

OPTIMIZACIÓN DE LA GEOMETRÍA DE UNA CATENARIA FERROVIARIA DE ALTA VELOCIDAD

S. Gregori¹, E. Nadal¹, M. Tur¹ y F.J. Fuenmayor¹

1: Centro de Investigación en Ingeniería Mecánica (CIIM)
Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales
Universitat Politècnica de València
Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, España
e-mail: {sangreve,ennaso,manuel.tur,ffuenmay}@upv.es

Palabras clave: Catenaria ferroviaria, pantógrafo, optimización, algoritmo genético

Resumen *La fuerza que se genera en el contacto entre el pantógrafo y el cableado de la catenaria ferroviaria cuando circula un vehículo es un factor clave en la captación de la corriente eléctrica. En este trabajo se realiza una optimización de la geometría de una catenaria con el objetivo de conseguir una fuerza de contacto lo más uniforme posible, para así reducir tanto el desgaste de los elementos como la aparición de despegues entre el pantógrafo y la catenaria. Se consideran como variables a optimizar la longitud de las péndolas, que determinan la altura del cable de contacto, y la separación entre ellas. El proceso de optimización se lleva a cabo mediante un algoritmo genético. Para que el proceso tenga un coste computacional razonable, el problema de interacción dinámica entre pantógrafo y catenaria se resuelve de una forma muy eficiente con la utilización de una estrategia de integración dividida en dos bloques. De este estudio se concluye que no solo el comúnmente utilizado pre-sag conduce a un mejor comportamiento en la captación de corriente, sino que pueden existir otras alternativas.*

1. INTRODUCCIÓN

La catenaria ferroviaria es el sistema mediante el cual se lleva a cabo el suministro de la corriente eléctrica a los trenes a través del contacto con los frotadores del pantógrafo. La fuerza de interacción que se genera entre ambos sistemas determina la calidad del suministro, ya que ante fuerzas de interacción muy elevadas los elementos en contacto se desgastan rápidamente, mientras que con fuerzas de interacción débiles existe el riesgo de despegues, que producen a su vez la aparición de arcos eléctricos con la consiguiente interrupción del suministro. Esto ha hecho que en los últimos años se haya puesto mucho esfuerzo en el desarrollo de modelos capaces de simular con precisión la interacción dinámica entre el pantógrafo y la catenaria (véase [1] y sus referencias).

En la literatura se encuentran trabajos que se han centrado en mejorar el suministro de la corriente limitándose a la optimización de ciertos parámetros del pantógrafo [2, 3] o al ajuste del

sag inicial (diferencia de altura entre los soportes y el punto central del vano) de la catenaria [4]. Sin embargo, en este trabajo se propone una optimización de la geometría de una catenaria ferroviaria teniendo en cuenta otros parámetros como la longitud de las péndolas o la separación entre ellas.

Para tal fin se utiliza un Algoritmo Genético (AG) que requiere de un gran número de simulaciones de la interacción dinámica entre pantógrafo y catenaria. Si la integración temporal se realiza mediante las técnicas clásicas conlleva un elevado coste computacional, que alarga sobremanera el proceso de optimización. Para evitar este inconveniente se ha propuesto un método de simulación que trata eficientemente las no linealidades del sistema con el que se consiguen tiempos de cálculo cercanos o incluso inferiores a simulaciones en tiempo real. Todo ello sin incurrir en pérdidas de precisión en los resultados.

2. MODELOS DE LA CATENARIA Y EL PANTÓGRAFO

El Método de los Elementos Finitos (MEF) es la técnica más utilizada para el modelado de la catenaria ferroviaria [1]. Como se observa en la Fig. 1, sus principales componentes son el cable sustentador, el cable de contacto, los brazos de registro, las péndolas y también algunas catenarias disponen de un cable denominado falso sustentador en las cercanías de los soportes que reduce la rigidez de esta zona. En este trabajo tanto el cable sustentador como el de contacto se modelan con elementos viga, basados en una formulación en coordenadas nodales absolutas (ANCF), propuesta en [5], en la que se considera tanto la deformación longitudinal como la de flexión.



Figura 1: Imagen de una línea aérea de contacto.

Los grados de libertad de estos 'elementos cable' son las posiciones absolutas de sus nodos junto con sus gradientes [6]. En la Fig. 2 se puede observar las configuraciones de referencia y deformada de este tipo de elementos. En este caso se realiza una interpolación cúbica con polinomios de Hermite para garantizar la continuidad C^1 de la solución.

Los brazos de registro, las péndolas y el falso sustentador se modelan con elementos barra, cuyos grados de libertad son tan solo la posición absoluta de los nodos. Para estos elementos, una interpolación lineal asegura continuidad C^0 en la solución, siendo esta suficiente al no tenerse en cuenta las deformaciones a flexión.

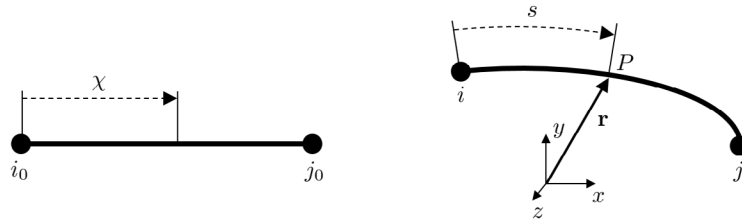


Figura 2: Elemento cable en su configuración de referencia y deformada.

