



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Comparativa de misiones interplanetarias con motores de bajo empuje: Estudio de posibles expediciones a 617-Patroclus.

Trabajo Fin de Máster

Máster Universitario en Ingeniería Aeronáutica

AUTOR/A: Macía González, David

Tutor/a: Moraño Fernández, José Antonio

Cotutor/a: Moll López, Santiago Emmanuel

Cotutor/a: Herrero Debón, Alicia

CURSO ACADÉMICO: 2021/2022



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

MÁSTER EN INGENIERÍA AERONÁUTICA

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

---

**ESTUDIO COMPARATIVO DE MOTORES DE BAJO  
IMPULSO PARA MISIONES INTERPLANETARIAS.  
ESTUDIO DEL CASO DE UNA MISIÓN A  
(617)PATROCLUS**



JULIO 2022

*Autor:*

Macía González, David

*Tutores:*

Moraño Fernández, José Antonio

Herrero Debón, Alicia

Moll López, Santiago E.



## **Resumen**

Las misiones espaciales se denominan interplanetarias cuando el trayecto supera la órbita del sistema Tierra-Luna. Este tipo de misiones son tecnológicamente realizables y cada vez más sistematizadas, por ello en los últimos años ha aumentado su número, como por ejemplo Mars 2020, Hope o Tianwen-1, que llegaron casi a la vez a Marte. Estas misiones permiten estudiar mucho más a fondo el sistema solar, o incluso llegar a pensar en la colonización de planetas.

Los vehículos espaciales que permiten llevar a cabo este tipo de misiones precisan de cohetes de combustible químico para salir de la atmósfera terrestre pero una vez alcanzan el espacio exterior, existen diversas posibilidades para propulsar el vehículo, motores químicos, iónicos, velas solares, etc. El objetivo del presente trabajo final de máster se enfoca en realizar un estudio comparativo del comportamiento de cuatro motores diferentes, todos ellos de bajo empuje al realizar misiones interplanetarias. Dos existente SPT-140 y HiPEP, otro vanguardista NEXT y un cuarto futurista VASIMR, cada uno con diferentes características técnicas.

Como aplicación de este análisis comparativo se estudia una misión interplanetaria para la transferencia desde la órbita terrestre al asteroide (617)Patroclus. Este asteroide es un cuerpo celeste de los denominados troyanos de Júpiter, situado en las proximidades del punto de Lagrange L5 de este planeta. El interés de Patroclus se debe principalmente a que durante mucho tiempo se pensó que era uno de los troyanos más grandes de Júpiter, hasta que se descubrió que era un asteroide de tipo binario. Fue el primer asteroide de este tipo descubierto entre los troyanos de Júpiter. Actualmente se denomina Patroclus al mayor de los cuerpos del sistema binario y Moenius al más pequeño. Además de ser binario, su densidad parece ser menor que la del agua, lo que hace pensar que ambos cuerpos tienen un origen más parecido al de un cometa que al de un asteroide. Por todas estas razones, resultaría interesante llevar a cabo una misión de investigación a este asteroide binario, lo que permitiría obtener más información para indagar acerca del origen de estos dos cuerpos celestes.

## ***Abstract***

Space missions are called interplanetary when the path exceeds the orbit of the Earth-Moon system. These types of missions are technologically feasible, so the number of them has increased in the last years, such as Mars 2020, Hope or Tianwen-1. These missions make possible to study the solar system much more thoroughly, or even to think about the colonization of neighboring planets.

The space vehicles that allow to carry out these missions require chemical fuel rockets to leave the Earth's atmosphere. But, once they reach the outer space, there are different several possibilities to impuls the vehicle: chemical and ionic engines, solar sails, etc. The objective of this final master's thesis focuses on carrying out a comparative study of the behavior of four different low-thrust engines on interplanetary missions: two existing thrusters (SPT-140) and (HiPEP), an avant-garde (NEXT) and a third futuristic one (VASIMR), each of them with different technical characteristics.

As an application of this comparative analysis, an interplanetary transfer mission from Earth orbit to the asteroid Patroclus is studied. This asteroid is a celestial body of the so-called Jupiter Trojans, which is located in the vicinity of the Lagrange point L5 of this planet. Patroclus was thought to be one of the largest Trojans on Jupiter until it was discovered it is a binary-type asteroid. In fact, it was the first asteroid of this type discovered between the Jupiter Trojans. Nowadays, Patroclus is the name of the largest body in the binary system and Moenius the smallest one. In addition, its density seems to be lower than that of water, which suggests that both bodies have an origin more similar to that of a comet than an asteroid. This justifies the interest in a research mission to this binary asteroid, to obtain more information about the origin of these celestial bodies.

## **Resum**

Les missions espacials es denominen interplanetàries quan el trajecte supera l'òrbita del sistema Terra-Lluna. Aquest tipus de missions són tecnològicament realitzables, per això en els darrers anys ha augmentat el seu nombre, com ara Mars 2020, Hope o Tianwen-1. Aquestes missions permeten estudiar molt més a fons el sistema solar, o fins i tot arribar a pensar en la colonització de planetes veïns.

Els vehicles espacials que permeten dur a terme aquest tipus de missions necessiten coets de combustible químic per sortir de l'atmosfera terrestre però, un cop arriben a l'espai exterior, hi ha diverses possibilitats per propulsar el vehicle: motors químics, iònics, espelmes solars, etc. L'objectiu del present treball final de màster s'enfoca a realitzar un estudi comparatiu del comportament de quatre motors diferents de baixa empenta al realitzar missions interplanetàries: dues existents (SPT-140) i (HiPEP), un altre avantguardista (NEXT) i un quart futurista (VASIMR), cadascun amb diferents característiques tècniques.

Com a aplicació d'aquesta anàlisi comparativa s'estudia una missió interplanetària de transferència des de l'òrbita terrestre a l'asteroide Patroclus. Aquest asteroide és un cos celeste dels denominats troians de Júpiter, situat a les proximitats del punt de Lagrange L5 d'aquest planeta. L'interès a Patroclus és degut principalment al fet que durant molt de temps es va pensar que era un dels troians més grans de Júpiter, fins que es va descobrir que era un asteroide de tipus binari. Va ser el primer asteroide d'aquest tipus descobert entre els troians de Júpiter. Actualment es denomina Patroclus al major dels cossos del sistema binari i Moenius al més petit. A més de ser binari, la seva densitat sembla ser menor que la de l'aigua, cosa que fa pensar que els dos cossos tenen un origen més semblant al d'un estel que al d'un asteroide. Per totes aquestes raons, resultaria interessant dur a terme una missió de recerca a aquest asteroide binari, cosa que permetria obtenir més informació per indagar sobre l'origen d'aquests dos cossos celestes.

# ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN.....	1
2.	MOTIVACIÓN.....	3
3.	OBJETIVO DEL PROYECTO.....	4
4.	ESTADO DEL ARTE .....	5
4.1.	MISIONES A TROYANOS DE JÚPITER .....	5
4.1.1.	LUCY .....	5
4.1.2.	OKEANOS.....	7
4.2.	PROPULSIÓN DE BAJO EMPUJE.....	8
4.2.1.	ELECTROTÉRMICA .....	8
4.2.2.	ELECTROESTÁTICA.....	8
4.2.3.	ELECROMAGNÉTICA .....	11
4.3.	COMPARACIÓN DE LAS DIFERENTES TECNOLOGÍAS.....	12
5.	FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....	13
5.1.	CONCEPTO DE MECÁNICA ORBITAL.....	13
5.2.	ÓRBITAS PLANETARIAS.....	13
5.2.1.	ELEMENTOS ORBITALES .....	13
5.2.2.	ÓRBITAS DEL SISTEMA SOLAR .....	15
5.3.	EL PROBLEMA DE LOS DOS CUERPOS .....	16
5.3.1.	ECUACIONES DE MOVIMIENTO EN UN MARCO INERCIAL .....	16
5.3.2.	ECUACIONES DE MOVIMIENTO RELATIVO .....	18
5.3.3.	FÓRMULA DE LA ÓRBITA.....	19
5.3.4.	MARCO PERIFOCAL .....	19
5.3.5.	COEFICIENTES DE LAGRANGE.....	20
5.4.	PROBLEMA DE LAMBERT.....	21
5.5.	TRAYECTORIAS INTERPLANETARIAS.....	23
5.5.1.	TRANSFERENCIA DE HOHMANN INTERPLANETARIA.....	23
5.5.2.	OPORTUNIDADES DE ACERCAMIENTO.....	24
5.5.3.	ESFERA DE INFLUENCIA GRAVITACIONAL .....	25
5.5.4.	EFEMÉRIDES PLANETARIAS .....	26
5.6.	MANIOBRAS ORBITALES.....	27
5.6.1.	FÓRMULA DE ROTACIÓN DE RODRIGUES .....	27
5.6.2.	MANIOBRAS ORBITALES NO IMPULSIVAS.....	27
6.	METODOLOGÍA.....	29
6.1.	SISTEMA DE REFERENCIA .....	29
6.2.	EFEMÉRIDES .....	29
6.3.	SOFTWARE.....	30
6.4.	DESARROLLO DEL PROYECTO .....	31

7.	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	33
7.1.	PRIMERA APROXIMACIÓN POR LAMBERT .....	33
7.2.	PRECISIÓN DEL INTEGRADOR VS CRITERIO DE APROXIMACIÓN .....	35
7.3.	ANÁLISIS DE LAS TRAYECTORIAS TIERRA-PATROCLUS .....	36
7.3.1.	CAMBIO DE INCLINACIÓN .....	36
7.3.2.	VASIMR.....	39
7.3.3.	NEXT .....	41
7.3.4.	SPT-140.....	43
7.3.5.	HiPEP .....	44
7.3.6.	COMPARATIVA ENTRE MOTORES ELÉCTRICOS .....	45
7.3.7.	COMPARATIVA ENTRE MOTOR ELÉCTRICO Y QUÍMICO .....	46
7.3.8.	POSIBLE ADAPTACIÓN A LA ÓRBITA DE PATROCLUS .....	47
8.	CONCLUSIONES .....	49
9.	PLIEGO DE CONDICIONES.....	50
9.1.	DERECHOS Y OBLIGACIONES DEL TRABAJADOR .....	50
9.2.	CONDICIONES DEL PUESTO DE TRABAJO .....	50
9.2.1.	SUPERFICIE Y ESPACIO DE TRABAJO.....	50
9.2.2.	SEGURIDAD ESTRUCTURAL .....	50
9.2.3.	DISPOSICIONES MÍNIMAS APLICABLES A LOS EQUIPOS DE TRABAJO.....	50
9.2.4.	ILUMINACIÓN .....	51
9.2.5.	VENTILACIÓN, CALOR Y HUMEDAD.....	51
9.2.6.	RUIDOS .....	51
9.2.7.	PROTECCIÓN FRENTE ELECTRICIDAD ESTÁTICA Y EQUIPOS ELÉCTRICOS .....	52
9.3.	CONDICIONES TÉCNICAS .....	52
9.3.1.	HARDWARE .....	52
9.3.2.	SOFTWARE.....	52
10.	PRESUPUESTO .....	53
10.1.	COSTES DE PERSONAL.....	53
10.2.	COSTES DE EQUIPO Y MATERIAL.....	53
10.3.	COSTES DE PROGRAMAS INFORMÁTICOS.....	54
10.4.	COSTES TOTALES .....	54
	REFERENCIAS.....	56

# ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1. ASTEROIDES TROYANOS EN LA MISMA ÓRBITA QUE JÚPITER. [15]	3
FIGURA 2. SOBREVUELO REALIZADO POR LUCY A LO LARGO DE LOS PRIMEROS 12 AÑOS DE OPERACIÓN. [12]	6
FIGURA 3. EMPUJE FRENTE POTENCIA DEL PROPULSOR NEXT. [23]	9
FIGURA 4. IMPULSO ESPECÍFICO FRENTE POTENCIA DEL PROPULSOR NEXT. [23]	10
FIGURA 5. IMPULSO ESPECÍFICO FRENTE A EMPUJE DEL SPT-140 [26]	11
FIGURA 6. ELEMENTOS ORBITALES DE UN CUERPO ALREDEDOR DEL SOL.	14
FIGURA 7. A) DOS MASAS LOCALIZADAS EN UN MARCO INERCIAL. B) DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE. [29]	17
FIGURA 8. FORMA DE LAS ÓRBITAS EN FUNCIÓN DEL VALOR DE LA EXCENTRICIDAD PARA UN FOCO F Y UNA PERIÁPSIDE P CONSTANTES. [29]	19
FIGURA 9. MARCO PERIFOCAL $pqw$ . [29]	20
FIGURA 10. PROBLEMA DE LAMBERT. [29]	21
FIGURA 11. TRANSFERENCIA DE HOHMANN DESDE EL PLANETA 1 INTERIOR HASTA EL PLANETA 2 EXTERIOR. [29]	23
FIGURA 12. MISIÓN DE SALIDA Y ENCUENTRO CON EL PLANETA 2 [29]	24
FIGURA 13. DISMINUCIÓN DE LA FUERZA DE GRAVEDAD CON LA DISTANCIA A LA SUPERFICIE DE UN PLANETA. [29]	26
FIGURA 14. ÓRBITA PLANETARIA EN UN MARCO DE REFERENCIA HELIOCÉNTRICO ECLÍPTICO [29]	26
FIGURA 15. SISTEMA HELIOCÉNTRICO-ECLÍPTICO: COORDENADAS CARTESIANAS Y ANGULARES [32].	29
FIGURA 16. INTERFAZ GRÁFICA DE HORIZONS. [31]	30
FIGURA 17. GRÁFICA TIPO PORK CHOP EN LA CUAL APARECEN ENFRENTADOS EL TIEMPO DE VUELO EN DÍAS, DELTAV Y LAS FECHAS DE LANZAMIENTO.	33
FIGURA 18. LEYENDA UTILIZADA PARA LA REPRESENTACIÓN DE LAS ÓRBITAS.	40
FIGURA 19. TRAYECTORIA DE LA MANIOBRA NO IMPULSIVA TIERRA-PATROCLUS, 1 MOTOR VASIMR, 50% EMPUJE.	40
FIGURA 20. TRAYECTORIA DE LA MANIOBRA NO IMPULSIVA TIERRA-PATROCLUS, 5 MOTORES NEXT, 100% EMPUJE.	42
FIGURA 21. TRAYECTORIA DE LA MANIOBRA NO IMPULSIVA TIERRA-PATROCLUS, 10 MOTORES NEXT, 100% EMPUJE.	43
FIGURA 22. TRAYECTORIA DE LA MANIOBRA NO IMPULSIVA TIERRA-PATROCLUS, 3 MOTORES HIPEP, 100% EMPUJE.	45
FIGURA 23. GRÁFICA COMPARATIVA DE LOS DIFERENTES MODELOS DE MOTOR ESTUDIADOS Y CADA UNA DE LAS CONFIGURACIONES PROPUESTAS PARA EL TRAYECTO TIERRA-PATROCLUS.	46
FIGURA 24. GRÁFICA COMPARATIVA DE LAS CONFIGURACIONES DE LOS MODELOS DE MOTOR ESTUDIADOS MÁS INTERESANTES Y EL MOTOR QUÍMICO ESTUDIADO PARA EL TRAYECTO TIERRA-PATROCLUS.	47
FIGURA 25. TRAYECTORIA DE LA MANIOBRA NO IMPULSIVA TIERRA-PATROCLUS, 3 MOTORES HIPEP, 100% EMPUJE. EN LÍNEA NEGRA DISCONTINUA LA ÓRBITA SEGUIDA POR LA NAVE TRAS APLICARSE $\Delta V$ PARA ACOMPAÑAR A PATROCLUS EN SU ÓRBITA ALREDEDOR DEL SOL.	48

# ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. TABLA RESUMEN DEL ITINERARIO DE LUCY [12].	6
TABLA 2. PROPIEDADES DEL SISTEMA PROPULSIVO DE LUCY. [18]	7
TABLA 3. TABLA COMPARATIVA DE DIFERENTES OPCIONES DE PROPULSIÓN ESPACIAL. [18] [20] [22] [26] [28].	12
TABLA 4. VALORES DE INCLINACIÓN, EXCENTRICIDAD Y PERIODO ORBITAL DE LOS PLANETAS DEL SISTEMA SOLAR Y PATROCLUS [16].	15
TABLA 5. VALORES OBTENIDOS TRAS LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE LAMBERT PARA UNA TRANSFERENCIA ORBITAL DESDE LA TIERRA HASTA PATROCLUS.	34
TABLA 6. $\Delta MP/M$ RESULTANTES DE LAS APROXIMACIONES POR EL PROBLEMA DE LAMBERT.	35
TABLA 7. PORCENTAJE DE ERROR ENTRE LA POSICIÓN DE LA NAVE Y DE PATROCLUS EN LAS DIRECCIONES X, Y Y Z EN EL FINAL DE LA TRAYECTORIA.	36
TABLA 8. VECTORES POSICIÓN Y VELOCIDAD DE PATROCLUS. 21/10/2025 07:35:50.	37
TABLA 9. VECTORES DE POSICIÓN UNITARIOS EQUIVALENTES PARA LA TIERRA Y PATROCLUS.	37
TABLA 10. VECTORES POSICIÓN Y VELOCIDAD DE TIERRA. 25/10/2022.	38
TABLA 11. VECTOR VELOCIDAD NECESARIO EN LA NAVE PARA ORBITAR EN EL MISMO PLANO QUE PATROCLUS.	38
TABLA 12. VALORES DE $\Delta V$ Y $\Delta MP/M$ REQUERIDOS PARA EL CAMBIO DE INCLINACIÓN .	38
TABLA 13. TABLA DE RESULTADOS 1, VASIMR.	39
TABLA 14. TABLA DE RESULTADOS 2, VASIMR.	39
TABLA 15. TABLA DE RESULTADOS 1, NEXT.	41
TABLA 16. TABLA DE RESULTADOS 2, NEXT.	41
TABLA 17. TABLA DE RESULTADOS 1, SPT-140.	43
TABLA 18. TABLA DE RESULTADOS 2, SPT-140.	43
TABLA 19. TABLA DE RESULTADOS 1, HIPEP.	44
TABLA 20. TABLA DE RESULTADOS 2, HIPEP.	44
TABLA 21. VALORES DE $\Delta V$ NECESARIOS PARA ADAPTAR LA NAVE A LA ÓRBITA DE PATROCLUS Y VARIACIÓN DE COMBUSTIBLE ADIMENSIONALIZADA TENIENDO EN CUENTA ESTA MANIOBRA. ....	48
TABLA 22. COSTES DEBIDOS AL PERSONAL NECESARIO PARA EL DESARROLLO DEL PRODUCTO.	53
TABLA 23. COSTES DEBIDOS AL EQUIPO, CONSUMO ENERGÉTICO Y MATERIAL DE OFICINA.	54
TABLA 24. COSTES DEBIDOS A LA COMPRA DE LICENCIAS NECESARIAS.	54



## 1. INTRODUCCIÓN

Desde tiempos muy antiguos la idea de conseguir viajar al espacio ha estado presente. En tiempos romanos fue el filósofo Plutarco quien relataba la leyenda de que existía un pueblo que conocía el camino a la Luna, en *De Facie in Orbe Lunae*. También Luciano de Samosata escribió un relato a cerca de un viaje a la Luna, titulada *Historia verdadera*, donde advertía al lector de que todo era mera fantasía. Durante los 14 siglos posteriores se abandonó cualquier tipo de idea de este tipo debido al dominio de la filosofía cristiana, la cual negaba la posibilidad de otros mundos [1]. Con la revolución astronómica se retomó esta inquietud, así en el siglo XIV, figuras como Copérnico y más tarde, Kepler y Galileo, tomaron un papel muy importante. Posteriormente más escritores y científicos indagaron sobre el tema, pero se basaban en el uso de la imaginación ya que aún no se habían alcanzado las capacidades tecnológicas necesarias. Es en el inicio de la II Guerra Mundial cuando de verdad aparece un punto de inflexión. Con el estallido de la guerra se aceleran las investigaciones en el campo espacial con la intención de buscar aplicaciones militares [2].

Al terminar la guerra, los norteamericanos entre, 1946 y 1952, consiguen lanzar los cohetes V-2, convirtiéndose en los primeros objetos que abandonan la atmósfera terrestre [3]. De forma paralela se presenta en mayo de 1946 el Proyecto RAND, que consistía en un diseño preliminar de lo que sería una nave espacial en órbita [4]. Pese a estos avances existía un gran escepticismo por parte de la comunidad científica, que descalificaba los viajes espaciales.

Fue el 4 de octubre de 1957 cuando Rusia lanza el primer satélite de la historia, Sputnik. Estados Unidos por su parte se vio obligado a desarrollar su propio programa espacial, debido a la situación de guerra fría en la que se encontraba y dando comienzo así a la carrera espacial hacia la Luna. La carrera espacial enfrentó a Estados Unidos y a la Unión Soviética con el objetivo de conquistar el espacio, se desarrolló desde 1957 hasta 1975. Durante este periodo de tiempo la tecnología espacial paso a tomar una relevancia mucho mayor dentro del propio conflicto de guerra fría ya existente, tanto por sus múltiples aplicaciones militares como por el efecto que podría generar sobre la opinión pública de ambos países [5].

La U.R.S.S. tomo la delantera consiguiendo que Yuri Gagarin, el 12 de abril de 1961, se convirtiera en el primer hombre en abandonar la atmósfera, lo que supondría el mayor logro hasta la fecha. Sin embargo, el mayor éxito lo obtienen los estadounidenses cuando el 20 de julio de 1969 el Apolo 11 logra poner un hombre en la Luna. Con este suceso la carrera espacial empezó a perder fuerza, los esfuerzos se centraban ahora en establecer estaciones espaciales en órbita terrestre y a partir de 1975, con el programa Apolo-Soyuz, donde las dos potencias enfrentadas colaboraron, la carrera espacial comienza a caer en el olvido [6]. No obstante, esta no ha sido la única carrera espacial conocida, tras la carrera espacial de la era de la Guerra Fría surgió la carrera espacial asiática, donde los tres países precursores, China, India y Japón competían por cuestiones de seguridad nacional y beneficios comerciales.

En los últimos años se ha dirigido una gran cantidad de recursos a la industria espacial y esto es debido a la carrera espacial que ha surgido en el siglo XXI, la carrera espacial multimillonaria, en la que las empresas privadas juegan un papel fundamental. Donde destacan tres figuras, Jeff Bezos detrás de Blue Origin, generando una gran base industrial para el sector espacial. Richard Branson detrás de Virgin Galactic, invirtiendo en turismo espacial, vuelos espaciales suborbitales y vehículos de bajo costo para lanzamientos orbitales. Y Elon Musk detrás de Space X con el objetivo de poder colonizar Marte [7]. La realidad es que esta nueva carrera espacial tiene una gran variedad de áreas de impacto positivas, que son principalmente, tecnología, exploración, colonización y sostenibilidad [8].

Actualmente los dispositivos de propulsión en el espacio para pequeñas naves espaciales están aumentando rápidamente en número y variedad. Las tecnologías de propulsión de este tipo de

naves generalmente se clasifican como químicas, eléctricas o “propellant-less”. Los sistemas químicos han permitido las maniobras en el espacio desde el inicio de la era espacial, demostrando ser altamente capaces y confiables. Por lo general, estos sistemas se buscan cuando se requieren maniobras rápidas o de gran empuje. Como tal, los sistemas químicos continúan siendo la tecnología de propulsión en el espacio preferida cuando su capacidad de impulso total es suficiente para cumplir con los requisitos de la misión. Por otro lado, la aplicación de dispositivos de propulsión eléctrica ha sido históricamente mucho más limitada. Si bien la propulsión eléctrica puede proporcionar un impulso total de un orden de magnitud mayor que los sistemas químicos, los costos de investigación y desarrollo generalmente han eclipsado los de los sistemas químicos comparables. Por lo tanto, mientras que la capacidad de impulso total de la propulsión eléctrica es generalmente considerable, estos sistemas pueden necesitar funcionar durante cientos o miles de horas, en comparación con los segundos o minutos que necesitan los sistemas químicos para un impulso similar [9].

