



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

MÁSTER EN INGENIERÍA AERONÁUTICA

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

**TRAYECTORIAS INTERPLANETARIAS CON
MOTORES DE BAJO EMPUJE**



Autor:
Ortiz Pérez, Jesús

Tutores:
Moraño Fernández, José Antonio
Herrero Debón, Alicia
Moll López, Santiago E.

septiembre de 2021

Resumen

En los últimos años están proliferando numerosos proyectos de misiones interplanetarias con la finalidad de estudiar en profundidad el sistema solar. Todo ello muestra el inicio de una nueva carrera espacial, tanto por parte de agencias gubernamentales como por parte de empresas privadas, destinando a estos proyectos gran cantidad de recursos.

En esta carrera espacial resulta de especial interés estudiar y comparar diferentes tecnologías propulsivas. Una de las tecnologías que más desarrollo ha mostrado en los últimos tiempos es la utilización de motores de iones que no queman combustible, si no que usan electricidad como fuente de energía y gases como el xenón. Estos motores funcionan con un principio llamado Efecto Hall: partículas, generalmente de un gas noble, son aceleradas por un campo eléctrico, siendo esas partículas, cargadas eléctricamente (de ahí el nombre de motor de iones), las que salen expulsadas a gran velocidad, provocando el movimiento. Este tipo de propulsores son cada vez más estudiados y utilizados porque permiten reducir notablemente el peso de las naves.

En este trabajo se estudiará la viabilidad de llegar a órbitas exteriores a la terrestre, como la marciana desde la órbita terrestre utilizando diferentes motores iónicos o de plasma. Al ser estos motores de bajo empuje y alto impulso específico será necesario considerar un propagador orbital que incluya perturbaciones planetarias. La trayectoria deberá ser simulada completamente por el propagador ya que no se puede interpretar como una maniobra impulsiva puesto que el empuje es muy bajo y duradero. El objetivo del trabajo será la comparación de las diferentes trayectorias teniendo en cuenta los tiempos de vuelo necesarios para llegar al objetivo y las restricciones de los propulsores.

Abstract

In recent years, numerous interplanetary mission projects have proliferated with the aim of studying the solar system in depth. This shows the beginning of a new space race, both by government agencies and by private companies, with a large amount of resources being devoted to these projects.

In this space race, it is of particular interest to study and compare different propulsion technologies. One of the most recently developed technologies is the use of ion engines that do not burn fuel, but use electricity as an energy source and gases such as xenon. These engines work on a principle called the Hall Effect: particles, generally of a noble gas, are accelerated by an electric field, and these electrically charged particles (hence the name ion engine) are expelled at high speed, causing movement. This type of propulsion system is increasingly being studied and used because it can significantly reduce the weight of the spacecraft.

In this project it will be studied the feasibility of reaching outer orbits, such as the Martian orbit, from Earth orbit using different ion or plasma engines. As these engines have low thrust and high specific impulse, it will be necessary to consider an orbital propagator including planetary perturbations. The trajectory will have to be fully simulated by the propagator as it cannot be interpreted as an impulsive manoeuvre since the thrust is very low and long lasting. The objective of the work will be the comparison of different trajectories taking into account the flight times needed to reach the target and the constraints of the thrusters.

Resum

En els últims anys estan proliferant nombrosos projectes de missions interplanetàries amb la finalitat d'estudiar en profunditat el sistema solar. Tot això mostra l'inici d'una nova carrera espacial, tant per part d'agències governamentals com per part d'empreses privades, destinant a aquests projectes gran quantitat de recursos.

En aquesta carrera espacial resulta d'especial interès estudiar i comparar diferents tecnologies propulsives. Una de les tecnologies que més desenvolupament ha mostrat en els últims temps és la utilització de motors d'ions que no cremen combustible, si no que usen electricitat com a font d'energia i gasos com el xenó. Aquests motors funcionen amb un principi anomenat Efecte Hall: partícules, generalment d'un gas noble, són accelerades per un camp elèctric, sent aqueixes partícules, carregades elèctricament (d'ací el nom de motor d'ions), les que ixen expulsades a gran velocitat, provocant el moviment. Aquest tipus de propulsors són cada vegada més estudiats i utilitzats perquè permeten reduir notablement el pes de les naus.

En aquest treball s'estudiarà la viabilitat d'arribar a òrbites exteriors a la terrestre, com la marciana des de l'òrbita terrestre utilitzant diferents motors iònics o de plasma. Al ser aquests motors de baix empenyiment i alt impuls específic serà necessari considerar un propagador orbital que incloga pertorbacions planetàries. La trajectòria haurà de ser simulada completament pel propagador ja que no es pot interpretar com una maniobra impulsiva perquè l'empenyiment és molt baix i durador. L'objectiu del treball serà la comparació de les diferents trajectòries tenint en compte els temps de vol necessaris per a arribar a l'objectiu i les restriccions dels propulsors.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	iii
ÍNDICE DE TABLAS	v
1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. OBJETIVO.....	2
3. FUNDAMENTOS DE MECÁNICA ORBITAL.....	3
3.1 SISTEMAS DE REFERENCIA Y COORDENADAS	3
3.2 EL PROBLEMA DE LOS DOS CUERPOS	3
3.2.1 ECUACIONES DEL MOVIMIENTO EN UN MARCO INERCIAL.....	4
3.2.2 ECUACIONES DEL MOVIMIENTO RELATIVO.....	5
3.2.3 ECUACIÓN DE LA ÓRBITA	6
3.2.4 MARCO DE REFERENCIA PERIFOCAL.....	7
3.2.5 COEFICIENTES DE LAGRANGE	8
3.3 EL PROBLEMA DE LAMBERT	9
3.4 TRAYECTORIAS INTERPLANETARIAS.....	10
3.4.1 TRAYECTORIAS INTERPLANETARIAS DE HOHMANN	11
3.4.2 OPORTUNIDADES DE RENDEZVOUS	12
3.4.3 ESFERA DE INFLUENCIA.....	14
3.5 MANIOBRAS ORBITALES NO-IMPULSIVAS.....	14
3.6 PERTURBACIONES.....	16
3.6.1 PERTURBACIONES GRAVITACIONALES.....	16
3.6.2 PRESIÓN DE RADIACIÓN SOLAR	17
3.6.3 PERTURBACIÓN DE CUERPOS CELESTES.....	18
4. ESTADO DEL ARTE.....	19
4.1 MISIONES A MARTE	19
4.1.1 MISIONES PASADAS	19
4.1.2 MISIONES ACTUALES.....	22
4.1.3 MISIONES FUTURAS.....	24
4.2 PROPULSIÓN DE BAJO EMPUJE.....	24
4.2.1 TIPOS DE PROPULSIÓN ELÉCTRICA.....	24
4.2.2 CARACTERÍSTICAS DE DIFERENTES OPCIONES DE PROPULSIÓN ELÉCTRICA 27	
4.2.3 APLICACIONES INTERPLANETARIAS DE LA PROPULSIÓN ELÉCTRICA	28
5. ESTRUCTURA Y DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO.....	30
5.1 SOFTWARE UTILIZADO	30
5.2 MARCO DE REFERENCIA.....	30
5.3 FORMATO DE OBTENCIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE EFEMÉRIDES	31
5.4 VALIDACIÓN DEL PROPAGADOR	32
5.4.1 ERROR DE POSICIÓN Y VELOCIDAD EN EL PERIHELIO	32

5.4.2	ERROR DE POSICIÓN Y VELOCIDAD EN EL AFELIO	32
5.5	DESARROLLO DE LA MISIÓN	33
6.	RESULTADOS	35
6.1	TRANSFERENCIA DE HOHMANN CON PROPULSIÓN QUÍMICA	35
6.2	COMPARATIVA ENTRE LAS DIFERENTES OPCIONES DE PROPULSIÓN	35
6.3	COMPARATIVA ENTRE LAS DIFERENTES OPCIONES DE PROPULSIÓN PARA UNA MISIÓN TIERRA - MARTE	37
6.3.1	MOTOR NEXT	38
6.3.2	MOTOR HIPEP	40
6.3.3	MOTOR VASIMR VX-200	42
6.3.4	COMPARATIVA ENTRE MOTORES IÓNICOS Y MOTOR QUÍMICO	44
6.4	TRAYECTORIA TIERRA – MARTE DESDE UNA ÓRBITA GEOSÍNCRONA	45
7.	CONCLUSIONES	48
8.	PLIEGO DE CONDICIONES	49
8.1	OBJETO DEL PLIEGO DE CONDICIONES	49
8.2	CONDICIONES TÉCNICAS	49
8.2.1	HARDWARE	49
8.2.2	SOFTWARE	49
8.3	CONDICIONES DEL PUESTO DE TRABAJO	49
9.	PRESUPUESTO	52
9.1	COSTES DE PERSONAL	52
9.2	COSTES DE HARDWARE	52
9.3	COSTES DE SOFTWARE	52
9.4	PRESUPUESTO TOTAL	52

REFERENCIAS

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

ILUSTRACIÓN 1. DIAGRAMA DE FUERZAS DEL PROBLEMA DE LOS DOS CUERPOS [5].....	4
ILUSTRACIÓN 2. ÓRBITAS CON DIFERENTES EXCENTRICIDADES CON UN FOCO F Y PERIÁPSIDE P COMUNES [5].....	7
ILUSTRACIÓN 3. SISTEMA PERIFOCAL <i>pqw</i> [5].	8
ILUSTRACIÓN 4. PROBLEMA DE LAMBERT [5].	9
ILUSTRACIÓN 5. TRANSFERENCIA DE HOHMMANN DESDE UN PLANETA INTERIOR A UNO EXTERIOR [5].	12
ILUSTRACIÓN 6. SALIDA Y RENDEZVOUS CON EL PLANETA 2 [5].	13
ILUSTRACIÓN 7. DISMINUCIÓN DE LA FUERZA GRAVITATORIA CON LA DISTANCIA A LA SUPERFICIE DE UN PLANETA [5].	14
ILUSTRACIÓN 8. PERTURBACIÓN DE LA LUNA SOBRE UNA NAVE QUE ORBITA LA TIERRA [5].	18
ILUSTRACIÓN 9. PRIMERA IMAGEN DE LA SUPERFICIE DE MARTE, TOMADA POR LA SONDA VIKING 1 [6].	19
ILUSTRACIÓN 10. ROVER OPPORTUNITY (IZQUIERDA) Y MARS PATHFINDER (DERECHA) [9].....	22
ILUSTRACIÓN 11. PERSEVERANCE (ARRIBA, IZQUIERDA), EXOMARS (ARRIBA, DERECHA), TIANWEN-1 (ABAJO, IZQUIERDA) Y HOPE (ABAJO, DERECHA) [8][9].	23
ILUSTRACIÓN 12. FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR VASIMR VX-200 [11].	25
ILUSTRACIÓN 13. ESQUEMA OPERACIONAL DE UN PROPULSOR IÓNICO TIPO GRIDDED-ION [12].....	26
ILUSTRACIÓN 14. ESQUEMA OPERACIONAL DE UN PROPULSOR DE TIPO HALL-EFFECT [12].....	27
ILUSTRACIÓN 15. TRAYECTORIAS PARA UNA PRUEBA DE MISIÓN DE REGRESO DESDE NEREUS CON NSTAR (IZQUIERDA) Y BPT-4000 (DERECHA) [12].	28
ILUSTRACIÓN 16. SISTEMA DE REFERENCIA HELIOCÉNTRICO-ECLÍPTICO [17].	30
ILUSTRACIÓN 17. OBTENCIÓN DE EFEMÉRIDES DE LA WEB HORIZONS [18].	31
ILUSTRACIÓN 18. ERROR EN LA DISTANCIA (IZQUIERDA) Y VELOCIDAD (DERECHA) A LO LARGO DEL TIEMPO ENTRE PROPAGADOR Y HORIZONS EN EL PERIHELIO [FUENTE PROPIA].	32
ILUSTRACIÓN 19. ERROR EN LA DISTANCIA (IZQUIERDA) Y VELOCIDAD (DERECHA) A LO LARGO DEL TIEMPO ENTRE PROPAGADOR Y HORIZONS EN EL AFELIO [FUENTE PROPIA].	33
ILUSTRACIÓN 20. MASA CONSUMIDA FRENTE A TIEMPO DE VUELO PARA LOS DIFERENTES MOTORES EN EL AÑO 2022 (ARRIBA, IZQUIERDA), 2024 (ARRIBA, DERECHA), 2026 (ABAJO, IZQUIERDA) Y 2028 (ABAJO, DERECHA) [FUENTE PROPIA].	36
ILUSTRACIÓN 21. INCREMENTO DE VELOCIDAD TOTAL FRENTE A TIEMPO DE VUELO PARA LOS DIFERENTES MOTORES EN EL AÑO 2022 (ARRIBA, IZQUIERDA), 2024 (ARRIBA, DERECHA), 2026 (ABAJO, IZQUIERDA) Y 2028 (ABAJO, DERECHA) [FUENTE PROPIA].	37
ILUSTRACIÓN 22. REPRESENTACIÓN DE LA TRAYECTORIA DEL MOTOR NEXT EN EL PLANO XY PARA LOS AÑOS 2024 (ARRIBA, IZQUIERDA), 2026 (ARRIBA, DERECHA) Y 2028 (ABAJO) [FUENTE PROPIA]. ...	38
ILUSTRACIÓN 23. AUMENTO DE LA DISTANCIA HELIOCÉNTRICA EN LA TRAYECTORIA DEL MOTOR NEXT PARA LOS AÑOS 2024 (ARRIBA, IZQUIERDA), 2026 (ARRIBA, DERECHA) Y 2028 (ABAJO) [FUENTE PROPIA].	39
ILUSTRACIÓN 24. REPRESENTACIÓN DE LA TRAYECTORIA DEL MOTOR HIPEP EN EL PLANO XY PARA LOS AÑOS 2024 (ARRIBA, IZQUIERDA), 2026 (ARRIBA, DERECHA) Y 2028 (ABAJO) [FUENTE PROPIA]. ...	40
ILUSTRACIÓN 25. AUMENTO DE LA DISTANCIA HELIOCÉNTRICA EN LA TRAYECTORIA DEL MOTOR HIPEP PARA LOS AÑOS 2024 (ARRIBA, IZQUIERDA), 2026 (ARRIBA, DERECHA) Y 2028 (ABAJO) [FUENTE PROPIA].	41
ILUSTRACIÓN 26. REPRESENTACIÓN DE LA TRAYECTORIA DEL MOTOR VASIMR VX-200 EN EL PLANO XY PARA LOS AÑOS 2024 (ARRIBA, IZQUIERDA), 2026 (ARRIBA, DERECHA) Y 2028 (ABAJO) [FUENTE PROPIA].	42
ILUSTRACIÓN 27. AUMENTO DE LA DISTANCIA HELIOCÉNTRICA EN LA TRAYECTORIA DEL MOTOR VASIMR VX-200 PARA LOS AÑOS 2024 (ARRIBA, IZQUIERDA), 2026 (ARRIBA, DERECHA) Y 2028 (ABAJO) [FUENTE PROPIA].	43
ILUSTRACIÓN 28. POSICIÓN INICIAL DE LA NAVE EN SU ÓRBITA RESPECTO DEL SISTEMA GEOSÍNCRONA [FUENTE PROPIA].	45
ILUSTRACIÓN 29. TRAYECTORIA ENTRE UNA ÓRBITA GEOSÍNCRONA Y LA SOI DE MARTE [FUENTE PROPIA].	46
ILUSTRACIÓN 30. AUMENTO DE LA DISTANCIA HELIOCÉNTRICA Y SALIDA DE LA SOI DE LA TIERRA [FUENTE PROPIA].	46

ILUSTRACIÓN 31. POSICIÓN DE LA NAVE RESPECTO DEL SISTEMA GEOCÉNTRICO (IZQUIERDA) Y DETALLE DE ESCAPE DE LA SOI TERRESTRE (DERECHA) [FUENTE PROPIA].47

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. CARACTERÍSTICAS DE LAS MISIONES PASADAS A MARTE DESDE LA TIERRA [7].[8][9][10]. AGENCIA ESPACIAL (EA), TIPO DE MISIÓN: ORBITADOR (O), FLYBY (F), ORBITADOR-LANDER (O-L), ROVER (R), LANDER-SONDA (L-S), RESULTADO DE LA MISIÓN: ÉXITO (E) O FALLO (FA).	20
TABLA 2. RESULTADOS DE LAS MISIONES DESCRITAS [7].....	22
TABLA 3. CARACTERÍSTICAS DE LAS MISIONES ACTUALES EN MARTE [7][8][9].....	22
TABLA 4. RESULTADOS DE LAS MISIONES ACTUALES DE MARTE [7].....	23
TABLA 5. CARACTERÍSTICAS DE LAS MISIONES FUTURAS A MARTE [8][9].	24
TABLA 6. CARACTERÍSTICAS DE DIFERENTES OPCIONES DE PROPULSIÓN ELÉCTRICA [10][13][14][15][16].	27
TABLA 7. ERRORES DE DISTANCIA Y VELOCIDAD ENTRE LAS COORDENADAS DE LA SONDA PARKER OBTENIDAS DE HORIZONS Y POR EL PROPAGADOR EN EL PERIHELIO [FUENTE PROPIA].	32
TABLA 8. ERRORES DE DISTANCIA Y VELOCIDAD ENTRE LAS COORDENADAS DE LA SONDA PARKER OBTENIDAS DE HORIZONS Y POR EL PROPAGADOR EN EL AFELIO.....	32
TABLA 9. PARÁMETROS DE LA TRAYECTORIA CON EL MOTOR NEXT [FUENTE PROPIA].....	39
TABLA 10. PARÁMETROS DE LA TRAYECTORIA CON EL MOTOR HIPEP [FUENTE PROPIA].....	41
TABLA 11. PARÁMETROS DE LA TRAYECTORIA CON EL MOTOR VASIMR-VX-200 [FUENTE PROPIA].	43
TABLA 12. COMPARATIVA ENTRE LOS PROPULSORES ELÉCTRICOS Y EL PROPULSOR QUÍMICO PARA LAS FECHAS DE MISIÓN ESTABLECIDAS ANTERIORMENTE [FUENTE PROPIA].	44
TABLA 13. PARÁMETROS DE LA TRAYECTORIA DESDE GEO DE LA TIERRA A LA SOI DE MARTE [FUENTE PROPIA].....	47
TABLA 14. COSTES ASOCIADOS AL PERSONAL [FUENTE PROPIA].	52
TABLA 15. COSTES ASOCIADOS AL HARDWARE [FUENTE PROPIA].	52
TABLA 16. COSTES ASOCIADOS AL SOFTWARE [FUENTE PROPIA].	52
TABLA 17. COSTE TOTAL DEL PROYECTO [FUENTE PROPIA].	53

1. INTRODUCCIÓN

Los humanos nos aventuramos por primera en el estudio del espacio exterior el 4 de octubre de 1957, cuando la Unión Soviética (URSS) consiguió lanzar con éxito Sputnik, el primer satélite artificial en orbitar La Tierra. Este hecho, sucedió durante el transcurso de La Guerra Fría, con la ya mencionada URSS compitiendo constantemente por el poder con la otra superpotencia mundial, Estados Unidos. Esta contienda, supuso la irrupción de la era espacial, unos años de auge para el sector, en los que se lograron hazañas que se pensaban imposibles. El primer hombre en el espacio, Yuri Gagarin por manos de la URSS el 12 de abril de 1961, supuso la proposición del objetivo más ambicioso hasta el momento, conseguir que un humano pisase La Luna. Es así, que, en 1969, Neil Amstrong, a bordo del Apolo 11, se convirtió en el primer hombre en pisar la superficie lunar. A partir de este suceso, la motivación por la carrera espacial se calmó, lo que supuso la disminución de los recursos para la investigación espacial, limitándose a órbitas bajas de La Tierra. No obstante, se han conseguido grandes proezas, como la implantación en órbita de la Estación Espacial Internacional (ISS) o el descubrimiento de gran cantidad de cuerpos del universo gracias a la instrumentación [1].

En los últimos años, la incursión en la escena mundial de organizaciones y empresas con abundantes recursos y proyectos de gran alcance, tales como Space X, ha supuesto un nuevo surgimiento de la exploración espacial, con el punto de mira fijado en Marte. Hasta ahora, se han realizado 56 misiones al planeta rojo, de las cuales solo 26 han logrado cumplir sus objetivos, demostrando así la dificultad que supone una misión de estas características. Aun así, en los años venideros ya se han planificado una gran cantidad de misiones, entre las que destaca el propósito de que un humano pise la superficie del planeta vecino [2].

Uno de los campos de especial interés dentro de una trayectoria interplanetaria, es la propulsión espacial. Existen tres principales tipos de motores utilizados en satélites y sondas espaciales, químicos, eléctricos o “propellant-less”. Hoy en día la mayor parte de misiones se desarrollan utilizando propulsión química, ya que sus altos empujes permiten imprimir incrementos de velocidad elevados. Sin embargo, a la hora de diseñar una misión interplanetaria, la masa resulta un factor limitante. Por ello, en los últimos años, la propulsión eléctrica y “propellant-less” ha comenzado a cobrar importancia, ya que disponen de una mayor eficiencia, con altos impulsos específicos, que pueden minimizar la masa inicial de combustible de una nave espacial. El uso de este tipo de tecnologías, se hizo realidad con la misión Deep Space 1, la primera en utilizar únicamente propulsión iónica, el motor NSTAR [3].

La propulsión eléctrica se caracteriza por ofrecer altos impulsos específicos, a la vez que empujes bajos. Su desarrollo, ha implicado que se hayan planificado misiones a corto plazo que utilizan de este tipo de tecnología propulsiva. Por ello, resulta interesante estudiar sus aplicaciones en misiones en las que prime de forma común la propulsión química. El objetivo de enviar un hombre a Marte, hace que los estudios sobre mejoras en las maniobras orbitales desde La Tierra a Marte sean más acuciantes.

Es por ello que este proyecto se centra en el estudio de maniobras orbitales no impulsivas desde La Tierra hasta Marte, exponiendo las opciones de propulsión iónica más actuales y analizando la viabilidad de su posible implantación. Para ello, se variarán los parámetros iniciales para obtener los resultados de las variables del tiempo de vuelo y la masa de combustible consumida.

2. OBJETIVO

El presente proyecto trata de estudiar posibles opciones de propulsión eléctrica para una maniobra no impulsiva desde La Tierra hasta Marte.