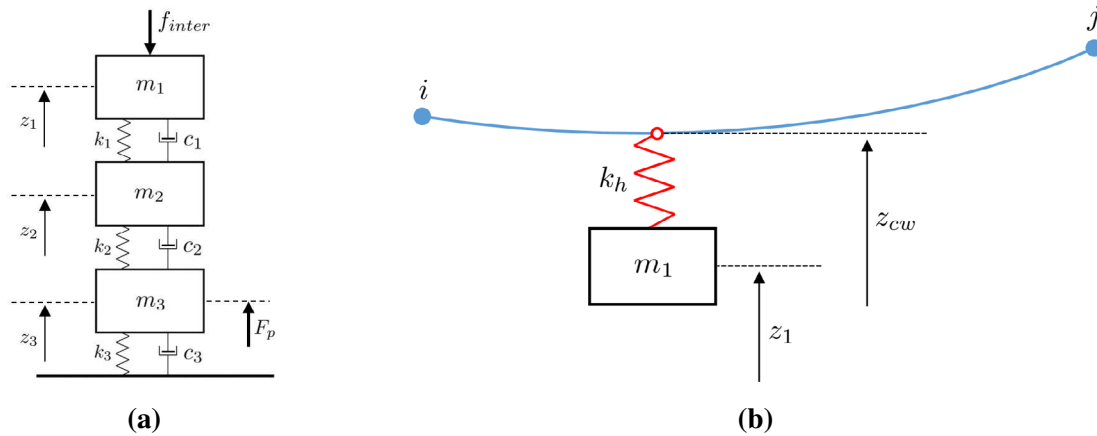


Figura 3: (a) Pantógrafo. (b) Modelo de interacción.

Para el caso del pantógrafo, se ha optado por un modelo de parámetros concentrados. Este se representa en la Fig. 3a donde F_p representa la fuerza que ejerce el mecanismo de levantamiento del pantógrafo y f_{inter} es la fuerza de interacción entre el pantógrafo y la catenaria.

En cuanto al modelado de dicha interacción se ha elegido un método de penalti en el que un resorte de elevada rigidez k_h conecta el cable de contacto con la masa superior del pantógrafo tal y como se muestra en la Fig. 3a.

3. PROBLEMA DE CONFIGURACIÓN INICIAL

El problema de configuración inicial consiste en obtener la posición de los nodos junto con la longitud inicial de cada elemento de la malla para que se cumplan tanto las ecuaciones de equilibrio como las restricciones impuestas por el montaje de la catenaria. Este problema es no lineal, ya que los cables experimentan grandes desplazamientos, está detallado en [6].

El problema de equilibrio estático queda definido mediante la expresión:

$$\mathbf{F}_{int}(\mathbf{q}, \mathbf{l}_{ref}^e) + \mathbf{F}_g(\mathbf{l}_{ref}^e) = 0 \quad (1)$$

junto con las condiciones de contorno apropiadas. Las fuerzas internas, \mathbf{F}_{int} , dependen de las coordenadas nodales definidas en el vector \mathbf{q} , y de las longitudes iniciales de los elementos \mathbf{l}_{ref}^e . Sin embargo, las fuerzas gravitatorias, \mathbf{F}_g , tan solo dependen de estas últimas.

Aparte del equilibrio de fuerzas, se tienen que cumplir otras restricciones como son el valor de la tensión en los cables de contacto, sustentador y falso sustentador, la altura del cable de

contacto, o la posición longitudinal de péndolas, brazos de registro y postes de soporte. Todas estas restricciones se pueden escribir de la forma $\mathbf{c}(\mathbf{q}, \mathbf{l}_{ref}^e)$, que junto con las ecuaciones de equilibrio (1) forman el sistema no lineal de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{q}, \mathbf{l}_{ref}^e) &= 0 \\ \mathbf{c}(\mathbf{q}, \mathbf{l}_{ref}^e) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Dicho sistema se puede resolver, por ejemplo, con el método de Newton-Raphson para obtener tanto las posiciones absolutas de los nodos \mathbf{q} , como las longitudes iniciales de los elementos \mathbf{l}_{ref}^e que cumplen con lo expuesto anteriormente.

4. PROBLEMA DE INTERACCIÓN DINÁMICA

En el caso de la interacción dinámica entre el pantógrafo y la catenaria, los cables experimentan pequeños desplazamientos, lo cual posibilita la linealización de las ecuaciones con respecto a la posición de equilibrio estático. Si se define el vector de desplazamientos nodales, \mathbf{u} , que incluye los grados de libertad tanto de la catenaria como del pantógrafo, se llega a la ecuación del movimiento [7]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (3)$$

donde \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente, y \mathbf{F} es el vector de fuerzas externas que en este caso corresponde a la fuerza ejercida por el accionamiento del pantógrafo. Se ha considerado un modelo de amortiguamiento proporcional de Rayleigh. La Ec. (3) se puede resolver, por ejemplo, utilizando el esquema de integración temporal de Newmark. Sin embargo, en este caso aparecen dos no linealidades, que hacen que su aplicación no sea inmediata. Por un lado, ante el paso del pantógrafo, las péndolas pueden entrar en compresión y dejar de ejercer fuerza alguna, teniendo por tanto un comportamiento bilineal [8]. Por otro, se pueden producir despegues entre el pantógrafo y la catenaria, dando lugar a una fuerza de interacción nula.

