



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



# UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Caminos,  
Canales y Puertos

Optimización para las vigas prefabricadas de hormigón  
reforzado con fibras para cubiertas de depósitos de agua  
municipales

Trabajo Fin de Máster

Máster Universitario en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

AUTOR/A: Montesdeoca López, Kilian Josué

Tutor/a: Serna Ros, Pedro

CURSO ACADÉMICO: 2021/2022



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



**Trabajo Final de Máster**

**Optimización del diseño y criterios  
de fabricación para las vigas  
prefabricadas de hormigón  
reforzado con fibras para cubiertas  
de depósitos de agua municipales**

---

**Autor:** Kilian Josué Montesdeoca López

**Tutor:** Pedro Serna Ros

**Máster Universitario en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos**

**E.T.S. Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos**

**Universidad Politécnica de Valencia**

**Valencia, septiembre de 2022**

## **Agradecimientos**

*A Pedro Serna, por darme la oportunidad de trabajar en este proyecto y prestarme su ayuda en todo momento. A Paco, Gastón y José, por haber sido un inestimable apoyo en el trabajo realizado en laboratorio durante estos meses.*

*A mis padres, mi hermana, mis tíos y mis abuelos, por animarme a perseverar y confiar en mis capacidades. A mis compañeros del Máster, por la amistad, los buenos momentos y el trabajo en equipo. A Patricia, por haber sido mi principal apoyo durante los dos últimos años, a pesar de la distancia.*

*Sin ellos no hubiera sido posible.*

*Gracias a todos.*

## Resumen

El hormigón reforzado con fibras es un material que está siendo objeto de interés por parte de la comunidad científica, debido a las considerables ventajas que aporta a las estructuras de hormigón armado en el cumplimiento de Estados Límite de Servicio. Más aún con su inclusión en fib Model Code for Concrete Structures 2010 (Fédération internationale du béton, 2012), MC2010, que incluye un modelo para el cálculo del ancho de fisura teniendo en cuenta el “efecto puente” que ejercen las fibras que atraviesan cada fisura, empleando un parámetro que caracteriza la resistencia residual a tracción de este material. Numerosos autores han analizado el campo de aplicación de esta formulación sin llegar a un punto de común acuerdo.

El principal objetivo de este trabajo es el análisis de los factores que tienen una mayor influencia en la fisuración de vigas de hormigón armado reforzadas con fibras. Para ello, se ha planteado programa experimental, basado en la técnica de Diseño de Experimentos, que incluye resultados de ensayos de flexión realizados sobre 20 vigas de 3.70 m de longitud con distintas configuraciones de armado, tipo de fibras, contenido en fibras y alto de viga. Los resultados obtenidos de los ensayos se analizaron mediante un Modelo de Regresión Múltiple, con la finalidad de determinar qué factores son más influyentes en la fisuración. Adicionalmente, se han comparado los resultados que devuelve el modelo planteado en este trabajo con los obtenidos aplicando la formulación de MC2010. Los resultados obtenidos evidencian una falta de adecuación entre los resultados experimentales y los estimados por MC2010. Aunque el enfoque propuesto en MC2010 es coherente, ya que se ha determinado que el factor que caracteriza el efecto de las fibras en la fisuración de vigas de hormigón armado es su resistencia residual.

Los resultados de la campaña experimental han sido aplicados al diseño de vigas prefabricadas que conforman las cubiertas de depósitos de aguas municipales, expuestas a unas condiciones ambientales agresivas. En estos elementos el control de la fisuración es un aspecto importante, aspecto en el que las fibras son eficaces.

**Palabras clave:** *Hormigón reforzado con fibras, ancho de fisura, distancia entre fisuras*

## **Abstract**

Fibre reinforced concrete is a material that is attracting the scientific community, due to the considerable advantages it brings to reinforced concrete structures in Serviceability Limit States. Even more with its inclusion in fib Model Code for Concrete Structures 2010 (Fédération internationale du béton, 2012), MC2010, which includes a model for crack width calculation that takes into account the "bridging effect" exerted by the fibres that pass through a crack, using for it a parameter that characterises the residual tensile strength of this material. Numerous authors have analysed the field of application of this formulation, but there is agreement about it.

The main objective of this work is to analyse the factors that have a major influence on cracking of reinforced concrete beams that include fibres. For this purpose, an experimental programme has been proposed, based on the Design of Experiments technique, which includes results of bending tests carried out on 20 beams of 3.70 m length with different reinforcement configurations, fibre type, fibre content and beam height. The results obtained from the tests were analysed using a Multiple Regression Model, in order to determine which factors are most influential on cracking. Additionally, the results obtained by the model proposed in this work have been compared with those obtained by applying the MC2010 formulation. These results show a mismatch between the experimental results and those estimated by MC2010. Although the approach proposed in MC2010 is coherent, since it has been determined that residual strength of fibre reinforced concrete is the factor that characterises the effect of fibres on cracking.

The results of the experimental campaign have been applied to the design of precast beams that support the roofs of municipal water tanks, which are exposed to aggressive environmental conditions. Cracking control is an important aspect in these elements, and fibres are effective in that.

**Keywords:** *Fibre reinforced concrete, crack width, crack spacing*

## Resum

El formigó reforçat amb fibres és un material que està sent objecte d'interés per part de la comunitat científica, a causa dels considerables avantatges que aporta a les estructures de formigó armat en el compliment d'Estats Límit de Servei. Més encara amb la seua inclusió en fib Model Code for Concrete Structures 2010 (Fédération internationale du béton, 2012), MC2010, que inclou un model per al càlcul de l'ample de fissura tenint en compte el "efecte pont" que exerceixen les fibres que travessen cada fissura, emprant un paràmetre que caracteritza la resistència residual a tracció d'aquest material. Nombrosos autors han analitzat el camp d'aplicació d'aquesta formulació sense arribar a un punt de comú acord.

El principal objectiu d'aquest treball és l'anàlisi dels factors que tenen una major influència en la fissuració de bigues de formigó armat reforçades amb fibres. Per a això, s'ha plantejat programa experimental, basat en la tècnica de Disseny d'Experiments, que inclou resultats d'assajos de flexió realitzats sobre 20 bigues de 3.70 m de longitud amb diferents configuracions d'armat, tipus de fibres, contingut en fibres i alt de biga. Els resultats obtinguts dels assajos es van analitzar mitjançant un Model de Regressió Múltiple, amb la finalitat de determinar quins factors són més influents en la fissuració. Addicionalment, s'han comparat els resultats que retorna el model plantejat en aquest treball amb els obtinguts aplicant la formulació de MC2010. Els resultats obtinguts evidencien una falta d'adequació entre els resultats experimentals i els estimats per MC2010. Encara que l'enfocament proposat en MC2010 és coherent, ja que s'ha determinat que el factor que caracteritza l'efecte de les fibres en la fissuració de bigues de formigó armat és la seua resistència residual.

Els resultats de la campanya experimental han sigut aplicats al disseny de bigues prefabricades que conformen les cobertes de depòsits d'aigües municipals, exposades a unes condicions ambientals agressives. En aquests elements el control de la fissuració és un aspecte important, aspecte en el qual les fibres són eficaces.

**Paraules clau:** *Formigó reforçat amb fibres, ample de fissura, distància entre fissures*

# Índice general de contenidos

Capítulo 1. Introducción .....	1
1.1. Motivación.....	1
1.2. Objetivo y alcance .....	1
1.3. Organización del documento.....	2
Capítulo 2. Estado del arte.....	3
2.1. Introducción .....	3
2.2. El hormigón reforzado con fibras.....	4
2.2.1. Conceptos básicos .....	4
2.2.2. Tipos de fibras.....	4
2.2.3. Dosificación, fabricación y puesta en obra .....	7
2.2.3. Efectos de las fibras en el hormigón .....	7
2.3. La fisuración en vigas de hormigón armado.....	8
2.3.1. Fases de la fisuración .....	8
2.3.2. Diferencia de deformaciones entre hormigón y acero .....	10
2.3.3. Longitud de transferencia.....	12
2.3.4. Tension stiffening .....	15
2.3.5. Influencia de otros factores .....	18
2.4. El efecto de las fibras en la fisuración del hormigón armado.....	18
2.4.1. Caracterización .....	18
2.4.2. Modelos constitutivos .....	21
2.4.3. Longitud de transferencia y distancia entre fisuras.....	27
2.4.4. Deformación media del acero .....	29
2.4.5. Tension stiffening .....	29
2.5. Formulación para el cálculo del ancho de fisuras en elementos de hormigón armado reforzados con fibras.....	30
2.5.1. Código Modelo 2010 .....	31
2.5.2. Otros.....	34
Capítulo 3. Estudio experimental previo .....	37
3.1. Introducción .....	37
3.2. Definición de factores y programa experimental .....	37
3.2.1. Factores y niveles .....	37
3.2.2. Diseño del experimento .....	39
3.3. Materiales y métodos.....	41
3.3.1. Materiales.....	41
3.3.2. Producción de especímenes.....	43
3.3.3. Ensayos de caracterización .....	45
3.3.4. Ensayos de fisuración .....	47
3.4. Resultados.....	55

3.4.1. Propiedades mecánicas de los materiales .....	55
3.4.2. Ensayos de fisuración sobre vigas.....	57
3.5.    Análisis de los resultados .....	64
3.5.1. Resumen de la metodología .....	64
3.5.2. Propiedades mecánicas de los materiales .....	65
3.5.3. Análisis de la fisuración en vigas .....	69
3.5.4. Discusión de la formulación del MC2010 para el ELS de fisuración en HRF.....	78
3.5.5. Relación entre el ancho medio y el ancho característico de fisura.....	83
3.6.    Conclusiones .....	84
3.6.1. Sobre las propiedades mecánicas de los materiales.....	84
3.6.2. Sobre la fisuración de las vigas ensayadas.....	85
3.6.2.3. Discusión de la formulación del MC2010 para el ELS de fisuración en HRF.....	87
3.7.    Futuros trabajos.....	88
Capítulo 4. Aplicación práctica al diseño de vigas prefabricadas para la cubierta de depósitos ..	89
4.1.    Introducción .....	89
4.2.    Descripción de la cubierta del depósito.....	89
4.2.1. Esquema básico de la cubierta planteada .....	89
4.2.2. Materiales.....	90
4.3.    Calculo de acciones.....	92
4.3.1. Valores característicos de las acciones .....	92
4.3.2. Valores representativos de las acciones .....	92
4.3.3. Valores de cálculo de las acciones .....	93
4.3.4. Combinación de acciones .....	93
4.4.    Dimensionamiento de vigas de hormigón tradicional.....	94
4.4.1. Estado Límite Último de flexión simple .....	94
4.4.2. Estado Límite Último de agotamiento por cortante.....	95
4.4.3. Estado Límite de Servicio de Fisuración.....	96
4.4.4. Sección final de las vigas con hormigón armado tradicional .....	97
4.5.    Optimización del armado mediante la adición de fibras.....	98
4.5.1. Flexión simple .....	99
4.5.2. Estado Límite Último de agotamiento por cortante.....	100
4.5.3. Estado Límite de Servicio de Fisuración.....	100
4.5.3. Secciones finales .....	101
4.6.    Mejora de la durabilidad mediante la adición de fibras .....	102
4.7.    Aumento de la luz de viga .....	103
4.8.    Evaluación económica.....	104
Capítulo 5. Conclusiones generales .....	108
5.1.    Del estudio experimental previo .....	108
5.2.    De la aplicación práctica.....	108

Referencias .....	110
Anejos .....	115
Anejo 1: Resultados .....	116
A1.1. De los ensayos de resistencia a compresión simple (UNE-EN 12390) .....	116
A1.2. De los ensayos de resistencia a la tracción por flexión (UNE-EN 14651) .....	118
A1.3. De los ensayos de fisuración .....	124
Anejo 2: Materiales.....	135
A2.1. Áridos .....	135
A2.2. Dosificación del hormigón.....	135
A2.3. Acero para armaduras .....	135
A2.4. Fibras empleadas .....	136
Anejo 3. Reportaje fotográfico de los ensayos de fisuración .....	140

## Índice de tablas

<b>Tabla 2.1.</b> Principales tipos de fibras y sus características (Löfgren, 2005) .....	7
<b>Tabla 2.2.</b> ELS de fisuración con y sin cálculos (Balázs et al., 2013) .....	30
<b>Tabla 2.3.</b> Valores de $T_{bms}$ y de los coeficientes $\eta_r$ y $\alpha_e$ (Tabla 7.6-2 de MC2010).....	32
<b>Tabla 3.1.</b> Factores y niveles considerados .....	38
<b>Tabla 3.2.</b> Orthogonal array L18.....	40
<b>Tabla 3.3.</b> Numeración de factores y niveles .....	40
<b>Tabla 3.4.</b> Combinaciones ensayadas.....	41
<b>Tabla 3.5.</b> Dosificación de referencia del hormigón para la campaña experimental.....	41
<b>Tabla 3.6.</b> Principales características de las fibras empleadas.....	43
<b>Tabla 3.7.</b> Momentos teóricos ( $M_d$ ) y carga a aplicar en cada actuador hidráulico ( $P/2$ ).....	54
<b>Tabla 3.8.</b> Resistencia a compresión del hormigón de las vigas (UNE-EN 12390) .....	55
<b>Tabla 3.9.</b> Parámetros postfisuración del hormigón de las vigas (UNE-EN 14651) .....	56
<b>Tabla 3.10.</b> Datos tomados para el análisis de la fisuración. ....	70
<b>Tabla 3.11.</b> Estimación de los coeficientes de regresión y prueba de significancia para $s_{r,m}$ (modelo inicial) .....	71
<b>Tabla 3.12.</b> Estimación de los coeficientes de regresión y prueba de significancia para $s_{r,m}$ (modelo final).....	72
<b>Tabla 3.13.</b> Estimación de los coeficientes de regresión y prueba de significancia para $w_m$ (modelo inicial) .....	75
<b>Tabla 3.14.</b> Estimación de los coeficientes de regresión y prueba de significancia para $w_m$ (modelo final).....	75
<b>Tabla 4.1.</b> Valores característicos de las acciones consideradas .....	92
<b>Tabla 4.2.</b> Coeficientes de simultaneidad de las acciones variables consideradas.....	92
<b>Tabla 4.3.</b> Coeficientes parciales de seguridad considerados .....	93
<b>Tabla 4.4.</b> Valores de cálculo de las acciones .....	94
<b>Tabla 4.5.</b> Resultados del análisis seccional para las vigas con hormigón tradicional .....	95
<b>Tabla 4.6.</b> Resultados del ELS de fisuración para las vigas con hormigón tradicional .....	97
<b>Tabla 4.7.</b> Resultados del análisis seccional para las vigas con HRF .....	99
<b>Tabla 4.8.</b> Resultados del ELS de fisuración para las vigas con HRF (optimizando $A_s$ ) .....	100
<b>Tabla 4.9.</b> Requisitos de armado longitudinal de las secciones de HRF .....	101
<b>Tabla 4.10.</b> Resultados del ELS de fisuración de las vigas con HRF con durabilidad mejorada..	102
<b>Tabla 4.11.</b> Resultados del ELS de fisuración de las vigas con HRF con durabilidad mejorada..	103
<b>Tabla 4.12.</b> Coste ( $\text{€/m}^3$ ) de las distintas secciones planteadas optimizando el armado longitudinal .....	104

## Índice de figuras

<b>Figura 2.1.</b> Fibras de diferentes formas (Núñez, 2011) .....	5
<b>Figura 2.2.</b> Secciones transversales tipo de fibras (Löfgren, 2005).....	6
<b>Figura 2.3.</b> Tirante de hormigón armado sometido a axil creciente.....	8
<b>Figura 2.4.</b> Diagrama axil (N) – deformación unitaria ( $\Delta L/L$ ) de un elemento de hormigón armado sometido a tracción centrada .....	10
<b>Figura 2.5.</b> Tensiones en tirante de hormigón armado tras la primera fisura (adaptado de Calderón, 2008) .....	11
<b>Figura 2.6.</b> Deformaciones de acero y hormigón alrededor de la primera fisura (adaptado de Groli, 2013) .....	12
<b>Figura 2.7.</b> Tensiones de tirante de hormigón armado en fase de formación de fisuras.....	13
<b>Figura 2.8.</b> Tirante de hormigón armado en la fase de fisuración estabilizada .....	15
<b>Figura 2.9.</b> Modelo trilineal del efecto tension stiffening ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia. ....	17
<b>Figura 2.10.</b> Modelo cuadrático del efecto tension stiffening .....	17
<b>Figura 2.11.</b> Configuración del ensayo UNE-EN 14651 (MC2010) .....	19
<b>Figura 2.12.</b> Típico diagrama Carga-CMOD para HRF (MC2010) .....	20
<b>Figura 2.13.</b> Leyes constitutivas simplificadas post-fisuración: tensión – ancho de fisura (MC2010) .....	22
<b>Figura 2.14.</b> Modelo simplificado para calcular la resistencia a tracción residual última en tensión uniaxial ( $f_{Ftu}$ ) por medio de la resistencia residual a flexión ( $f_{R3}$ ).....	22
<b>Figura 2.15.</b> Distribuciones de tensiones asumidas para determinar la resistencia residual a tracción $f_{Fts}$ (b) y $f_{Ftu}$ (c) para el modelo lineal (MC2010) .....	23
<b>Figura 2.16.</b> a) Definición de los coeficientes $k_a$ y $k_b$ , b) valores de $k_a$ vs. E (Di Prisco et al., 2013) .....	24
<b>Figura 2.17.</b> Relaciones tensión-deformación para el comportamiento de ablandamiento (a) y ablandamiento o endurecimiento (b) del HRF (adaptado de MC2010) .....	25
<b>Figura 2.18.</b> Diagrama $\sigma - \epsilon$ propuesto en RILEM TC TDF-162 .....	25
<b>Figura 2.19.</b> Diagrama rectangular $\sigma - \epsilon$ propuesto en Anejo 7 del CE2021 .....	26
<b>Figura 2.20.</b> Diagrama multilineal $\sigma - \epsilon$ propuesto en CE2021 – Anejo 7 .....	26
<b>Figura 2.21.</b> Diagrama $\sigma - \epsilon$ propuesto en el borrador de EC2 – Anejo L.....	27
<b>Figura 2.22.</b> Longitud de transferencia y distribución de tensiones posteriores a la fisuración en a) tirante de hormigón armado y b) tirante de hormigón armado reforzado con fibras (adaptado de Tiberti et al., 2014) .....	28
<b>Figura 2.23.</b> Distribución tenso-deformacional en la fisura. a) Hormigón tradicional y b) HRF .....	29
<b>Figura 2.24.</b> Área eficaz de hormigón traccionado para: (a) viga; (b) losa; (c) muro en tensión (Figura 7.6-4 de MC2010) .....	33
<b>Figura 3.1.</b> Áridos empleados. a) Arena fina; b) Arena gruesa; c) 48 mm; d) 816 mm y e) 1620 mm .....	42

<b>Figura 3.2.</b> Fibras empleadas. a) Dramix 3D 65/35 BG; b) Dramix 4D 65/60 BG y c) BarChip 48	42
<b>Figura 3.3.</b> a) Montaje de las armaduras de refuerzo y b) preparación del encofrado	43
<b>Figura 3.4.</b> a) Amasadora; b) Vertido en tolva de distribución; c) Medida de la consistencia del hormigón	44
<b>Figura 3.5.</b> Formación de “pelotas de fibras” durante el amasado de la Prueba 3	44
<b>Figura 3.6.</b> Lote de especímenes y probetas de caracterización hormigonados	45
<b>Figura 3.7.</b> Máquina de ensayo universal Ibertest MEH – 3000 LC	46
<b>Figura 3.8.</b> Máquina de ensayo universal Instron 3382	46
<b>Figura 3.9.</b> Entalla y captador de desplazamiento en probeta prismática para ensayo UNEEN 14651	46
<b>Figura 3.10.</b> Configuración del ensayo de fisuración	47
<b>Figura 3.11.</b> a) Vista general de la configuración del ensayo; b) Vista general de la disposición del ensayo	48
<b>Figura 3.12.</b> Secciones transversales tipo de las vigas ensayadas	50
<b>Figura 3.13.</b> Secciones longitudinales de las vigas ensayadas	52
<b>Figura 3.14.</b> Ecuaciones de equilibrio para la obtención de los momentos de flexión teóricos	53
<b>Figura 3.15.</b> a) Microscopio portátil para la inspección de fisuras; b) Medición de distancia entre fisuras	55
<b>Figura 3.16.</b> Gráficos $\sigma$ – CMOD de las probetas ensayadas	56
<b>Figura 3.17.</b> Diagramas Carga (P) – Flecha ( $\delta$ ) de los ensayos realizados	59
<b>Figura 3.18.</b> Diagramas Carga (P) – Deformación media de las armaduras traccionadas ( $\epsilon_{sm}$ )	59
<b>Figura 3.19.</b> Esquemas de fisuración obtenidos	62
<b>Figura 3.20.</b> Diagrama ancho medio de fisura ( $w_m$ ) – Momento flector ( $M_d$ )	62
<b>Figura 3.21.</b> Diagrama ancho máximo de fisura ( $w_{max}$ ) – Momento flector ( $M_d$ )	63
<b>Figura 3.22.</b> Diagrama ancho de diseño de fisura ( $w_d$ ) – Momento flector ( $M_d$ )	63
<b>Figura 3.23.</b> Separación media, máxima y mínima entre fisuras en el escalón final de carga	64
<b>Figura 3.24.</b> Profundidad media, máxima y mínima de fisuras en el escalón final de carga	64
<b>Figura 3.25.</b> Resultados medios, máximos y mínimos de resistencia a compresión simple sobre las probetas a) cilíndricas y b) cúbicas ensayadas (UNEEN 12390)	66
<b>Figura 3.26.</b> Resultados medios, máximos y mínimos de las resistencias residuales a tracción por flexión de las vigas UNEEN 14651 ensayadas	67
<b>Figura 3.27.</b> Relación entre las resistencias residuales a la tracción por flexión ( $f_{Ri}$ ) y el número de fibras por metro cúbico (Fibras/m <sup>3</sup> )	68
<b>Figura 3.28.</b> Relación entre el Coeficiente de Variación (CV) de las resistencias residuales a la tracción por flexión ( $f_{Ri}$ ) y el número de fibras por metro cúbico (Fibras/m <sup>3</sup> )	69
<b>Figura 3.29.</b> Ratio entre el valor de diseño y el valor característico del ancho de fisura de las vigas ensayadas	83
<b>Figura 3.30.</b> Valores predichos frente a valores observados de la separación media entre fisuras	73

<b>Figura 3.31.</b> Gráfica de probabilidad normal de los residuos para la separación media entre fisuras .....	74
<b>Figura 3.32.</b> Gráfico de residuos frente a valores ajustados de la separación media entre fisuras	74
<b>Figura 3.33.</b> Valores predichos frente a valores observados del ancho medio de fisura .....	76
<b>Figura 3.34.</b> Gráfica de probabilidad normal de los residuos para el ancho medio de fisura .....	77
<b>Figura 3.35.</b> Gráfico de residuos frente a valores ajustados del ancho medio de fisura .....	77
<b>Figura 3.36.</b> a) Separación media entre fisuras calculada según MC2010 vs valores observados; .....	79
<b>Figura 3.37.</b> Separación media entre fisuras según MC2010 vs valores ajustados de la separación media entre fisuras en base al modelo de regresión múltiple .....	80
<b>Figura 3.38.</b> a) Ancho medio de fisura calculado según MC2010 vs valores observados b) Ancho medio de fisura según modelo de regresión múltiple vs valores observados .....	81
<b>Figura 3.39.</b> Ancho medio de fisura según MC2010 vs valores ajustados del ancho medio de fisura en base al modelo de regresión múltiple .....	82
<b>Figura 3.40.</b> $f_{R1} / \rho_{s,ef}$ vs ratio entre valor calculado y esperado del ancho de fisura ( $w_m / \text{Fitted } w_m$ ) .....	82
<b>Figura 4.1.</b> Configuración en planta de la cubierta del depósito .....	89
<b>Figura 4.2.</b> Vista transversal de la estructura del depósito .....	90
<b>Figura 4.3.</b> Diagrama rectangular de la tensión (Fuente: Figura 3.5 de EC2) .....	94
<b>Figura 4.4.</b> Sección para las vigas de hormigón tradicional (cotas en mm) .....	98
<b>Figura 4.5.</b> Diagrama de tensiones empleado en las secciones con fibras .....	99
<b>Figura 4.6.</b> Sección para las vigas de HRF (cotas en mm) .....	102
<b>Figura 4.7.</b> Coste de ejecución de las vigas que componen la cubierta optimizando el armado mediante la adición de fibras .....	106
<b>Figura 4.8.</b> Coste de ejecución de las vigas que componen la cubierta mejorando la durabilidad estructural mediante la adición de fibras .....	106
<b>Figura 4.9.</b> Coste de ejecución de las vigas que componen la cubierta incrementando la luz de viga mediante la adición de fibras .....	107



## Capítulo 1. Introducción

### 1.1. Motivación

Los elementos estructurales de hormigón armado se deben diseñar con la finalidad de satisfacer tanto el criterio de Estado Límite de Servicio (ELS) como el de Estado Límite Último (ELU). En relación con lo anterior, una de las consideraciones más importantes en el dimensionamiento de dichos elementos es la limitación del ancho de fisura (ELS), pues esta comprobación determina en muchas ocasiones el armado de las secciones, especialmente en elementos expuestos a condiciones ambientales agresivas (por ejemplo, los depósitos de agua).

Por tanto, resulta necesario controlar la fisuración del hormigón, con la finalidad de que no influya negativamente en los requisitos de funcionalidad, durabilidad y aspecto exigibles a la estructura.

La adición de fibras a elementos de hormigón armado produce una notable mejoría en el control de la fisuración, pues reduce la distancia entre fisuras y el ancho de las mismas, mejorando consecuentemente la durabilidad del elemento estructural.

El cálculo del ancho de fisura en elementos de hormigón reforzados con fibras ha sido incorporado en el fib Model Code for Concrete Structures 2010 (Fédération internationale du béton, 2013), MC2010 en adelante, basada en un parámetro que caracteriza el comportamiento postfisuración del material.

El principal objetivo de este trabajo es proponer y realizar un programa experimental para estudiar los factores que influyen en la fisuración de vigas de hormigón armado reforzadas con fibras. Este programa experimental incluye resultados de ensayos de flexión realizados sobre 20 vigas de 0.18 m de ancho y 3.70 m de longitud con distintas configuraciones de armado, tipo de fibras, contenido en fibras y alto de viga. Complementariamente se compararán los valores experimentales de separación entre fisuras y su ancho con los obtenidos según MC2010.

### 1.2. Objetivo y alcance

Los objetivos específicos en este trabajo son los siguientes:

- Actualizar un estado del conocimiento sobre la fisuración de elementos de hormigón armado reforzados con fibras, trabajando a flexión, y seleccionar los parámetros de diseño que se consideran más influyentes, relacionados con el tipo y contenido de fibras.

- Proponer y realizar un programa experimental basado en diseño de experimentos que permita generar una base de datos para verificar la eficiencia real de estos parámetros en la fisuración de vigas de hormigón armado sometidas a flexión.
- Realizar una discusión de la formulación propuesta en MC2010 en base a los resultados obtenidos del programa experimental.
- Estudiar la viabilidad y el interés del uso de los hormigones reforzados con fibras en el diseño de vigas para cubiertas de depósitos de agua.

No es objetivo de este trabajo el dimensionamiento del depósito de agua desde el punto de vista estructural ni hidráulico. Únicamente se evaluarán desde un punto de vista estructural las vigas que sostienen la cubierta de un depósito genérico, estudiando las ventajas de la incorporación de fibras en el armado requerido y en las garantías de durabilidad.

### **1.3. Organización del documento**

En este capítulo se ha realizado una presentación, justificación y definición de los objetivos del trabajo realizado.

El capítulo 2 proporciona una revisión del estado del arte en relación con el cálculo de la fisuración en elementos de hormigón reforzado con fibras.

El capítulo 3 expone el planteamiento y desarrollo de los estudios experimentales realizados, definiendo los materiales, instrumental, metodología de ensayo y los resultados, así como la comparación de los resultados experimentales obtenidos con los valores de separación entre fisuras y ancho de las mismas que se obtendrían de los distintos códigos.

En el capítulo 4 se aplican los resultados obtenidos del estudio experimental previo al diseño de vigas prefabricadas para las cubiertas de depósitos, analizando desde el punto de vista técnico y económico la viabilidad del empleo de secciones de hormigón armado reforzadas con fibras.

Finalmente, el capítulo 5 sintetiza las conclusiones generales de este trabajo. La información adicional se recoge en los correspondientes anejos.

## Capítulo 2. Estado del arte

### 2.1. Introducción

El presente capítulo consiste en una revisión de los estudios experimentales, normativas y demás artículos científico-técnicos que se han desarrollado en relación con el hormigón reforzado con fibras (en adelante HRF), haciendo énfasis en su comportamiento post-fisuración.

Es bien conocido que el hormigón tradicional es un material frágil y con reducida capacidad de tenso-deformaciones ante esfuerzos de tracción. Este problema se ha resuelto tradicionalmente mediante la colocación de armaduras de acero, pasivas o pretensadas, de manera continua y estratégica. Por otro lado, el uso de fibras dispersas y aleatoriamente distribuidas también se ha empleado para reforzar materiales frágiles, un ejemplo de ello son los ladrillos fabricados con barro y paja por los Egipcios y Babilonios (Amin & Foster, 2016). Del mismo modo, las fibras de amiento fueron ampliamente empleadas a principios de 1900 en materiales con matriz de cemento, como las tuberías de fibrocemento.

A principios de la década de 1960 dio comienzo la era moderna de investigación y desarrollo del hormigón reforzado con fibras (Zollo, 1997) por medio de Roumaldi & Batson (1963) y Roumandi & Mandel (1964), los cuales analizaron el efecto de varios tipos y contenidos de fibras en las propiedades mecánicas del hormigón reforzado con fibras. Shah & Rangang (1971) demostraron que un incremento del contenido de fibras de acero de un 0.5 al 1.0% sobre el volumen de hormigón aumenta su resistencia de 1.1 a 1.3 con respecto al hormigón tradicional, mientras que la tenacidad aumenta de 1.8 a 2.7 veces.

El hormigón reforzado con fibras ha sido tradicionalmente empleado en usos no estructurales, como revestimientos de túneles (Caratelli et al., 2011), en pavimentación (Sorelli et al., 2005) y en hormigones proyectados.

En cuanto a usos estructurales, las fibras permiten mejorar el comportamiento a cortante (e.g. Serna, 1984; Minelli & Plizzari, 2013), también han sido empleadas en elementos de reducido espesor donde la disposición de armadura es compleja, como la cubierta del Oceanográfico de Valencia (Domingo et al., 2003). También son eficaces en elementos donde el control de la fisuración es importante, pues aportan una resistencia residual post-fisuración que reduce el espaciado de las fisuras y su ancho (e.g. Deluce & Vechio, 2013).

Diferentes códigos nacionales e internaciones (ACI Committe 544, Código Estructural, EN 1992-1-1:2004, fib Model Code for Concrete Structures 2010) incluyen aspectos relativos al diseño estructural de HRF. Entre ellos, fib Model Code for Concrete Structures 2010

(Fédération internationale du béton, 2013), en adelante MC2010, incluye una formulación para calcular el ancho de fisura de elementos de HRF basándose en un parámetro que caracteriza la resistencia residual post-fisuración, obtenido por medio del ensayo UNE-EN 14651. Numerosos autores han analizado el campo de aplicación de esta formulación (Grolí, 2013; Tiberti et al., 2018; Tiberti et al., 2019) sin llegar a un punto de común acuerdo.

## **2.2. El hormigón reforzado con fibras**

### **2.2.1. Conceptos básicos**

La interacción entre las fibras y la matriz de hormigón determina el comportamiento mecánico de los HRF, como la adhesión física y química, el rozamiento y el anclaje mecánico inducido por la geometría de las fibras.

Un elemento de HRF sometido a un determinado esfuerzo experimenta inicialmente una transferencia de esfuerzos elásticos entre las fibras y la matriz de hormigón. Dada la diferencia de módulos de elasticidad entre las fibras y la matriz, se desarrollan tensiones en la interfaz fibra-matriz que tienden a producir un deslizamiento relativo, iniciándose la fisuración.

En la región post-fisurada, las fibras cosen las fisuras generadas por adherencia y aportan una resistencia residual. Este efecto puente que ejercen las fibras conduce a menores anchos de fisuras, siendo la separación entre ellas menor y la ductilidad del elemento mayor.

Para ello, el modo de fallo predominante de las fibras debe ser su arrancamiento de la matriz, en lugar de su rotura, pues se consume más energía durante el deslizamiento de la fibra. Surge así la longitud crítica ( $l_c$ ), que es aquella para la cual las fibras rompen antes de su arrancamiento. En cualquier caso, el objetivo es conseguir la máxima adherencia posible entre las fibras y la matriz de hormigón, sin alcanzar la resistencia a tracción de la fibra.

