Resumen

El objetivo principal de esta tesis es el estudio de diferentes propiedades (principalmente ergódicas) de operadores de composición y de composición ponderados actuando en espacios de funciones holomorfas definidas en un espacio de Banach de dimensión infinita.

Sea X un espacio de Banach y U un subconjunto abierto. Dada una aplicación $\varphi : U \to U$, la acción $f \mapsto C_\varphi(f) = f \circ \varphi$ define un operador, llamado *operador de composición* (y a φ se le llama *símbolo* del operador). Consideramos este operador actuando en diferentes espacios de funciones. La filosofía general es intentar caracterizar en cada caso las propiedades de nuestro interés en función de condiciones en φ. También, dada $\psi : U \to \mathbb{C}$, el *operador de multiplicación* se define como $M_\psi(f) = \psi \cdot f$ y (con φ como antes), el *operador de composición ponderado* como $C_{\psi,\varphi}(f) = \psi \cdot (f \circ \varphi)$ (en este caso ψ se conoce como el *peso* o *multiplicador* del operador). Nuevamente, la idea es describir propiedades de estos operadores en términos de condiciones sobre φ y/o ψ. Claramente $C_{\psi,\varphi} = M_\psi \circ C_\varphi$, y tomando $\varphi = \mathrm{id}_U$ (la identidad en U) o $\psi \equiv 1$ (la función constante 1) recuperamos M_ψ y C_φ.

Denotamos con B a la bola unidad abierta de X. El espacio de funciones holomorfas $f : B \to \mathbb{C}$ se denota $H(B)$. Escribimos $H_b(B)$ para el espacio de funciones holomorfas en B de tipo acotado y $H^\infty(B)$ para el espacio de funciones holomorfas y acotadas en B. Vamos a considerar operadores de composición y de composición ponderados definidos en cada uno de estos espacios (tomando entonces $U = B$ en la definición). También consideramos operadores de composición definidos en el espacio vectorial de polinomios continuos y m-homogéneos (denotado $\mathscr{P}(^m X)$). En este caso tomamos $U = X$.

La tesis consta de cinco capítulos. En el Capítulo 1 damos las definiciones y resultados básicos necesarios para que el texto sea autocontenido. En el Capítulo 2 tratamos con operadores de composición ergódicos en media y acotados en potencias definidos en $\mathscr{P}(^m X)$. En el Capítulo 3 estudiamos operadores de composición ergódicos en media y acotados en potencias definidos en $H(B)$, $H_b(B)$ y $H^\infty(B)$; tratando también el caso particular en que B es la bola de un espacio de Hilbert. En el Capítulo 4 estudiamos la compacidad de operadores de composición ponderados definidos en $H^\infty(B)$, así como la acotación, reflexividad, cuándo es Montel y la compacidad (débil) en $H_b(B)$. Finalmente, en el Capítulo 5 obtenemos resultados sobre la acotación

en potencias y ergodicidad en media de operadores de composición ponderados actuando en $H(B)$, $H_b(B)$ y $H^\infty(B)$; así como sobre compacidad y ergodicidad en media del operador de multiplicación.