Los sistemas eléctricos también requieren mucha menos masa propulsora que las naves tradicionales de propulsión química. Además, las misiones en el espacio profundo ya no se verían limitadas por las estrechas ventanas de lanzamiento dictadas por la alineación planetaria. Tradicionalmente, las naves espaciales propulsadas por químicos se mueven de planeta en planeta a medida que viajan, utilizando maniobras de "gravity-assist" en la órbita de cada mundo para aumentar su propia velocidad y "sling-shot" hacia su destino final. Una misión a un cuerpo lejano, por ejemplo, Júpiter o Neptuno, podría llegar directamente a su objetivo previsto, en lugar de "recorrer" los planetas interiores para ayudar a aumentar su velocidad a medida que viaja. Las naves espaciales que utilizan sistemas de propulsión eléctrica, desde motores de iones hasta motores de propulsión de fisión, pueden permitir una serie de futuras misiones interplanetarias, desde estudios de larga duración de Europa y otras lunas jovianas, Plutón y otros cuerpos grandes en el sistema solar exterior, a misiones automatizadas de baja potencia para visitar cometas, asteroides y otros cuerpos más pequeños [10]. La aplicación de un empuje más débil durante periodos de tiempo mayores es lo que se conoce como maniobras no impulsivas. 'No impulsivo' se refiere al impulso que cambia lentamente durante un tiempo prolongado, como en la propulsión de una nave espacial eléctrica.

El objetivo del presente trabajo final de máster es realizar un estudio comparativo entre cuatro diferentes opciones de motores eléctricos de bajo empuje, dos existentes SPT-140 y HiPEP, otro vanguardista NEXT y un cuarto futurista VASIMR para realizar misiones interplanetarias. Como aplicación de este análisis comparativo se estudia una misión interplanetaria de transferencia desde la órbita terrestre al asteroide (617)Patroclus mediante una maniobra no impulsiva. Pudiendo evaluar la efectividad de este tipo de maniobras en viajes espaciales de larga distancia y el comportamiento de cada uno de estos motores.

## 2. MOTIVACIÓN

Los troyanos de Júpiter son un gran grupo de asteroides que comparten órbita con Júpiter alrededor del Sol. Cada troyano se sitúa alrededor de una zona concreta los puntos de Lagrange estables de la órbita de Júpiter. Estas zonas pueden ser L4, que se sitúa 60° por delante de Júpiter, donde se encuentran los asteroides conocidos como griegos, y la L5 donde se sitúan los troyanos, 60° por detrás del planeta [11].

En total se han encontrado alrededor de 10.000 asteroides, entre los que se encuentran 6.000 griegos y 4.000 troyanos aproximadamente. Son considerados fósiles geológicos, estos asteroides pueden dar respuesta a gran cantidad de preguntas acerca de la formación de los planetas y del origen del sistema solar. El estudio de estos asteroides resulta de gran interés, por ejemplo, la NASA introdujo la misión Lucy en el Programa Discovery, con el objetivo de realizar un viaje de 12 años alrededor de 8 asteroides, uno del cinturón principal y 7 troyanos de Júpiter. Lanzada el 16 de octubre de 2021. Todos los encuentros serán de tipo sobrevuelo [12].

A su vez, la agencia espacial japonesa (JAXA) para finales de la década de 2020 ha propuesto la vela solar OKEANOS para análisis, obtención y devolución de muestras de un asteroide troyano [13]. Por tanto, estudiar una maniobra no impulsiva hacia uno de estos asteroides resulta muy interesante, ya que además de poder comparar el trayecto con cuatro motores de generaciones diferentes, permite participar en el estudio de uno de estos asteroides con información de gran importancia a cerca de la formación del sistema solar, complementando las dos misiones comentadas con anterioridad.

Para este análisis comparativo se realizará una órbita de transferencia a Patroclus, que, a su vez, será el último asteroide que será visitado por Lucy. El asteroide seleccionado en cuestión será Patroclus por diferentes motivos. El interés en Patroclus, como se comenta en el resumen, se debe a que fue el primer asteroide de tipo binario en ser descubierto en el cinturón de asteroides de Júpiter, siendo Patroclus el mayor y Moenius el menor. Otra curiosidad a cerca de Patroclus es su densidad, menor que la del agua, por lo que hay dudas de si su origen es más similar al de un cometa que al de un asteroide. Hacer un estudio más detallado de este cuerpo permitiría resolver esta y otras dudas [14].

Por todos estos motivos se ha decidido llevar a cabo el estudio comparativo de los motores en una maniobra no impulsiva desde la Tierra hasta el cinturón de asteroides de Júpiter y más concretamente a Patroclus.

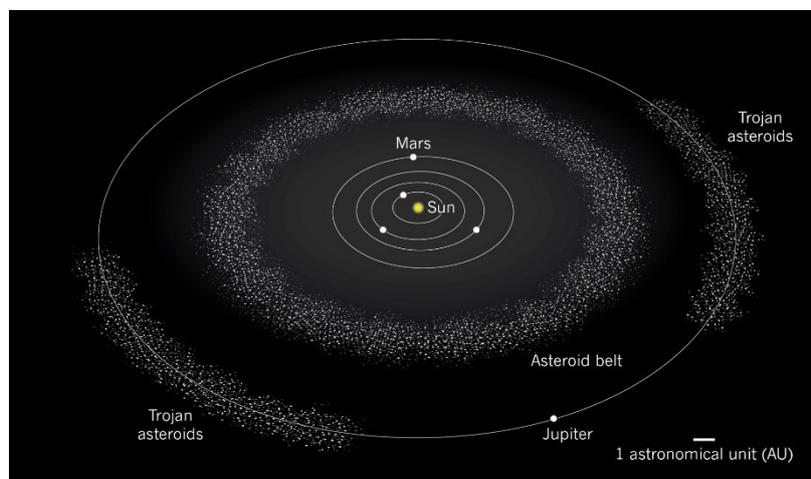


Figura 1. Asteroides troyanos en la misma órbita que Júpiter. [15]

### 3. OBJETIVO DEL PROYECTO

El presente trabajo fin de máster tiene como objetivo estudiar y comparar cuatro opciones de propulsión eléctrica de tres generaciones diferentes durante la ejecución de una maniobra no impulsiva desde la Tierra a Patroclus.

Para llevar a cabo el estudio se procede al desarrollo de un propagador cuya misión será calcular para cada instante de tiempo los vectores velocidad y posición de la nave, así como la masa de esta, al tratarse de una maniobra no impulsiva y por tanto de empuje constante. El propagador calculará estos valores para cada paso temporal a lo largo del viaje de la nave desde la Esfera de Influencia de la Tierra (SOI) hasta Patroclus. Para ello, será necesario un cambio de plano desde la órbita terrestre para que la nave viaje en el mismo plano que lo hace Patroclus, con una inclinación de  $22,06^\circ$  respecto de la eclíptica [16].

Será necesario por tanto analizar en una primera aproximación en que años resulta más interesante y eficiente llevar a cabo el lanzamiento y una vez obtenida esta aproximación, se analizan las diferentes opciones propulsivas a lo largo de diferentes fechas de lanzamiento, encontrando de esta forma gran variedad de soluciones, de entre las cuales se seleccionará la óptima para llevar a cabo la misión. La solución óptima se seleccionará en base al estudio de dos parámetros fundamentales, el tiempo de vuelo y la cantidad de combustible consumida.

## 4. ESTADO DEL ARTE

Como se ha comentado con anterioridad, el objetivo del presente proyecto se basa en la comparativa de misiones interplanetarias con motores de bajo empuje mediante el estudio de posibles expediciones a Patroclus. Por tanto, resulta de gran interés conocer el estado del arte tanto de las misiones centradas en el estudio de este cinturón de asteroides, como de los motores de bajo empuje.

### 4.1. MISIONES A TROYANOS DE JÚPITER

Los troyanos orbitan alrededor del Sol en dos grupos sueltos, un grupo delante de Júpiter en su camino alrededor del Sol y el otro detrás. Agrupados alrededor de los dos puntos de Lagrange equidistantes del Sol y Júpiter, los troyanos son estabilizados por el Sol y su planeta más grande en un acto de equilibrio gravitatorio. Estos cuerpos primitivos contienen pistas vitales para descifrar la historia del sistema solar [12].

A pesar de todo lo descubierto sobre Júpiter se conoce muy poco a cerca de los troyanos. Diferentes sondas espaciales como Pioneer 10, Pioneer 11, los dos Voyagers, Galileo y Juno han devuelto una gran cantidad de datos del sistema joviano. Sin embargo, hasta ahora, la única forma de estudiar los troyanos ha sido desde lejos, con telescopios terrestres y en órbita terrestre [17].

Esta situación está a punto de cambiar, el 4 de enero de 2017 la NASA anunció que Lucy fue seleccionada como una de sus dos próximas misiones dentro del Programa Discovery. El 16 de octubre de 2021 fue lanzada y se prevé que alcanzara la nube de Troya L4 en 2027 [12]. Además, la agencia espacial japonesa ha propuesto la vela solar OKEANOS para fines de la década de 2020, ya sea para analizar un asteroide troyano in situ o para realizar una misión de devolución de muestras. [13]

#### 4.1.1. LUCY

Lucy es la primera misión espacial lanzada para estudiar los asteroides troyanos. Durante su misión principal de 12 años, Lucy explorará un número récord de asteroides, volando por un asteroide del cinturón principal y siete troyanos. Ninguna otra misión espacial en la historia se ha lanzado a tantos destinos diferentes en órbitas independientes alrededor de nuestro Sol.

La misión Lucy lleva el nombre del esqueleto fosilizado de un homínido temprano (antepasado prehumano) descubierto en Etiopía en 1974 y llamado "Lucy" por el equipo de paleoantropólogos que lo descubrió. Así como el fósil de Lucy proporcionó información única sobre la evolución de la humanidad, la misión de Lucy promete revolucionar nuestro conocimiento sobre los orígenes planetarios y la formación del sistema solar, incluida la Tierra.

Lucy se lanzó el 16 de octubre de 2021 desde el Cabo Cañaveral SLC-41 en la variante 401 del vehículo Atlas V, con un coste total de lanzamiento de 148.3 millones de dólares. Tras ejecutar dos asistencias de gravedad desde la Tierra en 2022 y 2024, volará por el asteroide del cinturón principal 52246-Donaldjohanson en 2025. Será en 2027 cuando alcance la nube troyana L4, lo que se conoce como campamento griego, donde sobrevolará 4 asteroides troyanos 15094-Polymele, 11351-Leucus y 21900-Orus. Tras ello, Lucy regresará en 2031 a la Tierra para recibir otra asistencia gravitatoria hacia L5, grupo troyano, donde visitará 617-Patroclus. Una vez en ese punto la misión puede terminar, pero hay opción de extender la misión ya que la nave estará en una órbita estable de 6 años entre L4 y L5. Este caso se dará si la nave espacial permanece operativa durante la duración planificada de 12 años, es probable que la misión se extienda y se dirija a objetivos de asteroides adicionales [12].

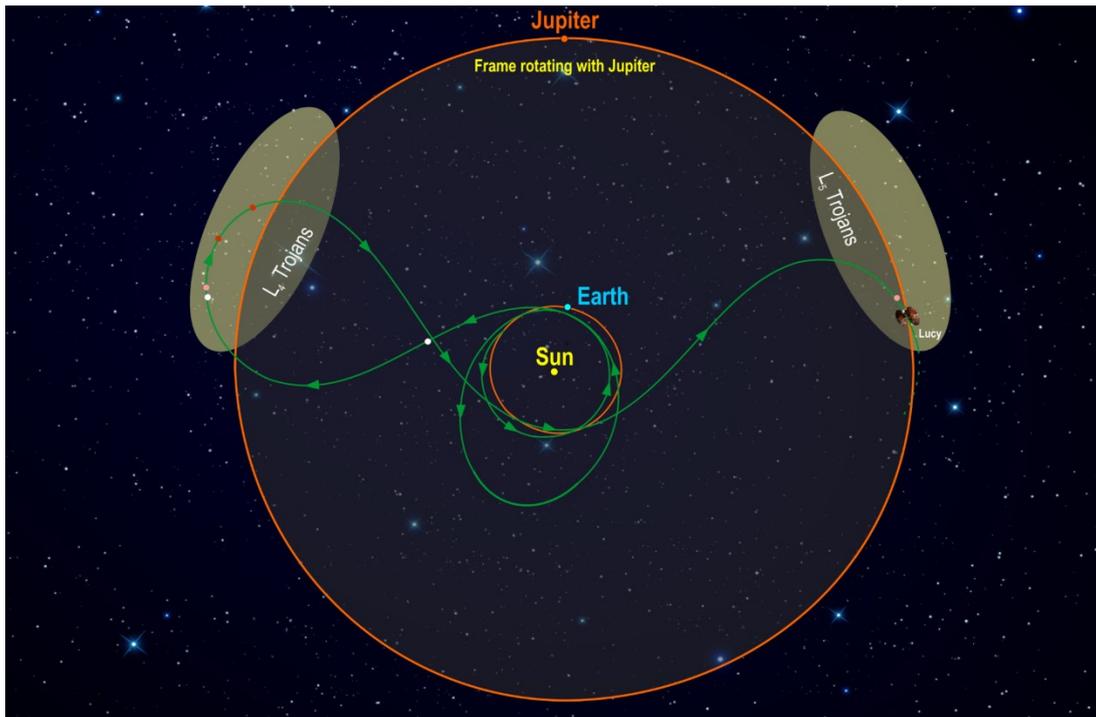


Figura 2. Sobrevuelo realizado por Lucy a lo largo de los primeros 12 años de operación. [12]

Para complementar información sobre el vuelo realizado por Lucy mostrado y comprender completamente el itinerario seguido en la misión, se muestran la Figura 2 y la Tabla 1.

Tabla 1. Tabla resumen del itinerario de Lucy [12].

OBJETIVO	ENCUENTRO	GRUPO DE ASTEROIDES	REFERENCIA EN FIGURA 2
Tierra	16/10/2022	-	Blanco
Tierra	13/12/2024	-	Blanco
Donaldjohanson	20/04/2025	Cinturón principal	Blanco
Eurybates	12/08/2027	L4	Blanco
Polymele	15/10/2027	L4	Rosa
Leucus	18/04/2028	L4	Rojo
Orus	11/11/2028	L4	Rojo
Tierra	26/12/2030	-	Blanco
Patroclus	02/03/2033	L5	Rosa

La carga útil la conforman 3 instrumentos: un generador de imágenes visibles de alta resolución, un espectrómetro de imágenes ópticas y de infrarrojo cercano y un espectrómetro de infrarrojo térmico [12].

En cuanto al sistema propulsivo, Lucy utiliza propulsión química a base de hidracina. Aerojet Rocketdyne proporciona los motores, que incluye ocho propulsores MR-103J y seis propulsores MR-106L.

Tabla 2. Propiedades del sistema propulsivo de Lucy. [18]

MODELO	EMPUJE (N)	ISP (s)	MASA (kg)
MR-103J	1.13	224	0.37
MR-106L	34	235	0.59

Que Lucy utilice propulsión química, es un motivo por el cual resulta interesante el objetivo del presente proyecto, viajar al mismo cinturón de asteroides mediante propulsión eléctrica/iónica.

#### 4.1.2. OKEANOS

OKEANOS ( Oversize Kitecraft for Exploration and Astronautics in the Outer Solar) es una misión de la JAXA, agencia espacial nacional japonesa. Se trata de una misión que demostrará los avances de la tecnología espacial a la vez que tendrá un papel importante en la comprensión del origen y evolución del sistema solar. Es un concepto de misión complementario a Lucy. La misión OKEANOS se estudia de manera conjunta por parte de ingenieros y científicos tanto europeos como japoneses.

Además de permitir conocer el origen del Sistema Solar, permitiría conocer cuál de las hipótesis es correcta a cerca del origen de los propios troyanos: planetesimales remanentes durante la formación de Júpiter, fósiles de bloques de construcción de Júpiter u objetos transneptunianos capturados por migración planetaria.

El concepto de la misión se basa en alcanzar un asteroide troyano de Júpiter mediante una nave propulsada por una vela solar híbrida. La vela cubierta de delgados paneles solares alimentará a su vez un motor de tipo iónico. La propuesta tiene como objetivo realizar un análisis “in situ” de las muestras recogidas mediante contacto directo, o bien, utilizar un módulo de aterrizaje con espectrómetro de masas de alta resolución. Había varias opciones para esta misión, y la más ambiciosa propone recuperar y enviar muestras a la Tierra para investigaciones exhaustivas. Si hubiera sido seleccionada en abril de 2019 para su desarrollo, la nave espacial se habría lanzado en 2026, y podría haber ofrecido cierta sinergia con la nave espacial Lucy que sobrevolará varios troyanos de Júpiter en 2027 [13].

La instrumentación consta de una cámara panorámica (visible e infraroja), un microscopio infrarrojo, magnetómetro, radiómetro térmico y espectrómetro Raman.

El motor de iones utilizado en la misión se llama  $\mu 10$  Hlsp [19]. Con un impulso específico de 3000 segundos, una potencia de 2,5 kW y un empuje máximo de 8 mN, para cada uno de los 4 motores que equipa [20].< Valores que difieren notablemente a los observados en el apartado anterior, veremos que hay diferencias notables entre las características de los motores que propulsan la nave Lucy, OKEANOS y los estudiados para la misión del presente proyecto, presentados más adelante en éste mismo capítulo.

## 4.2. PROPULSIÓN DE BAJO EMPUJE

La propulsión química en el espacio se utiliza cuando se quieren ejecutar maniobras impulsivas de alto empuje. El impulso específico ofrecido es mucho menor que el que puede ofrecer un motor eléctrico, aunque la relación empuje potencia es relativamente mayor. Por tanto, al hablar de propulsión de bajo empuje se hace referencia a motores eléctricos de propulsión espacial.

La propulsión eléctrica en el espacio se refiere a cualquier tipo de propulsión que cambie energía eléctrica por cinética en el espacio. Normalmente la fuente de energía eléctrica en el espacio es la energía solar. La conversión de energía eléctrica a energía cinética se puede llevar a cabo mediante tres métodos: aceleración electrotérmica, electrostática o electromagnética [9].

### 4.2.1. ELECTROTÉRMICA

La electrotermia transforma la energía eléctrica en cinética mediante el aumento de la entalpía de un propulsor. Una vez se ha calentado, se acelera y se expulsa el propelente a través de una tobera convergente-divergente convirtiendo la energía finalmente en energía cinética. El impulso se ve limitado de forma muy similar al de los motores químicos en cuanto a límites de temperatura de trabajo de los materiales, sin embargo, las tecnologías electrotérmicas no tienen los límites de almacenamiento de energía química, lo que permite que el impulso específico sea mayor en sistemas electrotérmicos.

Los dispositivos electrotérmicos se clasifican en tres categorías diferentes, resistojets, arcjets, y propulsores sin electrodos. Los resistojets aumentan la temperatura de un propulsor gaseoso mediante un calentador eléctrico. Los arcjets basan su funcionamiento en un calentamiento óhmico generado por un propulsor iónico, se calientan actuando como una resistencia. Y los propulsores sin electrodos calientan un propelente gaseoso por medio de una descarga acoplada bien por radiación inductiva o capacitiva [9].

### 4.2.2. ELECTROESTÁTICA

También conocida como propulsión eléctrica de emisión de campo (FEEP), utilizan como propulsor metales de bajo punto de fusión. La propulsión eléctrica por emisión de campo es un método de propulsión electrostática basado en la ionización de campo de un metal líquido y la posterior aceleración de los iones por un fuerte campo eléctrico, comúnmente se trata de indio y cesio.

Debido a su empuje muy bajo, en el rango de microneutron ( $\mu\text{N}$ ) a milinewton (mN), los propulsores FEEP se utilizan principalmente para el control de actitud de microradianes y microneutons en naves espaciales. FEEP es actualmente objeto de interés en la comunidad científica, debido a sus características únicas: rango de empuje de  $\mu\text{N}$  a mN, capacidad de encendido/apagado casi instantáneo y capacidad de regulación de alta resolución que permite una modulación precisa del empuje tanto en modo continuo como pulsado.

Actualmente, la base de referencia para misiones científicas a bordo de satélites sin arrastre, este sistema de propulsión también se ha propuesto para el control de actitud y el mantenimiento de la órbita en constelaciones y satélites comerciales pequeños. Se requiere una fuente de electrones separada para mantener la nave espacial eléctricamente neutra. Debido a esto no se consideran sistemas de propulsión primarios. Los sistemas de propulsión primarios son Gridded-ion y Hall-effect.

En los propulsores **Gridded-ion** los iones son acelerados por fuerzas electrostáticas. Los campos eléctricos utilizados para la aceleración son generados por electrodos colocados en el extremo aguas abajo del propulsor. Cada conjunto de electrodos, llamados rejillas o óptica iónica, contiene miles de aberturas coaxiales. Cada conjunto de aperturas actúa como una lente que enfoca eléctricamente los iones a través de la óptica. Los propulsores iónicos de la NASA utilizan un sistema de dos electrodos, en el que el electrodo aguas arriba (llamado rejilla de pantalla) tiene una carga muy positiva y el electrodo aguas abajo (llamado rejilla aceleradora) tiene una carga muy negativa. Dado que los iones se generan en una región de alto positivo y el potencial de la rejilla del acelerador es negativo, los iones son atraídos hacia la rejilla del acelerador y se enfocan fuera de la cámara de descarga a través de las aberturas, creando miles de chorros de iones. La corriente de todos los chorros de iones juntos se llama haz de iones. La fuerza de empuje es la fuerza que existe entre los iones aguas arriba y la rejilla del acelerador. La velocidad de escape de los iones en el haz se basa en el voltaje aplicado a la óptica. Mientras que la velocidad máxima de un cohete químico está limitada por la capacidad térmica de la tobera del cohete, la velocidad máxima del propulsor de iones está limitada por el voltaje que se aplica a la óptica de iones, que en teoría es ilimitada [21].

El propulsor de xenón evolutivo, NEXT, de la NASA es un propulsor de iones en cuadrícula en el que los sistemas de propulsión utilizan electricidad para acelerar el propulsor de xenón a velocidades de hasta 90 000 mph (145 000 km/h o 40 km/s). NEXT puede producir una potencia de propulsión de 6,9 kW y un empuje de 236 mN . Puede reducirse a 0,5 kW de potencia y tiene un impulso específico de 4190 segundos. Se proyecta que NEXT sea unas tres veces más potente que el NSTAR, su predecesor. El propulsor NEXT ha demostrado un impulso total de 17 MN·s, que es el impulso total más alto jamás demostrado por un propulsor de iones. Un área de extracción de haz 1,6 veces mayor que la de NSTAR permite una mayor potencia de entrada del propulsor mientras mantiene bajos voltajes y densidades de corriente de iones, lo que mantiene la longevidad del propulsor [22].

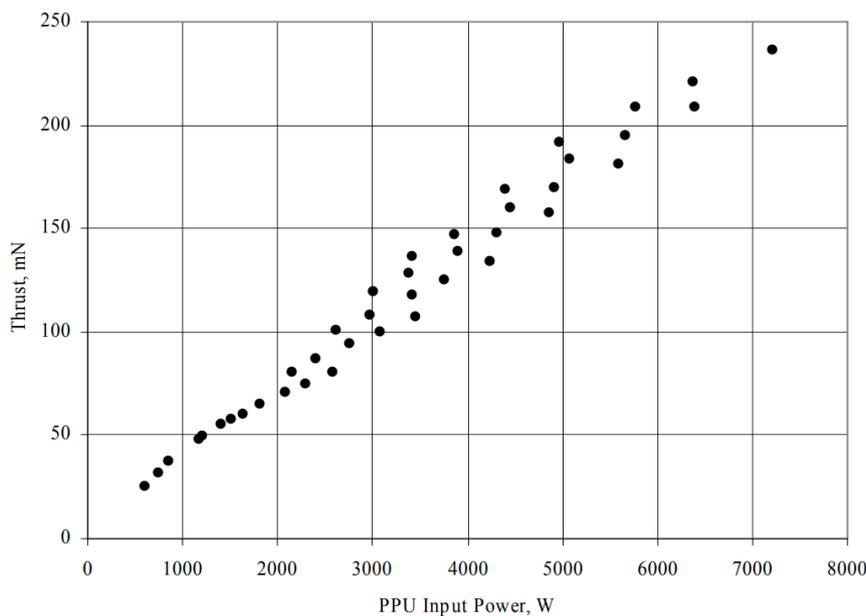


Figura 3. Empuje frente potencia del propulsor NEXT. [23]

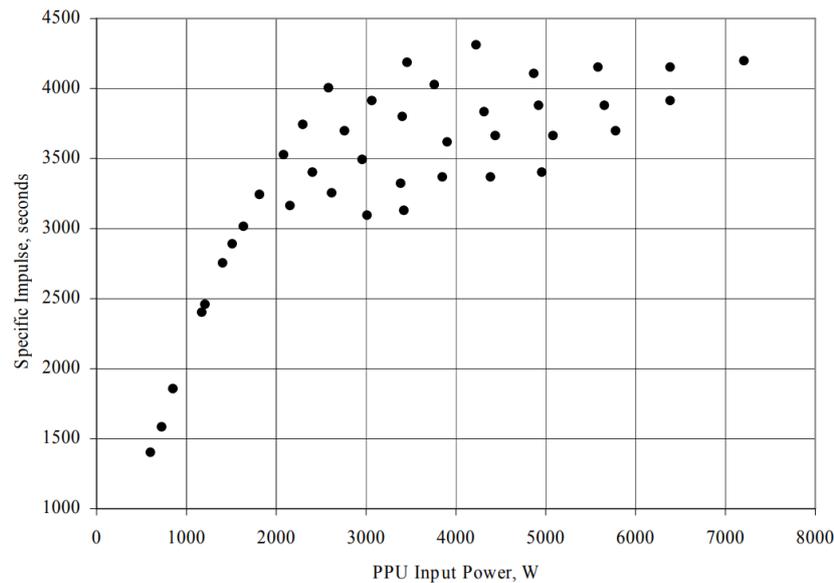


Figura 4. Impulso específico frente potencia del propulsor NEXT. [23]

El propulsor **Hall-effect** es seguramente la tecnología de propulsión eléctrica más exitosa en cuanto a unidades voladas se refiere. La gran demanda de este tipo de propulsores se debe a que se basan en un diseño simple, con una fiabilidad demostrada y una elevada relación empuje-potencia. Pese a que los propulsores de rejilla de mayor voltaje consiguen alcanzar impulsos específicos mayores, los Hall-effect no están sujetos a limitaciones de carga espacial. En misión, los propulsores de efecto Hall proporcionan un buen equilibrio entre impulso específico, empuje, coste y fiabilidad.

