

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR DE GANDIA

Master en Ingeniería Acústica



UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA



ESCUELA POLITECNICA
SUPERIOR DE GANDIA

**“Análisis de la variabilidad de la
capacidad de atenuación de redes de
dispersores bidimensionales en función
de factores geométricos. Aplicación al
diseño de pantallas acústicas”**

TESIS DE MASTER

Autor:

Carlos Chilet Murgui

Director/es:

D. Juan Antonio Martínez Mora

D Juan Vicente Sánchez Pérez

GANDIA, 06 / 07 / 2012

Análisis de la variabilidad de la capacidad de atenuación de redes de dispersores bidimensionales en función de factores geométricos. Aplicación al diseño de pantallas acústicas.

Autor: Carlos Chilet Murgui

Director1: Juan Vicente Sánchez Pérez

Director2: Juan Antonio Martínez Mora

Resumen — Los cristales de sonido (CS) son medios periódicos creados artificialmente para interferir la propagación de ondas acústicas. El control de las propiedades acústicas de los CS necesita del estudio de la distribución de los dispersores que componen la estructura y de las propiedades acústicas intrínsecas de dichos dispersores. En este sentido, en el presente trabajo se realiza un estudio de la dispersión generada por diferentes formas geométricas de dispersores y resonadores, en función de la orientación que presenten respecto al frente de onda incidente. Posteriormente, estos elementos se emplean en la construcción de distintos CS, y se caracteriza la atenuación que produce dichos CS en función de la orientación de los elementos que los componen. Además, se estudia como puede modificarse el espectro de un CS al variar la posición de los elementos dispersores que lo componen. Finalmente, los conocimientos obtenidos en estos análisis se emplean para maximizar el espectro de atenuación de un CS con el fin de que atenúe de forma regular en todo el rango de bajas frecuencias analizado, de 0 a 200 Hz. El objetivo del trabajo es que el CS resultante pueda emplearse como pantalla acústica para fuentes de sonido a bajas frecuencias. La propagación de ondas a través de estos medios periódicos debe analizarse mediante métodos numéricos debido a la complejidad del problema físico. En este trabajo se ha empleado el método de los elementos finitos, implementado mediante el software *Comsol Multiphysics v.3.5a*.

Abstract — Sonic crystals (SC) are periodic media artificially created to interfere sound wave propagation. The acoustical properties control of SC requires the study of both, scatterers distribution in the periodic structure and scatterers acoustic intrinsic properties. In this sense, presented work includes a study about the dispersion produced by different scatterers and resonator geometrical shapes depending on the orientation of these respect to the incident wave front. Then, these elements are used to construct different SC, and attenuation produced by SC's is characterized as a function of their elements orientation. In addition, it is studied how the attenuation spectrum of a SC can be modified when modifying their scatterers position. Finally, all knowledge obtained on these analyses is employed to maximize the attenuation spectrum on a SC that mitigates regularly in the low frequency range, from 0 a 1200 Hz. The objective of this work is to employ the obtained CS as a noise barrier for sound sources at low frequencies. Wave propagation through periodic media must be analyzed by numerical methods due to the complexity of the physical problem. In this work the finite elements method is used, implemented by Comsol Multiphysics software v.3.5a.

ÍNDICE

I. Objeto y antecedentes	5
I.1. Introducción.....	5
I.2. Objeto	5
I.3. Estructura de la tesis final de máster	6
II. Conceptos básicos	7
II.1. Sistemas periódicos	7
II.1.1. Propiedades geométricas.....	8
II.1.1.a. Red de Bravais o Red directa.....	8
II.1.1.b. Red recíproca.....	9
II.1.1.c. Zonas de Brillouin.....	11
II.1.1.d. Parámetros geométricos.....	12
II.1.2. Propiedades de propagación.....	12
II.1.2.a. Ley de Bragg.....	13
II.1.2.b. Teoría de bandas	14
II.1.2.c. Bandgap (BG)	14
II.1.3. Cristales de sonido bidimensionales (CS).....	15
II.2. Insertion Loss (IL).....	16
II.3. Área de atenuación (AA).....	17
II.4. Resonadores de Helmholtz (HR).....	17
III. Descripción del estudio	18
III.1. Consideraciones previas.....	18
III.2. Elementos dispersores.....	19
III.3. Elementos resonadores.....	20
III.4. Redes.....	22
III.5. Movimientos de los elementos en la red	24
IV. Modelos de simulación	25
IV.1. Configuración de las simulaciones	25
V. Resultados	26
V.1. Estudio de elementos dispersores.....	27
V.2. Estudio de elementos resonadores.....	30

V.3. Estudio de redes de elementos dispersores.....	33
V.4. Estudio de redes de elementos resonadores	38
V.5. Estudio de movimientos de elementos en red de resonadores HEX0°	43
VI. Aplicaciones.....	45
VI.1. Diseño de CS como filtro paso bajo	45
VII. Conclusiones	52
Agradecimientos	53
Bibliografía	53
Anexos	55
A.1. Método de los elementos finitos (FEM).....	55
A.2. La aplicación Comsol.....	57
A.2.1. Módulo de acústica.....	57
A.2.2.Módulo de acústica de presión	58
A.3. Modelo del electrón libre y cuasi libre.....	61
A.4. Analogías con cristales fotónicos y cristales de sonido	63

I. OBJETO Y ANTECEDENTES.

I.1. Introducción.

La propagación de ondas a través de sistemas periódicos ha suscitado un interés creciente desde que se observó que estos sistemas presentan ciertas propiedades físicas que pueden ser de gran aplicación en diferentes ramas de la ciencia o de la tecnología.

Los sistemas periódicos se caracterizan por poseer una distribución regular y repetitiva de un material en un medio con propiedades físicas diferentes a las de éste. Este tipo de estructuras está presente, a nivel atómico, en gran cantidad de materiales existentes en la naturaleza, que por presentar estas características en su distribución atómica, reciben el nombre de sólidos cristalinos o cristales.

Estas estructuras fueron estudiadas en un primer momento en el campo del electromagnetismo por investigadores como E. Yablonovich o S. John por el interés que despertaba la forma de propagación de ondas electromagnéticas dentro de sistemas periódicos en los que la constante dieléctrica cambiaba periódicamente en el espacio. Estos estudios permitieron, en 1991, el diseño y construcción del primer cristal fotónico sensible a las ondas electromagnéticas y posteriormente, y dado que las ondas sean del tipo que sean se comportan siempre de la misma manera, estos conocimientos se aplicaron en el campo de la acústica.

Si se consideran ondas acústicas o elásticas, el análogo a los cristales fotónicos se denomina cristal fonónico. Si uno de los medios que forma el sistema periódico es un fluido y el otro es un medio elástico o rígido, en este caso este sistema recibe el nombre de cristal de sonido (CS). Los CS se caracterizan principalmente por la periodicidad de los elementos dispersores que forman el sistema. Esta periodicidad genera, por el efecto de dispersión múltiple que provoca su estructura, cierto rango de frecuencias donde la onda no puede propagarse a través del cristal. Estos rangos de frecuencia se denominaron *Bandgaps* (BG) por analogía con los bandgaps que aparecen en materiales semiconductores.

Actualmente, ya existen ejemplos del uso de CS en aplicaciones relativas a la acústica como por ejemplo barreras para el control del ruido de tráfico [18, 21, 30, 31, 33] o de ruido ferroviario [26], filtros acústicos o lentes acústicas, este último más bien como ejemplo de cristal fonónico. Por otra parte, y al igual que sucede con los cristales de fotónicos, los cristales de sonido bidimensionales presentan mayor aplicación práctica que los sistemas tridimensionales debido a la sencillez de su uso y de su desarrollo teórico.

I.2. Objetivo.

El objetivo principal del trabajo de fin de máster que se presenta es doble. Por una parte se pretende variar la forma geométrica de los dispersores y su posición dentro de la red con el fin de maximizar el fenómeno de la aparición del BG debida al fenómeno de la dispersión múltiple. Por otra, se

pretenden añadir nuevos mecanismos de control de ruido en los dispersores, como resonancias, para aumentar la capacidad de atenuación del conjunto del cristal.

Este análisis se va a llevar a cabo de la siguiente manera:

- Se analizará la atenuación que producen diferentes formas de elementos dispersores acústicos en función de su orientación respecto al frente de ondas.
- Se analizará la atenuación que producen diferentes formas de elementos resonadores en función de la orientación de la abertura del resonador respecto al frente de ondas.
- Se analizará la atenuación acústica producida por diferentes redes de elementos dispersores formados exclusivamente por un tipo de elemento dispersor y en función de la orientación de los elementos respecto al frente de ondas.
- Se analizará la atenuación acústica producida por diferentes redes de elementos resonadores formadas exclusivamente por un solo tipo de elemento resonador.

Posteriormente, los conocimientos obtenidos en estos análisis se aplicarán al diseño de pantallas acústicas destinadas a la atenuación del ruido a medias y bajas frecuencias producido por fuentes acústicas cuyo espectro sonoro presente mayor contenido en estas frecuencias.

Por último, se comparará la atenuación producida por la pantalla resultante con la producida por una pantalla acústica tradicional [8, 27] empleada, por ejemplo, en la atenuación del ruido de tráfico rodado.

I.3. Estructura de la tesis final de master.

Con el fin de exponer correctamente el trabajo realizado, la presente tesis se estructura del siguiente modo:

- I. Objeto y antecedentes: en este apartado se presentan los antecedentes históricos existentes en el estudio del campo de los cristales de sonido, la motivación para realizar la presente tesis, los objetivos y la estructura de la misma.
- II. Conceptos básicos: en este apartado se realiza un acercamiento a la teoría que rige el problema que se presenta con el fin de comprender la totalidad del trabajo realizado. En esta sección se revisan conceptos sobre el comportamiento de los cristales de sonido (CS) y sobre los resonadores de Helmholtz (HR), además de los distintos parámetros que se utilizan para la evaluación y comparación de los diferentes CS desarrollados.
- III. Descripción del estudio: se presentan los elementos analizados y el tipo de estudio que se realiza sobre cada uno de ellos.
- IV. Modelos de simulación: se describe en este apartado las características de los modelos de simulación empleados, tanto en elementos como en redes, y las características del modo empleado en la aplicación Comsol.

- V. Resultados: en este apartado se presentan los principales resultados obtenidos de forma teórica y numérica durante el proceso de estudio de los diferentes puntos presentados en el apartado de objetivos.

- VI. Aplicaciones: en este apartado se aplican los resultados obtenidos en las simulaciones al diseño de un cristal de sonido para que conseguir la máxima atenuación posible en todo el rango frecuencial estudiado.

- VII. Conclusiones: finalmente se resumen los principales resultados obtenidos durante el trabajo y que se consideran de mayor importancia.

II. CONCEPTOS BÁSICOS

Para interpretar mejor el trabajo realizado en esta tesina, a continuación se definen algunos conceptos básicos sobre las propiedades geométricas y de propagación de las ondas de los sistemas periódicos, y en concreto de los cristales de sonido. También se definen varios parámetros empleados para la comparación de resultados y la teoría que rige el comportamiento de los resonadores de Helmholtz.

II.1. *Sistemas periódicos.*

Una estructura periódica es aquella que presenta una distribución regular y repetitiva de un material en el espacio. Estas estructuras se encuentran presentes, a escala atómica, en gran cantidad de sólidos existentes en la naturaleza. Este tipo de sólidos reciben el nombre de cristales y por este motivo, una estructura periódica puede denominarse también estructura cristalina.

Un sistema periódico, o medio periódico, se caracteriza por poseer una estructura cristalina, es decir, una distribución periódica de un material en un medio con propiedades físicas diferentes a las de este material.

Estos sistemas pueden ser, dependiendo del número de direcciones en los que se presente la repetición, unidimensionales (1D), bidimensionales (2D) o tridimensionales (3D). A continuación se observa una imagen con ejemplos de cada tipo de estructura [15].

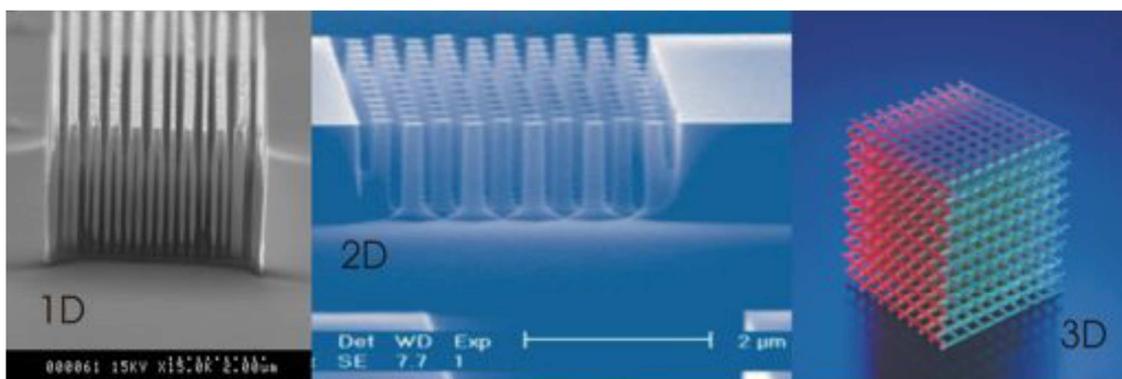


Fig.1. Ejemplos de sistemas periódicos correspondientes a cristales fotónicos.

II.1.1. Propiedades geométricas

II.1.1.a. Red de Bravais o Red directa.

Como se ha dicho, un sistema periódico es aquel formado por la repetición de una unidad elemental en una red periódica de puntos. Estas unidades elementales que forman el conjunto de la estructura se denominan “bases” y a la red periódica de puntos se denomina Red de Bravais. La red de Bravais puede definirse como una disposición infinita de puntos discretos que presentan una estructura y orientación invariable independientemente del punto de orientación. De esta forma, la totalidad de una estructura cristalina se puede definir mediante una red de Bravais y una base.

Se define el concepto de celda unidad como una pequeña porción del cristal que al ser repetida genera el cristal completo. La disposición del elemento o elementos existentes dentro de la celda unidad es lo que anteriormente se ha denominado como base.

La red de Bravais, viene definida matemáticamente por los vectores fundamentales de traslación \vec{a} de forma que sus puntos \vec{R} quedan definidos por la expresión:

$$\vec{R} = \{ \sum_{i=1}^n v_i \vec{a}_i \mid v_i \in \mathbb{Z} \} \quad (2.1)$$

siendo v_i números enteros y $n \in [1,3]$ dependiendo de las dimensiones espaciales de la red de puntos.

Dentro de una misma red pueden existir diferentes celdas unidad definidas por distintos vectores fundamentales, pero solo existirá una celda de dimensiones mínimas. Los vectores que desarrollen este tipo de celdas reciben el nombre de vectores primitivos.

Otra forma de generar la estructura completa de un cristal puede ser mediante la celda primitiva, que se define como aquella celda unidad de volumen mínimo y con una densidad de puntos de la red de Bravais igual a uno. Esta celda la podemos obtener a través del conjunto de vectores primitivos \vec{a} que configuran la red de puntos.

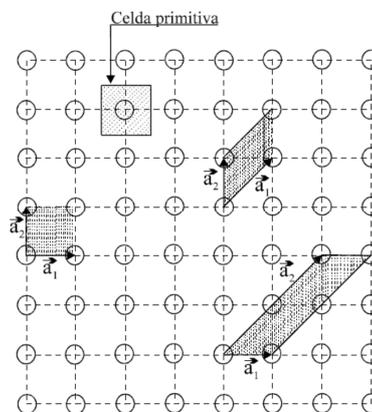


Fig. 2. Ejemplo de red de Bravais cuadrada en 2D, tres tipos de celda unidad y celda primitiva [14].

En la imagen anterior (Fig. 2) pueden observarse diferentes tipos de celda unidad existentes en una misma red cuadrada en dos dimensiones, los vectores fundamentales de traslación que forman cada una de estas celdas y una celda primitiva.

Para definir la estructura completa de un cristal, también se puede emplear la celda de Wigner-Seitz. Esta celda tiene la característica especial de ser elegida de tal forma que el centro de la celda es ocupado por un punto de la red.

A continuación se muestra el proceso de construcción de este tipo de celda, en 2D (Fig. 3). Para ello, debe unirse un punto elegido de la red con el resto de puntos que lo rodean (líneas en azul). Posteriormente, se trazarán líneas perpendiculares y que pasen por el punto medio de estas uniones (líneas en rojo). La celda encerrada por estas líneas perpendiculares será la celda primitiva de Wigner-Seitz.

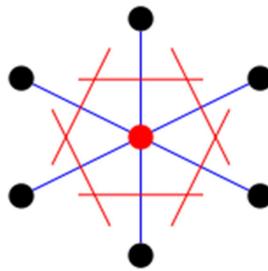


Fig. 3. Construcción de una celda hexagonal de Wigner-Seitz en una red 2D.

Como el objeto de este trabajo versa sobre cristales bidimensionales, a continuación se muestran los cinco tipos de red de Bravais más comunes en dos dimensiones, según los ángulos y la distancia entre nodos (Fig. 4).

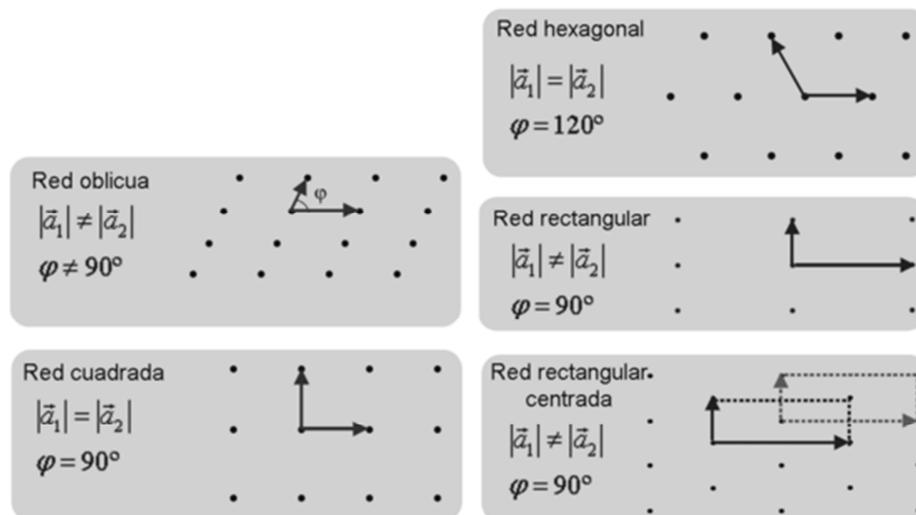


Fig. 4: Redes de Bravais más comunes en dos dimensiones (2D).

II.1.1.b. Red Recíproca

Toda estructura cristalina lleva asociada dos redes, por una parte la red directa o red física del cristal, y por otra, la red recíproca que va asociada al patrón de difracción del cristal. Estas dos

redes están unidas de forma que si se modifica la orientación de un cristal, se esta modificando la orientación de ambas redes, la directa y la recíproca.

La red recíproca es una red imaginaria en el espacio de Fourier y sirve para determinar qué vectores de onda pueden experimentar difracción Bragg. Como red, posee unos vectores que definen su estructura llamados vectores de la red recíproca y se designan normalmente como vectores de traslación \vec{G} .

Los vectores de traslación que forman la malla de la red recíproca pueden escribirse como una combinación lineal de vectores primitivos, al igual que sucede con los vectores \vec{R} de la red directa, de tal forma que:

$$\vec{G} = \{ \sum_{i=1}^n \mu_i \vec{b}_i \mid \mu_i \in \mathbb{Z} \} \quad (2.2)$$

donde μ_i son números enteros y $n \in [1,3]$ dependiendo de las dimensiones espaciales de la red de puntos.

Como la red recíproca depende de la red directa, los vectores \vec{b}_i que definen esta red pueden escribirse como combinación de los vectores primitivos de la red directa de tal forma que:

$$\vec{b}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}; \quad \vec{b}_2 = 2\pi \frac{\vec{a}_3 \times \vec{a}_1}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}; \quad \vec{b}_3 = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_2}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \quad (2.3)$$

Además, los vectores que definen una red recíproca son ortogonales a los vectores de la red directa, y seguirán la restricción de:

$$\vec{b}_i \cdot \vec{a}_j = 2\pi \delta_{ij} \quad (2.4)$$

Donde δ_{ij} es la delta de Kronecker y tiene las propiedades $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ y $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$.

La siguiente imagen (Fig. 5) muestra la representación gráfica de una red recíproca (en verde) a partir de una red directa en dos dimensiones (en negro y nodos en azul), según las condiciones de ortogonalidad especificadas en el párrafo anterior:

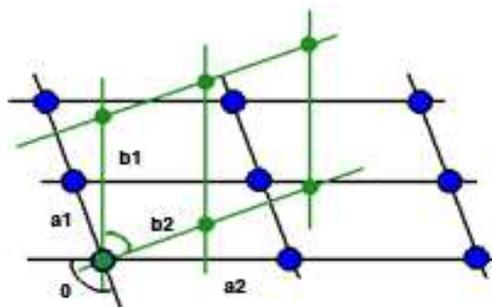


Fig. 5. Representación de red directa y red recíproca en 2D

\vec{b}_1 tendrá la misma longitud que \vec{a}_2 y \vec{b}_2 la misma que \vec{a}_1 , aunque las dimensiones del espacio real serán $[m]$, mientras que las del espacio recíproco serán $[1/m]$.

II.1.1.c. Zonas de Brillouin.

En física del estado sólido, las zonas de Brillouin son regiones de la red recíproca. Las dimensiones de estas regiones vendrán limitadas por la celda unidad de la red recíproca, que normalmente suele ser la celda de Wigner-Seitz, definida anteriormente (II.1.1.a)

Estas regiones representan zonas de energía limitada, donde la onda tendrá una energía comprendida entre unos valores, máximos y mínimos. Los límites de energía indican los valores de los vectores de onda que pueden sufrir difracción Bragg.

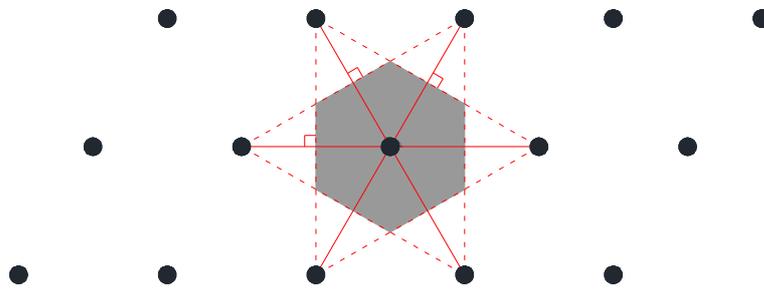


Fig. 6. Construcción de la primera zona de Brillouin en una red triangular en 2D.

Esta celda, construida en el espacio recíproco, es conocida como primera zona de Brillouin, y el resto de las zonas, generadas de la misma forma que la primera, van formando las siguientes zonas de Brillouin.

Como se observa, la celda obtenida en la imagen anterior presenta simetrías de rotación. Si estas se reducen al máximo se obtiene la zona irreducible de Brillouin (Fig. 7).

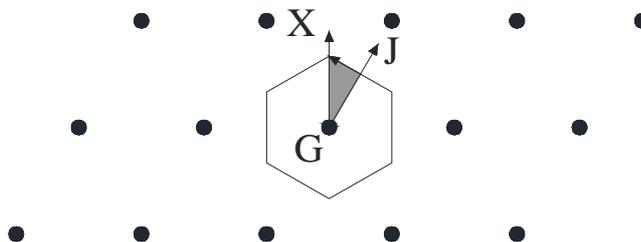


Fig. 7. Zona de Brillouin (contorno exterior) y zona irreducible de Brillouin (sombreado).

Las direcciones GJ y GX, representan las principales direcciones de simetría de la estructura del cristal. Para cada una de estas direcciones existe una banda prohibida, es decir, un rango de frecuencias donde la onda no puede atravesar el medio debido al efecto de difracción múltiple que provoca la periodicidad de la estructura. Si las bandas prohibidas asociadas a cada una de las

direcciones principales de simetría se solapan se obtiene una banda prohibida completa a una frecuencia o rango frecuencial determinado. En estas frecuencias la onda no podrá propagarse dentro del medio en ninguna dirección.