### **2.2.2. Tipos de fibras**

MC2010 establece 5 tipos de fibras en función del material que las constituye, distinguiendo: acero, polímeros, carbono, vidrio y materiales naturales.

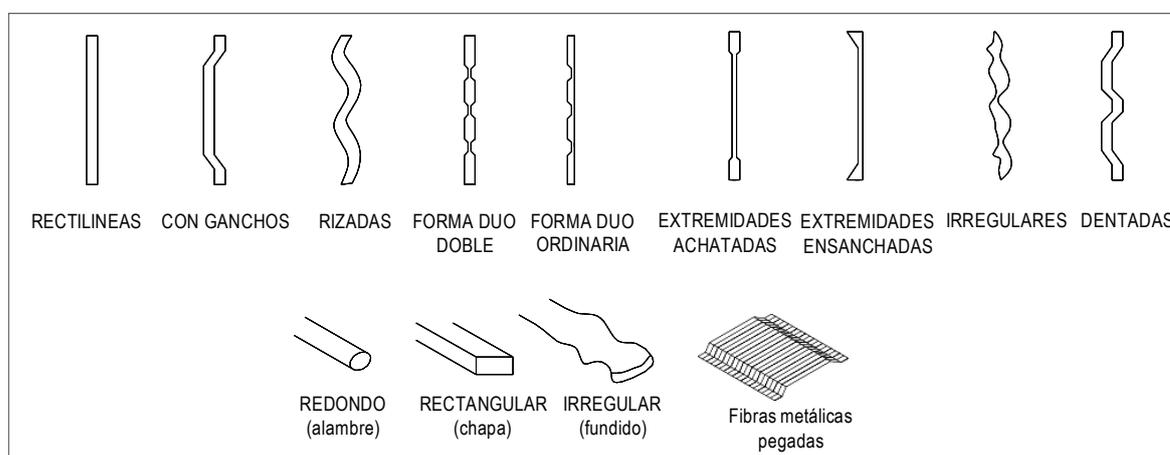
Recientemente, varios autores han demostrado que las fibras sintéticas (Bernard, 2019) y las fibras recicladas de acero (Grolí, 2013) son eficaces en el control de la fisuración del hormigón.

Las fibras de acero, se clasifican en 5 grupos según UNE-EN 148891 y ASTM A820/A820M-16 en función del material base empleado para su producción:

- Grupo 1: Alambres estirados en frío
- Grupo 2: Láminas cortadas
- Grupo 3: Extractos fundidos
- Grupo 4: Conformadas en frío
- Grupo 5: Aserrados de bloques de acero

Existen diferentes variedades de fibras de acero según el contenido de carbono del material y según la composición, existiendo fibras de acero galvanizadas y de acero inoxidable.

Para mejorar la adherencia en el hormigón las fibras pueden tener distintas formas con la finalidad de mejorar la adherencia con el hormigón, tal y como se observa en la **Figura 2.1**.



**Figura 2.1.** Fibras de diferentes formas (Núñez, 2011)

Las fibras poliméricas generalmente están fabricadas con materiales tales como el polipropileno, el polietileno de alta densidad, la aramida, el polivinilo de acetato (PVA), el nylon y el polyester. Se clasifican en 3 grupos según UNE-EN 148892:

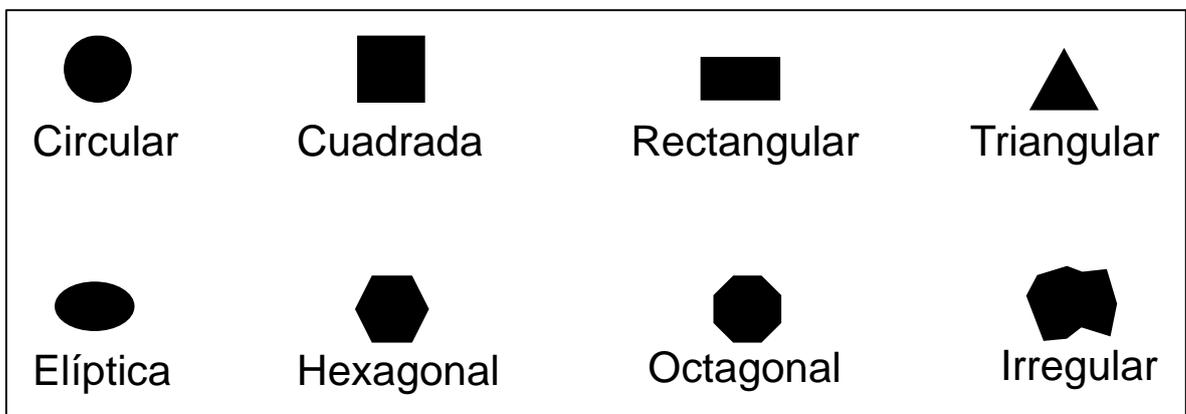
- Clase Ia: Micro-fibras: < 0,30 mm de diámetro: Monofilamentosas
- Clase Ib: Micro-fibras: < 0,30 mm de diámetro: Fibrilosas
- Clase II: Macro-fibras: > 0,30 mm de diámetro

Las microfibras son eficaces para el control de la retracción del hormigón. Las fibras macro-fibras pueden proporcionar un incremento de tenacidad significativo y cierta resistencia cuando se incluyen en una fracción de volumen adecuada. Las más comunes son el polipropileno o las mezclas de polipropileno y polietileno. Las fibras de carbono y de aramida (Kevlar) son muy efectivas en HRF debido a su alto módulo elástico, pero su elevado coste dificulta su aplicabilidad. Las fibras acrílicas de alta resistencia y las fibras de alcohol polivinílico se han introducido como sustitutos de las fibras de amianto.

Las fibras de vidrio se fabrican estirando el vidrio fundido en forma de finos filamentos a través de un casquillo especial. Sin embargo, no son estables en el entorno altamente alcalino del hormigón. Por lo tanto, deben utilizarse fibras de vidrio resistentes a los álcalis, que suelen contener un 16 - 20% de circonio.

Las fibras naturales tienden a deteriorarse en ambientes húmedos o alcalinos, y deben ser especialmente tratadas para su uso en HRF. Sin embargo, las fibras de celulosa, que son más rígidas y resistentes que las demás fibras naturales, se han utilizado como sustituto de las fibras de amianto.

La sección transversal de las fibras también presenta distintas formas, tal y como se observa en la [Figura 2.2](#).



**Figura 2.2.** Secciones transversales tipo de fibras (Löfgren, 2005)

Además, las fibras se caracterizan geoméricamente según diferentes parámetros. Tales como la esbeltez ( $\lambda$ ), también denominada relación de aspecto, que es el cociente entre la longitud de la fibra y su diámetro equivalente (diámetro del círculo cuya área es equivalente a la de la fibra).

Fernández (2003) establece que las esbelteces normales oscilan entre 30 y 150, aunque no es aconsejable superar el valor de 100 para evitar problemas de trabajabilidad y el riesgo de formación de “pelotas de fibras”.

Por otro lado, las fibras también se pueden caracterizar por sus propiedades mecánicas, tales como la resistencia a la tracción, el módulo de elasticidad y la ductilidad.

Finalmente, se exponen algunos de los tipos de fibras existentes en el mercado y sus propiedades ([Tabla 2.1](#)).

**Tabla 2.1.** Principales tipos de fibras y sus características (Löfgren, 2005)

Tipo de fibra	Diámetro [μm]	Densidad [g/cm <sup>3</sup> ]	Resistencia a la tracción [MPa]	Módulo de elasticidad [GPa]	Deformación última [%]
<b>Metálica</b>					
Acero	5 - 1000	7,85	200 - 2600	195 - 210	0,5 - 5
<b>Vidrio</b>					
E glass	8 - 15	2,54	2000 - 4000	72	3,0 - 4,8
AR glass	8 - 20	2,70	1500 - 3700	80	2,5 - 3,6
<b>Sintética</b>					
Acrílica (PAN)	5 - 17	1,18	200 - 1000	14,6 - 19,6	7,5 - 50,0
Aramida (e.g. Kevlar)	10 - 12	1,4 - 1,5	2000 - 3500	62 - 130	2,0 - 4,6
Carbono (bajo módulo)	7 - 18	1,6 - 1,7	800 - 1100	38 - 43	2,1 - 2,5
Carbono (alto módulo)	7 - 18	1,7 - 1,9	1500 - 4000	200 - 800	1,3 - 1,8
Nylon (poliamida)	20 - 25	1,16	965	5,17	20,0
Poliéster (e.g. PET)	8 - 10	1,34 - 1,39	280 - 1200	10 - 18	10 - 50
Polietileno (PE)	25 - 1000	0,96	80 - 600	5	12 - 100
Polietileno (HPPE)	-	0,97	3000 - 4100	80 - 150	2,9 - 4,1
Polipropileno (PP)	10 - 200	0,90 - 0,91	310 - 760	3,5 - 4,9	6 - 15
Polivinilo de acetato (PVA)	3 - 8	1,2 - 2,5	800 - 3600	20 - 80	4 - 12
<b>Natural - orgánica</b>					
Celulosa (madera)	15 - 125	1,50	300 - 2000	10 - 50	20
Coco	100 - 400	1,12 - 1,15	120 - 200	19 - 25	10 - 25
Bambú	50 - 400	1,50	50 - 350	33 - 40	-
Yute	100 - 200	1,02 - 1,04	250 - 350	25-32	1,5 - 1,9
<b>Natural - inorgánica</b>					
Asbesto	0,02 - 25	2,55	200 - 1800	164	2 - 3
Wollastonita	25 - 40	2,87 - 3,09	2700 - 4100	303 - 530	-

### 2.2.3. Dosificación, fabricación y puesta en obra

El volumen de fibras generalmente usado en HRF oscila en torno a un 1,0% sobre el total. Ha sido demostrado que la adición de fibras al hormigón reduce su trabajabilidad y tiende a formar “pelotas de fibras”, lo cual puede ser compensado incrementando el ratio entre finos y árido grueso, incorporando más material puzolánico, o empleando agentes superplastificantes. Serna (1984.b) propuso un método para la dosificación de hormigones de fibras metálicas. Otros autores (e.g. Pasini et al., 2004) han estudiado la formulación de hormigones de fibras sintéticas.

La fabricación de HRF puede realizarse empleando equipos y procedimientos similares a los empleados con hormigones tradicionales. No obstante, la compactación del HRF es más compleja y durante su amasado y vertido debe prestarse atención a la formación de “pelotas de fibras”.

### 2.2.3. Efectos de las fibras en el hormigón

Las propiedades mecánicas en estado no fisurado del HRF son similares a las del hormigón tradicional (Bentur & Mindess, 1990). Sin embargo, en estado post-fisurado aporta mayor ductilidad al material, y a diferencia del hormigón tradicional, genera en la sección fisurada una resistencia residual debida al “efecto puente” que ejercen las fibras en la fisura (Grolí, 2013).

Fernández (2003) resume las principales ventajas de la adición de fibras al hormigón:

- Mejora de la resistencia a flexotracción
- Fuerte incremento de la resistencia a tracción
- Reducción de la deformación bajo cargas mantenidas
- Aumento de la tenacidad
- Fuerte incremento de la resistencia al impacto y choque
- Gran resistencia a la fatiga dinámica
- Fisuración controlada
- Aumento de la durabilidad de los hormigones

En cualquier caso, las propiedades del material están influenciadas por la naturaleza de las fibras, su dosificación, su geometría y sus propiedades mecánicas.

Dichos aspectos, que caracterizan el comportamiento fisurado del hormigón reforzado con fibras, son analizados con mayor detenimiento en el apartado 2.4.

### 2.3. La fisuración en vigas de hormigón armado

Las fisuras en el hormigón armado se pueden producir debido a acciones directas (cargas) e indirectas (deformaciones impuestas, como la retracción del hormigón o los asientos diferenciales).

La principal causa de fisuración del hormigón es su reducida resistencia a tracción. De este modo, cuando un elemento de hormigón es sometido a una acción directa, definida por el valor de la fuerza actuante, origina un esfuerzo (axil, flector, cortante, torsor, etc.) que es la resultante de tensiones sobre la sección, iniciándose la fisuración cuando las tensiones superan la resistencia del material.

#### 2.3.1. Fases de la fisuración

Tradicionalmente, la fisuración de elementos de hormigón armado sometidos a flexión se estudia considerando un tirante sometido a esfuerzo axil creciente (Figura 2.3).

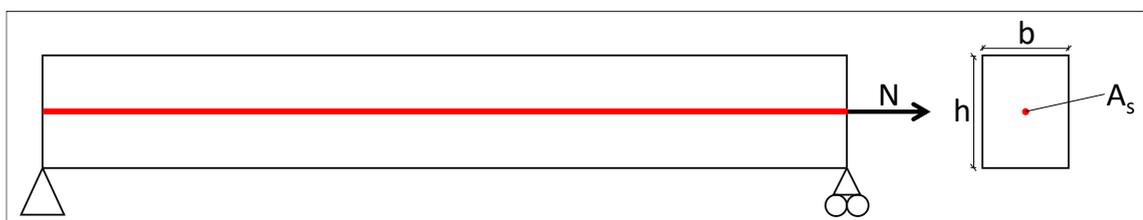


Figura 2.3. Tirante de hormigón armado sometido a axil creciente

El comportamiento de dicho tirante está definido por 4 fases: a) fase sin fisuras, b) fase de formación de fisuras, c) fase de fisuración estabilizada y d) fase de plastificación del acero.

La fase sin fisuras está gobernada por una relación lineal entre la fuerza aplicada (N) y la deformación unitaria ( $\Delta L/L$ ). En este caso, existe compatibilidad de deformaciones entre el acero y el hormigón que lo rodea. Esta fase se denomina generalmente *Estado I*.

La fase de formación de fisuras comienza cuando la tensión de tracción en el hormigón alcanza un valor igual a su resistencia  $f_{ct}$ , debido a un axil  $N_{cr}$ , originando una primera fisura en una determinada sección de la pieza (*Estado II*). Imponiendo las ecuaciones de equilibrio:

$$N_{cr} = A_c \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \cdot f_{ct} \quad (2.1)$$

Donde:

- $A_c$ : Área neta de la sección transversal de hormigón
- $A_s$ : Área neta de la sección transversal de acero
- $\alpha_E$ : Coeficiente de equivalencia entre acero y hormigón ( $=E_s/E_c$ )
- $E_s$ : Módulo de elasticidad del acero
- $E_c$ : Módulo de elasticidad del hormigón
- $\rho_s$ : Cuantía de la armadura ( $=A_s/A_c$ )

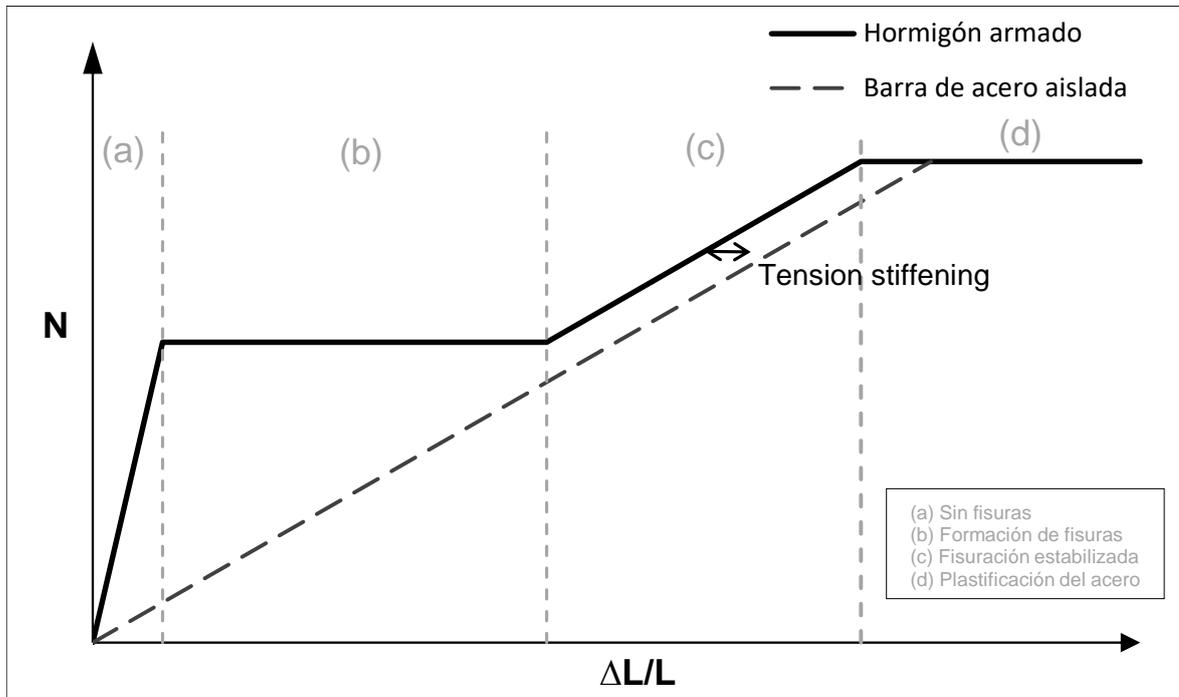
El elemento sufre una variación en su estado tenso-deformacional tras fisurarse, aumentando bruscamente la deformación unitaria a igual axil. La fisuración genera una diferencia de deformaciones (deslizamiento) y una movilización de tensiones de adherencia entre hormigón y acero. En la sección fisurada la tensión es asumida íntegramente por el acero, que va descargándose por medio de las tensiones de adherencia, aumentando las tensiones de tracción en el hormigón hasta que se alcanza nuevamente su resistencia, generándose una nueva fisura.

Esta fase continúa hasta que la separación entre fisuras disminuye a un valor que no permite la movilización de tensiones de tracción a las secciones no fisuradas que alcancen su resistencia a tracción ( $f_{ct}$ ), pues no existe suficiente longitud de transferencia.

De este modo, surge la fase de fisuración estabilizada, caracterizada por la no formación de nuevas fisuras, existiendo una relación lineal entre el axil y la deformación unitaria. De forma que un incremento del axil únicamente aumentará el ancho de las fisuras existentes, hasta que se alcance la fase de plastificación del acero.

La rigidez del elemento de hormigón armado en la fase de fisuración estabilizada presenta un desfase con respecto a la del acero, debido a la colaboración del hormigón entre fisuras, fenómeno comúnmente denominado *tension stiffening*.

Los anteriores conceptos se ilustran en el siguiente diagrama axil – deformación unitaria (**Figura 2.4**).



**Figura 2.4.** Diagrama axil (N) – deformación unitaria ( $\Delta L/L$ ) de un elemento de hormigón armado sometido a tracción centrada

### 2.3.2. Diferencia de deformaciones entre hormigón y acero

Como ya ha sido mencionado, un elemento de hormigón armado sometido a tracción no se fisurará mientras exista compatibilidad de deformaciones entre hormigón y acero en todas sus secciones. El esfuerzo de tracción es soportado por la sección conjunta de hormigón y acero.

Por el contrario, si en una sección se ha alcanzado la resistencia del material se generará una fisura que modifica la ley de deformaciones del elemento y provoca el deslizamiento relativo entre hormigón y acero, pues no hay compatibilidad de deformaciones. En la fisura, el esfuerzo de tracción es soportado únicamente por el acero que la atraviesa. Consecuentemente, la barra de acero experimenta un aumento de tensión y de alargamiento en la fisura. Por el contrario, la tensión en el hormigón es nula junto a la fisura y aumenta progresivamente a medida que se incrementa la distancia a la misma (**Figura 2.5**).

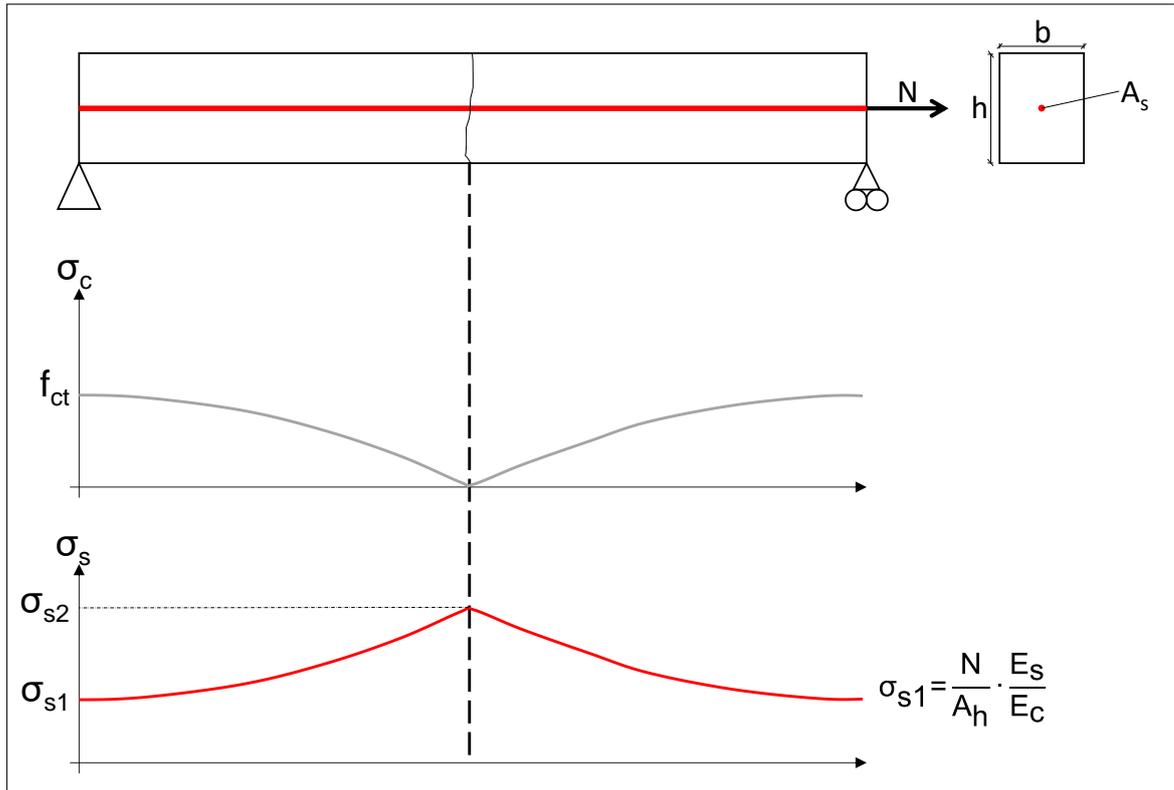


Figura 2.5. Tensiones en tirante de hormigón armado tras la primera fisura (adaptado de Calderón, 2008)

Donde:

- $\sigma_{s2}$ : Tensión de tracción del acero en la sección fisurada (*Estado II*)
- $\sigma_{s1}$ : Tensión de tracción del acero en las secciones no fisuradas (*Estado I*)
- $A_h$ : Área homogeneizada de la sección

De lo anterior se deduce que el deslizamiento relativo está íntimamente relacionado con la fisuración del hormigón. En la fisura, la deformación del hormigón es cero, mientras que la deformación del acero es máxima. La compatibilidad de deformaciones entre hormigón y acero se reestablece para una determinada longitud ( $l$ ).

Dicha diferencia de deformaciones, integrada entre dos puntos de deslizamiento nulo, se corresponde con el ancho de fisura.

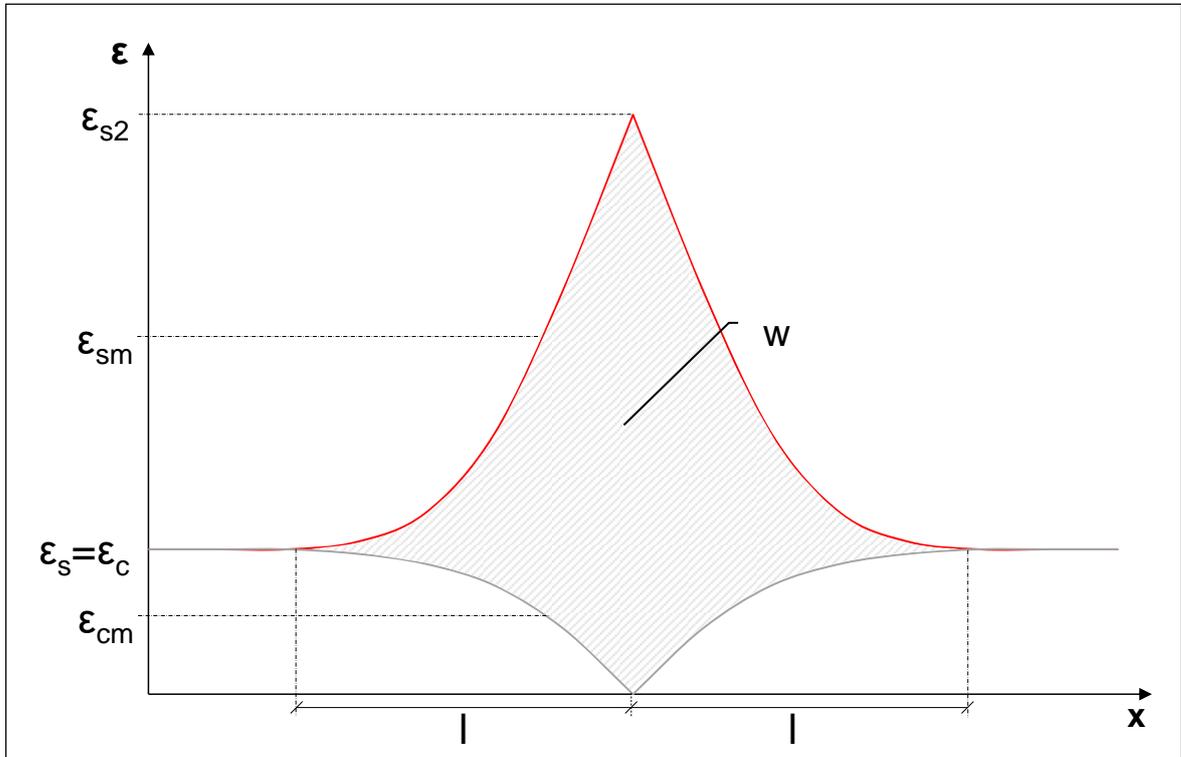
$$w = \int_0^{l=s_r} [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)] dx = (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \cdot s_r \quad (2.2)$$

Donde:

- $w$ : Ancho de fisura
- $\varepsilon_{sm}$ : Deformación media del acero
- $\varepsilon_{cm}$ : Deformación media del hormigón
- $s_r$ : Distancia entre fisuras

Como cabe esperar, de la ecuación (2.2) se deduce que si la diferencia de deformaciones entre hormigón y acero es nula, el ancho de fisura es cero.

De esta forma, el ancho de fisura se corresponde con el área bajo la curva que se muestra en la [Figura 2.6](#).

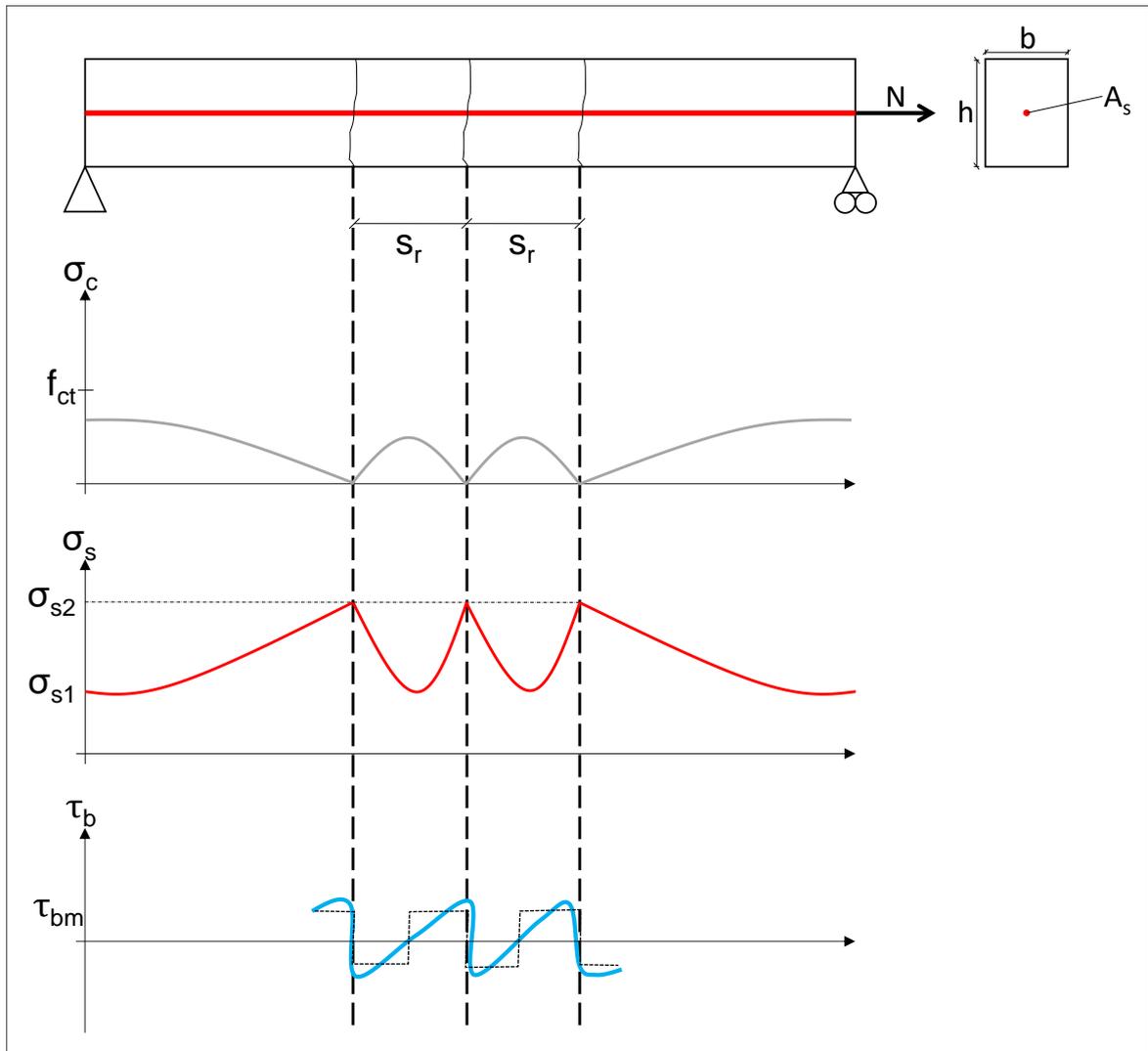


**Figura 2.6.** Deformaciones de acero y hormigón alrededor de la primera fisura (adaptado de Grolí, 2013)

### 2.3.3. Longitud de transferencia

El término de longitud de transferencia ha sido introducido en los apartados anteriores. Cuando una sección de hormigón armado se fisura para un axil  $N_{cr}$  (ecuación 2.1), la tensión es nula en el hormigón y máxima en el acero.

En las zonas próximas a la fisura se movilizan las tensiones de adherencia entre el hormigón y el acero, de manera que el acero introduce paulatinamente tensiones de tracción al hormigón. Consecuentemente, las tensiones de tracción aumentan en el hormigón, debido a la adherencia acero-hormigón, hasta que éstas alcanzan un valor igual a la resistencia del material  $f_{ct}$ , generando una nueva fisura ([Figura 2.7](#)).



**Figura 2.7.** Tensiones de tirante de hormigón armado en fase de formación de fisuras

Por tanto, entre fisuras se desarrolla una transferencia de tensiones de tracción desde acero hasta hormigón. La longitud de transferencia es aquella necesaria para reintroducir tensiones (mediante adherencia) en las secciones no fisuradas de hormigón.

Se deduce que existe una relación entre la distancia entre fisuras (\$s\_r\$) y la longitud de transferencia (\$l\_t\$):

$$l_t \leq s_r \leq 2 \cdot l_t \quad (2.3)$$

La longitud de transferencia se puede calcular imponiendo equilibrio entre la sección fisurada (*Estado II*) y la sección de deslizamiento relativo nulo (*Estado I*) más próxima.

$$\sigma_{s2} \cdot A_s = \tau_{bm} \cdot \varnothing_s \cdot \pi \cdot l_t + \sigma_{s1} \cdot A_s \Rightarrow l_t = \frac{(\sigma_{s2} - \sigma_{s1}) \cdot \varnothing_s}{4 \cdot \tau_{bm}} \quad (2.4)$$

Donde:

- $\sigma_{s2}$ : Tensión de tracción del acero en la sección fisurada (*Estado II*)
- $\sigma_{s1}$ : Tensión de tracción del acero en la sección de deslizamiento nulo (*Estado I*)
- $\emptyset_s$ : Diámetro de la barra de acero
- $\tau_{bm}$ : Tensión de adherencia

Por otra parte, la fuerza que recoge el hormigón en la sección en *Estado I* es igual a la que ha descargado el acero por adherencia desde la sección en *Estado II*.

$$f_{ct} \cdot A_c = (\sigma_{s2} - \sigma_{s1}) \cdot A_s \Rightarrow (\sigma_{s2} - \sigma_{s1}) = \frac{f_{ct} \cdot A_c}{A_s} = \frac{f_{ct}}{\rho_{s,eff}} \quad (2.5)$$

Combinando las ecuaciones (2.4) y (2.5) se obtiene la expresión de la longitud de transferencia.

$$l_t = \frac{f_{ct} \cdot \emptyset_s}{4 \cdot \tau_{bm} \cdot \rho_{s,eff}} \quad (2.6)$$

Se observa que la longitud de transferencia ( $l_t$ ) depende exclusivamente de factores geométricos, tales como el diámetro de la barra ( $\emptyset_s$ ) y la cuantía efectiva ( $\rho_{s,eff}$ ), así como de las propiedades mecánicas del material, que son la resistencia a tracción del hormigón ( $f_{ct}$ ) y la tensión de adherencia ( $\tau_{bm}$ ).