4.1. Enfoque clásico

El mencionado comportamiento bilineal de las péndolas requiere de un esquema iterativo para obtener la solución en cada paso de tiempo t . Utilizando un método de integración temporal, para cada t se tiene que resolver el sistema de ecuaciones:

$$\hat{\mathbf{K}}^t \mathbf{u}^t = \hat{\mathbf{F}}^t \quad (4)$$

donde en el caso del método de Newmark

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{K}}^t &= \mathbf{K}^t + b_4 \mathbf{C}^t + b_1 \mathbf{M} \\ \hat{\mathbf{F}}^t &= \mathbf{F} + \mathbf{F}_{CI}^t \end{aligned} \quad (5)$$

y a su vez, el término de fuerzas debido a las condiciones iniciales resulta:

$$\mathbf{F}_{CI}^t = \mathbf{M} (b_1 \mathbf{u}^{t-1} - b_2 \dot{\mathbf{u}}^{t-1} - b_3 \ddot{\mathbf{u}}^{t-1}) + \mathbf{C}_j^t (b_4 \mathbf{u}^{t-1} - b_5 \dot{\mathbf{u}}^{t-1} - b_6 \ddot{\mathbf{u}}^{t-1}) \quad (6)$$

Las constantes b_i , $i = 1, \dots, 6$, dependen del paso de tiempo y de los parámetros β y γ del método de Newmark.

Una vez obtenidos los desplazamientos \mathbf{u}^t se tiene que evaluar si las péndolas han entrado o no a compresión. Para ello se compara la fuerza interna actual de las péndolas, con la fuerza a la que estaban sometidas en la configuración respecto de la que se han linealizado las ecuaciones, en este caso la configuración de equilibrio estático. A continuación, se modifica la Ec. (4) eliminando de las matrices de rigidez y amortiguamiento la parte correspondiente a cada una de las péndolas que han entrado a compresión, \mathbf{K}_d^t y \mathbf{C}_d^t respectivamente, y añadiendo al vector de fuerzas externas la fuerza a la que dichas péndolas estaban sometidas en la configuración de equilibrio estático, \mathbf{S}_d^t . Además, se ha de verificar que la fuerza de interacción sea positiva, ya que en caso contrario se le debe asignar un valor nulo.

El proceso descrito anteriormente se repite de forma iterativa hasta que en dos iteraciones consecutivas se obtiene la misma fuerza de interacción y las mismas péndolas a compresión. Con este método, en cada paso de tiempo se tiene que resolver un sistema de ecuaciones del tamaño global del problema, lo que origina el elevado coste computacional de la simulación.

4.2. Nuevo enfoque de resolución

La idea que fundamenta el nuevo enfoque de resolución es separar los cálculos en una primera fase *offline*, donde el sistema se considera completamente lineal, para en una segunda fase *online*, aprovechar los resultados obtenidos previamente y tratar las no linealidades de una forma mucho más eficiente. Este método se expone de forma detallada en [7].

En la fase *offline*, se resuelven una serie de problemas con características similares: se obtiene la respuesta ante un solo paso de tiempo, las condiciones iniciales son nulas y las fuerzas aplicadas unitarias. En concreto, se resuelven los siguientes problemas:

1. Fuerza unitaria aplicada al cable de contacto en el punto de contacto con el pantógrafo. Se resuelven tantos problemas como pasos de tiempo totales. En cada uno de ellos se obtiene: $\bar{\mathbf{u}}_{ic}^t$.
2. Fuerza unitaria aplicada en los extremos de una péndola. Se resuelven tantos problemas como péndolas posea la catenaria. En cada uno de ellos se obtiene: $\bar{\mathbf{u}}_d$.
3. Fuerza unitaria aplicada a la masa superior del pantógrafo. Se trata de un único problema del que se obtiene: $\bar{\mathbf{u}}_{ip}$.

Es importante notar que al considerar el sistema totalmente lineal, la matriz de los problemas anteriores es constante y se puede factorizar una sola vez para agilizar los cálculos. Así mismo, las velocidades y aceleraciones también son calculadas siguiendo las reglas del método de Newmark.