En general, cuanto más redonda sea la celda Wigner-Seitz obtenida, mayores posibilidades existen para la obtención de una banda prohibida completa de propagación de ondas, ya que la celda presenta mayor simetría axial y las direcciones principales de simetría GX y GJ están más próximas entre sí. Con lo cual, existirá una diferencia menor entre los módulos de estos vectores. Esto implica mayor proximidad entre los picos Bragg en el dominio de las frecuencias para cada dirección de simetría de la red y mayor facilidad para solaparse unos con otros.

II.1.1.d. *Parámetros Geométricos.*

Las estructuras periódicas se caracterizan por los vectores de la red directa y, dependiendo de la orientación en la que incide la onda que se quiera interferir, el parámetro de red o paso, a , coincidirá con el vector fundamental que define esa dirección. Este parámetro de red representa la distancia entre los puntos de la red de Bravais.

Si se conoce además el tamaño de los elementos que componen la red, se puede obtener el factor de llenado, ff (del inglés *filling factor*) de la red. Este parámetro se obtiene calculando el cociente entre el área de elemento encerrada por una celda unidad respecto al área total de dicha celda.

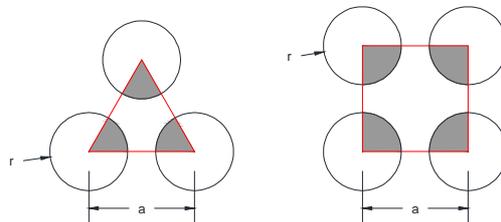


Fig. 8. Ejemplos de factor de llenado para red triangular (izq.) y red cuadrada (dcha.).

Para las redes mostradas en la figura anterior, el factor de llenado se obtiene de la siguiente forma:

$$ff_{triang} = \frac{2\pi r^2}{\sqrt{3} \cdot a^2}; \quad ff_{cuad} = \frac{\pi r^2}{a^2} \quad (2.5)$$

II.1.2. *Propiedades de propagación*

Cuando un conjunto de ondas se desplaza a través de un medio compuesto por elementos distribuidos de forma periódica, como son las estructuras cristalinas, las ondas son dispersadas por cada uno de estos elementos y a su vez, cuando las ondas dispersadas interactúan con otros elementos de la distribución, vuelven a ser dispersadas nuevamente.

Este mecanismo de dispersión repetitiva recibe el nombre de dispersión múltiple y depende principalmente de la periodicidad de la estructura cristalina y de la longitud de onda incidente. Cuando la longitud de onda es comparable con la distancia entre planos (periodicidad) de la estructura del cristal, el fenómeno de la dispersión múltiple genera haces de ondas difractados en direcciones diferentes a la dirección de la onda incidente. Esto es posible debido a la interferencia constructiva o destructiva entre las diferentes ondas dispersadas.

El fenómeno se estudió en un primer momento por W. L. Bragg con la propagación de rayos-X sobre sólidos cristalinos con el fin de determinar su estructura atómica. Los experimentos realizados permitieron deducir que existía una relación entre la longitud de onda incidente, el ángulo de difracción y la periodicidad de la estructura. Esta expresión es conocida como Ley de difracción Bragg o Ley de Bragg.

II.1.2.a. Ley de Bragg.

La ley de Bragg es una expresión del fenómeno de la difracción de ondas sobre mallas de puntos dispuestos ordenadamente. Esta ley permite estudiar las direcciones en las que la difracción de una onda sobre una estructura periódica produce interferencias constructivas.

La interferencia es constructiva si la diferencia entre los caminos que recorren los rayos reflejados en distintos planos o elementos de la estructura es un múltiplo entero, n , de longitudes de onda, λ .

La expresión analítica de la ley de Bragg es:

$$n\lambda = 2d \sin(\theta) \quad (2.6)$$

donde d representa la distancia entre los distintos planos de la red y θ es el ángulo que forman la onda incidente y la onda reflejada.

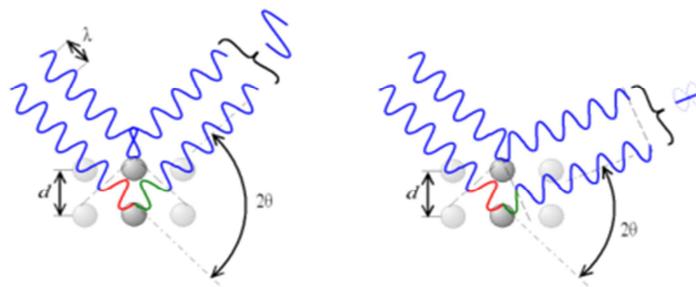


Fig. 9. Interferencia constructiva (izq.) y destructiva (dcha.) según el ángulo de desviación (2θ)

Por tanto, solo existirá reflexión en caso de que la longitud de onda incidente, λ , sea menor a dos veces la distancia entre los distintos planos paralelos del cristal ($\lambda \leq 2d$). Además, cuando exista reflexión Bragg de los rayos-X incidentes sobre el cristal, la onda electromagnética no se propaga a través de este.

De esta forma, se generan rangos de frecuencia donde la onda puede propagarse o no a través del sistema periódico denominados bandas permitidas y bandas prohibidas (*bandgaps*). La aparición de estas bandas es comparable con lo que sucede con el comportamiento de los electrones dentro de un sólido cristalino y la explicación de este fenómeno viene dada por la teoría cuántica de bandas de los sólidos [1].

II.1.2.b. Teoría de bandas.

La teoría de bandas se emplea en física del estado sólido para describir la estructura electrónica de un material como una estructura de bandas electrónicas, o simplemente estructura de bandas de energía. Esta teoría dice que los electrones de un sólido cristalino se distribuyen en bandas de energía separadas por regiones para las que no existen estados electrónicos permitidos. Estas regiones se denominan zanjás o “gaps” de energía. En función de que las bandas de energía estén total o parcialmente llenas o vacías, y en función de los intervalos de energía que presenten los gaps, se puede hablar de conductores, semiconductores y aislantes.

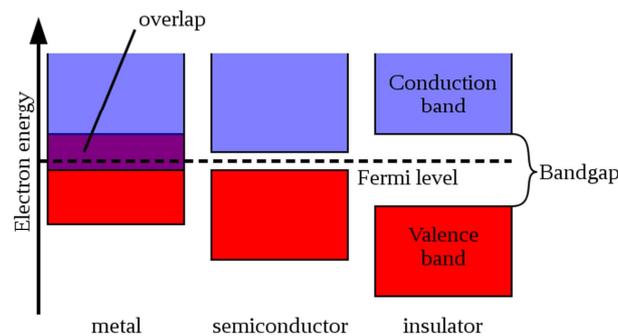


Fig. 10. Disposición de bandas de energía en metales, semiconductores y aislantes.

La existencia de estas bandas de energía prohibida es similar a lo que sucede con las ondas electromagnéticas o con las ondas acústicas propagándose en el interior de un cristal si se considera que los electrones son ondas que pueden sufrir reflexión Bragg: cuando la onda incidente sobre el cristal sufre una reflexión Bragg, esta no se propaga a través del cristal. Las energías a las que tiene lugar el pico Bragg aparecerán como gaps de energía en la estructura de bandas.

En el anexo A.3. puede encontrarse una explicación más detallada sobre el comportamiento de los electrones dentro de un sólido cristalino.

II.1.2.c. Bandgap (BG)

Un ejemplo a lo expuesto en el punto anterior, puede verse en la estructura de bandas de energía del Germanio, (Fig. 11). En el gráfico se observan los caminos energéticos que pueden seguir los electrones al moverse a lo largo de las direcciones principales de simetría y en la primera zona de Brillouin.

Teniendo en cuenta que se toma como origen de energías el borde de la banda de valencia (sombreado en gris), aparece un *gap completo* o *bandgap (BG)* para una energía concreta. Un BG completo se obtiene si aparece para cualquier dirección de simetría del cristal. Este fenómeno indica que el electrón no puede transmitirse con esta energía en ninguna dirección en el interior del cristal. Si el gap aparece únicamente en alguna dirección de simetría del cristal, se denomina *pseudogap*. Un BG completo aparece debido al solape entre pseudogaps en las diferentes direcciones principales de simetría.

En el caso del Germanio, se observa un gap formado por el solape de dos pseudogaps de energía de 0.86 eV en la dirección *ΓX* y 0.66 eV en la dirección *ΓJ*.

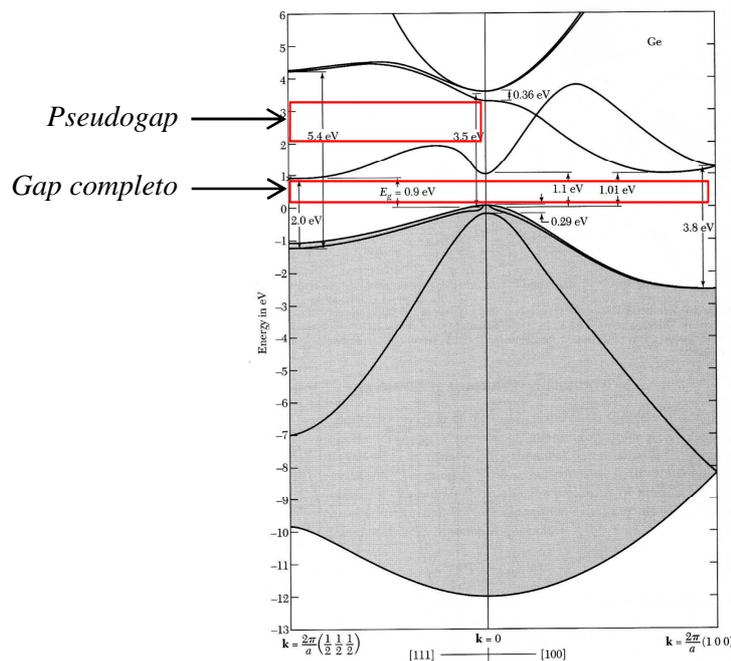


Fig. 11. Estructura de bandas del Germanio [1]

El fenómeno del BG no se da exclusivamente en sólidos cristalinos [13-15], sino que es una propiedad intrínseca de los sistemas periódicos, siempre y cuando el sistema este diseñado en consonancia con las características de la longitud de onda con la que va a interactuar, de forma que tengan lugar los fenómenos de interferencia de ondas. De hecho, en la actualidad existen ejemplos de sistemas periódicos aplicados tanto a ondas electromagnéticas [13] como a ondas acústicas [14 - 26]. Estos dispositivos reciben el nombre de cristales fotónicos y cristales de sonido, respectivamente.

En el anexo A.4. puede encontrarse una explicación mas detallada sobre las analogías existentes entre los sólidos cristalinos, los cristales de sonido y los cristales fotónicos.

II.1.3. Cristales de sonido bidimensionales.

Como se ha comentado, si uno de los medios que forma un sistema periódico es un fluido y el otro es un medio elástico o rígido, en este caso este sistema periódico recibe el nombre de cristal de sonido (CS).

Se considera que un cristal es bidimensional si existe periodicidad de la estructura en dos direcciones, X e X , pero es homogéneo a lo largo del tercer eje, Z . La siguiente imagen muestra un cristal bidimensional compuesto por cilindros dispuestos periódicamente en una red cuadrada sobre el plano XY .



Fig. 12. Cristal bidimensional formado por cilindros dispuestos periódicamente sobre red cuadrada.

Un CS presentará un pseudogap cuando en una dirección determinada de propagación del cristal aparezcan bandas prohibidas en las que el sonido no se propague a través del cristal. Para que exista un gap completo es necesario que aparezcan bandas prohibidas en cualquier dirección de propagación de la onda en el cristal. Esta condición aparece cuando se solapan los picos Bragg correspondientes a las direcciones principales de simetría del cristal en un rango determinado de frecuencias, siendo este intervalo el que determina la anchura del gap.

Los parámetros que influyen en la aparición de un gap completo [14] en un CS son los siguientes:

- Simetría de la red: como se ha comentado anteriormente, cuando más redonda sea la celda Wigner-Seitz construida para la red recíproca, mayor será la posibilidad de que exista un gap completo.
- Cociente entre las densidades de los elementos que forman el cristal. Cuando se trata de elementos dispersores inmersos en aire, este cociente (sólido / aire) suele ser elevado y el material de más alta densidad se comporta como un cuerpo rígido. En este caso, el sonido se transmite únicamente por el material de baja densidad.
- Topología presentada por el material dispersor
- Forma geométrica de los centros dispersores.
- Factor de llenado: cuanto más alto sea este parámetro, más ancho será el gap obtenido. Se debe tener en cuenta que a partir de un valor de 0.75, el dispositivo empieza a perder sus propiedades de CS, y su comportamiento se asimila al de un cuerpo sólido.

II.2. Concepto de pérdidas por inserción (*Insertion Loss*)

El concepto de pérdidas por inserción, IL (del inglés *Insertion Loss*), resulta fundamental entender el presente trabajo, pues es el parámetro mediante el cual se evalúa la atenuación producida por los diferentes CS desarrollados.

Se define IL , en el campo de la acústica, como las pérdidas de presión que sufre una señal acústica al insertar un dispositivo dispersor entre la fuente y el receptor. Este parámetro se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$IL (dB) = 20 * \log_{10} \frac{P_i}{P_d} \quad (2.10)$$

donde P_i es el valor de la presión eficaz medida cuando el elemento dispersor está presente entre la fuente y el receptor, y P_d , el valor de la presión eficaz cuando este elemento no está presente.

En el presente trabajo, se ha invertido el cociente P_i / P_d [14-18, 20-21, 24] para que el valor de atenuación resultante (en caso de pérdidas) se sitúe por encima de la línea de 0 dB (eje OX).

II.3. Área de atenuación (AA)

El área de atenuación (AA) es el parámetro utilizado para cuantificar la atenuación producida por un dispositivo [15,17]. Este parámetro se obtiene a partir de la respuesta de frecuencia producida por la distribución de dispersores y se define como el área encerrada entre el espectro de atenuación y el umbral de 0 dB. La parte del área que se sitúa por encima de 0 dB computa como positiva, y la parte por debajo de este umbral como negativa. Un aumento en el valor de este parámetro implica una mejora en las propiedades de atenuación del dispositivo.

II.4. Resonadores de Helmholtz.

Un resonador de Helmholtz ideal [3] consiste en cavidad de volumen V cerrado por un contorno rígido y con una abertura en forma de cuello de longitud L y sección S .

El funcionamiento de este dispositivo es comparable al de un sistema masa-muelle: cuando la longitud de onda λ es mayor que las dimensiones de L , $S^{1/2}$ o $V^{1/3}$, el fluido que encierra el cuello se mueve como si se tratara de un bloque mientras que el volumen de fluido contenido por el cuerpo actúa como un muelle.

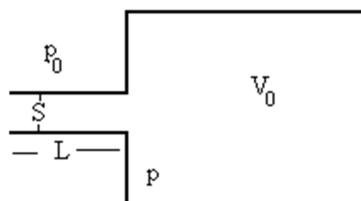


Fig. 13. Esquema de un Resonador de Helmholtz.

La frecuencia natural de resonancia de este elemento puede calcularse mediante la siguiente fórmula [3]:

$$w_0 = c \left(\frac{S}{V * L'} \right)^{1/2} \quad (2.11)$$

Como $w_0 = 2\pi f$,

$$f_H = \frac{c}{2\pi} \left(\frac{S}{V * L'} \right)^{1/2} \quad (2.12)$$

donde c representa la velocidad de sonido en el medio (en el caso del aire a $T=20^\circ\text{C}$, es de 343.3 m/s) y L' (obtenida mediante la expresión 2.13) es la longitud acústica del cuello del resonador o longitud efectiva.

$$L' = L + \Delta L \quad (2.13)$$

donde L representa la longitud real del cuello del resonador. El valor ΔL dependerá de la terminación de los bordes del cuello y normalmente esta comprendido entre 1.3 y 1.7 veces el radio.

III. DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO.

Como se ha comentado anteriormente, el objetivo del presente trabajo es, por una parte, variar la forma geométrica de los dispersores y su posición dentro de la red con el fin de maximizar el fenómeno de la difracción Bragg, y por otra, añadir nuevos mecanismos de control de ruido, como resonancias, para aumentar la capacidad de atenuación del conjunto del cristal.

En este sentido, el estudio se ha estructurado de la siguiente forma:

- 1) Caracterización de la atenuación producida por elementos dispersores de distintas formas geométricas en función de su orientación.
- 2) Caracterización de la atenuación producida por elementos resonadores de distinta forma geométrica en función de la orientación de la abertura del resonador.
- 3) Caracterización de la atenuación producida por redes compuestas por un solo tipo de dispersor, en función de la orientación de los dispersores.
- 4) Caracterización de la atenuación producida por redes compuestas por un solo tipo de resonador, en función de la orientación de la abertura de los resonadores.

Los resultados de este estudio se utilizarán posteriormente para el diseño de una barrera acústica con el fin de maximizar su espectro de atenuación acústica a bajas frecuencias, en el rango de 0 a 1200 Hz.

III.1. Consideraciones previas.

En todos los modelos estudiados existen unas características comunes en el estudio de los diferentes dispersores y dispositivos analizados:

- Como se ha comentado en el capítulo anterior, un CS es un sistema periódico formado por un medio fluido y uno elástico o rígido y con las características físicas y geométricas

necesarias para interferir la transmisión de ondas acústicas. En el caso de los elementos y redes analizados en este estudio, el medio en cuestión en el que están inmersos es el aire, cuyos valores para la velocidad del sonido y densidad del medio son $c = 343.3 \text{ m/s}$ y $\rho = 1.25 \text{ kg/m}^3$.

- Para el diseño de los distintos elementos, aunque este trabajo es puramente teórico, se ha tenido siempre presente la posibilidad de su materialización de forma sencilla y económica. Concretamente, se ha pensado en dos tipos de materiales para los diferentes dispersores utilizados: madera ($\rho = 1560 \text{ kg/m}^3$) y PVC ($\rho = 1370 - 1420 \text{ kg/m}^3$).
- En todos los casos, para la caracterización de la atenuación que producen los elementos estudiados se evalúa el parámetro IL (II.2).
- El presente estudio se centra en el desarrollo de CS para la atenuación de bajas frecuencias, por ello, se elige estudiar el rango frecuencial 0-1200 Hz.

III.2. Elementos dispersores.

La primera parte del trabajo realizado consiste en caracterizar la atenuación del sonido producida por ciertos elementos dispersores de diferente forma geométrica cuando se modifica su orientación respecto al frente de ondas.

Para este estudio se han empleado cuatro tipos diferentes de dispersor (Fig.14) ordenados según su simetría axial de menor a mayor, de acuerdo con los elementos que aparecen en el estudio de *L. Zhong et al.* [22]. Se han elegido estas formas geométricas para analizar cómo influye en el BG acústico la geometría del elemento dispersor, ya que en la actualidad no existen muchos datos al respecto.

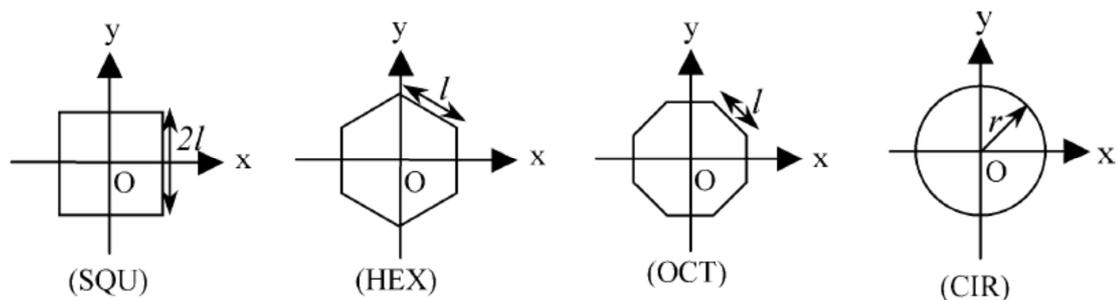


Fig. 14. Elementos dispersores analizados [22].

Desde el punto de vista geométrico, estos elementos presentan dos posibles orientaciones interesantes: el elemento SQU 0 y 45°, el elemento OCT 0 y 22'5°, y el elemento HEX 0 y 30°. En cuanto al elemento CIR, al poseer simetría axial infinita, no procede hablar de distinto patrón de dispersión dependiendo de su orientación.

Por tanto, se establece el siguiente criterio de giro a cada elemento para caracterizar la IL que introducen al modificar su orientación entre estas dos posiciones especificadas:

- El elemento SQU se analiza modificando su orientación entre 0 y 45° en pasos de 5°.
- El elemento HEX, de 0 a 30° cada 5°.
- El elemento OCT, de 0 a 22.5°, cada 2.5°.

III.3. Elementos resonadores

La segunda parte del estudio se analiza diferentes tipos de elementos resonadores y se caracteriza de la atenuación que producen en función de la orientación de la abertura de la cavidad resonante respecto al frente de ondas.

Estos elementos se han modelado a partir de los elementos dispersores estudiados en el punto anterior (III.2), añadiendo en su interior distintos mecanismos resonadores (Fig. 15) con el fin de intensificar la atenuación acústica que produciría cualquiera de los elementos por si solo.

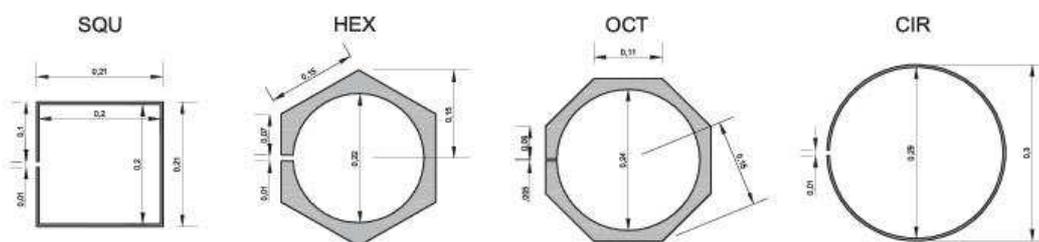


Fig. 15. Elementos resonadores resultantes.

En general, se ha empleado dos formas geométricas básicas de resonador, circular y cuadrada, dimensionados de forma adecuada para atenuar bajas frecuencias (Tabla 1).

	SQU	HEX	OCT	CIR
Altura [m]	0,200	-	-	-
Base o Radio [m]	0,200	0,110	0,120	0,146
Long. Cuello [m]	0,004	0,020	0,019	0,004
Rad. apertura [m]	0,005	0,005	0,003	0,005
Sup. Cuello [m ²]	0,010	0,010	0,005	0,010
Sup. Cuerpo [m ²]	0,040	0,038	0,045	0,067
Le.	0,011	0,027	0,0232	0,011
Le.min.	0,0105	0,0265	0,0229	0,0105
Le.max.	0,0125	0,0285	0,0241	0,0125
Frecuencia [Hz]	260,2	170,2	122,3	201,1
F.máx. [Hz]	266,3	171,8	123,0	205,8
F.min. [Hz]	244,1	165,6	120,3	188,7

Tabla 1: Frecuencias de atenuación teóricas para los diferentes tipos de dispersores estudiados.

En la tabla se muestran los datos geométricos de cada sección de los diferentes resonadores empleados en cada dispersor, los factores utilizados para el cálculo de la longitud equivalente del cuello (*Le*) del resonador y las frecuencias de resonancia para de cada resonador según el valor de

Le mencionado, $F.máx.$ y $F.min.$ representan el valor máximo y mínimo que determina el rango de frecuencias donde debe estar comprendida la frecuencia de resonancia de cada elemento.

Para el cálculo de la frecuencia de resonancia se ha empleado la formula del resonador de Helmholtz (II.4). Se debe tener en consideración de que al estar estudiando las sección de los elementos resonadores, S , representa la dimensión de la abertura del resonador y V representa el área encerrada por cada elemento.

