



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

Departamento de Ingeniería Electrónica

Tesis Doctoral

**Estudio e implementación de algoritmos  
digitales para la mejora de la resolución  
temporal en sistemas de tomografía por  
emisión de positrones.**

Presentada por:

D. José María Monzó Ferrer

Dirigida por:

Dr. D. Christoph W. Lerche

Dr. D. Raúl Esteve Bosch

*Valencia, Septiembre 2012*



Para Bea



**Mizu ni kage aru**

**tabibito dearu**

“En el agua hay un reflejo  
Es alguien que va de viaje ”

Taneda Santôka

**Tsukareta ashi e**

**tonbô tomatta**

“En mis piernas cansadas  
se ha posado  
una libélula”

Taneda Santôka

**Akikaze no**

**ishi o hirou**

“Con viento de otoño  
recojo una piedra”

Taneda Santôka



# Agradecimientos

Quiero dedicar este trabajo a toda la gente que con todo su apoyo lo ha hecho posible.

Gracias a mis directores Christoph Lerche y Raúl Esteve por toda su dedicación y todos sus consejos. Ellos han hecho más fácil llevar a cabo esta aventura.

También quiero agradecer a Vicente Herrero por todo su conocimiento y ayuda desinteresada durante estos largos años. A Rafa Gadea y Ángel Sebastía por creer en mí y darme la oportunidad de iniciar este viaje. A Jorge Martínez por todo el apoyo que me dio en los inicios de este camino. A Ricardo, Ximo, Ángel, Curro, Paco Mora y la gente de teleco siempre dispuesta a ayudarte en todo momento.

Me gustaría expresar mi agradecimiento a la gente del laboratorio y del instituto entre los cuales muchos hace tiempo que trascendieron la barrera del compañerismo alcanzando la amistad, Nestor, Vicente, Ana, Ramón, Christoph y Montse. Con ellos he vivido muy buenos momentos, y son uno de los ingredientes más importantes que hacen que el trabajo de investigador sea tan gratificante.

Quiero agradecer por toda su amistad a Quique, Marga, Pablo S., Pablo C., Víctor, Ana, Pablo V. y otros muchos que siempre estuvieron junto a mí.

## VIII

Este trabajo también ha sido posible gracias a mi familia, en especial mi abuelo que desde pequeño me inculcó la fascinación por el conocimiento y la ciencia. A mis padres y mis hermanos: Jose María, Maria José, César y David. Soy lo que soy gracias a ellos, y gracias a ellos seré lo que seré.

Por último, es importante remarcar que este trabajo pertenece a Bea, que con todo su amor y con toda su entrega consigue llenar de intensidad y emoción este y todos los proyectos que tenemos juntos. Esto tiene sentido gracias a ti.

Como diría Vinicius de Moraes en la “Samba de Bençao”, ¡Saravá!



# Resumen

La Tomografía por emisión de positrones (PET, “Positron Emission Tomography”) es una técnica de diagnóstico médico que se encarga de mostrar imágenes de la distribución de radioisótopos dentro del cuerpo, permitiendo de esta forma observar procesos metabólicos que ocurren en su interior.

Los sistemas PET se encargan de detectar pares de rayos gamma de 511KeV cada uno generados tras la aniquilación de un positrón con un electrón. De cada rayo gamma detectado, se obtiene su energía, la posición en la que el rayo es detectado y el tiempo exacto en el que el evento ha sido detectado. Se denomina tiempo de coincidencia a la diferencia de tiempos entre dos eventos. La resolución temporal de un sistema vendrá determinada por el error temporal cometido en la medida del tiempo de coincidencia. Una mejora en la resolución temporal implica una reducción del ruido de las imágenes generadas en el sistema PET.

Tradicionalmente, las técnicas para la extracción del tiempo de un evento recibido han sido implementadas analógicamente. Estas técnicas permiten alcanzar una muy buena resolución temporal. Sin embargo, la electrónica usada en las técnicas analógicas está muy adaptada a un detector específico, es compleja y poco configurable. La búsqueda de coincidencias en sistemas con muchos detectores que hacen uso de técnicas analógicas se vuelve un gran problema, pues hace necesario un incremento de la complejidad de la electrónica muchas veces inabordable. Existe una tendencia actual a reducir la electrónica analógica de los sistemas PET sustituyéndola por electrónica digital mediante una temprana digitalización

de las señales de los detectores. Por tanto, deben proponerse y estudiarse algoritmos digitales para la extracción de una marca temporal de los eventos detectados. Por el momento, las técnicas digitales actuales no alcanzan las resoluciones temporales de las técnicas analógicas.

El presente estudio se enmarca dentro del ámbito de los discriminadores de tiempo digitales. En el grupo de investigación, se dispone de un setup de medida con dos detectores de rayos gamma cuyas señales de salida se procesan en un front-end analógico. Las señales resultantes del front-end analógico son digitalizadas en un sistema de adquisición donde se procesan digitalmente. La búsqueda de una mejora en la resolución temporal del sistema y el hecho de que el procesado digital, todavía poco aplicado a los sistemas PET, puede proporcionar grandes mejoras en dicha resolución fueron la motivación inicial de la presente investigación.

Durante la tesis, se proponen diferentes algoritmos digitales para la extracción de la información temporal de los pulsos recibidos. En un primer paso, se realiza un estado del arte a partir del cual se aportan diferentes posibles soluciones al problema. Los algoritmos propuestos están basados en bloques de procesado digital que pueden combinarse entre ellos. Estos algoritmos extraen la información temporal de las señales procesadas haciendo uso de versiones digitales adaptadas y configurables de discriminadores analógicos clásicos junto con bloques digitales que no poseen su análogo analógico. Uno de estos bloques digitales implementado se encarga de aumentar la frecuencia de muestreo mediante interpolación por filtro paso bajo, interpolando por factores  $\times 2$  y  $\times 3$  la señal de entrada. Entre los algoritmos analizados, el estudio propone nuevos discriminadores que se basan en hacer un cálculo digital de la carga de los pulsos recibidos, interpolados o no interpolados, obteniendo resultados mejores que con las configuraciones clásicas que trabajan con el pulso directamente adquirido y sin procesar.

Para realizar el estudio del comportamiento de los discriminadores evaluados, se desarrolla una simulación que permite validar todo el sistema PET desde los detectores, generando pulsos lo más realistas posibles; la electrónica analógica, simulada mediante simuladores de tipo SPICE; y a nivel digital, estudiando el comportamiento de los algoritmos propuestos. Los algoritmos son simulados con distintas configuraciones, condiciones de

jitter de reloj y ruido.

Por último, todos los algoritmos propuestos son programados en la FPGA del sistema con arquitecturas que trabajan en tiempo real a medida que se vayan detectando eventos. Se definen y llevan a cabo una serie de experimentos que validan en condiciones reales en el setup de medida el funcionamiento de los discriminadores. Las medidas también permiten validar la simulación desarrollada. De esta forma, se dispone de una plataforma de test para futuras mejoras.

Como conclusión final, en el trabajo se demuestra como un adecuado procesado digital de la señal permite mejorar la resolución temporal del sistema de forma considerable. El procesado digital, de gran flexibilidad frente al analógico, junto con el incremento de la velocidad de los dispositivos digitales programables y el incremento de la frecuencia de muestreo y de la integración de los convertidores analógicos-digitales (ADCs, “Analog to digital converters”) hacen prever un aumento en el número de sistemas PET con estas características en un futuro no lejano y, por tanto, las soluciones investigadas en trabajos como el aquí presentado proporcionarán un aporte básico y necesario para futuros desarrollos.



# Abstract

Positron emission tomography (PET) is a medical diagnosis technique that shows images of the distribution of radioisotopes inside the body, thus allowing the observation of the metabolic processes that occur there.

PET systems detect pairs of gamma rays, of 511KeV each, which are generated after the annihilation of a positron with an electron. From each detected gamma ray, it is possible to obtain its energy, the position in which the ray is detected and the exact time in which the event has been detected. The coincidence time can be defined as the difference between the detected times of two consecutive events. The time resolution of a system will be determined by the timing error that is generated in the measurement of the coincidence time. An improvement in the time resolution implies a noise reduction in the PET reconstructed images.

Traditionally, received event time extraction techniques have been implemented analogically. These techniques allow the achievement of a very good time resolution. However, the electronic that is used in analog techniques is adapted to a specific detector, is complex and with few possibilities of configuration. The search for coincidences in systems with many detectors that are based on analog techniques is a difficult task, because it requires an increment in the complexity that is unaffordable in many occasions. Nowadays, it exists a current trend to reduce the PET systems analog electronic, substituting it with digital electronic by means of an early digitalization of the detector signals. Consequently, digital algorithms for time stamp extraction from the detected events should be proposed and evaluated. Right now, digital techniques do not achieve the time resolutions of

analog techniques.

The present study deals about digital time discriminators. In the research group, there is a setup for measurement with two gamma ray detectors. Their output signals are processed in an analog front-end. The signals obtained from the analog front-end are digitalized in a data acquisition system where they are digitally processed. The initial motivation of the present research was the search for an improvement in the time resolution of the system and the fact that the digital processing, still with a low application in PET systems, can provide a big improvement in that resolution.

During the PhD Thesis, different digital algorithms for time information extraction of the received pulses are proposed. In a first step, a state of the art is prepared. Based on it, different possible solutions to the problem are proposed. The proposed algorithms are based on digital processing blocks that can be combined between them. These algorithms extract the time information of the processed signals by means of digital and configurable versions adapted from their analog equivalents. One of these digital blocks that has been implemented is used to increase the sampling frequency by means a low pass filter interpolation. The block can interpolate the input signals by factors  $\times 2$  and  $\times 3$ . Among the analyzed algorithms, the study proposes new discriminators based on a digital calculus of the charge of the received interpolated or not interpolated pulses, obtaining better results than the classical configurations that work directly with the acquired pulse without processing.

To conduct the study about the behavior of the evaluated discriminators, a simulation is developed to validate all the PET system behavior from the detectors, generating pulses as realistic as possible; the analog electronic, simulated by means of SPICE simulators; and, at digital level, studying the behavior of the proposed algorithms. The algorithms are simulated with different configurations, clock jitter conditions and noise.

At last, all the proposed algorithms are programmed in the FPGA of the system selecting the right architectures to work in real time as soon as events are detected. A number of experiments using the available measurement setup are defined and conducted to validate in real conditions the proposed discriminators. The results obtained from the measurements

also validate the developed simulation testbench. That way, a testbench is available for future developments.

In conclusion, the present work shows how the time resolution of the PET system can be improved just using the right digital signal processing methods.

It is expected that the next generation PET systems will be based on an intense digital signal processing. That is due to the great flexibility of the digital processing when compared with the analog one, the increase of the velocity of programmable digital devices and the increase of the sampling rate and the analog to digital converters (ADCs) integration. Consequently, the solutions that are investigated in works like the present one will provide a basic and necessary contribution for future developments.





# Resum

La Tomografia per emissió de positrons (PET, “Positron Emission Tomography”) és una tècnica de diagnosi mèdica que és capaç de mostrar imatges de la distribució de radioisòtops dins del cos, permetent d’aquesta manera observar processos metabòlics que ocorren al seu interior.

Els sistemes PET detecten parells de raigs gamma de 511 KeV cadascú generats després de l’aniquilació d’un positró amb un electró. De cada raig gamma detectat, s’obté la seua energia, la posició en la qual el raig és detectat i el temps exacte en el qual l’event ha estat detectat. Es denomina temps de coincidència a la diferència de temps entre dos events. La resolució temporal d’un sistema vindrà determinada per l’error temporal comés en la mesura del temps de coincidència. Una millora en la resolució temporal implica una reducció del soroll de les imatges generades al sistema PET.

Tradicionalment, les tècniques per a extracció del temps d’un event rebut han estat implementades analògicament. Aquestes tècniques permeten assolir una molt bona resolució temporal. Malgrat això, l’electrònica utilitzada a les tècniques analògiques està molt adaptada a un detector específic, és complexa i poc configurable. La recerca de coincidències en sistemes amb molts detectors que fan ús de tècniques analògiques es torna un gran problema, ja que es fa necessari un increment de la complexitat de l’electrònica moltes vegades inabordable. Existeix una tendència actual a reduir l’electrònica analògica dels sistemes PET substituint-la per electrònica digital mitjançant una digitalització inicial dels senyals dels detectors. Per tant, han de proposar-se i estudiar-se algorismes digitals per

a l'extracció d'una marca temporal dels events detectats. Pel moment, les tècniques digitals actuals no assoleixen les resolucions temporals de les tècniques analògiques.

El present estudi s'emmarca dins de l'àmbit dels discriminadors de temps digitals. Al grup d'investigació, es disposa d'un setup de mesura amb dos detectors de raigs gamma, els senyals d'eixida dels quals es processen a un front-end analògic. Els senyals resultants del front-end analògic són digitalitzats a un sistema d'adquisició on es processen digitalment. La recerca d'una millora en la resolució temporal del sistema i el fet que el processat digital, encara poc aplicat als sistemes PET, pot proporcionar grans millores en dita resolució foren la motivació inicial de la present investigació.

Durant la tesi, es proposen diferents algorismes digitals per a l'extracció de la informació temporal dels polsos rebuts. En un primer pas, es realitza un estat de l'art a partir del qual s'aporten diferents possibles solucions al problema. Els algorismes proposats estan basats en blocs de processat digital que poden combinar-se entre ells. Aquests algorismes extrauen la informació temporal dels senyals processats fent ús de versions digitals adaptades i configurables de discriminadors analògics clàssics junt amb blocs digitals que no tenen un equivalent analògic. Un d'aquests blocs digitals implementats té com a funció augmentar la freqüència de mostreig mitjançant interpolació per filtre pas baix, interpolant per factors  $x2$  i  $x3$  el senyal d'entrada. Entre els algorismes analitzats, l'estudi proposa nous discriminadors que es basen en fer un càlcul digital de la càrrega dels polsos rebuts, interpolats o no interpolats, obtenint resultats millors que amb les configuracions clàssiques que treballen directament amb el pols adquirit i sense processar.

Per realitzar l'estudi del comportament dels discriminadors avaluats, es desenvolupa una simulació que permet validar tot el sistema PET des dels detectors, generant polsos el més realistes possibles; l'electrònica analògica, simulada mitjançant simuladors de tipus SPICE; i a nivel digital, estudiant el comportament dels algorismes proposats. Els algorismes són simulats amb diferents configuracions, condicions de jitter de rellotge i soroll.

Per últim, tots els algorismes proposats són programats a la FPGA del sistema mitjançant l'ús de arquitectures que treballen en temps real a

mesura que es vagen detectant events. Es defineixen i desenvolupen una sèrie d'experiments que validen en condicions reals en el setup de mesura el funcionament dels discriminadors. Les mesures també permeten validar la simulació realitzada. D'aquesta manera, es disposa d'una plataforma de test per a futures millores.

Com a conclusió final, en el treball es demostra com un adequat processat digital del senyal permet millorar la resolució temporal del sistema de forma considerable. El processat digital, de gran flexibilitat front a l'analògic, junt amb l'increment de la velocitat dels dispositius digitals programables i l'increment de la freqüència de mostreig i de la integració dels convertidors analògic-digital (ADCs, "Analog to digital converters") fan preveure un augment en el nombre de sistemes PET amb aquestes característiques en un futur no llunyà i, per tant, les solucions investigades en treballs com l'ací presentat proporcionaran una aportació bàsica i necessària per a futurs desenvolupaments.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción . . . . .	1
1.2. Motivación . . . . .	2
1.3. Objetivos . . . . .	4
1.4. Metodología . . . . .	4
1.5. Esquema de la tesis . . . . .	7
<b>2. Física del PET</b>	<b>9</b>
2.1. Tomografía por emisión de positrones . . . . .	9
2.2. Generación de radiofármacos . . . . .	11
2.2.1. Radioisótopos . . . . .	13
2.2.2. Radiofármacos . . . . .	13
2.3. Aplicaciones de PET en medicina . . . . .	17
2.4. Introducción a la física del PET . . . . .	18
2.4.1. Decaimiento $\beta^+$ . . . . .	18
2.4.2. Rango del positrón y aniquilación positrón-electrón .	19
2.4.2.1. Rango del positrón . . . . .	20
2.4.2.2. Aniquilación Positrón-Electrón . . . . .	20
2.4.3. Interacción de los rayos gamma con la materia . . . .	24
2.4.3.1. Efecto Compton . . . . .	24
2.4.3.2. Efecto fotoeléctrico . . . . .	25
2.5. Parámetros importantes en PET . . . . .	25
2.6. Aportaciones del capítulo . . . . .	32

<b>3. Estructura del tomógrafo PET utilizado</b>	<b>33</b>
3.1. Introducción . . . . .	33
3.2. Cristales centelladores . . . . .	35
3.3. Fotomultiplicadores sensibles a posición . . . . .	39
3.4. Front-end analógico . . . . .	40
3.4.1. Front-end analógico - etapa integrada . . . . .	40
3.4.2. Cálculo de la DOI . . . . .	44
3.4.3. Front-end analógico - etapa discreta . . . . .	45
3.5. Sistema de Adquisición . . . . .	50
3.6. Aportaciones del capítulo . . . . .	55
<b>4. Resolución temporal en sistemas PET</b>	<b>57</b>
4.1. Introducción . . . . .	57
4.1.1. Definición . . . . .	57
4.1.2. Efectos de la mejora de la resolución temporal en los sistemas PET . . . . .	61
4.1.3. “Time of Flight” PET . . . . .	63
4.2. Factores que afectan a la resolución temporal . . . . .	65
4.2.1. Resolución temporal del cristal centellador $\sigma_{tXTAL}$ .	68
4.2.2. Resolución temporal del fotomultiplicador $\sigma_{tPMT}$ .	75
4.2.3. Resolución temporal de la electrónica $\sigma_{tELE}$ . . . . .	78
4.2.3.1. Fuentes de error para la determinación del tiempo por la electrónica . . . . .	80
4.2.3.2. Métodos analógicos para la extracción de tiempos . . . . .	86
4.2.3.3. Métodos digitales para la extracción de tiem- pos . . . . .	94
4.3. Aportaciones del presente estudio a los métodos digitales para extracción de tiempos . . . . .	98
4.4. Aportaciones del capítulo . . . . .	98
<b>5. Algoritmos digitales propuestos para la extracción de tiem- pos</b>	<b>101</b>
5.1. Algoritmos de extracción de tiempos programados en la FPGA	101
5.1.1. Estimación de la carga . . . . .	102

5.1.2.	Interpolación mediante filtro paso bajo . . . . .	106
5.1.2.1.	Muestreo de una señal analógica . . . . .	107
5.1.2.2.	Fundamento teórico de la interpolación mediante filtro paso bajo . . . . .	109
5.1.2.3.	Implementación del algoritmo sobre FPGA	112
5.1.3.	“Constant fraction digital” mediante la generación de pulsos bipolares (BCFD) . . . . .	121
5.1.4.	Resumen de los algoritmos propuestos . . . . .	125
5.1.5.	Implementación hardware . . . . .	125
5.2.	Aportaciones del capítulo . . . . .	127
<b>6.</b>	<b>Simulación de los algoritmos propuestos</b>	<b>131</b>
6.1.	Introducción . . . . .	131
6.1.1.	Propuesta de simulación. . . . .	131
6.2.	Descripción de la simulación usada . . . . .	134
6.2.1.	Generación de las ondas . . . . .	136
6.2.2.	Simulación del front-end analógico . . . . .	138
6.2.3.	Simulación del ADC . . . . .	142
6.2.3.1.	Consideraciones sobre el reloj de muestreo	145
6.2.4.	Simulación digital . . . . .	146
6.2.5.	Grupo de medidas realizadas con la simulación . . .	148
6.3.	Estudio del jitter del reloj de muestreo sobre la resolución temporal en coincidencia . . . . .	148
6.3.1.	Conclusiones de la simulación de jitter de reloj. . . .	152
6.4.	Estudio del efecto del ruido sobre la resolución temporal en coincidencia . . . . .	156
6.4.1.	Resultados de la simulación de ruido. . . . .	157
6.4.2.	Conclusiones de la simulación de Ruido. . . . .	160
6.5.	Conclusiones globales de la simulación . . . . .	161
6.6.	Aportaciones del capítulo . . . . .	165
<b>7.</b>	<b>Medidas y Resultados</b>	<b>167</b>
7.1.	Introducción . . . . .	167
7.2.	Banco de pruebas experimental . . . . .	168
7.3.	Medida de la resolución temporal en coincidencia . . . . .	171

7.3.1. Análisis de resultados . . . . .	174
7.4. Comparación de los resultados con la simulación . . . . .	178
7.5. Medida de la variación en $z$ de los discriminadores . . . . .	182
7.5.1. Análisis de resultados . . . . .	189
7.6. Aportaciones del capítulo . . . . .	189
<b>8. Conclusiones y Líneas Futuras</b>	<b>191</b>
8.1. Conclusiones . . . . .	191
8.2. Resumen de Aportaciones . . . . .	194
8.2.1. Publicaciones en revista . . . . .	195
8.2.2. Participaciones en congresos . . . . .	196
8.2.3. Premios . . . . .	197
8.2.4. Otras aportaciones . . . . .	197
8.3. Líneas Futuras . . . . .	198
<b>A. Lista de Acrónimos</b>	<b>201</b>
<b>B. Conformador de onda <math>CR - RC^2</math></b>	<b>205</b>
B.1. Etapa $CR$ . . . . .	205
B.2. Etapa $RC^2$ . . . . .	209
<b>C. Sistema de adquisición</b>	<b>213</b>
C.1. Tarjeta de adquisición . . . . .	213
C.1.1. Estructura interna de la lógica de la FPGA . . . . .	215
C.1.2. Interfaz con la tarjeta de coincidencia. . . . .	217
C.1.3. Bloque de control . . . . .	218
C.1.4. Etapa de recepción de datos de los ADCs . . . . .	218
C.1.5. Bloque de procesado de las señales . . . . .	219
C.1.6. Bloque de procesado - Modo osciloscopio . . . . .	221
C.1.7. Bloque de procesado - Modo adquisición continua . . . . .	222
C.1.8. Bloque de procesado - Procesador del Detector . . . . .	225
C.1.9. Bloque de procesado - Ventana de coincidencia gruesa	233
C.2. Tarjeta de coincidencia . . . . .	234
C.2.1. Bloques de interfaz con las tarjetas de adquisición . . . . .	236
C.2.2. Interfaz con el módulo USB . . . . .	236
C.2.3. Bloque de control . . . . .	237



C.2.4. Algoritmo de Coincidencia . . . . .	237
C.3. Sistema de reconstrucción o PC . . . . .	241



# Capítulo 1

## Introducción

### **Resumen:**

En este capítulo se realiza una introducción al trabajo llevado a cabo durante la tesis doctoral. En él, se describen las motivaciones iniciales de la investigación, los objetivos a alcanzar durante esta y la metodología seguida para alcanzar los objetivos propuestos. Por último, se presenta un esquema de cada uno de los capítulos de la tesis.

### **1.1. Introducción**

La Tomografía por emisión de positrones (PET, “Positron Emission Tomography”) es una técnica de diagnóstico médico que se encarga de mostrar imágenes de la distribución de radioisótopos dentro del cuerpo, permitiendo de esta forma observar distintos procesos metabólicos que ocurren en su interior [1].

Los sistemas PET se encargan de detectar pares de rayos gamma de 511keV cada uno generados tras la aniquilación de un positrón con un electrón. De cada rayo gamma detectado, se debe obtener su energía, la posición en la que el rayo es detectado y el tiempo exacto en el que el

evento ha sido detectado. Se denomina tiempo de coincidencia a la diferencia de tiempos entre dos eventos. La resolución temporal del sistema vendrá determinada por el error temporal cometido en la medida del tiempo de coincidencia. Una mejora en la resolución temporal implica reducir la tasa de eventos aleatorios que son detectados como válidos, lo cual implica un aumento en el “Noise Equivalent Count Rate” (NEC), figura de mérito usada para determinar la calidad de un sistema PET. NEC indica el rendimiento efectivo de la tasa de cuentas de eventos detectados. Por tanto, un incremento en la resolución temporal implica una reducción del ruido de las imágenes generadas en el sistema PET [2].

## 1.2. Motivación

Tradicionalmente, las técnicas para la extracción del tiempo de un evento recibido han sido implementadas analógicamente. Estas técnicas permiten alcanzar una muy buena resolución temporal. Sin embargo, la electrónica usada en las técnicas analógicas está muy adaptada a un detector específico, es compleja y poco configurable. La búsqueda de coincidencias en sistemas con muchos detectores que hacen uso de técnicas analógicas se vuelve un gran problema pues hace necesario un incremento de la complejidad de la electrónica muchas veces inabordable.

Existe una tendencia actual a reducir la electrónica analógica de los sistemas PET sustituyéndola por electrónica digital mediante una temprana digitalización de las señales de los detectores o incluso un uso directo de detectores que generan señales ya digitales y un intenso procesamiento digital posterior [3, 4, 5, 6]. Por tanto, deben proponerse y estudiarse algoritmos digitales para la extracción de una marca temporal de los eventos detectados. La resolución temporal obtenida en los algoritmos digitales debe estar siempre por debajo de la resolución temporal determinada por el periodo de muestreo. Por el momento, las técnicas digitales actuales no alcanzan las resoluciones temporales de las técnicas analógicas.

Las técnicas digitales actuales para la detección de tiempos proponen versiones digitales de las técnicas analógicas más comunes: Leading Edge (LE), Constant Fraction Discriminator (CFD), y ARC (Amplitude and Rise time Compensated), que puede considerarse como una versión de CFD

[7, 8].

Muchos de los estudios realizados hasta el momento analizan versiones digitales del CFD. En estos estudios, una gran mayoría de los datos adquiridos han sido analizados offline mediante software comercial [9, 10]. Sólo unos pocos estudios han implementado el CFD digital en un dispositivo programable [11, 12, 4], como una FPGA, para su uso en PET. Uno de ellos fue realizado dentro del grupo de investigación por Martínez et al. [11], donde se presenta una versión de digital de CFD implementada en una FPGA Virtex2Pro que forma parte de un sistema de adquisición para dos detectores. Otros estudios proponen el uso de versiones digitales de LE [13, 14, 15]. Por último, cabe notar la existencia de grupos de investigación que proponen discriminadores digitales que no están basados en discriminadores analógicos [10, 16].

Dentro del ámbito de los discriminadores digitales es donde surge el presente trabajo.

En el grupo de investigación se dispone de un setup de medida con dos detectores de rayos gamma cuyas señales de salida se procesan en un front-end analógico. Las señales resultantes del front-end analógico son digitalizadas en un sistema de adquisición donde se procesan digitalmente. El sistema de adquisición permite adquirir las señales de hasta 16 canales. Cada canal generado en el detector se digitaliza con 12 bits a una frecuencia de muestreo de 70MHz. Las señales son procesadas dentro de una FPGA de Xilinx Virtex 5, en concreto, XC5VLX85T. La arquitectura del sistema permite implementar un procesado digital en tiempo real complejo. La búsqueda de una reducción de la resolución temporal del sistema y el hecho de que el procesado digital, todavía poco aplicado a los sistemas PET, puede proporcionar grandes mejoras en dicha resolución me animaron a iniciar la presente investigación. El procesado digital, de gran flexibilidad frente al analógico, junto con el incremento de la velocidad de los dispositivos digitales programables y el incremento de la frecuencia de muestreo y de la integración de los convertidores analógicos-digitales (ADCs, “Analog to digital converters”) hacen prever un aumento en el número de sistemas con estas características en un futuro no lejano y, por tanto, las soluciones investigadas en trabajos como el aquí presentado podrán proporcionar un aporte necesario para futuros desarrollos. Considero que el procesado digi-

tal aplicado a sistemas como el aquí descrito va a ser un campo fructífero en los próximos años.

### 1.3. Objetivos

Considerando el sistema descrito y las motivaciones, los objetivos planteados para el presente trabajo son:

1. Mejorar la resolución temporal del sistema disponible.
2. Hacer un estudio de distintos algoritmos digitales de extracción de tiempos que puedan ser implementados en el sistema disponible. La idea es analizar los algoritmos existentes, proponer mejoras y estudiar cómo se comportan ante distintas configuraciones.
3. Proponer nuevos discriminadores digitales para la extracción de tiempos.
4. Crear una simulación que permita validar los distintos discriminadores con distintas configuraciones. Con una simulación precisa se puede profundizar en el funcionamiento de las causas que afectan a la resolución temporal y ahorrar tiempo de diseño, ya que permite implementar en el sistema de adquisición solo las mejores soluciones. La simulación debe ser validada.
5. Comprobar el correcto funcionamiento de los discriminadores propuestos en el sistema disponible.

### 1.4. Metodología

La metodología llevada a cabo durante el presente trabajo está compuesta de diferentes etapas:

#### **Estudio del efecto de la resolución temporal en los sistemas PET**

Inicialmente se realizará un estudio de los sistemas PET, analizando el efecto de la resolución temporal en la resolución espacial del tomógrafo. Se

estudiarán las causas que hacen que la resolución temporal del tomógrafo se vea degradada. Por último, se verá en detalle el efecto de la electrónica en la resolución temporal del sistema.

### **Estado del arte en discriminadores de tiempo digitales**

Para poder entender los métodos digitales para extraer tiempos de los pulsos adquiridos de sistemas PET, antes se realizará un estudio de los métodos analógicos clásicos. Tras el estudio clásico, es importante conocer como las técnicas digitales están siendo aplicadas a la extracción de tiempos y para ello, se realizará una revisión sobre discriminadores digitales de tiempo y su uso en la actualidad.

### **Propuesta de algoritmos digitales para la extracción de tiempos**

En base a los estudios anteriores, para la extracción del tiempo final de las señales procesadas, se analizará el uso de versiones digitales adaptadas y configurables de CFD, ARC, con distintos pulsos de entrada. El procesado digital difiere mucho del procesado analógico. Variaciones en la implementación digital de los algoritmos analógicos pueden implicar una mejora o un empeoramiento en la resolución temporal final del sistema, por lo que es importante estudiar dichos efectos. Para extraer la información temporal del pulso, se aplicarán distintos procesados digitales, para de esta forma analizar el efecto que tienen estos procesados en la resolución temporal final del sistema.

Se estudiará el efecto que tiene aumentar la frecuencia de muestreo mediante interpolación por filtro paso bajo, interpolando por factores  $\times 2$  y  $\times 3$  la señal de entrada. Las implementaciones actuales de los algoritmos digitales trabajan sobre el pulso directamente. Muchos algoritmos analógicos trabajan con la salida de amplificadores de carga. Se propondrán nuevos discriminadores que se basan en hacer un cálculo digital de la carga de los pulsos recibidos, interpolados o no interpolados y estudiar si trabajar con la carga aporta alguna mejora en la resolución temporal del sistema. Todos los algoritmos propuestos deberán ser implementables en la FPGA del sistema para trabajar con ellos en tiempo real a medida que se vayan detectando eventos.

**Validación teórica los algoritmos propuestos.**

Definidos los algoritmos a estudiar, se realizará un estudio teórico de dichos algoritmos, de cómo se comportan ante señales de entrada, de su comportamiento en el dominio del tiempo. Este estudio permitirá definir la estructura de una simulación que haga posible profundizar en el comportamiento de estos algoritmos, teniendo en cuenta las causas que afectan a la resolución temporal del sistema.

**Simulación de los algoritmos de extracción de tiempos propuestos**

Se desarrollará una simulación que permita validar los distintos discriminadores propuestos. La simulación permitirá simular todo el sistema PET, desde los detectores, generando pulsos lo más realistas posibles; la electrónica analógica, simulando mediante simuladores de tipo SPICE la electrónica front-end del sistema; y a nivel digital, estudiando el comportamiento de los algoritmos propuestos.

**Implementar los algoritmos en la FPGA del sistema PET de 2 detectores disponible.**

Una vez seleccionados los algoritmos a evaluar en la FPGA, éstos serán programados en ella adoptando la arquitectura óptima, teniendo en cuenta las limitaciones técnicas, sobre todo a nivel de tiempos, para que los algoritmos puedan funcionar en el dispositivo. Los algoritmos funcionarán en tiempo real a medida que los pulsos son detectados.

**Medida y análisis de los resultados.**

Una vez finalizada la programación de las FPGAs del sistema, se realizará un diseño experimental que permita la toma de datos para las distintas configuraciones programadas. Los resultados de cada configuración serán analizados y comparados con los resultados simulados. Se obtendrán las conclusiones. Se podrá observar cómo las distintas características están afectando a la resolución temporal. Los mejores resultados permitirán seleccionar el algoritmo adecuado que mejore la resolución del sistema.



Este estudio permitirá conocer el funcionamiento en un entorno real de los discriminadores propuestos, obtener tendencias de comportamiento de los algoritmos y entender los factores que afectan a la resolución temporal. El conocimiento adquirido será necesario para el diseño de futuros algoritmos más adecuados para las FPGAs que mejoren la resolución temporal de los sistemas PET.

Las medidas también permitirán validar el entorno de simulación.

## 1.5. Esquema de la tesis

El presente documento está dividido en 8 capítulos donde se describe toda la investigación llevada a cabo:

- En el capítulo 1, el actual, se realiza una introducción a la investigación llevada a cabo, motivación, objetivos y metodología.
- En el capítulo 2, se realiza una introducción a la tomografía por emisión de positrones, sus usos en medicina, la física que hace posible la técnica y los parámetros que definen la bonanza de un sistema PET.
- Habiendo descrito los fundamentos físicos que hacen posible la técnica del PET, en el capítulo 3 se describe el tomógrafo sobre el que se ha llevado a cabo la presente investigación. Se describen los detectores, el front-end analógico y el sistema de adquisición.
- En el capítulo 4, se centra el tema en la resolución temporal. Se estudia la importancia de la resolución temporal en los sistemas PET. Se analizan los factores que influyen en la resolución final del sistema teniendo en cuenta cómo afectan a la resolución los cristales centelleadores, los PMTs (Fotomultiplicador. “Photomultiplier tube”) y la electrónica. Se describen los discriminadores analógicos típicos y se realiza un estado del arte de los discriminadores digitales actuales.
- En el capítulo 5, se describen los algoritmos digitales estudiados en el presente trabajo. Se describen los bloques de procesamiento digital de los cuales se hace uso y como estos bloques afectan a la señal de entrada.

- En el capítulo 6, se describe la simulación de los algoritmos propuestos. En él se detallan los bloques que conforman la simulación y las distintas simulaciones llevadas a cabo con sus resultados. Por último, se describen las conclusiones a las que se llega tras la simulación.
- Tras simular los algoritmos, se validan los algoritmos en el sistema de medidas disponible. En el capítulo 7, se describen las medidas llevadas a cabo en el trabajo. Se detallan los resultados y se comparan dichos resultados con los simulados. Esto valida la simulación. Durante este capítulo, se sacan conclusiones de los experimentos realizados.
- El capítulo 8 es el último del presente trabajo. En él, se desarrollan las conclusiones globales, se hace un resumen de las aportaciones y de las líneas futuras.

## Capítulo 2

# Física del PET

### Resumen:

En este capítulo se realiza una introducción a la tomografía por emisión de positrones. Se describen algunas de las aplicaciones de esta técnica en medicina. Se realiza una introducción a la física que hace posible su funcionamiento. Y por último, se resumen los parámetros que describen la bondad de un sistema PET.

### 2.1. Tomografía por emisión de positrones

La tomografía por emisión de positrones (PET, del inglés “Positron Emission Tomography”) es una técnica de diagnóstico médico de uso básicamente en [17]: Oncología, Neurología y Cardiología.

La técnica proporciona imágenes de la distribución de radioisótopos en el interior del cuerpo humano o animal. Permite observar procesos fisiológicos que se producen dentro del organismo. Para ello, es necesario el uso de radiofármacos, sustancias marcadas con isótopos radiactivos emisores de positrones. La técnica se basa en la detección de pares de fotones gamma generados tras la aniquilación del positrón emitido por un radioisótopo junto con un electrón. Por tanto, los radiofármacos deben generarse con radioisótopos que emitan positrones. Estas sustancias se verán envueltas

en los procesos como si se trataran de las sustancias no radiactivas usualmente presentes en dichos procesos. Muchas veces, la sustancia substituida no es exactamente igual al radiofármaco introducido y, por tanto, el proceso llevado a cabo por el radiofármaco es similar al de la sustancia original pero no exactamente igual, eso puede aprovecharse en el estudio médico.

Gracias a la PET se pueden visualizar una gran cantidad de procesos, a modo de ejemplo se pueden destacar las funciones del metabolismo de la glucosa, el transporte de los aminoácidos, el flujo sanguíneo o la ocupación de neuroreceptores. La PET proporciona información con gran sensibilidad de ciertos metabolismos que están acaeciendo en el interior del cuerpo, información que no puede obtenerse con otras técnicas de imagen médica como pueden ser la tomografía axial computerizada (CAT o CT, “computed axial tomography”), que es una técnica que proporciona únicamente imágenes anatómicas, o la resonancia magnética nuclear (NRM, “Nuclear Magnetic Resonance”)[18, 1].

La gran utilidad de la técnica PET radica en que las alteraciones metabólicas de una enfermedad se producen antes que las alteraciones anatómicas. De esta forma, con esta técnica se puede determinar la presencia de determinadas enfermedades con más antelación que usando CT o NRM.

Pese a las grandes ventajas que presenta esta técnica en el diagnóstico de ciertas patologías frente a otras técnicas, su ámbito de aplicación clínica, la exposición a radiación a la que se ve sometido el paciente y su elevado coste de implantación hacen que esta técnica tenga un uso menor.

Una instalación completa de PET lleva asociada una fuerte inversión en una serie de instalaciones, un elevado coste de operación y la necesidad de personal especializado. Una instalación para PET necesita de:

- Ciclotrón
- Unidad de procesado radioquímica.
- Cámara PET (tomógrafo):
  - Sistema de Detección y Adquisición.
  - Sistema de procesado y reconstrucción de las imágenes.

La corta vida de la mayor parte de los radioisótopos hace necesario que todas las instalaciones se encuentren dentro de un radio de km relativamente cerca del tomógrafo. Gracias a que los radiofármacos fluorados, los más usados, poseen un periodo de vida mayor no es necesario tener el ciclotrón y el laboratorio de radiofarmacia junto al tomógrafo, pudiendo disponer de un único ciclotrón para una determinada región donde varios centros dispongan de cámaras PET.

William H. Sweet publicó en 1951 «The use of nuclear disintegration in diagnosis and treatment of brain tumors», donde se describe la primera aplicación de la técnica en dicho año en el Hospital General de Massachusetts [19]. Su intención era localizar tumores en el cerebro. Para ello, se valió de dos detectores enfrentados. Esto, junto a la publicación de Frank R. Wrenn et al. «The use of positron emitting radioisotopes for localization of brain tumors» de 1951 [20], son los dos primeros trabajos sobre PET de los que se tiene noticia [21]. Desde entonces, la física por debajo de la técnica sigue siendo la misma, pero el avance en la calidad de los detectores, en la electrónica de adquisición y en el procesado de las señales para la reconstrucción de las imágenes hace que hoy en día el PET sea una técnica esencial para el estudio de ciertos metabolismos.

## 2.2. Generación de radiofármacos

Para la generación de gran parte de los radiofármacos es necesario el uso de un ciclotrón. Básicamente, el ciclotrón se encarga de acelerar partículas como protones o deuterones. Estas partículas aceleradas se hacen chocar sobre distintos blancos para producir la reacción nuclear que generará los isótopos emisores de positrones. Para los radioisótopos más utilizados [22], un ciclotrón de 10 MeV a 20 MeV es suficiente. La idea es producir núcleos atómicos con déficit de neutrones para que el exceso de protones se transforme en neutrones mediante decaimiento  $\beta^+$  emitiendo positrones.

Tabla 2.1: Radioisótopos comúnmente usados en la tomografía por emisión de positrones [23].

Radioisótopos	Vida Media	$\beta^+$ energía de emisión máxima (Emax) MeV	Rango máximo para Emax $\beta^+$ (mm en agua)
<i>Carbono-11 (<math>^{11}C</math>)</i>	20.4 min	0.97	4
<i>Nitrogeno-13 (<math>^{13}N</math>)</i>	9.9 min	1.20	5
<i>Oxigeno-15 (<math>^{15}O</math>)</i>	122 sec	1.74	8
<i>Fluor-18 (<math>^{18}F</math>)</i>	110 min	0.64	2.5
<i>Cobre-62 (<math>^{62}Cu</math>)</i>	9.74 min	2.9	13
<i>Cobre-64 (<math>^{64}Cu</math>)</i>	12.7 hr	0.66	2.6
<i>Galio-68 (<math>^{68}Ga</math>)</i>	68.3 min	0.97	9
<i>Bromo-76 (<math>^{76}Br</math>)</i>	16.2 hr	1.20	4
<i>Yodo-124 (<math>^{124}I</math>)</i>	4.15 dias	1.74	5

### 2.2.1. Radioisótopos

Los radioisótopos más utilizados para la síntesis de radiofármacos pueden verse en la tabla 2.1 [18, 24, 23]. Dos aspectos importantes que afectan a la resolución final del sistema PET son el tiempo de vida medio y la energía máxima de emisión.

El primer aspecto afecta a la necesidad de tener un ciclotrón cercano al lugar donde está instalado el tomógrafo. Así pues, elementos con tiempos de vida cortos solo podrán ser usados en instalaciones cercanas al ciclotrón. Por otro lado, elementos con tiempo de vida largos hacen que el paciente esté expuesto a radiactividad durante tiempos mayores, cosa que tampoco es conveniente.

El segundo aspecto, la energía máxima de emisión, está relacionada con el rango del positrón (Positron Range). Esta cifra indica la distancia máxima recorrida por el positrón antes de que haya perdido toda su energía y pueda ser aniquilado con un electrón. Este valor depende de los materiales que atraviesa. Interesa que este valor sea bajo, pues para valores altos implica que la zona donde se produce el positrón sea diferente a la zona donde se aniquila. Esto se traduce en imágenes más borrosas. Como se verá, el radiofármaco más importante usado en la PET es la 2-Desoxi-2-( $^{18}\text{F}$ ) fluoro-D-glucosa ( $^{18}\text{F}$ FDG). Usa el fluor-18 ( $^{18}\text{F}$ ) como radioisótopo y, como se puede observar en la tabla, el tiempo de vida del fluor-18 son 110 minutos y el rango máximo del positrón en el agua es de 2.5mm lo que hace esta sustancia ideal para su uso en PET comparada con otras.

### 2.2.2. Radiofármacos

A partir de los radioisótopos generados se deben obtener los radiofármacos. Los procesos de síntesis están automatizados para evitar la exposición a sustancias radiactivas y para reducir el tiempo de síntesis, pues no hay que olvidar que las sustancias radiactivas usadas tienen un tiempo de vida muy corto [24]. El número de pasos necesarios para sintetizar el fármaco debe ser reducido al máximo, introduciendo el radioisótopo en el compuesto en las últimas fases. De este modo, se mejora la eficiencia del proceso y se reduce el número de sustancias radiactivas no útiles subproductos de los distintos procesos.

Tabla 2.2: Radiofármacos comúnmente usados para estudios médicos [24].

Radiofármaco	Aplicación	Radiofármaco	Aplicación	Radiofármaco	Aplicación
$^{11}\text{C}$ acetato	Metabolismo b -oxidativo	$^{11}\text{C}$ cytaloptide	Receptores dopaminérgicos D2	$^{18}\text{F}$ FHBG	Flujo sanguíneo
$^{11}\text{C}$ clearfanantil	Receptores opiáceos	R- $^{11}\text{C}$ pholipram	Postdesterasa-4 (PDE4)	2- $^{18}\text{F}$ fluorotirosina	Flujo sanguíneo
$^{11}\text{C}$ cocaina y analogos	Transportador de dopamina	$^{11}\text{C}$ OSCH 23390	Receptores dopaminérgicos D1	3- $^{18}\text{F}$ fluoro- $\alpha$ -metiltirosina $N$ -( $^{18}\text{F}$ ) fluoroeitilspiperona	Pool vascular Flujo sanguíneo
$^{11}\text{C}$ codina	Síntesis acetilcolina	$^{11}\text{C}$ zimidina	Proliferación	6- $^{18}\text{F}$ FDOPA	Consumo de oxígeno
$^{11}\text{C}$ odeprenilo	Sustrato MAO-B	L- $^{11}\text{C}$ tyrosina	Metabolismo aminoácidos	6- $^{18}\text{F}$ fluoro-L-n-tirosina	Receptores estrogénicos
$^{11}\text{C}$ flumazenil	Receptores benzodiazepínicos	$^{11}\text{C}$ WAY 100633	Receptores serotoninérgicos 5HT1A	$^{18}\text{F}$ fluoromisonidazol	Receptores serotoninérgicos 5HT2A
$^{11}\text{C}$ harmina	Sustrato MAO-A	$^{13}\text{N}$ jamonico	Flujo sanguíneo	$^{18}\text{F}$ fluorouracilo	Receptores nicotínicos
$^{11}\text{C}$ hidroxiedrina	Inervación miocárdica	$^{15}\text{O}$ agua	Flujo sanguíneo	$^{18}\text{F}$ fluoruro	Metabolismo glucídico
$^{11}\text{C}$ MDL-100,907	Receptores serotoninérgicos 5HT2A	$^{15}\text{O}$ butanol	Flujo sanguíneo	$^{18}\text{F}$ fluoruro	Metabolismo glucídico
$^{11}\text{C}$ metilfenidato	Transportador de dopamina	$^{15}\text{O}$ CO	Pool vascular	$^{18}\text{F}$ fluoroxina	Expresión génica
L-(metil- $^{11}\text{C}$ )metionina	Metabolismo aminoácidos	$^{13}\text{O}$ CO <sub>2</sub>	Flujo sanguíneo	$^{18}\text{F}$ FP-TZTP	Receptores muscarínicos
$^{11}\text{C}$ α-metil-L-tryptófano	Síntesis serotonina	$^{15}\text{O}$ O <sub>2</sub>	Consumo de oxígeno	$^{18}\text{F}$ FTHA	Metabolismo beta oxidativo
$^{11}\text{C}$ nicotina	Receptores nicotínicos	$^{18}\text{F}$ fluorostriatal	Receptores estrogénicos	$^{18}\text{F}$ halotano	Biodistribución anestésico
N- $^{11}\text{C}$ metilespiperona	Receptores dopaminérgicos D2	$^{18}\text{F}$ alhaxerina	Receptores serotoninérgicos 5HT2A	$^{18}\text{F}$ fluoromidina	Proliferación
$^{11}\text{C}$ CNMBP	Receptores muscarínicos	$^{18}\text{F}$ lephantina y analogos	Receptores nicotínicos		
$^{11}\text{C}$ oprelvintato	Metabolismo b -oxidativo	$^{18}\text{F}$ FDG	Metabolismo glucídico		



El proceso de síntesis se reduce a los siguientes pasos:

1. Se dispone de un compuesto precursor sobre el que se va a hacer reaccionar el radioisótopo. Los grupos del compuesto que no tengan que reaccionar con él deberán estar protegidos. El compuesto no deberá alterar su configuración de carbonos en el transcurso de la reacción.
2. Se incorpora a la molécula del compuesto precursor el radioisótopo o una forma reactiva derivada de éste mediante la reacción química adecuada.
3. Deben eliminarse los grupos protectores de la molécula obtenida.
4. Debe purificarse el producto obtenido, eliminando todos los productos secundarios de la reacción que no son útiles.

Este proceso deberá ser adaptado a cada radiofármaco. Tras la síntesis, los radiofármacos deben pasar por un estricto proceso de control de calidad adaptado a las propiedades de estos fármacos cuyo factor limitante siempre es su corto tiempo de vida.

Los radiofármacos deben presentar las siguientes propiedades:

- Fácil penetración en los tejidos deseados.
- Baja absorción inespecífica.
- Elevada afinidad por su sitio de unión.
- Disociación lenta del lugar de unión, para de esta forma poder detectarlo.
- Metabolización escasa, para de esta forma poder ser modelado matemáticamente de forma sencilla.

Los radiofármacos de PET pueden clasificarse en tres grupos funcionales:

- Sustratos de vías metabólicas.

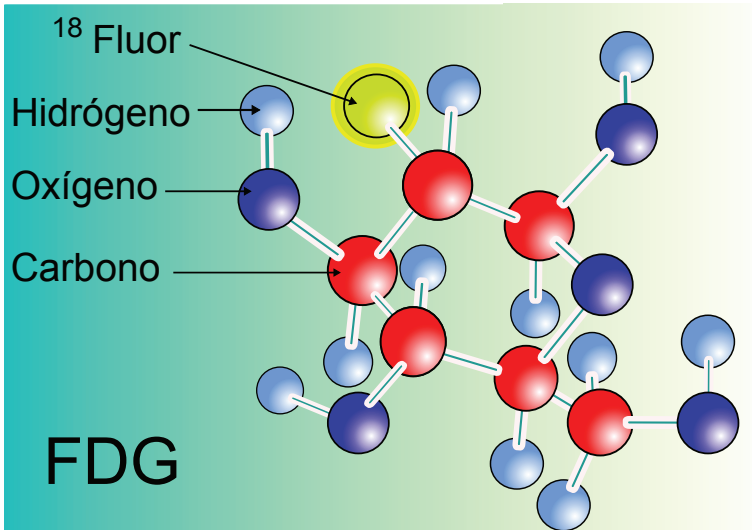


Figura 2.1: 2-Desoxi-2-( $^{18}\text{F}$ ) fluoro-D-glucosa( $^{18}\text{FDG}$ )

- Ligandos que actúan de forma selectiva en un proceso neurotransmisor.
  
- Medidores del flujo sanguíneo de una determinada región.

Los radiofármacos más comúnmente usados pueden verse en la tabla 2.2.

De estos radiofármacos, el más utilizado es el FDG (Fig. 2.1). Es un marcador del metabolismo glícido que acumula el radioisótopo en las células. Por tanto, aquellas células con un mayor metabolismo glícido acumularán más radiotrazador. En patologías tumorales, las células tumorales presentan un mayor metabolismo glícido, con lo que quedan marcadas con el isótopo. Hay que tener en cuenta que la FDG no es un marcador del proliferamiento celular, sino del metabolismo glícido.

### 2.3. Aplicaciones de PET en medicina

La PET se usa en diversas aplicaciones en medicina [18], que se listan a continuación:

- Evaluación del metabolismo glicídico, lo cual es útil para detectar y evaluar patologías tumorales.
- Estudio del metabolismo oxidativo cardíaco (metabolismo de los ácidos grasos o beta-oxidación), que permite identificar un miocardio viable, pues este metabolismo está relacionado con la función contráctil cardíaca.
- Estudios de la proliferación celular mediante la síntesis de ADN.
- Estudios con aminoácidos y la síntesis de proteínas.
- Análisis farmacológicos en vivo, midiendo la interacción del fármaco marcado con el receptor o determinando las concentraciones de un neurotransmisor ante la respuesta de un fármaco.
- Medidas del flujo sanguíneo de una determinada región del cuerpo, por ejemplo, para medir la activación cerebral ante un estímulo o la perfusión de una lesión tumoral.

Considerando los campos de la medicina indicados en el punto 2.1 y con lo indicado en el punto anterior, algunos de los usos más comunes de la PET son:

- EN ONCOLOGÍA: diferenciación de tumores malignos y benignos, control de la enfermedad y de la respuesta a un tratamiento, identificación del tumor primario, etc.
- EN CARDIOLOGÍA: Se usa para hacer diagnósticos de miocardio viable en pacientes con enfermedades coronarias. Permite diagnosticar enfermedades coronarias que otras técnicas no detectan.
- EN NEUROLOGÍA: Permite realizar evaluaciones prequirúrgicas de la epilepsia, localizar los lugares óptimos donde realizar la biopsia

de tumores cerebrales, realizar el control y evaluación de patologías tumorales en el cerebro. Permite asimismo diagnosticar la demencia y detectar patologías neurológicas asociadas a trastornos sistémicos. También se usa en pacientes con enfermedad cerebrovascular aguda para la realización de una intervención quirúrgica adecuada.

## 2.4. Introducción a la física del PET

Para comprender el funcionamiento básico del PET, es importante tener alguna noción de la física nuclear y de partículas que explica su comportamiento.

### 2.4.1. Decaimiento $\beta^+$

Los átomos están compuestos de electrones, neutrones y protones. Los neutrones y protones forman el núcleo y los electrones están distribuidos en orbitales alrededor de este. Los núcleos pueden ser estables o inestables. En un núcleo estable, el número de protones y neutrones obedece una cierta ley de simetría. Un exceso de protones o neutrones producirá un núcleo inestable.

Un núcleo inestable tiende a convertirse en estable mediante una transformación. Existen tres posibles transformaciones: decaimiento  $\beta^-$ , decaimiento  $\beta^+$  y captura de electrón. Para el problema tratado en el presente estudio, el decaimiento  $\beta^+$  es el interesante. Los átomos inestables que sufren decaimiento  $\beta^+$  y son usados en PET suelen ser generados artificialmente, usualmente mediante el uso de un ciclotrón [25, 26].

El decaimiento  $\beta^+$  se produce en átomos con exceso de protones. En este caso, para pasar a una configuración más estable, un protón del núcleo pasa a ser un neutrón, emitiendo una partícula  $\beta^+$  o positrón y un neutrino. El positrón es la antipartícula del electrón y, por tanto, su carga es positiva.



La reacción nuclear que se produce cumple con las leyes de conservación de la energía, conservación de la carga y conservación del momento. La energía cinética de los positrones que emite un isótopo no es siempre la

misma, varía entre 0 y la máxima energía producida en la transición protón-neutrón. La energía cinética que no posea el positrón será energía cinética que poseerá el neutrino.

No se puede conocer cuándo un isótopo va a emitir un positrón. Lo que sí se conoce es la probabilidad con que se emitirá en el próximo intervalo de tiempo  $dt$ . Para ello, dados  $N$  isótopos radiactivos, y siendo  $\alpha$  la tasa media de emisión dada para ese isótopo, el número de isótopos que hay en el intervalo  $dt$  es:

$$dN = -N\alpha dt \quad (2.2)$$

El número de partículas radiactivas en función del tiempo es, pues:

$$N(t) = N(t_0) e^{-\alpha(t-t_0)} \quad (2.3)$$

donde  $N(t_0)$  es el número de isótopos radiactivos en el instante  $t_0$  [27]. Para un intervalo de tiempo muy pequeño  $\Delta t$ , en el que  $N$  puede considerarse constante, se puede definir la probabilidad de que se hayan emitido  $k$  fotones con una distribución de Poisson [27]:

$$p(k) = p(\Delta N = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad (2.4)$$

donde  $\lambda = \alpha N_0 \Delta t$ , (número de desintegraciones por unidad de tiempo por el tamaño del intervalo, considerando  $N_0$  átomos radiactivos). Es decir,  $\lambda$  es el número de desintegraciones por intervalo temporal considerado.

### 2.4.2. Rango del positrón y aniquilación positrón-electrón

Una vez emitido el positrón, dependiendo de la energía cinética que posea, recorre un camino errante, con distintos cambios de dirección, donde va perdiendo energía por interacciones con la materia, hasta que con energía cinética muy baja, cuando se ha alcanzado el equilibrio térmico con el entorno (la sección eficaz que mide la probabilidad de interacción aumenta de forma inversa a su velocidad), se encuentra con el electrón y se produce el proceso de aniquilación. En muy pocas ocasiones puede darse la aniquilación antes de alcanzar el equilibrio térmico, en estos casos se produce aniquilación en vuelo.

### 2.4.2.1. Rango del positrón

Como ya se ha indicado anteriormente, el camino recorrido por el positrón antes de su aniquilación se conoce como rango del positrón. Los positrones son partículas cargadas ligeras, con energías que varían entre los  $10^4 \sim 10^7$  eV. Los cambios de dirección en su trayectoria son debidos principalmente a colisiones elásticas con los núcleos (interacción Coulombiana); la radiación bremsstrahlung es prácticamente despreciable con la energía de los positrones del rango de interés. La pérdida de energía cinética se debe a interacciones con electrones en forma de colisiones inelásticas (excitación e ionización). La excitación es más probable que la ionización para el rango de energías en el que se está trabajando. La pérdida de energía de la partícula viene dada por la fórmula de Bethe-Bloch, de la cual se puede extraer que la pérdida de energía es proporcional a la densidad de electrones en el material e inversamente proporcional a la energía del positrón [28].

### 2.4.2.2. Aniquilación Positrón-Electrón

El positrón se aniquila con el electrón de dos posibles formas [29]:

1. El positrón se junta con un electrón formando un estado ligado denominado positronium. Y, posteriormente, se produce la aniquilación del electrón-positrón.
2. El positrón se aniquila al vuelo con un electrón produciendo dos fotones.

Idealmente, cuando un electrón y un positrón entran en contacto se produce el fenómeno conocido como aniquilación. En este fenómeno, las masas de las dos partículas se transforman en 2 rayos gamma (fotones) de energía 511keV cada uno, la energía correspondiente a la masa en reposo del positrón y del electrón. Por conservación de momento, considerando que la aniquilación se produce en reposo, los 2 rayos gamma se emiten con una separación entre ellos de  $180^\circ$  (colinearidad) y en dirección aleatoria.

La tomografía por emisión de positrones se basa en este fenómeno físico, pues se encarga de detectar estos dos rayos gamma con gran resolución

espacial y temporal. La resolución temporal permite decidir el mínimo intervalo de tiempo en el que dos fotones detectados son considerados coincidentes, es decir, que dos rayos gamma han llegado dentro de un intervalo temporal, y de esto se deduce que se ha producido una aniquilación en la línea que une los dos rayos gamma detectados (Línea de respuesta o LOR, “Line of response”) y, por tanto, que se ha producido la emisión  $\beta^+$  de un radioisótopo.

Profundizando un poco en el fenómeno físico, se observa que la colinearidad es un fenómeno ideal. En la Fig. 2.2, se destacan los distintos modos de aniquilación del positrón con el electrón, considerando los porcentajes dados como aproximados y para materiales con gran contenido en agua. Así pues, se tiene que la aniquilación directa ocurre un 64 % de las veces, 63 % de las veces cuando el positrón alcanza el equilibrio térmico con el entorno y 1 % de las veces a altas energías, al vuelo. En el primer caso se producen dos fotones con una desviación de la colinearidad que viene dada por [30]:

$$\theta = \frac{q}{m_0 c} \quad (2.5)$$

donde  $\theta$  es la desviación de la colinearidad,  $q$  es el momento del electrón ligado a un núcleo y  $m_0$  es su masa en reposo. Para una energía de unión del electrón con el núcleo de 5eV se tiene una desviación de 4mrad o 0.23°, valor máximo bastante usual. Esta desviación es debida al momento elevado que poseen el sistema libre positrón-electrón cuando se aniquilan [31].

El 36 % restante de las veces el positrón, habiendo alcanzado un estado de equilibrio térmico, forma un estado ligado con un electrón denominado positronium (Ps). Este estado se comporta de forma parecida a un átomo de hidrógeno cuyos niveles energéticos están más cercanos, debido a la menor masa del positrón respecto al protón del átomo de hidrogeno. Las dos formas más probables en las que se forma el positronium son el parapositronium y el orthopositronium.

El parapositronium corresponde al 9 % del total de aniquilaciones positrón-electrón. En esta forma, el electrón y el positrón poseen spins opuestos. El parapositronium puede existir antes de aniquilarse un tiempo de hasta  $10^{-10}$  segundos, con una vida media de 125 picosegundos. Existen

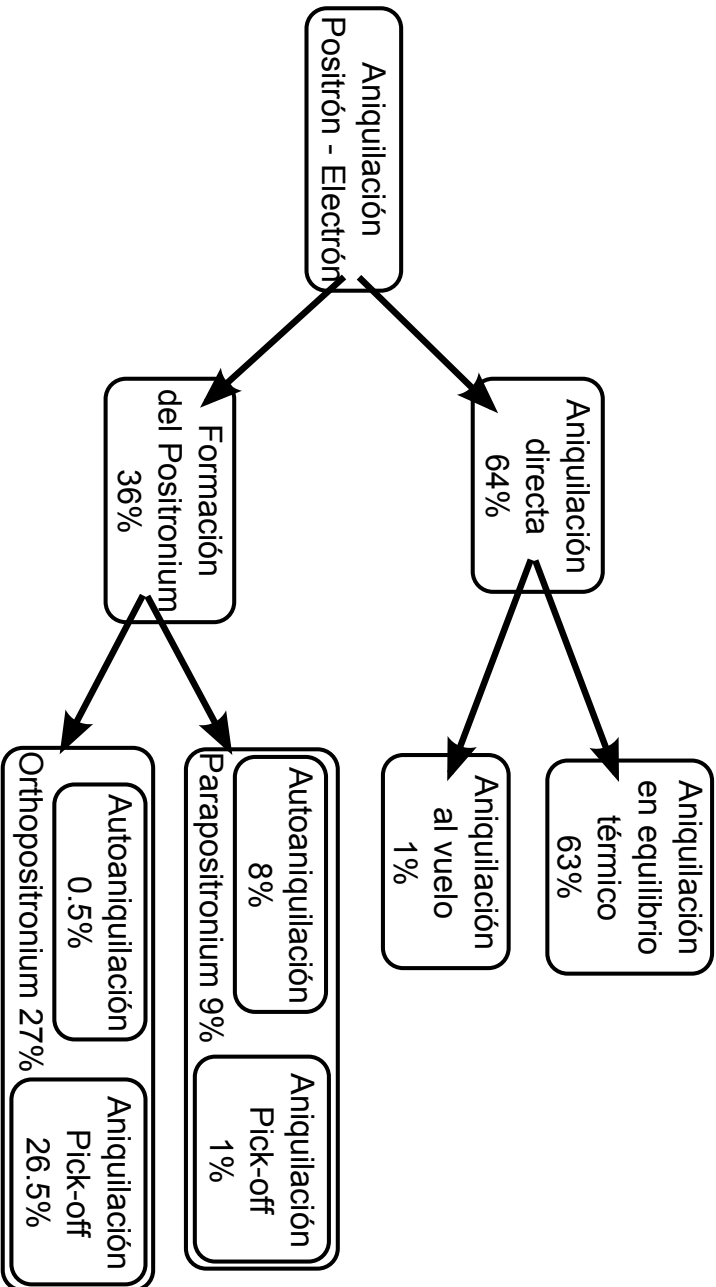


Figura 2.2: Posibles modos de aniquilación entre el positrón y el electrón. Los porcentajes dados son para materiales con gran contenido en agua.



dos posibles formas de aniquilarse:

1. La autoaniquilación: Donde el electrón y el positrón del positronium se aniquilan mutuamente generando dos rayos gamma colineares de 511keV cada uno. La desviación de la colinearidad viene dada por el ángulo  $\vartheta = 2\frac{\nu}{c}$ . donde  $\nu$  es la velocidad en equilibrio térmico del positronium que es del orden de  $8 \times 10^4 ms^{-1}$ , velocidad mucho menor que la de la luz. Por tanto,  $\vartheta$  es del orden de 0.5 mrad o  $0.02^\circ$ , que es prácticamente despreciable y pueden considerarse los dos fotones emitidos con separación de  $180^\circ$ .
2. Aniquilación pick-off: En este caso, el positrón se aniquila con un electrón distinto del electrón con el que forma el positronium. De esta forma, el positrón, se aniquila con un electrón ligado a un núcleo. Esta situación es muy inusual (1 % del total de las aniquilaciones) y produce errores angulares del mismo orden que la aniquilación libre en equilibrio térmico, en torno a 4 mrad o  $0.23^\circ$ .

El orthopositronium o estado triplete corresponde a un total del 27 % de las aniquilaciones. En esta forma, el positrón y el electrón poseen spines paralelos y puede existir hasta  $10^{-7}s$ , con una vida media de 140 nanosegundos antes de que se aniquilen. En este caso, existen dos posibles formas de aniquilarse:

1. Aniquilación pick-off: Es la más común de este estado (26.5 % del total de aniquilaciones). Y produce el error antes descrito de 4 mrad o  $0.23^\circ$ .
2. La autoaniquilación generando tres rayos gamma (0.5 %), la más inusual. Los tres rayos gamma no tienen por qué ser emitidos en un mismo plano.

Los porcentajes dados en este apartado son aproximados y válidos para materiales con gran contenido en agua. Estos valores pueden variar [32]. Hay que tener en cuenta que el fenómeno pick-off no se puede dar en el vacío, por lo que para el caso de los orthopositroniums en el vacío, todas las aniquilaciones generarían tres fotones [33, 34].

Por tanto, en la mayor parte de las aniquilaciones positrón electrón se generan dos rayos gamma con una desviación media de la colinearidad de alrededor de unos  $0.23^\circ$ . Este error afecta a la hora de determinar el punto donde se produce la aniquilación, pues no hay que olvidar que la aniquilación se considera en la línea de respuesta de los dos rayos gamma detectados. Este error es más determinante en anillos de detectores de mayor diámetro.

### 2.4.3. Interacción de los rayos gamma con la materia

Emitidos los dos rayos gamma de 511keV tras la aniquilación, estos dos fotones interactúan con la materia hasta que al final son detectados. A 511keV, los fenómenos que se producen más habitualmente son el efecto Compton y el efecto fotoeléctrico. El hecho de que haya más probabilidad de que se produzca uno u otro depende del número atómico ( $Z$ ) del material en el que se encuentre. Así pues, con  $Z$  elevadas es más probable el efecto fotoeléctrico, útil a la hora de detectar los fotones. La producción de pares positrón-electrón no puede darse para partículas con energía menor de 1022 keV (energía asociada a la masa en reposo de ambas partículas) [27].

#### 2.4.3.1. Efecto Compton

En el efecto Compton, el fotón colisiona con un electrón perdiendo parte de su energía y cambiando su dirección. Por conservación de la energía y del momento, el electrón adquiere energía y momento. El electrón al salir despedido deja una vacante en el átomo en el que se encontraba, que más tarde un electrón de niveles superiores ocupará emitiendo energía. La energía del fotón y del electrón después del choque queda [35, 36]:

$$E_{\gamma'} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (2.6)$$

para el fotón. Para el electrón con el que colisiona, queda:

$$E_{e^-} = E_{\gamma} - E_{\gamma'} = E_{\gamma} \left[ 1 - \frac{1}{1 + \frac{E_{\gamma}}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)} \right] \quad (2.7)$$

donde  $E_\gamma$  es la energía del fotón incidente,  $m_0c^2$  la energía en reposo del electrón y  $\theta$  es el ángulo entre el fotón incidente y el dispersado.

### 2.4.3.2. Efecto fotoeléctrico

En el efecto fotoeléctrico toda la energía del fotón es transferida a un electrón. Si la energía transferida supera la energía de enlace del electrón al átomo al que pertenece, este será expulsado. La energía cinética del electrón expulsado es:

$$E_k = E_\gamma - E_B \quad (2.8)$$

donde  $E_\gamma$  es la energía del fotón incidente y  $E_B$  es la energía de enlace entre el electrón y su átomo. El electrón emitido dejará una vacante (dejando el átomo ionizado). Esta vacante será ocupada por un electrón de nivel superior emitiéndose la diferencia de energía en forma de un fotón [36].

## 2.5. Parámetros importantes en PET

La tomografía por emisión de positrones basa su funcionamiento en la detección de los pares de rayos gamma simultáneos derivados de la aniquilación de un positrón con un electrón. Esta detección es llevada a cabo mediante detectores de rayos gamma distribuidos normalmente en anillo, de los cuales mediante la electrónica de adquisición adecuada se puede extraer la información de cada uno de los eventos detectados. De cada evento detectado en un detector, se obtiene su energía, la posición en el detector donde fue detectado e información temporal de cuándo fue detectado. La información de posición viene dada como mínimo por las coordenadas x,y de la superficie del detector donde el rayo gamma interactuó con este. Si es posible, es importante también detectar la profundidad dentro del detector donde el rayo gamma fue detectado (DOI, “depth of interaction”).

La línea que une los puntos de los detectores donde se han detectado ambos rayos gamma se denomina típicamente línea de respuesta. Tras la captura de muchos pares de eventos con todas sus LOR, se puede reconstruir la distribución de radioisótopo medida aplicando ciertos algoritmos.

Se considera que dos eventos detectados son válidos si [1]:

- Los dos eventos son detectados dentro de un periodo de tiempo conocido como ventana de coincidencia.
- La LOR detectada está dentro del campo de visión (FOV, “Field of view”) válido para el tomógrafo usado.
- La energía detectada de cada evento está dentro del rango de energías de un evento considerado como válido.

Basándose en estos criterios se pueden definir diferentes posibles tipos de eventos en un sistema PET [1, 27]:

- Eventos simples: Solo se ha detectado un evento dentro de la ventana de coincidencia.
- Coincidencia válida: Se han detectado dos eventos válidos dentro de la ventana de coincidencia que no han sufrido ninguna desviación debida a dispersión.
- Eventos que han sufrido efecto Compton: Cuando uno de los eventos detectados ha sufrido un efecto Compton, esto genera una pérdida de energía del evento y una desviación de la dirección perdiendo la colinearidad necesaria para la reconstrucción. La LOR puede diferir bastante de la realidad.
- Coincidencia Aleatoria: Cuando se producen dos eventos dentro de la ventana de coincidencia pero no pertenecen a la misma aniquilación positrón-electrón. Al considerarse coincidentes ambos eventos, se les asigna una LOR que en realidad no tiene sentido. Este error se reduce mejorando la resolución temporal permitiendo ventanas temporales menores. El límite de las ventanas temporales vendrá determinado por el diámetro del detector y el doble del tiempo que tarda un rayo gamma en cruzar el anillo de detectores, todo esto se ve más a fondo en el capítulo 4.
- Eventos múltiples: Cuando existen más de dos eventos detectados cuyos tiempos de llegada entre eventos consecutivos son menores a una ventana de coincidencia. En este caso, es imposible discernir si

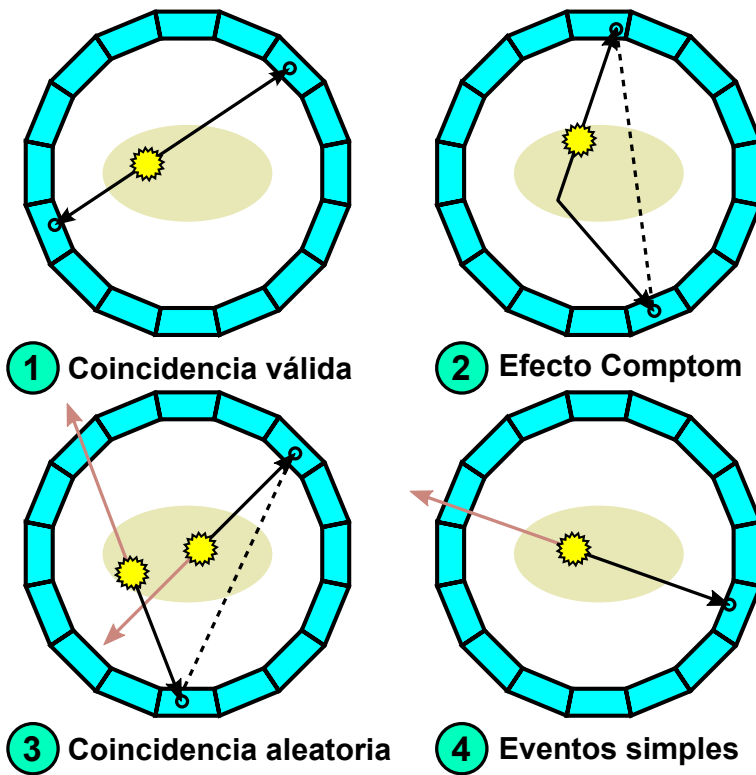


Figura 2.3: Posibles tipos de eventos detectados en sistemas PET

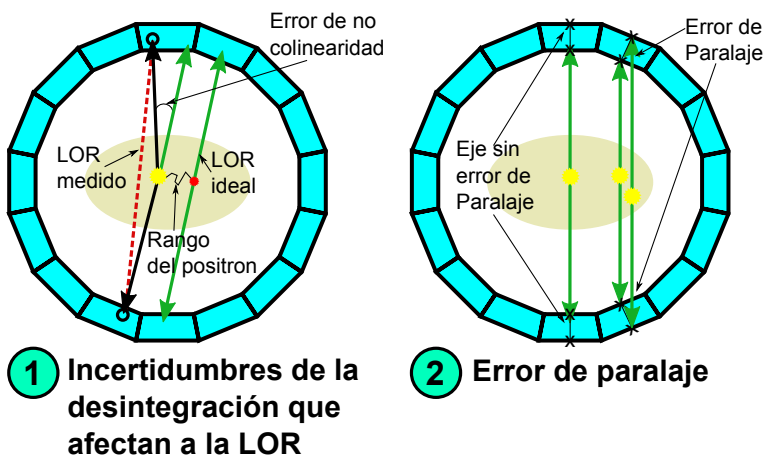


Figura 2.4: Causas que afectan a una detección errónea de la LOR

entre estos eventos existe un par de ellos que forman una coincidencia válida y, por tanto, todos ellos son considerados no válidos.

