



UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA



Máster Universitario
en Tecnologías, Sistemas y
Redes de Comunicaciones

Análisis de modelos de negocio de Operadores Móviles Virtuales mediante Microeconomía y Teoría de Juegos

Autor: Katherine Daniela Morillo García

Director I: Luis Guijarro Coloma

Fecha de comienzo: 23/03/2021

Lugar de trabajo: Departamento de Comunicaciones

Objetivos — Analizar el modelo de negocio propuesto por un Operador Móvil Virtual que provee servicios de telecomunicaciones, tomando en cuenta las relaciones que mantiene con los usuarios del servicio y con el Operador Móvil de Red, quien vendría a ser el anfitrión, para determinar cuáles serían sus beneficios en términos de precios generados por el servicio hacia los usuarios o minorista y también por los servicios que presta el Operador de Red al Operador Virtual, lo cual sería un servicio mayorista; para ello se aplicará los conocimientos adquiridos en microeconomía y teoría de juegos, durante el desarrollo del máster.

Metodología — El método empleado para el desarrollo de este trabajo es el Método Científico, el cual se basa en una observación sistemática del problema a resolver, en este trabajo el método se ha empleado de la siguiente manera: el primer paso fue realizar un análisis del escenario principal o punto de partida, con este análisis se consigue identificar las que serán nuestras variables principales con las cuáles podremos empezar a plantear los problemas de los distintos escenarios a evaluar, una vez establecidos los distintos escenarios se resuelven de forma analítica hasta obtener la solución de cada uno de ellos, para finalmente hacer un análisis de los resultados obtenidos y detallar su interpretación como corresponda.

Desarrollos teóricos realizados — Cómo parte fundamental del desarrollo de este trabajo se aplica el concepto de microeconomía y de teoría de juegos, con los que se podrá plantear los distintos escenarios a evaluar. Adicionalmente se revisa el concepto de Operador Móvil Virtual (MVNO) y del Operador Móvil de Red, estableciendo la relación o dependencia que existe entre ellos y también explicando cómo se aplican los conceptos del campo de la economía con servicios de telecomunicaciones.

Desarrollo de prototipos y trabajo de laboratorio — Al ser un trabajo netamente analítico, no se desarrolla ningún prototipo o trabajo de laboratorio. Se utiliza la herramienta matemática MATLAB para realizar las graficas que representan las soluciones de los problemas planteados, las cuales nos ayudarán para la interpretación de los resultados.

Resultados — Se despliega una especie de cadena de dependencia entra la participación de ambos operadores, el MNO y el MVNO, esta dependencia se puede verificar en los resultados de los cálculos realizados, con los cuales también se puede evaluar y validar como las decisiones que tome un operador van a afectar directa o indirectamente al otro.

Líneas futuras — Debido a que en el desarrollo de este trabajo se operó solo con la participación de un MNO y un MVNO, queda la carta abierta para realizar el análisis de los escenarios a presentarse cuando en el juego estratégico participen más de una Operadora, tanto de red como virtual, ya que en el mercado existen una gran variedad de empresas dedicadas a brindar este tipo de servicios de telecomunicaciones.

Abstract — This work consists in the analysis of the business models that may exist between a Virtual Mobile Operator and a Mobile Network Operator. For this, a short review of the theoretical concepts is made that will help us to define under which model is operated or if it is a strategic game. Once the game or model has been defined, the possible scenarios that both participating operators would face are reviewed, which concludes that there will be 3 stages, where in the first 2 only the MNO participates in decision-making and in the last scenario there is also the participation of the MVNO. As the main objective of this academic work is the analysis of the decisions that both operators make to achieve their maximum benefit individually, greater emphasis is placed on the third stage. Once the mathematical analysis of this scenario has been broken down to find the function that expresses the maximization of its benefits, the respective graphs are made that will allow a clear interpretation of the results obtained.

ÍNDICE

I. Introducción	4
1.1. Objetivos	4
1.2. Conceptos Teóricos.....	5
1.2.1. Microeconomía	5
1.2.2. Teoría de Juegos.....	5
II. Análisis de Escenarios	7
2.1. Primer Escenario: Beneficios del MNO en función a la capacidad de la red.....	8
2.2. Segundo Escenario: Beneficios del MNO con exponente α	8
2.3. Tercer Escenario: Beneficios del MNO en función a los beneficios del MVNO	8
III. Planteamiento de Problemas y Soluciones	10
3.1. Problema y Solución Para el Primer Escenario.....	10
3.2. Problema y Solución Para el Segundo Escenario.....	14
3.3. Problema y Solución Para el Tercer Escenario	15
IV. Análisis de Resultados	18
4.1. Beneficios del Operador Móvil Virtual.....	18
4.2. Beneficios del Operador Móvil de Red.....	19
V. Conclusiones	21
Agradecimientos	22
Bibliografía	23

I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad podemos decir que las telecomunicaciones son una pieza importante del motor que mueve al mundo, ya que gracias a ellas nos mantenemos comunicados sin importar las distancias que nos separen, adicionalmente hoy en día podemos ver que las telecomunicaciones están presentes en muchos aspectos de nuestra vida cotidiana como: movilidad, estudios, trabajo, medicina, ocio, entre otros; por lo que mantenerse conectado a través de un móvil, Tablet o computador es de suma importancia para los seres humanos. Gracias a esto es que las empresas dedicadas a brindar servicios y soluciones de telecomunicaciones han tenido un crecimiento abismal, haciendo que existan muchas empresas compitiendo en el mercado, lo cual brinda a los usuarios, sean estos individuales o empresariales, una amplia oferta y variedad para escoger al mejor proveedor que se apegue a sus necesidades. En base a estos antecedentes es que nos apoyamos en la teoría de juegos para el desarrollo de este trabajo.