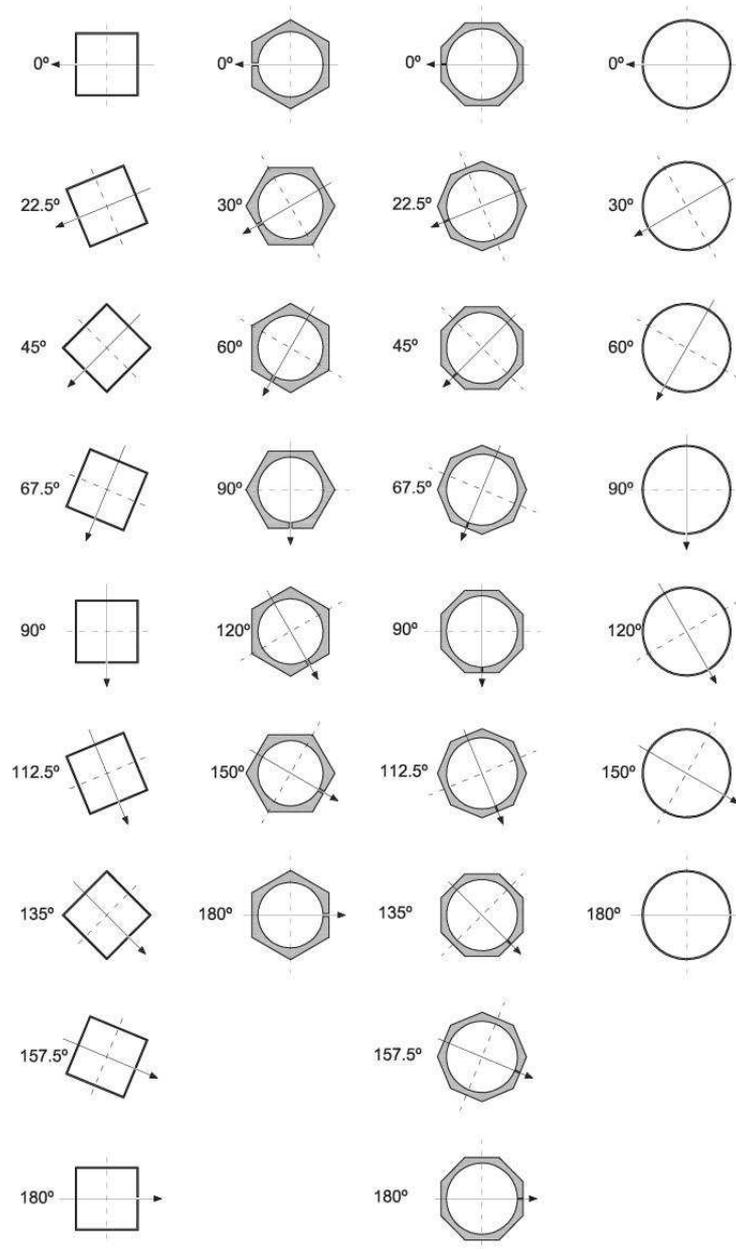


Fig. 16. Diferentes orientaciones analizadas según elemento.

Para caracterizar la atenuación acústica que produce un resonador en función de la orientación de su abertura, y en consonancia con lo expuesto en el punto anterior, se establece un criterio de giro para cada elemento resonador estudiado:

- Elementos SQU y OCT se estudiarán de 0 a 180°, en pasos de 22,5°.
- Elementos HEX y CIR, de 0 a 180°, cada 30°.

Aunque para SQU y CIR no era necesario establecer este criterio de giro, se adopta esta medida para poder compararlos entre ellos. Por otra parte, la elección de analizar únicamente el rango de 0 a 180° se debe a la simetría que presentan los elementos resonadores.

En la imagen (Fig. 16) se muestran las diferentes orientaciones estudiadas para cada elemento.

III.4. Redes

La siguiente sección del trabajo contempla, por una parte, la caracterización de la atenuación acústica producida por distintas redes de elementos dispersores según la orientación de los elementos dentro de la red. Estas redes están formadas por elementos dispersores que tienen la misma simetría y la orientación de estos respecto al frente de ondas incidente es la misma.

A la hora de modificar la orientación de los elementos que forman la red, todos los elementos se giran a la vez y en el mismo sentido. El criterio de giro establecido para los elementos dispersores es el mismo que el elegido en el apartado III.2 para el estudio de elementos dispersores.

Por otra parte, se realiza la caracterización de la atenuación acústica que producen las distintas redes de elementos resonadores. Estas redes están formadas por elementos resonadores que tienen la misma simetría y la orientación de estos respecto al frente de ondas incidente es la misma. En este caso, solo se estudian aquellas orientaciones que mejores resultados han aportado en las fases anteriores.

Para la composición de los distintos CS se elige una red 2D triangular con un paso (a) de 34cm. Se elige esta configuración de red porque permite una disposición más compacta de sus elementos, ya que si se comparan una red cuadrada con una red triangular (con el mismo radio para los elementos que la forman) el factor de llenado en la red triangular será mayor que en el caso de la red cuadrada debido a la disposición de los elementos y, en consecuencia, se obtendrá un BG más amplio, es decir, de mayor rango de frecuencias [14].

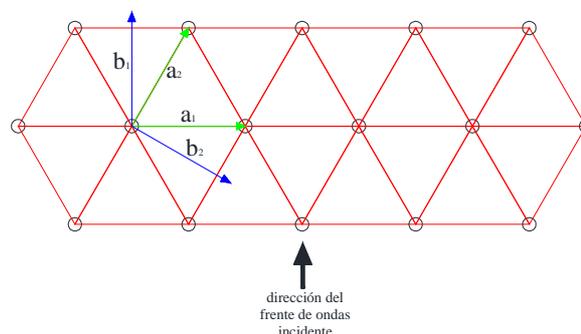


Fig. 17. Red de Bravais triangular. En verde, vectores de la red directa. En azul, vectores de la red recíproca.

Según el tipo de red y el paso elegidos, la primera frecuencia Bragg del CS será de $504,4 \text{ Hz}$, para una incidencia a 0° . Las siguientes frecuencias Bragg para esta incidencia vendrán dadas por sus múltiplos $x_2, x_3, x_4, \text{ etc.}$

En la imagen anterior (Fig. 17), se muestra un esquema de la red directa (en rojo) que describe la estructura de los diferentes CS, así como sus vectores principales \mathbf{a}_1 y \mathbf{a}_2 . También se muestra la construcción de los vectores primitivos, \mathbf{b}_1 y \mathbf{b}_2 , que describen la red recíproca (en azul) asociada a la red directa.

El estudio que se presenta contempla la caracterización de la atenuación que producen los distintos CS considerados únicamente para una incidencia del sonido a 0° .

A continuación se enumeran los distintos tipos de dispositivos analizados, tanto para las redes compuestas por elementos dispersores como por elementos resonadores, y su orientación respecto al frente de ondas incidente:

- Una red compuesta por elementos dispersores circulares (CIR)
- Diez redes compuestas por elementos dispersores cuadrados (SQU), con giro del elemento de 0 a 45° con incremento de 5° .
- Siete redes compuestas por elementos dispersores hexagonales (HEX), con giro del elemento de 0 a 30° con incremento de 5° .
- Diez redes compuestas por elementos dispersores octogonales (OCT), con giro del elemento de 0 a 22.5° con incremento de 2.5° .
- Dos redes compuestas por elementos resonadores circulares (RCIR) con orientación de la abertura a 0 y 180° .
- Cuatro redes compuestas por elementos resonadores cuadrados (RSQU) con orientación de la abertura a $0, 10, 22.5$ y 45° .
- Dos redes compuestas por elementos resonadores hexagonales (RHEX), con orientación de la abertura a 0 y 30° .
- Dos redes compuestas por elementos resonadores octogonales (ROCT), con orientación de la abertura a 0 y 22.5° .

El ff de cada una de las redes estudiadas es diferente, dependiendo de la forma del elemento empleado en cada red. A continuación se muestra una tabla con los diferentes ff correspondientes a cada tipo de red estudiada para aquellas posiciones de elemento extremas. Las diferencias existentes pueden ser debidas a errores de redondeo.

El ff se ha calculado según lo expuesto en el punto II.1.1.d. y como puede observarse en la tabla 2, cuanto mayor simetría axial presenta el elemento mayor valor de ff se obtiene, debido a que mayor es el área del elemento recayente dentro de la celda

ELEMENTO			Factor de llenado
Nombre	Orientación (°)	Área (m ²)	
SQU	0	0,0225	0,4585
	45	0,0224	0,4565
HEX	0	0,0291	0,5930
	30	0,0291	0,5930
OCT	0	0,0318	0,6480
	22,5	0,0319	0,6500
CIR	-	0,0353	0,7202

Tabla 2. *ff* según elemento y orientación.

En todo momento, se ha buscado obtener un factor de llenado lo más grande posible, ya que esto implica que el rango de frecuencias del BG del CS será más amplio. Por otra parte, no debe perderse de vista que la condición de CS supone disponer de elementos dispersores aislados. Con un *ff* mayor a 0,75, los elementos que forman el CS se encuentran tan próximos entre sí que el cristal puede perder sus propiedades de propagación de ondas y su comportamiento empieza a asimilarse al de un sistema continuo.

III.5. Movimientos de los elementos en la red.

La última parte de este estudio contempla la modificación de la posición de los elementos que componen un CS (elegido según los resultados obtenidos en los análisis previos) con tal de maximizar el espectro de atenuación del dispositivo en todo el rango frecuencial.

La distancia máxima permitida para estos movimientos vendrá definida por la distancia que quede libre dentro de la celda primitiva de la red [23]. Esto es así debido a que si el elemento en cuestión sobresale de su celda unidad, se estaría modificando la periodicidad de la red y el efecto de difracción Bragg no sería el mismo que el que se desea obtener.

Un ejemplo de los movimientos máximos que podría sufrir un elemento se puede ver en la siguiente ilustración (Fig. 18).

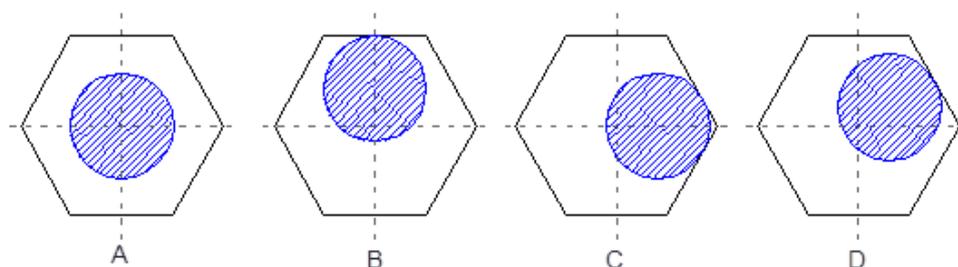


Fig. 18. Movimientos dentro de la celda. A) centrado. B) movimiento máximo en Y. C) movimiento máximo en X, D) movimiento máximo en X e Y.

IV. MODELOS DE SIMULACIÓN.

En el siguiente apartado se comentan las principales características de los modelos empleados en las diferentes simulaciones realizadas, tanto en el análisis de elementos como en el de redes, de acuerdo con las características del software de simulación empleado (Anexo A.2).

IV.1. Configuración de las simulaciones

En todos los modelos simulados, el módulo empleado es el de acústica de presión (acpr) ya que no se tienen en cuenta alteraciones en el medio como puede ser la influencia del viento.

Para obtener el espectro de atenuación de los diferentes CS desarrollados, se emplea un único punto de grabación situado detrás del dispositivo ya que se supone que el campo atenuado es homogéneo.

El dominio empleado en las diferentes simulaciones varía dependiendo del caso de estudio. Para el estudio de elementos dispersores y resonadores de forma aislada, se emplea un dominio de dimensiones (1.8 m, 1 m), con el elemento a estudiar situado a partir de un metro de distancia de la fuente y el receptor situado a 30 cm. a partir del final del elemento analizado (Fig. 19). Por su parte, para las simulaciones realizadas en redes el dominio empleado tiene unas dimensiones de (3 m, 2 m), con el dispositivo a estudiar situado a un metro de la fuente y el punto receptor situado a 1 metro a partir del final del dispositivo analizado (Fig. 20) [5, 6, 28, 29].

En ambos casos, los elementos dispersores analizados están inmersos en aire, por tanto, para definir el dominio principal se emplean los valores de densidad y velocidad del sonido en el medio correspondientes a este fluido ($\rho = 1.25 \text{ kg/m}^3$ y $c = 343.3 \text{ m/s}$).

A continuación se muestran unas capturas de pantalla que ilustran ambas situaciones.

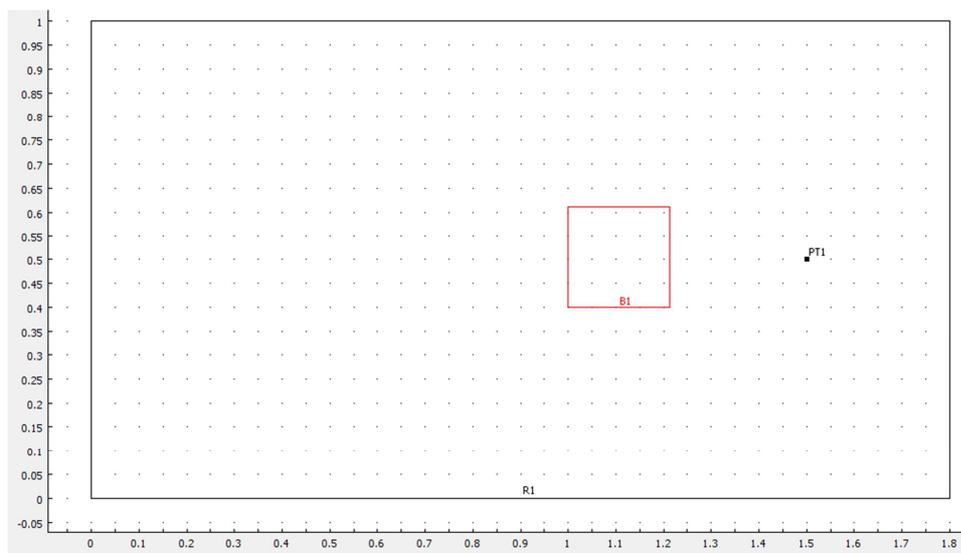


Fig. 19. Configuración utilizada para el estudio de los distintos elementos.

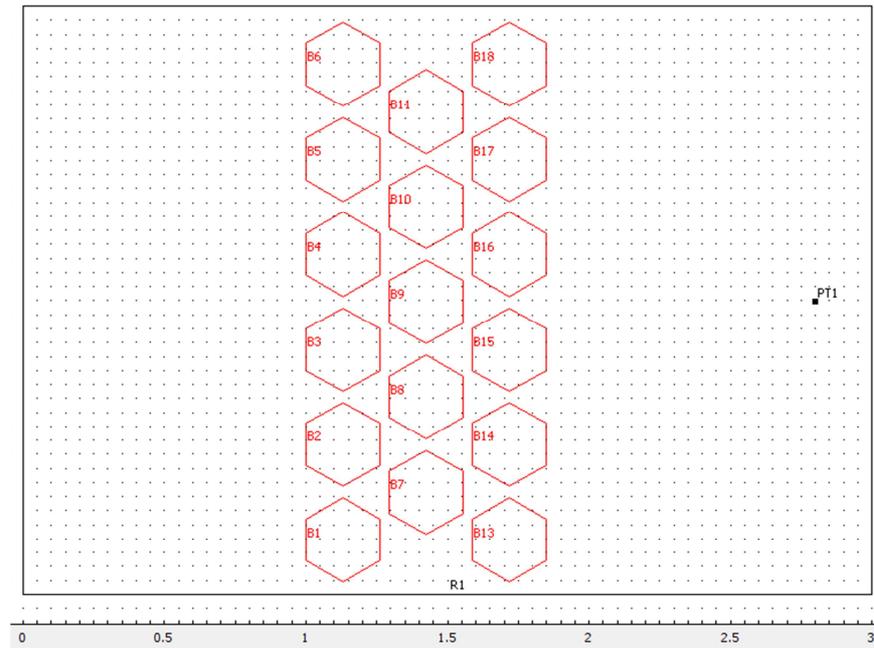


Fig. 20. Configuración utilizada para el estudio de los distintos dispositivos.

Las condiciones de contorno empleadas en las simulaciones son las mismas en ambos casos. Para el contorno del dominio principal, se especifica la condición de radiación de onda plana, que permite generar una onda plana armónica con desplazamiento a lo largo del eje X. Esta onda generada tendrá el mismo valor que la variable escalar p_i . Por otra parte, para los elementos en el interior del dominio se emplea la condición de contorno duro (*Sound-hard Boundary*). Se toma esta condición de contorno con el fin de simplificar el problema, debido a que el cociente de densidad entre el medio (1.25 kg/m^3) y los elementos dispersores (en el caso del PVC 1370 a 1420 kg/m^3) es tan elevada que el material de más alta densidad se comporta como un cuerpo rígido y el sonido solo se trasmite por el material de baja densidad.

Para la discretización de los dominios analizados se emplea un mallado cuadrático triangular con un tamaño máximo de elemento de 0.035 m . Este valor corresponde a una octava parte de la longitud de onda para una frecuencia de 1200 Hz .

Las simulaciones realizadas se resuelven mediante un análisis armónico-temporal de forma paramétrica, ya que permite realizar un barrido en el dominio de las frecuencias con una carga armónica. El parámetro utilizado es “*freq*”, que coincide con el valor dado a la variable escalar correspondiente a la frecuencia. El rango frecuencial empleado para resolver el problema es de 0 a 1200 Hz , en pasos de 10 Hz .

En cuanto a la forma de evaluar la capacidad de atenuación de los diferentes dispositivos estudiados, esta se realiza mediante el parámetro IL (II.2), obteniendo su valor en el punto de grabación (PT1).

V. RESULTADOS.

V.1. Estudio de elementos dispersores

A continuación se muestra, en forma de gráfico lineal, la atenuación producida por cada tipo de elemento dispersor en función de la orientación de éste respecto al frente de ondas para todo el rango de frecuencias de estudio.

Elemento SQU.

La dispersión que produce el elemento SQU presenta una fuerte dependencia a la orientación del elemento respecto a la onda incidente. En el rango de 0 a 300 Hz, la orientación que presenta el elemento prácticamente no influye en su comportamiento frente a la dispersión del sonido. En el rango de 300 a 700 Hz aproximadamente se aprecia un comportamiento distinto aunque poco significativo. La diferencia entre las posiciones de 0 y 45° es de 0,5 dB, siendo esta última la que mayor IL produce. Por ultimo, para el rango de frecuencias de 700 a 1200 Hz, se aprecia una diferencia importante en la dispersión del sonido que provoca este elemento dependiendo de su orientación, (en 1200 Hz se sitúa cerca de 3 dB entre las posiciones de 0 y 45°). En este caso, la posición del elemento que mayor IL produce es la de 0°.

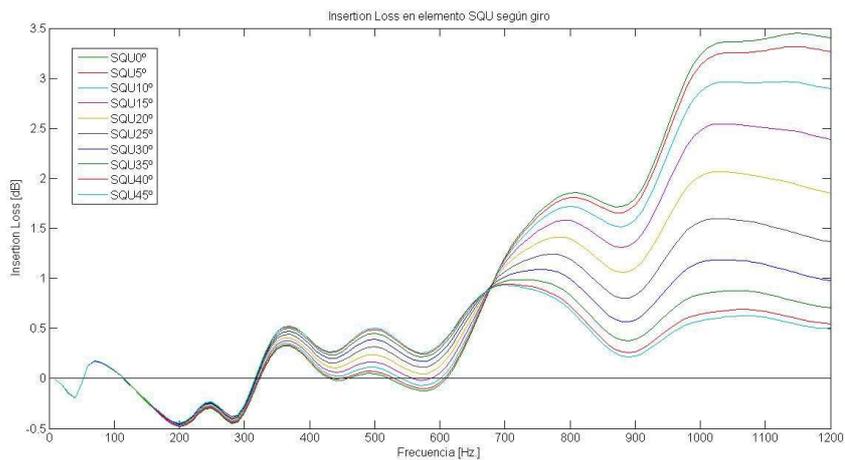


Fig. 21. IL producida por elemento SQU según giro del elemento.

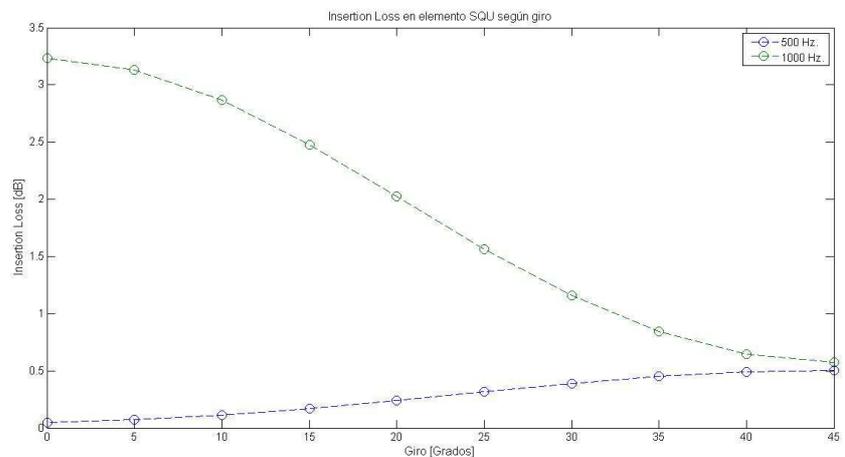


Fig. 22. Comparación de IL según giro para las frecuencias de 500 Hz (azul) y 1000 Hz (verde).

Elemento HEX.

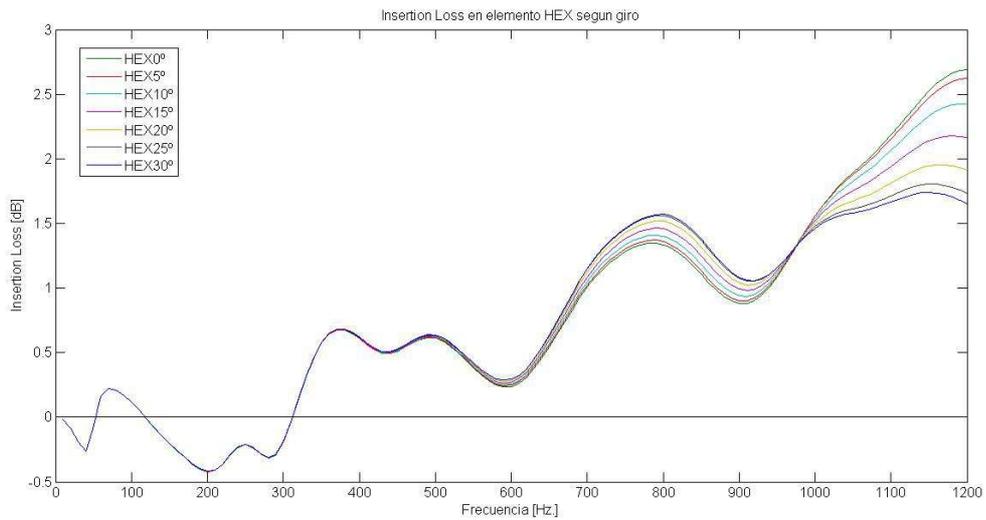


Fig. 23. IL producida por elemento HEX según giro del elemento.

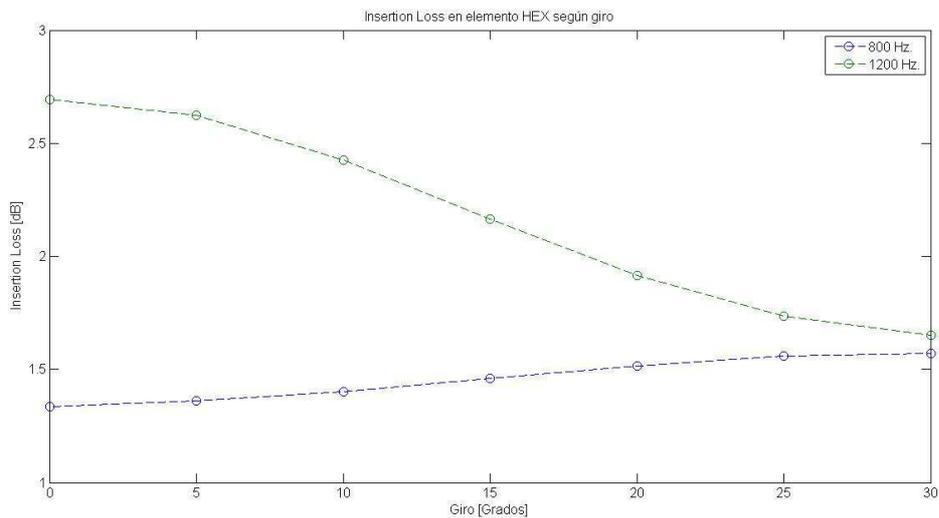


Fig. 24. Comparación de IL según giro para las frecuencias de 800 Hz (azul) y 1200 Hz (verde).