Como se deduce de la ecuación (2.3), la separación máxima entre fisuras adopta la siguiente expresión (2.7).

$$s_{max} = 2 \cdot l_t = 2 \cdot \frac{f_{ct} \cdot \emptyset_s}{4 \cdot \tau_{bm} \cdot \rho_{s,eff}} \quad (2.7)$$

Generalmente, la longitud de transferencia se calcula asumiendo una tensión de adherencia constante. MC2010 plantea una relación lineal entre  $f_{ct}$  y  $\tau_{bm}$ , que para cargas directas adopta la siguiente expresión (2.8).

$$\tau_{bm} = 1,8 \cdot f_{ct} \quad (2.8)$$

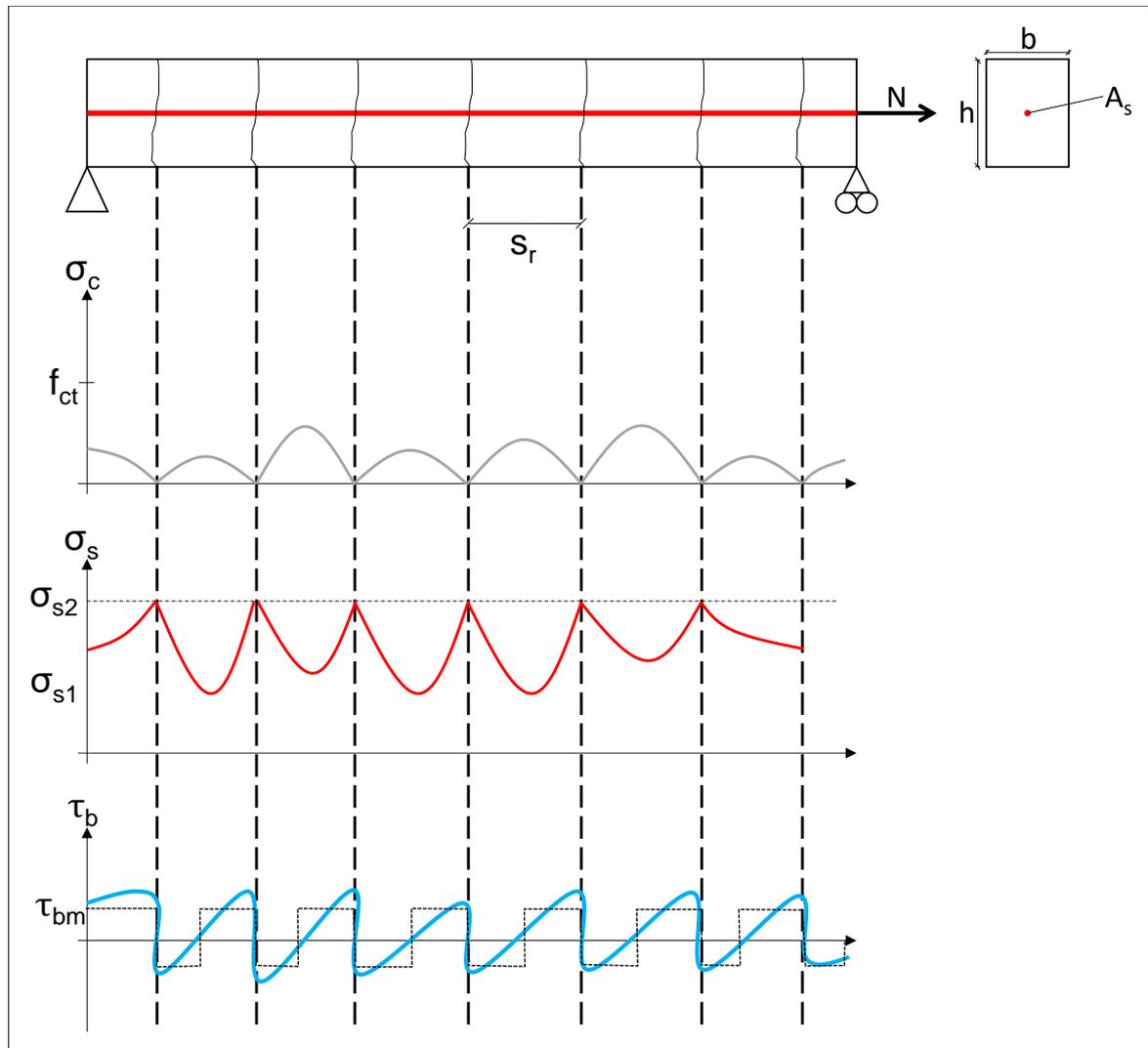
Finalmente, se combinan las ecuaciones (2.7) y (2.8).

$$s_{max} = 2 \cdot \frac{f_{ct} \cdot \emptyset_s}{4 \cdot 1,8 \cdot f_{ct} \cdot \rho_{s,eff}} = \frac{1}{3,6} \cdot \frac{\emptyset_s}{\rho_{s,eff}} \quad (2.9)$$

De la ecuación (2.9) se deduce que la separación máxima entre fisuras únicamente depende del diámetro de las barras y de la cuantía, lo que se denomina el efecto  $\emptyset_s/\rho_{s,eff}$ .

### 2.3.4. Tension stiffening

En la **Figura 2.8** se representa un tirante de hormigón armado en la fase de fisuración estabilizada.



**Figura 2.8.** Tirante de hormigón armado en la fase de fisuración estabilizada

Como se explicó anteriormente, en esta fase la separación entre fisuras ha disminuido hasta valores que imposibilitan la inyección de tracciones al hormigón por adherencia como generar nuevas fisuras. Consecuentemente, las fisuras aumentarán su ancho según aumente la carga.

En la **Figura 2.4** se observa que el tirante experimenta un efecto reductor de deformaciones, denominado tension stiffening. Este efecto ya fue introducido en párrafos anteriores, originado debido a la colaboración del hormigón traccionado entre fisuras.

Desde un punto genérico, este efecto rigidizador del hormigón traccionado entre fisuras se puede representar como una reducción ( $\Delta\varepsilon_s$ ) de la deformación media de la armadura ( $\varepsilon_{sm}$ ) con respecto a la deformación de la barra de acero aislada ( $\varepsilon_{s2}$ ).

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon_s \quad (2.10)$$

El tirante de hormigón armado experimenta una pérdida de rigidez debido a la fisuración, cuando se alcanza la fase de fisuración estabilizada su valor tiende a la del acero, y la contribución del hormigón traccionado entre fisuras provoca que exista una diferencia entre estos dos valores. Por último, a medida que el acero plastifica, esta diferencia se reduce.

Conviene introducir este efecto rigidizador en el cálculo del ancho de fisura. En la sección fisurada, no hay contribución del hormigón, cumpliéndose la siguiente relación.

$$\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{c2} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0 = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} \quad (2.11)$$

Por otro lado, en la sección de deslizamiento nulo, cuando se alcanza la resistencia a tracción del hormigón.

$$\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{c1} = \frac{\sigma_{s1}}{E_s} - \frac{f_{ct}}{E_c} = \frac{1}{E_s} \cdot (\sigma_{s1} - \alpha_E \cdot f_{ct}) = 0 \quad (2.12)$$

Introduciendo la ecuación (2.1) y (2.5) en (2.12) se obtiene la ecuación (2.13).

$$\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{c1} = \frac{1}{E_s} \cdot \left( \sigma_{s2} - \frac{f_{ct}}{\rho_{s,eff}} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_{s,eff}) \right) = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} \cdot \left( 1 - \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right) \quad (2.13)$$

De lo anterior se deduce que la diferencia de deformaciones medias entre hormigón y acero será un valor intermedio entre la ecuación (2.11) y (2.13). Lo cual se expresa mediante una constante ( $\beta$ ), que evalúa la deformación media del acero a lo largo de la longitud en función de la duración de la carga. Esta constante adopta usualmente el valor 0,6 y 0,4 para cargas de larga duración (MC2010, UNE-EN 1992-1-1, Código Estructural)

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} \cdot \left( 1 - \beta \cdot \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right) \quad (2.14)$$

El modelo de tension stiffening representado en la ecuación (2.14) es constante, dado que la relación entre la deformación media ( $\varepsilon_{sm}$ ) y la tensión del acero es lineal ( $\sigma_{s2}$ ).

Otros autores sugieren que el efecto rigidizador del hormigón traccionado entre fisuras se reduce a medida que el elemento se aproxima a la plastificación del acero.

Fantilli et al. (2008) proponen un modelo trilineal (Figura 2.9). Se observa en el diagrama momento-curvatura una reducción linear del efecto tension stiffening a medida que asciende la carga, hasta alcanzar la plastificación del acero.

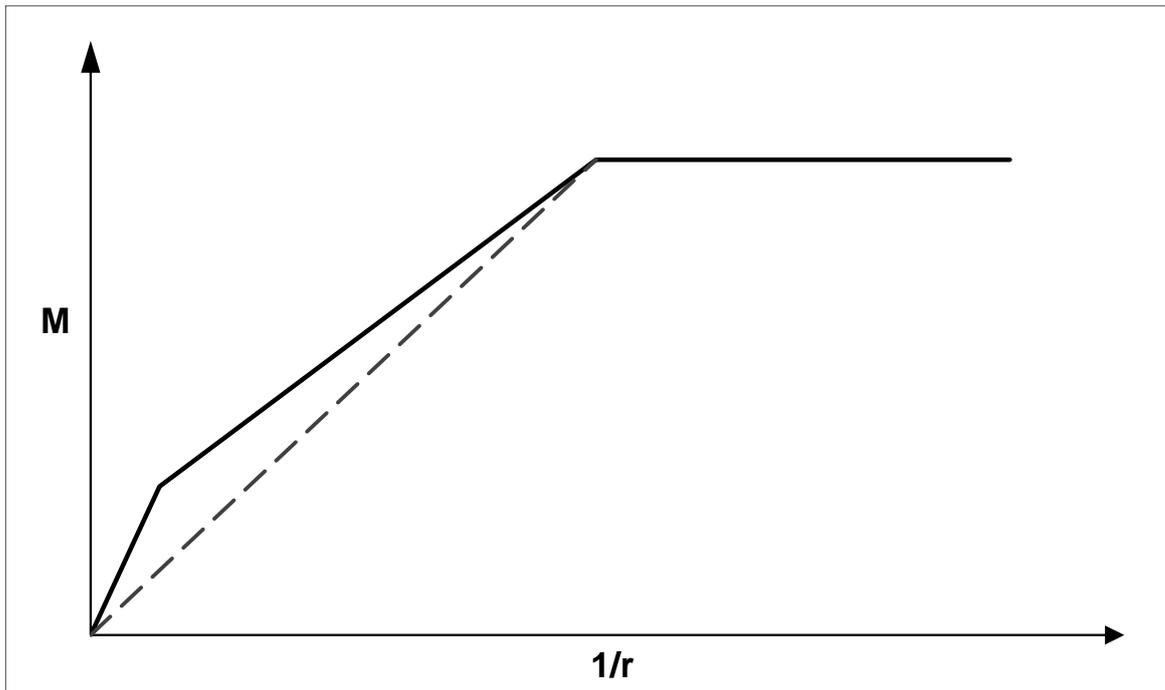


Figura 2.9. Modelo trilineal del efecto tension stiffening ;Error! No se encuentra el origen de la referencia.

Utilizando un criterio similar, el Código Modelo 1978 y la EHE-08 adoptaban una relación cuadrática entre  $\epsilon_{sm}$  y  $\sigma_{s2}$  (Figura 2.10).

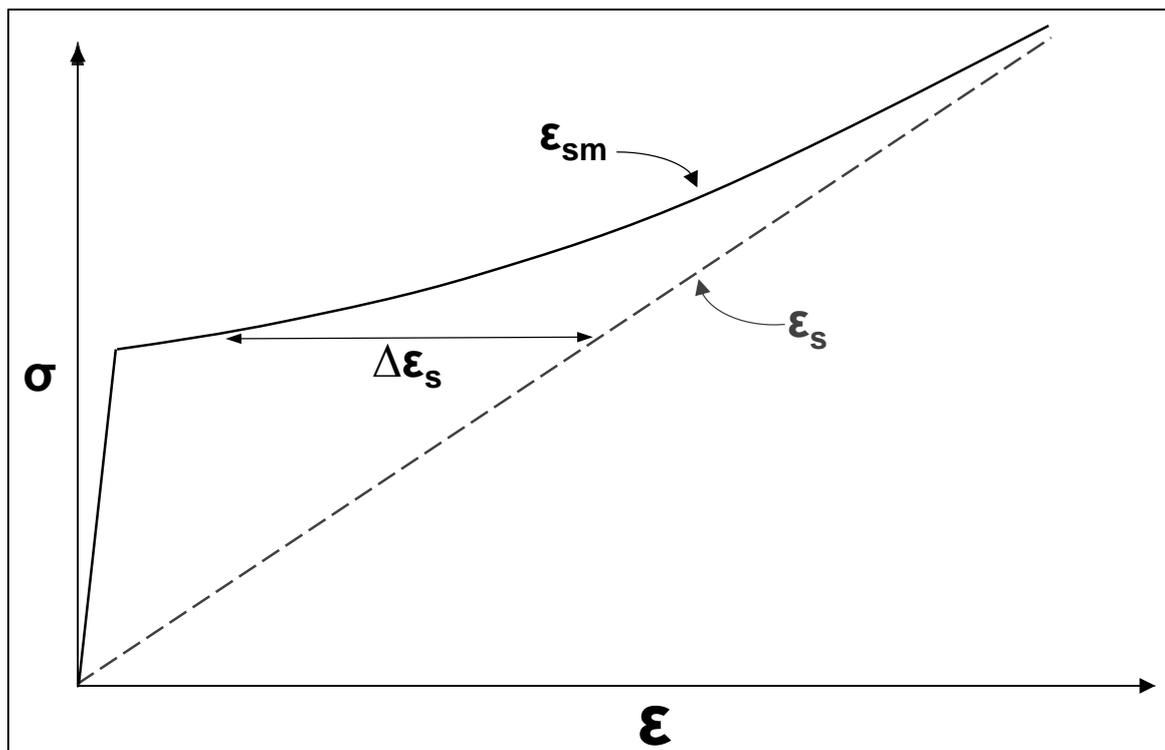


Figura 2.10. Modelo cuadrático del efecto tension stiffening

### 2.3.5. Influencia de otros factores

#### – Recubrimiento

Varios autores (e.g. Base et al., 1966) han demostrado experimentalmente una dependencia entre el recubrimiento y el ancho de fisura. De este modo, la distancia entre fisuras (y consecuentemente su ancho) es incrementada a medida que aumenta el recubrimiento. Por ello, los códigos actuales tienen en cuenta la influencia del recubrimiento en el cómputo de la longitud de transferencia.

$$l_{s,max} = k \cdot c + \frac{f_{ct} \cdot \emptyset_s}{4 \cdot \tau_{bm} \cdot \rho_{s,eff}} \quad (2.15)$$

Siendo  $k$  un coeficiente empírico que tiene en cuenta la influencia del recubrimiento, usualmente se adopta el valor  $k = 1$ .

#### – Presencia de estribos

Pérez et al. (2013) analizaron la influencia de la presencia de estribos en los patrones de fisuración de vigas de hormigón armado, lo cual no es contemplado en los distintos códigos estructurales para el cálculo de la distancia entre fisuras.

Concluyeron que la presencia de estribos influye en la distancia entre fisuras. Aunque influye en mayor medida en la distancia media entre fisuras. Su influencia en la máxima distancia entre fisuras resultó ser mucho menor, siendo éste el parámetro relevante en el cálculo del ELS de Fisuración.

## 2.4. El efecto de las fibras en la fisuración del hormigón armado

Los elementos de hormigón armado reforzado con fibras se caracterizan por un mejor control de la fisuración, pues las fibras aportan una resistencia residual post-fisuración que modifica la transmisión de tensiones de adherencia entre fisuras y mejora el fenómeno tensión stiffening, reduciendo la deformación media del acero, la separación entre fisuras y su ancho (Abrishami & Mitchell, 1997; Vandewalle, 2000; Bischoff, 2003). Por tanto, las fibras aportarán una ductilidad post-fisuración o tenacidad.

### 2.4.1. Caracterización

Los métodos existentes para cuantificar el comportamiento del HRF no generan consenso entre los distintos autores. Mindess et al. (2003) señalan que cualquier parámetro utilizado para caracterizar la ductilidad o resistencia residual del HRF debería satisfacer las siguientes condiciones ideales:

- Debería tener un significado físico fácilmente entendible.

- Debería ser capaz de cuantificar algún aspecto importante del comportamiento de HRF y reflejar algunas características de la curva de carga - deflexión.
- Debería ser independiente del tamaño y la geometría de la muestra

El parámetro comúnmente empleado para la caracterización del HRF es la resistencia residual post-fisuración. De Montaignac et al. (2012) presentan una revisión de los ensayos experimentales y posteriores análisis empleados para la determinación de este parámetro.

Aunque el ensayo de tracción uniaxial (RILEM 162TDF) puede resultar el más adecuado para la caracterización del HRF, requiere máquinas de ensayo con un circuito cerrado muy complejo que dificulta su uso generalizado en muchos laboratorios. Por ello, los ensayos normalizados para caracterizar el comportamiento post-fisuración de HRF están basados en ensayos a flexión sobre vigas o losas de reducidas dimensiones.

American Society for Testing and Materials (ASTM) ha estandarizado 3 métodos de ensayo:

- ASTM C1609 (2012): Método de ensayo estándar para el comportamiento a la flexión del hormigón reforzado con fibras (utilizando una viga a flexión de 3 puntos).
- ASTM C1399 (2015): Método de ensayo estándar para obtener la resistencia residual media del hormigón reforzado con fibras.
- ASTM C1550 (2012): Método de ensayo estándar para la resistencia a la flexión del hormigón reforzado con fibras (utilizando un panel redondo con carga central).

El método de ensayo estándar en Europa es el UNE-EN 14651 (CEN, 2005), que recoge un ensayo a flexión en una viga entallada sometida a flexión de 3 puntos (Figura 2.11), lo que permite la localización de una fisura en la sección central y la medición de su apertura (COD, Crack Opening Displacement).

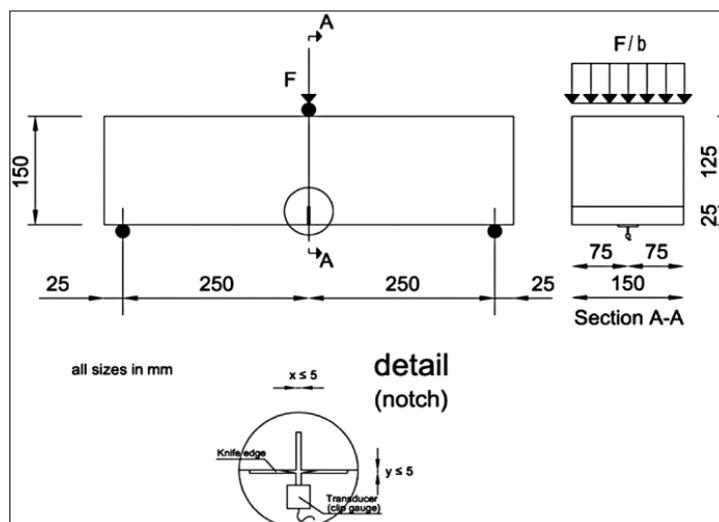
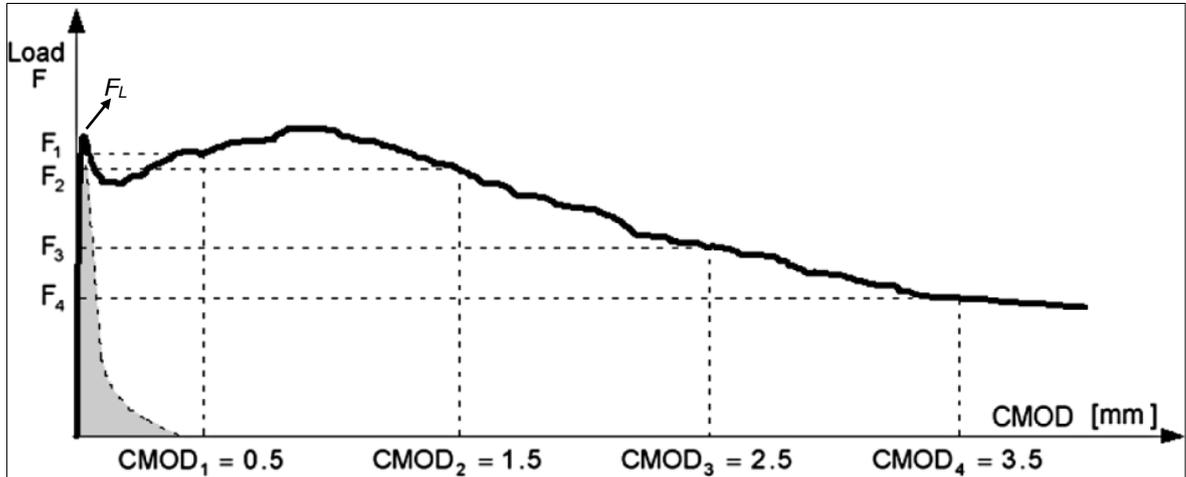


Figura 2.11. Configuración del ensayo UNE-EN 14651 (MC2010)

El ensayo se realiza sobre una máquina de ensayo con circuito cerrado, controlando la apertura de la entalla en la cara inferior de la viga (CMOD, Crack Mouth Opening Displacement), con la finalidad de analizar los parámetros característicos definidos en la **Figura 2.12**.



**Figura 2.12.** Típico diagrama Carga-CMOD para HRF (MC2010)

La tensión residual se obtiene considerando un análisis lineal y no fisurado en la sección ubicada sobre la entalla, asumiendo la hipótesis de Navier-Bernoulli.

$$f_{Rj} = \frac{3 \cdot F_j \cdot l}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2} \quad (2.16)$$

Donde:

- $f_{Rj}$ : Resistencia residual para  $CMOD = CMOD_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ).
- $F_j$ : Carga para  $CMOD = CMOD_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ).
- $l$ : Distancia entre apoyos.
- $b$ : Ancho del espécimen.
- $h_{sp}$ : Distancia entre la parte superior de la entalla y la parte superior del espécimen.

En cuanto al diseño estructural, MC2010 adopta los valores  $f_{R1}$  y  $f_{R3}$  para caracterizar la resistencia residual del HRF para ELS y ELU, respectivamente. Además, estos mismos parámetros son empleados para la clasificación de la resistencia residual post-fisuración del HRF. En particular, el intervalo de resistencia  $f_{R1k}$  (valor característico de  $f_{R1}$ ) y el ratio de resistencia  $f_{R3k}/f_{R1k}$  (representado por las letras “a”, “b”, “c”, “d” y “e”):

$$f_{R1k} \rightarrow 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0 \dots MPa \quad (2.17)$$

$$a) \text{ if } 0.5 < f_{R3,k} / f_{R1,k} < 0.7 \quad (2.18)$$

$$b) \text{ if } 0.7 < f_{R3k} / f_{R1k} < 0.9$$

$$c) \text{ if } 0.9 < f_{R3k} / f_{R1k} < 1.1$$

$$d) \text{ if } 1.1 < f_{R3k} / f_{R1k} < 1.3$$

$$e) \text{ if } 1.3 \leq f_{R3k} / f_{R1k}$$

Tal y como señala Grolí (2013), las resistencias residuales consideradas no representan los niveles reales de tensión en el material, dado que se ha asumido la hipótesis de tensión plana. Por el contrario, deben entenderse como indicadores normalizados del comportamiento post-fisurado del material. Por ello, el MC2010 establece unos límites de resistencia residual para que un HRF tenga aplicabilidad en uso estructural:

$$f_{R1k} \geq 0.4 \cdot f_{Lk} \quad (2.19)$$

$$f_{R3k} \geq 0.5 \cdot f_{R1k}$$

#### **2.4.2. Modelos constitutivos**

Generalmente, se distinguen 2 modelos de fisuración del hormigón: fisuración distribuida y fisuración localizada (Rots & Blaauwendraad, 1989). Los modelos de fisuración distribuida están basados en la mecánica de fractura y las propiedades de absorción de energía (Hillerborg et al., 1976); mientras que los modelos de fisuración localizada se basan en la resistencia de materiales (Grolí, 2013).

Por otro lado, existen 2 modos fundamentales de comportamiento del material durante los procesos de fisuración y fractura (Rots & Blaauwendraad, 1989). El modo I refleja un debilitamiento del material en dirección normal a la fisura; el modo II representa la resistencia a corte paralela a la fisura.

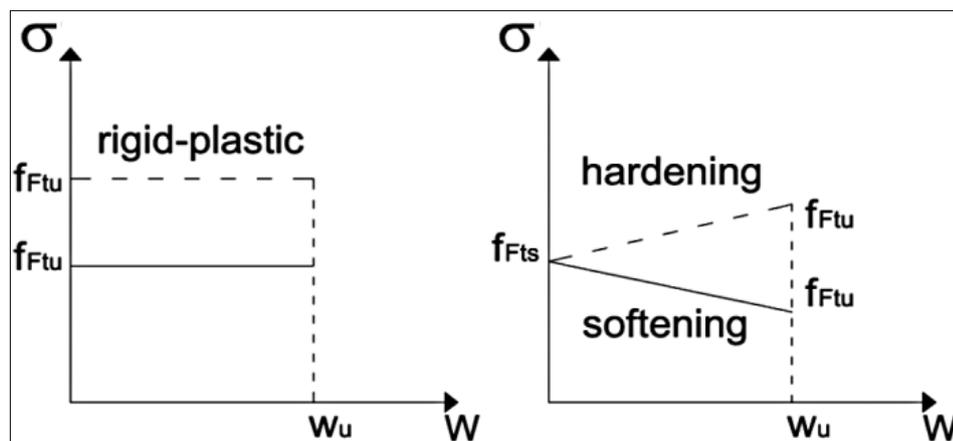
MC2010 modela el comportamiento post-fisuración considerando el modo I de fisuración por medio de una ley tensión – ancho de fisura ( $\sigma - w$ ), en lugar de una ley tensión – deformación ( $\sigma - \epsilon$ ), ya que permite una mejor representación del proceso de fisuración.

La introducción de una longitud característica estructural ( $l_{cs}$ ) constituye un “puente” entre la mecánica de medios continuos, basada en leyes constitutivas  $\sigma - \epsilon$ , y la mecánica de fractura, basada en leyes constitutivas  $\sigma - w$  (Di Prisco et al., 2013). La longitud

característica estructural es igual al valor mínimo entre la distancia entre fisuras y el canto de la viga. Teniendo en cuenta que  $\varepsilon = \Delta L/L$ , se obtiene la siguiente expresión:

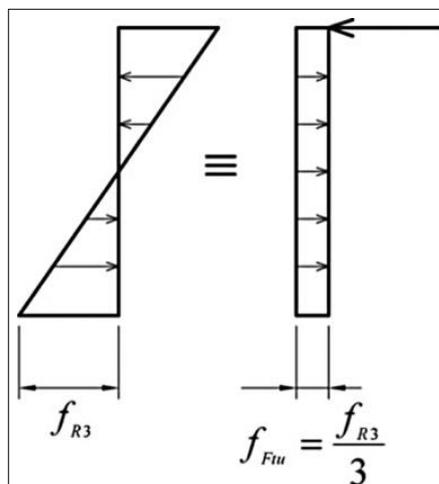
$$\varepsilon = w/l_{cs} \quad (2.20)$$

A partir de los resultados de los ensayos EN-14651 se deducen dos leyes constitutivas  $\sigma - w$  simplificadas en tensión uniaxial para simular un comportamiento rígido-plástico o un comportamiento lineal post-fisuración del HRF (endurecimiento o ablandamiento), como se muestra en la **Figura 2.13**. Donde  $w_u$  es el ancho de fisura correspondiente al ELU,  $f_{Fts}$  es la resistencia residual en servicio y  $f_{Ftu}$  es la resistencia residual en ELU. Ambos se calculan utilizando las resistencias residuales  $f_{R1}$  y  $f_{R3}$  identificadas en el ensayo UNE-EN 14651.



**Figura 2.13.** Leyes constitutivas simplificadas post-fisuración: tensión – ancho de fisura (MC2010)

El modelo rígido plástico requiere la identificación de un solo parámetro:  $f_{Ftu}$ . Su valor se puede obtener por equilibrio rotacional en ELU, asumiendo que la distribución de tensión de compresión se concentra en la fibra superior, mientras que una distribución de tensión residual post-fisuración de tracción se aplica uniformemente a todo el canto de la sección (**Figura 2.14**).



**Figura 2.14.** Modelo simplificado para calcular la resistencia a tracción residual última en tensión uniaxial ( $f_{Ftu}$ ) por medio de la resistencia residual a flexión ( $f_{R3}$ )

Igualando el momento interno de resistencia ( $M_{u,int}$ ) al momento externo aplicado ( $M_{u,ext}$ ) se obtiene la ecuación (2.21), que corresponde al equilibrio rotacional de la sección:

$$M_{u,ext} = \frac{f_{R3} \cdot b \cdot h_{sp}^2}{6} = \frac{f_{Ftu} \cdot b \cdot h_{sp}^2}{2} = M_{u,int} \quad (2.21)$$

$$f_{Ftu} = f_{R3}/3 \quad (2.22)$$

El modelo lineal identifica dos valores de referencia:  $f_{Fts}$  y  $f_{Ftu}$ . Obtenidos a partir de las siguientes ecuaciones:

$$f_{Fts} = 0.45 \cdot f_{R1} \quad (2.23)$$

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad (2.24)$$

Dichas ecuaciones se obtienen a partir de distintos supuestos válidos en ELS y ELU respectivamente.

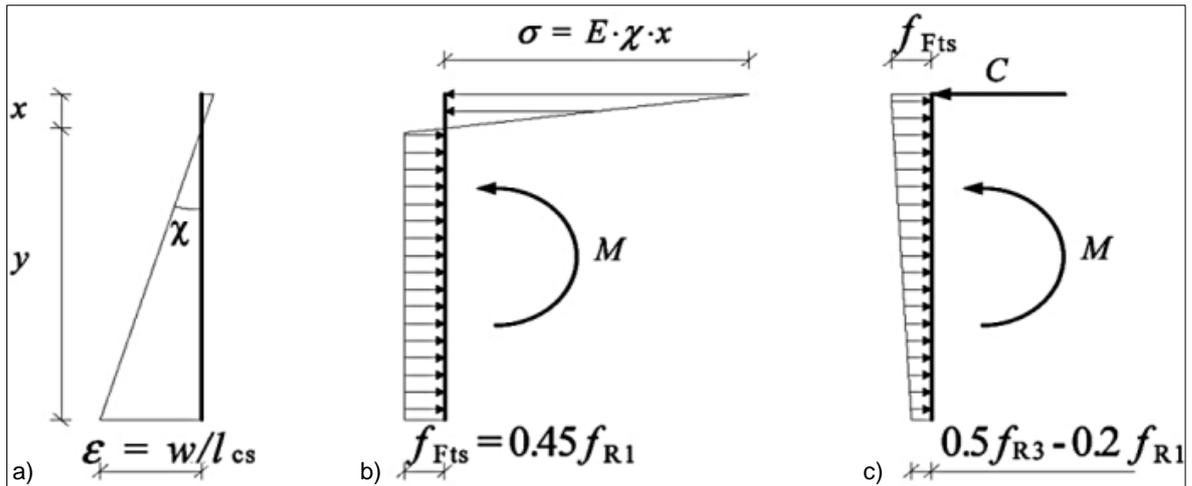


Figura 2.15. Distribuciones de tensiones asumidas para determinar la resistencia residual a tracción  $f_{Fts}$  (b) y  $f_{Ftu}$  (c) para el modelo lineal (MC2010)

La relación constitutiva del HRF en ELS se considera elastoplástica en tracción uniaxial y elástica en compresión uniaxial (Figura 2.15.b). Imponiendo equilibrio longitudinal y rotacional se obtienen las ecuaciones (2.25) y (2.26).