Se propone el lanzamiento de una sonda espacial desde la Esfera de Influencia (SOI) de La Tierra hasta la Esfera de Influencia de Marte. Para ello, se desarrolla un propagador que integre el vector posición y el vector velocidad en cada paso temporal, a su vez, al tratarse de una maniobra no impulsiva, es decir, de empuje constante, se implementa en el integrador la variable de la masa. El sistema de referencia utilizado se corresponde con el sistema heliocéntrico eclíptico, en el que todos los cuerpos orbitan alrededor del Sol, que se supone en el centro del sistema.

Se estudian diferentes configuraciones propulsivas, así como diferentes fechas de lanzamiento, para encontrar una solución óptima que se compara con los datos de una misión real de La Tierra a Marte.

Dichos resultados se centran en el estudio de dos parámetros:

- Tiempo de vuelo
- Masa de combustible consumida

Estos parámetros permiten discriminar entre diferentes motores, para encontrar el óptimo según los parámetros establecidos. A su vez, se propone estudiar el comportamiento de un motor de bajo empuje que escape de la Esfera de Influencia (SOI) de la Tierra, desde una órbita geoestacionaria (GEO) con el fin de conseguir resultados con el motor que resulte más rentable para la transferencia interplanetaria desde el punto de vista de masa consumida y tiempo de vuelo.

3. FUNDAMENTOS DE MECÁNICA ORBITAL

La mecánica celeste comenzó como el estudio de los movimientos naturales de los cuerpos celestes, como la Luna y los planetas conocidos del Sistema Solar. Este campo ha sido estudiado a lo largo de más de 400 años y se encuentra documentado en gran detalle.

La mecánica orbital es un tratamiento más moderno del caso anterior en el que se incluye el estudio de los movimientos de satélites artificiales y otros vehículos espaciales, que se encuentran bajo la influencia de fuerzas gravitacionales, empujes, resistencias atmosféricas, vientos solares y cualquier otro efecto que pueda inducir movimiento. Las aplicaciones de la ingeniería en este campo incluyen trayectorias de lanzamiento, reentradas y aterrizajes, maniobras de rendezvous, diseño orbital y trayectorias interplanetarias.

Los principios básicos se basan en leyes físicas sencillas. Las trayectorias de las naves espaciales y otros objetos en el Sistema Solar se encuentran gobernadas principalmente por las leyes de Newton, incluyendo perturbaciones por los efectos de la relatividad general [4].

3.1 SISTEMAS DE REFERENCIA Y COORDENADAS

A la hora de realizar predicciones métricas, resulta necesario representar los estados de los objetos (por ejemplo, posiciones y velocidades) en un número distinto de sistemas de coordenadas dependiendo del contexto en el que los datos se usen. Cada sistema de coordenadas se corresponde con una forma de expresar posiciones y velocidades con respecto a un plano de referencia particular, con un conjunto de ejes rectangulares.

Existen dos principales tipos de sistemas de referencia:

- **Sistemas de referencia Inerciales:** Los cuerpos permanecen en estado de reposo o de movimiento uniforme. No existe rotación con respecto a las estrellas, a su vez su origen no posee aceleración. Sistemas como J2000 (actualmente ICRF) y ECLIPJ2000 son ejemplos de sistemas inerciales.
- **Sistemas de referencia No inerciales:** Los cuerpos se encuentran en un estado acelerado sin la aplicación de una fuerza externa. Existen varios ejemplos de sistemas no inerciales referidos a cuerpos celestes. Los más utilizados se dividen en “Body-fixed”, topocéntricos, centrados en la nave espacial, instrumentales o dinámicos.

En principio, se puede obtener un sistema de coordenadas estándar celeste que se encuentre fijo en el espacio por medio de mantener fija la orientación de un plano de referencia inercial en un instante específico, denominado como la época estándar. En la práctica, los ejes pueden no ser directamente observables en la época estándar, pero se pueden deducir adoptando un conjunto de las posiciones y los movimientos de un conjunto de estrellas u otros objetos celestes que actúen como puntos de referencia en el cielo. El Marco de Referencia Celeste Internacional (ICRF) se utiliza de forma habitual para la obtención de efemérides del Sistema Solar.

A la hora de diseñar una misión espacial, es habitual la utilización de diferentes sistemas de referencia dependiendo de los requerimientos y necesidades de cada fase de la misma, por lo que es necesario realizar cambios de coordenadas para computar las posiciones y velocidades en cada sistema de referencia.

3.2 EL PROBLEMA DE LOS DOS CUERPOS

El *problema de dos cuerpos* es un caso simplificado del *problema de los n cuerpos* que se utiliza para obtener resultados de una forma más sencilla y con menor coste computacional.

Se puede definir al *problema de los n cuerpos* como el estudio del movimiento de un grupo de partículas que interactúan entre ellas conforme a la ley de gravitación universal. Cada una de estas interacciones se recogen en la siguiente expresión.

$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{Gm_i m_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{\|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\|^3} \quad (3.1)$$

Siendo G la constante de gravitación universal, m_i y m_j las masas de los cuerpos i y j y \mathbf{r}_i y \mathbf{r}_j los vectores de posición de los respectivos cuerpos.

Como se ha introducido, existen casos simplificados de este problema, que ofrecen soluciones aproximadas a la real. Por ello, es necesario establecer las hipótesis utilizadas para el caso simplificado del *problema de los dos cuerpos*.

- Los cuerpos son considerados como masas puntuales, es decir, poseen simetría esférica, además de otros aspectos.
- No existen fuerzas externas ni internas actuando sobre el sistema a excepción de las fuerzas de gravedad que actúan sobre la línea de unión de los centros de cada cuerpo.

3.2.1 ECUACIONES DEL MOVIMIENTO EN UN MARCO INERCIAL

La siguiente ilustración, muestra dos masas puntuales entre las que solo actúa la fuerza natural de la gravedad. Las posiciones \mathbf{R}_1 y \mathbf{R}_2 de sus centros de masa se muestran relativas a un sistema de referencia inercial XYZ . Expresados en función de las coordenadas de los dos puntos.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 &= X_1 \hat{\mathbf{i}} + Y_1 \hat{\mathbf{j}} + Z_1 \hat{\mathbf{k}} \\ \mathbf{R}_2 &= X_2 \hat{\mathbf{i}} + Y_2 \hat{\mathbf{j}} + Z_2 \hat{\mathbf{k}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

El origen O del marco inercial se puede mover con una velocidad constante (relativa a las estrellas fijas), pero los ejes no rotan. Cada uno de los cuerpos se ve atraído por la fuerza gravitacional del otro, siendo F_{12} la fuerza ejercida sobre m_1 por m_2 y F_{21} la fuerza ejercida sobre m_2 por m_1 .

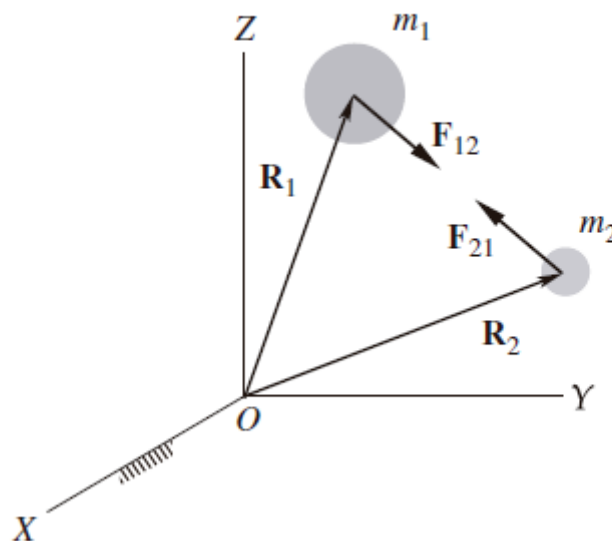


Ilustración 1. Diagrama de fuerzas del problema de los dos cuerpos [5].

Sea \mathbf{r} el vector posición de m_2 relativo a m_1 , se tiene

$$\mathbf{r} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1 \quad (3.3)$$

Asimismo, sea $\hat{\mathbf{u}}_r$ el vector posición unitario que apunta desde m_1 hacia m_2 , entonces

$$\hat{\mathbf{u}}_r = \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (3.4)$$

donde r es el módulo de \mathbf{r} .

El cuerpo m_1 se encuentra sometido únicamente por la fuerza de atracción gravitatoria de m_2 . Esta fuerza, la cual actúa sobre la línea que une los centros de masas de los dos cuerpos, viene dada por la ley de gravitación universal (3.1). De este modo, la fuerza ejercida por m_2 sobre m_1 es

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{\mathbf{u}}_r \quad (3.5)$$

Donde $\hat{\mathbf{u}}_r$ se supone teniendo en cuenta el hecho de que el vector fuerza \mathbf{F}_{12} tiene dirección desde m_1 a m_2 . Utilizando la tercera ley de Newton (principio de acción-reacción,), la fuerza \mathbf{F}_{21} ejercida sobre m_2 por m_1 es $-\mathbf{F}_{12}$, de modo que

$$\mathbf{F}_{21} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{\mathbf{u}}_r \quad (3.6)$$

La segunda ley de Newton aplicada sobre el cuerpo m_1 es $\mathbf{F}_{12} = m_1\ddot{\mathbf{R}}_1$, donde $\ddot{\mathbf{R}}_1$ es la aceleración absoluta de m_1 . Combinando esta ecuación con la ley de gravitación universal de Newton, se tiene

$$m_1\ddot{\mathbf{R}}_1 = \frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{\mathbf{u}}_r \quad (3.7)$$

De la misma forma, sustituyendo $\mathbf{F}_{21} = m_2\ddot{\mathbf{R}}_2$ en la ecuación (3.6), se tiene

$$m_2\ddot{\mathbf{R}}_2 = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{\mathbf{u}}_r \quad (3.8)$$

Finalmente, despejando las masas de las ecuaciones (3.7) y (3.8) y sustituyendo en la ecuación de movimiento relativo del sistema de dos cuerpos relativo al marco inercial XYZ , (3.4) se obtiene

$$\ddot{\mathbf{R}}_1 = Gm_2 \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (3.9)$$

$$\ddot{\mathbf{R}}_2 = -Gm_1 \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (3.10)$$

3.2.2 ECUACIONES DEL MOVIMIENTO RELATIVO

Derivando la ecuación (3.3) dos veces en el tiempo, se obtiene el vector de aceleración relativa

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{R}}_2 - \ddot{\mathbf{R}}_1 \quad (3.11)$$

Sustituyendo la ecuación (3.5) en el lado derecho de esta expresión, se tiene

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{G(m_1 + m_2)}{r^2} \hat{\mathbf{u}}_r \quad (3.12)$$

Se define el parámetro gravitacional μ como

$$\mu = G(m_1 + m_2) \quad (3.13)$$

Las unidades de μ son kilómetros cúbicos por segundo cuadrado. Finalmente, sustituyendo el parámetro de gravitación en la anterior expresión, se llega a la expresión del movimiento relativo

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \quad (3.14)$$

Esta ecuación diferencial no-lineal de segundo orden, gobierna el movimiento de m_2 relativo a m_1 . Tiene dos vectores constantes de integración, teniendo cada uno de ellos, tres componentes escalares. De este modo, la ecuación (3.14) dispone de seis constantes de integración.

Esta ecuación, se puede resolver de forma numérica: suponiendo un sistema de coordenadas cartesiano no rotatorio fijado a m_1 , se divide la ecuación en componentes en este sistema móvil, para la obtención de las componentes de la aceleración relativa

$$\ddot{x} = -\frac{\mu}{r^3} x \quad \ddot{y} = -\frac{\mu}{r^3} y \quad \ddot{z} = -\frac{\mu}{r^3} z \quad (3.15)$$

donde $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Las componentes del vector de estado ($\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}}$, $\mathbf{v} = \dot{x}\hat{\mathbf{i}} + \dot{y}\hat{\mathbf{j}} + \dot{z}\hat{\mathbf{k}}$), se encuentran definidas en el vector \mathbf{y}

$$\mathbf{y} = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}] \quad (3.16)$$

Las derivadas temporales de este vector, forman el vector estado de tasas de cambio

$$\dot{\mathbf{y}} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z}] \quad (3.17)$$

donde las últimas tres componentes, las aceleraciones, se definen con la ecuación (3.15).

3.2.3 ECUACIÓN DE LA ÓRBITA

Otra forma de resolver la ecuación (3.14) es utilizar otra expresión para el movimiento relativo del problema de los dos cuerpos:

Tras aplicar las leyes de conservación de energía y momento angular se tiene

$$r = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1 + e \cos \theta} \quad (3.18)$$

Siendo h , μ y e el momento angular, el parámetro gravitacional estándar y la excentricidad, respectivamente, y donde θ se define como anomalía verdadera indicando la posición angular que tiene el cuerpo en la órbita respecto del periápside.

La expresión (3.18) se denomina ecuación de la órbita y describe la trayectoria del cuerpo m_2 alrededor de m_1 con relación a m_1 . Dicha ecuación define secciones cónicas (elipses, parábolas, hipérbolas y circunferencias), demostrando matemáticamente la primera ley de Kepler (1609).

Las órbitas que quedan definidas por el problema de los dos cuerpos se denominan de forma habitual como órbitas keplerianas.

Dependiendo del valor de su excentricidad (siempre positivo o nulo), ya que valores negativos carecen de sentido físico, se pueden diferenciar cuatro tipos de órbita.

- Órbitas circulares ($e = 0$)
- Órbitas elípticas ($0 < e < 1$)
- Órbitas parabólicas ($e = 1$)
- Órbitas hiperbólicas ($e > 1$)

En la siguiente imagen se pueden observar los distintos tipos de órbita.

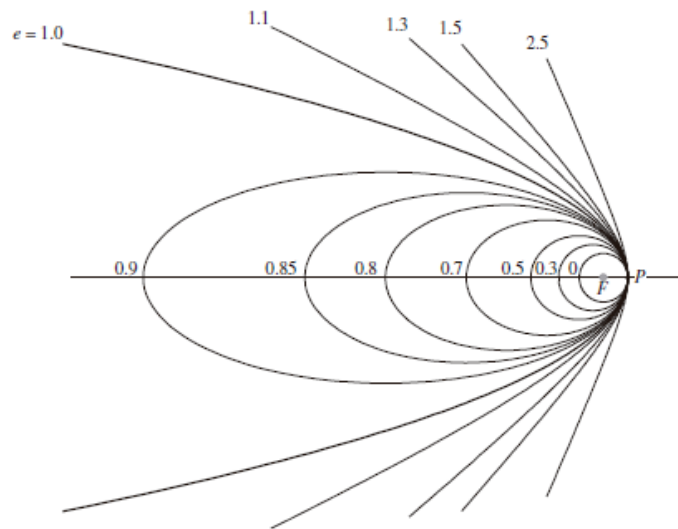


Ilustración 2. Órbitas con diferentes excentricidades con un foco F y periápside P comunes [5].

3.2.4 MARCO DE REFERENCIA PERIFOCAL

Resulta necesaria la introducción de un sistema de referencia intrínseco a las órbitas, denominado sistema perifocal. Dicho sistema es el “sistema natural” de una órbita. Se trata de un sistema de coordenadas cartesianas fijado en el espacio y centrado en el foco de la órbita. Su plano $\bar{x}\bar{y}$ es el plano de la órbita y su eje \bar{x} ase dirige desde el foco, apuntando al periápside, como se puede observar en la Ilustración 3. El vector unitario que recorre el eje \bar{x} (la línea de ápside) se denomina \hat{p} . El eje \bar{y} cuyo vector unitario es \hat{q} tiene una anomalía verdadera de 90° respecto del eje \bar{x} . El eje \bar{z} es perpendicular al plano de la órbita en la dirección del vector de momento angular \mathbf{h} . El vector unitario del eje \bar{z} es \hat{w} .

$$\hat{w} = \frac{\mathbf{h}}{h} \quad (3.19)$$

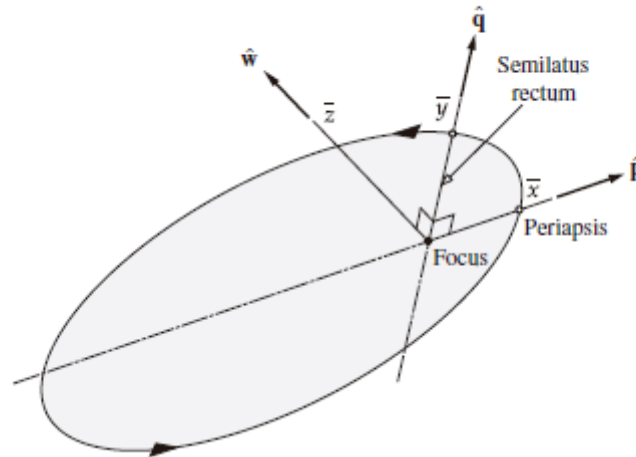


Ilustración 3. Sistema perifocal $\hat{p}\hat{q}\hat{w}$ [5].

3.2.5 COEFICIENTES DE LAGRANGE

En primer lugar, se definen la posición y velocidad inicial de un cuerpo en su órbita

$$\mathbf{r}_0 = \bar{x}_0 \hat{\mathbf{p}} + \bar{y}_0 \hat{\mathbf{q}} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{v}_0 = \dot{\bar{x}}_0 \hat{\mathbf{p}} + \dot{\bar{y}}_0 \hat{\mathbf{q}} \quad (3.21)$$

Una vez conocidos la posición y velocidad iniciales, los coeficientes de Lagrange permiten obtener la posición y velocidad en un tiempo t respecto de los valores iniciales.

$$\mathbf{r} = f \mathbf{r}_0 + g \mathbf{v}_0 \quad (3.22)$$

$$\mathbf{v} = \dot{f} \mathbf{r}_0 + \dot{g} \mathbf{v}_0 \quad (3.23)$$

Dichos coeficientes de Lagrange se corresponden con f y g . Se trata de funciones cuyo valor depende de la posición que tenga el cuerpo en la órbita (su deducción se puede encontrar en la bibliografía [5]). Se pueden expresar respecto del cambio en la anomalía verdadera como

$$f = 1 - \frac{\mu r}{h^2} (1 - \cos \Delta\theta) \quad (3.24)$$

$$g = \frac{r r_0}{h} \sin \Delta\theta \quad (3.25)$$

$$\dot{f} = \frac{\mu}{h} \frac{1 - \cos \Delta\theta}{\sin \Delta\theta} \left[\frac{\mu}{h^2} (1 - \cos \Delta\theta) - \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right] \quad (3.26)$$

$$\dot{g} = 1 - \frac{\mu r_0}{h^2} (1 - \cos \Delta\theta) \quad (3.27)$$

donde $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ y $r = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1 + \left(\frac{h^2}{\mu r_0} - 1\right) \cos \Delta\theta - \frac{h v r_0}{\mu} \sin \Delta\theta}$.

Resulta relevante remarcar una propiedad característica de los coeficientes de Lagrange útil para la resolución del problema de Lambert.

$$f\dot{g} - \dot{f}g = 1 \quad (3.28)$$

3.3 EL PROBLEMA DE LAMBERT

Se consideran conocidos los vectores posición \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 de los puntos P_1 y P_2 como se observa en la Ilustración 4. El físico, matemático y astrónomo Johann Heinrich Lambert planteó que el tiempo de transferencia Δt entre ambos puntos es independiente de la excentricidad de la órbita y solo depende de la suma de las magnitudes de los vectores posición \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 , el semieje mayor a y la longitud c del segmento de unión de los puntos. De esta forma, el problema de Lambert consiste en encontrar la trayectoria que une P_1 y P_2 , conocido el tiempo de vuelo (tiempo invertido en el cambio de una órbita a otra).

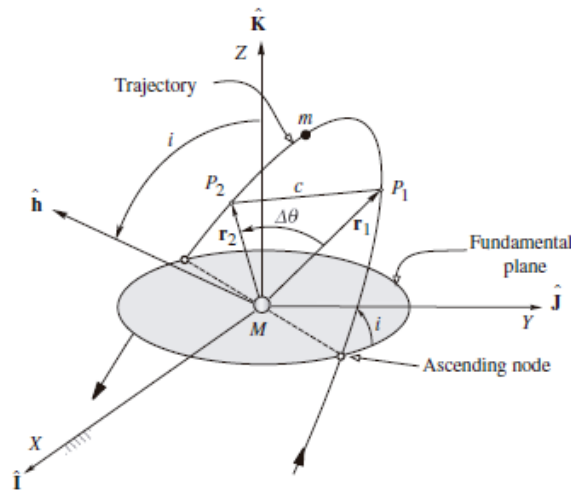


Ilustración 4. Problema de Lambert [5].

En primer lugar, se calculan las velocidades en ambos puntos a partir de las ecuaciones (3.22)(3.23). La trayectoria queda definida una vez se conoce \mathbf{v}_1 ya que conocidos los valores de f y g en un punto de la órbita, se puede calcular la velocidad para cualquier otro punto de la misma.

Resolviendo para \mathbf{v}_1 se tiene

$$\mathbf{v}_1 = \frac{1}{g}(\mathbf{r}_2 - f\mathbf{r}_1) \quad (3.29)$$

sustituyendo y despejando \mathbf{v}_2 , resulta

$$\mathbf{v}_2 = \dot{f}\mathbf{r}_1 + \frac{\dot{g}}{g}(\mathbf{r}_2 - f\mathbf{r}_1) = \frac{\dot{g}}{g}\mathbf{r}_2 - \frac{f\dot{g} - \dot{f}g}{g}\mathbf{r}_1 \quad (3.30)$$

y, haciendo uso de la propiedad introducida en la ecuación (3.28), se llega a

$$\mathbf{v}_2 = \frac{1}{g}(\dot{g}\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1). \quad (3.31)$$

Las ecuaciones (3.24)(3.25)(3.26) y (3.27) que definen los coeficientes de Lagrange, pertenecen al caso particular de una órbita elíptica, por lo que su uso para la resolución de problemas en otros tipos de órbitas conduce a errores. La resolución del problema de

Lambert implica encontrar expresiones para los coeficientes de Lagrange independientes del tipo de órbita. Por lo que es necesario acudir a “variables universales”.

