UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA

Ciclo de Carnot y rendimiento de un motor térmico ideal

Apellidos, nombre	Atarés Huerta, Lorena (loathue@tal.upv.es)
Departamento	Departamento de Tecnología de Alimentos
Centro	ETSIAMN (Universidad Politécnica de Valencia)

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA

1 Resumen de las ideas clave

En este artículo docente vamos a describir los conceptos de motor térmico y su rendimiento. Tras la descripción del denominado ciclo de Carnot, obtendremos una expresión muy operativa para el cálculo del rendimiento máximo alcanzable por un motor que funciona entre dos focos a temperaturas conocidas.

2 Introducción

Un motor térmico es una máquina construida para llevar a cabo la transformación de calor en trabajo [1]. Aunque esta transformación puede tener lugar de manera continua en una máquina térmica, el rendimiento nunca alcanza el 100 % [2]. El ciclo de Carnot es una transformación cíclica reversible ideada por Carnot en 1824, en un estudio dirigido a la deducción de las condiciones que optimizan el índice de conversión de calor en trabajo en una máquina térmica. Partiendo de una masa constante de gas como sistema de trabajo, se consideran intercambios de calor entre el sistema y dos focos a temperaturas T_1 y T_2, en cuatro etapas [3].

3 Objetivos

Con la redacción del presente artículo docente, se pretende que el alumnado sea capaz de:

- Comprender el concepto de rendimiento de un motor térmico
- Describir las etapas que integran el ciclo de Carnot
- Calcular el rendimiento de un motor térmico ideal conociendo el valor de las temperaturas de los focos entre los cuales funciona

4 Desarrollo

4.1 Motor térmico: descripción y rendimiento

Un motor térmico es una máquina construida para llevar a cabo la transformación de calor en trabajo [1]. Para ello, funciona absorbiendo calor (q_1) a partir de una fuente a una temperatura elevada (T_1) también denominada foco caliente, y cediendo calor (q_2) a una fuente fría a temperatura T_2. El flujo de calor q_1 se considera positivo por estar entrando al motor, mientras que el flujo q_2 se considera negativo por estar saliendo del motor.

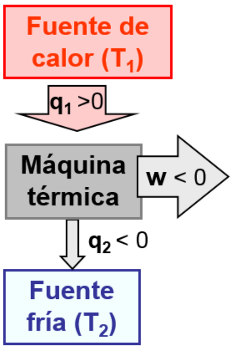

Figura 1: motor térmico trabajando entre una fuente de calor a la temperatura T_1 y una fuente fría a la temperatura T_2 ($T_2<T_1$).

El rendimiento (e) de un motor térmico se define como el cociente entre el valor absoluto del trabajo que produce (W) y el calor que recibe de la fuente de calor (q_1). Si ambos fueran iguales, el rendimiento sería 1, pero dado que hay pérdidas de calor hacia el foco frío, el rendimiento será menor que 1.

$$e = \frac{|W|}{q_1}$$

Ecuación 1: rendimiento (e) de un motor térmico

Puesto que el motor térmico funciona en ciclos, se cumplirá que al finalizar cada ciclo $\Delta U = 0$, donde U es la energía interna (función de estado). En definitiva estamos afirmando que, al finalizar cada ciclo, el motor no está consumiendo ni generando energía sino que vuelve al estado inicial. Consecuentemente, al aplicar la primera ley de la termodinámica al motor, se deduce que el trabajo producido debe ser igual a la diferencia entre los calores de entrada y salida, considerando todos estos valores como absolutos. Por ejemplo, si en un ciclo el motor recibe 100J de calor y produce 30J de trabajo, habrá 70J de pérdidas. En otras palabras, se debe cumplir un balance de energía en el motor: la misma cantidad de energía que entra en él (en forma de calor q_1), saldrá de él (repartida entre W y q_2).

Al sustituir esta equivalencia en el numerador de la ecuación 1, se obtiene la ecuación 2, que es una expresión para el rendimiento de una máquina térmica en función de los calores de entrada y salida (q_1 y q_2 respectivamente).

$$e = \frac{|w|}{q_1} = \frac{q_1 + q_2}{q_1} = 1 + \frac{q_2}{q_1} < 1$$

Ecuación 2: Rendimiento de una máquina térmica en función de los calores de entrada (q_1) y salida (q_2).

Analicemos la ecuación 2: puesto que q_2 y q_1 tienen signos opuestos, su cociente será negativo. Por tanto, y dado que en las máquinas térmicas siempre vamos a tener pérdidas de calor (q_2), el rendimiento será necesariamente menor que 1.

La siguiente pregunta que podríamos hacernos es en qué circunstancias podríamos obtener el rendimiento máximo de un motor térmico. El teorema de Carnot afirma que **el máximo rendimiento de un motor se consigue cuando trabaja de forma reversible.** A continuación vamos a estudiar el ciclo de Carnot.