La Fig. 2.3 ilustra distintos ejemplos de los eventos descritos sobre un anillo de 16 detectores. En los casos en donde se tienen eventos aleatorios y efecto Compton, puede observarse que hay una detección de dos eventos considerados simultáneos a los que se les asigna una LOR incorrecta. Estos eventos introducen ruido en la imagen reconstruida.

Otros efectos que afectan a la calidad de las LOR pueden observarse en la Fig. 2.4. En ella, se ve como en los eventos en coincidencia válidos detectados, la LOR real difiere de la LOR medida (1). Hay que tener en cuenta el efecto del rango del positrón y considerar que los rayos gamma resultantes no tienen por qué ser exactamente colineales debido a la energía residual que poseen el electrón y el positrón que hacen que no se aniquilen totalmente en equilibrio térmico [37]. Cabe notar cómo el rango de positrón limita la resolución del sistema. Como se vio, el rango del positrón depende del isótopo que lo emite y de la densidad de electrones del medio donde se encuentra. Como ejemplo, para  $^{18}F$  el error en la posición en agua introducido es de 0.22 mm FWHM (Ancho a mitad de máximo, “Full width half maximum”) [38, 28]. Por otro lado, el error de colinearidad en la resolución viene dado por [38, 39]:

$$FWHM \approx \Delta\theta \cdot \frac{D}{4} \quad (2.9)$$

donde  $\Delta\theta$  es la desviación angular FWHM en radianes,  $D$  es el diámetro del detector en metros y el resultado es el error FWHM en metros. Si se considera un error de  $\Delta\theta = 2 \cdot 0,23^\circ = 0,46^\circ = 0,008 \text{ rad}$  FWHM, queda que  $FWHM = 0,002 \cdot D$  lo que implica un error aproximado de 2 mm por metro de diámetro del anillo.

Estos errores son inherentes a las leyes físicas que rigen el funcionamiento del sistema y limitan la máxima resolución espacial que puede proporcionar [40, 41].

Otro error que afecta a la calidad de la LOR detectada es el error de paralaje. En la Fig. 2.4 (2) se observa como el hecho de no introducir corrección por DOI hace que dos eventos que poseen LOR diferente tendrían

la misma LOR. Esto implica una degradación en la resolución espacial de la imagen reconstruida. El error de paralaje se hace más evidente en los eventos que están fuera de los ejes de simetría, como puede verse en la imagen. Introducir la información de DOI en la reconstrucción mejora la calidad de la imagen obtenida. En este caso, se tiene un error que puede ser corregido aplicando el método adecuado [42, 43].

La bonanza de un sistema PET viene determinada por su **resolución espacial**, la **resolución en energía**, su **sensibilidad**, su **tasa de cuentas equivalente a ruido (NEC)** y su **resolución temporal**.

La **resolución espacial** viene determinada por la capacidad del detector de discernir con exactitud el punto de interacción del rayo gamma con el mismo. Esto implica una mejora en la detección de la LOR y, por tanto, una mayor calidad de la imagen finalmente reconstruida. Como se ha visto, no solo es importante la información de la posición del centroide de la distribución de luz sobre el fotocátodo del PMT, es importante también estimar la profundidad de interacción dentro del cristal.

La **resolución en energía** permite discernir qué eventos han perdido mucha energía por haber sufrido un efecto Compton de aquellos que no lo han sufrido o que lo han sufrido perdiendo poca energía. Como se veía, los eventos que sufren un efecto Compton producen una LOR incorrecta y, por tanto, un ruido en la imagen final. Estos eventos no depositan toda su energía y, en consecuencia, poseen una energía menor a los 511 keV correspondientes a la masa del electrón o del positrón. Una buena resolución en energía del sistema PET permite reducir el tamaño de la ventana de energía y, por tanto, decrementar la tasa de eventos detectados que sufren dispersión. Cabe destacar que la tasa de eventos que sufren dispersión está relacionada con el tamaño del cuerpo examinado y del tipo de tejido donde se encuentra el radioisótopo. Teniendo en cuenta que el camino medio recorrido en agua antes de sufrir dispersión de un rayo gamma de 511 keV está entre 7 cm y 10.4 cm [1, 38] y que la sección de un cuerpo humano puede ser de 20 cm, se tiene que en un scanner de cuerpo entero la fracción de eventos que sufren dispersión puede llegar a valores cercanos al 50 % y hasta el 80 % de los eventos totales detectados. Por tanto, mejorar la resolución en energía implica una notable mejora sobre la resolución de la imagen.

La resolución en energía depende del tipo de centellador usado y del sistema. Reducir la ventana de energía sin una mejora de la resolución en energía implica una reducción de la tasa de eventos detectados que afecta negativamente a la sensibilidad del sistema PET. De normal, se debe llegar a una solución de compromiso a la hora de seleccionar la ventana de energía. Mejorar la resolución en energía permite reducir esta ventana sin reducir la sensibilidad [38]. En la actualidad, se han propuesto diferentes técnicas para corregir el efecto de los eventos que sufren dispersión. Se puede observar una revisión de alguna de ellas en [44].

La **sensibilidad** se considera hoy en día el parámetro más importante que define un sistema PET [45, 38]. Se define como la capacidad que tiene el escáner de detectar los eventos en coincidencia emitidos dentro del campo de visión del tomógrafo, es decir, el ratio de número de eventos detectados por unidad de actividad presente dentro del FOV. La sensibilidad determina el tiempo necesario para realizar un escaner de cuerpo entero.

La sensibilidad determina el tiempo de exposición de un paciente para tener una estadística suficiente que permita reconstruir la imagen con bajo ruido. Muchas veces, para reducir la radiación introducida en el paciente sin perder sensibilidad, se adquiere relajando los umbrales que distinguen eventos no válidos de eventos válidos, es decir, ventana de energía y de tiempos. De esta forma, la sensibilidad es mayor a costa de resolución final. La sensibilidad junto con la resolución en posición determinan los límites de detección del sistema para un determinado tiempo de exposición del paciente.

La sensibilidad de un sistema PET depende de [41, 45, 38]:

- La eficiencia de detección de los detectores. Está relacionada con la capacidad de detener un rayo gamma. Esto a su vez está relacionado con el número atómico del cristal centellador y su densidad [46].
- El FOV del sistema. Es equivalente a decir que la sensibilidad depende de la geometría en la que están dispuestos los detectores. Anillos con diámetros pequeños y con detectores de mayor tamaño en la dirección axial cubren un mayor ángulo sólido de la emisión de la distribución de radioisótopos y, por tanto, mejoran la sensibilidad de detección.



- La tasa máxima de eventos que puede capturar el sistema. Esto viene determinado por la tecnología del detector y de la electrónica de adquisición, cuyo tiempo muerto y capacidad para distinguir eventos próximos en el tiempo limita la máxima tasa que puede ser medida.
- La mejora en la resolución temporal. Poder hacer cálculos con gran resolución del tiempo de vuelo de los rayos gamma permite utilizar esta información para la reconstrucción de la imagen. De esta forma, se reduce el ruido estadístico pues la fuente de emisión está más localizada, eliminando el efecto de las zonas del FOV donde no ha habido emisiones. Esto mejora la sensibilidad del sistema [47].

La **tasa de cuentas equivalente a ruido (NEC)** surge como parámetro más fiable para medir la calidad de una imagen reconstruida (SNR, relación señal a ruido, “Signal to noise ratio”) que la sensibilidad, ya que esta última no tiene en cuenta los efectos de los eventos aleatorios y eventos que sufren efecto Compton, y solo tiene en cuenta la tasa de eventos válidos en coincidencia. Por tanto, NEC es un parámetro que relaciona directamente la SNR con la tasa de eventos aleatorios, la tasa de eventos que sufren dispersión y la tasa de eventos válidos en coincidencia [48]. El NEC se define como [2, 38, 40, 49] :

$$NEC = \frac{T^2}{T + S + \alpha R} \quad (2.10)$$

donde T es la tasa de eventos válidos en coincidencia, S es la tasa de eventos que han sufrido dispersión, R es la tasa de eventos aleatorios y  $\alpha$  es un parámetro que vale 2 o 1 dependiendo de si la tasa de eventos aleatorios se mide mediante una ventana de tiempos desplazada o si la tasa se estima a partir de la tasa de eventos simples de cada uno de los detectores [40, 49].

NEC es un estadístico que relaciona el incremento de la tasa de eventos válidos con el incremento de la tasa de eventos en el FOV penalizado por las tasas de eventos no válidos. La NEC se representa gráficamente frente a la actividad medida usada en las pruebas de validación de un sistema PET. En estas gráficas, puede observarse como existe una tasa de actividad en el FOV óptima para un determinado PET que maximiza la NEC [2, 38]. En el tomógrafo ideal, donde la tasa de eventos random es 0 y la tasa de

eventos que sufren dispersión es 0, se obtiene una NEC igual a la tasa de eventos válidos; en este caso coincide con la sensibilidad del sistema y es el límite máximo de la NEC. La NEC es mejor cuanto más elevado es su valor. La forma de mejorar la NEC es incrementar T y decrementar R y S.

La **resolución temporal** de un tomógrafo PET puede definirse como la máxima precisión con la que se puede medir la diferencia de los tiempos de llegada de los dos fotones en coincidencia generados tras una aniquilación que se ha producido entre un positrón y un electrón [2]. La forma común de medirlo es mediante dos detectores enfrentados y una fuente puntual que emita positrones que, al aniquilarse cada uno de ellos con un electrón, generen pares de fotones en coincidencia temporal. La mejora de la resolución temporal afecta directamente a la mejora de la relación señal a ruido del sistema y, siempre que el cristal centellador lo permita, mejora la tasa máxima de eventos que el sistema puede procesar [47, 2]. La mejora de la resolución temporal en PET es el tema principal del presente trabajo y está desarrollado con profundidad a partir del capítulo 4.

## 2.6. Aportaciones del capítulo

El presente capítulo ha introducido la técnica PET y su importancia como herramienta para estudios médicos. Resume la física que hace posible la técnica como paso anterior a la descripción de los parámetros más importantes que definen un tomógrafo PET. El objetivo principal del capítulo es ayudar al lector a introducirse en la temática de forma que en próximos capítulos pueda comprender el estudio llevado a cabo en el presente trabajo. Es importante porque describe qué fenómenos físicos debe detectar un sistema PET y qué parámetros de estos fenómenos físicos es importante conocer para poder más adelante reconstruir las imágenes.

## Capítulo 3

# Estructura del tomógrafo PET utilizado

### **Resumen:**

En el presente capítulo se define el sistema sobre el que se ha llevado a cabo la presente investigación. Se describen los detectores, el front-end analógico integrado y discreto, junto con el sistema de adquisición de datos que es el encargado de extraer de forma digital la información de energía, posición y tiempo de llegada de los eventos adquiridos.

### **3.1. Introducción**

El sistema de medida utilizado durante el presente trabajo se encarga de detectar pares de fotones con una gran resolución temporal, y con la mejor resolución espacial posible. El sistema se compone de (Fig. 3.1):

1. Detectores centelladores.
2. Fotomultiplicadores sensibles a posición.
3. Front-end analógico.

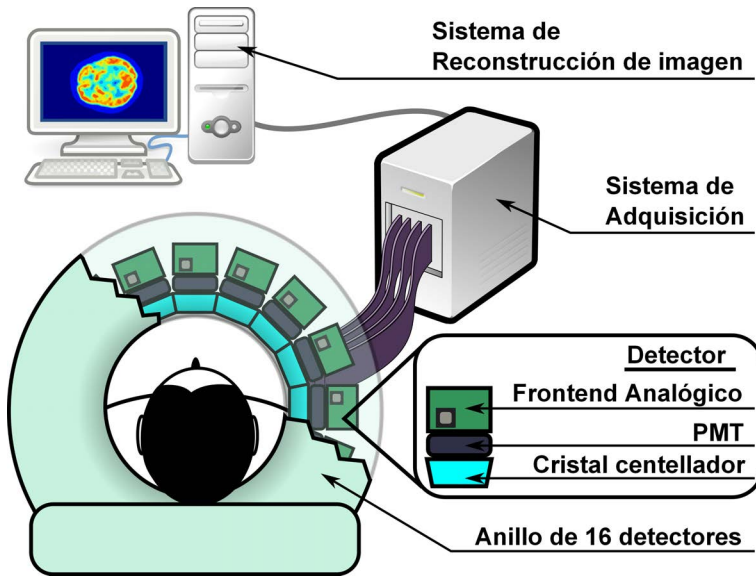


Figura 3.1: Esquema de un sistema de PET

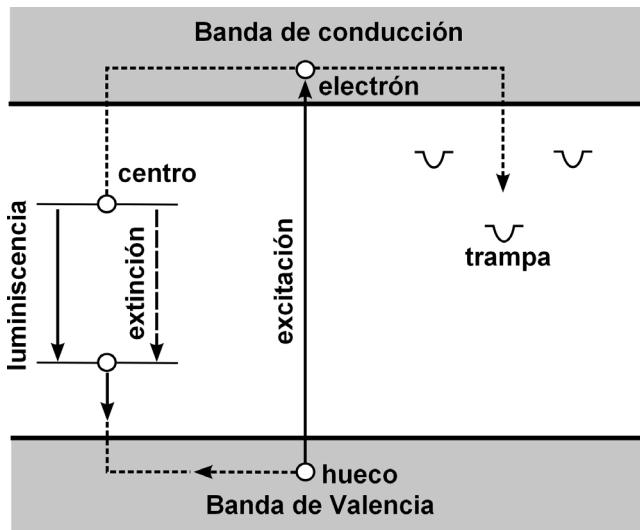


Figura 3.2: Diagrama de bandas típico de un cristal centellador

4. Sistema de adquisición.
5. Unidad de coincidencia.
6. Sistema de reconstrucción de la imagen o PC.

Para detectar los fotones, se utilizan cristales centelladores. Los fotones interactúan con los cristales y generan fotones de baja energía en número proporcional a la energía del rayo gamma incidente. El cristal está ópticamente acoplado a un tubo fotomultiplicador sensible a posición, que se encarga de transformar la señal incidente en señales de corriente cuya distribución de carga es proporcional a la distribución de luz sobre la superficie del PMT. El número de estas señales se reduce mediante procesamiento analógico como se verá en el apartado 3.4.1. De estas nuevas señales, es posible obtener la posición, la energía, la profundidad de interacción (DOI) [42, 43] y otros posibles parámetros de la distribución de luz sobre el PMT. Estas señales son amplificadas y acondicionadas en el front-end analógico para poder ser adecuadamente muestreadas y adquiridas en el sistema de adquisición de datos (DAQ). El sistema de adquisición se encarga de procesar las señales adquiridas para extraer de las mismas la información de detección de evento, tiempo de llegada del evento, posición, DOI y energía con la mayor resolución posible. Esta información será útil para posteriormente poder realizar la reconstrucción de la distribución de radioisótopos evaluada con el sistema.

En el presente capítulo, se van a describir las partes de las que se compone el sistema PET sobre el que se ha realizado toda la investigación.

## 3.2. Cristales centelladores

Los cristales centelladores son los elementos encargados de transformar los rayos gamma en fotones que pueden ser transformados en corriente mediante un fotomultiplicador. El rayo gamma interactúa con el cristal mediante efecto fotoeléctrico o mediante efecto Compton. Estas interacciones producen electrones “knock-on” que, durante su camino, van perdiendo energía excitando los átomos del cristal hasta que son totalmente frenados. Los cristales centelladores son aislantes, es decir, poseen una banda

de conducción y una banda de valencia (Fig. 3.2), separadas unos eV. Los electrones generados tras la interacción de los rayos gamma con la materia transmiten suficiente energía a los electrones de la banda de valencia del centellador para que sean excitados y alcancen la banda de conducción dejando huecos en la banda de valencia. Estos electrones podrían también ser excitados por otros fenómenos físicos como la luz visible. El electrón excitado permanecerá en un nivel energético ligeramente por debajo de la banda de conducción creando un par electrón-hueco ligados entre sí denominado excitón.

En los cristales ideales, no existen niveles posibles entre la banda de conducción y de valencia. Para que esto se dé, los cristales se dopan con pequeñas cantidades de impurezas, de sustancias denominadas activadores. Estas sustancias crean niveles de energía entre la banda de valencia y de conducción por las cuales los excitones o los electrones de la banda de conducción pueden moverse. Estos niveles son centros de activación de tres tipos:

- Centros de luminiscencia.
- Centros de extinción (Quenching Center).
- Trampas.

Los más interesantes son los centros de luminiscencia. Cuando una radiación ionizante lleva un centro de activación de este tipo a un estado de excitación, pasado un corto periodo de tiempo el electrón vuelve a su estado anterior mediante la emisión de un fotón de energía fija. Este modo de emisión se denomina fluorescencia.

Los centros de extinción funcionan de forma parecida a los centros de luminiscencia, pero en este caso la energía de excitación se disipa en calor en vez de fotones.

Las trampas son un efecto que se da menos en los cristales usados. Las trampas son centros donde electrones, huecos y excitones pueden permanecer durante largos periodos de tiempo hasta que adquieren la energía térmica suficiente para moverse a la banda de conducción, de valencia o a un centro de luminiscencia o de extinción. Si se mueven a un centro de

luminiscencia, al volver al estado de reposo, se emitirá un fotón con mucho retardo. A este fenómeno se le denomina fosforescencia [50], [7].

Las propiedades del centellador ideal son [7]:

- Alta eficiencia de conversión de los rayos gamma a electrones knock-on. Para ello, es necesaria una  $Z$  elevada para evitar el efecto Compton.
- Alta eficiencia de centelleo, o brillo. Es decir, debe generar gran número de fotones por MeV de rayo gamma incidente. También es necesaria una alta densidad del material.
- La conversión debe ser lineal, es decir, el número de fotones emitidos es proporcional a la energía cinética del rayo gamma incidente para un alto rango de energías.
- El cristal debe ser transparente a la longitud de onda de los fotones que genera tras desexcitarse.
- El tiempo de decaimiento tiene que ser corto, lo que implica señales de corta duración.
- Los materiales deben ser fácilmente adaptables en forma a las necesidades del detector.
- Debe poseer un índice de refracción cercano al vidrio para tener un buen acoplamiento óptico con el fotomultiplicador, que es el encargado de traducir los fotones generados en señales luminosas.
- Debe poder usarse en un amplio rango de temperaturas y, a ser posible, no ser higroscópico.

Para un centellador genérico, el número de fotones en función del tiempo generados tras la absorción de un rayo gamma seguirán idealmente la siguiente forma [51]:

$$N(t) = \frac{N_f}{\tau_f} e^{-\frac{t}{\tau_f}} + \frac{N_s}{\tau_s} e^{-\frac{t}{\tau_s}} \quad (3.1)$$

donde  $N$  es el número de fotones por término medio que hay en el instante  $t$ ,  $N_f$  es la fracción de fotones que se emiten rápidamente (fluorescencia) con un tiempo de caída  $\tau_f$  y  $N_s$  es la fracción de fotones que se emiten de forma lenta (fosforescencia) con una constante de tiempo  $\tau_s$ .

El sistema sobre el que se está trabajando utiliza cristales LSO (de Oxiortosilicato de Lutecio) que poseen una única constante de tiempo<sup>1</sup>, de 47 ns y una resolución en energía del 10 % [52].

Cuando un rayo gamma incide sobre el cristal, pueden darse los siguientes efectos [54]:

1. El rayo gamma interactúa con el cristal mediante efecto Compton y, tras ser desviado, sale del cristal. No toda la energía ha sido depositada, por lo que se tendrá a la salida un pulso de menor amplitud.
2. El rayo gamma interactúa con el cristal mediante efecto fotoeléctrico. Es absorbido totalmente. Este es el caso más deseado. A la salida, habrá un pulso de la máxima amplitud, pues toda la energía ha sido transmitida al cristal.
3. El rayo gamma interactúa dos o más veces con el cristal con efecto Compton y, tras esto, es absorbido completamente con la energía que le queda mediante efecto fotoeléctrico. A la salida, se tiene un pulso de la amplitud máxima, pues toda la energía ha sido transmitida al cristal, pero la posición donde se considera que el evento se ha producido, dependiendo del método usado para obtenerla, puede verse distorsionada, pues al final el resultado de la posición vendrá determinado por los puntos donde interacciona y la energía que deja en cada punto.
4. El rayo gamma interactúa con el cristal mediante efecto Compton dos o más veces antes de salir del cristal. Se genera un pulso de amplitud menor del máximo, pues no se ha depositado toda la energía del rayo

---

<sup>1</sup>Realmente, se puede decir que existe una componente lenta con un tiempo de caída de 50 minutos debida a un fenómeno denominado afterglow. Dado el tiempo de caída tan elevado de dicha componente, su efecto podría afectar a variaciones de la línea base en medidas largas [53]



gamma. Y la posición, como en el caso anterior, se distorsiona debido a las múltiples interacciones dentro del cristal.

5. El rayo gamma no llega a interactuar con el cristal. En este caso, el rayo gamma atraviesa el cristal y, por tanto, no puede ser detectado.

### 3.3. Fotomultiplicadores sensibles a posición

El fotomultiplicador es el encargado de transformar en cargas los fotones generados en el cristal centellador. El principio básico de funcionamiento es el efecto fotoeléctrico. Los fotones generados en el cristal centellador impactan en el fotocátodo liberando electrones que son dirigidos y acelerados con un campo eléctrico hasta el primer dínodo. Al aumentar la energía cinética de los electrones dirigidos, estos liberarán más electrones en el primer dínodo que vuelven a ser acelerados con un campo eléctrico hasta el siguiente dínodo repitiéndose el proceso. Este proceso puede interpretarse como que la corriente de electrones es amplificada por cada dínodo de fotomultiplicador que pasa. La corriente de electrones del último dínodo es dirigida al ánodo. El ánodo debe presentar una respuesta lineal a su salida y debe adaptar la impedancia a la impedancia característica de dicha salida [50].

Así pues, a la salida queda como:

$$n_a = n_k \prod_{i=1}^N g_i \text{ donde } g_i = k_i V_i^\alpha \quad (3.2)$$

donde  $n_k$  son los electrones incidentes en el primer dínodo, proporcional al número de fotones que impactan en el fotocátodo,  $n_a$  son el número de electrones que hay en el ánodo,  $g_i$  es la ganancia de cada uno de los dínodos. La ganancia de los dínodos depende de un factor de proporcionalidad  $k_i$  que depende del material del dínodo, del voltaje aplicado entre los dínodos  $V_i$  y de un factor de potencia  $\alpha$  que depende del material del dínodo.

El fotomultiplicador que lleva el sistema PET sobre el que se realizó el presente estudio es un fotomultiplicador sensible a posición, más concretamente, es el H8500 de Hamamatsu. Este fotomultiplicador en forma de

panel plano posee una estructura multidínodo, denominada metal channel. Esta estructura posee una matriz de ánodos que permite detectar la posición de entrada de los fotones al fotomultiplicador. A estos fotomultiplicadores se les denomina “Position Sensitive Photomultiplier Tube (PSPMT)”, es decir, fotomultiplicadores sensibles a posición.

El H8500 posee una matriz de 8x8 ánodos y una salida del último dínodo. La distribución de carga que se tiene a la salida de cada ánodo depende del punto de impacto de los fotones en el fotocátodo. Así pues, los ánodos más cercanos al punto de impacto sacarán más carga que los más alejados. Se puede decir que la distribución de la carga obtenida en los ánodos está relacionada con la distribución de luz que se tiene en el fotocátodo. Esta distribución de carga se produce gracias a que los dínodos de los PSPMT generan las avalanchas de electrones de forma local a la posición donde se ha generado el fotoelectrón. La señal del último dínodo es proporcional a la suma de todas las corrientes de los ánodos. Esta señal es útil a la hora de detectar los eventos [55], de hecho, es la señal que será usada en el análisis de los tiempos.

### 3.4. Front-end analógico

El front-end analógico del sistema en el que se han llevado a cabo las medidas está dividido en 2 etapas, la etapa integrada y la etapa discreta. La etapa integrada se encarga de reducir las 64 señales que proporciona el PMT sin perder información. La etapa discreta se encarga de adaptar las señales resultado del procesado analógico de la etapa integrada y adaptarla a la electrónica de adquisición.

#### 3.4.1. Front-end analógico - etapa integrada

Para la etapa integrada, el grupo de investigación en el que se ha desarrollado este trabajo ha propuesto dos aproximaciones distintas dando lugar a dos circuitos integrados diferentes: PESIC [56], [57] y AMIC [58],[59],[60]. Las dos tecnologías se encargan de reducir el número de señales analógicas de los 64 ánodos de corriente que proporciona el PMT. Mediante PESIC, se reduce la información a 5 señales, de las cuales 4 son

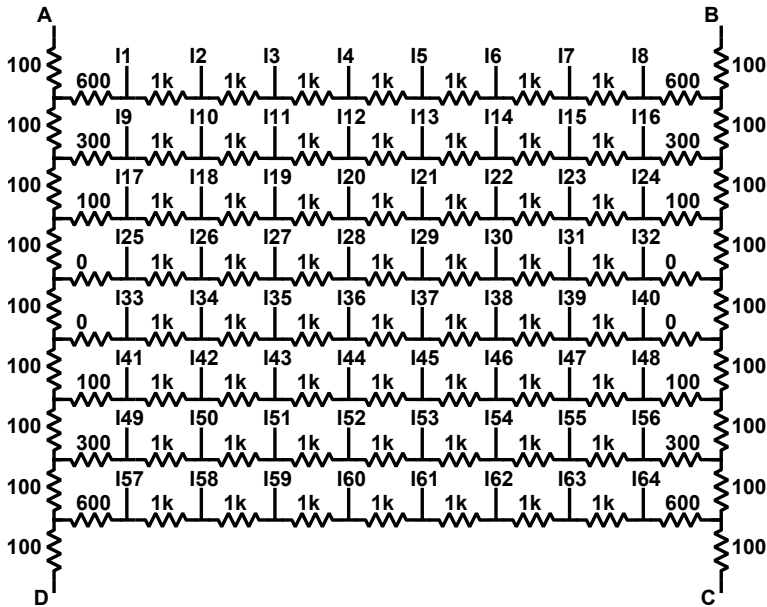


Figura 3.3: Divisor de carga usado para reducir el número de señales proporcionadas por el PMT

usadas para la posición y energía y 1 para la profundidad de interacción. Mediante AMIC, se obtiene la misma información que con PESIC con 4 señales: una para energía, dos para la posición y una última para la DOI. En AMIC, se dispone de hasta un total de 8 señales que pueden proporcionar más información sobre la distribución de luz en el fotocátodo del PMT.

La filosofía de PESIC y AMIC es totalmente diferente. PESIC está basado en una aproximación más clásica del problema, en la que se integra un divisor de carga. En AMIC, se dispone de una especie de filtro analógico cuyos coeficientes son programables.

En PESIC, se integra un divisor resistivo como el representado en la Fig. 3.3, descrito en estudios previos [61]. En el caso de PESIC, las resistencias seleccionadas son de valores que permitan su integración sin un

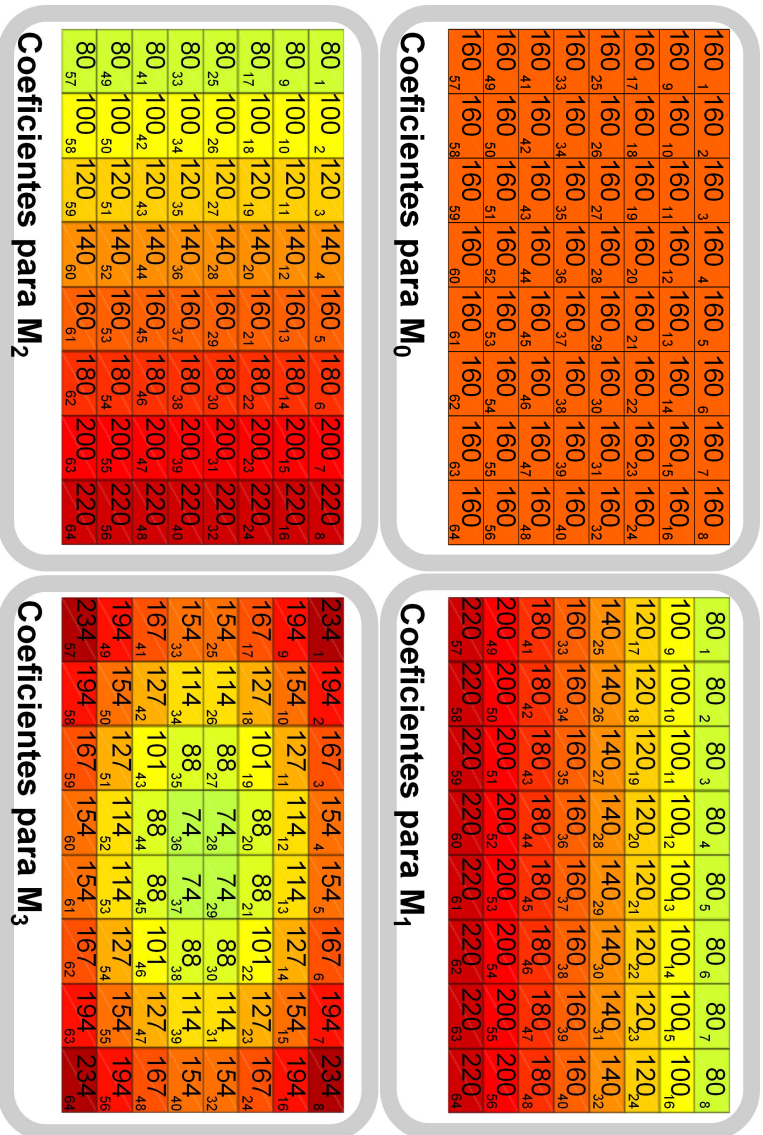


Figura 3.4: Ejemplo de los coeficientes programables de AMIC para  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  (Ec. 3.5). En cada casilla se tiene el valor del coeficiente y el subíndice del coeficiente que corresponde al valor de  $i$  de la Ec. 3.5. Para ser más visual han sido coloreadas las casillas del coeficiente en función de su valor. A los valores más bajos se les ha asignado colores más fríos y los más altos colores más calidos. A partir de los valores obtenidos de  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  se puede obtener de la Ec. 3.6 la energía, posición y DOI del evento detectado.

uso excesivo de superficie de silicio. La red de resistencias tiene como entradas las corrientes  $I_i$  con  $i = 1, \dots, 64$  que proporcionan los 64 ánodos del PMT y genera a su salida cuatro señales A,B,C y D de corriente cuyo valor depende de la distribución de luz sobre el fotocátodo. PESIC posee una etapa de entrada a la red resistiva, la red resistiva y la etapa de salida que transforma las señales de corriente A, B, C y D en señales de tensión.

A partir de las cuatro señales proporcionadas por PESIC, fácilmente se puede obtener la energía y la posición del evento que ha interactuado con el detector.

La energía del rayo gamma detectado se obtiene de la carga de los pulsos recibidos por A,B,C y D:

$$E = Ch_A + Ch_B + Ch_C + Ch_D \quad (3.3)$$

donde  $Ch_X$  es la carga del pulso  $X$ . La carga se obtiene integrando la señal o mediante el máximo, ya que los pulsos recibidos tienen la peculiaridad de que su carga es proporcional al máximo del pulso. La Energía del pulso es una información que también está relacionada con la carga de la señal del último dínodo del PMT.

El valor de la posición se obtiene también a partir de la carga de los pulsos recibidos, haciendo uso de la denominada lógica de Anger [61]:

$$\begin{aligned} X &= \frac{(Ch_B + Ch_C) - (Ch_A + Ch_D)}{Ch_A + Ch_B + Ch_C + Ch_D} \\ Y &= \frac{(Ch_A + Ch_B) - (Ch_C + Ch_D)}{Ch_A + Ch_B + Ch_C + Ch_D} \end{aligned} \quad (3.4)$$

donde la posición viene determinada por las coordenadas obtenidas  $(X, Y)$ .

AMIC hace una aproximación totalmente diferente al problema de la reducción del número de señales proporcionadas por el PMT sin pérdida de información. AMIC hace un procesado analógico de las señales de entrada. Posee hasta 8 bloques de procesado que generan 8 salidas para las 64 señales de los ánodos proporcionadas por el PMT. La estructura del ASIC posee una etapa de entrada, los bloques de procesado y una etapa de salida. AMIC proporciona las 8 salidas tanto en tensión como en corriente. Las

salidas en corriente permiten la interconexión de varios ASIC en paralelo para poder procesar señales de PMTs con mayor número de ánodos de salida.

El bloque fundamental de procesamiento realiza la siguiente operación sobre las corrientes proporcionadas por los ánodos:

$$M_j = \sum_{i=1}^{64} a_{ji} I_i \text{ donde } j = 0 \dots 7. \quad (3.5)$$

donde  $M_j$  son cada una de las 8 salidas generadas por AMIC,  $I_i$  es cada una de las corrientes proporcionadas por los ánodos del PMT y  $a_i$  son coeficientes programables que permiten definir diferentes funciones de procesamiento sobre las entradas. Para los coeficientes programables, se usa un bloque digital que permite variar su valor con una precisión de 8 bits, es decir, hasta 256 valores por coeficiente de forma independiente.

Dependiendo de los coeficientes introducidos, se pueden obtener los valores de energía, posición e incluso DOI. En la Fig. 3.4, puede verse un ejemplo de coeficientes que permiten calcular estos valores:

$$\begin{aligned} E &= M_0; & DOI &= \frac{M_3}{M_0}; \\ X &= \frac{M_1}{M_0}; & Y &= \frac{M_2}{M_0} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Cabe notar que de las 8 salidas disponibles de AMIC, solo cuatro de ellas están siendo utilizadas. Las cuatro restantes están disponibles para futuros usos.

### 3.4.2. Cálculo de la DOI

Tanto PESIC como AMIC son front-ends analógicos integrados que permiten calcular la profundidad de interacción. En ambos circuitos integrados se calcula la profundidad de interacción mediante la técnica desarrollada por Ch. W. Lerche descrita en [42] y [43]. La idea se basa en calcular el segundo momento de la distribución de luz sobre el detector. El valor al cuadrado del segundo momento está relacionado con el ancho

de la distribución de luz  $y$ , a su vez, el ancho de la distribución de luz sobre el detector depende de la profundidad de interacción del rayo gamma con el centellador. Así pues, cuando el rayo gamma interactúa dentro del centellador pero lejos del fotodetector, la distribución de luz obtenida es más ancha que cuando el rayo gamma interactúa más dentro del cristal pero más cercano al fotodetector. Teniendo la información de la DOI y con la información en 2D del apartado anterior, se dispone de la información en tres dimensiones del punto de interacción entre el cristal centellador y el rayo gamma generado tras la aniquilación positrón-electrón.

PESIC lleva integrado un circuito que, a partir de ciertos valores de corrientes de la red de resistencias, es capaz de obtener el segundo momento de la distribución de luz. De esta forma, se posee una nueva señal de la cual se puede extraer la información de la DOI. De forma equivalente, mediante la selección de un set adecuado de coeficientes de AMIC, se puede obtener también la información del segundo momento de la señal  $y$ , por tanto, información de la DOI. Una descripción detallada de la forma de implementar el método descrito se puede encontrar en los trabajos de V. Herrero y Ch. W. Lerche [59, 62, 56, 57, 43, 60].

### 3.4.3. **Front-end analógico - etapa discreta**

Tras la reducción del número de señales realizada en el front-end analógico integrado, estas señales deben ser adaptadas para poder tomar medidas en el front-end digital. La etapa discreta del front-end analógico se encarga de realizar esta tarea. En las señales que surgen de los ASIC, esta etapa simplemente adapta el rango dinámico de las señales al rango dinámico del ADC de entrada del sistema de adquisición. En el caso del último dínodo, será necesario realizar un conformado de la señal (shaping). El shaping se encarga de modificar los tiempos de las pendientes de subida y caída de la señal. En los sistemas PET convencionales, interesa hacer más rápidas las señales. Para el sistema usado en el presente estudio, basado en adquisición freerunning sampling, el shaping permite ralentizar y adaptar la señal del último dínodo a los tiempos de muestreo del ADC usado.

La señal de salida generada en el último dínodo es una señal muy rápida, con gran ancho de banda, es decir, con componentes de altas fre-

Tabla 3.1: Características más notables del OPA690

Ancho de banda (G=1)	500 MHz
Ancho de banda (G=10)	30 MHz
Slew Rate	1800 V/ $\mu$ s
Ruido en tensión a la entrada	5.5 nV/ $\sqrt{Hz}$
Ruido en corriente a la entrada	3.1 pA/ $\sqrt{Hz}$
Tensión de alimentación	$\pm 5$ V

cuencias. Se hace necesario en estos casos ralentizar la señal si se pretende adquirir con ADCs cuya frecuencia de muestreo esté por debajo de dicho ancho de banda. El teorema de Nyquist dice que una señal continua puede ser enteramente recuperable si su ancho de banda es menor que la mitad de la frecuencia de muestreo [63, 64]. En caso de señales con mayor ancho de banda, se producirá el problema del aliasing. El teorema de Nyquist no indica que una señal con un ancho de banda mayor no pueda ser recuperada, sino que asegura que una señal con un ancho de banda menor puede ser recuperada completamente. Si se dispone de información de la forma de la señal adquirida, esta información podría utilizarse para recuperar la señal aunque esta no cumpla el criterio de Nyquist [65, 66, 67, 68].

En esta etapa, se usan distintas configuraciones de circuitos con amplificadores operacionales. En este estudio, el amplificador usado es el OPA690 de Texas instruments [69]. Este amplificador posee un buen ancho de banda (de esta forma, no es limitante a la hora de realizar ningún filtro), un buen slew rate que permite tratar con señales con variaciones muy rápidas como son los últimos díodos, es estable a ganancia unidad y posee un nivel de ruido adecuado. En la tabla adjunta (tabla 3.1), se indican algunas de las características más notables del amplificador.

Para las señales que vienen de PESIC, únicamente es necesario adaptar las ganancias. Para ello, se utiliza una etapa amplificadora mediante el uso de un amplificador operacional en una configuración no inversora tal como se indica en la Fig. 3.5.



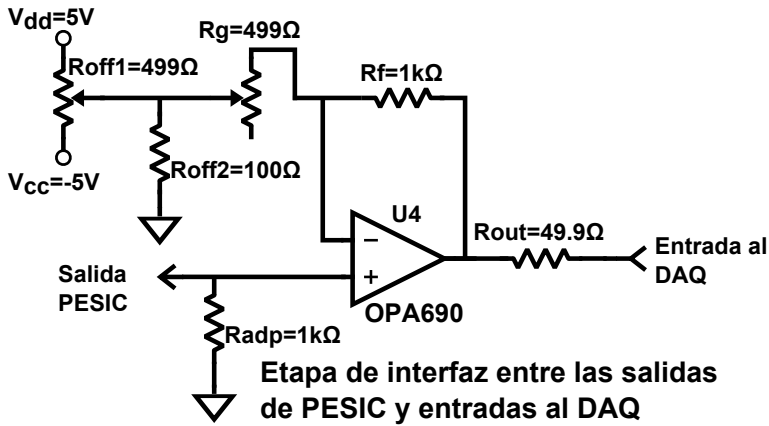


Figura 3.5: Interfaz entre las salidas de PESIC y el sistema DAQ.

En esta etapa,  $R_{adp}$  se encarga de adaptar la señal de salida de PESIC al interfaz;  $R_g$  controla la ganancia de la señal. Esta ganancia permite compensar variaciones de ganancia entre distintas salidas y adaptar las salidas al rango dinámico del DAQ.  $R_{off1}$  se encarga de variar la tensión de offset presente a las salidas de PESIC, para poder aprovechar al máximo el rango dinámico del ADC. Debido a que la entrada diferencial del ADC está desacoplada en alterna, el rango dinámico útil máximo de los ADCs será 11 bits. Las señales generadas en AMIC son, de forma equivalente, adaptadas al DAQ.

Las señales generadas en los últimos dínodos de los PMT son las señales usadas para la detección de un nuevo evento. Son señales muy rápidas que deben ser procesadas para poder ser adquiridas de forma adecuada por el sistema DAQ. La etapa encargada de realizar esta tarea es el conformador de onda (shaper). El shaper implementado en el sistema usado es de tipo  $CR - RC^2$  con cancelación polo cero. Esto quiere decir que este bloque está compuesto por dos subetapas, la etapa  $CR$  y la etapa  $RC^2$  [70]. La primera subetapa de este procesado, etapa  $CR$ , se encarga de realizar un filtro paso alto. De esta forma, se limita la mínima frecuencia posible que el filtro permite pasar y, por tanto, la mínima pendiente de la señal posible.

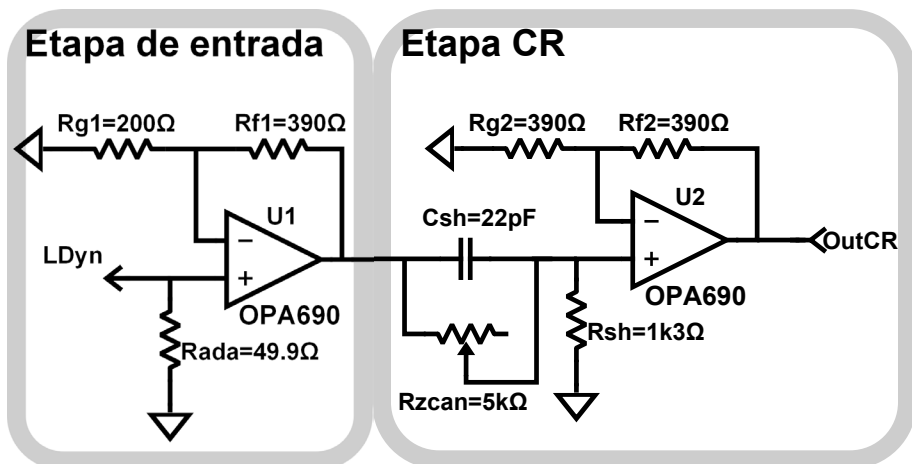


Figura 3.6: Primera etapa del conformado de onda del último dínodo. Implementa un filtro CR con cancelación Polo-Cero

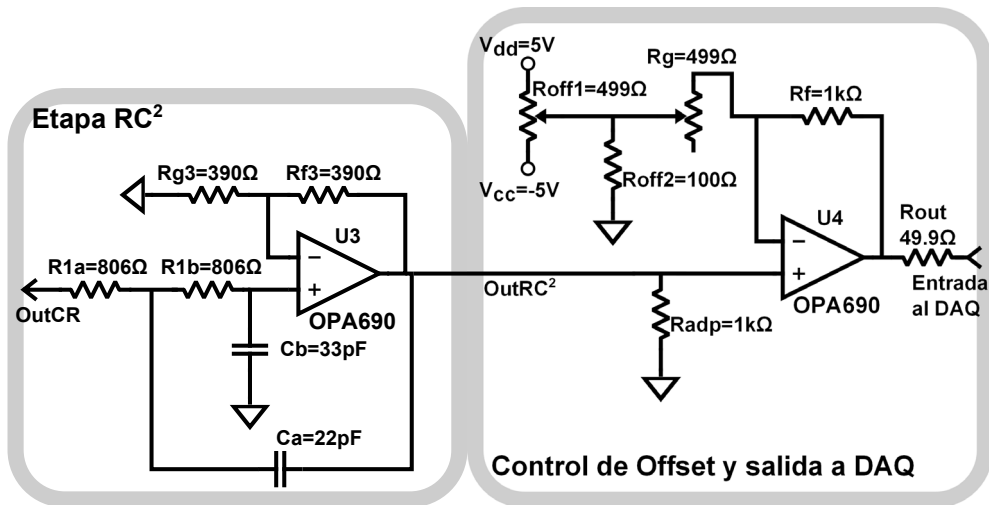


Figura 3.7: Etapa  $CR^2$  desarrollada para el sistema PET usado junto con la etapa de adaptación al DAQ

Se define el tiempo de pico de una señal como el tiempo que tarda una señal en pasar de 0 a su máximo valor o, al contrario, pasar de su máximo valor a cero. El tiempo de pico de la señal resultante tras el filtro paso alto puede aproximarse como  $tp_{max} = 1/(4 * f_{cpa})$  donde  $f_{cpa}$  es la frecuencia de corte del filtro paso alto<sup>2</sup>. Esto evita que, al aplicarle un shaping, la señal alargue su duración más de lo debido. Esto se hace necesario para reducir la probabilidad de apilamiento de pulsos (pile-up).

La implementación en el sistema usado de la etapa CR puede verse en la Fig. 3.6. Los dos amplificadores independizan el filtro de primer orden paso alto con la red de compensación polo-cero cuyo conjunto forma la etapa CR. Estos amplificadores forman parte cada uno de un amplificador no inversor generado mediante amplificadores operacionales, que permiten controlar la ganancia de los pulsos de entrada.

Tras la etapa CR, se ha limitado la mínima pendiente de la señal. Ahora, con la etapa  $RC^2$ , se limitará la máxima pendiente. Esta etapa se lleva a cabo mediante un filtro paso bajo de segundo orden. El filtro paso bajo viene determinado por su frecuencia de corte, la cual determina la frecuencia máxima de la señal y, por tanto, su máxima pendiente. El tiempo de pico de la señal tras la etapa  $CR^2$  será como mínimo  $tp_{min} = 1/(4 * f_{cpb})$ , donde  $f_{cpb}$  es la frecuencia de corte del filtro paso bajo.

La implementación práctica en el sistema usado de la etapa  $CR^2$  se ha llevado a cabo mediante una célula Sallen Key como puede verse en la Fig. 3.7 [71]. La respuesta del filtro paso bajo Sallen Key en el dominio de Laplace queda como:

$$H_{RC^2}(s) = \frac{K}{s^2 + s \frac{R_{1b}C_b + R_{1a}C_b + R_{1a}C_a - KR_{1a}C_a}{R_{1a}R_{1b}C_aC_b} + \frac{1}{R_{1a}R_{1b}C_aC_b}}, \quad (3.7)$$

donde  $K = 1 + R_{f3}/R_{g3}$ . Esta ecuación puede expresarse de forma más compacta como:

---

<sup>2</sup>Esta aproximación surge de considerar que en el comportamiento de un filtro paso alto ideal la mínima frecuencia que puede darse es la determinada por su frecuencia de corte  $f_{cpa}$ . Considerando una señal senoidal con una frecuencia  $f_{cpa}$ , el tiempo que tarda en pasar de 0 al máximo es un cuarto del periodo,  $tp_{max} = 1/(4 * f_{cpa})$ .

$$H_{RC^2}(s) = \frac{K\omega_c^2}{(s^2 + s\frac{\omega_c}{Q} + \omega_c^2)}, \quad (3.8)$$

siendo:

$$\omega_c = 2\pi f_c = \frac{1}{\sqrt{R_{1a}R_{1b}C_aC_b}} \quad (3.9)$$

y,

$$Q = \frac{\sqrt{R_{1a}R_{1b}C_aC_b}}{R_{1b}C_b + R_{1a}C_b + R_{1a}C_a - KR_{1a}C_a} \quad (3.10)$$

donde  $f_c$  es la frecuencia de corte del filtro a diseñar y  $Q$  su factor de calidad. El filtro desarrollado en el sistema es un filtro con una función de transferencia de tipo Bessel paso bajo. La respuesta de tipo Bessel proporciona un retraso de grupo constante de la señal, lo que implica una respuesta en fase lineal y, por tanto, una menor distorsión de la señal filtrada [72][73]. El diseño del filtro fue llevado a cabo mediante el uso de un toolbox de Matlab para el diseño de filtros analógicos [74]. La frecuencia de corte seleccionada proporciona una o dos muestras en la pendiente de subida de los pulsos incidentes para el ADC disponible. De esta forma, se aseguraba la existencia de muestras en la pendiente de subida útil para reconstruir los pulsos.

En el apéndice B se ha introducido una explicación teórica de como funciona el conformador  $CR - RC^2$  de onda.

### 3.5. Sistema de Adquisición

El sistema de adquisición se encarga de digitalizar los canales generados en el front-end analógico, procesarlos para obtener la información contenida en los pulsos generados tras la detección de un evento, detectar los eventos válidos y enviarlos al PC, que se encargará con la información detectada de realizar la reconstrucción de la imagen de la distribución de radioisótopos.

El sistema de adquisición desarrollado por el grupo de investigación es un sistema en el que todos los canales de adquisición son iguales y las señales adquiridas son procesadas de forma independiente. Que todos

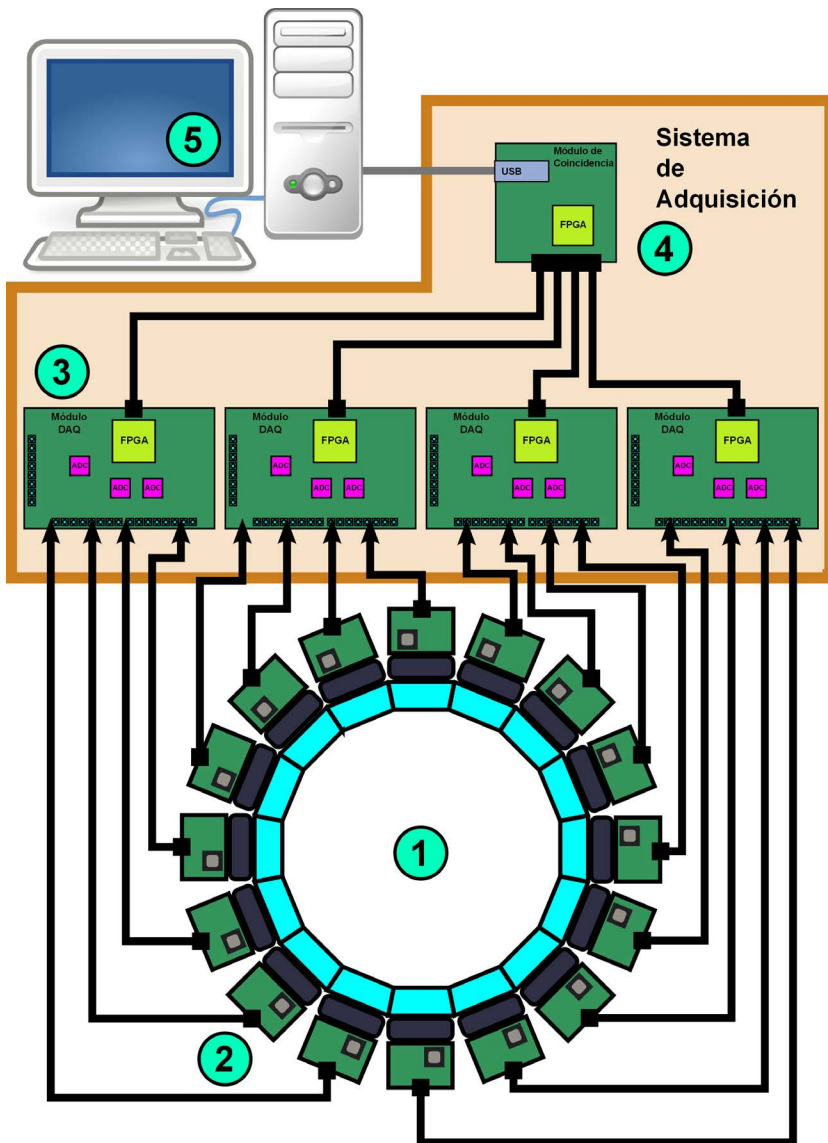


Figura 3.8: Esquema de conexión del sistema de adquisición dentro del sistema PET

los canales de adquisición sean iguales implica que el sistema no tiene una electrónica de adquisición dedicada y optimizada para el disparo y la detección de tiempos. Por tanto, la diferenciación en los canales usados para estas tareas será a nivel digital en el procesado llevado a cabo en los dispositivos programables de que dispone la electrónica de adquisición.

El sistema está formado por 5 tarjetas conectadas entre sí por un back-plane propio. Cuatro de las tarjetas se encargan de adquirir y procesar las señales de los detectores. A estas tarjetas se las denomina tarjetas de DAQ. La quinta tarjeta se encarga de recoger la información de las tarjetas de DAQ y de realizar el algoritmo de coincidencia y, por último, de enviar la información al PC encargado de realizar la reconstrucción. A esta última tarjeta se le llama tarjeta de coincidencia.

Cada tarjeta posee como núcleo principal de procesado un dispositivo lógico programable de tipo FPGA. La FPGA utilizada en las placas es la XC5VLX85T de la familia virtex 5 de Xilinx [75]. Las características más notables de dicho dispositivo están en la tabla 3.2. En un principio, el sistema está pensado para adquirir las señales de cuatro detectores por tarjeta de adquisición, de cada detector se pueden adquirir hasta 6 canales. De esta forma, cada tarjeta permite adquirir hasta 24 canales. Considerando las 4 tarjetas, el sistema permite un total de 16 detectores, por lo que se pueden llegar a adquirir hasta 96 canales simultáneamente. En los sistemas basados en PESIC, los 6 canales de cada detector serán A,B,C,D, último dínodo y S para la DOI. En los sistemas basados en AMIC, se dispondrá como mínimo de E, X, Y, último dínodo y S para el DOI.

Como puede verse en la tabla 3.2, la FPGA XC5VLX85T es un dispositivo suficientemente grande, con suficiente memoria y recursos para poder realizar procesado de señal, trabajar con varios dominios de reloj e implementar enlaces de alta velocidad.

La estructura de conexión del sistema de adquisición dentro de la jerarquía del sistema PET puede verse en la Fig. 3.8. En (1), se muestra el anillo de 16 detectores. En (2), se puede ver como las 6 señales analógicas de cada uno de los detectores se conectan a las tarjetas de DAQ del sistema de adquisición a través de conectores de RF de la familia SSMCX de Molex. En (3), cada tarjeta DAQ adquiere las señales de hasta 4 cristales con 12 bits de resolución y una frecuencia de muestreo de 70MHz

Tabla 3.2: Características más notables de la FPGA XC5VLX85T de Xilinx

Número de Flip flops	51840
Número de LUTs (Look-up tables) de 6 entradas	51840
Número de Slices	12960
Número de Block RAMs /FIFOs	108
Total de Memoria disponible	3888 KB
Número de GTPs (Transceiver serie de alta velocidad)	6
Número de ISERDES(Entradas serializadores/deserializadores)	48
Número de DCMs (Digital clock managers)	12

por canal. Esto hace que cada tarjeta de DAQ tenga una tasa de entrada de 20.16 Gb/s de datos. Contando las 4 tarjetas, hay en total una tasa de entrada al sistema DAQ de 80.64 Gb/s. Cada una de las tarjetas de DAQ está conectada mediante un backplane a la tarjeta de coincidencia haciendo uso de conexiones punto a punto. Esto viene representado en la Fig. 3.8 mediante las líneas que unen las tarjetas en (3) con las tarjetas en (4). El enlace punto a punto tiene una velocidad de 0.5 Gb/s contando cabeceras y bits de control. La velocidad efectiva de datos de estos enlaces es de 320 Mbps. Por otra parte, la tarjeta de coincidencia se encarga de centralizar la información de las cuatro tarjetas de DAQ. Esta tarjeta puede configurarse para realizar la coincidencia temporal de eventos de los 16 cristales y enviar solo los eventos válidos al sistema de reconstrucción. O puede configurarse en modo bypass. En este modo, toda la información recibida de las tarjetas se envía al sistema de reconstrucción para poder procesarla off-line. La información de la tarjeta de coincidencia se envía al sistema de reconstrucción de imagen (5) a través de un enlace USB 2.0. que ha proporcionado hasta 20 MB/s (160Mb/s) sostenidos efectivos de datos en las pruebas realizadas con el sistema actual.

Por tanto, el primer nivel de la jerarquía del sistema de DAQ, el punto (3) en la Fig. 3.8 (las tarjetas de DAQ), debe reducir la tasa efectiva de 20 Gb/s a 320Mb/s. En el segundo nivel de la jerarquía del sistema

de adquisición (4), la tarjeta de coincidencia debe reducir  $4 \times 320 \text{ Mb/s} = 1280 \text{ Mb/s}$  a los 160 Mb/s del USB 2.0. [76].

El sistema de adquisición posee dos modos de funcionamiento, el modo test y el modo normal, que se corresponden a firmwares diferentes de la FPGA.

El modo test sirve para validar los algoritmos de procesado incluidos en la tarjeta de adquisición. En este modo, el sistema está pensado para adquirir datos de únicamente dos detectores enfrentados mediante el uso de una tarjeta de adquisición y una tarjeta de coincidencia. La tarjeta de coincidencia en este modo se configura en modo “bypass”, en el cual, como se indicaba anteriormente, todos los datos que envía la tarjeta de adquisición se envían al sistema de reconstrucción para poder ser post procesados y, de esta forma, no se filtra la información enviada por la tarjeta de adquisición.

El modo normal está pensado para trabajar con 16 detectores y con altas tasas de radiación. El diseño trata de enviar solo la información relevante de cada evento detectado, optimizando de esta forma los recursos disponibles. En este modo, la tarjeta de coincidencia se encarga de buscar eventos en coincidencia de los 16 detectores y de enviar al sistema de reconstrucción solo pares de eventos en coincidencia.

En esta tesis, se ha trabajado en modo test pues el objetivo era validar el comportamiento de los diferentes algoritmos de cálculo de tiempos. El modo normal no envía información de tiempos de cada evento al PC, únicamente envía la información útil de eventos en coincidencia, es decir, su energía, su posición, su DOI y el identificador de los dos detectores. El modo test envía toda la información de los eventos adquiridos: A, B, C, D, DOI, último dínodo, etiqueta de tiempos y detector, en el caso de PESIC; o las salidas generadas por AMIC, último dínodo, etiqueta de tiempos y detector, en el caso de AMIC.

Debido a las altas tasas de eventos en no coincidencia existentes, para reducir la información válida disponible en el PC en el modo test, la tarjeta de DAQ posee una ventana de coincidencia gruesa que permite reducir las tasas de eventos no coincidentes que son recibidos en el PC sin afectar a los estudios de resolución temporal de los eventos en coincidencia. El número de eventos no coincidentes implica una tasa de eventos en el PC de



varios Mbits por segundo, lo que hace impracticable su procesamiento posterior. Utilizar una ventana de coincidencia mucho mayor respecto a la resolución temporal medida reduce la tasa de eventos no coincidentes y, por tanto, permite realizar posteriormente estudios temporales en el PC debido a que la cantidad de eventos recibidos ya puede ser procesada en un tiempo adecuado.

La tarjeta de adquisición es la encargada de extraer la información de los pulsos adquiridos. El firmware de la FPGA detecta los eventos recibidos y extrae de las muestras del pulso la posición de donde el rayo gamma ha interactuado con el cristal ( $x$ ,  $y$ , DOI), su energía y el tiempo de llegada del evento al detector. Para cada información, existe un bloque de procesamiento digital dentro de la FPGA que permite extraer el dato deseado. La mejora de los bloques de procesamiento digital para extraer con más precisión de las muestras cada uno de estos parámetros del pulso incidente repercute en una mejora en la calidad de la imagen final. El presente trabajo propone la mejora de la resolución temporal del sistema PET mediante el uso de determinados discriminadores temporales digitales, que se programarán en la FPGA de las tarjetas de DAQ. Los discriminadores son los bloques de procesamiento digital encargados de extraer el tiempo de llegada del pulso muestreado detectado.

Con la intención de que el lector pueda profundizar en el funcionamiento del sistema de adquisición se ha añadido en el apéndice C una descripción detallada de los bloques que conforman el sistema y de su funcionalidad. De esta forma, el lector puede entender la forma exacta en la que funciona el sistema de adquisición usado en el presente estudio.

### **3.6. Aportaciones del capítulo**

En el presente capítulo han sido descritos los distintos componentes del sistema PET en el que se ha llevado a cabo el estudio junto con la funcionalidad de cada uno de ellos. Tras su lectura, el lector comprende como el sistema es capaz de obtener la información de los eventos gamma detectados (energía, posición donde han sido detectados e instante temporal de detección). De esta forma, queda definida la instrumentación sobre la cual se ha llevado a cabo la investigación.



## Capítulo 4

# Resolución temporal en sistemas PET

### **Resumen:**

Tras haber introducido la técnica PET, junto con la estructura de un tomógrafo y los parámetros que describen la calidad de un sistema PET, en el presente capítulo se comienza a desarrollar el tema central de la tesis, la resolución temporal en los sistemas PET. En la primera parte del capítulo, se realiza un análisis de los factores que afectan a la resolución temporal del sistema (cristales centelleadores, fotomultiplicadores, electrónica). Se hace una descripción de los discriminadores de tiempo analógicos tradicionalmente usados y se realiza un estado del arte de la situación actual de los discriminadores digitales. Por último, se enmarca el presente trabajo dentro del estado actual de la temática.

## **4.1. Introducción**

### **4.1.1. Definición**

Se va a considerar la resolución temporal de tomógrafo PET como la máxima precisión con la que se puede medir la diferencia de los tiempos

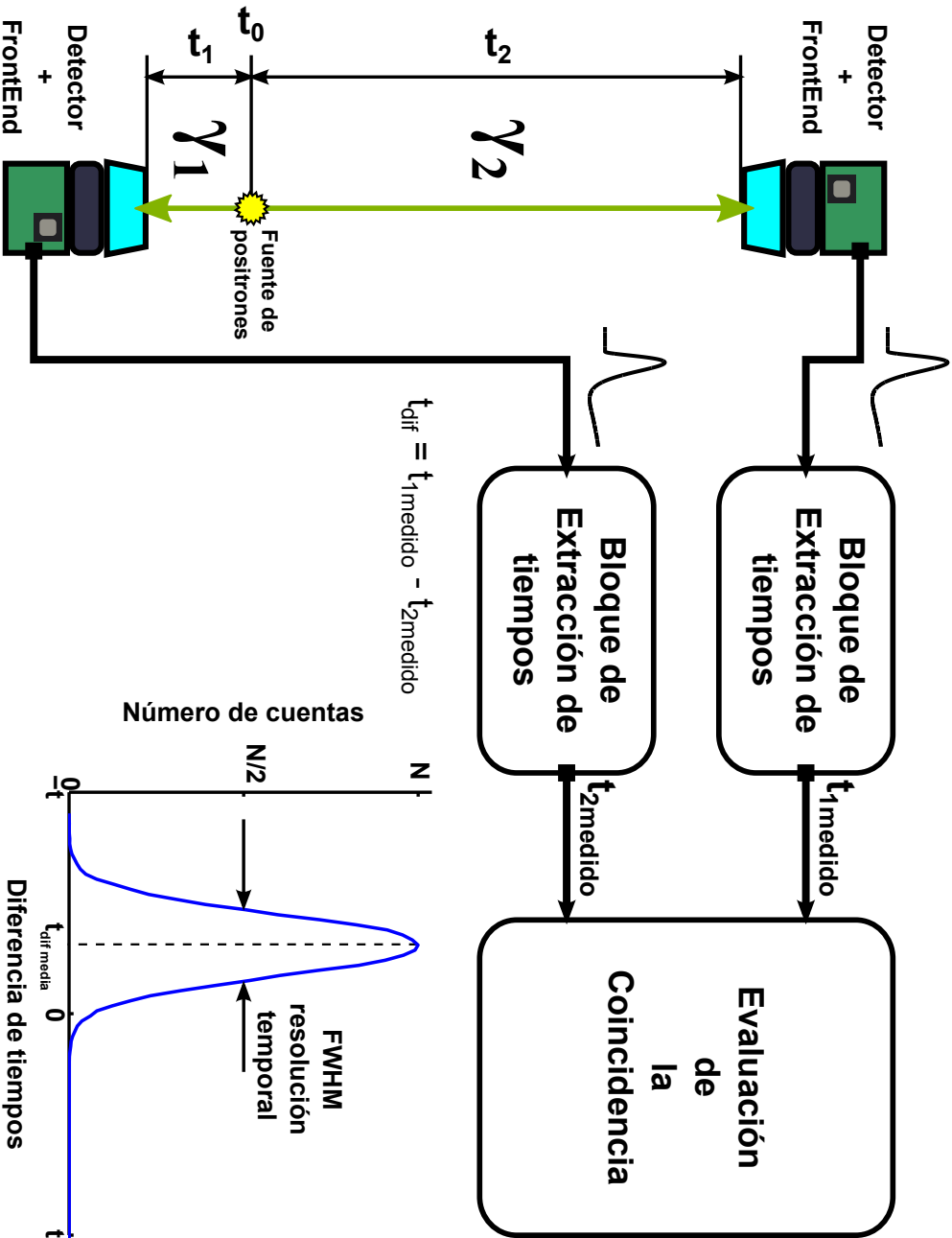


Figura 4.1: Esquema de un sistema genérico para medir tiempos de rayos gamma en coincidencia

de llegada de los dos fotones en coincidencia generados tras una aniquilación positrón-electrón [2]. La forma común de medirlo es mediante dos detectores enfrentados y una fuente puntual que emita positrones que, al aniquilarse cada uno de ellos con un electrón, generen pares de fotones en coincidencia temporal. El espectro (histograma) de la diferencia de tiempos de llegada de un elevado número de pares de eventos en coincidencia determina un pico de coincidencia cuyo ancho a mitad de máximo (FWHM) es la resolución temporal del sistema [7]. Cuanto mayor es el número de pares de eventos analizados, menor es el efecto de ruido estadístico. El ancho del pico medido viene determinado por los errores acumulados introducidos por cada uno de los componentes del sistema de medida de tiempos de llegada.

En la Fig. 4.1 se representa un esquema típico para medir tiempos. Se pueden observar las distintas partes que componen el sistema:

- Detectores: Se encargan de transformar los rayos gamma en señales eléctricas.
- Bloques de extracción de tiempos: Son los bloques encargados de extraer el tiempo de llegada de los pulsos eléctricos generados en los detectores.
- Evaluación de la coincidencia: Es el bloque que se encarga, a partir de la información temporal, de evaluar la existencia o no de coincidencia temporal.

En la Fig. 4.1, puede observarse la posición de la fuente respecto a los dos detectores enfrentados. Tras la aniquilación, se generan dos rayos gamma. Cada rayo gamma tarda un tiempo ( $t_1$  y  $t_2$ ) en alcanzar cada uno de los detectores. Este tiempo se denomina tiempo de vuelo de los rayos gamma. El tiempo de vuelo considerando que las partículas se mueven a la velocidad de la luz es:

$$t_i = x_i/c \quad (4.1)$$

donde  $x_i$  es la distancia recorrida por el rayo gamma  $i$ ,  $c$  es la velocidad de la luz y  $t_i$  es el tiempo de vuelo de la partícula  $i$ . El detector genera la

señal eléctrica de la cual se extraerá la información temporal en el bloque de extracción de tiempos. Como se verá, este bloque de tiempos puede ser analógico o digital. A la salida de este bloque, se posee la información medida del tiempo de llegada del pulso. Los valores  $t_{1medido}$  y  $t_{2medido}$ , debido a la resolución temporal de las distintas partes del sistema, difieren de la información real  $t_1 + t_0$  y  $t_2 + t_0$ , siendo  $t_0$  el instante cuando se produjo la aniquilación. Se puede decir que  $t_{1medido} = t_1 + t_0 + \sigma_{t1}$  y  $t_{2medido} = t_2 + t_0 + \sigma_{t2}$ , siendo  $\sigma_{ti}$  el error introducido en la medida de tiempo por la rama de medida de tiempo  $i$  formada por el detector  $i$ , el front-end  $i$  y el bloque  $i$  de extracción de tiempos. El bloque de evaluación de coincidencia se encarga de medir la diferencia de tiempos:

$$t_{dif} = t_{1medido} - t_{2medido} \quad (4.2)$$

Este bloque se encarga de evaluar si la  $t_{dif}$  está dentro de un rango de valores denominado ventana de coincidencia. Para evaluar la resolución temporal de un sistema de medida de tiempos se toma un número elevado  $K$  de eventos en coincidencia generados con una fuente puntual. De cada par  $k$  de eventos, se mide su  $t_{dif}(k)$ . Interesa una  $K$  elevada para reducir las fluctuaciones estadísticas. Si se hace un histograma de los  $K$   $t_{dif}(k)$  medidos se obtiene una gráfica como la representada en la Fig. 4.1. La distribución obtenida se ajusta bien a una gaussiana. El ancho a mitad de máximo de la gaussiana es la resolución temporal del sistema que es directamente proporcional a la desviación estándar de la distribución gaussiana. La media ( $t_{dif}$ ) está relacionada con la posición de la fuente entre los dos detectores, idealmente:

$$t_{dif \text{ media}} = t_1 - t_2. \quad (4.3)$$

La ventana de coincidencia  $\Delta T_V$  permite definir el rango de valores en el que se considera que dos eventos son simultáneos y, por tanto, que están en coincidencia. Se suele seleccionar en función de la resolución temporal y, normalmente, se toma el doble de la resolución temporal del sistema [2]. De esta forma, se alcanza una gran eficiencia en la detección de eventos en coincidencia válidos.

### 4.1.2. Efectos de la mejora de la resolución temporal en los sistemas PET

La mejora de la resolución temporal afecta directamente a la mejora de la relación señal a ruido del sistema y, siempre que el cristal centelleador lo permita, mejora la tasa máxima de eventos que el sistema puede procesar [47, 2]. Esto viene generado por la reducción de la tasa de eventos aleatorios y, para resoluciones temporales muy buenas, por las técnicas de reconstrucción de la imagen. Como puede observarse en la Fig. 2.3 del capítulo 2, cuando dos eventos que vienen de aniquilaciones diferentes caen dentro de la ventana de coincidencia, se consideran válidos. Estos eventos son generados en aniquilaciones diferentes y, por tanto, la diferencia de tiempo de ambos eventos coincidentes dependerá de la diferencia del tiempo de vuelo de cada uno de los rayos gamma y del momento en el que se produjo cada una de las aniquilaciones:

$$t_1 = t_{v1} + t_{01} \quad (4.4)$$

$$t_2 = t_{v2} + t_{02} \quad (4.5)$$

$$t_{dif} = t_1 - t_2 = (t_{v1} - t_{v2}) + (t_{01} - t_{02}) \quad (4.6)$$

donde  $t_i$  es el tiempo de llegada del evento  $i$ ,  $t_{0i}$  es el tiempo donde se originó la aniquilación que generó el evento  $i$ ,  $t_{vi}$  es el tiempo de vuelo desde que se generó el evento  $i$  hasta que es detectado y  $t_{dif}$  es la diferencia de tiempos medida. Lo primero que se puede observar es que si se dispone de una resolución temporal  $\Delta t_{FWHM}$  y se selecciona una ventana  $\Delta T_V = 2 \cdot \Delta t_{FWHM}$ , se considera que todos los eventos aleatorios que tengan  $t_{dif}$  por debajo de dicha ventana están en coincidencia y, por tanto, introducirán ruido a la señal. Como la mejor forma de expresar la relación señal a ruido en PET es mediante el parámetro NEC, lo que antes se ha explicado conceptualmente, ahora se va a relacionar con la NEC. La tasa de eventos aleatorios para dos detectores enfrentados se puede aproximar como [2, 45, 40]:

$$R_{1,2} = 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot \Delta T_V \quad (4.7)$$

donde  $R_{i,j}$  es la tasa de eventos aleatorios entre los detectores  $i,j$ ,  $R_p$  es la tasa de eventos simples para el detector  $p$  y  $\Delta T_V$  es la ventana de coincidencia. En este caso, solo se considera un detector enfrentado a otro. Si se tuvieran en cuenta todas las parejas de detectores enfrentados el resultado sería [2]:

$$R = \sum R_{i,j} \quad (4.8)$$

siendo  $i, j$  los posibles detectores [2] y  $R$  la tasa de eventos aleatorios del sistema PET. La conclusión a la que se llega es que la tasa de eventos aleatorios es proporcional a la ventana de coincidencia,  $\Delta T_V$ , luego reduciendo la ventana de coincidencia se está reduciendo  $R$  y, por tanto, viendo la expresión de la NEC (Ec. 2.10 del capítulo 2), se incrementa su valor y mejora la relación señal a ruido de la imagen reconstruida.