Como punto de partida para este trabajo, nos enfocaremos en los conceptos de un Operador Móvil Virtual (MVNO por sus siglas en inglés) y de un Operador de Red (MNO por sus siglas en inglés). Como se indica en [1] *“un MVNO es una compañía de telefonía móvil que no tiene ninguna concesión de espectro de frecuencia. Por lo tanto, al no tener su propia red se la alquilan a otras operadoras, las que vendrían a ser el MNO”*. En este caso, el MVNO adquirirá los servicios del MNO buscando la maximización de sus beneficios, mientras que el MNO definirá el precio adecuado para vender sus servicios al MVNO buscando la maximización de sus beneficios. Ahora bien, se debe tomar en cuenta que en este proceso de búsqueda de beneficios se nos presentarán varios escenarios para analizar ya que tendremos algunas variables determinantes que tomar en cuenta, las cuales se definirán en los próximos capítulos. También es importante conocer que en el mercado existen varios MVNO y MNO los cuales operan y compiten simultáneamente, pero en este trabajo partiremos trabajaremos con la participación de un solo MNO y MVNO.

1.1. Objetivos.

El objetivo general de este trabajo es analizar el modelo de negocio propuesto por un Operador Móvil Virtual (MVNO) para determinar cuáles serían sus beneficios en términos de precios generados por el servicio hacia los usuarios y por los servicios que le presta el Operador Móvil de Red, aplicando los conocimientos adquiridos en microeconomía y teoría de juegos durante el desarrollo del máster. Cabe indicar que para llegar al cumplimiento de este objetivo general son importantes los siguientes objetivos específicos:

- Definir las variables con las que se va a trabajar.
- Analizar los posibles escenarios a presentarse.

- Plantear el problema a resolver para cada escenario.
- Resolver de forma analítica cada problema planteado.
- Interpretar los resultados obtenidos.

1.2. Conceptos Teóricos.

Este punto se enfoca en tratar conceptos teóricos fundamentales, que permitirán una mejor comprensión de este trabajo para los lectores, ya que como se menciona en los objetivos planteados vamos a utilizar la microeconomía y la teoría de juegos como medios o herramientas para la obtención de resultados.

1.1.1. Microeconomía.

De acuerdo con lo que se describe en [2] “*la microeconomía es la disciplina que estudia el comportamiento económico de empresas, hogares e individuos y su interacción con los mercados*”. Al hablar de que existe una interacción entre dos entes, la microeconomía también se encarga de analizar la toma de decisiones que estos realizan para asignar sus recursos a las distintas posibilidades que se vayan presentando.

La aplicación de este concepto la encontramos inmerso en el presente trabajo, ya que nuestros entes participantes son el MNVO y el MNO, cada uno realiza su respectivo análisis de los recursos que posee, con cuáles de ellos puede negociar o vender, además de la demanda del mercado teniendo en cuenta que en algún momento puede variar, por lo que ambos buscarán establecer formas o modelos con los cuales la empresa obtenga su máximo beneficio.

1.1.2. Teoría de Juegos.

La teoría de juegos según [3] es una parte de la economía que también puede describirse como un modelo matemático que permite comprender el comportamiento e interacción de los participantes ante la toma de decisiones. Un claro y muy conocido ejemplo que permite entender el concepto de la teoría de juegos es “El Dilema Del Prisionero”, donde participan dos personas acusadas de cometer un delito, en las respectivas entrevistas individuales con los prisioneros se les plantea la siguiente oferta: si el sujeto A confiesa en contra del sujeto B se le exonera de sus cargos y queda en libertad, mientras que al sujeto B se le da 20 años de prisión; por otra parte, si el sujeto A no confiesa y el sujeto B si lo hace, el sujeto A recibirá los 20 años de prisión; en otro escenario si ambos sujetos deciden confesar cada uno recibirá una condena de 5 años en prisión y si ninguno de los dos sujetos confiesa recibirán una condena de 1 año de prisión cada uno. El dilema

en este ejemplo es que al ser confesiones individuales ninguno de los sujetos puede saber con antelación que decisión tomará el otro o tampoco pueden hablar para llegar a un acuerdo. En la figura 1 se muestra de forma resumida el ejemplo relatado.

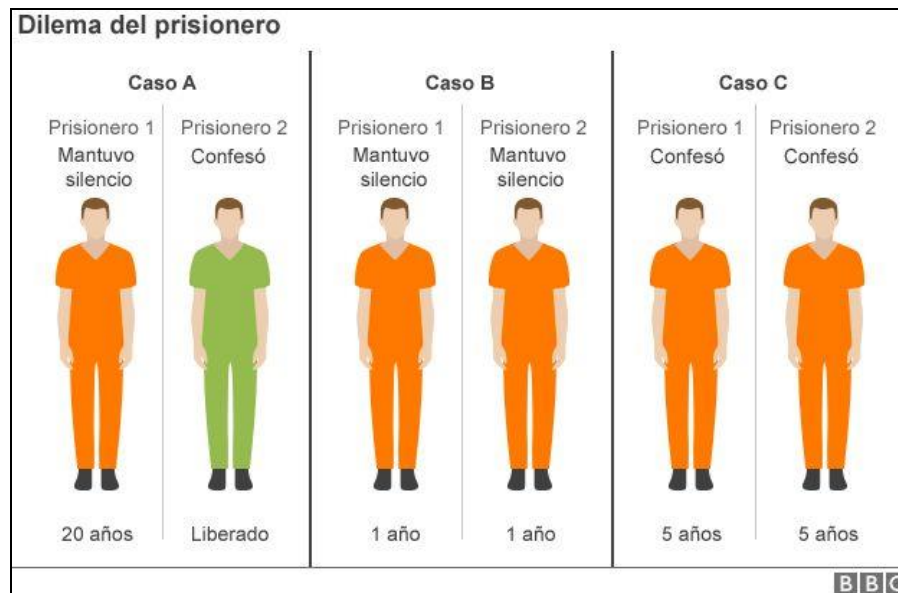


Fig.1. Gráfica resumen del dilema del prisionero.