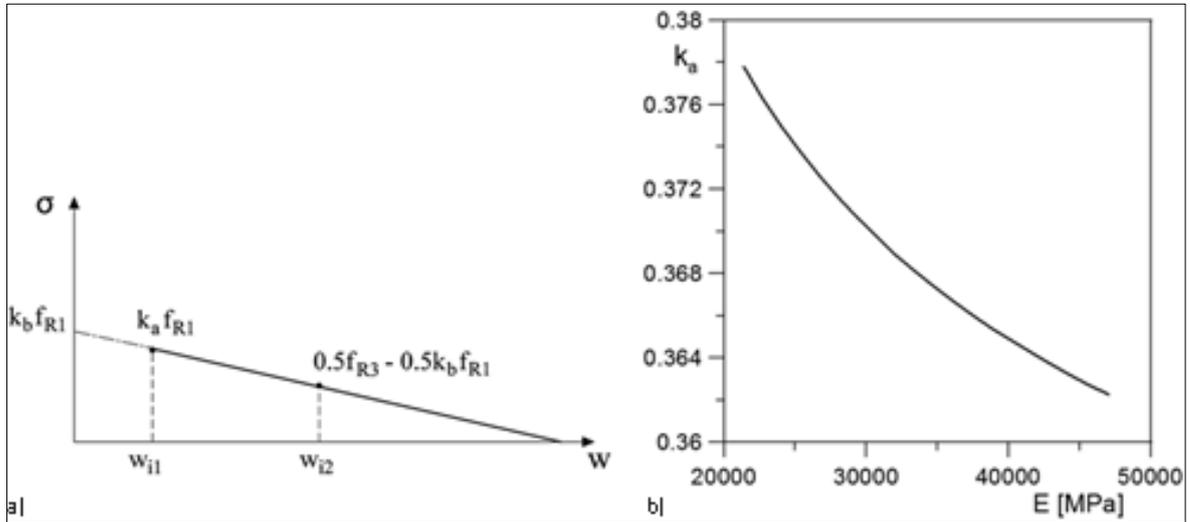
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma \cdot b \cdot x}{2} - \frac{f_{Fts}^2 \cdot b \cdot x}{2 \cdot \sigma} - f_{Fts} \cdot b \cdot \left( y - \frac{f_{Fts}}{\sigma} \cdot x \right) = 0 \end{array} \right. \quad (2.25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{Fts} \cdot b \cdot y \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot x + \frac{y}{2} \right) - \frac{f_{Fts}^2 \cdot b \cdot x}{2 \cdot \sigma} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot \frac{f_{Fts}}{\sigma} \cdot x \right) = \frac{f_{R1} \cdot b \cdot h_{sp}^2}{6} \end{array} \right. \quad (2.26)$$

La resolución del sistema de ecuaciones (2.24) y (2.25) proporciona una correlación entre  $f_{Fts}$  y  $f_{R1}$  que depende del módulo de elasticidad ( $E$ ) y de la elección de la longitud característica estructural ( $l_{cs}$ ):

$$f_{Fts} = k_a(E, l_{cs}) \cdot f_{R1} \quad (2.27)$$

Asumiendo una longitud característica estructural igual al canto de la viga ( $h_{sp}$ ), el factor  $k_a$  es función del módulo de elasticidad ( $E$ ), como se muestra en la **Figura 2.16.b**. Di Prisco et al. (2013) proponen considerar un valor medio de 0.37.



**Figura 2.16.** a) Definición de los coeficientes  $k_a$  y  $k_b$ , b) valores de  $k_a$  vs.  $E$  (Di Prisco et al., 2013)

En el caso del ELU, se asume que la distribución de tensiones de compresión se concentra en la fibra superior. Considerando el modelo  $\sigma - w$  que se muestra en la **Figura 2.16.a**, caracterizado por un valor  $k_b \cdot f_{R1}$  para  $w = 0$ ,  $k_a \cdot f_{R1}$  para  $w_{i1} = 0.5$  mm y  $f_{Ft,2.5}$  para  $w_{i2} = 2.5$  mm. Con todo ello, se obtiene el siguiente equilibrio rotacional:

$$f_{Ft,2.5} \cdot \frac{b \cdot h_{sp}^2}{2} + (k_b \cdot f_{R1} - f_{Ft,2.5}) \cdot \frac{b \cdot h_{sp}^2}{3} = f_{R3} \cdot \frac{b \cdot h_{sp}^2}{6} \quad (2.28)$$

$$f_{Ft,2.5} = 0.5 \cdot f_{R3} - \frac{k_b}{2} \cdot f_{R1} \quad (2.29)$$

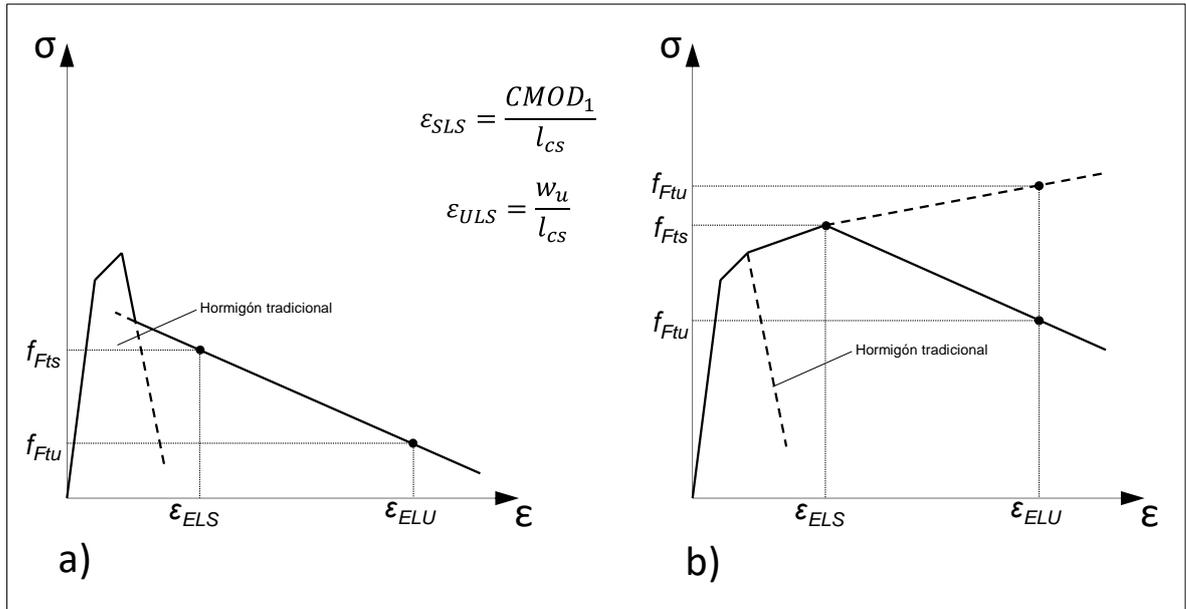
Teniendo en cuenta que el modelo lineal se debe ajustar al punto ( $w_{i1} = 0.5$  mm,  $\sigma = 0.37 \cdot f_{R1}$ ), se obtiene la siguiente relación entre  $k_b$  y las resistencias residuales a flexión ( $f_{R1}$  y  $f_{R3}$ ):

$$k_b = 0.529 - 0.143 \cdot \frac{f_{R3}}{f_{R1}} \quad (2.30)$$

Considerando que  $f_{R3}$  es igual a  $0.5 \cdot f_{R1}$ , como se muestra en la ecuación (2.19),  $k_b$  adopta el valor 0.45 y la ecuación (2.26) se puede expresar de la siguiente forma:

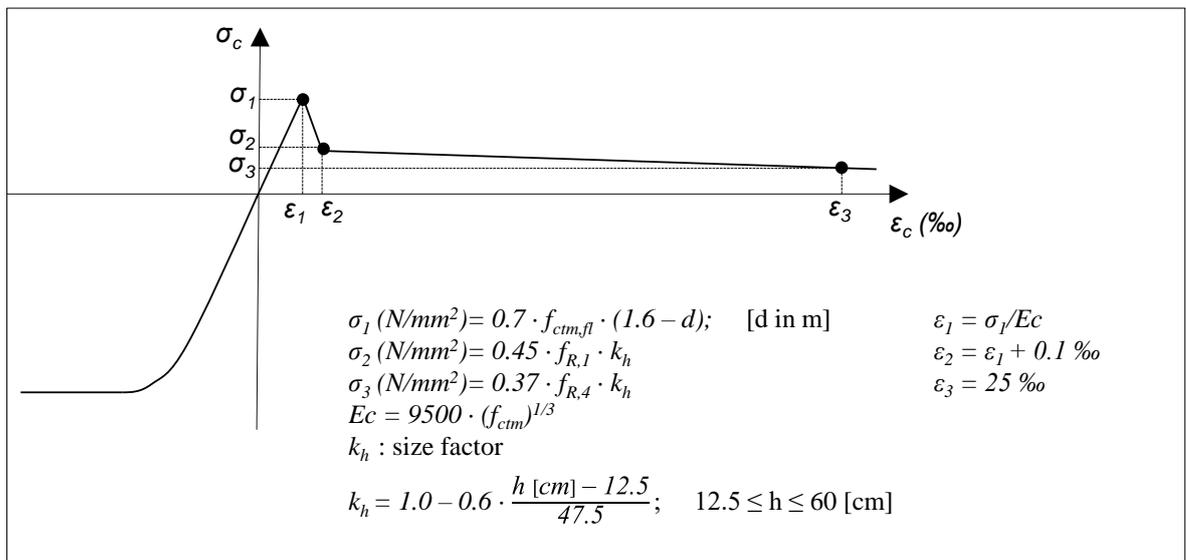
$$f_{Ft,2.5} = 0.5 \cdot f_{R3} - 0.225 \cdot f_{R1} \cong 0.5 \cdot f_{R3} - 0.2 \cdot f_{R1} \quad (2.31)$$

Finalmente, definida la ley tensión – ancho de fisura, introduciendo la longitud característica estructural se obtiene la ley tensión – deformación, como se muestra en la **Figura 2.17**.



**Figura 2.17.** Relaciones tensión-deformación para el comportamiento de ablandamiento (a) y ablandamiento o endurecimiento (b) del HRF (adaptado de MC2010)

RILEM Committe (RILEM TC 162-TDF, 2003) propone el diagrama  $\sigma - \varepsilon$  que se muestra en la **Figura 2.18**, basado también en ensayos a flexión, aunque en este caso no se introduce el concepto de longitud característica estructural.



**Figura 2.18.** Diagrama  $\sigma - \varepsilon$  propuesto en RILEM TC TDF-162

El Código Estructural (Ministerio de la Presidencia, 2021), en adelante CE2021, propone en su Anejo 7 unos modelos constitutivos del HRF similares a los existentes en MC2010, distinguiendo 2 diagramas tensión – deformación en tracción:

- a) Diagrama rectangular, caracterizado por la resistencia residual a tracción de cálculo  $f_{ctR,d}$  (**Figura 2.19**).

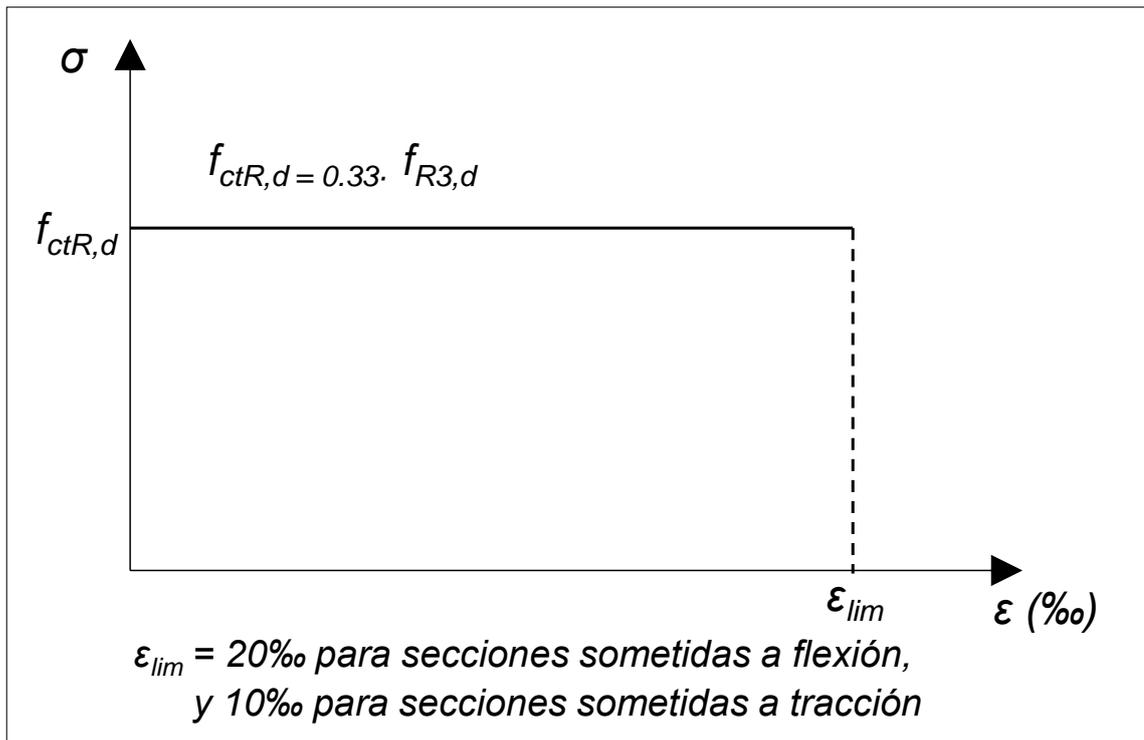


Figura 2.19. Diagrama rectangular  $\sigma - \epsilon$  propuesto en Anejo 7 del CE2021

- b) Diagrama multilíneal, definido por una resistencia a tracción de cálculo  $f_{ct,d}$  y de las resistencias residuales a tracción de cálculo ( $f_{ctR1,d}$  y  $f_{ctR3,d}$ ) (Figura 2.20).

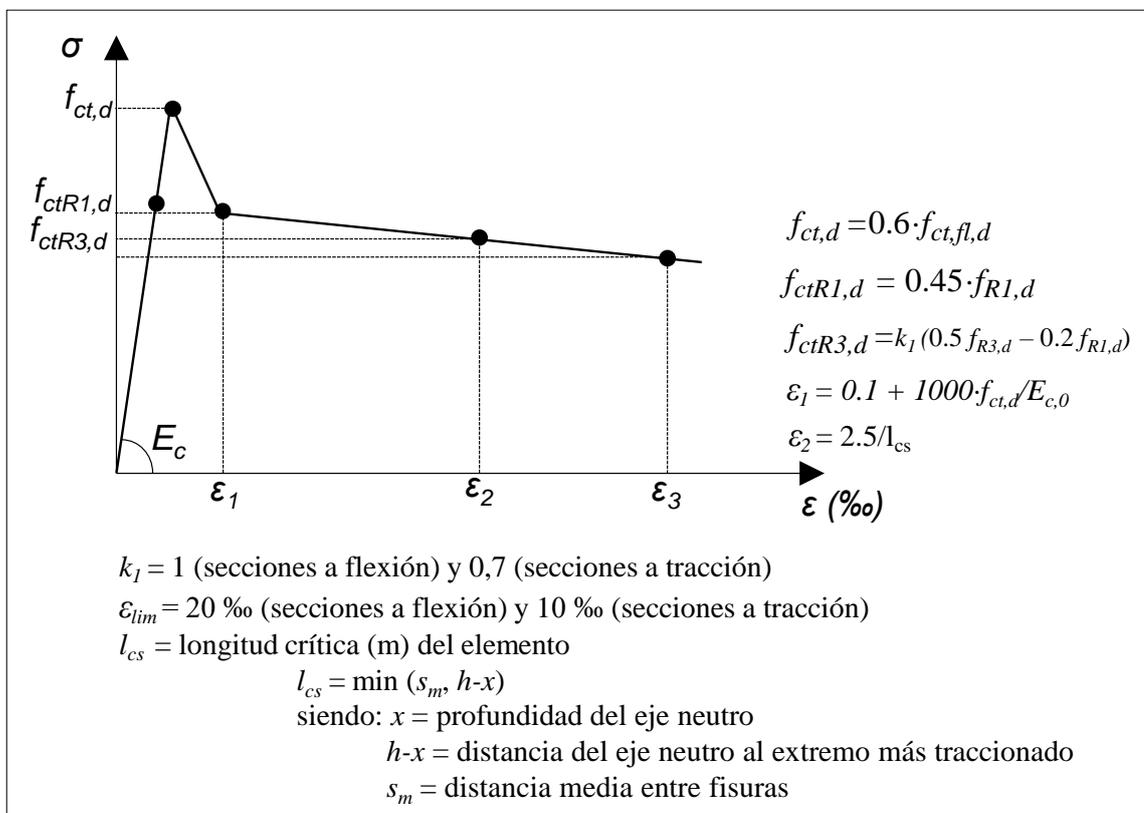


Figura 2.20. Diagrama multilíneal  $\sigma - \epsilon$  propuesto en CE2021 – Anejo 7

El anejo L del borrador de EN 1992-1-1 (CEN, 2004), en adelante EC2 – Anejo L, dedicado a hormigones reforzados con fibras de acero, propone un modelo  $\sigma - \epsilon$  similar a MC2010 (Figura 2.21), basado también en ensayos a flexión.

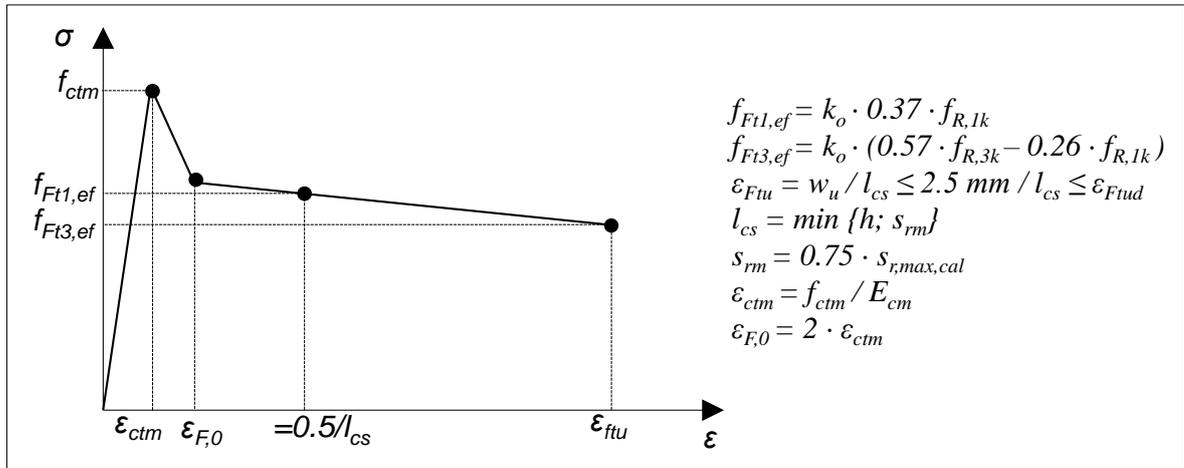


Figura 2.21. Diagrama  $\sigma - \epsilon$  propuesto en el borrador de EC2 – Anejo L

Analizando los modelos descritos, se observa que los parámetros post-fisuración están obtenidos a partir de ensayos a flexión, como puede ser el ensayo UNE-EN 14651. Además, a excepción del RILEM TC 162-TDF, introducen la longitud característica estructural para obtener las deformaciones a partir del ancho de fisura.

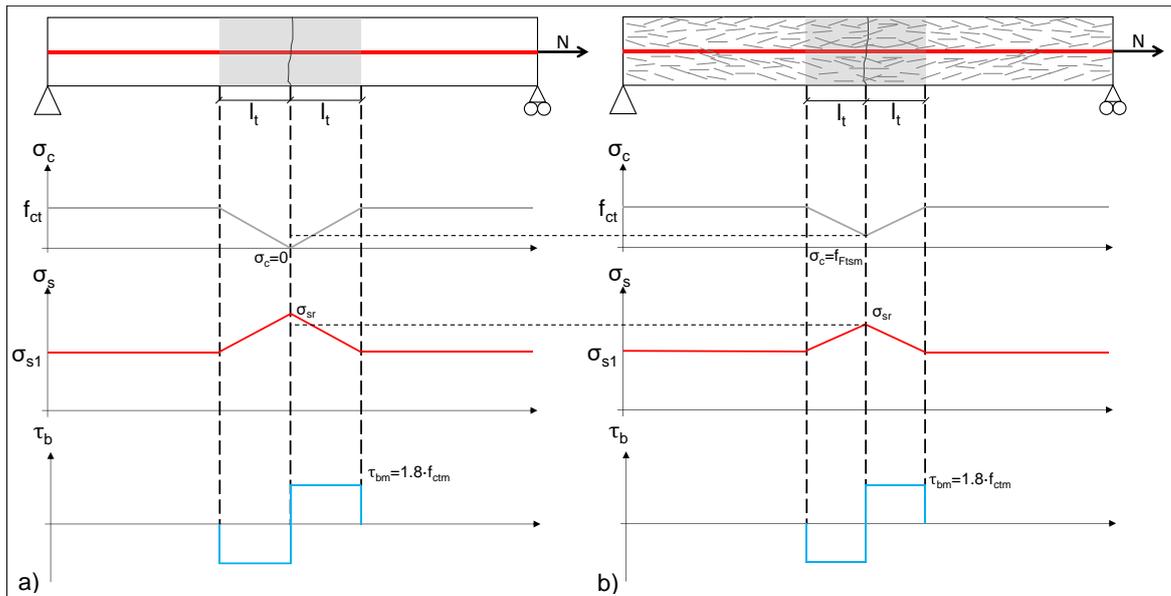
### 2.4.3. Longitud de transferencia y distancia entre fisuras

Como se ha comentado, la adición de fibras al hormigón no tiene el objetivo de incrementar su resistencia, sino favorecer un “efecto puente” en las fisuras que se forman en la matriz de hormigón. Con esto se consigue un incremento de ductilidad y una considerable mejora del comportamiento post-fisuración debido a la resistencia residual a tracción que aportan las fibras (Shah & Rangang, 1971).

Además, las fibras en combinación con armaduras de acero pasivas mejoran el control de la fisuración de elementos de hormigón, modifican la transferencia de tensiones entre fisuras. Consecuentemente, se obtiene un patrón de fisuras más distribuido y con menor ancho de fisura (e.g. Vandewalle, 2000; Minelli et al., 2011).

La longitud de transferencia disminuye en los HRF debido al efecto de las fibras que atraviesan la fisura (Figura 2.22). Como se demostró en la ecuación (2.6), la longitud de transferencia se obtiene imponiendo equilibrio entre la sección fisurada y la no fisurada, considerando que la tensión del hormigón en la fisura es nula (Figura 2.22.a).

En el caso de HRF, la tensión del hormigón de la fisura no es nula, debido a la resistencia residual post-fisuración que aportan las fibras (Figura 2.22.b), denominada  $f_{Fism}$ .



**Figura 2.22.** Longitud de transferencia y distribución de tensiones posteriores a la fisuración en a) tirante de hormigón armado y b) tirante de hormigón armado reforzado con fibras (adaptado de Tiberti et al., 2014)

Por tanto, la ecuación (2.6) se puede reescribir considerando dicha resistencia residual (y la influencia del recubrimiento), que es el enfoque adoptado en MC2010:

$$l_t = k \cdot c + \frac{(f_{ctm} - f_{Ftism}) \cdot \varnothing_s}{4 \cdot \tau_{bm} \cdot \rho_{s,eff}} \quad (2.32)$$

El valor de  $f_{Ftism}$  está influenciado por características geométricas y mecánicas de las fibras (material, forma y esbeltez), el contenido en fibras y las propiedades de la matriz de hormigón (Löfgren, 2005). Así como, la orientación y distribución de las fibras (Gettu et al., 2005). Tiberti et al. (2018) proponen utilizar un parámetro que tiene en cuenta la distribución y orientación de las fibras para obtener un factor que afecta a la resistencia residual.

Conviene indicar que MC2010 asume que la tensión ejercida por las fibras que cosen la fisura es constante ( $f_{Ftism} = 0.45 \cdot f_{R1}$ ) e independiente del ancho de la fisura. Esta simplificación se justifica debido a los reducidos anchos de fisuras considerados en ELS.

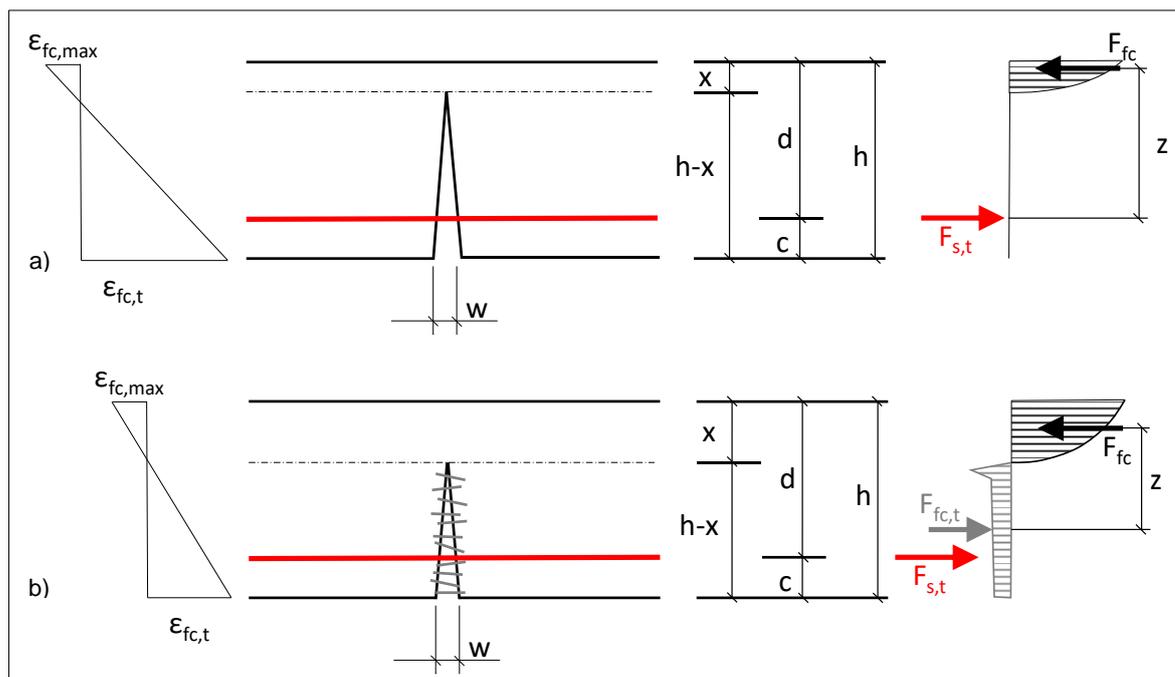
La disminución de la longitud de transferencia debido a la adición de fibras no se debe únicamente la resistencia residual, pues las fibras mejoran la tensión de adherencia entre la matriz de hormigón y la armadura (García-Taengua et al., 2015). Sin embargo, generalmente se asume que la tensión de adherencia del HRF es idéntica a la del hormigón tradicional, debido a la complejidad que conlleva cuantificar este fenómeno. Fantilli et al. (1998) proponen un modelo iterativo basado en diferencias finitas para su cálculo.

Como fue demostrado en la ecuación (2.3), existe una relación entre la distancia entre fisuras ( $s_r$ ) y la longitud de transferencia ( $l_t$ ). Por lo que la reducción de la longitud de transferencia conlleva una reducción de la distancia entre fisuras. Consecuentemente, el

ancho de fisura disminuye, dada la proporcionalidad directa con la distancia entre fisuras (ecuación (2.2)).

#### 2.4.4. Deformación media del acero

La resistencia residual a tracción aportada por las fibras en las fisuras disminuye la tensión en el acero, y consecuentemente disminuye la deformación media de las armaduras y la altura de la fibra neutra (Figura 2.23).



**Figura 2.23.** Distribución tenso-deformacional en la fisura. a) Hormigón tradicional y b) HRF (adaptado de RILEM TC 162-TDF, 2003)

Por tanto, una parte del esfuerzo de tracción es asumido por las fibras. Este efecto positivo debe ser cuantificado en el cálculo de la tensión del acero, como señalan RILEM Committee (RILEM TC 162-TDF, 2003) y MC2010.

Para ello, es necesario realizar un análisis seccional no lineal mediante un cálculo iterativo. MC2010 propone un diagrama lineal con tensión residual constante (Figura 2.15.b), lo que facilita la obtención de la tensión del acero.

#### 2.4.5. Tension stiffening

La adición de fibras al hormigón modifica el fenómeno tension stiffening. Mientras en el hormigón tradicional se asume que colabora únicamente el hormigón traccionado entre fisuras; el HRF es capaz de transmitir una tensión residual a través de las fisuras (Abrishami & Mitchell, 1997), lo que reduce su espaciamiento e incrementa el fenómeno de tension stiffening, mejorando consecuentemente el control de la fisuración y reduciendo la deformabilidad estructural (Di Prisco et al., 2022).

Abrishami & Mitchell (1997) ensayaron especímenes de HRF que contenían un 1.0% de volumen de fibras de acero de 30 mm. Bischoff (2003) ensayó especímenes de HRF con un 0.78% de volumen de fibras de acero de 50 mm sometidas a cargas monótonas y cíclicas. Aunque la mayor parte de estudios experimentales se han realizado sobre HRF de acero, Aryanto & Winata (2021) demostraron que la adición de fibras de polipropileno al hormigón también produce una mejora del tension stiffening.

Mezquida-Alcaraz et al. (2021) estudiaron el fenómeno de tension stiffening en vigas de hormigón de ultra alto rendimiento reforzado con fibras (UHPFRC) sometidas a flexión. Diferenciaron una primera etapa de mayor rigidez, donde el hormigón no fisurado y el armado trabajan conjuntamente; y una segunda etapa de menor rigidez, donde se produce la microfisuración y se desarrolla el fenómeno de tension stiffening, que permanece relativamente constante hasta la localización de una macrofisura que produce el colapso.

En definitiva, la capacidad de transmitir tensiones entre fisuras y la mejora de la tensión de adherencia del HRF conduce a un menor ancho de fisura. La acción conjunta de barras de acero y fibras provoca un patrón de fisuras con menor espaciamiento, disminuyendo consecuentemente el ancho de fisuras (Deluce & Vechio, 2013).

## 2.5. Formulación para el cálculo del ancho de fisuras en elementos de hormigón armado reforzados con fibras

En el presente apartado se recoge la formulación existente en los distintos códigos relativa al cálculo del ancho de fisura en elementos de HRF.

El control de la fisuración puede realizarse indirectamente, o bien aplicando modelos más sofisticados (Tabla 2.2).

Tabla 2.2. ELS de fisuración con y sin cálculos (Balázs et al., 2013).

ELS	Tipo de control	Método
Fisuración	Control indirecto de la fisuración	Limitación de tensiones
		Selección de máximo $\emptyset$ de armadura
		Selección de máxima distancia entre armaduras
Fisuración	Control detallado de la fisuración	Cálculo del ancho de fisura de diseño ( $w_d$ )

Borosnyói & Balász (2005) diferencian los siguientes planteamientos para el cálculo del ancho de fisura de diseño:

- a) Un planteamiento analítico que consiste en resolver la ecuación diferencial adherencia – deslizamiento.
- b) Un planteamiento semi-analítico, basado en el producto entre la distancia máxima entre fisuras ( $s_{r,max}$ ) y la deformación media relativa ( $\epsilon_{cm} - \epsilon_{cm}$ ).

Los distintos códigos existentes adoptan u, de modo que la comprobación del ELS de fisuración en los códigos consiste en satisfacer la siguiente inecuación:

$$w_d \leq w_{lim} \quad (2.33)$$

Donde:

- $w_d$ : Ancho de fisura de diseño, calculada bajo la combinación de acciones apropiada y considerada en la superficie del hormigón.
- $w_{lim}$ : Valor nominal límite del ancho de fisura en la superficie del hormigón especificado para los casos en los que se esperan consecuencias funcionales, de durabilidad o estéticos debidas a la fisuración.

### 2.5.1. Código Modelo 2010

El MC2010 plantea un enfoque para la estimación del ancho de fisuras en elementos de HRF.

Este modelo se basa principalmente en experiencias relacionadas con HRF de acero, aunque investigaciones recientes apuntan que puede extenderse a HRF sintéticas (e.g. Conforti et al., 2018; Bernard, 2019).

El ancho de fisura de diseño se calcula para todas las etapas del proceso de fisuración según la ecuación (2.34).

$$w_d = 2 \cdot l_{s,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \varepsilon_{cs}) \quad (2.34)$$

Donde:

- $l_{s,max}$ : Longitud de transferencia.
- $\varepsilon_{sm}$ : Deformación media del acero.
- $\varepsilon_{cm}$ : Deformación media del hormigón.
- $\varepsilon_{cs}$ : Deformación del hormigón debido a la retracción.

La longitud de transferencia se calcula mediante la ecuación (2.35):

$$l_{s,max} = k \cdot c + \frac{1}{4} \cdot \frac{(f_{ctm} - f_{Ftsm})}{\tau_{bms}} \cdot \frac{\emptyset_s}{\rho_{s,ef}} \quad (2.35)$$

Donde:

- $k$ : Parámetro empírico para tener en cuenta la influencia del recubrimiento.
- $c$ : Recubrimiento.
- $f_{ctm}$ : Valor medio de la resistencia a tracción del hormigón.

