

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

ESCOLA POLITÈCNICA SUPERIOR DE GANDIA

Máster en Ingeniería Acústica



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



ESCOLA POLITÈCNICA
SUPERIOR DE GANDIA

“Metamaterial absorbente de alta porosidad para problemas en transmisión”

TRABAJO FINAL DE MÁSTER

Autor/a:
Enrique González Mateo

Tutor/a:
Noé Jiménez González
Rodolfo Gustavo Venegas Castillo
Francisco Camarena Femenia

GANDIA, 2021

Abstract

This paper describes theoretically and numerically an acoustic metamaterial based on pores that produce a quasi-perfect absorption in transmission. The pores are optimised to support symmetric and antisymmetric resonances that can be tuned to be at the same frequency producing degenerate modes, allowing perfect sound absorption in transmission. An analytical model based on the sum of admittances and transfer matrix is developed to analyse the physical properties of the metamaterial. Finally, the resulting geometry is studied using the finite element method in which the properties of the proposed material are measured in a simulated impedance tube.

Keywords Acoustic Metamaterials; Transfer Matrix Method; Wave propagation; Degenerate Modes

Resumen

En este trabajo se describe teórica y numéricamente un metamaterial acústico basado en poros que producen una absorción cuasi perfecta en transmisión. Los poros están optimizados para soportar resonancias simétricas y antisimétricas que pueden ser sintonizadas para estar en la misma frecuencia produciendo modos degenerados, lo que permite una absorción perfecta del sonido en transmisión. Se desarrolla un modelo analítico basado en la suma de admitancias y matriz de transferencia para analizar las propiedades físicas del metamaterial. Finalmente, la geometría resultante se estudia mediante el método de elementos finitos en el cual se miden las propiedades del material propuesto en un tubo de impedancia simulado.

Palabras clave Metamateriales Acústicos; Método de Matriz de Transferencia; Propagación de Ondas; Modos Degenerados

Metamaterial absorbente de alta porosidad para problemas en transmisión

Enrique González-Mateo,*Noé Jiménez, y Francisco Camarena
Instituto de Instrumentación para Imagen Molecular,
Universitat Politècnica de València, València, Spain
 (Máster en Ingeniería Acústica (UPV))

Rodolfo Venegas
Instituto de Acústica, Universidad Austral de Chile, Valdivia, Chile
 (Magíster en Acústica y Vibraciones (UACH))

(Septiembre 2021)

CONTENIDOS

I. INTRODUCCIÓN

I. INTRODUCCIÓN	1
II. MÉTODOS	2
II.1. Método matriz de transferencia para capa de fluido	2
II.2. Estructura porosa ranurada	2
II.2.1. Panel de una ranura estrecha	2
II.2.2. Panel de dos ranuras estrechas	3
II.2.3. Geometría propuesta	4
II.3. Simulación en FEM	4
III. RESULTADOS	4
III.1. Panel de una ranura estrecha	4
III.2. Panel de dos ranuras estrechas	5
III.3. Panel de dos ranuras estrechas tortuosas	6
III.4. Panel optimizado	6
IV. CONCLUSIONES	7
A. Corrección de longitud efectiva de la ranura	7
Referencias	8

En términos generales, la absorción es un tema importante en acústica y cada vez está recibiendo más interés [1–3]. A la hora de diseñar un material absorbente se debe tener en cuenta ciertos aspectos; (a) en primer lugar el absorbente debe presentar una adaptación de impedancia con el medio que rodea al material, para así reducir todo lo posible la reflexión del sonido y (b) debe tener pérdidas para absorber la energía, pero estas no deben ser elevadas, o si no podría llegar a no satisfacer la condición de adaptación de impedancia [4].

Los materiales porosos [5] permiten que las ondas sonoras se propaguen a través de su estructura con una velocidad efectiva del sonido menor que en el aire. Este fenómeno es ocasionado en una primera instancia por factores geométricos como la tortuosidad. Además, la atenuación producida por las pérdidas térmicas y viscosas también juega un gran papel en esta reducción de la velocidad. Cuando en el interior del material se producen resonancias localizadas, como ocurre en los metamateriales, aparecen fenómenos de fuerte dispersión y absorción, que pueden ser empleados para diseñar absorbentes acústicos. En particular, se han explorado este tipo de fenómenos para crear estructuras absorbentes de muy bajo espesor y sub-longitud de onda [6, 7].

Empleando metamateriales se pueden generar modos degenerados, por ejemplo, en un material rígido con ranuras muy inferiores a la longitud de la onda incidente, formado por dos resonancias: una monopolar y otra dipolar. En esta situación, la transmisión y la reflexión en la estructura se puede reducir consiguiendo así una absorción perfecta de la onda sonora incidente a esa frecuencia [8, 9]. Sin embargo, este comportamiento solo se observa en frecuencias particulares y resulta difícil diseñar un material absorbente con alta porosidad que presente este comportamiento en un ancho de banda elevado, por ejemplo, para problemas de control de ruido en ingeniería acústica.

* engonma@upv.es

En este trabajo se busca generar modos degenerados acoplando iterativamente múltiples resonancias monopolares y dipolares producidas en el interior de un panel rígido para obtener absorción perfecta en un problema con ventilación en un ancho de banda elevado.

