

Resumen

El objetivo de esta tesis es estudiar distintas propiedades de los operadores de composición ponderados en varios espacios ponderados de funciones analíticas.

Dado un peso v estrictamente positivo y continuo en el disco \mathbb{D} del plano complejo, consideramos los espacios de Banach de funciones analíticas H_v^∞ y H_v^0 en el disco complejo. Estos espacios son, respectivamente, los conjuntos de las funciones holomorfas $f \in H(\mathbb{D})$ tales que $\sup_{|z|<1} v(z)|f(z)| < \infty$ y las funciones que cumplen que $v(z)|f(z)|$ tiende a cero cuando $|z|$ se acerca a 1.

Para cada $\alpha \geq 0$ y la sucesión de pesos $v_{\alpha_n}(z) := (1 - |z|)^{\alpha + \frac{1}{n}}$, $z \in \mathbb{D}$, consideramos el espacio de Fréchet $A_+^{-\alpha}$ como el límite proyectivo de la sucesión $(H_{\alpha_n}^\infty := H_{v_{\alpha_n}}^\infty)_n$. Este espacio está equipado con la topología del límite proyectivo, es decir, la topología de Fréchet inducida por las normas $\|\cdot\|_{\alpha_n}$. En cambio, si tomamos $0 < \alpha \leq \infty$ y la sucesión de pesos $v_{\alpha_n}(z) := (1 - |z|)^{\alpha - \frac{1}{n}}$, podemos definir el espacio LB $A_-^{-\alpha}$ como el límite inductivo de la sucesión $(H_{\alpha_n}^\infty \equiv H_{v_{\alpha_n}}^\infty)_n$, con la topología del límite inductivo. Cuando $\alpha_n = n$, obtenemos el espacio de Korenblum $A^{-\infty}$ como el límite inductivo de los espacios H_n^∞ .

Estudiamos la continuidad, compacidad e invertibilidad del operador de composición pesado $W_{\psi,\varphi} := M_\psi C_\varphi$ donde M_ψ es el operador de multiplicación y C_φ el de composición, en los espacios de tipo Korenblum $A_+^{-\alpha}$, $A_-^{-\alpha}$ y $A^{-\infty}$ definidos arriba. También estudiamos algunas propiedades de su espectro y de su espectro puntual.

En el Capítulo 1 recopilamos algunos preliminares. En el Capítulo 2 estudiamos la continuidad, compacidad e invertibilidad de $W_{\psi,\varphi}$ en los espacios de tipo Korenblum $A_+^{-\alpha}$, $A_-^{-\alpha}$ y $A^{-\infty}$. En el Capítulo 3 nos centramos en el estudio del espectro de $W_{\psi,\varphi}$ en los mismos espacios y obtenemos también algunos resultados sobre el espectro y el espectro puntual de los operadores de multiplicación y composición. En el Capítulo 4 investigamos el espectro de ciertos operadores de composición cuyos símbolos admiten una extensión analítica a un entorno abierto de $\overline{\mathbb{D}}$. Finalmente, en el Capítulo 5 estudiamos algunas propiedades de $W_{\psi,\varphi}$ en límites proyectivos e inductivos de espacios de Banach ponderados de funciones analíticas con valores en un espacio de Banach.