- $f_{Ftism}$ : Resistencia residual del HRF ( $f_{Ftism}=0.45 \cdot f_{R1}$ ).
- $\tau_{bms}$ : Tensión de adherencia media entre hormigón y acero.

El término de deformación media relativa adopta la siguiente expresión:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \varepsilon_{cs} = \frac{\sigma_{s2} - \beta \cdot \sigma_{sr}}{E_s} + \eta_r \cdot \varepsilon_{sh} \quad (2.36)$$

Donde:

- $\sigma_{s2}$ : Tensión del acero en la fisura.
- $\sigma_{sr}$ : Tensión máxima del acero en la fisura, en la etapa de formación de fisuras:

$$\sigma_{sr} = \frac{f_{ctm} - f_{Ftism}}{\rho_{s,ef}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,ef}) \quad (2.37)$$

Siendo:  $\rho_{s,ef} = \frac{A_s}{A_{c,ef}}$

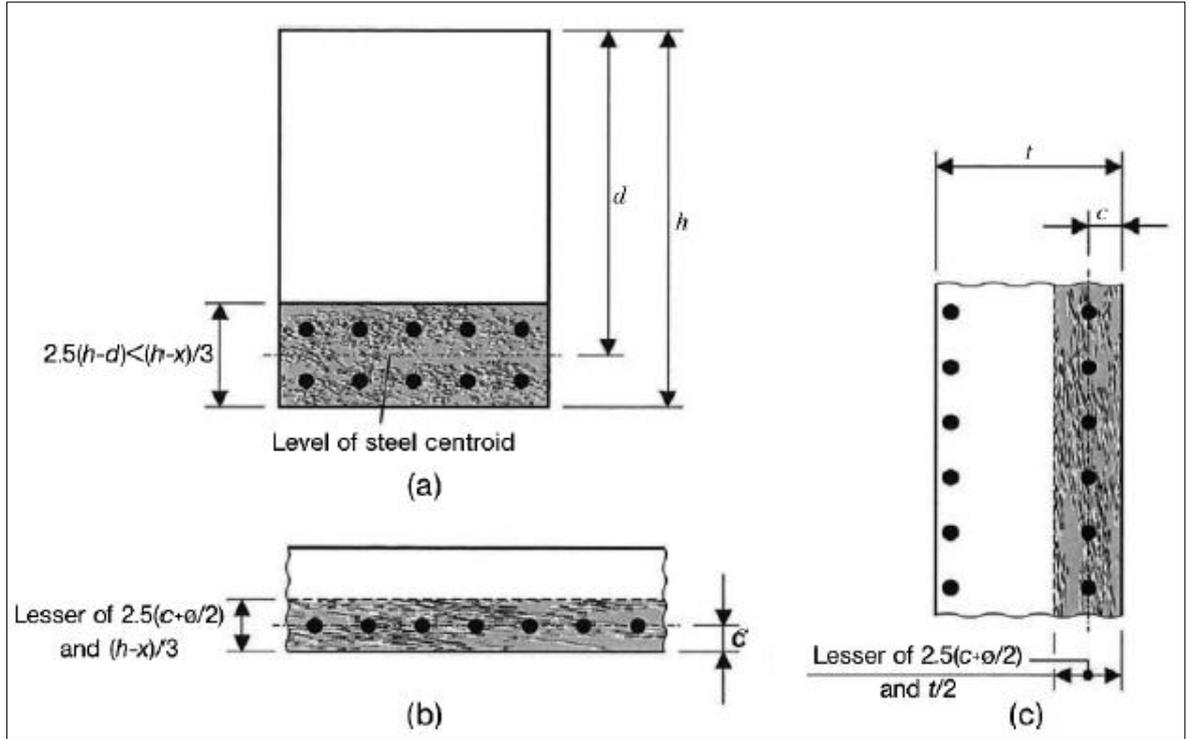
- $A_{c,ef}$ : Área efectiva de hormigón traccionado.
- $\alpha_e$ : Ratio modular ( $E_s/E_c$ ).
- $\beta$ : Coeficiente empírico que tiene evalúa la deformación media sobre la longitud de transferencia en función del tipo de carga.
- $\eta_r$ : Parámetro para considerar la contribución de la retracción.
- $\varepsilon_{sh}$ : Deformación de retracción.

Los valores de  $\tau_{bms}$  y de los coeficientes  $\eta_r$  y  $\alpha_e$  se recogen en la Tabla 7.6-2 del MC2010 (Tabla 2.3).

**Tabla 2.3.** Valores de  $\tau_{bms}$  y de los coeficientes  $\eta_r$  y  $\alpha_e$  (Tabla 7.6-2 de MC2010)

Tipo de carga	Fase de formación de fisuras	Fase de fisuración estabilizada
Corto plazo, carga instantánea	$\tau_{bms} = 1.8 \cdot f_{ctm}(t)$ $\beta = 0.6$ $\eta_r = 0$	$\tau_{bms} = 1.8 \cdot f_{ctm}(t)$ $\beta = 0.6$ $\eta_r = 0$
Largo plazo, carga cíclica	$\tau_{bms} = 1.35 \cdot f_{ctm}(t)$ $\beta = 0.6$ $\eta_r = 0$	$\tau_{bms} = 1.8 \cdot f_{ctm}(t)$ $\beta = 0.4$ $\eta_r = 1$

El área eficaz de hormigón traccionado puede calcularse según los siguientes esquemas (Figura 2.24), en ausencia de modelos más refinados.



**Figura 2.24.** Área eficaz de hormigón traccionado para: (a) viga; (b) losa; (c) muro en tensión (Figura 7.6-4 de MC2010)

Finalmente, el ancho de fisura de diseño en HRF se puede calcular a partir de la ecuación (2.38):

$$w_d = 2 \cdot \left( k \cdot c + \frac{1}{4} \cdot \frac{(f_{ctm} - f_{Ftsm})}{\tau_{bms}} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_{s,ef}} \right) \cdot \frac{1}{E_s} \cdot (\sigma_s - \beta \cdot \sigma_{sr} + E_s \cdot \eta_r \cdot \varepsilon_{sh}) \quad (2.38)$$

El ancho de fisura de diseño, también denominado ancho de fisura característico, es aquel que presenta una probabilidad del 95% de adoptar un valor superior a la media (Khorami et al., 2021).

El valor medio ( $w_m$ ) y el valor de diseño ( $w_d$ ) del ancho de fisura se relacionan mediante un factor  $\beta$  (ecuación 2.39).

$$\beta = \frac{w_d}{w_m} \quad (2.39)$$

Diferentes autores y códigos estructurales proponen valores del factor  $\beta$  que oscilan entre 1.3 y 2.0 (e.g. Borosnyói & Balász, 2005; Rizkalla & Hwang, 1984; Rilem Committee, 2003). MC2010 y EC2 proponen un valor de 1.7 si la fisuración es causada por acciones directas; y un valor de 1.3 si es causada por acciones indirectas. Por tanto, el valor medio del ancho de fisura puede evaluarse mediante la siguiente ecuación para acciones directas.

$$w_m = 1.17 \cdot \left( k \cdot c + \frac{1}{4} \cdot \frac{(f_{ctm} - f_{Ftsm})}{\tau_{bms}} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_{s,ef}} \right) \cdot \frac{1}{E_s} \cdot (\sigma_s - \beta \cdot \sigma_{sr} + E_s \cdot \eta_r \cdot \varepsilon_{sh}) \quad (2.40)$$

La ecuación (2.40) evidencia el efecto positivo del comportamiento de las fibras. Sin embargo, dicha formulación no genera consenso entre la comunidad científica.

Tiberti et al. (2019) apuntan que dicha formulación predice valores poco conservadores. Además, sugieren una refinación de la relación entre la separación entre fisuras y la resistencia residual a tracción, pues valores altos de este parámetro pueden conducir a separaciones entre fisuras de valor negativo.

Groli (2013) también apunta que la formulación propuesta en MC2010 sobreestima la separación entre fisuras, aunque puede considerarse aceptable.

MC2010 propone evaluar el comportamiento postfisuración del HRF empleando vigas UNE-EN 14651, tomando la resistencia residual a flexión  $f_{Rl}$  (como se indicó en el apartado 2.4.3. Longitud de transferencia y distancia entre fisuras). Bernard (2019) sugiere introducir en la formulación un parámetro de resistencia residual basado en una deflexión central de 0,2 mm en vigas ASTM C1609/C1609M.

Tiberti et al. (2018) proponen utilizar un parámetro que tiene en cuenta la distribución y orientación de las fibras para obtener un factor de orientación que afecta a la resistencia residual.

## 2.5.2. Otros

### 2.5.2.1. Borrador de Eurocódigo 2 – Anejo L

El borrador de EC2 – Anejo L adopta la siguiente expresión para la distancia máxima entre fisuras en elementos reforzados con fibras de acero y armaduras longitudinales:

$$s_{r,max,cal} = \left( 2 \cdot c + 0.28 \cdot \frac{\phi}{\rho_{s,ef}} \right) \cdot \left( 1 - \frac{f_{Fts,ef}}{f_{ctm}} \right) \quad (2.41)$$

Siendo  $f_{Fts,ef}$  la resistencia residual efectiva a tracción en ELS (Figura 2.21).

El planteamiento para el cálculo del ancho de fisura de diseño en el borrador de EC2 es idéntico al propuesto en MC2010.

### 2.5.2.2. RILEM TC 162-TDF (2003)

RILEM Committe (RILEM TC 162-TDF, 2003) propone la ecuación (2.42) para el cálculo de la distancia media entre fisuras, basado en un planteamiento semi-empírico:

$$s_{rm} = \left( 50 + 0.25 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\phi_s}{\rho_{s,ef}} \right) \cdot \left( \frac{50}{L_f / \phi_f} \right) \quad (2.42)$$

Donde:

- $k_1$ : Coeficiente que tiene en cuenta las propiedades de adherencia de las barras (0.8 para barras corrugadas; 1.6 para barras lisas).
- $k_2$ : Coeficiente que tiene en cuenta la forma de la distribución de deformaciones (0.5 para flexión; 1 para tensión pura).
- $L_f$ : Longitud de las fibras de acero.
- $\phi_f$ : Diámetro de las fibras de acero.

Del mismo modo, el ancho de fisura se calcula según la siguiente expresión:

$$w_d = \beta \cdot s_{rm} \cdot \varepsilon_{sm} \quad (2.43)$$

Siendo  $\beta$  un coeficiente que relaciona el ancho medio de fisura con su valor de diseño, que adopta los valores de 1.7 para cargas directas y 1.3 para deformaciones impuestas.

Finalmente,  $\varepsilon_{sm}$  se calcula mediante la ecuación (2.42):

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left[ 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right] \quad (2.44)$$

### 2.5.2.3. Löfgren (2007)

Löfgren (2007) plantea una modificación del modelo para el cálculo de la distancia entre fisuras para hormigones armados y sin fibras expuesto en EC 2.

De acuerdo a EC2 la distancia entre fisuras se calcula mediante la ecuación (2.45).

$$s_{r,max} = k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \frac{\phi}{\rho_{s,eff}} \quad (2.45)$$

Donde:

- $k_1$ : Coeficiente que tiene en cuenta las propiedades de adherencia de las barras (0.8 para barras corrugadas; 1.6 para barras lisas).
- $k_2$ : Coeficiente que tiene en cuenta la distribución de deformaciones (0.5 para flexión; 1 para tensión pura).
- $k_3$ : 3.4
- $k_4$ : 0.425

Esta expresión es modificada introduciendo un coeficiente ( $k_5$ ) que tiene en cuenta el efecto de las fibras (su resistencia residual a tracción):

$$k_5 = \left(1 - \frac{f_{ft,res}}{f_{ctm}}\right) \quad (2.46)$$

Donde  $f_{ft,res}$  es la resistencia residual a tracción aportada por las fibras.

Por tanto, la ecuación (2.47) puede ser empleada para el cálculo de la distancia entre fisuras.

$$s_{r,max} = k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot k_5 \cdot \frac{\phi}{\rho_{s,eff}} \quad (2.47)$$

#### 2.6.2.4. Tan et al. (1995)

Tan et al. (1995) plantean un método similar al propuesto en MC2010.

La longitud de transferencia se calcula teniendo en cuenta la resistencia residual a tracción que aportan las fibras ( $\sigma_u$ ):

$$L_t' = k_p \cdot (f_{ct} - \sigma_{tu}) \cdot \frac{\phi_s}{\rho_{s,eff}} \quad (2.48)$$

Donde  $k_p$  es un factor de adherencia.

Por tanto, el ancho de fisura de diseño adopta la siguiente expresión:

$$w_d = \frac{s_{r,max}}{E_s} \cdot \left[ \sigma_{s2} - (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,eff}) \cdot \left( \frac{\sigma_{tu}}{\rho_{s,eff}} + \frac{s_{r,max}}{k_p \cdot \phi_s} \right) \right] \quad (2.49)$$

#### 2.6.2.5. Comparación entre las formulaciones con MC2010

Del análisis de las formulaciones anteriores se deduce que el planteamiento es análogo al propuesto por MC2010, basando el efecto de las fibras en un parámetro de resistencia residual a tracción. RILEM Committe (RILEM TC 162-TDF, 2003) es la que presenta una mayor diferencia, considerando las propiedades geométricas de las fibras mediante el cociente  $L_f/\phi_f$ .

## Capítulo 3. Estudio experimental previo

### 3.1. Introducción

Este documento incluye unos trabajos previos de carácter experimental, que tiene como objetivo evaluar la influencia de distintos factores en la fisuración de vigas de hormigón armado sometidas a flexión pura.

Los factores que se han analizado son: el diámetro de las barras longitudinales de refuerzo, el número de barras por capa, el recubrimiento de hormigón, la presencia de estribos, el tipo de fibra, el contenido de fibras y el alto de la viga.

Para ello, se ha diseñado y ejecutado una campaña de ensayos sobre 20 vigas de hormigón armado de 3.70 m de largo, 0.18 m de ancho y 0.25 – 0.35 m de alto. Estas vigas fueron ensayadas a flexión en cuatro puntos, obteniendo así una zona central sometida a momento flector constante. La fisuración de cada elemento se analizó en esta zona, evitando así efectos relacionados con esfuerzos cortantes.

Esta campaña se ha dedicado a una calidad de hormigón única (C50/60) y se ha planteado mediante las técnicas de Diseño De Experimentos (Taguchi, 1988), lo que hizo posible abarcar el conjunto de factores planteados con un número de ensayos amplio pero viable con los medios y plazos disponibles, llevando a término un total de 20 ensayos.

La campaña experimental incluye la fabricación y ensayo de las vigas de hormigón armado para analizar la influencia de los factores anteriormente comentados en la fisuración, así como los ensayos de caracterización.

Estos trabajos experimentales se realizaron en el Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (Universidad Politécnica de Valencia) entre los meses de febrero y julio del año 2022.

### 3.2. Definición de factores y programa experimental

#### 3.2.1. Factores y niveles

Los factores hacen referencia a variables que pueden controlarse y tienen una influencia potencial en otras variables de salida de los ensayos, denominadas variables de respuesta.

Para el propósito de este trabajo se ha considerado idóneo efectuar un ensayo a flexión en 4 puntos. Por ello, las variables de respuesta serán parámetros relacionados con la fisuración del hormigón.

Los siguientes aspectos se han tenido en cuenta en la selección de factores:

- No se ha considerado el límite elástico del acero, pues en todos los casos se han utilizado barras de refuerzo de acero B500SD.
- Se ha fijado como objetivo una resistencia a compresión media del hormigón  $f_{cm} = 50$  MPa, pues todos los ensayos se han efectuado considerando la misma dosificación y variando únicamente el tipo y contenido de fibras. Varios autores (e.g. Bentur & Mindess, 1990) han demostrado que las fibras no ejercen una influencia significativa en las resistencia a compresión del hormigón. El uso de hormigones de ultra-alto rendimiento queda fuera del alcance de este trabajo.

Los siguientes factores han sido considerados: recubrimiento de hormigón ( $c$ ), diámetro de las barras de refuerzo ( $\emptyset$ ), número de capas, número de barras por capa, separación entre estribos, tipo de fibra, contenido de fibras y alto de viga. Los valores o niveles considerados para cada factor se resumen en la **Tabla 3.1**.

**Tabla 3.1.** Factores y niveles considerados

Factores		Niveles		
Recubrimiento de hormigón		$\emptyset$	$2\emptyset$	-
Diámetro de las barras de refuerzo (mm)		12	16	20
Número de capas		1	2	-
Número de barras por capa		2	3	-
Separación entre estribos		$d/2$	$d$	$\infty$
Tipo de fibra		Dramix 3D	Dramix 5D	BC48
Contenido de fibras (kg/m <sup>3</sup> )	Fibras Dramix	0	30	60
	Fibras BC48	0	5	10
Alto de viga (mm)		250	350	-

$\emptyset$ : Diámetro de las barras de refuerzo;  $d$ : canto útil de la viga.

Se han utilizado barras de refuerzo de 3 diámetros distintos: 12, 16 y 20 mm. Los diferentes valores del recubrimiento de hormigón se han definido en función del diámetro de las barras,  $c = \emptyset$  y  $c = 2\emptyset$ .

El número de capas de armado varía entre 1 y 2. Las barras de refuerzo que constituyen cada capa oscilan entre 2 y 3.

La separación entre estribos se refiere a la zona central de momento constante, se distinguen 3 casos: estribos con separación igual a la mitad del canto útil ( $d/2$ ); estribos con separación igual al canto útil ( $d$ ) y sin estribos ( $\infty$ ).

Tres tipos de fibras fueron consideradas, de diferentes características constitutivas y geométricas. Por un lado, se han considerado 2 tipos de fibras de acero con terminación en gancho que varían en la longitud: Dramix 3D 65/35BG y Dramix 4D 65/35BG. Por otro

lado, se han considerado las fibras macrosintéticas sintéticas BarChip 48. Fueron dosificadas por debajo del 1.0 % del volumen de hormigón: 0, 30 y 60 kg/m<sup>3</sup> para las fibras de acero; y 0, 5 y 10 kg/m<sup>3</sup> para las fibras sintéticas.

Por último, se han considerado dos altos de viga: 250 y 350 mm. El ancho de las vigas adopta un valor de 180 mm en todos los casos.

### **3.2.2. Diseño del experimento**

En este trabajo se ha estudiado el efecto de 8 factores (recubrimiento de hormigón, diámetro de las barras, número de capas, barras por capa, separación entre estribos, tipo de fibra, contenido de fibras y alto de viga) en la fisuración de vigas de hormigón armado de 3.70 m de longitud sometidas a flexión en 4 puntos. La realización de todas las combinaciones según los factores y niveles considerados ([Tabla 3.1](#)) requeriría un total de 1296 ensayos, lo cual sería totalmente inabordable.

El anterior problema se ha resuelto aplicando la técnica de Diseño De Experimentos (DDE en adelante), lo que ha permitido plantear un programa experimental con menores costes. La técnica del DDE, desarrollada a partir de los trabajos de Taguchi (1988), permite seleccionar un número reducido de combinaciones a ensayar sin que ello perjudique la fiabilidad de los resultados obtenidos (García, 2013). Previamente a la justificación de la campaña experimental, conviene indicar la siguiente terminología relacionada con el DDE:

- Factor: Variable controlable experimentalmente que se supone puede tener un efecto sobre la llamada variable respuesta.
- Variable respuesta: Resultado de un experimento.
- Prueba: Combinación de los factores, cada uno a un nivel de variación determinado, asociada a un valor de la variable respuesta.
- Niveles: Valores prefijados que puede tomar un factor.
- Diseño: Especificación de un conjunto de pruebas.

El programa experimental de este trabajo se ha definido por medio de un plan factorial altamente fraccionado (Montgomery, 2009). Esto permite obtener resultados fiables desde el punto de vista estadístico a partir de un número reducido de pruebas. Lo anterior se consigue a partir de una combinación establecida de pruebas, denominada *orthogonal array*. Existen varios *orthogonal array* en función de los factores considerados y sus niveles de variación, su denominación es del tipo  $L_x$ , siendo  $x$  el número de pruebas que incluye el diseño.

Teniendo en cuenta los factores seleccionados en este trabajo y sus niveles de variación ([Tabla 3.1](#)), se ha seleccionado un *orthogonal array* del tipo  $L_{18}$  ([Tabla 3.2](#)).

**Tabla 3.2.** Orthogonal array L18

Prueba	Factor							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	3	3	3	3	3	3
4	1	2	1	1	2	2	3	3
5	1	2	2	2	3	3	1	1
6	1	2	3	3	1	1	2	2
7	1	3	1	2	1	3	2	3
8	1	3	2	3	2	1	3	1
9	1	3	3	1	3	2	1	2
10	2	1	1	3	3	2	2	1
11	2	1	2	1	1	3	3	2
12	2	1	3	2	2	1	1	3
13	2	2	1	2	3	1	3	2
14	2	2	2	3	1	2	1	3
15	2	2	3	1	2	3	2	1
16	2	3	1	3	2	3	1	2
17	2	3	2	1	3	1	2	3
18	2	3	3	2	1	2	3	1

Las columnas  $j$  de la **Tabla 3.2** corresponden a los factores, y las filas  $i$  hacen referencia a cada prueba que compone el diseño. De modo que el elemento  $ij$  indica el nivel al que se debe fijar el factor  $j$  en la prueba  $i$ .

Los factores y sus niveles de variación se han numerado como se muestra en la **Tabla 3.3**.

**Tabla 3.3.** Numeración de factores y niveles

Factor 1: Recubrimiento	→ Nivel 1:	∅
	→ Nivel 2:	2∅
Factor 2: Diámetro de las barras (mm)	Nivel 1:	12 mm
	→ Nivel 2:	16 mm
	Nivel 3:	20 mm
Factor 3: Número de capas	→ Niveles 1 y 2:	1
	→ Nivel 3:	2
Factor 4: Barras/capa	→ Nivel 1:	2
	→ Niveles 2 y 3:	3
Factor 5: Separación entre estribos	Nivel 1:	$d/2$
	→ Nivel 2:	$d$
	Nivel 3:	$\infty$
Factor 6: Tipo de fibras	Nivel 1:	Dramix 3D
	→ Nivel 2:	Dramix 4D
	Nivel 3:	BarChip 48
Factor 7: Contenido de fibras ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	Nivel 1:	0
	→ Nivel 2:	5 (BarChip48); 30 (Dramix)
	Nivel 3:	10 (BarChip48); 60 (Dramix)
Factor 8: Alto de la viga (mm)	→ Niveles 1 y 2:	250
	→ Nivel 3:	350

Finalmente, se obtienen las combinaciones de pruebas que se muestran la **Tabla 3.4**.

**Tabla 3.4.** Combinaciones ensayadas

Prueba	Factores							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	c (mm)	Ø (mm)	Nº capas	barras/capa	separacion entre estribos	Tipo de fibra	Contenido de fibras (kg/m <sup>3</sup> )	Alto de viga (mm)
1	Ø	12	1	2	∞	Dramix 3D	0	250
2	Ø	12	1	3	d	Dramix 4D	30	250
3	Ø	12	2	3	d/2	BarChip 48	10	350
4	Ø	16	1	2	d	Dramix 4D	60	350
5	Ø	16	1	3	d/2	BarChip 48	0	250
6	Ø	16	2	3	∞	Dramix 3D	30	250
7	Ø	20	1	3	∞	BarChip 48	5	350
8	Ø	20	1	3	d	Dramix 3D	60	250
9	Ø	20	2	2	d/2	Dramix 4D	0	250
10	2Ø	12	1	3	d/2	Dramix 4D	30	250
11	2Ø	12	1	2	∞	BarChip 48	10	250
12	2Ø	12	2	3	d	Dramix 3D	0	350
13	2Ø	16	1	3	d/2	Dramix 3D	60	250
14	2Ø	16	1	3	∞	Dramix 4D	0	350
15	2Ø	16	2	2	d	BarChip 48	5	250
16	2Ø	20	1	3	d	BarChip 48	0	250
17	2Ø	20	1	2	d/2	Dramix 3D	30	350
18	2Ø	20	2	3	∞	Dramix 4D	60	250

c: Recubrimiento de hormigón; Ø: diámetro de las barras de acero; d: canto útil; ∞: sin estribos en el tercio central de la viga

### 3.3. Materiales y métodos

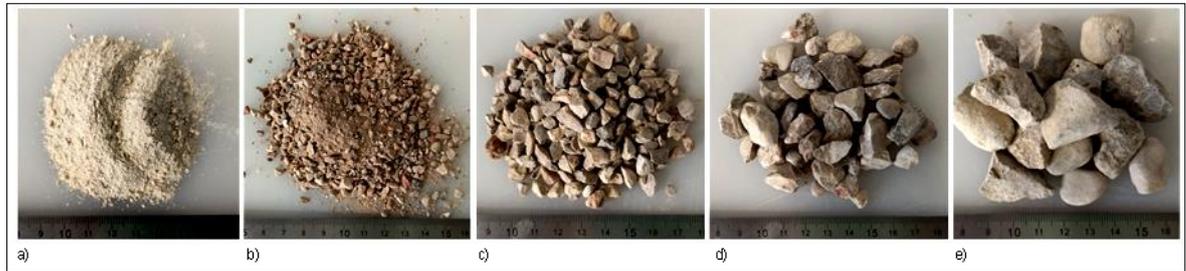
#### 3.3.1. Materiales

Se ha seleccionado para la campaña experimental un hormigón con resistencia objetivo a compresión media  $f_{cm}=50 MPa$ , comúnmente empleado en la industria del prefabricado. La dosificación ha sido diseñada con cemento del tipo CEM II/A-L 42.5 R, tres tipos de áridos gruesos (16 – 20 mm, 8 – 16 mm y 4 – 8 mm), arena gruesa (0 – 4 mm) y arena fina (0 – 2 mm). Para garantizar una correcta trabajabilidad se empleó el superplastificante Sika ViscoCrete – 5970. La relación agua/cemento (a/c) considerada adopta un valor de 0.45. En la **Tabla 3.5** se muestra la dosificación del hormigón considerado en este trabajo.

**Tabla 3.5.** Dosificación de referencia del hormigón para la campaña experimental

	Dosificación (kg/m <sup>3</sup> )
CEM II/A-L 42.5 R	400
Agua	180
Arena fina (0 – 2 mm)	73
Arena gruesa (0 – 4 mm)	820
Árido grueso ( 4 – 8 mm)	217
Árido grueso ( 8 – 16 mm)	695
Árido grueso ( 16 – 20 mm)	70
Superplastificante (Sika ViscoCrete – 5970)	4.5 - 7

En la **Figura 3.1** se muestran los áridos empleados en la fabricación de las mezclas.



**Figura 3.1.** Áridos empleados. a) Arena fina; b) Arena gruesa; c) 4-8 mm; d) 8-16 mm y e) 16-20 mm

Las secciones fueron armadas con barras corrugadas de acero B500SD de 3.90 m de longitud y diámetros que variaban entre 12, 16 y 20 mm. Los estribos empleados están constituidos del mismo tipo de acero y tienen 8 mm de diámetro y un alto de 200 o 300 mm según la sección de la viga.

Como se especificó anteriormente, se han considerado tres tipos de fibras en este estudio experimental: Dramix 3D 65/35 BG, Dramix 4D 65/60 BG y BarChip 48 (**Figura 3.2**).



**Figura 3.2.** Fibras empleadas. a) Dramix 3D 65/35 BG; b) Dramix 4D 65/60 BG y c) BarChip 48

La codificación de las fibras de acero es la siguiente:

<b>3D</b>	65	/	35	B	G
<b>4D</b>	65	/	60	B	G
	Esbeltez		Longitud (mm)	Acero gris (Bright)	Encolada (Glued)

Las fibras de acero Dramix 3D tienen una terminación en gancho que mejora la adherencia a la matriz de hormigón, están unidas con cola soluble en agua que facilita su amasado. Han sido añadidas a la masa de hormigón en contenidos que variaron entre 30 y 60 kg/m<sup>3</sup> (0.4 y 0.8% sobre el volumen).

Por su parte, las fibras de acero Dramix 4D tienen doble terminación en gancho y también están encoladas. Al igual que las anteriores, fueron añadidas a la masa de hormigón en contenidos que variaron entre 30 y 60 kg/m<sup>3</sup> (0.4 y 0.8% sobre el volumen).

Por último, las fibras macrosintéticas BarChip 48 se constituyen de polipropileno y su anclaje es de relieve continuo. Su longitud adopta un valor de 48 mm y han sido incorporadas a la matriz de hormigón en contenidos que variaron entre 5 y 10 kg/m<sup>3</sup> (0.5 y 1.1% sobre el volumen).

En la **Tabla 3.6** se resumen las principales características geométricas, físicas y mecánicas de las fibras que han sido empleadas en este estudio experimental.

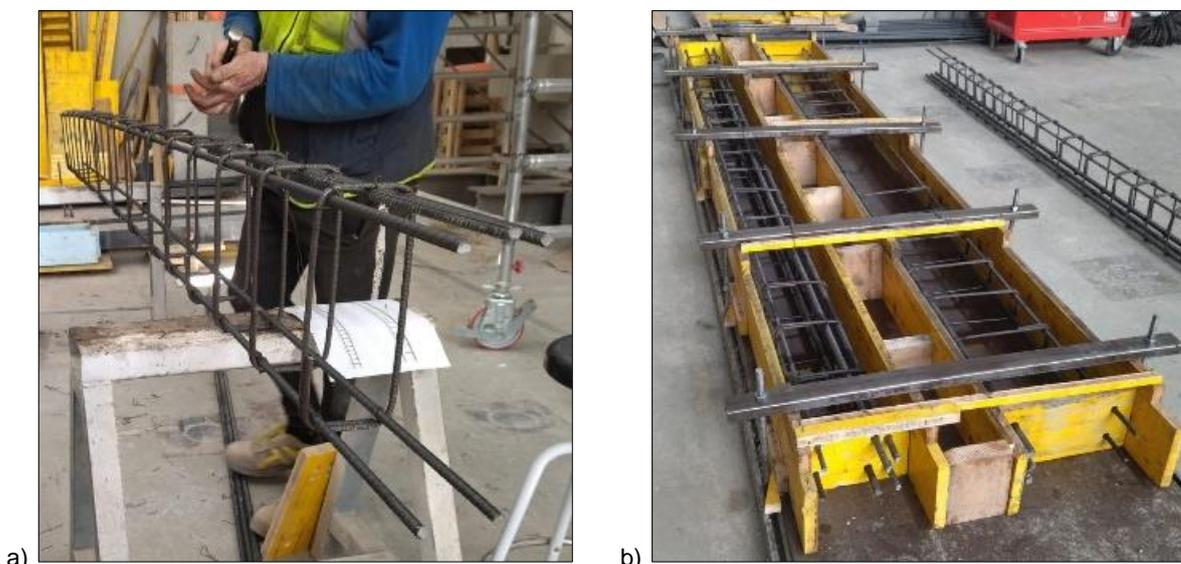
**Tabla 3.6.** Principales características de las fibras empleadas

	<b>Dramix 3D</b>	<b>Dramix 4D</b>	<b>BarChip 48</b>
<b>Longitud (mm)</b>	35	60	48
<b>Diámetro</b>	0.55	0.90	0.70
<b>Densidad (g/cm<sup>3</sup>)</b>	7.85	7.85	0.91
<b>Número de fibras por kg</b>	14711	3200	59500
<b>Resistencia a tracción (MPa)</b>	1345	1600	640
<b>Módulo de Young (GPa)</b>	200	210	12

### 3.3.2. Producción de especímenes

El programa experimental de este trabajo ha requerido la fabricación de 18 vigas o especímenes de 3.70 m de longitud de hormigón armado con varios tipos de fibras. Además, se han añadido 2 vigas que no se incluyen en el Diseño de Experimentos, pero que han servido para verificar el funcionamiento correcto del ensayo planteado.

Previamente al hormigonado de los especímenes que componen este trabajo fue necesario la preparación de los encofrados y el montaje de las armaduras de refuerzo (**Figura 3.3**).



**Figura 3.3.** a) Montaje de las armaduras de refuerzo y b) preparación del encofrado

El amasado del hormigón se efectuó en una mezcladora planetaria MP 560/375 (**Figura 3.4.a**), siguiendo el mismo procedimiento en todos los casos. En primer lugar, se introdujeron los áridos gruesos y las arenas en la amasadora y se mezclaron durante 2 minutos. Tras ello, se añadió el cemento y se mezcló con el resto de materiales durante otros 2 minutos. Posteriormente se añadió el agua y se realizó un mezclado de 1 minuto. Finalmente, tras introducir las fibras y envolverlas con el resto de materiales durante 1 minuto, se añadió el superplastificante y se aplicó un amasado final de 5 minutos.

Tras finalizar el amasado, la mezcla se introdujo en una tolva de distribución para realizar el hormigonado de los especímenes (**Figura 3.4b**), que se llevó a cabo por gravedad. La compactación de las mezclas de hormigón se realizó con aguja vibratoria. Mediante el ensayo del cono de Abrams (UNE-EN 12350) se midió el escurrimiento del hormigón, estableciéndose como valor objetivo un escurrimiento de 18 cm (**Figura 3.4.c**).



