E^2(Y) \cdot (\alpha^2 - 1) - 2 \cdot E^2(Y) \cdot (\alpha - 1) \right] = \\
 & = \alpha \left[\text{Var}(Y) + E^2(Y) \cdot (\alpha - 1)^2 \right]
 \end{aligned}$$

donde $\alpha = 1 - P(0)$

y por tanto

$$\text{Var}(X) = E^2(X) \cdot P(0) + (1 - P(0)) \cdot \left[\text{Var}(Y) + E^2(Y) \cdot P(0)^2 \right] \quad (9.37)$$

De este modo, se puede obtener la varianza de la variable aleatoria Y como

$$\text{Var}(Y) = \left[\text{Var}(X) - \frac{E^2(X) \cdot P(0)}{1 - P(0)} \right] \cdot \frac{1}{1 - P(0)} \quad (9.38)$$

A partir del valor esperado y de la varianza de la distribución inicial podemos calcular el CV^2 de la distribución del tamaño de las órdenes de demanda mediante las expresiones (9.33) y (9.38). A continuación, se particulariza la expresión para el cálculo del $CV^2(Y)$ en función de los parámetros de las distribuciones de Poisson, Binomial y Binomial Negativa.

Relación entre CV^2 y los parámetros de la distribución de Poisson

Si la demanda se distribuye según una función de probabilidad de Poisson(λ), entonces

$$E(X) = \lambda$$

$$\text{y } \text{Var}(X) = \lambda$$

Según la expresión (9.33)

$$E(Y) = \frac{\lambda}{1 - P(0)} \quad (9.39)$$

y según la expresión (9.38)

$$\text{Var}(Y) = \left[\lambda - \frac{\lambda^2 \cdot P(0)}{1 - P(0)} \right] \cdot \frac{1}{1 - P(0)} \quad (9.40)$$

Por tanto, dado que para una distribución de Poisson(λ) $P(0) = e^{-\lambda}$, el coeficiente de variación cuadrado para la distribución de las órdenes de demanda se calcula como

$$CV^2(Y) = \frac{Var(Y)}{E^2(Y)} = \frac{1 - e^{-\lambda} - \lambda \cdot e^{-\lambda}}{\lambda} \quad (9.41)$$

Relación entre CV^2 y los parámetros de la distribución Binomial

Si la demanda se distribuye según una función de probabilidad Binomial(n, θ), entonces

$$E(X) = n \cdot \theta$$

$$\text{y } Var(X) = n \cdot \theta \cdot (1 - \theta)$$

Según la expresión (9.33)

$$E(Y) = \frac{n \cdot \theta}{1 - P(0)} \quad (9.42)$$

y según la expresión (9.38)

$$Var(Y) = \left[n \cdot \theta \cdot (1 - \theta) - \frac{n^2 \cdot \theta^2 \cdot P(0)}{1 - P(0)} \right] \cdot \frac{1}{1 - P(0)} \quad (9.43)$$

Por tanto, dado que para una distribución Binomial(n, θ) $P(0) = (1 - \theta)^n$, el coeficiente de variación cuadrado para la distribución de las órdenes de demanda se calcula como

$$CV^2(Y) = \frac{Var(Y)}{E^2(Y)} = \frac{\left[(1 - \theta) \cdot (1 - (1 - \theta)^n) \right] - \left[n \cdot \theta \cdot (1 - \theta)^n \right]}{n \cdot \theta} \quad (9.44)$$

Relación entre CV^2 y los parámetros de la distribución Binomial Negativa

Si la demanda se distribuye con una función de probabilidad Binomial Negativa(r, θ), entonces

$$E(X) = r \cdot \frac{(1 - \theta)}{\theta}$$

$$\text{y } Var(X) = r \cdot \frac{(1 - \theta)}{\theta^2}$$

Según la expresión (9.33)

$$E(Y) = \frac{r \cdot (1 - \theta)}{\theta \cdot (1 - P(0))} \quad (9.45)$$

y según la expresión (9.38)

$$\text{Var}(Y) = \left[\frac{r \cdot (1-\theta)}{\theta^2} - \frac{\frac{r^2 \cdot (1-\theta)^2}{\theta^2} \cdot P(0)}{1-P(0)} \right] \cdot \frac{1}{1-P(0)} \quad (9.46)$$

Por tanto, dado que para una distribución Binomial Negativa(r, θ) $P(0) = \theta^r$, el coeficiente de variación cuadrado para la distribución de los órdenes de demanda se calcula como

$$\text{CV}^2(Y) = \frac{\text{Var}(Y)}{E^2(Y)} = \frac{1 - \theta^r - r \cdot \theta^r \cdot (1-\theta)}{r \cdot \theta} \quad (9.47)$$