Los propulsores de efecto Hall son una forma de propulsión iónica, ionizando y acelerando electrostáticamente al propulsor. Estos propulsores aplican un campo eléctrico axial muy fuerte y otro magnético radial cerca del plano de salida de la cámara de descarga. Estos dos campos generan una fuerza que reduce fuertemente la velocidad axial de los electrones, generando una corriente azimutal mucho mayor que la corriente del haz. La corriente azimutal permite que el propulsor neutral se ionice por colisión. Los iones de esta manera se aceleran electrostáticamente y se ven afectados solo levemente por el campo magnético, acelerándose a lo largo de la salida del propulsor [9].

Desde su aparición, alrededor de 240 propulsores tipo Hall de xenón han sido lanzados satisfactoriamente, y de todos ellos la gran mayoría han sido Stationary Plasma Thruster, SPT. Estos SPT incluían los modelos SPT-70 y SPT-100. En la década de los 90 se introdujo el SPT-140, diseñado en base al SPT-100, fue diseñado para alcanzar un mayor impulso total y así alcanzar una mayor capacidad de elevación de órbita [24].

Desde 2006, Jet Propulsion Laboratory (JPL) ha investigado diferentes sistemas de propulsores eléctricos disponibles en el mercado para su aplicación a misiones en el espacio profundo. El sistema de propulsores SPT-140 Hall de 4,5 kW, ahora bajo calificación SSL (Space Systems/Loral) para satélites de comunicaciones, tiene una herencia significativa para el exitoso sistema SPT-100 de SSL y es atractivo para muchos tipos de misiones de la NASA. Sin embargo, el programa de calificación del SPT-140 se basa en los requisitos de las misiones comerciales y no aborda los requisitos de regulación de la energía que suelen ser necesarios para las misiones en el espacio profundo. Con el fin de evaluar el potencial del sistema, se llevó a cabo una investigación preliminar del rendimiento del acelerador con un propulsor modelo de desarrollo, DM4. El propulsor fue operado a potencias de 225 W a 6000 W para evaluar sus características de

rendimiento y estabilidad. Se determinó que el propulsor SPT-140 era un candidato viable para las misiones científicas de la NASA y que se justificaba seguir investigando el sistema [25].

En cuanto a las características del propulsor, el SPT-140 llega a generar un empuje de 0.3 mN, 1750 s de impulso específico y una eficiencia del 55%, como podemos ver en la Figura 5 [26].

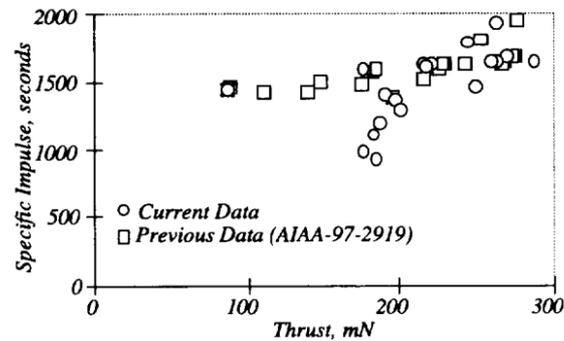


Figura 5. Impulso específico frente a empuje del SPT-140 [26]

La propulsión eléctrica de **alta potencia** (HiPEP) es una variante de los propulsores iónicos para utilizarlos en aplicaciones de propulsión iónica nuclear. Fue probado por la NASA en 2003 y estaba destinado a utilizarlo en el Jupiter Icy Moons Orbiter, pero fue cancelado en 2005. Este tipo de motores logran la ionización mediante un proceso denominado resonancia de ciclotrón de electrones, también conocido como ECR. Este proceso es un medio de muy elevada eficiencia para generar plasma de baja densidad. Con una potencia de 24.4 kW, el HiPEP genera un impulso específico de 8270 s y 460 mN de empuje.

### 4.2.3. ELECROMAGNÉTICA

Los propulsores de plasma pulsados (PPT) generan el empuje mediante la activación de un arco eléctrico entre dos electrodos que o bien destruye un propulsor de estado sólido como el politetrafluoroetileno (PTFE) o ioniza un propulsor gaseoso.

En los PPT, el pulso de corriente alcanza intensidades de decenas de miles de amperios, lo que ioniza mucho el material o el gas expulsado. Este pulso genera a su vez un campo magnético, donde la fuerza  $j \times B$  acelera el plasma. Los PPT además de electromagnéticos pueden ser electrotérmicos, pero no resultan de interés para el presente proyecto, ya que son una opción de mayor empuje y además de menor impulso específico. Otros propulsores electromagnéticos son los inductivos de pulsos (PIT) y los magnetoplasmadínamicos (MPD), como es el nuevo VASIMR [9].

VASIMR mediante ondas de radio ioniza y calienta un propulsor inerte. El plasma generado es acelerado con un campo magnético para generar empuje. VASIMR está destinado a ser el concepto de motor que cierre la brecha existente entre los cohetes químicos de alto empuje y bajo impulso específico y la propulsión eléctrica de bajo empuje y alto consumo específico, pese a que aún no se ha demostrado un elevado empuje en este propulsor. El concepto fue originado en 1977 por el astronauta de la NASA, Franking Chang Díaz, y se ha seguido desarrollando hasta la actualidad [27].

Existen varios modelos de VASIMR que se han desarrollado a lo largo de las décadas, VX-10, VX-50, VX-100 hasta llegar al VX-200, diseñado con la intención de ser usado en la ISS, propulsado con argón y generando un empuje de 5000 mN y un impulso específico de 4900 s, para generar impulsos periódicos que compensen el drag atmosférico. Sin embargo, hoy en día, no ha alcanzado la madurez necesaria para ser probado en vuelo [28].

### 4.3. COMPARACIÓN DE LAS DIFERENTES TECNOLOGÍAS

A continuación, la tabla 3, es una tabla comparativa donde se podrán comparar características de los motores químicos utilizados en misiones similares a la del proyecto, frente a los motores eléctricos estudiados para la misma, así como la comparación entre estos cuatro.

Tabla 3. Tabla comparativa de diferentes opciones de propulsión espacial. [18] [20] [22] [26] [28]

MODELO	EMPUJE (N)	ISP (s)	TIPO DE PROPULSOR
MR-106L	34	235	QUÍMICO
MR-103J	1.13	224	QUÍMICO
$\mu$ 10 Hlsp	0.008	3000	IÓNICO
SPT-140	0.3	1750	HALL-EFFECT
NEXT	0.236	4190	GRIDDED-ION
HiPEP	0.46	8270	ION HIGH POWER
VASIMR-VX200	5	4900	PPT

## 5. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A lo largo de este capítulo se presentan las diferentes bases de la mecánica orbital, tomando como referencia principal el libro [29]. Con estas bases, en el siguiente capítulo, se explica detalladamente la metodología utilizada para resolver los diferentes casos que estructuran el proyecto.

### 5.1. CONCEPTO DE MECÁNICA ORBITAL

Si bien la mecánica celeste se define como la rama de la astronomía encargada del estudio del movimiento de los cuerpos en el espacio exterior, la astrodinámica o mecánica orbital, se refiere a la aplicación de la mecánica celeste y la balística al movimiento de cuerpos tanto naturales como artificiales en el espacio exterior.

El foco del estudio en la astrodinámica se centra en las trayectorias de las naves espaciales, cambios de plano, maniobras entre órbitas o transferencias interplanetarias y por ello es una herramienta de gran utilidad a la hora de predecir resultados cuando se estudian maniobras propulsivas en el espacio. El movimiento de los diferentes cuerpos, ya sean naves, satélites u otros objetos presentes en el Sistema Solar se calculan a partir de las leyes de Newton y de la ley de gravitación universal, no teniendo en cuenta en este trabajo efectos relativistas.

Por tanto, la mecánica orbital se considera una disciplina fundamental dentro del control y diseño de las misiones espaciales.

### 5.2. ÓRBITAS PLANETARIAS

Dentro de la física, la órbita será la trayectoria que describe un cuerpo alrededor de otro mientras este se encuentra influenciado por una fuerza central, como es la gravitatoria. En un sistema planetario, tanto planetas, como planetas enanos, asteroides, cometas o incluso basura espacial orbitan alrededor de una estrella, que, en el caso del Sistema Solar, es el Sol.

#### 5.2.1. ELEMENTOS ORBITALES

Los elementos orbitales son los parámetros que permiten identificar una órbita. En mecánica celeste estos parámetros se tienen en cuenta en sistemas de dos cuerpos mediante el uso de una órbita de Kepler. Una órbita cambia a lo largo del tiempo y por tanto cambian con ella los parámetros que la definen. La órbita de Kepler es una aproximación matemática para un momento exacto de la órbita.

Tradicionalmente los elementos orbitales son un conjunto de seis parámetros. Estos seis parámetros describen una trayectoria entre dos cuerpos al observarlo desde un marco no inercial en el que, para el presente proyecto, el Sol es el cuerpo de referencia.

Estos seis parámetros son:

- **Excentricidad (e):**

Indica cuanto se alarga la elipse en comparación con un círculo. Una circunferencia tendría una excentricidad igual a cero, entre cero y uno sería propiamente una elipse y para un valor de excentricidad igual a uno o superior se hablaría de parábola e hipérbola respectivamente. Matemáticamente se define como el cociente entre la distancia focal y el eje mayor de la elipse.

- **Semieje mayor (a):**

El semieje mayor es la distancia entre el apogeo y el perigeo dividida por dos en el caso de una órbita elíptica, para órbitas hiperbólicas y elípticas se define también como la distancia entre el perigeo y el centro de la cónica.

- **Inclinación ( $i$ ):**

La inclinación se refiere a la inclinación vertical de la elipse medida desde el nodo ascendente respecto al plano de referencia, que, en el caso de este trabajo, será el plano de la eclíptica. Para entender esta definición es conveniente definir los términos nodo ascendente y plano de la eclíptica. El nodo ascendente es el punto donde el cuerpo pasa a través del plano de la eclíptica en sentido ascendente.

- **Longitud del nodo ascendente ( $\Omega$ ):**

Es el ángulo medido desde una dirección de referencia, el origen de la longitud, hasta la dirección del nodo ascendente. La dirección de referencia la marca el punto vernal o punto Aries, que es el punto de la eclíptica donde el Sol pasa del hemisferio sur al norte, simbolizado por  $\Upsilon$ . También se puede definir como uno de los puntos de intersección entre el plano de la eclíptica y el ecuador.

- **Argumento del perihelio ( $\omega$ ):**

Es el ángulo que define la orientación de la elipse dentro del plano orbital, medido desde el nodo ascendente hasta la periapsis. La periapsis es el punto de la órbita donde la distancia entre los dos cuerpos es mínima.

- **Anomalía verdadera ( $\theta$ ):**

La anomalía verdadera permite conocer la posición exacta de un cuerpo en una órbita. Es el ángulo medido desde el perigeo.

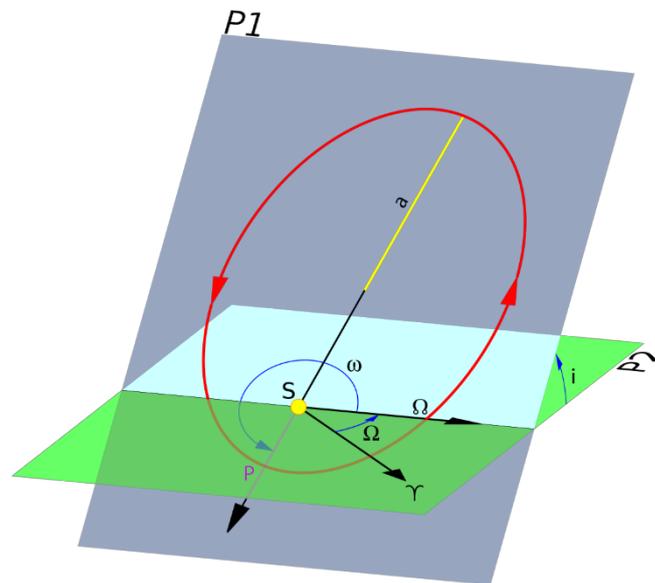


Figura 6. Elementos orbitales de un cuerpo alrededor del Sol.

En la Figura 6, el plano orbital P1 interseca con el plano de referencia eclíptico P2. En ella pueden apreciarse todos los elementos orbitales descritos previamente.

### 5.2.2. ÓRBITAS DEL SISTEMA SOLAR

Dentro del Sistema Solar los planetas, planetas enanos y cuerpos menores giran en órbitas elípticas alrededor del Sol. Sin embargo, cada cuerpo del Sistema Solar tiene una órbita con una excentricidad característica y una inclinación respecto del plano de la eclíptica, que es más significativa en cuerpos de menor tamaño (ver Tabla 4).

Tabla 4. Valores de inclinación, excentricidad y periodo orbital de los planetas del Sistema Solar y Patroclus [16].

CUERPO	EXCENTRICIDAD (e) [°]	INCLINACIÓN (i) [°]	PERIODO (días)	IMAGEN
MERCURIO	0.206	7	88	
VENUS	0.007	3.4	224.7	
TIERRA	0.017	0	365.2	
MARTE	0.094	1.8	687	
JÚPITER	0.049	1.3	4331	
PATROCLUS	0.1382	22.06	4352	
SATURNO	0.0520	2.5	10747	
URANO	0.047	0.8	30589	
NEPTUNO	0.01	1.8	59800	

El sentido de las órbitas en el Sistema Solar sigue un movimiento antihorario. Cuando un cuerpo gira en el mismo sentido que el cuerpo celeste alrededor del cual está girando se habla de un movimiento posigrado, el caso contrario se conoce como retrógrado.

En el caso de que un satélite o nave siguiera una trayectoria retrógrada se requeriría un gasto muy elevado de combustible para poder compensar la velocidad de la órbita del planeta o cuerpo celeste de partida, una vez superada esta, se necesita impulsarlo de nuevo para alcanzar el objetivo deseado. Por ello, las órbitas de transferencia utilizadas en el presente proyecto serán posigradas.

El objetivo de este trabajo consiste en llevar a cabo el estudio de una maniobra no impulsiva desde la Tierra a Patroclus. En la tabla 4 puede observarse que la inclinación de Patroclus respecto del plano de la eclíptica es de alrededor de 22°, por tanto, va a ser necesario llevar a cabo un cambio de plano orbital para poder ejecutar la maniobra satisfactoriamente.

### 5.3. EL PROBLEMA DE LOS DOS CUERPOS

A lo largo de este apartado se presentará un enfoque basado en vectores sobre el problema clásico de determinar el movimiento de dos cuerpos debido a su mutua atracción gravitatoria.

El estudio del movimiento de un grupo de partículas que interactúan mutuamente bajo las leyes de la gravitación se conoce como el *problema de los n cuerpos*. El *problema de los dos cuerpos* es un caso más simple y con solución cerrada del *problema de los n cuerpos*. Las interacciones entre las partículas comentadas pueden definirse mediante la siguiente ecuación.

$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{Gm_i m_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{\|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\|^3} \quad (5.1)$$

Donde:

- $G$ : Constante de gravitación universal.
- $m_i$ : Masa del cuerpo  $i$ .
- $\mathbf{r}_i$ : Vector de posición del cuerpo  $i$ .
- $m_j$ : Masa del cuerpo  $j$ .
- $\mathbf{r}_j$ : Vector de posición del cuerpo  $j$ .

Para el *problema de los n cuerpos* no existe una solución cerrada, por lo que su resolución numérica supone un elevado coste computacional para poder obtener resultados con un margen tolerable de error y utilidad práctica. En una situación en la que no es necesario tal nivel de precisión, debido a que el coste de resolución es notablemente elevado y aparecen limitaciones de tiempo y recursos, resulta más interesante dividir el problema en casos de más simple y fácil resolución.

El *problema de los dos cuerpos* es uno de estos casos simplificados del *problema de los n cuerpos*, que ofrece soluciones aproximadas a la solución real. Por lo tanto, es necesario establecer las hipótesis que se tienen en cuenta para este caso simplificado.

- Los cuerpos se consideran con simetría esférica, por tanto, se pueden tratar los cuerpos como masas puntuales.
- Las fuerzas gravitatorias actuando sobre la línea que une los dos cuerpos es la única fuerza considerada, no se consideran más fuerzas, ni externas ni internas.

#### 5.3.1. ECUACIONES DE MOVIMIENTO EN UN MARCO INERCIAL

La figura 7 representa dos masas puntuales sobre las cuales únicamente actúa la fuerza de gravedad mutua entre ellas. Las posiciones  $\mathbf{R}_1$  y  $\mathbf{R}_2$  de sus centros de masas se muestran en un marco de referencia inercial XYZ, expresados mediante la siguiente expresión.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 &= X_1 \hat{\mathbf{I}} + Y_1 \hat{\mathbf{J}} + Z_1 \hat{\mathbf{K}} \\ \mathbf{R}_2 &= X_2 \hat{\mathbf{I}} + Y_2 \hat{\mathbf{J}} + Z_2 \hat{\mathbf{K}} \end{aligned} \quad (5.2)$$

El origen O del marco de referencia inercial puede moverse a una velocidad constante respecto a las estrellas fijas, pero los ejes no giran. Cada uno de los cuerpos se ven sometidos a la fuerza gravitatoria generada por el otro. De esta manera,  $\mathbf{F}_{12}$  será la fuerza que  $m_2$  ejerce sobre  $m_1$  y  $\mathbf{F}_{21}$  la fuerza ejercida por  $m_1$  sobre  $m_2$ .

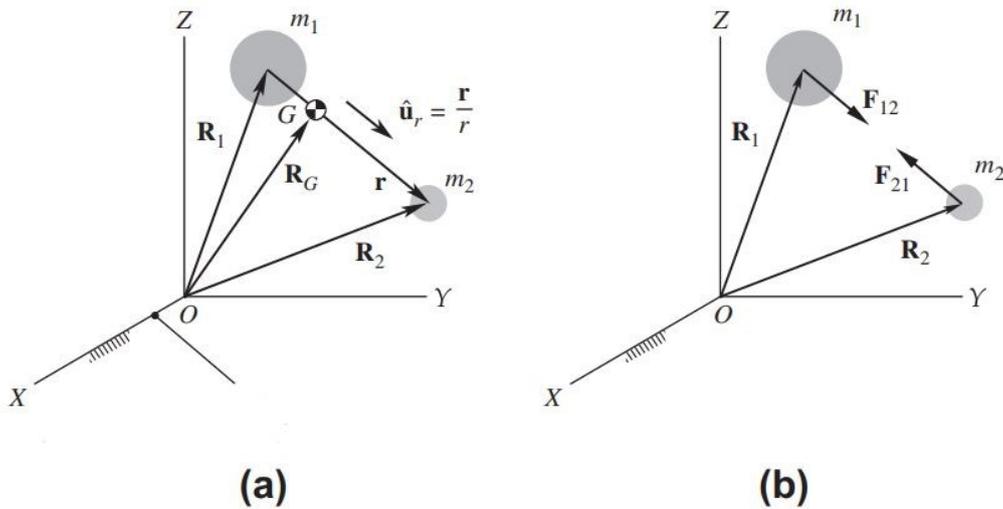


Figura 7. a) Dos masas localizadas en un marco inercial. b) Diagramas de cuerpo libre. [29]

El vector de posición de la masa  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{R}_G$ , se define como:

$$\mathbf{R}_G = \frac{m_1 \mathbf{R}_1 + m_2 \mathbf{R}_2}{m_1 + m_2} \quad (5.3)$$

Por tanto, la velocidad y aceleración absolutas se definen:

$$\mathbf{v}_G = \dot{\mathbf{R}}_G = \frac{m_1 \dot{\mathbf{R}}_1 + m_2 \dot{\mathbf{R}}_2}{m_1 + m_2} \quad (5.4)$$

$$\mathbf{a}_G = \ddot{\mathbf{R}}_G = \frac{m_1 \ddot{\mathbf{R}}_1 + m_2 \ddot{\mathbf{R}}_2}{m_1 + m_2} \quad (5.5)$$

El término “absoluto” se refiere a que las cantidades se miden respecto de un sistema de referencia inercial.

Se define  $\mathbf{r}$  como el vector de posición de  $m_2$  respecto de  $m_1$ . Por tanto:

$$\mathbf{r} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1 \quad (5.6)$$

Definiendo también  $\hat{\mathbf{u}}_r$  como el vector posición unitario que apunta hacia  $m_2$  con origen en  $m_1$  y  $r$  como módulo de  $\mathbf{r}$ , se tiene:

$$\hat{\mathbf{u}}_r = \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (5.7)$$

Sobre la masa  $m_1$  actúa únicamente la fuerza de atracción gravitacional de la masa  $m_2$ . Esta fuerza actúa entre la línea que une los centros de masas de los dos cuerpos y viene dada por la ley de la gravitación universal (5.1). La fuerza generada por  $m_2$  sobre  $m_1$  se determina mediante:

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \hat{\mathbf{u}}_r \quad (5.8)$$

Donde el vector  $\hat{\mathbf{u}}_r$  tiene en cuenta que el vector  $\mathbf{F}_{12}$  se dirige de  $m_1$  a  $m_2$ . Por tanto, según la tercera ley de Newton, el vector  $\mathbf{F}_{21}$  ejercido por  $m_1$  sobre  $m_2$  será  $-\mathbf{F}_{12}$ :

$$\mathbf{F}_{21} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2} \hat{\mathbf{u}}_r \quad (5.9)$$

La aplicación de la segunda ley de Newton sobre la masa  $m_1$  es  $\mathbf{F}_{12} = m_1 \ddot{\mathbf{R}}_1$ , en la que  $\ddot{\mathbf{R}}_1$  es la aceleración absoluta de  $m_1$ . Combinándola con la ley de gravitación de Newton resulta:

$$m_1 \ddot{\mathbf{R}}_1 = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \hat{\mathbf{u}}_r \quad (5.10)$$

Igualmente, para la masa  $m_2$  es  $\mathbf{F}_{21} = m_2 \ddot{\mathbf{R}}_2$ , entonces:

$$m_2 \ddot{\mathbf{R}}_2 = -\frac{Gm_1m_2}{r^2} \hat{\mathbf{u}}_r \quad (5.11)$$

Despejando en ambas ecuaciones, (5.10) y (5.11), se obtienen las ecuaciones de movimiento para el sistema de dos cuerpos en un marco inercial XYZ.

$$\ddot{\mathbf{R}}_1 = Gm_2 \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (5.12)$$

$$\ddot{\mathbf{R}}_2 = -Gm_1 \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (5.13)$$

### 5.3.2. ECUACIONES DE MOVIMIENTO RELATIVO

Derivando dos veces respecto del tiempo la ecuación (5.6) se obtiene la aceleración relativa:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{R}}_2 - \ddot{\mathbf{R}}_1 \quad (5.14)$$

Sustituyendo en el lado derecho la ecuación (5.8), resulta:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{G(m_1 + m_2)}{r^2} \hat{\mathbf{u}}_r \quad (5.15)$$

El parámetro gravitacional  $\mu$  (con unidades en kilómetros cúbicos por segundo cuadrado) se define como:

$$\mu = G(m_1 + m_2) \quad (5.16)$$

Sustituyendo se obtiene la ecuación del movimiento relativo, una ecuación diferencial no lineal de segundo orden que gobernará el movimiento del cuerpo  $m_2$  respecto a  $m_1$ :

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \quad (5.17)$$

### 5.3.3. FÓRMULA DE LA ÓRBITA

La aplicación de las leyes de conservación del momento angular y de la energía sobre la ecuación (5.17) permite obtener la siguiente expresión:

$$r = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1 + e \cos \theta} \quad (5.18)$$

donde:

- $h$ : momento angular
- $\mu$ : parámetro gravitacional estándar
- $e$ : excentricidad
- $\theta$ : anomalía verdadera
- $r$ : distancia al cuerpo primario

La ecuación (5.18) se denomina ecuación de la órbita y define la trayectoria seguida por la masa  $m_2$  respecto de la masa  $m_1$ , relativo a  $m_1$ . Esta ecuación determina secciones cónicas, es decir, elipses, parábolas, hipérbolas y circunferencias. Por tanto, demuestra la primera ley de Kepler. Las órbitas definidas por esta ecuación se conocen como órbitas keplerianas.