En el caso del elemento HEX, su comportamiento es más regular que el del elemento SQU. Para el rango de 0 a 500 Hz, prácticamente la atenuación producida es constante independientemente de su orientación. De 500 a 1000 Hz, la diferencia de atenuación producida es de 0,5 dB entre las posiciones de 0 y 30°, siendo esta última la que mayor IL produce. A partir de 1000 Hz, hay mayor diferencia de atenuación entre ambas posiciones extremas, que en el caso de la orientación de 0° es 1 dB mayor que para la de 30°.

Elemento OCT.

En cuanto al elemento OCT, la atenuación que produce es independiente de la orientación del elemento hasta la frecuencia de 800 Hz. A partir de aquí, se observa que para la orientación de

22,5°, la atenuación es mayor y en concreto, para la frecuencia de 1200 Hz la diferencia con la posición de 0° es de 0,2 dB.

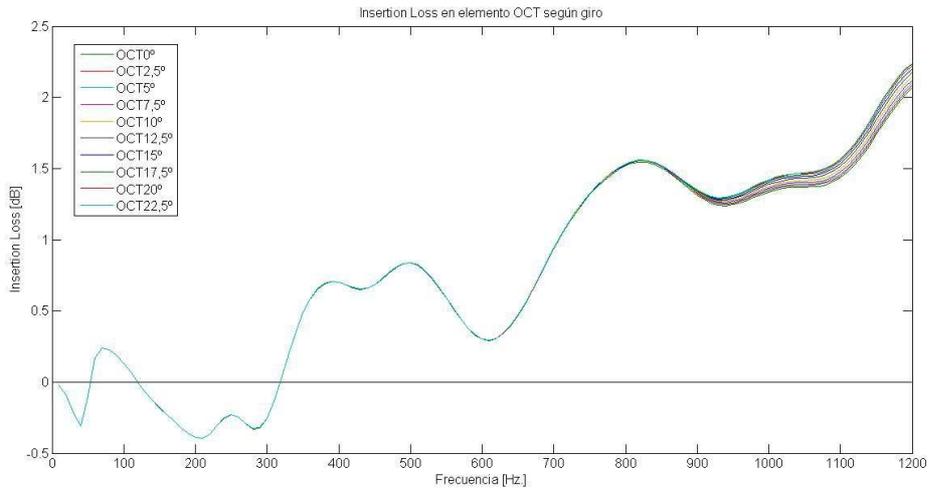


Fig. 25. IL producida por elemento OCT según giro del elemento.

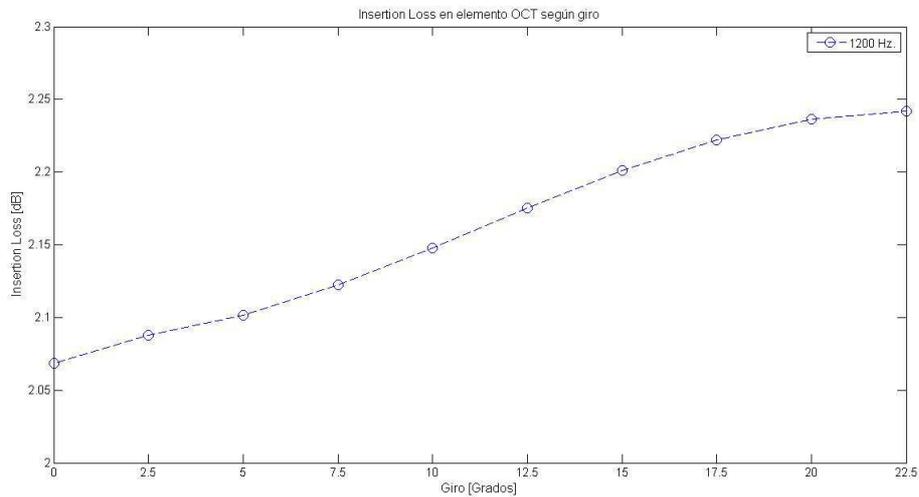


Fig. 26. Comparación de IL según giro para las frecuencias de 1200 Hz.

Elemento CIR.

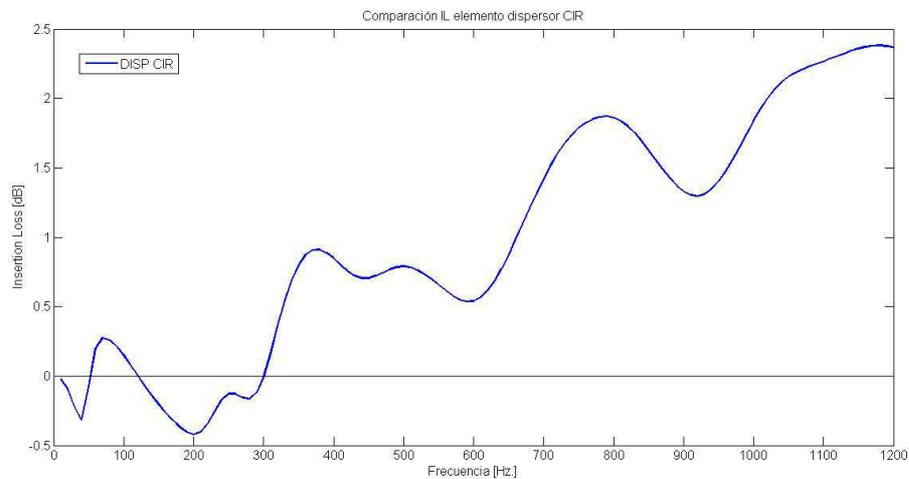


Fig. 27. IL producida por elemento CIR.

De los gráficos mostrados anteriormente se pueden realizar varias observaciones: Por una parte, la atenuación que produce cada elemento varía dependiendo de la posición que presente este respecto al frente de ondas incidente, aunque la diferencia de valores obtenida es pequeña. Por otra parte, cuanto mayor es la simetría axial de la geometría del elemento, este se comporta de forma similar para un mayor rango de frecuencias, independientemente de la orientación. Además, para el rango de frecuencias donde existen diferencias de atenuación entre las diferentes posiciones de un mismo elemento, esta diferencia es menor cuanto mayor es la simetría del elemento.

Comparación de elementos destacados.

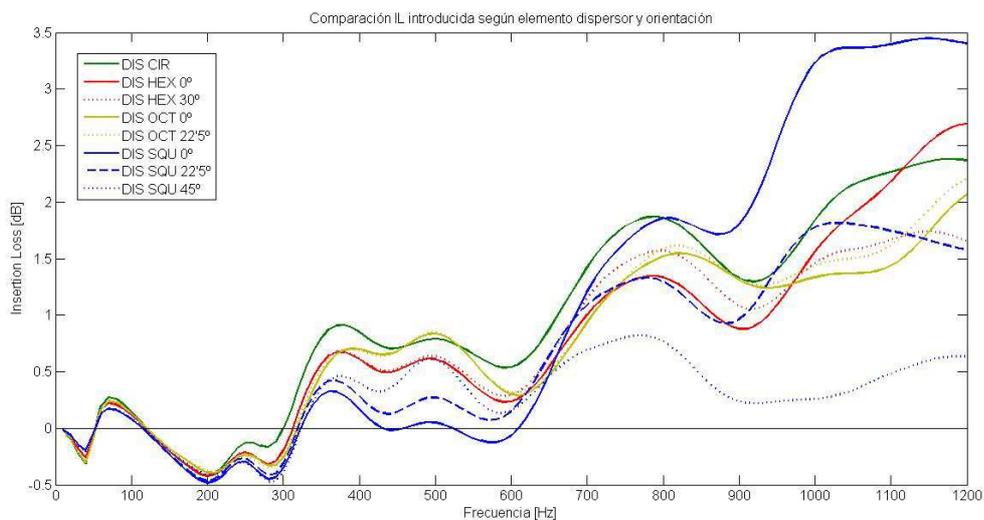


Fig. 28. Comparación de IL producida por varios elemento según giro del elemento.

El gráfico superior muestra la comparación entre varios de los elementos analizados. En él se puede ver que hasta los 300 Hz el comportamiento de todos los elementos es similar. Además, en este rango existe un refuerzo del sonido, debido a que la dispersión que se produce en el borde de los elementos analizados crea interferencias constructivas en el punto de grabación.

A partir de 300 Hz existen cambios significativos en la IL que producen, dependiendo de su forma y orientación respecto al frente de ondas. De ellos, el elemento CIR es el que presenta un comportamiento más regular respecto al resto para todo el rango de frecuencias estudiado.

V.2. Estudio de elementos resonadores

A continuación se muestra la atenuación que producen los distintos elementos resonadores del apartado III.2, en todo el rango frecuencial estudiado. Además se incluyen imágenes de la primera frecuencia de resonancia del resonador empleado en cada caso.

Resonador SQU.

En el gráfico correspondiente al elemento SQU (Fig. 29), se puede observar que las primeras frecuencias de resonancia aparecen alrededor de 180 y 870 Hz, aproximándose a lo predicho por

los cálculos teóricos. En ambos picos, la orientación de la abertura del resonador que mayor IL introduce es 180° . Estos picos de atenuación por resonancia disminuyen a medida que la rotación del elemento se acerca a la posición de 0° .

En cuanto al fenómeno de dispersión de este elemento, se observa que para el rango de frecuencias de 0 a 650 Hz aproximadamente, su comportamiento es prácticamente igual, con una diferencia de 1 dB dependiendo de la orientación del elemento. De 650 a 1200 Hz, se observa una mayor atenuación para la posición de 90° , en consonancia con la atenuación producida por el elemento dispersor SQU, (Fig. 21).

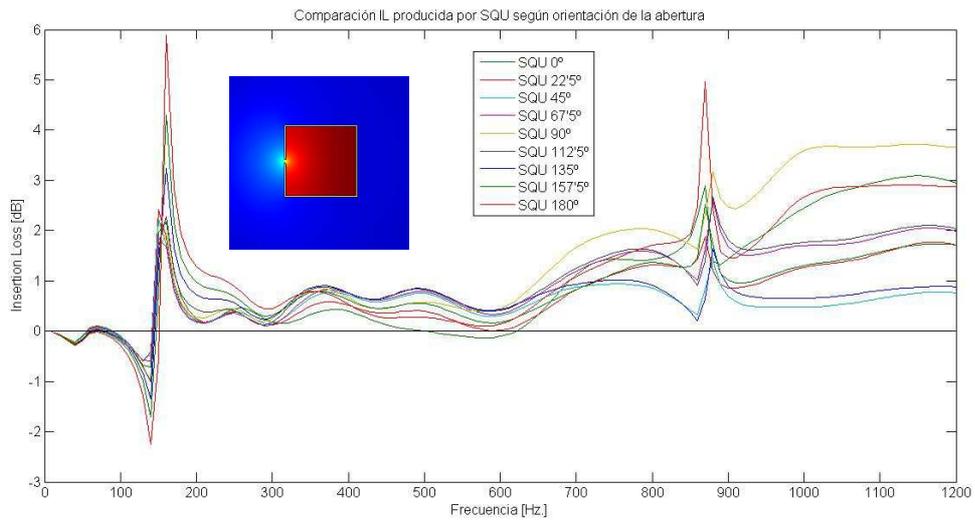


Fig. 29. IL producida por elemento resonador SQU según orientación de la abertura.

Resonador HEX.

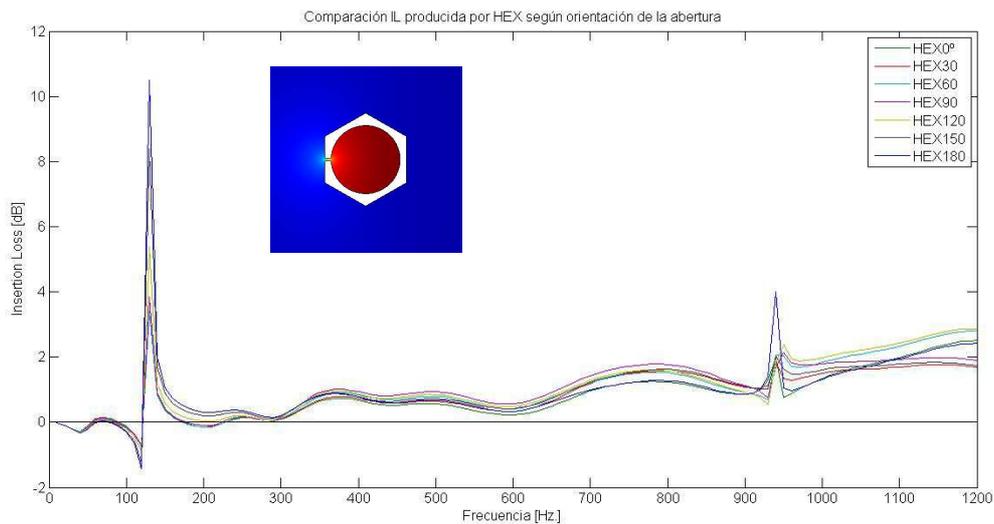


Fig. 30. IL producida por elemento resonador HEX según orientación de la abertura.

En el caso del elemento HEX, Fig. 30, las primeras frecuencias de resonancia aparecen alrededor de 160 y 940 Hz. En ambos picos, la orientación de la abertura del resonador que mayor atenuación produce es la de 180°.

En cuanto al fenómeno de dispersión, en este elemento se observa que para el rango de frecuencias de 0 a 700 Hz aproximadamente, el comportamiento es similar independientemente de la orientación que presenta el elemento, mientras que de 700 a 1200 Hz, se observa una divergencia según la orientación de este. Para las orientaciones de 60 y 120° la IL introducida es mayor que para el resto de posiciones. Estas posiciones son la misma y lo único que varía es la orientación de la abertura del resonador.

Resonador OCT.

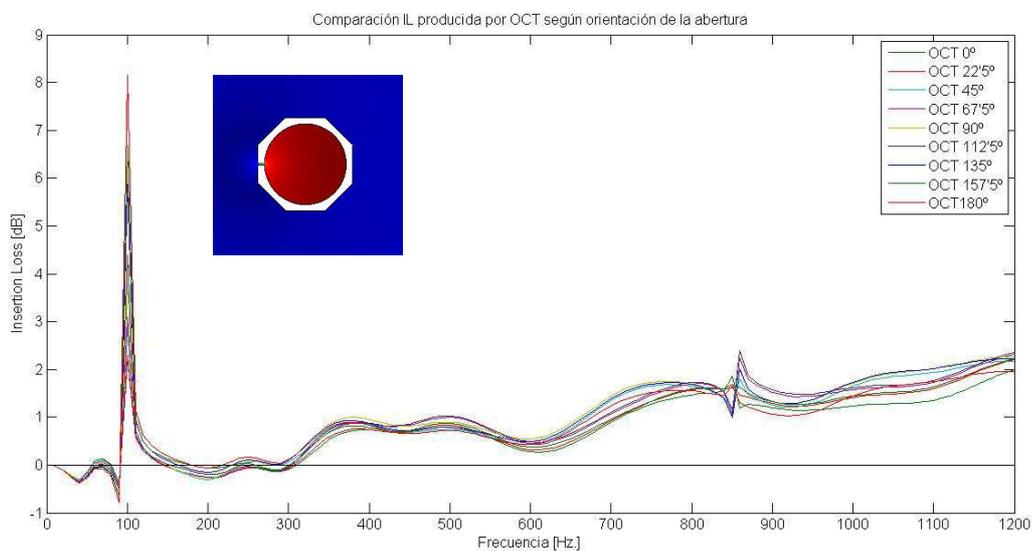


Fig. 31. IL producida por elemento resonador OCT según orientación de la abertura.

En el gráfico correspondiente al elemento OCT, Fig. 31, las primeras frecuencias de resonancia aparecen alrededor de 120 y 870 Hz, siendo 180° la orientación que mayor IL introduce en ambos casos.

En cuanto a la atenuación debida a la dispersión que produce este elemento, se observa un comportamiento prácticamente similar en todo el rango frecuencial, aunque se puede destacar que a partir de 900 Hz, hay una diferencia de cerca de 1 dB entre las orientaciones de 0 y 112,5°, siendo esta última la que mayor atenuación provoca. Esta orientación del elemento es la misma que la de 22,5°, en consonancia con lo comentado para la atenuación producida por el elemento dispersor OCT (Fig. 25).

Resonador CIR.

En el gráfico correspondiente al elemento CIR (Fig. 32) se observa que las primeras frecuencias de resonancia aparecen alrededor de 130 y 720 Hz, siendo 180° la orientación que mayor IL provoca en ambos casos.

En cuanto al fenómeno de dispersión, se puede observar que este elemento tiene un comportamiento muy similar para todas las orientaciones de la abertura del resonador debido a la simetría axial que presenta el dispersor. La diferencia que se observa alrededor de los 700-800 Hz es debida al fenómeno de resonancia del elemento.

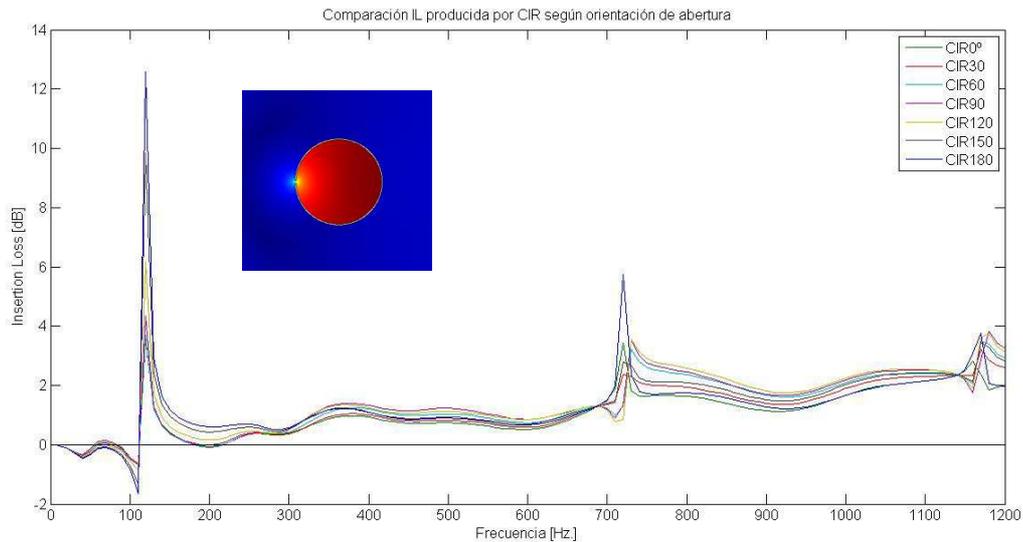


Fig. 32. IL producida por elemento resonador CIR según orientación de la abertura.

Comparación de resonadores destacados.

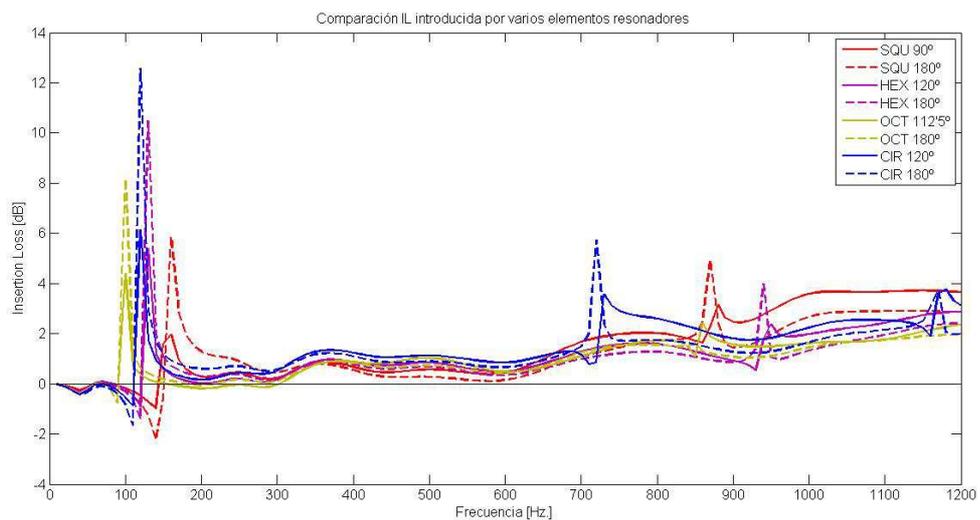


Fig. 33. Comparación IL producida por varios elementos resonadores.

En el gráfico siguiente, Fig. 33, se muestran los elementos resonadores destacados anteriormente para compararlos entre ellos. En el gráfico se puede observar que el elemento que mejor comportamiento presenta es CIR180, tanto por la mayor atenuación producida por

resonancia, como por la mayor atenuación por dispersión. De los elementos restantes, se puede destacar el elemento HEX180, aunque la atenuación por dispersión producida en el rango de 800 a 1200 Hz es un poco menor que la del resto de elementos.

V.3. Estudio de redes de elementos dispersores

Los siguientes gráficos muestran la atenuación que generan diferentes redes de elementos dispersores, compuestas únicamente por una figura geométrica de dispersor, en función de la orientación de estos respecto al frente de onda incidente. En los gráficos también aparecen imágenes, a modo de ejemplo, de las distintas redes estudiadas en sus dos posiciones extremas. Bajo cada uno de los gráficos se muestran las tablas con datos sobre el área de atenuación de cada red y el promedio de atenuación con respecto al rango frecuencial analizado, la media, la desviación típica y el cociente media / desviación típica.

Redes de dispersores SQU.

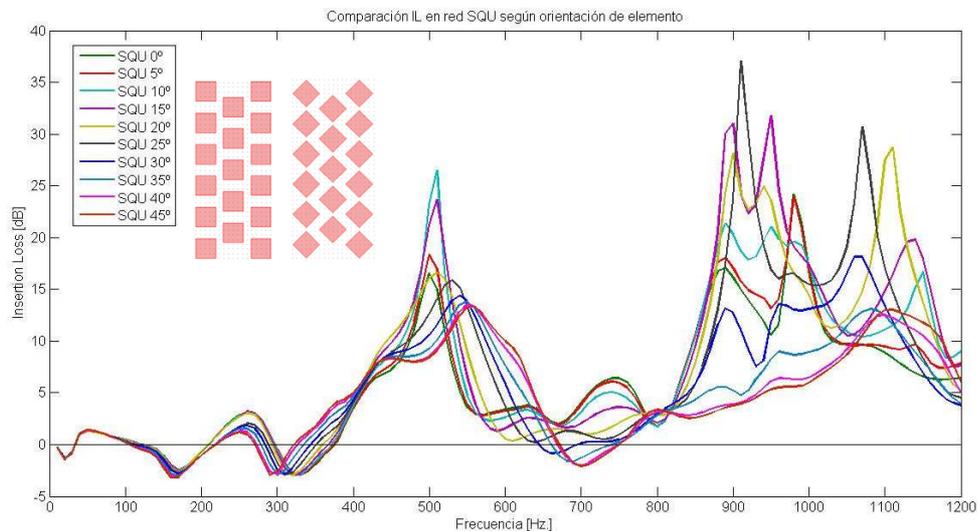


Fig. 34. IL producida por redes de dispersores SQU según orientación del dispersor.

En el gráfico correspondiente a las redes SQU (Fig. 34) se pueden observar varios fenómenos. En primer lugar, se observa que las frecuencias de difracción Bragg que provoca la red se sitúan alrededor de 500 y 1000 Hz y coinciden con los cálculos teóricos (III.4). Por otra parte, en ambos casos (aunque mucho más en el segundo) existen diferencias importantes en la atenuación provocada debidas a la orientación que presentan los elementos dentro de la red.