La ventana de coincidencia no puede ser reducida al tamaño que se desee. Existe un límite físico que es el tamaño del FOV del detector. Así pues, considerando la Ec. 4.3 y la Ec. 4.1, se puede expresar la diferencia de tiempos en función de la posición de la fuente:

$$t_{dif} = \frac{x_1}{c} - \frac{x_2}{c} = \frac{x_1 - (D - x_1)}{c} = \frac{2x_1 - D}{c} \quad (4.9)$$

siendo  $D$  el diámetro del FOV del tomógrafo y  $x_1$  la distancia entre el detector 1 y la fuente (Fig. 4.1). Los valores extremos se dan para  $x_1 = 0$  y  $x_1 = D$ . En estos casos, se tiene  $|t_{dif \ max}| = D/c$ . Si no se quieren perder eventos que estén dentro de este rango de valores, se tendrá que seleccionar una ventana de coincidencia de como mínimo  $\Delta T_V = D/c$ , aunque se tenga una resolución temporal que permita una ventana de coincidencia de un tamaño menor. Si se dispone de un anillo de 80 cm, como mínimo se necesitará una ventana de coincidencia de 2.67 ns. Si se reduce esta ventana, se perderán los eventos que están cercanos a los extremos del anillo.

El segundo efecto a considerar por la reducción de  $R$  es el incremento de la tasa máxima de eventos que puede admitir el sistema. Debido al incremento del número de eventos aleatorios descartados y que, por tanto, no son procesados por el sistema, se dejan libres ciertos recursos del sistema que pueden ser dedicados al procesamiento de un número mayor de eventos



válidos en coincidencia. Dependiendo de la arquitectura del sistema la mejora será más o menos notable. En la arquitectura utilizada, reducir el número de eventos aleatorios afecta en la mejora de la proporción de eventos válidos en coincidencia que se envían al sistema de reconstrucción. De esta manera, se aprovecha mejor el ancho de banda del enlace entre el sistema de adquisición y el sistema de reconstrucción con eventos válidos en coincidencia.

En [2], se describe como varía la NEC ante ambos efectos. Se observa que el efecto inmediato para todas las tasas de eventos es el incremento del valor de la NEC debido a la reducción de la ventana de coincidencia. El segundo efecto, la mejora de la tasa, se observa en el desplazamiento del valor óptimo de la NEC, permitiendo alcanzar dicho valor con una mayor tasa de eventos, mejorando de esta forma la sensibilidad del sistema.

### 4.1.3. “Time of Flight” PET

La mejora de la resolución temporal por debajo de la ventana de coincidencia seleccionada implica una reducción del ruido en las imágenes reconstruidas [47]. Ahora se analizará cómo la resolución temporal puede afectar a la mejora de la relación señal a ruido de las imágenes obtenidas. La ecuación 4.9 relaciona la posición entre los dos detectores donde se encuentra el punto en el que se produjo la aniquilación respecto a la diferencia de tiempos medida. Seguidamente se va a despejar de la ecuación la posición  $x_1$  y a colocarla en función de la diferencia de tiempos medida  $t_{dif}$ .

$$x_1 = \frac{t_{dif} \cdot c}{2} + \frac{D}{2} \quad (4.10)$$

Se considera que el sistema tiene un error debido a la resolución temporal  $\sigma_t$  y se introduce ese error en la medida de  $t_{dif} + \sigma_t$ . Se va a observar cómo se propaga el error afectando a la precisión con la que se puede medir  $x_1$ , introduciendo un error en la posición  $\sigma_x$ . Considerando la teoría de propagación de errores se tiene que:

$$\sigma_x^2 = \left( \frac{\delta x_1}{\delta t_{dif}} \sigma_t \right)^2 \quad (4.11)$$

De la Ec. 4.10 y la Ec. 4.11 se observa que,

$$\sigma_x = \frac{\sigma_t \cdot c}{2} \quad (4.12)$$

Esta es una de las ecuaciones típicas de la literatura de TOF PET (“Time of flight” PET) [2, 77, 45, 40, 78, 79, 80], ya que relaciona la resolución temporal del sistema con el error con el que se puede determinar la posición donde se originó la aniquilación positrón-electrón. Idealmente, si el error en la medida de tiempos fuera nulo, con la diferencia de tiempos se podría determinar perfectamente la posición donde se produjo la aniquilación y, por tanto, no haría falta usar algoritmos de reconstrucción. Este objetivo todavía no se ha alcanzado en la actualidad. Si se quisiera tener una resolución de 1 mm, aplicando la Ec. 4.12, se necesitaría una resolución temporal de 6.7 ps y este límite es un límite hoy no alcanzado en PET para humanos, que en la actualidad se encuentra alrededor de 500ps [81, 82]. El hecho de utilizar la información del tiempo de vuelo para poder mejorar la calidad de la imagen reconstruida se conoce usualmente como “Time of Flight” PET o TOF PET. Aunque no es posible alcanzar resoluciones por debajo del centímetro con la resolución temporal actual, el hecho de disponer de una resolución temporal de 500ps se traslada a una incertidumbre de 7.5 cm. Esto, en un anillo de 30cm, hace que la información útil aportada por una LOR sea 1/4 del tamaño de la LOR, por lo que las zonas que no ofrecen información a la hora de realizar la reconstrucción pueden ser eliminadas. De forma conceptual, el algoritmo de reconstrucción sin información de TOF considera el efecto de toda la LOR, haya o no actividad, introduciendo fluctuaciones estadísticas en la imagen debido a las fluctuaciones estadísticas de las zonas de no actividad. En el caso de acotar la LOR en función de la resolución temporal/espacial, la imagen reconstruida solo viene afectada por las fluctuaciones estadísticas de las zonas alrededor de la distribución de positrones y, por tanto, hay una mejora en la relación señal a ruido de la imagen final [2, 45].

El ratio de mejora de la relación señal a ruido por el uso de la información del tiempo de vuelo con respecto a los PET tradicionales que no hacen uso de dicha información, viene estimada de forma genérica por [40, 78, 45, 83]:

$$\frac{SNR_{TOF\ PET}}{SNR_{SIN\ TOF\ PET}} \approx \sqrt{\frac{D_{cuerpo}}{\sigma_x}} = \sqrt{\frac{2D_{cuerpo}}{c \cdot \sigma_t}} \quad (4.13)$$

siendo  $D_{cuerpo}$  el diámetro del cuerpo examinado en el tomógrafo,  $SNR_{TOF\ PET}$  la relación señal a ruido de un tomógrafo PET con corrección de tiempo de vuelo y  $SNR_{SIN\ TOF\ PET}$  la relación señal a ruido de un tomógrafo PET tradicional. Lo primero que se extrae de esta expresión es que la mejora en la calidad de la imagen se produce cuando se mejora la resolución temporal o cuando el tamaño del cuerpo a examinar es grande. Estas son unas de las ventajas más evidentes del TOF PET frente al PET tradicional, ya que el PET tradicional es menos efectivo en pacientes grandes debido al incremento de la tasa de eventos que sufren dispersión, los que se atenúan y los aleatorios. Así pues, en una persona con una  $D_{cuerpo} = 35cm$ , con una resolución temporal de 1 ns, implica una mejora en la relación señal a ruido de 1.5. Estos beneficios pueden constatararse en distintos trabajos como [49, 47].

A modo de resumen de cómo la resolución temporal afecta a la resolución final del tomógrafo, se va a introducir la tabla 4.1 extraída de [2], donde se relaciona la resolución temporal alcanzada por un PET con la mejora obtenida gracias a esta respecto a un PET que no usa esta información para la reconstrucción. El PET comparado sin TOF tomado como referencia posee un FOV de 35cm de diámetro y una  $\Delta T_V$  de 12ns y está basado en detectores BGO (basados en centelleadores de germanato de bismuto). Como puede observarse en la tabla, la resolución temporal mejora la eficiencia del sistema y esto repercute en una mayor claridad en la imagen de la lesión examinada y en una reducción de la dosis radiactiva recibida por el paciente o, en contrapartida, una reducción en el tiempo del escaneo [79].

## 4.2. Factores que afectan a la resolución temporal

La resolución temporal en coincidencia de un sistema PET formado por dos detectores enfrentados depende de la resolución temporal de cada una de las ramas del sistema usada para extraer el tiempo. Considerando ambas ramas independientes, se observa que:

Tabla 4.1: Tabla resumen de los efectos de la mejora en la resolución temporal [2]

Resolución Temporal	Mejora
<i>2.3 a 3 ns FWHM</i>	Una reducción en un factor de 1.5 a 2 en la tasa de eventos aleatorios. Un incremento en el NEC en un factor de 1.4 a 1.6
<i>1.5 ns FWHM</i>	Las mejoras anteriores más una reducción en la varianza del ruido de la imagen reconstruida por un factor de 1.5
<i>1.0 ns FWHM</i>	Las mejoras anteriores más una reducción en la varianza por un factor de 2.3 . Una reducción en la distorsión de la imagen fuera de los ejes
<i>0.5 ns FWHM</i>	Las mejoras anteriores más una reducción en la varianza por un factor de 5

$$\sigma_{tcoin} = \sqrt{\sigma_{t1}^2 + \sigma_{t2}^2} = \sqrt{2} \cdot \sigma_t \quad (4.14)$$

donde  $\sigma_{tcoin}$  es la resolución temporal en coincidencia de ambos detectores y  $\sigma_{ti}$  es la resolución temporal de la rama  $i$  de extracción de tiempo de llegada del evento. Considerando que ambos detectores son iguales, se ve que la resolución temporal del sistema es directamente proporcional a la resolución temporal de una de sus ramas  $\sigma_t$ . La resolución temporal de una de las ramas dependerá de los componentes que la conforman:

- La resolución temporal del cristal centellador  $\sigma_{tXTAL}$ .
- La resolución temporal del fotomultiplicador  $\sigma_{tPMT}$ .
- La resolución temporal del bloque de la electrónica encargado de la extracción de tiempos  $\sigma_{tELE}$ .

Considerando que el error introducido por cada uno de los componentes es independiente, se obtiene que:

$$\sigma_t = \sqrt{\sigma_{tXTAL}^2 + \sigma_{tPMT}^2 + \sigma_{tELE}^2} \quad (4.15)$$

En su tesis doctoral, Powolny [84] hace una aproximación similar al problema pero, en vez de usar fotomultiplicadores, se vale de fotodiodos por avalancha (APD, “Avalanche photodiode”). En el caso del estudio de Powolny, el análisis del ruido introducido por el fotodetectores de tipo APD difiere del que posteriormente se llevará a cabo en el presente trabajo para fotodetectores de tipo PMT, debido a su diferente naturaleza y modo de funcionamiento. Cabe destacar el trabajo llevado a cabo por Moses y Ullisch [85], donde presentan un estudio que analiza los factores que limitan la resolución temporal de un PET comercial. Para ello, se basan en un banco de pruebas ideal como referencia y lo comparan con el resultado de un sistema real. El objeto es ver cual es la resolución temporal alcanzable con un sistema basado en un cristal centellador LSO + un fotomultiplicador + electrónica de extracción de tiempos. Una de las conclusiones más interesantes a las que llegan es que el uso de una electrónica no adecuada hace que ésta sea la fuente de error más importante. La resolución temporal en coincidencia obtenida en el sistema real era de entre 3.3 y 4.7

ns FWHM, mientras que el limite alcanzable lo fijan alrededor de 500ps. Moszynski et al. [86] hacen un estudio de la resolución temporal alcanzable con ciertos centelladores y, en un apartado, hacen una descripción de los factores que afectan a dicha resolución basándose en la teoría de Hyman de la resolución temporal en centelladores [87].

La intención en las próximas secciones es ver las causas de error de los distintos componentes que conforman el sistema.

#### 4.2.1. Resolución temporal del cristal centellador $\sigma_{tXTAL}$

Los cambios en la resolución temporal debidos al efecto del centellador han sido estudiados en distintos trabajos [84, 88, 89, 90, 91, 92, 81], debido a que, si se considera un sistema ideal donde el PMT y la electrónica no introducen ningún error, la estadística del centelleo limita la resolución temporal alcanzable.

La resolución temporal del cristal,  $\sigma_{tXTAL}$ , depende de:

$$\sigma_{tXTAL} = \sqrt{\sigma_{tESTA}^2(\tau_{subida}, \tau_{caida}) + \sigma_{tPROP}^2} \quad (4.16)$$

donde  $\sigma_{tESTA}$  es la variación estadística en la producción de fotones del centellador, que depende del tiempo de subida de la emisión de fotones del centellador  $\tau_{subida}$  y del tiempo de caída de emisión de luz  $\tau_{caida}$ , y  $\sigma_{tPROP}$  es la incertidumbre introducida por el tiempo de propagación dentro del cristal.

Cuando el rayo gamma interacciona con el cristal, la emisión de fotones debida al centelleo no es inmediata. La variación en el inicio de la emisión de fotones de luz en un cristal introduce un factor más de incertidumbre. Esta incertidumbre en un cristal LSO puede ser de alrededor de 10ps [84], pero es un factor a considerar en los modelos de emisión de fotones de centelleo de los cristales usados.

La resolución temporal estadística alcanzable por un fotodetector se denomina la resolución intrínseca del fotodetector [93] y está relacionada con la resolución temporal de los primeros fotones emitidos. Para ello, se tiene que definir la probabilidad de que el foton Q sea emitido entre el intervalo temporal  $t$  y  $t+dt$ . Esta probabilidad viene definida por el tiempo de caída del cristal centellador  $\tau_{caida}$ , el tiempo de subida del centellador

$\tau_{subida}$  y el número de fotones emitidos en el centelleo R. El número de fotones emitidos (R) está directamente relacionado con la energía del rayo gamma absorbido que provoca el centelleo. La probabilidad de que se hayan emitido N fotones en un tiempo t viene determinada por la distribución de Poisson [93, 84, 94]:

$$P(t, N) = f(t)^N \cdot \frac{e^{-f(t)}}{N!} \quad (4.17)$$

donde  $f(t)$  es el número medio de fotones esperado entre el instante 0 y t. Como se quiere saber la probabilidad de que entre el instante t y t+dt haya llegado el foton número Q, se obtiene que:

$$P(t, Q/R) = P_a \cdot P_b \cdot P_c \quad (4.18)$$

siendo R el número de total de fotones que habrán llegado en  $t = \infty$ ,  $P_a$  la probabilidad de que  $Q - 1$  fotones hayan llegado entre  $t = 0$  y t,  $P_b$  la probabilidad de que el foton Q llegue entre los instantes t y t + dt y  $P_c$  es la probabilidad de que lleguen R-Q fotones entre t+dt y  $t = \infty$ . Operando, queda [94, 95]:

$$P(t, Q/R) = \frac{R!(F(t))^{Q-1}}{(Q-1)!(R-Q)!} F'(t)(1-F(t))^{R-Q} dt \quad (4.19)$$

siendo  $F(t)$  el valor medio de fotones esperado normalizado respecto a R,  $F(t) = f(t)/R$ . Con esta expresión, y conociendo el valor del número medio de fotones esperado entre el instante 0 y t ( $f(t)$ ), se puede determinar la desviación estándar temporal de la llegada del foton Q. La mejor desviación estándar obtenida es considerada el límite inferior de  $\sigma_{tESTA}$ .

Clásicamente, la función f(t) no consideraba el tiempo de subida del centellador  $\tau_{subida}$  y, en muchos trabajos [96, 94, 84], viene expresada como:

$$f(t) = R(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{caida}}}) \quad (4.20)$$

En los nuevos modelos estadísticos, tiende a introducirse el tiempo de subida  $\tau_{subida}$  [88, 93], pues esta incertidumbre comienza a ser importante en TOF PET. Shao et al., en [93], proponen el siguiente modelo para  $f(t)$ :

$$f(t) = R \left( 1 - \frac{\tau_{subida} + \tau_{caida}}{\tau_{caida}} e^{-t/\tau_{caida}} + \frac{\tau_{subida}}{\tau_{caida}} e^{-t/\frac{\tau_{subida}\tau_{caida}}{\tau_{subida} + \tau_{caida}}} \right) \quad (4.21)$$

Una de las cosas buenas de la expresión anterior es que, si se considera un tiempo de subida  $\tau_{subida} = 0$ , la expresión  $f(t)$  obtenida es la clásica.

Introduciendo la expresión  $f(t)$  normalizada respecto a  $R$  (Ec. 4.21 o Ec. 4.20) en la ecuación que define la probabilidad de que se emita el fotón  $Q$  en el tiempo  $t+dt$  (Ec. 4.18), se obtiene la incertidumbre temporal en la emisión del fotón  $Q$ . La mínima desviación estándar para un centellador y un rayo gamma de 511keV determina el límite temporal físicamente alcanzable para un determinado cristal. Considerando la expresión más común de la literatura, la clásica, la probabilidad de que se emita el fotón  $Q$  en función del tiempo queda:

$$P(t, Q/R) = \frac{R!(1 - e^{t/\tau_{caida}})}{\tau_{caida}(Q-1)!(R-1)!} e^{-(R-Q+1)t/\tau_{caida}} \quad (4.22)$$

En [94], dan una expresión para el cálculo de la desviación estándar de la probabilidad de emisión de cada uno de los fotones en función de  $Q$ . Esto determina la resolución temporal mínima alcanzable por el cristal:

$$\sigma_{tESTA}(Q) = \sqrt{\sum_{k=1}^Q \frac{\tau_{caida}^2}{(R-k+1)^2}} \quad (4.23)$$

Dadas estas ecuaciones, se puede pasar al cálculo del error en la determinación del tiempo. Pero aún hay que tener en cuenta si se considera el error de los fotones emitidos por el cristal o el error introducido por los fotoelectrones emitidos en el fotocátodo del PMT. La resolución temporal alcanzable dista mucho en ambos casos. Esto afecta principalmente a  $R$ , el número de fotones emitidos para el caso de emisión de fotones del centelleo  $R_f$  o el número de fotoelectrones emitidos cuando se considera el fotocátodo  $R_{fe}$ . En todo caso, ambos valores están relacionados por medio de la eficiencia cuántica del fotocátodo  $\eta$ .



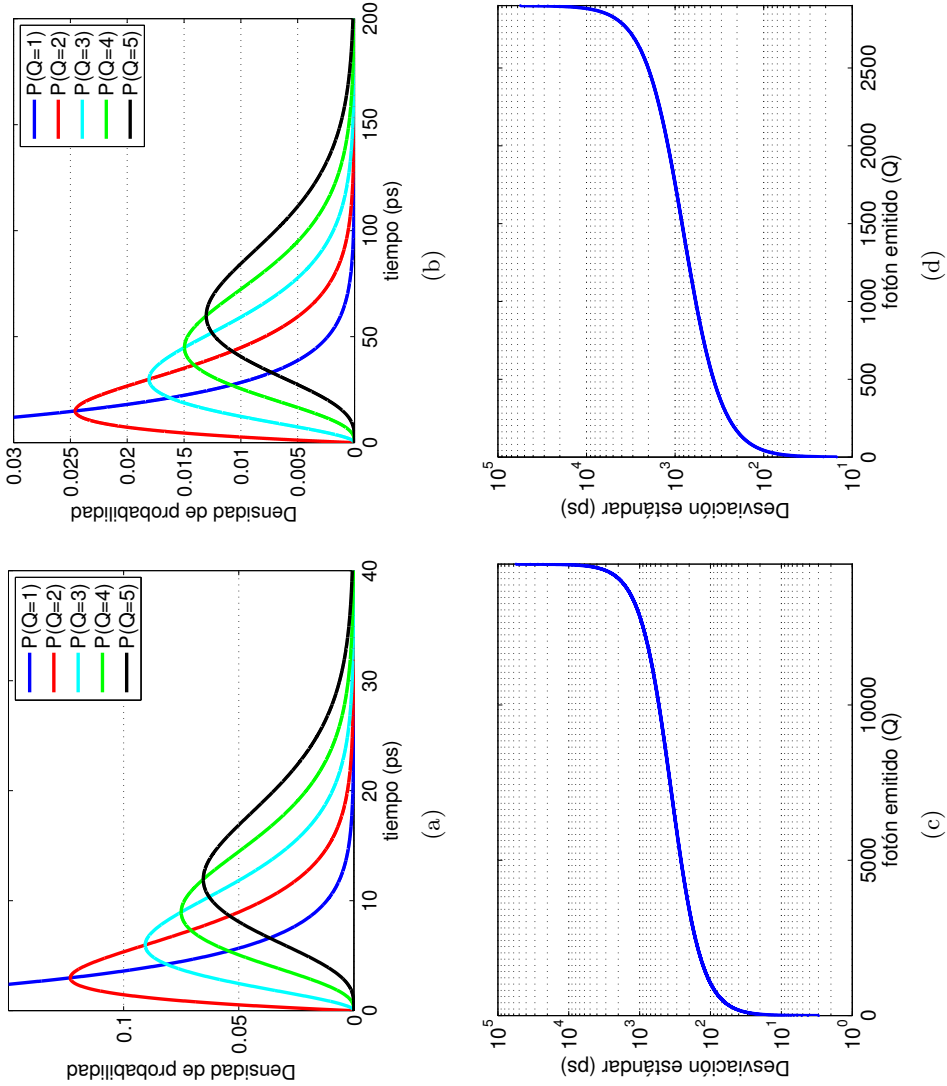


Figura 4.2: (a) y (b) Densidad de probabilidad de emisión de los 5 primeros fotones respecto al tiempo. (c) y (d) Desviación estándar del tiempo emisión de cada uno de los fotones del centellador. Para un cristal LSO definido con  $R_f \approx 14530$  (a) y (c),  $R_{fe} \approx 2900$  (b) y (d) y  $\tau_{caída} \approx 43,4ns$

$$R_{fe} = \eta R_f; \quad (4.24)$$

En las figuras 4.2, se pueden observar los resultados típicos para el cristal LSO tomando valores medios de los resultados del artículo [97], considerando un rayo gamma de 511keV,  $R_f \approx 14530$ ,  $R_{fe} \approx 2900$  ( $\eta = 20\%$ ) y  $\tau_{caida} \approx 43,4ns$ . Se pueden encontrar expresiones más desarrolladas en los trabajos antes indicados, pero los resultados obtenidos son muy apropiados para obtener una aproximación del error introducido por la estadística de emisión de los fotones.

La conclusión más interesante que se saca de las gráficas es que extraer el tiempo de los primeros fotones genera un menor error en la resolución temporal. Esto implica que es mejor extraer el tiempo al inicio del pulso. El problema ahora se tendrá con la incertidumbre introducida por el ruido del sistema que enmascara estos primeros fotones y crea una incertidumbre temporal, teniendo que detectar el inicio del pulso cuando ya han llegado algunos fotones.

Otro de los resultados más interesantes es el efecto del fotocátodo en la resolución temporal. El fotocátodo tiene una eficiencia cuántica que se traduce en un valor de R menor que dentro del cristal. Esto implica un empeoramiento de la resolución temporal.

Otra de las consecuencias vendrá más adelante cuando se vea el efecto de la respuesta temporal del fotodetector, en el presente estudio el PMT. Como se verá, existen metodologías de extracción de tiempos que utilizan el máximo de la señal para obtener la etiqueta temporal. En caso de que la respuesta al fotodetector sea de baja frecuencia comparada con el tiempo de emisión entre fotoelectrones, el máximo de la señal se dará cuando se haya producido un elevado número de fotoelectrones y, por tanto, la máxima resolución temporal que podrá obtenerse en ese caso estará limitada por la estadística de emisión del número de fotones cuando la señal alcanza el máximo. Así pues, si se considera la gráfica de la desviación estándar para el caso de los fotoelectrones, se observa que la mínima resolución temporal que se da para  $Q=1$  es de  $\sigma_{tESTA} \approx 15ps$ , pero si se toma por ejemplo el valor de  $Q=1000$  la resolución temporal se ha deteriorado hasta  $\sigma_{tESTA} \approx 580ps$ .

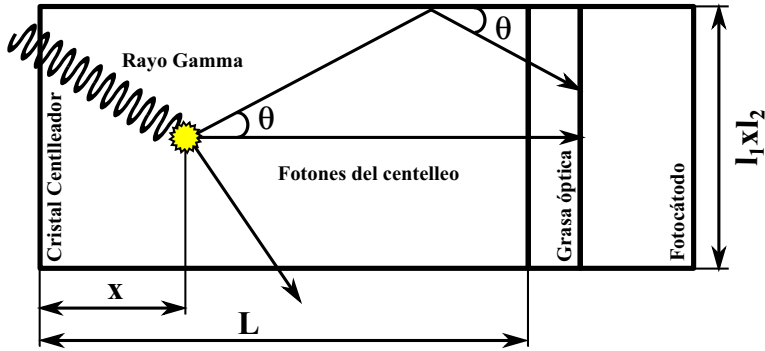


Figura 4.3: Esquema que muestra el efecto de la indeterminación de los fotones debidos al tiempo de propagación dentro del cristal.

La resolución temporal también depende del tamaño del cristal centelleador y del acabado de sus lados. Todos estos factores están incluidos en la Ec. 4.16, en el término  $\sigma_{tPROP}$ . Estos factores han sido estudiados en diversos trabajos [84, 91, 90, 89, 88].

El tiempo de propagación dentro del cristal de los fotones generados viene dado por la ecuación:

$$t_{prop} = \frac{(L - x) * n_{centellador}}{\cos(\theta)c} \quad (4.25)$$

donde  $L$  es la longitud del cristal,  $x$  es la posición donde el rayo gamma es absorbido y donde se generan los fotones,  $n_{centellador}$  es el índice de refracción del centelleador que para LSO a la longitud de onda de trabajo es  $n_{centellador} = 1,85$  [84],  $\theta$  es el ángulo de emisión de uno de los fotones respecto al eje longitudinal del cristal y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío. En la Fig. 4.3, hay un esquema del proceso donde pueden verse algunos de estos parámetros.

Los fotones emitidos en  $x = L$  poseen un tiempo de propagación 0 y determinan, por tanto, el mínimo tiempo de propagación. El máximo tiempo de propagación depende de la posición de la fuente, del índice de refracción de la grasa óptica que acopla el cristal con el fotodetector, del

acabado del cristal y de su tamaño  $L \times l$ . El índice de refracción de la grasa óptica  $n_{grasa}$  limita el ángulo de corte  $\theta_{corte}$ , ángulo de emisión de los fotones por debajo del cual los fotones emitidos consiguen alcanzar el fotodetector. Esto viene expresado de la siguiente forma:

$$\theta_{corte} = \arcsin\left(\frac{n_{grasa}}{n_{centellador}}\right) \quad (4.26)$$

Considerando que el valor del índice de refracción de la grasa óptica es  $n_{grasa} = 1,4$  [84], se tiene que el ángulo de corte entre la grasa y el cristal es  $\theta_{corte} = 49,1^\circ$ . Si se consideran las paredes del cristal pintadas de negro y que la absorción es total (el caso ideal sin reflexiones en los lados del cristal), el máximo tiempo de propagación vendrá determinado por la geometría del cristal y el ángulo de corte. Considerando una absorción en uno de los vértices del cristal a una distancia  $L$  del fotomultiplicador y considerando las dimensiones del cristal  $L \times l_1 \times l_2$ , la distancia máxima recorrida por el fotón es:

$$L_{max} = \sqrt{l_2^2 + l_1^2 + L^2} \quad (4.27)$$

Y el ángulo de emisión  $\theta_{max}$  se obtiene de:

$$\theta_{max} = \arccos\left(\frac{L}{L_{max}}\right) \quad (4.28)$$

El menor de los ángulos  $\theta_{corte}$  y  $\theta_{max}$  determina la máxima distancia recorrida y, por tanto, el tiempo de propagación dentro del cristal. Considerando las dimensiones del cristal  $10 \times 42 \times 42 \text{ mm}^3$ , se tiene un ángulo de  $\theta_{max} = 80^\circ$ . Por tanto, la máxima distancia recorrida en este caso viene limitada por  $\theta_{corte}$ , pues los rayos con  $\theta_{max}$  son reflejados. Para el caso en el que  $\theta_{corte}$  predomina, se observa que la longitud máxima es:

$$L_{max} = L \cos(\theta_{corte}) \quad (4.29)$$

y el tiempo de propagación máximo:

$$t_{prop \ max} = \frac{L_{max} * n_{centellador}}{c} \quad (4.30)$$

En el presente estudio, el tiempo de propagación máximo es  $t_{prop\ max} = 40ps$ , lo que implica una diferencia de tiempos de hasta 40 ps considerando la no existencia de reflexiones en las caras que no están en contacto con el fotodetector. Siguiendo el razonamiento llevado a cabo en [84], este tiempo es la variación temporal máxima, que corresponde al ancho de máximo de la gaussiana. Se puede decir que  $t_{prop\ max} = 6 \cdot \sigma_{tPROP}$ . Esto implica que, en el presente estudio, el error debido a la propagación es del orden de  $\sigma_{tPROP} = 6,7ps$ , que se puede considerar despreciable. Por tanto, la limitación en cristales continuos de un determinado volumen viene determinada por lo ya explicado en este apartado, el efecto de la refracción al pasar de un medio a otro.

Observando los parámetros que afectan a la resolución temporal dentro del cristal, se puede decir que las características ideales del cristal para tiempos son [88, 92]:

- Una elevada tasa de fotones generados por energía incidente. Este factor afecta a  $\sigma_{tESTA}$ .  $\sigma_{tESTA}$  también se verá afectado por la eficiencia cuántica del fotocátodo del PMT. Considerando un PMT con una determinada eficiencia cuántica interesa un centellador con una tasa de fotones por energía incidente lo más elevada posible.
- Una dimensiones menores del cristal, que reducen la dispersión temporal debido a la propagación de los fotones dentro del cristal.
- Tiempos cortos de caída y subida de la emisión de luz de centelleo, que mejoran la máxima resolución alcanzable.

#### 4.2.2. Resolución temporal del fotomultiplicador $\sigma_{tPMT}$

El efecto del fotomultiplicador en la resolución temporal del sistema viene determinado sobre todo por la variación del tiempo de tránsito  $\sigma_{tPMT} = \sigma_{tt}$ . Se pueden considerar los fotoelectrones a la entrada del PMT como deltas que entran a un sistema que posee una respuesta impulsional a la que se llamará respuesta a un fotoelectrón (SER, del inglés “Single Electron Response”). La SER dependerá entre otras cosas de la ganancia del PMT, del tiempo de tránsito, de las variaciones estadísticas de ambos parámetros y del tiempo de subida.

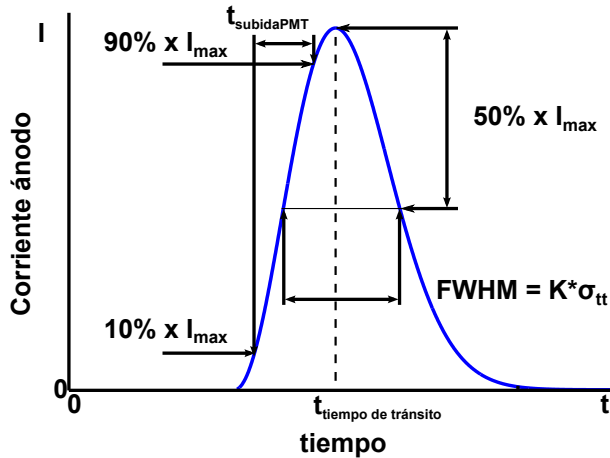


Figura 4.4: SER típica de un fotomultiplicador donde puede observarse el tiempo de tránsito y el error del tiempo de tránsito  $\sigma_{tt}$ , el cual determina el ancho de la SER y es proporcional al FWHM

El tiempo de tránsito de un PMT es el tiempo medio que tarda en alcanzar el máximo la corriente a la salida del PMT generada tras la emisión de un fotoelectrón en el fotocátodo, en otras palabras, el tiempo de tránsito de las cargas desde el fotocátodo al ánodo [98]. Una SER típica puede verse en la Fig. 4.4.

Las causas de las variaciones en el tiempo de tránsito vienen descritas en distintos trabajos [99, 98, 100] y pueden resumirse como:

- Diferencia de tiempos en la emisión de cada uno de los electrones arrancados. Normalmente despreciable.
- Diferencia en la velocidad de emisión de cada uno de los electrones generados en el fotocátodo. Está relacionado con la longitud de onda de la luz incidente y el campo eléctrico generado entre el fotocátodo y el primer dínodo. Se reduce con el incremento de la ganancia del primer dínodo [100].
- Variación entre la longitud del trayecto máximo y mínimo de los

electrones total tras el paso de cada uno de los dínodos.

- Efectos de cargas espaciales. Esto depende de la cantidad de electrones liberados entre dínodos, que al poseer carga negativa generan un campo que afecta al campo eléctrico generado entre los dínodos.

Considerando el PMT como un sistema, se puede definir la salida de este como la superposición de los distintos SER correspondientes a cada uno de los fotoelectrones generados en el fotocátodo [101]:

$$I(t) = \sum_{i=1}^N (G(i) \cdot h(t - t_{fe}(i) - t_{tt}(i))) \quad (4.31)$$

donde  $N$  es el número de fotones generados para un rayo gamma que ha generado un centelleo,  $G(i)$  es la variación de la ganancia del fotomultiplicador para cada uno de los fotoelectrones,  $h(t - t_{fe}(i) - t_{tt}(i))$  es la SER del fotomultiplicador que en el tiempo depende del tiempo de emisión del fotoelectrón  $i$  ( $t_{fe}(i)$ ) y del tiempo de tránsito dentro del PMT ( $t_{tt}(i)$ ). La SER,  $h(t)$ , suele modelar la avalancha de electrones generada a la salida del PMT ante un fotoelectrón a la entrada. El ancho de la SER depende de la variación del tiempo de tránsito ( $\sigma_{tt}$ ) de cada uno de estos electrones a través de los dínodos y, muchas veces, del tiempo de subida ( $t_{subidaPMT}$ ).  $G(i)$  no es un valor constante, pues para cada fotoelectrón la ganancia del fotomultiplicador es ligeramente diferente según [101].

La forma de  $h(t)$  tiende a ser de tipo gaussiano o semi-gaussiano. Normalmente, se realiza mediante el ajuste de una curva a los parámetros de la SER. En las siguientes ecuaciones, se muestran modelos empíricos usados para realizar el ajuste a una SER:

$$h(t) \propto K \cdot e^{t^2/\tau^2} \quad (4.32)$$

$$h(t) \propto K \cdot t^2 \cdot e^{t^2/\tau^2} \quad (4.33)$$

$$h(t) \propto K \cdot \left(\frac{t}{\tau}\right)^n \cdot e^{t/\tau} \quad (4.34)$$

El modelo de la Ec. 4.32 es el modelo propuesto en [7]. Es de tipo gaussiano y, por su forma, no tiene en cuenta el tiempo de subida pero sí la variación del tiempo de tránsito ( $\sigma_{tt}$ ). El modelo de la Ec. 4.33 es de tipo semigaussiano y el modelo de la Ec. 4.34 es de tipo exponencial. Estos modelos son propuestos por [91, 102]. Estos modelos sí que pueden ajustarse a las SER definidas por su tiempo de subida  $t_{subidaPMT}$  y la variación del tiempo de tránsito ( $\sigma_{tt}$ ).

### 4.2.3. Resolución temporal de la electrónica $\sigma_{tELE}$

Al error temporal introducido por el detector (cristal centellador + PMT) hay que añadirle el error introducido por la electrónica. El error introducido por la electrónica depende de las características de la señal de entrada, de la cual se tiene que extraer su tiempo de llegada, y del método aplicado para la extracción de la información temporal. La selección del método adecuado para la extracción de tiempos del sistema supondrá minimizar el error en la resolución temporal debido a la electrónica.

Tradicionalmente, las técnicas de extracción de tiempos, también llamadas discriminadores de tiempos, se han implementado de forma analógica. En la última década, debido al incremento de la velocidad en los sistemas de adquisición digitales y al aumento de su capacidad de procesado en tiempo real, ha habido una tendencia a plantear métodos digitales de obtención del tiempo de llegada de la señal a partir de la digitalización de las señales conformadas del detector mediante procesado puramente digital.

Tanto los sistemas analógicos como digitales siguen la estructura planteada en la Fig. 4.1. En los sistemas analógicos, cada bloque de extracción de tiempos genera un pulso digital. La diferencia de tiempos de llegada entre ambos flancos de subida de las señales digitales generadas es lo que se considera la diferencia de tiempos en coincidencia. Para medir la diferencia de tiempos entre canales, se hace uso de un convertidor de tiempo a amplitud o su versión con salida digital, convertidor de tiempo a digital (TAC, del inglés “Time to Amplitude converter” o TDC del Inglés “Time to Digital converter”). Los TDC o TAC poseen dos pines de entrada digitales, uno para inicio y otro para final y la salida es una señal analógica (TAC) o digital (TDC) cuyo valor es proporcional a la diferencia de tiem-



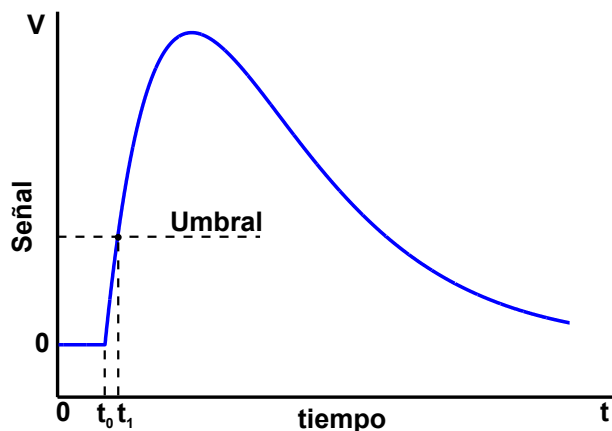


Figura 4.5: Esquema conceptual del funcionamiento del Leading Edge ante un pulso recibido en el instante  $t_0$

pos entre la activación de la señal de inicio y la activación de la señal final. Con los TAC o TDC se miden las diferencias de tiempos generadas con los métodos de extracción de tiempo. El error introducido en la resolución temporal de estos bloques añade una incertidumbre en la medición temporal de los sistemas analógicos. En los sistemas donde se trabaja con la señal digitalizada, no hacen uso de estos bloques [7].

El discriminador más sencillo y el primero que fue implementado es el leading-edge [8, 7, 103]. La introducción de este método permite explicar mejor los efectos de la señal que generan una indeterminación en la resolución temporal. Este discriminador se basa en tomar como etiqueta temporal del pulso recibido el cruce del pulso con un umbral constante (Fig. 4.5). Así pues, recibido el pulso del detector en el instante  $t_0$  y transformado en tensión, se le hace pasar por un comparador en el cual se ha colocado un nivel de tensión umbral como referencia. Una vez el pulso de entrada ha superado dicha tensión umbral, el comparador genera un escalón a la salida cuyo instante del flanco de subida será considerado como la etiqueta temporal del pulso recibido ( $t_1$  en la Fig. 4.5).

#### 4.2.3.1. Fuentes de error para la determinación del tiempo por la electrónica

Desde el punto de vista de la electrónica, se van a determinar las fuentes de error sobre la señal que provocan que la electrónica introduzca un error en la determinación de la información del tiempo de llegada. Estas fuentes de error han sido estudiadas en distintos trabajos [8, 7, 104, 105, 103, 106]. Todos estos trabajos consideran métodos de extracción de tiempos puramente analógicos, poco se ha escrito sobre los efectos de la digitalización de las señales. A las fuentes de error indicadas, se añadirán los efectos de la digitalización.

Las fuentes de error consideradas en el cálculo de tiempos son las siguientes:

- Error temporal de tipo Jitter.
- Error temporal de tipo Walk.
- Error temporal por la digitalización.
- Error por pile-up.

El **error temporal de tipo Jitter** es la incertidumbre temporal generada por el discriminador debido a las variaciones de la señal de entrada por ruido (del detector o de la electrónica) y por las variaciones estadísticas antes estudiadas debidas al centellador+PMT. Se puede observar en la Fig. 4.6 como las variaciones en la tensión de la señal a la entrada del discriminador que vienen definidas por la desviación estándar  $\sigma_v$  definen una indeterminación de los valores posibles de una señal para un instante dado, tomando como origen de dicho pulso el instante en el que se genera. Esta indeterminación viene marcada en la figura como la zona entre los dos pulsos rojos. En el caso del Leading Edge, esta indeterminación en tensión se traslada en una indeterminación del instante en el que la señal cruza el valor umbral generando por tanto un error en la resolución temporal que en la imagen viene marcado por  $\sigma_t$ . Se puede decir por tanto que:

$$\sigma_t = f(\sigma_v) \quad (4.35)$$

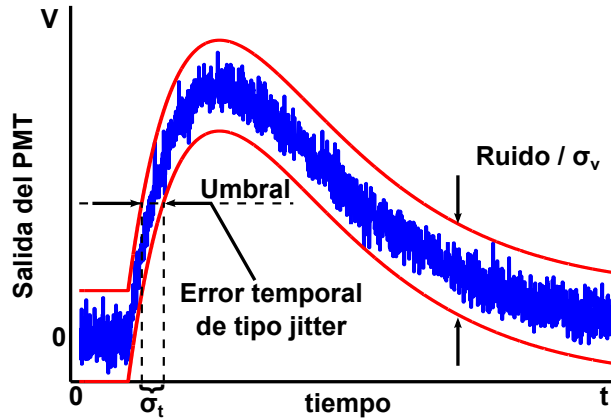


Figura 4.6: Ejemplo del efecto del error temporal de tipo Jitter sobre un discriminador de tipo Leading Edge

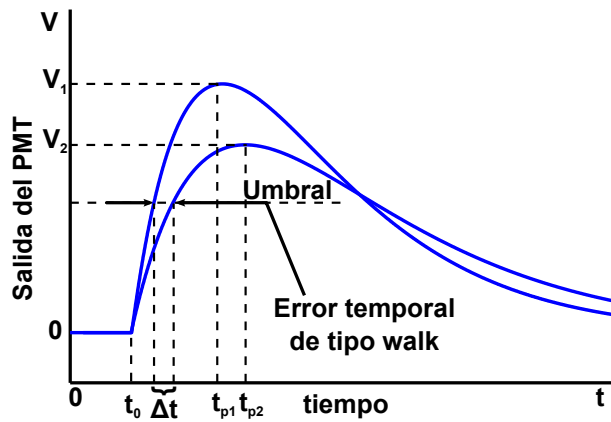


Figura 4.7: Ejemplo del efecto del error temporal de tipo Walk sobre un discriminador de tipo Leading Edge

siendo la función  $f$  diferente para cada método de extracción de tiempos.

El **error temporal de tipo Walk** es la incertidumbre temporal generada por el discriminador debido a las variaciones de la forma de la señal de entrada. Así pues, señales de entrada generadas en el mismo instante  $t_0$ , pero que poseen distintos tiempos de subida y distintas amplitudes, generan distintas etiquetas temporales. La amplitud de la señal y su forma depende del detector y del conformado de onda aplicado. En la Fig. 4.7, se puede observar el efecto del error de tipo Walk en un discriminador Leading Edge. Se observa como dos señales simultáneas con distintos tiempos de subida determinados por el tiempo de pico  $t_{p1}$  y  $t_{p2}$  y con distintas amplitudes cruzan el umbral del discriminador en instantes diferentes  $t_1$  y  $t_2$  generando de esta forma una incertidumbre temporal  $\Delta t$ .

Una forma rápida de reducir el efecto Walk o de compensarlo es mediante el uso de ventanas de energía, ya que la energía de la señal está relacionada con su amplitud y forma. Otro método consistiría en hacer un estudio de la pendiente de subida de la señal. De esta forma, conocido el rango de energías o la pendiente de subida de un pulso, siempre se puede realizar una corrección posterior de la etiqueta temporal de dicho pulso. La forma más común de compensar el Walk es usar el método de extracción de tiempos adecuado y, seguidamente, aplicar uno de los métodos que hacen uso del procesado posterior de la señal. Algunos métodos de corrección de este efecto se pueden ver en los trabajos de Vinke et al. y Nakhostin et al. [107, 108].

El **error temporal por la digitalización** de los pulsos es un error que hay que añadir a los anteriores en los métodos de extracción en los que se trabaja con la señal ya digitalizada. Los métodos propuestos y estudiados en el presente trabajo son de este estilo. La señal analógica se muestrea para ser transformada al dominio digital. Para realizar dicho proceso, se hace uso de un ADC. Dicho convertidor toma una muestra de la señal de forma periódica con un periodo determinado por la frecuencia de muestreo. Las muestras analógicas son cuantificadas con un número de bits. Para un ADC debe indicarse, entre otros parámetros, la frecuencia de muestreo, el número de bits de salida y su rango dinámico, que son los límites de tensiones a la entrada que limitan el valor máximo y mínimo del valor digital a la salida. El comportamiento suele ser lineal. Por lo tanto, cada

incremento de bit de la señal de salida corresponde a un rango de tensiones a la entrada dentro del rango dinámico del ADC.

Al digitalizar la señal los efectos más importantes que posteriormente afectarán a la resolución temporal son:

- Frecuencia de muestreo.
- Cuantificación de la señal.
- Jitter del reloj de muestreo.

El ruido de cuantificación se debe al proceso de codificación binaria de la señal muestreada. Este proceso implica una reducción en la resolución en amplitud de la señal, que viene determinado por el número de bits usados en la codificación y el rango dinámico del ADC. La mínima diferencia de tensión  $\delta$  que es capaz de determinar un ADC de  $b$  bits es:

$$\delta = \frac{RD}{2^b} \quad (4.36)$$

donde  $RD$  es el rango dinámico del ADC. Por tanto, este valor de tensión  $\delta$  determinará el error de cuantificación, pues genera una indeterminación a la hora de reconstruir la señal que puede simularse como un ruido en la señal. Se puede obtener la desviación estándar del ruido de cuantificación introducido siguiendo el desarrollo de [109, 110]:

$$\sigma_{cu} = \frac{\delta}{\sqrt{12}} = \frac{RD}{2^b \sqrt{12}} \quad (4.37)$$

Este ruido puede considerarse independiente del ruido de tensión que genera el error temporal de tipo Jitter y, por tanto, puede añadirse a él de forma cuadrática y considerarse como un término que genera error temporal de tipo Jitter. Con el ADC disponible en el sistema de medidas con un  $RD = 2,03V_{pp}$ ,  $12bits$  y  $F_s = 70MHz$ , se obtiene que la desviación estándar debida a la cuantificación queda como  $\sigma_{cu} = 143,07\mu V$ .

El ruido del jitter del reloj de muestreo genera una incertidumbre en el momento de muestreo. Esta incertidumbre se traslada a una indeterminación de la etiqueta de tiempos del método usado para la extracción.

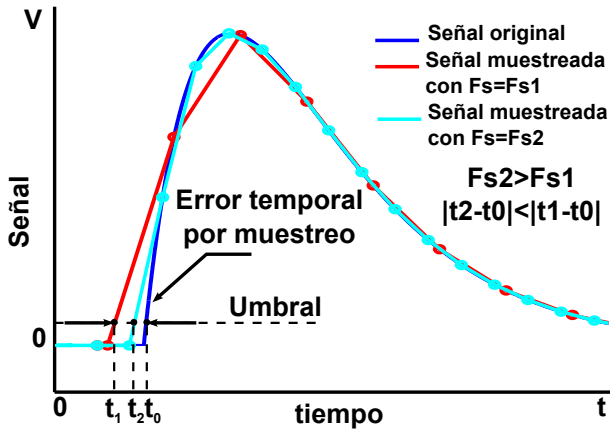


Figura 4.8: Ejemplo del efecto del error temporal debido a la frecuencia de muestreo en un discriminador de tipo Leading Edge

Considerando un error  $\sigma_s \text{ jitter}$ , dependiendo del algoritmo digital usado para la extracción del tiempo, este error se propagará generando un error en la determinación de la amplitud muestreada. Esto es equivalente por propagación de errores a:

$$\sigma_{vs} = \sigma_s \text{ jitter} \frac{\delta V}{\delta t} \quad (4.38)$$

siendo  $\sigma_{vs}$  el ruido introducido por el jitter de reloj en la amplitud de la muestra y  $V$  la señal muestreada. Por tanto, un incremento del jitter de reloj introduce un ruido en la muestra adquirida que luego se propagará a la determinación del tiempo en el algoritmo digital usado. Este ruido afecta más a la señal en el caso de señales con tiempos de subida rápidos. Estas variaciones temporales podrían ser consideradas como un término más de los efectos de la electrónica. Este factor puede llegar a ser importante a la hora de conseguir reducir la resolución temporal en coincidencia por debajo del nanosegundo.

El efecto en la resolución temporal de los sistemas digitales más importante, tomando un sistema con un jitter de reloj bajo y con un número

de bits suficientemente alto, es la frecuencia de muestreo de la señal. Como ejemplo, puede observarse en la Fig. 4.8 el efecto de la frecuencia de muestreo en la resolución temporal del sistema. En este caso, se tiene la señal analógica sin muestrear a la que se le aplica un discriminador de tipo Leading Edge analógico. El cruce por el umbral da la etiqueta de tiempos asignada al pulso, en la imagen  $t_0$ . Se tiene la misma señal muestreada a una frecuencia de muestreo  $F_{s1}$  y a una frecuencia de muestreo  $F_{s2}$  tal que  $F_{s2} > F_{s1}$ . Sin considerar los efectos de la cuantificación y el jitter de reloj, ambas señales muestradas son introducidas en un discriminador de tipo Leading Edge digital. En la versión digital del Leading Edge también se define un umbral. Normalmente, el instante en el que la señal cruza el umbral es un valor que se encuentra entre dos muestras de la señal digital. Como se carece de la información de la señal entre muestras, lo que se hace es interpolar ambas muestras con una recta y el cruce de esta recta con el umbral determina la etiqueta de tiempos asignada al pulso. Puede observarse en la Fig. 4.8 como al muestrear una señal, el uso de la interpolación entre dos muestras con una recta introduce un error en la determinación del tiempo. Este error no se induciría en el caso de que la señal entre las dos muestras fuera una recta. La determinación del tiempo introduce un error respecto al método analógico (en la fig. 4.8 viene como  $|t_2 - t_0| > |t_1 - t_0| > 0$ ) que es menor cuando la frecuencia de muestreo es mayor, lo cual es lógico pues una frecuencia mayor de muestreo hace tener una diferencia de tiempos entre muestras menor. En el límite en que el periodo de muestreo tiende a 0, la señal analógica coincide con la señal muestreada y, por tanto, los resultados obtenidos serían los mismos que con la señal analógica original. No se han encontrado trabajos donde se hiciera un estudio analítico de los efectos en la resolución temporal de la frecuencia de muestreo. En algún trabajo, sí que estudian de forma experimental o mediante simulaciones el efecto de la frecuencia de muestreo [16, 111].

El **error temporal por pile-up** se da cuando al poco tiempo de detectarse un evento en un detector vuelve a detectarse otro evento antes de que el primer pulso hubiera finalizado. El segundo pulso ve modificada su línea base y esto puede confundir a los discriminadores de tiempo. El efecto del pile-up se hace más evidente con tasas elevadas de eventos y cuando

se tienen pulsos con “undershoots” largos. Para reducir el efecto del pile-up debido a la tasa de eventos, es importante reducir el ancho del pulso, siempre que la electrónica de adquisición lo permita. Para reducir el efecto del “undershoot”, es importante poseer un bloque de restauración de la línea base (“base line restorer”, BLR). En el apéndice C, puede encontrarse una descripción del bloque digital BLR del sistema de adquisición usado en la presente investigación.

#### 4.2.3.2. Métodos analógicos para la extracción de tiempos

Las técnicas analógicas para la extracción de tiempos se desarrollan para un detector específico y pueden ser optimizadas para alcanzar resoluciones temporales muy precisas. Sin embargo, estas técnicas hacen uso de una electrónica compleja que no puede ser modificada una vez está desarrollada [4]. Por otro lado, otro de los problemas de las implementaciones analógicas es la existencia de tiempos muertos mayores a los correspondientes en las implementaciones digitales [4].

Los métodos analógicos de extracción de tiempos más populares son el Leading Edge (LE), “Constant Fraction Discriminator” (CFD) y ARC (“Amplitude and rise time compensated”). Durante este punto, se verán las características de cada uno de estos métodos. Las resoluciones temporales obtenidas con estos métodos analógicos llegan a rangos de entre 300 y 500 ps [9, 112].

##### 4.2.3.2.1. Método Leading Edge

El discriminador de tipo Leading Edge ya ha sido introducido en esta sección. Como ya se comentaba, es el discriminador más sencillo y el primero en ser usado. Este discriminador identifica el instante en el que la señal de entrada cruza un umbral de tensión fijo como el tiempo de llegada del pulso Fig.4.5. Es un discriminador muy sensible a las fuentes de error descritas que afectan a los métodos analógicos (Error de tipo Jitter, error de tipo Walk) [8, 106].

Como se puede ver, en la Fig. 4.9 se tienen tres pulsos ( $V1(t)$ ,  $V2(t)$  y  $V3(t)$ ) generados en el mismo instante  $t_0$ . Se puede observar como ligeras variaciones en la amplitud ( $V1(t)$  vs  $V2(t)$ ) y con el mismo tiempo



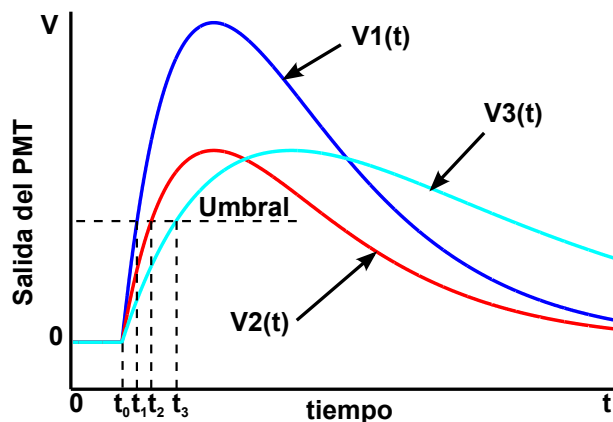


Figura 4.9: Error de tiempo de tipo Walk para tres pulsos diferentes en un discriminador de tipo Leading Edge

de subida, generan dos etiquetas temporales totalmente distintas ( $t_1$  y  $t_2$ ). Se observa también como dos pulsos con la misma amplitud pero con ligeras variaciones en el tiempo de subida ( $V_2(t)$  vs  $V_3(t)$ ) generan etiquetas temporales diferentes  $t_2$  y  $t_3$ . Esto hace que el Leading Edge no sea un método adecuado para pulsos con un gran rango dinámico, que en caso de Centelladores+PMT está relacionado con la resolución energética del detector, y con grandes variaciones en la forma. Reducir el umbral de disparo en el método LE tiende a reducir los efectos de Walk en el tiempo final. La limitación que tiene esto vendrá dada por las fluctuaciones estadísticas de la señal, que hacen que exista un umbral óptimo para cada pulso que tiende a estar entre el 10 % y 20 % de su amplitud máxima [7].

El otro efecto importante en la resolución temporal de un discriminador de tipo LE es la incertidumbre temporal debida al Jitter, como puede observarse en la Fig. 4.6. Considerando las variaciones estadísticas en amplitud de la señal que generan el error temporal de tipo Jitter como una distribución gaussiana de media cero y de desviación estándar  $\sigma_v$  y considerando la región alrededor del cruce por el umbral como lineal, se puede

aproximar el efecto en el tiempo del ruido de la señal como [8]:

$$\sigma_T \approx \frac{\sigma_v}{\left. \frac{\delta V}{\delta t} \right|_{t=T}} \quad (4.39)$$

siendo T el tiempo de cruce de la señal con el umbral. De aquí se puede extraer que señales con una pendiente más abrupta, menor tiempo de subida, introducirán menor error temporal. El ruido determinado por  $\sigma_v^2$  puede considerarse como la suma cuadrática de distintas fuentes de ruido independiente, como se ha visto durante este capítulo.

En conclusión, el LE es un método que funciona bien con señales que varían poco su forma (amplitud y tiempo de subida) y que poseen una pendiente de subida abrupta en el cruce por el umbral. El umbral óptimo es variable y debe ser estudiado para un detector determinado.

#### 4.2.3.2.2. Método Constant Fraction

El Constant Fraction Discriminator es un método que surge para mejorar el Leading Edge. El CFD compensa la incertidumbre temporal debida a los errores de Walk producidos por las variaciones en amplitud de los pulsos de llegada, permitiendo, de este modo, el uso de señales de entrada con mayores variaciones en amplitud [8, 7, 106, 113, 114]. La idea del método de CFD surge de la observación de que el umbral óptimo del LE es siempre un tanto por cien de la altura del pulso.

Como viene indicado en el artículo de A. Codino [115], los primeros trabajos sobre CFD son de la segunda mitad de la década de los 50 del siglo XX. Más concretamente, las dos primeras publicaciones sobre CFD son la de P. Weinzierl en 1956 [116] y la de W. Gruhle, en 1959 [117]. Desde entonces, el CFD es y ha sido uno de los métodos de extracción de tiempos más comúnmente usado. En la literatura, pueden encontrarse una gran cantidad de implementaciones electrónicas diferentes (entre ellas, [118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125]).

El objetivo del CFD es utilizar como umbral de la señal de disparo una fracción del máximo o de la carga de la señal de entrada. No hay que olvidar que en señales con los mismos tiempos de subida pero con distintas amplitudes alcanzan el máximo o una fracción del máximo en el

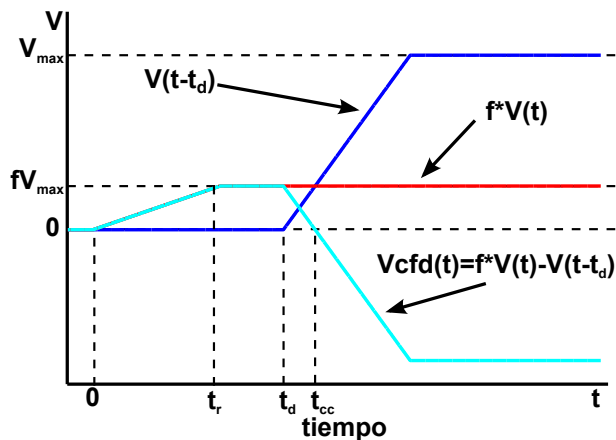


Figura 4.10: Ejemplo de un procesamiento de tipo CFD sobre una señal de entrada ideal.

mismo instante. Por lo tanto utilizar un umbral diferente para cada señal que sea una fracción de su valor máximo es una buena forma de etiquetar temporalmente señales. La forma más común de hacer esto es mediante el uso de un sistema electrónico que implementa el siguiente filtro a la entrada:

$$h_{cfd}(t) = \delta(t - t_d) - f \cdot \delta(t); \quad (4.40)$$

siendo  $f$  la fracción del máximo que define el umbral y  $t_d$  un desplazamiento. El pulso de entrada se desplaza un tiempo  $t_d$  y se le resta una versión de sí mismo no retardada ponderada por el factor  $f$ . El pulso generado tras aplicarle la función anterior es una señal bipolar con un cruce por cero. El instante en el que la señal bipolar cruza por cero es considerado el tiempo de llegada del pulso. Esta señal bipolar en un sistema analógico se introduce en un comparador donde se toma el cero como referencia. A la salida del comparador, se dispone de un pulso digital que posee el flanco de subida en el instante en que la señal bipolar generada cruza por cero. Como es más didáctico, se va a hacer uso de señales de carga para explicar el funcionamiento del CFD tal como se hace en [8, 7]. Si se aplica el filtro

de la ec. 4.40 sobre una señal  $V(t)$ , se tiene una señal a la salida del filtro:

$$V_{cfd}(t) = V(t - t_d) - f \cdot V(t) \quad (4.41)$$

En la imagen Fig.4.10, se puede observar como una señal  $V(t)$  es retrasada un tiempo  $t_d$  y a una copia de dicha señal se le aplica una atenuación por un factor  $f$ . La diferencia entre ambas señales es una nueva señal de tipo bipolar. El cruce por cero de dicha señal  $t_{cc}$  es la etiqueta temporal del pulso  $V(t)$ . Considerando que el pulso original llega en 0, se tiene que  $t_{cc}$ , para esta señal ideal donde la pendiente de subida es una recta, es:

$$t_{cc} = t_d + f \cdot t_r \quad (4.42)$$

donde  $t_r$  es el tiempo que tarda la señal en alcanzar el máximo. Como se puede ver, en este caso ideal, la etiqueta temporal asignada a la señal  $V(t)$  es independiente de su valor máximo, pero es dependiente del tiempo de subida. Esto corrige totalmente en este caso ideal, y mejora en el caso real, el efecto de Walk en la resolución temporal de las variaciones de amplitud de la señal, pero no compensa el efecto de Walk debido a las variaciones en tiempos de subida. Para que el CFD funcione como se ha descrito, se debe cumplir una condición que afecta al retardo  $t_d$ :

$$t_d > (t_r \cdot (1 - f)) \quad (4.43)$$

$t_d$  es como mínimo el tiempo que necesita el pulso atenuado en alcanzar su máximo. En el caso de pulsos con un ancho definido el retardo,  $t_d$  debe ser el tiempo que tarda el pulso atenuado en alcanzar su máximo. Es interesante el análisis que se hace de la incertidumbre temporal en métodos CFD debido al efecto del Jitter en [8], donde se llega a la conclusión de:

$$\sigma_{T(cfd)} \approx \frac{\sigma_{V(cfd)}}{\left. \frac{\delta V_{cfd}(t)}{\delta t} \right|_{t=t_{cc}}} \quad (4.44)$$

Para llegar a la conclusión anterior, se ha considerado que el ruido de la señal bipolar generada en el CFD que produce el efecto de Jitter es de tipo gaussiano, con media nula y desviación típica  $\sigma_{V(cfd)}$ , y un comportamiento lineal de la función entorno al instante  $t = t_{cc}$ . Asumiendo que el ruido que

provoca la indeterminación de Jitter es incorrelado, se puede relacionar el ruido de la señal de entrada  $\sigma_V$  con el ruido en la señal bipolar generada por el CFD y, por tanto, ver la diferencia del efecto del Jitter entre LE y CFD:

$$\sigma_{V(cfd)} = \sigma_V \cdot \sqrt{1 + f^2} \quad (4.45)$$

Operando con las ecuaciones 4.44 y 4.45 y, considerando la aproximación lineal de la Fig. 4.10, se puede expresar  $\sigma_{T(cfd)}$  como:

$$\sigma_{T(cfd)} \approx \frac{\sigma_V \cdot \sqrt{1 + f^2}}{\left. \frac{\delta V_{cfd}(t)}{\delta t} \right|_{t=t_{cc}}} \approx \frac{\sigma_V \cdot \sqrt{1 + f^2}}{\frac{V_{max}}{t_r}} \quad (4.46)$$

La primera conclusión a la que se llega es que el efecto del ruido de indeterminación debido al Jitter en el CFD es un factor  $\sqrt{1 + f^2}$  mayor que en el caso del LE. Por tanto, es algo que se tendrá que tener en cuenta en la selección del CFD frente al LE.

#### 4.2.3.2.3. Método ARC, Amplitude and rise time compensated

El método ARC, como su propio nombre indica, trata de corregir el efecto de las variaciones en amplitud y en tiempo de subida de la señal de entrada, que introducen una incertidumbre temporal de tipo Walk en la resolución del sistema. Este método surge para mejorar el CFD, que únicamente compensaba las variaciones en amplitud. El método, desde el punto de vista técnico, puede describirse como una ligera variación del CFD, pero conceptualmente tiene entidad suficiente para ser tratado de forma totalmente independiente al CFD.

El ARC fue publicado por primera vez en el trabajo en solitario de R.L. Chase, en 1968 [126] y, más tarde, conjuntamente a Z.H. Cho, en el año 1972 [127, 128, 129]. Sobre el método, hay diversos trabajos publicados donde se hace un estudio de su comportamiento [114, 130, 8]. En la presente sección, se basa el análisis del método en el documento de Ortec [8].

El ARC hace uso del mismo proceso del CFD definido en la ec. 4.40, pero en este caso, a diferencia del CFD, el tiempo de retardo que se le aplica a la señal recibida para poder generar el pulso bipolar  $t_d$  tiene que

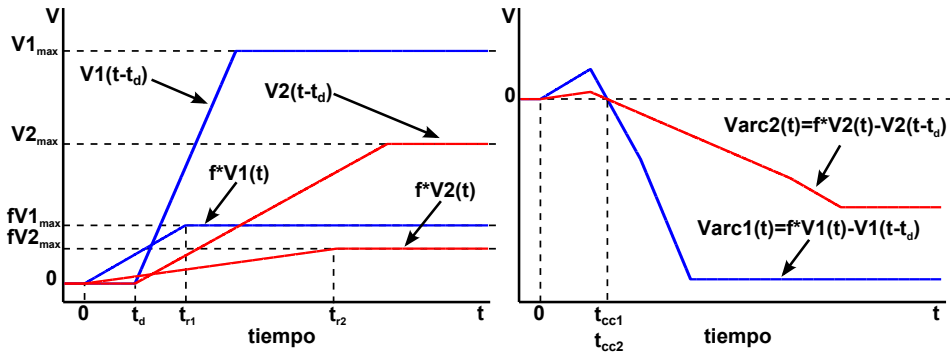


Figura 4.11: Ejemplo de un procesado de tipo ARC sobre dos señales de entrada ideales con diferentes amplitudes y tiempos de subida.

ser menor al tiempo que tarda la señal no retardada en alcanzar su máximo:

$$t_d < (t_{rmin} \cdot (1 - f)) \quad (4.47)$$

donde  $t_{rmin}$  es el valor mínimo que un pulso de entrada tarda en alcanzar su máximo. Para pulsos de un determinado detector en los que se tiene una variación en la amplitud y en el tiempo de subida, se tendrá un rango de valores en los que ambos parámetros varían. Así pues,  $t_{rmin}$  está relacionado con el mínimo tiempo de subida que puede darse en pulsos generados en un detector. Como se hizo en el CFD, ahora se va a explicar cómo funciona el método con señales ideales de carga. En la Fig. 4.11, puede verse el método aplicado a dos pulsos de entrada ideales  $V1(t)$  y  $V2(t)$  que llegan en el mismo instante  $t = 0$  al discriminador ARC. Cada pulso viene definido por un valor máximo,  $V1_{max}$  y  $V2_{max}$ , y un tiempo en alcanzar el máximo,  $t_{r1}$  y  $t_{r2}$ . Ambos pulsos del ejemplo son diferentes en amplitud y en tiempo de subida. En este caso, el máximo desplazamiento que se aplica al pulso para generar la señal bipolar,  $t_d$ , viene determinado por la Ec. 4.47 donde  $t_{rmin} = t_{r1}$ .

El resultado de aplicar la Ec. 4.41 con las restricciones comentadas es un pulso bipolar como el observado en las Fig. 4.11 cuyo instante de cruce por cero ( $t_{cc1}$  y  $t_{cc2}$ ) es la etiqueta de tiempo asociada al pulso. La etiqueta

temporal para el método ARC en el caso ideal de pulsos lineales viene dada por:

$$t_{cc} = \frac{t_d}{1-f} \quad (4.48)$$

de donde se puede deducir que la etiqueta temporal es independiente de la amplitud y del tiempo de subida de la señal. A modo de ejemplo, puede observarse en la Fig.4.11 como señales de entrada muy diferentes generan la misma etiqueta temporal  $t_{cc} = t_{cc1} = t_{cc2}$ . En el caso no ideal, con pulsos no lineales, el método no elimina totalmente los efectos del Walk en amplitud y tiempo de subida sobre la resolución temporal, pero reduce su efecto. Aunque en algunos trabajos se le considera un caso especial de CFD, realmente no se dispone de una fracción constante del pulso. La fracción efectiva del pulso de entrada usada como umbral depende del tiempo de subida y para el caso ideal de la figura puede expresarse como:

$$f_{ARC(efec.)} = \frac{f \cdot t_d}{t_r \cdot (1-f)} \quad (4.49)$$

En cierta manera el método ARC es un CFD donde la fracción del máximo ( $f_{ARC(efect)}$ ) del pulso depende del tiempo de subida de este. También puede verse como un LE donde el umbral de disparo depende del máximo de la señal y del tiempo de subida de este.

Es importante ver cómo afecta la incertidumbre temporal de tipo Jitter al procesar la señal mediante el uso de un discriminador de tipo ARC. Partiendo del resultado válido para ruido de entrada incorrelado de tipo aleatorio, estacionario, gaussiano de media nula y desviación estándar  $\sigma_V$ , se tiene que la desviación estándar del tiempo queda [8]:

$$\sigma_{T(arc)} \approx \frac{\sigma_V \cdot \sqrt{1+f^2}}{\left. \frac{\delta V_{arc}(t)}{\delta t} \right|_{t=t_{cc}}} \quad (4.50)$$

Considerando las señales ideales del ejemplo de la Fig. 4.11 que poseen un comportamiento lineal en la zona donde se produce el cruce por cero, se puede expresar la Ec. 4.50 como:

$$\sigma_{T(arc)} \approx \frac{\sigma_V \cdot \sqrt{1+f^2}}{\frac{V_{max}(1-f)}{t_r}} \quad (4.51)$$

Como se puede observar, la incertidumbre en la resolución temporal debida a la incertidumbre en amplitud debida al ruido de la señal de entrada en discriminadores ARC, comparándola con el resultado obtenido para CFD, Ec.4.46, se diferencia en un factor  $1/(1 - f)$ . Debido a que  $f < 1$  se obtiene que para la misma señal de entrada y considerando que los discriminadores no introducen ruido adicional, el discriminador ARC va a introducir una mayor incertidumbre temporal de tipo Jitter que el discriminador CFD.

Por tanto, la reducción del efecto de Walk que caracteriza los discriminadores de tipo ARC conlleva un incremento en el efecto del ruido de Jitter. El método ARC será útil con señales con un grandes rangos dinámicos y con variaciones en los tiempos de subida, pero con un ruido no muy elevado. En estos casos, reducir el factor  $f$  acerca el resultado encontrado al resultado de Jitter que se ha obtenido para CFD. Tener un valor de  $f$  pequeño también es beneficioso pues se está obteniendo el tiempo de llegada del pulso cuando han llegado menos fotoelectrones y esto mejora la resolución temporal que se puede obtener como se vio en la sección 4.2.1.