En función del valor de la excentricidad aparecen 4 tipos diferentes de órbitas, como se explicó en el apartado 5.2.1. sobre elementos orbitales y como podemos ver en la Figura 8.

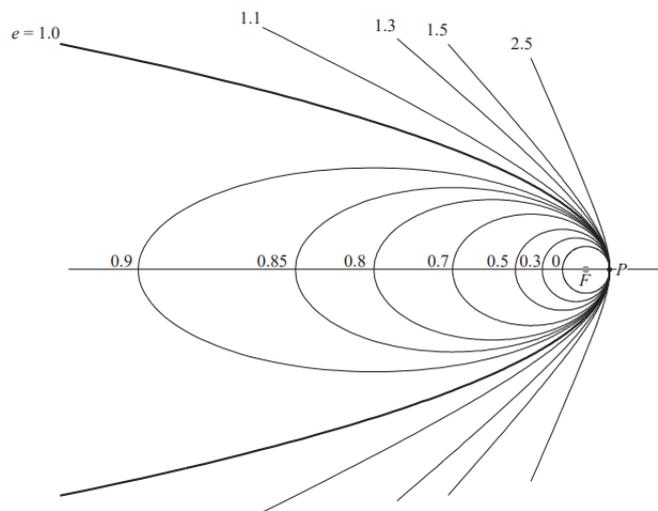


Figura 8. Forma de las órbitas en función del valor de la excentricidad para un foco  $F$  y una periápside  $P$  constantes. [29]

### 5.3.4. MARCO PERIFOCAL

El marco perifocal es el “marco natural” de una órbita. Es un sistema de coordenadas cartesiano fijado en el espacio y centrado en el foco de la órbita. El plano  $\bar{x} \bar{y}$  es el plano de la órbita, y el eje  $\bar{x}$  nace en el foco y se dirige hacia el periapsis, como se presenta en la Figura 9. El vector unitario a lo largo del eje  $\bar{x}$  se define como  $\hat{p}$ . En cuanto al eje  $\bar{y}$ , su vector unitario se define como  $\hat{q}$ , que se caracteriza por tener una anomalía verdadera respecto de  $\bar{x}$  de  $90^\circ$ . El eje  $\bar{z}$  completa el sistema de coordenadas cartesiano con un vector unitario denominado  $\hat{w}$ .

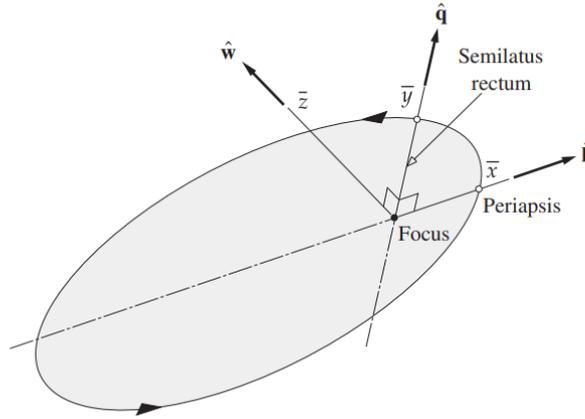


Figura 9. Marco perifocal  $\hat{p}\hat{q}\hat{w}$ . [29]

El eix  $\bar{z}$  és perpendicular al pla perifocal i amb la direcció definida per el vector del moment angular,  $\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$ . El vector unitari se defineix  $\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{h}/h$ .

### 5.3.5. COEFICIENTES DE LAGRANGE

En este apartado se va a establecer algo que en primera aproximación puede parecer obvio: si la posición y la velocidad de un cuerpo en órbita se conocen en un instante dado, entonces tanto la posición como la velocidad en cualquier momento posterior se pueden encontrar en función de los valores iniciales. Para esta labor se definen los coeficientes de Lagrange. Si se adjunta un subíndice "cero", indica que las cantidades son evaluadas en  $t = t_0$ , entonces las expresiones para posición y velocidad son:

$$\mathbf{r}_0 = \bar{x}_0 \hat{\mathbf{p}} + \bar{y}_0 \hat{\mathbf{q}} \quad (5.19)$$

$$\mathbf{v}_0 = \dot{\bar{x}}_0 \hat{\mathbf{p}} + \dot{\bar{y}}_0 \hat{\mathbf{q}} \quad (5.20)$$

Mediante los coeficientes de Lagrange se consigue calcular los vectores de posición y velocidad en un tiempo  $t$  posterior a partir de los valores iniciales, con las ecuaciones (5.21) y (5.22)

$$\mathbf{r} = f \mathbf{r}_0 + g \mathbf{v}_0 \quad (5.21)$$

$$\mathbf{v} = \dot{f} \mathbf{r}_0 + \dot{g} \mathbf{v}_0 \quad (5.22)$$

siendo  $f$  y  $g$  los coeficientes de Lagrange. Estos coeficientes son funciones con un valor variable en función de la posición del cuerpo a lo largo de la órbita obteniendo sus valores con las siguientes expresiones, cuya deducción aparece en [29].

$$f = 1 - \frac{\mu r}{h^2} (1 - \cos \Delta\theta) \quad (5.23)$$

$$g = \frac{r r_0}{h} \sin \Delta\theta \quad (5.24)$$

$$\dot{f} = \frac{\mu}{h} \frac{1 - \cos \Delta\theta}{\sin \Delta\theta} \left[ \frac{\mu}{h^2} (1 - \cos \Delta\theta) - \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right] \quad (5.25)$$

$$\dot{g} = 1 - \frac{\mu r_0}{h^2} (1 - \cos \Delta\theta) \quad (5.26)$$

donde:

- $\theta = \theta - \theta_0$
- $r = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1 + \left(\frac{h^2}{\mu r_0} - 1\right) \cos \Delta\theta - \frac{h v r_0}{\mu} \sin \Delta\theta}$

Una propiedad derivada del desarrollo de los coeficientes de Lagrange es:

$$f \dot{g} - \dot{f} g = 1. \quad (5.27)$$

Los coeficientes de Lagrange permiten resolver de forma sencilla el problema de Lambert.

#### 5.4. PROBLEMA DE LAMBERT

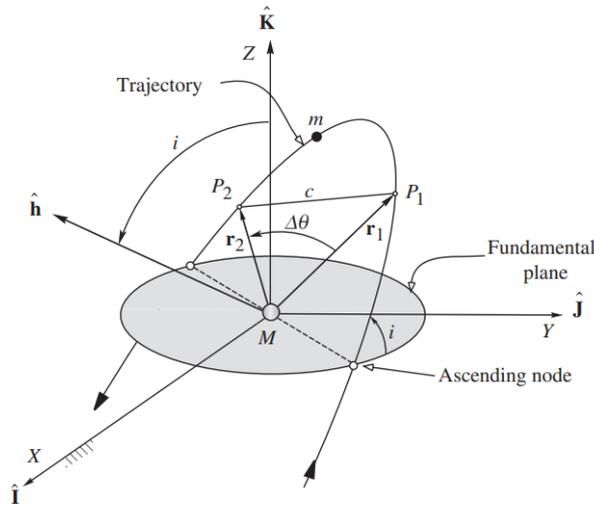


Figura 10. Problema de Lambert. [29]

J.H. Lambert (1728-1777) fue un astrónomo, físico y matemático alemán de origen francés. Lambert propuso que el tiempo de transferencia  $\Delta t$  del punto  $P_1$  al punto  $P_2$  presentes en la Figura 10, es independiente de la excentricidad de la órbita y depende únicamente de la suma de las magnitudes  $r_1 + r_2$  de los vectores de posición, el semieje mayor  $a$  y el valor de la longitud del segmento que une  $P_1$  y  $P_2$ . Si se conoce el tiempo de vuelo de  $P_1$  a  $P_2$ ,  $\Delta t$ , entonces el problema de Lambert es encontrar la trayectoria que une  $P_1$  y  $P_2$ . La trayectoria se determinará una vez conocida  $v_1$  ya que la posición y la velocidad en cualquier punto de la trayectoria, una vez conocidos los coeficientes de Lagrange, están determinados por  $r_1$  y  $v_1$ .

Por tanto, partiendo de las ecuaciones (5.21) y (5.22) y resolviendo para  $v_1$ :

$$v_1 = \frac{1}{g} (r_2 - f r_1) \quad (5.28)$$

Aplicándolo para  $v_2$ :

$$v_2 = \dot{f} r_1 + \frac{\dot{g}}{g} (r_2 - f r_1) = \frac{\dot{g}}{g} r_2 - \frac{f \dot{g} - \dot{f} g}{g} r_1 \quad (5.29)$$

Mediante el uso de la propiedad (5.27) se obtiene:

$$v_2 = \frac{1}{g} (\dot{g} r_2 - r_1). \quad (5.30)$$

Las ecuaciones utilizadas anteriormente para definir los coeficientes de Lagrange conducen a errores cuando la órbita no es eclíptica. Resolver el problema de Lambert supone encontrar expresiones que definan los coeficientes de Lagrange independientemente del tipo de órbita, para ello es necesario acudir a las variables universales. Las variables universales no son más que variaciones sobre las propias expresiones de los parámetros orbitales que permiten obtener ecuaciones de aplicación válida en cualquier tipo de órbita. La deducción de estas expresiones aparece en el libro utilizado como referencia [29].

$$f = 1 - \frac{y(z)}{r_1} \quad (5.31)$$

$$g = A \sqrt{\frac{y(z)}{\mu}} \quad (5.32)$$

$$\dot{f} = \frac{\sqrt{\mu}}{r_1 r_2} \sqrt{\frac{y(z)}{C(z)}} [zS(z) - 1] \quad (5.33)$$

$$\dot{g} = 1 - \frac{y(z)}{r_2} \quad (5.34)$$

donde:

$$z = \alpha \chi^2 \quad (5.35)$$

$$A = \sin \Delta\theta \sqrt{\frac{r_1 r_2}{1 - \cos \Delta\theta}} \quad (5.36)$$

$$y(z) = r_1 + r_2 + A \frac{zS(z) - 1}{\sqrt{C(z)}} \quad (5.37)$$

Siendo:

- $\alpha = 1/a$
- $\chi$  : anomalía universal

$S(z)$  y  $C(z)$  se conocen como funciones de Stumpff y establecen los cálculos según los datos de entrada. Donde  $z < 0$ ,  $z = 0$  o  $z > 0$ , dependiendo de si se trata de una órbita hiperbólica, parabólica o elíptica respectivamente.

$$S(z) = \begin{cases} \frac{\sqrt{z} - \sin \sqrt{z}}{(\sqrt{z})^3} & (z > 0) \\ \frac{\sinh \sqrt{-z} - \sqrt{-z}}{(\sqrt{-z})^3} & (z < 0) \quad (z = \alpha \chi^2) \\ \frac{1}{6} & (z = 0) \end{cases} \quad (5.38)$$

$$C(z) = \begin{cases} \frac{1 - \cos \sqrt{z}}{z} & (z > 0) \\ \frac{\cosh \sqrt{-z} - 1}{-z} & (z < 0) \quad (z = \alpha \chi^2) \\ \frac{1}{2} & (z = 0) \end{cases} \quad (5.39)$$

## 5.5. TRAYECTORIAS INTERPLANETARIAS

A lo largo de este apartado se considerarán algunos de los aspectos básicos de la planificación de misiones interplanetarias [29]. Comenzamos por considerar las transferencias de Hohmann, las más fáciles de analizar y las más eficientes energéticamente hablando. Las órbitas de los planetas involucrados deben estar en el mismo plano y los planetas en la posición correcta para poder llevar a cabo la transferencia satisfactoriamente.

### 5.5.1. TRANSFERENCIA DE HOHMANN INTERPLANETARIA

Las órbitas de la mayoría de los planetas del Sistema Solar tienen una inclinación pequeña, encontrándose cerca del plano de la eclíptica, como puede observarse en la Tabla 4. Mercurio y Patroclus son los cuerpos que más difieren en cuanto a la inclinación en la tabla, con  $7^\circ$  y  $22^\circ$  respectivamente. El resto de los cuerpos se encuentran en torno a los  $3.5^\circ$  de inclinación respecto del plano de la eclíptica. Es evidente a su vez, que tanto Mercurio como Patroclus son los dos cuerpos de la tabla que mayor excentricidad poseen en sus órbitas.

En una primera aproximación se van a suponer órbitas circulares y coplanares, aunque más adelante se relajará esta suposición en el apartado 5.5.4, en el que se tratarán las efemérides. La manera más sencilla y eficiente energéticamente hablando para que una nave se transfiera de una órbita a otra es por medio de una transferencia de Hohmann.

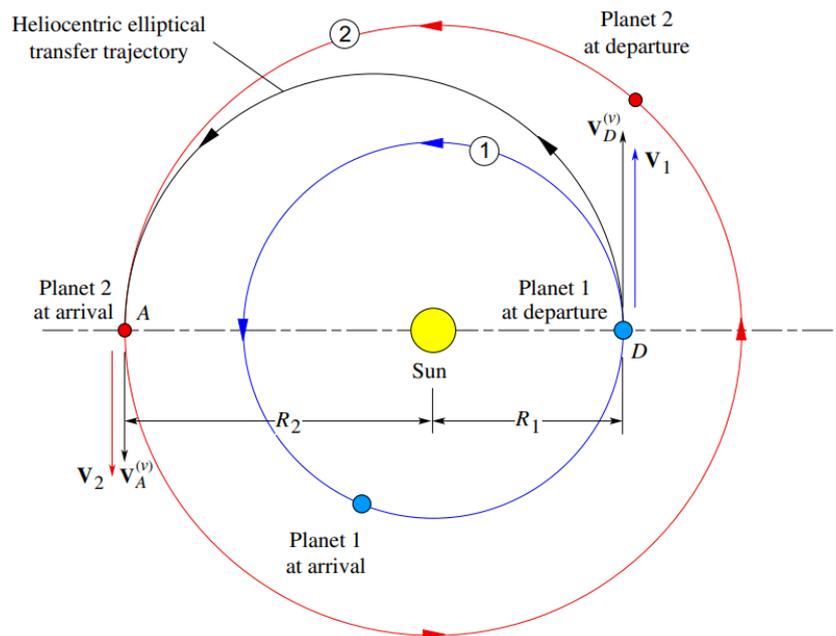


Figura 11. Transferencia de Hohmann desde el planeta 1 interior hasta el planeta 2 exterior. [29]

Considerese la Figura 11, que presenta una transferencia de Hohmann desde el planeta 1 interior hacia el planeta 2 exterior. En este caso, el punto de partida se encuentra en el periápsis D de la órbita elíptica de transferencia y el punto de llegada en el apoapsis, es decir, en el perihelio y afelio respectivamente.

La velocidad del planeta 1 respecto del sol es:

$$V_1 = \sqrt{\frac{\mu_{\text{sun}}}{R_1}} \quad (5.40)$$

En cuanto a la nave espacial, su velocidad en la órbita elíptica de transferencia en el punto D:

$$V_D^{(v)} = \frac{h}{R_1} = \sqrt{2\mu_{\text{sun}}} \sqrt{\frac{R_2}{R_1(R_1 + R_2)}} \quad (5.41)$$

Esta velocidad es mayor que la velocidad del planeta, por tanto,  $\Delta V$  en D:

$$\Delta V_D = V_D^{(v)} - V_1 = \sqrt{\frac{\mu_{\text{sun}}}{R_1}} \left( \sqrt{\frac{2R_2}{R_1 + R_2}} - 1 \right) \quad (5.42)$$

Igualmente,  $\Delta V$  en el punto de llegada A:

$$\Delta V_A = V_2 - V_A^{(v)} = \sqrt{\frac{\mu_{\text{sun}}}{R_2}} \left( 1 - \sqrt{\frac{2R_1}{R_1 + R_2}} \right) \quad (5.43)$$

Tanto el incremento de velocidad del punto A como el del punto D son positivos ya que el planeta 2 viaja más rápido que la nave del punto A.

### 5.5.2. OPORTUNIDADES DE ACERCAMIENTO

El propósito de una misión interplanetaria no es únicamente que la nave intercepte la órbita del planeta de destino, si no que cuando llegue allí, coincida con el planeta. Para que esta cita se lleve a cabo en el final de una transferencia de Hohmann, la posición del planeta 2 en la órbita en el momento de partida de la nave espacial desde el planeta 1 debe ser tal que, en el caso de la Figura 11, el planeta 2 llegue a la línea del ápside en el mismo momento que llega la nave espacial.

Manteniendo la hipótesis tomada en el apartado anterior en la cual las órbitas son circulares y coplanarias, la anomalía verdadera entre el planeta 1 y el planeta 2 se calcula como:

$$\theta_i = \theta_{i0} + n_i t \quad i = 1, 2 \quad (5.44)$$

Donde:

- $\theta_{i0}$  : Anomalía verdadera en  $t = t_0$  del planeta  $i$ .
- $n_i$  : Movimiento medio del planeta  $i$ .

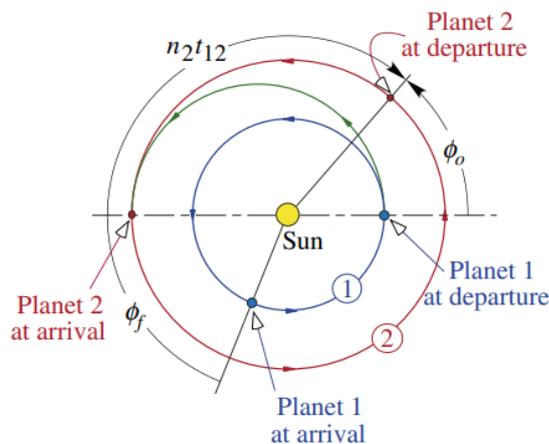


Figura 12. Misión de salida y encuentro con el planeta 2 [29].

Al tratarse de órbitas circulares se toma como referencia una línea de ápsides arbitraria. El ángulo de fase entre los dos planetas se define como  $\phi = \theta_2 - \theta_1$ , en la que  $\phi$  es la posición angular del planeta 2 respecto del planeta 1, sustituyendo en la anterior ecuación:

$$\phi = \phi_0 + (n_2 - n_1)t \quad (5.45)$$

donde  $\phi_0 = \theta_{20} - \theta_{10}$  es el ángulo de fase en  $t = t_0$ .

El tiempo requerido para llevar a cabo la transferencia es  $t_{12}$ , que para el caso de la Figura 12, orbitas circulares y coplanarias, será la mitad del periodo de la órbita de transferencia. Teniendo en cuenta la tercera ley de Kepler, para cualquier planeta, el cuadrado del periodo orbital es proporcional de forma directa a la longitud del semieje mayor de su órbita elíptica al cubo. Teniendo en cuenta que el semieje mayor de la órbita de transferencia elíptica es la mitad de la suma de las órbitas de los planetas 1 y 2, resulta:

$$t_{12} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}} \left( \frac{R_1 + R_2}{2} \right)^{3/2} \quad (5.46)$$

A lo largo de la transferencia el planeta 2 ha recorrido una distancia angular  $n_2 t_{12}$ , por lo tanto  $\phi_0$  es:

$$\phi_0 = \pi - n_2 t_{12} \quad (5.47)$$

Por lo cual, la fase necesaria para la transferencia entre los planetas es:

$$\phi_f = \pi - n_1 t_{12} \quad (5.48)$$

En el caso de querer calcular el momento en el cual se producirá la siguiente oportunidad de encuentro será suficiente con conocer la fase de los planetas en ese instante, y mediante la aplicación de la ecuación (5.46), calcular el tiempo de espera:

$$\phi_f = \phi_0 + (n_2 - n_1)t_{\text{wait}} \quad (5.49)$$

La ventana de lanzamiento es el periodo de tiempo en el cual se puede alcanzar el encuentro y en el caso de las ventanas de Hohmann se corresponden con un único instante de tiempo.

El tiempo necesario para que el ángulo de fase retome su valor original se conoce como periodo sinódico. Es también el periodo orbital del planeta 2 respecto del 1. Se calcula como:

$$T_{\text{syn}} = \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|} \quad (5.50)$$

### 5.5.3. ESFERA DE INFLUENCIA GRAVITACIONAL

El Sol es sin lugar a duda el cuerpo celeste que predomina en el Sistema Solar. Es mil veces más masivo que Júpiter, el planeta más grande. Su masa es mayor que 300 000 veces la de la Tierra. Por tanto, es lógico que el sol tenga atraídos a todos los planetas del sistema solar en base a la ley de la gravedad de Newton. Sin embargo, cerca de un planeta, su propia gravedad se sobrepone a la del sol. Es decir, en la superficie terrestre la fuerza de gravedad es 1600 veces superior a la del sol. La ley de la gravedad posee una naturaleza cuadrada inversa que hace que la fuerza de gravedad descienda rápidamente al alejarse del centro de atracción. La Figura 13 permite observar como de rápido disminuye la fuerza con la distancia respecto del centro de atracción.

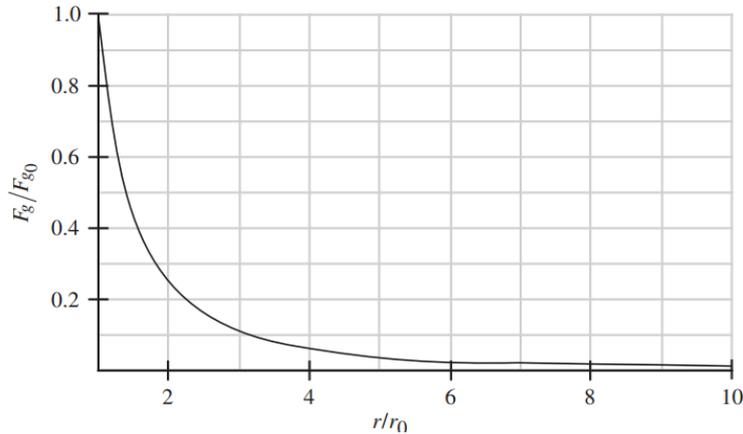


Figura 13. Disminución de la fuerza de gravedad con la distancia a la superficie de un planeta. [29]

Como estimación del radio de la esfera de influencia gravitacional de un planeta se debe considerar un sistema de tres cuerpos, donde se tiene un planeta  $p$  de masa  $m_p$ , el sol  $s$  de masa  $m_s$  y un vehículo espacial de masa  $m_v$ . La masa de la nave es menor que la masa del planeta y que la masa del sol, por tanto, es posible determinar el valor de las aceleraciones que actúan sobre la nave, debidas a ambos cuerpos y relativas al planeta. A su vez se pueden comparar estas aceleraciones para obtener una expresión condicional de la posición de la nave. Esta expresión condicional es una inecuación que delimitará la esfera de influencia gravitacional del planeta.

El valor del límite se dará con la igualdad de los dos términos de la siguiente ecuación:

$$\frac{r_{\text{SOI}}}{R} = \left(\frac{m_p}{m_s}\right)^{2/5} \quad (5.51)$$

La esfera de radio  $r_{\text{SOI}}$  es el radio de lo que se conoce como esfera de influencia, que limita la zona en la que la gravedad del planeta se impone sobre la del Sol. Siendo  $R$  el radio de la órbita.