De todas las orientaciones analizadas, la que mayor IL provoca es SQU15°, aunque también es la que presenta un comportamiento más irregular. Por otra parte, SQU0° y SQU5° tienen un comportamiento más regular, aunque la atenuación provocada por estas redes es menor que en el caso anterior. En el caso de la red SQU0°, el gap a 500 Hz es más ancho, aunque no tan alto, como el que se obtiene en la red de SQU15°. Esto puede ser debido a que el ff (III.4) es mayor en el primer caso que en el segundo, aunque la diferencia es pequeña.

Red	AA [dB Hz.]	Promedio de atenuación	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv. Est.
SQU0°	660	0,550	5,527	5,652	0,978
SQU5°	698	0,582	5,849	5,960	0,981
SQU10°	798	0,665	6,686	7,115	0,940
SQU15°	885	0,738	7,409	8,515	0,870
SQU20°	841	0,701	7,026	8,211	0,856
SQU25°	807	0,672	6,743	8,219	0,820
SQU30°	627	0,522	5,236	5,758	0,909
SQU35°	526	0,438	4,397	4,730	0,930
SQU40°	506	0,421	4,235	4,617	0,917
SQU45°	512	0,427	4,294	4,724	0,909

Tabla 3. Datos de atenuación correspondientes a redes compuestas por elemento SQU.

Redes de dispersores HEX.

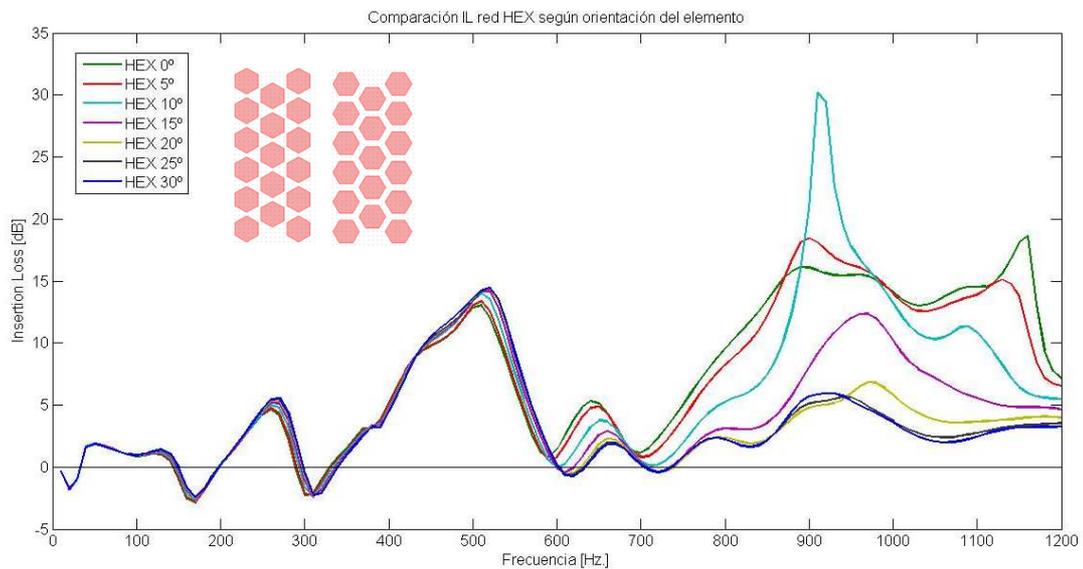


Fig. 35. IL producida por redes de dispersores HEX según orientación del dispersor.

Red	AA [dB Hz.]	Promedio de atenuación	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv. Est.
HEX0°	847	0,706	7,085	6,080	1,165
HEX5°	812	0,677	6,796	6,012	1,130
HEX10°	728	0,607	6,091	6,322	0,963
HEX15°	521	0,434	4,358	4,242	1,028
HEX20°	410	0,341	3,429	3,640	0,942
HEX25°	383	0,319	3,202	3,617	0,885
HEX30°	380	0,317	3,182	3,668	0,867

Tabla 4. Datos de atenuación correspondientes a redes compuestas por elemento HEX.

En el caso de las redes HEX (Fig. 35), también se observa que los gaps se producen cerca de las frecuencias de difracción Bragg teóricas.

En este caso, el comportamiento de todas las redes es más regular en el primer gap que en el segundo y de todas las orientaciones analizadas, la que mayor IL provoca es HEX0°. Además, es esta red la que presenta un comportamiento más regular en todo el rango frecuencial.

Redes de dispersores OCT.

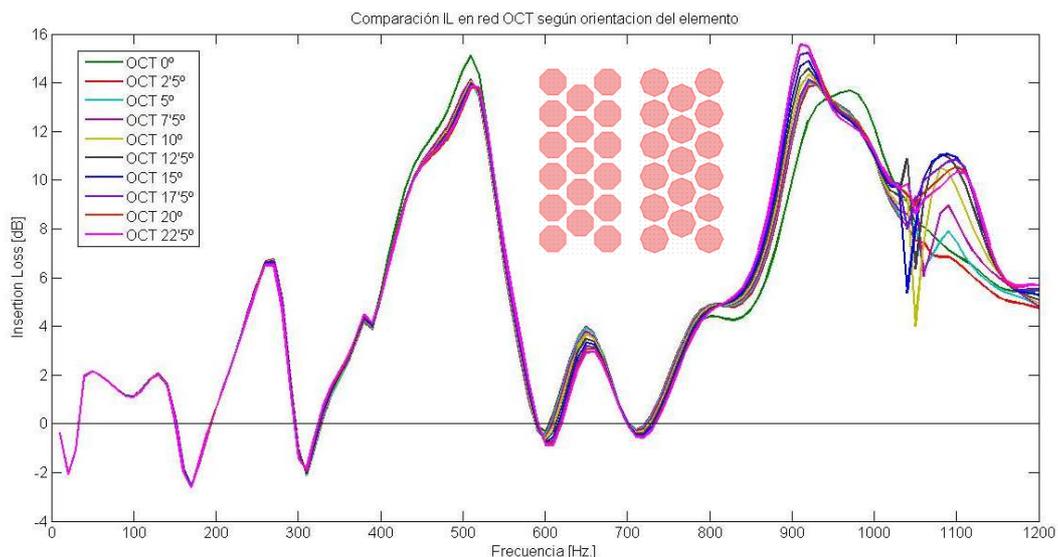


Fig. 36. IL producida por redes de dispersores OCT según orientación del dispersor.

El comportamiento de las redes OCT (Fig. 36) es todavía más regular que los casos anteriores en ambas frecuencias de difracción Bragg. Aunque las diferencias de atenuación que provoca la orientación de los elementos que conforman la red es muy pequeña, se podrían resaltar la red OCT20° como la que mayor IL introduce y OCT0° como la que presenta un comportamiento más regular.

Red	AA [dB Hz.]	Promedio de atenuación	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv. Est.
OCT0°	617	0,514	5,164	4,560	1,133
OCT2,5°	602	0,502	5,035	4,412	1,141
OCT5°	608	0,507	5,085	4,440	1,145
OC7,5°	616	0,513	5,153	4,487	1,148
OCT10°	624	0,520	5,221	4,577	1,141
OCT12,5°	637	0,531	5,329	4,685	1,138
OCT15°	639	0,532	5,343	4,735	1,128
OCT17,5°	644	0,537	5,390	4,786	1,126
OCT20°	646	0,538	5,402	4,812	1,123
OCT22,5°	643	0,536	5,378	4,792	1,122

Tabla 5. Datos de atenuación correspondientes a redes compuestas por elemento OCT.

Redes de dispersores CIR.

En el caso de la red CIR (Fig. 37), la primera frecuencia de difracción Bragg coincide con lo predicho por los cálculos teóricos, aunque la segunda frecuencia se sitúa claramente alrededor de 900 Hz, provocando una atenuación cercana a los 40 dB.

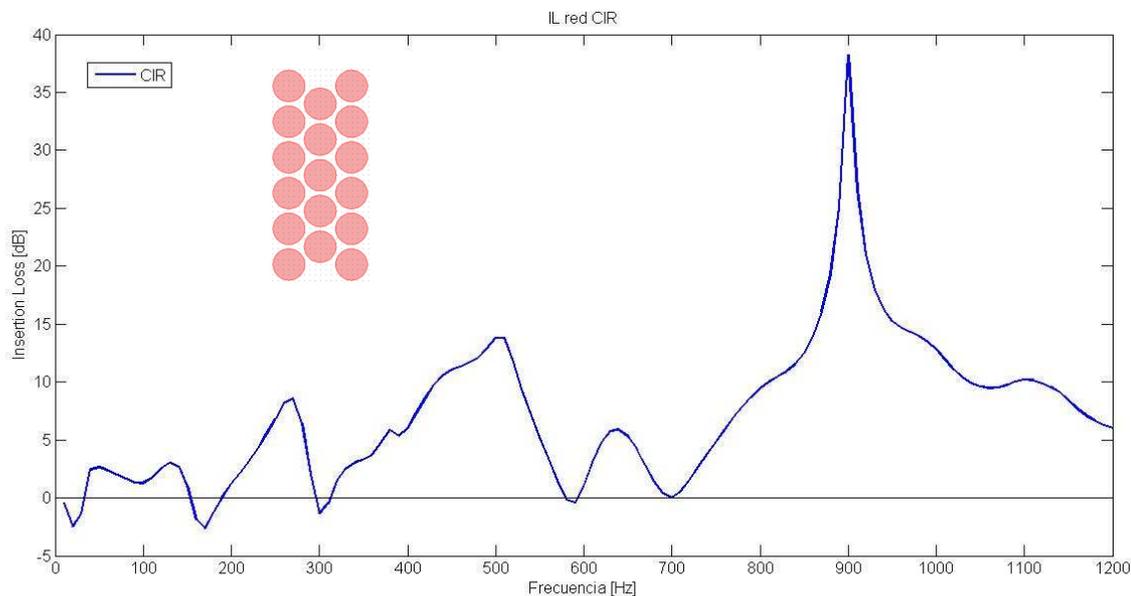


Fig. 37. IL producida por red de dispersores CIR.

Red	AA [dB Hz.]	Promedio de atenuación	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv. Est.
CIR	859	0,716	7,179	6,333	1,134

Tabla 6. Datos de atenuación correspondientes a red CIR.

Comparación de redes de dispersores destacadas.

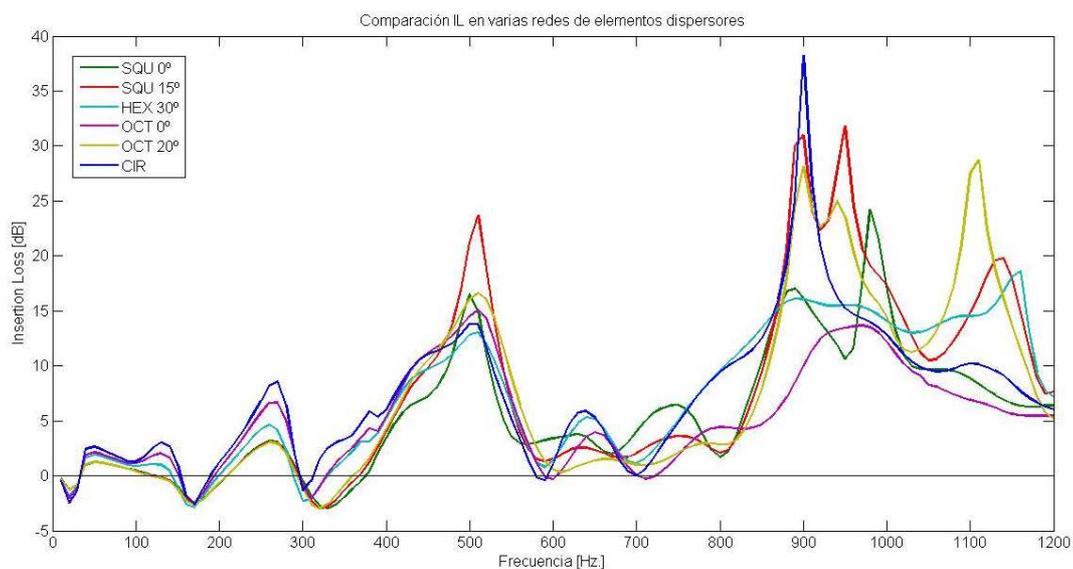


Fig. 38. IL producida por varias redes de dispersores.

En el último gráfico de esta serie, (Fig.38.), se comparan las redes destacadas previamente. Se puede observar que la red que mayor IL produce es SQU15°, llegando a 7,4 dB de atenuación media, pero es la que mayor desviación presenta y, por tanto, tiene un comportamiento más irregular. Las redes CIR y HEX0° también presenta un área de atenuación alta y un comportamiento más regular que SQU15°, aunque en el caso de la red CIR, la desviación típica es un poco superior a la de la red HEX0°.

Red	AA [dB Hz.]	Promedio de atenuación	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv. Est.
SQU0°	660	0,550	5,527	5,652	0,978
SQU15°	885	0,738	7,409	8,515	0,870
HEX0°	847	0,706	7,085	6,080	1,165
OCT0°	617	0,514	5,164	4,560	1,133
OCT20°	646	0,538	5,402	4,812	1,123
CIR	859	0,716	7,179	6,333	1,134

Tabla 6. Datos de atenuación de varias redes de dispersores.

V.4. Estudio de redes de elementos resonadores

A continuación se muestran los resultados de la atenuación que producen diferentes redes de resonadores (III.3) Las diferentes orientaciones analizadas en este apartado corresponden a los resultados resaltados en los puntos previos, tanto para las orientaciones de dispersores (V.1) y resonadores (V.2), como para redes de elementos dispersores (V.3).

Redes de resonadores SQU.

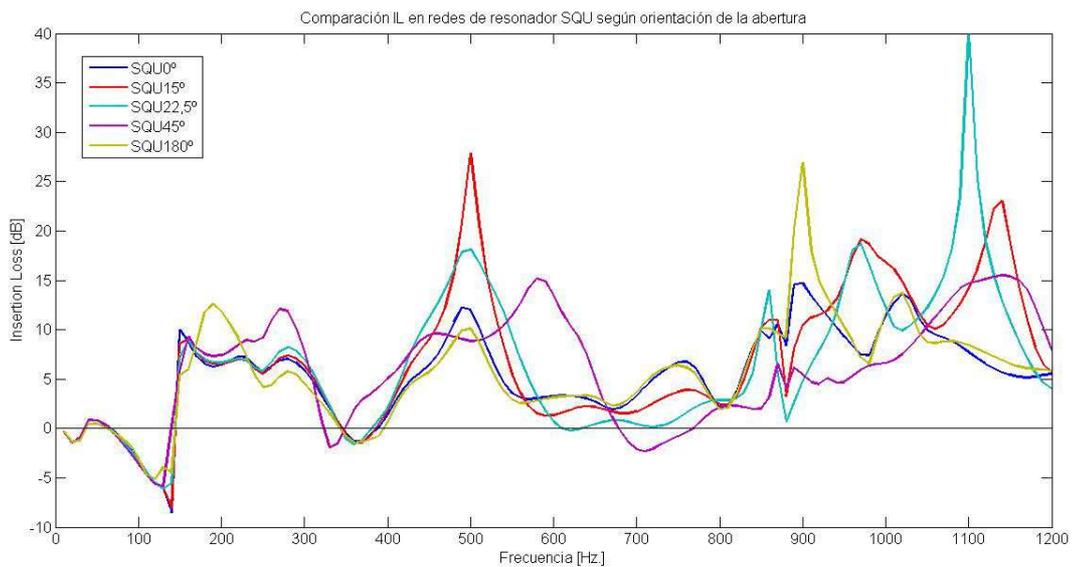


Fig. 39. IL producida por redes compuestas por resonadores SQU según giro del elemento.

Red	AA [dB Hz.]	Promedio de atenuación	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv. Est.
SQU0°	637	0,531	5,334	4,441	1,201
SQU15°	821	0,685	6,868	6,759	1,016
SQU22,5°	776	0,647	6,484	7,178	0,903
SQU45°	713	0,594	5,972	5,431	1,099
SQU180°	663	0,552	5,545	5,007	1,108

Tabla 7. Datos de atenuación correspondientes a redes compuestas por resonadores SQU.

En el gráfico correspondiente a las redes de resonadores SQU (Fig. 39) se observa que este elemento presenta un comportamiento muy dispar dependiendo de la orientación del mismo, pero en ningún caso se aprecia un pico de atenuación a bajas frecuencias (alrededor de 120) que corresponda con la frecuencia de resonancia del elemento.

De todas las redes estudiadas, al igual que en el caso de las redes de dispersores SQU (V.3), se puede destacar la red SQU15° como la que mejor comportamiento tiene y mayor IL provoca para todo el rango frecuencial.

Redes de resonadores HEX.

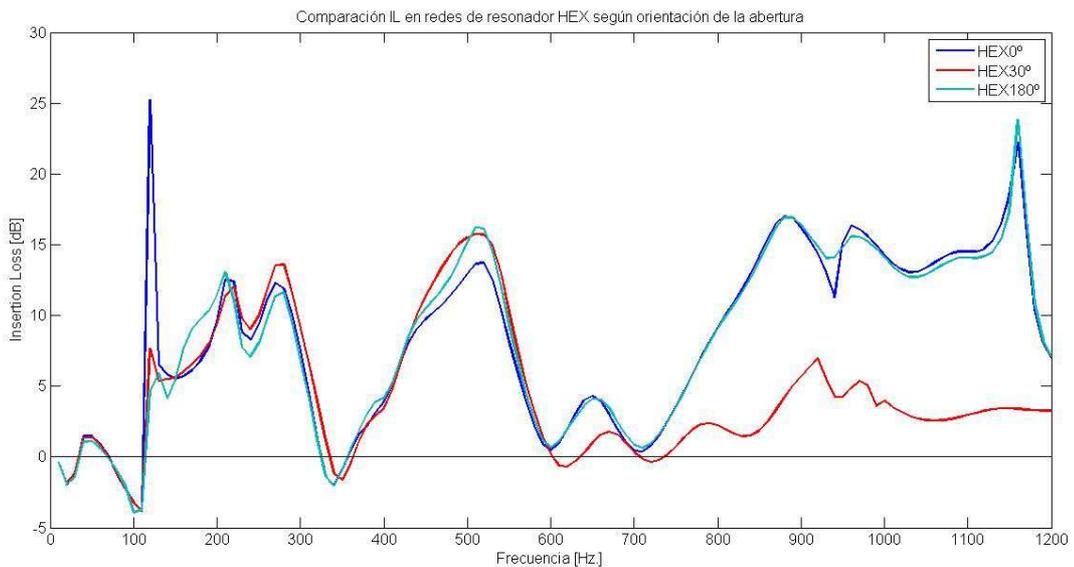


Fig. 40. IL producida por redes compuestas por resonadores HEX según giro del elemento.

Red	AA [dB Hz.]	Promedio de atenuación	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv. Est.
HEX0°	988	0,823	8,259	6,161	1,341
HEX30°	536	0,446	4,477	4,572	0,979
HEX180°	988	0,823	8,262	6,027	1,371

Tabla 8. Datos de atenuación correspondientes a redes compuestas por resonadores HEX.

En el caso de las redes de resonadores HEX (Fig. 40), aparece un pico de atenuación por resonancia a bajas frecuencias solo en el caso de la red HEX0°.

Las redes HEX0° y HEX180°, presentan aproximadamente los mismos valores de atenuación, exceptuando la atenuación introducida por el fenómeno de resonancia, por tanto, se debe destacar HEX0° como la orientación que mejor funciona en el caso de redes de resonadores HEX.

El fenómeno de atenuación por resonancia no altera el fenómeno de atenuación por difracción Bragg de la red, sino que se suma a este. Este fenómeno se puede observar si se compara la red de resonadores HEX0° con la red de dispersores del mismo elemento (Fig. 41).

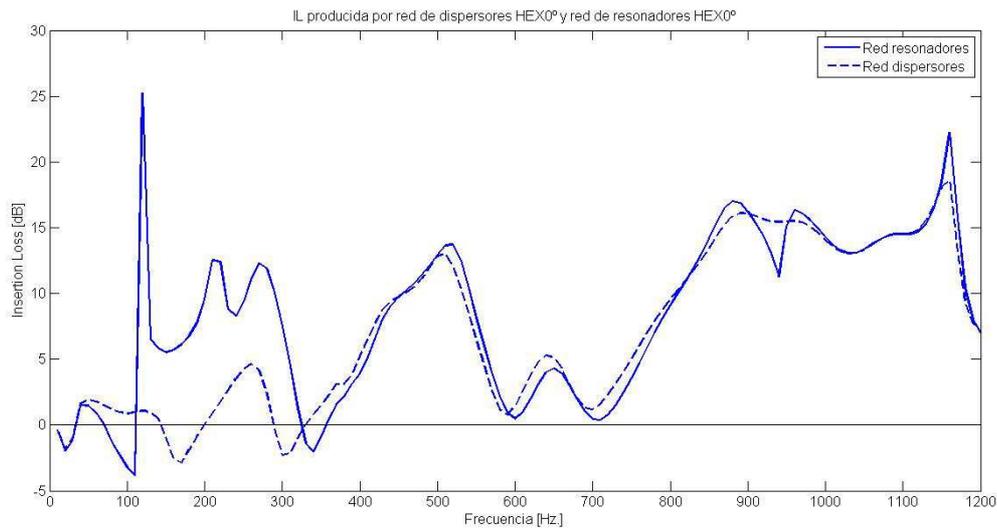


Fig. 41. Comparación IL en red de dispersores HEX0° y red de resonadores HEX0°.

Redes de resonadores OCT.

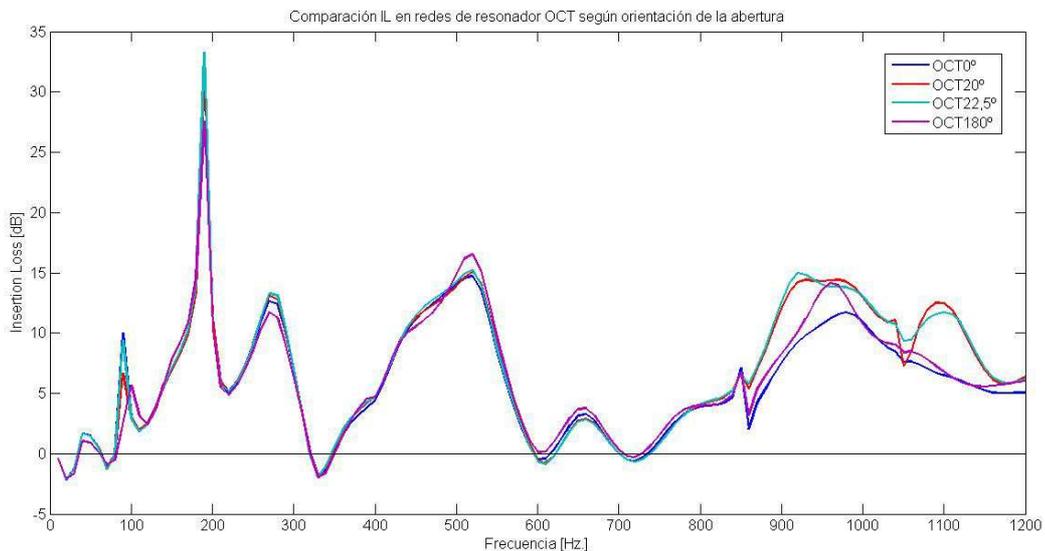


Fig. 42. IL producida por redes compuestas por resonadores OCT según giro del elemento.

En el gráfico correspondiente a las redes de resonadores OCT (Fig. 42) se observa un pico de atenuación por resonancia en todas las redes alrededor de la frecuencia de 180 Hz, siendo la orientación de 22,5° la que mayor atenuación provoca. Por otra parte, también es esta red la que

mejor comportamiento presenta para todo el rango frecuencial, sobre todo entre 900 y 1200 Hz. En el siguiente gráfico (Fig. 43) se observa como el fenómeno de resonancia mejora el espectro de atenuación de la red de dispersores OCT22,5°.

Red	AA [dB Hz.]	Promedio de atenuación	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv. Est.
OCT0°	709	0,591	5,930	4,953	1,197
OCT20°	814	0,679	6,812	5,497	1,239
OCT22,5°	823	0,686	6,883	5,610	1,227
OC180°	744	0,620	6,222	4,912	1,267

Tabla 9. Datos de atenuación correspondientes a redes compuestas por resonadores OCT.