Dichas variables universales, se corresponden con variaciones de los parámetros orbitales tradicionales que posibilitan formular ecuaciones válidas independientes del tipo de órbita. La deducción de las expresiones finales de los coeficientes de Lagrange se pueden consultar en la bibliografía [5], resultando

$$f = 1 - \frac{y(z)}{r_1} \quad (3.32)$$

$$g = A \sqrt{\frac{y(z)}{\mu}} \quad (3.33)$$

$$\dot{f} = \frac{\sqrt{\mu}}{r_1 r_2} \sqrt{\frac{y(z)}{C(z)}} [zS(z) - 1] \quad (3.34)$$

$$\dot{g} = 1 - \frac{y(z)}{r_2} \quad (3.35)$$

donde

$$z = \alpha\chi^2 \quad (3.36)$$

$$A = \sin \Delta\theta \sqrt{\frac{r_1 r_2}{1 - \cos \Delta\theta}} \quad (3.37)$$

$$y(z) = r_1 + r_2 + A \frac{zS(z) - 1}{\sqrt{C(z)}} \quad (3.38)$$

siendo $\alpha = 1/a$ y χ la anomalía universal. Las funciones $S(z)$ y $C(z)$ se denominan funciones de Stumpff y determinan los cálculos en función de los datos de entrada:

$$S(z) = \begin{cases} \frac{\sqrt{z} - \sin \sqrt{z}}{(\sqrt{z})^3} & (z > 0) \\ \frac{\sinh \sqrt{-z} - \sqrt{-z}}{(\sqrt{-z})^3} & (z < 0) \quad (z = \alpha\chi^2) \\ \frac{1}{6} & (z = 0) \end{cases} \quad (3.39)$$

$$C(z) = \begin{cases} \frac{1 - \cos \sqrt{z}}{z} & (z > 0) \\ \frac{\cosh \sqrt{-z} - 1}{-z} & (z < 0) \quad (z = \alpha\chi^2) \\ \frac{1}{2} & (z = 0) \end{cases} \quad (3.40)$$

Siendo $z < 0$, $z = 0$ y $z > 0$ para órbitas hiperbólicas, parabólicas y elípticas respectivamente.

3.4 TRAYECTORIAS INTERPLANETARIAS

A lo largo de este apartado, se tratan los aspectos básicos a la hora de diseñar una misión interplanetaria. Se considera en primer lugar, la transferencia de Hohmann, ya que se trata de la más sencilla y la más eficiente en términos de energía. Las órbitas de los planetas involucrados deben encontrarse en el mismo plano y los planetas deben estar situados en la posición adecuada para que se pueda usar este tipo de transferencia.

3.4.1 TRAYECTORIAS INTERPLANETARIAS DE HOHMANN

Las órbitas de la mayoría de los planetas del Sistema Solar apenas tienen inclinación respecto del plano orbital de La Tierra (plano eclíptico). El planeta más cercano al Sol, Mercurio y el más alejado, el planeta enano Plutón, son los que mayores diferencias de inclinación presentan (7° y 17° , respectivamente). Los planos orbitales del resto de planetas varían entre 3.5° del plano eclíptico. A su vez, la mayoría de las excentricidades de las órbitas de dichos planetas son muy reducidas, siendo las excepciones de nuevo Mercurio y Plutón. Por ello, se asume que todas las órbitas son circulares y coplanarias.

Considérese la Ilustración 5, el punto de salida D se encuentra en el periápside (perihelio) de la elipse de transferencia y el punto de llegada se encuentra en el apoápside (afelio). La velocidad orbital circular del planeta 1 respecto del sol viene dada por

$$V_1 = \sqrt{\frac{\mu_{\text{sun}}}{R_1}} \quad (3.41)$$

La velocidad de la nave espacial en la elipse de transferencia, situado en el punto de salida D es

$$V_D^{(v)} = \frac{h}{R_1} = \sqrt{2\mu_{\text{sun}}} \sqrt{\frac{R_2}{R_1(R_1 + R_2)}} \quad (3.42)$$

Siendo esta mayor que la velocidad del planeta. De este modo, la delta-v en D es

$$\Delta V_D = V_D^{(v)} - V_1 = \sqrt{\frac{\mu_{\text{sun}}}{R_1}} \left(\sqrt{\frac{2R_2}{R_1 + R_2}} - 1 \right) \quad (3.43)$$

Del mismo modo, la delta-v en el punto de llegada es

$$\Delta V_A = V_2 - V_A^{(v)} = \sqrt{\frac{\mu_{\text{sun}}}{R_2}} \left(1 - \sqrt{\frac{2R_1}{R_1 + R_2}} \right) \quad (3.44)$$

Este incremento de velocidad, es positivo ya que el planeta 2 viaja a mayor velocidad que la nave espacial en el punto A . Para una misión de un planeta exterior a uno interior, las delta-v calculadas serían negativas y no positivas. Esto sucede por el intercambio entre afelio y perihelio de la elipse de transferencia.

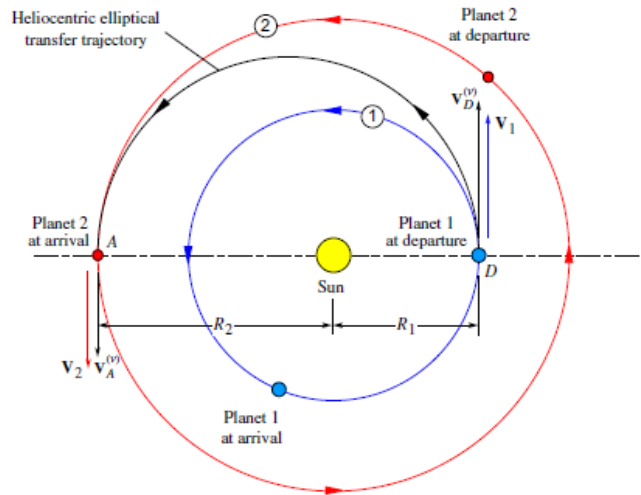


Ilustración 5. Transferencia de Hohmann desde un planeta interior a uno exterior [5].

3.4.2 OPORTUNIDADES DE RENDEZVOUS

El objetivo de una transferencia interplanetaria no solo consiste en llegar a la órbita del planeta de destino, sino en encontrarse en un instante de tiempo determinado, con el cuerpo al que se viaja. En una transferencia de Hohhman, para que este encuentro se produzca, la posición del planeta 2 en el momento de salida, debe ser tal que, cuando se llegue al ápside de la órbita de transferencia, el planeta 2 también se encuentre en dicha posición.

De nuevo asumiendo las hipótesis de órbitas circulares y coplanaria, la anomalía verdadera de ambos planetas se puede calcular como

$$\theta_i = \theta_{i0} + n_i t \quad i = 1,2 \quad (3.45)$$

Dado que se han asumido órbitas circulares, se puede tomar como referencia una línea de ápsides arbitraria. θ_{i0} y n_i son la anomalía verdadera en el instante inicial $t = t_0$ y el movimiento medio del planeta i respectivamente.

Definiendo el ángulo de fase como $\phi = \theta_2 - \theta_1$, siendo ϕ la posición angular del planeta 2 relativo al 1, se puede sustituir la ecuación (3.45) en el mismo, resultando

$$\phi = \phi_0 + (n_2 - n_1)t \quad (3.46)$$

Siendo $\phi_0 = \theta_{20} - \theta_{10}$ el ángulo de fase en el instante inicial.

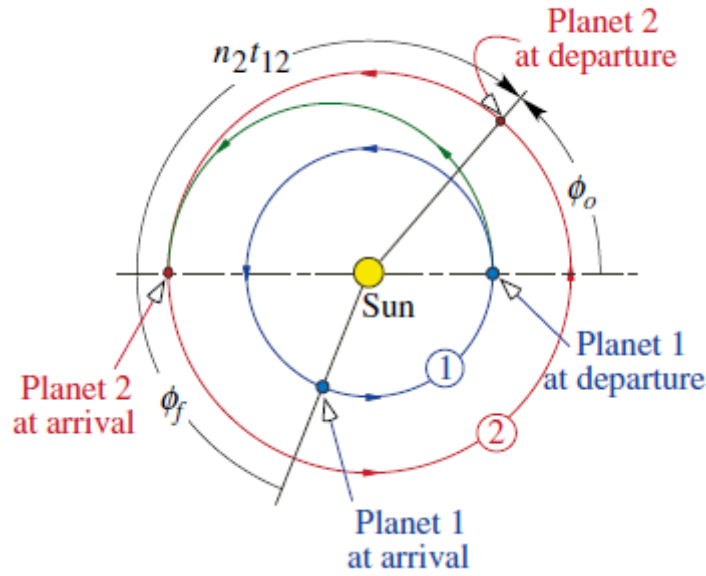


Ilustración 6. Salida y rendezvous con el planeta 2 [5].

El tiempo que se necesita para completar la transferencia t_{12} es la mitad del período de la órbita. Haciendo uso de la tercera ley de Kepler, y sabiendo que el semieje mayor de la órbita de transferencia es la semisuma de los radios de las órbitas de origen y destino, se tiene

$$t_{12} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}} \left(\frac{R_1 + R_2}{2} \right)^{3/2} \quad (3.47)$$

La distancia angular que ha recorrido el planeta 2 durante la transferencia es $n_2 t_{12}$. Observando en la Ilustración 6, la fase inicial será

$$\phi_0 = \pi - n_2 t_{12} \quad (3.48)$$

El ángulo de fase necesario entre los dos planetas para la transferencia resulta

$$\phi_f = \pi - n_2 t_{12} \quad (3.49)$$

Para calcular el momento en el que se producirá la siguiente fase que permita que la nave y el planeta de destino se encuentren, es necesario determinar la fase de los planetas en ese instante ϕ_0 y despejar el tiempo de espera de la siguiente expresión

$$\phi_f = \phi_0 + (n_2 - n_1) t_{\text{wait}} \quad (3.50)$$

El período en el que se puede conseguir el encuentro se denomina ventana de lanzamiento. Para las transferencias de Hohhman, la ventana de lanzamiento es solo únicamente un instante temporal.

El período sinódico T_{syn} es el tiempo requerido para que el ángulo de fase vuelva a su valor inicial, calculándose según la siguiente expresión

$$T_{\text{syn}} = \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|} \quad (3.51)$$

Siendo a su vez, el período orbital del planeta 2 relativo al planeta 1.

3.4.3 ESFERA DE INFLUENCIA

El Sol es el cuerpo dominante en el sistema solar, extendiéndose su atracción gravitatoria a lo largo del mismo. No obstante, cerca de un planeta cualquiera, la influencia de la propia atracción gravitatoria del cuerpo es mayor que la del Sol. De hecho, la fuerza gravitatoria en la superficie de la Tierra, resulta 1600 veces más intensa que la del Sol. La propia naturaleza de la fuerza gravitatoria ocasiona que F_g disminuya de forma rápida a medida que aumenta la distancia al centro de atracción, como se puede observar en la Ilustración 7. Una vez superado cierto punto, la gravedad del Sol se vuelve a imponer sobre la del planeta.

Resulta posible definir una zona que contenga el espacio en el que la influencia gravitatoria del planeta sea mayor que la del Sol. Se considera un sistema de tres cuerpos formado por el Sol de masa m_s , un planeta de masa m_p y una masa m de modo que $m \ll m_s$ y $m \ll m_p$. Se puede reflejar el valor de las aceleraciones sobre m debidas a los otros dos cuerpos y en relación al planeta y se pueden comparar para determinar una expresión condicional de la posición de la masa. Esta expresión condicional se puede expresar como una inecuación que delimita la zona de influencia del planeta. El límite de esa zona es la igualdad de ambos términos de la inecuación, resultando

$$\frac{r_{SOI}}{R} = \left(\frac{m_p}{m_s}\right)^{2/5} \quad (3.52)$$

Esta zona es una esfera de radio r_{SOI} que se denomina esfera de influencia.

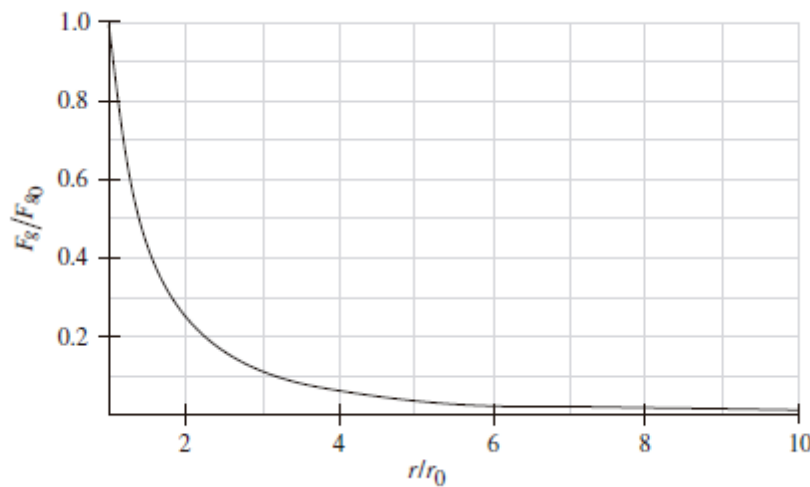


Ilustración 7. Disminución de la fuerza gravitatoria con la distancia a la superficie de un planeta [5].

3.5 MANIOBRAS ORBITALES NO-IMPULSIVAS

A diferencia de las maniobras orbitales impulsivas, donde se imprime un delta-v en un instante cero, que altera el vector velocidad, pero mantiene invariable el vector posición, en las maniobras orbitales no-impulsivas el empuje actúa a lo largo de un período de tiempo considerable, por lo que debe ser incluido en las ecuaciones del movimiento. La ecuación del movimiento del sistema, teniendo en cuenta la acción de una fuerza externa \mathbf{F} sobre la nave es la siguiente

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \frac{\mathbf{F}}{m} \quad (3.53)$$

donde m es la masa de la nave espacial. Cuando la fuerza externa es nula, la ecuación resultante equivale a la ecuación del movimiento. Si la fuerza externa es un empuje T que actúa en la dirección del vector velocidad v , entonces $\mathbf{F} = T(\mathbf{v}/v)$ y resulta la siguiente expresión

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \frac{T}{m} \frac{\mathbf{v}}{v} \quad (\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}) \quad (3.54)$$

Las fuerzas de resistencia actúan en el sentido opuesto al empuje, al igual que el propio empuje durante una maniobra de retroimpulso. Las componentes cartesianas de la ecuación (3.54) son las siguientes

$$\ddot{x} = -\mu \frac{x}{r^3} + \frac{T}{m} \frac{\dot{x}}{v} \quad \ddot{y} = -\mu \frac{y}{r^3} + \frac{T}{m} \frac{\dot{y}}{v} \quad \ddot{z} = -\mu \frac{z}{r^3} + \frac{T}{m} \frac{\dot{z}}{v} \quad (3.55)$$

donde

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \quad (3.56)$$

Mientras el motor se encuentra activo, la masa de la nave disminuye, debido a que los productos del combustible que se utiliza para la propulsión, están siendo descargados al espacio a través de la tobera. De acuerdo a la ecuación elemental de la dinámica de un cohete, la masa de combustible decrece con el siguiente ritmo

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{T}{I_{sp} g_0} \quad (3.57)$$

Siendo T e I_{sp} el empuje y el impulso específico del sistema de propulsión respectivamente y g_0 la aceleración de la gravedad al nivel del mar.

Si el empuje no es cero, la ecuación (3.54) no dispone de una solución analítica, por lo que resulta necesario acudir a un método numérico para conseguirla. En este caso, las anteriores ecuaciones se deben volver a formular como un sistema de ecuaciones diferenciales de la forma

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{y}) \quad (3.58)$$

A lo largo de este proyecto, se trabaja con componentes cartesianas de posición y velocidad, por lo que el vector \mathbf{y} consiste en seis componentes del vector estado (vectores de posición y velocidad) sumándole la masa. De esta forma, se tiene

$$\mathbf{y} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ m \end{Bmatrix} \dot{\mathbf{y}} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \dot{m} \end{Bmatrix} \mathbf{f}(t, \mathbf{y}) = \begin{pmatrix} y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ -\mu \frac{y_1}{r^3} + \frac{T y_4}{m v} \\ -\mu \frac{y_2}{r^3} + \frac{T y_5}{m v} \\ -\mu \frac{y_3}{r^3} + \frac{T y_6}{m v} \\ T \\ -\frac{T}{I_{sp} g_0} \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

3.6 PERTURBACIONES

Las órbitas keplerianas son las soluciones cerradas de la ecuación del problema de los dos cuerpos (3.14). Dicha ecuación, asume que solo existen dos objetos en el espacio y sus campos gravitacionales esféricos simétricos proporcionan su única fuente de interacción. Por ello, cualquier efecto que desvíe el movimiento de una trayectoria kepleriana se conoce como perturbación. Existen una serie de perturbaciones comunes al movimiento del problema de los dos cuerpos, tales como un cuerpo central no esférico, la resistencia atmosférica, el empuje propulsivo, la presión de radiación solar y las interacciones gravitacionales con objetos celestes como la Luna y el Sol. Para tener en cuenta estas perturbaciones, se añade un término \mathbf{p} al lado derecho de la ecuación (3.14), resultando

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{p} \quad (3.60)$$

El vector \mathbf{p} equivale a la aceleración neta de perturbación de todas las fuentes diferentes a la atracción gravitatoria esférica simétrica entre los dos cuerpos. La magnitud de \mathbf{p} suele ser pequeña en comparación con la aceleración gravitatoria principal $a_0 = \mu/r^2$, si bien se puede encontrar una excepción en la resistencia atmosférica, ya que a una altitud de 100 km es lo suficientemente grande para desorbitar un satélite. No obstante, los efectos de la resistencia decrecen de forma significativa a medida que se adquiere altitud, siendo insignificante sobre 1000 km.

Comenzando con unas condiciones iniciales de posición y velocidad ($\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0$) y la forma funcional de la perturbación \mathbf{p} , es posible integrar numéricamente la ecuación (3.60) para de esta forma encontrar la posición \mathbf{r} y la velocidad \mathbf{v} en un tiempo posterior.

3.6.1 PERTURBACIONES GRAVITACIONALES

Si el cuerpo central que provoca la atracción gravitatoria se considera como una esfera de radio R con una distribución de masa esféricamente simétrica, su campo de potencial gravitatorio externo será esféricamente simétrico, actuando como si la totalidad de su masa se concentrase en el centro O de la esfera. En este caso, la expresión de la aceleración debida a la perturbación resulta en una ecuación familiar

$$\mathbf{a} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (3.61)$$

El proceso de obtención de esta expresión se puede consultar en la bibliografía [5].

No obstante, La Tierra y otros cuerpos celestes no son esferas perfectas, pudiéndose considerar como esferoides achatados. En este caso, el eje de giro es el eje de simetría de su

campo gravitatorio. Debido al abombamiento ecuatorial causado por los efectos centrífugos, el campo gravitatorio varía tanto con la latitud como con el radio. Finalmente, la expresión resultante de la aceleración debida a la perturbación del achatamiento de un cuerpo celeste, tiene la siguiente forma, pudiéndose encontrar su desarrollo en la bibliografía [5].

$$\mathbf{p} = \frac{3J_2\mu R^2}{2r^4} \left[\frac{x}{r} \left(5 \frac{z^2}{r^2} - 1 \right) \hat{\mathbf{i}} + \frac{y}{r} \left(5 \frac{z^2}{r^2} - 1 \right) \hat{\mathbf{j}} + \frac{z}{r} \left(5 \frac{z^2}{r^2} - 3 \right) \hat{\mathbf{k}} \right] \quad (3.62)$$

Donde J_2 es el armónico zonal y R es el radio ecuatorial.

3.6.2 PRESIÓN DE RADIACIÓN SOLAR

De acuerdo con la física cuántica, la radiación solar se compone de fotones, partículas elementales sin masa que viajan a la velocidad de la luz. Aunque su masa sea nula, no ocurre lo mismo con su momento y energía.

La superficie visible del sol se denomina fotosfera, la cual actúa como un cuerpo negro que emite energía a lo largo de la mayor parte del espectro electromagnético, desde ondas de radio de baja energía, hasta rayos X y luz ultravioleta de alta energía. Siguiendo la ley de Stefan-Boltzmann, la intensidad de la potencia de radiación es σT^4 , donde T es la temperatura absoluta del cuerpo negro y σ la constante de Stefan-Boltzmann.

Siendo $T = 5777 \text{ K}$ y $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$, la intensidad de potencia de radiación es $S_0 = \sigma T^4 = 63.15 \times 10^6 \text{ W/m}^2$.

La radiación electromagnética sigue la ley de inversos cuadrados. Por lo que, siendo R_0 el radio de la fotosfera, la intensidad de radiación S a una distancia R desde el centro del Sol es

$$S = S_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \quad (3.63)$$

Finalmente, la aceleración relativa a la perturbación de la radiación solar es la siguiente

$$\mathbf{p} = -p_{SR} \hat{\mathbf{u}} \quad (3.64)$$

Donde

$$p_{SR} = \nu \frac{S C_R A_s}{c m} \quad (3.65)$$

Siendo $\hat{\mathbf{u}}$ el vector unitario que apunta desde el satélite hacia el Sol, A_s es el área de absorción del satélite (πR^2 para el modelo "cannonball"). ν se corresponde con la función de sombra, que tiene valor 0 cuando el satélite se encuentra en zona de sombra y 1 cuando se encuentra en zona de umbra. C_R se corresponde con el coeficiente de la presión de radiación, cuyo valor varía entre 1 y 2, siendo $C_R = 1$ para cuerpos negros (absorben toda la energía) y $C_R = 2$ para la reflexión total.

Para simplificar el modelo, se asumen una serie de hipótesis:

- Se considera al Sol como único punto de emisión.
- Existe reflexión perfecta, $C_R = 2$.
- La superficie del escudo térmico del satélite que recibe la radiación se encuentra en todo momento, perpendicular al haz de fotones.

3.6.3 PERTURBACIÓN DE CUERPOS CELESTES

Los cuerpos celestes que poseen una masa considerable, generan una interacción gravitatoria en el movimiento descrito por el satélite. De este modo, el término de perturbación debido a la atracción gravitatoria de cuerpos celestes, sigue la siguiente forma

$$\mathbf{p} = \mu_c \left(\frac{\mathbf{r}_{c/s}}{r_{c/s}^3} - \frac{\mathbf{r}_c}{r_c^3} \right) \quad (3.66)$$

Donde μ_c es el parámetro gravitacional estándar del cuerpo perturbador, $r_{c/s}$ es el vector posición del cuerpo perturbador respecto del satélite y r_c es el vector posición del cuerpo perturbador.

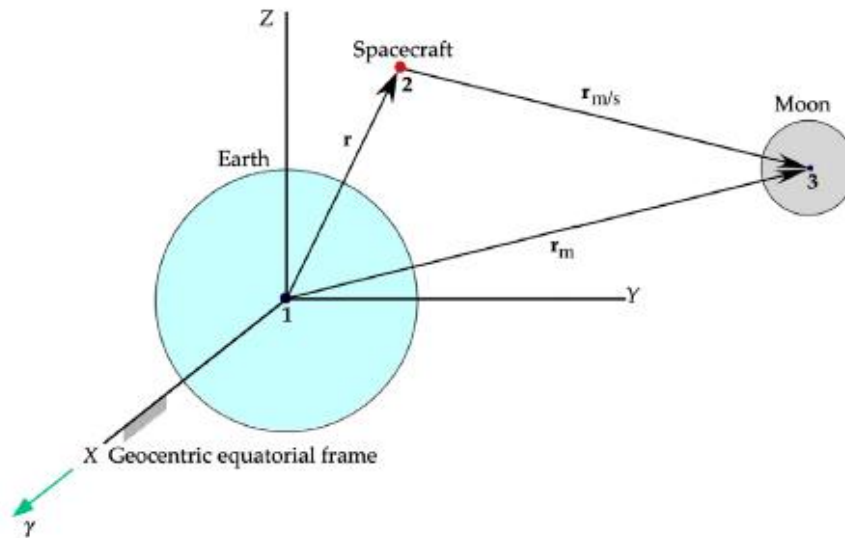


Ilustración 8. Perturbación de la Luna sobre una nave que orbita La Tierra [5].