### 5.5.4. EFEMÉRIDES PLANETARIAS

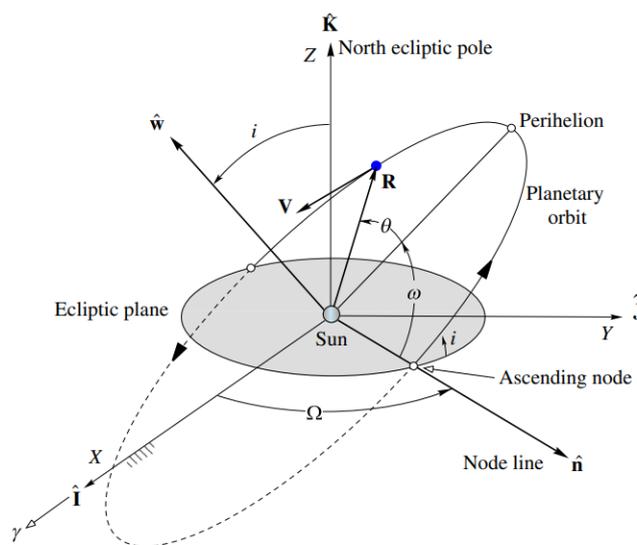


Figura 14. Órbita planetaria en un marco de referencia heliocéntrico eclíptico [29].

El vector de estado de un planeta se define en relación con el marco de referencia de la eclíptica heliocéntrica ilustrado en la Figura 14. El Sol es el centro de atracción y el plano de la eclíptica se correspondería con el plano que contiene la trayectoria descrita por la Tierra alrededor del Sol. El equinoccio vernal continúa definiendo el eje X inercial. Para llevar a cabo el diseño de misiones realistas, es necesaria la capacidad de obtención del vector estado de un planeta en momentos determinados [29].

Una efeméride planetaria en la actualidad se obtiene mediante un software encargado de generar las posiciones tanto de planetas como de satélites, asteroides o cometas en cualquier instante.

Debido a que la mecánica celeste se trata de una ciencia precisa, pueden cubrirse efemérides tanto del pasado como del futuro. Sin embargo, existen fenómenos, conocidos como fenómenos seculares, que no se pueden considerar en las efemérides. Estos son incertidumbres sobre las posiciones de los planetas causadas por perturbaciones de diferentes asteroides. Es por esto por lo que la JPL, Jet Propulsion Laboratory, revisa las efemérides publicadas en intervalos de 20 años. Estas efemérides resultan fundamentales para la navegación de naves espaciales en el Sistema Solar y para cualquier tipo de observación espacial [30]. En el caso del presente trabajo el software utilizado es *Horizons Web Application – JPL Solar System Dynamics* de la NASA [31].

## 5.6. MANIOBRAS ORBITALES

Las maniobras orbitales permiten llevar a cabo la transferencia de una órbita a otra. Los cambios orbitales pueden ser drásticos, como la transferencia desde una órbita baja terrestre de estacionamiento hasta una trayectoria interplanetaria, o más pequeñas, como las etapas finales del encuentro entre dos naves espaciales.

En la presente sección se trata la fórmula de Rodrigues, aplicada para ejecutar el cambio de plano, que tendrá como consecuencia unos requisitos concretos de  $\Delta V$ , que pueden llegar a ser muy elevados. Concluyendo con una serie de maniobras orbitales en las cuales el sistema propulsivo entrega empuje durante un periodo de tiempo finito, en ocasiones muy largo, en lugar de generar empuje instantáneamente.

### 5.6.1. FÓRMULA DE ROTACIÓN DE RODRIGUES

La fórmula de Rodrigues se trata de un eficiente algoritmo que permite llevar a cabo la rotación de un vector en el espacio, dados un eje y un ángulo de rotación. Este ángulo de rotación, para el caso de estudio del presente proyecto, no será otro que la diferencia de inclinaciones entre los planos que contienen las órbitas de salida y de llegada.

Siendo  $\mathbf{v}$  un vector en el espacio y  $\mathbf{k}$  el vector unitario que describe el eje de rotación sobre el cual  $\mathbf{v}$  va a girar un ángulo  $\theta$  según indica la regla de la mano derecha. La fórmula de Rodrigues se definirá para obtener el vector rotado  $\mathbf{v}_{rot}$  como [29]:

$$\mathbf{v}_{rot} = \mathbf{v} \cos\theta + (\mathbf{k} \times \mathbf{v}) \sin\theta + \mathbf{k} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})(1 - \cos\theta) \quad (5.52)$$

### 5.6.2. MANIOBRAS ORBITALES NO IMPULSIVAS

En las maniobras no impulsivas el propulsor genera empuje durante un periodo prolongado de tiempo, por tanto, debe de tenerse en cuenta en las ecuaciones de movimiento. La aplicación de esta fuerza externa a una nave espacial da lugar a la siguiente ecuación de movimiento relativo [29]:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \frac{\mathbf{F}}{m} \quad (\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}) \quad (5.53)$$

En la cual  $m$  es la masa de la nave. Si la fuerza externa es un empuje  $T$  en la dirección del vector velocidad  $\mathbf{v}$ , entonces  $\mathbf{F} = T (\mathbf{v}/v)$ , que junto con la ecuación (5.53) resulta:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \frac{T \mathbf{v}}{m v} \quad (\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}) \quad (5.54)$$

Las fuerzas de arrastre actúan en dirección opuesta al vector velocidad, de la misma forma que lo haría el empuje en una maniobra de impulso reverso. Las componentes cartesianas de la ecuación (5.54) son:

$$\ddot{x} = -\mu \frac{x}{r^3} + \frac{T \dot{x}}{m v} \quad \ddot{y} = -\mu \frac{y}{r^3} + \frac{T \dot{y}}{m v} \quad \ddot{z} = -\mu \frac{z}{r^3} + \frac{T \dot{z}}{m v} \quad (5.55)$$

donde:

$$\bullet \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (5.56)$$

$$\bullet \quad v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \quad (5.57)$$

Mientras el propulsor está funcionando, la masa de la nave va disminuyendo, debido al consumo del combustible. La disminución de la masa del combustible sigue la siguiente ecuación:

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{T}{I_{sp} g_0} \quad (5.58)$$

donde:

- $T$ : Empuje
- $I_{sp}$ : Impulso específico
- $g_0$ : Gravedad en el nivel del mar

Si el empuje es distinto de cero, las ecuaciones (5.57) y (5.58) es probable que no tengan una solución analítica sencilla. De todas formas, es posible resolverlo numéricamente mediante el uso de diferentes métodos matemáticos, como los presentados en el apartado 1.8 del libro de referencia [29]. Para ello las ecuaciones (5.57), (5.58) y (5.59) deben escribirse como un sistema de ecuaciones diferenciales de la forma:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{y}) \quad (5.59)$$

Para este caso, el vector  $\mathbf{y}$  consiste en las seis componentes del vector de estado, es decir, posición y vector velocidad junto con la masa. De esta manera se obtiene:

$$\mathbf{y} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ m \end{Bmatrix} \quad \dot{\mathbf{y}} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \dot{m} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{f}(t, \mathbf{y}) = \begin{Bmatrix} y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ -\mu \frac{y_1}{r^3} + \frac{T y_4}{m v} \\ -\mu \frac{y_2}{r^3} + \frac{T y_5}{m v} \\ -\mu \frac{y_3}{r^3} + \frac{T y_6}{m v} \\ -\frac{T}{I_{sp} g_0} \end{Bmatrix} \quad (5.60)$$

## 6. METODOLOGÍA

### 6.1. SISTEMA DE REFERENCIA

Dentro de la Mecánica Orbital existen diferentes opciones de sistemas de coordenadas. El sistema Heliocéntrico-Eclíptico es el que se utiliza principalmente en el estudio de misiones interplanetarias y órbitas en tres dimensiones cuando las naves viajan más allá de las esferas de influencia de los planetas.

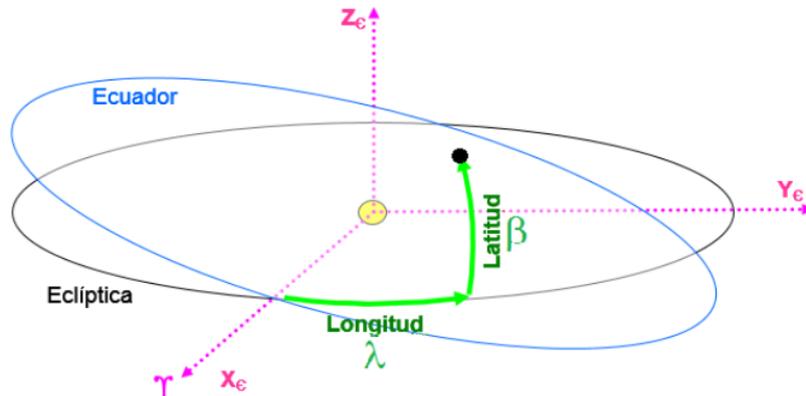


Figura 15. Sistema Heliocéntrico-Eclíptico: Coordenadas cartesianas y angulares [32].

La Figura 15 define el sistema de referencia Heliocéntrico-Eclíptico, en el cual el origen del sistema es el Sol, el plano de referencia es la eclíptica y la dirección principal es la del Punto Vernal, que es fija. Puede observarse a su vez que el Ecuador está inclinado respecto de la eclíptica, que el eje X apunta al Punto Vernal, Z es perpendicular al plano de la eclíptica y el eje Y completa el triedro a derechas.

Este sistema se considera un sistema de referencia inercial debido a que se referencia respecto del Punto Vernal. En este sistema de coordenadas se pueden definir dos medidas angulares. La Longitud eclíptica ( $\lambda$ ) y la Latitud eclíptica ( $\beta$ ), que son respectivamente, el ángulo medido desde el punto Vernal hacia el Este sobre la eclíptica y el ángulo medido desde la eclíptica y perpendicularmente a la misma [32].

### 6.2. EFEMÉRIDES

Los datos de las efemérides planetarias utilizadas para llevar a cabo los cálculos del presente proyecto se han obtenido de la página web del JPL de la NASA, HORIZONS [31]. Estos datos utilizan el modelo celeste de la NASA, los cuales se consideran suficientemente precisos para llevar a cabo el estudio de la misión.

La aplicación web HORIZONS permite ajustar diferentes parámetros en función del tipo de efemérides que se deseen generar, para el caso concreto del presente proyecto la opción elegida en cada uno de los campos de búsqueda han sido los siguientes (ver Figura 16):

- **Ephemeris Type:** *Vector table* para generar las efemérides en coordenadas cartesianas.
- **Target Body:** El target body varía en función del cuerpo celeste del cual se quieran obtener las efemérides, en este caso, la Tierra y Patroclus.
- **Coordinate Origin:** Esta opción permite seleccionar el origen del sistema de referencia sobre el cual se obtendrán las efemérides. El sistema de referencia del estudio es el Heliocéntrico-Eclíptico por tanto se seleccionará *Sun (body center)* [500@100].

- **Time Span:** El periodo de tiempo a lo largo del cual se desean generar las efemérides se selecciona en la ventana Time Span. Los datos se han generado entre las fechas *2022-11-25 TDB, Stop=2058-08-27, Step=1 (days)*, con intervalos temporales de 1 día.
- **Table Settings:** Se selecciona la opción 2. *State vector  $\{x,y,z,Vx,Vy,Vz\}$* . Indicando como referencia el plano de la Eclíptica y el Punto Vernal.

Tras definir todos los parámetros, se selecciona *Generate Ephemeris* y *Download Results*. Obteniendo de esta manera un archivo de texto diferente para cada cuerpo celeste deseado. Para introducir los datos en MATLAB® es necesario llevar a cabo una serie de modificaciones, se eliminan la cabecera y cualquier tipo de texto que no sean propiamente los datos necesarios para realizar los cálculos del problema, organizándolos en filas y columnas de tal modo que facilite el trabajo con estos, detectándolo como una matriz.

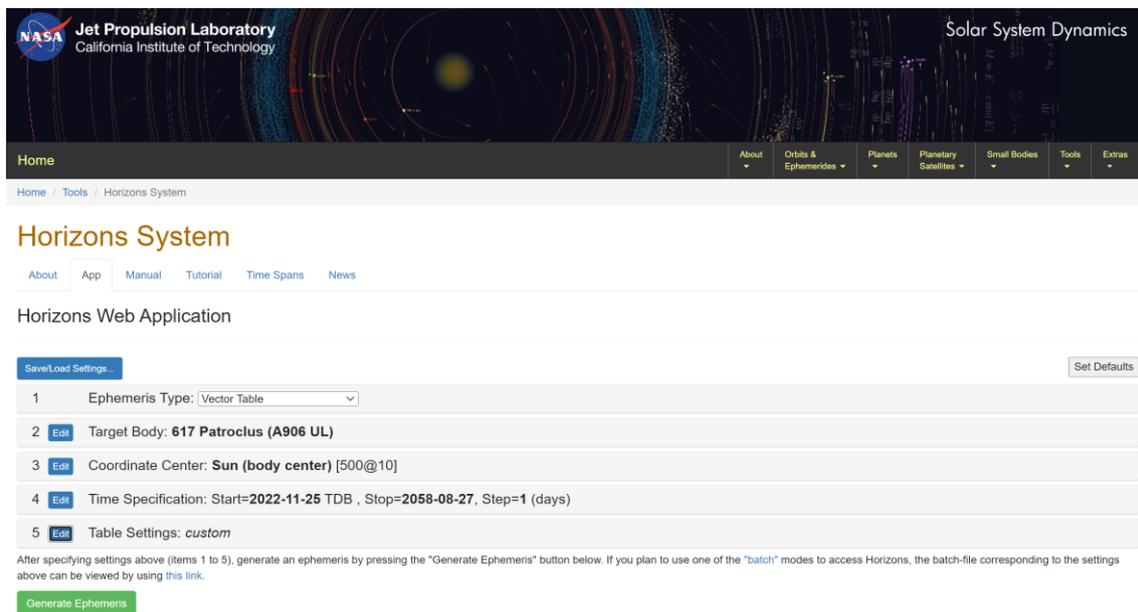


Figura 16. Interfaz gráfica de HORIZONS. [31]

### 6.3. SOFTWARE

Todos los cálculos del presente proyecto se han realizado con el programa MATLAB®, herramienta que permite la simulación de aproximaciones a la solución de problemas numéricos. Las resoluciones por métodos numéricos necesarias en el estudio de la misión requieren una elevada capacidad computacional, para lo cual este software es una herramienta de gran utilidad.

El integrador utiliza la función *rkf45* implementada en el propio MATLAB®, esta es la función recomendada por el libro de referencia [29] para llevar a cabo la integración de la posición y la velocidad de la nave en el integrador propuesto como *integrate\_thrust*.

El método Runge Kutta-Fehlberg, también conocido como el método de Fehlberg, es un algoritmo de análisis numérico para resolver numéricamente ecuaciones diferenciales ordinarias. Este método utiliza las evaluaciones de funciones idénticas en conjunción entre sí para así poder crear métodos de orden variable y constantes de error similares. El método recibió el nombre de RKF45 debido a que es un método de orden 4 con un estimador de error de orden 5. A la hora de realizar un nuevo cálculo, se puede estimar y controlar el error de la solución mediante el uso del método integrado de orden superior que permite determinar automáticamente un tamaño de paso adaptativo [33].

El procedimiento utilizado para saber si el tamaño de paso es el adecuado es el siguiente: En cada paso se estiman y se comparan dos aproximaciones diferentes para la solución, en caso de que ambas coincidan, la aproximación es válida, mientras que, si no coinciden, el paso se reduce. En el caso de que coincidan con más dígitos significativos de los requeridos, el paso se incrementa.

#### 6.4. DESARROLLO DEL PROYECTO

La metodología seguida para llevar a cabo el desarrollo del presente trabajo de fin de máster comienza con el estudio de una primera aproximación de la transferencia orbital desde la Tierra a Patroclus mediante el problema de Lambert. Planteando el problema con diferentes fechas de salida y con diferentes tiempos de transferencia para llegar a Patroclus, se buscan los valores mínimos de  $\Delta V$ . Mediante un análisis acerca de la relación entre el  $\Delta V$  y los días de transferencia necesarios para completar la misión, es posible obtener una ventana temporal en la cual resulta más interesante llevar a cabo el lanzamiento de la misión. Se realiza una validación de esta primera aproximación, comprobando que, para un día de salida óptimo dentro de la ventana de lanzamiento obtenida, con el  $\Delta V$  y días de transferencia del caso seleccionado, la posición de la nave coincide con la de Patroclus utilizando el integrador.

Una vez estudiada esta primera aproximación, se tiene una idea bastante aproximada del cuando iniciará la misión. A continuación, se procede a estudiar la misión interplanetaria haciendo uso del propagador, teniendo en cuenta los propulsores que se desean comparar, haciendo un estudio preciso de la misión.

Para ello se importan desde HORIZONS las efemérides tanto de la Tierra como de Patroclus y se introduce la nave espacial en el problema. La introducción de la nave en el problema parte de la definición de su, posición y velocidad inicial, de las propiedades características de la propia nave y del sistema de propulsión equipado. Una vez definidos estos parámetros, el integrador ya podría comenzar el cálculo de la posición y la velocidad de la nave en función del tiempo, dentro del plano de la eclíptica de la Tierra.

Antes de llevar a cabo cualquier cálculo, es necesario tener en cuenta que Patroclus orbita en un plano inclinado alrededor de  $22^\circ$  respecto del plano de la eclíptica de la Tierra. Comenzar la integración sin un cambio de inclinación previo no permitiría que la nave alcance la órbita de Patroclus en su mismo plano. Para ello se desarrolla una función que llevará a cabo el cambio de plano de la órbita de transferencia mediante la variación del vector velocidad de la misma. El cambio de plano debe realizarse cuando la nave al salir de la SOI de la Tierra esté en la misma dirección que el nodo ascendente de la órbita de Patroclus. Localizando la posición del nodo ascendente se puede obtener el vector posición del mismo en su paso por ese punto. Para seguidamente encontrar un vector proporcional a este en la órbita terrestre. El día en el cual se obtiene dicho vector y marcará la fecha de inicio de la misión. Dicho vector posición se corresponde con un vector velocidad, sobre el cual se lleva a cabo una rotación mediante la aplicación de la fórmula de Rodrigues, consiguiendo de esta manera girar el plano en el que se encuentra la órbita de transferencia de la nave, coincidiendo con el plano orbital de Patroclus.

En el momento en que se determinan las condiciones iniciales y se consigue que la nave orbite en el plano orbital de Patroclus, comienza así la segunda parte del proyecto. No obstante, antes de comenzar con los cálculos, posterior recogida de resultados, y, en consecuencia, comparación de sistemas propulsivos, es necesario recordar que no basta con alcanzar la órbita de Patroclus, si no que el objetivo es conseguir un encuentro (Patroclus debe estar próximo a la nave). Para conseguir este rendezvous, y al no tener un tiempo de vuelo definido para la misión, se propone el siguiente enfoque para la resolución del problema:

El integrador se encarga de calcular la posición de la nave en todo momento, entre otros parámetros. La solución se encuentra generando una función que permita obtener la fecha en la cual el error entre la posición de la nave y la de Patroclus es suficientemente bajo como para considerar un rendezvous aceptable.

La función definida integra la posición de la nave para diferentes sistemas propulsivos, porcentajes de empuje y números de motores. Esta integración se realiza considerando dos periodos desde el cambio de plano hasta alcanzar la órbita de Patroclus:

- Un periodo inicial durante el cual la nave orbita con empuje cero.
- Un segundo periodo hasta alcanzar la órbita de Patroclus, con un empuje constante (que se puede considerar la órbita de transferencia) .

Estos dos periodos de la trayectoria seguida desde la Tierra hasta Patroclus pueden observarse en las figuras 19, 20, 21 y 22 para los diferentes sistemas propulsivos, indicando las leyendas de todas ellas en la figura 18. El periodo inicial aparece en color cian, y el segundo, en color verde.

El procedimiento es ir modificando, para cada situación propulsiva, el instante de puesta en marcha del motor, o lo que es lo mismo, el periodo sin empuje, para que al alcanzar la nave la órbita de Patroclus, esta esté próximo, dando lugar a un encuentro próximo

Tras llevar a cabo el encuentro se plantean dos opciones, el impacto de la nave sobre Patroclus, o en su caso, sobrevuelo del asteroide, realizando un análisis in situ del planeta, o bien adaptar la órbita de la nave a la de Patroclus para acompañarlo a lo largo de su órbita. En este último caso será necesario un impulso con su correspondiente  $\Delta V$ .

Una vez toda esta estructura del problema queda comprendida, es posible llevar a cabo una resolución satisfactoria del problema de estudio, obteniendo resultados de interés de estudio y análisis para poder sacar conclusiones acertadas a cerca del proyecto.

## 7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A lo largo de este séptimo capítulo, se llevará a cabo un estudio de las posibles órbitas de transferencia entre la Tierra y Patroclus para cada uno de los propulsores propuestos, con el objetivo de encontrar las trayectorias óptimas, en las cuales se busca minimizar tanto el peso como el tiempo de transferencia de la misión, ya que son los parámetros de estudio más importantes de las trayectorias de bajo empuje.

### 7.1. PRIMERA APROXIMACIÓN POR LAMBERT

Como primera aproximación de la órbita de transferencia se lleva a cabo un estudio mediante el problema de Lambert. Se buscan las fechas en las cuales se encuentre una solución de compromiso entre tiempo de transferencia y  $\Delta V$  para tener una idea aproximada de la fecha de inicio de la misión, o bien, una ventana temporal en la cual resultaría más interesante iniciarla.

Para comenzar con la resolución del problema de Lambert, la fecha propuesta para iniciar el estudio es el 1 de enero de 2023. Mediante la aplicación de la ecuación (5.51) se calcula el periodo sinódico. El periodo orbital de la Tierra es de 365 días, y el de Patroclus de 4353 días, por tanto, resulta un periodo sinódico de 398 días aproximadamente. Las efemérides se descargan desde el 1 de enero de 2023 hasta el 6 de octubre de 2031, con intervalos temporales de 40 días.

Se realizará el estudio del problema de Lambert simulando lanzamientos cada 40 días variando el tiempo de vuelo para cada uno de ellos desde 40 días hasta un máximo de 1600 días. Para cada lanzamiento se obtiene un  $\Delta V$  característico, el cual presentado junto con el tiempo de vuelo y las fechas de inicio de misión permite obtener un gráfico tipo *pork chop* (ver figura 17).

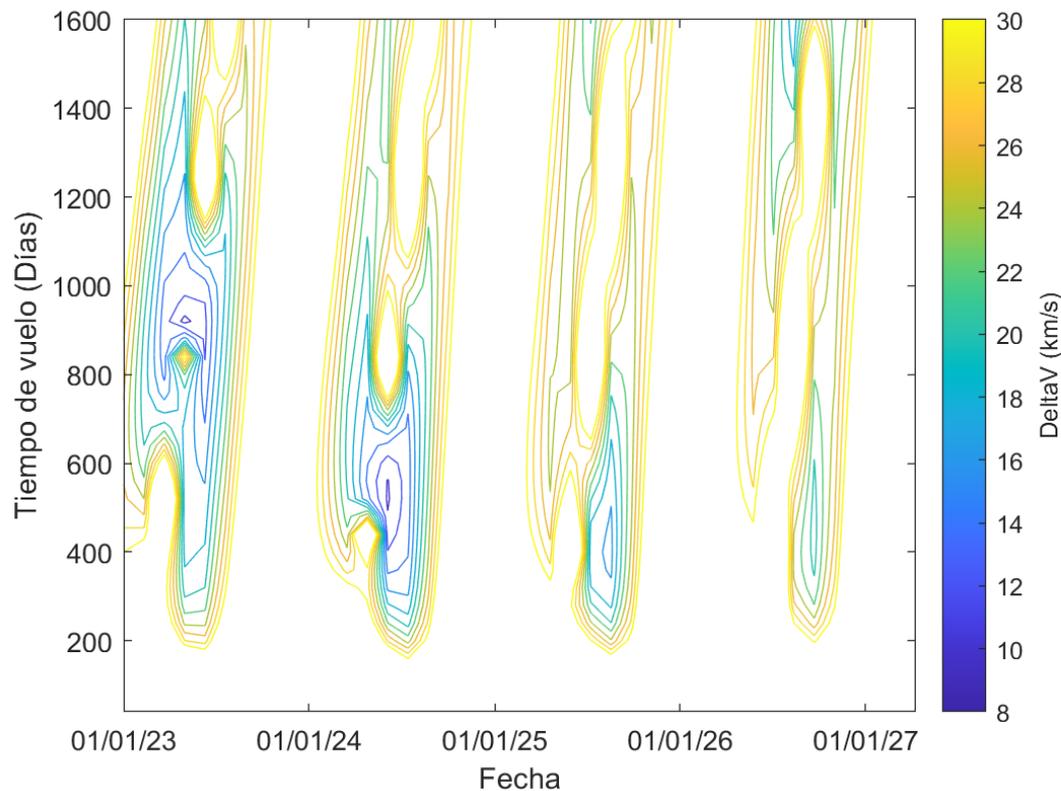


Figura 17. Gráfica tipo *pork chop* en la cual aparecen enfrentados el tiempo de vuelo en días,  $\Delta V$  y las fechas de lanzamiento.