4.2 Ciclo ideal de Carnot

El ciclo de Carnot recibe el calificativo de ideal porque las cuatro etapas que lo integran son etapas reversibles. Como cualquier motor térmico, el motor de Carnot absorbe calor de un foco a T_1 (elevada) y lo cede a un foco frío a T_2 ($T_2 < T_1$). La reversibilidad del proceso exige que la absorción y la cesión de calor que tiene lugar entre el motor y los focos ocurran a la temperatura de los focos a través de dos procesos isotérmicos reversibles. Por funcionar de manera reversible, la máquina de Carnot podría funcionar en el sentido en el que la vamos a describir (motor térmico) y también al contrario (refrigerador).

4.2.1 Etapas que integran el ciclo de Carnot

Consideremos que tenemos una cierta sustancia (podría ser un gas ideal) contenida en el interior de un recipiente con una pared móvil. Inicialmente (estado 1) se encuentra ocupando un volumen relativamente pequeño y a una presión relativamente elevada. A partir de este estado inicial, se llevan a cabo las siguientes cuatro etapas:

A. **Expansión isotérmica**. El gas está en contacto con la fuente de calor, ambos están en equilibrio térmico a T_1, y a esa temperatura el gas se expande de manera isotérmica. El volumen del gas aumenta debido al aporte de calor que proviene de la fuente. El gas recibe calor, pero su temperatura permanece constante (T_1).

B. **Expansión adiabática**. Se retira el contacto entre la fuente de calor y el sistema, y se aísla a este último para que no pueda intercambiar calor con los alrededores. En estas circunstancias se continúa expandiendo el gas, que ahora no recibe calor, por lo que utilizará su propia energía interna para empujar la pared móvil. Esta pérdida de energía interna se traduce en un enfriamiento del gas, que disminuye su temperatura de T_1 (temperatura del foco caliente) hasta T_2 (temperatura del foco frío).

C. **Compresión isotérmica**. El sistema se pone en contacto con la fuente fría, y ambos estarán a T_2. Manteniendo constante esa temperatura, el gas sufre una compresión. Puesto que al comprimirlo, el gas está recibiendo energía, se deberá permitir una salida de energía para que su temperatura permanezca constante. Esta pérdida de energía corresponde a un flujo de calor que sale del sistema hacia el foco frío.

D. **Compresión adiabática**. De nuevo se aísla al sistema y se continúa comprimiendo el gas. La energía que recibe ahora no puede salir hacia los alrededores, por tanto se aumenta la energía interna del sistema y también su temperatura, que asciende hasta T_1, cerrándose así el ciclo.

4.2.2. Representación gráfica del ciclo de Carnot

Para representar gráficamente el ciclo ideal de Carnot en un diagrama P-V, sería necesario conocer cómo varía P en función de V en procesos reversibles isotérmicos y adiabáticos. Las ecuaciones 3 y 4 describen estas relaciones.

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

Ecuación 3: Relación entre P y V para una etapa isotérmica

$$\boxed{P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}}$$

Ecuación 4: relación ente P y V para una etapa adiabática, donde γ es el cociente entre las capacidades caloríficas molares a presión constante y a volumen constante (para gases ideales, γ normalmente es 1.67)

La figura 3 representa en un diagrama P-V el ciclo de Carnot. El trabajo que el sistema cede a los alrededores durante la expansión equivaldría al área debajo de las curvas de expansión, y tendría signo negativo. El trabajo que el sistema recibe de los alrededores para la compresión equivaldría al área debajo de las curvas de compresión, y tendría signo positivo. En términos absolutos, el trabajo de expansión es mayor al de compresión, porque la expansión ocurre a presiones mayores que la compresión (las curvas de expansión van por arriba y las curvas de compresión por abajo). La diferencia entre ambos valores, que gráficamente equivaldría al área encerrada dentro del ciclo, será el trabajo neto que el motor produce en cada ciclo.

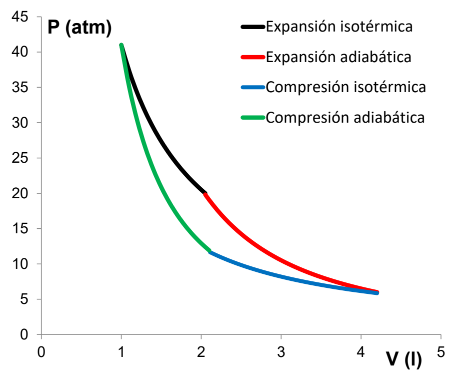

Figura 2: Representación del ciclo de Carnot en un diagrama P-V

4.2.3. Rendimiento del ciclo de Carnot

Por último vamos a transformar la expresión del rendimiento en función de los flujos de calor (ecuación 2) en otra ecuación en función de las temperaturas de los focos, más fáciles de determinar que los flujos de calor.