Por tanto, de los tres discriminadores analógicos vistos, el que mejor comportamiento tiene frente a incertidumbre temporal de tipo Walk es el ARC seguido del CFD y, por último, el LE. En el caso de variaciones temporales de tipo Jitter, el comportamiento es el contrario. En este caso, el que mejor respuesta tiene es el LE, seguido del CFD y, por último, el ARC. Dependiendo del tipo de detector de que se disponga, del rango de energías y del ruido del sistema, la solución óptima tiende a ser una o otra. Normalmente, las variaciones de ruido tienden a ser menos importantes que las variaciones en la forma del pulso y, por tanto, tiende a hacerse uso de configuraciones de tipo CFD o ARC. Para detectores que generan pulsos con los mismos tiempos de subida, utilizar un discriminador de tipo ARC no aportaría nada. Para el caso digital, como se verá, el ARC es un método que puede aportar una ventaja frente al CFD.

#### 4.2.3.3. Métodos digitales para la extracción de tiempos

Últimamente, se ha incrementado el número de grupos de investigación que buscan reemplazar los métodos analógicos de extracción de tiempos



en los sistemas PET mediante el uso de métodos de extracción de tiempos totalmente digitales [131]. Por esta razón, las investigaciones con discriminadores digitales se centran en sistemas PET donde existe una fase temprana de digitalización de las señales del detector cuando estas no han sido prácticamente procesadas analógicamente y, tras esta fase de digitalización, se procede a una fase de intenso procesamiento digital para extraer la información de los pulsos recibidos.

En la literatura, se proponen diferentes algoritmos digitales para llevar a cabo la extracción de la etiqueta de tiempos de los pulsos detectados. De los métodos propuestos, hay algunos que realmente son novedosos, pero la mayoría de estos algoritmos están basados en los métodos analógicos tradicionales, LE, CFD y ARC [131]. Actualmente los algoritmos de extracción de tiempos digitales no pueden obtener la resolución temporal de los algoritmos analógicos. Sin embargo, el objetivo de los algoritmos propuestos durante los últimos años es ir poco a poco acercándose a los resultados de los métodos analógicos. En cierta manera, la evolución de los métodos digitales sigue pareja a la evolución llevada a cabo por los métodos analógicos. El incremento de trabajos publicados y la mejora en los sistemas de adquisición va haciendo que los algoritmos digitales poco a poco vayan obteniendo mejores resultados en la resolución temporal.

La gran cantidad de estudios durante esta última década en la que se emplean discriminadores de tiempos puramente digitales hace que sea inviable una descripción detallada de cada uno de ellos. La metodología subyacente en cada uno de ellos es fácilmente comprensible conociendo los métodos analógicos antes descritos. En los presentes párrafos se hará una descripción de los métodos digitales actuales, destacando algunos estudios en los que se han empleado.

De los estudios que realizan aproximaciones digitales al problema de la extracción de tiempos de los pulsos recibidos, algunos realizan el estudio de los métodos propuestos haciendo uso de un PC mediante un postprocesado de los pulsos, es decir, no aplican el método en tiempo real. Se va a empezar comentando estos casos. Visser et al. [13] proponen una versión del método LE. La diferencia de tiempos la miden mediante el uso de un osciloscopio conectado a un sistema basado en detectores LSO/APD o en detectores LSO/PMT. Nakhostin et al. [132] presentan un discriminador ARC digital

(DARC) para un sistema PET basado en CdTe (Telururo de cadmio). Para validar los algoritmos, las formas de onda de los detectores fueron adquiridas mediante un osciloscopio y los métodos fueron aplicados a estas señales mediante el uso de Matlab.

En otras aproximaciones al problema, se han propuesto el uso de versiones digitales del CFD (DCFD). Fallu-Labruyere et al. [9] usaron este método en un sistema basado en un módulo comercial de adquisición y procesado digital de pulsos acoplado a dos detectores con PMT y LSO o LaBr<sub>3</sub> como centelladores.

Joly et al. [133] aplicaron un DCFD en un banco de medidas con dos detectores basados en PMT o APDs junto con cristales centelladores inorgánicos. Las señales se adquirieron haciendo uso de frecuencias de muestreo muy elevadas y fueron analizadas offline. En este caso, los resultados del DCFD fueron comparados con dos técnicas de filtrado óptimo mediante la estimación de parámetros con mínima varianza. Leroux et al. [134] compararon el DCFD con otros algoritmos digitales de extracción de tiempos: “time-shift LMS error model”, ajuste lineal y modelo de ajuste de la respuesta del BGO. Las señales adquiridas fueron generadas en sistemas con detectores basados en BGO+APD.

Por último, en los métodos evaluados offline, se observa el trabajo de Boussselham et al. [111, 135], que proponían una aproximación basada en el análisis del ruido en los detectores basados en LSO+PMT y LSO+APD. Mostraron que el ruido en esos sistemas era no estacionario y dedujeron un algoritmo para ese tipo de ruido mediante mínimos cuadrados.

Otros estudios implementan en sistemas de adquisición basados en FPGAs versiones de los discriminadores analógicos previamente descritos y proponen algunos métodos nuevos. Estos métodos funcionan en tiempo real a medida que las señales son adquiridas. Guerra et al. [16] proponen diferentes algoritmos, entre los que se incluyen la interpolación lineal, DCFD, un filtro adaptado clásico (que usualmente es considerado el óptimo en la presencia de ruido aditivo) y un filtro adaptado óptico (que está pensado para ruido de Poisson típico de detectores de partículas). En su trabajo, proporcionan detalles de la implementación hardware de los algoritmos de extracción del tiempo del pulso recibido, como parte de un PET para animales pequeños [136].

Streun et al. [5] implementan un método basado en el cálculo del cruce de la línea base con la línea que pasa por las dos muestras anteriores al máximo, como métodos de detección del inicio del pulso. Obtienen una resolución de 2 ns FWHM en un sistema con detectores basados en LSO+PMT. En los estudios [137, 138], implementan y validan sobre el escáner Clear-PET un método basado en un filtro sencillo sobre el que se ha aplicado un proceso de calibración. Alcanzaron una resolución en coincidencia de 5-5.3 ns FWHM.

Haselman et al. [14] proponen un método basado en una aproximación por mínimos cuadrados de la forma del pulso con un modelo constituido por una doble exponencial (una para las pendientes de subida y otra para las pendientes de caída). Una vez se ajustaba la función de referencia con el pulso recibido, el inicio del pulso era calculado a partir de esta y usado como etiqueta de tiempos. El método es similar al LE, pero los datos obtenidos se normalizaban respecto el pulso de referencia y, por tanto, los efectos de las variaciones en amplitud eran eliminados (es decir, como un DCFD). El método fue implementado en una FPGA [15] y validado con diferentes detectores obteniendo resultados alrededor de 4.5 ns.

En el grupo de investigación, Martínez et al. [11], como parte de una versión anterior al sistema actual sobre el que se ha realizado el presente estudio, evaluaron una versión de un DCFD en un banco de test compuesto por dos detectores enfrentados basados en LSO/PMT. Se alcanzó una resolución de 5.17 ns FWHM.

Fontaine et al. [4] propusieron un interpolador lineal, equivalente a un DCFD, para calcular la etiqueta temporal del pulso recibido. Su detector se basaba en APDs, y el procesado digital de la señal era compartido entre una FPGA y un DSP. Obtuvieron resoluciones temporales de entre 5.4 ns y 9.8 ns para diferentes tipos de detectores. Sugerían que se podrían obtener mejores resultados con algoritmos de extracción de tiempos más avanzados basados en redes neuronales [134] o con interpolación lineal o interpolación mediante filtro paso bajo [12].

### 4.3. Aportaciones del presente estudio a los métodos digitales para extracción de tiempos

En la presente tesis, se proponen diferentes algoritmos de extracción de tiempos para mejorar la resolución temporal del sistema disponible. Los resultados de esta investigación fueron publicados en [139, 140, 141]. Otro de los objetivos del presente trabajo fue observar el comportamiento y obtener la resolución temporal de los algoritmos propuestos en tiempo real en el sistema PET del estudio, implementando los métodos en la FPGA del sistema de adquisición. Los resultados presentados de esta parte fueron publicados en [141]. Los métodos que fueron estudiados en el presente trabajo pueden dividirse en dos grupos de algoritmos de extracción de tiempos diferentes, los basados en amplitud, que trabajan como un DCFD, y los basados en carga, que funcionan como un DARC. Los basados en carga son originalmente propuestos en este estudio y han sido publicados en [139, 141].

Otro de los objetivos del presente estudio es analizar la influencia en la resolución temporal al interpolar la señal recibida mediante procesado digital de la señal. Para esta tarea, se han implementado filtros interpoladores paso bajo con estructuras polifásicas. Estas estructuras permiten implementar los filtros interpoladores dentro de la FPGA a bajas frecuencias de reloj.

Todos los algoritmos han sido estudiados con diferentes configuraciones para, de esta forma, comprender con más precisión su comportamiento. Los discriminadores fueron analizados en una simulación desarrollada para dicha tarea y basada en una simulación que fue presentada en el trabajo [142]. Los resultados obtenidos en la simulación fueron posteriormente validados en el sistema PET desarrollado por el grupo de investigación, sistema basado en detectores LSO+PMT.

### 4.4. Aportaciones del capítulo

El presente capítulo se ha centrado en la resolución temporal. En él, se ha definido la importancia de ésta en los sistemas PET y la forma de

medirla. Tras esto, se describen los factores que afectan a la resolución temporal en un sistema PET. Se estudia el efecto de los cristales centelleadores, los fotomultiplicadores y la electrónica. El presente capítulo cubre el objetivo 2 planteado en el capítulo 1. Para ello, el texto describe y estudia los métodos analógicos clásicos para la extracción de la marca temporal de los pulsos detectados. Los métodos clásicos estudiados son el LE, el CFD y el ARC. Debido a la estructura del sistema PET disponible, el uso de métodos analógicos es inviable, por tanto los métodos de extracción de tiempos que deben ser implementados serán puramente digitales.

Durante la última parte del capítulo, se realiza un estado del arte que analiza la situación actual de los métodos de extracción de tiempos puramente digitales. Esto contribuye al objetivo 2 de la tesis. La mayoría de los métodos digitales son versiones digitales de los métodos analógicos. Muy pocos introducen métodos que no poseen un equivalente digital y la mayor parte de estos casos son métodos no aplicados en tiempo real. En este capítulo, se pueden encontrar diferentes resoluciones temporales obtenidas con métodos digitales en sistemas PET.

Por último, a modo de introducción, el capítulo ha enmarcado la investigación realizada en la tesis en relación al estado del arte. De esta forma, el lector puede tener una visión global del aporte del presente trabajo dentro del campo.



## Capítulo 5

# Algoritmos digitales propuestos para la extracción de tiempos

### Resumen:

Tras el estudio en el capítulo anterior de las técnicas actuales para los discriminadores de tiempo, en el presente capítulo se describen los algoritmos digitales para la extracción de tiempos propuestos en la investigación. Estos discriminadores se componen de distintos bloques de procesado digital que se combinan entre sí. Cada uno de estos bloques es descrito con detalle. Se describe su funcionalidad y la arquitectura seleccionada para su programación en la FPGA. Gran parte de los algoritmos propuestos en el estudio son originales del presente trabajo.

### 5.1. Algoritmos de extracción de tiempos programados en la FPGA

Para el presente trabajo, se han evaluado cuatro estructuras digitales de extracción del tiempo de los pulsos adquiridos: (a) “Constant fraction

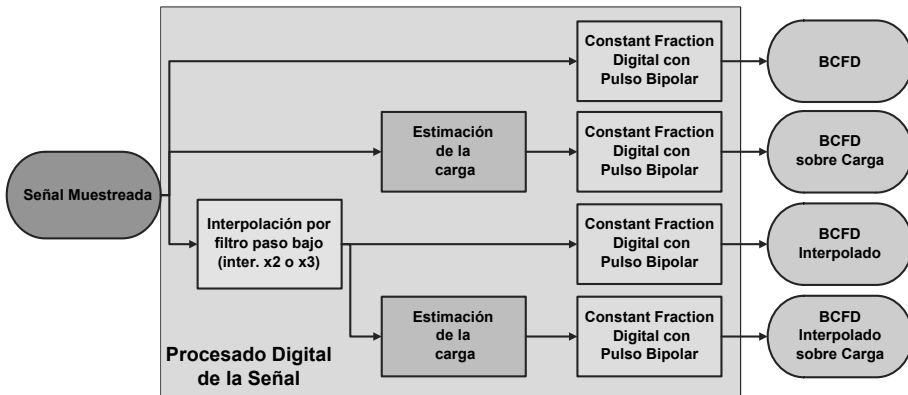


Figura 5.1: Algoritmos de extracción de tiempos en tiempo real evaluados. Cada algoritmo se compone de distintos bloques de procesamiento digital

digital” mediante la generación de pulsos bipolares (BCFD) (b) “Constant fraction digital” mediante la generación de pulsos bipolares de señales de carga (“charge BCFD”) (c) Uso de interpolación en los algoritmos BCFD y (d) Uso de interpolación en el algoritmo BCFD sobre carga. Los métodos basados en señales de carga son originalmente propuestos en el presente trabajo. Como puede verse en la Fig. 5.1, cada uno de los algoritmos está compuesto de una combinación de diferentes métodos de procesamiento digital de la señal que ahora se pasará a describir. En total, siguiendo estas estructuras se llegan a estudiar hasta seis algoritmos digitales diferentes para la extracción de tiempos.

### 5.1.1. Estimación de la carga

La información contenida en los pulsos adquiridos correspondientes a un evento detectado está relacionada con la carga de dichos pulsos, pues debido a la forma de los pulsos la carga es proporcional a su amplitud. La carga acumulada de un pulso ( $Q[n]$ ) puede ser estimada en un sistema digital como:



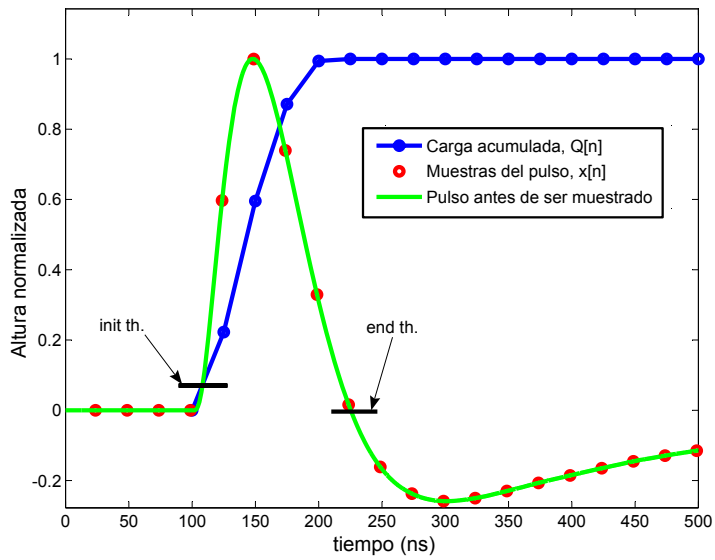


Figura 5.2: Ejemplo que ilustra el cálculo digital de la carga acumulada de un pulso adquirido.

$$Q[n] = \begin{cases} 0, & n < n_{th\_ini} \\ Q[n-1] + x[n], & n_{th\_ini} \leq n \leq n_{th\_end} \\ Q[n_{th\_end}], & n > n_{th\_end} \end{cases}, \quad (5.1)$$

donde  $x[n]$  es la señal de entrada adquirida,  $n_{th\_ini}$  es el valor  $n$  donde  $x[n]$  supera el umbral inicial (condición de disparo), y  $n_{th\_end}$  es el valor de  $n$  cuando  $x[n]$  cae por debajo del umbral de final (condición final). Una de las ventajas de usar la carga en vez de usar directamente el pulso adquirido es que el cálculo de la carga compensa errores debidos a las fluctuaciones estadísticas de la señal. El cálculo de la carga como viene en la ecuación 5.1 considera la carga de la señal desde el umbral inicial hasta el instante donde la señal cae por debajo del umbral final. Realmente, la expresión expuesta aquí es una simplificación del algoritmo implementado. El algoritmo implementado es ligeramente más complejo pues superado el umbral de disparo mira hasta dos muestras antes para comprobar si éstas están por encima de la línea base para también tenerlas en cuenta en el cálculo. De esta forma, se evitará perder la información de la carga aportada por muestras antes del umbral. También se comprueba que la condición de disparo se produzca en pendiente de subida y la condición de fin en pendiente de caída. Todo esto se controla haciendo uso de una máquina de estados.

El cálculo de la carga puede describirse como un filtro IIR (“Infinite impulse response”) que solo funciona durante el intervalo de tiempo comprendido entre el momento en el que la señal supera el umbral  $n_{th\_ini}$  y el instante en que el que la señal cae por debajo del umbral  $n_{th\_end}$ . La transformada Z de la respuesta al impulso del filtro es:

$$H[z] = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (5.2)$$

El integrador digital tiene que ser una aproximación del integrador analógico. Es importante observar la relación existente entre el cálculo de la carga en el dominio discreto y el dominio continuo para poder saber si es una buena aproximación o no. Para ello, se parte de la respuesta en frecuencia del integrador digital que surge directamente de la ecuación 5.2:

$$H_{int.digital}(\omega) = \frac{1}{1 - e^{-j\omega}} \quad (5.3)$$

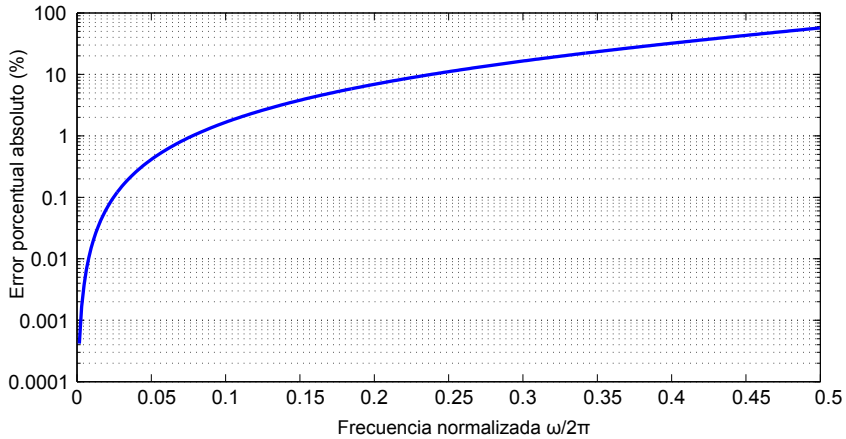


Figura 5.3: Error porcentual absoluto del integrador digital utilizado para el cálculo de la carga respecto al integrador real.

Y la respuesta en frecuencia del integrador real, es decir la transformada de Fourier del operador integral, queda como:

$$H_{integrador}(\omega) = \frac{1}{j\omega} \quad (5.4)$$

Para comparar ambas ecuaciones se usará el error porcentual absoluto tal como viene en [63]:

$$Error\ porcentual\ absoluto = 100 \left| \frac{|H_{int.digital}(\omega)| - |H_{integrador}(\omega)|}{|H_{integrador}(\omega)|} \right| \quad (5.5)$$

En la Fig. 5.3, se puede observar la variación del error porcentual absoluto del integrador ideal utilizado respecto a la componente en frecuencia de la señal de entrada. En la gráfica, la frecuencia viene normalizada; el valor 0.5 de la gráfica se corresponde con una frecuencia en Hz de  $0,5 \cdot f_s$  siendo  $f_s$  la frecuencia de muestreo. En todo momento se está considerando que la señal de entrada no posee componentes en frecuencia por encima de  $0,5 \cdot f_s$  para que cumpla el teorema de Nyquist. Se puede observar que la aproximación digital utilizada funciona bastante bien para las señales con

un elevado contenido de componentes de baja frecuencia. Tiene sentido, pues las señales con componentes en frecuencias cercanas a la de Nyquist, al ser digitalizadas, no poseen suficientes muestras para seguir la variación de la señal y, por tanto, el error introducido en el cálculo de la carga con este método es mayor debido a la incapacidad de dicho método de estimar la variación de la señal entre muestras. El integrador propuesto considera el valor de la señal durante un ciclo un valor constante, con lo cual, el área de la curva debajo de esta es la suma del área de rectángulos cuya altura es el valor de la muestra y su anchura es un periodo normalizado a 1.

Queda como trabajo futuro considerar otras metodologías de cálculo de la carga ligeramente más complejas de implementar pero que introducen un error porcentual menor para un ancho de banda de la señal de entrada mayor. Entre estos métodos, cabe destacar el método de Simpson (Ec. 5.6) y el método de Tick (Ec. 5.7) [63]:

$$H_{Simpson}[z] = \frac{1 + 4 \cdot z^{-1} + z^{-2}}{3(1 - z^{-2})} \quad (5.6)$$

$$H_{Tick}[z] = \frac{0,3584 + 1,2832 \cdot z^{-1} + 0,3584 \cdot z^{-2}}{1 - z^{-2}} \quad (5.7)$$

### 5.1.2. Interpolación mediante filtro paso bajo

La interpolación digital mediante filtro paso bajo es un método de incrementar la frecuencia de muestreo de las señales adquiridas mediante el uso de procesado digital de la señal. Es una técnica usada comúnmente en el campo del procesado digital de señales en el uso de filtros multitasa [110]. La primera aproximación al uso de esta técnica en PET se llevó a cabo en un trabajo de Fontaine et al. [12], donde se describe su uso para su sistema basado en centelladores+APDs, el LabPET.

El método está basado en el teorema de muestreo de Nyquist. Este postula que es posible volver a recuperar la señal analógica continua original, antes de que fuera digitalizada, a partir de las muestras de la señal, siempre que la frecuencia de muestreo sea mayor que el doble del ancho de banda de la señal adquirida [64].

La interpolación mediante uso de filtro paso bajo no recupera la señal analógica pero permite incrementar mediante procesamiento digital su frecuencia de muestreo, es decir, determinar el valor de la señal en ciertos instantes de tiempo entre dos muestras de la señal.

### 5.1.2.1. Muestreo de una señal analógica

Para entender cómo funciona el método, se van a introducir ciertas nociones sobremuestreo de señales paso-bajo. Se denomina muestreo de una señal al proceso de tomar una muestra de la señal analógica  $x_c(t)$  cada cierto periodo de tiempo  $T_s$  (periodo de muestreo) [143]:

$$x[n] = x_c(n \cdot T_s) \quad (5.8)$$

siendo  $x[n]$  las muestras obtenidas a partir de la señal continua  $x_c(t)$ . Es interesante observar el efecto sobre el espectro en frecuencia de la señal cuando una señal analógica  $x_c(t)$  es muestreada a una frecuencia  $f_s$ . Hay que tener en cuenta que se están comparando dos dominios diferentes, el dominio continuo, donde se tiene una escala de tiempos en segundos, con el dominio discreto, donde la escala de tiempos en segundos desaparece y se tienen muestras. La relación entre ambos dominios viene dada por la frecuencia de muestreo que indica la separación temporal entre dos muestras consecutivas. Para la descripción actual, se va a considerar que los valores de las muestras no están cuantificados en un número de bits. La relación entre ambos espectros puede verse en la expresión siguiente cuya obtención puede encontrarse en [143]:

$$X(e^{j\omega}) = f_s \sum_n X_c((f_{digital} - n) \cdot f_s) \quad (5.9)$$

donde  $X(e^{j\omega})$  es el espectro de la señal digital,  $X_c$  es el espectro de la señal analógica,  $f_s$  es la frecuencia de muestreo,  $f_{digital}$  es la frecuencia en el dominio digital, frecuencia normalizada que corresponde a  $f_{digital} = f/f_s$ . De esta ecuación, se extraen dos consecuencias:

1. Cuando se muestrea la señal, su espectro se replica en frecuencia de forma infinita.

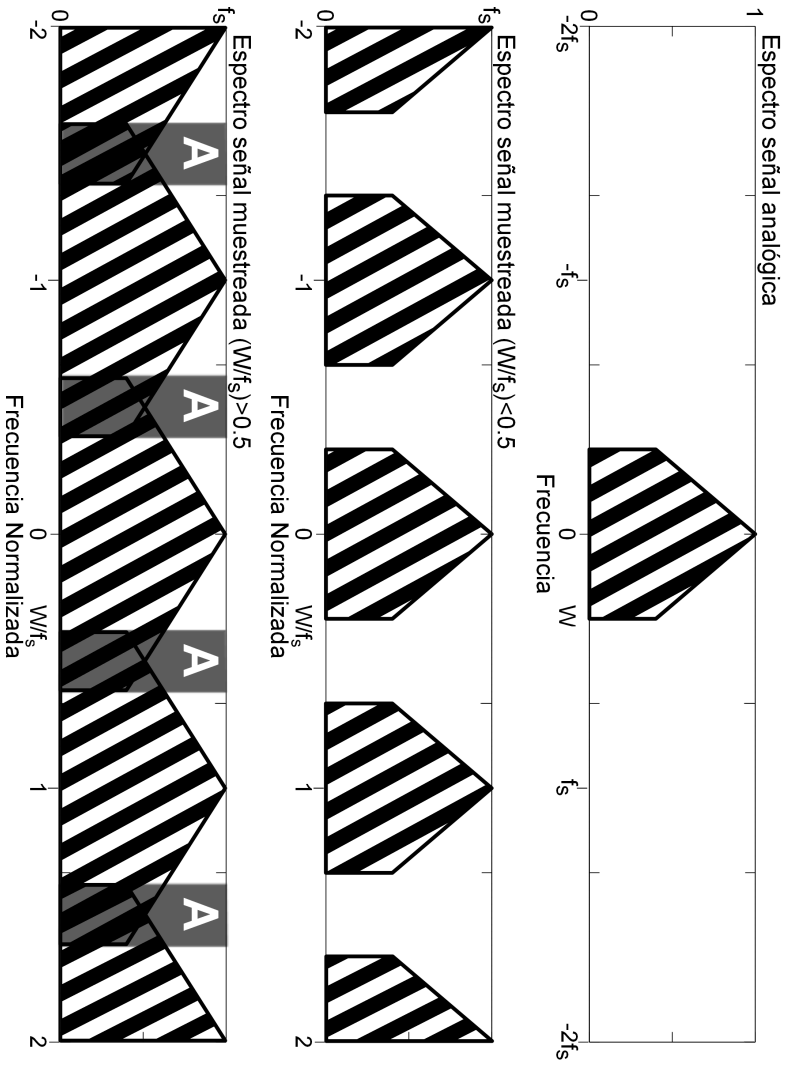


Figura 5.4: Ejemplo de la transformación que sufre el espectro de una señal cuando esta es muestreada. (1) En la imagen superior, espectro de la señal no muestreada que posee un ancho de banda  $W$ ; (2) en la imagen central, la señal ha sido muestreada con una frecuencia  $f_s > 2 * W$ ; (3) en la imagen inferior, la señal ha sido muestreada con una frecuencia  $f_s < 2 * W$ .

2. El criterio de Nyquist, que indica que si el ancho de banda ( $W$ ) de la señal paso bajo muestreada cumple que  $W < f_s/2$ , al replicar el espectro este no se solapa y, por tanto, no se introduce ninguna distorsión de la señal.

Como ejemplo, en la imagen 5.4 se puede ver el efecto de muestrear una señal con una frecuencia de muestreo que cumple el criterio de Nyquist (imagen central) y con una frecuencia de muestreo que no lo cumple (imagen inferior). Como puede observarse, en el caso en el cual se cumple el criterio de Nyquist, el espectro de la señal es replicado pero en ningún momento distorsionado; por tanto, si se eliminan de forma adecuada las réplicas de dicho espectro, se podría recuperar la señal analógica antes de ser muestreada. Este proceso es el que llevan a cabo los dispositivos DAC, convertidores digital a analógico. Y es el que se aprovechará para sobre-muestrear la señal haciendo uso la interpolación mediante filtro paso bajo. En el caso en el que no se cumple el criterio de Nyquist, la réplica del espectro debida al muestreo hace que las altas frecuencias del espectro se solapen entre sí, introduciendo una distorsión de las altas frecuencias de la señal digital. A este fenómeno se le denomina “aliasing”. En la imagen, viene marcado en gris con una letra A, indicando las zonas del espectro que sufren “aliasing”. La distorsión debida al “aliasing” hace inviable recuperar completamente la señal analógica original. Las componentes en alta frecuencia de la señal recuperada estarán distorsionadas.

#### 5.1.2.2. Fundamento teórico de la interpolación mediante filtro paso bajo

El proceso de interpolación mediante filtro paso bajo incrementa la frecuencia de muestreo por un factor  $I$ , denominado factor de interpolación. El proceso se compone de dos fases:

1. A la señal digital  $x[n]$  se le añaden  $I - 1$  ceros entre cada par de muestras.
2. La señal resultante de introducir los ceros entre muestras es filtrada mediante un filtro FIR (“Finite Impulse Response”) paso bajo cuya ganancia en la banda de paso idealmente debe ser  $I$ .

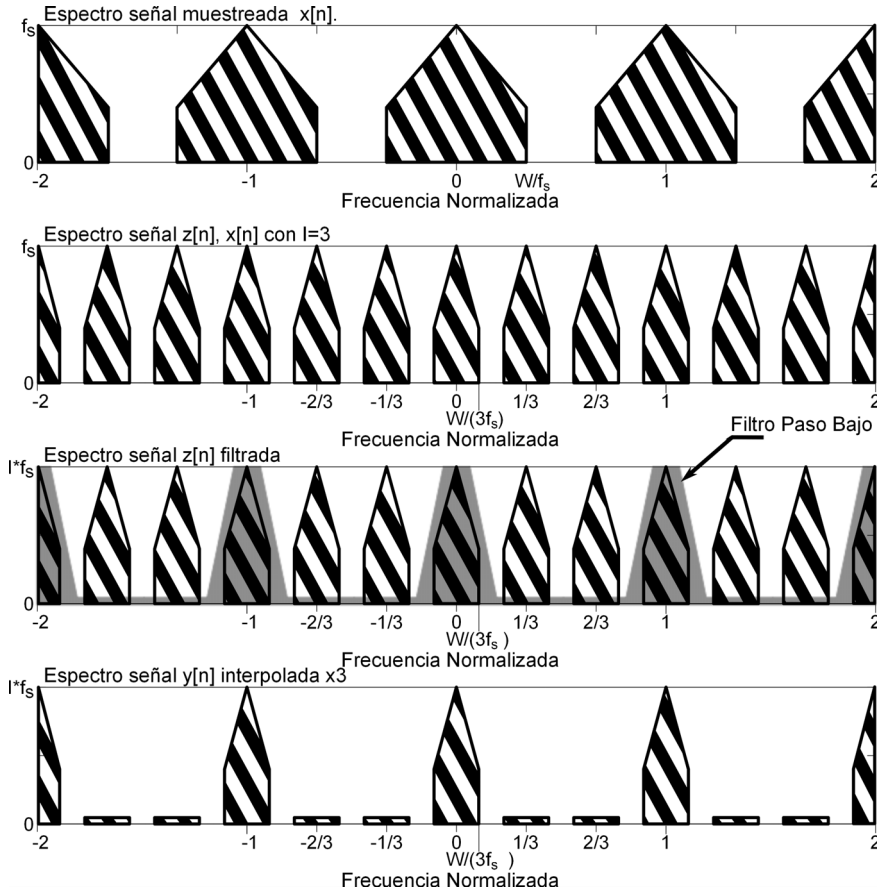


Figura 5.5: Ejemplo del efecto sobre el espectro de una señal digital del proceso de interpolación por un factor  $I=3$ . (1) Espectro de la señal digital sin interpolar. (2) Espectro de la señal donde se le han añadido los ceros entre muestras. (3) Efecto del filtro paso bajo sobre el espectro anterior. (4) Espectro de la señal interpolada.



Al introducir ceros entre muestras se obtiene:

$$z[n] = \begin{cases} x[n/I], & n = 0, \pm I, \pm 2I, \dots \\ 0, & \text{otros casos} \end{cases}, \quad (5.10)$$

donde  $z[n]$  es la señal resultante y  $x[n]$  es la señal digital generada tras muestrear  $x_c(t)$  a una frecuencia  $f_s$ . La nueva señal  $z[n]$  posee la longitud que debería tener la señal digital consecuencia de muestrear  $x_c(t)$  a una frecuencia  $I * f_s$ , pero entre las muestras originales por ahora solo se tienen ceros. Es interesante observar como el espectro en frecuencia de la señal a la que se le han introducido ceros se ha visto modificado. En la Fig. 5.5, se puede observar en la primera figura la señal digital que va a ser interpolada por un factor  $I=3$ . En la segunda figura, se observa que el hecho de introducir 2 ceros entre las muestras lo que produce es una compresión del espectro. Considerando que la respuesta en frecuencia de la nueva señal  $z[n]$  es  $Z(e^{j\omega})$  y que el espectro de la señal original es  $X(e^{j\omega})$ , se puede decir que al introducir ceros la relación entre los espectros es [143]:

$$Z(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega L}); \quad (5.11)$$

Para obtener el espectro de la señal interpolada, simplemente queda eliminar las imágenes del espectro de la señal  $z[n]$  que no deben estar en el espectro interpolado. Para realizar este proceso, la señal  $z[n]$  es filtrada mediante un filtro paso bajo de tipo FIR, que posee una frecuencia de corte igual a  $f_s/(2I)$ , donde  $f_s$  es la frecuencia de muestreo original:

$$y[n] = \sum_{j=0}^M \omega[j] \cdot z[n - j], \quad (5.12)$$

$y[n]$  es la señal interpolada y  $\omega(j)$  son los coeficientes del filtro digital. Si se quiere obtener la señal interpolada sin ningún escalado en amplitud, el filtro FIR implementado debe tener una ganancia  $I$  en la banda de paso. De todos modos, dependiendo de la aplicación, puede no ser importante trabajar con escalado de la señal y, por tanto, este no se tiene en cuenta y el filtro se diseña sin considerar el factor de ganancia. Puede observarse en la Fig. 5.5 el efecto del filtro paso bajo sobre la señal  $z[n]$  en la tercera y cuarta gráfica. Tras realizar el filtrado se puede observar que el espectro

obtenido es el equivalente al obtenido si la señal original fuera muestreada a una frecuencia  $I * f_s$ .

La interpolación mediante filtro paso bajo asume ciertas condiciones ideales que en la realidad no se dan del todo y que introducen discrepancias entre el valor recuperado y el valor real que se tendría si se hubiera muestreado a la frecuencia  $I * f_s$ :

1. El ADC muestrea la señal analógica y la cuantifica en un número de bits. Como se vio en la sección 4.2.3.1, el error de cuantificación puede verse como un ruido en la señal. Cuanto mayor sea el número de bits, menor será dicho efecto a la hora de recuperar la señal.
2. Se debe cumplir el criterio de Nyquist que implica la no existencia de componentes frecuenciales por encima de la frecuencia  $f_s/2$ . Esto idealmente solo podría cumplirse con un filtro antialiasing cuya banda atenuada esté por debajo del ruido de cuantificación [110].
3. El filtro paso bajo considerado en teoría debería ser ideal: una banda de paso totalmente plana hasta la frecuencia de corte, una banda atenuada con una atenuación infinita y una banda de transición nula. Estas condiciones son imposibles de alcanzar. El efecto más notable de no tener una banda de paso plana es la distinta ganancia que poseen las componentes en frecuencia de la señal en la banda útil. Esto se transforma en una distorsión de la señal recuperada. Pero el efecto más importante de la no idealidad del filtro es la atenuación finita de la banda atenuada que hace que queden ciertas componentes residuales no eliminadas totalmente de las bandas imágenes filtradas (ver última gráfica de la figura 5.5). Estas componentes residuales introducen una distorsión en un amplio ancho de banda de la señal. Mejorar la atenuación de la banda atenuada implicará mejorar la fidelidad de las muestras interpoladas.

### 5.1.2.3. Implementación del algoritmo sobre FPGA

Las limitaciones físicas a la hora de implementar el algoritmo en un sistema en tiempo real basado en dispositivos FPGA vienen principalmente por:

- La frecuencia máxima de funcionamiento de la lógica diseñada dentro del dispositivo. La frecuencia máxima depende de la velocidad máxima del dispositivo, del procesamiento que se va a hacer de las señales a alta frecuencia que determina los niveles de lógica necesarios, y de la posibilidad de segmentar la lógica de las etapas que funcionan a las frecuencias máximas. Esto limita el máximo factor de interpolación que puede generarse.
- El tamaño del filtro FIR implementado y su topología. Un número mayor de coeficientes implica una mejor respuesta del filtro. El incremento del número de coeficientes implica un mayor uso de operaciones llevadas a cabo en las FPGAs y, por tanto, demanda un mayor uso de los recursos lógicos disponibles. El número de coeficientes necesario para implementar el filtro dependerá de los recursos disponibles y del número de canales a interpolar.

Para implementar el algoritmo de interpolación en la FPGA, se ha hecho uso de dos arquitecturas diferentes, una arquitectura clásica para la interpolación de una muestra (factor de interpolación 2) y una arquitectura basada en los filtros polifásicos para la interpolación de dos muestras (factor de interpolación 3). Estos métodos permiten trabajar dentro de la FPGA con dos frecuencias equivalentes de muestreo de 140 MHz y 210 MHz.

La primera interpolación desarrollada fue la interpolación x2. Debido a que el dispositivo sobre el que se trabajaba era una Virtex 5, la frecuencia de 140 MHz era una frecuencia de trabajo a la cual la lógica implementada podía funcionar sin tener que segmentar mucho el procesamiento tras la interpolación. En primera instancia, habiendo diseñado una etapa mediante este proceso, se decidió trabajar con esta estructura para la interpolación x3. A pesar de incrementar el segmentado del procesamiento posterior a la interpolación, se detectaron problemas en velocidad de funcionamiento ya que la estructura propuesta realiza el filtrado del pulso a alta frecuencia. Debido a que el proceso de filtrado implica el uso de un elevado número de multiplicadores y sumadores, y teniendo en cuenta la cantidad de estos por filtro, se hacía inviable su uso a 210MHz, por lo que se estudió implementar una topología diferente basada en filtros polifásicos.

La estructura clásica, utilizada en la interpolación  $\times 2$ , implementa el algoritmo tal como se ha descrito matemáticamente durante este apartado. La señal original es un flujo de datos constante a la frecuencia de adquisición de los ADCs, 70MHz. Como la interpolación llevada a cabo es  $\times 2$ , en primera instancia se tiene que añadir un cero entre cada dos muestras recibidas. Este proceso incrementa la frecuencia interna de trabajo a 140MHz, ya que la señal se trata a tiempo real. Todo el procesado de la lógica a partir de este punto y hasta que se extrae la etiqueta temporal del pulso deberá funcionar a la nueva frecuencia de trabajo.

Puede verse en las figuras 5.6 y 5.7 dos posibles estructuras que implementan el algoritmo de forma clásica. Las dos se componen del bloque insertador de ceros y del filtro FIR. La diferencia entre ambas estructuras reside en la arquitectura seleccionada para el filtro FIR. Esta es otra de las decisiones que deben tomarse. La estructura que se usa por defecto para implementar un filtro FIR es la forma directa, por ser la forma más evidente a partir de la expresión. Hay que tener en cuenta que la máxima frecuencia de funcionamiento de un sistema digital viene determinada por el número de bloques o niveles de lógica combinatorial existentes entre dos registros. Se puede observar en la Fig. 5.6 que la forma directa tiene como camino lógico más largo el generado por el camino que lleva la señal  $z[n]$  al ser multiplicada por  $\omega_0$  y sumada a todos los términos restantes. Este camino lógico combinatorial tiene el retardo lógico debido a un multiplicador y  $M$  sumas, siendo  $M$  el número de coeficientes del filtro. Esta estructura para filtros de gran tamaño no es capaz de funcionar a 140MHz en la virtex 5 para un número elevado de coeficientes si no es modificada. Para un correcto funcionamiento a 140MHz, se ha hecho uso para el filtro FIR de una estructura transpuesta. Esta estructura, como puede verse en la Fig. 5.7, tiene la particularidad de que su camino lógico combinatorial más largo siempre está formado por una multiplicación y una suma [64]. Esta estructura es más óptima en velocidad de funcionamiento que la estructura directa y es la estructura de la cual se hará uso para todo filtro FIR implementado en el sistema.

Otro paso importante en el diseño de los filtros paso bajo es decidir el número de coeficientes y su valor. Para el interpolador, se ha hecho uso de un filtro FIR paso bajo de 21 coeficientes. Se usaron 16 bits por

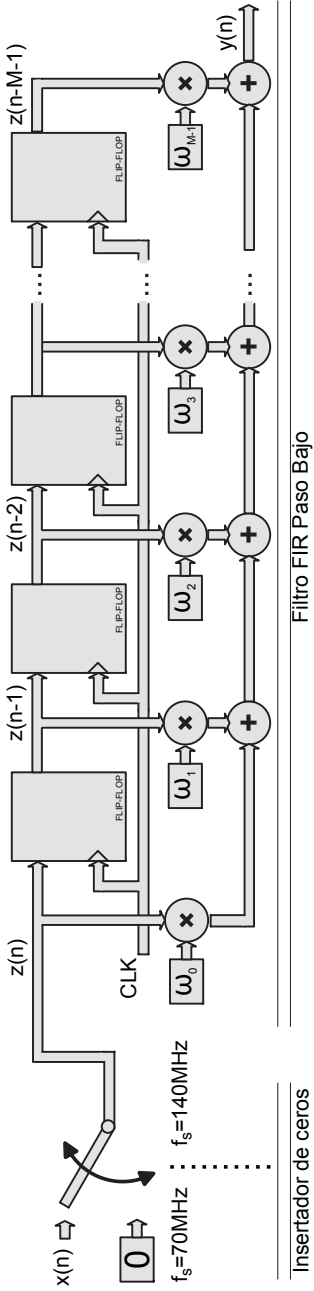


Figura 5.6: Estructura clásica de un interpolador donde el filtrado paso bajo ha sido llevado a cabo con un filtro FIR en estructura directa

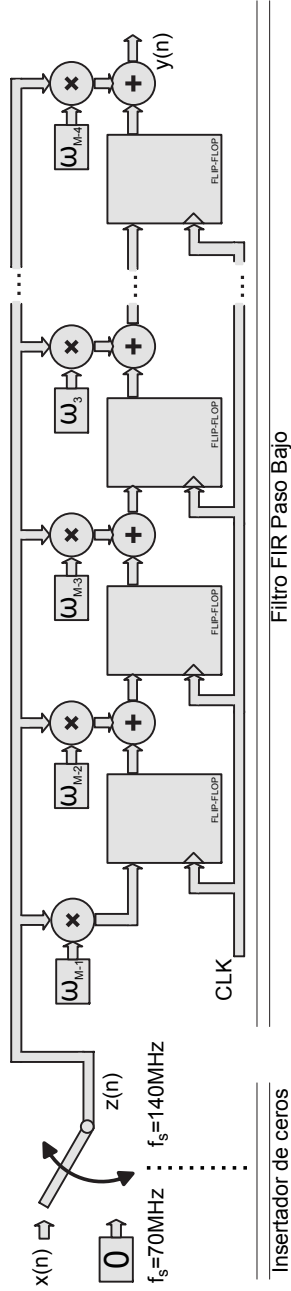


Figura 5.7: Estructura clásica de un interpolador donde el filtrado paso bajo ha sido llevado a cabo con un filtro FIR en estructura traspuesta

coeficiente. La frecuencia de corte era de 70/4 MHz. Para el cálculo de estos coeficientes, se usó una ventana de Hamming ya que proporcionaba una atenuación adecuada en la banda eliminada y un bajo rizado en la banda de paso. La selección de la ventana se ha realizado considerando una solución de compromiso entre el rizado de la banda de paso, la atenuación de la banda atenuada y el ancho de la banda de transición. La respuesta de la ventana de Hamming da una atenuación en la banda atenuada de como máximo 53dB, un rizado máximo en la banda de paso de 0.0194 dB y un ancho de la banda de transición en frecuencia normalizada de  $\Delta f = 3,3/N$  siendo N el número de coeficientes del filtro; para 21 coeficientes, es  $\Delta f = 0,15$  [110]. Queda para próximos estudios evaluar el efecto en la resolución temporal al tomar otro tipo de ventanas como la Kaiser.

En la Fig. 5.8, se pueden observar los coeficientes calculados para el filtro FIR, es decir, la respuesta impulsional del filtro. Para su diseño, se consideró que las entradas eran de 12bits, los coeficientes del filtro son de 16 bits y los multiplicadores de 16 bits de entrada para multiplicando y multiplicador y 32bits de salida. Los coeficientes mostrados en la gráfica ya han sido cuantificados. En la Fig. 5.9, se puede ver el efecto del filtro interpolador sobre las muestras de una señal perteneciente a un último dínodo de un detector LSO+PMT que ha sido muestreada en el sistema de adquisición disponible a 70MHz y 12bits. La señal en rojo es la señal sin interpolar y la señal en azul es la señal ya interpolada. Ambas señales han sido normalizadas para que puedan ser comparadas.

Para la interpolación por un factor 3, como se ha comentado, debido a la dificultad para alcanzar la frecuencia de funcionamiento de 210MHz requerida, se optó por usar estructuras polifásicas [64]. La estructura polifásica implementa la interpolación mediante filtro paso bajo de una forma más óptima respecto a la frecuencia de trabajo. Este tipo de arquitectura permite filtrar la señal en el dominio de reloj de baja frecuencia, antes de hacer el sobremuestreo. De esta forma, la carga lógica debida a los sumadores y multiplicadores del filtrado paso bajo pasa a llevarse a cabo en baja frecuencia, en el presente estudio, 70MHz. El número de filtros total se incrementa, pero el número total de coeficientes no.

Para interpolar la señal recibida por un factor 3 (210 MHz, interpolación de 2 muestras), se hace uso de un filtro paso bajo de 33 coeficientes

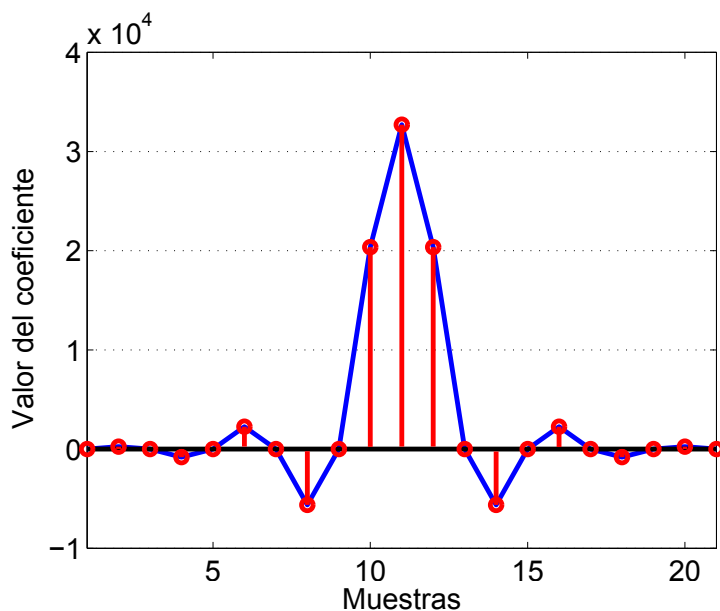


Figura 5.8: Coeficientes usados para el filtro paso bajo FIR de orden 20 haciendo uso de una ventana de Hamming en el diseño. Respuesta impulsional del filtro

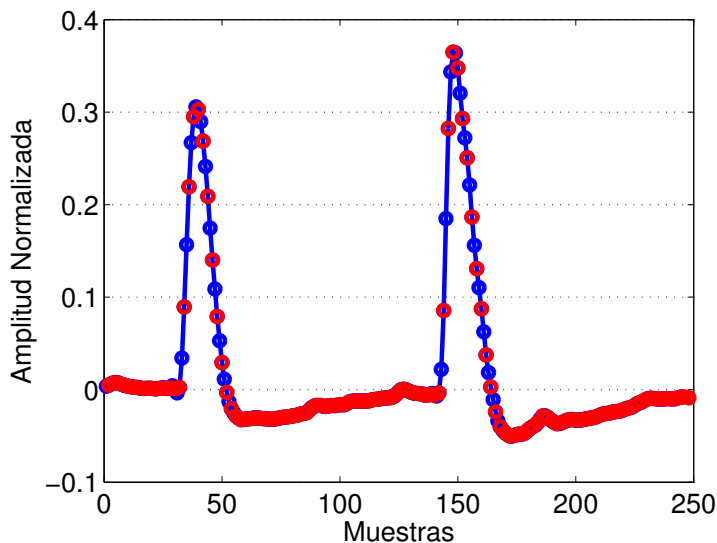


Figura 5.9: Ejemplo de funcionamiento del filtro interpolador  $\times 2$ . En rojo, están las muestras obtenidas y, en azul, las muestras interpoladas. Ambas señales han sido normalizadas para que puedan compararse. Para ello se ha considerado que el fondo de escala de las muestras obtenidas e interpoladas varía entre -1 y 1

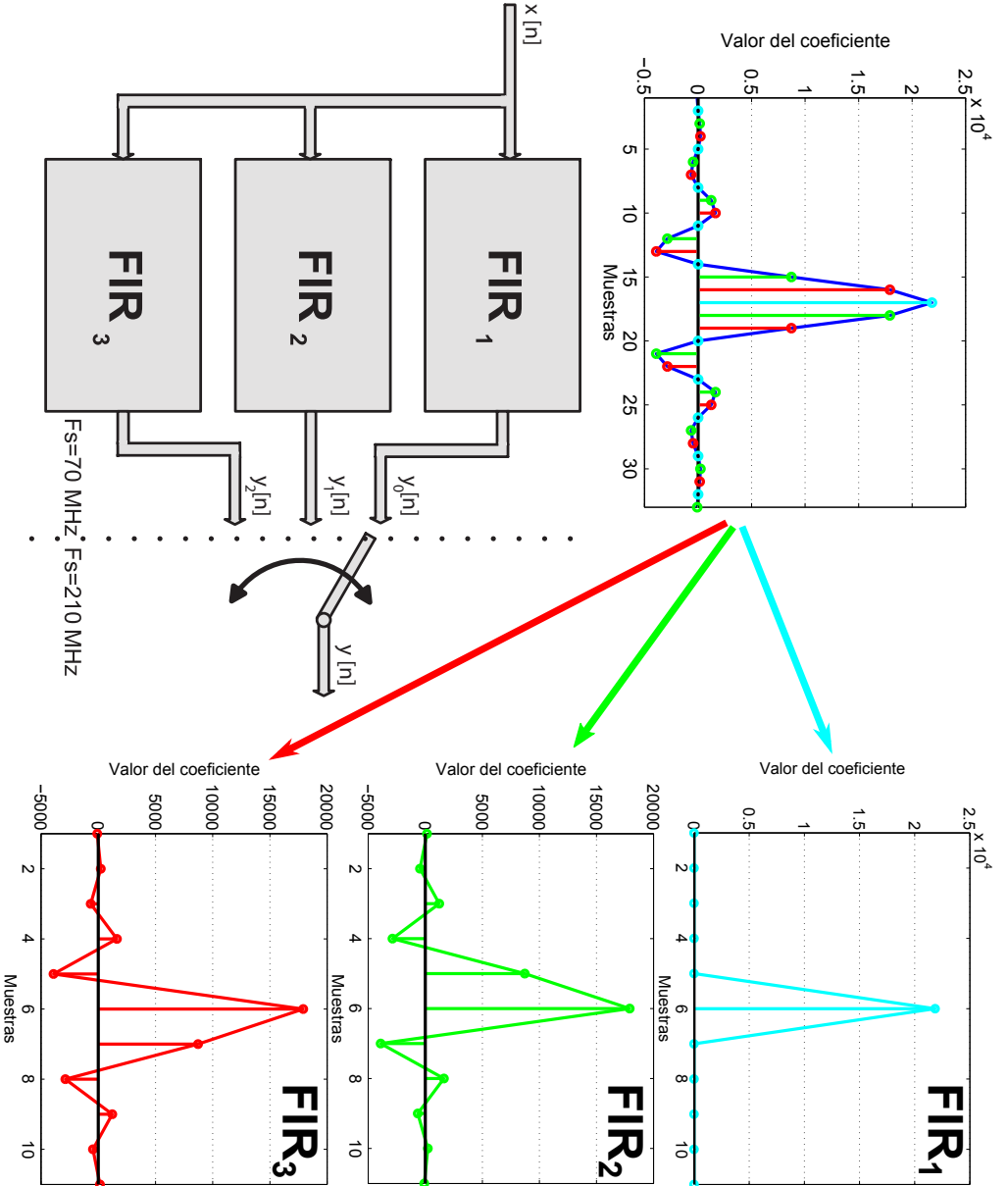


Figura 5.10: Interpolador basado en una arquitectura de filtro polifásico. Como puede observarse, el procesado digital inherente al interpolador se realiza en el dominio de reloj de más baja frecuencia. El filtro FIR paso bajo diseñado de 33 coeficientes se divide en tres filtros FIR.



usando una ventana de Hamming. La frecuencia de corte de este filtro es de 70/6 MHz. El número de coeficientes para el filtro se ha incrementado respecto al interpolador de una muestra para reducir la banda de transición, compensando de este modo la reducción de la frecuencia de corte. Como puede verse en la Fig. 5.10, se deben generar tres filtros FIR polifásicos a partir del filtro FIR calculado originalmente. Los coeficientes para estos nuevos filtros polifásicos se obtienen como:

$$\begin{aligned} \omega_j[n] = \omega[r + nI] \quad j = 0, 1, \dots, I - 1 \\ r = 0, 1, \dots, R - 1, \end{aligned} \quad (5.13)$$

donde  $I$  es el factor de interpolación,  $\omega_j[n]$  son los coeficientes del filtro  $j$ ,  $\omega[n]$  son los coeficientes del filtro original y  $R$  es el número de coeficientes de cada uno de los filtros polifásicos.  $R$  debe ser un número entero, que es calculado como  $R = M/I$ , donde  $M$  es el número de coeficientes del filtro original. El filtro interpolador diseñado tiene  $M=33$ ,  $I=3$ ,  $R=11$ .

Cada ciclo del reloj de baja frecuencia, se generan  $I$  salidas de cada filtro polifásico,  $y_0[n], y_1[n] \dots y_{I-1}[n]$ . La señal interpolada  $y[n]$  se obtiene como:

$$\begin{aligned} y[In] &= y_0[n] \\ y[In + 1] &= y_1[n] \\ &\vdots \\ y[In + I - 1] &= y_{I-1}[n] \quad n \in \mathbb{N} \end{aligned} \quad (5.14)$$

En la Fig. 5.10, se puede observar la arquitectura del filtro polifásico. En la parte superior, se ve la respuesta impulsional del filtro de 33 coeficientes diseñado. A partir de estos coeficientes, se generan los tres filtros necesarios para la interpolación x3. Para ello, se toman los coeficientes marcados en cian y se genera el primer filtro FIR; los coeficientes marcados en rojo y se genera el segundo filtro FIR; y los coeficientes marcados en verde y se genera el tercer filtro FIR. Para cada filtro FIR generado, se utiliza la estructura transpuesta que ya se vio en el interpolador x2 (Fig. 5.7).

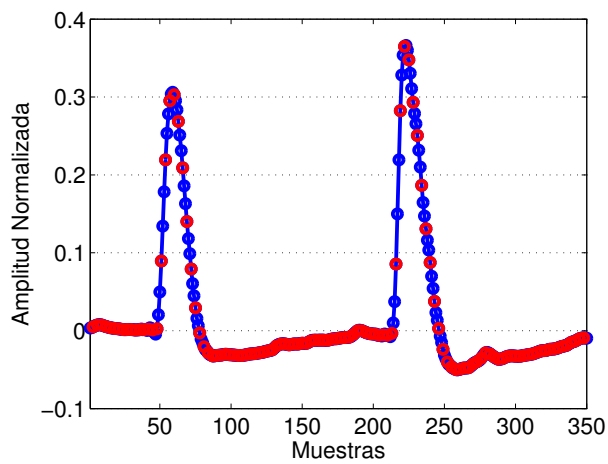


Figura 5.11: Ejemplo de funcionamiento del filtro interpolador  $\times 3$ . En rojo están las muestras obtenidas y en azul las muestras interpoladas. Ambas señales han sido normalizadas para que puedan compararse. Para ello se ha considerado que el fondo de escala de las muestras obtenidas e interpoladas varía entre -1 y 1

En la Fig. 5.11, se puede observar el efecto del interpolador sobre el pulso adquirido por un detector basado en LSO+PMT. En rojo, se tienen las muestras originales y, en azul, se tiene la señal interpolada.

### 5.1.3. “Constant fraction digital” mediante la generación de pulsos bipolares (BCFD)

Para extraer la información temporal de los pulsos recibidos se propone hacer uso de un “Constant fraction digital” mediante la generación de pulsos bipolares. En este método, la información temporal es extraída de un pulso bipolar que es generado a partir de la señal de entrada mediante un filtro bipolar, tal como se hace en analógico [8] o en digital [9, 11] y se vio en el capítulo 4. Se denomina este método Bipolar CFD, en contraposición al método directo de calcular la etiqueta de tiempos obteniendo primero el máximo de la señal y evaluando tras esto el cruce de la señal de entrada al bloque por una fracción de dicho valor.

El BCFD puede ser aplicado a señales directas del último dínodo o a la carga calculada de las señales recibidas. Aplicado a la carga es un método propuesto originalmente en el presente trabajo. Este nuevo método aprovecha el comportamiento más lineal de la curva de carga e implementa un discriminador cuyo comportamiento es equivalente a un ARC digital que debería proporcionar mejores resultados en resolución temporal.

La señal a la entrada del BCFD es transformada aplicando el siguiente filtro:

$$y_{bipolar}[n] = x[n] - A * x[n - k], \quad (5.15)$$

donde  $x[n]$  es la señal que se va a transformar en bipolar (se va a considerar el efecto del “undershoot” en las señales del último dínodo corregido o en todo caso despreciable frente al máximo de la señal),  $k$  representa el desplazamiento que debe ser aplicado para generar la señal bipolar y  $A$  es un valor constante (2 para los métodos de carga y 1 para los métodos aplicados a las señales directas).  $A$  debe poseer un valor superior a 1 en las señales de carga para generar una señal bipolar con un cruce por cero. El valor de  $A=2$  se seleccionó porque es un factor de multiplicación que puede generarse fácilmente en un sistema digital; con  $A=1$ , el método propuesto

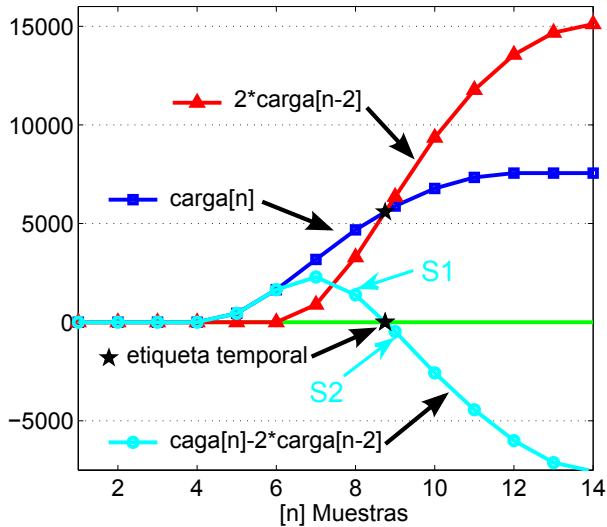


Figura 5.12: El bloque BCFD para una señal de carga genera una señal bipolar que posee un cruce por cero. Usando los valores S1 y S2, que corresponden a la muestra antes del cruce por cero y a la muestra tras el cruce por cero, se puede calcular la etiqueta de tiempos del pulso recibido

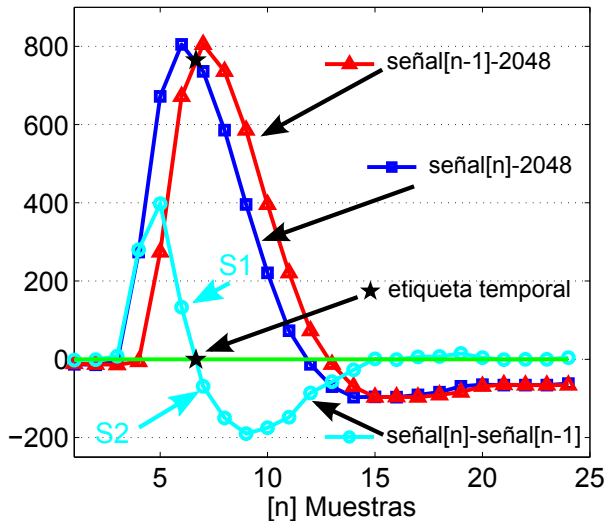


Figura 5.13: El bloque BCFD para una señal digitalizada genera una señal bipolar que posee un cruce por cero. Usando los valores S1 y S2, se puede calcular la etiqueta de tiempos del pulso recibido de la misma forma que se hace en el caso de pulsos de carga.

para obtener la señal bipolar a partir de la carga no genera una señal bipolar y, por tanto, la señal carece de un punto de cruce por cero. En trabajos futuros, sería interesante estudiar el efecto de modificar A en la resolución temporal obtenida tanto para la señal de carga como para la señal directa.

Las dos muestras de la señal  $y_{bipolar}$  más cercanas al cero definen una línea que cruza este en un instante que es considerado la etiqueta temporal del pulso. En la Fig. 5.12, se puede observar como se obtiene una etiqueta de tiempos de un pulso de carga y, en la Fig. 5.13, como se obtiene la etiqueta de tiempos de un pulso directo del último dínodo digitalizado. S1 y S2 son las muestras antes y después del cruce por cero que genera el discriminador. La etiqueta de tiempos se calcula como:

$$timestamp[n] = \frac{S1}{S1 - S2} + n_{S1}, \quad (5.16)$$

$$timestamp(t) = \frac{timestamp[n]}{f_{seivalent}}, \quad (5.17)$$

donde  $timestamp[n]$  es la etiqueta de tiempos en muestras,  $n_{S1}$  es el número de muestra para S1,  $timestamp(t)$  es la etiqueta de tiempos en segundos y  $f_{seivalent}$  es la frecuencia de corte equivalente (en el presente estudio, 70 MHz, 140 MHz y 210 MHz dependiendo del método implementado). El esquema del bloque implementado en la FPGA puede verse en la imagen 5.14.c.

El algoritmo fue testeado para diferentes valores de k (desplazamiento) para evaluar el valor de este parámetro en la resolución temporal. En las Fig. 5.14.a y 5.14.b, puede observarse un ejemplo del efecto de la variación del parámetro k sobre la etiqueta temporal generada. La etiqueta temporal generada corresponde al instante en el que se produce la intersección del pulso de entrada (en azul) con el pulso en rojo. La intersección en las figuras viene marcada con una estrella. Se puede observar como la estrella va desplazándose en función de k y como los puntos usados para determinar la etiqueta temporal del pulso rojo y del pulso azul son diferentes. Cabe notar como en el caso de pulsos de carga (figura 5.14.b), el algoritmo en un principio se comporta como un método ARC digital y, a partir de un

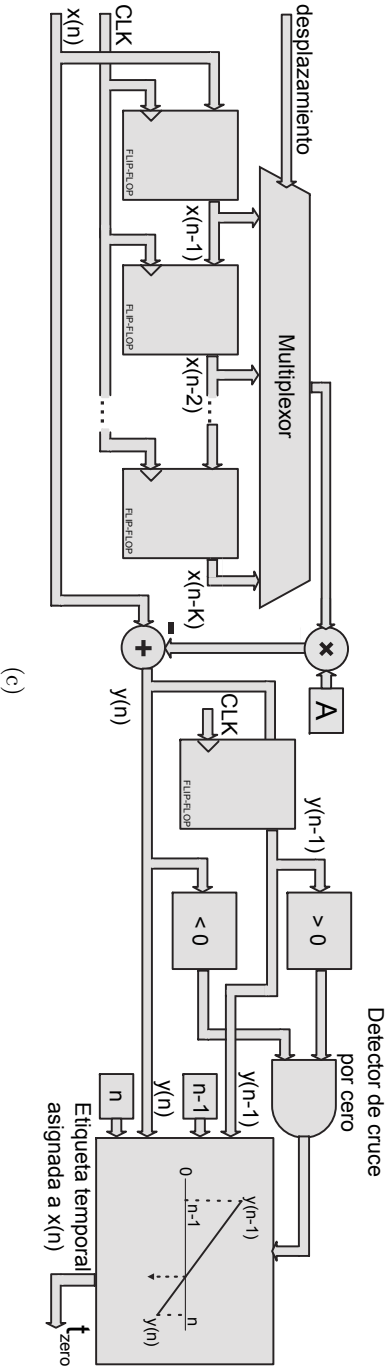
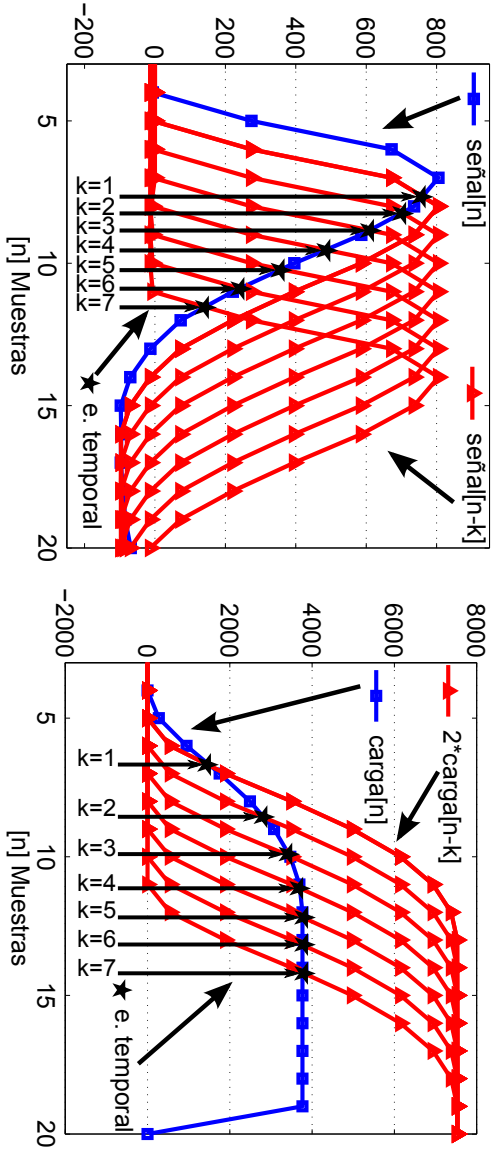


Figura 5.14: (a) y (b) Ejemplo de la etiqueta de tiempos asignada a un pulso directo (a) o de carga (b) en función del parámetro  $k$  (desplazamiento) del BCFD. (c) Bloque a nivel lógico del discriminador de tiempos digital implementado.

desplazamiento  $k$ , el algoritmo pasa a ser un DCFD. Para el caso en el que se utilizan los pulsos directamente muestreados (5.14.a) para el cálculo de la intersección, siempre se ha alcanzado ya el máximo del pulso en uno de ellos; esto es lo que en la literatura se conoce comúnmente como DCFD [9].

#### 5.1.4. Resumen de los algoritmos propuestos

Dados los bloques de procesado introducidos durante este capítulo, los discriminadores de tiempos digitales propuestos para el presente estudio se pueden dividir en dos grupos principales: los que trabajan con el pulso digitalizado directamente, los cuales se denominan basados en amplitud, y los que trabajan calculando la carga del pulso de forma digital, a los que se llamará basados en carga, Fig. 5.1.

Por tanto, las configuraciones propuestas y estudiadas en el presente trabajo son:

- BCFD sin interpolación.
- BCFD con interpolación x2.
- BCFD con interpolación x3.
- BCFD para carga sin interpolación
- BCFD para carga con interpolación x2.
- BCFD para carga con interpolación x3.

Como ya se indicaba, los discriminadores de tiempos digitales propuestos son una combinación de los bloques digitales descritos en el presente capítulo. De los seis algoritmos propuestos para el estudio, todos menos el primero son discriminadores digitales originalmente propuestos como consecuencia del trabajo aquí presentado.

#### 5.1.5. Implementación hardware

Los métodos de extracción de tiempos han sido implementados dentro del dispositivo Xilinx Virtex 5 FPGA XC5VLX85T de la tarjeta de

DAQ, haciendo uso del programa de Xilinx ISE 10.1 para la síntesis y la implementación del código verilog. En esta versión del ISE, no existía core alguno para generar los filtros FIR en los dispositivos Virtex5 usando aritmética distribuida. Los filtros FIR generados en esta versión del ISE hacían uso de los recursos de la FPGA para procesado de la señal, recursos muy limitados. Por tanto, todos los filtros usados en estos diseños tuvieron que ser enteramente programados en verilog usando para cada coeficiente multiplicadores de aritmética distribuida generados por la herramienta ISE coregen. Los coeficientes de cada filtro fueron calculados mediante las herramientas de Matlab 7.5 para diseños de filtros. Con los coeficientes generados y mediante el uso de un script de Matlab, se automatizó el proceso de generación del código verilog de los filtros y de la generación de los cores multiplicadores necesarios siguiendo las estructuras antes descritas.

Los bloques de procesado implementados usados por los algoritmos están dentro del rango de especificaciones de frecuencia de funcionamiento y área que admite la FPGA usada. De todas maneras, el área ocupada por los filtros diseñados podría mejorarse usando la simetría de los coeficientes del filtro FIR y eliminando los multiplicadores correspondientes a los coeficientes cuyo valor es cero. Al no hacer falta dicha optimización para el presente estudio, pues esta no aporta ningún beneficio sobre el resultado final, se deja para un futuro desarrollo en el caso de que existiera necesidad de área del dispositivo. La nueva versión del ISE 12 posee nuevos cores que pueden ser usados para realizar de forma más óptima y reducir el tiempo de diseño de los algoritmos testeados. De hecho, en esta nueva versión ya se dispone de cores que implementan los interpoladores con filtros polifásicos mediante aritmética distribuida compatibles con los dispositivos Virtex 5 y Virtex 6.

El core de división permite implementar la división que genera el resultado de la etiqueta de tiempos cada ciclo de reloj con una latencia fija de número de ciclos de reloj. El resultado de la división se proporciona en forma fraccional, de esta forma ya se posee la etiqueta de tiempos de forma directa. La división se implementa a baja frecuencia en el empaquetador de eventos. Esto es posible debido a que la tasa de eventos en cada detector es baja comparada con la frecuencia más baja de trabajo dentro de la FPGA, 70MHz. En el presente trabajo, la división ha sido puenteadada para,



de esta forma, poder obtener una resolución temporal no cuantificada ya en el PC.

La lógica correspondiente al procesado digital de la señal a la frecuencia de 210 MHz tuvo que ser fuertemente segmentada. En los dispositivos usados, es necesario reducir los niveles de lógica entre registros para alcanzar la velocidad requerida. Sería difícil incrementar el factor de interpolación haciendo uso de estas arquitecturas. Para interpoladores que funcionaran a frecuencias mayores de 210 MHz, se haría necesaria una paralelización de los algoritmos propuestos. La paralelización no es una tarea trivial, pero debido a la baja área de FPGA ocupada por los algoritmos propuestos, esta tarea podría ser llevada a cabo en trabajos futuros.

En la tabla 5.1, se muestran el área y los recursos utilizados de la FPGA para cada algoritmo. Los resultados incluyen todos los bloques de procesado de la señal y la lógica necesaria para los diferentes cruces de dominios de reloj. Como referencia, se muestra la ocupación de la configuración más compleja (BCFD con pulsos de carga interpolados por un factor 3) con todo el diseño. Como puede verse, los algoritmos no demandan de un uso elevado de recursos de la FPGA.

## 5.2. Aportaciones del capítulo

El capítulo cubre el objetivo 3 de la investigación. El objetivo planteado es proponer nuevos discriminadores de tiempos para la mejora de la resolución temporal y analizar cómo se comportan ante distintas configuraciones. Durante el capítulo se han descrito la funcionalidad de cada uno de los bloques digitales que componen los discriminadores. Se estudian los procesos llevados a cabo para la extracción de la marca temporal de los pulsos digitalizados recibidos. En el texto se describen la idoneidad de las arquitecturas seleccionadas para programar la FPGA del sistema de adquisición y la ocupación de los recursos de la FPGA de cada uno de los discriminadores.