Con estas respuestas almacenadas, se procede a la fase *online* del método, cuya formulación se deriva a partir de la Ec. (4). Si se trasladan al lado derecho de la ecuación los términos relacionados con la interacción y las correcciones necesarias cuando N_{sd} péndolas entran a

compresión tal y como se propone en [8], se obtiene:

$$\left[\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{cat} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{pan} \end{pmatrix} + b_4 \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{cat} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{pan} \end{pmatrix} + b_1 \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{cat} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{pan} \end{pmatrix} \right] \mathbf{u}^t = \mathbf{F}_c^t - \mathbf{F}_{inter}^t + \sum_d^{N_{sd}} \mathbf{F}_d^t \quad (7)$$

donde los tres términos de la derecha corresponden a la fuerza conocida, la fuerza de interacción y la fuerza correctora de cada péndola a compresión, respectivamente. En concreto:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_c^t &= \mathbf{F}_{CI}^t + \mathbf{F} \\ \mathbf{F}_{inter}^t &= \mathbf{S}_{inter}^t + \mathbf{K}_{inter}^t \mathbf{u}^t \\ \mathbf{F}_d^t &= \mathbf{S}_d^t + \mathbf{K}_d^t \mathbf{u}^t + \mathbf{C}_d^t \dot{\mathbf{u}}^t \end{aligned} \quad (8)$$

en las que la fuerza de interacción se compone del término \mathbf{S}_{inter}^t , asociado a la posición respecto a la cual se ha linealizado el sistema, y de \mathbf{K}_{inter}^t que multiplica a los desplazamientos incógnita del instante actual. Es importante observar que tanto la fuerza de interacción como las fuerzas correctoras de las péndolas a compresión dependen de los desplazamientos incógnita del instante actual.

Si se aplica el principio de superposición, la respuesta total se puede obtener como suma de las respuestas a cada una de estas tres acciones, es decir:

$$\mathbf{u}^t = \mathbf{u}_{F_c}^t + \mathbf{u}_{F_{inter}}^t + \sum_d^{N_{sd}} \mathbf{u}_{F_d}^t \quad (9)$$

Además, introduciendo las respuestas ante fuerzas unitarias calculadas en la fase *offline* y separando la expresión en términos del pantógrafo y de la catenaria, se obtiene:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}_{cat}^t \\ \mathbf{u}_{pan}^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{F_c,cat}^t \\ \mathbf{u}_{F_c,pan}^t \end{pmatrix} + f_{inter}^t \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{u}}_{ic}^t \\ \bar{\mathbf{u}}_{ip}^t \end{pmatrix} + \sum_d^{N_{sd}} f_d^t \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{u}}_d \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (10)$$

donde ahora las incógnitas pasan a ser los desplazamientos producidos por \mathbf{F}_c^t , y el valor de las fuerzas f_{inter}^t y f_d^t para $d = 1, \dots, N_{sd}$. La respuesta ante las fuerzas conocidas, \mathbf{u}_n^t , se tiene que obtener resolviendo un sistema de ecuaciones del tamaño global del problema, aunque su matriz de coeficientes ha sido previamente factorizada ya que es constante en toda la simulación.

Sin embargo, el valor de la fuerza de interacción, f_{inter}^t , y las fuerzas correctoras de las péndolas, f_d^t , se obtienen mediante la resolución iterativa de un sistema de ecuaciones no lineal cuyo tamaño, $N_{sd} + 1$, es muy reducido en comparación al número de grados de libertad del problema. Este hecho supone una reducción muy considerable del coste computacional requerido en la simulación. En cada iteración se ha de comprobar qué péndolas entran a compresión y si ha habido despegue del pantógrafo. El proceso termina cuando en dos iteraciones consecutivas se obtiene la misma fuerza de contacto y las mismas péndolas comprimidas.

5. PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

El cociente entre la desviación típica y la media de la fuerza de interacción, $\sigma(f_{inter})/\bar{f}_{inter}$, es un parámetro estadístico muy representativo de la calidad de la captación de corriente [9]. Por normativa se fija la fuerza media al valor establecido por la expresión:

$$\bar{f}_{inter} < 0,0097v^2 + 70 \quad (11)$$

para $200 < v < 320$ km/h. Así pues, la catenaria con una captación de corriente óptima será aquella con una desviación típica de la fuerza de contacto, $\sigma(f_{inter})$, mínima.

La fuerza de interacción depende de un gran número de factores, pero en este trabajo solo se van a considerar como variables a optimizar aspectos geométricos de la catenaria como son la altura del cable de contacto y el espaciado de las péndolas, manteniendo el resto de parámetros constantes. Así pues, si a este conjunto de N_p variables de optimización se le denomina \mathbf{p} , el problema de optimización resulta:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{p}}{\text{mín}} \quad \sigma(f_{inter}(\mathbf{p})) \\ & \text{sujeto a} \\ & p_i^{min} \leq p_i \leq p_i^{max} \quad i = 1, \dots, N_p \end{aligned} \quad (12)$$

donde p_i^{min} y p_i^{max} son los límites inferior y superior de cada una de las N_p variables.

Hay que considerar que ciertas combinaciones de los parámetros de optimización pueden dar lugar a catenarias que no son válidas desde un punto de vista práctico. Se ha considerado que una catenaria no es válida si:

- Se produce alguna pérdidas de contacto entre el pantógrafo y la catenaria.
- Aparece alguna péndola comprimida en la posición de equilibrio estático de la catenaria.