Aplicando este concepto en nuestro trabajo, tanto el MVNO como el MNO deben tomar sus propias decisiones en cuanto a precios de sus servicios con el fin de alcanzar sus máximos beneficios desconociendo la decisión que el otro tomará. Si bien en nuestro caso el MVNO adquiere servicios del MNO la relación o dependencia se genera de la siguiente manera: si el MNO decide poner un alto precio a sus servicios afectará también al precio de los servicios del MVNO para que sus ganancias no se vean afectadas, lo cuál complicaría su participación en el mercado por tener un servicio que el usuario puede considerar como costoso; por lo contrario si el MNO decide poner un precio accesible (aun generándole beneficios o ganancias) el MVNO no se verá forzado a aumentar su precio en el mercado, tendrá una buena cantidad de suscriptores o usuarios, por lo que indirectamente también le generará ganancias al MNO.

II. ANÁLISIS DE ESCENARIOS

Antes de empezar a analizar los distintos escenarios que se pueden presentar en el desarrollo de este trabajo, es importante determinar cuál es el modelo que se aplica a nuestro problema de partida y así verificar si se trata o no de un juego estratégico.

Pues bien, tenemos dos participantes que son el Operador Móvil Virtual (MVNO) y el Operador Móvil de Red (MNO) donde cada uno debe decidir el precio a sus servicios para la maximización de sus beneficios de forma individual, la decisión que tome el MNO afectará directamente sobre la decisión que tome también el MVNO, y ambos también de forma indirecta dependen de la cantidad de usuarios que decidan suscribir con el servicio ofrecido por el MVNO. Por lo tanto, se puede decir que efectivamente tenemos un juego estratégico. En la figura 2 se muestra el modelo del sistema con el que vamos a trabajar para definir los escenarios.

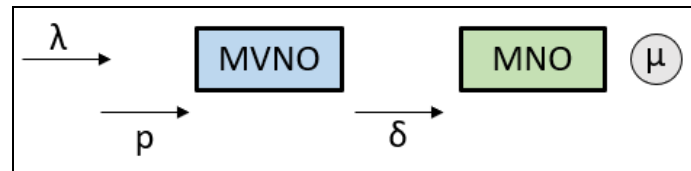


Fig.2. Modelo del sistema principal.

Lo que vemos en el sistema representado gráficamente, es lo siguiente: tenemos a ambos operadores el MVNO y el MNO que generan su dependencia de acuerdo con sus variables o parámetros, tomando en cuenta que dependiendo del escenario que trabajemos, algunos de los valores serán variables y otros parámetros fijos.

De la figura 2 podemos determinar el cálculo de los beneficios del MVNO (valor representado por Π_v), donde intervienen directamente el número de usuarios que suscriben al servicio (λ), el precio que cobra el MNO por el servicio que brinda en su red (p) y la tasa que el MVNO le paga al MNO por su gestión (δ), por lo tanto, podemos definir que los beneficios del MVNO se puede expresar bajo la siguiente ecuación:

$$\Pi_v = \lambda(p - \delta) \quad (1)$$

Ahora bien, por lo mencionado anteriormente es muy importante que en cada escenario planteado se vayan revisando las que serán variables y los que serán parámetros, puesto que esto depende de la participación de los operadores y la dependencia que se genere.

2.1. Primer Escenario: Beneficios del MNO en función a la capacidad de la red.

En el primer escenario a analizar, el principal factor es que el Operador Móvil Virtual (MVNO) no toma decisiones, es decir no participa de forma activa. En este caso quien toma decisiones es únicamente el Operador Móvil de Red (MNO), por lo tanto, en este escenario se debe calcular únicamente los beneficios del MNO en función de la capacidad de la red correspondiente a la variable μ , mediante la resolución de un problema de maximización tomando en cuenta todas sus restricciones a las cuales se puede someter.

En la figura 3 se muestra el modelo desde donde partimos para la definición del primer escenario, como se observa no hay la participación del MVNO, y aunque los beneficios del MNO estén en función de la variable μ , siempre va a influir la cantidad de usuarios que suscriben al servicio.

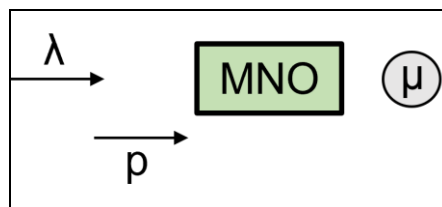


Fig.3. Modelo del sistema del primer escenario.

2.2. Segundo Escenario: Beneficios del MNO con exponente α .

De igual forma que en el primer escenario, el objetivo aquí es buscar los beneficios del Operador Móvil de Red (MNO), sin la participación del Operador Móvil Virtual (MVNO), en función de la capacidad de la red, con la diferencia de que en este escenario aparece una nueva variable α que influye directamente en el proceso de planteamiento de la función objetivo, su participación y función se describirá a detalle más adelante. Cabe aclarar que este escenario no va a influir en la solución del objetivo principal, pero es importante su desarrollo para así visualizar como afectaría algún cambio con respecto a una variable o parámetro.

2.3. Tercer Escenario: Beneficios del MNO en función a los beneficios del MVNO.

A diferencia del primer escenario, en el tercer escenario ya hay una participación activa del MVNO, puesto que aquí ya toma decisiones con respecto al precio p con el objetivo de maximizar sus beneficios, para ello se debe tener en cuenta que el MNO tomó primero su decisión de como participar en el juego, dando paso al MVNO para que posteriormente los usuarios sean quienes tomen una decisión de si suscriben o no al servicio. Por lo tanto, se resuelve el problema de maximización para obtener los beneficios del MVNO trabajando con p como la variable principal.

En la figura 4 se representa el modelo del sistema para este escenario, donde se establece la existencia de la relación de los dos operadores, la cual se define a detalle más adelante.

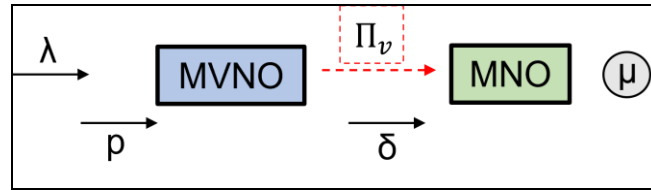


Fig.4. Modelo del sistema del tercer escenario.

Cabe mencionar que este escenario se considera como principal, ya que es el que representa al objetivo a cumplir de este trabajo por lo que se hará mayor énfasis en su desarrollo y resultados, no obstante, el planteamiento de este escenario depende de los resultados obtenidos en los anteriores escenarios.