Los algoritmos propuestos en el estudio, se pueden dividir en dos grupos, los que trabajan directamente sobre el pulso adquirido que son denominados BCFD basados en amplitud y los que trabajan sobre el cálculo digital de la carga del pulso, los denominados BCFD basados en carga. El

Tabla 5.1: Ocupación de recursos de la FPGA Xilinx xc5v1x85t para los diferentes algoritmos programados.

	Freq. muest. 70 MHz		140 MHz freq. int. muest.		210 MHz freq. int. muest.		
	BCFD Carga	BCFD	BCFD Carga	BCFD	BCFD Carga	BCFD Carga (Todo)	
<i>Slices Ocupados (Total 12960)</i>	382	430	382	801	1088	1117	11168
<i>Memoria Usada (Total 3888 KB)</i>	36 KB	36 KB	54 KB	54 KB	90 KB	90 KB	2412 KB
<i>DCM/ADTs Usados (Total 12)</i>	1	1	2	2	2	2	6

capítulo describe la forma en el que cada discriminador extrae la etiqueta temporal del pulso, sin entrar a un estudio de tiempos que será dejado para próximos capítulos.



## Capítulo 6

# Simulación de los algoritmos propuestos

### **Resumen:**

Definidos los algoritmos propuestos, en el presente capítulo se describe una simulación que permite validar los discriminadores en un entorno que emula las condiciones reales de funcionamiento de un sistema PET con dos detectores enfrentados. Primero, se describen los bloques que componen la simulación. Más tarde, se definen diferentes simulaciones para distintas configuraciones de los algoritmos en diversas condiciones de ruido y jitter de reloj. Los resultados obtenidos permiten entender mejor el funcionamiento de los discriminadores.

## **6.1. Introducción**

### **6.1.1. Propuesta de simulación.**

En los sistemas de imagen nuclear, disponer de una simulación precisa del sistema ayuda a tener un mayor control del proceso de diseño, a predecir y mejorar los resultados que el sistema proporcionará y a reducir al máximo fuentes de error típicas del proceso de diseño que conllevarían retrasos en la

finalización del sistema definitivo y un incremento innecesario de los gastos de producción. La simulación también permite aislar distintos procesos de forma controlada, hecho muchas veces difícil en un sistema real de medida, y de esta forma entender con mayor precisión los fenómenos que toman parte en un experimento. Para la evaluación de los algoritmos de tiempos, se propone una nueva metodología de simulación que se presentó en el artículo «Accurate Simulation Testbench for Nuclear Imaging Systems» [142].

La idea consiste en dividir la simulación en distintos bloques funcionales. Cada uno de estos bloques puede ser simulado haciendo uso de la herramienta adecuada en función de la precisión deseada en el estudio llevado a cabo. Es una simulación que permite simular todo el sistema antes de ser construido, permite simular cualquier tipo de detectores, con cualquier número de canales con la precisión deseada. Hay que tener en cuenta que una simulación con más precisión conllevará una necesidad mayor de recursos y, por tanto, una ralentización en la obtención de los resultados. Esta metodología de simulación permite simular cada una de las etapas del sistema con un nivel de detalle diferente.

Hasta ahora, para evaluar un sistema de imagen nuclear cada parte del sistema era simulada de forma independiente. Para simular los detectores de partículas, se usaban simuladores de físicas de altas energías como GEANT4 [144], GATE [145] o PENELOPE [146]. Por otro lado, para las simulaciones de la electrónica del sistema, usualmente se hacía uso de un simulador de circuitos electrónicos. En estas simulaciones independientes, siempre que se quería emular señales de la etapa anterior, se trabajaba con modelos ideales que, en los mejores casos, estaban basados en las conclusiones sacadas de las simulaciones de la etapa anterior a la simulada [147, 148]. Esta metodología clásica de simulación no permite una comunicación directa entre distintas herramientas de simulación.

Así pues, herramientas como Matlab, que son usadas comúnmente en simulaciones globales del sistema [149] y para evaluar resultados obtenidos de otras simulaciones, no se usan para interactuar con la simulación analógica o de física de altas energías. En el presente trabajo, se propone crear una simulación global donde cada una de las partes es simulada haciendo uso de la herramienta idónea para el bloque simulado.

Así pues, con el flujo de simulación propuesto, para la generación de eventos, se puede hacer mediante el uso de distintas herramientas:

- Una simplificación de los eventos que genera el sistema mediante el uso de software de tipo Matlab que permite generar señales ideales de forma rápida sin un uso elevado de recursos de computación.
- Una generación más precisa de las ondas que considerase los efectos físicos que se producen en el detector haciendo uso de un simulador de altas energías. En este caso, los eventos serían generados en GEANT4.

Para el front-end analógico, se dispone también de distintas posibilidades.

- Si se quiere hacer una simulación muy precisa del front-end analógico hasta el nivel de transistor dentro de los ASICs, se hará uso de herramientas de alto nivel utilizadas para la simulación durante el desarrollo de Circuitos Integrados como el HSPICE.
- En otros casos, si se desea realizar una simulación a nivel de circuitos mediante modelos SPICE, se haría uso de simuladores como el LTspice [150], incrementando la velocidad de simulación.
- Por último, se puede simular de forma ideal la electrónica analógica del sistema mediante el uso de Matlab. Aunque muy limitado, puede ser útil cuando se está realizando un análisis en Matlab de la señal en una etapa del sistema posterior a la electrónica analógica.

En la parte digital, se puede optar por una simulación a nivel de comportamiento o a una simulación de las FPGAs:

- Para simulaciones a nivel de comportamiento, se hará uso de Matlab o programas desarrollados en Java.
- Para nivel RTL (“Register transfer level”), es decir, a nivel de registros y puertas lógicas, o para simulaciones tras emplazamiento y rutado, se hará uso de Modelsim.

Para el control y la interpretación de los resultados de la simulación global, se usará Matlab, Mathematica o programas desarrollados en lenguajes de programación como C++ o Java.

Dependiendo el objetivo de la simulación, se hará uso de una u otra combinación de herramientas. Si se quiere comprobar el correcto funcionamiento de la electrónica digital dentro de la FPGA, se hará uso de generación de pulsos ideales con Matlab, pulsos controlados que serán introducidos en Modelsim para realizar la validación del sistema. De esta forma, se dispondrá de una simulación rápida y con entradas muy controladas que permiten validar el correcto funcionamiento de los bloques desarrollados en Verilog. Si, por otro lado, se desea estudiar el comportamiento dentro del sistema de los algoritmos propuestos para tiempos, se hará uso de GEANT4 para generar las señales, LTspice [150] para simular la electrónica analógica y, por último, Matlab para simular los algoritmos.

Esta filosofía de simulación es altamente adaptable a las necesidades concretas dentro de las distintas etapas de desarrollo del sistema.

Por otro lado, para que esta simulación global pueda funcionar debe definirse con mucha precisión la forma de interfazar las distintas herramientas de simulación para que no haya pérdida de información entre los distintos bloques simulados.

## 6.2. Descripción de la simulación usada

La simulación implementada para este experimento se ha desarrollado con el objeto de obtener resultados a nivel temporal de gran precisión. Esta simulación está controlada enteramente desde Matlab; esta herramienta se encarga también de generar procesos que en LTspice son complicados o imposibles de generar. Matlab selecciona los eventos de GEANT4 que van a ser simulados, los envía a LTspice para realizar el procesamiento analógico, recoge los eventos procesados del LTspice y realiza sobre ellos el procesamiento digital para extraer la etiqueta temporal de cada uno de ellos. En este caso, se ha descartado el uso de Modelsim en la parte digital pues la intención es evaluar los algoritmos y no depurar el código que finalmente irá en la FPGA de adquisición; el uso de Modelsim ralentiza la simulación y en esta fase del diseño interesa que la simulación sea lo más rápida posible, sin



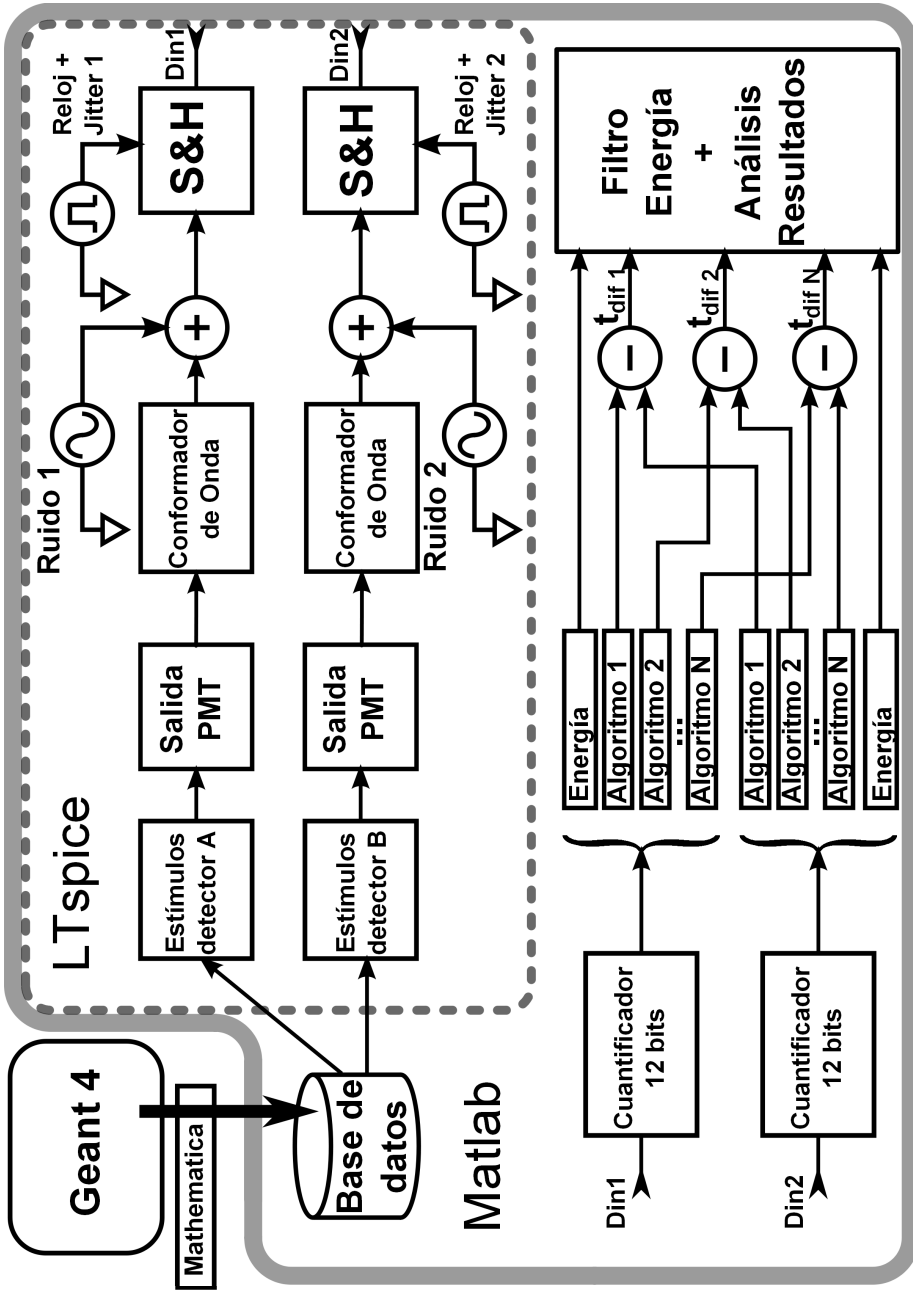


Figura 6.1: Estructura de la simulación desarrollada

perder precisión en los resultados de tiempos.

La estructura de la simulación viene dada en la figura 6.1. En ella se puede observar todo el flujo de simulación. Los eventos generados en GEANT4 se almacenan en una base de datos propia. Matlab lee pares de eventos de dicha base de datos. Estos eventos están generados en el mismo instante de simulación, con una diferencia de tiempos igual a 0. Matlab introduce una diferencia ficticia de 1 ns para de esta forma simular una fuente no centrada entre 2 detectores. Matlab también se encarga de generar las fuentes de ruido y los relojes con jitter para la etapa de “Sample and Hold” de la simulación analógica. Las señales generadas son introducidas en LTspice donde se simula el front-end analógico correspondiente a las señales de los últimos dínodos de ambos detectores. En LTspice se simulan la etapa de salida de los PMTs, el conformado de onda de las señales y, por último, la etapa de entrada al ADC con un bloque “Sample and Hold”. Al finalizar la simulación de un par de eventos, estos son leídos por Matlab, que se encarga de realizar la cuantificación de 12 bits. Tras la cuantificación de los pulsos, a cada señal se le extrae su energía y la etiqueta temporal mediante los algoritmos de extracción de tiempos que quieren ser analizados. El proceso se repite sucesivamente hasta que se han procesado 1400 pares de eventos de la base de datos. Los resultados obtenidos son filtrados en energía dejando los eventos correspondientes al fotopico. De esta forma, se eliminan eventos de menor energía que no han depositado toda su energía en el cristal debido a efecto Compton. Tras esto, cada uno de los algoritmos de extracción de tiempos son analizados en Matlab mediante el histograma de la diferencia de tiempos.

Todo el proceso de simulación con los 1400 pares de eventos con todo el conjunto de algoritmos propuestos, con una configuración de ruido y de jitter de reloj, variando el parámetro  $k$  del BCFD entre 1 y 8, se lleva a cabo en un equipo con un procesador Intel Core i7 a 2.8 GHz y con 4GB de RAM en aproximadamente 3 horas y 20 minutos.

### 6.2.1. Generación de las ondas

En la generación de ondas, se usará GEANT4 [144] y Mathematica [151]. GEANT4 se encarga de simular los fenómenos físicos que se producen

en el detector desde que se genera el rayo gamma hasta el fotocátodo del PMT. El resultado de esta simulación es una lista de fotoelectrones con el tiempo de llegada de cada uno de ellos.

Para simular con precisión el PMT, se hace uso de Mathematica, que, a partir de la lista de fotones generados en GEANT4, genera las tensiones de cada uno de los dos últimos dínodos. Por tanto, a la salida de este bloque se dispone de ficheros de tensiones listos para ser introducidos en la simulación del front-end analógico. Con estos ficheros, se genera una base de datos de señales de tensión del último dínodo correspondientes a distintos eventos.

La simulación de GEANT4 simula:

- La generación de rayos gamma de 511keV.
- El transporte del rayo gamma por el aire y el cristal centellador (LSO).
- Las posibles interacciones dentro del cristal: Absorción fotoeléctrica y Efecto Compton.
- La emisión de los fotones ópticos generados y su transporte a través de las distintas capas del detector (cristal, grasa óptica y la ventana de entrada al PMT) hasta que alcanzan la superficie del fotocátodo.
- La eficiencia cuántica del fotocátodo, que determina cuáles de los fotones que alcanzan dicha superficie son aceptados y cuáles rechazados.

Con GEANT4 se genera un fichero ASCII como resultado de la simulación donde se almacena la lista de fotones que alcanzan el fotocátodo que son aceptados con el tiempo de llegada de cada uno de ellos. Estos fotones se consideran los fotoelectrones tras el fotocátodo del PMT.

Para generar las tensiones a partir de la lista de fotoelectrones generada por GEANT4, hay que emular la respuesta del PMT. Se considera la lista de fotoelectrones con su tiempo de llegada como una serie de deltas cuyo valor es 1 en los tiempos en los que llegan los fotones y 0 para cualquier tiempo donde no existe fotón. Para generar las fuentes de tensión

correspondientes a la salida del último dínodo, se considera que el PMT se comporta idealmente como un sistema lineal cuya respuesta al impulso es la SER del PMT. Convolucionando la SER con la serie de fotones, se obtienen a la salida las tensiones buscadas que son almacenadas en un fichero de tensiones que puede ser leído por el simulador electrónico como una fuente de tensión PWL (“Piecewise Linear Source”). Las fuentes de PWL se definen como una lista de valores donde se indica para cada instante temporal el valor de tensión de la fuente. Este proceso es llevado a cabo por Mathematica.

Para la respuesta de la SER, la simulación considera una respuesta de tipo gaussiana del mismo tipo que la que se presentó en la ec. 4.32 del capítulo 4. Exactamente, la SER usada en esta simulación es:

$$SER(t) = \frac{e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \quad (6.1)$$

donde  $\mu$  es el tiempo de tránsito, que para el PMT de Hammamatsu H8500 es de  $6ns$ ; la  $\sigma$  es la desviación estándar del tiempo de tránsito, que en este caso es de  $400ps/2,35$ , según especificaciones de catálogo [55].

### 6.2.2. Simulación del front-end analógico

El front-end analógico simulado debe ser lo más fiel que sea posible al front-end analógico disponible en el setup de medidas. De esta forma, la simulación ya validada podrá permitir extrapolar los resultados obtenidos a los resultados que se obtendrán en la realidad. En esta fase de la simulación, la elección de un software de simulación electrónica parece lo más adecuado. En esta simulación, se hace uso del LTspice, simulador SPICE gratuito distribuido por Linear Technology [150]. Haciendo uso de este software, se simula la salida de los PMTs, el conformado de onda y, por último, la etapa analógica del ADC.

La base de datos de eventos generados con GEANT4 contiene señales que corresponden a pulsos del último dínodo de los PMTs antes de la etapa de salida del PMT. Lo primero que debe ser modelado en la simulación analógica es la etapa de salida de los PMTs. Para ello, en base a las especificaciones dadas en el catálogo del PMT de Hammamatsu H8500 [55], se

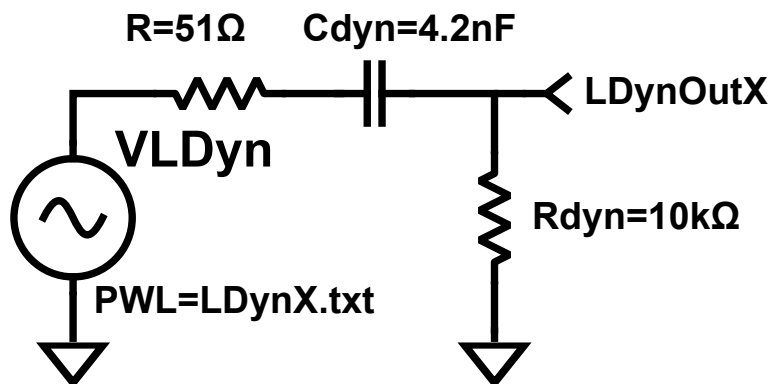


Figura 6.2: Modelo de la etapa de salida del último dínodo del PMT usado en las simulaciones.

considera la etapa de salida de cada último dínodo de los PMT como se indica en la Fig. 6.2.

Como puede observarse, la primera etapa del modelo de salida del último dínodo es la fuente de tensión VLDyn generada en Matlab a partir de las señales almacenadas en la base de datos de eventos. Esta etapa corresponde a los bloques “Estímulos del detector” de la Fig. 6.1. La fuente de entrada viene definida en un fichero ASCII cuyo nombre es LDynX.txt (LDyn1.txt para el detector 1 y LDyn2.txt para el detector 2). Este fichero está compuesto de 2 columnas, una con el valor temporal y otra con el valor correspondiente de tensión para dicho valor temporal. LTspice mantiene constante el valor de tensión hasta el siguiente valor temporal definido en la siguiente línea del fichero. Tras esto, se tiene básicamente la etapa de salida del último dínodo del PMT tal como viene definida en el catálogo. La respuesta de esta etapa en el dominio de Laplace posee un cero cuyo efecto puede verse en forma de un “undershoot” de la señal reconocible fácilmente en las medidas que se toman de los últimos dínodos con un osciloscopio. Esta etapa, como puede verse en la Fig. 6.1, está duplicada, una por canal.

Tras la etapa de salida del PMT, se tiene la etapa de conformación de

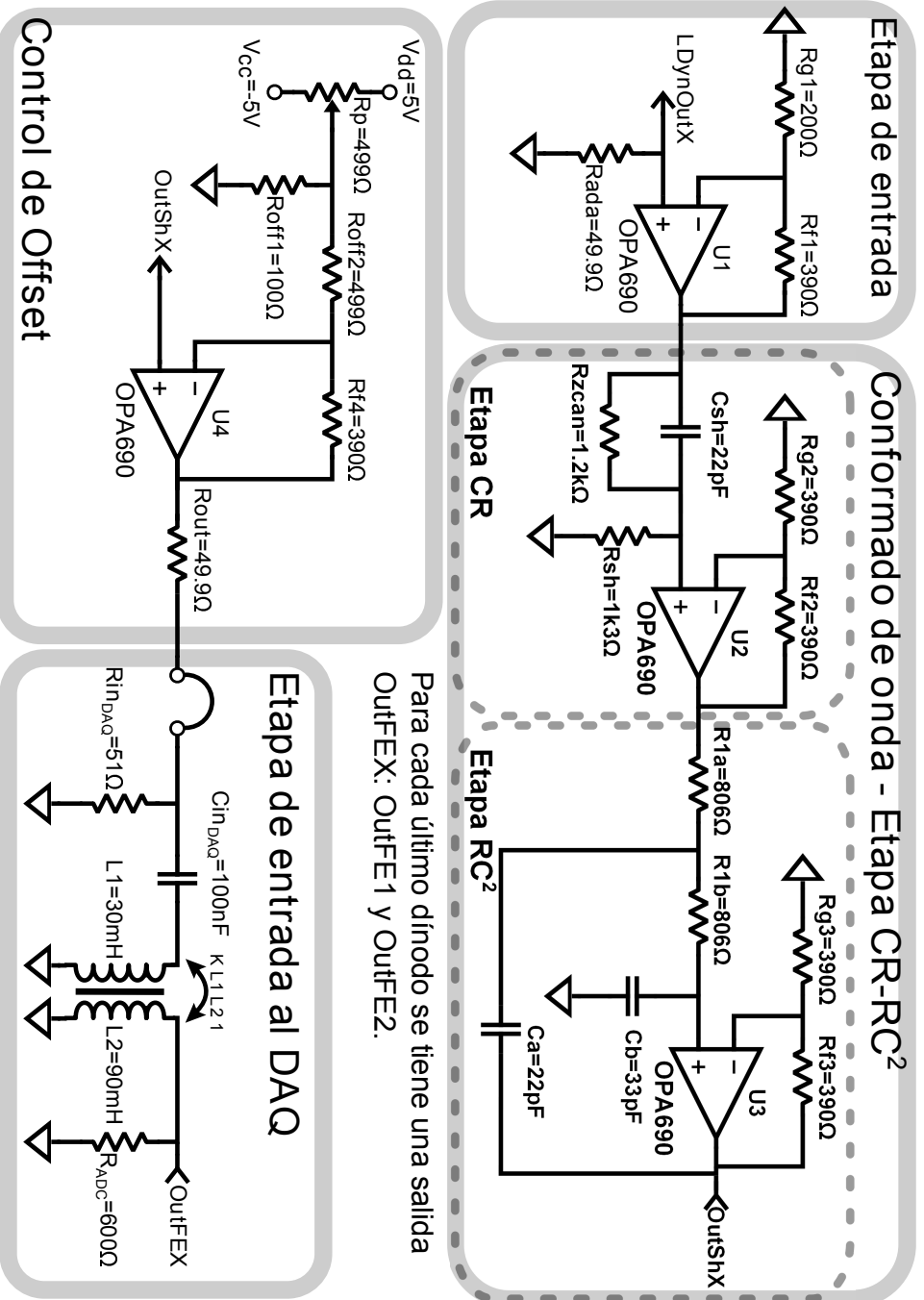


Figura 6.3: Etapa simulada en LTspice correspondiente al conformador de onda.

onda (ver Fig. 6.3). Esta etapa está dividida en 4 bloques: Etapa de entrada, conformador, etapa de control de offset y la etapa de entrada del bloque del DAQ. La idea es simular la misma electrónica que se desarrolló para el setup de medidas. El amplificador usado en todos los bloques es el OPA690 de Texas Instruments (TI) [69]. Texas Instruments proporciona el modelo SPICE para poder simularlo. Estas etapas, además de conformar el pulso del PMT, también se encargan de adaptarlo al rango dinámico del ADC. La idea es incrementar la amplitud de forma distribuida entre las diferentes etapas para aprovechar al máximo el ancho de banda de los amplificadores.

El bloque de entrada se encarga de independizar la etapa de salida del PMT de la etapa CR de entrada. También se encarga de amplificar ligeramente la señal de entrada. Su estructura es la típica de un amplificador no inversor implementada con amplificadores operacionales.

Tras la etapa de entrada, viene el conformado de onda. El conformado implementado en esta simulación y en el setup es un conformado de onda de tipo semigaussiano, en concreto un CR-RC<sup>2</sup>. Está formado por una etapa de tipo paso alto (CR) encargada de limitar la mínima pendiente del pulso y una etapa de orden 2 de tipo paso bajo (RC<sup>2</sup>), encargada de limitar la máxima pendiente disponible a la salida. De esta forma, con la etapa CR se acorta la longitud del pulso, más relacionada con las pendientes lentas, y con la etapa RC<sup>2</sup> se ralentiza la pendiente de subida, lo cual es necesario para tener muestras suficientes de la pendiente cuando el pulso es adquirido. La etapa paso alto contiene una fase de cancelación polo cero, para minimizar en lo posible el efecto del “undershoot”. La etapa de segundo orden se ha implementado mediante un filtro paso bajo de orden 2 de tipo Sallen Key. Cada una de estas etapas se encarga de amplificar la señal de entrada. La etapa simulada presenta una frecuencia de corte del filtro paso alto de 5.56 MHz y una frecuencia de corte del filtro paso bajo de 6.21 MHz. Considerando una frecuencia de muestreo de 70MHz, y que el tiempo entre la línea base y el valor máximo del evento recibido puede aproximarse por 1/4 de la frecuencia de corte<sup>1</sup>, se observa que con el filtro diseñado habrá entre 2.8 y 3.1 muestras en la pendiente entre la base del pulso y su valor máximo.

---

<sup>1</sup>Esta aproximación surge de considerar que en el comportamiento de un filtro paso alto ideal la mínima frecuencia que puede darse es la determinada por su frecuencia de

Tras el conformado de onda del pulso, está la etapa de control del offset, que es la salida de la PCB de conformado. Esta etapa está compuesta por un amplificador no inversor con un potenciómetro encargado de controlar el offset de la señal de salida. En la realidad, tras esta etapa viene un cable que conecta la salida del front-end analógico a la entrada del sistema de adquisición. La entrada del DAQ hasta el ADC ha sido modelada como puede verse en la Fig. 6.3. Esta etapa precede al bloque de ADC, que será descrito con más precisión en la siguiente sección. Para desarrollar el modelo de la etapa de entrada del ADC, se han seguido como guía los esquemáticos del DAQ.

Antes de realizar el muestreo de la señal necesario para pasarla al dominio digital, en la simulación se añade ruido a la señal analógica. Generar ruido en el dominio del tiempo en las herramientas SPICE es una tarea que no es fácilmente controlable. En este caso, la solución por la que se optó fue generar las fuentes de ruido en Matlab y simplemente añadirle el ruido a la señal antes de que esta fuera digitalizada. Se simula el ruido de la parte analógica mediante una fuente de ruido a la salida de esta parte. Esta fuente de ruido pretende simular el ruido que añade el sistema. El ruido añadido está generado en Matlab mediante un vector aleatorio de datos que siguen una distribución gaussiana de media nula y desviación estándar la que se quiera introducir. De esta forma, el script que se encarga de ejecutar la simulación tiene como parámetro de entrada el número de LSBs (Bit menos significativo, “Least significant bit”) de ruido que se quieren introducir (valor proporcional a la desviación estándar). Matlab genera la fuente de ruido en un fichero que es leído por el LTspice. Las dos fuentes de ruido generadas (una por señal de detector) son independientes entre sí e independientes entre eventos leídos de la base de datos. En la Fig. 6.2, estas fuentes vienen etiquetadas como Ruido1 y Ruido2.

### 6.2.3. Simulación del ADC

La simulación del ADC está distribuida parte en LTspice y parte en Matlab. El ADC pasa las señales analógicas a la salida del conformado a

---

corte  $f_{cpa}$ . Considerando una señal senoidal con una frecuencia  $f_{cpa}$ , el tiempo que tarda en pasar de 0 al máximo es un cuarto del periodo,  $tp_{max} = 1/(4 * f_{cpa})$ .



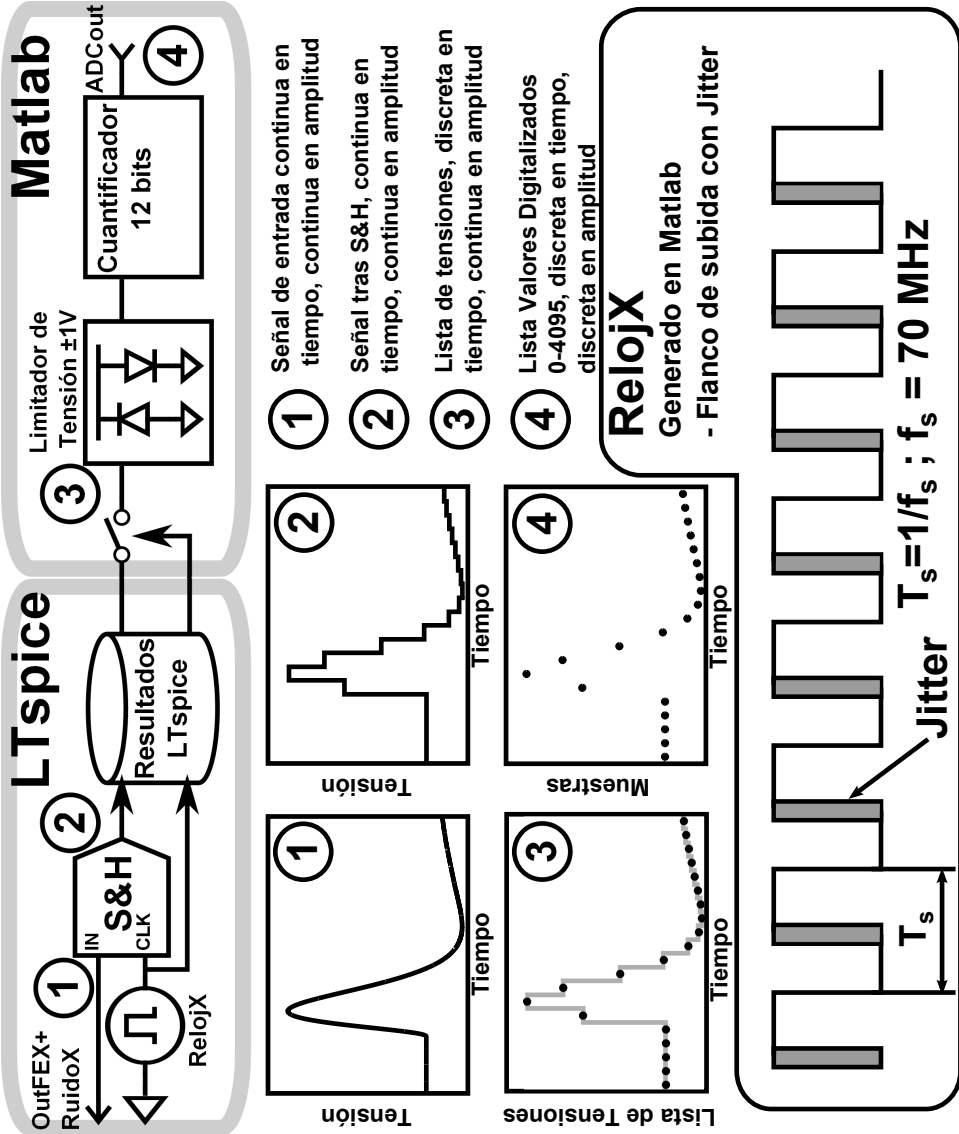


Figura 6.4: Bloques implementados para simular el ADC. La pendiente de subida del reloj es usada en el bloque S&H y la pendiente de bajada se usa para pasar de señal continua a discreta en Matlab

señales digitales que puedan ser analizadas en el bloque digital. El DAQ utilizado usa un ADC de Texas Instruments el ADS5273 de 8 canales 12 bits por canal, 70 MSPS y un rango dinámico de 2 V de pico a pico (Vpp)[152]. La simulación trata de emular el comportamiento ideal de dicho ADC. El ADC está formado por un bloque de muestreo y retención (“sample and hold”, S&H en las figuras 6.1 y 6.4) que está simulado en LTspice. Este bloque tiene 2 entradas, la señal y el reloj. En cada flanco de subida del reloj el valor de la señal de entrada en ese instante se mantiene a la salida del bloque de forma constante hasta el siguiente flanco de reloj. Este circuito es puramente analógico. La salida de los bloques S&H junto con los relojes de muestreo son almacenados en un fichero de resultados. Matlab se encarga de procesar el fichero de resultados generado en el LTspice. Los resultados están almacenados en columnas donde se tienen marcas temporales y el valor de tensión para dicha marca temporal. Cuando se leen los resultados, aún se dispone de una señal continua en el tiempo. Mediante el flanco de bajada del reloj almacenado usado en el S&H, se genera una señal discreta en el tiempo. Con este proceso, se genera un único valor de tensión por ciclo de reloj.

Antes de realizar la cuantificación a 12 bits, en Matlab se implementa un limitador de tensión. Este bloque realiza la siguiente operación:

$$V_{lim\ out}[n] = \begin{cases} -1, & V_{lim\ in}[n] < -1 \\ V_{lim\ in}[n], & -1 \leq V_{lim\ in}[n] \leq 1 \\ 1, & V_{lim\ in}[n] > 1 \end{cases} \quad , \quad (6.2)$$

donde  $V_{lim\ in}$  es el valor de tensión a la entrada del limitador y  $V_{lim\ out}$  es la tensión de salida del bloque. El objetivo es simular la saturación del ADC cuando se supera su rango dinámico de 2 Vpp.

Tras la etapa de limitación de tensión, viene la última etapa del modelo del ADC, la etapa cuantificadora de 12 bits. Esta etapa se encarga de pasar las tensiones de entrada del rango de -1 V a 1 V al rango de 0 a  $2^{12} - 1$ , y de discretizar los valores redondeandolos al entero más cercano. Esto se hace como se indica en la ec. 6.3:

$$V_{cuant\ out}[n] = Redondeo \left( \frac{2^{12} - 1}{2} (V_{cuant\ in}[n] + 1) \right) \quad (6.3)$$

donde  $V_{cuant\ in}$  es la entrada al cuantificador, que, como puede verse en la Fig. 6.4, es la salida del limitador de tensión. En  $V_{cuant\ out}$  se tiene la salida del cuantificador, los valores ya en formato digital de 12 bits aunque representados en formato decimal. Por cada dínodo, se dispone de una señal digital lista para ser procesada para realizar el cálculo de tiempos y energía.

### 6.2.3.1. Consideraciones sobre el reloj de muestreo

El reloj de muestreo es generado en Matlab, ya que de esta forma es posible simular procesos que en LTspice son difíciles de simular. Simular de forma precisa el reloj de muestreo permite estudiar el efecto de tener un reloj de mayor o menor calidad en el sistema de adquisición. Hay dos efectos del reloj que deben simularse, la fase y el jitter.

Dado que la llegada de los eventos es aleatoria siguiendo una distribución de poisson típica de las emisiones radiactivas, la fase de muestreo del reloj respecto al inicio de pulso también es aleatoria. Notar que esta fase es la misma para eventos de una misma coincidencia. Se considera para ello que el tiempo de llegada del flanco de subida respecto al inicio de un pulso puede tomar un valor equiprobable del tiempo de un ciclo de reloj. Hay que considerar también que Matlab es un software que funciona con vectores y matrices, es decir, valores discretos. Por tanto, se ha considerado en la simulación que el menor intervalo temporal para todos los procesos de la señal es de 100 ps. Reducir este valor temporal implica un incremento en el tiempo de simulación que hoy por hoy no aporta ventajas. Así pues, dado que la frecuencia de muestreo del sistema es de 70 MHz la fase del reloj podrá adquirir un valor que siempre estará entre 0 y 14.29 ns en saltos de 100 ps y será diferente para cada par de eventos en coincidencia simulados.

Describir el jitter de un reloj es un problema actual como puede verse en [153] o [154]. En este caso, y a diferencia de la descripción de la fase, la variación introducida por el jitter sí que es diferente entre eventos de una misma coincidencia. De hecho, esta variación es independiente entre cualquier ciclo de subida de cada uno de los relojes simulados. Para este caso, se ha optado por una aproximación conservadora del jitter descrita en [153]. En el trabajo referenciado, se describen varias formas de considerar

el jitter. La que se ha seleccionado hace que, dado un valor del jitter a simular, se considere que el inicio de la pendiente de llegada del reloj sigue una distribución uniforme generando valores para un jitter dado  $\epsilon$  entre  $\frac{-\epsilon}{2}$  y  $\frac{\epsilon}{2}$ . Como puede observarse en la Fig. 6.4, el jitter solo se ha simulado en la pendiente de subida de los relojes, responsables de la fase S&H. El hecho de no simularlo en los flancos de bajada permite usar estos como referencia estable de la frecuencia de muestreo. De hecho, en el proceso de muestreo el flanco de bajada no es usado para nada y, por tanto, es indiferente que en la simulación este posea jitter o no. En la realidad, se tendría tanto jitter en la pendiente de subida como en la pendiente de bajada y la frecuencia media entre ciclos sería la frecuencia de muestreo.

Cada reloj generado en Matlab es almacenado en un fichero como formato de fuentes PWL que más tarde será leído por LTspice en la simulación analógica.

#### 6.2.4. Simulación digital

La simulación de la parte digital se encarga de emular el procesado digital que se aplica a cada pulso. En este caso, a cada canal se le aplican los distintos algoritmos de extracción de marca temporal y el algoritmo de extracción de carga. Esta parte, como se ha indicado anteriormente, ha sido desarrollada enteramente en Matlab por cuestiones de velocidad de la simulación. El objetivo principal es poder aplicar a los mismos datos de entrada todos los algoritmos de tiempo con todas las configuraciones que se quieren analizar.

Para cada par de eventos en coincidencia simulado, se obtiene su energía. En este caso, no se pretende optimizar la resolución energética, simplemente se calcula la energía tomando el máximo de ambos canales digitalizados. La energía de ambos canales se almacena para posteriormente ser usada en el procesado de los eventos. Por cada uno de los dos canales, se extraen las etiquetas temporales de todos los algoritmos con todas las configuraciones. Los algoritmos simulados son los presentados en el capítulo anterior:

- Algoritmos que utilizan el pulso digitalizado directamente, a los que se denomina BCFD amplitud.

- Sin interpolación.
  - Con interpolación x2.
  - Con interpolación x3.
- Algoritmos que calculan la carga del pulso y la utilizan para el cálculo de la etiqueta temporal, a los que se denomina BCFD carga.
- Sin interpolación.
  - Con interpolación x2.
  - Con interpolación x3.

Para cada uno de estos casos, se aplica la extracción de la etiqueta temporal mediante el método de “Bipolar Constant Fraction Discriminator”, donde la constante de desplazamiento  $k$  se ha hecho variar entre 1 y 8 muestras. El coeficiente  $k$  puede verse como un retardo en el tiempo, simplemente multiplicando  $k$  por el periodo de muestreo. De esta forma, todos los resultados de los algoritmos estudiados pueden ser representados en la misma gráfica en función del retardo aplicado en ns. Se puede observar la existencia de retardos donde los algoritmos interpolados y no interpolados son equivalentes. Por ejemplo,  $k_{70\text{ MHz}} = 1$  es una configuración equivalente a  $k_{140\text{ MHz}} = 2$  y  $k_{210\text{ MHz}} = 3$ , pues el retardo temporal configurado es igual en todos los casos ( $t_d = 14,28\text{ ns}$ ).

De cada par de eventos se obtienen 2 etiquetas temporales por algoritmo y configuración de desplazamiento. Lo que interesa almacenar es la diferencia de ambas etiquetas. Esta diferencia de tiempos se almacena para cada par de eventos en coincidencia para luego procesarla.

Por tanto, por cada par de eventos se tienen 6 algoritmos y 8 configuraciones por algoritmo, lo que implica 48 diferencias de tiempos en función del algoritmo y configuración aplicadas. Esto se repite 1400 veces con los distintos pares de eventos de la base de datos de eventos generados en GEANT4. Para cada simulación de ruido y jitter, se tiene que repetir este proceso.

### 6.2.5. Grupo de medidas realizadas con la simulación

En un principio, la simulación no está validada. No se sabe si se pueden sacar conclusiones de ella para casos que no se han medido. La primera fase consistirá en proponer una simulación del sistema disponible y para los algoritmos que se quieren probar en el sistema. Esta simulación se llevará a cabo con distintas situaciones de jitter del reloj de muestreo y de ruido en la señal. Primero se observará el efecto de los resultados teniendo en cuenta el jitter del reloj de muestreo. Más tarde, fijando el jitter a un valor común para el sistema usado, se observará el efecto del ruido sobre los resultados.

Realizada la simulación, se realizarán medidas en el sistema programando los algoritmos propuestos. Esto permitirá validar la simulación y obtener la mejor configuración, que proporcione la mejor resolución temporal del sistema. Validada la simulación, se podrán hacer futuros estudios de simulación para evaluar cómo afectarían distintos parámetros de los algoritmos o de la electrónica. Estos nuevos estudios permitirán programar futuras medidas que mejoren la resolución temporal en coincidencia del sistema.

## 6.3. Estudio del jitter del reloj de muestreo sobre la resolución temporal en coincidencia

Tal como está desarrollada la electrónica del sistema de adquisición, el jitter del reloj de muestreo que se tiene es de alrededor de 100ps. El estudio realizado considera jitters de reloj de los siguientes valores:

- Sin jitter de reloj
- 70 ps de jitter de reloj, ligeramente por debajo de los 100 ps.
- 140 ps de jitter de reloj, ligeramente por encima de los 100 ps.
- 500 ps de jitter de reloj.
- 1 ns de jitter de reloj.
- 1.5 ns de jitter de reloj.

- 2 ns de jitter de reloj.

Para todas las señales de entrada, se usa el banco de señales generadas en GEANT4. Siempre se usan las mismas entradas para cada uno de los casos. Como se ha explicado anteriormente, el reloj se genera en Matlab y posee una frecuencia de 70 MHz, el jitter sigue una distribución uniforme en el periodo indicado alrededor del flanco de subida de la señal. Es decir, cualquier desfase entre  $\pm Jitter/2$  en la llegada del flanco de subida se puede dar con la misma probabilidad. Este criterio escogido es un criterio conservador, interesa considerar el jitter de la forma que más afecte a los resultados.

La diferencia de tiempos de llegada entre las dos señales generadas se define mediante un desfase entre señales coincidentes de 1ns. A cada una de las dos señales correspondientes a un evento en coincidencia se le aplica cada uno de los bloques de extracción de tiempos que generan sus timestamps correspondientes. Los bloques aplicados son los correspondientes a los algoritmos con BCFD basado en amplitud y en carga, con distintos factores de interpolación (sin interpolación, interpolación x2 e interpolación x3) y con desplazamientos entre 1 y 8 muestras. Para todas las simulaciones de jitter llevadas a cabo, se ha utilizado como entrada la base de datos disponible compuesta de 1400 pares de eventos en coincidencia generados cerca del centro de ambos cristales con una diferencia de tiempo de vuelo de 1ns. Los eventos son filtrados en energía tomando solo los eventos correspondientes al fotopico. Para ello, el espectro de energía es aproximado por una gaussiana. El filtro de energía toma los eventos que están dentro del rango de energías del fotopico correspondientes al 10 % del máximo de la campana de la gaussiana ajustada. La simulación se ha llevado a cabo para distintos valores de jitter. En el eje de abscisas, se tienen los distintos valores de desplazamiento del BCFD y, en el eje de ordenadas, se tienen los valores de resolución temporal en coincidencia obtenidos. Cabe notar que en todos los gráficos de resultados del presente trabajo las barras de error representan la desviación estándar.

En la Fig. 6.5, se muestran los resultados de la resolución temporal en coincidencia obtenida para la simulación del algoritmo de extracción de tiempo con BCFD basado en amplitud con una frecuencia de muestreo de 70MHz (BCFD amplitud sin interpolación). En dicha gráfica (Fig. 6.5),

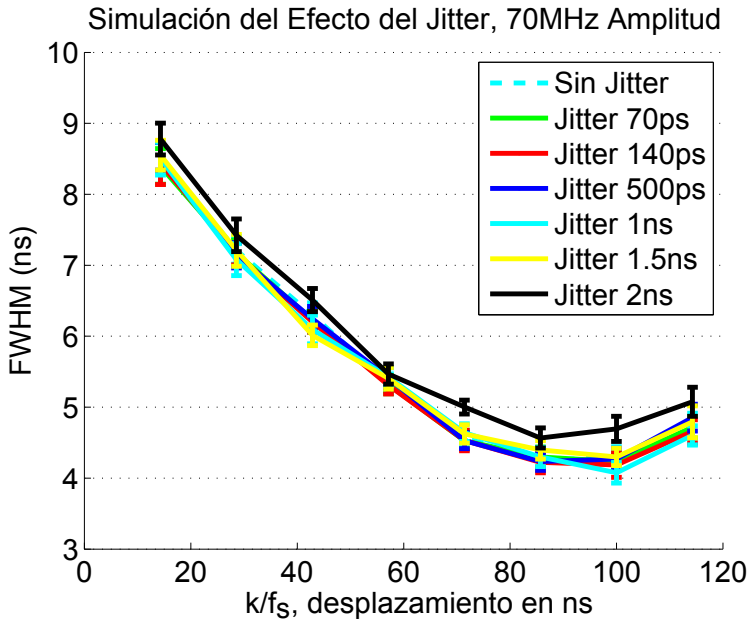


Figura 6.5: Resolución temporal de la simulación de jitter usando el método BCFD amplitud sin interpolación, con  $f_s = 70MHz$ , para distintos desplazamientos  $k$ .

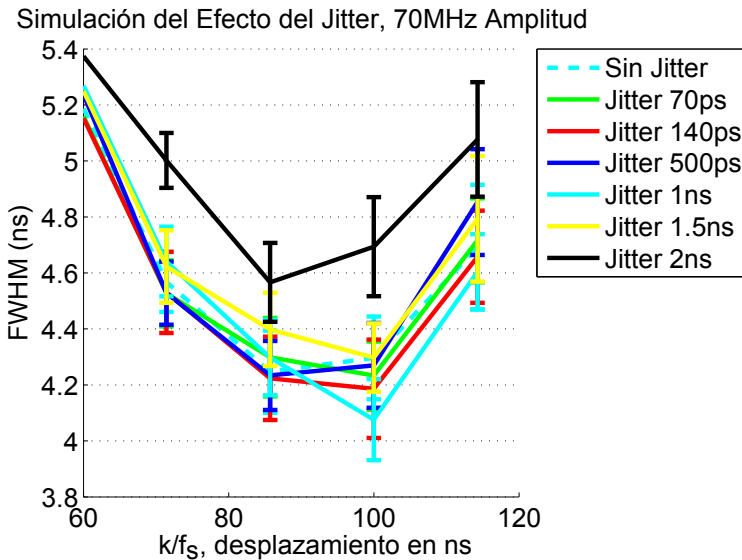


Figura 6.6: Detalle de los resultados de la Fig. 6.5 donde se puede observar el efecto de los distintos jitter de reloj en la resolución temporal



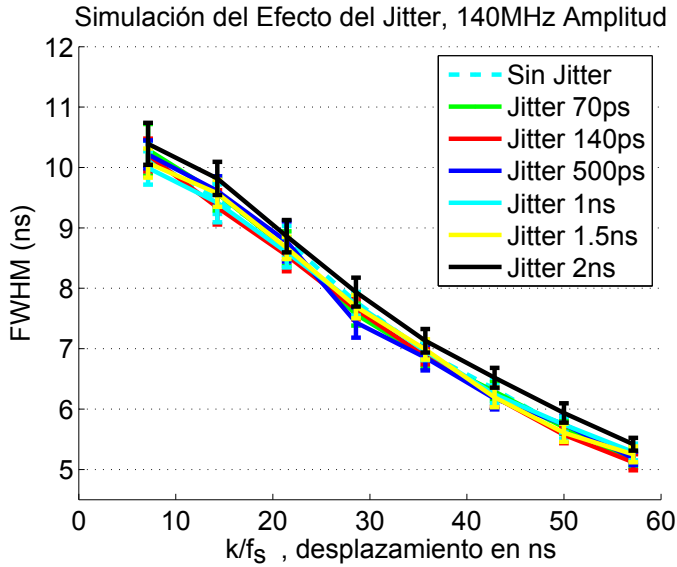


Figura 6.7: Resolución temporal de la simulación de jitter usando el método BCFD amplitud con interpolación x2, con  $f_s = 140MHz$ , para distintos desplazamientos  $k$

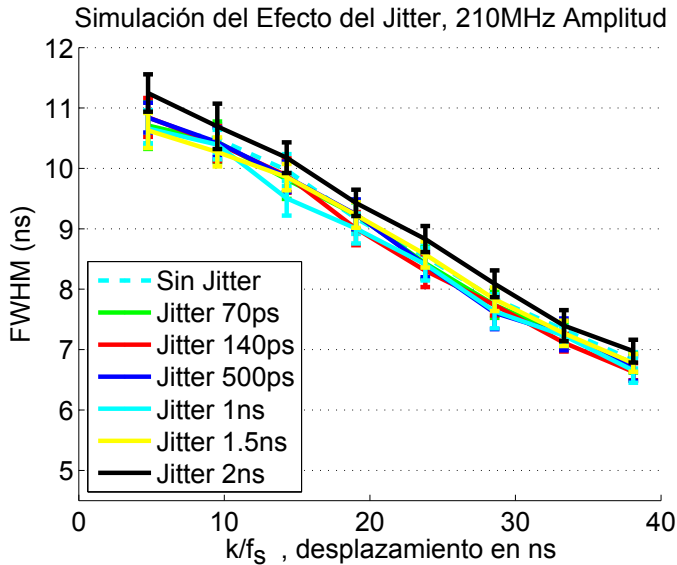


Figura 6.8: Resolución temporal de la simulación de jitter usando el método BCFD amplitud con interpolación x3, con  $f_s = 210MHz$ , para distintos desplazamientos  $k$

es interesante observar el efecto del jitter para los valores con mejor resolución temporal en coincidencia (valores con menor resolución FWHM), pues son los resultados que están más cercanos al orden de magnitud de ciertos valores de los jitters introducidos en la simulación. Para ello, se añade un detalle de la gráfica en la Fig. 6.6 donde pueden verse con mayor claridad los valores con mejor resolución. En la Fig. 6.7, se pueden observar los resultados obtenidos al aplicar BCFD amplitud cuando la señal es interpolada x2, es decir, cuando se trabaja con una frecuencia equivalente de muestreo de 140MHz. Los resultados de la resolución temporal en coincidencia obtenida utilizando el algoritmo con BCFD basado en amplitud con un factor de interpolación de x3, con una frecuencia equivalente de muestreo de 210MHz, pueden observarse en la Fig. 6.8.

En la Fig. 6.9, se muestran los resultados de la simulación para algoritmos de extracción de tiempo con BCFD basado en carga con una frecuencia de muestreo de 70MHz. Para interpolación x2, frecuencia equivalente de muestreo 140MHz, los resultados obtenidos en los algoritmos con BCFD basado en carga pueden observarse en la Fig. 6.10. Los resultados con mejor resolución temporal en coincidencia son los obtenidos con interpolación x3 y BCFD basado en carga, es decir, con frecuencia equivalente de muestreo de 210MHz. En este caso, los resultados obtenidos para los distintos valores de  $k$  pueden verse en la Fig. 6.11. Para hacer un análisis más detallado de los mejores resultados de los algoritmos con BCFD basado en carga, se incluye una gráfica donde se ha ampliado la zona de la gráfica con interpolación x3 en la que se pueden observar los mejores resultados, aquellos en los que la resolución obtenida está más cercana al orden de magnitud del error introducido con el jitter. Estos resultados pueden verse en la Fig. 6.12

### 6.3.1. Conclusiones de la simulación de jitter de reloj.

La primera conclusión que se puede sacar sobre el efecto del jitter de reloj en la resolución temporal en coincidencia de los algoritmos es que este solo afecta a las resoluciones temporales cuyos valores están más cercanos al orden de magnitud del jitter introducido. Para dichas configuraciones, los jitter generan diferencias observables. Como puede apreciarse en los

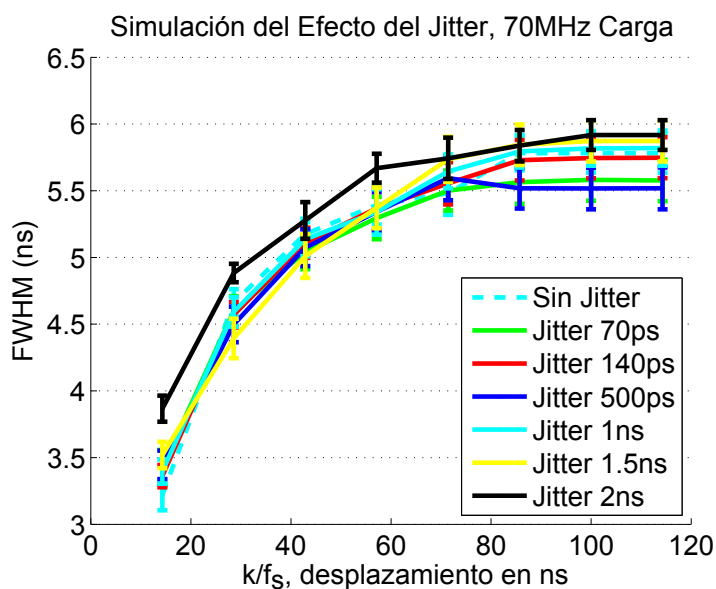


Figura 6.9: Resolución temporal de la simulación de jitter usando el método BCFD carga sin interpolación, con  $f_s = 70MHz$ , para distintos desplazamientos  $k$

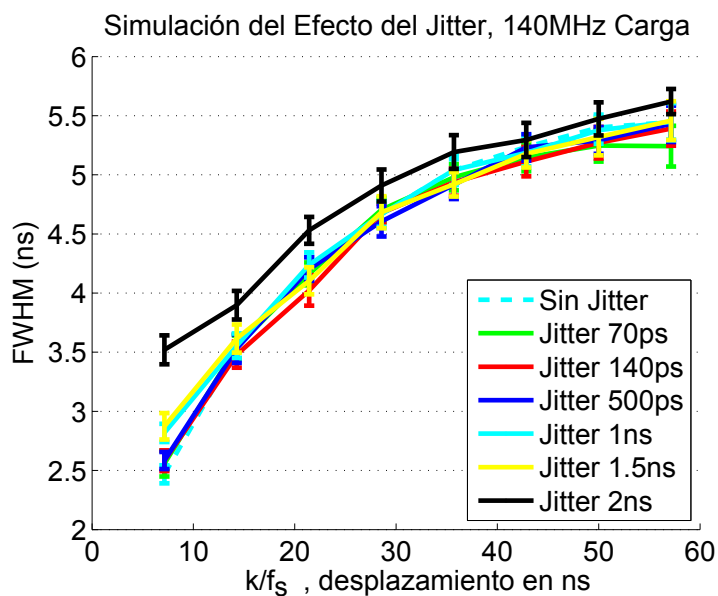


Figura 6.10: Resolución temporal de la simulación de jitter usando el método BCFD carga con interpolación  $\times 2$ , con  $f_s = 140MHz$ , para distintos desplazamientos  $k$

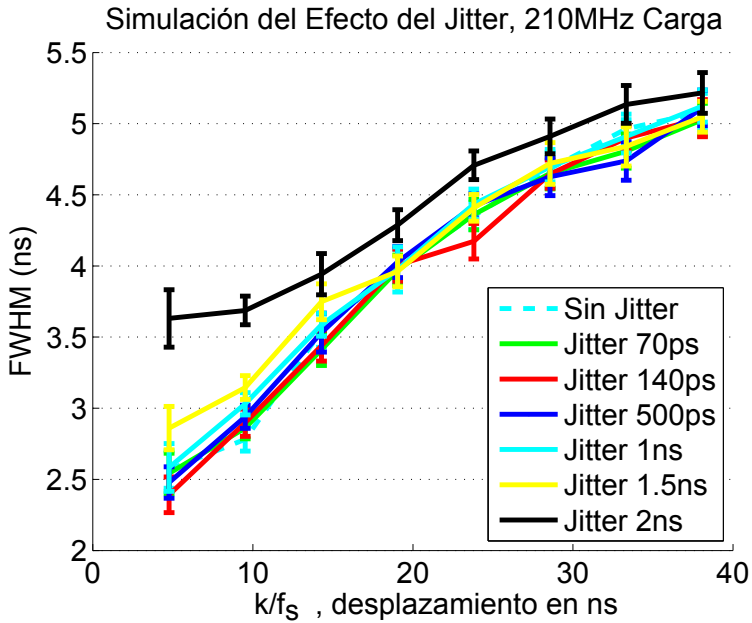


Figura 6.11: Resolución temporal de la simulación de jitter usando el método BCFD carga con interpolación  $\times 3$ , con  $f_s = 210\text{MHz}$ , para distintos desplazamientos  $k$

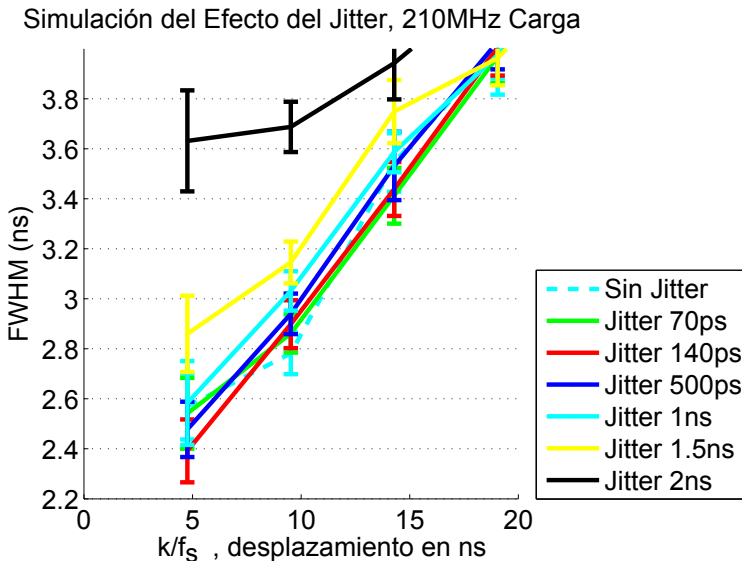


Figura 6.12: Detalle de los resultados de la gráfica 6.11 donde se puede observar el efecto de los distintos jitter de reloj en la resolución temporal

resultados, para las peores resoluciones alcanzadas el efecto del jitter es enmascarado por la resolución temporal en coincidencia que puede proporcionar el algoritmo.

Así pues, los resultados para jitters pequeños (0ps, 70ps, 140ps o 500ps), muy por debajo de las resoluciones temporales obtenidas, generan resoluciones del mismo orden en todos los algoritmos y configuraciones, sin poder constatar efecto alguno por el jitter introducido. En los algoritmos de extracción de tiempos con BCFD basado en amplitud, se obtienen peores resultados que en los algoritmos con BCFD basado en carga. Los algoritmos que se denominan de amplitud dan sus mejores resultados cuando la  $k/f_s$  es de alrededor de 100 ns. En estos casos, la máxima resolución obtenida es de alrededor de 4 ns, como puede observarse en la Fig. 6.6, valor mucho mayor al orden de magnitud de los jitters más bajos simulados. En estos casos, solo se hace evidente el error del jitter para los jitters introducidos de 1.5 ns y 2 ns.

En el caso de los algoritmos basados en carga, los mejores resultados se producen para  $k$  pequeñas. Como en el caso de los algoritmos basados en amplitud, el efecto del jitter se hace notable cuando este es del mismo orden o mayor a la resolución obtenida. Se puede observar dicho efecto en la Fig. 6.12 a partir de los jitters introducidos con valores de 1 ns o mayores. La mejor resolución obtenida en las simulaciones está alrededor de 2.5 ns. En estos casos, el efecto del jitter solo se observa con jitters que se alejan de los que disponemos en la electrónica del banco de medida (menores a 140ps).

Según las simulaciones, poseer un jitter de reloj de una magnitud muy por debajo de la resolución temporal en coincidencia obtenida por el sistema afecta mínimamente a dicha resolución. Un sistema de adquisición bien diseñado poseerá un jitter de reloj por debajo a los 100ps y, por tanto, afectará poco a la resolución temporal en coincidencia final.

## 6.4. Estudio del efecto del ruido sobre la resolución temporal en coincidencia

Habiendo estudiado el efecto del jitter sobre la resolución temporal en coincidencia del sistema para distintos algoritmos, en el presente apartado se realizará un estudio sobre el efecto del ruido que degrada la calidad de las señales de los últimos dínodos sobre la resolución temporal en coincidencia final del sistema. En la realidad, este ruido puede deberse a causas internas o externas del sistema. Para ello, se fijará el jitter a un valor conservador para el sistema sobre el que se realizan las medidas (140 ps) y se hará variar el ruido que se aplica a las señales. El ruido se genera en Matlab como una fuente de tensión PWL independiente para cada último dínodo y para eventos diferentes.

El ruido se aplica a la señal en el LTspice antes de que la señal sea digitalizada, añadiéndole una variación aleatoria en la amplitud, correspondiente a una distribución gaussiana de media nula. La desviación estándar de la distribución es el parámetro que se varía para ver el efecto del ruido. En la Fig. 6.1, pueden verse en el esquema de simulación las dos fuentes de ruido etiquetadas como “Ruido 1” y “Ruido 2”. Considerando que el ADC simulado tiene un rango dinámico de 2 Vpp y 12bits de resolución, se tiene que un LSB corresponde a 0.488 mV. Los valores de ruido analizados en la simulación son:

- Sin ruido
- 16 LSBs que equivale a  $\sigma = 7.81$  mV.
- 32 LSBs que equivale a  $\sigma = 15.63$  mV.

Considerar ruidos muy elevados, muy por encima del valor del LSB del ADC, permite validar la robustez de los algoritmos en condiciones extremas que realmente no deberían producirse.

Para la simulación de ruido, se reproducen las mismas condiciones que en el estudio anterior de jitter. Para ello, se utiliza el mismo banco de 1400 pares de eventos en coincidencia con una diferencia de tiempo de vuelo de 1ns (generados anteriormente con GEANT4), que serán procesados en

la electrónica analógica de los conformadores. Se realiza el estudio para cada uno de los algoritmos de tiempos evaluados, para valores de desplazamiento  $k$  entre 1 y 8. Hay que tener en cuenta que, al igual que en el estudio de jitter, se aplica el mismo filtro de energía, tomando solo los eventos correspondientes al fotopico. Para ello, el espectro de energía es aproximado por una gaussiana. El rango de energías tomado corresponde a los eventos del fotopico que se encuentran entre los dos valores de energía correspondientes al 10% del máximo de la gaussiana.

#### 6.4.1. Resultados de la simulación de ruido.

En la Fig. 6.13, se muestran los resultados de la resolución temporal obtenida en la simulación de ruido para algoritmos de extracción de tiempo basados en Amplitud. En las simulaciones de ruido, se ha variado el parámetro de desplazamiento ( $k$ ) del BCFD entre 1 y 8. Para todas las simulaciones se tienen como entrada los 1400 pares de eventos en coincidencia de la base de datos generada. En el eje de abscisas, se tienen los distintos valores de desplazamiento del BCFD y, en el eje de ordenadas, se tienen los valores de resolución temporal en coincidencia obtenidos.

En la Fig. 6.13(a), se pueden observar los resultados para el método con BCFD basado en Amplitud sin interpolación, con una frecuencia de muestreo de 70MHz. Para los resultados en Amplitud con interpolación  $\times 2$ , frecuencia de muestreo equivalente de 140MHz, los resultados son los mostrados en la Fig. 6.13(b). La Fig. 6.13(c) muestra los resultados para el algoritmo con BCFD Amplitud, pero en este caso con la interpolación  $\times 3$ , con frecuencia de muestreo equivalente de 210MHz. La simulación ha sido llevada a cabo con las mismas condiciones de simulación que en los anteriores estudios.

En la Fig. 6.14, se muestran los resultados de la resolución temporal en coincidencia obtenidos para la simulación con distintos valores de ruido, para el algoritmo BCFD basado en carga. Por lo general, los resultados de los algoritmos basados en carga son mejores que los de los algoritmos basados en el pulso directo.

En la Fig. 6.14(a), se tienen los resultados de la simulación para BCFD carga sin interpolar, con una frecuencia de muestreo de 70MHz. La Fig.

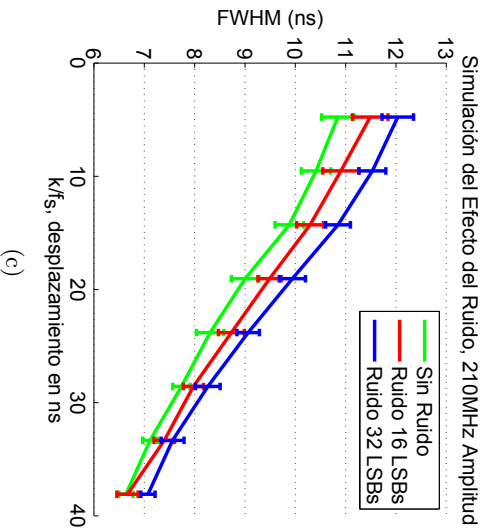
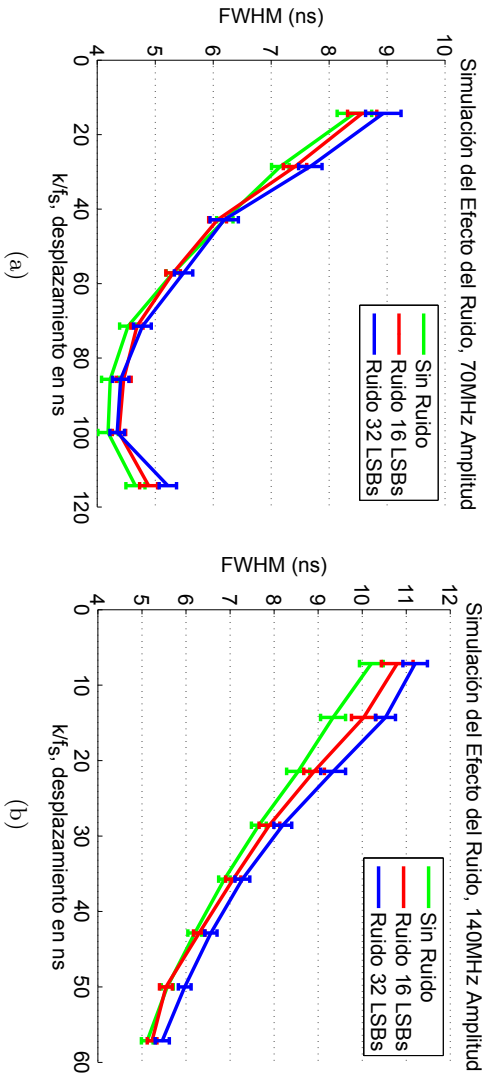


Figura 6.13: Resolución temporal de la simulación de Ruido usando el método BCFD amplitud. (a) Sin interpolación,  $f_s = 70MHz$ ; (b) interpolación  $\times 2$ ,  $f_s = 140MHz$ ; (c) interpolación  $\times 3$ ,  $f_s = 210MHz$



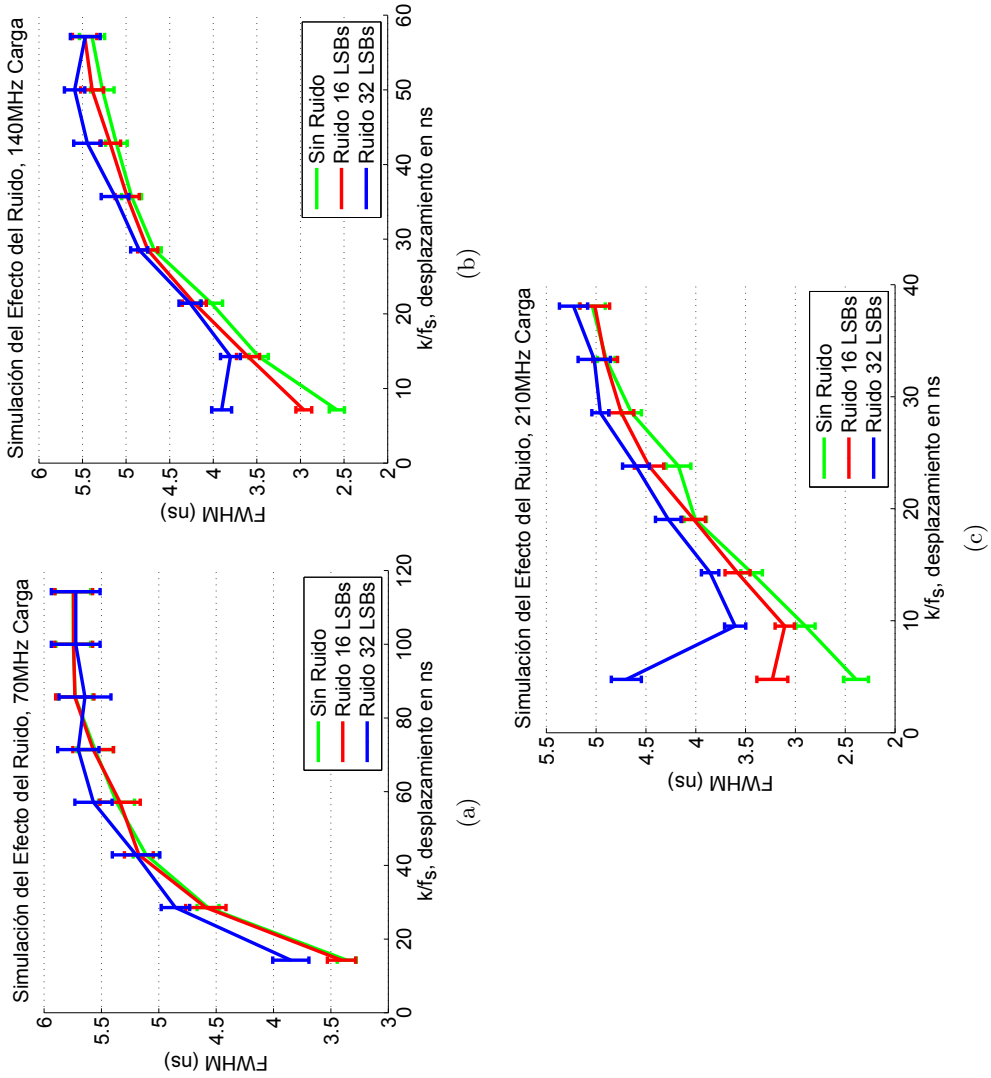


Figura 6.14: Resolución temporal de la simulación de Ruido usando el método BCFD carga. (a) Sin interpolación,  $f_s = 70MHz$ ; (b) interpolación x2,  $f_s = 140MHz$ ; (c) interpolación x3,  $f_s = 210MHz$

6.14(b) muestra los resultados de la resolución temporal en coincidencia para BCFD carga con interpolación x2, frecuencia de muestreo equivalente de 140MHz. La última simulación realizada evalúa el algoritmo con BCFD carga con interpolación x3, es decir, 210 MHz de frecuencia de muestreo equivalente. Los resultados pueden observarse en la Fig. 6.14(c).