Para resolver el problema (12) se aplica un Algoritmo Genético (AG). Este enfoque trata de reproducir el proceso estocástico de selección natural para encontrar el óptimo, incluso cuando la función objetivo es no lineal o discontinua. El AG utilizado es el que incluye el software MATLAB®. Las variables se discretizan para que el campo a explorar por el AG sea finito. Además, si un individuo incumple alguna de las condiciones señaladas anteriormente es excluido de la población.

Una población inicial evoluciona hacia mejores soluciones de generación en generación, siguiendo los principios de selección natural, entrecruzamiento y mutación (ver Fig.4). Se ha elegido un proceso de selección estocástico uniforme donde los 3 mejores individuos de una población se asignan como élite, pasando directamente a la siguiente generación. El 80 % de los hijos se obtienen por entrecruzamiento de parámetros de los padres y finalmente, el resto de hijos se obtienen aleatoriamente por mutación de los padres restantes. El algoritmo termina cuando el cambio medio acumulado de la función objetivo en un cierto número de generaciones es menor que una tolerancia preestablecida.

6. RESULTADOS NUMÉRICOS

En este apartado se va a cuantificar la reducción de tiempo que se consigue con la estrategia *offline/online* por medio de diferentes simulaciones con distintos modelos de catenaria. A

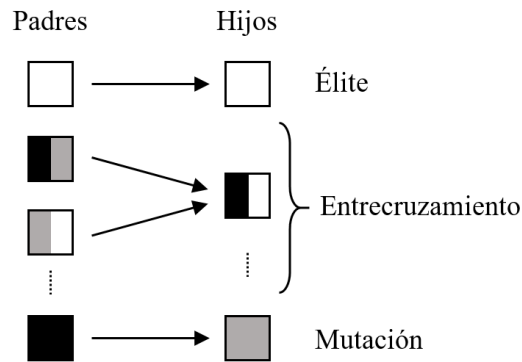


Figura 4: Esquema de creación de una nueva generación.

	Cat.1	Cat.2	Cat.3	Cat.4
g.d.l.	5996	11986	21570	14385
Tiempo simulado (s)	3	5	10	10
Método clásico (s)	52.69	218.74	785.10	417.60
<i>Offline / online</i> (s)	0.79 / 1.37	2.50 / 4.48	9.64 / 15.75	5.19 / 9.10
Factor de reducción	24.37	31.35	30.93	29.21

Tabla 1: Comparativa de tiempos de cálculo.

continuación, se detalla la optimización de una catenaria con falso sustentador así como su comportamiento para diferentes velocidades a la de diseño.

6.1. Reducción del tiempo de simulación

En esta sección se realiza una comparativa de los tiempos de cálculo requeridos por el método clásico de resolución y por la estrategia *offline/online* propuesta. En concreto, el análisis se centra en cuatro modelos de catenaria diferentes, siendo tres de ellos modelos tridimensionales con 5 (Cat.1), 10 (Cat.2) y 18 (Cat.3) vanos respectivamente, mientras que el cuarto es un modelo bidimensional de 1 km de longitud que contiene 18 vanos (Cat.4).

En la Tabla 1 se observan los tiempos de cálculo empleados en llevar a cabo la simulación de la interacción dinámica entre el pantógrafo y la catenaria para los cuatro modelos de catenarias con diferente número de grados de libertad. La integración temporal se ha llevado a cabo con un paso de tiempo $\Delta t = 0,002$ s, estando el código implementado en MATLAB® y ejecutado en un Intel® Core i7-6700 CPU.

Los resultados muestran la gran reducción del tiempo de cálculo cuando se utiliza la estrategia *offline/online*, ya que resultados con la misma precisión se obtienen entre 25 y 30 veces más rápido que si se utilizase el algoritmo clásico de simulación. Esto hace que la estrategia propuesta sea especialmente apta para su utilización en procesos de optimización, en los cuales se tiene que realizar un elevado número de simulaciones dinámicas.

6.2. Optimización de una catenaria

La catenaria que se va a optimizar cuenta con un falso sustentador en las cercanías de cada soporte. El modelo de referencia que se observa en la Fig. 5 tiene el cable de contacto completamente horizontal a una altura de referencia de 0 m y está compuesto por 20 vanos.

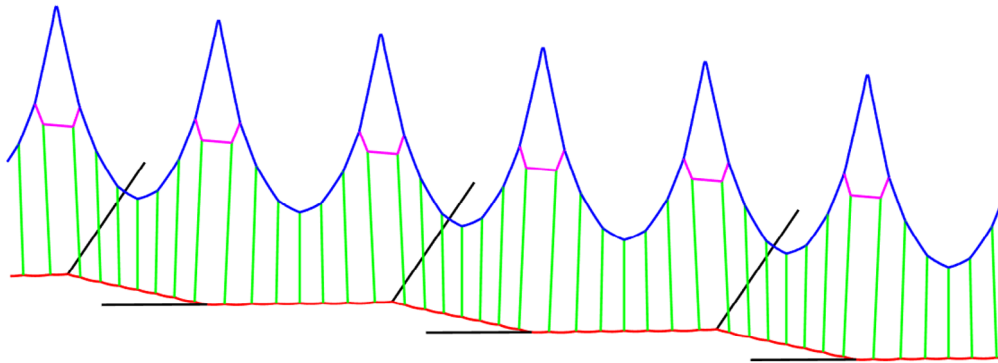


Figura 5: Modelo de catenaria con falso sustentador.