II. MÉTODOS

II.1. Método matriz de transferencia para capa de fluido

La matriz de transferencia, \mathbf{T} , de una capa de fluido de longitud L , relaciona la presión sonora, p , con el flujo a través de un área transversal S , V_x , al principio ($x = 0$) y al final ($x = L$) de la capa.

$$\begin{bmatrix} p \\ V_x \end{bmatrix}_{x=0} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} p \\ V_x \end{bmatrix}_{x=L} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ V_x \end{bmatrix}_{x=L} \quad (1)$$

dónde el flujo viene dado por la velocidad acústica, v_x , de la partícula en el fluido $V_x = S v_x$. Cabe destacar que la capa de fluido se puede modelar como un fluido equivalente caracterizado por unos parámetros efectivos complejos y dependientes de la frecuencia. Estos parámetros son (a) el número de onda, k_f , (b) la impedancia característica, Z_f , o (c) la densidad, ρ_f , (d) y el módulo de rigidez volumétrico, K_f . La expresión de la matriz de transferencia para una capa de fluido según [4] es igual a,

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(k_f L) & iZ'_f \sin(k_f L) \\ i\frac{1}{Z'_f} \sin(k_f L) & \cos(k_f L) \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde $Z'_f = Z_f/S$ e $i = \sqrt{-1}$.

Una vez conocida la matriz de transferencia nos es posible conocer los coeficientes de reflexión, R , transmisión, T , y de absorción, α . Para ello trabajaremos con un problema de transmisión, donde asumimos un sistema simétrico respecto a $x = L/2$ y recíproco en el cual se cumple que el coeficiente R y T debido a una onda plana incidente procedente de $-\infty$ y que se propaga en la dirección $+x$ es igual a los coeficientes R y T de esa misma onda, pero procedente de $+\infty$ y que se propaga en $-x$, es decir, $T^+ = T^- = T$ y $R^+ = R^- = R$. Teniendo en cuenta lo anterior R , T y α vienen dados por,

$$T = \frac{2e^{ik_f L}}{T_{11} + T_{12}/Z'_0 + T_{21}Z'_0 + T_{22}} \quad (3)$$

$$R = \frac{T_{11} + T_{12}/Z'_0 - T_{21}Z'_0 - T_{22}}{T_{11} + T_{12}/Z'_0 + T_{21}Z'_0 + T_{22}} \quad (4)$$

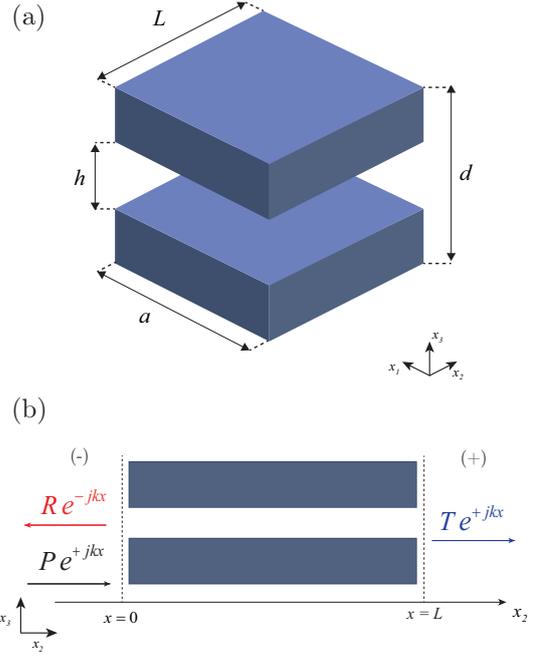


FIG. 1. Ranura de altura h . Vista tridimensional (a) y bidimensional (b) de la ranura caracterizada por sus propiedades geométricas. Las flechas azules (rojas) representan el problema de transmisión 1D producido por una onda plana que irradia desde el lado negativo de la estructura.

$$\alpha = 1 - |R|^2 - |T|^2 \quad (5)$$

donde $Z'_0 = Z_0/S = \rho_0 c_0/S$ es la impedancia característica normalizada del medio a ambos lados de la capa definida por la densidad, ρ_0 , y velocidad del sonido, c_0 , y S es la superficie transversal que atraviesa el flujo.

II.2. Estructura porosa ranurada

II.2.1. Panel de una ranura estrecha

Asumiendo una onda plana incidente en una ranura estrecha con pérdidas termo viscosas, Stinson [10] propone las siguientes expresiones para el cálculo de la densidad efectiva dinámica y el módulo de rigidez volumétrico,

$$\rho_f = \rho_0 \left[1 - \frac{\tanh\left(\frac{h}{2} G_\rho(\omega)\right)}{\frac{h}{2} G_\rho(\omega)} \right]^{-1} \quad (6)$$

$$K_f = K_0 \left[1 + (\gamma - 1) \frac{\tanh\left(\frac{h}{2} G_K(\omega)\right)}{\frac{h}{2} G_K(\omega)} \right]^{-1} \quad (7)$$