4. ESTADO DEL ARTE

Este proyecto considera el estudio de una posible misión desde la Tierra hasta Marte, utilizando una propulsión de bajo empuje. Por ello, resulta necesario describir el contexto y los antecedentes tanto de los motores de bajo empuje como de las misiones que se han realizado al planeta vecino.

4.1 MISIONES A MARTE

El planeta rojo siempre ha suscitado interés en las mentes de los humanos. Este hecho, sumado a la vecindad del mismo, ocasionó que Marte fuese el primer planeta del Sistema Solar para el desarrollo de una misión espacial. Después de numerosos fallos, la primera imagen del planeta fue tomada en 1976. Desde entonces, el número de misiones enviadas a Marte ha crecido considerablemente.



Ilustración 9. Primera imagen de la superficie de Marte, tomada por la sonda Viking 1 [6].

La exploración de Marte, juega un rol muy importante en los programas de exploración espacial de Estados Unidos, Rusia (antigua Unión Soviética), Unión Europea, Japón y en los últimos años, China. Por ello, una gran cantidad de robots, rovers y satélites que orbiten el planeta, han sido lanzados hacia Marte desde los años sesenta, con diversos objetivos:

- Recopilar información sobre las condiciones actuales del planeta
- Resolver cuestiones acerca de la historia del planeta
- Permitir el avance en el conocimiento sobre el pasado y el futuro de la Tierra
- Preparar una posible misión humana hacia Marte (e incluso su colonización)

A continuación, se realiza una breve descripción de las misiones pasadas, presentes y futuras más relevantes desde la Tierra hasta Marte.

4.1.1 MISIONES PASADAS

La Tabla 1 muestra las misiones llevadas a cabo hacia Marte desde los años sesenta que ya no se encuentran activas.

EA	Misión	Lanzamiento	Llegada	Fin	Tipo	E/FA
URSS	Korabl 4	10/10/1960	-	-	F	FA
URSS	Korabl 05	14/10/1960	-	-	F	FA
URSS	Korabl 11	24/10/1962	-	-	F	FA
URSS	Mars 1	01/11/1962	-	21/03/1963	F	FA
URSS	Korabl 13	04/11/1962	-	-	F	FA
NASA	Mariner 3	05/11/1964	-	-	F	FA
NASA	Mariner 4	28/11/1964	15/07/1965	21/12/1967	F	E

EA	Misión	Lanzamiento	Llegada	Fin	Tipo	E/FA
URSS	Zond 2	30/11/1964	-	-	F	FA
NASA	Mariner 6	24/02/1969	31/07/1969	-	F	E
NASA	Mariner 7	27/03/1969	05/08/1969	-	F	E
URSS	Mars 1969A	27/03/1969	-	-	O	FA
URSS	Mars 1969B	02/04/1969	-	-	O	FA
NASA	Mariner 8	08/05/1971	-	-	F	FA
URSS	Kosmos 419	10/05/1971	-	-	O	FA
URSS	Mars 2	19/05/1971	27/11/1971	-	O-L	FA
URSS	Mars 3	28/05/1971	02/12/1971	-	O-L	E/FA
NASA	Mariner 9	30/05/1971	14/11/1971	27/10/1972	O	E
URSS	Mars 4	21/07/1973	10/02/1974	-	O	FA
URSS	Mars 5	25/07/1973	12/02/1974	-	O-L	E
URSS	Mars 6	05/08/1973	12/03/0974	-	O-L	E/FA
URSS	Mars 7	09/08/1973	-	-	L	FA
NASA	Viking 1	20/08/1975	19/06/1976	13/11/1982	O-L	E
NASA	Viking 2	09/09/1975	07/08/1976	11/04/1980	O-L	E
URSS	Phobos 1	07/07/1988	-	-	O	FA
URSS	Phobos 2	12/07/1988	29/01/1989	-	O-L	FA
NASA	Mars Observer	25/09/1992	-	22/08/1993	O	FA
NASA	Mars Global Surveyor	07/11/1996	12/09/1996	14/11/2006	O	E
Rusia	Mars 96	16/11/1996	-	17/11/1996	O-L	FA
NASA	Mars Pathfinder	04/12/1996	04/07/1997	27/09/1997	R	E
Japón	Nozomi	03/07/1998	14/12/2003	-	O	FA
NASA	Mars Climate Orbiter	11/12/1998	-	23/09/1999	O	FA
NASA	Mars Polar Lander	03/01/1999	-	03/12/1999	L-S	FA
	Sondas Deep Space 2					
ESA	Beagle 2 Lander	02/06/2003	25/12/2003	06/02/2004	L	FA
NASA	Mars Exploration Rover - Spirit	10/06/2003	04/01/2004	22/03/2010	R	E
NASA	Mars Exploration Rover - Opportunity	08/07/2003	25/01/2004	13/02/2019	R	E
NASA	Mars Phoenix	04/08/2007	25/05/2008	02/11/2008	L	E

Tabla 1. Características de las misiones pasadas a Marte desde la Tierra [7],[8][9][10]. Agencia Espacial (EA), Tipo de misión: Orbitador (O), Flyby (F), Orbitador-Lander (O-L), Rover (R), Lander-Sonda (L-S), Resultado de la misión: Éxito (E) o fallo (FA).

Las causas de los fallos en las misiones, tanto los resultados en caso de éxito se muestran en la Tabla 2.

Misión	Resultados de la misión
Korabl 4	FA – No alcanzó la órbita terrestre
Korabl 5	FA – No alcanzó la órbita terrestre
Korabl 11	FA – Sólo órbita terrestre, el satélite se separó
Mars 1	FA – Fallo de radio
Korabl 13	FA – Sólo órbita terrestre, el satélite se separó
Mariner 3	FA – Fallo en la ignición
Mariner 4	E – 21 imágenes recopiladas
Zond 2	FA – Fallo de radio
Mariner 6	E – 75 imágenes recopiladas
Mariner 7	E – 126 imágenes recopiladas
Mars 1969A	FA- Fallo en el vehículo de despegue
Mars 1969B	FA- Fallo en el vehículo de despegue
Mariner 8	FA – Fallo en el despegue
Kosmos 419	FA –solo alcanzó la órbita terrestre
Mars 2	FA – El orbitador llegó, no envió datos útiles, Lander destruido
Mars 3	E/FA – El orbitador recopiló 8 meses de datos, el Lander aterrizó correctamente, pero solo recopiló 20 segundos de información
Mariner 9	E - 7329 imágenes recopiladas
Mars 4	FA – Pasó la órbita de Marte
Mars 5	E – 60 imágenes recopiladas. Solo 9 días de duración
Mars 6	E/FA – El experimento recopiló datos pero el aterrizaje falló
Mars 7	FA – Fallo en la captura del planeta, actualmente en una órbita solar
Viking 1	E – El orbitador recopiló 36000 imágenes, el Lander proporcionó la primera imagen de la superficie marciana
Viking 2	E – Proporcionó 16000 imágenes y una gran cantidad de datos y experimentos
Phobos 1	FA – Pérdida en ruta hacia Marte
Phobos 2	FA – Pérdida cerca de Phobos
Mars Observer	FA – Pérdida justo antes de la llegada a Marte
Mars Global Surveyor	E – Mapeó Marte y su topografía, estudió los indicios del clima pasado en Marte
Mars 96	FA – Fallo del vehículo de lanzamiento
Mars Pathfinder	E – El experimento tecnológico duró 5 veces más que el tiempo garantizado
Nozomi	FA – Problemas de combustible
Mars Climate Orbiter	FA – Pérdida en la llegada
Mars Polar Lander	FA – Pérdida en la llegada
Sondas Deep Space 2	FA – Pérdida en la llegada (estaba cargada sobre la Mars Polar Lander)
Beagle 2 Lander	FA – No obtuvo comunicaciones con la Tierra

Misión	Resultados de la misión
Mars Exploration Rover - Spirit	E – Operó en Marte en torno a 6 años
Mars Exploration Rover - Opportunity	E – Operó en Marte en torno a 15 años, recorriendo 45 km
Mars Phoenix	E – Retornó cerca de 25 Gb de datos de sus estudios en la región del polo norte de Marte

Tabla 2. Resultados de las misiones descritas [7].



Ilustración 10. Rover Opportunity (izquierda) y Mars Pathfinder (derecha) [9].

4.1.2 MISIONES ACTUALES

Al igual que en el apartado anterior, se procede a enumerar las misiones actuales (ver Tabla 3), describiendo sus características más importantes siguiendo el modelo empleado en la Tabla 1.

Como elemento añadido a las características de la tabla mencionada, se introduce el acrónimo OP que hace referencia a que la misión se encuentra operativa actualmente.

EA	Misión	Lanzamiento	Llegada	Fin	Tipo	E/FA
NASA	2001Mars Odyssey	07/04/2001	24/10/2001	OP	O	E
ESA	Mars Express	02/06/2003	25/12/2003	OP	O	E
NASA	Mars Reconnaissance Orbiter	12/08/2005	10/03/2006	OP	O	E
NASA	Mars Science Laboratory (Rover: Curiosity)	26/11/2011	6/08/2012	OP	R	E
NASA	Mars Atmospheric and Volatile Evolution (MAVEN)	18/11/2013	22/09/2014	OP	O	E
India	Mars Orbiter Mission (MOM)	05/11/2013	24/09/2014	OP	O	E
ESA	ExoMars 2016	14/03/2016	19/10/2016	OP	O-L	E
NASA	InSight (misión Discovery)	05/05/2018	26/11/2018	OP	L	E
EAU	Hope	19/07/2020	09/02/2021	OP	O	E
China	Tianwen-1/Zhurong	23/07/2020	10/02/2021	OP	O-R	E
NASA	Mars 2020 Perseverance	30/07/2020	18/02/2021	OP	R	E

Tabla 3. Características de las misiones actuales en Marte [7][8][9].

A su vez, también se muestra una tabla (Tabla 4) con los resultados obtenidos por las diferentes misiones. Como se puede observar, en esta última década, se ha incrementado el número de países que desarrollan misiones espaciales, apareciendo países como India y Emiratos Árabes Unidos (EAU), dato que contrasta con la hegemonía pasada de la NASA (Estados Unidos) y la URSS (Rusia). A su vez, empresas y organizaciones privadas también

han comenzado a realizar diseños preliminares de futuras misiones, destacando Space X y el objetivo de vida de su director ejecutivo, la colonización de Marte.

Misión	Resultado
2001Mars Odyssey	Imágenes de alta resolución de Marte
Mars Express	Imágenes de Marte con gran detalle
Mars Reconnaissance Orbiter	Estudio de Marte en detalle, ha recopilado y enviado más de 400 terabits de información (más que todos los datos de las otras misiones combinadas)
Mars Science Laboratory (Rover: Curiosity)	Exploración de la habitabilidad de Marte
Mars Atmospheric and Volatile Evolution (MAVEN)	Estudio de la atmósfera de Marte
Mars Orbiter Mission (MOM)	Desarrollo de tecnologías interplanetarias y exploración de las características de la superficie, mineralogía y atmosfera marcianas
ExoMars 2016	Estudio de la atmosfera de Marte
InSight (misión Discovery)	Estudio del interior del planeta y medición de terremotos en Marte "martemoto"
Hope	Estudio de la atmósfera de Marte
Tianwen-1/Zhurong	Estudio de la viabilidad de una futura misión tipo rover
Mars 2020 Perseverance	Estudio de signos de vida en Marte y recolección de muestras para el futuro regreso a La Tierra

Tabla 4. Resultados de las misiones actuales de Marte [7].

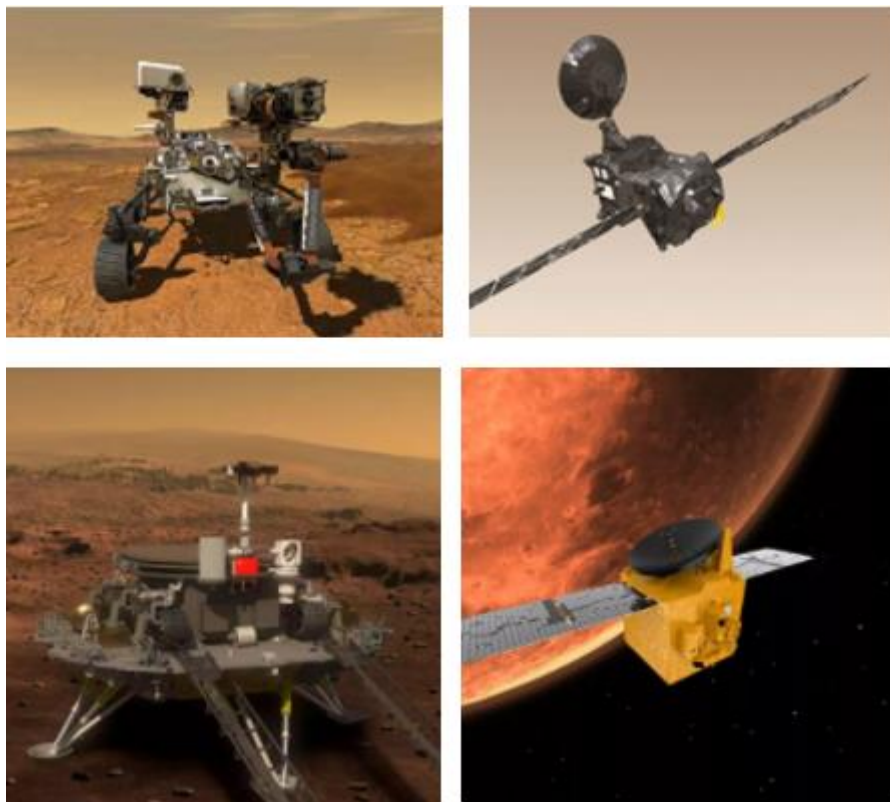


Ilustración 11. Perseverance (arriba, izquierda), ExoMars (arriba, derecha), Tianwen-1 (abajo, izquierda) y Hope (abajo, derecha) [8][9].

Casi la totalidad de las misiones descritas, portaban o portan motores que utilizan propulsión química como fuente principal de obtención de empuje.

4.1.3 MISIONES FUTURAS

El futuro de la exploración espacial de Marte es muy prometedor y ya se están diseñando misiones con el objetivo de poder llegar a poblar el planeta rojo. A continuación, se describen las misiones futuras ya planificadas, exponiendo sus principales objetivos y características.

EA	Misión	Lanzamiento estimado	Llegada estimada
NASA/ESA	Mars Sample Return	Julio 2026 – Sample Return Lander Septiembre 2026 – Earth Return Orbiter	Octubre 2027 – Inserción en la órbita de Marte del Earth Return Orbiter Agosto 2028 – Sample Return Lander
ESA/Rusia	ExoMars 2022 Rover y plataforma de superficie	2022	-
Japón	MMX	Mediados de la década de 2020-2030	-

Tabla 5. Características de las misiones futuras a Marte [8][9].

4.2 PROPULSIÓN DE BAJO EMPUJE

El principal aliciente en la búsqueda del desarrollo de nuevas tecnologías propulsivas, siempre ha sido intentar aumentar el impulso específico para de esa forma, mejorar el funcionamiento de los sistemas de propulsión y reducir las necesidades de masa de combustible. Hasta este momento, tras numerosos desarrollos, el incremento de impulso específico necesariamente conlleva una reducción en el empuje, dado que conseguir un impulso específico alto al mismo tiempo que un empuje alto es una tarea especialmente exigente para el propulsor debido a la cantidad de energía que se le necesita transmitir.

Las dos opciones principales más relevantes de sistemas de propulsión de bajo empuje son las velas solares y la propulsión eléctrica, siendo esta última la que posee una mayor investigación y desarrollo y centrándose este proyecto en la misma.

4.2.1 TIPOS DE PROPULSIÓN ELÉCTRICA

Al contrario que la propulsión química, que se encuentra limitada por la energía disponible de descomposición o combustión de los componentes moleculares, la propulsión eléctrica hace uso de una fuente externa, normalmente el sol, para acelerar eléctricamente el propelente a altas energías.

Los tres tipos básicos de propulsión eléctrica se dividen por el método en el que el propelente es acelerado:

- Electrotérmicos (*resistojets, arcjets*)
- Electromagnéticos (*PPT, PIT, MPD*)
- Electroestáticos (*gridded ion thrusters, Hall-effect thrusters*)

Los propulsores de tipo electrotérmico son los más utilizados hasta la fecha, pero los sistemas electroestáticos constituyen las vías más interesantes de investigación de la industria, ya que consiguen mayores impulsos específicos.

▪ **PROPULSIÓN ELECTROTÉRMICA**

En este tipo de propulsión, la energía eléctrica se aplica para calentar un fluido de trabajo con el objetivo de aumentar la velocidad de salida de los gases. Los *resistojets* son un tipo de tecnología que operan mediante el paso de un propelente gaseoso a través de un calentador eléctrico, para finalizar expandiéndose por una tobera convergente-divergente convencional para crear empuje. La operación típica de vuelo, consiste en sobrecalentar catalíticamente la hidracina descompuesta para así aprovechar el propelente más común de los sistemas de propulsión químicos estándar. El impulso específico de los *resistojets* se encuentra limitado por la alta masa molecular de la hidracina y la máxima temperatura alcanzable. Los valores de impulso específico que se pueden conseguir se mueven en torno a 350 s, lo que supone un 40% más que el de un sistema de propulsión química.

Los *arcjets* constituyen otra forma de propulsión electrotérmica en la que el propelente es conducido a través de un arco eléctrico que calienta el gas antes de expandirse por una tobera. Sus impulsos específicos se encuentran en el rango de 500 – 600 s. Se pueden conseguir impulsos específicos más elevados, ya que las máximas temperaturas no tienen contacto con las paredes de los componentes del motor, aun así, las eficiencias son menores que en el caso de los *resistojects*.

▪ **PROPULSIÓN ELECTROMAGNÉTICA**

Los sistemas que utilizan este tipo de propulsión, hacen uso de los campos magnéticos, ya sean aplicados o auto-inducidos, para acelerar plasma, típicamente con una fuerza de Lorentz ($\mathbf{J} \times \mathbf{B}$) cuando la fuerza de aceleración es proporcional al producto vectorial de la densidad de corriente eléctrica y el campo magnético.

El propulsor de pulsos de plasma (PPT) es una variante de este tipo de propulsión, el cual utiliza un condensador para almacenar energía eléctrica, y cuando se activa, crea una descarga de pulsos de arco a través de la cara de un bloque de propelente, comúnmente, politetrafluoruroetileno (teflón). Este arco ioniza una pequeña cantidad de propelente y el campo magnético auto-inducido actúa sobre los iones para crear una fuerza de Lorentz que acelere el plasma. El uso de PPTs comenzó en 1968 en el satélite LES-6 del Laboratorio Lincoln.

Otras formas de propulsión electromagnética existentes son los propulsores inductivos de pulsos (PIT) y los magnetoplasmadínamicos (MPD), como el nuevo VASIMR, propuestos para niveles de potencia altos ($> 100 \text{ kW}$), pero que no tienen ninguna experiencia de vuelo.

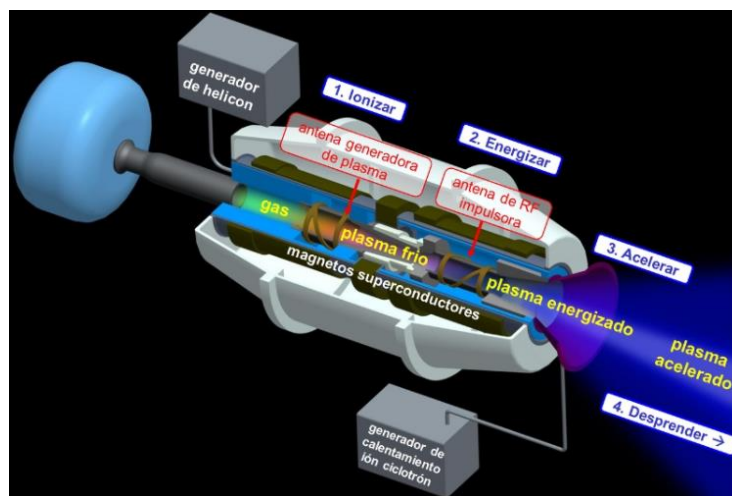


Ilustración 12. Funcionamiento del motor VASIMR VX-200 [11].

▪ **PROPULSIÓN ELECTROESTÁTICA**

La propulsión eléctrica de emisión por campos (FEEP) y los *colloid thrusters* se pueden considerar como electroestáticos, sin embargo, se perciben como sistemas de muy bajo empuje, razón que les empuja a aplicaciones como control de precisión o cancelación de fuerzas de perturbación. De esta forma, no se les considera candidatos como forma de propulsión primaria. En la actualidad, se encuentran bajo investigación grandes conjuntos de los mismos, para comprobar la viabilidad como fuente de propulsión primaria.

Los propulsores *Gridded-ion* y *Hall-effect* se consideran los principales conceptos de propulsión eléctrica primaria. Los propulsores iónicos pueden conseguir velocidades de escape muy elevadas y su impulso específico se encuentra típicamente en el rango de 3000 – 4000 s. El primer vuelo de EEUU en utilizar esta tecnología data de 1964 con el SERT I. A partir de la década de los 90, se utilizan para operaciones rutinarias de mantenimiento de estaciones norte-sur geoestacionarias. En 1998, la misión *Deep Space 1*, fue la primera demostración por parte de Estados Unidos, de la utilización como fuente de propulsión primaria de este tipo de tecnología. En septiembre de 2007, la NASA lanzó su primera misión científica, *Dawn*, utilizando un motor iónico como fuente principal de propulsión.

Los propulsores *Gridded-ion*, operan inyectando un gas neutro en una cámara de propulsión. El gas se ioniza y se mantiene magnéticamente dentro de la cámara. Los iones cargados positivamente atraviesan un conjunto de rejillas en el que experimentan un potencial de voltaje muy alto. Dichos iones son acelerados por una fuerza de Coulomb a una velocidad de escape muy elevada, comúnmente 30000 – 40000 m/s. Los electrones dentro de la cámara de propulsión, son después bombardeados por la unidad de procesamiento de energía a un cátodo neutralizador para mantener una carga neta nula en la columna. En la Ilustración 13 se muestra un esquema operacional de este tipo de propulsor.