En este caso las simulaciones dinámicas se llevan a cabo con un paso de tiempo de 1 ms. La fuerza de interacción se mide en los 10 vanos centrales para evitar efectos de contorno y a su vez se le aplica un filtro paso-bajo a 20 Hz según se especifica en normativa [9]. La velocidad de diseño de la catenaria es de 300 km/h, lo que implica una fuerza de interacción media de 157.3 N. Al realizar una simulación dinámica con dicha catenaria se obtiene una $\sigma_{ref} = 22,3$ N.

En el primer problema de optimización (PO1) se consideran como variables a optimizar la altura del cable de contacto en los puntos de unión con las péndolas, h_{c_i} , para $i = 1, \dots, N_p$. Como todos los vanos deben ser iguales y se ha de mantener su simetría, con $N_p = 4$ queda perfectamente definido el problema. El rango de variación permitido para cada una de estas 4 variables es de $h_{c_i}^{min} = -0,02$ m a $h_{c_i}^{max} = 0,02$ m.

La solución óptima del PO1 se obtiene tras 90 generaciones con una población de 80 individuos cada una. Los resultados se pueden observar en la Tabla 4 y en la Fig. 6. Con esta topología de catenaria se consigue una $\sigma_1 = 14,14$ N, un 36,6 % menor que la que presenta la catenaria de referencia.

La segunda optimización (PO2) se centra en obtener la separación óptima entre péndolas. En este caso las variables d_i corresponden con la posición de las péndolas con respecto al poste anterior, y solo 3 variables son suficientes, ya que la péndola del centro del vano no se puede desplazar para preservar la simetría del mismo. Los rangos de variación de cada variable se muestran en la Tabla 2.

i	1	2	3
d_i^{min} (m)	0.1	9.1	20.5
d_i^{max} (m)	8.9	20.4	32.4

Tabla 2: Límites de las variables utilizadas en el PO2.

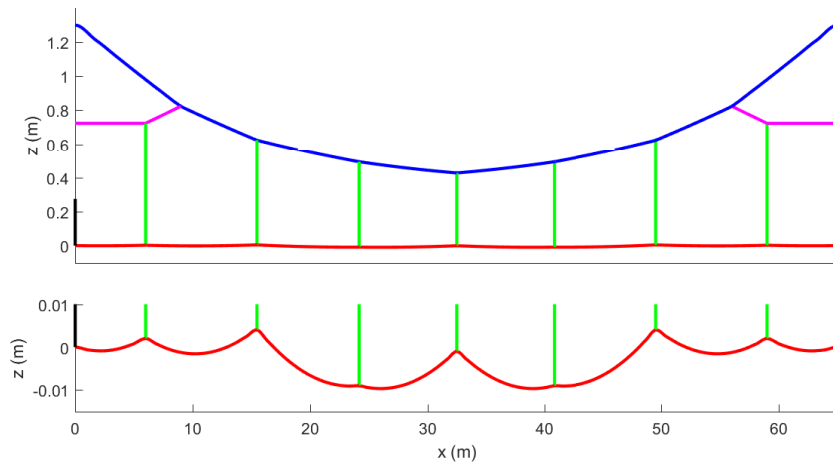


Figura 6: Geometría óptima del PO1.

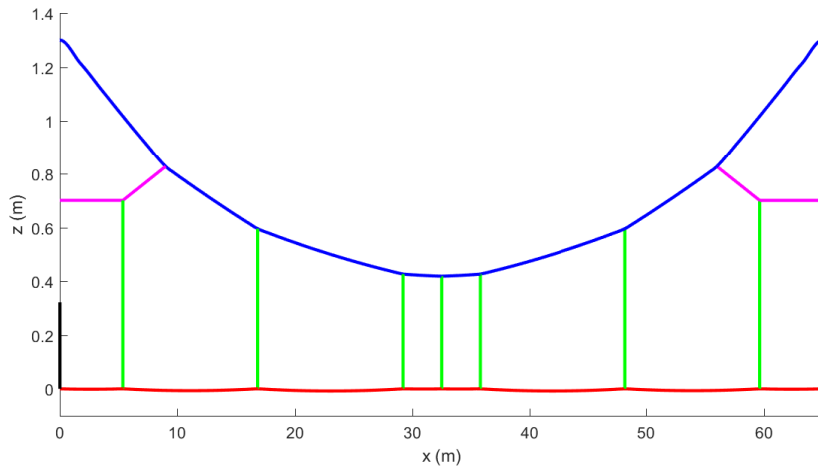


Figura 7: Geometría óptima del PO2.

Con una población de 60 individuos, tras 54 generaciones se llega a la solución óptima mostrada en la Fig. 7. Distribuyendo las péndolas de forma óptima a lo largo del vano, se consigue una $\sigma_2 = 14,05$ N, valor muy parecido al del PO1.