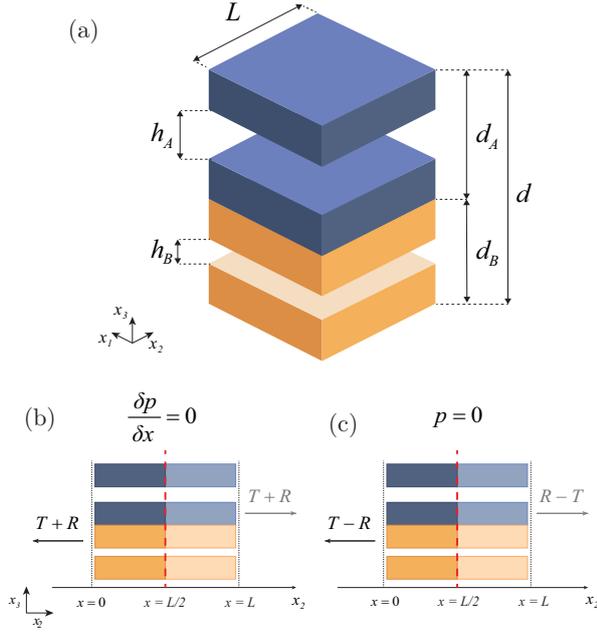


FIG. 2. (a) Geometría y dimensiones físicas de la configuración de dos ranuras; ranura A (azul) y ranura B (naranja). (b) y (a) muestran la subdivisión del problema de reflexión en su versión simétrica (a) y antisimétrica (b). La línea discontinua roja marca el eje de simetría en $x = L/2$.

donde K_0 es el módulo de rigidez volumétrico del medio, γ es la relación de calores específicos, a y h son la anchura y altura de la ranura respectivamente y se debe cumplir que $a \gg h$, ver Fig.1. En el caso de ranuras donde la anchura sea pequeña, los parámetros efectivos no podrán ser descritos por las ecuaciones de Stinson y deberán calcularse como una guía de ondas rectangular [10]. Las funciones G_K y G_ρ son complejas y dependientes de la frecuencia y se expresan como,

$$G_\rho(\omega) = \sqrt{\frac{i\omega\rho_0}{\eta}} \quad (8a)$$

$$G_K(\omega) = \sqrt{\frac{i\omega \text{Pr} \rho_0}{\eta}} \quad (8b)$$

El número de onda efectivo y la impedancia característica efectiva de la ranura vienen dadas por,

$$k_f = \frac{\omega}{\sqrt{K_f/\rho_f}} \quad (9a)$$

$$Z'_f = \frac{Z_f}{S} = \frac{\sqrt{K_f\rho_f}}{S} \quad (9b)$$

donde $S = ah$ es la superficie transversal de la ranura.

II.2.2. Panel de dos ranuras estrechas

A continuación, se muestra una estructura compuesta por dos ranuras, A y B, de igual longitud, L , y distintas alturas, h_A y h_B , ver Fig.2a. La complejidad de esta estructura es el cómo acoplar las matrices de transferencia de ambas ranuras. En el caso en el que las ranuras estuvieran conectadas en serie, la matriz de transferencia global del scatter compuesto por las dos ranuras sería la multiplicación de sus matrices de transferencia, es decir, $\mathbf{T} = \mathbf{T}_A \mathbf{T}_B$, donde \mathbf{T}_A y \mathbf{T}_B son las matrices de transferencia de la ranura A y B. Esta vez las ranuras están superpuestas en paralelo, por tanto, al tratar con un sistema simétrico podemos descomponer el problema en dos subproblemas de reflexión [11]. En primer lugar, consideramos una condición de contorno rígida que corresponde a la subdivisión simétrica, ver Fig.2b, y por otro lado tenemos en cuenta una condición blanda asociada a la subdivisión antisimétrica, ver Fig.2c.

Aplicando estas condiciones, el problema completo para la estructura compuesta por las dos ranuras se puede resolver mediante [11], donde los índices s y a hacen referencia al subproblema simétrico y antisimétrico respectivamente.

$$R = \frac{R_s - R_a}{2} \quad (10a)$$

$$T = \frac{R_s + R_a}{2} \quad (10b)$$

$$\alpha = \frac{\alpha_s + \alpha_a}{2} \quad (10c)$$

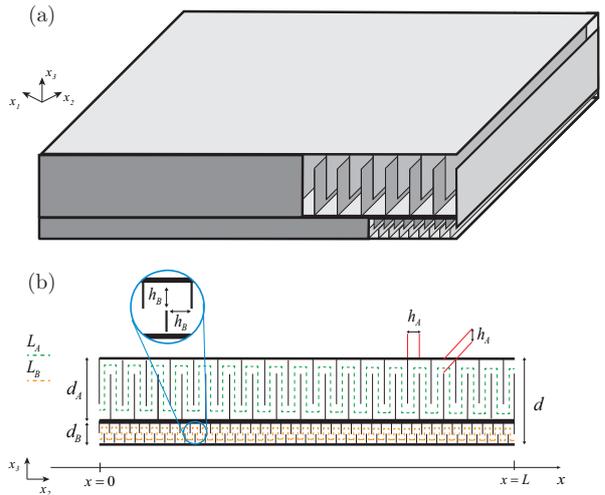


FIG. 3. Esquema 3D y corte 2D de la celda unidad del panel perforado por dos ranuras estrechas. La ranura A (arriba) y B (abajo) tienen longitudes efectivas L_A , L_B y alturas h_A , h_B respectivamente.

II.2.3. Geometría propuesta

La estructura desarrollada en este trabajo consiste en un panel formado por dos ranuras de material rígido por las que pasa un flujo de aire, véase la Figura 3. Cada ranura está caracterizada por una altura h y una longitud efectiva L . La longitud para ambas ranuras viene dada por,

$$L_x = N_x d_x \quad (11)$$

donde x hace referencia a la ranura A o B, N es el número de obstáculos dentro de la ranura A y d es el alto total de la subdivisión compuesta por la ranura x , teniendo en cuenta tanto parte rígida como el conducto de la ranura (ver Fig.3(b)).