En las dos etapas isotérmicas, por tener un gas ideal variando de volumen y presión a temperatura constante, la U del sistema no habrá variado (en los gases ideales U depende solamente de la temperatura). Por tanto, al aplicar la primera ley de la termodinámica se puede afirmar que el calor intercambiado equivale al trabajo intercambiado, aunque ambos tendrán signos contrarios (en la expansión isotérmica, el sistema cede trabajo y recibe calor, mientras que en la compresión isotérmica, el sistema recibe trabajo y cede calor). Así, puede deducirse las expresiones de la figura 3 para las dos etapas isotérmicas del ciclo de Carnot.

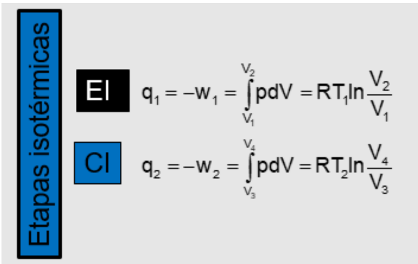

Figura 3: ecuaciones válidas para las etapas isotérmicas del ciclo de Carnot

Por otro lado, la figura 4 muestra ecuaciones aplicables a las dos etapas adiabáticas del ciclo de Carnot, de las que se puede deducir que V_4/V_3 equivale a V_1/V_2, donde cada uno de estos volúmenes es el volumen ocupado por el sistema en el correspondiente estado (V_1 es el volumen del sistema en el estado 1 y así sucesivamente).

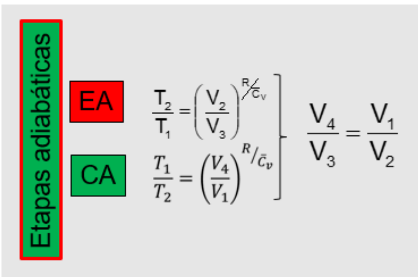

Figura 4: ecuaciones válidas para las etapas adiabáticas del ciclo de Carnot

Finalmente, a partir de la expresión para el rendimiento en función de los flujos de calor (ecuación 2), y sustituyendo las ecuaciones que se muestran en las figuras 3 y 4, se obtiene una expresión para el rendimiento en función de las temperaturas de los focos, tal como muestra la figura 5

$$e = 1 + \frac{q_2}{q_1} = 1 + \frac{T_2}{T_1}\frac{\ln(V_4/V_3)}{\ln(V_2/V_1)} = 1 - \frac{T_2}{T_1} < 1$$

Figura 5: obtención de una expresión para el rendimiento en función de las temperaturas de los focos caliente y frío

Es importante darse cuenta de la relevancia de esta última ecuación, ya que permite el cálculo del rendimiento de un motor térmico ideal en función únicamente de las temperaturas de los focos entre los que está funcionando. La medida experimental de una temperatura es mucho más sencilla que el cálculo de un flujo de calor, por lo que la ecuación $e = 1-T_2/T_1$ supone una importante mejora, en términos de operatividad, respecto a la ecuación 2.

4.2.4. Ejemplo numérico

Para finalizar veamos un ejemplo de aplicación de la ecuación del rendimiento (figura 5). Si un motor ideal quema combustible a 1500ºC (1773 K) y se encuentra en un entorno a 25ºC (298K), su rendimiento será 0.83 (figura 6)

$$e = 1 - \frac{298}{1773} = 0{,}83$$

Figura 6: resolución del ejemplo numérico propuesto

Esto quiere decir que un motor ideal funcionando entre dos focos a las temperaturas dadas tendría un rendimiento del 83 %. Expresado de otro modo, de cada 100 J de calor que recibiera ese motor, 83 J se transformarían en trabajo y el resto (17 J) corresponderían a pérdidas de calor. El rendimiento calculado con esta ecuación corresponde a un motor ideal y por tanto supone el máximo rendimiento alcanzable por motores reales funcionando entre dos focos a las temperaturas dadas.

5 Cierre

En este artículo docente hemos expuesto el concepto de motor térmico y de su rendimiento. Habiendo establecido inicialmente la ecuación para el cálculo del rendimiento en función de los flujos de entrada y salida de calor, y tras haber descrito el ciclo de Carnot, hemos llegado a obtener una segunda expresión para el rendimiento en función de las temperaturas de los focos.

6 Bibliografía

6.1 Libros:

[1] CURSO DE TERMODINÁMICA Aguilar Peris. Alhambra Universidad 1981

[2] TERMODINÁMICA QUÍMICA Juan Antonio Rodríguez Renuncio, Juan J. Ruiz Sánchez, José S Urieta Navarro. Síntesis. 1999

[3] FISICOQUÍMICA. Metz, C.R. Ed. McGaw-Hill. Interamericana. 1991