Si se observa con detalle la catenaria óptima del PO2 parece intuirse que, de las tres péndolas situadas en las cercanías del centro del vano, dos de ellas podrían no ser necesarias. Con el tercer problema de optimización (PO3) se considera una catenaria con solo 5 péndolas por vano. En este caso se incluyen 5 variables de optimización, 3 alturas del cable de contacto y 2 posiciones longitudinales de péndolas. Sus rangos de variación se muestran en la Tabla 3.

Con una población de 100 individuos, el AG necesita 85 generaciones para encontrar la configuración óptima que se observa en la Fig. 8, en la que las tres péndolas centrales aparecen casi equiespaciadas. La fuerza de contacto con esta catenaria tiene una $\sigma_3 = 12,42$ N, inferior a los

i	d_i (m)		h_{c_i} (m)		
	1	2	1	2	3
Min.	2	10	-0.02	-0.02	-0.02
Max.	9	30	0.02	0.02	0.02

Tabla 3: Límites de las variables utilizadas en el PO3.

dos casos anteriores y un 44,31 % menor a la obtenida con la catenaria de referencia.

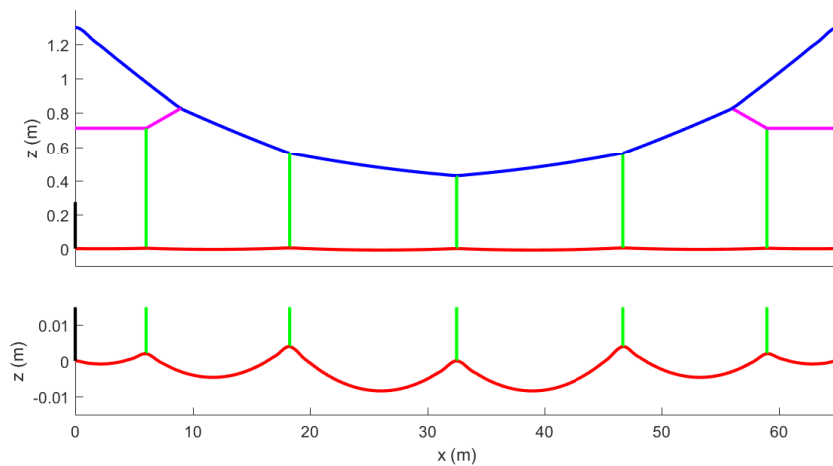


Figura 8: Geometría óptima del PO3.

Identificador	Tipo de variable	Valores óptimos (m)	$\sigma(f_{inter})$ (N)	Reducción de σ (%)
PO1	h_c	0.002 0.004 -0.009 -0.001	14.14	36.60
PO2	d	5.36 16.83 29.21	14.05	44.22
PO3	d, h_c	6.04 18.27, 0.002 0.004 0	12.42	44.31

Tabla 4: Resumen de los resultados de la optimización.

En la Tabla 4 se resumen los resultados obtenidos en las tres optimizaciones llevadas a cabo. La evolución temporal de la fuerza de interacción en los tres vanos centrales (soportes marcados en trazo discontinuo) se muestra en la Fig. 9 para las catenarias óptimas y la de referencia. Se puede observar como la fuerza en las catenarias optimizadas es mucho más suave que en el caso de referencia.

Cabe destacar que las tres catenarias son óptimas para la velocidad de diseño de 300 km/h, pero es interesante observar cual es su comportamiento en términos de $\sigma(f_{inter})$ cuando el tren circula a otras velocidades. Estos resultados se pueden ver en la Fig. 10 donde la catenaria óptima del PO1 muestra una fuerza de interacción bastante oscilatoria para velocidades inferiores a la de diseño. Sin embargo, se puede observar que las catenarias obtenidas en el PO2 y el PO3

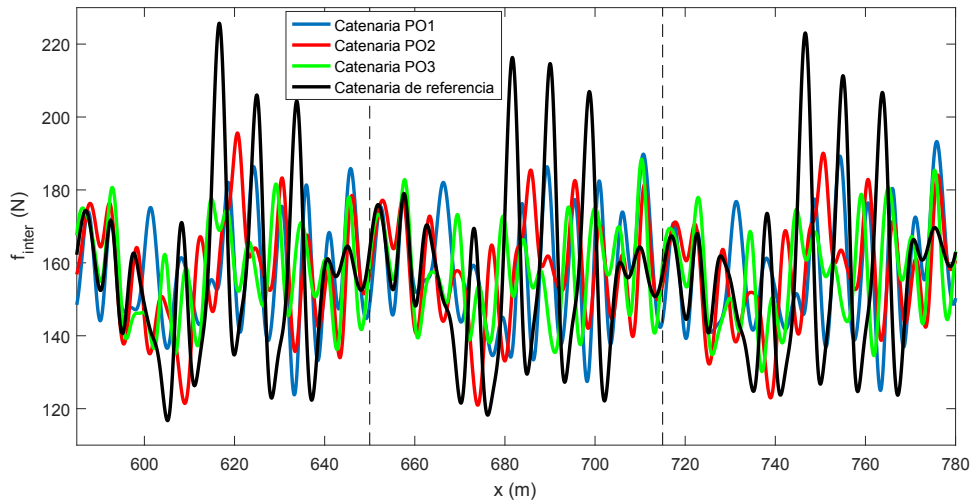


Figura 9: Evolución temporal de la fuerza de interacción.

presentan un buen comportamiento a bajas velocidades, aunque no tan bueno como el de la catenaria de referencia. Estas dos opciones parecen más estables ante cambios de velocidad del vehículo, siendo incluso la catenaria del PO3 la mejor en este aspecto además de ser la que menor desviación típica de la fuerza de interacción presenta a la velocidad de diseño.