La Figura 17 muestra las posibles ventanas de lanzamiento desde la Tierra hasta Patroclus para que la nave alcance al asteroide. No se tiene en cuenta que, en caso de desear quedarse orbitando junto a Patroclus, sería necesario un nuevo impulso para redirigir la nave y quedarse acompañando al asteroide en su órbita sobre el Sol. Se representan los  $\Delta V$  desde 8 hasta 30  $km/s$  y el tiempo de vuelo desde 200 hasta 1600 días.

En la gráfica se distinguen claramente 4 *pork chops*, cada uno de ellos se corresponde con una posible ventana de lanzamiento. A medida que avanza la fecha de salida de la misión los valores de  $\Delta V$  requerido para la transferencia son cada vez mayores. Esto es debido a que a medida que pasa el tiempo Patroclus se va alejando de la órbita de la Tierra. El estudio de 2022 no resulta necesario porque de 2023 a 2024 se observa una mejora, eso se debe a que Patroclus se está acercando a la órbita de la Tierra hasta 2024, para de nuevo comenzar a alejarse. Por lo tanto 2022 tiene una ventana de lanzamiento mucho menos interesante porque Patroclus estaría más alejado de la órbita terrestre que en 2023 y 2024.

Observando los mínimos locales, la ventana de lanzamiento de 2023 permite trayectorias con tiempo de vuelo de en torno a 900 días, mientras que la de 2024, de 500 días aproximadamente. Además, en cualquiera de estas dos ventanas de lanzamiento se tienen valores de  $\Delta V$  menores de 10  $km/s$ . Los mínimos locales de las ventanas de lanzamiento permiten obtener los trayectos óptimos de esta primera aproximación y se presentan en la Tabla 5.

Tabla 5. Valores obtenidos tras la resolución del problema de Lambert para una transferencia orbital desde la Tierra hasta Patroclus.

AÑO	SALIDA	LLEGADA	TOF	$\Delta V$	$\Delta V_2$
	Fecha		Días	$km/s$	$km/s$
2023	01/05/2023	06/11/2025	920	9.31	7.13
2024	04/06/2024	06/11/2025	520	9.71	8.0441

El valor correspondiente a  $\Delta V_2$  es el impulso necesario en  $km/s$  en caso de querer orbitar junto a Patroclus en su trayectoria alrededor del Sol una vez alcanzada su órbita, en cambio,  $\Delta V$  es el impulso inicial con el que la nave interceptaría Patroclus desde la Tierra. Para el viaje con salida el 04/06/2024, la órbita de transferencia se completará en tan solo 520 días, lo que sería algo más de la mitad del caso con salida el 01/05/2023. Sin embargo, el impulso  $\Delta V$  a pesar de ser mayor en el lanzamiento de 2024, el orden de  $\Delta V$  para ambos lanzamientos es muy similar, apenas difiere en 0.41  $km/s$ . Esto comprueba la hipótesis planteada anteriormente de que Patroclus se encuentra más cerca de la órbita de la Tierra en 2024, con un impulso prácticamente del mismo valor, la órbita de transferencia se completa en casi la mitad de tiempo. En cuanto a los valores de  $\Delta V_2$ , el lanzamiento de 2024 requiere un impulso algo mayor que el de 2023, esto es debido a que el  $\Delta V$  desde la Tierra es mayor, en consecuencia llega con más energía a la órbita de Patroclus y la corrección necesaria en caso de querer orbitar junto con Patroclus es mayor.

En este apartado el motor equipado no será un motor eléctrico, si no que el motor será químico y en consecuencia el impulso específico será notablemente menor. Se supone una masa en vacío de la nave de 8500 kg y un impulso específico de 224 s, igual que el utilizado en el sistema propulsivo de Lucy [18].

La cantidad de combustible consumido durante las maniobras de transferencia de 2023 y 2024 se calcula mediante las expresiones (7.1) y (7.2) respectivamente [29]:

$$\Delta m_{2024} = m_0 \left( 1 - e^{-\frac{\Delta v}{I_{sp} g_0}} \right) = 8397.6 \text{ kg} \quad (7.2)$$

$$\Delta m_{2023} = m_0 \left( 1 - e^{-\frac{\Delta v}{I_{sp} g_0}} \right) = 8377.1 \text{ kg} \quad (7.1)$$

Requiriéndose un total de  $8377.1 \text{ kg}$  de combustible en el lanzamiento de 2023 y  $8397.6 \text{ kg}$  en 2024. Es interesante adimensionalizar la masa de propelente consumido para poder realizar un estudio comparativo, tanto entre en estas dos fechas de lanzamiento como en apartados posteriores con motores eléctricos. Por ello la Tabla 6 presenta el consumo de combustible adimensionalizado con la masa inicial, tanto para el estudio de una misión que alcanza Patroclus como para otra misión que adaptaría la velocidad de la nave para orbitar junto con Patroclus.

Tabla 6.  $\Delta m_p/m$  resultantes de las aproximaciones por el problema de Lambert.

AÑO	$\frac{\Delta m_p}{m}$
2023	0.4963
2024	0.4969

## 7.2. PRECISIÓN DEL INTEGRADOR VS CRITERIO DE APROXIMACIÓN

Resulta necesaria la validación de la precisión de los resultados obtenidos en el integrador. El integrador se ha desarrollado para estudiar diferentes motores de propulsión eléctrica a diferentes porcentajes de empuje durante el desarrollo de una misión espacial desde la Tierra a Patroclus. El integrador integra la posición de la nave en su trayectoria a lo largo de la maniobra no impulsiva que ejecuta.

La trayectoria se conforma de dos órbitas de transferencia, una primera órbita kepleriana sobre la que la nave orbita tras realizar el cambio de inclinación para situarse en el plano de la eclíptica de Patroclus, y otra en la que se introduce la perturbación del encendido del sistema propulsivo. El trayecto hacia Patroclus finaliza en el momento en que el error entre la posición integrada de la nave y la de Patroclus en el momento de rendezvous sea lo suficientemente bajo, en base al criterio de aproximación, para considerarse precisa.

Los errores asumidos en las trayectorias de aproximación a Patroclus aparecen en la Tabla 7, donde se representan los valores del porcentaje de error en el momento en que la nave alcanza Patroclus. El valor absoluto del error no supera en ningún momento el 4% de error. Este error es muy bajo si se está hablando de un viaje del orden de  $10^8 \text{ km}$ . La precisión de la nave en su llegada a Patroclus es de al menos el 96%.

Tabla 7. Porcentaje de error entre la posición de la nave y de Patroclus en las direcciones X, Y y Z en el final de la trayectoria.

MODELO	MOTORES	EMPUJE	ERROR EJE	ERROR EJE	ERROR EJE
	Número		X	Y	Z
VASIMR	1	50	2.117168	3.89868388	2.36116316
	1	75	-1.0483909	-0.6758605	-0.8565735
	1	100	-1.1370683	-3.6761171	-1.2200748
	2	100	0.5815113	-1.1888782	0.53350126
NEXT	1	100	-0.3056939	1.77221152	-0.1562026
	3	100	-0.9474601	0.1002782	-0.2661146
	5	100	0.27246116	-0.3160696	0.61679991
	10	100	1.33463563	-1.7006222	1.5864579
SPT-140	10	100	-2.408723	-0.2387036	-0.5860914
HiPEP	1	100	1.84039573	0.23815059	0.52548646
	3	100	-0.4411453	-2.3912094	-0.1639533
	5	100	2.21279963	1.82164719	2.392269
	10	100	-1.6079448	-2.4245102	-1.5318794

### 7.3. ANÁLISIS DE LAS TRAYECTORIAS TIERRA-PATROCLUS

El trayecto completo que realizará la nave comienza el 25/10/2022, momento en el cual es posible realizar el cambio de plano desde el plano de la eclíptica de la Tierra al de Patroclus, a partir de ese momento comienza la trayectoria de la nave hasta Patroclus. La trayectoria la conforman dos órbitas de transferencia, la primera es una órbita kepleriana en la que la nave espera la activación del sistema propulsivo, periodo de tiempo durante el cual el sistema de propulsión está apagado, la nave orbita debido al impulso inicial de cambio de plano. Tras esta etapa, y dependiendo del sistema propulsivo equipado, comenzará la segunda fase o órbita de transferencia que introducirá la perturbación debida al empuje generado por los propulsores.

En el momento en que la aproximación se considera lo suficientemente cercana, con errores menores al 4%, la trayectoria a Patroclus se da por finalizada. En este punto aparecen dos enfoques posibles: El primer enfoque daría el estudio por concluido, buscando la colisión o intercepción de la nave y Patroclus o el sobrevuelo cercano; valorando la posibilidad de encontrarse con el cuerpo y observarlo durante ese periodo de tiempo, o bien, la de aterrizar en él. El segundo enfoque valora la opción de adaptar la dirección de la velocidad de la nave para quedar orbitando de tal forma que se aplique un  $\Delta V$  que permita redirigir la nave emparejándola a Patroclus. El primer enfoque se valora en este apartado y el segundo en el 7.4. Además, en ambas secciones resultará interesante llevar a cabo una comparación entre motores eléctricos y químicos.

#### 7.3.1. CAMBIO DE INCLINACIÓN

Si bien la nave inicia su viaje en la órbita terrestre, es sabido a estas alturas del trabajo que se necesita realizar un cambio de plano para orbitar en el mismo plano orbital que Patroclus. En este subapartado se explica cómo se ha realizado.

El primer concepto a tener en cuenta para el cambio de plano es la necesidad de detectar la fecha en la cual Patroclus se encuentra en su nodo ascendente, en ese momento exacto sus coordenadas tienen una componente Z nula, y en consecuencia se encuentra en el plano de la eclíptica. Ocurre el 21/10/2025 a las 07:35:50. Fecha en la cual Patroclus tiene la siguiente posición y velocidad presente en la Tabla 8.

Tabla 8. Vectores posición y velocidad de Patroclus. 21/10/2025 07:35:50.

VECTOR	EJE	VALOR	UNIDADES
POSICIÓN ( $\vec{r}_P$ )	X	5.0226E+08	km
	Y	4.9100E+08	km
	Z	6.3403E+00	km
VELOCIDAD ( $\vec{V}_P$ )	X	-8.2607E+00	km/s
	Y	1.0500E+01	km/s
	Z	5.3842E+00	km/s

Puede observarse en la tabla 8 que el valor no es exactamente cero, es el valor más cercano a cero encontrado en las efemérides, sin embargo, es despreciable frente a la magnitud de las coordenadas en X e Y. A partir de los valores de la Tabla 8 se obtienen tanto un vector posición unitario, como la inclinación de Patroclus.

$$\vec{h} = \vec{r} \times \vec{V} \quad (7.5)$$

$$\vec{K} = [0 \ 0 \ 1] \quad (7.6)$$

$$i = \arccos \frac{\vec{K} \cdot \vec{h}}{h} \quad (7.7)$$

La inclinación de Patroclus resulta de  $22.0644^\circ$ , lo cual concuerda con los valores de referencia lo que permite validar el cálculo, pues Patroclus orbita en un plano inclinado  $22.06^\circ$  como indica la tabla 4 [16]. Por otra parte, calculado un vector unitario de la posición de Patroclus, se busca un vector proporcional a este a partir de las efemérides de la Tierra, obteniéndolo el 25/10/2022, con un error máximo del 0.2%. Lo cual puede observarse en la Tabla 9.

Tabla 9. Vectores de posición unitarios equivalentes para la Tierra y Patroclus.

VECTOR UNITARIO	FECHA	EJE	VALOR	UNIDADES
PATROCLUS ( $\vec{r}_{Pu}$ )	21/10/2025	X	0.7151	km
		Y	0.699	km
		Z	0	km
TIERRA ( $\vec{r}_{Tu}$ )	25/10/2022	X	0.7161	km/s
		Y	0.698	km/s
		Z	-0.0001	km/s

A continuación, se obtienen los vectores posición y velocidad de la Tierra para el 25/10/2022, mostrado en la tabla 10, y al igual que antes se calcula la inclinación, resultando un valor de  $0.0074^\circ$  y consecuentemente confirmando de nuevo que los cálculos son correctos. La inclinación real del plano eclíptico de la Tierra es de  $0^\circ$ . Por tanto, en este punto es conocido el ángulo que es necesario girar el plano de la órbita de la nave, siendo éste la diferencia de estos dos,  $\Delta i = 22.057^\circ$ .

Tabla 10. Vectores posición y velocidad de Tierra. 25/10/2022.

VECTOR	EJE	VALOR	UNIDADES
POSICIÓN ( $\vec{r}_T$ )	X	1.0618E+08	km
	Y	1.0350E+08	km
	Z	-0.0001	km
VELOCIDAD ( $\vec{V}_T$ )	X	-21.2775	km/s
	Y	21.2060	km/s
	Z	-0.0025	km/s

El 25/10/2022 será la fecha de inicio de la misión ya que será la fecha en la cual es posible llevar a cabo el cambio de plano. Es el punto del espacio en el cual aplicando un giro de  $\Delta i$  grados sobre el eje descrito por el vector de posición de la Tierra, se consigue rotar el vector velocidad y por tanto dirigir a la nave en un plano coincidente con el de la órbita de Patroclus. Esto se consigue mediante la aplicación de la ecuación de rotación de Rodrigues (5.53). En la cual el vector que define el eje de rotación es el vector posición de la Tierra el 25/10/2022, el vector a girar es el de velocidad y el ángulo,  $\Delta i$ .

La aplicación de la fórmula de rotación de Rodrigues permite obtener el vector velocidad necesario en la nave para poder orbitar en el mismo plano que Patroclus, el vector resultante se presenta en la Tabla 11. Sin embargo, es importante recordar que la nave se encuentra con las mismas condiciones iniciales de posición y velocidad que la Tierra, pues inicia el viaje desde ella.

Por tanto, para conseguir que el vector de velocidad de la nave sea el calculado por Rodrigues, es necesario aplicar un impulso. Este impulso  $\Delta V$ , será el módulo de la diferencia entre los vectores velocidad de la Tierra y del vector velocidad obtenido tras la rotación (ver tabla 11).

Tabla 11. Vector velocidad necesario en la nave para orbitar en el mismo plano que Patroclus.

VECTOR	EJE	VALOR	UNIDADES
VELOCIDAD ( $\vec{V}_r$ )	X	-19.8006	km/s
	Y	19.5701	km/s
	Z	11.2794	km/s

Este impulso se aplica con un motor químico, que tal y como se mencionó antes, los motores químicos utilizados en este trabajo para correcciones instantáneas tendrán un impulso específico de 224 s. Por tanto, se puede calcular el  $\frac{\Delta m}{m}$  para este  $\Delta V$ , presentados en la Tabla 12.

 Tabla 12. Valores de  $\Delta V$  y  $\Delta m/m$  requeridos para el cambio de inclinación.

PARÁMETRO	VALOR	UNIDADES
$\Delta V$	15.7806	km/s
$\frac{\Delta m}{m}$	0.499810187	-

Hasta este punto, no influye el sistema propulsivo instalado en la nave. Sin embargo, una vez se ha calculado el cambio de inclinación y comienza la trayectoria hacia Patroclus, los días que la nave pasa en la órbita de transferencia kepleriana o en la órbita una vez se ha accionado el empuje, si que van a depender del sistema propulsivo instalado, resultando un TOF, tiempo de vuelo, característico para cada equipo propulsivo.

Es necesario tener en cuenta que cuando se adimensionalicen los consumos de combustible de los motores, las masas iniciales serán diferentes para cada uno de los sistemas propulsivos, pues, aunque la masa de la nave sea la misma, el número de motores o propelente necesario variará, y en consecuencia la masa inicial.

### 7.3.2. VASIMR

El VASIMR es el motor estudio del tipo propulsor de plasma pulsado. Los resultados para el motor VASIMR se han obtenido a raíz de enfocar el estudio en un sistema propulsivo de como máximo 2 motores. Las características del VASIMR presentadas en el apartado 4.3, presentan además de un elevado impulso específico, un empuje muy superior al resto de motores eléctricos. Utilizar más de dos motores VASIMR no resulta interesante para llevar a cabo la misión, ya que  $\frac{\Delta mp}{m}$  aumentaría considerablemente y sin embargo no disminuiría el TOF tan notablemente. Es decir, no se alcanzan soluciones de compromiso con más de 2 motores VASIMR en esta misión. Por tanto, el estudio se limita a estudiar sistemas propulsivos de 2 motores o de un solo motor, en diferentes regímenes de empuje, 50%, 70% y 100%

Los resultados obtenidos se presentan en las Tablas 13 y 14. La Tabla 13 presenta los días que la nave permanece en la órbita kepleriana, los días del trayecto una vez se ha añadido la perturbación del empuje y el TOF. En cuanto a la Tabla 14 se presentan las fechas exactas de salida y de llegada de la misión junto con los valores de la masa de combustible adimensionalizada con la masa inicial.

Tabla 13. Tabla de resultados 1, VASIMR.

MODELO	MOTORES	EMPUJE	ÓRBITA T=0	ÓRBITA T≠ 0	TOF
	Número	%	Días	Días	Días
VASIMR	1	50	92	520	612
	1	75	110	475	585
	1	100	119	457	576
	2	100	132	433	565

Tabla 14. Tabla de resultados 2, VASIMR.

MODELO	MOTORES	EMPUJE	SALIDA	LLEGADA	$\frac{\Delta mp}{m}$ TOTAL
	Número	%	FECHA		TRAYECTO
VASIMR	1	50	25/10/2022	28/06/2024	0.219121357
	1	75	25/10/2022	01/06/2024	0.234136021
	1	100	25/10/2022	23/05/2024	0.246578618
	2	100	25/10/2022	12/05/2024	0.27354825

A la vista de los resultados de la Tabla 13, a medida que el empuje aumenta, los días de espera en la órbita kepleriana aumentan, mientras que disminuyen los días sobre la órbita de la maniobra no impulsiva. Haciendo que el tiempo de vuelo total disminuya desde 612 días con un motor al 50% hasta 565 días, con 2 motores. Esta reducción de 47 días de misión se corresponde con un aumento de  $\frac{\Delta mp}{m}$  del 5.4% como muestra la tabla 14. Por esto no resulta interesante introducir más de 2 motores en sistemas propulsivos VASIMR. Se llega a un punto en que la reducción del TOF es tan baja para el aumento de consumo que supone, que no resulta interesante. En contrapunto, el sistema propulsivo VASIMR más interesante para llevar a cabo la misión es el conformado por un solo motor al 50% de su empuje total. Este equipo es el que

tiene un  $\frac{\Delta mp}{m}$  más bajo y en una misión de en torno a 600 días, una demora de 47 días en la llegada al destino no es realmente significativa. Resultando más interesante la opción de menor consumo.

Los datos presentados en la Tabla 13 acerca de los días que la nave viaja en cada órbita se han representado gráficamente, para poder analizar la trayectoria trazada durante el viaje. Todas las representaciones de este apartado se referencian en la Figura 18, en ella aparecen las leyendas, donde se especifican los marcadores, colores o grosores de línea utilizados para representar cada uno de los planetas u órbitas estudiadas.

En este apartado únicamente se va a comentar y analizar las órbitas que conforman la trayectoria de la mejor opción propulsiva para VASIMR, es decir, un sistema propulsivo conformado por un motor al 50%.

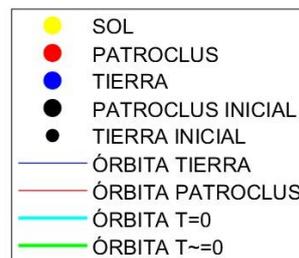


Figura 18. Leyenda utilizada para la representación de las órbitas.

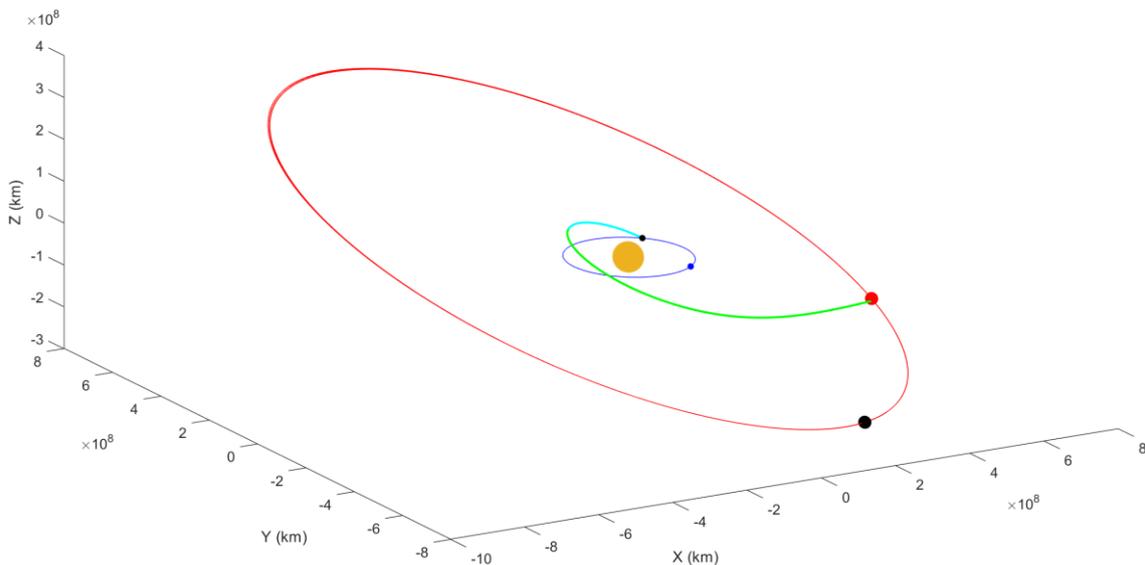


Figura 19. Trayectoria de la maniobra no impulsiva Tierra-Patroclus, 1 motor VASIMR, 50% empuje.

La Figura 19 presenta la trayectoria seguida por la nave equipada con un motor VASIMR actuando con el 50% de su empuje. La posición de la Tierra y de Patroclus en el inicio de la misión son los puntos negros presentes en cada una de sus órbitas, azul y roja respectivamente. La posición de la Tierra al final de la misión aparece en color azul y la de Patroclus en rojo, de los mismos colores que sus órbitas. Se puede observar que durante los 612 días que dura la misión, la Tierra ya ha pasado una vez por el punto de salida y está cerca de completar la segunda vuelta a su órbita y Patroclus ha recorrido una sección correspondiente a un 15% de su órbita, lo cual permite observar que el integrador representa correctamente las posiciones de los cuerpos celestes a lo largo del tiempo. En color cian se representa la órbita de espera kepleriana sobre

la cual la nave espera la orden de encendido de motores para alcanzar el rendezvous. Es curioso comentar como se observa claramente el cambio de plano realizado en la salida desde la tierra, observando entre la línea azul de la órbita terrestre y la cian de la kepleriana, el ángulo correspondiente a  $\Delta i$  calculado en el apartado anterior. La órbita de espera kepleriana como se puede observar tiene un periodo de 365 días, es la órbita de la Tierra, pero girada para coincidir con la eclíptica de Patroclus, la imagen 19 permite observarlo, al menos el tramo recorrido en ella. A la vista de la trayectoria la nave recorre un cuarto de la órbita kepleriana, lo cual se corresponde con los 92 días que se encuentra en espera, verificando de nuevo los cálculos del integrador. A partir del día 92 de maniobra, y durante 520 días, el sistema propulsivo introduce la perturbación del empuje, dando lugar a la trayectoria de color verde.

De esta forma se distinguen perfectamente los dos tramos de la trayectoria y el cambio de trayectoria una vez se ha introducido la perturbación del empuje. El trayecto finaliza el día 28/06/2024 cuando se coincide con la posición de Patroclus con errores menores al 4%, como se indica en la Tabla 7.

### 7.3.3. NEXT

NEXT es el motor iónico del tipo gridded-ion estudiado para realizar la maniobra. A diferencia de el caso de estudio del motor VASIMR, este motor, debido a sus propiedades resulta más interesante estudiarse con otras configuraciones de sistema propulsivo. El motor NEXT se va a estudiar en sistemas propulsivos conformados por 1, 3, 5 y 10 motores, los cuatro casos con el empuje máximo desarrollado por los propulsores. Esto se debe a que, aunque el impulso específico es algo más bajo que en el caso del VASIMR, el empuje desarrollado por los motores es alrededor de 20 veces más bajo.

Los resultados obtenidos se presentan en las Tablas 15 y 16. La Tabla 15 presenta los días que la nave permanece en la órbita kepleriana, los días del trayecto una vez se ha añadido la perturbación del empuje y el TOF. En cuanto a la Tabla 16 se presentan las fechas exactas de salida y de llegada de la misión junto con los valores de la masa de combustible adimensionalizada con la masa inicial.