### 6.4.2. Conclusiones de la simulación de Ruido.

El ruido introducido en la señal tiene un mayor efecto en la resolución temporal en coincidencia obtenida para cada uno de los discriminadores que el jitter. Las diferencias en la resolución obtenida se observan claramente en casi todos los algoritmos (Fig. 6.13 y 6.14). Cabe notar que el efecto del ruido es contrario en los algoritmos de BCFD carga frente a los de BCFD amplitud. En los algoritmos en carga, las diferencias se hacen más notables en los mejores resultados mientras que, en los algoritmos en amplitud, el efecto del ruido se hace más notable en los valores con peor resolución. Hay que tener en cuenta que el cruce por cero en los algoritmos basados en amplitud en la zona de peores resultados se produce cercano al máximo del pulso adquirido, mientras que, en los algoritmos basados en carga, los valores de  $k$  pequeños usan el inicio del pulso para el cálculo de la etiqueta de tiempos. Estos resultados hacen pensar que la incertidumbre en el inicio del pulso debida al ruido hace que se produzca una incertidumbre en los valores iniciales de la carga calculada. Tendría sentido que esta incertidumbre se viera reflejada en la resolución temporal en coincidencia. Por otra parte, en los algoritmos en amplitud el máximo de la señal es una zona en donde entre muestra y muestra las variaciones en la amplitud son menores que en las pendientes. Para  $k$  pequeños, el algoritmo usa puntos cercanos al máximo de la señal para el cálculo del tiempo. Para  $k$  grandes, son puntos de las pendientes los que se usan para calcular el tiempo. Es lógico que, al introducir una variación en las muestras cercanas al máximo, se genere una incertidumbre en la determinación del máximo que se verá reflejada en una incertidumbre en el tiempo. Una incertidumbre en las pendientes afectará menos a la resolución temporal en coincidencia debido a que las variaciones entre muestras en las pendientes son mayores que en la zona cercana al máximo. Esta incertidumbre en las zonas cer-

canas al máximo, donde las pendientes de la señal son cercanas a cero, sería también la razón de que a los algoritmos de interpolación les fuera difícil reconstruir el valor exacto del pico de la señal. El error en los valores alrededor del máximo introducido por los interpoladores también se propaga en la determinación del tiempo y, por tanto, introduce un mayor error en los resultados finales de la resolución temporal para los valores de los discriminadores en amplitud que hacen uso de interpolación.

Otro resultado destacable de las simulaciones de ruido es el efecto que este tiene en la mejor resolución temporal en coincidencia que puede obtenerse con los algoritmos evaluados. La mejor resolución que puede obtenerse en la simulación llevada a cabo se da para los algoritmos basados en BCFD carga. Para estos casos, el efecto de ruido determina la mejor configuración. Cuando en el sistema hay poco ruido, el mejor resultado se da para BCFD carga con interpolación x3 y  $k = 1$ , donde se obtienen resultados cercanos a 2ns. Cuando el ruido se incrementa, se observa que la mejor resolución se obtiene para BCFD carga con interpolación x3 y  $k = 2$  o BCFD carga con interpolación x2 y  $k = 1$ . En estos casos, la configuración BCFD carga con interpolación x3 y  $k = 1$  empeora notablemente su resolución temporal en coincidencia (por encima de 3ns, Fig. 6.14(c)).

## 6.5. Conclusiones globales de la simulación

Observando los resultados obtenidos es importante evaluar el comportamiento de los discriminadores evaluados, diferenciando entre los discriminadores basados en BCFD amplitud y los basados en BCFD carga. Como referencia, en las Fig. 6.15 y 6.16, se tienen los resultados de las simulaciones sin ruido y jitter de 140 ps, tomando como entrada los 1400 pares de eventos de la base de datos generada. En la Fig. 6.15, se tienen los resultados para los discriminadores basados en BCFD amplitud, sin interpolación, interpolación x2 e interpolación x3. En la Fig. 6.16, se tienen los resultados para los discriminadores basados en BCFD carga, sin interpolación, interpolación x2 e interpolación x3. En el eje de abscisas, se tienen los distintos valores de desplazamiento del BCFD y, en el eje de ordenadas, se tienen los valores de resolución temporal en coincidencia obtenidos. Estas gráficas se muestran como ejemplo para describir los distintos comportamientos de

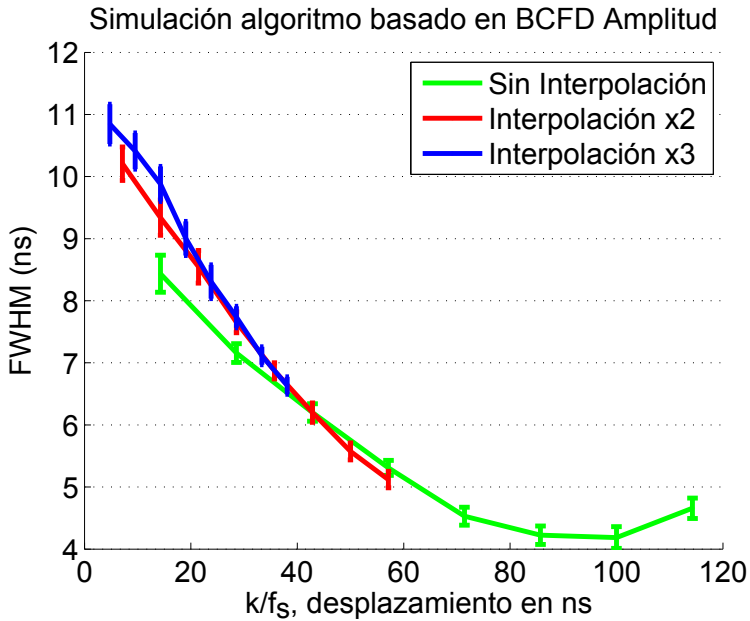


Figura 6.15: Resultados con discriminadores basados en método BCFD amplitud

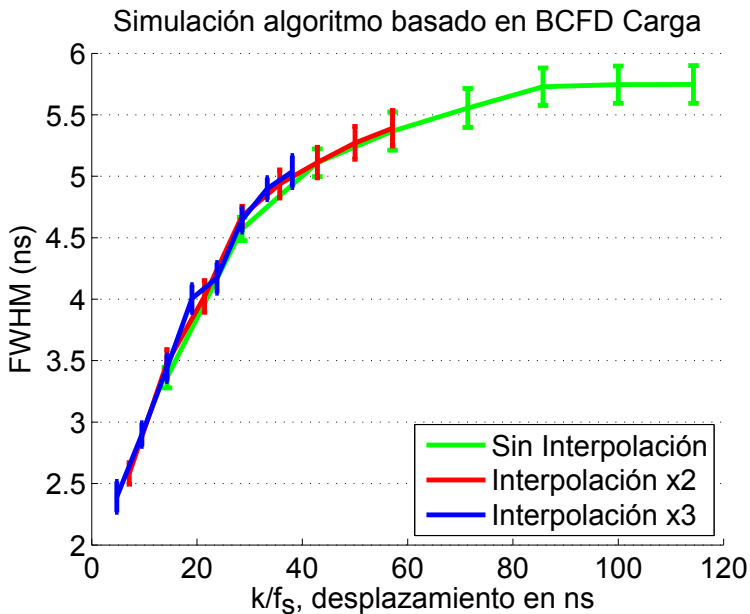


Figura 6.16: Resultados con discriminadores basados en método BCFD carga

ambos algoritmos.

La primera conclusión que puede extraerse de los resultados es que los algoritmos basados en BCFD carga permiten obtener mejores resultados que los algoritmos basados en BCFD amplitud. La mejor resolución obtenida en simulación en los métodos BCFD amplitud está en torno a los 4 ns FWHM (Fig. 6.15) mientras que para los algoritmos basados en BCFD carga está cercana a los 2 ns FWHM (Fig. 6.16).

La segunda conclusión viene del hecho de aplicar interpolación. La interpolación sigue un comportamiento lógico introduciendo una configuración más fina en los desplazamientos del BCFD. El hecho de interpolar para las configuraciones que generan desplazamientos coincidentes con las configuraciones sin interpolar llega a introducir un deterioro en la resolución temporal en coincidencia obtenida. Por otro lado, los discriminadores interpolados introducen configuraciones no posibles en los algoritmos sin interpolar, ya que corresponderían a desplazamientos de  $k$  no enteros. En estos casos, únicamente posibles en los discriminadores interpolados, se llegan a obtener resoluciones temporales en coincidencia mejores que en los casos sin interpolar. Esto permite configurar de forma más fina los algoritmos para obtener los mejores resultados posibles. Gracias a esto, el algoritmo basado en BCFD carga sin interpolar proporciona una resolución temporal en coincidencia mínima de alrededor de 3.5 ns FWHM mientras que el algoritmo BCFD carga con interpolación x3 llega resultados cercanos a los 2 ns FWHM.

Los algoritmos basados en BCFD amplitud obtienen sus peores resultados para los desplazamientos  $k$  bajos. En estos puntos, según se vio en la Fig. 5.14(a), se obtiene la etiqueta temporal de valores cercanos al máximo del evento recibido. Al incrementar la  $k$ , la resolución va mejorando hasta llegar a un valor de  $k/f_s$  óptimo (entre 80 ns y 100 ns en la simulación), antes de comenzar a deteriorarse. Estos valores óptimos se corresponden con etiquetas temporales obtenidas a partir de puntos correspondientes al inicio del pulso y a puntos correspondientes al final del pulso. El hecho de obtener mejores resultados en esta zona puede deberse a varias razones:

- El uso de puntos del inicio del pulso que poseen una menor incertidumbre temporal.

- Las pendientes de subida y caída del pulso poseen un comportamiento más lineal que el máximo del pulso y, por tanto, determinan un cruce por cero en el BCFD con menor error.

Analizando el comportamiento de los algoritmos basados en BCFD carga, se puede observar que las mejores resoluciones se obtienen para valores de  $k$  pequeños. Los algoritmos basados en carga se comportan para  $k$  pequeños como un ARC digital y para  $k$  grandes como un CFD. Esto se puede observar en la Fig. 5.14(b). Esto se ve también reflejado en los resultados. A medida que  $k$  va creciendo, la resolución en coincidencia empeora pero, llegado a un punto se estabiliza y ya no empeora, momento en el que ya se comporta como CFD. Esto se da a partir de  $k/f_s$  correspondientes a 60 ns en la simulación. Esto hace pensar que modificando el parámetro  $A$  de la ecuación 5.15, se podría obtener un mejor resultado. Esto queda para futuros trabajos. Tiene sentido que el mejor resultado se produzca para  $k$  pequeños por varias razones:

- La etiqueta temporal para estas  $k$  se obtiene de valores cercanos al inicio del pulso y, por tanto, valores con una incertidumbre temporal mucho menor que valores cercanos al máximo.
- Los algoritmos ARC son más robustos frente a modificaciones en la forma del pulso a la hora de obtener la resolución temporal en coincidencia y esto es más fuerte con  $k$  bajos.
- La forma de los pulsos de carga es más lineal que la forma de los pulsos directos; por tanto, generará cruces por cero en el BCFD con menor incertidumbre.

Es comprensible que el BCFD carga se vea afectado por el ruido para valores de  $k$  pequeños, pues este crea una indeterminación en el inicio del pulso que se ve reflejada en la etiqueta temporal.

Todos los resultados obtenidos de la simulación serán válidos en caso de que las medidas realizadas permitan validar en mayor o menor medida la simulación.

## 6.6. Aportaciones del capítulo

El presente capítulo cubre parcialmente el objetivo 4 de la presente tesis doctoral. En dicho objetivo, se indica la necesidad de crear una simulación que permita validar los algoritmos digitales propuestos, para de esta forma poder profundizar en las causas que afectan a la resolución temporal antes de desarrollar nueva electrónica. Se cubre solo parcialmente el objetivo 4 porque la simulación presentada en el presente capítulo debe ser validada con medidas del sistema real. Esta validación se lleva a cabo en el siguiente capítulo.

En el presente capítulo, el lector comprueba el funcionamiento de los algoritmos propuestos. La simulación tiene la precisión suficiente para simular los factores que afectan a la resolución temporal que fueron descritos en el capítulo 4. Para los discriminadores propuestos se simulan distintas configuraciones con distintas situaciones de ruido de la señal y jitter de reloj.

Las conclusiones extraídas de los resultados obtenidos son presentadas en la sección del presente capítulo “Conclusiones globales de la simulación”.





# Capítulo 7

## Medidas y Resultados

### Resumen:

En este capítulo se describen los distintos experimentos llevados a cabo en el setup de medida para validar en un sistema real el correcto funcionamiento de los algoritmos. Durante este capítulo, se detallan los resultados obtenidos y se comparan con los resultados obtenidos en simulación. De esta forma, junto con la validación de los algoritmos en un sistema real también queda validada la simulación como herramienta útil en futuros estudios. Durante el capítulo, se sacan conclusiones de las distintas experiencias llevadas a cabo.

### 7.1. Introducción

En este capítulo se van a describir las medidas realizadas en un sistema real de los discriminadores de tiempos propuestos y a discutir los resultados de estas medidas. La validación llevada a cabo en el banco de medidas es necesaria ya que gracias a ella se puede:

- Comprobar en un sistema real el discriminador que mejor resolución temporal proporciona al sistema. Esto es una consecuencia importante del estudio llevado a cabo en este trabajo, la mejora de la resolución del sistema PET disponible en el laboratorio.

- Validar el correcto funcionamiento de los algoritmos basados en BCFD carga. Estos algoritmos suponen una novedad del presente trabajo y, por tanto, es importante que su funcionamiento teórico sea validado en la práctica en un sistema real.
- Las medidas permitirán validar la simulación. De alguna forma, en la medida en que las medidas llevadas a cabo coincidan con la simulación, esta se podrá utilizar como herramienta esencial para futuros desarrollos. La simulación permitirá la validación de nuevas condiciones con la seguridad del resultado que va a obtenerse. Además, también permitirá el estudio detallado del comportamiento de cada uno de los algoritmos y de los casos en los que se obtiene mejor resolución.

## 7.2. Banco de pruebas experimental

El banco de pruebas experimental usado en esta investigación está compuesto por dos detectores enfrentados basados en LSO separados aproximadamente 650 mm que están conectados al sistema de adquisición basado en FPGAs, como se puede ver en la Fig. 7.1. Una descripción pormenorizada de las distintas partes del sistema se puede encontrar en el capítulo 3 y en el apéndice C. En el presente apartado, solo se describe como parte de las condiciones de contorno donde se han llevado a cabo las medidas.

Cada detector está compuesto de un cristal LSO continuo de un tamaño  $44 \times 44 \times 10$  mm<sup>3</sup> que está pegado con grasa óptica a un fotomultiplicador sensible a posición, Hamamatsu H8500 (Hamamatsu Photonics K.K., Shizuoka, Japan). Las señales del PSPMT de cada uno de los detectores son transformadas mediante un ASIC de procesamiento analógico (PESIC o AMIC) en un número reducido de señales que permiten obtener la posición, energía y la DOI [56, 43, 58, 59].

La señal de último dínodo del PSPMT es la que se usa para detección de pulso (disparo) y extracción de tiempos. Debido a su tiempo de subida rápido y su baja amplitud, esta señal debe ser conformada y amplificada antes de ser muestreada. Para ello, se hace uso de un conformador de onda de tipo CR-RC<sup>2</sup>. Para la etapa paso alto del conformador, se hace uso de

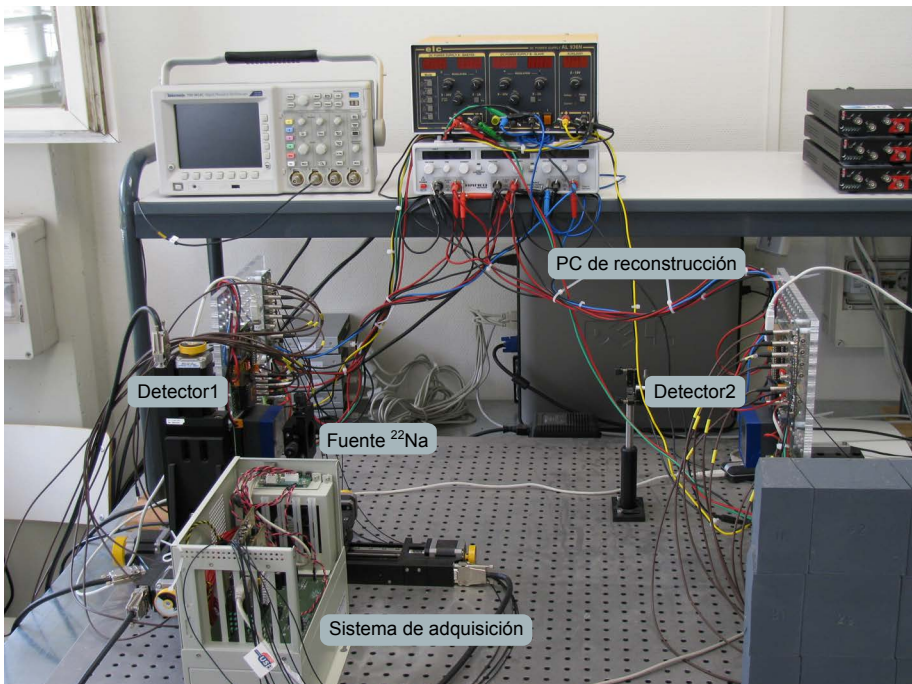


Figura 7.1: Imagen tomada del banco de pruebas experimental

un filtro pasivo de primer orden junto con una red de cancelación polocero. Para la etapa paso bajo, se hace uso de una célula Sallen Key de segundo orden. Como mínimo, para los algoritmos propuestos se necesita una muestra en la pendiente de subida del pulso recibido. La señal de último dínodo ya conformada en el sistema usado tiene un tiempo de subida de aproximadamente 45ns. Como el sistema tiene la posibilidad de trabajar tanto a 35MHz como a 70MHz, el tiempo de subida seleccionado garantiza la condición en ambos casos. Para el presente estudio, se usó únicamente la frecuencia de muestreo de 70 MHz.

El conformado de los pulsos determina el ancho de los pulsos recibidos. Este ancho, junto con la tasa máxima de “pileup” admitida por el sistema, determina la tasa máxima de eventos que pueden procesar los algoritmos de extracción de tiempos seleccionados. En el sistema usado, a 70MHz de frecuencia de muestreo, el conformado de onda seleccionado genera pulsos de aproximadamente 150 ns; esta sería la mínima separación entre eventos consecutivos que el sistema podría diferenciar. Esto limita la máxima tasa de eventos detectable.

El sistema DAQ [6] está compuesto por seis PCBs: cuatro tarjetas de adquisición, una tarjeta de detección de coincidencia y una tarjeta de backplane. Cada una de las tarjetas de adquisición adquiere cada una de las señales de los detectores de forma independiente. Las señales adquiridas son muestradas usando un ADC de Texas Instruments, el ADS5273, de 12 bits y 8 canales. La FPGA se encarga de extraer la posición, profundidad de interacción, energía y asignarle una etiqueta de tiempo a las señales adquiridas de un detector. En el bloque de extracción de tiempos del sistema es donde se implementan los discriminadores evaluados.

Toda la información de las cuatro tarjetas de adquisición es enviada a una nueva PCB por medio de un backplane propio no estandarizado. Esta nueva tarjeta posee también un dispositivo Virtex 5 FPGA XC5VLX85T que envía la información recibida de las tarjetas de adquisición a un ordenador estandar (PC) a través de un enlace USB 2.0.

### 7.3. Medida de la resolución temporal en coincidencia

La intención con esta medida es evaluar la resolución temporal en coincidencia de cada uno de los algoritmos propuestos, tal como se llevó a cabo en la simulación, pero esta vez en el sistema real con una fuente emisora de positrones.

Cada uno de los algoritmos ha sido evaluado para distintas configuraciones del parámetro  $k$  del BCFD haciendo uso de una fuente puntual de  $^{22}\text{Na}$  de  $10 \mu\text{Ci}$  1 mm de tamaño de Eckert and Ziegler. La fuente siempre estaba pegada al centro de uno de los dos detectores, tal como puede verse en la Fig. 7.2. Dentro de la FPGA se configura una ventana de coincidencia gruesa (28.57 ns). Esta ventana permite reducir el número de eventos recibidos en el PC sin perder la información temporal de los pulsos adquiridos del detector.

Los pulsos detectados son filtrados en posición y energía. El filtro en posición permite colimar la fuente para únicamente tomar eventos correspondientes al centro de los detectores. Realizando un histograma en 2D de la posición y representándolo se obtiene una imagen equivalente a las mostradas en la Fig. 7.2, donde pueden verse los histogramas 2D correspondientes a la posición en el detector cercano a la fuente y en el detector lejano. Para filtrar en posición se obtienen el centroide de la distribución obtenida y se toman los eventos dentro de un radio alrededor de dicho centroide. Para el detector lejano a la fuente, el radio es de aproximadamente 10mm y en el detector cercano es de aproximadamente 3mm. Uno de los efectos de filtrar en posición es la reducción de los eventos Compton. En la Fig. 7.3, pueden verse los espectros de energía de los detectores cercano y lejano a la fuente de la Fig. 7.2 tras ser filtrados por posición. Se observa en el detector cercano la reducción notable del Compton.

Realizado el filtrado en posición, se realiza el filtrado en energía. Los histogramas de energía de los datos filtrados en posición en cada detector son ajustados por una curva gaussiana. Solo los pulsos correspondientes al fotopico de 511 keV son considerados (aquellos puntos entre las energías correspondientes al 10 % del máximo del histograma), tal como se hacía en la simulación.

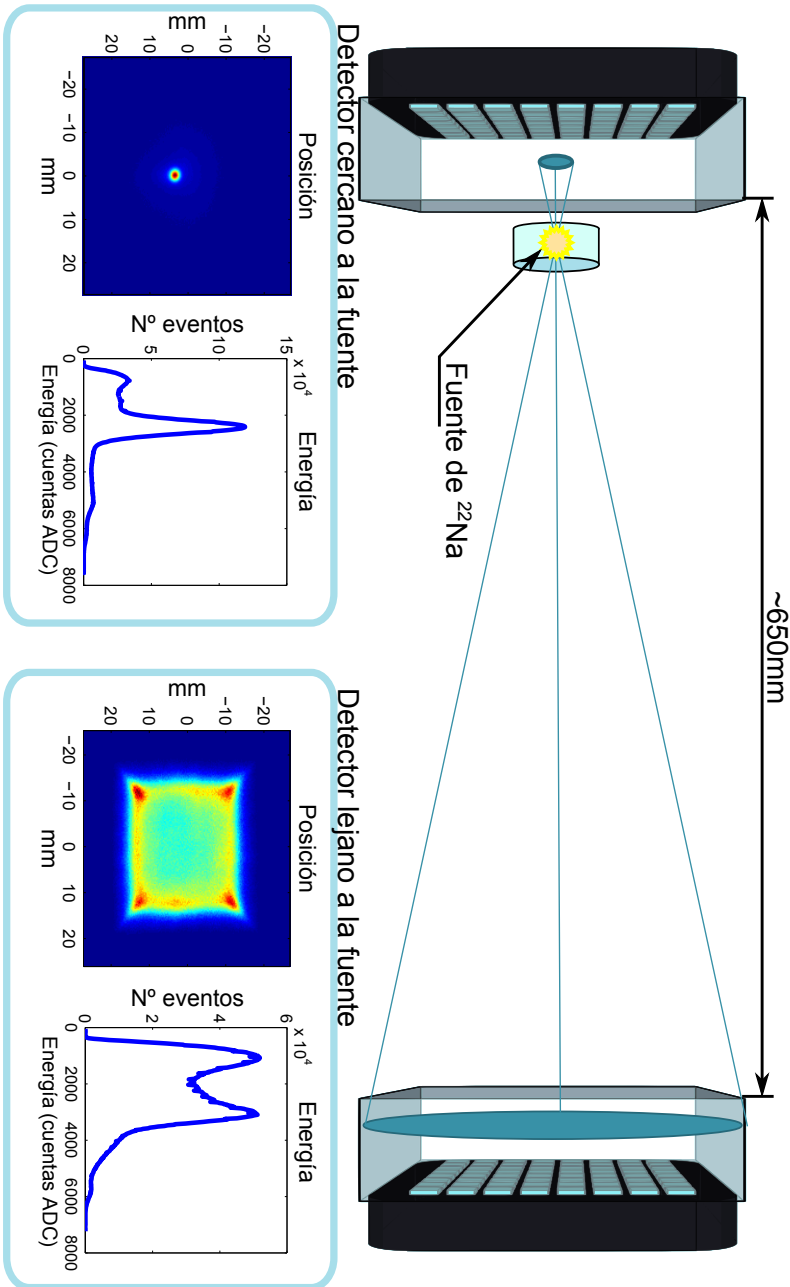


Figura 7.2: Esquema de la estructura del setup para la medidas de la resolución de los algoritmos. Se muestra un ejemplo de espectro de energía y posición de una medida.

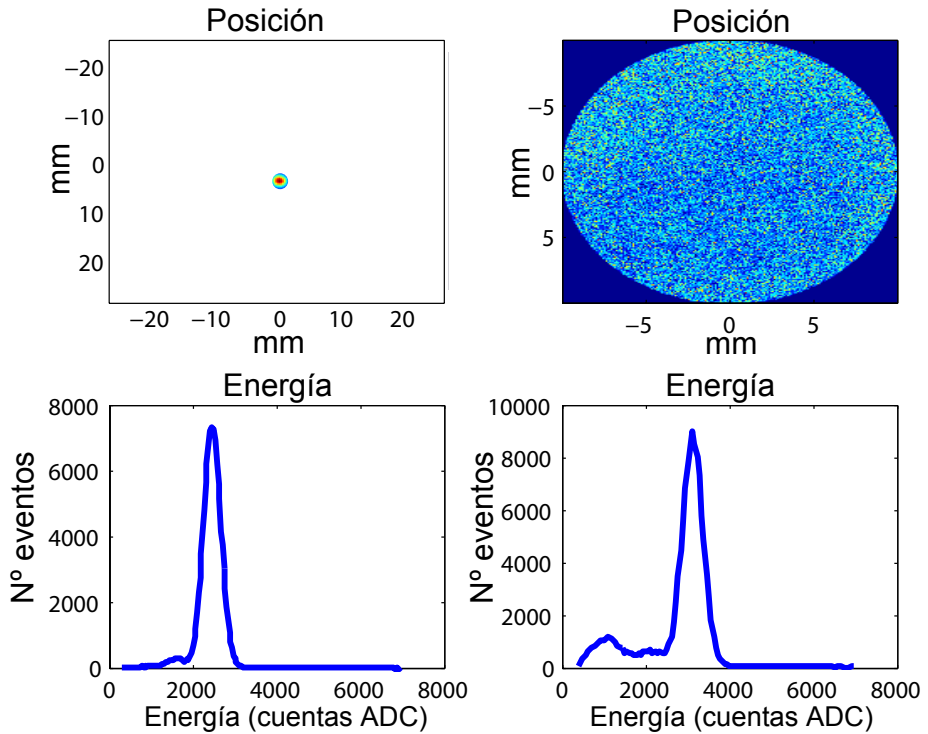


Figura 7.3: Ejemplo de espectro de energía y posición al aplicar el filtro de posición a los datos de la figura 7.2. En la primera columna se tienen los resultados en posición y energía tras aplicar el filtro de posición en el detector cercano a la fuente radiactiva. En la segunda columna se tienen los resultados en posición y energía de aplicar el filtro de posición en el detector lejano a la fuente radiactiva

La diferencia de tiempos de llegada de cada uno de los pares de eventos ya filtrados es usada para obtener el histograma de la diferencia de tiempos. El histograma obtenido es ajustado mediante una gaussiana. La resolución temporal en coincidencia del discriminador estudiado es el valor FWHM de la gaussiana que se obtiene como  $FWHM = 2\sqrt{2\ln(2)} \cdot \sigma \approx 2,35\sigma$ , siendo  $\sigma$  la desviación estándar de la gaussiana ajustada.

Los casos medidos son:

- Algoritmos que utilizan el pulso digitalizado directamente, a los que se denomina BCFD amplitud.
  - Sin interpolación.
  - Con interpolación x2.
  - Con interpolación x3.
- Algoritmos que calculan la carga del pulso y la utilizan para el cálculo de la etiqueta temporal, a los que se denomina BCFD carga.
  - Sin interpolación.
  - Con interpolación x2.
  - Con interpolación x3.

Para cada uno de ellos, se varía el valor del parámetro  $k$  de desplazamiento del algoritmo BCFD entre 1 y 7.

### 7.3.1. Análisis de resultados

Tras el filtrado de eventos, para cada algoritmo han quedado entre 45 000 y 140 000 medidas, que son las usadas para evaluar la resolución temporal en coincidencia.

En las Fig. 7.4 y 7.5 se representan los resultados medidos de la resolución temporal en coincidencia para los discriminadores propuestos, los basados en BCFD amplitud y los basados en BCFD carga. En cada gráfica, hay resultados para las tres frecuencias evaluadas (sin interpolación, interpolación por un factor 2 e interpolación por un factor 3). Como  $k$  varía entre 1 y 7 y el desplazamiento en tiempo en las gráficas viene determinado



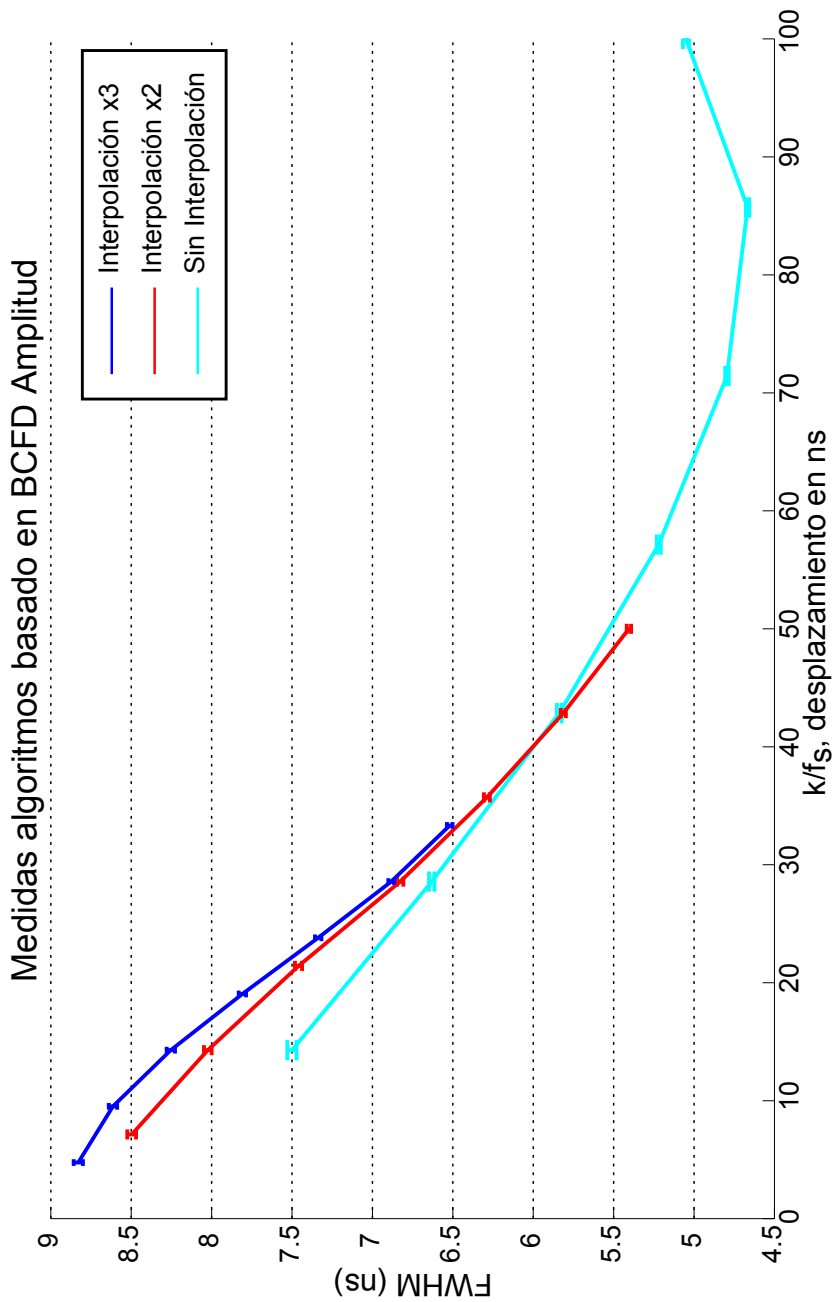


Figura 7.4: Resultado de la resolución temporal en coincidencia para los distintos algoritmos y configuraciones basados en BCFD amplitud

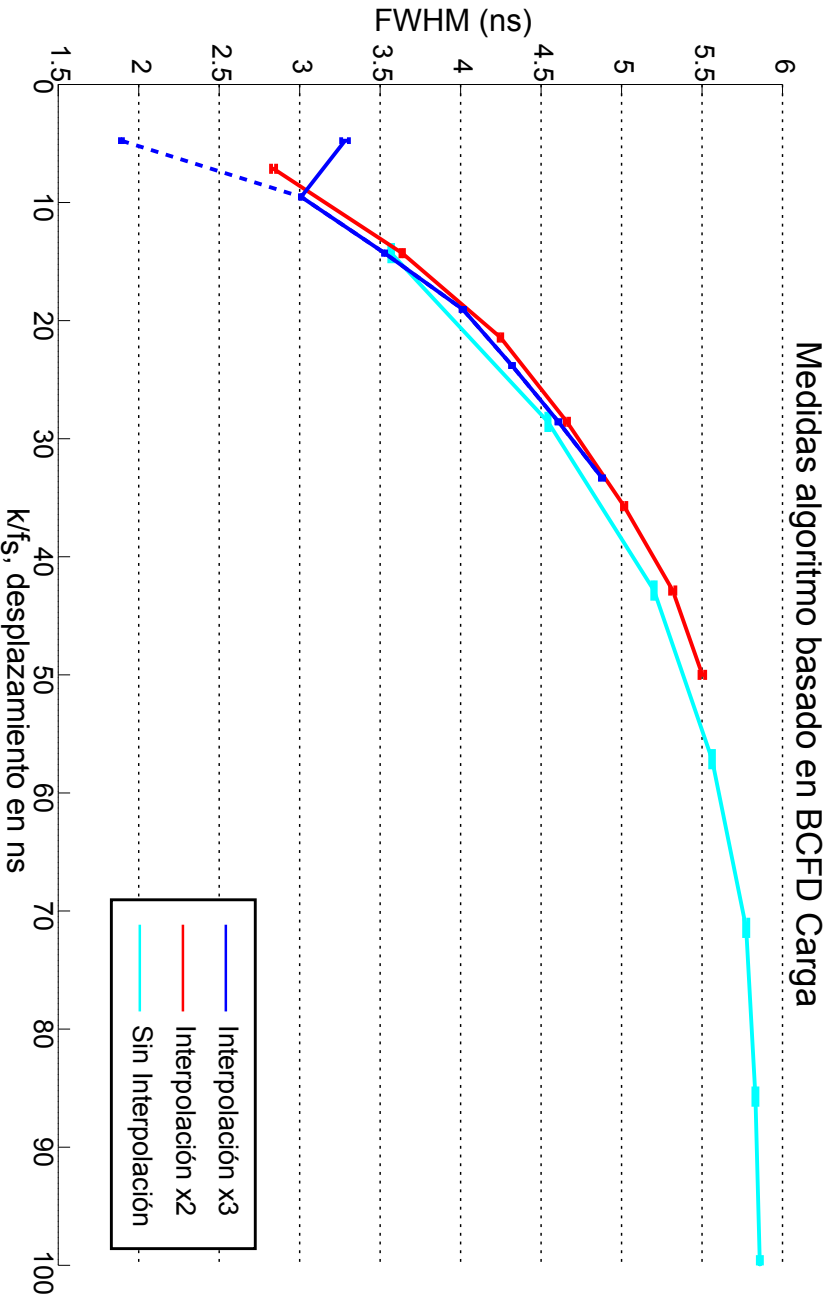


Figura 7.5: Resultado de la resolución temporal en coincidencia para los distintos algoritmos y configuraciones basados en BCFD carga

por  $k/f_s$ , se tiene pues, que para los casos sin interpolación el desplazamiento varía entre 14.3ns y 100ns en saltos de 14.3ns, para los casos con interpolación x2 varía entre 7.1ns y 50ns en saltos de 7.1ns y para los casos con interpolación x3 varía entre 4.8ns y 33.3ns en saltos de 4.8ns. En el caso sin interpolación, el algoritmo BCFD con señales de carga proporciona mejores resultados para retardos menores a  $k=3$ , aunque para retardos mayores, los BCFD amplitud proporcionan mejores resultados, alcanzando su mejor valor en  $k=6$ . Cuando se aplica una interpolación x2 o x3, los resultados del algoritmo BCFD aplicado a carga proporcionan siempre mejores resultados para todos los retardos evaluados.

Los algoritmos basados en BCFD carga alcanzan sus mejores resultados para retardos bajos. Para retardos elevados, los resultados convergen a un valor constante de FWHM. Considerando los métodos basados en BCFD amplitud, se puede observar que los peores resultados se alcanzan para retardos bajos. Existe un retardo  $k$  óptimo en el cual se obtiene la menor resolución temporal FWHM en coincidencia para este tipo de algoritmos. Para retardos  $k$  mayores a este valor óptimo la resolución temporal en coincidencia empeora. Es el mismo efecto que se observaba en las simulaciones.

La mejor resolución ha sido obtenida con algoritmos basados en BCFD carga. Respecto al resultado, se va a realizar una anotación. Como puede observarse en las medidas de la Fig. 7.5, cabe destacar dos resultados: un resultado marcado en línea discontinua, que corresponde a un valor de resolución en coincidencia FWHM de 1.9 ns (BCFD carga, interpolación x3,  $k=1$ ), y el resultado obtenido de resolución en coincidencia FWHM de 2.8 ns (BCFD carga, interpolación x2,  $k=1$ ). La medida marcada con línea discontinua correspondiente a la configuración BCFD carga, interpolación x3,  $k=1$ , fue llevada a cabo en las instalaciones antiguas del laboratorio. Debido al buen resultado obtenido, meses después se realizó una nueva medida de dicha configuración en las nuevas instalaciones obteniendo un resultado mucho peor, 3.3ns. Cabe notar que el ruido inducido en las señales en las nuevas instalaciones es mucho mayor. Las fuentes de ruido en el nuevo laboratorio aún no han sido localizadas y, como se ve en las simulaciones, la precisión de los discriminadores de tiempo es muy sensible al ruido para los mejores resultados de los métodos basados en BCFD carga.

El resultado obtenido inicialmente debe considerarse bajo estas condiciones. No ha sido eliminado del presente trabajo porque, como se verá, es coherente con los resultados obtenidos en simulación, a pesar de que es un resultado que no puede volver a ser tomado, pues las condiciones de medidas nunca podrán ser las mismas. De forma más científica, es importante tomar como válido el resultado más conservador, sin descartar el primer resultado como límite alcanzable.

Para BCFD por amplitud, los mejores resultados alcanzados en el presente estudio fueron de 4.58 ns FWHM, como puede observarse en la Fig. 7.4. En este caso, el BCFD aplicado al pulso directamente fue configurado con  $k=6$  y no se le aplicaba interpolación alguna.

El método con peor resultado proporcionó una resolución de 8.7ns FWHM. Este resultado se alcanzó para el algoritmo basado en BCFD amplitud con una  $k=1$  y un factor de interpolación  $\times 3$ .

## 7.4. Comparación de los resultados con la simulación

Es importante para validar la simulación comparar los resultados medidos con los resultados simulados. De esta forma, se puede acotar la validez de los resultados simulados, hecho importante para futuros estudios. Las simulaciones que se consideran más interesantes son las de ruido, los resultados de resolución temporal en coincidencia medidos están muy por encima del valor del jitter del reloj del sistema y, por tanto, el efecto de este es despreciable sobre los resultados. En las Fig. 7.6 y 7.7 se han superpuesto los resultados medidos (en negro) con los resultados simulados.

En la Fig. 7.6 están representados los resultados para los discriminadores basados en BCFD amplitud. Para estos métodos, se observa una ligera discrepancia entre los valores medidos y los valores simulados. Si se observa la Fig. 7.6(a), se puede apreciar que tanto la simulación como las medidas tienen un comportamiento similar. En ambos casos, respecto al parámetro de desplazamiento  $k$  del BCFD, se tiene que, cuando los valores de  $k$  son pequeños, la resolución temporal en coincidencia es mayor. A medida que  $k$  se va incrementando, la resolución se va mejorando hasta que para un

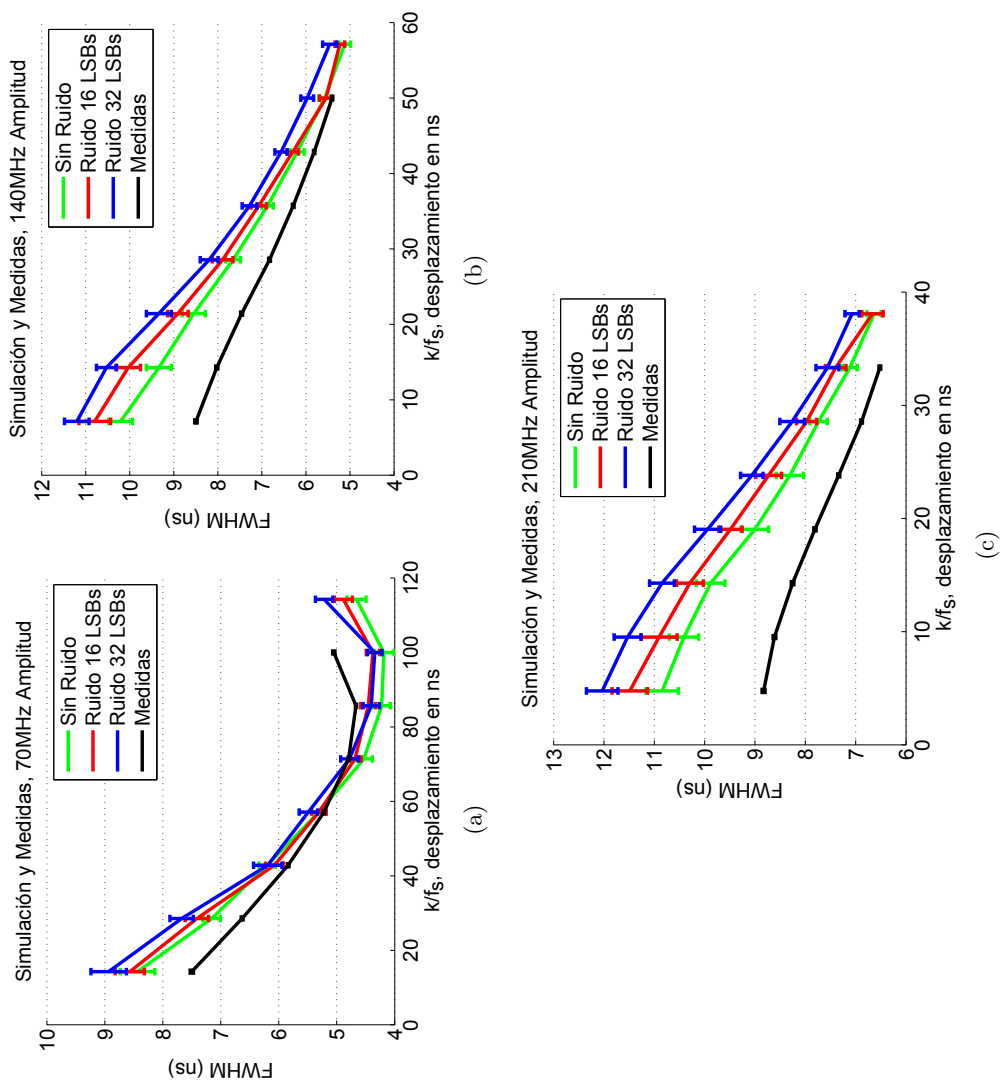


Figura 7.6: Comparación de la simulación de ruido con las medidas realizadas para discriminadores basados en BCFD amplitud. (a) Sin interpolación,  $f_s = 70MHz$ ; (b) interpolación x2,  $f_s = 140MHz$ ; (c) interpolación x3,  $f_s = 210MHz$

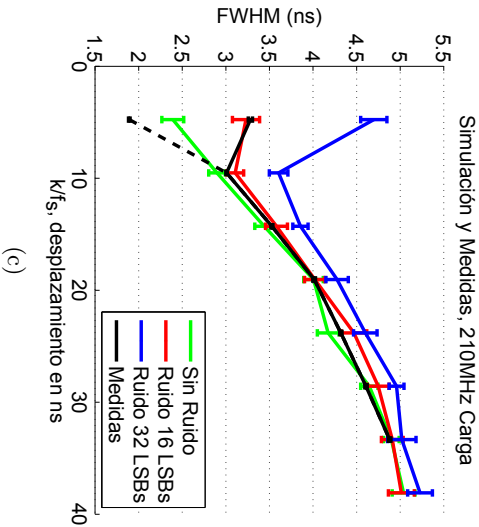
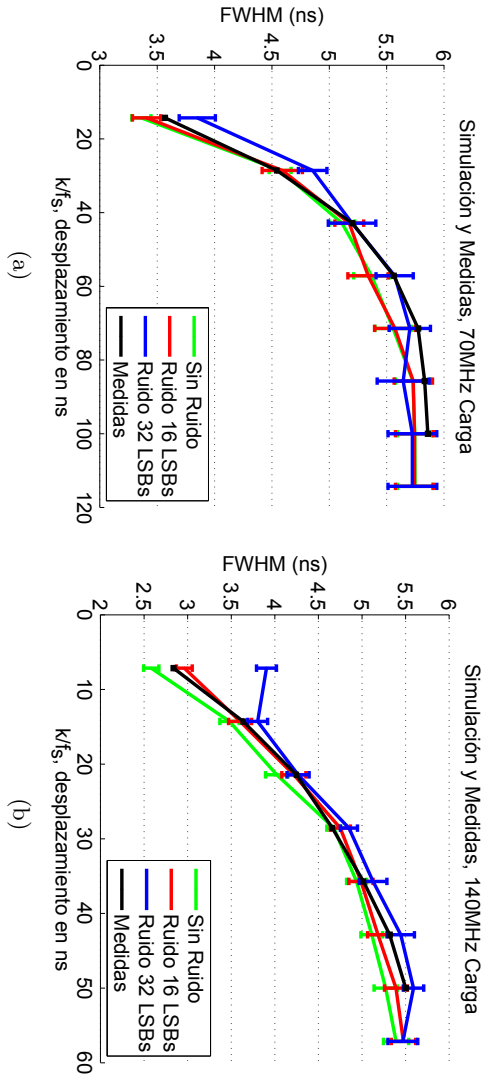


Figura 7.7: Comparación de la simulación de ruido con las medidas realizadas para discriminadores basados en BCFD carga. (a) Sin interpolación,  $f_s = 70MHz$ ; (b) interpolación  $\times 2$ ,  $f_s = 140MHz$ ; (c) interpolación  $\times 3$ ,  $f_s = 210MHz$

determinado  $k$ , esta alcanza un mínimo. A partir de este  $k$ , la resolución vuelve a empeorar. Se observa en las gráficas que el valor de  $k$  para el cual se alcanza el mínimo es diferente en la simulación y en las medidas. En la simulación el mínimo se alcanza para  $k=7$  y en las medidas para  $k=6$ . Otra diferencia que se observa es la resolución obtenida. Aunque la dinámica de los resultados es aproximadamente la misma, los resultados en la simulación tienden a acentuarse. Con esto se quiere decir que los mejores resultados de la simulación son ligeramente mejores a los de las medidas y, a su vez, los peores resultados de la simulación son ligeramente peores a los de las medidas. De todas formas, los resultados obtenidos en la simulación se aproximan bastante a los resultados medidos. Esto valida la simulación como herramienta para estudiar los algoritmos basados en BCFD amplitud y estudiar cómo se comportan estos ante variaciones de los distintos parámetros de diseño.

En la Fig. 7.7, están representados los resultados para los discriminadores basados en BCFD carga. En estos casos, los resultados de la simulación coinciden con gran exactitud con los resultados obtenidos en las medidas. En este caso, los mejores resultados se obtienen para valores de desplazamiento  $k$  pequeños. Es importante notar como en la Fig. 7.7(c), la medida para  $k=1$  del sistema con ruido se aproxima muy bien a la simulación con un ruido de 16 LSBs, lo que valida la simulación para estudiar el efecto del ruido sobre los resultados finales. Es interesante observar como, en la Fig. 7.7(a), aunque la medida obtenida está dentro del error de la simulación, se puede observar una tendencia a alcanzar la estabilidad con un error ligeramente mayor al obtenido en la simulación.

La discrepancia entre la simulación y la medida real puede darse en dos puntos: en la descripción de algún parámetro del detector o en la descripción del conformado de los últimos díodos. La parte digital no puede introducir errores, pues el comportamiento digital es exactamente igual en el sistema que en la simulación. La diferencia en la dinámica de los resultados en los algoritmos BCFD amplitud, sobre todo en el momento en el que el algoritmo alcanza su mejor resolución, es muy probable que esté relacionada con una discrepancia con los anchos del pulso simulado y del pulso medido en el banco de test. Probablemente, exista una discrepancia entre las constantes del tiempo de caída de los cristales LSO simuladas y las

reales. Esta diferencia se ve incrementada por el efecto del discriminador.

El comportamiento de los algoritmos BCFD carga en la simulación es más fiel a lo medido. En este caso, el cálculo de la carga y su dinámica se ven menos afectados por el ancho del pulso, ya que las muestras finales del pulso que están relacionadas con el ancho de este afectan menos al resultado final de la carga y a la dinámica de esta. La dinámica de la carga está muy relacionada con el tiempo de subida del pulso digitalizado. En este caso, debido a la fidelidad de los resultados obtenidos, hace pensar que los tiempos de subida de los pulsos se aproximan mucho a los de la realidad. Podría decirse que describir el comportamiento de la carga, que en definitiva está relacionada con la variación del área del pulso adquirido con el tiempo, que a su vez está relacionado con la distribución de fotones generados en GEANT4, es más sencillo que la descripción de la forma exacta del pulso que viene afectada por muchos más parámetros como pueden ser los conformadores de onda o la respuesta temporal del PMT. Esta discrepancia se verá reflejada en el resultado final de las simulaciones.

Como conclusión de este apartado, se puede considerar la simulación como una herramienta útil y válida para el estudio de la etapa de extracción de tiempos. Es una herramienta que puede proporcionar resultados muy interesantes y fieles a la realidad a la hora de estudiar futuras mejoras en la cadena de tiempos del sistema.

## 7.5. Medida de la variación en $z$ de los discriminadores

Una de las dudas que surgen cuando se propone un discriminador nuevo es si este es capaz de seguir distintas diferencias de tiempos y si, para distintas diferencias de tiempo, la resolución se conserva o no. Esta medida no es una medida típica llevada a cabo en los trabajos estudiados de discriminadores. Usualmente, el único parámetro que suele ser analizado es la resolución temporal en coincidencia de los algoritmos estudiados. A modo de comprobación, se decidió como parte final del presente estudio, seleccionar tres casos significativos de los que se tomaron varias medidas desplazando la fuente, alejándola de un detector en dirección al otro me-



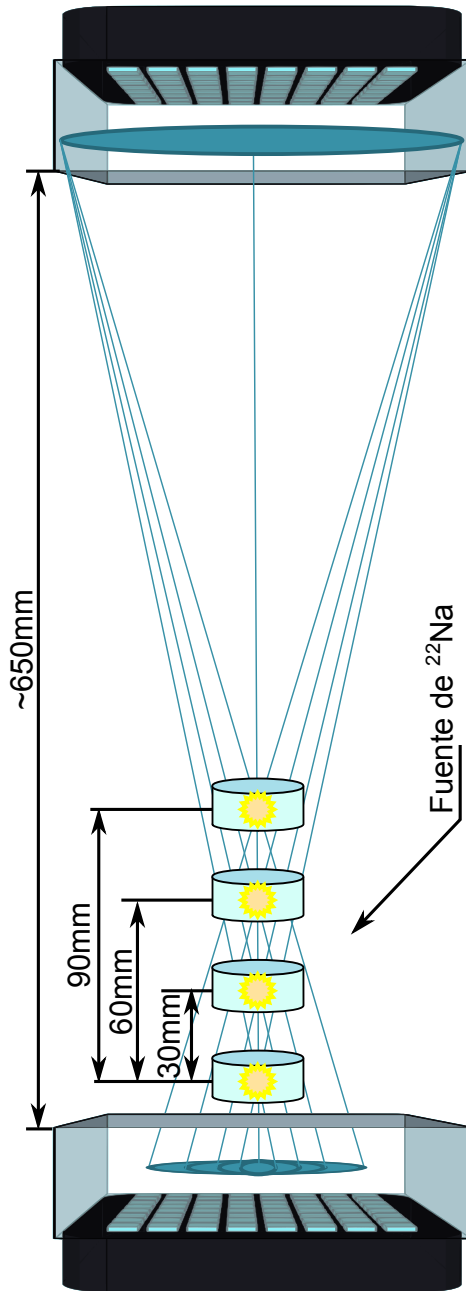


Figura 7.8: Esquema de la estructura del setup para las medidas de la resolución desplazando la fuente emisora de positrones en el eje perpendicular a los detectores.

diante el uso de un motor paso a paso. Los casos seleccionados fueron:

1. BCFD amplitud sin interpolar y  $k=1$ : El algoritmo basado en BCFD amplitud con la configuración clásica más ampliamente utilizada en la literatura.
2. BCFD amplitud sin interpolar y  $k=6$ : El algoritmo basado en BCFD amplitud con el que se obtuvieron los mejores resultados.
3. BCFD carga con interpolación  $x3$  y  $k=2$ : El mejor resultado del algoritmo basado en BCFD carga más complejo.

La idea era comprobar que los algoritmos basados en BCFD amplitud con mejores resultados conservaban la resolución para distintos desplazamientos en el eje perpendicular a los cristales (eje  $z$ ). Y, que en el algoritmo propuesto basado en BCFD carga que conllevaba más procesado de la señal (con interpolación  $x3$ ), dicho procesado no afectaba a la resolución temporal obtenida para diferentes desplazamientos en el eje  $z$ .

La configuración en el setup para la medida llevada a cabo con las tres configuraciones puede observarse en la Fig. 7.8. Sobre cada configuración, se realizó una medida del espectro de la diferencia de tiempos de las señales en coincidencia. A partir del espectro, mediante un ajuste gaussiano se obtienen la media y la resolución temporal FWHM. Para cada método, se realizan medidas con el motor en  $z$  en 0 mm, 30 mm, 60 mm y 90 mm. Desplazar el motor afecta al valor de la media del espectro de la diferencia de tiempos en coincidencia. Para poder observar de forma más clara el desplazamiento en tiempos, se considera la variación de la media para cada desplazamiento respecto el valor de la media en 0mm.

En las Fig. 7.10, 7.12 y 7.14, se puede observar la variación de la media en función del desplazamiento del motor para cada uno de los casos estudiados en este apartado. La variación de la media del espectro de tiempos está relacionada con el tiempo de vuelo de los dos rayos gamma. Debido a que el tiempo de vuelo es un valor constante para una configuración fija del banco de medidas, esto implica que existe una relación lineal entre el desplazamiento del motor en  $z$  y la media medida. En las Fig. 7.10, 7.12 y 7.14, se ha realizado un ajuste lineal para estudiar la bonanza de los métodos. En la tabla 7.1, se pueden observar los resultados del ajuste

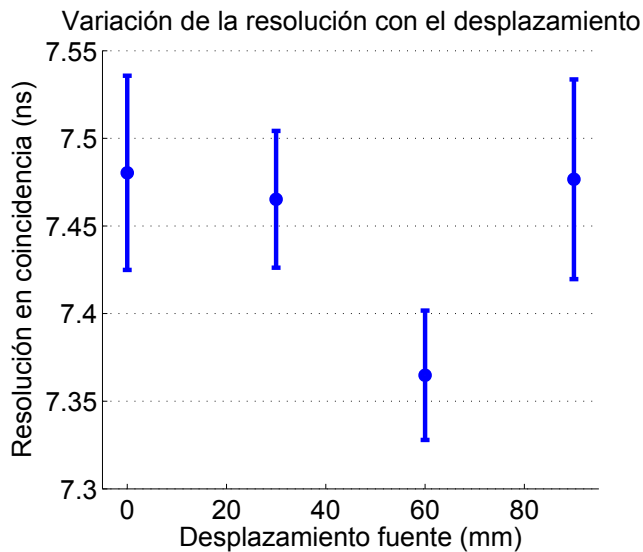


Figura 7.9: Representación de la resolución temporal en coincidencia frente a la posición de la fuente en el eje perpendicular a los detectores. Para BCFD amplitud sin interpolar y  $k=1$

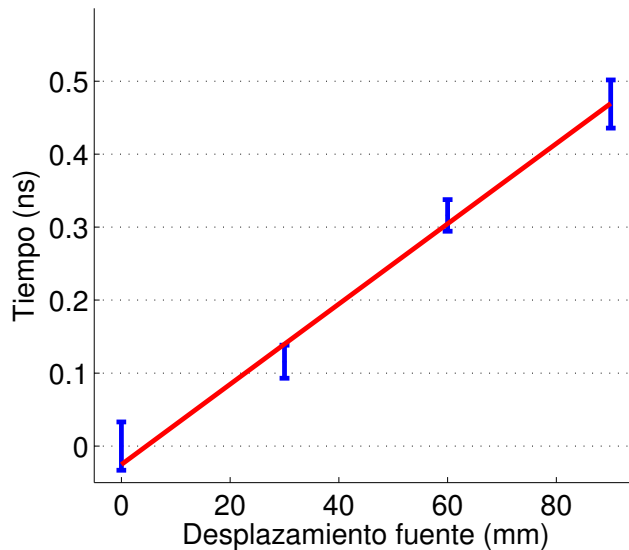


Figura 7.10: Representación de la diferencia temporal de la media frente a la posición de la fuente en el eje perpendicular a los detectores. Se representa la diferencia de la media respecto a la media medida en  $z=0$ mm. Para BCFD amplitud sin interpolar y  $k=1$

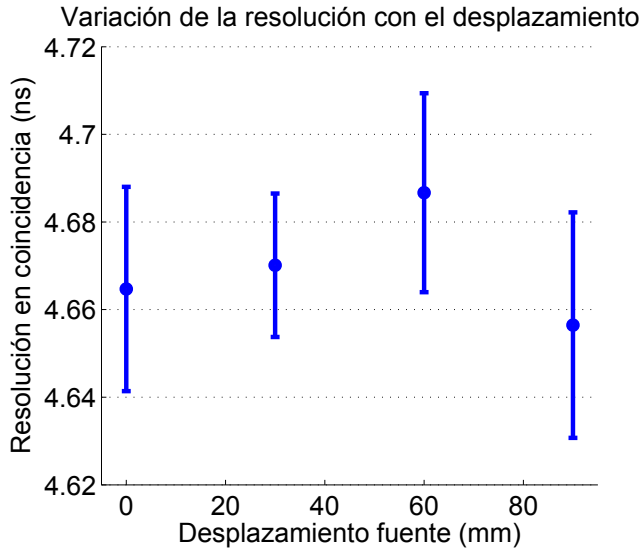


Figura 7.11: Representación de la resolución temporal en coincidencia frente a la posición de la fuente en el eje perpendicular a los detectores. Para BCFD amplitud sin interpolar y  $k=6$

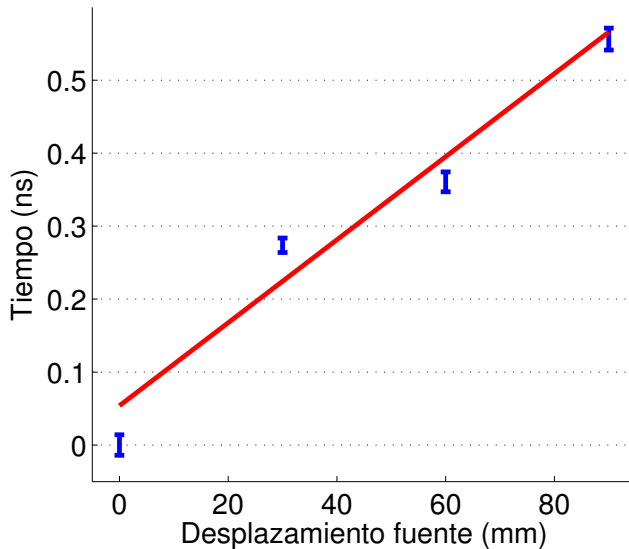


Figura 7.12: Representación de la diferencia temporal de la media frente a la posición de la fuente en el eje perpendicular a los detectores. Se representa la diferencia de la media respecto a la media medida en  $z=0\text{mm}$ . Para BCFD amplitud sin interpolar y  $k=6$

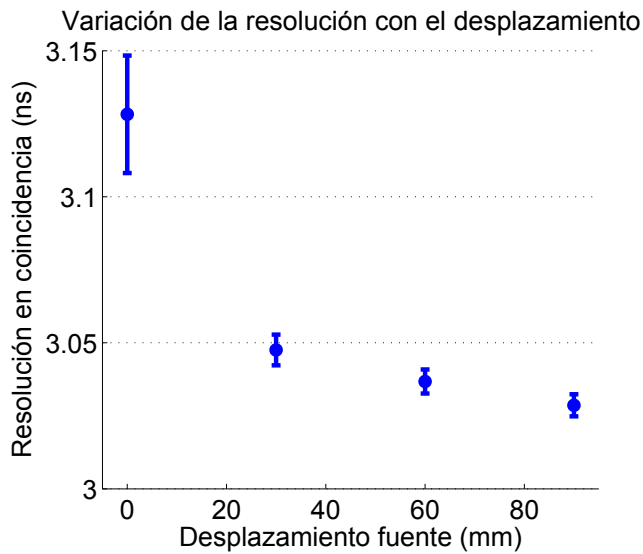


Figura 7.13: Representación de la resolución temporal en coincidencia frente a la posición de la fuente en el eje perpendicular a los detectores. Para BCFD carga, interpolación x3 y  $k=2$

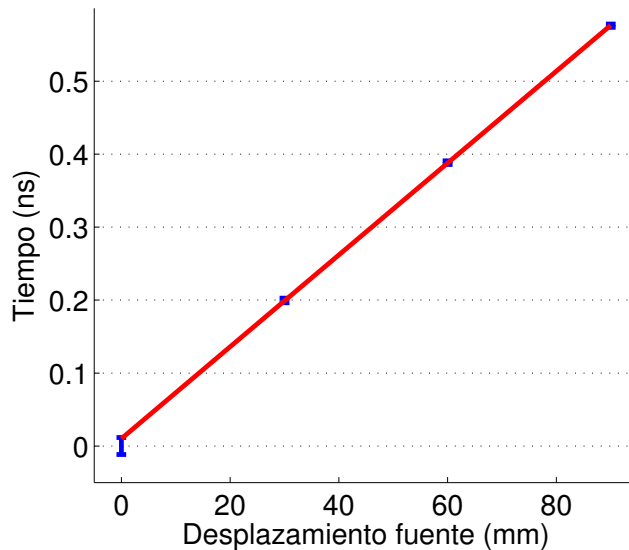


Figura 7.14: Representación de la diferencia temporal de la media frente a la posición de la fuente en el eje perpendicular a los detectores. Se representa la diferencia de la media respecto a la media medida en  $z=0$  mm. Para BCFD carga, interpolación x3 y  $k=2$

Tabla 7.1: Tabla con los parámetros de la regresión lineal llevada a cabo en las Fig. 7.10, 7.12 y 7.14

Caso Experimental	Regresión Lineal ( $y=A0+A1*x$ )		
	A0 (ns)	A1 (ns/mm)	R (Factor de correlación)
<i>BCFD amplitud, sin interpolar, k=1</i>	2.5183e-2	5.4966e-3	0.9951
<i>BCFD amplitud, sin interpolar, k=6</i>	5.3874e-2	5.6891e-3	0.9781
<i>BCFD carga, interpolación x3, k=2</i>	1.0217e-2	6.2924e-3	0.9997

llevado a cabo. La pendiente de la recta ajustada está directamente relacionada con el tiempo de vuelo de las partículas. La bonanza del ajuste viene determinado por el coeficiente de correlación lineal o coeficiente de correlación de Pearson  $R$  que varía entre  $-1 \leq R \leq 1$ . Cuanto más lineal es la distribución, se tiene que  $|R| \approx 1$ .

En las Fig. 7.9, 7.11 y 7.13, se ha representado la resolución temporal medida en función del desplazamiento de la fuente para cada uno de los discriminadores evaluados en este apartado. La idea es observar como la resolución temporal se conserva en función de la posición de la fuente.

### 7.5.1. Análisis de resultados

De las Fig. 7.10, 7.12 y 7.14, se observa que las tres configuraciones analizadas tienen un comportamiento bastante lineal. En el peor de los casos, el valor de la correlación lineal es de  $R = 0,9781$ , valor que se da para BCFD amplitud sin interpolar y  $k=6$ . Se puede decir que al incrementar la  $k$  en los algoritmos basados en amplitud, mejora la resolución temporal pero se pierde algo de precisión en la media medida. Respecto a la linealidad, el mejor resultado se obtiene para el método más complejo de los tres evaluados, que a su vez es el que proporciona mejor resolución temporal de los tres, BCFD carga con interpolación  $x3$  y  $k=2$ .

Por otro lado, si se observa la variación de la resolución temporal con respecto a la posición en  $z$  en las Fig. 7.9, 7.11 y 7.13, se obtiene que la máxima variación en la resolución temporal en coincidencia medida varía como máximo alrededor de 100 ps entre el mejor y peor caso. Dadas las resoluciones medidas con estos discriminadores, esta variación está muy por debajo de las resoluciones que estos algoritmos pueden alcanzar lo que no supone un grave problema. Se puede decir que los métodos estudiados conservan bastante bien la resolución temporal con respecto al desplazamiento de la fuente en el eje  $z$ .

## 7.6. Aportaciones del capítulo

El presente capítulo cubre los objetivos 1, 4 y 5 planteados en el capítulo 1. El objetivo 4 referente a la simulación del sistema, estaba parcialmente

desarrollado en el capítulo anterior a falta de la validación de los resultados con medidas reales. Durante la sección 7.4 se ha llevado a cabo la comparativa entre las medidas realizadas y los resultados de la simulación. De esta forma, la simulación queda validada.

El capítulo valida el objetivo 5 de la tesis. Una de las razones que da validez al trabajo propuesto es la validación de los discriminadores en un sistema PET en tiempo real. De esta forma, los conceptos a priori teóricos son trasladados a resultados medidos.

Los resultados medidos de los algoritmos basados en BCFD carga son mejores que los resultados medidos para BCFD amplitud. Los mejores resultados para BCFD carga se dan para valores de  $k$  bajos ( $k$ , parámetro del bloque BCFD, Ec. 5.15), esto es coherente con lo observado en las simulaciones del capítulo anterior. Como puede verse en los apartados 7.5 y 7.5.1, la resolución de los discriminadores propuestos se conserva independientemente de la posición entre los dos detectores de la fuente emisora de positrones.

Los discriminadores originalmente propuestos en la tesis doctoral mejoran la resolución temporal del sistema PET disponible. Las medidas presentadas en el presente capítulo demuestran dicha afirmación y por tanto validan el objetivo 1 planteado en el capítulo 1.



## Capítulo 8

# Conclusiones y Líneas Futuras

### **Resumen:**

Este capítulo recopila las conclusiones obtenidas durante la presente investigación. Se resumen las aportaciones derivadas del trabajo llevado a cabo. Y se indican las posibles líneas futuras abiertas a partir de este.

### **8.1. Conclusiones**

Los objetivos propuestos para el presente trabajo han sido cubiertos. La mejora de la resolución temporal de sistema puede evidenciarse de los resultados obtenidos en el capítulo 7. El sistema, mediante los discriminadores digitales propuestos, alcanza una resolución temporal en coincidencia por debajo de los 3ns FWHM.

Se han propuesto nuevos algoritmos para la extracción de tiempos que proporcionan mejores resultados comparados con otros algoritmos usados comúnmente. Todos los algoritmos basados en el cálculo digital de la carga de los pulsos adquiridos (BCFD carga) son originalmente propuestos en el presente estudio y han proporcionado mejores resultados en resolución

temporal que los que utilizan directamente el pulso digitalizado (BCFD amplitud). En el capítulo 5, se presentan los nuevos discriminadores de tiempo. Durante el capítulo 6, se simulan y se observa el comportamiento de los discriminadores para distintas condiciones de ruido y jitter de reloj y, por último, durante el capítulo 7 se realizan medidas en un sistema real validando su correcto funcionamiento.

Se ha realizado un profundo estudio del comportamiento de los discriminadores digitales analizados, dicho estudio se extiende durante los capítulos 5 y 6.

Todos los algoritmos estudiados en el presente trabajo han sido programados en el sistema de adquisición y han sido validados mediante el uso de un setup con dos detectores como puede verse en el capítulo 7. Los algoritmos funcionan en tiempo real extrayendo la información temporal de los pulsos adquiridos a medida que estos van siendo digitalizados. Una descripción detallada de los bloques digitales programados en la FPGA viene en el capítulo 5. Para una descripción más detallada del sistema de adquisición y de los bloques digitales implementados en la FPGA, el lector puede acudir al apéndice C.

Los algoritmos basados en BCFD amplitud obtienen sus peores resultados para valores de desplazamiento  $k$  bajos ( $k$ , parámetro de configuración del bloque BCFD, Ec. 5.15). A medida que el valor de  $k$  aumenta, la resolución en dichos algoritmos mejora hasta alcanzar un valor óptimo. Para valores de desplazamiento mayores al óptimo, la resolución vuelve a deteriorarse. Del estudio presentado en el capítulo 5, puede extraerse que, para  $k$  pequeñas, los algoritmos basados en BCFD amplitud calculan la etiqueta temporal de muestras cercanas al máximo de la señal. Para los  $k$  óptimos, estos algoritmos extraen la información temporal de muestras correspondientes al inicio del pulso y de muestras correspondientes al final del pulso. La mejora de la resolución temporal para el  $k$  óptimo podría deberse a que las muestras correspondientes al inicio del pulso tienen una menor incertidumbre temporal como se veía en el capítulo 4. Y que tanto las muestras del inicio del pulso como los del final del pulso se encuentran sobre la pendiente de subida del pulso y la pendiente de caída del pulso respectivamente. Las pendientes de subida y de caída del pulso tienen un comportamiento más lineal que las muestras alrededor del máximo del

pulso; por tanto, determinan un cruce por cero en el algoritmo BCFD con menor incertidumbre.

Los algoritmos basados en BCFD carga obtienen sus mejores resultados para  $k$  pequeñas. Para  $k$  pequeñas, los BCFD carga se comportan como algoritmos ARC digitales aplicados a la carga de la señal adquirida. Por tanto, tiene sentido que los mejores resultados se obtengan para  $k$  pequeñas ya que, en esos casos, la etiqueta temporal se obtiene de los valores iniciales del pulso, que siempre poseen una menor incertidumbre temporal. A su vez, la evolución temporal de la carga de los pulsos generados por el detector tiene una variación de su forma tendiendo a lineal, esto hace que el BCFD determine un cruce por cero con menor incertidumbre y, por tanto, mejor resolución. Por otro lado, otra de las ventajas de los algoritmos ARC es que proporcionan mejores resultados que los LE o CFD frente a modificaciones en la forma del pulso (capítulo 4), y estos mejores resultados se dan para  $k$  pequeñas. En un principio, el tipo de detector disponible genera pulsos cuya pendiente de subida tiende a ser parecida, pero al digitalizar el pulso y no poseer muchas muestras en la pendiente de subida se tiene que las formas entre pulsos ya digitalizados varían entre sí, teniendo pulsos digitales con distintas pendientes de subida. Hay que tener en cuenta que la pendiente de subida del pulso ya digitalizado puede venir determinada por muestras que pertenecen al inicio del pulso o por muestras ya cercanas al máximo, zonas donde el comportamiento del pulso deja de ser lineal. Por tanto, tiene sentido que en los pulsos digitalizados los algoritmos de tipo ARC digitales, más robustos frente a las variaciones de la forma del pulso, proporcionen mejores resultados.