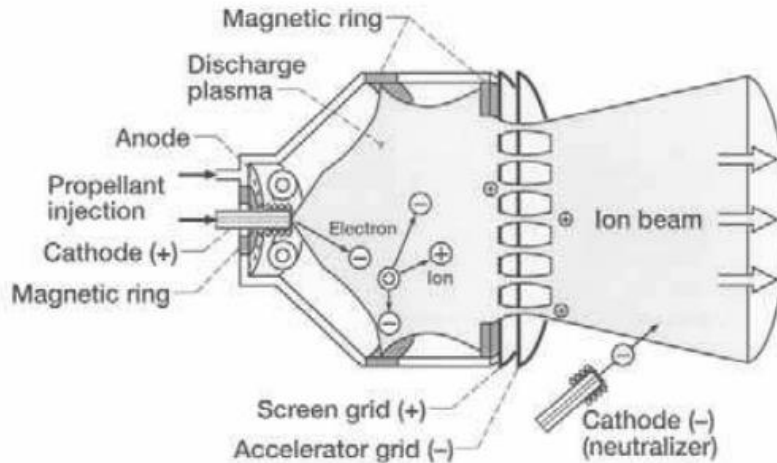


Ilustración 13. Esquema operacional de un propulsor iónico tipo *Gridded-ion* [12].

Un propulsor de tipo *Hall-effect* es esencialmente un motor iónico sin rejillas. El propulsor opera empleando campos magnéticos para deflejar electrones de masas reducidas y que así queden atrapados bajo la influencia de un campo azimutal $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Un movimiento orbital se fuerza en los electrones por medio del efecto *Hall* cerca del plano de salida del propulsor. Un propelente se inyecta a través del ánodo donde los electrones colisionan e ionizan el mismo. El propelente ionizado se alimenta del potencial del plasma de electrones y se acelera a través de la salida del propulsor. La velocidades de escape típicas de este tipo de tecnología se encuentran en el rango de 15000 – 25000 m/s. En la Ilustración 14, se muestra un esquema operacional de este propulsor.

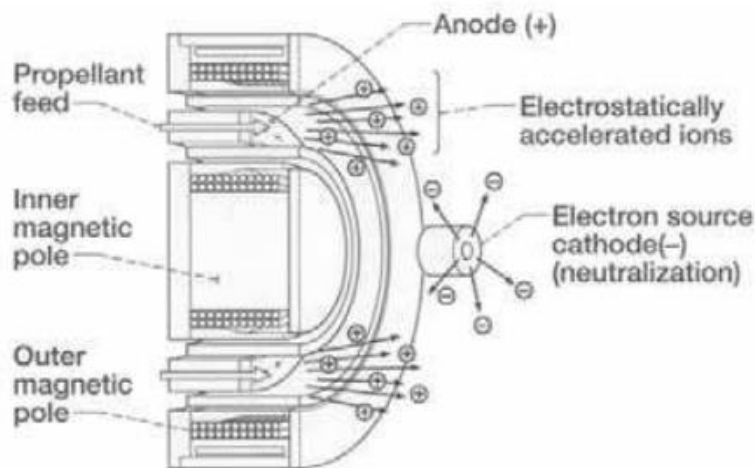


Ilustración 14. Esquema operativo de un propulsor de tipo Hall-effect [12].

4.2.2 CARACTERÍSTICAS DE DIFERENTES OPCIONES DE PROPULSIÓN ELÉCTRICA

A continuación, la Tabla 6 recoge las propiedades más destacadas de distintos propulsores desarrollados con diferentes tecnologías de propulsión eléctrica.

Propulsor	Empuje [mN]	I_{sp} [s]	Potencia [W]	η (eficiencia)
Propulsor Iónico				
T5	18	3200	476	0.55
T6	200	4700	6800	0.68
NSTAR	92	3100	2300	0.61
RIT-10	15	3400	459	0.52
RIT-22	150	4500	5000	0.66
μ 10	8.1	3090	340	0.36
μ 20	30.4	3100	1015	0.55
ETS-8	23.2	2665	611	0.5
NEXT	236	4190	6900	0.7
HiPEP	540	8900	30000	0.8
Propulsor de tipo Hall				
PPS-1350	88	1650	1500	0.55
SPT-100	80	1600	1350	0.5
SPT-140	300	1750	5000	0.55
BPT-4000	141	1961	2500	0.54
Propulsor electromagnético				
VASIMR VX-200	5000	4900	220000	0.66

Tabla 6. Características de diferentes opciones de propulsión eléctrica [10][13][14][15][16].

4.2.3 APLICACIONES INTERPLANETARIAS DE LA PROPULSIÓN ELÉCTRICA

Existe un concepto erróneo acerca del bajo empuje, en que se piensa que un impulso específico alto siempre se transfiere directamente en un rendimiento elevado. Este pensamiento está fundado en la ecuación de los cohetes de Tsiolkovsky

$$\frac{m_{final}}{m_{inicial}} = e^{\frac{-\Delta v}{I_{sp}g_0}} \quad (4.1)$$

Sin embargo, su aplicación general para altos empujes, en propulsión química, hace que los sistemas asuman que el incremento de velocidad de la misión permanezca constante. Si Δv permanece constante, pequeños incrementos de impulso específico pueden tener cambios significativos en los requerimientos de masa de la misión. Si se reduce el empuje a cambio de obtener mayor I_{sp} la eficiencia de la maniobra puede disminuir y el requerimiento de Δv total podría aumentar, disminuyendo o anulando cualquier ganancia derivada del aumento de la salida de escape. Un ejemplo puede ser un vehículo de lanzamiento cuyo impulso específico se haya aumentado, pero que disponga de una ratio empuje-peso menor a uno. El vehículo consumirá todo el propelente sin salir de la lanzadera.

Para propulsores eléctricos, el empuje es inversamente proporcional al impulso específico dada una potencia constante y una eficiencia η

$$P = \frac{g(TI_{sp})}{2\eta} \quad (4.2)$$

Las maniobras propulsivas más eficientes son los impulsos instantáneos (empuje infinito), aunque son físicamente imposibles de conseguir. Las maniobras realizadas con propulsión química se tratan a menudo como maniobras impulsivas, pero la penalización de incremento de velocidad de bajo empuje de períodos de quemado largos puede ser muy limitante. En la Ilustración 15, se muestra una comparativa de las trayectorias de regreso desde Nereus para el motor NSTAR y para el BPT-4000. Este último opera a mayores empujes y por ello, dispone de maniobras más eficientes para producir un Δv total menor para la misión.

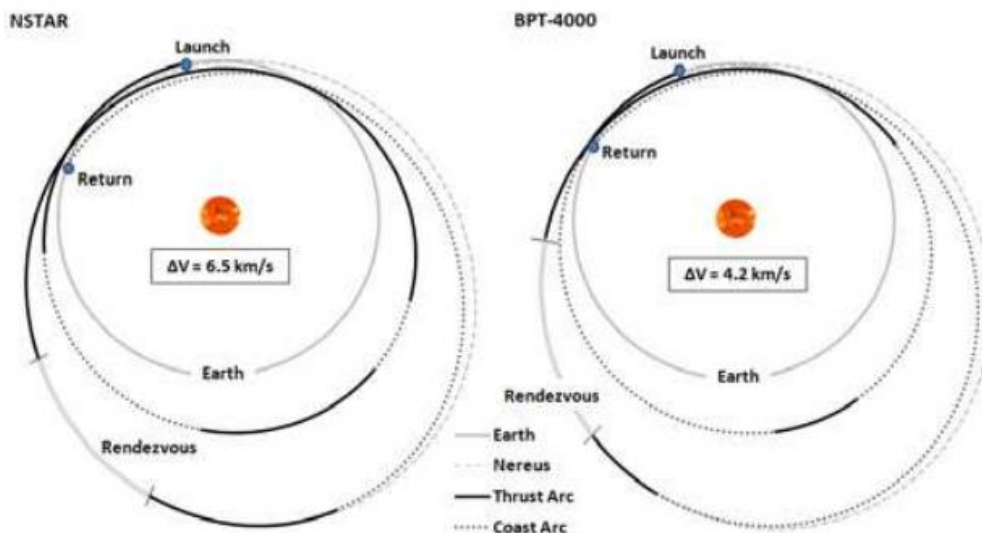


Ilustración 15. Trayectorias para una prueba de misión de regreso desde Nereus con NSTAR (izquierda) y BPT-4000 (derecha) [12].

Se observa que las maniobras con empuje más alto son más cortas y el Δv total es 1.3 km/s menor. En este ejemplo de misión, el motor NSTAR requiere aproximadamente 190 kg de propelente que se traduce en una masa final de 673 kg, mientras que el BPT-400 consume 240 kg de propelente y la masa final entregada es de 850 kg. Vale la pena señalar que los sistemas de mayor empuje se suelen optimizar para una energía de lanzamiento más baja, aunque el BPT-4000, que tiene menor impulso específico, requiere más propelente para un Δv menor, entrega una masa final mayor porque el vehículo de lanzamiento puede lanzar más masa inicial con una energía de lanzamiento más baja. En resumen, el BPT-4000 puede entregar más masa debido al mayor empuje y a la propiedad de disminuir el requerimiento de energía del vehículo de lanzamiento, principalmente debido a la capacidad de procesamiento de potencia más alta del motor.

El motor NEXT, operando la misma misión, pero reduciendo su empuje máximo al nivel del BPT-4000, puede entregar una masa final de 911 kg consumiendo solo 188 kg de propelente. Aun así, el NEXT requiere un Δv de 5.3 km/s, mayor que el del propulsor de tipo Hall, pero el mayor I_{sp} resulta en una mayor masa entregada. No siempre es obvio el propulsor que dispone de mejor rendimiento operativo, depende del perfil de la trayectoria, la potencia disponible, la duración de la misión y otra serie de características.

En general, las misiones interplanetarias que obtienen mayores beneficios del uso de propulsión eléctrica son misiones en las que la nave no se encuentre dentro de un gran campo gravitatorio y existan requerimientos de ΔV muy grandes. Este tipo de misiones incluyen, maniobras de objetivos múltiples, grandes cambios de inclinación y capturas en el espacio profundo con limitaciones de tiempo de viaje.

5. ESTRUCTURA Y DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO

En primer lugar, se comienza definiendo el problema de los dos cuerpos, que permite obtener un integrador preliminar, el cual posteriormente se utiliza implementando el empuje para el propagador.

5.1 SOFTWARE UTILIZADO

El desarrollo del proyecto se lleva a cabo en el programa de cálculo numérico MATLAB®. Este programa, es una gran herramienta a la hora de resolver problemas que requieran de una elevada capacidad computacional, como es el caso de la resolución de métodos numéricos.

Para el integrador, se hace uso de la función implementada por el propio MATLAB®, *ode45*. Se trata de un método Runge-Kutta de paso temporal variable, muy útil para la resolución de un problema de las características presentadas por este proyecto. A su vez, dicho método se encuentra optimizado, permitiendo obtener la solución para un paso temporal requerido, manteniendo internamente el paso temporal variable. Se ha utilizado una tolerancia de 10^{-16} .

5.2 MARCO DE REFERENCIA

El análisis se realiza en coordenadas heliocéntricas, si bien inicialmente, se estudió la posibilidad de utilizar el sistema baricéntrico, en el que el centro del sistema solar se supone en el centro de gravedad del mismo, la precisión obtenida por el propagador era considerablemente mayor en el caso del sistema heliocéntrico eclíptico.

Este sistema tiene las siguientes características:

- Origen: El Sol
- Plano de referencia: Plano de la eclíptica
- Dirección fija: Dirección del punto vernal

Como se puede observar en la Ilustración 16 el eje X apunta al Punto Vernal, el eje Z es perpendicular al plano de la eclíptica y el eje Y se elige de modo que forme el triedro a derechas.

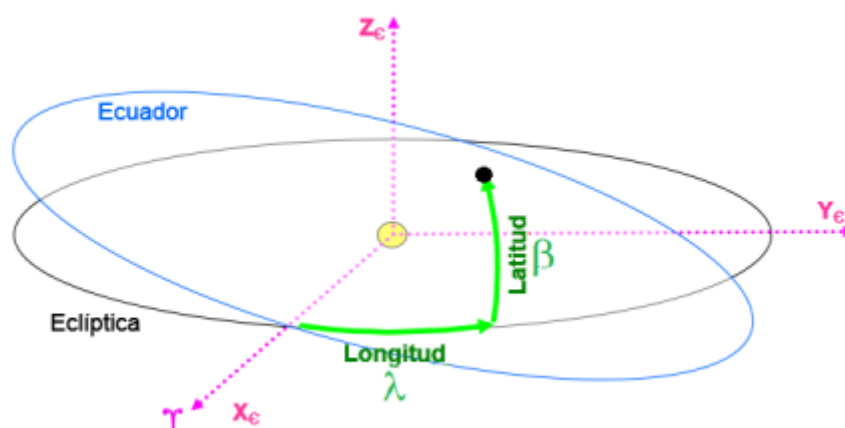
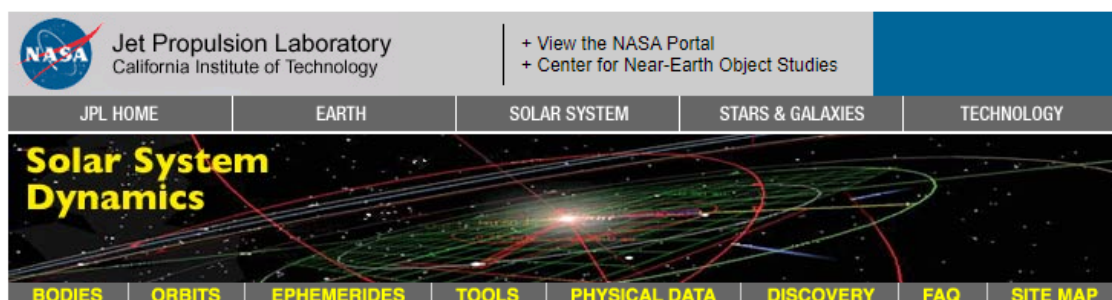


Ilustración 16. Sistema de referencia Heliocéntrico-Eclíptico [17].

5.3 FORMATO DE OBTENCIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE EFEMÉRIDES

Este proyecto se realiza utilizando coordenadas cartesianas. Los datos de efemérides que se utilizan a lo largo de este proyecto, tanto los vectores posición y velocidad iniciales, así como las coordenadas de diferentes cuerpos del Sistema Solar se obtienen de la web HORIZONS del JPL de la NASA [18]. Dichos datos, utilizan el modelo celeste de la NASA, y al tratarse este proyecto del diseño preliminar de una maniobra no impulsiva, se consideran lo suficientemente precisos.

La web [18] permite obtener las efemérides con diferentes configuraciones según los requerimientos de cada solicitante.



HORIZONS Web-Interface

This tool provides a web-based *limited* interface to JPL's HORIZONS system which can be used to generate ephemerides for solar-system bodies. Full access to HORIZONS features is available via the primary [telnet interface](#). HORIZONS system news shows recent changes and improvements. A [web-interface tutorial](#) is available to assist new users.

Current Settings

Ephemeris Type [\[change\]](#): **VECTORS**
 Target Body [\[change\]](#): **Mars** [499]
 Coordinate Origin [\[change\]](#): **Sun (body center)** [500@10]
 Time Span [\[change\]](#): Start=2000-1-1, Stop=2080-1-1, Step=1 d
 Table Settings [\[change\]](#): quantities code=2; output units=KM-S; reference plane=FRAME; CSV format=YES
 Display/Output [\[change\]](#): download/save (plain text file)

Ilustración 17. Obtención de efemérides de la web HORIZONS [18].

- **Ephemeris Type:** Selección del tipo de datos de obtención de efemérides. Se escoge la opción **VECTORS**, la cual permite extraer los datos en coordenadas cartesianas.
- **Target Body:** Selección del cuerpo celeste o satélite artificial del que se quieren obtener las efemérides.
- **Coordinate Origin:** Selección del origen del sistema de referencia de obtención de efemérides. Se escoge la opción **SUN (body center)** que se corresponde con el sistema heliocéntrico eclíptico.
- **Time Span:** Selección del intervalo de muestreo de obtención de datos. Los datos se extraen desde el 01/01/2000 hasta el 01/01/2080 con precisión de 1 día.
- **Table Settings:** Selección de la configuración de obtención de datos. Se escoge **quantities code Type 2**, que permite obtener el vector estado con las componentes de posición y velocidad, **output units** en **km/s** y formato CSV.
- **Display/Output:** Selección del formato de salida de datos. Se selecciona la opción de descarga de ficheros de texto .txt.

Una vez obtenidos los ficheros de texto, es necesario realizar una serie de cambios en los mismos para que puedan ser importados e implementados en MATLAB®.

En primer lugar, se eliminan las cabeceras del archivo, dejando en el fichero los datos de fechas y coordenadas espaciados en columnas. Posteriormente, se cambian las comas por

espacios, para que así MATLAB® pueda detectar que se trata de una matriz dividida en filas y columnas. Por último, es necesario eliminar la identificación de cada mes, para que la implementación sea satisfactoria.

5.4 VALIDACIÓN DEL PROPAGADOR

Resulta necesaria una comprobación de la efectividad del propagador. Para ello, se propone un estudio de la trayectoria que sigue la sonda Parker, comparando el error obtenido en las coordenadas de la trayectoria, ente el propagador implementado en el software y las efemérides proporcionadas por el software desarrollado por el JPL de la NASA.

Para realizar dicha comprobación, se obtienen los datos relativos a la misión de la sonda Parker [19], así como las efemérides de la misma y de los planetas que actúan como cuerpos perturbadores, obtenidas mediante HORIZONS [18].

A continuación, se muestra el error obtenido para dos situaciones: un trayecto de la misión en el que la sonda orbite cerca del Sol (perihelio) y un período en el que la sonda se encuentre orbitando en un punto lejano del sol (afelio).

5.4.1 ERROR DE POSICIÓN Y VELOCIDAD EN EL PERIHELIO

Magnitud	Error absoluto	Error relativo
Distancia	33.39 km	$1.35e^{-4}$
Velocidad	$1.34e^{-4}$ km/s	$1.41e^{-4}$

Tabla 7. Errores de distancia y velocidad entre las coordenadas de la sonda Parker obtenidas de Horizons y por el propagador en el perihelio [Fuente propia].

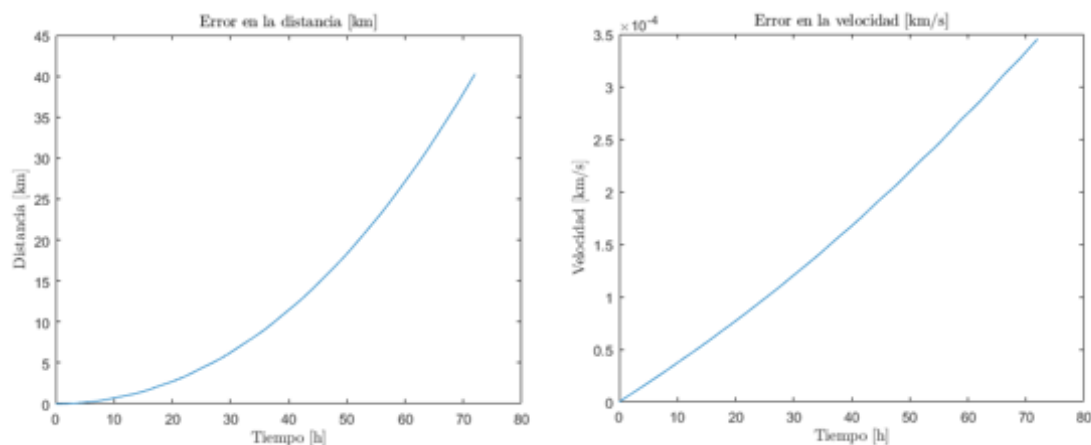


Ilustración 18. Error en la distancia (izquierda) y velocidad (derecha) a lo largo del tiempo entre propagador y Horizons en el perihelio [Fuente propia].

5.4.2 ERROR DE POSICIÓN Y VELOCIDAD EN EL AFELIO

Magnitud	Error absoluto	Error relativo
Distancia	1.82 km	$1.29e^{-6}$
Velocidad	$3.13e^{-6}$ km/s	$1.41e^{-5}$

Tabla 8. Errores de distancia y velocidad entre las coordenadas de la sonda Parker obtenidas de Horizons y por el propagador en el afelio.

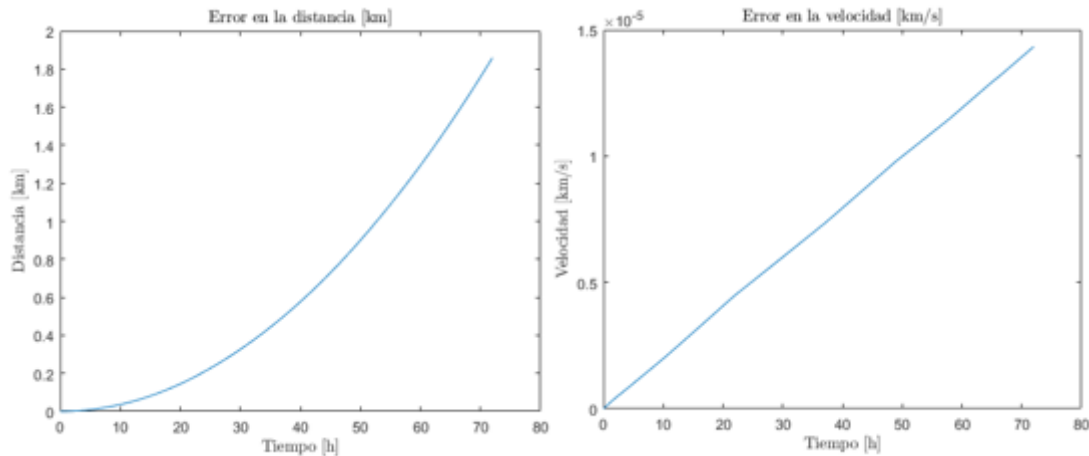


Ilustración 19. Error en la distancia (izquierda) y velocidad (derecha) a lo largo del tiempo entre propagador y Horizons en el afelio [Fuente propia].