Tabla 15. Tabla de resultados 1, NEXT.

MODELO	MOTORES	EMPUJE	ÓRBITA T=0	ÓRBITA T≠ 0	TOF
	Número	%	Días	Días	Días
NEXT	1	100	142	2727	2869
	3	100	268	1500	1768
	5	100	11	679	690
	10	100	65	570	635

Tabla 16. Tabla de resultados 2, NEXT.

MODELO	MOTORES	EMPUJE	SALIDA	LLEGADA	$\Delta mp/m$ TOTAL
	Número	%	FECHA		TRAYECTO
NEXT	1	100	25/10/2022	02/09/2030	0.194592411
	3	100	25/10/2022	28/08/2027	0.211741744
	5	100	25/10/2022	14/09/2024	0.210481876
	10	100	25/10/2022	21/07/2024	0.229133544

A colación con los datos presentados en la Tabla 15, se entiende porque no resulta interesante estudiar el caso de un motor con empuje menor al 100%. El TOF para el caso de un solo motor

NEXT es de 2727 días, lo cual supone un viaje entre 4 y 5 veces más largo que el que ofrecería el caso óptimo del motor VASIMR, por tanto, no resulta interesante esa distribución del sistema propulsivo, y menos aun utilizando menor proporción del empuje total. El caso de 3 motores sigue sin resultar interesante debido a que el trayecto sigue siendo notablemente largo, se tarda 3 veces más que con el VASIMR con un consumo muy similar, presentado en la Tabla 16.

Las dos distribuciones más interesantes para diseñar un sistema propulsivo en base a motores NEXT son las de 5 y 10 motores. Las dos opciones permiten un TOF por debajo de los 700 días, 690 y 635 para 5 y 10 motores respectivamente. Y presentan un  $\frac{\Delta mp}{m}$  que difiere en un 1.7%.

Este aumento del consumo adimensionalizado del 1.7% al trabajar con 10 motores, no resulta interesante para únicamente reducir el trayecto 55 días. En comparativa con el sistema de 3 motores, se consigue una mejora exageradamente notable, reduciendo tanto el TOF a algo menos de la mitad y manteniendo  $\frac{\Delta mp}{m}$  en un valor muy similar, incluso reduciéndolo.

El sistema propulsivo de 5 motores NEXT encuentra la solución de compromiso óptima para TOF y  $\frac{\Delta mp}{m}$  entre las 4 opciones, siendo la configuración óptima de este motor para llevar a cabo la trayectoria Tierra-Patroclus. Esta trayectoria se presenta a continuación en la figura 20.

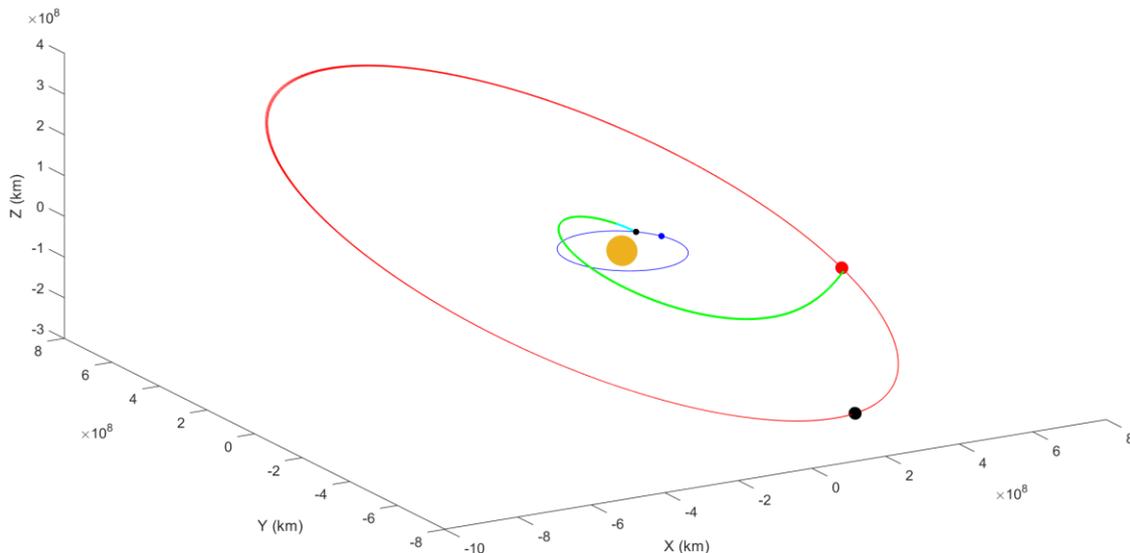


Figura 20. Trayectoria de la maniobra no impulsiva Tierra-Patroclus, 5 motores NEXT, 100% empuje.

La Figura 20 permite observar la trayectoria ejecutada con la nave al equipar un sistema propulsivo conformado por 5 motores NEXT desarrollando el 100% de su empuje, una vez se activa el empuje de la nave. Las leyendas aparecen en la Figura 18.

En este caso la nave únicamente permanece 11 días en espera, es por ello por lo que el recorrido de color cian es tan pequeño en esta ocasión, la nave apenas completa un recorrido del 3% de la órbita kepleriana. El día 11 de maniobra, se produce la activación del sistema propulsivo para conseguir ejecutar la maniobra de rendezvous con Patroclus y se mantendrá durante 679 días en esta órbita de color verde. Se puede observar como el arco de la órbita verde es mucho más acusado al inicio de esta, y a lo largo del paso del tiempo, este es cada vez más suave hasta la colisión con Patroclus. De nuevo es posible observar cómo cambia la posición de la Tierra y de Patroclus en su órbita con el paso del tiempo.

El trayecto finalizaría el 14/09/2024 con un error de posición máximo del 0.7%, como indica la Tabla 7.

### 7.3.4. SPT-140

SPT-140 es el modelo de motor de tipo efecto hall seleccionado para ser estudiado en el presente proyecto. Este propulsor de efecto hall tiene un impulso específico bastante menor que el de los tres motores estudiados anteriormente, y el empuje es del mismo orden que el propulsor NEXT. Por ello, el estudio comenzó realizándose para un sistema compuesto por 10 motores, los resultados obtenidos se presentan en las Tablas 17 y 18.

Tabla 17. Tabla de resultados 1, SPT-140.

MODELO	MOTORES	EMPUJE	ÓRBITA T=0	ÓRBITA T≠ 0	TOF
	Número	%	Días	Días	Días
SPT-140	10	100	201	1430	1631

Tabla 18. Tabla de resultados 2, SPT-140.

MODELO	MOTORES	EMPUJE	SALIDA	LLEGADA	$\Delta p/m$ TOTAL
	Número	%	FECHA		TRAYECTO
SPT-140	10	100	25/10/2022	13/04/2027	0.384639169

A la vista de los resultados presentados en las Tablas 17 y 18 para el sistema conformado por 10 motores se descarta estudiar más configuraciones para este tipo de motor. El consumo adimensional que se ha obtenido para 10 motores es de entre un 15% y un 18% superior al de los dos motores estudiados anteriormente, por tanto, estudiar configuraciones para más de 10 motores dispararía el consumo y no es interesante. Analizando el TOF, es la configuración que más tarda en ejecutar el trayecto incluso con la configuración de 10 propulsores, por ello cualquier opción propulsiva que valore una reducción del número de equipos propulsivos utilizados, dispararía los valores de TOF. Por todo lo comentado anteriormente se descarta continuar con el estudio de diferentes configuraciones para este tipo de motores, ya que, a la vista de los resultados obtenidos, este tipo de motores eléctricos no resultan una opción óptima para maniobras con distancias de tal magnitud. No obstante, se representará y analizará la trayectoria ejecutada por la nave equipada con 10 motores. Dicha trayectoria se representa en la Figura 21.

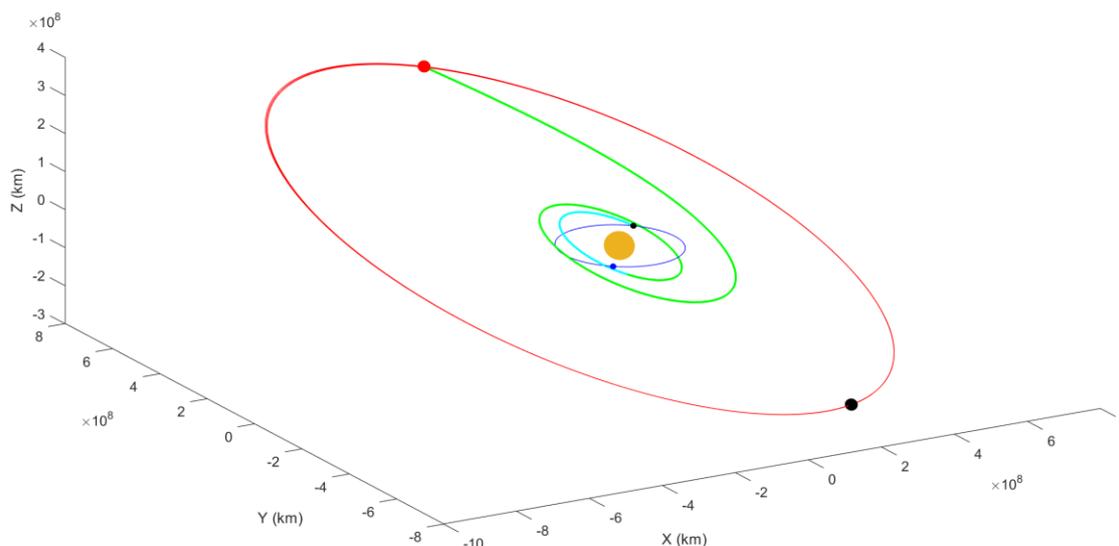


Figura 21. Trayectoria de la maniobra no impulsiva Tierra-Patroclus, 10 motores NEXT, 100% empuje.

Analizando la trayectoria de la nave, recorre 201 días sobre la órbita kepleriana, algo más de la mitad de su periodo, lo cual se corresponde con lo mostrado en la figura 21. Seguidamente comienza la propulsión y se mueve con empuje constante durante 1430 días, al tratarse de un motor con empuje e impulso específico bastante bajos, la nave realiza una trayectoria con dos curvas bastante cerradas alrededor del sol antes de suavizar la curvatura de la trayectoria hasta alcanzar Patroclus.

La fecha de llegada en este caso sería el 13/04/2027. Al tratarse de un TOF tan elevado, Patroclus ha tenido tiempo para recorrer prácticamente la mitad de su órbita alrededor del Sol.

### 7.3.5. HiPEP

Este motor es conocido como propulsor eléctrico de alta potencia y es una variante de propulsión iónica. En un principio no iba a ser estudiado, pero a la vista de los resultados obtenidos con el motor SPT-140 se ha considerado necesario estudiar otro motor eléctrico más, en este caso, este tipo concreto de propulsores iónicos de alta potencia, de los que no se ha estudiado ningún ejemplo. El motivo para decantarse por esta cuarta opción son sus características de empuje e impulso específico, pese a que el empuje no es el más bajo, ya que es casi el doble que el del NEXT, sigue siendo un empuje muy pequeño. Además, y su característica más destacable es que es de largo el motor con mayor impulso específico, presentando 8270 s de ISP.

El propulsor HiPEP ha sido estudiado en sistemas propulsivos con configuraciones de 1, 3, 5 y 10 motores, todos ellos con los motores desarrollando el 100% de su empuje. Los resultados obtenidos se presentan en las Tablas 19 y 20.

Tabla 19. Tabla de resultados 1, HiPEP.

MODELO	MOTORES	EMPUJE	ÓRBITA T=0	ÓRBITA T≠ 0	TOF
	Número	%	Días	Días	Días
HiPEP	1	100	245	1585	1830
	3	100	69	575	644
	5	100	102	511	613
	10	100	129	446	575

Tabla 20. Tabla de resultados 2, HiPEP.

MODELO	MOTORES	EMPUJE	SALIDA	LLEGADA	$\Delta$ mp/m TOTAL
	Número	%	FECHA		TRAYECTO
HiPEP	1	100	25/10/2022	29/10/2027	0.116069769
	3	100	25/10/2022	30/07/2024	0.123885504
	5	100	25/10/2022	29/06/2024	0.14258641
	10	100	25/10/2022	22/05/2024	0.164894669

Los resultados arrojados por las tablas permiten observar que el caso más desfavorable en cuanto al TOF se da para la configuración con un solo motor. Sin embargo, con 3, 5 y 10 motores, se encuentran en rangos de en torno a 600 días. Por tanto, será una de estas tres la que se seleccione como óptima. El parámetro con el cual se busca la solución de compromiso será de nuevo el consumo de masa adimensionalizado con la masa inicial. En este caso la configuración con 10 motores supone un aumento del 2% del consumo adimensionalizado respecto de la configuración de 5 motores, reduciendo el TOF en 38 días. No obstante, un aumento similar del consumo adimensional reduce el TOF en 31 días pasando de 3 a 5 motores.

Teniendo en cuenta la evolución de estos parámetros, la variación del TOF al pasar de 3 a 10 propulsores rondaría el 4%, reduciendo el TOF únicamente 69 días, por ello, no resulta interesante añadir más de 3 motores al sistema propulsivo. La trayectoria de la nave equipada con 3 motores HiPEP se presenta en la Figura 22.

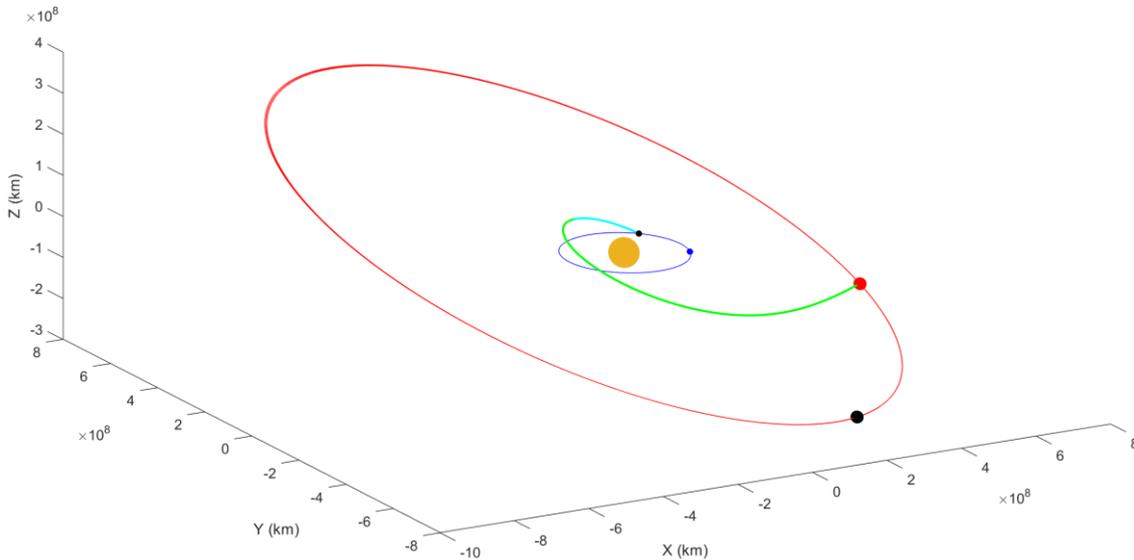


Figura 22. Trayectoria de la maniobra no impulsiva Tierra-Patroclus, 3 motores HiPEP, 100% empuje.

La trayectoria de la Figura 22 pasa 69 días en la órbita de espera kepleriana y activa el sistema propulsivo durante 575 días hasta alcanzar Patroclus el 30/07/2024.

### 7.3.6. COMPARATIVA ENTRE MOTORES ELÉCTRICOS

De entre todos los resultados arrojados en los apartados anteriores para cada uno de los motores estudiados y para las diferentes configuraciones estudiadas por motor, se va a realizar un estudio comparativo en esta sección. De esta manera se puede seleccionar de entre todos los modelos y configuraciones estudiadas cual se considera el óptimo para llevar a cabo la maniobra no impulsiva desde la Tierra a Patroclus.

La Figura 23 muestra una comparación entre los diferentes modelos y configuraciones estudiadas en el proyecto para llevar a cabo el trayecto desde la Tierra a Patroclus, los parámetros utilizados para llevar a cabo la comparación son el TOF y el consumo del combustible dividido por la masa inicial.

Dos motores se encuentran muy alejados de la tendencia del colectivo, el SPT-140 en configuración de 10 motores y el NEXT en configuración para un motor. El motor SPT-140 fue descartado por este motivo, el valor de los parámetros comparados dista tanto del resto de motores estudiados para el caso de 10 motores, que para este motor sería la configuración más favorable, que no resulta para nada interesante continuar con el estudio de ese motor para este tipo de trayecto. Para el caso del NEXT un motor, no es porque el motor no resulte interesante, si no que esa configuración resulta la menos interesante de todas para el NEXT.

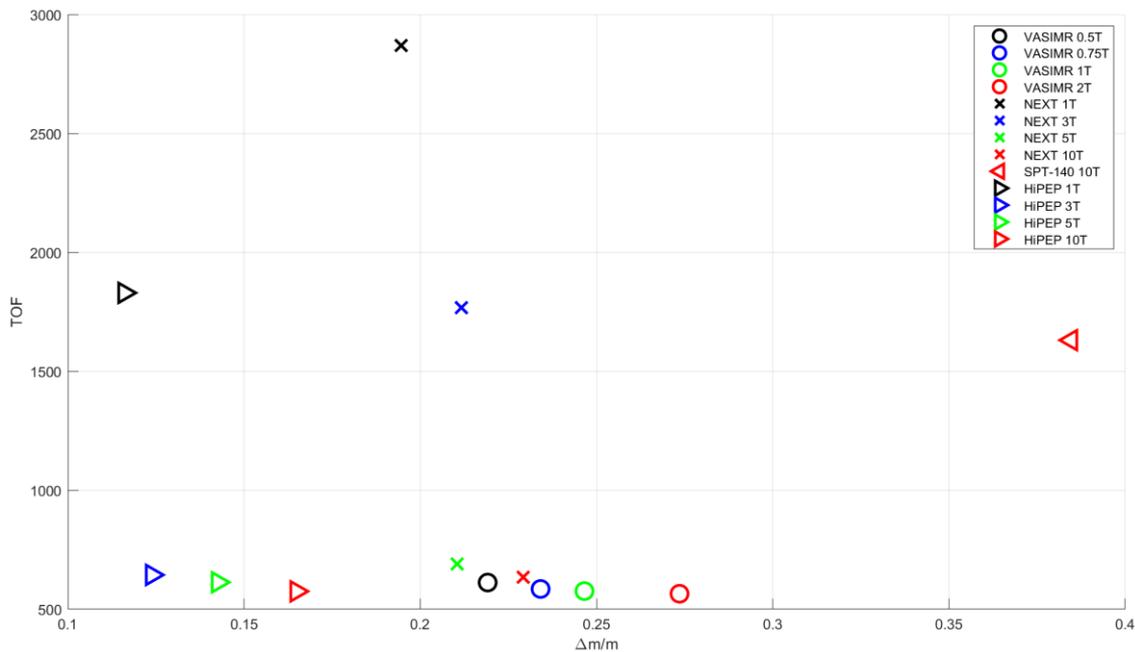


Figura 23. Gráfica comparativa de los diferentes modelos de motor estudiados y cada una de las configuraciones propuestas para el trayecto Tierra-Patroclus.

Otros dos motores algo menos alejados de la zona donde se agrupan la mayoría de los motores son las configuraciones de un motor de HIPEP y la de 3 motores de NEXT. En este caso el problema está en el TOF. Las tasas de consumo respecto de la masa inicial son muy interesantes, de hecho, la configuración de un solo motor del HIPEP, presenta los mejores valores de  $\frac{\Delta m_p}{m}$ , sin embargo, el TOF es tan elevado para ambos casos, que ambas configuraciones se descartan también.

El resto de los motores se encuentran más o menos en el mismo rango de TOF. Se distancian un poco en cuanto a consumo adimensional las configuraciones de uno y dos motores del VASIMR. Y en base a este parámetro se selecciona el óptimo de los motores, pues dentro de este grupo con un TOF aproximado, la configuración de 3 motores para el HIPEP presenta el menor valor de consumo adimensional. Desmarcándose como la opción óptima para el desarrollo de la misión con unos valores de 644 días de TOF y un  $\frac{\Delta m_p}{m}$  de un 12%.

### 7.3.7. COMPARATIVA ENTRE MOTOR ELÉCTRICO Y QUÍMICO

Este apartado se centra en la comparativa entre la opciones más interesantes de entre los propulsores eléctricos estudiados y el motor químico utilizado para llevar a cabo una primera aproximación mediante Lambert, el MR-103J. La Figura 24 presenta la comparativa en base a los dos mismos parámetros que en el apartado anterior.

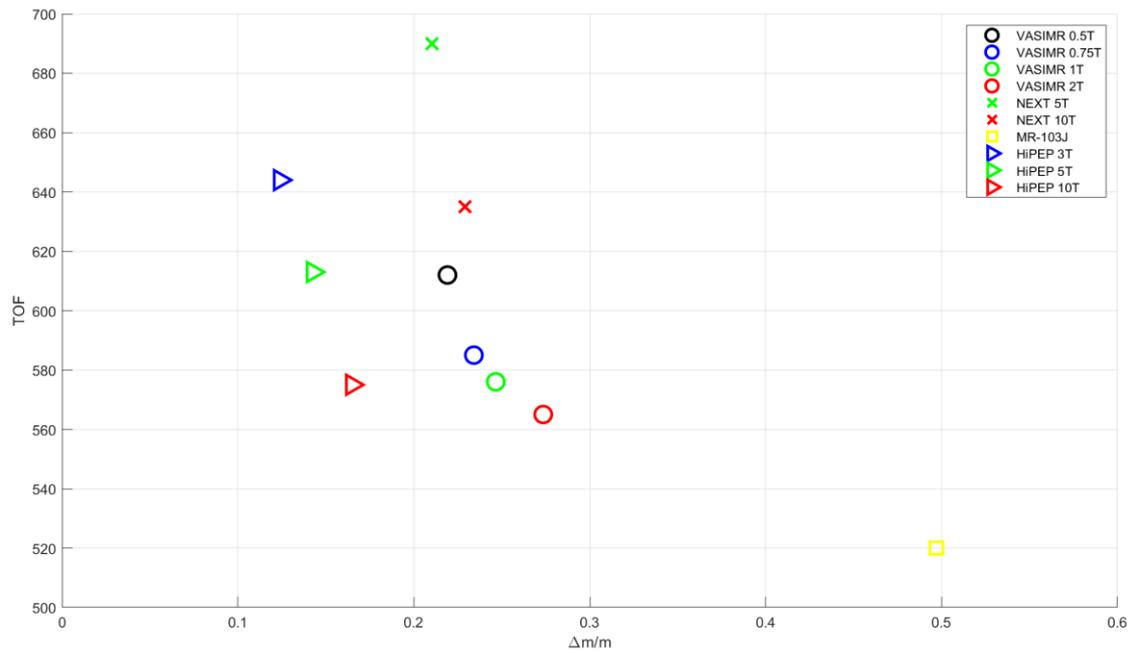


Figura 24. Gráfica comparativa de las configuraciones de los modelos de motor estudiados más interesantes y el motor químico estudiado para el trayecto Tierra-Patroclus.

En la Figura 24 puede observarse como la opción química, MR-103J, destaca respecto a los motores eléctricos en la reducción del TOF. Sin embargo, esta reducción del TOF no es tan llamativa cuando la reducción que se consigue es de una media de 80 días a costa de aumentar el consumo adimensional en un 30% de media. Además, en una comparativa directa con la mejor de las opciones eléctricas, el TOF se reduce en 120 días, lo cual podría resultar interesantes. Pero una ventajosa reducción de más del 37% del consumo adimensional por parte de la configuración de motores del HiPEP resulta infinitamente más interesante para esta maniobra no impulsiva desde la Tierra a Patroclus. A la vista de los resultados, es clara la ventaja de estas nuevas opciones eléctricas a la hora de ejecutar este tipo de trayectos y principalmente, los iónicos.

### 7.3.8. POSIBLE ADAPTACIÓN A LA ÓRBITA DE PATROCLUS

A lo largo de todo el proyecto se ha valorado la opción de acompañar a Patroclus a lo largo de su órbita una vez haya sido alcanzado por la nave. En función del sistema propulsivo seleccionado, teniendo en cuenta tanto modelos como configuraciones, la forma de alcanzar el troyano de Júpiter será diferente. Por lo tanto, se puede esperar que el impulso necesario para orbitar junto a Patroclus será diferente y tendrá influencia en el consumo de propelente adimensionalizado con la masa inicial.