Una vez que se han definido los tres escenarios con los que vamos a trabajar, lo que sigue es plantear los respectivos problemas con sus funciones objetivo para resolverlos de forma analítica y así llegar a sus soluciones, lo cual lo veremos en el capítulo siguiente.

III. PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS Y SOLUCIONES

Una vez analizados y definidos los escenarios con los que vamos a trabajar, es momento de plantear los problemas referentes a cada escenario para proceder con su respectiva solución. Como se ha podido ver en el análisis de los escenarios, se despliegan como una cadena, es decir para poder resolver el segundo escenario se necesita la solución del primero, y para la solución del tercer escenario también se necesita la solución del primero. A continuación, se muestran los problemas planteados y la solución a los mismos.

3.1. Problema y Solución Para el Primer Escenario.

Cómo se mencionó anteriormente, en el primer escenario se tiene la participación del MNO quien necesita maximizar sus beneficios en función de μ , es decir en función de su capacidad. Para ello partimos de las utilidades de los usuarios U_m que como se indica en [4], las utilidades surgen de la relación que existe entre el pago que hace el usuario y el QoS (calidad de servicio), ya que todo servicio de telecomunicaciones tiene que sujetarse a ciertos parámetros de calidad, tomando en cuenta que el usuario no solo busca precios cómodos a su bolsillo, sino también calidad por el servicio que paga, hay que tener en cuenta que en este caso el QoS representa una parte no monetaria.

Tomando en cuenta lo antes mencionado, la relación de dependencia para obtener la utilidad se expresa en (2):

$$U_m = QoS - p \quad (2)$$

De esta relación podemos concluir que, si el valor que representa el QoS es mayor que el pago que hace el usuario, mayor será la utilidad que perciba el usuario, en otras palabras, a mayor calidad más utilidades recibe el usuario.

Ahora bien, lo que prosigue es determinar el valor de QoS, para esto se debe considerar algo muy conocido que es la teoría de colas que se define como líneas o puntos de espera dentro de un sistema en constante flujo. Dentro de lo que es la teoría de colas se emplea la notación de Kendall para representar una cola, en este caso el sistema del escenario de este trabajo se representa como una cola M/M/1 [4]. En la figura 5 se muestra el significado de la nomenclatura del sistema.

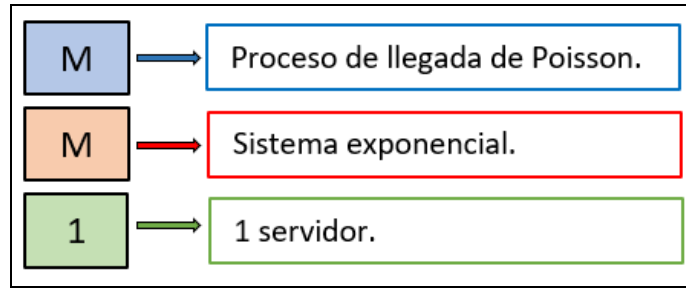


Fig.5. Nomenclatura del sistema M/M/1.

Pues bien, con este sistema lo que se busca mostrar es que los usuarios del servicio van a generar paquetes para transmitir, por lo que estos paquetes llegan al sistema con una tasa media λ , donde el tiempo de transmisión de los paquetes se distribuye con una media de $1/\mu$, de donde surge el término T que representa al tiempo medio del sistema, es decir el tiempo le toma a un paquete completar la transmisión, lo que afectaría directamente a la calidad del servicio y por ende también al precio que paga el usuario, por lo que el QoS se define con la siguiente expresión:

$$QoS = cT^{-1} \quad (3)$$

donde c es un factor de conversión a unidades monetarias ya que como se mencionó anteriormente el QoS es un factor no monetario.

Ahora es momento de determinar la variable T , como se indicó anteriormente esta variable comprende la tasa media de llegada de los paquetes y el tiempo medio de distribución de los mismos, donde al ser μ la capacidad de la red, precisa ser mayor a la cantidad de usuarios que suscriben al servicio, ya que de lo contrario se perdería la calidad del servicio, además en este caso la tasa media de llegada al sistema equivale a la cantidad de usuarios que suscriben al servicio ya que cada usuario que suscribe genera los paquetes que llegan al sistema, por lo tanto la variable T se define como:

$$T = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (4)$$

Una vez que se han determinado todos los parámetros implícitos en la obtención de las utilidades de los usuarios, reemplazamos (4) en (3) y la expresión que se obtenga la reemplazamos en (2) y obtenemos la expresión final para las utilidades de los usuarios, siempre y cuando decidan suscribir al servicio ya que si deciden no suscribir no habría utilidades, por lo tanto, tenemos dos casos detallados a continuación:

- Cuando el usuario decide suscribir, sus utilidades tendrán el valor definido en (5)

$$u_m = c \left(\frac{1}{\mu - \lambda} \right)^{-1} - p \quad (5)$$

- Cuando el usuario decide no suscribir, sus utilidades lógicamente serían 0.

$$u_m = 0 \quad (6)$$

Es importante que para el planteamiento del problema se tome en cuenta ambos casos, por lo tanto, trabajaremos con (5) y (6) planteando una igualdad de la cual despejamos el valor de λ , es decir el número de usuarios que suscriben al servicio, por lo tanto, también tendremos dos casos:

- Cuando si hay usuarios que suscriben al servicio, que sería el resultado del despeje anteriormente indicado:

$$\lambda = \mu - \frac{p}{c} \quad (7)$$

- Cuando los usuarios deciden no suscribir:

$$\lambda = 0 \quad (8)$$

De los dos casos indicados podemos observar que si los usuarios deciden no suscribir la capacidad de la red μ será menor al precio p sobre el factor de conversión c , mientras que cuando los usuarios deciden suscribir el valor de μ será mayor a la división indicada. La expresión general de λ se muestra a continuación:

$$\lambda = \begin{cases} \mu - \frac{p}{c} & ; \quad \mu \geq \frac{p}{c} \\ 0 & ; \quad \mu < \frac{p}{c} \end{cases} \quad (9)$$

Ahora para obtener la función objetivo del problema de maximización que se está planteando, vamos a trabajar con la expresión de los beneficios del MNO cuando participa solo un operador, esta expresión se toma de [4] y se muestra en (10), donde δ es la tasa que paga el MVNO por cada paquete gestionado por el MNO, k_0 representa a la constante del costo unitario de adquisición del MNO y q_0 es un parámetro de ajuste de costos del MNO.

$$\Pi_R = \lambda\delta - k_0\mu - q_0\mu^2 \quad (10)$$

Lo que esta expresión representa es la relación de dependencia de los beneficios del MNO en función a la capacidad de la red y las tasas o constantes que hacen posible el ajuste del sistema a un modelo económico.