**Figura 3.4.** a) Amasadora; b) Vertido en tolva de distribución; c) Medida de la consistencia del hormigón

Durante el amasado de la mezcla asociada a la Prueba 3 (**Tabla 3.4**) se formaron “pelotas de fibras” (**Figura 3.5**) que dificultaron el hormigonado de la pieza. Esta mezcla contenía  $10 \text{ kg/m}^3$  de fibras macro-sintéticas BarChip 48, y se le añadió  $5.5 \text{ kg/m}^3$  de superplastificante que resultaron insuficientes. En este sentido, este tipo de mezclas requieren un mínimo de  $7 \text{ kg/m}^3$  de superplastificante, como se comprobó en la Prueba 11.



**Figura 3.5.** Formación de “pelotas de fibras” durante el amasado de la Prueba 3

Finalmente, transcurridas 24 horas de la producción de los especímenes, fueron desmoldados y curados en laboratorio a temperatura ambiente.

### 3.3.3. Ensayos de caracterización

Con la finalidad de estimar los parámetros mecánicos que caracterizan el hormigón vertido en cada espécimen, se fabricaron junto a éstos al menos 2 probetas cilíndricas, 2 probetas cúbicas y 3 probetas prismáticas (Figura 3.6), efectuándose los siguientes ensayos de caracterización:

- Ensayos de resistencia a compresión (UNE-EN 12390)
- Ensayos de resistencia a la tracción por flexión (UNE-EN 14651)



Figura 3.6. Lote de especímenes y probetas de caracterización hormigonados

Estas probetas se almacenaron en cámara húmeda a 20°C y 95% de humedad relativa durante 28 días antes de proceder a su ensayo.

#### 3.3.3.1. Ensayos para la determinación de la resistencia a compresión

Se han ensayado un total de 40 probetas cilíndricas y 44 probetas cúbicas con la finalidad de determinar la resistencia a compresión del hormigón que constituye los especímenes de este trabajo según la norma UNE-EN 12390-3.

Las probetas cilíndricas tienen unas dimensiones normalizadas de 150 mm de diámetro y 300 mm de alto; mientras que las probetas cúbicas tienen 150 mm de lado.

Para la realización de este ensayo se ha requerido la utilización de una máquina de ensayo universal Ibertest MEH – 3000 LC (3000 kN) en circuito cerrado (Figura 3.7).



Figura 3.7. Máquina de ensayo universal Ibertest MEH – 3000 LC

### 3.3.3.2. Ensayos para la determinación de la resistencia a la tracción por flexión

Se han ensayado 36 probetas prismáticas de dimensiones 150x150x600 mm (Figura 2.11) con la finalidad de caracterizar el comportamiento post-fisurado de los HRF de este trabajo según la norma UNE-EN 14651.

Las probetas fueron ensayadas a flexión en tres puntos con 500 mm de luz en una máquina de ensayo universal Instron 3382 (100 kN) en circuito cerrado (Figura 3.8).



Figura 3.8. Máquina de ensayo universal Instron 3382

Una entalla de unos 25 mm de alto fue aplicada a lo ancho de la sección central de la luz perpendicular al eje longitudinal de la probeta, con la finalidad de favorecer la localización de una fisura única en dicha zona. Además, se fijó un captador de desplazamiento en el centro de la entalla y a unos 12 mm del borde inferior de la probeta (Figura 3.9).

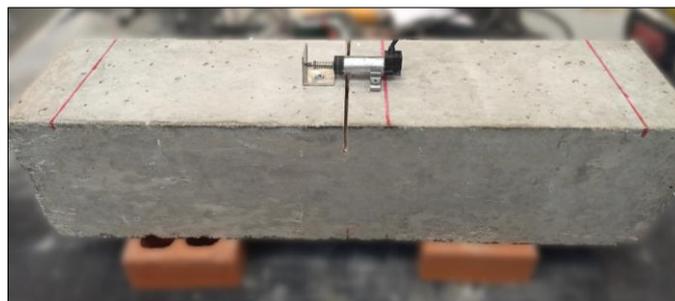


Figura 3.9. Entalla y captador de desplazamiento en probeta prismática para ensayo UNE-EN 14651

La colocación de dicho captador permite la medición de las aberturas de fisuras durante el ensayo (CMOD, “Crack Mouth Opening Displacement”). Puesto que existe un desfase entre el captador y el borde inferior de la probeta, se aplica la siguiente corrección del valor de CMOD, asumiendo una distribución de deformación plana:

$$CMOD = CMOD_y \cdot \frac{h}{h + y} \quad (3.1)$$

Donde:

- $h$ : Altura de la probeta (= 150 mm)
- $y$ : Separación entre el borde inferior de la probeta y el eje del captador ( $\approx$  12 mm)
- $CMOD_y$ : Desplazamiento registrado por el captador

Durante el ensayo se registra de forma continua el desplazamiento CMOD frente a la carga aplicada. La tensión residual a la flexión en tracción asociada a cada CMOD se obtiene mediante la ecuación (2.16), asumiendo la hipótesis de Navier-Bernoulli. Tal y como establece UNE-EN 14651, se han definido los siguientes parámetros característicos:

- $f_L$ : Límite de proporcionalidad, asociado a un valor del CMOD = 0.05 mm, o el valor mayor en el intervalo  $0 < CMOD \leq 0.05$  mm.
- $f_{R1}$ : Tensión residual a la flexión en tracción asociada a CMOD = 0.5 mm.
- $f_{R2}$ : Tensión residual a la flexión en tracción asociada a CMOD = 1.5 mm.
- $f_{R3}$ : Tensión residual a la flexión en tracción asociada a CMOD = 2.5 mm.
- $f_{R4}$ : Tensión residual a la flexión en tracción asociada a CMOD = 3.5 mm.

### 3.3.4. Ensayos de fisuración

La campaña experimental efectuada abarca un total de 20 ensayos sobre vigas de 3.70 m de longitud, 0.18 m de ancho y 0.25 – 0.35 cm con el objetivo de analizar su fisuración en servicio. Se ha planteado a tal fin un ensayo de flexión pura en 4 puntos (Figura 3.10).

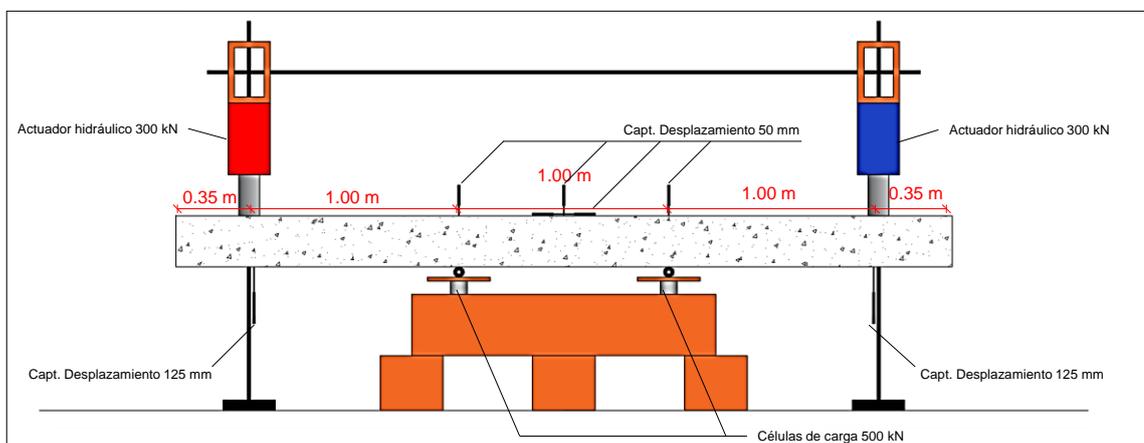


Figura 3.10. Configuración del ensayo de fisuración

El ensayo consistía en dos cargas puntuales de igual magnitud aplicadas en los voladizos de las vigas, a 0.35 m de los bordes. En el tercio central de cada viga se materializaron dos apoyos de 1 m de luz, obteniéndose una zona con momento flector constante y esfuerzo cortante nulo en la que se analizó la fisuración. Esta disposición permite ubicar la cara traccionada de las vigas en la parte superior, lo que facilita la inspección de fisuras.

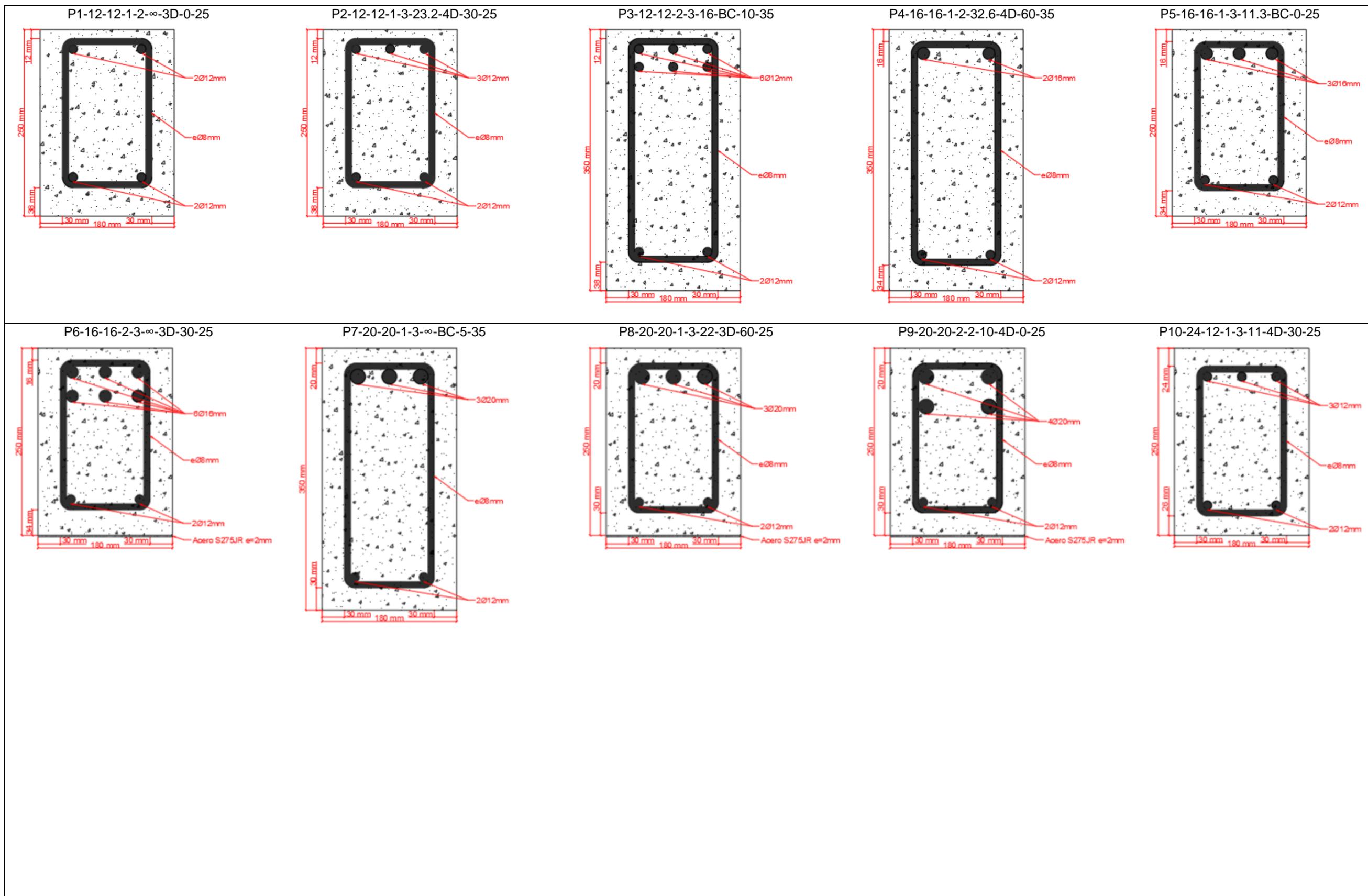
La carga se ha aplicado mediante dos actuadores hidráulicos de 300 kN de capacidad máxima, conectados a un grupo de presión y a un distribuidor de aceite. Todo ello vinculado a su vez a un equipo de adquisición de datos (**Figura 3.11**).



**Figura 3.11.** a) Vista general de la configuración del ensayo; b) Vista general de la disposición del ensayo

Todos los especímenes tienen sección rectangular de 180 mm de ancho. Las características geométrico – mecánicas se definen en la **Figura 3.12**.

Además, presentan distinto espaciamiento entre estribos en la zona central de momento constante (**Figura 3.13**).



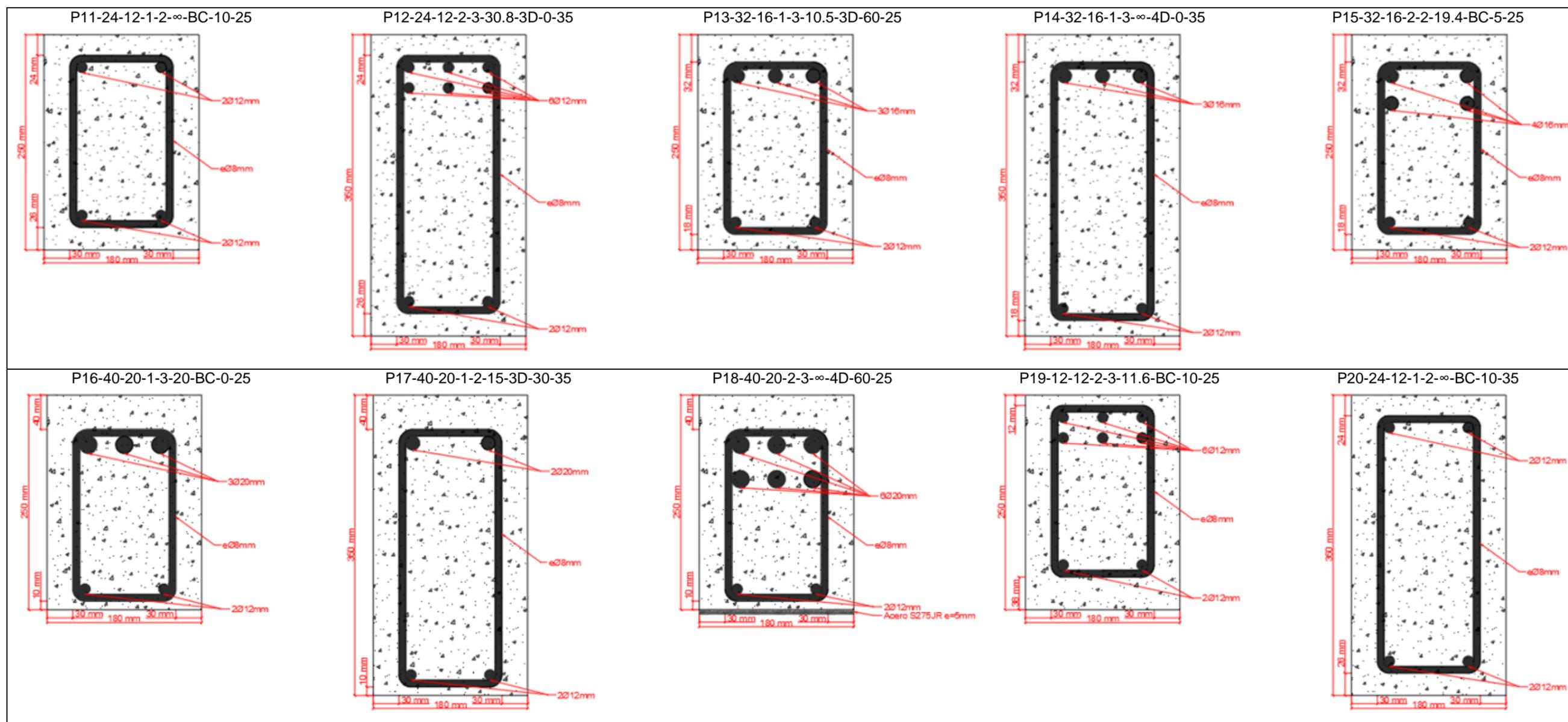
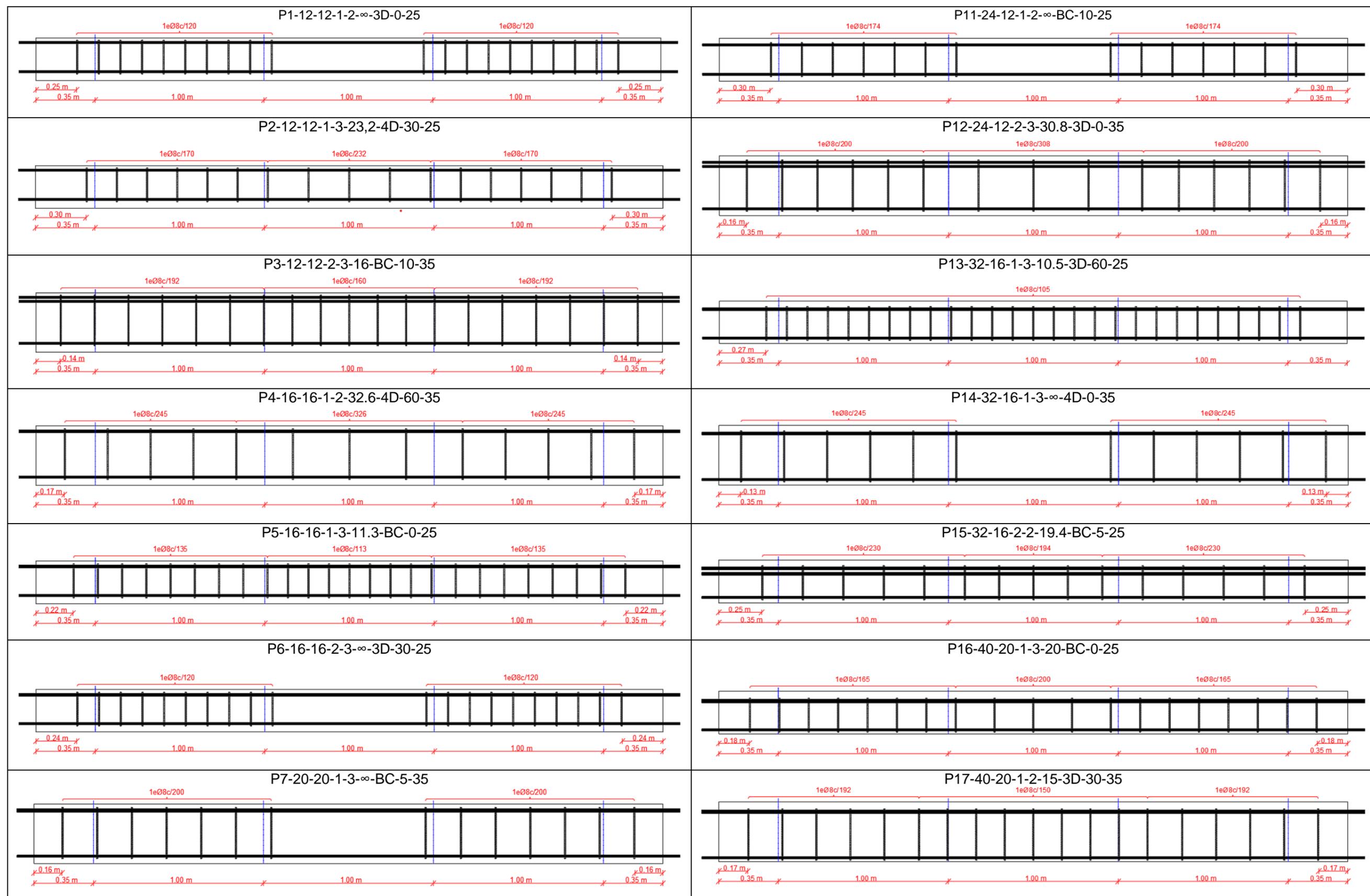


Figura 3.12. Secciones transversales tipo de las vigas ensayadas



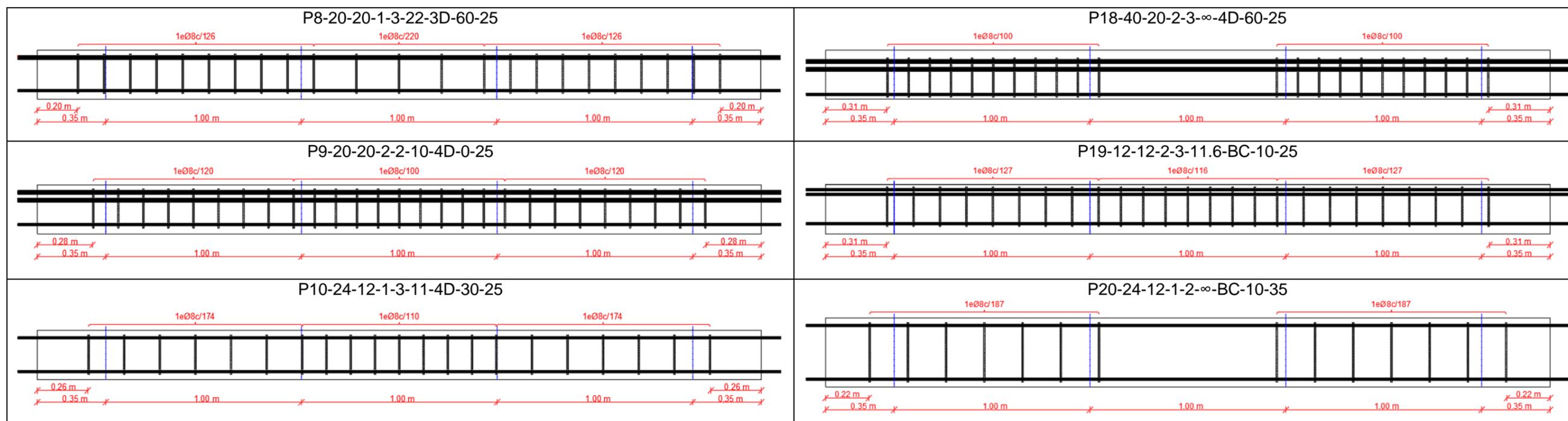


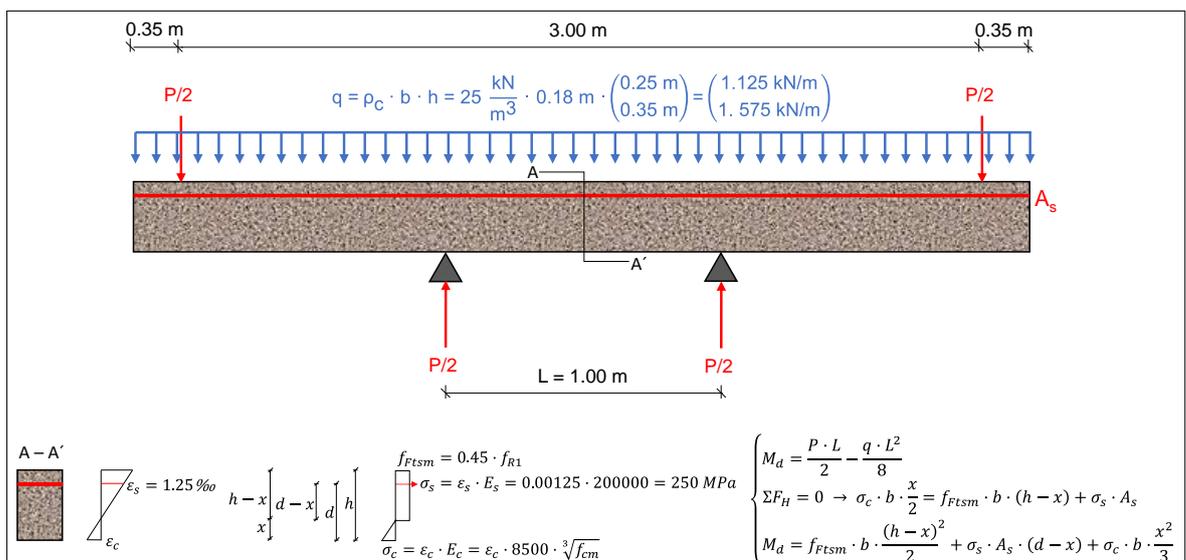
Figura 3.13. Secciones longitudinales de las vigas ensayadas

Las vigas son codificadas como PRR-SS-TT-U-V-WW-XX-YY-ZZ, donde RR indica el número de prueba según la **Tabla 3.4**, SS es el recubrimiento de hormigón en mm, TT es el diámetro de las barras en mm, U es el número de capas, V son las barras por capa, WW es la distancia entre estribos en cm, XX es el tipo de fibra (Dramix 3D = 3D; Dramix 4D = 4D y BarChip 48 = BC), YY es el contenido en fibras en kg/m<sup>3</sup> y ZZ es el canto de la viga en cm.

En todos los casos se ha dispuesto una armadura de compresión formada por 2 barras de acero B500SD de 12 mm de diámetro. Sin embargo, las vigas P6-16-16-2-3-∞-3D-30-25, P8-20-20-1-3-22-3D-60-25, P9-20-20-2-2-10-4D-0-25 y P18-40-20-2-3-∞-4D-60-25 fueron reforzadas mediante unas láminas de acero S275JR con espesores que variaron entre 2 y 5 mm (**Figura 3.12**), ya que presentaban un alto riesgo de agotamiento por compresión del hormigón.

Las vigas P19-12-12-2-3-11.6-BC-10-25 y P20-24-12-1-2-11.6-BC-10-35 no se incluyen en el Diseño de Experimentos, pero han sido ensayadas a efectos de calibrar la configuración del ensayo propuesto.

Se ha definido como carga objetivo de cada ensayo aquella asociada a una deformación media del 1.25‰ en el baricentro de la armadura de tracción, pues se pretende analizar la fisuración en servicio de vigas sometidas a flexión. Resolviendo el equilibrio longitudinal y rotacional mostrado en la **Figura 3.14** se obtienen los momentos teóricos expuestos en la **Tabla 3.7**, en los cuales se realizó la toma de datos durante cada ensayo.



**Figura 3.14.** Ecuaciones de equilibrio para la obtención de los momentos de flexión teóricos

**Tabla 3.7.** Momentos teóricos ( $M_d$ ) y carga a aplicar en cada actuador hidráulico (P/2)

Prueba	x (mm)	$\epsilon_c$ (‰)	$M_d$ (kN·m)	P/2 (kN)	Prueba	x (mm)	$\epsilon_c$ (‰)	$M_d$ (kN·m)	P/2 (kN)
1	52.9	0.37	12.0	12.1	11	63.4	0.51	16.2	16.4
2	79.0	0.65	26.3	26.4	12	98.9	0.59	46.5	46.7
3	111.2	0.67	57.2	57.4	13	88.6	0.91	36.6	36.7
4	119.6	0.72	57.7	57.9	14	94.7	0.55	41.8	42.0
5	78.4	0.66	30.0	30.1	15	82.4	0.92	35.4	35.6
6	100.2	1.14	57.1	57.2	16	86.1	0.94	40.2	40.4
7	120.1	0.75	69.8	70.0	17	104.8	0.67	50.2	50.4
8	102.0	1.08	52.5	52.7	18	106.9	1.83	81.1	81.3
9	95.3	1.14	52.7	52.9	19	86.0	0.8	36.9	37.1
10	76.7	0.67	25.4	25.6	20	84.1	0.4	26.5	26.7

x: Profundidad de la fibra neutra;  $\epsilon_c$ : Deformación media en el borde comprimido de hormigón.

Los siguientes datos fueron registrados de forma continua en cada ensayo:

- La carga aplicada en cada apoyo, mediante 3 células de carga de 500 kN.
- La deflexión en los puntos de aplicación de la carga mediante 2 captadores de desplazamiento vertical de 125 mm.
- La deflexión en los apoyos mediante 2 captadores de desplazamiento vertical de 50 mm.
- La deflexión en centro luz mediante 1 captador de desplazamiento vertical de 50 mm.
- El alargamiento mediante 2 captadores de desplazamiento horizontal de 50 mm.

Se registró mediante el equipo de adquisición de datos la deformación media en el baricentro de las armaduras de tracción, asumiendo hipótesis de deformación plana:

$$\epsilon_{sm} = \frac{\Delta L_{cap}}{L_{cap}} \cdot \frac{d}{h + y} \quad (3.2)$$

Donde:

- $\epsilon_{sm}$ : Deformación media en el baricentro de las armaduras de tracción.
- $\Delta L_{cap}$ : Alargamiento total registrado por los captadores de desplazamiento horizontal.
- $L_{cap}$ : Longitud inicial cubierta por los captadores de desplazamiento horizontal (= 25 cm).
- $h$ : Altura de la viga (= 25 o 35 cm)
- $y$ : Separación entre el borde superior de la probeta y el eje del captador ( $\approx 1.5$  cm)

Se registraron medidas de ancho de fisuras y distancia entre fisuras en la zona central de momento constante a la altura del baricentro de las armaduras de tracción.

Las medidas de ancho de fisura se tomaron de forma discontinua en 3 escalones: momento flector teórico (Tabla 3.7), 85% y 45% del momento flector teórico. Se captaron imágenes de las fisuras mediante un microscopio portátil con conexión WiFi (Figura 3.15.a), cuyo ancho fue escalado y medido posteriormente mediante AutoCAD 2023.

La distancia entre fisuras se registró para el momento flector teórico mediante un flexómetro (Figura 3.15.b). También se registró la profundidad de las fisuras ubicadas en el tercio central de cada viga.

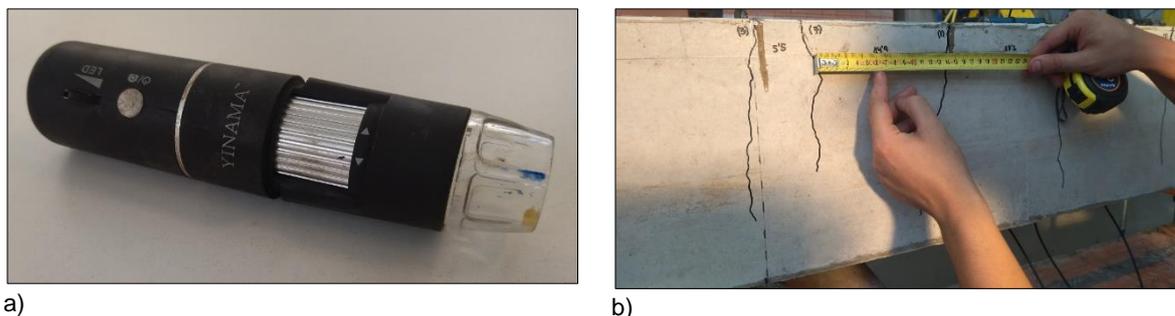


Figura 3.15. a) Microscopio portátil para la inspección de fisuras; b) Medición de distancia entre fisuras

## 3.4. Resultados

### 3.4.1. Propiedades mecánicas de los materiales

En el Anejo nº1 se incluyen las fichas de resultados de los ensayos efectuados sobre los materiales, a modo de resumen se muestran los resultados que figuran en la Tabla 3.8 y en la Tabla 3.9.

Los valores de la resistencia a compresión (UNE-EN 12390) del hormigón que constituye las vigas consideradas en este trabajo se muestran en la Tabla 3.8.

Tabla 3.8. Resistencia a compresión del hormigón de las vigas (UNE-EN 12390)

Mezcla	Tipo de probeta	$f_{cm}$ (MPa)	CV (%)
Sin fibras	Cilíndrica	54.4	11.9
	Cúbica	59.7	9.4
Dramix 3D (30 kg/m <sup>3</sup> )	Cilíndrica	53.4	5.2
	Cúbica	60.6	6.5
Dramix 3D (60 kg/m <sup>3</sup> )	Cilíndrica	44.3	7.0
	Cúbica	54.8	6.0
Dramix 4D (30 kg/m <sup>3</sup> )	Cilíndrica	56.7	5.5
	Cúbica	57.6	6.7
Dramix 4D (60 kg/m <sup>3</sup> )	Cilíndrica	53.6	5.3
	Cúbica	63.2	3.2
BarChip 48 (5 kg/m <sup>3</sup> )	Cilíndrica	51.3	5.6
	Cúbica	55.8	4.1
BarChip 48 (10 kg/m <sup>3</sup> )	Cilíndrica	57.0	11.7
	Cúbica	58.5	5.2

$f_{cm}$ : Resistencia a compresión media; CV (%): Coeficiente de variación.

Por otro lado, en la Tabla 3.9 se muestran los parámetros postfisuración que definen cada mezcla, obtenidos mediante el ensayo UNE-EN 14651.