Como se puede observar en las ilustraciones, existe una diferencia entre los errores obtenidos en el perihelio y el afelio, esto indica que el propagador se comporta mejor lejos de la perturbación provocada por el Sol. Este hecho tiene sentido, ya que los modelos de perturbaciones de radiación solar y achatamiento se han simplificado y no resultan tan precisos como los utilizados por el JPL. Aun así, se han obtenido errores muy reducidos, ya que se está hablando de un error de 30 km en una distancia aproximada de 25 millones de km aproximadamente (para el caso más limitativo), siendo el error en la velocidad de orden similar. Con ello, se demuestra que el propagador funciona de una manera correcta y puede ser utilizado para realizar las simulaciones de maniobras no impulsivas.

5.5 DESARROLLO DE LA MISIÓN

Una vez comprobada la efectividad del propagador, se procede al desarrollo de la misión interplanetaria Tierra – Marte. Para ello, una vez obtenidas las efemérides de los cuerpos celestes, se genera una función que extrae las coordenadas relativas a las fechas especificadas de inicio y fin de misión, de las matrices de datos importadas desde HORIZONS.

En primer lugar, se introduce la nave espacial al problema. Para ello, se definen sus parámetros orbitales respecto del sistema de referencia geocéntrico. A partir de los parámetros orbitales, es posible obtener su vector estado por medio de un algoritmo que se puede consultar en la bibliografía [5]. Teniendo el vector estado en coordenadas geocéntricas, se realiza un cambio de sistema de coordenadas al sistema heliocéntrico eclíptico, dicho cambio se puede encontrar en la bibliografía [20]. Con ello, ya se dispone de la posición y velocidad iniciales de la nave, pudiendo elegir sobre cualquiera de sus parámetros orbitales, así como de la altura del perigeo y altura de apogeo (los cuales repercuten en semieje mayor y excentricidad).

Una vez desarrolladas las condiciones iniciales, el programa está listo para su uso, pero previamente a recoger resultados, resulta necesario que la nave no solo llegue a la órbita de Marte, si no que se encuentre con el planeta (rendezvous). Para ello, al no disponer de un tiempo de vuelo definido, como ocurre en maniobras impulsivas, se hace uso de la longitud heliocéntrica. (Ángulo entre el eje X del sistema de referencia heliocéntrico y la posición que ocupa el cuerpo en su órbita heliocéntrica, medido en el sentido contrario de las agujas del reloj).

Para ello, se desarrolla una función que calcula las longitudes heliocéntricas de todos los cuerpos que participan en la misión. De este modo, conociendo el movimiento medio del planeta Marte, el tiempo de vuelo de la misión y la longitud heliocéntrica final de la

trayectoria de la nave, se puede calcular la longitud heliocéntrica inicial en la que debe estar el planeta, para que se produzca el encuentro.

Una vez introducidas las funciones mencionadas, junto al propagador, se pueden desarrollar los estudios de interés para la obtención y análisis de resultados.

6. RESULTADOS

A continuación, se realiza un estudio de las posibles transferencias Tierra-Marte a fin de encontrar las trayectorias óptimas en las que se minimicen los requisitos de masa como el tiempo de transferencia, los cuales constituyen los parámetros más relevantes en el estudio de trayectorias con bajo empuje.

6.1 TRANSFERENCIA DE HOHMANN CON PROPULSIÓN QUÍMICA

Previamente a realizar un estudio de maniobras no impulsivas con motores de bajo empuje, resulta interesante conocer los principales parámetros de una transferencia simple utilizando propulsión química desde la Tierra hasta Marte, siendo esta la transferencia de Hohmann, de modo que se puedan comparar los parámetros obtenidos y observar las diferencias.

De acuerdo a la ecuación (3.43), el ΔV del primer impulso o la velocidad requerida para abandonar la esfera de influencia de la Tierra es

$$\Delta V_D = V_D^{(v)} - V_1 = \sqrt{\frac{\mu_{\text{sun}}}{R_1}} \left(\sqrt{\frac{2R_2}{R_1 + R_2}} - 1 \right) = 2.9441 \text{ km/s} \quad (6.1)$$

El ΔV del segundo impulso o bien la velocidad relativa a Marte de la nave, cuando la misma llega a la esfera de influencia de Marte viene determinada por la ecuación (3.44)

$$\Delta V_A = V_2 - V_A^{(v)} = \sqrt{\frac{\mu_{\text{sun}}}{R_2}} \left(1 - \sqrt{\frac{2R_1}{R_1 + R_2}} \right) = 2.6484 \text{ km/s} \quad (6.2)$$

$$\Delta V_{TOTAL} = \Delta V_A + \Delta V_D = 5.5925 \text{ km/s} \quad (6.3)$$

El período de transferencia se calcula mediante la ecuación (3.47)

$$t_{12} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}} \left(\frac{R_1 + R_2}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{3600 * 24} \right) = 258.85 \text{ días} = 0.71 \text{ años} \quad (6.4)$$

La masa consumida en una maniobra de estas características, suponiendo un impulso específico de 350 s y una masa inicial de 2000 kg, se obtiene de la siguiente expresión

$$\Delta m = m_0 \left(1 - e^{-\frac{\Delta v}{I_{sp} g_0}} \right) = 1607.67 \text{ kg} \quad (6.5)$$

Se ha de recalcar que esta transferencia comienza en el momento en que la nave espacial abandona la esfera de influencia de la Tierra y termina cuando llega a la esfera de influencia de Marte. El tiempo en el que la nave se encuentra dentro de las esferas de influencia puede variar dependiendo del modelo de trayectoria utilizado.

6.2 COMPARATIVA ENTRE LAS DIFERENTES OPCIONES DE PROPULSIÓN

En primer lugar, resulta interesante realizar un estudio del comportamiento de las opciones propulsivas introducidas en la Tabla 6. De este modo, se puede analizar que opciones son las más atractivas de cara a un estudio más profundo.

Se propone el estudio de la trayectoria desde la SOI de la Tierra hasta la SOI de Marte. Para ello, se asume como hipótesis para simplificar el problema que ambas Esferas de Influencia son puntos en el espacio. Con ello, se analizan los parámetros del tiempo de vuelo, la masa consumida y el incremento de velocidad total, como herramienta de apoyo para contrastar parámetros con una maniobra impulsiva.

A continuación, se muestran una serie de gráficas, en las que se representa la masa consumida en relación con el tiempo de vuelo y el incremento de velocidad total frente al tiempo de vuelo para diferentes años, teniendo en cuenta que el tiempo máximo de misión para el integrador se ha restringido a 1200 días.

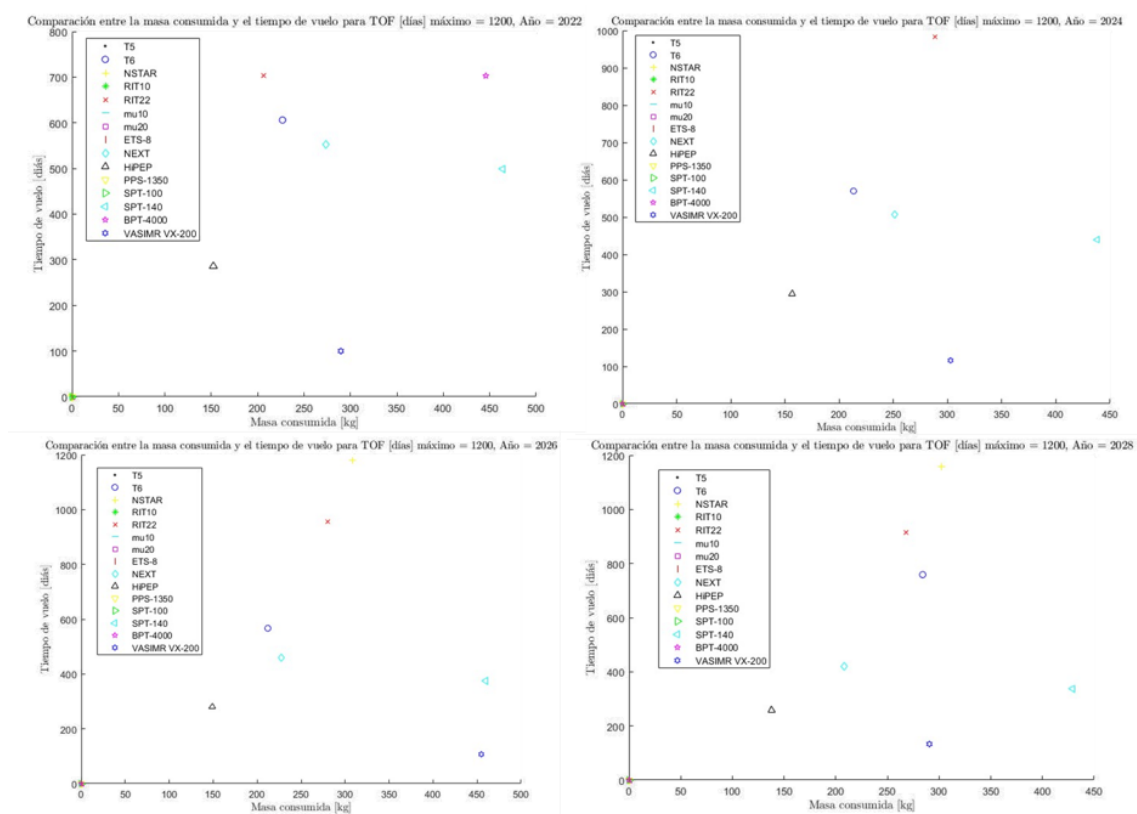


Ilustración 20. Masa consumida frente a tiempo de vuelo para los diferentes motores en el año 2022 (arriba, izquierda), 2024 (arriba, derecha), 2026 (abajo, izquierda) y 2028 (abajo, derecha) [Fuente propia].

En la Ilustración 20 se observa cómo se comportan los diferentes motores en términos de masa consumida y tiempo de vuelo, para diferentes años. El primer aspecto relevante a tener en cuenta es que varios motores se sitúan en el cero ya que, para sus características, no consiguen completar la misión con la restricción de tiempo máximo. El motor que menos tiempo necesita para completar la misión es el VASIMR VX-200, siendo uno de los que más masa consume, junto con el SPT-140, el BPT-4000, el NSTAR y el T6. El motor que menos masa consume en cada uno de los cuatro casos es el HiPEP, a su vez, dicha opción es el segundo motor que menos tiempo de vuelo necesita. Por último, el motor NEXT dispone de un menor consumo de masa que el VASIMR VX-200, siendo su tiempo de vuelo mayor que en el caso del HiPEP.

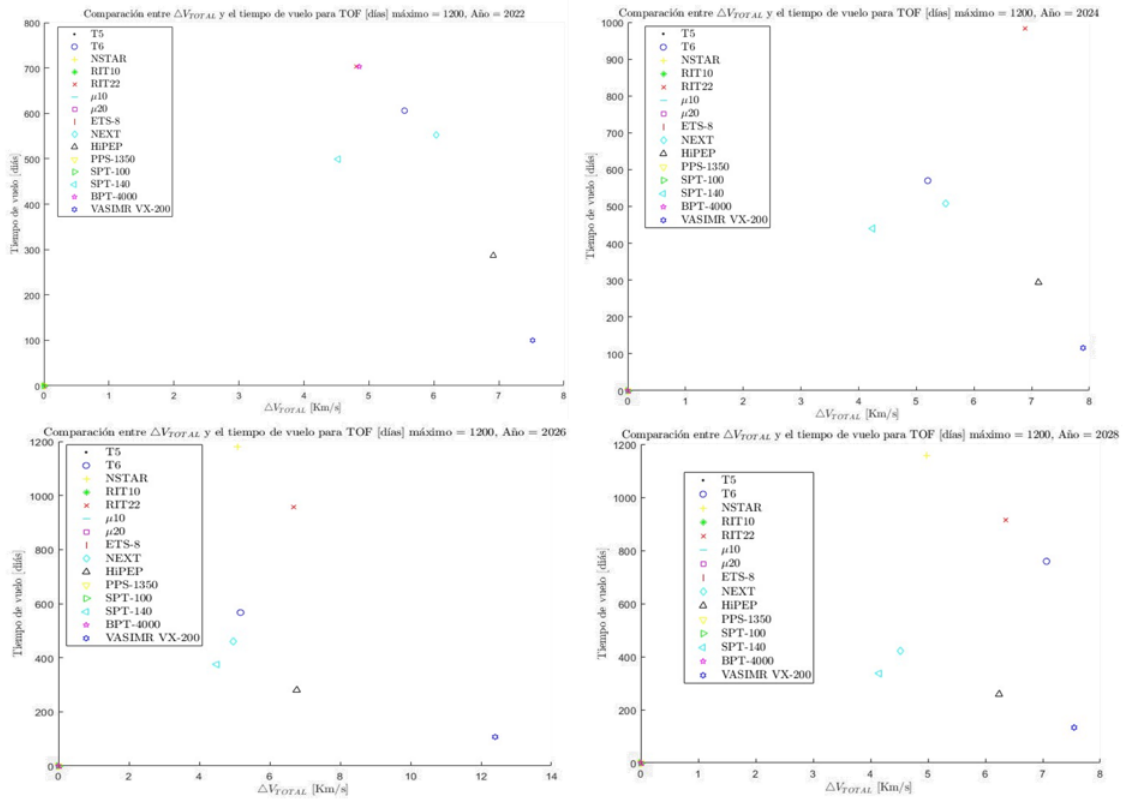


Ilustración 21. Incremento de velocidad total frente a tiempo de vuelo para los diferentes motores en el año 2022 (arriba, izquierda), 2024 (arriba, derecha), 2026 (abajo, izquierda) y 2028 (abajo, derecha) [Fuente propia].

Análogamente a la Ilustración 20, la Ilustración 21 muestra el incremento de velocidad total frente al tiempo de vuelo para diferentes años. En este caso, el motor VASIMR VX-200 destaca en los cuatro casos, siendo el que mayor requerimiento de incremento de velocidad total necesita, seguido del motor HiPEP. En el caso del NEXT, tiene unos requerimientos notablemente más reducidos que los anteriores dos motores.

En cuanto a los resultados que ofrece el estudio comparativo, se pueden definir aquellos motores que resultan más interesantes según los parámetros de masa consumida y tiempo de vuelo. Por ejemplo, los motores RIT22 y NSTAR (iónicos), presentan tiempos de vuelo muy elevados, mientras que el motor SPT-140 presenta un gran consumo de masa. Por ello, se seleccionan los motores NEXT y HiPEP (iónicos), ya que presentan una relación favorable entre masa consumida y tiempo de vuelo, así como el motor VASIMR VX-200 (electromagnético), que, si bien presenta un consumo de masa más elevado, es el que consigue minimizar al máximo el tiempo de vuelo.

6.3 COMPARATIVA ENTRE LAS DIFERENTES OPCIONES DE PROPULSIÓN PARA UNA MISIÓN TIERRA - MARTE

A continuación, se realiza el estudio de una misión desde la SOI de la Tierra hasta la SOI de Marte, comparando los parámetros obtenidos para los tres motores de interés. A su vez, resulta atractiva la comparación de dichos resultados con una posible misión que utilice un motor químico, simulada por medio del problema de Lambert.

Para la realización de la simulación, se seleccionan las siguientes restricciones iniciales:

- $TOF_{máximo} = 700 \text{ días}$
- $m_0 = 2000 \text{ kg}$

6.3.1 MOTOR NEXT

A continuación, se presentan una serie de ilustraciones donde se recoge la trayectoria entre la Tierra y Marte, así como el aumento en la distancia heliocéntrica para dicha trayectoria.

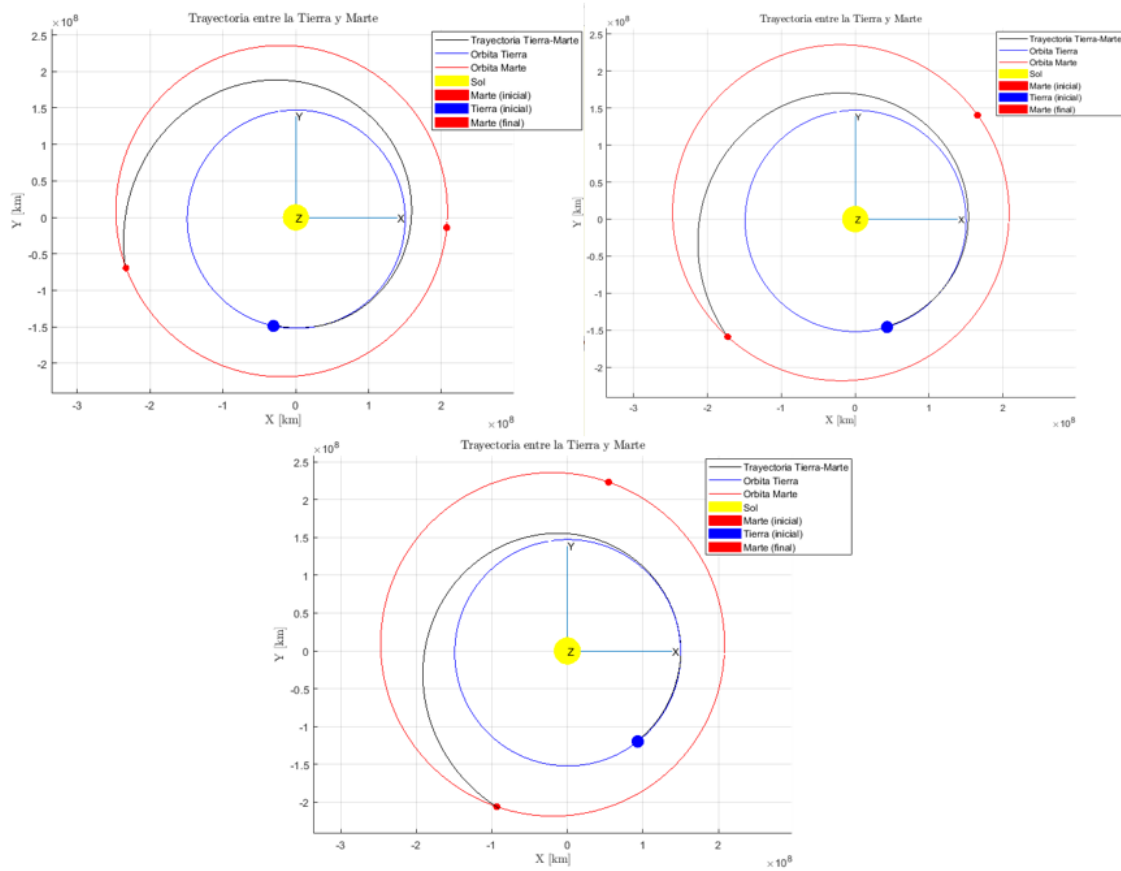


Ilustración 22. Representación de la trayectoria del motor NEXT en el plano XY para los años 2024 (arriba, izquierda), 2026 (arriba, derecha) y 2028 (abajo) [Fuente propia].

En la Ilustración 22, se observa la trayectoria que sigue la nave entre las SOI de la Tierra y Marte para los años 2024, 2026 y 2028. Utilizando el motor NEXT como opción principal de propulsión. La maniobra es similar para cada uno de los casos, si bien las posiciones de los planetas varían. Se puede observar que, debido al bajo empuje, la nave adquiere velocidad de forma muy progresiva, recorriendo un gran arco en la transferencia.

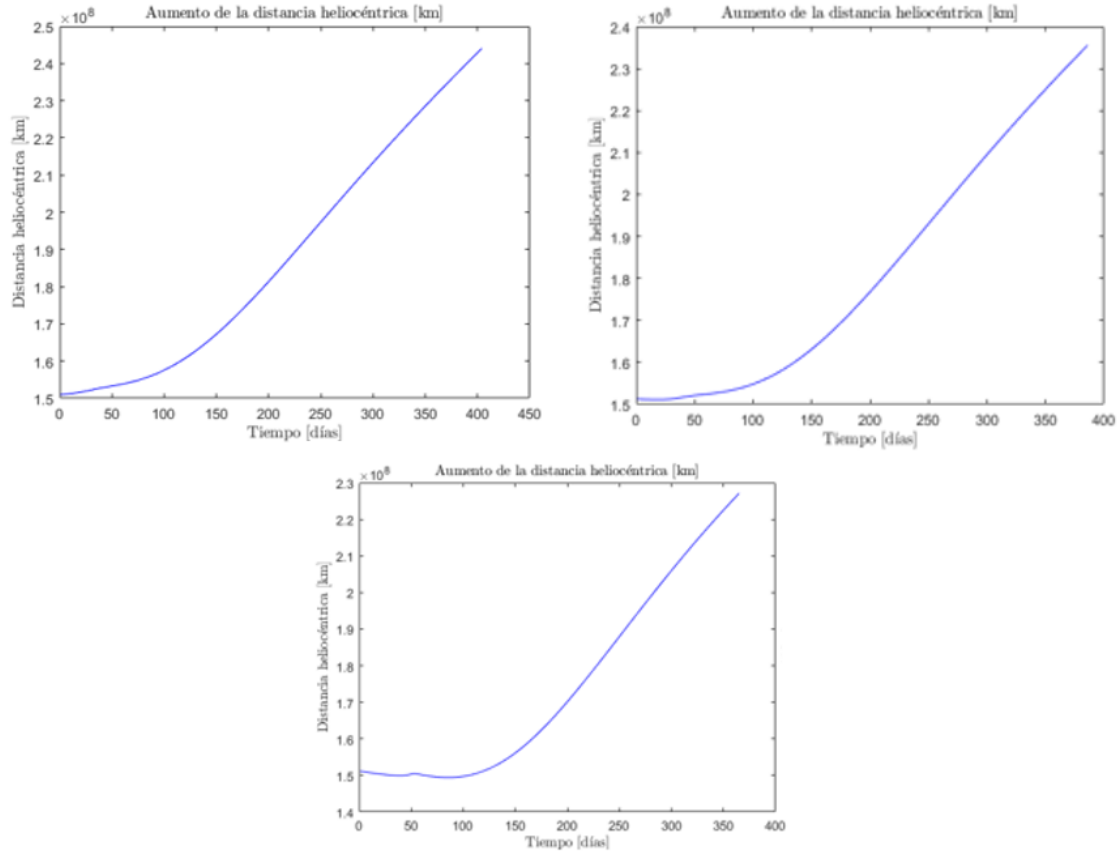


Ilustración 23. Aumento de la distancia heliocéntrica en la trayectoria del motor NEXT para los años 2024 (arriba, izquierda), 2026 (arriba, derecha) y 2028 (abajo) [Fuente propia].

En la Ilustración 23, se muestra el aumento en la distancia heliocéntrica en las trayectorias para los tres años de estudio. Se puede ver como en el caso de 2024, el aumento de distancia se produce conforme comienza la misión. En el caso del año 2026, la nave permanece más tiempo con un aumento de distancia muy ligero, mientras que, en el año 2028, la nave comienza a aumentar su distancia pasados 100 días de misión.