El bloque de interpolación ha permitido trabajar con frecuencias de muestreo equivalentes el doble y el triple de la frecuencia de muestreo del ADC. La señal se ha interpolado con la suficiente precisión permitiendo obtener mejores resultados en la resolución temporal que los proporcionados por los discriminadores sin interpolar. Se ha comprobado como trabajar con frecuencias elevadas de dentro de una FPGA es posible haciendo uso de las técnicas de procesado digital adecuadas; en este caso, para la interpolación  $\times 3$ , se ha hecho uso de una arquitectura basada en filtros polifásicos.

Durante el capítulo 6 se describe una simulación que permite validar el correcto funcionamiento de los distintos algoritmos. La simulación sigue

con precisión el comportamiento de los algoritmos en distintas condiciones y proporciona resultados cercanos a los obtenidos en la realidad, como puede observarse en el capítulo 7. La simulación se presenta, por tanto, como una herramienta útil para validar nuevos desarrollos obteniendo información con una buena precisión de los resultados que posteriormente se obtendrán. Es una simulación que debido a su flexibilidad puede fácilmente adaptarse a cambios en cualquier parte del sistema, en los detectores, front-ends analógicos o en el DAQ, permitiendo evaluar el efecto del cambio en la resolución temporal. Gracias a esta simulación, se ha podido observar qué efecto tiene la variación del ruido en la señal antes de ser digitalizada y el efecto del jitter de reloj sobre la resolución temporal obtenida con los distintos discriminadores. Se ha observado como el jitter solo afecta a la resolución temporal cuando su valor es del orden de la resolución a obtener. Jitters de reloj de 1ns o 2ns son valores muy elevados para las tecnologías actuales que permiten jitters de reloj por debajo de los 150ps. El efecto del ruido para los algoritmos basados en BCFD amplitud y en los algoritmos basados en BCFD carga se hace notar más en ambos para valores de  $k$  pequeña. Para los discriminadores basados en BCFD amplitud se ve que la distorsión introducida en las muestras cercanas al máximo afecta muy negativamente en la obtención de la información temporal del pulso, mientras que para los discriminadores basados en BCFD carga, la indeterminación del inicio del pulso debida al ruido se ve reflejada en un deterioro de la resolución temporal obtenida. Cabe notar que los resultados de ruido y jitter son simulados, sería interesante en futuros trabajos proponer un experimento que permita validarlos.

Como conclusión final del estudio, puede decirse que los discriminadores basados en el cálculo digital de la carga haciendo uso de interpolación  $\times 3$  son los que proporcionan mejores resultados de resolución temporal en coincidencia. Se demuestra como un adecuado procesado digital de la señal permite mejorar la resolución temporal del sistema de forma considerable.

## 8.2. Resumen de Aportaciones

El presente estudio ha dado lugar a diversas publicaciones en revistas indexadas en el JCR science edition y a participación en congresos de

ámbito internacional. En este apartado, se van a indicar las publicaciones en las que aparezco como primer autor.

### 8.2.1. Publicaciones en revista

- José M. Monzó; Raúl Esteve; Christoph W. Lerche; Nestor Ferrando; José F. Toledo; Ramón J. Aliaga; Vicente Herrero; Francisco J. Mora “Digital Signal Processing Techniques to Improve Time Resolution in Positron Emission Tomography”. Publicación en la revista IEEE TRANSACTIONS ON NUCLEAR SCIENCE, listada en SCI con un índice de impacto en el 2010 de 1.524. Perteneciente al primer cuartil de la categoría “NUCLEAR SCIENCE & TECHNOLOGY” . VOLUMEN: 58 PÁGINAS: 1613 - 1620 AÑO: 2011. En este artículo se presentan los resultados obtenidos en las medidas llevadas a cabo en el capítulo 7 junto con la descripción definitiva de los algoritmos propuestos.
- José M. Monzó; Christoph W. Lerche; Jorge D. Martínez; Raúl Esteve; José Toledo; Rafael Gadea; Ricardo J. Colom; Néstor Ferrando; Ramón J. Aliaga; Fernando Mateo; Filomeno Sánchez; Francisco J. Mora; José M. Benlloch; Ángel Sebastián; ”Analysis of time resolution in a dual head LSO+PSPMT PET system using low pass filter interpolation and digital constant fraction discriminator techniques”. Publicación en la revista NUCLEAR INSTRUMENTS & METHODS IN PHYSICS RESEARCH SECTION A, listada en SCI con un índice de impacto en el 2009 de 1.317. Perteneciente al primer cuartil de la categoría “NUCLEAR SCIENCE & TECHNOLOGY”. VOLUMEN: 604 PÁGINAS: 347 - 350 AÑO: 2009. En él se describen y simulan algunos de los discriminadores digitales presentados en el presente trabajo.
- José M. Monzó; Ramón J. Aliaga; Vicente Herrero; Jorge D. Martínez; Ángel Sebastián; Francisco J. Mora; José M. Benlloch; Noriel Pavon; “Accurate simulation testbench for nuclear imaging systems”. Publicación en la revista IEEE TRANSACTIONS ON NUCLEAR SCIENCE, listada en SCI con un índice de impacto en el 2008 de

1.518. Perteneciente al primer cuartil de la categoría “NUCLEAR SCIENCE & TECHNOLOGY”. VOLUMEN: 55 PÁGINAS: 421 - 428 AÑO: 2008. En la publicación, se presenta metodología de simulación que daría lugar a la simulación desarrollada en el capítulo 6

- José M. Monzó; Jorge D. Martínez; José Toledo; Raul Esteve; Vicente Herrero; Angel Sebastián; Francisco J. Mora; Jose M. Benlloch; Christoph W. Lerche; Filomeno Sánchez; “Improved Digital Pulse Height Estimation for PET Detectors Using LMS Adaptive Filters”. Publicación en la revista IEEE TRANSACTIONS ON NUCLEAR SCIENCE, listada en SCI con un índice de impacto en el 2008 de 1.518. Perteneciente al primer cuartil de la categoría “NUCLEAR SCIENCE & TECHNOLOGY”. VOLUMEN: 55 PÁGINAS: 48 - 52 AÑO: 2008. En este artículo, se presentaba un primer estudio de procesado digital de la señal para señales de PET para las FPGAs del sistema de adquisición que mejoraba la resolución en energía.

### 8.2.2. Participaciones en congresos

- 17th IEEE NPSS Real Time Conference (RT2010), Junio 2010. Lisboa, Portugal. José M. Monzó; Raúl Esteve; Christoph W. Lerche; Nestor Ferrando; José F. Toledo; Ramón J. Aliaga; Vicente Herrero; Francisco J. Mora “Digital Signal Processing Techniques to Improve Time Resolution in Positron Emission Tomography”.
- 2008 IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference. Octubre 2008. Dresden, Alemania. José M. Monzó; Christoph W. Lerche; Jorge D. Martínez; Raúl Esteve; José Toledo; Vicente Herrero; Néstor Ferrando; Ramón J. Aliaga; Ricardo J. Colom; Rafael Gadea; Filomeno Sánchez; Francisco J. Mora; José M. Benlloch; Ángel Sebastián; “Analysis of Time Resolution in Monolithic Crystal PET Detectors using different Digital Time Extraction”.
- The 8th International Conference on Position Sensitive Detectors (PSD8), Septiembre 2008. Glasgow, Reino Unido. José M. Monzó;

Christoph W. Lerche; Jorge D. Martínez; Raúl Esteve; José Toledo; Rafael Gadea; Ricardo J. Colom; Néstor Ferrando; Ramón J. Aliaga; Fernando Mateo; Filomeno Sánchez; Francisco J. Mora; José M. Benlloch; Ángel Sebastiá; "Analysis of time resolution in a dual head LSO+PSPMT PET system using low pass filter interpolation and digital constant fraction discriminator techniques".

- 15th IEEE NPSS Real Time Conference (RT2007), Mayo 2007. Chicago, Estados Unidos. José M. Monzó; Ramón J. Aliaga; Vicente Herrero; Jorge D. Martínez; Ángel Sebastiá; Francisco J. Mora; José M. Benlloch; Noriel Pavon; "Accurate simulation testbench for nuclear imaging systems".
- 15th IEEE NPSS Real Time Conference (RT2007), Mayo 2007. Chicago, Estados Unidos. José M. Monzó; Jorge D. Martínez; José Toledo; Raul Esteve; Vicente Herrero; Angel Sebastiá; Francisco J. Mora; Jose M. Benlloch; Christoph W. Lerche; Filomeno Sánchez; "Improved Digital Pulse Height Estimation for PET Detectors Using LMS Adaptive Filters".

### 8.2.3. Premios

- Premio (Student Paper Award) por el trabajo "Improved Digital Pulse Height Estimation for PET Detectors Using LMS Adaptive Filters" en el 2007 IEEE Real Time Conference (RT2007) Conference. Celebrada en Chicago, Estados Unidos.

### 8.2.4. Otras aportaciones

- El trabajo presentado en el artículo de 2011 en la revista IEEE TRANSACTIONS ON NUCLEAR SCIENCE [141] fue citado en los short courses "3. Integrated Circuits for Time and Amplitude Measurement of Nuclear Radiation Pulses" y "7. Physics and Design of Detectors for SPECT and PET" de la conferencia 2011 IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference celebrada en Octubre 2011 en Valencia.

### 8.3. Líneas Futuras

El presente trabajo deja abiertas distintas líneas futuras de investigación relacionadas con la mejora de la resolución temporal de sistemas PET:

- A nivel de procesado digital sería importante investigar el uso de estructuras paralelas que permitan trabajar con factores de interpolación mayores sin que suponga el uso de frecuencias de trabajo mayores dentro de la FPGA. De esta forma, siempre que se cumpla el criterio de Nyquist de las señales de entrada, se podría reconstruir mejor la señal de entrada y, por tanto, obtener mejores resoluciones temporales. Otro punto que queda abierto es la mejora de los distintos bloques de procesado usado. Queda para trabajo futuro el estudio de otros integradores digitales para el cálculo de la carga o proponer otros preprocesados diferentes al cálculo de la carga digital. Sería interesante aplicar otras ventanas, como la Kaiser, en el diseño de los filtros de los interpoladores. También sería interesante estudiar el efecto de variar en el bloque BCFD el parámetro  $A$  de la ecuación 5.15, de forma que permita el uso de valores no enteros y que no sean exclusivamente potencia de 2. Este parámetro afecta a la forma de la señal bipolar generada de la cual se extrae la etiqueta temporal. A nivel de algoritmos sería interesante un método ARC digital sobre un pulso directo. El campo del procesado digital de la señal en PET es un campo poco ahondado y que puede aún proporcionar grandes resultados.
- Sería interesante aprovechar la información obtenida de la posición y la energía del pulso detectados para realizar un postprocesado de la etiqueta temporal para, de esta forma, mejorar la resolución temporal teniendo en cuenta estos parámetros. Para esto, se propone el uso de redes neuronales previamente entrenadas mediante la captura de pulsos en el banco de medidas disponible con la fuente radiactiva colocada en distintas posiciones. Conocida la posición de la fuente con exactitud es conocida la etiqueta temporal que se debería obtener. Esta información junto con la energía, posición y etiqueta de tiempos



obtenidas permitiría entrenar la red neuronal para que proporcione una etiqueta temporal más cercana a la esperada. La red entrenada sería integrada dentro de la FPGA para que trabajara en tiempo real con los pulsos recibidos mejorando las etiquetas temporales. Gracias a la simulación desarrollada en el presente trabajo se podría evaluar lo propuesto para hacer un estudio de viabilidad.

- En la parte de front-end analógico, sería interesante evaluar cómo afecta el tiempo de subida introducido por el conformado de onda en la resolución temporal del sistema. Con la simulación, puede comprobarse de forma sencilla dicho efecto. Seleccionados los mejores casos, deberían modificarse los conformadores del banco de medidas y medir para validar los resultados.
- A otro nivel, el conocimiento adquirido en los factores que afectan a la resolución temporal del sistema podría ser utilizado para el diseño de nuevos sistemas de medición de tiempo que minimicen los efectos físicos y electrónicos que reducen la resolución. Cabe destacar la frecuencia de muestreo de los ADCs como uno de los factores más importantes. Sería interesante estudiar el efecto de su incremento sobre la mejora de la resolución temporal y observar si a partir de una frecuencia de muestreo la resolución temporal alcanza un valor límite o un comportamiento asintótico. Las nuevas topologías podrían ser evaluadas mediante la simulación desarrollada. La simulación permitiría estudiar el comportamiento de los nuevos sistemas de medida y estimar la resolución temporal alcanzable por el tomógrafo.
- Un estudio interesante sería verificar la influencia del ruido en la resolución temporal del sistema. Para ello, sería necesario el diseño de un front-end analógico de bajo ruido y, tras ello, existirían dos opciones, añadir ruido analógico de un generador de ruido o, la opción más sencilla, digitalizar las señales y emular el ruido variando las señales digitales adquiridas mediante un generador de ruido digital programado en la FPGA que se comportaría como una digitalización de la fuente de ruido analógica.



# Apéndice A

## Lista de Acrónimos

En la lista de acrónimos se ha incluido la traducción a castellano cuando esta es comúnmente usada.

**ADC:** Analog to digital converter. Convertidor analógico-digital.

**APD:** Avalanche photodiode. Fotodiodo de avalancha.

**ARC:** Amplitude and rise time compensated discriminator.

**BCFD:** Bipolar constant fraction discriminator.

**BGO:** Germanato de Bismuto.

**BLR:** Base line restorer. Restaurador de línea base.

**CAT:** Computed axial tomography. Tomografía axial computerizada.

**CFD:** Constant fraction discriminator.

**CT :** Computed axial tomography. Tomografía axial computerizada.

**DAQ:** Data acquisition system. Sistema de adquisición de datos.

**DARC:** Digital amplitude and rise time compensated discriminator.

**DCFD:** Digital constant fraction discriminator.

**DCM:** Digital clock managers

**DOI:** Depth of interaction. Profundidad de interacción.

**DSP:** Digital signal processor.

**FDG:** 2-Desoxi-2-(<sup>18</sup>F) fluoro-D-glucosa.

**FIR:** Finite impulse response.

**FOV:** Field of view. Campo de visión.

**FPGA:** Field programmable gate array.

**GTP:** Transceiver serie de alta velocidad.

**FWHM:** Full width half maximum. Ancho a mitad de máximo.

**IIR:** Infinite impulse response.

**ISERDES:** Entradas serializadores/deserializadores.

**LE:** Leading edge discriminator.

**LOR:** Line of response. Línea de respuesta.

**LUT:** Look up table.

**LSB:** Least significant bit. Bit menos significativo.

**LSO:** Oxiortosilicato de Lutecio.

**NEC:** Noise equivalent count rate. Tasa de muestras equivalentes a ruido.

**NRM:** Nuclear magnetic resonance. Resonancia magnética nuclear.

**PET:** Positron emission tomography. Tomografía por emisión de positrones.

**PMT:** Photomultiplier tube. Fotomultiplicador.

**PSPMT:** Position sensitive photomultiplier tube. Fotomultiplicador sensible a posición.

**PWL:** Piecewise linear source.

**RTL:** Register transfer level.

**S&H:** Sample and hold. Muestreo y retención.

**SER:** Single electron response. Respuesta a un fotoelectrón.

**SNR:** Signal to noise ratio. Relación señal a ruido.

**TAC:** Time to amplitude converter. Convertidor tiempo-amplitud

**TDC:** Time to digital converter. Convertidor tiempo-digital

**TI:** Texas instruments.

**TOF PET:** Time of flight PET.



## Apéndice B

# Conformador de onda $CR - RC^2$

En el presente apéndice se desarrolla la teoría básica correspondiente al funcionamiento de un conformador de onda de tipo  $CR - RC^2$ . La implementación concreta del conformador del sistema PET usado en el presente trabajo ha sido descrita en el capítulo 3.

### B.1. Etapa CR

El funcionamiento ideal de la etapa CR se describe a continuación.

Dado un pulso de entrada que idealmente se puede modelizar como:

$$V_{Ldyn}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ A \cdot e^{-\frac{t}{\tau_f}}, & t \geq 0 \end{cases}, \quad (\text{B.1})$$

donde  $V_{Ldyn}$  es la tensión generada en la salida del último dínodo,  $A$  determina la máxima amplitud del pulso, que está relacionada con la energía del evento detectado, y  $\tau_f$  es la constante de tiempos de caída del pulso, que está relacionada con el tiempo de decaimiento del cristal centellador usado. En este caso, se está considerando una pendiente de subida con tiempo 0. Esto es una idealización del problema que permite entender con mayor precisión el efecto del filtro CR sobre el pulso recibido. Hay que tener en

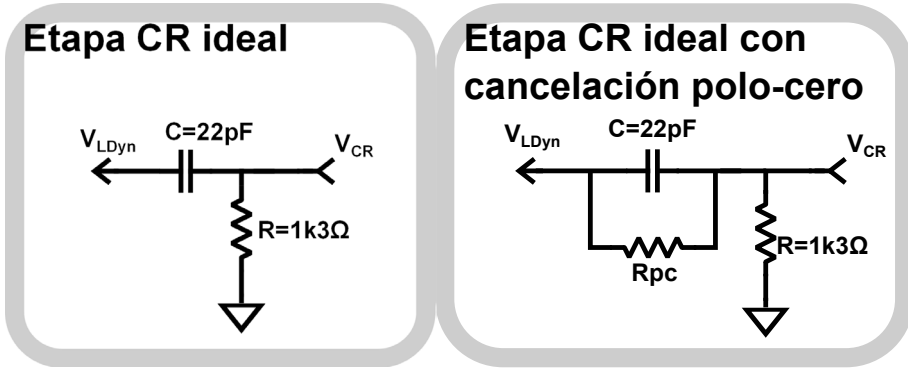


Figura B.1: Topologías de un filtro CR ideal

cuenta que el tiempo de subida de un detector basado en LSO+PMT puede ser del orden de  $< 1ns$  y el tiempo de caída de  $47ns$  [79], por lo que no es una mala aproximación. Si se calcula la transformada de Laplace del pulso definido en la ecuación B.1, se obtiene el siguiente resultado:

$$V_{Ldyn}(s) = \frac{A \cdot \tau_f}{1 + s \cdot \tau_f}, \quad (B.2)$$

Una etapa CR ideal es un filtro paso alto de primer orden compuesto por un condensador en serie con una resistencia a masa como se puede ver en la Fig. B.1. La constante de tiempos introducida por el filtro paso alto es  $\tau_{pa} = RC$  y, por tanto, su frecuencia de corte es  $f_{cpa} = 1/(2\pi \cdot \tau_{pa})$ . La respuesta impulsional de dicho filtro queda definida por:

$$H_{pb}(s) = \frac{RC}{1 + s \cdot RC} = \frac{\tau_{pa}}{1 + s \cdot \tau_{pa}}, \quad (B.3)$$

Considerando las ecuaciones B.2 y B.3, a la salida se tiene el siguiente pulso:

$$V_{CR}(s) = \frac{\tau_{pa}}{1 + s \cdot \tau_{pa}} \cdot \frac{A \cdot \tau_f}{1 + s \cdot \tau_f}, \quad (B.4)$$



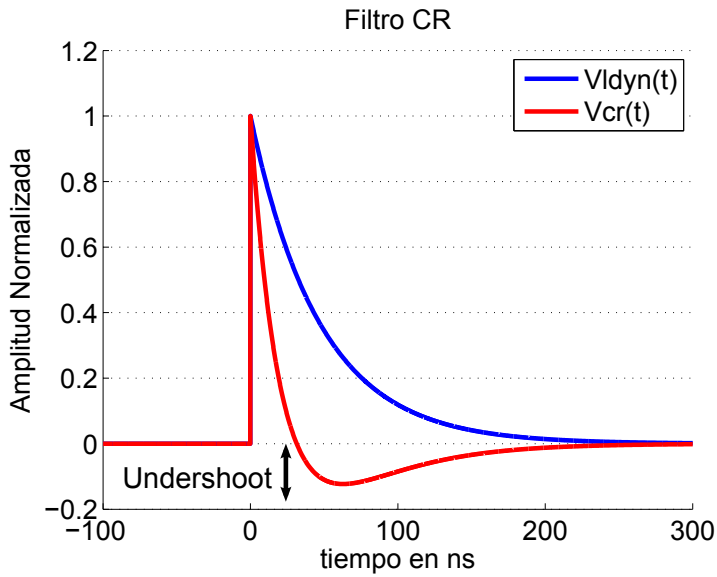


Figura B.2: Efecto de la etapa CR sobre un pulso

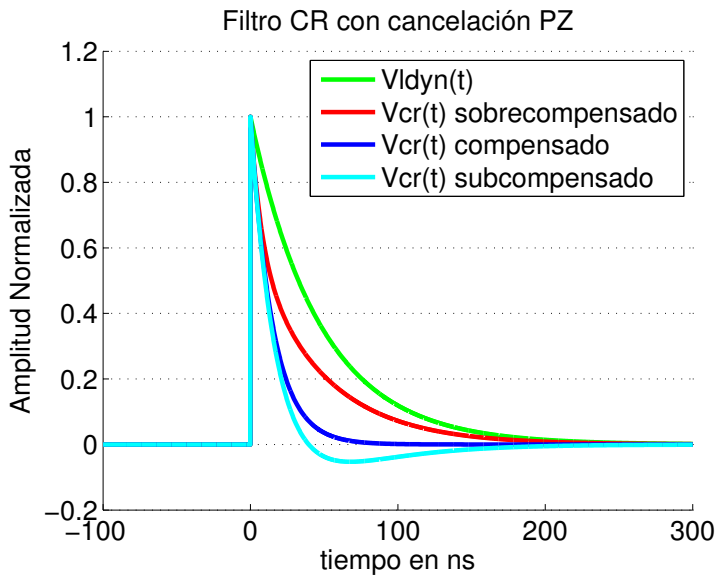


Figura B.3: Efecto de la compensación polo-cero en la etapa CR

A primera vista la ecuación no dice mucho. Para ver el efecto del filtro sobre el pulso de entrada, lo mejor será ver la señal en el dominio del tiempo a la entrada y a la salida del filtro CR. En la Fig. B.2, se ha generado un pulso ideal con una  $\tau_f = 47ns$  y se ha pasado por la etapa CR con una constante de tiempo  $RC = 22ns$ , usando para ello unos valores de  $C = 22pF$  y  $R = 1,3k\Omega$ . Se observa que, efectivamente, la pendiente de la señal de salida se ha hecho más abrupta limitando el máximo tiempo de subida y de bajada de la señal. Por otro lado, el hecho de introducir un condensador a la entrada produce un acoplo en alterna evitando tensión continua. Esto se traduce en que la energía total de la señal debe ser cero; por tanto, la señal pasa de ser unipolar a bipolar. El tramo de pulso por debajo de cero de la nueva señal se le denomina “undershoot”. Tener señales bipolares resulta molesto cuando se tienen pulsos cercanos en el tiempo (pile-up), ya que la amplitud del segundo pulso se verá afectada por efecto del undershoot del primero, lo que haría necesario una corrección futura de dicha distorsión. Para evitar este fenómeno, existe una solución sencilla, la red de cancelación polo cero, representada en la Fig. B.1. El objetivo de esta red es eliminar el cero introducido por la red CR sin perder la limitación de las pendientes de las señales.

La etapa CR con cancelación polo cero tiene una respuesta al impulso en el dominio de Laplace como se muestra en la siguiente ecuación:

$$H_{pbc}(s) = \frac{1 + s \cdot R_{pc}C}{1 + s \cdot (R_{pc}||R)C}, \quad (B.5)$$

Haciendo uso de las ecuaciones B.5 y B.3, a la salida se tiene el siguiente pulso en el dominio de Laplace:

$$V_{CR \text{ con } CPZ}(s) = \frac{1 + s \cdot R_{pc}C}{1 + s \cdot (R_{pc}||R)C} \cdot \frac{A \cdot \tau_f}{1 + s \cdot \tau_f}, \quad (B.6)$$

Para que sea efectiva la cancelación polo-cero, se hace variar  $R_{pc}$  hasta que el término  $1 + s \cdot R_{pc}C$  sea igual al término  $1 + s \cdot \tau_f$ . Tras esto, a la salida se tiene:

$$V_{CR \text{ con } CPZ \text{ cancelado}}(s) = \frac{A \cdot \tau_f}{1 + s \cdot (R_{pc}||R)C} = \frac{B \cdot \tau_{f2}}{1 + s \cdot \tau_{f2}}, \quad (B.7)$$

De esta forma, la etapa CR genera un pulso unipolar con una pendiente de caída determinada por su nueva constante de tiempo  $\tau_{f2}$ , que en el dominio de tiempo se corresponde a:

$$V_{CR}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ B \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{f2}}}, & t \geq 0 \end{cases}, \quad (\text{B.8})$$

Volviendo al ejemplo anterior, esta vez se han seleccionado los mismos valores de R y C a los usados en dicho ejemplo y se ha variado el valor de la resistencia de cancelación polo-cero, para poder observar cómo con resistencias por encima de la óptima la señal presenta undershoot ( $R_{pc} = 5k\Omega$ ), con resistencias por debajo de la óptima la señal presenta una forma sobrecompensada ( $R_{pc} = 500\Omega$ ) y el valor óptimo se da en este caso para  $R_{pc} = 2,13k\Omega$ . El resultado obtenido para este valor puede verse en la Fig. B.3.

## B.2. Etapa $RC^2$

Para definir el filtro de segundo orden paso bajo, se usarán dos estructuras RC, separadas entre sí por un buffer de ganancia unidad ideal, que permite que una de las etapas no afecte a la otra. Cada una de las estructuras RC usadas está compuesta por una resistencia entre la entrada y la salida y un condensador que va de la salida de la estructura RC a masa, como puede verse en la Fig. B.4.

En este caso, se considera que la entrada al bloque  $RC^2$  es la salida de la etapa anterior, la CR con cancelación polo-cero ya compensada, según las ecuaciones B.8 y B.7.

La respuesta al impulso de esta etapa en el dominio de Laplace viene determinada por la constante de tiempos  $\tau_{pb} = RC$ :

$$H_{pa}(s) = \frac{1}{(1 + s \cdot RC)^2} = \frac{1}{(1 + s \cdot \tau_{pb})^2}, \quad (\text{B.9})$$

A la salida se tiene, pues, la siguiente respuesta:

$$V_{RC^2}(s) = \frac{1}{(1 + s \cdot \tau_{pb})^2} \cdot \frac{B \cdot \tau_{f2}}{1 + s \cdot \tau_{f2}}, \quad (\text{B.10})$$

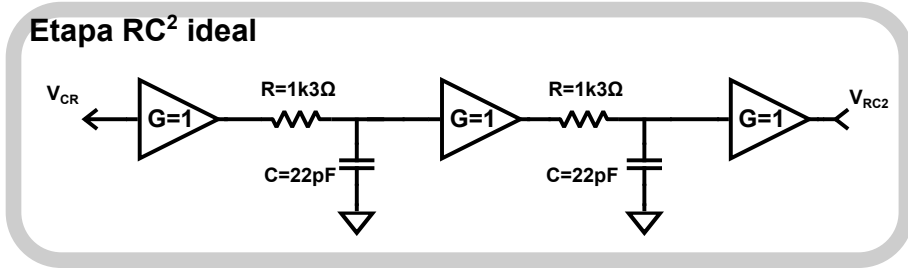


Figura B.4: Circuito ideal correspondiente a la etapa  $RC^2$

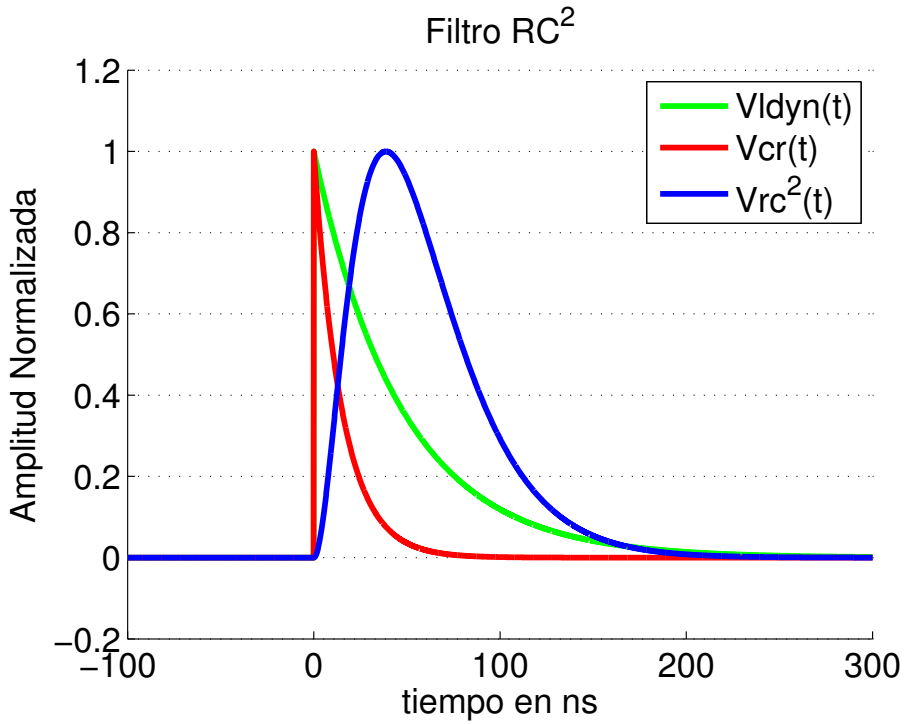


Figura B.5: Segunda etapa del conformado de onda del último dínodo. Implementa un filtro  $RC^2$

Continuando con el ejemplo anterior, seleccionando una constante de tiempos  $\tau_{pb} = \tau_{pa}$  y, aplicando la salida de la etapa  $CR$  compensada en la etapa  $CR^2$ , se puede observar el efecto de la última etapa sobre el pulso. Se observa en la Fig. B.5 que, en este caso, la pendiente máxima está limitada y, por tanto, pulsos de pendiente infinita o tiempo de subida 0 ven modificada su pendiente dentro de los valores permitidos, generando de esta forma un pulso con unas características temporales adecuadas al sistema de adquisición que le sigue.

Dada la frecuencia de muestreo del ADC de la etapa de adquisición, se deben seleccionar las frecuencias de corte del conformador de onda  $CR - RC^2$  para que la pendiente de subida de los pulsos que llegan sea lo suficientemente lenta para poder muestrearla con el número de muestras deseado. Así pues, una aproximación correcta es suponer que si se quieren en la pendiente de subida  $N$  muestras y la frecuencia de muestreo del ADC es  $f_s$ , se tiene que hacer que la frecuencia de corte de la etapa  $RC^2$  sea ligeramente mayor que  $f_s/(4N)$  y la frecuencia de corte de la etapa  $CR$ , ligeramente menor; es decir, que la frecuencia  $f_s/(4N)$  caiga dentro de la banda de paso del filtro  $CR - RC^2$ .



# Apéndice C

## Sistema de adquisición

El sistema de adquisición es un componente fundamental del presente trabajo. Para una mejor comprensión de los bloques que lo componen y, por tanto, del contexto en el cual se realiza el presente trabajo, se introduce aquí una descripción detallada de distintas partes del sistema de adquisición. El presente apéndice tiene sentido como soporte a lo ya descrito en el capítulo 3.

### C.1. Tarjeta de adquisición

Como ya se ha dicho, cada tarjeta de adquisición está pensada para adquirir hasta 24 señales (4 detectores, 6 señales por detector). En la Fig. C.1, se tiene una imagen de dicha tarjeta. En ella, se pueden distinguir los 24 conectores Molex SSMCX donde se conectan las señales de entrada a la tarjeta de DAQ. Las señales de entrada están en modo común (“single ended”) y deben ser transformadas a modo diferencial para poder ser adquiridas por el ADC. Para transformar las señales de modo común a modo diferencial, se hace uso de un transformador de RF, el ADT3-6T de Minicircuits, que posee un ancho de banda que va desde los 60 kHz hasta los 400 MHz [155]. Antes de introducir la señal al transformador, se debe tener la precaución de que no posea componente en continua, para ello se hace uso de un condensador de acoplo. La señal ya diferencial es introdu-

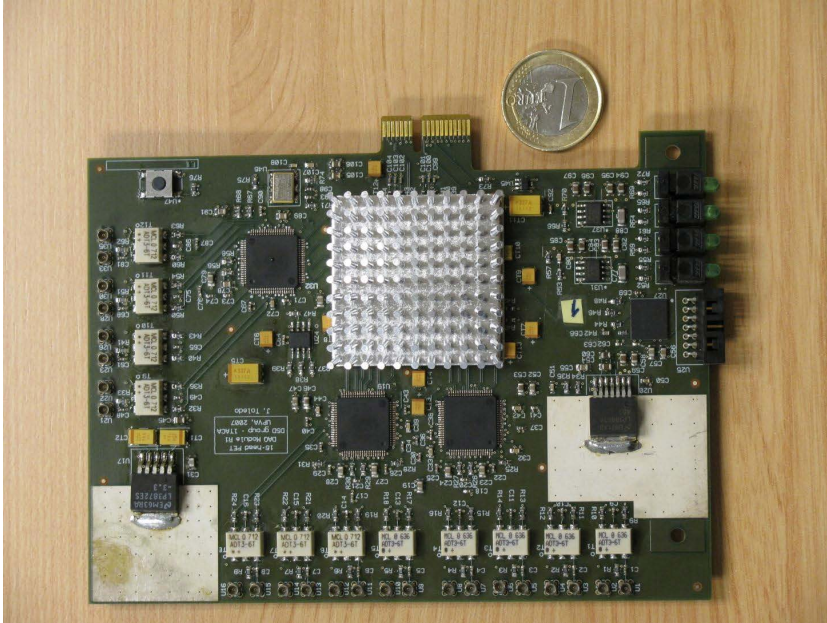


Figura C.1: Tarjeta de adquisición

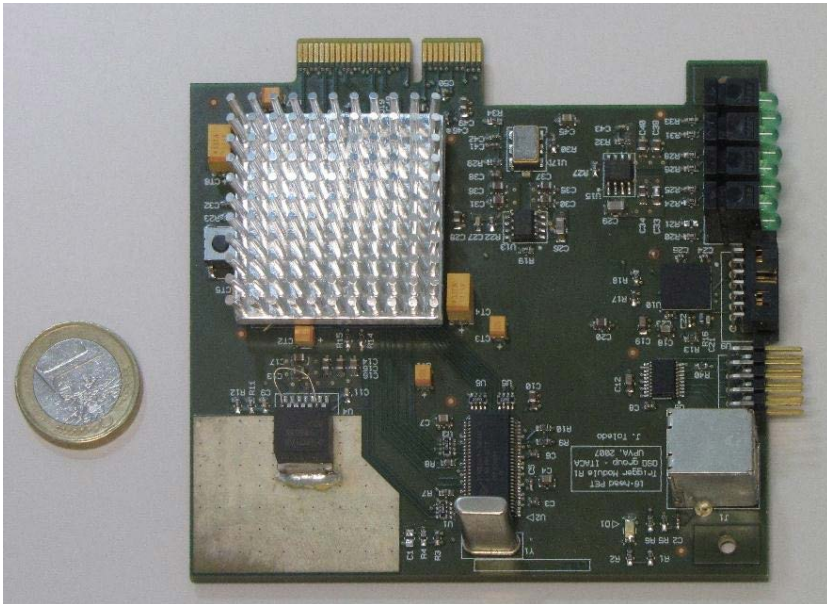


Figura C.2: Tarjeta de coincidencia



cida en los ADCs. En cada tarjeta de DAQ, existen tres ADC de Texas Instruments, modelo ADS5273. Cada uno posee 8 canales de adquisición que adquieren las señales diferenciales con 12 bits de resolución y a una frecuencia de muestreo de 70MHz [152]. Las señales ya digitalizadas son transmitidas a través de enlaces serie diferenciales de tipo LVDS a 840 Mb/s hasta el dispositivo central de la placa, la FPGA XC5VLX85T de la familia Virtex 5 [75]. La FPGA se encarga de deserializar las señales recibidas de los ADCs por los buses LVDS y de procesarlas eliminando la información que no se considera útil generando los paquetes de eventos y enviando dichos paquetes de eventos a la tarjeta de coincidencia. Para ello, se hace uso de los RocketIO GTP transceivers [156], que son unos bloques de transmisión serie de alta velocidad que están integrados dentro de la FPGA, de los cuales hay 6 disponibles en la FPGA utilizada, ver tabla 3.2.

Tanto los ADCs como las distintas FPGAs deben poseer el mismo reloj de referencia. En el caso de los ADCs, es importante que entre ADCs el jitter y el retardo de fase entre relojes sea el mínimo posible. El árbol de reloj del sistema de adquisición introduce un jitter máximo de 93ps y un retardo de fase de, como máximo, 400ps entre relojes, según especificaciones del diseño [76]. Es necesario tener una referencia estable de reloj para luego introducir la mínima distorsión a las medidas de tiempos que deben hacerse con la tarjeta.

La tarjeta posee una red de alimentación que permite crear las tensiones necesarias para alimentar la FPGA, la flash de configuración, los ADCs y la lógica extra necesaria. Esta red de alimentación se genera, en parte, de forma externa a la tarjeta de adquisición y, en parte, localmente con los dos reguladores de tensión de que dispone.

### C.1.1. Estructura interna de la lógica de la FPGA

La descripción de la lógica interna de la FPGA ha sido llevada a cabo mediante el lenguaje de descripción hardware Verilog, haciendo uso del software proporcionado por Xilinx ISE en su versión 10.1 [157] para llevar a cabo la síntesis e implementación del código Verilog.

La estructura de la lógica interna de la FPGA puede dividirse en cuatro bloques principales indicados en la Fig. C.3:

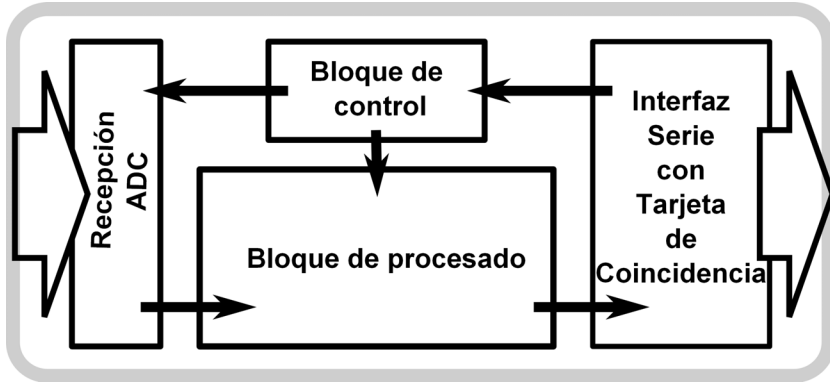


Figura C.3: Estructura de bloques que conforman la lógica interna de la FPGA de adquisición

- Interfaz con la tarjeta de coincidencia.
- Bloque de control.
- Etapa de recepción de datos de los ADCs.
- Bloque de procesado de las señales.

Como se avanzaba antes, existen dos firmwares diferentes, uno para el modo test de algoritmos y otro para el modo normal de funcionamiento. Ambos bloques comparten la etapa de recepción de datos del ADC y la etapa de interfaz con la tarjeta de coincidencia. Lo que hace diferentes a ambos firmwares es el bloque de procesado de las señales. El bloque de procesado del firmware en modo normal varía con respecto al mismo bloque en el modo de test en dos aspectos:

1. El bloque de procesado y el bloque de test envían cada uno un formato de trama diferente a la tarjeta de coincidencia. La trama en el modo normal posee una estructura fija pues cada campo debe ser interpretado por la tarjeta de coincidencia y debe compactar la información para aprovechar el ancho de banda de los enlaces y permitir

tasas de eventos mayores. En el modo test, el tamaño de trama es mayor y su significado puede ser variable. El modo test existe para evaluar el funcionamiento de cualquier mejora interna del bloque de procesado y, por tanto, el objetivo no es optimizar el ancho de banda. Tras la validación de un algoritmo, vendría la fase de implementación dentro del bloque de procesado de la FPGA del modo normal. Es por esta razón que los campos de la trama del modo test pueden ser variables. La información que hay en ellos no es interpretada por la FPGA de la tarjeta de coincidencia, la cual en modo “bypass” envía todos los datos recibidos de la tarjeta de adquisición al PC.

2. Los algoritmos del bloque de procesado son diferentes en el modo test y en el modo normal. En el modo normal, se usan algoritmos plenamente validados y de los cuales se conoce su funcionamiento. El modo test, como su nombre indica, es un modo donde los algoritmos de procesado no tienen por qué ser fiables, ya que se usa para validar dichos algoritmos antes de hacer uso de ellos en el modo normal.

### C.1.2. Interfaz con la tarjeta de coincidencia.

Este interfaz se encarga de controlar la comunicación serie de la tarjeta de adquisición con la tarjeta de coincidencia y, a través de esta, con el PC que controla el sistema y recibe los datos de los eventos detectados. La comunicación serie implementada es bidireccional. Gracias a esto, el sistema configura a través de este interfaz la tarjeta de DAQ mediante una serie de comandos que permiten controlar y gestionar la adquisición. A través de este enlace, también se realiza el envío de paquetes de eventos detectados por el sistema y registros de estado internos del sistema.

La FPGA hace uso de los GTP, transceivers de alta velocidad, para llevar a cabo esta comunicación serie. En concreto, se hace uso de un protocolo propietario de Xilinx AURORA [158]. En las especificaciones del protocolo, vienen definidas tanto la capa de nivel físico, como la capa de nivel de enlace de datos. Xilinx proporciona un “Wizard” que permite configurar los GTP de la FPGA para que funcionen conforme a las especificaciones del protocolo y, de esta forma, facilitar su uso en dispositivos FPGA [76]. Este protocolo no está ligado a usarse únicamente en FPGA,

Xilinx tiene la posibilidad de contratar una licencia para su uso en circuitos integrados [158].

La comunicación con el interfaz para su uso por el bloque de procesado para el envío de paquetes de eventos detectados ha sido simplificada al máximo. El bloque de procesado escribe sobre una FIFO de transmisión del interfaz los datos a enviar con palabras de 16 bits y con un reloj de 70MHz. El interfaz se encarga de ir leyendo los datos de dicha FIFO a 20 MHz e ir trasmitiéndolos a través del AURORA. El bloque de procesado recibe información de la ocupación de la FIFO, pues él es el responsable de detectar si está llena y de evitar que se pierdan palabras a transmitir. El bloque de procesado considera que todas las palabras correctamente escritas en dicha FIFO han sido correctamente enviadas. La FIFO puede llenarse por varias razones, pero la más común es que la tasa de datos de salida es de 320 Mb/s, mientras que la tasa de datos de entrada es como máximo de 1120Mb/s. Si se tiene una tasa de eventos elevada, en un momento dado el enlace puede saturarse. La FIFO se encarga de realizar el cambio de dominio de reloj y de amortiguar en cierta manera la diferencia de tasas entre la entrada y salida de datos del interfaz.

### **C.1.3. Bloque de control**

Se encarga de gestionar los datos que se reciben por el interfaz serie con la tarjeta de coincidencia, de gestionar los registros de estado y de enviarlos al PC por el interfaz serie y de gestionar el bloque de la comunicación serie con los ADCs, de configurar los registros de control del bloque de procesado y de controlar el inicio y fin de la transmisión.

El bloque de control decodifica los comandos recibidos y gestiona las maquinas de estado que controlan el sistema.

### **C.1.4. Etapa de recepción de datos de los ADCs**

La etapa de recepción de datos de los ADCs se encarga de deserializar las señales LVDs que llegan de los ADCs para generar las señales de 12 bits correspondientes a la digitalización de los canales de los detectores. El bus serie LVDs se compone de 3 líneas diferenciales: la línea de DATOS, la línea de reloj DCO (“Data Clock”) y la línea de reloj FCO (“Frame

Clock”). Las tres líneas están sincronizadas entre sí. Cada ADC posee 8 líneas de DATOS y una línea DCO y otra FCO. La línea de datos lleva los datos correspondientes a los 12 bits de las muestras adquiridas en un canal en modo serie. Cada nuevo bit enviado está relacionado con un cambio del flanco del reloj DCO (tanto de subida como de bajada). Como se tiene un dato nuevo cada 70MHz (12bits), el reloj de DCO tiene una frecuencia de 420 MHz. El reloj FCO va sincronizado con el inicio del dato de 12 bits. Por tanto, su frecuencia es 70MHz. Como cada tarjeta dispone de tres ADCs, como mínimo serán necesarios 3 DCMs para controlar la fase del reloj DCO. Cada DCM generará también el reloj equivalente al FCO. Para llevar a cabo la deserialización de los 12 bits de cada canal, se hace uso de 2 ISERDES, bloques deserializadores de 10 bits de los que solo se usan 6 bits. Uno de los ISERDES se usa para los bits en flanco de subida y otro para los bits en flanco de bajada del reloj DCO. También se hace uso de dos IODELAYS, bloques de retardo programable, para controlar los desfases entre cada línea [76, 6].

Cuando el sistema arranca, el bloque de ADCs entra en un modo de autoconfiguración donde se configuran los ADCs para su correcto funcionamiento y donde se ajustan las fases de los relojes y de los IODELAYS hasta que los datos recibidos son los esperados. Esto se puede llevar a cabo gracias a la posibilidad que tiene el ADC de configurarse para que envíe patrones conocidos. Mientras no finalice este proceso de configuración de los ADCs y de los deserializadores, el sistema no puede pasar al modo de adquisición.

El bloque de ADCs informa al bloque de control de que su puesta en marcha ha finalizado y de que, por tanto, puede hacer caso a los comandos de inicio de transmisión.

### C.1.5. Bloque de procesado de las señales

El bloque de procesado de las señales se encarga de procesar los canales recibidos del bloque de ADCs. Este bloque recibe los 24 canales deserializados y los agrupa por detector (D0,D1,D2,D3 en la Fig. C.4) y trabaja cada detector de forma independiente. El bloque de procesado posee dos modos de funcionamiento:

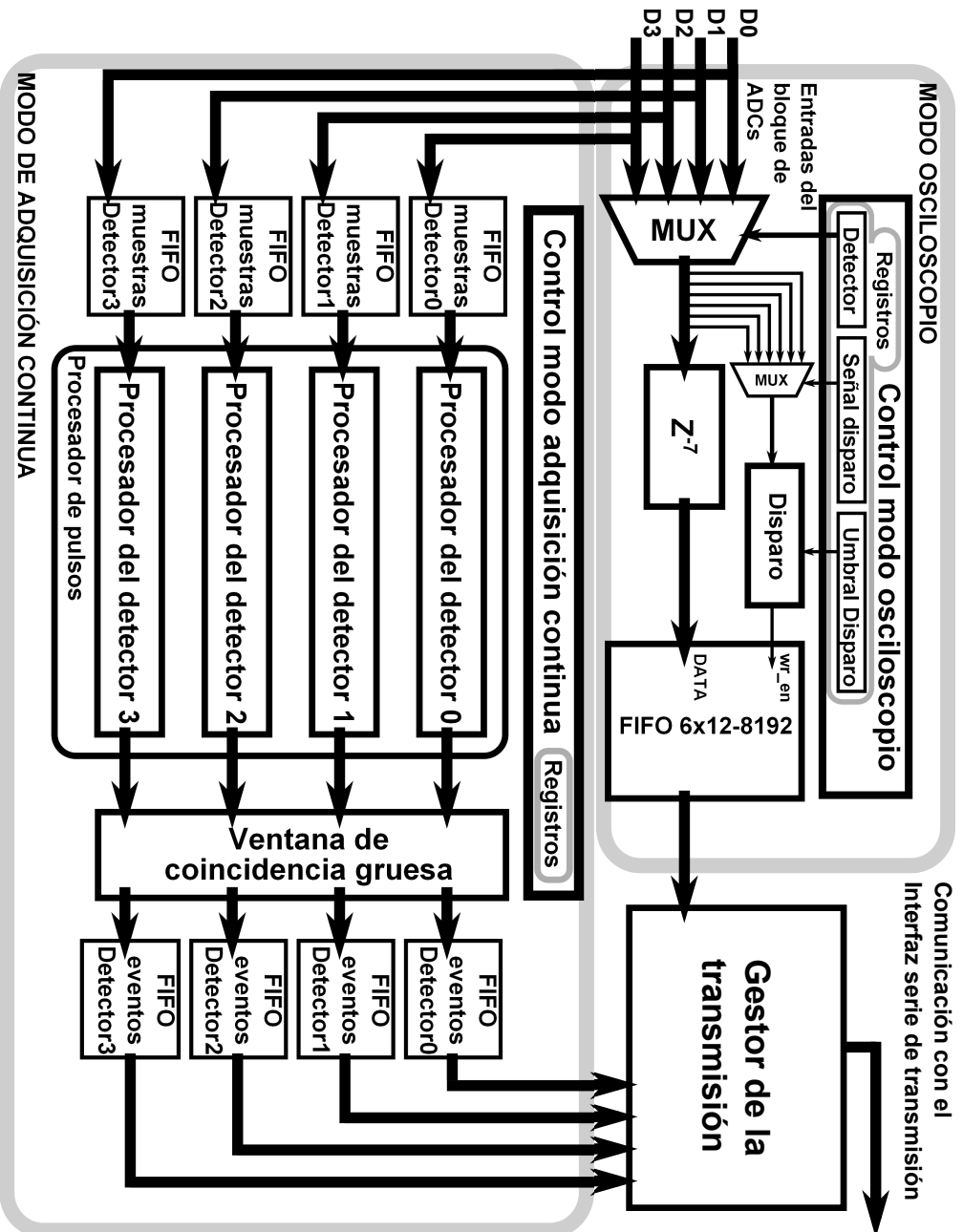


Figura C.4: Esquema de la lógica interna del bloque de procesamiento. Se puede observar la estructura de la lógica correspondiente a cada uno de los modos de funcionamiento

- Modo osciloscopio.
- Modo adquisición continua.

El bloque de procesado posee una serie de registros de configuración (en estas versiones de firmware, alcanzan a un total 30 registros). Estos registros permiten gestionar los módulos del modo osciloscopio o del modo adquisición continua. Se configuran mediante comandos enviados desde el PC de control y que son gestionados en la tarjeta de adquisición por el bloque de control. Cada registro es de 16 bits y posee una dirección única de 9 bits. El firmware está preparado para añadir fácilmente más registros al banco de registros, en caso de que fuera necesario en el diseño de nuevos bloques de procesado.

### C.1.6. Bloque de procesado - Modo osciloscopio

En el modo osciloscopio, el sistema se configura de forma que se envían al PC todas las muestras correspondientes a un periodo de tiempo de las 6 señales de un determinado detector. En total, se envían 8192 muestras de cada una de las seis señales, que es lo equivalente a  $8192 * 1/70MHz$ , es decir,  $117\mu s$  de muestras.

En el modo osciloscopio, se dispone de un registro de configuración en el cual se puede indicar el detector del que se van a adquirir las señales. Para seleccionar el detector, se dispone de 2 bits que son usados en el multiplexor de entrada al modo osciloscopio (Fig. C.4).

De las seis señales del detector seleccionado, se tiene que indicar cuál va a ser usada como señal de disparo. Para ello, se dispone de otro registro de 3 bits donde se indica el canal de disparo. Estos 3 bits son los usados como señales de control del segundo multiplexor del modo osciloscopio (Fig. C.4).

Para finalizar la configuración del modo osciloscopio, se necesita indicar la condición de disparo. La adquisición de las señales se produce siempre que la señal seleccionada como disparo supere un umbral indicado en un tercer registro. El umbral viene definido con 12 bits y puede tomar valores entre 0 y 4095.

Como puede verse en la Fig. C.4, las señales de los detectores se retrasan siete ciclos para de esta forma tener información de hasta siete ciclos antes del disparo y con ello poder observar las señales antes de que se produzca al disparo.

Así pues, el modo osciloscopio funciona de la siguiente manera:

1. Se envían los comandos que configuran los registros del modo osciloscopio, detector, señal de disparo y umbral de disparo.
2. Se envía el comando que inicia el modo osciloscopio.
3. La electrónica espera a que se produzca la condición de disparo.
4. En el momento en que se produce el disparo, la FIFO de 8192 palabras de 12x6bits se va escribiendo con las muestras recibidas hasta que esté llena.
5. En el momento en que la FIFO está llena, el proceso de escritura finaliza y el gestor de la transmisión, dependiendo del estado del interfaz con la tarjeta de coincidencia, va leyendo de la FIFO y va escribiendo los datos en la FIFO de transmisión del interfaz de comunicaciones que irá enviando los datos para ser recibidos en el PC.
6. Una vez la FIFO del modo osciloscopio esté vacía, el modo osciloscopio se desactiva.

En el modo osciloscopio, la tarjeta de coincidencia se configura en modo “bypass”, con lo que todos los datos recibidos de la tarjeta de adquisición son enviados al PC. En el PC, se genera un fichero donde se tiene la información de las 8192 muestras de los 6 canales. Dicha información puede ser fácilmente representada mediante el uso de Matlab [159].

### **C.1.7. Bloque de procesado - Modo adquisición continua**

El modo de adquisición continua es el modo común de trabajo en el que el sistema extrae la información de las muestras y la envía a la tarjeta de coincidencia. A partir de la información extraída de un evento, tiene que ser posible calcular el tiempo de llegada del pulso, su posición de impacto



en el detector (X, Y, DOI) y su energía. El bloque debe empaquetar la información del evento detectado para que, posteriormente, el gestor de la transmisión envíe los datos al interfaz con la tarjeta de coincidencia.

El bloque de procesado posee una FIFO de entrada por cada uno de los detectores. Cada FIFO es de 512 palabras de 72 bits (6 canales de 12 bits por detector). En esta FIFO, se escribe una muestra por ciclo de reloj y se lee una muestra por ciclo de reloj. Las FIFOs comienzan a escribirse cuando se inicia el modo de adquisición continua y comienzan a leerse cuando están a la mitad de su capacidad. Esta FIFO está pensada por si al sistema se le añade en un futuro un procesado a distinta velocidad de la que se escribe. El procesador de pulsos extrae la información de los eventos de las muestras de cada detector. Este bloque está formado por cuatro bloques independientes denominados procesador de detector. Como puede verse en la Fig. C.4, cada procesador del detector X lee las muestras únicamente del detector que le corresponde, extrae la información de los pulsos, genera el paquete del evento y lo almacena en la FIFO de eventos del detector X (siendo X 0, 1, 2 o 3).

Cada FIFO de evento guarda el paquete de datos de un evento dado, se llena de una forma proporcional a la tasa de eventos de un detector y permite cada una almacenar hasta 512 eventos por detector. Esta FIFO debe amortiguar la diferencia entre las tasas de eventos que llegan al detector con la tasa de envío de datos a través del interfaz con la tarjeta de coincidencia. El gestor de la transmisión lee de esta FIFO y se encarga de controlar que todas las FIFOs se lean con la misma probabilidad. Si alguna de las FIFOs se llegara a llenar por una tasa sostenida de eventos muy por encima de las especificaciones del sistema, habría un momento en el que se perderían paquetes enteros de eventos, pero esto no afectaría al correcto funcionamiento del sistema, ya que este funcionaría correctamente a la máxima tasa permitida enviando el máximo número de eventos que le fuera posible hasta que la tasa de entrada volviera a valores dentro del rango de especificaciones.

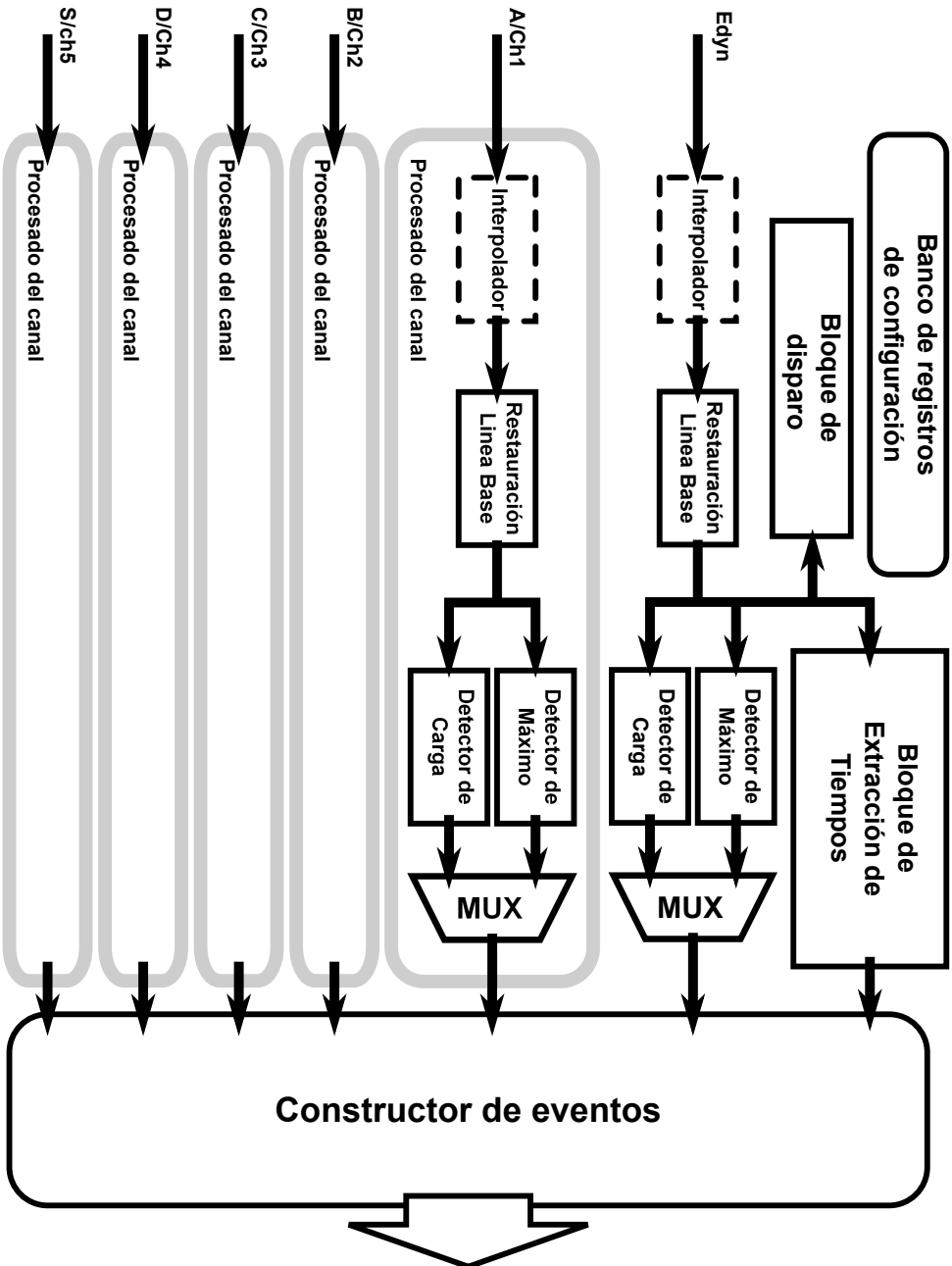


Figura C.5: Esquema del bloque del procesador de detectores. Este bloque se encarga de extraer la información de los pulsos. Puede observarse como cada canal es tratado de forma independiente

### C.1.8. Bloque de procesado - Procesador del Detector

El procesador del detector es el bloque que extrae la información de las señales del detector. Es un bloque que es ligeramente diferente dependiendo del front-end analógico integrado al que está conectado (AMIC o PESIC), dependiendo del algoritmo de extracción de tiempos usado y dependiendo de si es una FPGA de modo test o de modo normal. De todas maneras, la descripción llevada a cabo en este punto es suficientemente genérica para que únicamente sea necesario comentar las diferencias cuando estas se produzcan.

En la Fig. C.5, se puede observar el esquema de la lógica descrita para el bloque. A primera vista, se observa que todos los canales se tratan de forma independiente. Y menos el último dínodo, todos los canales se procesan la misma manera. La señal del último dínodo se usa para disparo y para extracción de la etiqueta temporal.

Los bloques que conforman el bloque del procesador de pulsos son:

- Banco de registros de configuración.
- Interpolador.
- Restauración de la línea base.
- Detector de máximo.
- Detector de carga.
- Bloque de disparo.
- Bloque de extracción de tiempos.
- Constructor de eventos.

#### **Banco de registros de configuración**

El banco de registros de este bloque permite configurar todos los parámetros necesarios de cada uno de los bloques. Es compartido por todos los módulos del bloque de procesado y, por tanto, por todos los módulos del procesador de pulsos.

## **Interpolador**

El interpolador es un bloque que únicamente se emplea cuando se hace uso de ciertos módulos de extracción de tiempos, es por eso que está marcado con líneas discontinuas. Como es un bloque importante para los algoritmos de extracción de tiempos propuestos, se ha desarrollado con precisión en el capítulo 5. Su función es la de incrementar mediante procesado digital la frecuencia de muestreo de las señales. Las señales están muestreadas a una frecuencia de muestreo de 70 MHz. Los interpoladores propuestos en esta tesis permiten trabajar a 140 MHz y 210 MHz. Cuando se usa un interpolador, hay un cambio de dominio de reloj y eso hay que tenerlo en cuenta para todas las señales tras el interpolador, incluidos los registros de configuración.

## **Restauración de la línea base (BLR)**

El objeto de este módulo es compensar las variaciones del valor de tensión de un canal del detector cuando no existe ningún pulso (variaciones de la línea base). El módulo debe mantener la línea base lo más estable posible. Este módulo ayuda a reducir el efecto del “undershoot” que introduce el condensador de acoplo antes del transformador de entrada al ADC y las variaciones de baja frecuencia que pueden darse en los detectores por ruidos inducidos. El “undershoot” en las señales debido al conformador de onda analógico es compensado con la etapa de cancelación polo-cero, pero el “undershoot” introducido por el condensador de desacoplo de la etapa de entrada al ADC es inevitable y, por tanto, corregirlo es importante, sobre todo para tasas elevadas de eventos.

El algoritmo usado para la restauración de la línea base se basa en una máquina de estados de dos estados:

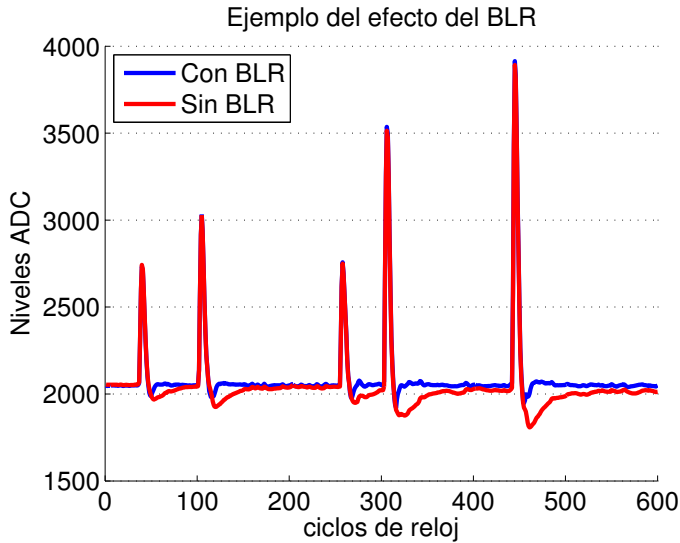


Figura C.6: Ejemplos de funcionamiento del restaurador de línea base.

**Estado de no pulso:** En este estado, no se ha detectado ningún pulso, el valor de la línea base se obtiene mediante la media de las cuatro muestras anteriores a la actual. La línea base obtenida es sustraída del valor de la muestra actual para obtener la muestra corregida.

$$bl[n] = \frac{x[n-1] + x[n-2] + x[n-3] + x[n-4]}{4} \quad (C.1)$$

$$y[n] = x[n] - bl[n] \quad (C.2)$$

donde  $x[n]$  es la muestra actual,  $bl[n]$  es la línea base calculada e  $y[n]$  es el pulso corregido.

En caso de que se detecte una variación de la entrada que supere un valor umbral indicado, se considera que ha llegado un pulso perteneciente a un evento y se pasa al estado de pulso recibido. La condición de cambio de estado es:

$$x[n_{th\ ini}] - x[n_{th\ ini} - 1] > \text{umbral pulso} \quad (C.3)$$

donde  $x[n_{th\ ini}]$  es el valor del pulso de entrada en el instante  $n_{th\ ini}$  donde supera el umbral de detección de pulso. En este instante, la línea base es  $bl[n_{th\ ini}]$ .

**Estado de pulso recibido:** En este estado, no se actualiza la línea base, se mantiene el valor último calculado en el estado de no pulso. Para obtener la salida, se vuelve a substraer la línea base calculada en el estado anterior al valor de la muestra actual.

$$y[n] = x[n] - bl[n_{th\ ini}] \quad (C.4)$$

La máquina de estados vuelve al estado de ausencia de pulso corregido si pasa por debajo de un umbral indicado.

$$y[n_{th\ stop}] < umbral\ fin\ pulso \quad (C.5)$$

donde  $y[n_{th\ stop}]$  es el valor del pulso corregido en el instante  $n_{th\ stop}$  en el que pasa por debajo del umbral indicado.

En el siguiente ciclo, estará en el estado de pulso recibido y, por tanto, se debe actualizar el valor de la línea base. Para ello, se toma la media de las tres muestras anteriores al pulso más esta nueva muestra por debajo del umbral.

$$bl[n_{th\ stop} + 1] = \frac{x[n_{th\ stop}] + x[n_{th\ ini} - 1] + x[n_{th\ ini} - 2] + x[n_{th\ ini} - 3]}{4} \quad (C.6)$$

Existen pequeñas variaciones de este bloque, la presentada aquí es la última modificación implementada en el sistema.

Todos los umbrales indicados son configurables mediante registros del banco de registros. Existen también registros para activar y desactivar la restauración de la línea base.

En la Fig. C.6 puede observarse el efecto del bloque de restauración del línea base sobre la señal adquirida de un último dínodo.

## Detector de máximo

El detector de máximo se encarga de obtener el máximo de una señal en un periodo de funcionamiento. En las señales de detectores como el

usado en este sistema, la carga del pulso es linealmente proporcional el valor máximo del pulso del evento. Una forma sencilla de obtener la carga es, por tanto, obtener el máximo. De forma digital, es sencillo. El bloque que se tiene busca el máximo en un periodo de tiempo durante el cual una señal de control externa permanece a nivel alto. Cuando esta señal externa se activa, el máximo se coloca a cero, en el sistema usado 2048. Mientras la señal externa está activa, cada muestra que llega se compara con el máximo almacenado; si la muestra es mayor que este máximo, esta muestra pasa a ser el máximo. Cuando la señal de activación del bloque pasa a cero, el máximo almacenado se considera el máximo de la señal.

El cálculo del máximo tiene sus problemas asociados. Si la señal adquirida es muy rápida o, equivalentemente, la frecuencia de muestreo muy baja, el máximo detectado tendrá un error elevado respecto al máximo real. Para resolver esto, en el grupo se estudió la forma de reducir el error mediante procesado digital [160], pero la mejora teórica obtenida a la frecuencia de muestreo de trabajo no compensaba los recursos necesarios para implementarlo y se descartó. Otro de los problemas asociados al máximo es la incertidumbre introducida por el ruido de la señal.

### **Detector de carga**

El detector de carga es un bloque que se encarga de realizar de forma digital el cálculo de la carga de la señal recibida. Este bloque es una forma alternativa al cálculo del máximo de obtener la información de la señal. La selección de un método u otro es algo que es programable en el sistema. El cálculo de la carga es un cálculo más robusto que el de la amplitud, pues compensa las variaciones en amplitud debidas al ruido. Sin embargo, por otro lado, limita la capacidad de separar dos pulsos muy cercanos, de detectar "Pile-up"; en estos casos, el cálculo con el máximo sería más efectivo. El cálculo de carga se realiza durante la existencia de pulso. Si llegan dos pulsos, uno solapado sobre el otro, posiblemente sea factible detectar dos picos, pero con la carga la distorsión obtenida será mayor, pues se mezclará el área calculada de uno y de otro. Para la corrección del pileup puede hacerse uso de la información de la carga de los pulsos precedente, Li et al. [161] proponen un método basado en esto.

El cálculo de la carga se activa mediante una señal externa, que se llamará *active*. Cuando se activa la señal de inicio de carga, el bloque hace una estimación de la carga del pulso en el momento de activación,  $carga_{ini}$ . Hay que tener en cuenta que el pulso puede haberse iniciado una o dos muestras antes que la señal *active*. Esto es debido a que el instante en el que se activa la señal *active* depende de la señal usada como disparo y del umbral de disparo (el bloque disparo se describe en el siguiente apartado). Así pues, cuando se produce la activación del bloque de la carga, se tiene:

$$carga_{ini} = \begin{cases} x[n_{ini} - 1] + x[n_{ini} - 2] - 2 * 2048, & (x[n_{ini} - 1] > 2048) \& \\ & (x[n_{ini} - 2] > 2048) \\ x[n_{ini} - 1] - 2048, & (x[n_{ini} - 1] > 2048) \& \\ & (x[n_{ini} - 2] \leq 2048) \\ 0, & \text{Otros casos} \end{cases}, \quad (C.7)$$

donde  $x[n]$  es la señal de entrada al bloque de cálculo de carga en el instante  $n$ , y  $n_{ini}$  es el instante en el que el módulo de carga se activa. El valor de 2048 que aparece en estas expresiones corresponde al código del ADC para 0 V, mitad de rango de los 12bits, y valor de la línea base.

La carga se deja de calcular por dos posibles sucesos: (1) La señal de control externa pasa a nivel bajo. (2) Estando la señal de control externa activa, el pulso de entrada pasa por debajo de la línea base. Esta segunda condición evita que se acumule carga negativa.

$$carga[n] = \begin{cases} carga_{ini}, & n = n_{ini} \\ x[n - 1] - 2048 + carga[n - 1], & n_{ini} \leq n \leq n_{fin} \\ carga[n_{fin} - 1], & n > n_{fin} \end{cases}, \quad (C.8)$$

siendo  $carga[n]$  la carga calculada en el instante  $n$ ,  $n_{ini}$  el instante donde *active* pasa a nivel alto,  $n_{fin}$  el instante donde se cumple  $x[n] \leq 2048$ . Cuando *active* pasa a nivel bajo, el valor último de la carga es la carga calculada.

Como la carga es un proceso acumulativo, el resultado tiene un mayor número de bits que la entrada. Para ser compatible con la amplitud, el



resultado final debe ser de 12 bits. Para ello, hay que controlar qué grupo de 12 bits consecutivos de  $carga[n]$  van a usarse y corregir los desbordamientos debidos a la selección de determinados 12 bits. Esto en el sistema es programable mediante un registro. Tomar los 12 bits de mayor peso de  $carga[n]$  no es la solución más correcta pues se perderían bits de resolución.

### **Bloque de disparo**

El bloque de disparo es el que se encarga de detectar la llegada de un nuevo evento del detector. La detección de un nuevo evento se realiza siempre sobre la señal de último dínodo. Este bloque activa el cálculo de la carga o del máximo de todas las señales del detector y se comunica con el constructor de eventos cuando se ha producido el final de la detección del evento para que pueda generar el paquete con la información del evento.