El objetivo de la geometría propuesta es conseguir que se cumpla la condición $L_A = nL_B$. Esto dará lugar a que dispongamos de dos ranuras con distintas longitudes de onda, $\lambda_A = n\lambda_B$, $n \in \mathbb{R}$, y que sea posible el acoplamiento entre modos de resonancia simétricos y antisimétricos en ambas ranuras, ya que para producir un absorbente acústico poroso que sea eficiente debe incluirse un mecanismo de resonancia de longitud de onda inferior.

II.3. Simulación en FEM

Para corroborar los resultados mediante las fórmulas analíticas mencionadas se simula el material propuesto mediante el software de métodos numéricos por elementos finitos, COMSOL Multiphysics.

El modelo numérico utiliza las mismas propiedades físicas del material que las tenidas en cuenta en el modelo analítico, Ec. 6 y 7. Para simular las pérdidas introducidas por las ranuras, se considera el medio acústico como un material con propiedades efectivas de región estrecha, en concreto de ranuras estrechas, mientras que al resto de contornos del material se les añade una condición rígida. Además, se utiliza una malla lo suficientemente fina como para poder llegar a simular a frecuencias superiores a la correspondiente a longitud de onda del tubo, λ . En concreto, el tamaño máximo de los elementos de la malla debe de ser menor a $\lambda/6$.

Finalmente, para medir las propiedades efectivas del material y los coeficientes de transmisión, reflexión y absorción, se simula un tubo de impedancia numérico en el cual se implementa el método de medición estandarizado en la norma ASTM E2611 [12].

Panel	h_A (mm)	d_A (mm)	L_A (mm)	h_B (mm)	d_B (mm)	L_B (mm)	a (mm)
0	4.0	80.0	200.0	-	-	-	500.0
1	0.9	5.4	149.8	1.2	5.4	149.8	500.0
2	1.0	3.3	557.1	1.0	1.8	305.5	500.0
3	0.3	0.8	269.1	0.3	0.3	99.9	500.0

TABLA I. Parámetros geométricos de los paneles perforados simulados. Panel 0 compuesto por una única ranura. Panel 1 compuesto por dos ranuras de igual longitud $L_A = L_B$. Panel 2 compuesto por dos ranuras tortuosas de distinta longitud efectiva $L_A \neq L_B$. Panel 3 compuesto por dos ranuras tortuosas optimizadas.

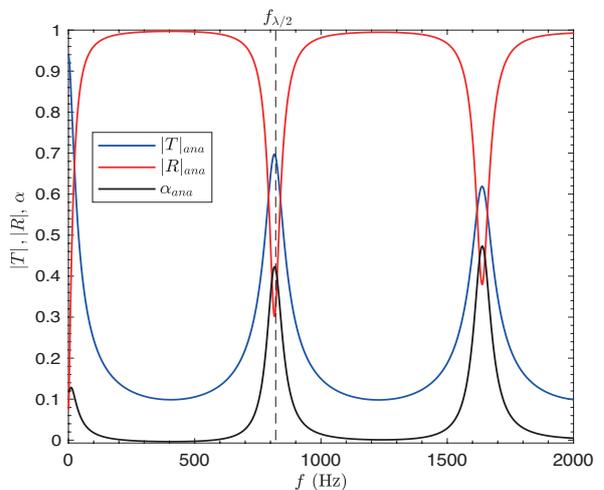


FIG. 4. Coeficientes de dispersión para el caso de un panel constituido por una ranura estrecha.

III. RESULTADOS

III.1. Panel de una ranura estrecha

En primer lugar, se implementa un modelo de un panel con una única ranura (ver Fig.1) con las propiedades físicas del Panel 0 descritas en la Tabla I. El panel es calculado, tanto analíticamente por las ecuaciones de Stinson (ver II.2.1), como numéricamente en COMSOL. Se diseña el panel con una frecuencia de resonancia en $\lambda/2$ de $f_0 = 855\text{Hz}$. Los coeficientes de scattering del sistema se muestran en la Figura 4. El primer modo, es decir, una resonancia Fabry-Pérot, de la ranura se traduce en forma de pico de transmisión y en un mínimo en reflexión.