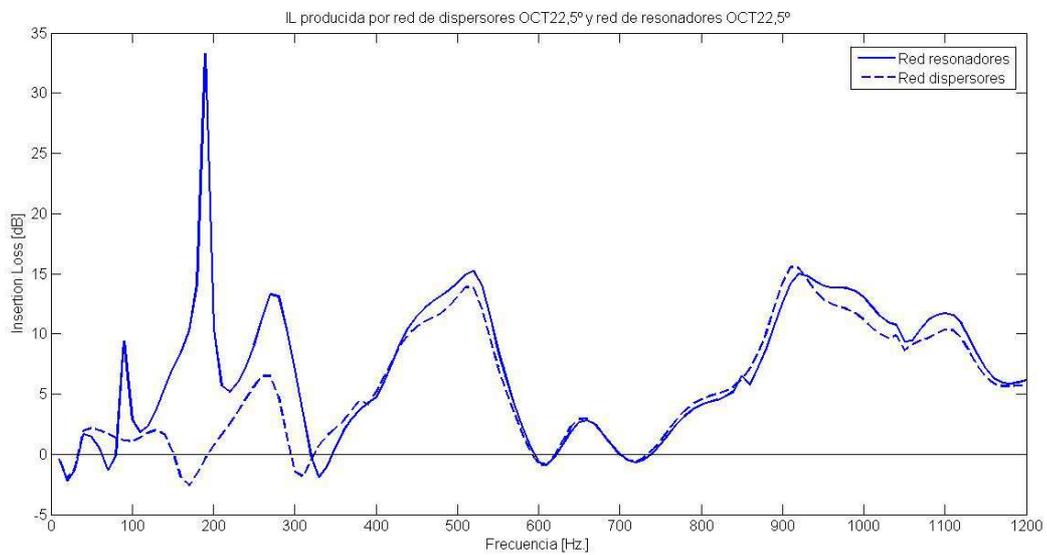


Fig.43. Comparación IL en red de dispersores y red de resonadores OCT22,5°.

Redes de resonadores CIR.

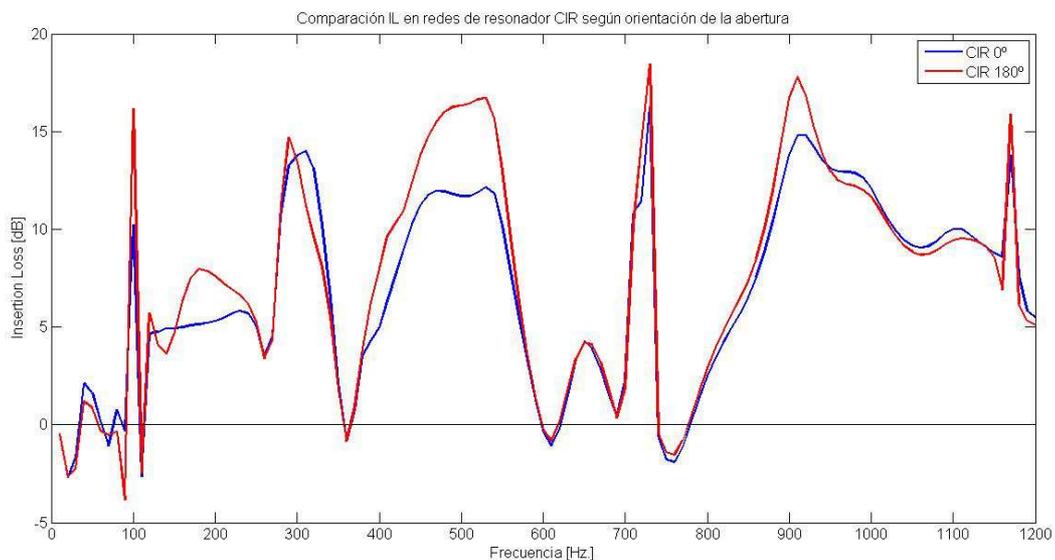


Fig. 44. IL producida por redes compuestas por resonadores CIR según giro del elemento.

En el caso de redes de resonadores CIR, (Fig.44), únicamente se estudian las orientaciones de 0 y 180°. En ambos casos se observa un pico de atenuación por resonancia cerca de la frecuencia de 110 Hz y además se observa otro pico, correspondiente a la segunda frecuencia de resonancia del resonador a sobre 700 Hz. Este es el único caso de todos los estudiados en esta serie donde aparece claramente el segundo pico de atenuación.

Si se compara la red de dispersores CIR con la de resonadores CIR (Fig. 45), puede verse que en este caso sí que se modifica sustancialmente el espectro de atenuación conseguido en un primer momento. A bajas frecuencia se obtiene cierta mejoría debido al efecto de resonancia comentado pero, en la segunda frecuencia de difracción Bragg que presenta esta red, se disminuye bastante la atenuación producida.

En cuanto a la atenuación que provoca cada una de estas redes, se puede decir que la provocada por la red con orientación de elementos a 180° es un poco superior a la de 0°, aunque en la frecuencia de 500 Hz existe una diferencia de cerca de 3 dB.

Red	AA [dB Hz.]	Promedio de atenuación	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv. Est.
CIR0°	813	0,677	6,793	4,882	1,391
CIR180°	897	0,748	7,498	5,607	1,337

Tabla 10. Datos de atenuación correspondientes a redes compuestas por resonadores CIR.

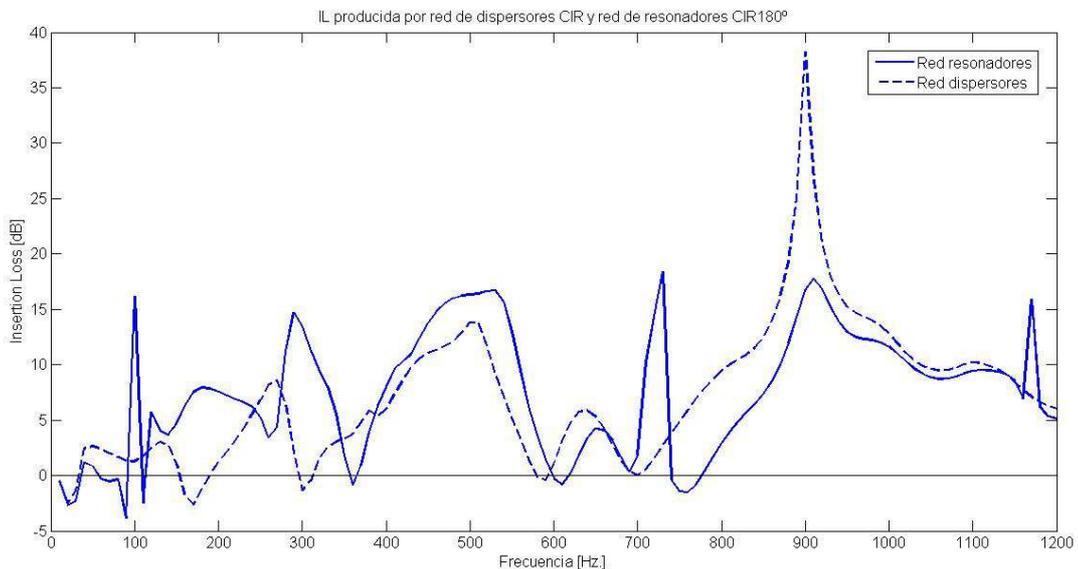


Fig. 45. Comparación IL en red de dispersores y red de resonadores CIR.

Comparación de redes de resonadores destacadas.

Por último se comparan las redes destacadas previamente (Fig. 46). y se observa que la red que mejor funciona de todas es HEX0°, tanto por tener un valor de atenuación media mayor al resto,

como por presentar mayor área atenuada. Por otra parte, la desviación típica de esta red es un poco superior a las redes OCT22,5° y CIR180°.

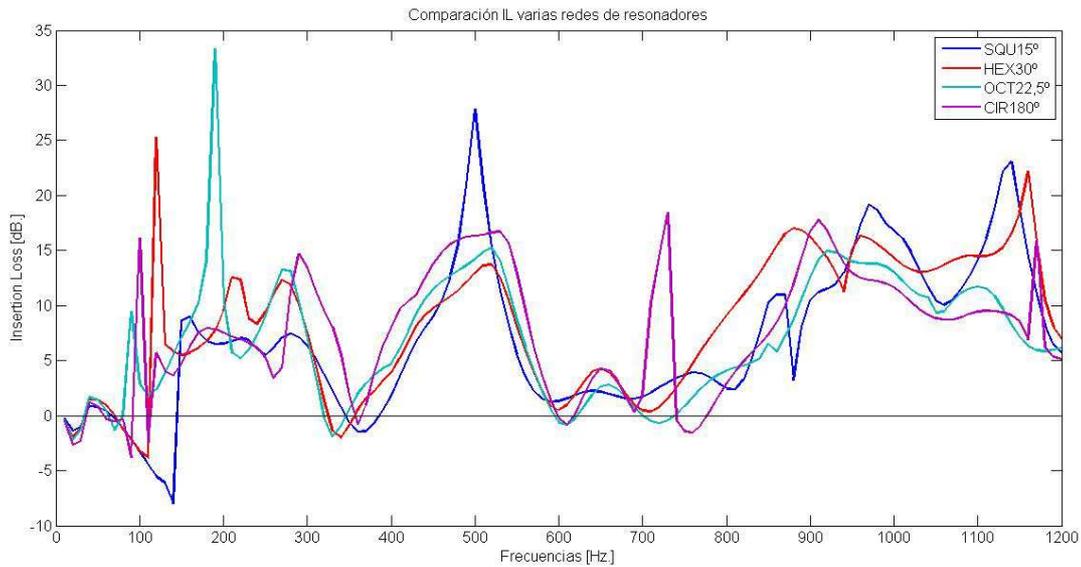


Fig. 46. IL producida por varias redes de resonadores.

Red	AA [dB Hz.]	Promedio de atenuación	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv. Est.
SQU15°	821	0,685	6,868	6,759	1,016
HEX0°	988	0,823	8,259	6,161	1,341
OCT22,5°	823	0,686	6,883	5,610	1,227
CIR180°	897	0,748	7,498	5,607	1,337

Tabla 11. Datos de atenuación correspondientes a las redes comparadas

V.5. Estudio de movimientos de elementos en red de resonadores HEX0°

En el siguiente apartado se estudia cómo se modifica el espectro de atenuación de la red HEX0° cuando se realizan pequeños movimientos de los elementos que la componen. Estos movimientos se realizan siempre teniendo presente en que no se debe desplazar el elemento fuera de la celda unidad para de no modificar la estructura de la red y, por tanto, sus frecuencias de difracción Bragg.

En la siguiente tabla se muestran los movimientos máximos permitidos para el elemento HEX en las dos direcciones del plano.

Caso	X (m.)	Y (m.)
B	0.023	0
C	0	0.02
D	0.0117	0.01

Tabla 12. Movimientos máximos permitidos por celda primitiva

El criterio elegido para realizar los movimientos ha sido por casos y por filas. Primero, se han realizado los movimientos en el eje X (caso B) exclusivamente en un plano del CS, es decir, movimientos sólo en la primera fila de elementos (mov11), solo en la segunda (mov12), y solo en la tercera (mov13). Después se ha realizado movimientos por planos dos a dos, es decir, movimientos en la primera y segunda fila (mov14), en la primera y tercera (mov15) y en la segunda y tercera fila (mov16). Por último, se han realizado movimientos simultáneamente en todos los planos del cristal (mov17). Para los casos C y D el proceso ha sido el mismo.

A continuación se presentan algunos de los casos que mejores resultados han aportado, aumentando el valor medio de la atenuación del espectro y sobre todo el valor del gap a 500Hz. Todos ellos, correspondientes a movimientos en el eje X (paralelo a la dirección de incidencia de las ondas), han sido realizados tanto en sentido positivo como negativo.

En todos los casos analizados, además de los que se muestran en el gráfico, el pico de atenuación por resonancia disminuye significativamente.

Red	AA [dB Hz.]	Promedio	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv.Típica
HEX0	988	0,8231	8,259	6,161	1,341
Mov11	1.006	0,8383	8,413	5,892	1,428
Mov12	1.006	0,8385	8,456	5,971	1,416
Mov13	985	0,8210	8,246	5,507	1,498
Mov14	1.030	0,8580	8,619	5,755	1,498
Mov15	1.026	0,8549	8,570	5,681	1,509
Mov16	973	0,8107	8,121	5,302	1,532
Mov17	1.023	0,8526	8,570	5,526	1,551
Mov31	977	0,8145	8,206	5,862	1,400

Tabla 13. Datos de atenuación correspondientes a los movimientos de Fig. 47.

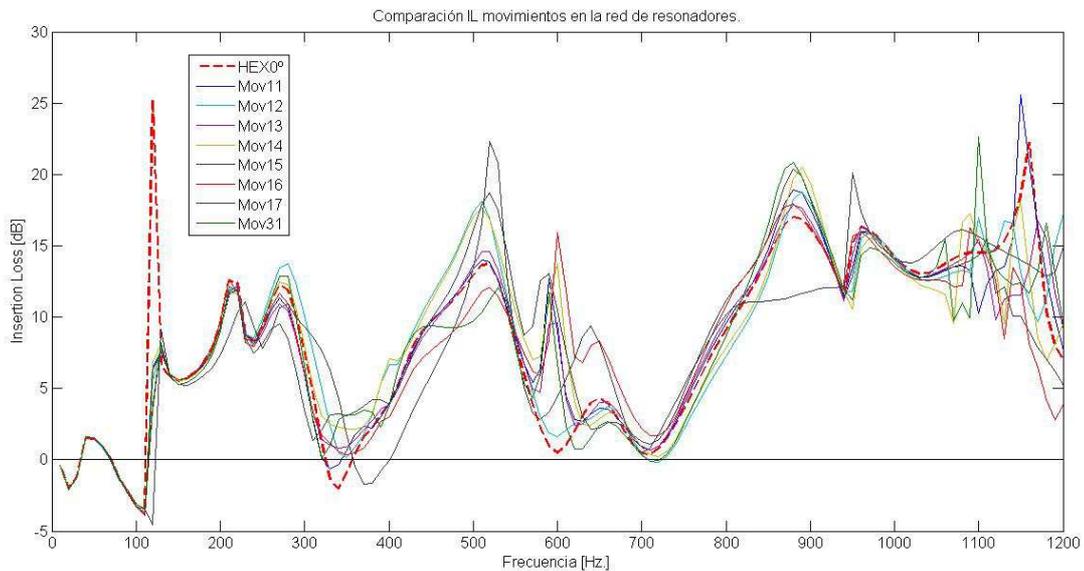


Fig. 47. Movimientos de los elementos que componen la red HEX0°

De los movimientos destacados, se puede decir que el que mayor atenuación produce es Mov14 (Fig. 48. Izq.) llegando a alcanzar un nivel de atenuación media de 8,6 dB. En el caso de esta red, la desviación típica es menor que en el caso de la red inicial. Por otra parte, la red Mov17 (Fig. 48. dcha.), presenta un comportamiento más regular a lo largo de todo el rango frecuencial y, aunque la atenuación que produce no sea tan alta como en el caso de Mov14, se emplea esta disposición para para crear un CS que atenúe lo máximo posible y de forma más regular en todo el rango frecuencial. El espectro correspondiente a esta modificación se muestra en la Fig. 49.

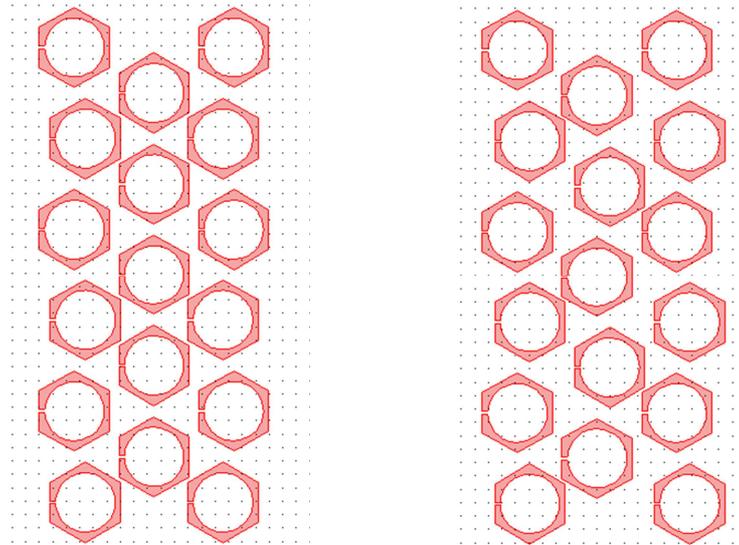


Fig. 48. Disposición de los elementos en red HEX0°_mov14 (izq.) y HEX0°_mov17 (dcha.).

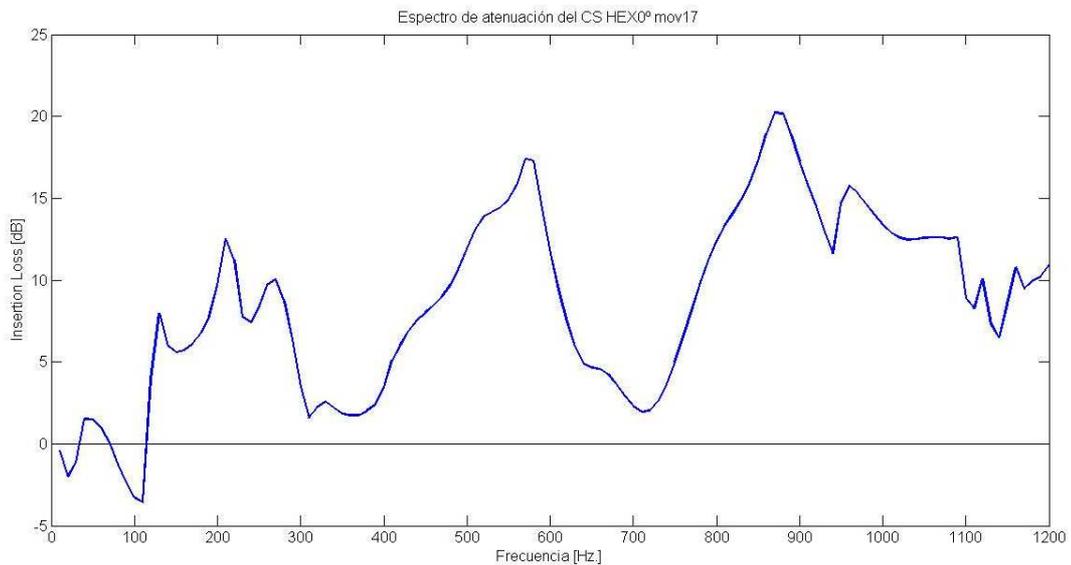


Fig. 49. Espectro de atenuación correspondiente a HEX0°_mov17.

VI. APLICACIONES.

VI.1. Diseño de CS como filtro paso bajo

En este apartado se utilizan los resultados obtenidos previamente para desarrollar un CS cuyo espectro presente la máxima atenuación posible en todo el rango de frecuencias estudiado. Para ello, se elige la red de dispersores HEX0° que, como se ha dicho anteriormente, es la que mayor atenuación genera y presentar un comportamiento más regular. En ella se realizan cambios, tanto en la posición que ocupan los elementos dentro de la red (V.5), sustitución de algunos elementos por otros estudiados anteriormente, e incluso adición de elementos no estudiados previamente.

Se ha realizado una gran variedad de cambios y modificaciones en la red inicial, de los cuales se presentan los que mejores resultados han presentado.

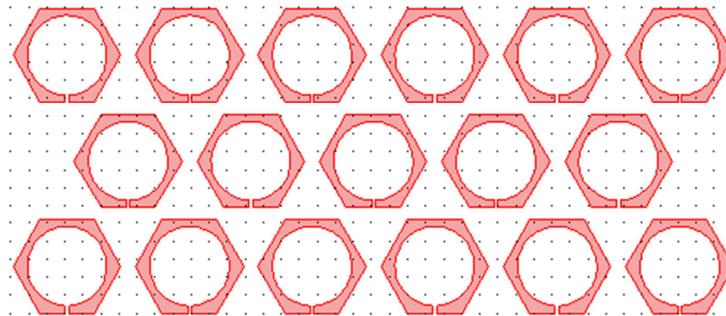


Fig.50. Disposición de resonadores en red HEX0°.

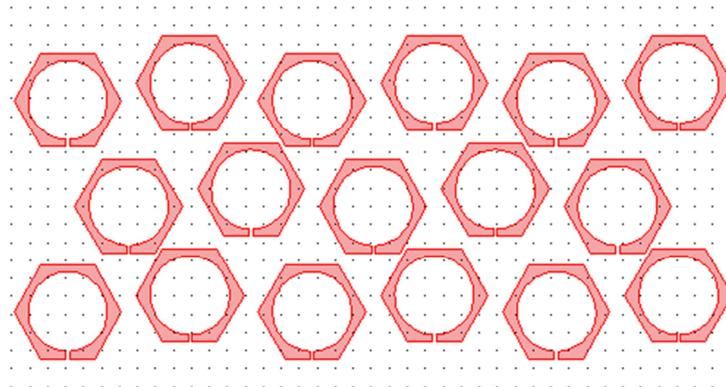


Fig.51. Movimientos de resonadores en red HEX0°.

El primer paso ha sido modificar la posición de los elementos que forman la red con tal de ampliar el rango de frecuencias del primer gap (500 Hz), de acuerdo con las modificaciones del punto V.5. En la comparación de los espectros de atenuación (Fig. 52) para la red inicial (Fig. 51) y la primera modificación (Fig. 51) se observa como el gap “se abre” hacia la derecha, aunque por otra parte, se disminuye el valor del pico de atenuación por resonancia a bajas frecuencias (150 Hz).

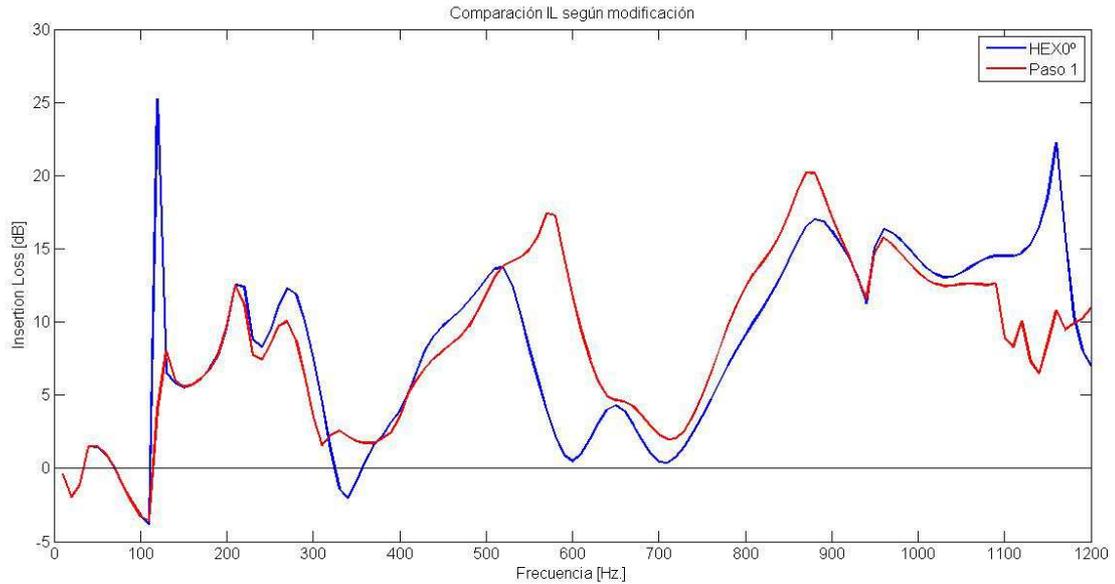


Fig. 52. Modificación en IL producida por el movimiento de los elementos.

Como el espectro de esta red presenta dos rangos donde prácticamente el dispositivo no atenúa nada (a 300 – 400 y 600 – 800 Hz), se han realizado las siguientes modificaciones encaminadas a resolver este problema.