La Tabla 21 contiene los resultados obtenidos con el integrador para ejecutar una maniobra que permita que la nave orbite junto con Patroclus. Se observa que para cada motor se necesita un valor diferente de impulso  $\Delta V$ , debido a que en cada uno de los casos la nave llega con una incidencia y unas velocidades distintas. Cuanto mayor es el valor de  $\Delta V$  necesario, peor es la situación de llegada por parte de la nave, ya que la corrección debe ser de mayor magnitud.

Tabla 21. Valores de  $\Delta V$  necesarios para adaptar la nave a la órbita de Patroclus y variación de combustible adimensionalizada teniendo en cuenta esta maniobra.

MODELO	MOTORES	EMPUJE	ADAPTACIÓN A ÓRBITA
	Número	%	$\Delta V$ (km/s)
VASIMR	1	50	29.5165776
	1	75	34.13370308
	1	100	37.42437169
	2	100	44.4919218
NEXT	1	100	9.980214232
	3	100	14.46925403
	5	100	18.20519621
	10	100	24.61967107
SPT-140	10	100	17.64754686
HiPEP	1	100	12.51054182
	3	100	22.33222424
	5	100	29.6746039
	10	100	38.09870939

Centrándolo el análisis de los datos presentes en la tabla en la configuración de 3 motores del HiPEP, no es la opción que menor impulso necesita para corregir su vector velocidad. Sin embargo, el valor necesario se sitúa por debajo de la media de todos los motores estudiados, que resulta de 23.32 km/s, por ello, sigue siendo una opción interesante. La órbita resultante para el motor seleccionado para realizar la misión será la presentada en la Figura 25. La nave equipada con un sistema propulsivo de tres motores HiPEP orbita junto con Patroclus en una órbita cuya trayectoria aparece en líneas discontinuas negras.

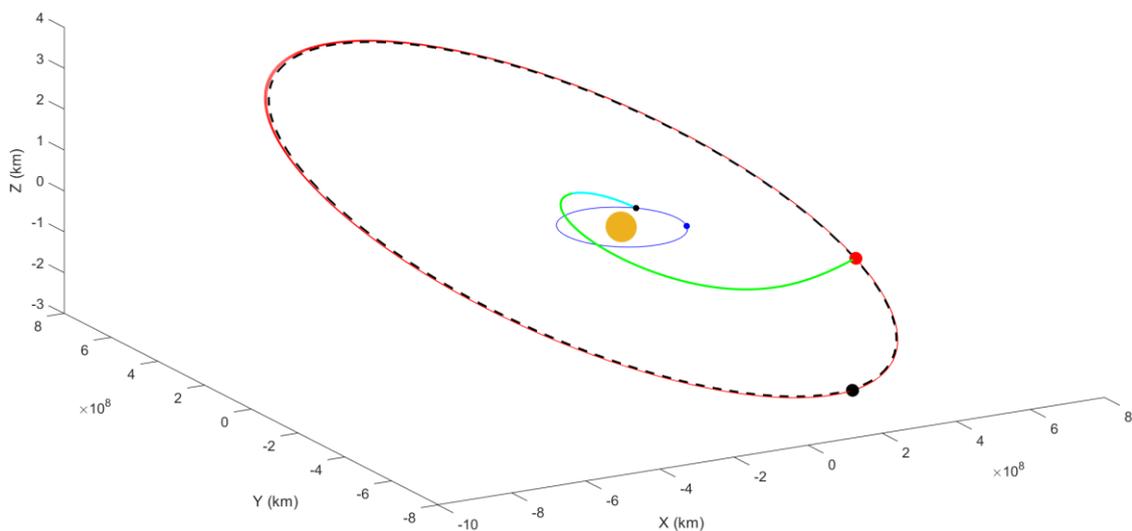


Figura 25. Trayectoria de la maniobra no impulsiva Tierra-Patroclus, 3 motores HiPEP, 100% empuje. En línea negra discontinua la órbita seguida por la nave tras aplicarse  $\Delta V$  para acompañar a Patroclus en su órbita alrededor del Sol.

## 8. CONCLUSIONES

Tras la finalización del proyecto y a la vista de los resultados obtenidos y analizados, es posible obtener diversas conclusiones.

- Se ha desarrollado un integrador que permita ejecutar una maniobra no impulsiva desde la Tierra hasta Patroclus, mediante el uso de propulsores de bajo empuje eléctricos, como fuente de propulsión principal.
- Se ha llevado a cabo una maniobra de cambio de plano desde la órbita de la Tierra para tener la misma inclinación que la órbita del cuerpo celeste de llegada, Patroclus.
- Se ha desarrollado una función que permite obtener el periodo de tiempo que tiene que orbitar la nave antes de activar los propulsores para que la aproximación sea realizable.
- Se ha realizado un estudio comparativo de diferentes sistemas propulsivos, analizando cuatro modelos de motores eléctricos, basados en diferentes tecnologías y estudiando la posibilidad de utilizarlos con diversas configuraciones y rangos de empuje.
- A la vista de los resultados obtenidos, el motor SPT-140, no es viable para llevar a cabo una maniobra no impulsiva de tal magnitud. Este motor eléctrico de tipo efecto Hall, no muestra buenos resultados para la realización del trayecto ni en la mejor de sus configuraciones.
- La mejor opción para realizar el trayecto Tierra-Patroclus, dentro de los motores eléctricos, es la configuración de tres motores HiPEP, la cual reduce los valores de TOF y consumo de propelente adimensional de manera óptima. Estos resultados son coherentes con lo esperado, pues se trata de un motor iónico, que hasta la fecha son los más utilizados en misiones del espacio profundo.
- En caso de querer llevar a cabo una adaptación de la velocidad para que la nave orbite junto con Patroclus alrededor del Sol, las naves equipadas con motores NEXT, son las que requieren una menor adaptación de  $\Delta V$ . No obstante, teniendo en cuenta el total del viaje, la opción más interesante sigue siendo con diferencia la configuración de tres motores HiPEP, por los mismos motivos que en el punto anterior.

Como conclusión general, se entiende que una misión real lleva a cabo estudios mucho más profundos y tiene en cuenta muchos más factores que los que se han analizado en el presente proyecto. Un estudio más completo de este trabajo final de máster podría tener en cuenta un mayor número de perturbaciones. Podría resultar interesante incorporar a nuestro estudio un estudio de las perturbaciones gravitacionales, de cuerpos celestes o las debidas a la presión de radiación solar. También sería de interés estudiar una fase preliminar desde una órbita terrestre hasta los límites de la SOI de la Tierra. Del mismo modo se podría estudiar las posibles maniobras necesarias para conseguir un aterrizaje satisfactorio sobre la superficie de Patroclus.

## **9. PLIEGO DE CONDICIONES**

A lo largo de este capítulo se presenta de forma breve las normativas vigentes de las ordenanzas a cerca de mantenimiento, seguridad e higiene que deben presentarse en el puesto de trabajo. Concretamente los referidos al presente Trabajo Fin de Máster.

### **9.1. DERECHOS Y OBLIGACIONES DEL TRABAJADOR**

Cada trabajador es totalmente responsable del cumplimiento, por obligación, de la participación en cualquier actividad o tarea que esté relacionada con la prevención de riesgos o con la conservación de un estado de higiene adecuado. Para ello deben cumplirse exactamente con la normativa impuesta en las ordenanzas junto con las directrices adicionales, además de tener en cuenta cualquier tipo de pauta o regla impuesta convenientemente por el personal de mayor autoridad. Estos derechos y obligaciones de los trabajadores se recogen en el Real Decreto 2/2015 del 23 de octubre.

### **9.2. CONDICIONES DEL PUESTO DE TRABAJO**

Como condición del puesto de trabajo se entiende cualquier aspecto del entorno laboral que pueda dar lugar a consecuencias negativas para las condiciones de salud del trabajador. En base a la actividad que se desarrolla para realizar el presente Trabajo de Fin de Máster, la normativa con mayor relación es la que engloba las condiciones de seguridad y salud mínimas a cerca del trabajo con pantallas de visualización. Esta normativa se recoge en el Real Decreto 488/1997 del 14 de abril.

#### **9.2.1. SUPERFICIE Y ESPACIO DE TRABAJO**

La superficie y el espacio del trabajo donde se desarrolla completamente la actividad de estudio del proyecto debe ajustarse a lo establecido en el Real Decreto 486/1997 del 14 de abril, donde aparecen las condiciones mínimas de seguridad y salud del trabajador en sus puestos de trabajo.

En este documento se incluye información a cerca de las dimensiones del espacio de trabajo propio de cada trabajador, así como de las características de la sala en la que se desarrolla el trabajo en cuanto a altura del techo o características del suelo. Las condiciones de acceso al puesto de trabajo mediante escaleras o rampas también se definen en este Real Decreto.

#### **9.2.2. SEGURIDAD ESTRUCTURAL**

Engloba toda la información acerca de los edificios que hayan sido utilizados en el transcurso y desarrollo del proyecto. Todos ellos tendrán una estructura firme y segura que permitan evitar el desplome y soportar condiciones climatológicas adversas. La aprobación del Código Técnico de la Edificación por parte del Gobierno permite una mejora de la calidad a nivel edificación y promueve la mejora continua en este campo. No solo la seguridad a cerca de la propia estructura del edificio es el tema para tratar en este apartado, la seguridad contra incendios, ruidos o ahorro energético se ven satisfechos a través de esta normativa.

#### **9.2.3. DISPOSICIONES MÍNIMAS APLICABLES A LOS EQUIPOS DE TRABAJO**

Las disposiciones mínimas aplicables a los equipos de trabajo ponen el foco de atención en la disposición del material de trabajo y en la ergonomía del equipo utilizado para el desarrollo de este. Las condiciones mínimas, en base a riesgos, aparecen recogidas en el Real Decreto 488/1997.

- **Teclado:** Debe ser inclinable e independiente, buscando la máxima comodidad para el usuario. El espacio de trabajo debe permitir una cómoda colocación de los brazos, permitiendo así el acceso a cualquier tecla, la cual deberá estar suficientemente espaciada y correctamente señalizada.
- **Pantalla:** Debe existir un correcto control a cerca de la luminosidad de la pantalla, de la nitidez de la misma y de su colocación en el espacio de trabajo para evitar cualquier problema debido a la falta de comodidad del trabajador.
- **Superficie de trabajo:** La mesa debe tener las dimensiones suficientes, tanto en altura como en superficie para trabajar, para permitir una colocación óptima de la pantalla, del teclado y de cualquier material necesario para el desarrollo de las tareas. Además, la superficie debe ser poco reflectante.
- **Asiento:** El asiento debe de ser estable, reclinable, cómodo y debe permitir la libertad de movimiento del trabajador, con altura y respaldo ajustable.

#### 9.2.4. ILUMINACIÓN

En la medida de lo posible la iluminación de los espacios de trabajo debe ser natural, acompañada de iluminación artificial cuando la natural no permita garantizar unas condiciones óptimas para el desarrollo del trabajo. Ambas iluminaciones deben cumplir con unos niveles mínimos de iluminación, así como unas buenas relaciones de iluminación entre las propias pantallas y el espacio de trabajo. En cualquier momento la disposición de la iluminación artificial debe diseñarse de tal modo que se evite cualquier tipo de deslumbramiento o reflejo en los propios equipos de trabajo.

#### 9.2.5. VENTILACIÓN, CALOR Y HUMEDAD

Las condiciones ambientales de las zonas en las que se desarrolla el trabajo no deben suponer un riesgo para la salud de los trabajadores. En el Real Decreto 486/1997, se presentan regulaciones a cerca de las proporciones de sustancias contaminantes en el aire, así como de las condiciones de ventilación mínimas en función de la tarea desarrollada por el trabajador. La temperatura debe estar regulada entre los 17 y 27 °C y los equipos de trabajo no deben suponer una fuente adicional de calor. En cuanto a la humedad, se establecen niveles de humedad relativa en función de los riesgos por electricidad estática de los locales, donde los límites son inferiores.

#### 9.2.6. RUIDOS

En el desarrollo de actividades en las cuales se emplean pantallas de visualización, normalmente y debido a ser una tarea sedentaria, las exposiciones a ruidos no son las mismas que las que pueden aparecer en la construcción de obras públicas. Sin embargo, el empresario debe asegurar unas condiciones de trabajo en las cuales no se superen los límites de ruido presentes en las normativas. El Real Decreto 1316/1989 del 27 de octubre protege a los trabajadores en cuanto a exposición al ruido se refiere. Se deben llevar a cabo análisis anuales en los cuales se confirme que no se superan picos de 140 dB o que el nivel diario equivalente no supere los 80 dB.

### 9.2.7. PROTECCIÓN FRENTE ELECTRICIDAD ESTÁTICA Y EQUIPOS ELÉCTRICOS

Para evitar cualquier tipo de problema resultante del trabajo con equipos eléctricos o de la aparición de electricidad estática, se deben llevar a cabo instalaciones de equipos seguras, evitando cualquier tipo de peligro de explosión o incendio. Además, una buena instalación eléctrica se debe llevar a cabo por un equipo de profesionales con conocimientos a cerca de la tensión de las instalaciones o de factores externos que puedan influir en un correcto funcionamiento. La instalación de tomas de tierra es otro factor muy importante a la hora de hablar de seguridad en términos de electricidad.

### 9.3. CONDICIONES TÉCNICAS

Recoge las condiciones de los recursos informáticos necesarios a nivel de hardware y software.

#### 9.3.1. HARDWARE

En lo relativo al hardware se ha utilizado únicamente un equipo de trabajo para el desarrollo completo del proyecto. Las condiciones de hardware son las necesarias para llevar a cabo el desarrollo de cálculos y procesos requeridos a lo largo de la resolución de problemas a lo largo del trabajo. Detallando las propiedades del equipo utilizado:

- **Modelo:** MacBook Pro 2015
- **Procesador:** Intel(R) Core(TM) i5-6360U CPU @ 2.00GHz 2.00 GHz
- **RAM instalada:** 8,00 GB (7,87 GB usable)
- **Almacenamiento:** 256 GB
- **Pantalla:** Pantalla Retina de 15.4 pulgadas.
- **Batería:** Batería de polímero de litio integrada 99.5Wh
- **Sistema operativo:** MacOS High Sierra y Windows 10 (partición de disco duro)

#### 9.3.2. SOFTWARE

Durante el desarrollo del proyecto se han utilizado diferentes programas informáticos, ya sea para llevar a cabo la resolución de cálculos como para la redacción de los mismos. El software utilizado es:

- **MATLAB R2022A**
- **Microsoft Office**

## 10. PRESUPUESTO

En este último capítulo se desarrolla el desglose del presupuesto necesario para llevar a cabo el desarrollo del presente Trabajo Fin de Máster.

### 10.1. COSTES DE PERSONAL

El coste debido directamente al personal involucrado en el desarrollo del proyecto se refleja en la tabla 22.

Tabla 22. Costes debidos al personal necesario para el desarrollo del producto.

CATEGORÍA PROFESIONAL	PERSONAS	COSTE	TIEMPO	SUBTOTAL
	Número	€/h	h	€
Alumno Máster Ingeniería Aeronáutica	1	12.13	500	6065
Doctor	1	17.6	30	528
<b>TOTAL</b>				<b>6593</b>

Se han tenido en cuenta unos salarios anuales de 41.400 € brutos por parte del Doctor y uno de 28.522 € por parte del Ingeniero Técnico Aeroespacial que finaliza sus estudios de postgrado.

### 10.2. COSTES DE EQUIPO Y MATERIAL

En cuanto al coste que se deriva del equipo utilizado, así como del consumo energético de este y al derivado del material necesario en la oficina, se recoge en el presente apartado.

El equipo utilizado es el MacBook Pro 2015 tuvo un precio de lanzamiento de 1449 €, y tiene un consumo de 0.0995 kW·h. Por tanto, teniendo en cuenta el precio del kW·h en España actualmente y del tiempo de trabajo del ingeniero, se obtiene el coste debido al consumo energético del equipo. Para un precio de 0.246 € cada kW·h de media actualmente en España, se alcanza un coste energético de 14.68 €.

Es necesario tener en cuenta la amortización del producto, ya que su uso se limita a un periodo de tiempo concreto. Este coste puede calcularse como:

$$a = \frac{V_C - V_R}{n} \quad (10.1)$$

donde:

- $V_C$ : Valor de la compra del producto
- $V_R$ : Valor residual del producto. Se estima un 20% del  $V_C$ .
- $n$ : Periodo de amortización. Se estiman 5 años.

Resulta un coste de amortización de 231.84 € al año.

Si se tiene en cuenta el coste que puede suponer el material de la oficina, incluyendo un disco duro de 1 TB de 42 €, un cuaderno para tomar notas de 2 € y dos bolígrafos de 0.40 € cada uno, el coste en material de oficina asciende a 44.80 €.

El coste debido al equipo y material necesario para el desarrollo del proyecto se refleja en la tabla 23.

Tabla 23. Costes debidos al equipo, consumo energético y material de oficina.

CATEGORÍA	COSTE
	€
Equipo	231.84
Consumo energético	14.68
Material de oficina	44.80
<b>TOTAL</b>	<b>291.32</b>

### 10.3. COSTES DE PROGRAMAS INFORMÁTICOS

Los costes de los programas informáticos utilizados se desglosan en base al coste anual de cada licencia, aparecen reflejados en la tabla 24.

Tabla 24. Costes debidos a la compra de licencias necesarias.

PROGRAMA	COSTE LICENCIA
	€
MATLAB R2022a	800
Paquete Office	155
<b>TOTAL</b>	<b>955</b>

### 10.4. COSTES TOTALES

Finalmente, a la hora de tener en cuenta el coste total del desarrollo del proyecto será necesario llevar a cabo la aplicación del IVA correspondiente. El desglose del coste total del proyecto del Trabajo Final de Máster aparece en la tabla 25.

CATEGORÍA	COSTE
	€
Coste de personal	6593
Costes de equipo y material	291.32
Costes de programas informáticos	995
SUBTOTAL	7819.32
21% IVA	1642.06
<b>TOTAL</b>	<b>9461.38</b>

Por lo tanto, el coste total del estudio comparativo de motores de bajo impulso para misiones interplanetarias, concretamente para estudiar el caso de una misión a (617)Patroclus, asciende a **NUEVE MIL CUATROCIENTOS SESENTA Y UN EUROS CON TREINTA Y OCHO CÉNTIMOS.**

## REFERENCIAS

- [1] W. Ley, *Rockets, missiles, and men in space.*, 1 ed., New York: Viking Press, 1968, p. 557.
- [2] D. Shayler, *Walking in space*, Springer-Praxis Books in Astronomy and Space Sciences, 2004.
- [3] W. Dornberger, *Peenemuende*, Berlín, 1985.
- [4] «RAND CORPORATION,» Febrero 2010. [En línea]. Available: <https://www.rand.org/about/history.html>.
- [5] A. Rivera, « El inicio de la carrera espacial,» *EL PAÍS*, 22 Marzo 2007.
- [6] T. Stafford y M. Cassut, *We have capture : Tom Stafford and the space race*, Washington, D.C.: Smithsonian Institution Press, 2002.
- [7] C. W. Luzier, «The great billionaire space race,» 17 Septiembre 2016. [En línea]. Available: <https://theweek.com/articles/648995/great-billionaire-space-race>.
- [8] S. Goswami, «FORBES,» 14 Septiembre 2021. [En línea]. Available: <https://www.forbes.com/sites/forbestechcouncil/2021/09/14/why-the-billionaire-space-race-is-a-good-thing/?sh=1acd75f62899>.
- [9] NASA, «4.0 In-Space Propulsion,» Noviembre 2021. [En línea]. Available: <https://www.nasa.gov/smallsat-institute/sst-soa/in-space-propulsion>.
- [10] NASA, «Electric Propulsion,» Febrero 2002. [En línea]. Available: [https://www.nasa.gov/centers/marshall/pdf/100403main\\_electric\\_propulsion.pdf](https://www.nasa.gov/centers/marshall/pdf/100403main_electric_propulsion.pdf).
- [11] John.K.K., Graham.L.D. y P.A.Abell, «Investigating Trojan Asteroids at the L4/L5 Sun-Earth Lagrange Points,» NASA, NASA Parkway, Houston, Texas, 2015.
- [12] NASA, «Lucy,» Octubre 2021. [En línea]. Available: <https://solarsystem.nasa.gov/missions/lucy/in-depth/>.
- [13] T. Okada, T. Iwata y Varios Autores, «SCIENCE AND EXPLORATION IN THE SOLAR POWER SAIL OKEANOS MISSION TO A JUPITER,» 49th Lunar and Planetary Science Conference 2018, 2018.
- [14] F. Marchis, P. Descamps, D. Hestroffer y Varios Autores, «A low density of 0.8 g/cc for the Trojan binary asteroid 617 Patroclus,» *Nature*, p. 10, 2006.
- [15] P. S. Anderson, «America Space,» 2017. [En línea]. Available: <https://www.americaspace.com/2017/02/06/nasas-osiris-rex-spacecraft-to-search-for-trojan-asteroids-near-earth/>.
- [16] D. R. Williams, «NASA Official, Planetary Fact Sheet - Metric,» 27 Diciembre 2021. [En línea]. Available: <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/>.

- [17] J. Davis, «Exploring Jupiter's Trojan Asteroids,» *Astronomy*, 2018.
- [18] A. Rocketdyne, «SatSearch,» 2006. [En línea]. Available: <https://satsearch.co/suppliers/aerojet-rocketdyne-holdings-inc/products?page=1>.
- [19] J. Matsumoto, R. Funase, O. Mori, Y. Shirasawa y G. Ono, «Mission Analysis of Sample Return from Jovian Trojan Asteroid,» Japan Aerospace Exploration Agency, Sagamihara, Japan, Sagamihara, 2013.
- [20] K. Nishiyama, S. Hosoda, H. Koizumi y H. Kuninaka, «P3-087 SOLAR-C極域観測ミッション案向け (P3-087 Estado de desarrollo/examen del motor de iones para la misión de observación polar SOLAR-C),» (ISAS/JSPEC/JAXA).
- [21] S. Graham y T. Reckart, «NASA,» 2021 Diciembre 2021. [En línea]. Available: <https://www1.grc.nasa.gov/space/sep/gridded-ion-thrusters-next-c/>.
- [22] D. A. Herman, «NASA's Evolutionary Xenon Thruster (NEXT) Project Qualification Propellant Throughput Milestone: Performance, Erosion, and Thruster Service Life Prediction After 450 kg,» NASA, Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 2010.
- [23] M. J. Patterson y S. W. Benson, «NEXT Ion Propulsion System Development Status,» NASA, Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 2008.
- [24] C. E. Garner, B. A. Jorns, S. v. Derventer y R. R. Hofer, «Low Power Operation and Plasma Characterization of a Qualification Model SPT-140 Hall Thruster for NASA Space Mission,» Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, 2015.
- [25] J. S. Snyder y R. R. Hofer, «Throttled Performance of the SPT-140 Hall Thruster,» Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, 2014.
- [26] D. Manzella, «Performance Evaluation of the SPT-140,» NASA, Ohio, 1997.
- [27] Ad Astra Rocket Company, «The VASIMR® Engine,» 2022. [En línea]. Available: <https://www.adastrarocket.com/our-engine/>.
- [28] K. Larson, «VASIMR Engine,» University of Colorado, Boulder, 2016.
- [29] H. D. Curtis, *Orbital Mechanics for Engineering Students*, Oxford: ELSEVIER, 2010.
- [30] P. Duffet-Smith, *Astronomy With Your Personal Computer*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [31] NASA Jet Propulsion Laboratory, «HORIZONS,» 2022. [En línea]. Available: [https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#](https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#/).
- [32] J. A. Moraño Fernández, «Órbitas en tres dimensiones: Sistemas de Coordenadas,» Universitat Politècnica de Valencia, Valencia, 2021.
- [33] M. Mahooti, «MathWorks,» 27 Junio 2022. [En línea]. Available: <https://es.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/73881-runge-kutta-fehlberg-rkf45>.

- [34] S. Alcalde, «NATIONAL GEOGRAPHIC ESPAÑA,» Abril 2022. [En línea]. Available: [https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/5-hitos-exploracion-espacial-siglo-xxi\\_18129](https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/5-hitos-exploracion-espacial-siglo-xxi_18129).
- [35] T. Okada, T. Iwata, J. Matsumoto y T. Chujo, «SCIENCE AND EXPLORATION IN THE SOLAR POWER SAIL OKEANOS MISSION TO A JUPITER,» 49th Lunar and Planetary Science Conference, The Woodlands, Texas, 2018.