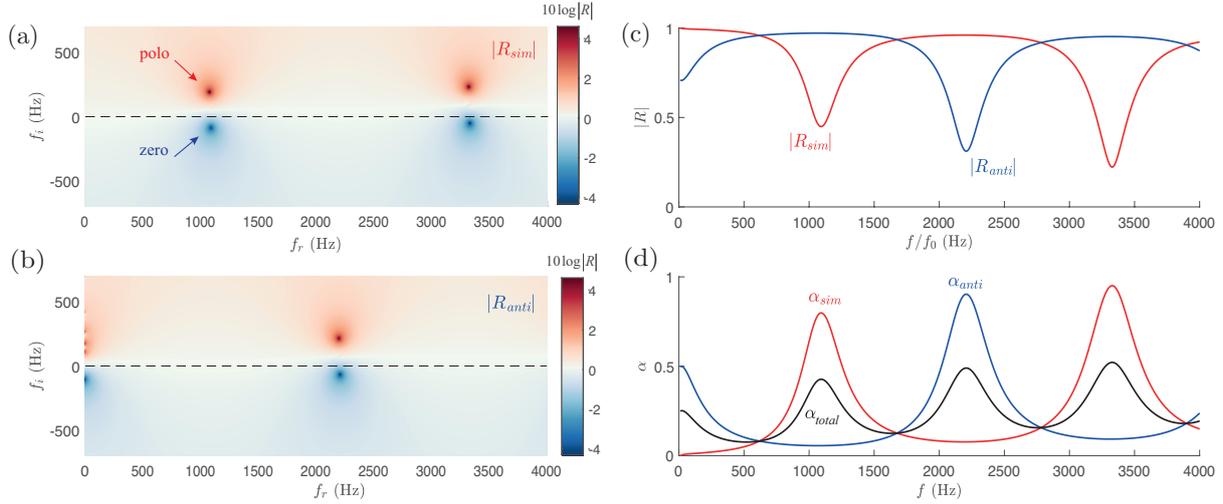


FIG. 5. (a), (b) Representación en plano de frecuencias complejas del coeficiente de reflexión para el problema simétrico y antisimétrico, respectivamente. (c) Coeficiente de reflexión en el eje real para el problema simétrico (rojo) y el antisimétrico (azul). (d) Absorción para el problema simétrico (rojo), antisimétrico (azul), total (negro).

III.2. Panel de dos ranuras estrechas

Se ha considerado un panel perforado por dos ranuras (ver II.2.2) con las dimensiones del Panel 1 (Tabla I). Las Fig.5(a)(b) muestran el coeficiente de reflexión en el plano de frecuencias complejas. Se obtiene mediante el método de matriz de transferencia de los problemas simétricos y antisimétricos considerando una frecuencia compleja $f = f_r + i f_i$, siendo f_r y f_i las frecuencias real e imaginaria. Primero, se observa que aparece una serie de pares de polos cero en el plano complejo de frecuencias [2]. Los polos corresponden a los modos generados dentro de la ranura. Segundo, se observa que los modos de cavidad del problema simétrico aparecen a frecuencias diferentes de las frecuencias del antisimétrico. Este efecto se ve claramente en la Fig.5(c), donde los coeficientes de reflexión de cada problema se representan en el eje real de frecuencias.

No es posible conseguir una absorción perfecta si no conseguimos acoplar las resonancias monopulares y dipolares en la misma frecuencia, es decir, si el panel no muestra modos degenerados, ya que el coeficiente de absorción total es el promedio de ambos subproblemas, y para ello es necesario tener distintas longitudes efectivas. Esto se puede ver reflejado en la Fig.5(d) donde el problema simétrico y antisimétrico consiguen llegar, por separado, a un máximo de absorción en distintas frecuencias, que son las correspondientes a la frecuencia de resonancia de la ranura. Pero, según la Ec.10, el problema total no es capaz de llegar a el mismo pico de absorción máxima, ya que el resultado total es la media de ambos subproblemas.

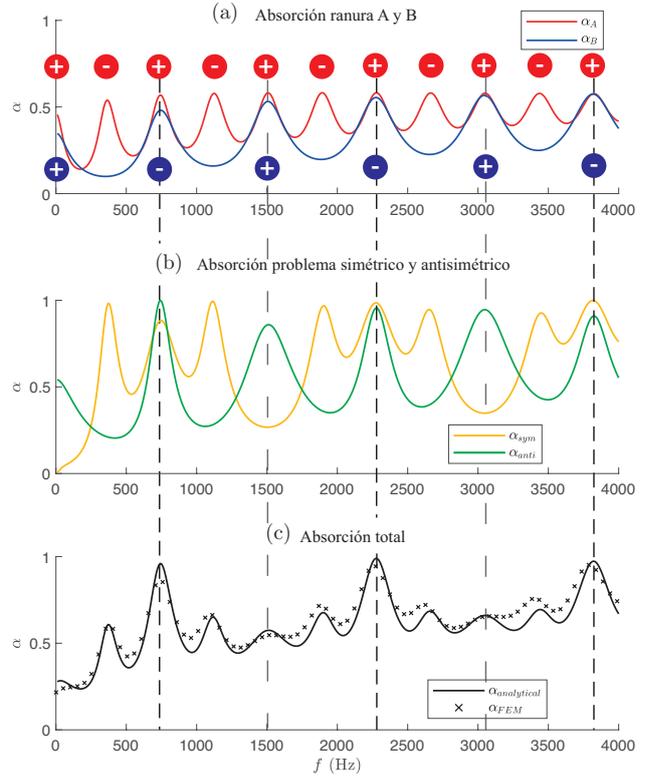


FIG. 6. (a) Representación gráfica de la absorción de las ranuras A (rojo) y B (azul) en el cual se marcan los modos de ambas ranuras por signos positivos y negativos. (b) Absorción de los subproblemas simétrico (amarillo) y antisimétrico (verde). (c) Absorción del problema total por el método analítico por TMM (negro) y por método numérico (cruces). Las líneas que atraviesan las gráficas indican las resonancias (negra punteada) y antirresonancias (gris punteada) del problema completo.

III.3. Panel de dos ranuras estrechas tortuosas

Ahora, modificando el panel (ver Panel 2 de la Tabla I) para que ambas ranuras consigan tener distintas longitudes efectivas distintas siguiendo la geometría de la Fig.3. Para ello se añaden obstáculos dentro de las ranuras para aumentar las longitudes efectivas, en concreto, $N_A = N_B = 171$, donde N hace referencia al número de obstáculos. De esta forma, aunque el panel tiene una longitud $L = 0.17$ m, al añadir los obstáculos conseguimos aumentar la longitud efectiva consiguiendo, en este caso, $L_A \approx 2L_B$.