A continuación, en la Tabla 9 se muestran los datos de la misión para los diferentes años estudiados

Propulsor	Fecha de salida	Fecha de llegada	Masa consumida [kg]	TOF (días)	ΔV_{TOTAL} [km/s]
NEXT	10/06/2024	19/07/2025	277	404	6.13
	10/07/2026	31/07/2027	263.82	386	5.81
	01/08/2028	01/08/2029	249.43	365	5.47

Tabla 9. Parámetros de la trayectoria con el motor NEXT [Fuente propia].

6.3.2 MOTOR HIPEP

Como en el apartado anterior, a continuación, se muestran una serie de ilustraciones donde se recoge un diagrama de la trayectoria entre la Tierra y Marte, así como el aumento en la distancia heliocéntrica, utilizando el motor HiPEP.

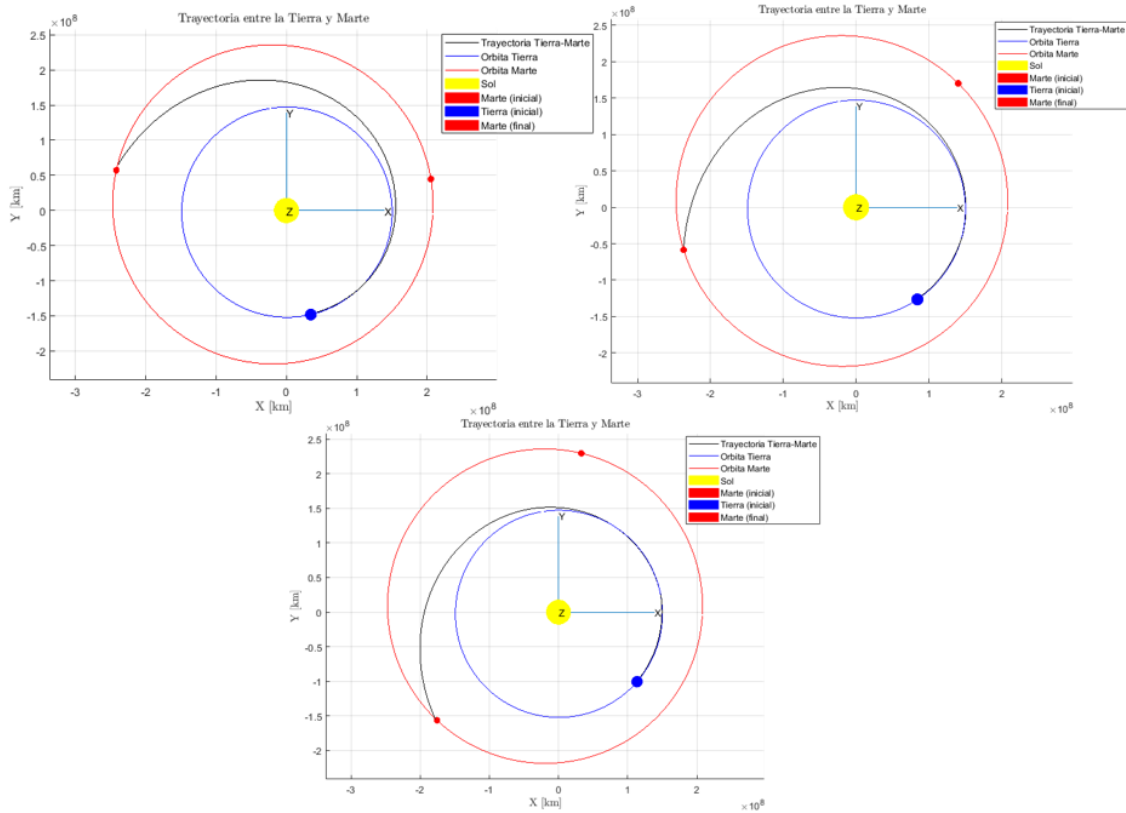


Ilustración 24. Representación de la trayectoria del motor HiPEP en el plano XY para los años 2024 (arriba, izquierda), 2026 (arriba, derecha) y 2028 (abajo) [Fuente propia].

Comprando la Ilustración 24 y la Ilustración 22, se observa que la trayectoria que describe la nave utilizando el motor HiPEP, recorre un arco menor que en el caso del NEXT. Esto se debe al mayor empuje e impulso específico del que dispone HiPEP, permitiendo a la nave adquirir velocidad de una forma más rápida, disminuyendo de esta forma el tiempo de vuelo de la misión.

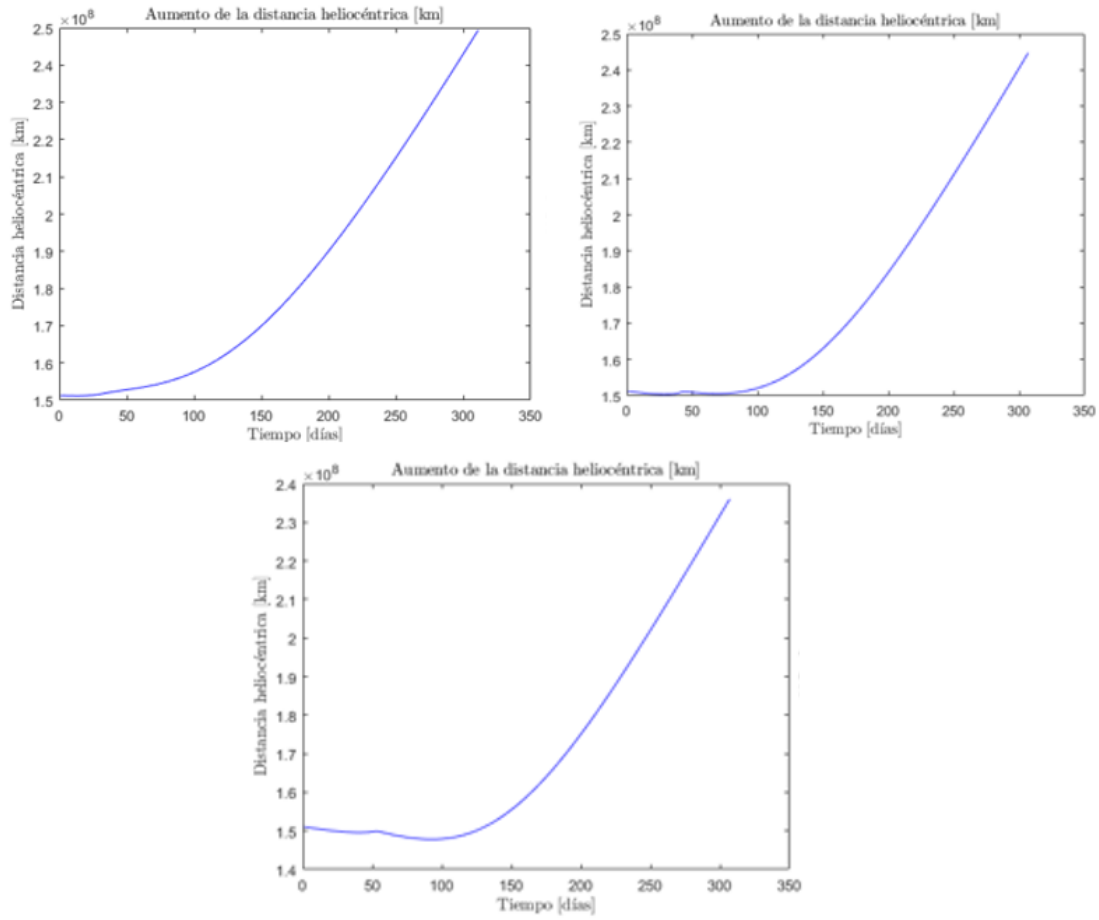


Ilustración 25. Aumento de la distancia heliocéntrica en la trayectoria del motor HiPEP para los años 2024 (arriba, izquierda), 2026 (arriba, derecha) y 2028 (abajo) [Fuente propia].

La Ilustración 25 muestra el aumento de distancia heliocéntrica en la trayectoria utilizando el motor HiPEP para los años 2024, 2026 y 2028. Como en el caso comentado anteriormente del motor NEXT, en el año 2024, la nave gana distancia desde el momento que comienza la misión. No obstante, para los otros dos supuestos, la nave se encuentra durante un cierto tiempo con un aumento de distancia nulo, para después tener un aumento constante.

A continuación, la Tabla 10, recoge los datos de las trayectorias para los diferentes años.

Propulsor	Fecha de salida	Fecha de llegada	Masa consumida [kg]	TOF (días)	ΔV_{TOTAL} [km/s]
HiPEP	06/07/2024	13/05/2025	165.66	311	7.55
	28/07/2026	31/05/2027	163.52	307	7.45
	12/08/2028	15/06/2029	163.52	307	7.45

Tabla 10. Parámetros de la trayectoria con el motor HiPEP [Fuente propia].

6.3.3 MOTOR VASIMR VX-200

Como en los anteriores casos, para los motores NEXT y HiPEP, se introducen una serie de ilustraciones donde se representa la trayectoria entre la Tierra y Marte, así como el aumento de distancia heliocéntrica, utilizando como opción propulsiva el motor VASIMR VX-200.

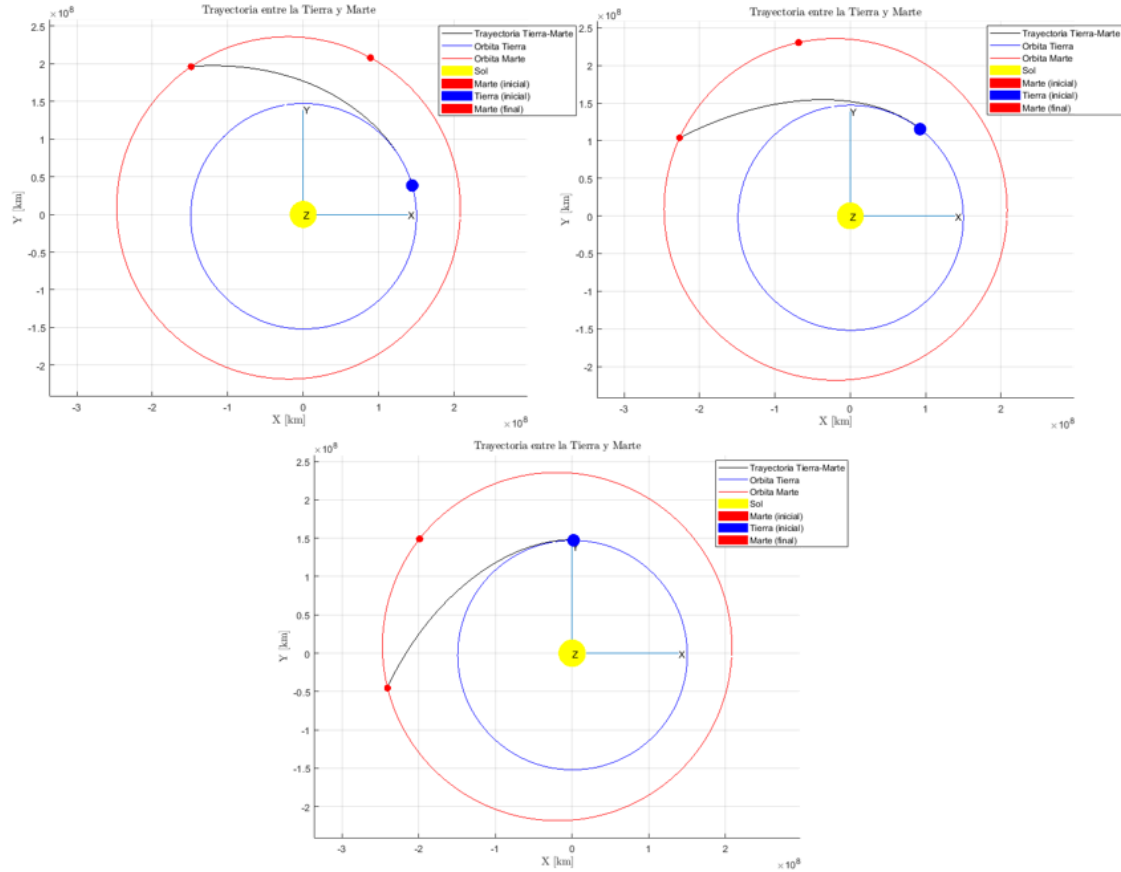


Ilustración 26. Representación de la trayectoria del motor VASIMR VX-200 en el plano XY para los años 2024 (arriba, izquierda), 2026 (arriba, derecha) y 2028 (abajo) [Fuente propia].

Comparando la Ilustración 26, con los casos de los motores NEXT y HiPEP, Ilustración 22 e Ilustración 24, respectivamente, destaca a primera vista el arco que recorre la nave portando el VASIMR VX-200, notablemente más reducido que en el caso de los otros dos motores. Las características propulsivas de dicho motor, destacando su gran empuje, derivan en que la nave gane velocidad de forma muy rápida, saliendo disparada en una línea casi recta a la SOI de Marte. Con ello, la velocidad que tendría la nave en la llegada de la SOI de Marte sería muy elevada, por lo que sería necesario realizar un estudio de optimización del parámetro de impacto, aprovechando la órbita marciana para poder decelerar la nave.

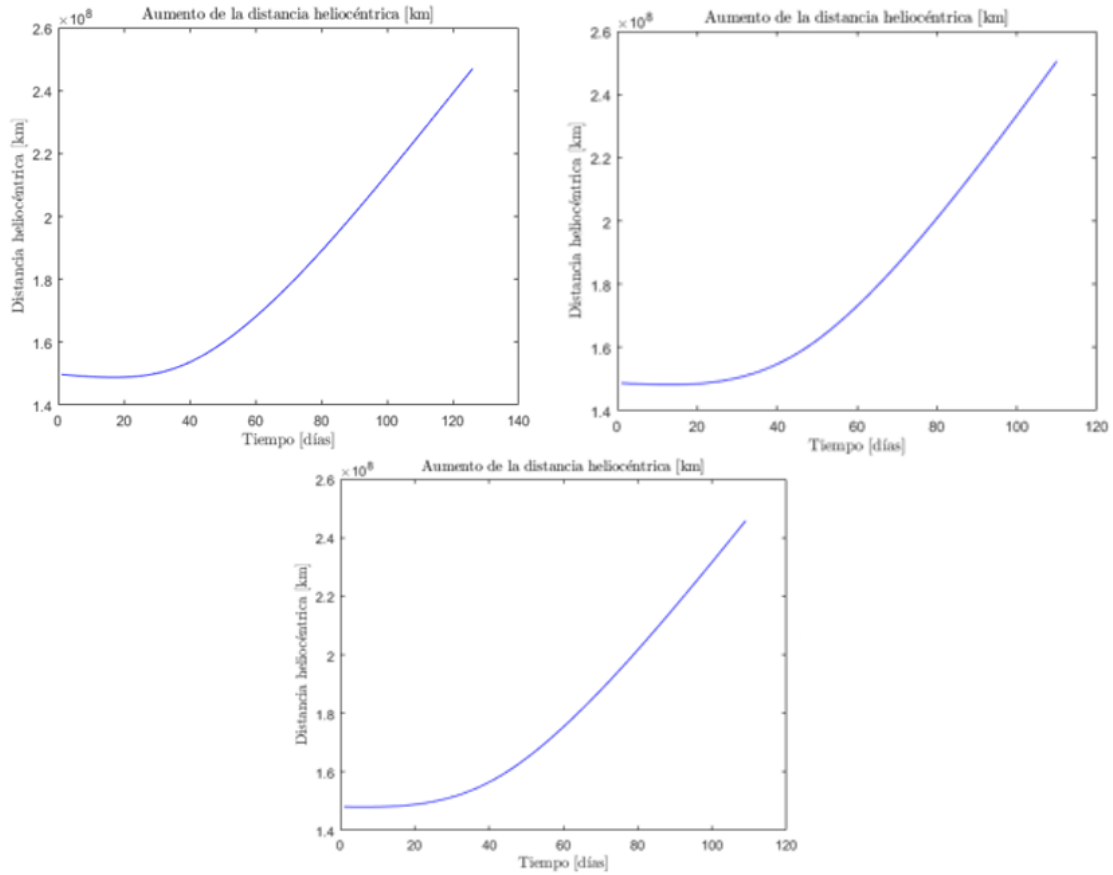


Ilustración 27. Aumento de la distancia heliocéntrica en la trayectoria del motor VASIMR VX-200 para los años 2024 (arriba, izquierda), 2026 (arriba, derecha) y 2028 (abajo) [Fuente propia].

Por último, la Ilustración 27, muestra el aumento de distancia heliocéntrica para el motor VASIMR VX-200, para los diferentes años de estudio. Se puede observar una tendencia similar en los tres casos, aumentando de forma más reducida en los primeros días, para después mantenerse de forma constante.

A continuación, la Tabla 11 recoge los datos derivados de las trayectorias Tierra - Marte, para los diferentes años de estudio, portando el motor VASIMR VX-200

Propulsor	Fecha de salida	Fecha de llegada	Masa consumida [kg]	TOF (días)	ΔV_{TOTAL} [km/s]
VASIMR VX - 200	09/10/2024	12/02/2025	329.26	126	8.65
	15/11/2026	05/03/2027	426.99	110	11.54
	22/12/2028	10/04/2029	376.86	109	10.04

Tabla 11. Parámetros de la trayectoria con el motor VASIMR-VX-200 [Fuente propia].

6.3.4 COMPARATIVA ENTRE MOTORES IÓNICOS Y MOTOR QUÍMICO

Propulsor	Fecha de salida	Fecha de llegada	Masa consumida [kg]	TOF (días)	ΔV_{TOTAL} [km/s]
Propulsores iónicos					
NEXT	10/06/2024	19/07/2025	277.00	404	6.13
	10/07/2026	31/07/2027	263.82	386	5.81
	01/08/2028	01/08/2029	249.43	365	5.47
HiPEP	06/07/2024	13/05/2025	165.66	311	7.55
	28/07/2026	31/05/2027	163.52	307	7.45
	12/08/2028	15/06/2029	163.52	307	7.45
VASIMR VX-200	09/10/2024	12/02/2025	329.26	126	8.65
	15/11/2026	05/03/2027	426.99	110	11.54
	22/12/2028	10/04/2029	376.86	109	10.04
Propulsor químico					
Motor químico	10/06/2024	19/07/2025	1991.30	404	18.81
	10/07/2026	31/07/2027	1984.10	386	16.59
	01/08/2028	01/08/2029	1981.10	365	16.00
	06/07/2024	13/05/2025	1918.60	311	11.00
	28/07/2026	31/05/2027	1936.60	307	11.85
	12/08/2028	15/06/2029	1951.70	307	12.78
	09/10/2024	12/02/2025	1994.60	126	20.30
	15/11/2026	05/03/2027	1999.20	110	26.80
	22/12/2028	10/04/2029	1999.00	109	26.04

Tabla 12. Comparativa entre los propulsores eléctricos y el propulsor químico para las fechas de misión establecidas anteriormente [Fuente propia].

En términos de tiempo de vuelo, como cabía esperar (debido a la gran diferencia de empuje generado) la opción que a priori presenta mejores resultados es el VASIMR VX-200. La duración de la misión con este propulsor, corresponde a una tercera parte del tiempo en el caso de utilizar el HiPEP y cerca de la cuarta parte en el caso de utilizar el NEXT. A su vez, la masa consumida por el propulsor electromagnético es la más elevada, lo que supone un gran inconveniente a la hora de elegirlo como opción óptima, ya que la masa es un parámetro limitante, intentando minimizar la masa de combustible consumido para poder cargar más carga útil en la misión. Cabe destacar que los resultados arrojados por el VASIMR VX-200 no se pueden considerar como plausibles teniendo en cuenta las tecnologías actuales. Su tiempo de vuelo sería la mitad del tiempo de transferencia de la maniobra más eficiente energéticamente, la transferencia de Hohmann, por lo que su uso en una maniobra de estas características no es posible actualmente.

En cuanto a las otras dos opciones (NEXT y HiPEP), el motor HiPEP minimiza la masa de combustible consumido, dato que lo posiciona como la opción más favorable. A su vez, observando el tiempo de misión, este también es menor para el caso del HiPEP, presentando únicamente un incremento de velocidad total mayor. Ambas opciones se suponen viables para una misión de estas características, si bien para las fechas de lanzamiento estudiadas HiPEP proporciona los resultados óptimos.

Finalmente, los resultados que se recogen de la misión con propulsión química, simulada mediante el problema de Lambert, no pueden ser utilizados como comparación con la maniobra no impulsiva, ya que, para las fechas de lanzamiento y llegada presentadas para las trayectorias de los propulsores químicos, los parámetros del problema de Lambert son muy ineficientes. Sería necesaria la realización de un estudio de ventanas de lanzamiento óptimas, para así obtener resultados válidos.

6.4 TRAYECTORIA TIERRA - MARTE DESDE UNA ÓRBITA GEOSÍNCRONA

Tras haber realizado el estudio de una misión desde la SOI de la Tierra a la SOI de Marte, se propone hacer el estudio de una misión desde una órbita geosíncrona utilizando el motor HiPEP, con el objetivo de analizar la importancia del tamaño de la Esfera de Influencia terrestre en la posibilidad de que la nave llegue a escapar de la misma.

En primer lugar, se definen los parámetros y elementos orbitales iniciales de la nave:

- Altura de la órbita: 35786 km
- Semieje mayor: 42168 km
- Longitud verdadera ($\theta + w$): 135°
- Ascensión recta del nodo ascendente: 180°
- Inclinación: 45°
- Excentricidad: 0

A continuación, se muestra la posición inicial de la nave en la órbita geostacionaria

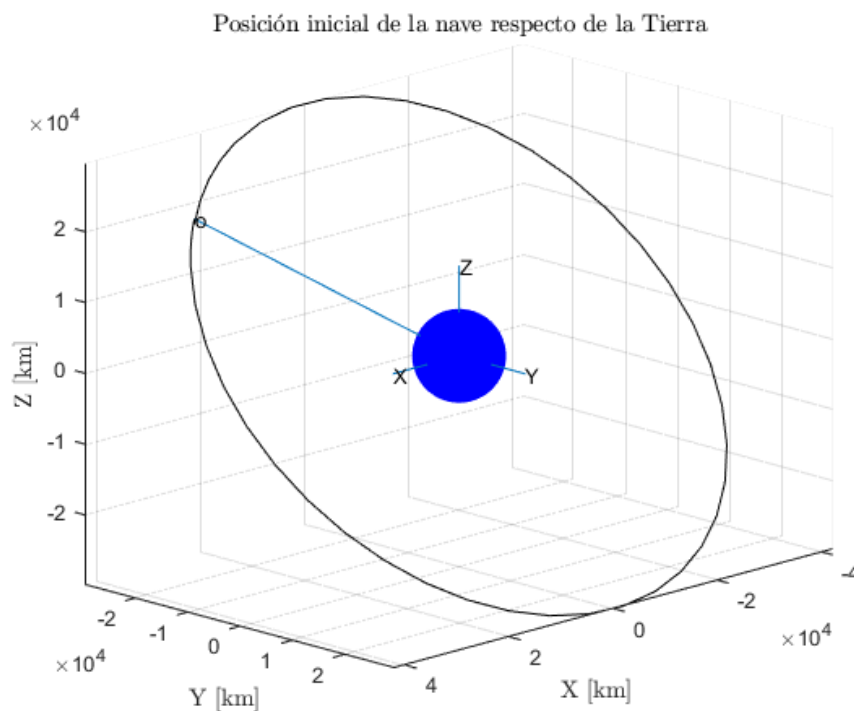


Ilustración 28. Posición inicial de la nave en su órbita respecto del sistema geosíncrona [Fuente Propia].