En esta expresión (10) debemos reemplazar los valores de λ en ambos casos, lo cual nos llevará a obtener una función a trozos ya que se debe evaluar las dos situaciones de la decisión de los usuarios.

Cabe mencionar que la función objetivo que se obtenga debe someterse a ciertas restricciones, las cuales definirán los rangos en los cuales los valores obtenidos sean válidos. Para la determinación de las restricciones para este primer escenario vamos a trabajar con la utilidad de los usuarios cuando sí suscriben, expresión que se indica en (5), la cual nos indica también que el costo va a ser muy alto por lo que la utilidad siempre será negativa, por lo tanto:

$$u_m < 0 \quad (11)$$

Reemplazamos (5) en (11) y obtenemos la siguiente restricción:

$$\mu < \frac{p}{c} \quad ; \quad \text{cuando } \lambda_0 \text{ es } 0$$

Ya juntando los reemplazos mencionados y tomando en cuenta la restricción calculada, la función objetivo para el primer escenario se define en (12):

$$\Pi_R = \begin{cases} (\delta - k_0)\mu - q_0\mu^2 - \frac{\delta p}{c} & ; \quad \mu \geq \frac{p}{c} \\ -k_0\mu - q_0\mu^2 & ; \quad 0 \leq \mu < \frac{p}{c} \end{cases} \quad (12)$$

A simple vista podemos definir que la función es cóncava, por lo tanto, el problema es convexo y se puede aplicar las condiciones de Karush – Kuhn - Tucker para encontrar la solución al problema de maximización, donde se necesita encontrar el valor de μ^* con el que los beneficios del operador de red Π_R se maximicen. Una vez realizadas las operaciones respectivas se llega a la siguiente solución:

$$\mu^* = \begin{cases} \frac{\delta - k_0}{2q_0} & ; \quad \frac{\delta - k_0}{2q_0} \geq \frac{p}{c} \\ \frac{p}{c} & ; \quad \frac{2q_0 p}{c} < k_0 \end{cases} \quad (13)$$

Una vez que se tiene el valor de μ^* debemos reemplazarlo en la función objetivo para si determinar la función que generará los máximos beneficios al MNO dependiendo de la capacidad de la red, En la expresión (14) se muestra el resultado final de los beneficios del MNO ya maximizados:

$$\Pi_R = \begin{cases} \frac{c(\delta - k_0)^2 - 4\delta pq_0}{4q_0c} & ; \quad \frac{\delta - k_0}{2q_0} \geq \frac{p}{c} \\ -\left(k_0 + \frac{q_0 p}{c}\right) \frac{p}{c} & ; \quad \frac{2q_0 p}{c} < k_0 \end{cases} \quad (14)$$

Por lo tanto, con la expresión obtenida en (14), el MNO logrará maximizar sus beneficios en dependiendo de la capacidad de la red μ .

3.2. Problema y Solución Para el Segundo Escenario.

Este segundo escenario es similar al primero, con la diferencia de que en la ecuación (5) en lugar de trabajar con un exponente algo restrictivo como -1, trabajaremos con un exponente $-\alpha$, el cual representa una expresión más general, es decir con la nueva expresión que se define como:

$$u_m = c \left(\frac{1}{\mu - \lambda} \right)^{-\alpha} - p \quad (15)$$

De igual forma que en el primer escenario, trabajamos con los 2 casos posibles de las utilidades de los usuarios, por lo tanto, las ecuaciones a igualar para determinar el nuevo valor de λ son (6) y (15), obteniendo como resultado la siguiente expresión:

$$\lambda = \mu - \left(\frac{p}{c} \right)^{1/\alpha} \quad (16)$$

En este escenario también se toma en cuenta el caso en el que los usuarios no suscriben como se define en (8) y los dos valores de λ también se reemplazan en (10), dándonos como resultado una función a trozos. En cuanto a la obtención de las restricciones, la evaluación o análisis es muy similar al primer escenario, por lo que reemplazamos (15) en (11). Una vez realizados los reemplazos respectivos en las ecuaciones indicadas, la función objetivo del segundo escenario se define por:

$$\Pi_R = \begin{cases} (\delta - k_0)\mu - q_0\mu^2 - \delta \left(\frac{p}{c} \right)^{1/\alpha} & ; \quad \mu \geq \left(\frac{p}{c} \right)^{1/\alpha} \\ -k_0\mu - q_0\mu^2 & ; \quad 0 \leq \mu < \left(\frac{p}{c} \right)^{1/\alpha} \end{cases} \quad (17)$$

De igual forma que (12), esta función es cóncava, por lo que el problema convexo y se puede aplicar las condiciones de Karush – Kuhn - Tucker para encontrar la solución al problema de

maximización, donde se necesita encontrar el valor de μ^* con el que los beneficios del operador de red Π_R se maximicen. Una vez realizadas las operaciones respectivas se llega a la siguiente solución:

$$\mu^* = \begin{cases} \frac{\delta - k_0}{2q_0} & ; \quad \frac{\delta - k_0}{2q_0} \geq \left(\frac{p}{c}\right)^{1/\alpha} \\ \left(\frac{p}{c}\right)^{1/\alpha} & ; \quad k_0 > 2q_0 \left(\frac{p}{c}\right)^{1/\alpha} + \delta \end{cases} \quad (18)$$