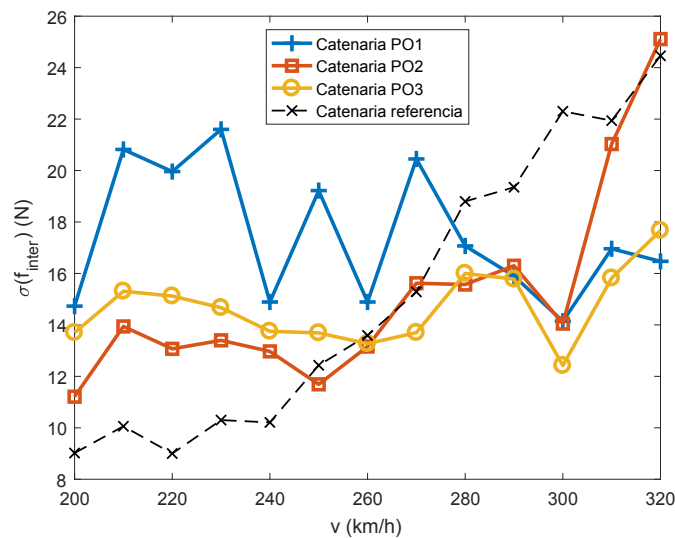


Figura 10: Comportamiento de las catenaria óptimas a diferentes velocidades del tren.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha realizado una optimización de la geometría de una catenaria de alta velocidad con falso sustentador. Para ello se ha utilizado un algoritmo genético, el cual requiere

múltiples resoluciones de la interacción dinámica entre el pantógrafo y la catenaria.

Este problema tiene un coste computacional relativamente elevado, con lo que se ha desarrollado una estrategia de resolución que reduce del orden de 25 veces el tiempo de cálculo sin ninguna pérdida en la precisión de los resultados.

El algoritmo genético ha resultado ser una herramienta apta para la optimización de catenarias ferroviarias. Los resultados obtenidos en las optimizaciones llevadas a cabo muestran que cambiando la altura del cable de contacto y la separación entre péndolas de forma apropiada se puede conseguir una fuerza de contacto mucho más uniforme, dando lugar a una mejor captación de la corriente eléctrica. Incluso es posible que catenarias con menos número de péndolas por vano tengan un mejor comportamiento que aquellas que disponen de más péndolas.

Este trabajo constituye un primer paso hacia la obtención de catenarias con una captación de corriente óptima que permitan mayores velocidades de circulación de los trenes.

REFERENCIAS

- [1] S. Bruni, J. Ambrosio, A. Carnicero, Y. H. Cho, L. Finner, M. Ikeda, S. Y. Kwon, J.-P. Massat, S. Stichel, and M. Tur, “The results of the pantograph-catenary interaction benchmark,” *Vehicle System Dynamics*, vol. 53, no. 3, pp. 412–435, 2015.
- [2] J.-P. Massat, C. Laurent, J.-P. Bianchi, and E. Balmès, “Pantograph catenary dynamic optimisation based on advanced multibody and finite element co-simulation tools,” *Vehicle System Dynamics*, vol. 52, no. sup1, pp. 338–354, 2014.
- [3] J.-W. Kim and S.-N. Yu, “Design variable optimization for pantograph system of high-speed train using robust design technique,” *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, vol. 14, no. 2, pp. 267–273, 2013.
- [4] Y. H. Cho, K. Lee, Y. Park, B. Kang, and K.-n. Kim, “Influence of contact wire pre-sag on the dynamics of pantograph-railway catenary,” *International journal of mechanical sciences*, vol. 52, no. 11, pp. 1471–1490, 2010.
- [5] A. Shabana, “Computer implementation of the absolute nodal coordinate formulation for flexible multibody dynamics,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 16, pp. 293–306, 1998.
- [6] M. Tur, E. García, L. Baeza, and F. Fuenmayor, “A 3D absolute nodal coordinate finite element model to compute the initial configuration of a railway catenary,” *Engineering Structures*, vol. 71, pp. 234–243, 2014.
- [7] S. Gregori, M. Tur, E. Nadal, J. Aguado, F. Fuenmayor, and F. Chinesta, “Fast simulation of the pantograph-catenary dynamic interaction,” *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 129, pp. 1–13, 2017.
- [8] A. Collina and S. Bruni, “Numerical simulation of pantograph-overhead equipment interaction,” *Vehicle System Dynamics*, vol. 38, no. 4, pp. 261–291, 2002.

- [9] EN 50367, "Railway applications. Current collection systems. Technical criteria for the interaction between pantograph and overhead line," *European Committee for Electrotechnical Standardization*, 2012.