De esta forma, en la Fig.6(a) se aprecia que se produce un acople de los modos de resonancia de las ranuras por separado, en concreto del segundo modo de la ranura A con el primer modo de la ranura B. Este solape de modos de resonancia se traduce en una sintonización en los subproblemas simétricos y antisimétricos (Fig.6(b)) cuando coinciden las resonancias positiva y negativas de las ranuras por separados (línea negra punteada Fig.6), mientras que cuando coinciden dos resonancias del mismo signo esto da lugar a una antirresonancia entre el subproblema simétrico y antisimétrico (línea gris punteada Fig.6). En conclusión, se puede apreciar en la Fig.6(c) que, el acople de los máximos en los modos simétricos y antisimétricos da lugar al denominado modo degenerado y por tanto a un máximo en la absorción del problema total.

Además, se simula el Panel 1 por método de elementos finitos (FEM) y se aprecia una buena concordancia entre la teoría y el resultado numérico. Cabe señalar que, con el fin de simplificar el análisis analítico y aunque las ranuras utilizadas es-

tán compuestas por obstáculos, las ecuaciones empleadas están diseñadas para modelar ranuras sin obstáculos. Aun simplificando el modelo de esta forma, los resultados analíticos y numéricos presentan una buena correspondencia.

III.4. Panel optimizado

Tras explicar la física que hay detrás de este tipo de materiales, a continuación, se presenta un panel ranurado tras la optimización de las dimensiones geométricas (ver Panel 3 en Tabla I) de ambas ranuras con el fin de obtener un coeficiente de absorción máximo. Los parámetros de entrada del problema de optimización son las longitudes efectivas, L_A y L_B , y las alturas, h_A y h_B , del ambas ranuras. A raíz de estos parámetros y fijando una longitud fija del panel, L , somos capaces de calcular el número de obstáculos necesarios dentro de cada ranura y el parámetros d_x sabiendo que la longitud efectiva está dada por Ec.11 y que la longitud total del panel es

$$L = N_x h_x \quad (12)$$

donde x hace referencia al panel A o B indistintamente. Nótese aquí que la longitud efectiva del panel compuesto por obstáculos necesita una corrección geométrica, ya que la onda no recorre un camino geométrico exacto (véase el Anexo I).

Tras la optimización obtenemos un panel con $L = 10$ cm compuesto por una ranura tortuosa por la existencia de obstáculos, $N_A = 333$, otra ranura sin obstáculos, $N_B = 0$. Esto permite obtener una relación entre longitudes efectivas del orden de $L_A \approx 3L_B$.

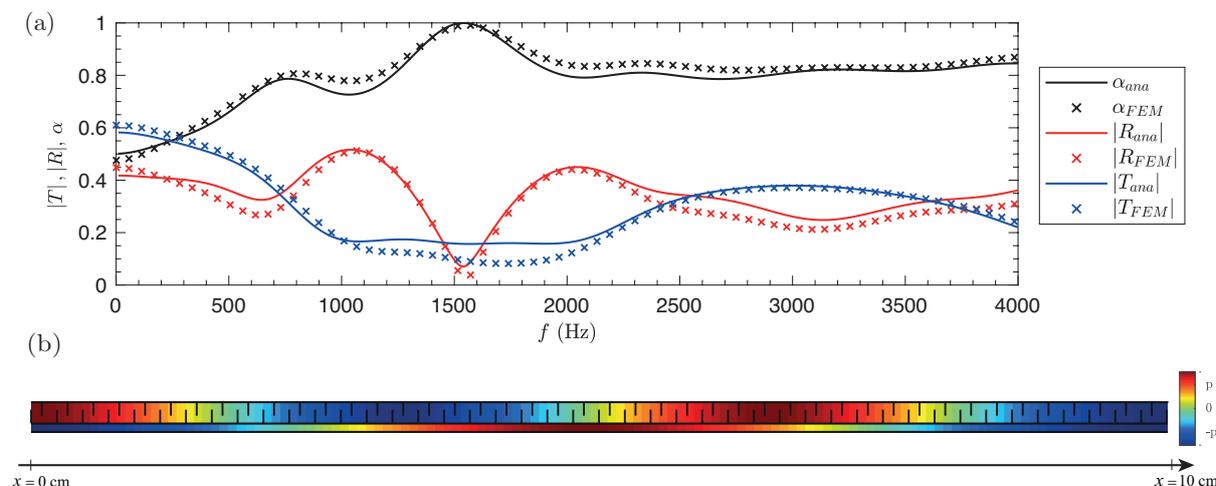


FIG. 7. (a) Coeficientes de dispersión analíticos y numéricos del problema completo. (b) La distribución del valor absoluto del campo acústico en la absorción perfecta del problema completo (1500 Hz).

La Fig.III.4(a) muestra los coeficientes de dispersión del problema de transmisión completo. La concordancia entre el modelo y las simulaciones numéricas es muy buena. La Fig.III.4(b) muestra el campo acústico del problema completo en el pico de absorción perfecta ($f = 1533$ Hz). De esta forma corroboramos que, efectivamente, se crean modos distintos. En concreto, en la ranura superior caracterizada por una mayor tortuosidad y longitud efectiva, encontramos un tercer modo correspondiente a un modo simétrico, mientras que en la ranura inferior caracterizada por una menor longitud efectiva se genera un segundo modo correspondiente a un modo antisimétrico. Ambos modos se excitan a la misma frecuencia, es decir, la estructura presenta una resonancia degenerada. Cabe señalar aquí que la absorción perfecta es muy sensible a la geometría de las ranuras y esto explicaría las ligeras discrepancias entre las predicciones analíticas o numéricas.