Tabla 3.9. Parámetros postfisuración del hormigón de las vigas (UNE-EN 14651)

Mezcla	$f_L$ (MPa)	$f_{R1}$ (MPa)	$f_{R2}$ (MPa)	$f_{R3}$ (MPa)	$f_{R4}$ (MPa)
<b>Dramix 3D (30 kg/m<sup>3</sup>)</b>	4.1	2.4	2.2	1.9	1.7
	[CV (%): 2.3]	[CV (%): 37.6]	[CV (%): 38.3]	[CV (%): 38.1]	[CV (%): 35.6]
<b>Dramix 3D (60 kg/m<sup>3</sup>)</b>	4.6	5.2	5.1	4.6	4
	[CV (%): 8.9]	[CV (%): 16.5]	[CV (%): 13.2]	[CV (%): 14.3]	[CV (%): 14.6]
<b>Dramix 4D (30 kg/m<sup>3</sup>)</b>	5	4.7	5.8	4.4	3.3
	[CV (%): 4.6]	[CV (%): 40.1]	[CV (%): 28.7]	[CV (%): 20]	[CV (%): 29.2]
<b>Dramix 4D (60 kg/m<sup>3</sup>)</b>	5.3	8.0	9.2	7.9	6.8
	[CV (%): 6]	[CV (%): 15.1]	[CV (%): 17.8]	[CV (%): 15.6]	[CV (%): 18.2]
<b>BarChip48 (5 kg/m<sup>3</sup>)</b>	3.5	1.1	1.5	1.8	1.7
	[CV (%): 9.1]	[CV (%): 32.9]	[CV (%): 36.9]	[CV (%): 37.9]	[CV (%): 36.1]
<b>BarChip48 (10 kg/m<sup>3</sup>)</b>	4.2	2.5	3.5	3.8	3.5
	[CV (%): 3.6]	[CV (%): 23.5]	[CV (%): 25.0]	[CV (%): 23.7]	[CV (%): 21.6]

$f_L$ : Límite de proporcionalidad;  $f_{R1}$ : Resistencia residual a tracción para CMOD=0.5mm;  $f_{R2}$ : Resistencia residual a tracción para CMOD=1.5mm;  $f_{R3}$ : Resistencia residual a tracción para CMOD=2.5mm;  $f_{R4}$ : Resistencia residual a tracción para CMOD=3.5mm;  $f_{Ri,k}$ : Valor característico

En la Figura 3.16 se exponen los gráficos  $\sigma$  – CMOD extraídos del ensayo UNE-EN 14651.

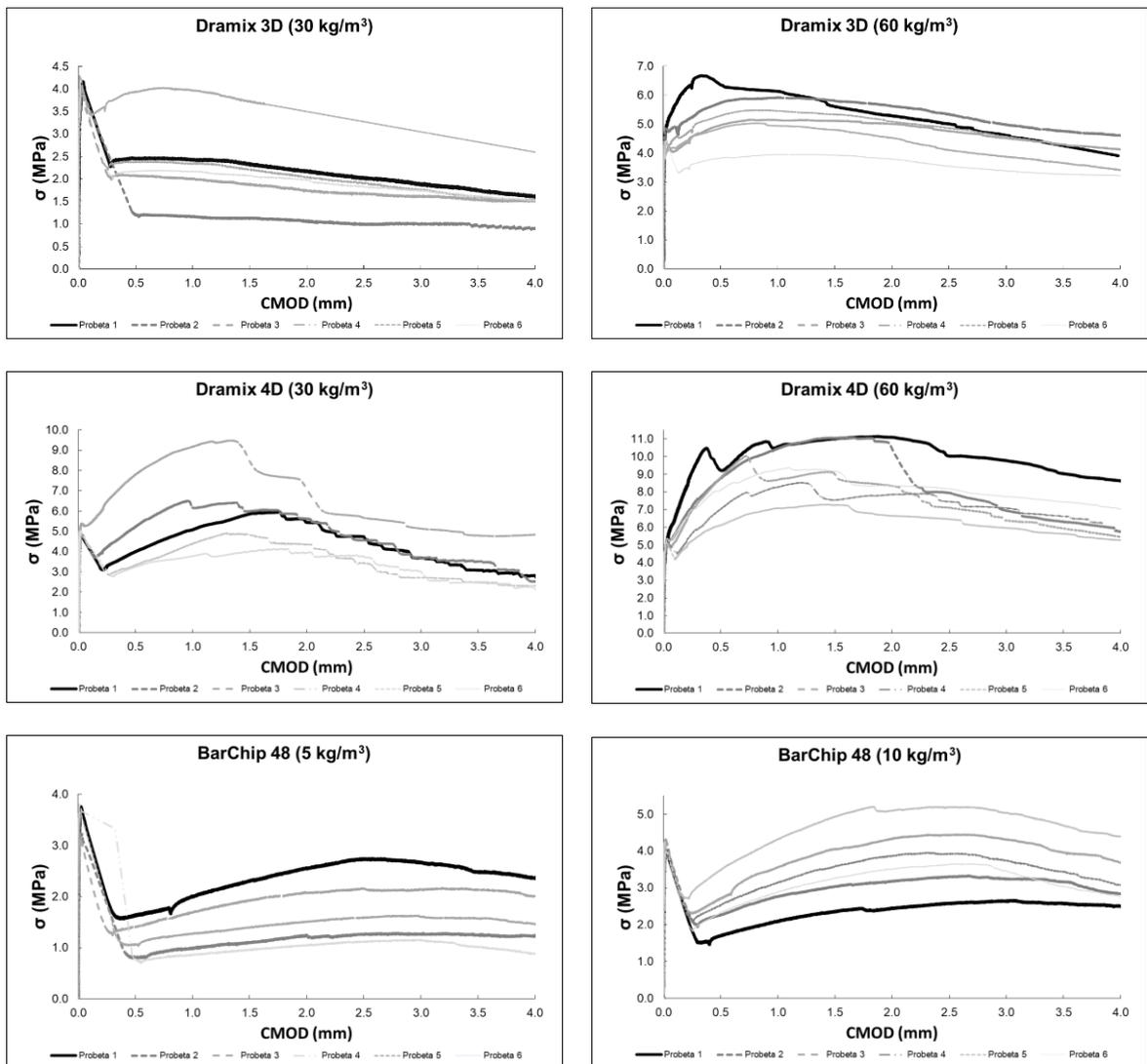
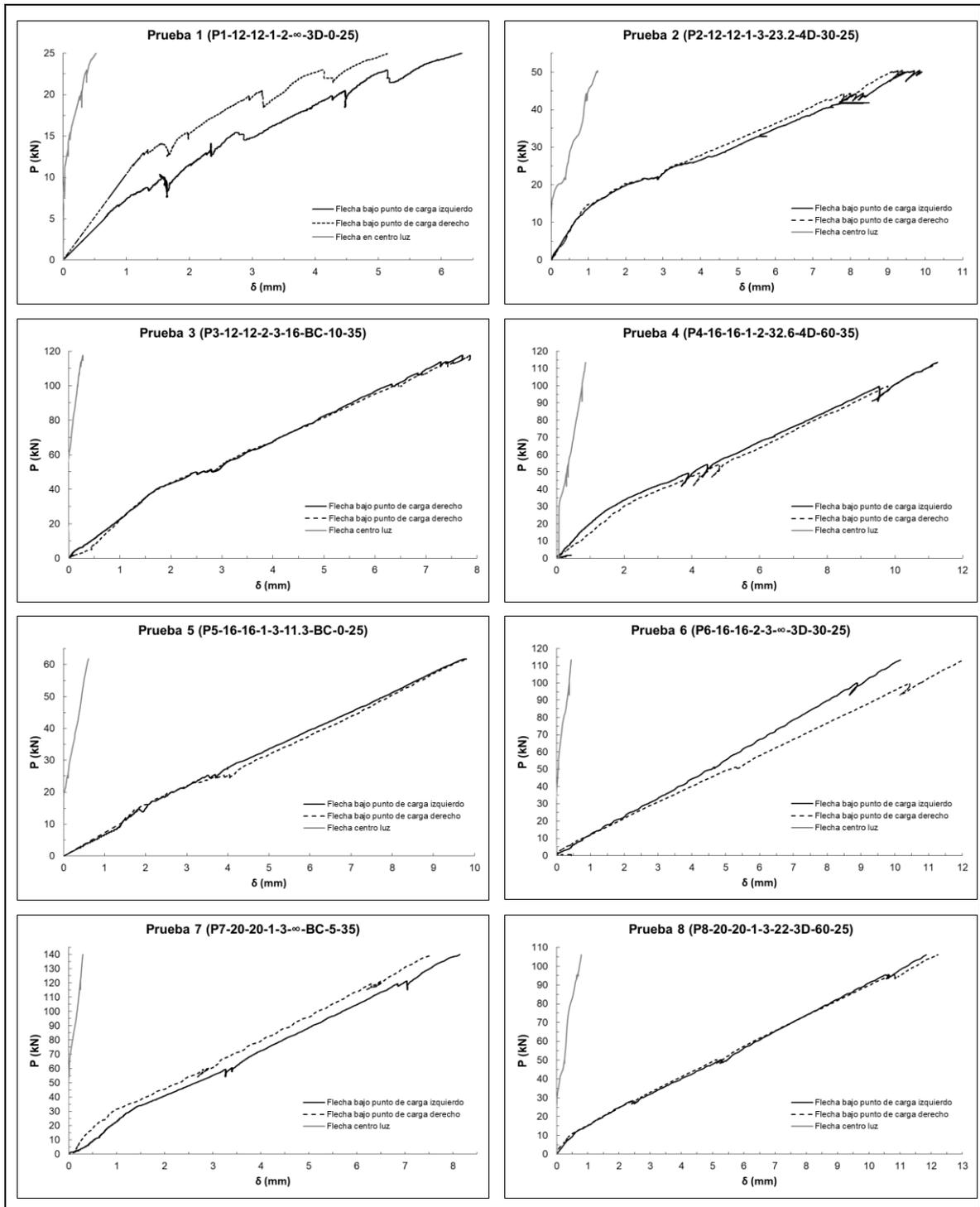
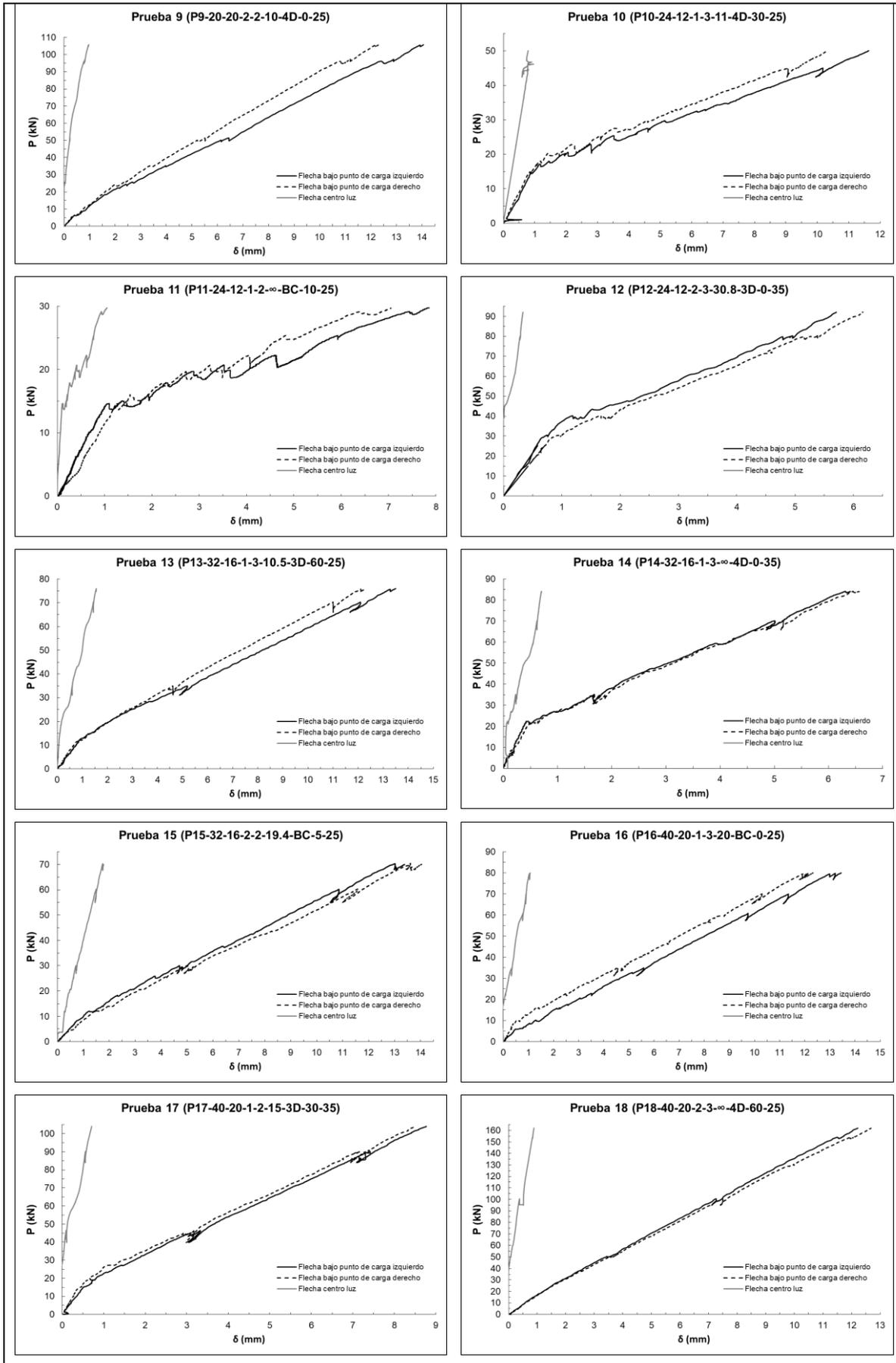


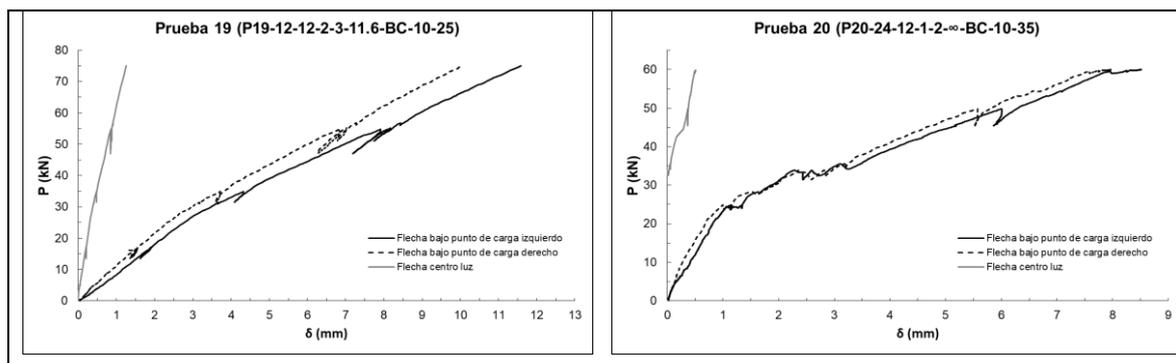
Figura 3.16. Gráficos  $\sigma$  – CMOD de las probetas ensayadas

### 3.4.2. Ensayos de fisuración sobre vigas

Durante cada ensayo realizado sobre las vigas se ha controlado la evolución de la curva Carga (P) – Flecha ( $\delta$ ), que se exponen en la **Figura 3.17**. Mediante estos diagramas se controló el adecuado desarrollo de cada ensayo, prestando especial atención a los valores de la flecha bajo los 2 puntos extremos de aplicación de carga.

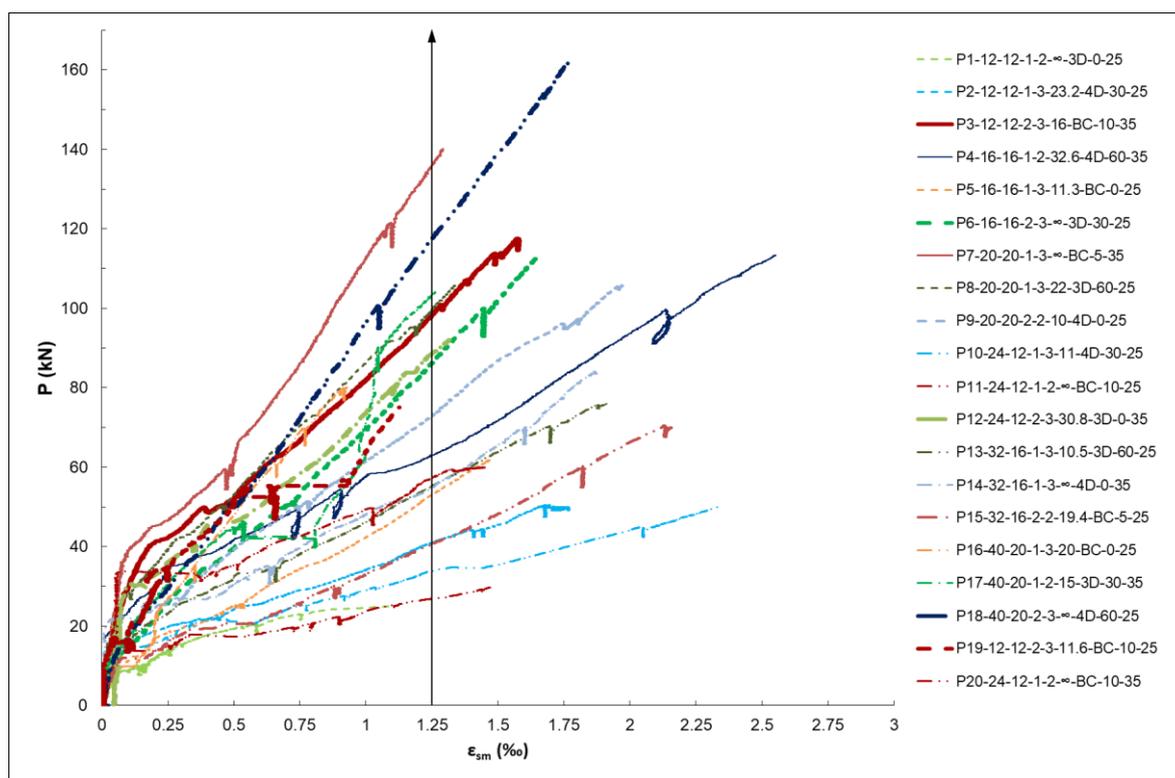






**Figura 3.17.** Diagramas Carga (P) – Flecha ( $\delta$ ) de los ensayos realizados  
(Nota: El signo de la flecha en centro luz se ha cambiado de signo para mostrarlo en el mismo cuadrante del gráfico)

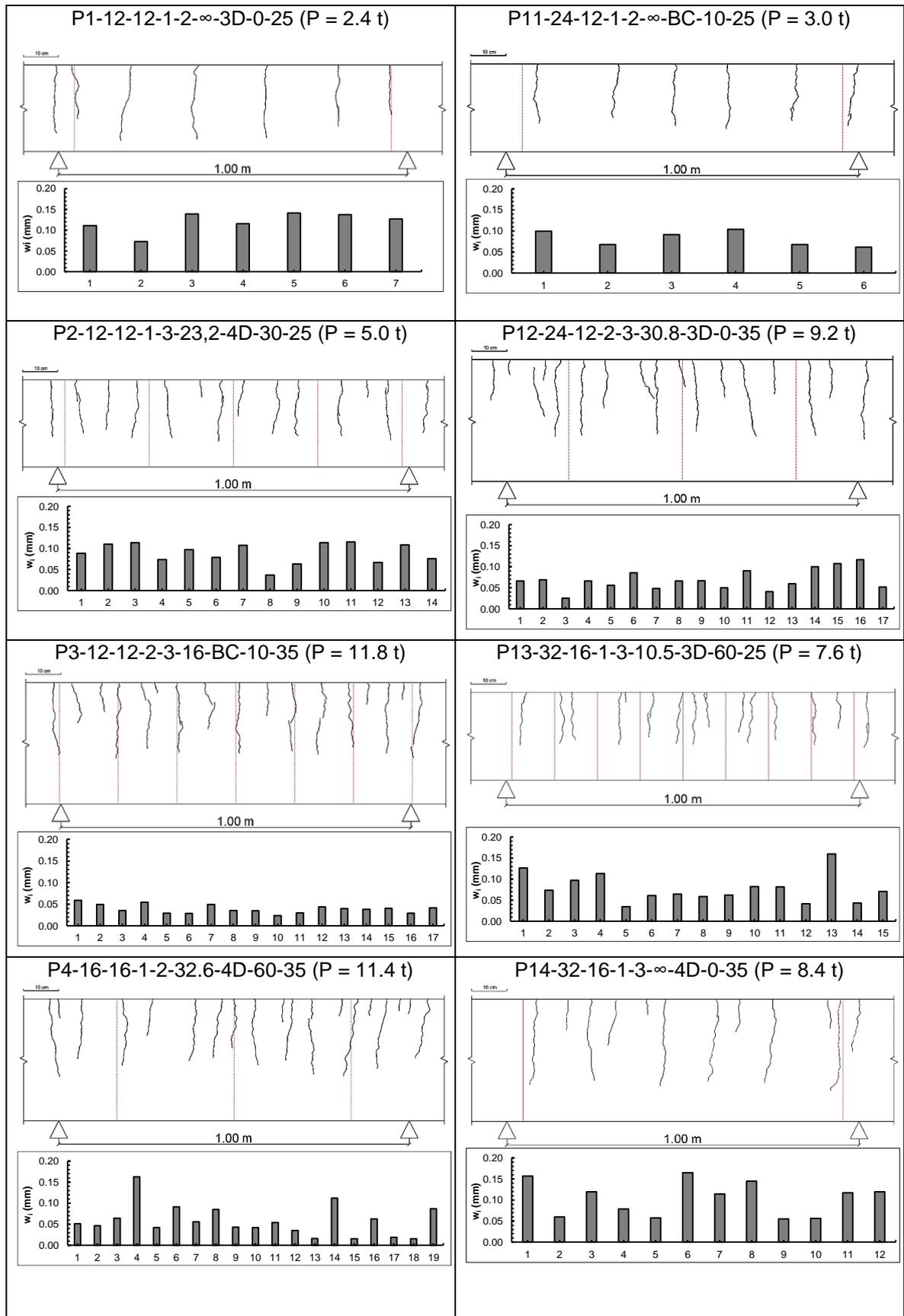
Del mismo modo, se registró la deformación media en el baricentro de las armaduras de tracción, a partir de los captadores de desplazamiento horizontales (**Figura 3.18**). Cada ensayo fue desarrollado hasta un momento teórico que produce una deformación media del 1.25‰ en las armaduras de tracción (**Tabla 3.7**). En los ensayos se registraron deformaciones medias en las armaduras a tracción que oscilaron entre 1.0 y 2.6 ‰, lo cual se adecúa a valores lógicos en Estado Límite de Servicio.

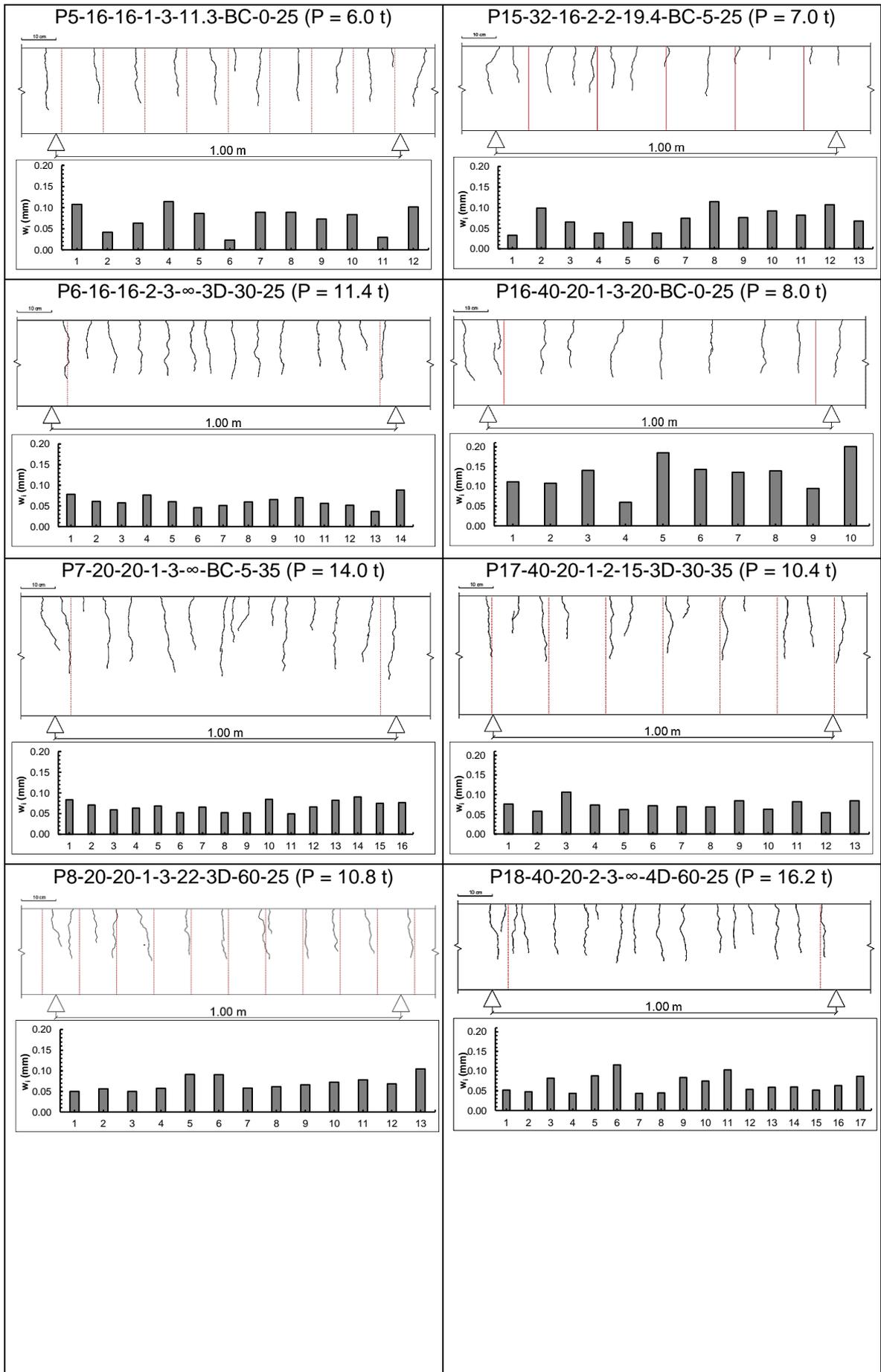


**Figura 3.18.** Diagramas Carga (P) – Deformación media de las armaduras traccionadas ( $\epsilon_{sm}$ )

Se ha realizado un replanteo de la fisuración de cada viga para cada momento flector teórico (**Tabla 3.7**), en el cual se tomaron medidas de profundidad, ancho y separación entre fisuras. En la **Figura 3.19** se exponen los esquemas de fisuración obtenidos, indicando además el valor registrado del ancho de cada fisura localizada mediante un

diagrama de barras. En el Anejo 3 de este documento pueden consultarse las imágenes a partir de las cuales se obtuvieron estos esquemas de fisuración.





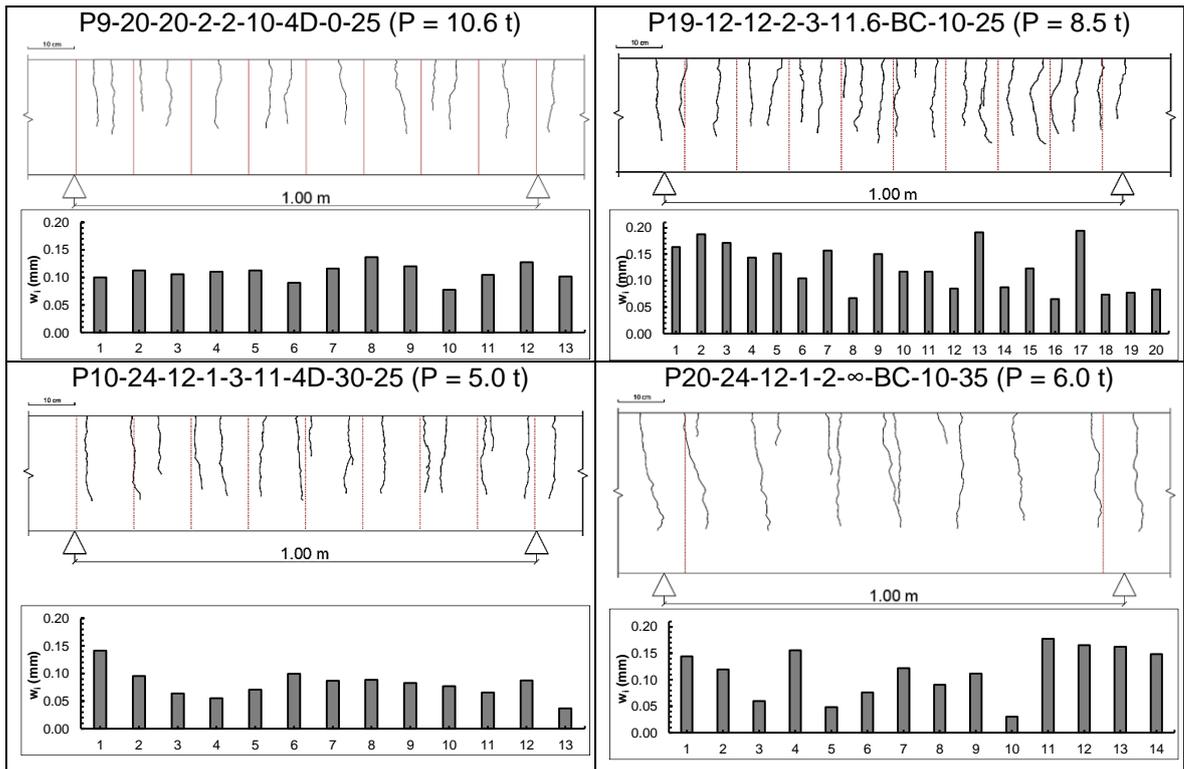


Figura 3.19. Esquemas de fisuración obtenidos (Las líneas rojas discontinuas representan los estribos)

Se han registrado tres diagramas de ancho de fisura ( $w$ ) – momento flector ( $M_d$ ) en función del nivel de ancho de fisura considerado:

- Valor medio -  $w_m$  - (Figura 3.20)
- Valor máximo -  $w_{max}$  - (Figura 3.21)
- Valor característico o de diseño -  $w_d$  - (Figura 3.22)

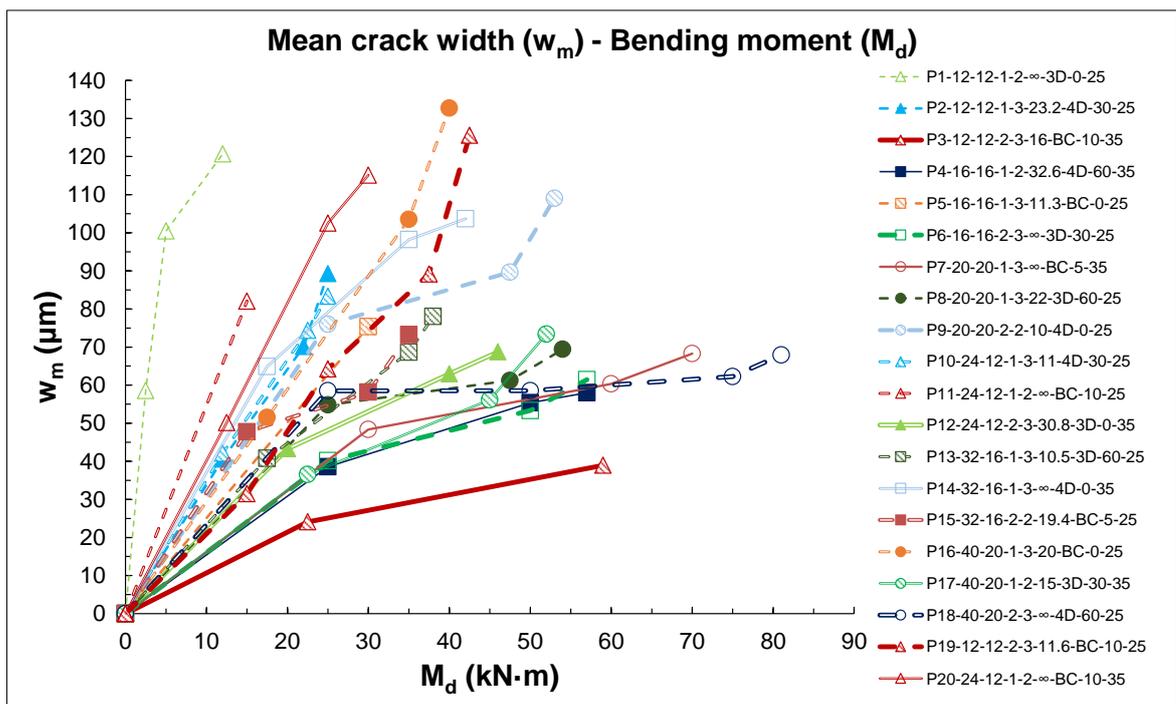


Figura 3.20. Diagrama ancho medio de fisura ( $w_m$ ) – Momento flector ( $M_d$ )