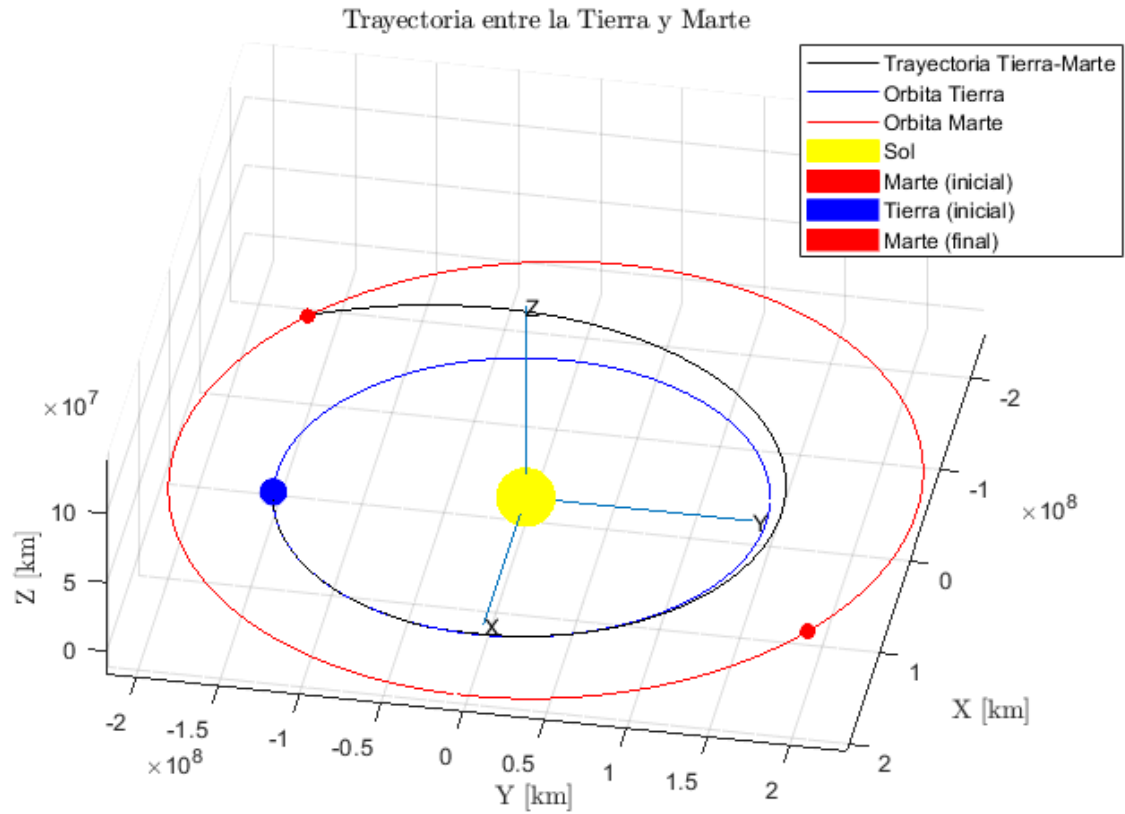


Ilustración 29. Trayectoria entre una órbita geosíncrona y la SOI de Marte [Fuente Propia].

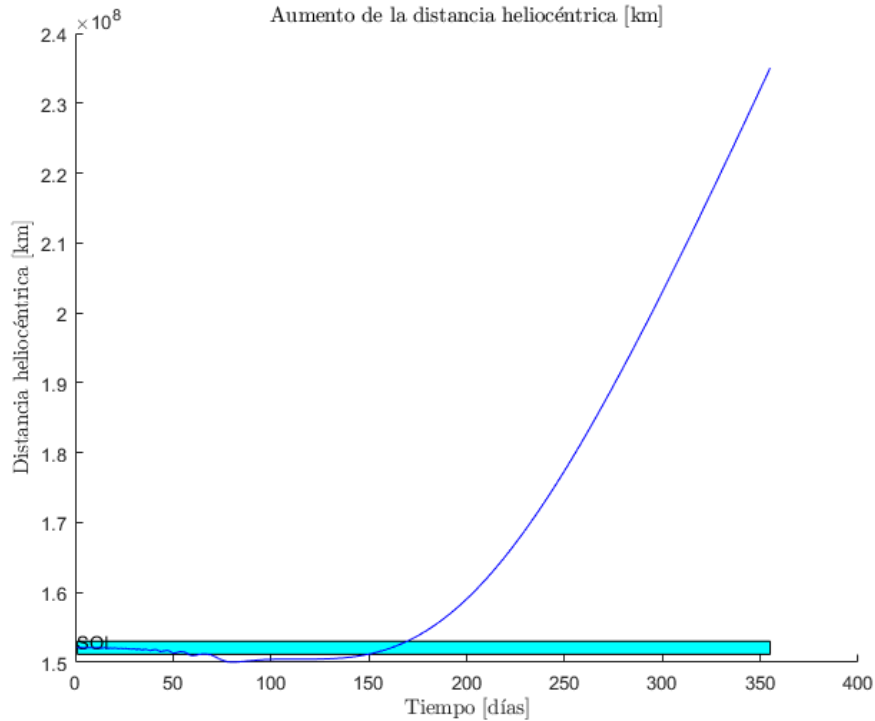


Ilustración 30. Aumento de la distancia heliocéntrica y salida de la SOI de la Tierra [Fuente Propia].

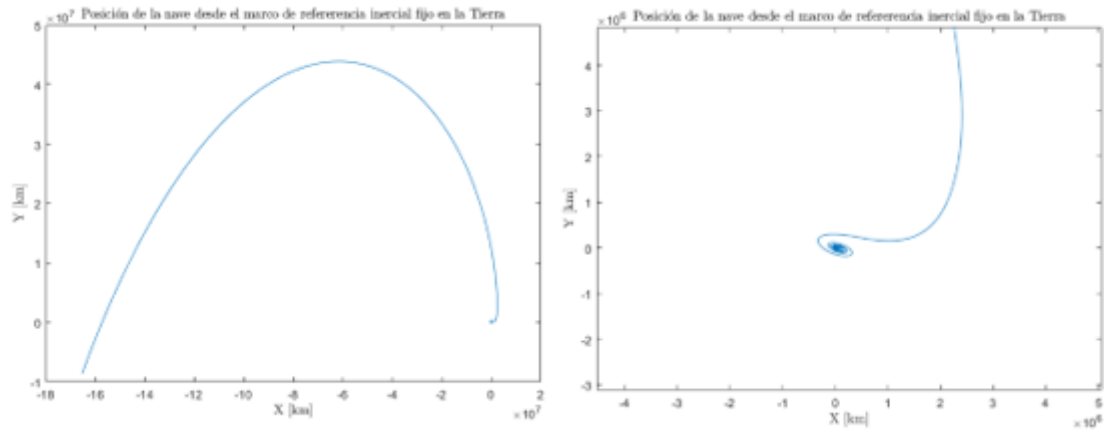


Ilustración 31. Posición de la nave respecto del sistema geocéntrico (izquierda) y detalle de escape de la SOI terrestre (derecha) [Fuente Propia].

Propulsor	Fecha de salida	Fecha de llegada	Masa consumida [kg]	TOF (días)	ΔV_{TOTAL} [km/s]
HiPEP	01/07/2028	13/05/2025	189.17	355	8.67

Tabla 13. Parámetros de la trayectoria desde GEO de La Tierra a la SOI de Marte [Fuente Propia].

Se puede observar que la misión requiere de un mayor consumo de combustible, lo que conlleva un incremento de velocidad total más elevado. El tiempo de vuelo se ve incrementado en relación con el tiempo que tarda la nave en escapar de la zona de influencia gravitatoria terrestre. A su vez, los parámetros orbitales de la órbita inicial de la nave juegan un rol clave a la hora de determinar los parámetros de misión, siendo necesaria una optimización de los mismos de cara a posteriores estudios más profundos.

7. CONCLUSIONES

Una vez finalizado el análisis de los resultados obtenidos, se pueden extraer ciertas conclusiones del proyecto.

- Se ha cumplido el objetivo de desarrollar un modelo para una maniobra no impulsiva, utilizando como principal fuente de propulsión, un motor de bajo empuje, escogiendo la propulsión eléctrica para el análisis.
- Se ha llevado a cabo la comparación de diferentes opciones de motorización, tanto electrotérmicas, electroestáticas y electromagnéticas. Los datos presentados en el análisis ofrecen que las opciones electroestáticas son las más viables. Opción que se ve respaldada con la realidad, ya que el mayor avance en propulsión eléctrica se ha realizado en ese campo, siendo un propulsor iónico (NSTAR) el primero en ser utilizado en una misión espacial al espacio profundo.
- Los resultados mostrados por el motor VASIMR VX-200 muestran que esta opción no es viable actualmente en una trayectoria cercana como es el caso de la Tierra – Marte. Su gran capacidad de empuje manteniendo un impulso específico alto, coloca a este motor como una opción muy prometedora para futuras misiones en el espacio profundo.
- En cuanto a la comparación con una maniobra de Hohmann, se obtienen resultados prometedores para los motores NEXT y HiPEP, proporcionando un consumo de masa notablemente más reducido y siendo el tiempo de vuelo de la trayectoria ligeramente más elevado que en el caso de dicha transferencia.
- La simulación de una misión desde una órbita a cierta altura de la superficie terrestre, en la que se deba salir de la Esfera de Influencia, refleja el comportamiento que sigue un motor de bajo empuje para superar la atracción gravitatoria de La Tierra, necesitando de una parte importante del tiempo de la misión para escapar de la misma.

En definitiva, a la hora de diseñar una misión real, se tienen en cuenta una gran cantidad de factores que en este proyecto se han simplificado para reducir la complejidad del mismo. Por ello, resultan necesarios estudios más profundos, en los que se muestre el comportamiento en el escape de La Tierra y la entrada a la atmósfera marciana, así como la optimización de las ventanas de transferencia, de modo que sea posible determinar la rentabilidad real de un propulsor eléctrico en una trayectoria relativamente precisa.

8. PLIEGO DE CONDICIONES

8.1 OBJETO DEL PLIEGO DE CONDICIONES

El pliego de condiciones se entiende como el documento que determina las condiciones técnicas y legales necesarias para el desarrollo del proyecto. Durante el transcurso del mismo, el trabajador se encuentra sometido a una serie de condiciones que pueden influir tanto en el rendimiento como en su salud. De esta forma, resulta necesario regular dichas condiciones para minimizar cualquier riesgo.

8.2 CONDICIONES TÉCNICAS

8.2.1 HARDWARE

Las condiciones que debe cumplir el equipo físico utilizado para el proyecto son aquellas necesarias para soportar el volumen de cálculo y procesado que se requieran a lo largo del desarrollo del trabajo. A continuación, se detalla el quipo utilizado junto con sus especificaciones:

- Modelo del sistema: ACER Aspire V5
- Procesador: Intel(R) Core(TM) i7-4500U CPU @ 1.80GHz 2.40 GHz
- Memoria RAM: 12 GB DDR3 SDRAM
- Almacenamiento: HDD 1000 GB
- Tarjeta gráfica: NVIDIA GeForce GT 750M
- Teclado estándar
- Ratón: Logitech G402
- Sistema Operativo: Windows 10

8.2.2 SOFTWARE

A lo largo del desarrollo del proyecto, se han utilizado una serie de programas informáticos, tanto de simulación numérico como de edición de texto.

A continuación, se detalla el software utilizado:

- MATLAB R2021a
- Microsoft Office

8.3 CONDICIONES DEL PUESTO DE TRABAJO

Se deben tener en cuenta las condiciones a las que encuentra sometido el autor durante el transcurso del proyecto, ya que pueden afectar tanto a la salud como al desarrollo de la propia actividad.

De esta forma, resulta indispensable considerar los posibles riesgos existentes, en especial en términos ergonómicos.

El Real Decreto 488/1997 del 14 de abril, sobre disposiciones mínimas requeridas para la seguridad y la salud en el trabajo que incluyen pantallas de visualización, constituye el documento oficial bajo el que se rigen las condiciones laborales para este trabajo.

Por lo tanto, se detallan a continuación los posibles riesgos que se pueden presentar:

- **Seguridad:** contactos eléctricos, traslado del equipo, caídas.
- **Ergonomía:** relacionado con la postura correcta a la hora de desempeñar el trabajo, así como fatiga mental, visual o física.
- **Higiene industrial:** relacionado con las condiciones de ruido, iluminación o temperatura.

El Real Decreto 488/1997 recoge una serie de condiciones mínimas, en base a los posibles riesgos, detalladas a continuación:

Teclado

Debe ser independiente del equipo, facilitando la comodidad del usuario, retrasando su cansancio en manos y brazos. Debe existir un espacio suficiente para la colocación de los brazos, siendo su disposición tal que se llegue sin problemas a cualquier tecla, encontrándose las mismas suficientemente separadas y señaladas.

Equipo

Especial precaución con la luminosidad de la pantalla (evitar posibles destellos y centelleos), la nitidez del texto (correcto espaciado y disposición) y la posición de la pantalla, siendo la misma ajustable para su correcta colocación a conveniencia del usuario.

Mesa de trabajo

Debe disponer de unas dimensiones suficientes para la colocación del equipo y del material necesario para la realización del trabajo. El soporte o mesa debe disponer de una correcta estabilidad y debe estar regulado para impedir movimientos incómodos de ojos y cabeza.

Asiento

Debe ser estable, proporcionando al usuario una postura confortable y permitiendo libertad de movimientos. Tanto la altura como el respaldo deben ser regulables y reclinables.

A continuación, se detallan las condiciones mínimas relacionadas con el entorno de trabajo:

- **Iluminación:** Los niveles de iluminación, de fuentes artificiales o naturales, deben ser los adecuados, guardando una relación correcta con la iluminación de la pantalla, en función de las características del trabajo y las necesidades visuales del autor. Se debe acondicionar el lugar de trabajo, de forma que se eviten deslumbramientos o reflejos molestos.

- **Espacio:** El puesto de trabajo debe disponer de unas dimensiones lo suficientemente grandes y debe estar acondicionado de modo que exista espacio para los cambios de postura o de posición.
- **Reflejos y deslumbramientos:** Cualquier fuente de luz existente en el lugar de trabajo debe estar instalada de forma que no produzcan deslumbramientos directos o indirectos, encontrándose las ventanas equipadas con dispositivo regulables para la luz entrante según convenga al usuario.
- **Calor:** Los equipos utilizados no deben constituir una fuente de calor adicional.
- **Ruido:** El ruido emitido por los quipos debe ser lo suficientemente bajo de forma que no perturbe la atención del usuario y no cause cualquier tipo de fatiga.
- **Humedad:** Debe encontrarse dentro de unos límites establecidos que permitan garantizar el confort del usuario.
- **Emisiones:** Aquella radiación emitida, fuera de la parte visible del espectro electromagnético, debe encontrarse en unos niveles despreciables, garantizando la no peligrosidad para el usuario.

9. PRESUPUESTO

Se presenta a continuación un desglose de los diferentes costes asociados al desarrollo del presente proyecto.

9.1 COSTES DE PERSONAL

Se considera el coste asociado al personal todo aquel trabajo activo del personal involucrado en el desarrollo de un proyecto. La Tabla 14 presenta los costes asociados al personal en este proyecto.

Número de personas	Categoría	Coste [€/h]	Tiempo [h]	Subtotal [€]
1	Estudiante Máster en Ingeniería Aeronáutica	21.95	600	13170.00
1	Doctor	41.95	20	839.00
Total				14009.00

Tabla 14. Costes asociados al personal [Fuente Propia].

9.2 COSTES DE HARDWARE

Los costes de hardware incluyen todos los equipos informáticos que se hayan utilizado para la realización del proyecto. Utilizando el coeficiente de amortización lineal del 25% para *Equipos para procesos de información* (obtenido de la Agencia Tributaria [21]), los costes asociados al hardware se muestran en la Tabla 15.

Cantidad	Equipo	Coste [€]	Tiempo [meses]	Coef. amortización	Subtotal [€]
1	ACER ASPIRE V5	899.00	7	0.25	131.10
Total					131.10

Tabla 15. Costes asociados al Hardware [Fuente Propia].

9.3 COSTES DE SOFTWARE

En esta categoría se recogen aquellos programas utilizados en el desarrollo del proyecto. Su coeficiente de amortización se extrae de [21], para la categoría *Sistemas y programas informáticos*. La Tabla 16 presenta los costes de software.

Programa	Coste [€]	Tiempo [meses]	Coef. amortización	Subtotal [€]
MATLAB R2021a	800 (licencia anual)	7	0.33	154.00
Total				154.00

Tabla 16. Costes asociados al software [Fuente Propia].

9.4 PRESUPUESTO TOTAL

Una vez desglosados los costes por categorías, se puede calcular el presupuesto total del proyecto. Este se corresponde con la suma de todos los costes, a la que hay que añadir el Impuesto sobre el Valor Añadido (IVA) del 21%.

A continuación, la Tabla 17, presenta el resumen de todos los costes del proyecto, al que se añade el valor del I.V.A. del 21%

Categoría	Subtotal [€]
<i>Personal</i>	14009.00
<i>Hardware</i>	131.10
<i>Software</i>	154.00
<i>Subtotal</i>	14294.10
<i>I.V.A. 21%</i>	3001.76
TOTAL	17295.86

Tabla 17. Coste total del proyecto [Fuente Propia].

Con ello el presupuesto total del proyecto asciende a la suma de

17295.86 €

REFERENCIAS

- [1] "The History of Space Exploration | National Geographic Society." <https://www.nationalgeographic.org/article/history-space-exploration/> (accessed Aug. 08, 2021).
- [2] "Todas las misiones a Marte: pasadas, presentes y futuras | Digital Trends Español." <https://es.digitaltrends.com/espacio/misiones-planeta-marte/> (accessed Aug. 08, 2021).
- [3] "4.0 In-Space Propulsion | NASA." <https://www.nasa.gov/smallsat-institute/sst-soa-2020/in-space-propulsion> (accessed Aug. 08, 2021).
- [4] D. A. Pogorelov, M. Friedman, J. J. Brandstatter, and T. Teichmann, "Fundamentals of Orbital Mechanics", *Phys. Today*, vol. 17, no. 11, pp. 78-78, 1964, doi: 10.1063/1.3051244.
- [5] H. D. Curtis, *Preface BT - Orbital Mechanics for Engineering Students (Third Edition)*. 2014.
- [6] N. C. Administrator, "First Image of Mars," 2015, Accessed: Sep. 08, 2021. [Online]. Available: http://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/image_feature_910.html.
- [7] "Historical Log | Missions - NASA's Mars Exploration Program." <https://mars.nasa.gov/mars-exploration/missions/historical-log/> (accessed Aug. 19, 2021).
- [8] "Every Mission to Mars, Ever | The Planetary Society." <https://www.planetary.org/space-missions/every-mars-mission> (accessed Aug. 19, 2021).
- [9] "Missions | Mars Exploration Section - NASA's Mars Exploration Program." https://mars.nasa.gov/mars-exploration/missions/?page=0&per_page=99&order=date+desc&search= (accessed Aug. 19, 2021).
- [10] X. López Hellín, "Study of Earth-to-Mars transfers with low-thrust propulsion," 2011, [Online]. Available: <http://upcommons.upc.edu/handle/2099.1/14029>.
- [11] "Nuestro motor | Ad Astra Rocket." http://www.adastrarocket.com/aarc/es/Nuestro_motor (accessed Sep. 08, 2021).
- [12] J. W. Dankanich, "Low-thrust Propulsion Technologies, Mission Design, and Application," Accessed: Aug. 21, 2021. [Online]. Available: www.intechopen.com.
- [13] "Gridded Ion Thrusters (NEXT-C) | Glenn Research Center | NASA." <https://www1.grc.nasa.gov/space/sep/gridded-ion-thrusters-next-c/> (accessed Aug. 21, 2021).
- [14] J. S. Sovey, V. K. Rawlin, and M. J. Patterson, "A synopsis of ion propulsion development projects in the united states: SERT I to deep space 1," *35th Jt. Propuls. Conf. Exhib.*, vol. 17, no. 3, 1999, doi: 10.2514/6.1999-2270.
- [15] D. M. Goebel and I. Katz, "Fundamentals of Electric Propulsion: Ion and Hall Thrusters," *Fundam. Electr. Propuls. Ion Hall Thrusters*, pp. 1-507, 2008, doi: 10.1002/9780470436448.
- [16] R. R. Hofer, I. G. Mikellides, I. Katz, and D. M. Goebel, "BPT-4000 Hall thruster discharge chamber erosion model comparison with qualification life test data," *30th*

Int. Electr. Propuls. Conf., no. May 2014, 2007, [Online]. Available: <http://richard.hofer.com/pdf/iepc-2007-267.pdf>.

- [17] M. Fernández, "Sistemas de Coordenadas."
- [18] "HORIZONS Web-Interface." <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi> (accessed Aug. 08, 2021).
- [19] "Parker Solar Probe." <http://parkersolarprobe.jhuapl.edu/> (accessed Aug. 22, 2021).
- [20] M. Fernández, "Órbitas en tres dimensiones: Tiempos y Cambios de Coordenadas."
- [21] "Tabla de coeficientes de amortización lineal. - Agencia Tributaria." https://www.agenciatributaria.es/AEAT.internet/Inicio/_Segmentos_/Empresas_y_profesionales/Empresas/Impuesto_sobre_Sociedades/Periodos_impositivos_a_partir_de_1_1_2015/Base_imponible/Amortizacion/Tabla_de_coeficientes_de_amortizacion_lineal_shtml (accessed Aug. 28, 2021).