Cuando una pendiente de subida de la señal del último dínodo supera un umbral, se considera que ha llegado un nuevo evento. En ese momento, se activa el modo de adquisición de eventos. Existe un periodo de tiempo que dura un número de ciclos programable que es considerado el tiempo de procesado del evento.

Tanto el umbral de la señal de entrada como el número de ciclos de procesado son valores programables del banco de registros de configuración.

### **Bloque de extracción de tiempos**

El bloque de extracción de tiempos es el encargado de obtener el instante de tiempos del pulso detectado. La presente tesis pretende mejorar este bloque para poder de esta forma mejorar la resolución temporal del sistema. Este bloque es tratado en profundidad en el capítulo 5. La salida del bloque no es directamente una etiqueta de tiempos, sino la información necesaria para generar dicha etiqueta de tiempos. El constructor de eventos, dependiendo de si es una FPGA de modo test o una FPGA de modo normal, se encargará de enviar dicha información directamente sin procesar o de generar una etiqueta temporal y de enviar únicamente la etiqueta. El problema de enviar la etiqueta temporal es que se cuantifica la resolución temporal en el número de bits de dicha etiqueta. El hecho de calcular la etiqueta temporal en el PC (cuando se trabaja en modo

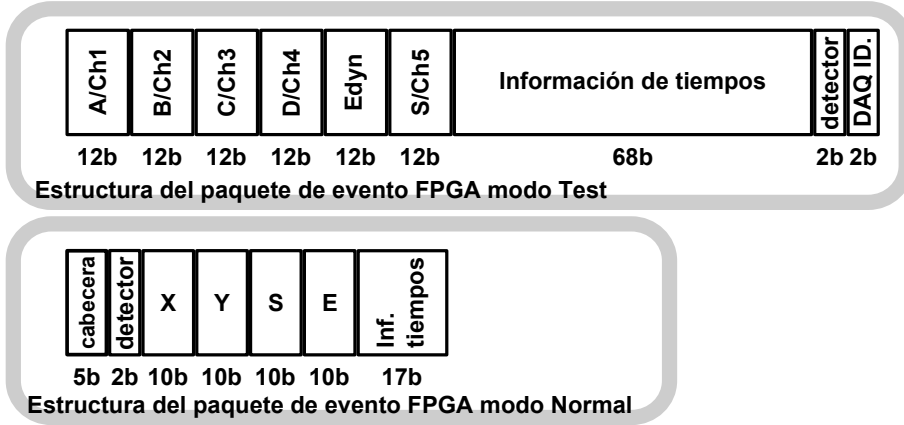


Figura C.7: Estructura de los paquetes de eventos para la FPGA de modo test y la FPGA de modo normal. El tamaño de cada campo del paquete viene definido como Xb donde X es el número de bits usado en el campo

test) permite trabajar con la resolución temporal alcanzable del algoritmo utilizado. Es por ello que en la presente tesis se trabaja con el modo test.

### Constructor de eventos

El constructor de eventos es el bloque encargado de generar los paquetes de eventos y de escribirlos en la FIFO de eventos. Este bloque es diferente si se trata de una FPGA de test o de una FPGA normal. El bloque se activa cuando llega el final de evento y genera la salida con la información disponible de cada uno de los canales junto con la información disponible de tiempos. El tamaño del paquete de eventos del modo normal es de 64 bits y solo se envía la información ya procesada de la posición, la energía y la etiqueta de tiempos del evento detectado. En el modo test, el tamaño del paquete de eventos es de 144 bits. En este caso, se envía toda la información generada por los bloques anteriores. La estructuras de paquete en el modo test y en el modo normal pueden verse en la Fig. C.7.

En el paquete de modo test, se incluye la información de carga o am-

plitud de cada canal, la información temporal no procesada que ha sido generada en el bloque de tiempos y se le añade la etiqueta del detector a que corresponde y la etiqueta de la tarjeta de adquisición donde se ha detectado. Los 144 bits generados se escriben en la FIFO de evento del detector.

En el paquete en modo normal, se realiza un procesado más intenso de la señal. Si se dispone de los canales A, B, C y D, se tiene que generar E como viene en la ecuación 3.3 y, una vez obtenido E, se deben obtener X e Y aplicando las operaciones que se indican en la ecuación 3.4. Como puede observarse, los cálculos realizados implican el uso de divisiones. La división que no es múltiplo de dos es una operación compleja de implementar en FPGAs. Existen distintos algoritmos para implementarla [162], para el presente desarrollo se ha hecho uso de un core IP que proporciona Xilinx [163]. El core de división usado permite implementar todas las divisiones necesarias y proporciona un resultado nuevo por ciclo de reloj con una latencia fija. El resultado de la división puede utilizarse de forma directa ya que viene dado en forma fraccional. La división se implementa a baja frecuencia (70MHz). Esto es posible debido a que la tasa de eventos en cada detector es baja comparada con la frecuencia más baja de trabajo dentro de la FPGA, 70MHz.

Como se verá más adelante, para la generación de la etiqueta de tiempos, también es necesario el uso de una división. Por tanto, hacen falta 3 divisiones por detector lo que implica un total de 12 divisiones por tarjeta de adquisición en el firmware de las FPGAs de modo normal.

### **C.1.9. Bloque de procesado - Ventana de coincidencia gruesa**

El bloque de coincidencia gruesa es un bloque que se encarga de reducir el número de eventos no coincidentes que se envían de la tarjeta de adquisición en el modo test. Es un bloque que se encuentra entre los bloques procesador de pulso y las FIFOs de eventos. Este bloque no escribe en las FIFOs los eventos descartados.

El bloque posee una ventana gruesa de coincidencia que es programable. Cuando dos eventos ocurren dentro de la ventana y ninguno de los dos es

coincidente con un tercero, estos son considerados como válidos y el bloque permite que sean escritos en las FIFOs. Cuando se tiene solo un evento o más de dos eventos en coincidencia, estos eventos son descartados.

El tamaño de la ventana viene definido en un registro del banco de registros en el que se indica el número de ciclos de 70 MHz usado como ventana. Cuando el registro es puesto a 0, la ventana de coincidencia se desactiva y permite escribir todos los eventos detectados. Este es el modo normal cuando la FPGA de coincidencia es la encargada de realizar la coincidencia. La ventana de coincidencia gruesa es un bloque que solo tiene utilidad en las FPGAs de modo test, pues únicamente permite hacer coincidencia gruesa entre los 4 detectores conectados a una única tarjeta de adquisición. Es una forma de reducir la tasa de eventos no coincidentes que llegan al PC cuando se quiere hacer una coincidencia software posterior en el PC.

## C.2. Tarjeta de coincidencia

La tarjeta de coincidencia, como comentaba anteriormente, posee dos modos de funcionamiento. La selección de estos modos se realiza a través de un registro de configuración. Para la selección del modo “bypass” en el registro de configuración, hay que indicar en un bit el modo “bypass” y en 2 bits la tarjeta de la cual se va a enviar todos los datos recibidos. En este modo, toda la información recibida de una tarjeta de adquisición se envía a través del enlace USB al equipo de reconstrucción.

El otro modo es el modo normal. Es el más interesante de esta FPGA ya que permite calcular en tiempo real la coincidencia temporal entre eventos de los 16 detectores. La descripción detallada de dicho algoritmo<sup>1</sup> viene en [76].

En la Fig. C.8, se puede observar un esquema de los bloques lógicos de la FPGA de coincidencia. Los bloques principales de la tarjeta de coincidencia son:

- Bloques de interfaz con las tarjetas de adquisición.

---

<sup>1</sup>El algoritmo llevado a cabo fue desarrollado, validado e implementado por el Dr. Raúl Esteve.

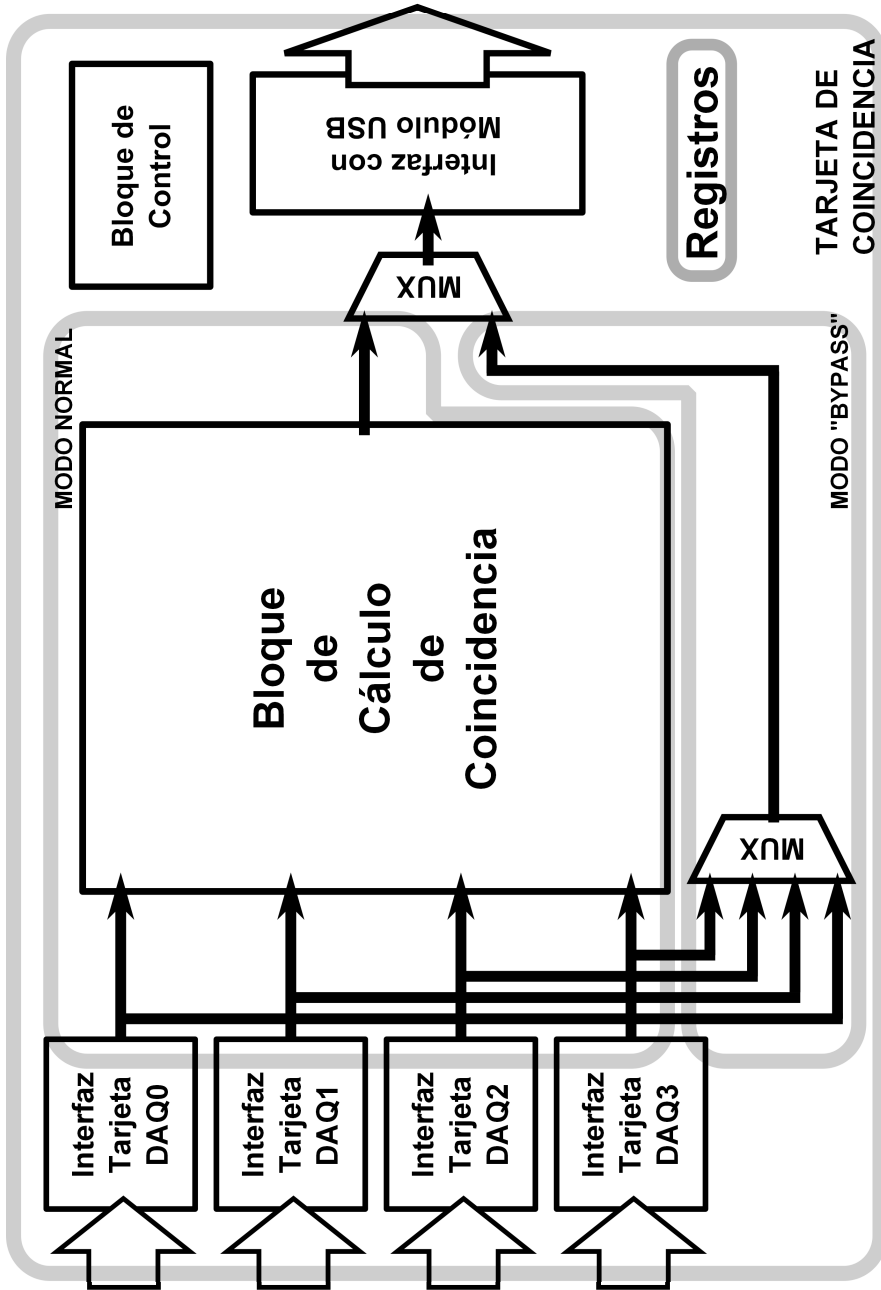


Figura C.8: Esquema de la lógica interna de la FPGA de la tarjeta de coincidencia

- Interfaz con el módulo USB.
- Bloque de control.
- Bloque de cálculo de coincidencia.

En la Fig. C.8, también se pueden observar los multiplexores que permiten configurar el modo “bypass” y, de esta forma, no hacer uso del bloque de coincidencia y seleccionar la tarjeta de adquisición de la cual se toman los datos.

### C.2.1. Bloques de interfaz con las tarjetas de adquisición

Se encarga de controlar la comunicación con las tarjetas de adquisición mediante el uso de los GTP para llevar a cabo la comunicación serie haciendo uso del protocolo propietario de Xilinx AURORA [158]. En la tarjeta de coincidencia, hay cuatro de estos interfaces, uno por cada tarjeta de adquisición. Los datos recibidos son dirigidos al módulo de cálculo de coincidencia o, si está en modo “bypass”, hacia el interfaz con el módulo USB.

La transmisión a través de estos enlaces es bidireccional. De esta forma, el PC, a través de la tarjeta de coincidencia y de estos interfaces, puede gestionar las tarjetas de adquisición.

### C.2.2. Interfaz con el módulo USB

Se encarga de gestionar el envío de datos con el módulo el CY7C68001 (EZ-USB SX2) [164] mediante el uso de un bus de datos, uno de direcciones y varias líneas de control que permiten configurar y controlar el módulo. El bloque controla que no se pierdan datos en la transmisión tanto en el modo “bypass” como en el modo normal. La transmisión USB se configura mediante un bloque de control que se activa al iniciar la FPGA. El módulo está configurado en transferencias en un modo que transmite paquetes de 512 bytes. Si los datos a enviar no alcanzan el tamaño de paquete mínimo, este bloque se encarga de indicar el fin de paquete para que se transmita.

La comunicación con el PC es bidireccional. La tarjeta envía los datos medidos y registros de estado en caso de que sean solicitados. El PC se

encarga de configurar mediante comandos todo el sistema escribiendo en los registros de configuración, iniciar y parar la adquisición, y solicitar información del estado del sistema. Los comandos, al igual que los datos, son recibidos a través del enlace USB.

### C.2.3. Bloque de control

El bloque de control se encarga de gestionar los comandos que llegan por el USB y detectar los que son para la tarjeta de coincidencia, para alguna de las tarjetas de adquisición o para todas las tarjetas (comandos “broadcast”). Si son para la tarjeta de coincidencia, decodifica el comando y configura el sistema en función de este comando. Si el comando es para otra tarjeta, este bloque gestiona el interfaz serie con la tarjeta o tarjetas de adquisición a las que va dirigido el comando y lo envía por el o los enlaces serie. El bloque de control gestiona la tarjeta de coincidencia, el modo de funcionamiento y la configuración de cada modo.

### C.2.4. Algoritmo de Coincidencia

Es el bloque más complejo de la tarjeta de coincidencia, ya que debe procesar en tiempo real todos los eventos llegados de las tarjetas de adquisición y detectar cuándo hay coincidencia, eventos simples y múltiples impactos. Este bloque solo es usado en el “modo normal” y todo el funcionamiento descrito en esta sección es válido únicamente para este modo de funcionamiento.

La tarjeta de coincidencia genera una señal de sincronismo mediante una señal dedicada (“tmprstb”) que permite controlar la sincronización temporal de todas las tarjetas del sistema. Cada tarjeta posee un contador de ciclos (tiempo) de 13 bits que está sincronizado en todas las tarjetas de adquisición y en la tarjeta coincidencia gracias a la señal dedicada que pone a cero este contador cada cierto tiempo para evitar que los contadores pierdan el sincronismo.

El contador de tiempos es de 13 bits y se actualiza a 70MHz. Esto implica 8191 cuentas o  $117\mu s$ . El envío de eventos de la tarjeta de adquisición no se realiza de forma constante, se realiza en el instante 0 del contador y a mitad del contador en el 4096. Los eventos recibidos vienen con una





etiqueta donde se indica si pertenecen al intervalo “0” o al intervalo “1”. El algoritmo de coincidencia usa esta información para poder ir evaluando los eventos a medida que se van recibiendo.

Como puede observarse en la Fig. C.7, la etiqueta de tiempos del paquete del modo normal son 17 bits. Estos 17 bits definen una etiqueta que va entre 0 y 131072 con un intervalo temporal mínimo correspondiente a 0.893 ns. De los 17 bits, los 13 de bits de mayor peso corresponden al contador de ciclos de 70MHz en el que llega el evento. Los 4 bits de menor peso determinan, dentro del ciclo de 70MHz, en qué momento se ha producido el evento. Esto implica que se tienen 16 valores de tiempos posibles dentro de un ciclo de 70MHz, lo que implica un salto temporal mínimo de  $1/(16 * 70MHz) = 0,893ns$ .

El bloque de coincidencia posee una memoria de impactos de 131072 posiciones de 16 bits. Cada posición corresponde a un valor de la etiqueta temporal y cada bit de los 16 bits de la palabra corresponde a un detector. Cuando llega un evento dado de un detector con una etiqueta temporal, el algoritmo busca la posición de memoria correspondiente a la etiqueta temporal del evento y pone a uno el bit correspondiente al detector. Por ejemplo, si se reciben 2 eventos, uno del detector 0 y otro del detector 12, con la misma etiqueta temporal 1347, la posición de memoria 1347 de la memoria de impacto tendrá el valor  $0001_{12}0000_80000_40001_0$

El sincronismo de intervalo se realiza para que el algoritmo de coincidencia vaya evaluando posiciones de la memoria diferentes a las posiciones donde se están escribiendo los eventos nuevos.

El algoritmo posee una ventana de coincidencia programable que va desde 0 a 53.57ns, en saltos de 0.893ns, y posee una mascara de coincidencia por cada detector donde se indica con qué detectores puede ver coincidencia ese detector.

El algoritmo va recorriendo la memoria leyéndola y va evaluando a la vez un número de posiciones que depende del tamaño de la ventana de coincidencia programada. Si se encuentra un bit a 1, se continúan evaluando posiciones hasta haber transcurrido el tiempo de la ventana de coincidencia. Si en ese periodo existe otro bit a 1, se tiene una posible coincidencia y, por tanto, se debe continuar buscando un periodo de tiempo equivalente a otra ventana de coincidencia. En el caso de que en el nuevo periodo no

haya un nuevo bit a 1, se tienen dos eventos coincidentes. Pero, si en el nuevo periodo de búsqueda se tiene otro bit a 1, se tendrá un impacto múltiple y se tendrán que ir evaluando ventanas de coincidencia hasta que se dé el caso en el que se encuentre una sin un nuevo bit a 1. En ese instante, se descartan todos los eventos considerándolos múltiples impactos. En el caso de que detectado un evento en un instante y, transcurrida la ventana de coincidencia, no se haya detectado otro evento, se dirá que se tiene un evento simple y tendrá que ser descartado.

En la Fig. C.9, se puede observar una imagen del diagrama de bloques del algoritmo de coincidencia. Las FIFOs de los detectores almacenan los eventos que son evaluados. El bloque de “Control del algoritmo de coincidencia” realiza 3 tareas:

1. Se encarga de leer las etiquetas de tiempo de los eventos recibidos y actualizar la memoria de impacto.
2. Lee la memoria de impacto para búsquedas de coincidencia. Como se comentaba, este proceso está perfectamente sincronizado para evitar escribir en una posición a la vez que se están evaluando esos instantes de tiempo.
3. Se encarga gestionar la lectura de las FIFOs y el constructor de eventos para que se genere el paquete de eventos en coincidencia.

El constructor de eventos se encarga de generar un paquete con dos eventos en coincidencia. La estructura del paquete puede observarse en la Fig. C.10. Al sistema de reconstrucción se le envían 96 bits por cada pareja de eventos en coincidencia. En esos bits, viene la información de la posición de impacto de los dos eventos, su energía, información para el cálculo de la profundidad de interacción de cada evento y los detectores donde se recibió cada evento. La información temporal en este paso ya no es necesaria y, por tanto, no se envía. De esta forma, se optimiza el ancho de banda del enlace USB.

El sistema proporciona alguna información adicional al sistema de reconstrucción: información temporal de sincronismo o información de número de eventos simples recibidos por cada detector.

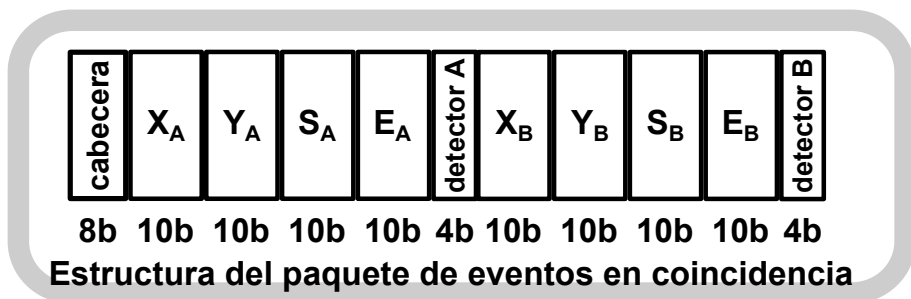


Figura C.10: Estructura del paquete de dos eventos en coincidencia. El tamaño de cada campo del paquete viene definido como  $Xb$  donde  $X$  es el número de bits usado en el campo

### C.3. Sistema de reconstrucción o PC

El sistema de reconstrucción o PC, tiene dos tareas principales:

1. Control del sistema y de la adquisición.
2. Reconstrucción de la imagen.

El sistema, mediante unas subrutinas desarrolladas en java, permite configurar a través del USB todo el sistema de adquisición. Además, permite controlar la alimentación de los detectores, gestionar los datos recibidos y configurar los front-end analógicos integrados<sup>2</sup>.

Como complemento a este software, se han desarrollado diversas aplicaciones en Java para poder extraer y procesar la información de los paquetes recibidos por el software de control del sistema, el cual almacena la información recibida en ficheros de datos en ASCII o binario.

<sup>2</sup>El software de control del sistema está integrado junto el software de control del banco de medidas y fue desarrollado por el Dr. Néstor Ferrando.



# Índice de figuras

2.1.	2-Desoxi-2-( $^{18}\text{F}$ ) fluoro-D-glucosa( $^{18}\text{FDG}$ ) . . . . .	16
2.2.	Posibles modos de aniquilación entre el positrón y el electrón. Los porcentajes dados son para materiales con gran contenido en agua. . . . .	22
2.3.	Posibles tipos de eventos detectados en sistemas PET . . . . .	27
2.4.	Causas que afectan a una detección errónea de la LOR . . . . .	27
3.1.	Esquema de un sistema de PET . . . . .	34
3.2.	Diagrama de bandas típico de un cristal centellador . . . . .	34
3.3.	Divisor de carga usado para reducir el número de señales proporcionadas por el PMT . . . . .	41
3.4.	Ejemplo de los coeficientes programables de AMIC para M0, M1, M2, M3 (Ec. 3.5). En cada casilla se tiene el valor del coeficiente y el subíndice del coeficiente que corresponde al valor de $i$ de la Ec. 3.5. Para ser más visual han sido coloreadas la casillas del coeficiente en función de su valor. A los valores más bajos se les ha asignado colores más fríos y los más altos colores más calidos. A partir de los valores obtenidos de M0, M1, M2, M3 se puede obtener de la Ec. 3.6 la energía, posición y DOI del evento detectado. . . . .	42
3.5.	Interfaz entre las salidas de PESIC y el sistema DAQ. . . . .	47
3.6.	Primera etapa del conformado de onda del último dínodo. Implementa un filtro CR con cancelación Polo-Cero . . . . .	48
3.7.	Etapa $CR^2$ desarrollada para el sistema PET usado junto con la etapa de adaptación al DAQ . . . . .	48

3.8. Esquema de conexión del sistema de adquisición dentro del sistema PET . . . . .	51
4.1. Esquema de un sistema genérico para medir tiempos de rayos gamma en coincidencia . . . . .	58
4.2. (a) y (b) Densidad de probabilidad de emisión de los 5 primeros fotones respecto al tiempo. (c) y (d) Desviación estándar del tiempo emisión de cada uno de los fotones del centellador. Para un cristal LSO definido con $R_f \approx 14530$ (a) y (c), $R_{fe} \approx 2900$ (b) y (d) y $\tau_{caida} \approx 43,4ns$ . . . . .	71
4.3. Esquema que muestra el efecto de la indeterminación de los fotones debidos al tiempo de propagación dentro del cristal. . . . .	73
4.4. SER típica de un fotomultiplicador donde puede observarse el tiempo de tránsito y el error del tiempo de tránsito $\sigma_{tt}$ , el cual determina el ancho de la SER y es proporcional al FWHM . . . . .	76
4.5. Esquema conceptual del funcionamiento del Leading Edge ante un pulso recibido en el instante $t_0$ . . . . .	79
4.6. Ejemplo del efecto del error temporal de tipo Jitter sobre un discriminador de tipo Leading Edge . . . . .	81
4.7. Ejemplo del efecto del error temporal de tipo Walk sobre un discriminador de tipo Leading Edge . . . . .	81
4.8. Ejemplo del efecto del error temporal debido a la frecuencia de muestreo en un discriminador de tipo Leading Edge . . . . .	84
4.9. Error de tiempo de tipo Walk para tres pulsos diferentes en un discriminador de tipo Leading Edge . . . . .	87
4.10. Ejemplo de un procesado de tipo CFD sobre una señal de entrada ideal. . . . .	89
4.11. Ejemplo de un procesado de tipo ARC sobre dos señales de entrada ideales con diferentes amplitudes y tiempos de subida. . . . .	92
5.1. Algoritmos de extracción de tiempos en tiempo real evaluados. Cada algoritmo se compone de distintos bloques de procesado digital . . . . .	102

5.2. Ejemplo que ilustra el cálculo digital de la carga acumulada de un pulso adquirido. . . . . 103

5.3. Error porcentual absoluto del integrador digital utilizado para el cálculo de la carga respecto al integrador real. . . . 105

5.4. Ejemplo de la transformación que sufre el espectro de una señal cuando esta es muestreada. (1) En la imagen superior, espectro de la señal no muestreada que posee un ancho de banda  $W$ ; (2) en la imagen central, la señal ha sido muestreada con una frecuencia  $f_s > 2 * W$ ; (3) en la imagen inferior, la señal ha sido muestreada con una frecuencia  $f_s < 2 * W$ . 108

5.5. Ejemplo del efecto sobre el espectro de una señal digital del proceso de interpolación por un factor  $I=3$ . (1) Espectro de la señal digital sin interpolar. (2) Espectro de la señal donde se le han añadido los ceros entre muestras. (3) Efecto del filtro paso bajo sobre el espectro anterior. (4) Espectro de la señal interpolada. . . . . 110

5.6. Estructura clásica de un interpolador donde el filtrado paso bajo ha sido llevado a cabo con un filtro FIR en estructura directa . . . . . 115

5.7. Estructura clásica de un interpolador donde el filtrado paso bajo ha sido llevado a cabo con un filtro FIR en estructura traspuesta . . . . . 115

5.8. Coeficientes usados para el filtro paso bajo FIR de orden 20 haciendo uso de una ventana de Hamming en el diseño. Respuesta impulsional del filtro . . . . . 117

5.9. Ejemplo de funcionamiento del filtro interpolador  $x2$ . En rojo, están las muestras obtenidas y, en azul, las muestras interpoladas. Ambas señales han sido normalizadas para que puedan compararse. Para ello se ha considerado que el fondo de escala de las muestras obtenidas e interpoladas varía entre -1 y 1 . . . . . 117

5.10. Interpolador basado en una arquitectura de filtro polifásico. Como puede observarse, el procesamiento digital inherente al interpolador se realiza en el dominio de reloj de más baja frecuencia. El filtro FIR paso bajo diseñado de 33 coeficientes se divide en tres filtros FIR. . . . .	118
5.11. Ejemplo de funcionamiento del filtro interpolador x3. En rojo están las muestras obtenidas y en azul las muestras interpoladas. Ambas señales han sido normalizadas para que puedan compararse. Para ello se ha considerado que el fondo de escala de las muestras obtenidas e interpoladas varía entre -1 y 1 . . . . .	120
5.12. El bloque BCFD para una señal de carga genera una señal bipolar que posee un cruce por cero. Usando los valores S1 y S2, que corresponden a la muestra antes del cruce por cero y a la muestra tras el cruce por cero, se puede calcular la etiqueta de tiempos del pulso recibido . . . . .	122
5.13. El bloque BCFD para una señal digitalizada genera una señal bipolar que posee un cruce por cero. Usando los valores S1 y S2, se puede calcular la etiqueta de tiempos del pulso recibido de la misma forma que se hace en el caso de pulsos de carga. . . . .	122
5.14. (a) y (b) Ejemplo de la etiqueta de tiempos asignada a un pulso directo (a) o de carga (b) en función del parámetro k (desplazamiento) del BCFD. (c) Bloque a nivel lógico del discriminador de tiempos digital implementado. . . . .	124
6.1. Estructura de la simulación desarrollada . . . . .	135
6.2. Modelo de la etapa de salida del último dínodo del PMT usado en las simulaciones. . . . .	139
6.3. Etapa simulada en LTspice correspondiente al conformador de onda. . . . .	140
6.4. Bloques implementados para simular el ADC. La pendiente de subida del reloj es usada en el bloque S&H y la pendiente de bajada se usa para pasar de señal continua a discreta en Matlab . . . . .	143



6.5. Resolución temporal de la simulación de jitter usando el método BCFD amplitud sin interpolación, con  $f_s = 70MHz$ , para distintos desplazamientos  $k$ . . . . . 150

6.6. Detalle de los resultados de la Fig. 6.5 donde se puede observar el efecto de los distintos jitter de reloj en la resolución temporal . . . . . 150

6.7. Resolución temporal de la simulación de jitter usando el método BCFD amplitud con interpolación x2, con  $f_s = 140MHz$ , para distintos desplazamientos  $k$  . . . . . 151

6.8. Resolución temporal de la simulación de jitter usando el método BCFD amplitud con interpolación x3, con  $f_s = 210MHz$ , para distintos desplazamientos  $k$  . . . . . 151

6.9. Resolución temporal de la simulación de jitter usando el método BCFD carga sin interpolación, con  $f_s = 70MHz$ , para distintos desplazamientos  $k$  . . . . . 153

6.10. Resolución temporal de la simulación de jitter usando el método BCFD carga con interpolación x2, con  $f_s = 140MHz$ , para distintos desplazamientos  $k$  . . . . . 153

6.11. Resolución temporal de la simulación de jitter usando el método BCFD carga con interpolación x3, con  $f_s = 210MHz$ , para distintos desplazamientos  $k$  . . . . . 154

6.12. Detalle de los resultados de la gráfica 6.11 donde se puede observar el efecto de los distintos jitter de reloj en la resolución temporal . . . . . 154

6.13. Resolución temporal de la simulación de Ruido usando el método BCFD amplitud. (a) Sin interpolación,  $f_s = 70MHz$ ; (b) interpolacion x2,  $f_s = 140MHz$ ; (c) interpolación x3,  $f_s = 210MHz$  . . . . . 158

6.14. Resolución temporal de la simulación de Ruido usando el método BCFD carga. (a) Sin interpolación,  $f_s = 70MHz$ ; (b) interpolacion x2,  $f_s = 140MHz$ ; (c) interpolación x3,  $f_s = 210MHz$  . . . . . 159

6.15. Resultados con discriminadores basados en método BCFD amplitud . . . . . 162

6.16. Resultados con discriminadores basados en método BCFD carga . . . . .	162
7.1. Imagen tomada del banco de pruebas experimental . . . . .	169
7.2. Esquema de la estructura del setup para la medidas de la resolución de los algoritmos. Se muestra un ejemplo de es- pectro de energía y posición de una medida . . . . .	172
7.3. Ejemplo de espectro de energía y posición al aplicar el fil- tro de posición a los datos de la figura 7.2. En la primera columna se tienen los resultados en posición y energía tras aplicar el filtro de posición en el detector cercano a la fuente radiactiva. En la segunda columna se tienen los resultados en posición y energía de aplicar el filtro de posición en el detector lejano a la fuente radiactiva . . . . .	173
7.4. Resultado de la resolución temporal en coincidencia para los distintos algoritmos y configuraciones basados en BCFD amplitud . . . . .	175
7.5. Resultado de la resolución temporal en coincidencia para los distintos algoritmos y configuraciones basados en BCFD carga	176
7.6. Comparación de la simulación de ruido con las medidas rea- lizadas para discriminadores basados en BCFD amplitud. (a) Sin interpolación, $f_s = 70MHz$ ; (b) interpolacion x2, $f_s = 140MHz$ ; (c) interpolación x3, $f_s = 210MHz$ . . . . .	179
7.7. Comparación de la simulación de ruido con las medidas realizadas para discriminadores basados en BCFD carga. (a) Sin interpolación, $f_s = 70MHz$ ; (b) interpolacion x2, $f_s = 140MHz$ ; (c) interpolación x3, $f_s = 210MHz$ . . . . .	180
7.8. Esquema de la estructura del setup para la medidas de la resolución desplazando la fuente emisora de positrones en el eje perpendicular a los detectores. . . . .	183
7.9. Representación de la resolución temporal en coincidencia frente a la posición de la fuente en el eje perpendicular a los detectores. Para BCFD amplitud sin interpolar y $k=1$ . . .	185

7.10. Representación de la diferencia temporal de la media frente a la posición de la fuente en el eje perpendicular a los detectores. Se representa la diferencia de la media respecto a la media medida en  $z=0\text{mm}$ . Para BCFD amplitud sin interpolar y  $k=1$  . . . . . 185

7.11. Representación de la resolución temporal en coincidencia frente a la posición de la fuente en el eje perpendicular a los detectores. Para BCFD amplitud sin interpolar y  $k=6$  . . . 186

7.12. Representación de la diferencia temporal de la media frente a la posición de la fuente en el eje perpendicular a los detectores. Se representa la diferencia de la media respecto a la media medida en  $z=0\text{mm}$ . Para BCFD amplitud sin interpolar y  $k=6$  . . . . . 186

7.13. Representación de la resolución temporal en coincidencia frente a la posición de la fuente en el eje perpendicular a los detectores. Para BCFD carga, interpolación  $\times 3$  y  $k=2$  . . . 187

7.14. Representación de la diferencia temporal de la media frente a la posición de la fuente en el eje perpendicular a los detectores. Se representa la diferencia de la media respecto a la media medida en  $z=0\text{mm}$ . Para BCFD carga, interpolación  $\times 3$  y  $k=2$  . . . . . 187

B.1. Topologías de un filtro CR ideal . . . . . 206

B.2. Efecto de la etapa CR sobre un pulso . . . . . 207

B.3. Efecto de la compensación polo-cero en la etapa CR . . . . 207

B.4. Circuito ideal correspondiente a la etapa  $RC^2$  . . . . . 210

B.5. Segunda etapa del conformado de onda del último dínodo. Implementa un filtro  $RC^2$  . . . . . 210

C.1. Tarjeta de adquisición . . . . . 214

C.2. Tarjeta de coincidencia . . . . . 214

C.3. Estructura de bloques que conforman la lógica interna de la FPGA de adquisición . . . . . 216

- C.4. Esquema de la lógica interna del bloque de procesado. Se puede observar la estructura de la lógica correspondiente a cada uno de los modos de funcionamiento . . . . . 220
- C.5. Esquema del bloque del procesador del detector. Este bloque se encarga de extraer la información de los pulsos. Puede observarse como cada canal es tratado de forma independiente224
- C.6. Ejemplos de funcionamiento del restaurador de línea base. . 227
- C.7. Estructura de los paquetes de eventos para la FPGA de modo test y la FPGA de modo normal. El tamaño de cada campo del paquete viene definido como  $Xb$  donde  $X$  es el número de bits usado en el campo . . . . . 232
- C.8. Esquema de la lógica interna de la FPGA de la tarjeta de coincidencia . . . . . 235
- C.9. Estructura de la lógica del bloque que implementa el algoritmo de coincidencia . . . . . 238
- C.10. Estructura del paquete de dos eventos en coincidencia. El tamaño de cada campo del paquete viene definido como  $Xb$  donde  $X$  es el número de bits usado en el campo . . . . . 241

# Índice de tablas

2.1. Radioisótopos comúnmente usados en la tomografía por emisión de positrones [23]. . . . .	12
2.2. Radiofarmacos comúnmente usados para estudios médicos [24]. . . . .	14
3.1. Características más notables del OPA690 . . . . .	46
3.2. Características más notables de la FPGA XC5VLX85T de Xilinx . . . . .	53
4.1. Tabla resumen de los efectos de la mejora en la resolución temporal [2] . . . . .	66
5.1. Ocupación de recursos de la FPGA Xilinx xc5vlx85t para los diferentes algoritmos programados. . . . .	128
7.1. Tabla con los parámetros de la regresión lineal llevada a cabo en las Fig. 7.10, 7.12 y 7.14 . . . . .	188



# Bibliografía

- [1] P. Valk, D. Bailey, D. Townsend, and M. Maisey, *Positron emission tomography: basic science and clinical practice*. Springer Verlag, 2003.
- [2] W. Moses, “Time of flight in PET revisited,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 50, no. 5, pp. 1325–1330, 2003.
- [3] T. Frach, G. Prescher, C. Degenhardt, R. de Gruyter, A. Schmitz, and R. Ballizany, “The digital silicon photomultiplier—principle of operation and intrinsic detector performance,” in *Nuclear Science Symposium Conference Record (NSS/MIC), 2009 IEEE*. IEEE, 2009, pp. 1959–1965.
- [4] R. Fontaine, F. Belanger, N. Viscogliosi, H. Semmaoui, M. Tetrault, J. Michaud, C. Pepin, J. Cadorette, and R. Lecomte, “The hardware and signal processing architecture of LabPET<sup>TM</sup>, a small animal APD-based digital PET scanner,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 56, no. 1, pp. 3–9, 2009.
- [5] M. Streun, G. Brandenburg, H. Larue, E. Zimmermann, K. Ziemons *et al.*, “Coincidence detection by digital processing of free-running sampled pulses,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 487, no. 3, pp. 530–534, 2002.
- [6] R. Esteve, J. Toledo, J. M. Monzo, A. Sebastia, J. D. Martinez, C. W. Lerche, and J. Benlloch, “A High Performance Data Acquisition Sys-

- tem for a 16-Head PET Scanner,” in *11th Int. Workshop Rad. Imag. Detectors, Prague, Czech Republic, 2009*.
- [7] G. F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement*, 3rd ed. BWiley & Sons, 2000.
- [8] ORTEC, “Principles and applications of timing spectroscopy,” *Application note AN-42*.
- [9] A. Fallu-Labruyere, H. Tan, W. Hennig, and W. Warburton, “Time resolution studies using digital constant fraction discrimination,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 579, no. 1, pp. 247–251, 2007.
- [10] B. Joly, G. Montarou, J. Lecoq, G. Bohner, M. Crouau, M. Brosard, and P. Vert, “Test and optimization of timing algorithms for PET detectors with digital sampling front-end,” in *Nuclear Science Symposium Conference Record, 2008. NSS’08. IEEE*. IEEE, 2008, pp. 4078–4085.
- [11] J. Martinez, J. Monzo, N. Ferrando, J. Toledo, R. Esteve, V. Herrero, A. Sebastia, C. Lerche, and J. Benlloch, “Digital delay line shaping-zero crossing algorithm for timestamp extraction in PET,” in *Nuclear Science Symposium Conference Record, 2008. NSS’08. IEEE*. IEEE, 2008, pp. 1665–1667.
- [12] R. Fontaine, F. Lemieux, N. Viscogliosi, M. Tétrault, M. Bergeron, J. Riendeau, P. Berard, J. Cadorette, and R. Lecomte, “Timing improvement by low-pass filtering and linear interpolation for the Lab-PET scanner,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 55, no. 1, pp. 34–39, 2008.
- [13] G. Visser, S. Cherry, M. Clajus, Y. Shao, and T. Tumer, “Development of low power high speed readout electronics for high resolution PET with LSO and APD arrays,” in *Nuclear Science Symposium Conference Record, 2001 IEEE*, vol. 4. IEEE, 2001, pp. 1988–1992.



- [14] M. Haselman, S. Hauck, T. Lewellen, and R. Miyaoka, "Simulation of algorithms for pulse timing in FPGAs," in *Nuclear Science Symposium Conference Record, 2007. NSS'07. IEEE*, vol. 4. IEEE, 2007, pp. 3161–3165.
- [15] M. Haselman, R. Miyaoka, T. Lewellen, S. Hauck, W. McDougald, and D. Dewitt, "FPGA-based front-end electronics for positron emission tomography," in *Proceeding of the ACM/SIGDA international symposium on Field programmable gate arrays*. ACM, 2009, pp. 93–102.
- [16] P. Guerra, J. Ortuno, G. Kontaxakis, M. Ledesma-Carbayo, J. Vaquero, M. Desco, and A. Santos, "Real-time digital timing in positron emission tomography," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 55, no. 5, pp. 2531–2540, 2008.
- [17] R. Fernández, "Informe: Indicación de uso apropiado de PET," Gobierno Vasco. Departamento de Sanidad. Dirección de Planificación y Ordenación Sanitaria.
- [18] M. Cantero, "Tomografía por emisión de positrones: aspectos técnicos," *Radiobiología*, vol. 3, no. 1, pp. 47–58, 2003.
- [19] W. Sweet, "The uses of nuclear disintegration in the diagnosis and treatment of brain tumor," *New England Journal of Medicine*, vol. 245, no. 23, pp. 875–878, 1951.
- [20] F. Wrenn, M. Good, and P. Handler, "The use of positron-emitting radioisotopes for the localization of brain tumors," *Science*, vol. 113, no. 2940, pp. 525–527, 1951.
- [21] R. Nutt, "The history of positron emission tomography," *Molecular Imaging & Biology*, vol. 4, no. 1, pp. 11–26, 2002.
- [22] A. M. J. Paans, "Positron emission tomography," <http://cdsweb.cern.ch/record/1005065/files/p363.pdf>, 2006.
- [23] J. R. Mercer, "Molecular imaging agents for clinical positron emission tomography in oncology other than fluorodeoxyglucose (FDG):

- applications, limitations and potential,” *J Pharm Pharmaceut Sci*, vol. 10, no. 2, pp. 180–202, 2007.
- [24] I. Sánchez, “Radiofármacos PET,” *Revista Española de Medicina Nuclear*, vol. 20, no. 06, pp. 477–498, 2001.
- [25] Advisory Committee on Radiological Protection, “Radiation safety officers handbook part A INFO-0718,” [http://www.nuclearsafety.gc.ca/pubs\\_catalogue/uploads/I0718e.pdf](http://www.nuclearsafety.gc.ca/pubs_catalogue/uploads/I0718e.pdf), Canadian Nuclear Safety Comision, Oct. 2000.
- [26] “Kompendium,” <http://www.anst.uu.se/hanslund/Nuklidteknik/kompendium.pdf>, Uppsala Universitet.
- [27] J. Nuyts, “Nuclear medicine technology and techniques,” *Nuclear Medicine*, K.U.Leuven, Oct. 2008.
- [28] C. Levin and E. Hoffman, “Calculation of positron range and its effect on the fundamental limit of positron emission tomography system spatial resolution,” *Physics in medicine and biology*, vol. 44, pp. 781–799, 1999.
- [29] R. Raylman, B. Hammer, and N. Christensen, “Combined MRI-PET scanner: a Monte Carlo evaluation of the improvements in PET resolution due to the effects of a static homogeneous magnetic field,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 43, no. 4, pp. 2406–2412, 1996.
- [30] V. Grafutin and E. Prokop’ev, “Positron annihilation spectroscopy in materials structure studies,” *Physics-Uspokhi*, vol. 45, no. 1, pp. 59–74, 2002.
- [31] D. Rickey, R. Gordon, and W. Huda, “On lifting the inherent limitations of positron emission tomography by using magnetic fields (MagPET),” *Automedica*, vol. 14, pp. 355–369, 1992.
- [32] M. Harpen, “Positronium: Review of symmetry, conserved quantities and decay for the radiological physicist,” *Medical Physics*, vol. 31, pp. 57–61, 2004.

- [33] K. Mercurio, P. Zerker, R. Laforest, L. Sobotka, and R. Charity, “The three-photon yield from  $e^+$  annihilation in various fluids,” *Physics in Medicine and Biology*, vol. 51, pp. N323–N329, 2006.
- [34] K. Kacperski and N. Spyrou, “Three-gamma annihilations as a new modality in PET,” in *Nuclear Science Symposium Conference Record, 2004 IEEE*, vol. 6. IEEE, 2004, pp. 3752–3756.
- [35] C. Romano and C. López, “La masa del electrón y la cinemática relativista a través de colisiones entre fotones y electrones. laboratorio 5,” [http://www.fisicarecreativa.com/informes/infor\\_mod/compton\\_2k1.pdf](http://www.fisicarecreativa.com/informes/infor_mod/compton_2k1.pdf), Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires, 2001.
- [36] E. Vicente, “Simulación de un tomografo PET utilizando GEANT4,” <http://www.gae.ucm.es/fisatom/docencia/trabajos/esther/trabajo-esther.pdf>, Universidad Complutense de Madrid, 2001.
- [37] K. Sonnabend, W. Bayer, P. Mohr, and A. Zilges, “A simple experimental setup to demonstrate the basics of positron emission tomography,” *American Journal of Physics*, vol. 70, no. 9, pp. 929–934, 2002. [Online]. Available: <http://link.aip.org/link/?AJP/70/929/1>
- [38] J. Humm, A. Rosenfeld, and A. Guerra, “From PET detectors to PET scanners,” *European journal of nuclear medicine and molecular imaging*, vol. 30, no. 11, pp. 1574–1597, 2003.
- [39] B. Hammer, “Engineering considerations for a MR-PET scanner,” *Physica Medica*, vol. 12, pp. 69–76, 1996.
- [40] R. Lecomte, “Novel detector technology for clinical PET,” *European journal of nuclear medicine and molecular imaging*, vol. 36, pp. 69–85, 2009.
- [41] S. Derenzo, W. Moses, R. Huesman, and T. Budinger, “Critical instrumentation issues for  $< 2$  mm resolution, high sensitivity brain PET,” *Annals of nuclear medicine*, vol. 7, pp. 3–3, 1993.

- [42] C. Lerche, J. Benlloch, F. Sanchez, N. Pavón, B. Escat, E. Gimenez, M. Fernandez, I. Torres, M. Gimenez, A. Sebastia *et al.*, “Depth of  $\gamma$ -ray interaction within continuous crystals from the width of its scintillation light-distribution,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 52, no. 3, pp. 560–572, 2005.
- [43] C. Lerche, M. Döring, A. Ros, V. Herrero, R. Gadea, R. Aliaga, R. Colom, F. Mateo, J. Monzó, N. Ferrando *et al.*, “Depth of interaction detection for  $\gamma$ -ray imaging,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 600, no. 3, pp. 624–634, 2009.
- [44] H. Zaidi and K. Koral, “Scatter modelling and compensation in emission tomography,” *European Journal of Nuclear Medicine and Molecular Imaging*, vol. 31, no. 5, pp. 761–782, 2004.
- [45] R. Vinke, “Time-of-flight PET with SiPM sensors on monolithic scintillation crystals,” Ph.D. dissertation, Rijksuniversiteit Groningen, Ene 2011.
- [46] C. Melcher *et al.*, “Scintillation crystals for PET.” *Journal of nuclear medicine: official publication, Society of Nuclear Medicine*, vol. 41, no. 6, pp. 1051–1055, 2000.
- [47] J. Karp, S. Surti, M. Daube-Witherspoon, and G. Muehllehner, “Benefit of time-of-flight in PET: experimental and clinical results,” *Journal of Nuclear Medicine*, vol. 49, no. 3, pp. 462–470, 2008.
- [48] S. Strother, M. Casey, and E. Hoffman, “Measuring PET scanner sensitivity: relating countrates to image signal-to-noise ratios using noise equivalents counts,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 37, no. 2, pp. 783–788, 1990.
- [49] S. Surti, A. Kuhn, M. Werner, A. Perkins, J. Kolthammer, and J. Karp, “Performance of philips gemini TF PET/CT scanner with special consideration for its time-of-flight imaging capabilities,” *Journal of Nuclear Medicine*, vol. 48, no. 3, pp. 471–480, 2007.

- [50] S. O. Flyckt and C. Marmonier, *Photomultipliers tubes: Principles and applications*. Photonis, 2002.
- [51] S. Shimizu, K. Kurashige, T. Usui, N. Shimura, K. Sumiya, N. Senguttuvan, A. Gunji, M. Kamada, and H. Ishibashi, “Scintillation Properties of  $Lu_{0.4}Gd_{1.6}SiO_5$ : Ce (LGSO) Crystal,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 53, no. 1, pp. 14–17, 2006.
- [52] T. Ludziejewski, K. Moszynska, M. Moszynski, D. Wolski, W. Klamra, L. Norlin, E. Devitsin, and V. Kozlov, “Advantages and limitations of LSO scintillator in nuclear physics experiments,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 42, no. 4, pp. 328–336, 1995.
- [53] J. Rogers and C. Batty, “Afterglow in LSO and its possible effect on energy resolution,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 47, no. 2, pp. 438–445, 2000.
- [54] I. Garbett, “Lectures on nuclear medicine physics and instrumentation,” <http://golum.riv.csu.edu.au/~igarbett/phy232.files/04NMPhyLecTheory.v4.PDF>, Charles Sturt University, 2004.
- [55] “H8500 datasheet,” Hamamatsu Photonics K.K., Shizuoka, Japan, 2003.
- [56] V. Herrero-Bosch, R. Colom, R. Gadea, J. Espinosa, J. Monzo, R. Esteve, A. Sebastia, C. Lerche, and J. Benlloch, “PESIC: An integrated front-end for PET applications,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 55, no. 1, pp. 27–33, 2008.
- [57] V. Herrero, R. Gadea, R. Colom, A. Sebastia, J. Monzo, R. Esteve, C. Lerche, and J. Benlloch, “PESIC: An Integrated Front-End for PET Applications,” in *Real-Time Conference, 2007 15th IEEE-NPSS*. IEEE, 2007, pp. 1–6.
- [58] M. Spaggiari, V. Herrero, C. Lerche, R. Aliaga, J. Monzó, and R. Gadea, “AMIC: an expandable integrated analog front-end for light distribution moments analysis,” *Journal of Instrumentation*, vol. 6, p. C01094, 2011.

- [59] V. Herrero-Bosch, C. Lerche, M. Spaggiari, R. Aliaga-Varea, N. Ferrando-Jodar, and R. Colom-Palero, "AMIC: An expandable front-end for gamma-ray detectors with light distribution analysis capabilities," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 58, no. 4, pp. 1641–1646, 2011.
- [60] C. Lerche, V. Herrero-Bosch, M. Spaggiari, F. Mateo-Jimenez, J. Monz-Ferrer, R. Colom-Palero, and F. Mora-Mas, "Fast circuit topology for spatial signal distribution analysis," in *Real Time Conference (RT), 2010 17th IEEE-NPSS*. IEEE, 2010, pp. 1–8.
- [61] S. Siegel, R. Silverman, Y. Shao, and S. Cherry, "Simple charge division readouts for imaging scintillator arrays using a multi-channel PMT," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 43, no. 3, pp. 1634–1641, 1996.
- [62] V. Herrero, C. Lerche, M. Spaggiari, R. Aliaga, N. Ferrando, and R. Colom, "AMIC: An expandable front-end for gamma-ray detectors with light distribution analysis capabilities," in *Real Time Conference (RT), 2010 17th IEEE-NPSS*. IEEE, 2010, pp. 1–5.
- [63] R. Lyons, *Understanding digital signal processing*. Prentice Hall PTR, 2010.
- [64] J. Proakis and D. Manolakis, *Digital signal processing: principles, algorithms, and applications*. Prentice Hall Upper Saddle River, NJ., 1996, vol. 3.
- [65] M. Vetterli, P. Marziliano, and T. Blu, "Sampling signals with finite rate of innovation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 6, pp. 1417–1428, 2002.
- [66] J. Berent and P. Dragotti, "Perfect reconstruction schemes for sampling piecewise sinusoidal signals," in *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2006. ICASSP 2006 Proceedings. 2006 IEEE International Conference on*, vol. 3. IEEE, 2006, pp. III–III.

- [67] I. Maravic and M. Vetterli, “Sampling and reconstruction of signals with finite rate of innovation in the presence of noise,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 8, pp. 2788–2805, 2005.
- [68] P. Dragotti, M. Vetterli, and T. Blu, “Sampling moments and reconstructing signals of finite rate of innovation: Shannon meets Strang–Fix,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 55, no. 5, pp. 1741–1757, 2007.
- [69] “Texas instrument, OPA690, wideband, voltage feedback operational amplifier,” <http://focus.ti.com/docs/prod/folders/print/opa690.html>, Mar. 2011.
- [70] H. Spieler, *Semiconductor detector systems. Series on semiconductor science and technology*. Oxford University Press, 2005.
- [71] M. Rashid, *Microelectronic Circuits: Analysis and Design*. PWS Publishing Co., 1998.
- [72] T. Kugelstadt, “Active filter design techniques,” *Literature number: SLOA088*, 2002.
- [73] J. Karki, “Active low-pass filter design,” *Literature number: SLOA049a*, 2000.
- [74] J. Squire, “Analog filter design toolbox,” <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/9458-analog-filter-design-toolbox>, 2005.
- [75] “Página de soporte técnico de la familia Virtex 5 de Xilinx,” <http://www.xilinx.com/support/documentation/virtex-5.htm>, Xilinx.
- [76] J. Toledo, R. Esteve, and J. M. Monzo, “Documento interno: Sistema de adquisición de datos y detección de coincidencias para un PET de 16 detectores: Propuesta de implementación,” Universidad Politécnica de Valencia, Tech. Rep., 2009.

- [77] W. Moses, “Recent advances and future advances in time-of-flight PET,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 580, no. 2, pp. 919–924, 2007.
- [78] T. Budinger, “Time-of-flight positron emission tomography: status relative to conventional PET,” *Journal of nuclear medicine*, vol. 24, no. 1, pp. 73–78, 1983.
- [79] V. Spanoudaki and C. Levin, “Photo-detectors for time of flight positron emission tomography (ToF-PET),” *Sensors*, vol. 10, no. 11, pp. 10 484–10 505, 2010.
- [80] T. Lewellen, “Time-of-flight PET,” in *Seminars in nuclear medicine*, vol. 28, no. 3. Elsevier, 1998, pp. 268–275.
- [81] M. Conti, “Improving time resolution in time-of-flight PET,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2010.
- [82] H. Zaidi, N. Ojha, M. Morich, J. Griesmer, Z. Hu, P. Maniawski, O. Ratib, D. Izquierdo-Garcia, Z. Fayad, and L. Shao, “Design and performance evaluation of a whole-body ingenuity TF PET-MRI system,” *Physics in Medicine and Biology*, vol. 56, pp. 3091–3106, 2011.
- [83] M. Conti, “Effect of randoms on signal-to-noise ratio in TOF PET,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 53, no. 3, pp. 1188–1193, 2006.
- [84] F. Powlony and C. Balif, “Characterization of time resolved photo-detector systems for positron emission tomography.” Ph.D. dissertation, Neuchatel U., 2009.
- [85] W. Moses and M. Ullisch, “Factors influencing timing resolution in a commercial LSO PET camera,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 53, no. 1, pp. 78–85, 2006.



- [86] M. Moszyński, T. Ludziejewski, D. Wolski, W. Klamra, and V. Avdejchikov, "Timing properties of GSO, LSO and other Ce doped scintillators," *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 372, no. 1-2, pp. 51–58, 1996.
- [87] L. Hyman, "Time resolution of photomultiplier systems," *Review of Scientific Instruments*, vol. 36, no. 2, pp. 193–196, 1965.
- [88] V. Spanoudaki and C. Levin, "Investigating the temporal resolution limits of scintillation detection from pixellated elements: comparison between experiment and simulation," *Physics in Medicine and Biology*, vol. 56, pp. 735–756, 2011.
- [89] Z. Li-Ming, P. Hai-Ping, Z. Zi-Ping, C. Hong-Fang, S. Ming, and W. Jian, "Simulation study for a single TOF scintillator using GEANT4," *Measurement Science and Technology*, vol. 15, pp. N54–N57, 2004.
- [90] P. Jarron, E. Auffray, S. Brunner, M. Despeisse, E. Garutti, M. Goettlich, H. Hillemanns, P. Lecoq, T. Meyer, F. Powolny *et al.*, "Time based readout of a silicon photomultiplier (SiPM) for time of flight positron emission tomography (TOF-PET)," in *Nuclear Science Symposium Conference Record (NSS/MIC), 2009 IEEE*. IEEE, 2009, pp. 1212–1219.
- [91] J. Nam, Y. Choi, D. Kim, J. Kim, B. Casey, M. Jones, S. Olsen, M. Peters, J. Rodriguez, G. Varner *et al.*, "A detailed monte carlo simulation for the Belle TOF system," *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 491, no. 1-2, pp. 54–68, 2002.
- [92] M. Moszyński and T. Szcześniak, "Optimization of detectors for time-of-flight PET," in *Acta Physica Polonica B Proceedings Supplement, Workshop on Timing Detectors*, 2010.

- [93] Y. Shao, "A new timing model for calculating the intrinsic timing resolution of a scintillator detector," *Physics in Medicine and Biology*, vol. 52, p. 1103, 2007.
- [94] M. Kelbert, I. Sazonov, and A. Wright, "Exact expression for the variance of the photon emission process in scintillation counters," *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 564, no. 1, pp. 185–189, 2006.
- [95] B. Joly, G. Montarou, and N. Pauna, "First order simulations on time measurements using inorganic scintillators for PET applications," 2007.
- [96] A. Wright, "Fast timing with inorganic scintillators," *Electron Tubes, technical reprint R/P099*.
- [97] M. Kapusta, M. Moszynski, M. Balcerzyk, J. Braziewicz, D. Wolski, J. Pawelke, and W. Klamra, "Comparison of the scintillation properties of LSO: Ce manufactured by different laboratories and of LGSO: Ce," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 47, no. 4, pp. 1341–1345, 2000.
- [98] A. Parsons, "Photomultipliers - space charge effects & transit time spread," *Electron Tubes, technical reprint R/P064*.
- [99] B. Bengtson and M. Moszynski, "Timing properties of scintillation counters," *Nuclear Instruments and Methods*, vol. 81, no. 1, pp. 109–120, 1970.
- [100] T. Szczesniak, M. Moszynski, L. Swiderski, A. Nassalski, P. Lavouite, and M. Kapusta, "Fast photomultipliers for TOF PET," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 56, no. 1, pp. 173–181, 2009.
- [101] D. Binkley, "Optimization of scintillation-detector timing systems using monte carlo analysis," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 41, no. 1, pp. 386–393, 1994.

- [102] W. Choong, “The timing resolution of scintillation-detector systems: Monte carlo analysis,” *Physics in medicine and biology*, vol. 54, pp. 6495–6513, 2009.
- [103] A. Wright, “Design of photomultiplier output circuits for optimum amplitude or time response,” *Electron Tubes, technical reprint R/P065*.
- [104] T. Paulus, “Timing electronics and fast timing methods with scintillation detectors,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 32, no. 3, pp. 1242–1249, 1985.
- [105] R. Jackson, “Investigation of various shaping methods for the development of a fully-monolithic CMOS constant-fraction discriminator,” Ph.D. dissertation, University of Tennessee, Knoxville, Dic 1996.
- [106] ORTEC, “Fast-timing discriminator introduction,” *Application note*.
- [107] R. Vinke, H. Lohner, D. Schaart, H. Van Dam, S. Seifert, F. Beekman, and P. Dendooven, “Time walk correction for TOF-PET detectors based on a monolithic scintillation crystal coupled to a photosensor array,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 621, no. 1-3, pp. 595–604, 2010.
- [108] M. Nakhostin, P. Walker, and P. Sellin, “Time walk correction of cdte detectors using depth sensing technique,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 621, no. 1-3, pp. 506–512, 2010.
- [109] S. Mitra, *Procesamiento de señales digitales: un enfoque basado en computadora*. México: McGraw-Hill Higher Education, 2007.
- [110] E. Ifeachor and B. Jervis, *Digital signal processing: a practical approach*. Pearson Education, 2002.

- [111] A. Boussselham and C. Bohm, “Sampling pulses for optimal timing,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 54, no. 2, pp. 320–326, 2007.
- [112] M. Aykac, F. Bauer, C. Williams, M. Loope, and M. Schmand, “Timing performance of hi-rez detector for time-of-flight (TOF) PET,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 53, no. 3, pp. 1084–1089, 2006.
- [113] M. Bedwell and T. Paulus, “A versatile constant fraction 100 Mhz discriminator,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 25, no. 1, pp. 86–92, 1978.
- [114] M. El-Wahab, A. El-Arabi, and M. Battrawi, “Constant fraction timing with scintillation detectors,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 36, no. 1, pp. 401–406, 1989.
- [115] A. Codino, “The pulse digitization for measuring the time of flight of ionizing particles,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 440, no. 1, pp. 191–201, 2000.
- [116] P. Weinzierl, “New timing method for scintillation events in fast coincidence experiments,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 27, no. 4, pp. 226–229, 1956.
- [117] W. Gruhle, “Impuls-zeitformer für schnelle koinzidenzstufen,” *Nuclear Instruments and Methods*, vol. 4, no. 2, pp. 112–114, 1959.
- [118] M. Bedwell and T. Paulus, “A new constant fraction timing system with improved time derivation characteristics,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 23, no. 1, pp. 234–243, 1976.
- [119] —, “A constant fraction differential discriminator for use in fast timing coincidence systems,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 26, no. 1, pp. 422–427, 1979.
- [120] M. Simpson, C. Britton, A. Wintenberg, and G. Young, “An integrated, CMOS, constant-fraction timing discriminator for multichannel

- detector systems," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 42, no. 4, pp. 762–766, 1995.
- [121] M. Simpson, G. Young, R. Jackson, and M. Xu, "A monolithic, constant-fraction discriminator using distributed rc delay line shaping," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 43, no. 3, pp. 1695–1699, 1996.
- [122] M. Ghioni, S. Cova, C. Samori, and F. Zappa, "True constant fraction trigger circuit for picosecond photon-timing with ultrafast microchannel plate photomultipliers," *Review of scientific instruments*, vol. 68, pp. 2228–2237, 1997.
- [123] D. Binkley, B. Puckett, B. Swann, J. Rochelle, M. Musrock, and M. Casey, "A 10-Mc/s, 0.5- $\mu$ m cmos constant-fraction discriminator having built-in pulse tail cancellation," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 49, no. 3, pp. 1130–1140, 2002.
- [124] M. Maas, D. Van Der Laan, D. Schaart, J. Huizenga, J. Brouwer, P. Bruyndonckx, S. Léonard, C. Lemaître, and C. van Eijk, "Experimental characterization of monolithic-crystal small animal PET detectors read out by APD arrays," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 53, no. 3, pp. 1071–1077, 2006.
- [125] M. Ullisch and W. Moses, "Multi-CFD timing estimators for PET block detectors," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 54, no. 1, pp. 55–59, 2007.
- [126] R. Chase, "Pulse timing system for use with gamma rays on ge (li) detectors," *Review of Scientific Instruments*, vol. 39, no. 9, pp. 1318–1326, 1968.
- [127] Z. Cho and R. Chase, "Comparative study of the timing techniques currently employed with Ge detectors," *Nuclear Instruments and Methods*, vol. 98, no. 2, pp. 335–347, 1972.
- [128] —, "Rise time gated leading edge trigger for improved timing of monoenergetic gamma rays with Ge detectors," *Nuclear Instruments and Methods*, vol. 102, no. 2, pp. 299–304, 1972.

- [129] —, “Improved amplitude and rise time compensated timing with Ge detectors,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 19, no. 1, pp. 451–460, 1972.
- [130] M. El-Wahab and A. El-Arabi, “Analytical study of amplitude rise time compensated timing with coaxial Ge (Li) detectors,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 40, no. 2, pp. 147–152, 1993.
- [131] M. Nelson, B. Rooney, D. Dinwiddie, and G. Brunson, “Analysis of digital timing methods with  $BaF_2$  scintillators,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 505, no. 1-2, pp. 324–327, 2003.
- [132] M. Nakhostin, Y. Kikuchi, K. Ishii, S. Matsuyama, and H. Yamazaki, “Development of a digital front-end electronics for the CdTe PET systems,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 614, no. 2, pp. 308–312, 2010.
- [133] B. Joly, G. Montarou, J. Lecoq, G. Bohner, M. Crouau, M. Brosard, and P. Vert, “An optimal filter based algorithm for PET detectors with digital sampling front-end,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 57, no. 1, pp. 63–70, 2010.
- [134] J. Leroux, M. Tetrault, D. Rouleau, C. Pepin, J. Michaud, J. Cadorette, R. Fontaine, and R. Lecomte, “Time discrimination techniques using artificial neural networks for positron emission tomography,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 56, no. 3, pp. 588–595, 2009.
- [135] A. Boussselham, P. Ojala, and C. Bohm, “Digital timing with non-stationary noise optimal filter algorithm for LSO/APD detectors,” in *Nuclear Science Symposium Conference Record, 2007. NSS’07. IEEE*, vol. 1. IEEE, 2007, pp. 540–543.
- [136] P. Guerra, G. Sportelli, J. Ortuo, M. Ledesma-Carbayo, J. Vaquero, M. Desco, and A. Santos, “PETonCHIP: architecture of a on-chip

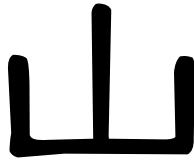
- high-resolution, fully digital positron emission tomography scanner for small animal imaging,” in *Nuclear Science Symposium Conference Record, 2007. NSS'07. IEEE*, vol. 5. IEEE, 2007, pp. 3324–3327.
- [137] P. Bento, F. Goncalves, C. Leong, P. Lousa, J. Nobre, J. Rego, P. Relvas, P. Rodrigues, J. Silva, L. Silva *et al.*, “Performance simulation studies of the clear-PEM DAQ/trigger system,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 53, no. 4, pp. 2102–2111, 2006.
- [138] P. Lousa, F. Almeida, P. Almeida, A. Bastos, V. Bexiga, R. Bugalho, S. Carmona, B. Carriço, C. Ferreira, N. Ferreira *et al.*, “High-speed data acquisition electronics for a PEM scanner,” in *Real Time Conference, 2009. RT'09. 16th IEEE-NPSS*. IEEE, 2009, pp. 196–200.
- [139] J. Monzo, C. Lerche, J. Martinez, R. Esteve, J. Toledo, V. Herrero, N. Ferrando, R. Aliaga, R. Colom, R. Gadea *et al.*, “Analysis of time resolution in monolithic crystal PET detectors using different digital time extraction algorithms,” in *Nuclear Science Symposium Conference Record, 2008. NSS'08. IEEE*. IEEE, 2008, pp. 4095–4100.
- [140] J. Monzó, C. Lerche, J. Martínez, R. Esteve, J. Toledo, R. Gadea, R. Colom, V. Herrero, N. Ferrando, R. Aliaga *et al.*, “Analysis of time resolution in a dual head LSO+ PSPMT PET system using low pass filter interpolation and digital constant fraction discriminator techniques,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 604, no. 1-2, pp. 347–350, 2009.
- [141] J. Monzo, R. Esteve, C. Lerche, N. Ferrando, J. Toledo, R. Aliaga, V. Herrero, and F. Mora, “Digital signal processing techniques to improve time resolution in positron emission tomography,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 58, no. 4, pp. 1613–1620, aug. 2011.
- [142] J. Monzo, R. Aliaga, V. Herrero, J. Martinez, F. Mateo, A. Sebastia, F. Mora, J. Benlloch, and N. Pavon, “Accurate simulation testbench

- for nuclear imaging systems,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 55, no. 1, pp. 421–428, 2008.
- [143] A. Albiol, V. Naranjo, and J. Prades, “Tratamiento digital de la señal.: teoría y aplicaciones.” 2009.
- [144] S. Agostinelli, J. Allison, K. Amako, J. Apostolakis, H. Araujo, P. Arce, M. Asai, D. Axen, S. Banerjee, G. Barrand *et al.*, “Geant4—a simulation toolkit,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research-Section A Only*, vol. 506, no. 3, pp. 250–303, 2003.
- [145] S. Jan, G. Santin, D. Strul, S. Staelens, K. Assie, D. Autret, S. Avner, R. Barbier, M. Bardies, P. Bloomfield *et al.*, “GATE: a simulation toolkit for PET and SPECT,” *Physics in medicine and biology*, vol. 49, p. 4543, 2004.
- [146] F. Salvat, J. Fernández-Varea, E. Acosta, and J. Sempau, “PEN-LOPE: A code system for Monte Carlo simulation of electron and photon transport,” in *Proceedings of a Workshop/Training Course, OECD/NEA*, 2001.
- [147] S. McCallum, P. Clowes, and A. Welch, “Simulation of the output from a scintillator/photodiode detector using Monte Carlo techniques and Spice circuit simulation,” in *Nuclear Science Symposium Conference Record, 2002 IEEE*, vol. 2. IEEE, 2002, pp. 881–884.
- [148] C. Leong, P. Bento, P. Lousa, J. Nobre, J. Rego, P. Rodrigues, J. Silva, I. Teixeira, J. Teixeira, A. Trindade *et al.*, “Design and test issues of an FPGA based data acquisition system for medical imaging using PEM,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 53, no. 3, pp. 761–769, 2006.
- [149] P. Guerra, J. Ortuño, J. Vaquero, G. Kontaxakis, M. Desco, and A. Santos, “Modeling the acquisition front-end in high resolution gamma-ray imaging,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 53, no. 3, pp. 1150–1155, 2006.



- [150] “LTspice IV, programa de simulación electrónica analógica de tipo spice,” <http://www.linear.com/designtools/software/\#LTspice>, Mar. 2011.
- [151] Mathematica, *version 7.0.0*. Champaign, Illinois: Wolfram Research, 2008.
- [152] “Texas instrument, ADS5273, 8-channel, 12-bit, 70 MSPS ADC,” <http://focus.ti.com/docs/prod/folders/print/ads5273.html>, Mar. 2011.
- [153] N. Kurosawa, H. Kobayashi, H. Kogure, T. Komuro, and H. Sakayori, “Sampling clock jitter effects in digital-to-analog converters,” *Measurement*, vol. 31, no. 3, pp. 187–199, Apr. 2002.
- [154] L. Angrisani and M. D’Arco, “Modeling timing jitter effects in Digital-to-Analog converters,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 58, no. 2, pp. 330–336, 2009.
- [155] “Minicircuits, ADT3-6T, Transformador de RF,” <http://www.minicircuits.com/pdfs/ADT3-6T.pdf>, Jul. 2011.
- [156] “Virtex 5 RocketIO GTP transceiver, User Guide,” [http://www.xilinx.com/support/documentation/user\\_guides/ug196.pdf](http://www.xilinx.com/support/documentation/user_guides/ug196.pdf), Jul. 2011.
- [157] “Xilinx ISE 10.1 Design Suite Software Manuals and Help,” <http://www.xilinx.com/itp/xilinx10/books/manuals.pdf>, Jul. 2011.
- [158] “Aurora link-layer protocol,” [http://www.xilinx.com/products/design\\_resources/conn.central/grouping/aurora.htm](http://www.xilinx.com/products/design_resources/conn.central/grouping/aurora.htm), Jul. 2011.
- [159] MATLAB, *version 7.5.0.342 (R2007b)*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2007.
- [160] J. Monzo, J. Martinez, J. Toledo, R. Esteve, V. Herrero, A. Sebastia, F. Mora, J. Benlloch, C. Lerche, and F. Sanchez, “Improved digital pulse height estimation for PET detectors using LMS adaptive filters,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 55, no. 1, pp. 48–53, 2008.

- [161] H. Li, W.-H. Wong, J. Uribe, H. Baghaei, Y. Liu, Y. Wang, T. Xing, and M. Aykac, “A new pileup-prevention front-end electronic design for high-resolution PET and gamma cameras,” *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 49, no. 5, pp. 2051 – 2056, oct 2002.
- [162] U. Meyer-Baese, *Digital signal processing with field programmable gate arrays*. Springer Verlag, 2007.
- [163] “LogiCORE IP Divider Generator v3.0,” [http://www.xilinx.com/support/documentation/ip\\_documentation/div\\_gen\\_ds530.pdf](http://www.xilinx.com/support/documentation/ip_documentation/div_gen_ds530.pdf), Ago. 2011.
- [164] “CY7C68001 data sheet,” <http://www.cypress.com/?docID=28017>, Cypress Semiconductors.



**Koko made o kishi**  
**mizo nonde saru**  
“Vine hasta aquí  
He bebido agua  
Y me voy de vuelta”  
Taneda Santôka