IV. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha revisado la física detrás de la presencia de modos degenerados en materiales perforados con ranuras de distintas longitudes efectivas. Para ello se ha diseñado un sistema con una resonancia degenerada producida por la existencia de modos simétricos y antisimétricos solapados en los subsistemas formados por cada ranura. La dispersión producida por el panel se estudia analíticamente a través del de la descomposición de matriz de transferencia de elementos en paralelo. La estructura se simula y mide numéricamente y, teniendo en cuenta la corrección aplicada a las longitudes efectivas de las ranuras para esta geometría en concreto, se muestran valores similares a los obtenidos mediante las predicciones analíticas. Tras estos análisis, optimizando la geometría propuesta se llega a conseguir un acople de los modos simétricos y antisimétricos dando lugar a un alto coeficiente de absorción con un gran ancho de banda.

Este tipo de soluciones puede tener aplicaciones muy interesantes en problemas de ventilación, por ejemplo, en ingeniería industrial. Además, la física en la que se basa la investigación, propuesta y revisada en [11], da opción al desarrollo de sistemas de este tipo con mayor ancho de banda [13]. Finalmente, y como trabajo futuro, se propone construir el material propuesto en III.4 y medirlo experimentalmente en un tubo de impedancia con el fin de corroborar los resultados obtenidos analíticamente y numéricamente.

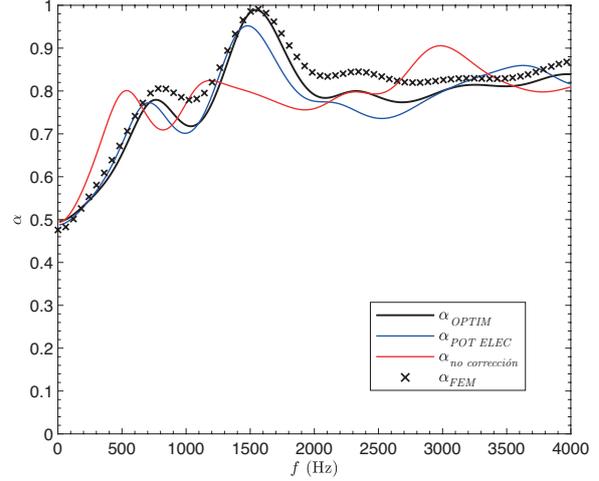


FIG. 8. Coeficientes de absorción mediante método numérico (cruces negras), método analítico sin corrección de longitud efectiva (línea roja) y con corrección teniendo en cuenta la tortuosidad calculada por método de optimización (línea negra) y por método de potencial eléctrico (línea azul).

Appendix: Corrección de longitud efectiva de la ranura

En un primer lugar se tiene en cuenta que la propagación de las ondas a través de la ranura compuesta por obstáculos tiene un recorrido geométrico (L_x) como el marcado en líneas discontinuas en la Fig.3(b). Esta hipótesis resulta ser incierta, ya que como se puede observar en la Fig.8 los resultados de la simulación numérica no concuerdan con los analíticos suponiendo la longitud efectiva propuesta en Ec.11.

Para solucionar este problema se replantea el problema de la siguiente manera. Los obstáculos añadidos en el interior de la ranura dan lugar a que exista una cierta tortuosidad, α_∞ , dentro de esta. La tortuosidad es un parámetro geométrico que nos indica cuán tortuoso es el espacio que la onda sonora recorre al atravesar un material [14]. Por ejemplo, en el caso en el cual no existe ningún obstáculo dentro de una ranura la tortuosidad es $\alpha_\infty = 1$, conforme exista un recorrido más abrupto dentro de la ranura, es decir, cuando $N \neq 0$ y $h \ll d$, la tortuosidad será mayor. Teniendo en cuenta las definiciones del módulo de rigidez volumétrica y la densidad efectiva del material en régimen superior a la frecuencia de Biot podemos reescribir el número de onda tal que,

$$k_f = \omega \sqrt{\frac{\rho_f}{K_f}} = \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\alpha_\infty} \quad (\text{A.1})$$

de esta forma, se está teniendo en cuenta la tortuosidad del material a la hora de implementar el

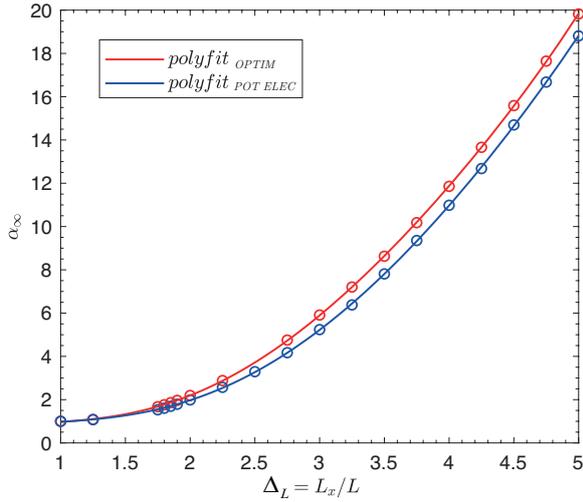


FIG. 9. Curva de tortuosidad obtenido mediante optimización (línea roja) y mediante potencial eléctrico (línea azul) tras el ajuste de curva de los más de 20 puntos medidos por ambos métodos.

método analítico por matriz de transferencia Ec.2.