Para ello, se cambian varios de los resonadores de la red por otros con la misma forma geométrica pero con diferente tamaño de cavidad resonante (Fig. 53), calculados para dos frecuencias de resonancia diferentes situadas en el primero de los rangos no atenuados (Tabla 14).

	HEX 312	HEX 375
Base o Radio [m]	0,06	0,05
Long. Cuello [m]	0,02	0,02
Rad. apertura [m]	0,005	0,005
Sup. Cuello [m ²]	0,0002	0,0002
Sup. Cuerpo [m ²]	0,01131	0,007854
Le. [m]	0,027	0,027
Le.min. [m]	0,0265	0,0265
Le.máx. [m]	0,0285	0,0285
Frecuencia [Hz]	312,6	375,2
F.máx. [Hz]	315,6	378,7
F.min. [Hz]	304,3	365,1

Tabla 14. Datos teóricos de resonadores incorporados.

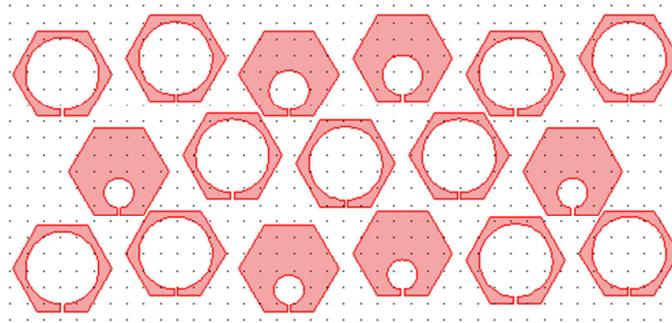


Fig. 53. Incorporación de nuevos elementos resonadores HEX con diferente frecuencia de resonancia.

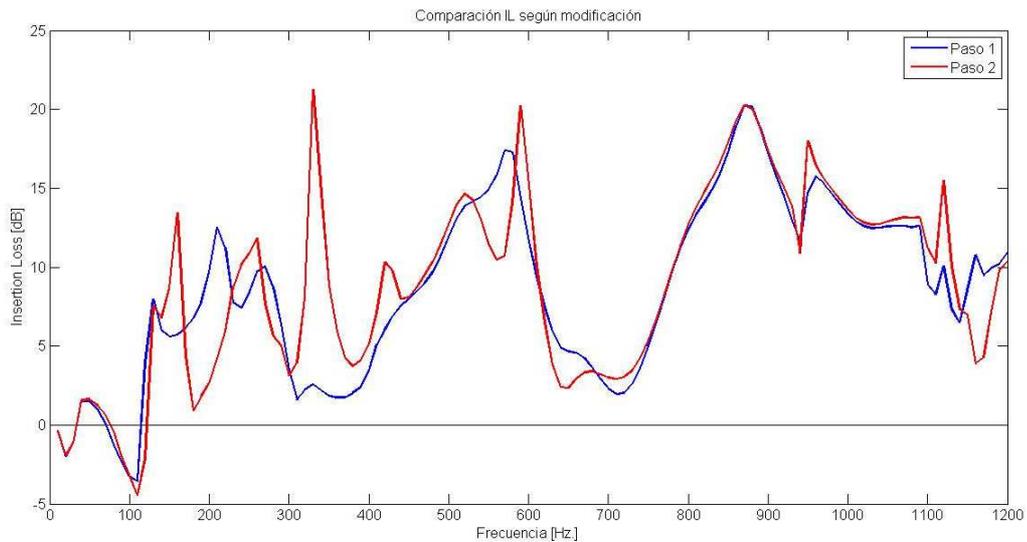


Fig. 54. Modificación en IL producida por cambio de resonadores HEX.

Esta modificación altera el espectro como estaba previsto, introduciendo atenuación alrededor de 350 Hz, aunque crea un nuevo bache sobre 180 Hz. El espectro únicamente presenta una frecuencia (sobre 100Hz) donde el sonido, lejos de atenuarse, se amplifica en torno a 5 dB.

Para resolver este problema, se insertan resonadores OCT en el dispositivo (Fig. 55), que tienen una frecuencia de resonancia de cálculo de 130 Hz, aunque los datos de simulación de resonadores la sitúan sobre 100 Hz.

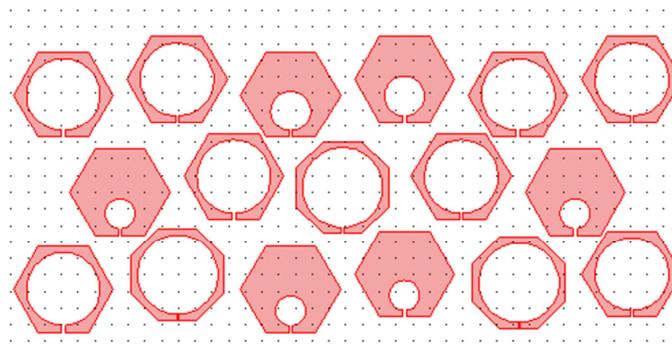


Fig. 55. Incorporación de elementos resonadores OCT^o.

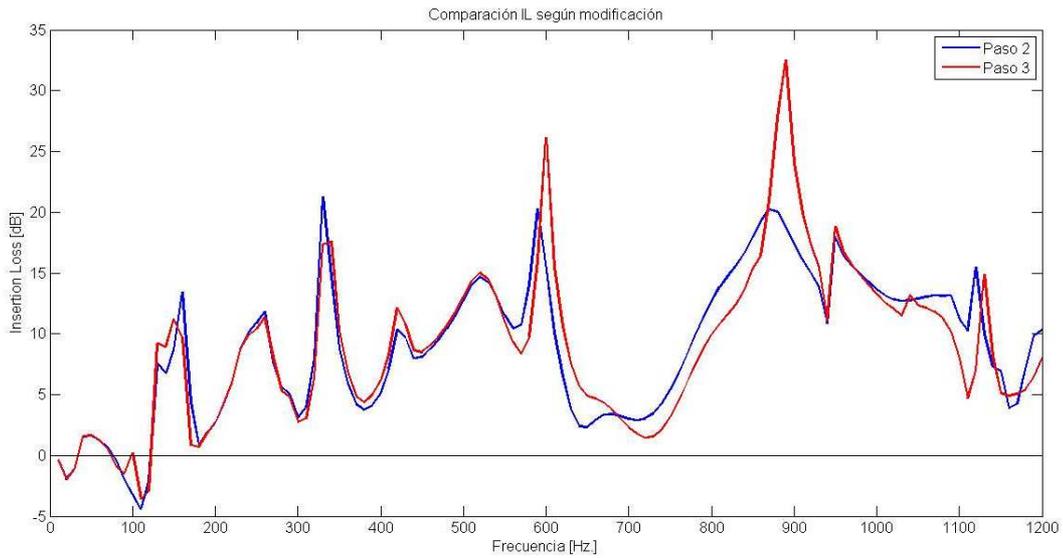


Fig. 56. Modificación en IL producida por cambio de resonadores OCT

El siguiente cambio que se realiza es sustituir los elementos situados en los extremos de la última fila por resonadores SQU (Fig. 57) ya que, como se ha visto en V.1, esta forma geométrica dispersa más el sonido que los resonadores HEX.

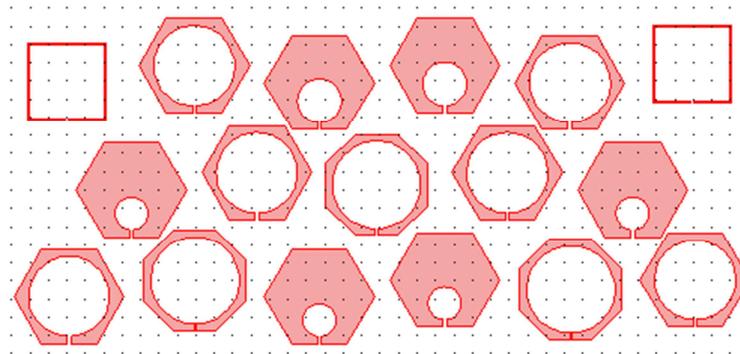


Fig. 57. Incorporación de elementos resonadores SQU⁰ en bordes.

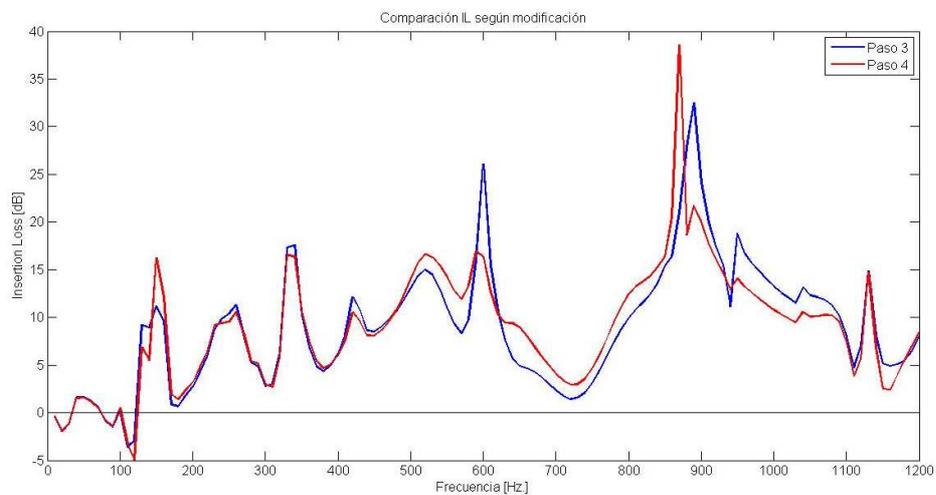


Fig. 58. Modificación en IL producida por el CS al incorporar de resonadores OCT

Por último, y para atenuar el rango de frecuencias de 600 – 800Hz, se inserta una fila de resonadores CIR frente a la primera fila de dispersores (Fig. 59). Estos resonadores están calculados para una frecuencia de resonancia situada alrededor de 700 Hz (Tabla 15).

	CIR722
Base o Radio [m]	0,045
Long. Cuello [m]	0,004
Rad. apertura [m]	0,01
Sup. Cuello [m ²]	0,00008
Sup. Cuerpo [m ²]	0,006362
Le. [m]	0,018
Le.min. [m]	0,017
Le.máx. [m]	0,021
Frecuencia [Hz]	722,1
F.máx. [Hz]	743,0
F.min. [Hz]	668,5

Tabla 15. Datos teóricos de resonadores CIR incorporados.

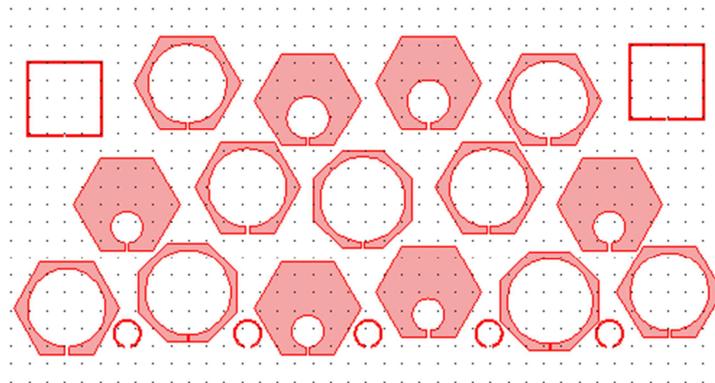


Fig. 59. Incorporación de elementos resonadores CIR en el frente del CS.

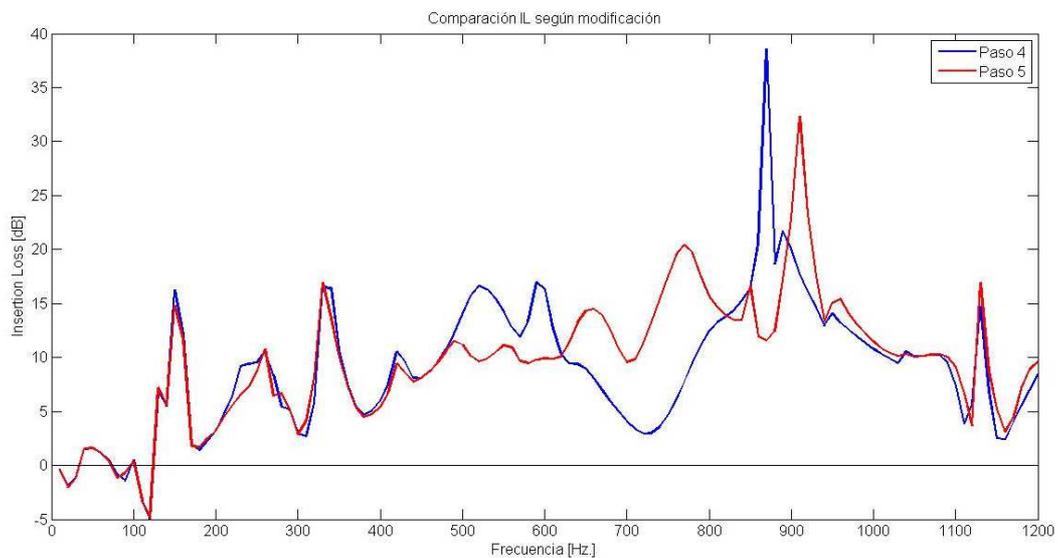


Fig. 60. Modificación en IL producida por incorporación de resonadores CIR.

Con este último cambio se consigue una aumentar el espectro en el rango señalado y se crea un BC completo de 10 dB en el rango de 400-1000 Hz. Para las frecuencias por debajo de 400 Hz, es difícil atenuar el sonido mediante difracción Bragg, ya que requiere de una separación entre planos del cristal mucho mayor y, consecuentemente, aumenta el ancho del dispositivo (actualmente de 80 cm.).

En la tabla inferior se puede ver los datos de atenuación correspondientes a cada modificación, y como se ha mejorado el espectro con cada una de ellas. Por último, (Fig. 61), se compara la atenuación producida por este dispositivo con una barrera acústica tradicional de características similares a la del CS obtenido y con un CS compuesto por cilindros de sección maciza (sin cavidad resonante).

Red	AA [dB Hz.]	Promedio	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv. Est.
HEX0`	987,8	0,82315	8,259	6,161	1,3405
Paso 1	1.023,1	0,85258	8,570	5,526	1,5509
Paso 2	1.063,0	0,88583	8,900	5,810	1,5319
Paso 3	1.063,1	0,88592	8,891	6,402	1,3887
Paso 4	1.069,3	0,89108	8,945	6,112	1,4634
Paso 5	1.144,9	0,95408	9,580	5,821	1,6458

Tabla 16. Datos de atenuación de las modificaciones realizadas.

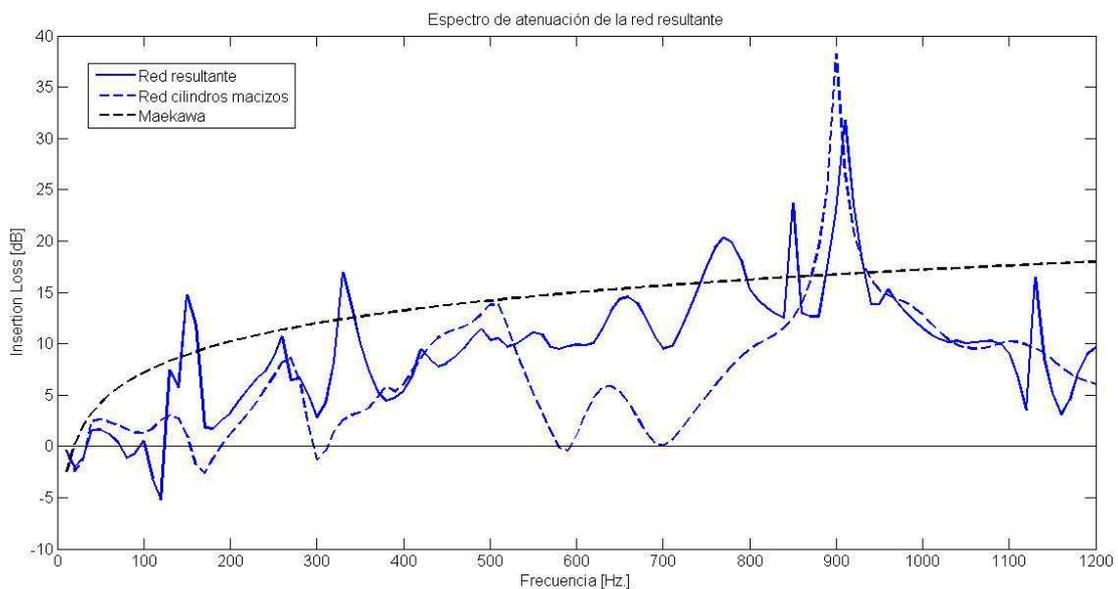


Fig. 61. Espectro de atenuación de la red resultante.

Red	AA [dB Hz.]	Promedio	Media (dB)	Desv. Est. (dB)	Media/Desv. Est.
Red resultante	1.144,9	0,95408	9,580	5,821	1,6458
Red cilindros macizos	859	0,716	7,179	6,333	1,134

Tabla 16. Datos de atenuación CS resultante y CS cilindros macizos.

VII. CONCLUSIONES.

En el presente trabajo se ha estudiado, por una parte, cómo influye en la dispersión del sonido la forma geométrica y la orientación que presentan diferentes elementos dispersores y resonadores respecto al frente de ondas incidente. Posteriormente, estos elementos se han empleado para configurar distintos CS. Por otra parte, se ha estudiado la atenuación que producen los distintos CS configurados si se modifica la posición y orientación de los elementos que lo componen, bien sean elementos dispersores o resonadores. Por último, se ha empleado los datos obtenidos para configurar un CS que presenta un espectro de atenuación constante a bajas frecuencias (0-1200 Hz), consiguiendo un dispositivo con 9,6 dB de atenuación media.

Las conclusiones más importantes que se desprenden de los estudios realizados son las siguientes:

- En el análisis de la dispersión que produce un elemento dispersor en función de su orientación respecto al frente de ondas incidente, se ha demostrado la importancia de la simetría axial de la geometría del elemento para frecuencias superiores a 300 Hz, presentando un patrón de dispersión más regular cuanto mayor simetría presenta el elemento.
- La importancia de la orientación del elemento también se demuestra en el análisis de la atenuación que producen las diferentes redes de dispersores estudiadas. En las figuras de este apartado (V3 y V4) se puede ver que existe una diferencia de atenuación notable dependiendo de la orientación de los elementos que componen la red. Esta diferencia es más notable en la segunda frecuencia Bragg y va disminuyendo a medida que se aumenta la simetría axial de los elementos.
- En todas las redes estudiadas, los BG que aparecen coinciden con las frecuencias de difracción Bragg predichas por la teoría y además, el hecho de incorporar elementos resonadores no altera el fenómeno de dispersión múltiple.
- Se ha demostrado también que puede modificarse el espectro de atenuación de una red sin alterar la frecuencia central de los picos de atenuación Bragg. Esto se ha conseguido mediante la variación de la posición de los elementos que componen una red, siempre y cuando estos movimientos se produzcan dentro de la celda unidad del elemento.
- Por último, hay que resaltar que resulta complicado modificar el espectro de atenuación por debajo de 100 Hz, ya que esto requiere de resonadores de gran tamaño, que no pueden ser incorporados en la red obtenida por modificar sustancialmente la anchura de esta.

En este sentido, las posibles líneas de futura investigación podrían estar enfocadas hacia el estudio e incorporación de nuevos mecanismos de atenuación que permitan desarrollar un CS con atenuación completa, incluso por debajo de 150Hz, o a aumentar la atenuación media del cristal.

AGRADECIMIENTOS.

Me gustaría mostrar mi agradecimiento más sincero a mis tutores, Juan Antonio Martínez Mora y Juan Vicente Sánchez Pérez, por animarme a realizar este trabajo y por todo el apoyo y dedicación mostrados durante el proyecto, pues sin ellos, estoy más que seguro no habría sido posible.

A mi familia, los que están y los que no, y en especial a ti por haber estado siempre cerca.

BIBLIOGRAFÍA.

- [1] Kittel, C. – “*Introduction to Solid State Physics*” – 8ª Ed. (2004)
- [2] Patterson, J. y Bailey, B. – “*Solid-State Physics. Introduction to the Theory*” (2005)
- [3] Kinsler L.E., Frey A. R., Coppens A. B., and Sanders J.V. – “*Fundamentals of acoustics*” – 3rd Edn. Ed. Wiley, Nueva York, 1982.
- [4] Harris, C..M. – “*Manual de medidas acústicas y control de ruido. Tema 2: Propagación del sonido al aire libre*” – Ed. McGraw Hill. (1995)
- [5] ISO 9613/2 – “*Acoustics: Attenuation of sound during propagation outdoors. General method calculation.*”
- [6] ANSI S12.8-1987 – “*Methods for the determination of insertion loss of outdoor noise barriers.*” American National Standards Institute, Nueva York, 1987.
- [7] Sociedad Española de Acústica (SEA) – “*Acústica ambiental: Análisis, legislación y soluciones*”.
- [8] Kurze, U. – “*Noise Reduction by barriers*” (1973) – J. Acoust. Soc. Am., Vol. 55, No 3, March 1974.
- [9] Howe, M.S. y Baumann, H.D. – “*Noise and Vibration Control Engineering*” – editado por L. L. Beranek y I. L. Ver (Wiley, New York, 1992).
- [10] Darrell W. Pepper, Juan C. Heinrich. “*The Finite Element Method: Basic Concepts and Applications*”. Hemisphere Publishing Corp. (1992)
- [11] Zienkiewicz, O., Taylor, R., “*El método de los elementos finitos*” 6ª Ed. – 2010.
- [12] COMSOL Multiphysics Modeling Guide. Versión Comsol 3.5a - Nov.2008.
- [13] Yablonovich, E. “*Photonic cristals: Semiconductors of light*” Scientific American, Inc. Diciembre 2001.
- [14] J. V. Sánchez-Pérez – “*Cristales de sonido basados en estructuras minimalistas*”. Tesis. Universidad Politécnica de Valencia. 1997.
- [15] V. Romero García “*On the control of propagating acoustic waves in sonic crystals: analytical, numerical and optimization techniques*”. Tesis. Universidad Politécnica de Valencia. 2010.
- [16] E. Fuster-García, V. Romero-García, J. V. Sánchez-Pérez, and L. M. García-Raffi – Appl. Phys. Lett. 90, 244104 (2007)
- [17] S. Castiñeira-Ibáñez, V. Romero-García, J. V. Sánchez-Pérez and L. M. Garcia-Raffi - EPL, 92 (2010)
- [18] V. Romero-García, J. V. Sánchez-Pérez, and L. M. Garcia-Raffi – Journal of applied physics 110, 014904 (2011)
- [19] L-Y Wu and L-W Chen - J. Phys. D: Appl. Phys. 43 (2010) 055401
- [20] Krynkin et al. “*Periodic array of scatterers above ground*” J. Acoust. Soc. Am., Vol. 130, No. 6, December 2011

- [21] Sanchez-Perez et al. “*Acoustic barriers based on periodic arrays of scatterers*” - Appl. Phys. Lett., Vol. 81, No. 27, 30 December 2002.
- [22] L. Zhong et al “*Effects of orientation and symmetry of rods on the complete acoustic band gap in two-dimensional periodic solid/gas systems*”. - Physics Letters A 339 (2005) 164–170.
- [23] Jinqiang Li et al.: “*Wave Propagation in Disordered Piezoelectric Phononic Crystals*”. Acta. Vol. 21, No. 6.
- [24] J.M. Herrero et al. “*Optimization of sonic crystal attenuation properties by ev-MOGA multiobjective evolutionary algorithm*”. Struct Multidisc Optim (2009) 39:203–215. DOI 10.1007/s00158-008-0323-7.
- [25] Bin Wu et al.: “*Phononic Band Gaps in Two-dimensional Hybrid Triangular Lattice*” Acta Mechanica Solida Sinica, Vol. 23, No. 3, June, 2010.
- [26] Koussa, Defrance, Jean, Blanc-Benon “*Optimization of low height sonic crystal noise barriers*” EURONOISE 2012 - 10–13 June, Prague
- [27] Maekawa, Z. “*Noise reduction by screens*” Enero 1968.
- [28] UNE-ISO 1996-1 “*Descripción medición y evaluación del ruido ambiental. Parte 1: Magnitudes básicas y métodos de evaluación*” Junio 2005.
- [29] UNE-ISO 1996-2 “*Descripción medición y evaluación del ruido ambiental. Parte 2: determinación de los niveles de ruido ambiental*” Junio 2009.
- [30] Swallowe, G., Elford, D. Kusmartsev, F, Calmers, L. “*Attenuators, arrangements of attenuators, acoustic barriers and methods for constructing acoustic barriers*”. Patente internacional nº G10K/11/172 (2006.01).
- [31] Sánchez Pérez, JV., Martínez Sala, R. Rubio Michavila, C. Derqui Zaragoza, M. “*Pantalla acústica*” Patente Española nº P 200200398 X
- [32] Sánchez Pérez, JV., Garcia Raffi, L.M., Romero Garcia, V. “*Pantalla acústica*” Patente española nº P 200908074.
- [33] Attenborough, K., Taherzadeh, S., Krynkin, A., Umnova, O. “*Sonic crystal noise barrier*” Patente internacional nº E01F 8/00 (2006.01) G10K 11/172 (2006.01).