Tal y como se hizo en el primer escenario, reemplazamos el valor de μ^* expresado en (18) en la función objetivo representada en (17) para encontrar la final expresión de los beneficios del MNO ya maximizados. Esta expresión se muestra en (19):

$$\Pi_R = \begin{cases} \frac{(\delta - k_0)^2}{4q_0} - \delta \left(\frac{p}{c}\right)^{1/\alpha} & ; \quad \frac{\delta - k_0}{2q_0} \geq \left(\frac{p}{c}\right)^{1/\alpha} \\ \left(\frac{p}{c}\right)^{1/\alpha} \left[-k_0 - q_0 \left(\frac{p}{c}\right)^2\right] & ; \quad k_0 > 2q_0 \left(\frac{p}{c}\right)^{1/\alpha} + \delta \end{cases} \quad (19)$$

3.3. Problema y Solución Para el Tercer Escenario.

Como se mencionó anteriormente este es el escenario principal de este trabajo y a diferencia de los escenarios anteriores, aquí ya hay una participación directa y activa del MVNO conjuntamente con el MNO, por lo que el tercer escenario se divide en 2 partes, en la primera parte vamos a determinar los beneficios del MVNO (Π_v) en función de p , por lo tanto, el valor de p que calculemos estará en función de μ , valor que posteriormente utilizaremos en la segunda parte para finalmente encontrar los beneficios del MNO con sus variables en dependencia a los beneficios del MVNO.

Para este escenario usaremos como punto de partida la expresión (1) donde se muestra la ecuación que representa a los beneficios del MVNO, y al estar en función de λ , significa que tendremos que trabajar con sus dos casos como se muestra en (9) es decir cuando los usuarios deciden suscribir y cuando deciden no suscribir, por lo tanto, reemplazamos los valores de λ en (1) y de las restricciones establecidas despejamos p para obtener las nuevas restricciones. Una vez realizado este procedimiento se obtiene la función objetivo para la primera parte del tercer escenario, la cual se expresa de la siguiente manera:

$$\Pi_v = \begin{cases} \left(\mu + \frac{\delta}{c}\right)p - \frac{p^2}{c} - \delta\mu & ; \quad p \leq \mu c \\ 0 & ; \quad p > \mu c \end{cases} \quad (20)$$

A simple vista podemos definir que la función es cóncava, por lo tanto, el problema es convexo y se puede aplicar las condiciones de Karush – Kuhn - Tucker para encontrar la solución al problema de maximización, donde se necesita encontrar el valor de p^* con el que los beneficios del operador móvil virtual Π_v se maximicen. Una vez realizadas las operaciones respectivas se llega a la siguiente solución correspondiente a la primera parte del tercer escenario:

$$p^* = \frac{\mu c + \delta}{2} \quad ; \quad \mu \geq \frac{\delta}{c} \quad (21)$$

Ahora que tenemos el valor de p^* debemos reemplazarlo en la función objetivo expresada en (20) para encontrar la función que maximice los beneficios del MVNO en base a p , el resultado de dicho reemplazo se muestra en (22):

$$\Pi_v = \frac{(\mu c + \delta)^2}{4c} - \delta\mu \quad ; \quad \mu \geq \frac{\delta}{c} \quad (22)$$

Una vez obtenido el valor de p en función de μ que se muestra en (21), lo vamos a reemplazar en la ecuación (7) de λ cuando si hay suscriptores, y la expresión resultante de este reemplazo es:

$$\lambda = \frac{\mu c - \delta}{2c} \quad (23)$$

Con este nuevo valor de λ cuando los usuarios deciden suscribir al servicio, sin olvidar la opción de no suscribir, procedemos a reemplazarlo en la expresión (10) que corresponde a los beneficios del operador móvil de red cuando solo participa un MNO, y de estos reemplazos obtendremos la función objetivo que corresponde a la segunda parte del tercer escenario, la cual se escribe en la siguiente expresión:

$$\Pi_R = \begin{cases} \left(\frac{\delta}{2} - k_0\right)\mu - q_0\mu^2 - \frac{\delta^2}{2c} & ; \quad \mu \geq \frac{\delta}{c} \\ -k_0\mu - q_0\mu^2 & ; \quad 0 < \mu < \frac{\delta}{c} \end{cases} \quad (24)$$

Podemos definir que la función planteada es cóncava, por lo tanto, el problema es convexo y se puede aplicar las condiciones de Karush – Kuhn - Tucker para encontrar la solución al problema de maximización, donde se necesita encontrar el valor de μ^* con el que los beneficios del operador móvil de red Π_R se maximicen. Una vez realizadas las operaciones respectivas se llega a la

siguiente solución correspondiente a la parte final del tercer escenario, la cual también es el resultado final del objetivo planteado en este trabajo:

$$\mu^* = \begin{cases} \frac{\delta - 2k_0}{4q_0} & ; \quad \delta \geq \frac{2k_0c}{c - 4q_0} \\ \frac{\delta}{c} & ; \quad \delta > -\frac{2ck_0}{4q_0 - c} \end{cases} \quad (25)$$

Como corresponde, a continuación, vamos a reemplazar el valor obtenido en (25) en la función objetivo planteada en 24 y así obtener finalmente la expresión que maximice los beneficios del MNO contando con la participación previa del MVNO, la solución descrita se muestra a continuación:

$$\Pi_R = \begin{cases} \frac{(\delta - 2k_0)^2}{16q_0} - \frac{\delta^2}{2c} & ; \quad \delta \geq \frac{2k_0c}{c - 4q_0} \\ -\frac{\delta}{c} \left(k_0 + \frac{q_0\delta}{c} \right) & ; \quad \delta > \frac{2ck_0}{4q_0 - c} \end{cases} \quad (26)$$

Se puede decir que la expresión que acabamos de obtener en (26) corresponde a la solución final de nuestro objetivo planteado, pues esta solución recoge la participación de ambos operadores en su orden respectivo.

IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección vamos a realizar el análisis y la interpretación respectiva de los resultados obtenidos en el tercer escenario, ya que como se había mencionado este es el escenario principal que engloba el objetivo planteado en este trabajo, cabe recalcar que lo resuelto en el primer y segundo escenario funcionan como herramientas para llegar al planteamiento del tercer escenario.