A continuación, se proponen dos métodos de cálculo de la tortuosidad para una ranura con obstáculos periódicos. (a) El primero consiste en resolver un problema de potencial eléctrico [14] [15] numéricamente a través de COMSOL, mientras que en la segunda opción (b) se trata de obtener la tortuosidad mediante un algoritmo de opti-

mización el cuál calcula el factor de tortuosidad idóneo para obtener la mejor concordancia entre el modelo analítico y numérico. A través de ambas formas los resultados de tortuosidad obtenidos son similares, pero no idénticos (ver Fig.9), existe un error absoluto entre ambas curvas de alrededor del 7%. Cabe destacar que el modelo analítico es muy sensible a ligeros cambios en la longitud efectiva del material, por ende, esto supone una diferencia muy grande entre ambas curvas de tortuosidad.

Las curvas obtenidas en la Fig.9 consisten en una expresión polinómica de grado 5 que describen la tortuosidad en función de la relación entre la longitud geométrica L_x Ec.11 y la longitud del panel L , $\Delta_L = L_x/L$. La curva de la cual mejor se ajustan los resultados analíticos y numéricos es la obtenida mediante optimización Ec.A.2.

$$\alpha_\infty(\Delta_L) = \frac{32}{2915}\Delta_L^5 - \frac{65}{339}\Delta_L^4 + \frac{527}{423}\Delta_L^3 - \frac{1563}{614}\Delta_L^2 + \frac{1721}{702}\Delta_L + \frac{57}{24458} \quad (\text{A.2})$$

En la Fig.8 se puede apreciar que los resultados de absorción son muy similares para el caso numérico (cruces negras) y el analítico tras aplicar la corrección de la longitud efectiva con la tortuosidad calculada por optimización (línea negra).

- [1] A. Merkel, G. Theocharis, O. Richoux, V. Romero-García, and V. Pagneux, Control of acoustic absorption in one-dimensional scattering by resonant scatterers, *Appl. Phys. Lett.* **107**, 244102 (2015), publisher: American Institute of Physics.
- [2] V. Romero-García, G. Theocharis, O. Richoux, and V. Pagneux, Use of complex frequency plane to design broadband and sub-wavelength absorbers, *The Journal of the Acoustical Society of America* **139**, 3395 (2016), publisher: Acoustical Society of America.
- [3] E. Kalavsky and R. Venegas, Low frequency sound absorption and transmission loss of a tortuous waveguide-resonator system: Theory vs Experiment, *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings* **259**, 3534 (2019).
- [4] N. Jiménez, O. Umnova, and J.-P. Groby, *ENAcoustic Waves in Periodic Structures, Metamaterials, and Porous Media. From Fundamentals to Industrial Applications.*, 1st ed., From (Springer-Nature, 2021).
- [5] J. F. Allard, ed., *enPropagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials* (Springer Netherlands, 1993).
- [6] P. Leclaire, O. Umnova, T. Dupont, and R. Paneton, Acoustical properties of air-saturated porous material with periodically distributed dead-end pores, *The Journal of the Acoustical Society of America* **137**, 1772 (2015), publisher: Acoustical Society of America.
- [7] X. Zhu, K. Li, P. Zhang, J. Zhu, J. Zhang, C. Tian, and S. Liu, enImplementation of dispersion-free slow acoustic wave propagation and phase engineering with helical-structured metamaterials, *Nat Commun* **7**, 10.1038/ncomms11731 (2016).
- [8] M. Yang, C. Meng, C. Fu, Y. Li, Z. Yang, and P. Sheng, Subwavelength total acoustic absorption with degenerate resonators, *Appl. Phys. Lett.* **107**, 104104 (2015), publisher: American Institute of Physics.
- [9] N. Jiménez, V. Romero-García, V. Pagneux, and J.-P. Groby, Quasiperfect absorption by subwavelength acoustic panels in transmission using accumulation of resonances due to slow sound, *Phys. Rev. B* **95**, 014205 (2017), publisher: American Physical Society.
- [10] M. R. Stinson, The propagation of plane sound waves in narrow and wide circular tubes, and generalization to uniform tubes of arbitrary cross-sectional shape, *The Journal of the Acousti-*

- cal Society of America **89**, 550 (1991), publisher: Acoustical Society of America.
- [11] V. Romero-García, N. Jiménez, J.-P. Groby, A. Merkel, V. Tournat, G. Theocharis, O. Richoux, and V. Pagneux, Perfect Absorption in Mirror-Symmetric Acoustic Metascreens, *Phys. Rev. Applied* **14**, 054055 (2020), publisher: American Physical Society.
- [12] E33 Committee, en *Test Method for Normal Incidence Determination of Porous Material Acoustical Properties Based on the Transfer Matrix Method*, Tech. Rep. (ASTM International, 2021).
- [13] N. Jiménez, V. Romero-García, V. Pagneux, and J.-P. Groby, en Rainbow-trapping absorbers: Broadband, perfect and asymmetric sound absorption by subwavelength panels for transmission problems, *Sci Rep* **7**, 13595 (2017), number: 1 Publisher: Nature Publishing Group.
- [14] D. L. Johnson, J. Koplik, and R. Dashen, Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media, *Journal of Fluid Mechanics* **176**, 379 (1987), aDS Bibcode: 1987JFM...176..379J.
- [15] R. J. S. Brown, Connection between formation factor for electrical resistivity and fluid-solid coupling factor in Biot's equations for acoustic waves in fluid-filled porous media, *Geophysics* **45**, 1269 (1980).