ANEXOS

A.1. Método de los Elementos Finitos.

Los métodos numéricos han adquirido en la actualidad una importancia notable como técnica para la resolución de problemas complejos en diferentes campos de la ingeniería y de la física como la ingeniería mecánica o nuclear, biomedicina, hidrodinámica, acústica, etc., donde históricamente no existía la posibilidad de resolver problemas gobernados por ecuaciones diferenciales mediante métodos matemáticos o analíticos tradicionales, si no era por medio de simplificaciones sobre la geometría o las dimensiones del problema, que, por otra parte, no podían realizarse en la mayoría de los casos.

El método de los elementos finitos (del inglés: Finite Element Method, FEM) es un método numérico para la resolución de problemas gobernados por ecuaciones diferenciales que presenta la ventaja de convertir un problema diferencial en uno algebraico por medio de la discretización de un modelo continuo en conjuntos de elementos interconectados entre sí.

FEM es un método de aproximación de un problema continuo con infinitos grados de libertad y regido por ecuaciones diferenciales a un modelo discreto con un número finito de grados de libertad y regido por un sistema de ecuaciones que pueden ser o no lineales.

El proceso para convertir un problema continuo en uno discreto y obtener la solución versa de la siguiente forma:

1. El modelo continuo se divide, se discretiza, en un número finito subdominios, llamados elementos finitos. Estos elementos no se solapan entre si y cada elemento se conecta con sus adyacentes por medio de nodos o puntos nodales, de modo que cada lado de un elemento o es un lado de otro elemento o es un lado de el contorno del dominio. Este conjunto de elementos y nodos se denomina malla de elementos finitos. Es importante definir adecuadamente esta malla (tipo, tamaño y número de elementos en los que se divide el modelo continuo) si se quiere obtener una solución aproximada adecuada a la solución exacta del modelo continuo.
2. Cada nodo de la malla representa una incógnita fundamental del problema o grados de libertad. Si se plantea para cada subdominio la ecuación diferencial que rige el comportamiento del modelo continuo, se obtienen las fórmulas que relacionan el comportamiento en el interior del subdominio con de cada punto nodal de este subdominio. Este paso se lleva a cabo por medio de las funciones de forma o funciones de interpolación, que generan el valor del subdominio a partir del valor de sus puntos nodales.
3. Con los resultados obtenidos a partir de las funciones de forma, se obtiene la matriz que define el comportamiento de cada elemento (matriz de rigidez elemental) y mediante el

ensamblaje de cada matriz elemental se obtiene una matriz global (matriz de rigidez global).

4. Se imponen las condiciones de contorno que correspondan a cada caso y se resuelve el sistema de ecuaciones. Los valores obtenidos representan la solución a cada punto nodal del mallado.
5. Por último, se calculan los valores de puntos no coincidentes con nodos a partir del valor obtenido para cada punto del mallado.

Como se ha comentado anteriormente, el FEM es un método para cálculo aproximado de problemas gobernados por ecuaciones diferenciales, resolviendo estas mediante la discretización de un modelo continuo y por tanto hay que tener en cuenta que se introducen errores en el cálculo de la solución. Estos errores pueden producirse en el proceso de modelización del problema, en el proceso de discretización y en el proceso de cálculo de la solución aproximada. Por tanto, del control del error introducido en todo el proceso dependerá la valía de los resultados obtenidos.

Para la implementación del FEM a problemas físicos, debido a la gran complejidad y cantidad de ecuaciones a resolver que presentan estos problemas, sobretodo en casos de 2D y 3D, es necesario el uso de programas informáticos.

Existe una gran variedad de programas que implementan este método, pero en concreto, en el presente trabajo se ha utilizado el software *Comsol Multiphysics* en su versión 3.5a. Este programa permite abordar todo el proceso, desde la modelización hasta la resolución del problema, y cuenta con diferentes plantillas e interfaces de usuario predefinidas y configuradas con las ecuaciones y variables específicas para diferentes ramas de la física, entre las que se encuentra la acústica.

El proceso para la resolución de un problema mediante este software puede resumirse del siguiente modo:

1. Elección del régimen de estudio: Dependiendo del tipo de problema que se pretende resolver existen diferentes tipos de análisis. En el caso que nos ocupa, el módulo de acústica de *Comsol* nos permite realizar un análisis modal, de frecuencias propias, análisis armónico temporal o transitorio.
2. Definición de la geometría del modelo continuo: este paso se podrá realizar desde la propia interfaz del programa, mediante las herramientas de dibujo que implementa, o importar una geometría realizada con un programa externo de diseño asistido por ordenador (CAD).
3. Definición de las propiedades físicas y de los materiales: una vez definida la geometría del problema, hay que definir las propiedades y materiales de cada objeto, que puede realizarse directamente desde la base de datos que incorpora el programa.
4. Introducción de las condiciones de contorno: a continuación se definen las diferentes condiciones de contorno que rigen el problema físico representado y se aplican directamente sobre los contornos de los diferentes objetos generados. Estas pueden

- especificarse mediante las diferentes opciones que permite el programa para cada tipo de problema.
5. Introducción de cargas: el siguiente paso a realizar es definir las fuentes existentes en el problema.
 6. Mallado: en este paso se realiza la discretización del problema, dividiendo la geometría generada en un conjunto de elementos finitos. *Comsol* dispone de aplicaciones para realizar el mallado de forma automática o realizar un mallado con las especificaciones del usuario. La elección de un mallado adecuado determinará la exactitud de la solución calculada.
 7. Resolución del problema: una vez definido el tipo de mallado que se empleará, se configura el tipo de cálculo a realizar por el programa y se aplica el FEM para la resolución de forma iterativa del problema. El coste computacional de este proceso dependerá del tipo de mallado y del tipo de solución requerida.
 8. Análisis y post-procesado: finalizado el cálculo, es posible representar gráficamente distintas variables, bien sean variables predefinidas que presenta el programa o variables definidas por el propio usuario.

A.2. *Comsol*

COMSOL Multiphysics es un paquete de software de análisis y resolución por elementos finitos para varias aplicaciones físicas y de ingeniería, especialmente fenómenos acoplados, o multifísicos. Este programa provee al usuario de una serie de modos de aplicación con plantillas predefinidas e interfaces configuradas con las ecuaciones y variables específicas para distintas áreas de la física y la ingeniería, como mecánica estructural, acústica, electromagnetismo, transferencia de calor, etc.

En el ámbito del trabajo que se presenta, donde se pretende estudiar la atenuación acústica producida por cristales de sonido, se emplea el módulo de acústica, que incorpora submódulos para el análisis de diferentes tipos de aplicaciones (acústica de presión, aeroacústica, interacción acústico-estructural, deformación plana, etc.).

A.2.1. *Módulo de acústica*

El módulo de acústica de Comsol es un paquete de interfaces de usuario personalizadas y funciones optimizadas para el análisis y resolución de problemas en el campo de la acústica, interacción acústico-estructural, y vibración.

En este módulo se estudia la propagación de ondas acústicas a través de fluidos y sólidos por medio de distintos tipos de análisis, como por ejemplo, el análisis armónico-temporal, análisis de frecuencias propias, análisis modal y análisis transitorio para problemas acústicos en fluidos, o análisis estático, transitorio, de frecuencias propias y de respuesta en frecuencia para problemas acústicos en sólidos.

Todos los tipos de análisis pueden realizarse tanto en 2D como en 3D. En 2D, el módulo acústico también ofrece modos de aplicación para problemas con simetría plana, y modos de aplicación axis-simétrica para problemas con simetría de rotación.

Dentro del módulo acústico se pueden encontrar diferentes submódulos enfocados a resolver problemas en distintos campos de la acústica, como por ejemplo en aeroacústica, acústica de presión, o interacción acústico-estructural, como pueden ser problemas de radiación de fuentes, de dispersión, acoplamiento entre fluidos y estructuras, problemas de vibraciones, etc.

A.2.2. Módulo de presión acústica (acpr).

En el campo de estudio de este trabajo, se emplea el submódulo de acústica de presión, donde la variable dependiente que se utiliza para modelar el campo acústico es la presión acústica, p , y es adecuado para modelar fenómenos acústicos que no implican flujo de fluido.

Este submódulo del programa permite realizar cuatro tipos de análisis:

- Análisis transitorio.
- Análisis armónico – temporal.
- Análisis de frecuencias propias.
- Análisis modal.

De todos ellos, es de interés, el análisis armónico – temporal, ya que permite realizar un barrido frecuencial en un problema. A continuación se detallan las características de este tipo de análisis.

Análisis armónico-temporal

El comportamiento de las ondas de sonido en un medio sin pérdidas se rige por la siguiente ecuación para la presión acústica, p :

$$\frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho_0} (\nabla p - q) \right) = Q \quad (2.1)$$

donde, ρ_0 , representa la densidad del medio (kg/m^3) y c la velocidad del sonido en el medio (m/s). Q ($1/s^2$) y q (N/m^3) representan la fuente monopolo y dipolo respectivamente, ambas opcionales.

En el caso de una onda armónica, la presión varía con el tiempo de forma que:

$$p(x, t) = p(x)e^{i\omega t} \quad (2.2)$$

donde $\omega = 2\pi f$ (rad/s), representa la velocidad angular, y f (Hz) la frecuencia.

Si se asume esta misma dependencia armónica para el término fuente, la ecuación de onda anterior queda reducida a la ecuación de Helmholtz inhomogénea, de la siguiente forma:

$$\nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho_0} (\nabla p - q) \right) - \frac{\omega^2 p}{\rho_0 c^2} = Q \quad (2.3)$$

Con esta formulación, se puede calcular la respuesta en frecuencia utilizando el resolvidor paramétrico para realizar un barrido frecuencial mediante una carga armónica.

En la formulación del campo dispersado (*scattered field*) la expresión por defecto para la onda incidente es una onda plana viajando en la dirección X:

$$p_i(r) = e^{-ikx} \quad (2.4)$$

donde, $k=\omega/c$, es el número de ondas.

Variables escalares de la aplicación

Existen unas variables escalares predefinidas en todos los módulos que incorpora el software de Comsol. Cada variable utilizada en el modelo se escribe acompañada de un apéndice que informa sobre el modelo al que pertenece. En concreto, en el módulo de presión acústica las variables pertenecientes a este modo vienen acompañadas por “_acpr” y por defecto son las siguientes:

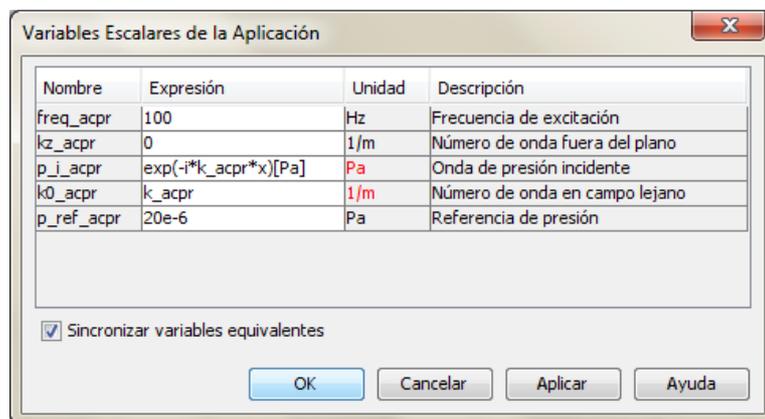


Fig. 62. Variables escalares en módulo de acústica de presión “acpr”

Configuración del dominio y subdominio.

Una vez elegido el módulo y el tipo de análisis a utilizar en las simulaciones, hay que definir el modelo que se emplea en las mismas.

Como primer paso, se debe introducir una geometría que defina el modelo y esto se puede hacer bien mediante las diferentes herramientas que incorpora el programa o bien importando una geometría creada en un programa de dibujo asistido externo a Comsol (p. ej. Autocad).

Una vez hecho esto, hay que especificar las propiedades acústicas del modelo, es decir, la definición del medio y de las fuentes. Para esto, el programa incorpora herramientas que permiten introducir las características del dominio y subdominios existentes en la geometría del problema. Mediante estas herramientas se puede especificar la densidad y la velocidad del sonido de cada medio, así como las características de las fuentes dipolo y monopolo, en el caso que proceda. Además el programa incorpora una biblioteca predefinida de materiales que facilita esta operación.

Condiciones de contorno

El modulo de presión acústica incorpora diferentes condiciones de contorno, aunque en los modelos simulados en este trabajo únicamente se emplean dos:

- Contorno duro o condición de Newmann (*Sound-hard boudary*): es aquella donde la componente normal de la velocidad de partícula se desvanece. Debido a que no existe velocidad en el desplazamiento, esta condición es equivalente a una aceleración normal de partícula igual a cero.

$$n \cdot \left(\frac{1}{\rho_0} (\nabla p - q) \right) = 0 \quad (2.5)$$

- Condición de radiación (*Radiation boundary condition*): es aquella que permite a una onda salir del dominio modelado con reflejos mínimos o nulos. Al especificar esta condición de contorno existe la posibilidad de elegir entre tres tipos diferentes de ondas en 3D, dos en 2D:
 - Plana
 - Cilíndrica
 - Esférica (Sólo en 3D)

De este modo puede adaptarse la condición a la geometría del dominio modelado. Además, se tiene la opción de incluir una onda incidente.

Esta condición de contorno permite incluir en el dominio una onda plana incidente, $p_0 e^{-ikr}$, definiendo su amplitud y la dirección de propagación de la misma, o una onda incidente igual a la variable escalar, p_i (p_i_acpr para el módulo empleado). Modificando esta variable escalar se podrá elegir el tipo de onda incidente que se adapte al modelo en cuestión.

En el caso de una onda plana armónica, la condición de radiación de onda plana es:

$$n \cdot \left(\frac{1}{\rho_0} (\nabla p - q) \right) + i \frac{k}{\rho_0} p + \frac{i}{2k} \Delta_T p = \left(\frac{i}{2k} \Delta_T p_0 + \frac{ikp_i + n \cdot \nabla p_i}{\rho_0} \right) \quad (2.6)$$

donde, Δ_T en un punto dado del contorno denota el operador de Laplace en el plano tangente a dicho punto.

Estas condiciones de contorno se pueden aplicar fácilmente sobre los bordes del dominio que se especifiquen mediante las herramientas que incorpora el programa para tal fin, en el apartado de ajustes de contorno.

Mallado del dominio

Una malla representa la división de la geometría del modelo continuo en pequeñas unidades de formas simples. En Comsol es posible crear mallas libres, mapeadas, extrudidas, de revolución y de extrusión. El generador de mallas libres es único que se puede utilizar en todo tipo de objetos geométricos y es el que se utiliza en el mallado de los dominios simulados en este trabajo.

Para que la solución calculada tenga una aproximación adecuada a la solución real y para evitar el error de discretización, es necesario elegir bien el tipo y el tamaño del elemento del mallado en función de la mayor frecuencia analizada, ya que proporciona la menor longitud de onda. Para obtener una buena resolución, se necesitan entre 6 y 8 elementos por longitud de onda.

Aunque por defecto, el módulo de acústica de presión realiza el mallado mediante elementos del tipo Lagrange-Cuartico, es posible modificar este parámetro para elegir entre diferentes tipos de elementos finitos para la generación de la malla.

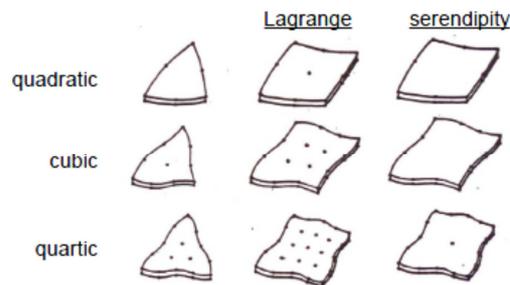


Fig. 63. Diferentes tipos de elementos de mallado en Comsol

El programa incorpora herramientas para generar la malla de forma automática, pero también permite realizar un mallado personalizado. En este caso es necesario definir diferentes parámetros para generar la malla de forma adecuada, de entre los cuales es de interés *el tamaño máximo del elemento* que permite especificar el tamaño máximo permitido para la generación de los elementos finitos. De forma predefinida, este parámetro es la décima parte de la máxima distancia de la geometría a mallar.

Resolución del problema

A la hora de resolver el problema, es necesario definir que tipo de modo de resolución se emplea. El programa incorpora herramientas que permiten elegir entre diferentes modos: estacionario, paramétrico, dependiente del tiempo y de valores propios.

En el caso del resolvidor paramétrico, será necesario especificar el nombre del parámetro, que deberá coincidir con la variable escalar del módulo a la que haga referencia, así como el valor de este parámetro. Mediante este método se puede, por ejemplo, realizar una resolución para frecuencias concretas que sean de interés, o un barrido frecuencial para un rango de frecuencias específico.

A.3 Modelos del electrón libre y cuasi libre

La estructura de bandas de un cristal puede explicarse con el modelo del electrón cuasi libre [1].

En el modelo del electrón libre, se considera que los electrones de conducción de un sólido se mueven de acuerdo a funciones de onda sinusoidales viajeras de amplitud constante ($\Psi(x) = Ae^{ikx}$)

dentro de un potencial (o energía potencial), ϵ , constante, que responde a la solución de la ecuación de Schrödinger independiente en el tiempo (caso unidimensional):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = \epsilon \psi \quad (3.1)$$

Por tanto los valores de energía permitidos para el movimiento de un electrón están distribuidos de forma continua de cero hasta el infinito en una única banda (Fig. 64.a), pero este modelo ignora los efectos debidos a las interacciones entre los electrones y la red periódica.

Por su parte, el modelo del electrón cuasi libre si que tiene en cuenta los efectos que genera la variación periódica de la red en el potencial. En este modelo se considera que el potencial no es constante, sino que varia de forma periódica. Esta periodicidad del potencial modifica las funciones de onda asociadas al movimiento de los electrones de forma que su amplitud, en lugar de ser constante, cambia con el periodo de la red, por tanto la función de onda dependiente del tiempo sería:

$$\psi(x, t) = u_k(x)e^{i(kx - \omega t)} \quad (3.2)$$

Por otra parte, cuando la longitud de onda del electrón corresponde a la periodicidad de la red de iones, los electrones pueden reflejarse en la red de la misma forma que una onda electromagnética se difracta según la ley Bragg.

Al resolver la ecuación de Schrödinger (ec. 3.1) según esta función de onda de este modelo (ec. 3.2), se obtiene una función continua de ϵ donde existen “saltos” (3.3) para ciertos valores del número de onda (k), creando así discontinuidades en los valores de energía permitidos para el movimiento de los electrones (Fig. 64.b). Estas discontinuidades siempre ocurren para valores del número de onda (k) que presentan la siguiente relación (siendo a es la periodicidad de la red):

$$k = \pm \frac{\pi}{a}, \pm \frac{2\pi}{a}, \pm \frac{3\pi}{a}, \dots \quad (3.3)$$

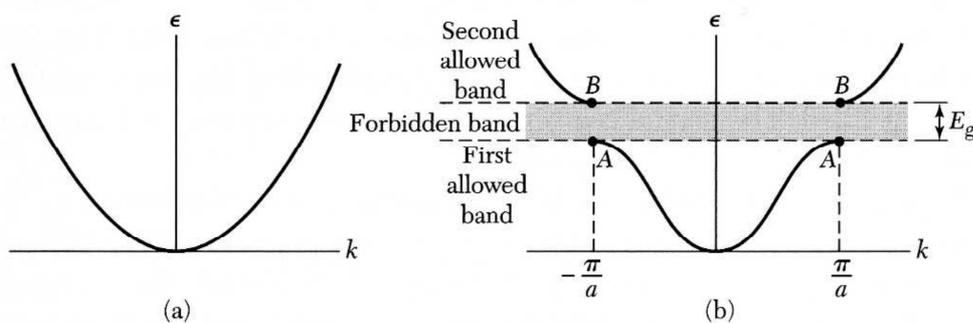


Fig. 64. Relación $\epsilon - k$ para un electrón libre (a) y cuasi libre (b) [1].

A.4. Analogías con cristales fotónicos y cristales fonónicos.

El fenómeno del BG no se da exclusivamente en sólidos cristalinos [13-15], sino que es una propiedad intrínseca de los sistemas periódicos, siempre y cuando el sistema este diseñado en consonancia con las características de la longitud de onda con la que va a interactuar, de forma que tengan lugar los fenómenos de interferencia de ondas. De hecho, en la actualidad existen ejemplos de sistemas periódicos aplicados tanto a ondas electromagnéticas [13] como a ondas acústicas [14 - 26]. Estos dispositivos reciben el nombre de cristales fotónicos y cristales de sonido, respectivamente.

Si en el caso de los sólidos cristalinos el hecho de que exista un BG viene dado por la distribución periódica de la energía potencial, en el caso de los cristales fotónicos existe una distribución periódica de las constantes dieléctricas en los materiales que lo componen de forma que, a semejanza de los electrones en un sólido cristalino, existan estados de propagación prohibidos y permitidos para los fotones.

En este tipo de cristales, el gap aparecerá siempre que exista diferencia entre las constantes dieléctricas que componen el sistema. A diferencia de lo que ocurre en un sólido cristalino, donde la anchura de los picos de difracción Bragg es relativamente pequeña en el dominio de las frecuencias y no puede variarse para un sólido cristalino determinado, en un cristal fotónico dicha anchura se podrá modificar variando las constantes dieléctricas [13-14].

Sin embargo, en estos sistemas deberá tenerse en cuenta la naturaleza vectorial del campo electromagnético ya que un cristal de luz presenta diferentes polarizaciones: magnética o eléctrica. Por tanto, para que exista un BG, es necesario que exista una zona de frecuencias común entre los picos Bragg correspondientes a ambas polarizaciones y en todas las direcciones principales de simetría del cristal. En consecuencia, las condiciones para que exista un BG fotónico completo son más restrictivas.

Otra diferencia que existe con los sólidos cristalinos es que la aparición de bandas prohibidas en cristales fotónicos existirá siempre que haya una modulación adecuada del índice de refracción, y será efectivo para fotones de longitud de onda comparable al periodo de la red, permitiendo crear cristales fotónicos para cualquier longitud de onda (escalabilidad de las soluciones).

En el caso de los cristales de sonido [14], el fenómeno físico que determina la construcción de un cristal para ondas acústicas es la densidad, ρ , al igual que la constante dieléctrica lo es para el campo electromagnético. Se puede definir estos cristales como aquel sistema donde existe una distribución periódica de la densidad y está dimensionado de forma adecuada para interactuar con las dimensiones de longitud de la onda acústica.

Al igual que en el caso de las ondas electromagnéticas, el campo acústico esta gobernado por una teoría escalable, lo que implica que cualquier longitud de onda podrá ser interferida por un cristal de sonido siempre y cuando este sistema presente una periodicidad comparable a la longitud de onda a interferir.

En los CS, al igual que en el resto de sistemas periódicos, el gap completo existirá si existen pseudogaps en las diferentes direcciones principales de simetría y además, estos se solapan. En estos sistemas la obtención del gap acústico es más sencilla que en el caso de los cristales fotónicos debido a que en los CS no existe polarización.