Para los análisis indicados nos ayudaremos de las gráficas correspondientes a las funciones de los beneficios calculados, las mismas que se hicieron con la ayuda de la aplicación MATLAB.

El primero resultado a analizar será el correspondiente a los beneficios del MVNO, ya que prácticamente este es el punto de partida para el resultado final que corresponde a los beneficios del MNO.

4.1. Beneficios del Operador Móvil Virtual.

Para graficar la expresión (22) que muestra los beneficios del MVNO trabajaremos con los valores de las variables que se muestra en la tabla 1, donde c actúa como un parámetro ya que representa a un factor de conversión para que el valor obtenido en el cálculo este en términos de unidades monetarias.

Variable	Valor
c	Valor constante de 1.
μ	Rango de valores de 0 a 1.
δ	Rango de valores de 0 a 1.

Tabla 1: Valores de muestra para la gráfica de los beneficios del MVNO

Una vez ingresados estos valores en el software de apoyo, donde se escribió previamente la función obtenida en (22) obtenemos como resultado la gráfica que se muestra en la figura 6.

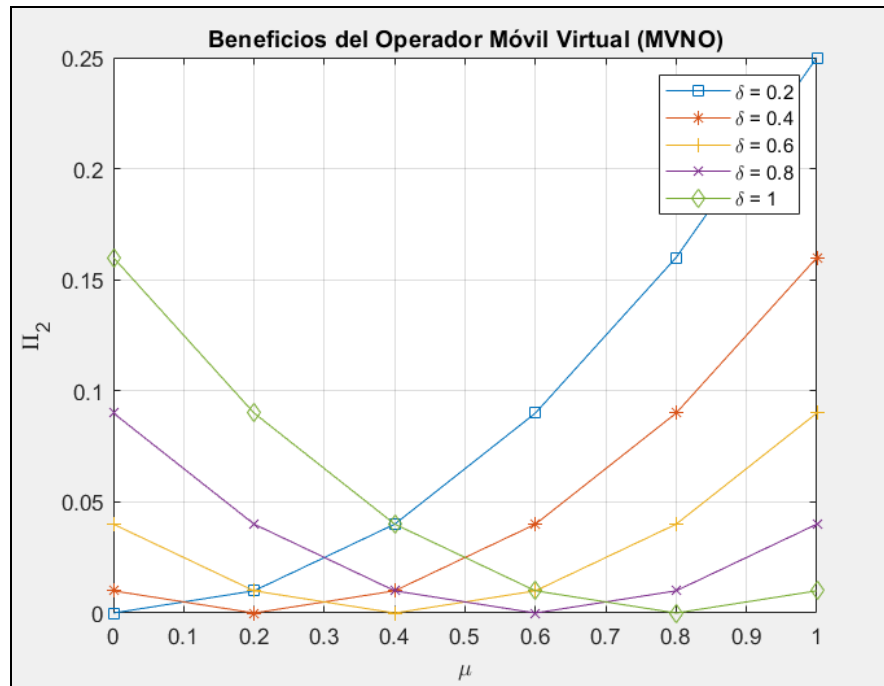


Fig.6. Gráfica representativa de los beneficios del MVNO.

De la representación gráfica de los beneficios del MVNO, se puede interpretar lo siguiente: cuando los valores de la capacidad de la red, representada por μ se acercan al 0 al igual que δ , los beneficios del MVNO crecen de forma exponencial, pero si los valores de dichas variables se acercan al 1, los beneficios del MVNO tienden a decrecer acercándose al 0, de lo que se puede decir que si la tasa pagada por el MVNO tiene un valor grande, no alcanzara su meta de maximizar sus beneficios, más bien sucedería lo contrario, es decir el MVNO saldría en contra con su participación.

4.2. Beneficios del Operador Móvil de Red.

Para graficar la expresión (26) que muestra los beneficios del MNO trabajaremos con los siguientes valores como se muestra en la tabla 2.

Variable	Valor
c	Valor constante de 1.
k_0	Valor constante de 1.
q_0	Rango de valores del 1 al 2.
δ	Rango de valores de 0 a 1.

Tabla 2: Valores de muestra para la gráfica de los beneficios del MNO

De igual forma que en el apartado anterior, con los beneficios del MVNO, introducimos los datos de la tabla 2 en el software de apoyo, y obtenemos como resultado la gráfica que se muestra en la figura 7.

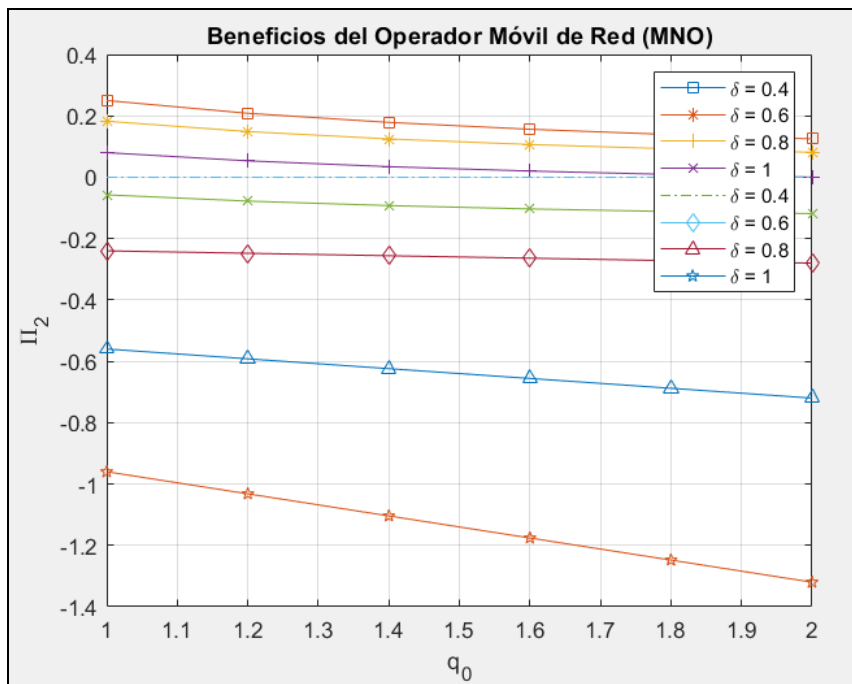


Fig.4. Gráfica representativa de los beneficios del MNO.

De la representación gráfica de los beneficios del MNO, se puede interpretar lo siguiente: al tratarse de una función a trozos existe una tendencia un tanto constante, donde se puede interpretar que sus beneficios dependen directamente de la tasa que le paga el MVNO representada por δ , ya que, si esta incrementa, también lo hará sus beneficios.

V. CONCLUSIONES

Del desarrollo de este trabajo puedo concluir que tanto el Operador Móvil de Red (MNO) como el Operador Móvil Virtual (MVNO) van a depender muchas veces de los mismos parámetros para obtener sus beneficios individuales, puesto que al ser el MNO quien le vende un servicio al MVNO para que este pueda operar y ofrecer sus servicios a los usuarios, si decide incrementar sus costos con respecto a la capacidad de la red va a afectar a las ganancias que genere el MVNO, pero también ambos dependen de la cantidad de usuarios que decidan suscribir, ya que si los usuarios deciden no suscribir al servicio ofrecido por el MVNO este no podrá generar ganancias y por ende no podrá adquirir los servicios del MNO.

Adicional se llega a la conclusión de que otra situación que les afectaría a ambos operadores en la maximización de sus beneficios es si la cantidad de usuarios que deciden suscribir es muy grande puesto que puede afectar a la capacidad de la red. Por lo tanto, tenemos aquí un escenario de un juego estratégico con dos participantes donde ninguno conoce la decisión que el otro tomará y de cierta forma sus beneficios tienen una relación directa como en el ejemplo del “Dilema del Prisionero”

AGRADECIMIENTOS

Después de haber vivido una grandiosa experiencia llena de altos y bajos, puedo decir que haber estudiado el Máster Universitario en Tecnologías, Sistemas y Redes de Comunicación en la majestuosa Universidad Politécnica de Valencia, ha sido de las mejores decisiones que he tomado en mi vida profesional y personal, pues a lo largo de este camino he tenido la suerte de llegar a conocer a magnificas personas y profesionales que han devuelto en mi el cariño y el entusiasmo por mi carrera profesional.

Es importante reconocer que yo sola no hubiese logrado llegar hasta el punto donde me encuentro, por lo que quiero extender un profundo agradecimiento a quien le debo la dicha de haber vivido esta experiencia, y esa persona es mi madre, ya que sin su sacrificio y apoyo nada de esto sería posible; sin ser menos importantes también agradezco a mis familiares y amigos que siempre estuvieron brindándome palabras de apoyo y animo en los momentos en los cuales la nostalgia del hogar y la familia se hicieron presentes en su debido momento.

También quiero agradecer a los compañeros que tuve la suerte de conocer en la primera etapa del máster, gracias por su confianza y por su amistad. Y principalmente quiero dar las gracias al Dr. Luis Guijarro Coloma por haber puesto su confianza en mí, pese a los obstáculos que se presentaron en el camino, y aceptar ser mi tutor para el desarrollo de este trabajo, gracias por darme la oportunidad de haber formado parte de una pequeña continuación de la tesis doctoral “ANÁLISIS BASADO EN TEORÍA DE JUEGOS DE MODELOS DE NEGOCIO DE OPERADORES MÓVILES VIRTUALES EN REDES 4G Y 5G” del ahora Dr. Erwin Sacoto Cabrera, de quien también fue tutor en su momento.

Gracias a la Universidad Politécnica de Valencia por haberme abierto sus puertas, aunque fue poco tiempo el que pude disfrutar de tan bello campus, siempre lo llevaré en mi corazón, y puedo decir con orgullo que formé parte de tan prestigiosa institución.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] F. Yúbal, “OMV: qué es y en qué se diferencia de los operadores tradicionales”, Xataka Basics, Ene. 2021 [Online]. Disponible: <https://www.xataka.com/basics/omv-que-que-se-diferencia-operadores-tradicionales>
- [2] S. Gil, “Microeconomía”, Economipedia, May. 2015 [Online]. Disponible: <https://economipedia.com/definiciones/microeconomia.html>
- [3] C. Stokel-Walker, “¿Qué es exactamente la teoría de juegos?”, BBC News, May. 2015 [Online]. Disponible: https://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/02/150220_teor%C3%ADa_de_juegos_que_es_finde_dv
- [4] E. Sacoto, L. Guijarro, P. Maillé, “Game Theoretical Analysis of a Multi-MNO MVNO Business Model in 5G Networks”, MDPI, Jun. 2020 [Online]. Disponible: <https://www.mdpi.com/2079-9292/9/6/933>
- [5] E. Sacoto, “ANÁLISIS BASADO EN TEORÍA DE JUEGOS DE MODELOS DE NEGOCIO DE OPERADORES MÓVILES VIRTUALES EN REDES 4G Y 5G”, Universidad Politécnica de Valencia, Sep. 2020 [Online]. Disponible: <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/158595/Sacoto%20-%20An%C3%A1lisis%20basado%20en%20Teor%C3%ADa%20de%20Juegos%20de%20Modelos%20de%20Negocio%20de%20Operadores%20M%C3%B3viles%20Virtuales....pdf?sequence=4&isAllowed=y>
- [6] Sacoto-Cabrera, E.J.; Sanchis-Cano, A.; Guijarro, L.; Vidal, J.R.; Pla, V. Strategic interaction between operators in the context of spectrum sharing for 5G networks. *Wirel. Commun. Mob. Comput.* 2018
- [7] J. Pacheco, “PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA Y SELECCIÓN DE CARTERAS DE INVERSIÓN”, Universidad Nacional de Rosario, Nov. 2002 [Online]. Disponible: https://www.fcecon.unr.edu.ar/web/sites/default/files/u16/Decimocuarta/Pacheco%20J%20M_programacion%20cuadratica.pdf