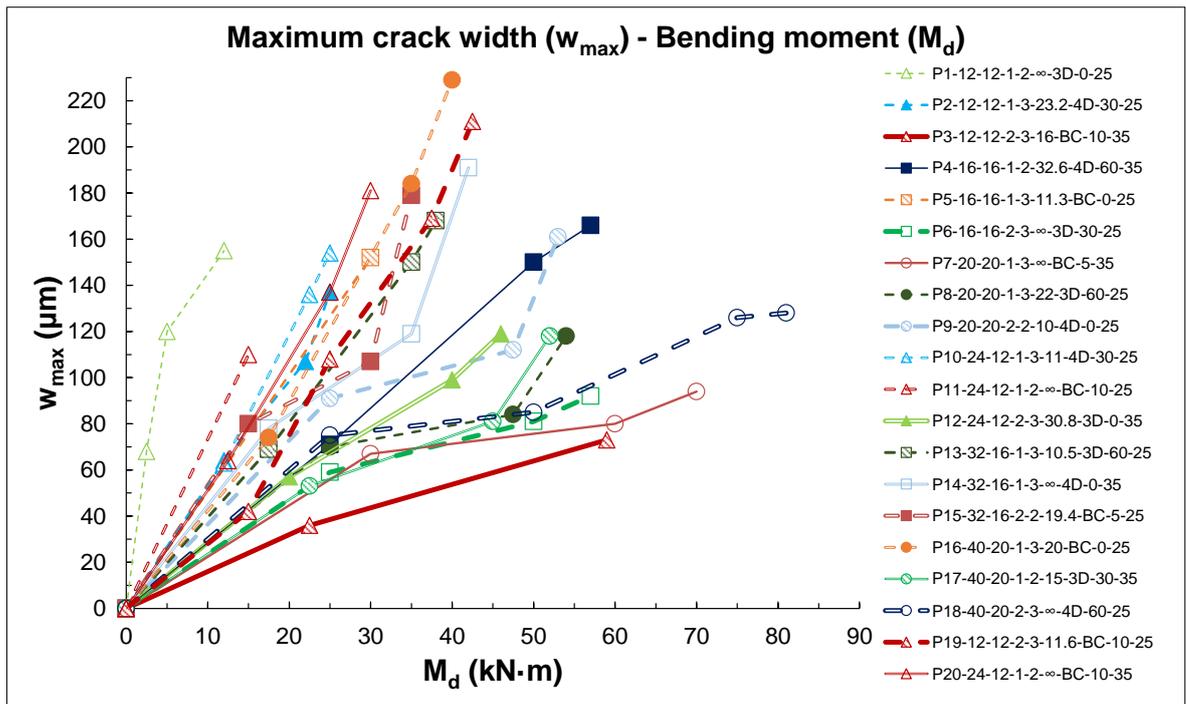


Figura 3.21. Diagrama ancho máximo de fisura ( $w_{max}$ ) – Momento flector ( $M_d$ )

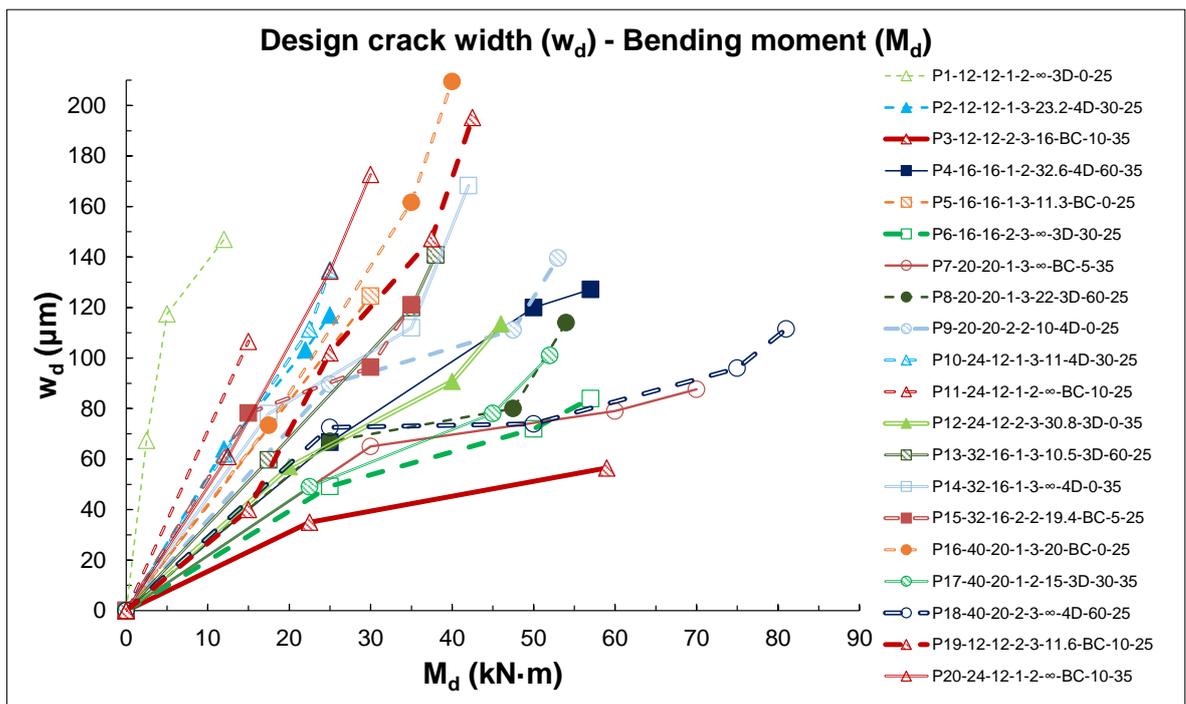


Figura 3.22. Diagrama ancho de diseño de fisura ( $w_d$ ) – Momento flector ( $M_d$ )

En la [Figura 3.23](#) se muestran los valores medios, máximos y mínimos de separación entre fisuras registrados experimentalmente en cada ensayo. También se registraron los valores medios, máximos y mínimos de profundidad de fisura ([Figura 3.24](#)).

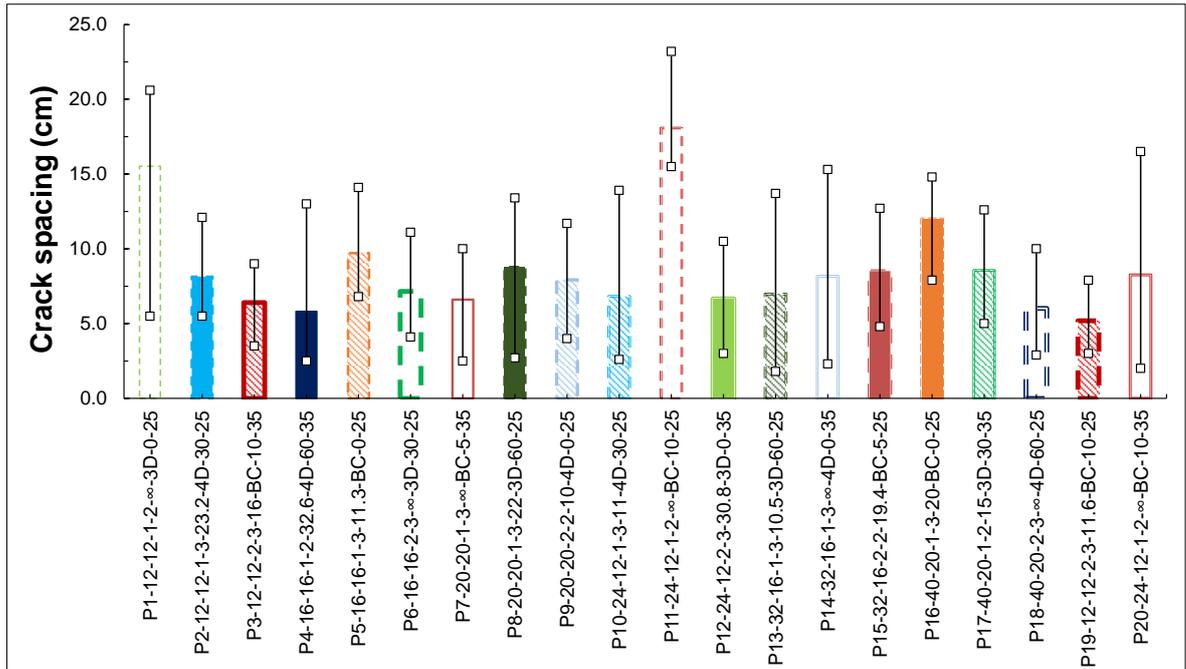


Figura 3.23. Separación media, máxima y mínima entre fisuras en el escalón final de carga

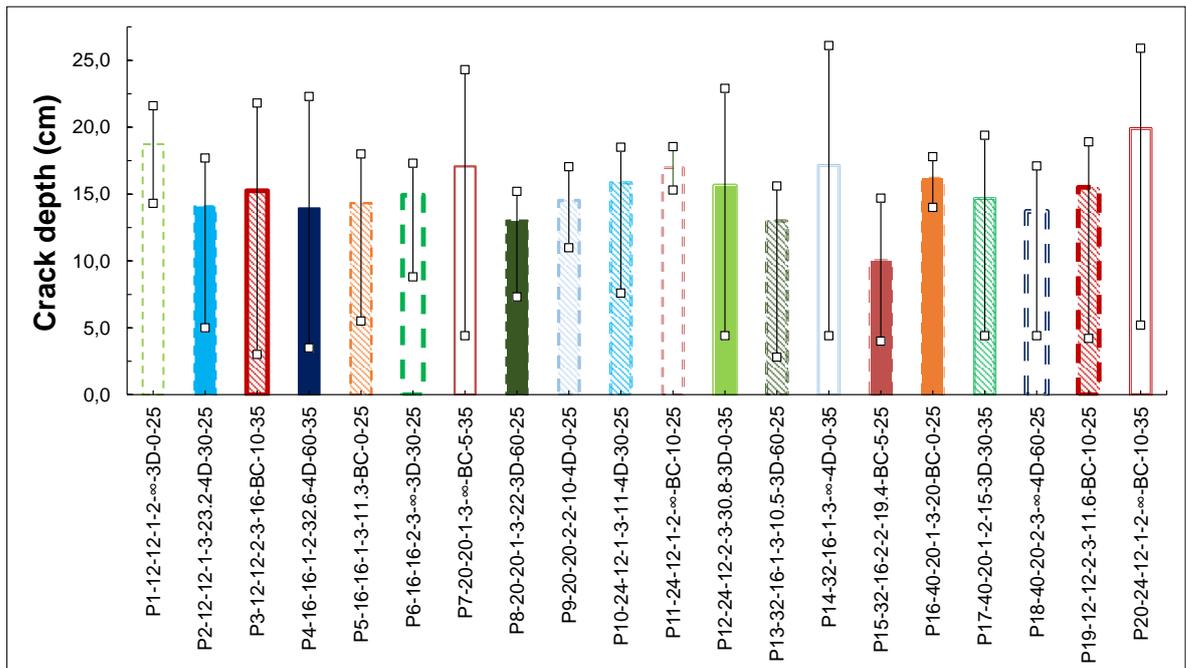


Figura 3.24. Profundidad media, máxima y mínima de fisuras en el escalón final de carga

## 3.5. Análisis de los resultados

### 3.5.1. Resumen de la metodología

En este trabajo se analiza la fisuración en servicio en 20 vigas de hormigón armado sometidas a flexión pura. Se han considerado dos niveles de recubrimiento ( $\emptyset$  y  $2\emptyset$ ), tres diámetros de barra (12, 16 y 20 mm), el número de capas (2 y 3), las barras por capa (1 y 2), la separación entre estribos ( $d/2$ ,  $d$  y  $\infty$ ), tres tipos de fibras (Dramix 3D 65/35 BG,

Dramix 3D 65/60 BG y BarChip 48), tres contenidos en fibras (0, 30 y 60 kg/m<sup>3</sup> para las fibras Dramix; 0, 5 y 10 kg/m<sup>3</sup> para las fibras BarChip 48) y dos niveles de alto de viga (25 y 35 cm) para vigas de 18 cm de ancho y 3.70 m de longitud.

En el presente capítulo se analiza la influencia que tienen dichos factores sobre los esquemas de fisuración obtenidos.

Complementariamente se desarrolla el contraste entre los resultados experimentales, los obtenidos según MC2010 y unos modelos de regresión múltiple planteados en este trabajo.

### 3.5.2. Propiedades mecánicas de los materiales

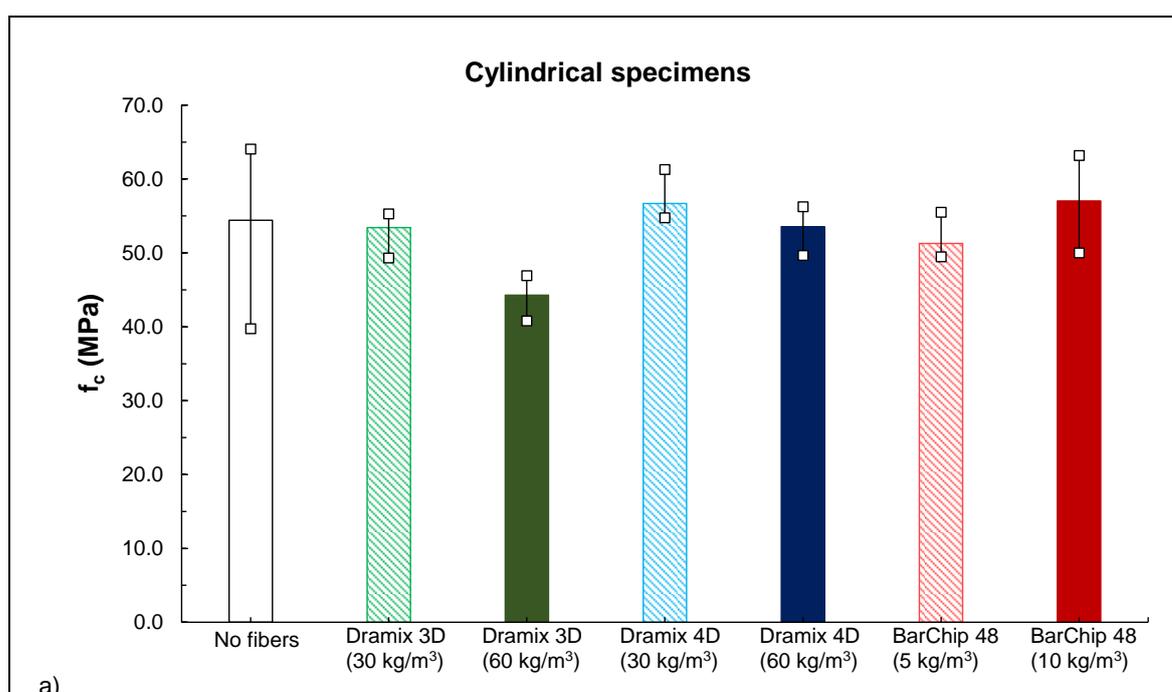
En primer lugar se analizan los resultados obtenidos de los ensayos de caracterización efectuados:

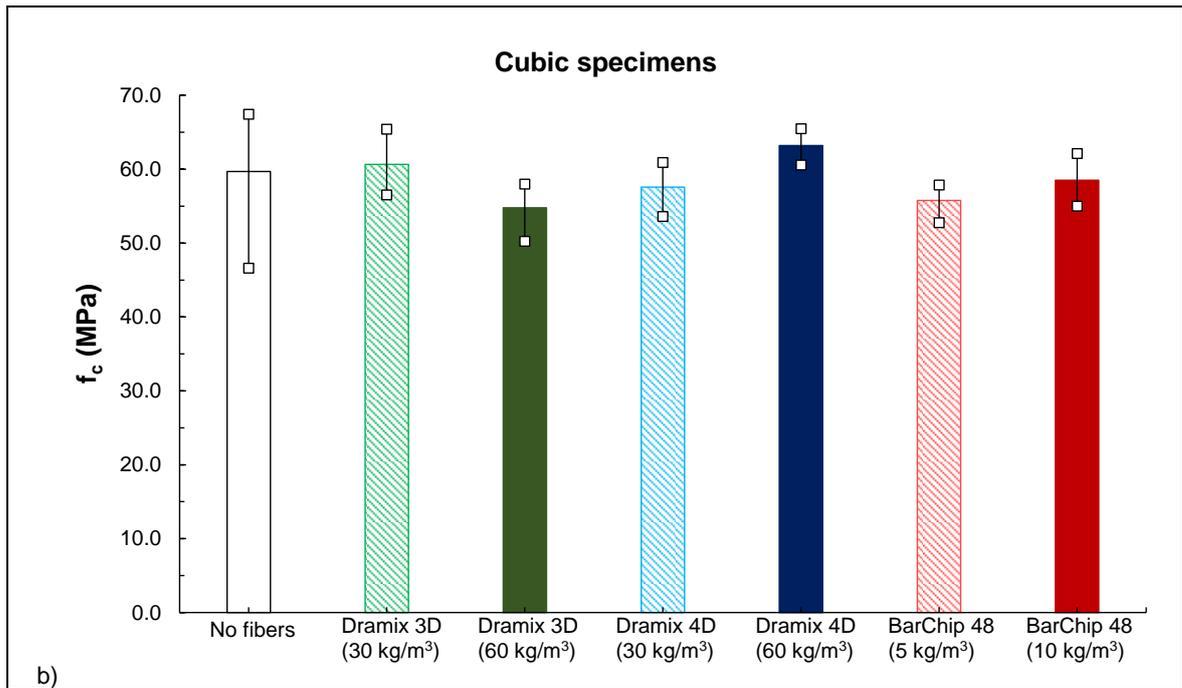
- Resistencia a compresión simple (UNE-EN 12390).
- Resistencia a la tracción por flexión (UNE-EN 14651).

Es conveniente indicar que los valores asociados a estas propiedades mecánicas se refieren a muestras extraídas de distintas amasadas con una misma dosificación de materiales.

#### 3.5.2.1. Resistencia a compresión simple

En la **Figura 3.25** se muestran los valores medios, máximos y mínimos de la resistencia a compresión simple de las probetas ensayadas.





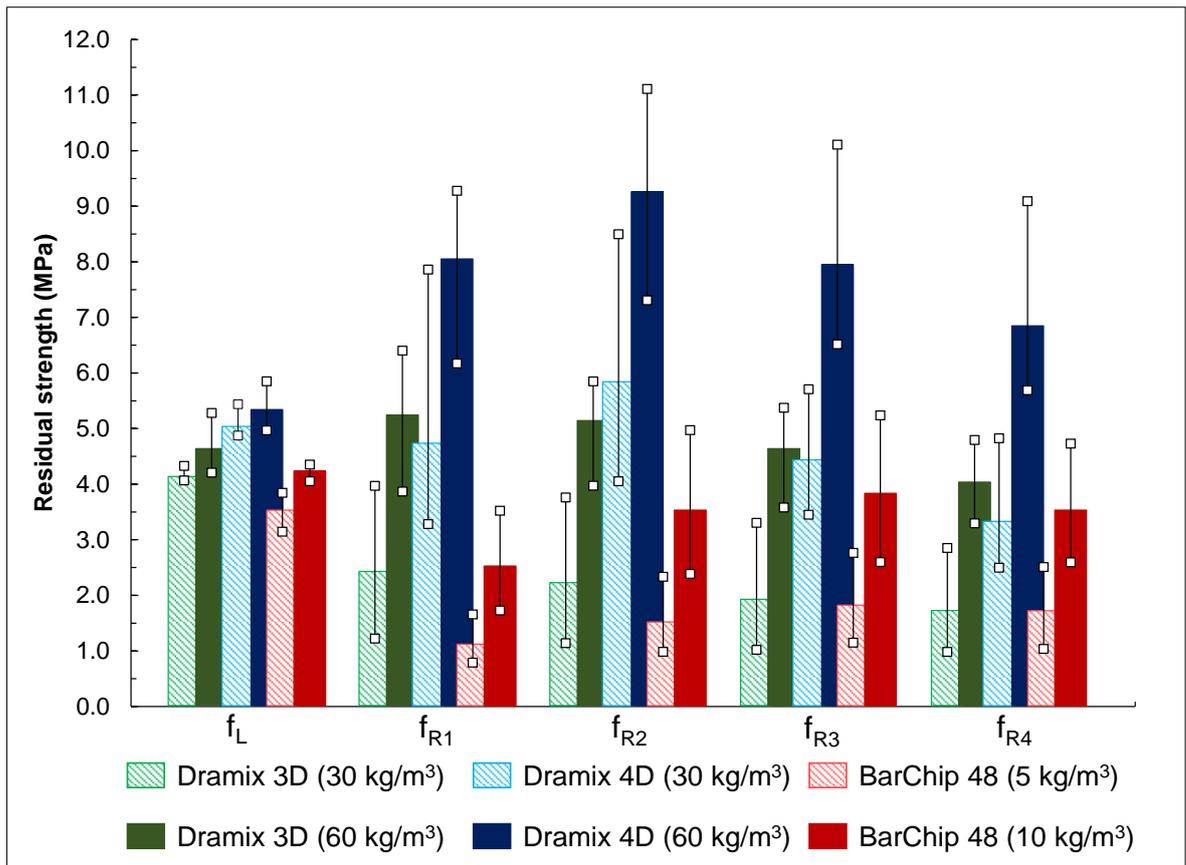
**Figura 3.25.** Resultados medios, máximos y mínimos de resistencia a compresión simple sobre las probetas a) cilíndricas y b) cúbicas ensayadas (UNE-EN 12390)

Después de examinar los resultados se extraen las siguientes observaciones:

- Los valores medios de resistencia a compresión oscilaron entre 44.3 y 57 MPa para las probetas cilíndricas; mientras que para las cúbicas oscilaron entre 54.8 y 63.2. El promedio entre las distintas muestras adopta un valor de 53.0 MPa para las probetas cilíndricas y 58.6 para las cúbicas. Puede concluirse que la calidad del hormigón obtenido se ajusta a la que se había definido como objetivo para la campaña experimental, un C50/60 (UNE-EN 1992-1-1) propio de la industria de prefabricados.
- La adición de fibras no produce una variación significativa de la resistencia a compresión, adoptando el coeficiente de variación entre las distintas mezclas un valor  $CV (\%) = 8.1$  para las probetas cilíndricas y  $CV (\%) = 4.9$  para las cúbicas. Lo anterior ha sido demostrado por varios autores (e.g. Bentur & Mindess, 1990).
- El cociente entre la resistencia compresión simple de las probetas cilíndricas y las probetas cúbicas adopta un valor medio de 0.90. Este ratio se adecúa al ratio de 0.83 propuesto en los distintos códigos estructurales.

### 3.5.2.2. Resistencia a la tracción por flexión

La **Figura 3.26** recoge los resultados obtenidos de los ensayos de resistencia a la tracción por flexión, efectuados según UNE-EN 14651.



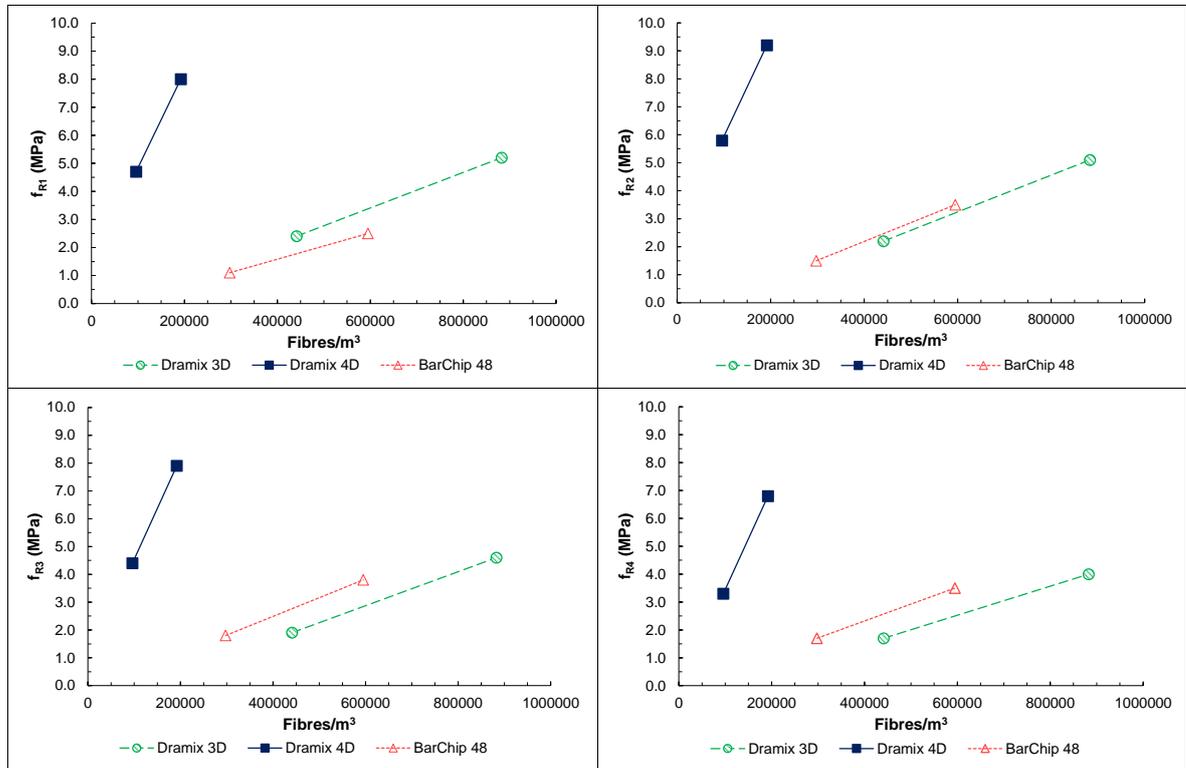
**Figura 3.26.** Resultados medios, máximos y mínimos de las resistencias residuales a tracción por flexión de las vigas UNE-EN 14651 ensayadas

Se extraen las siguientes observaciones generales del análisis de la **Figura 3.26**:

- Los valores medios de la resistencia pico ( $f_L$ ) presentan cierta variabilidad entre las distintas muestras, adoptando un coeficiente de variación CV (%) = 14.7. Por tanto, el tipo de fibras y su contenido influye en el valor del parámetro  $f_L$ .
- Los valores medios de las resistencias residuales presentan una variación mucho más notable. El parámetro  $f_{r1}$  presenta un coeficiente de variación CV (%) = 62.7; el  $f_{r2}$  adopta un CV (%) = 61.7; el  $f_{r3}$  presenta un CV (%) = 55.0 y el  $f_{r4}$  un CV (%) = 53.7. Lo anterior indica que el tipo y contenido de fibras presenta una mayor influencia en la región fisurada del material.
- Los parámetros de resistencia a la tracción por flexión aumentan cuanto mayor es el contenido en fibras, tendencia que se aprecia en todos los casos.
- Las mezclas con fibras Dramix 4D (60 kg/m<sup>3</sup>) han registrado los valores más altos de resistencias residuales.
- Todas las mezclas presentan una relación una relación  $f_{Ri}/f_L > 0.4$  (límite marcado en MC2010 para su uso estructural), a excepción de las mezclas con fibras BarChip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>), que adoptan una relación  $f_{Ri}/f_L = 0.3$ .

En este trabajo se han empleado mezclas con 3 tipos de fibras, que varían en densidad del material, longitud y diámetro. Por ello, se ha considerado más conveniente expresar el contenido en fibras en número de fibras por metro cúbico.

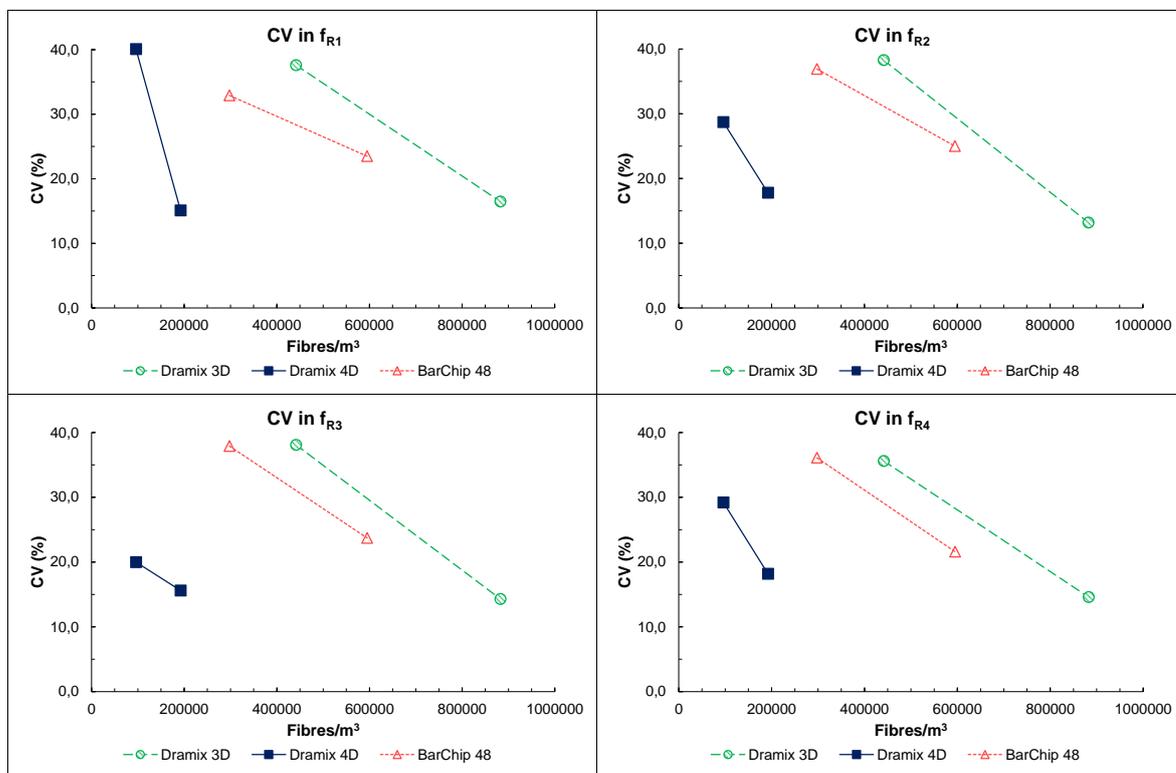
La **Figura 3.27** relaciona los valores medios de las resistencias residuales con el número de fibras por metro cúbico, extrayendo las conclusiones que se muestran a continuación-



**Figura 3.27.** Resistencias residuales a la tracción por flexión ( $f_{Ri}$ ) vs nºde fibras por metro cúbico (Fibres/m<sup>3</sup>)

- Las mezclas con fibras de un mismo tipo presentan un incremento de las resistencias residuales cuando aumenta el número de fibras.
- Las fibras Dramix 4D presentan un mejor comportamiento postfisuración. Por tanto, se pone de manifiesto que el número de ganchos y la longitud de las fibras tienen gran influencia en la fisuración del hormigón reforzado con fibras.
- Se observa un comportamiento postfisuración similar entre las mezclas con fibras Dramix 4D (30 kg/m<sup>3</sup>) y las mezclas Dramix 3D (60 kg/m<sup>3</sup>).
- Las mezclas con fibras Dramix 3D (30 kg/m<sup>3</sup>) y las mezclas BarChip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>) presentan un rendimiento postfisuración asimilable, principalmente en el parámetro  $f_{R1}$ . Para mayores niveles de deformación ( $f_{R2}$ ,  $f_{R3}$  y  $f_{R4}$ ) las mezclas con fibras BarChip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>) registran valores más altos.
- Las mezclas con fibras BarChip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>) presentan valores bajos del parámetro  $f_{R1}$ , aunque el comportamiento postfisuración mejora a medida que aumenta el nivel de deformación. De este modo, presentan valores de  $f_{R3}$  y  $f_{R4}$  similares a las mezclas con fibras Dramix 3D (30 kg/m<sup>3</sup>).

En la **Figura 3.28** se relacionan el coeficiente de variación asociado a cada parámetro de resistencia residual para cada tipo de mezcla frente al número de fibras por metro cúbico. Se observa una disminución del Coeficiente de Variación en todos los casos a medida que aumenta el nº de fibras. Esto se debe a la dificultad que supone la correcta y uniforme distribución de fibras en la matriz de hormigón cuando son añadidas en contenidos bajos.



**Figura 3.28.** Relación entre el Coeficiente de Variación (CV) de las resistencias residuales a la tracción por flexión ( $f_{Ri}$ ) y el número de fibras por metro cúbico (Fibres/m<sup>3</sup>)

### 3.5.3. Análisis de la fisuración en vigas

#### 3.5.3.1. Planteamiento del análisis

Los efectos de los factores considerados en la fisuración de las vigas ensayadas han sido evaluados por medio de un Análisis de Regresión Múltiple, ARM en adelante. El principal objetivo de esta modelización es inferir mediante pruebas de significación estadística los factores que tienen un efecto más importante en los parámetros de fisuración analizados. Adicionalmente, se obtienen unas ecuaciones descriptivas que relacionan el parámetro objeto de estudio con los factores que han resultado más significantes.

Un esquema de fisuración fue obtenido del ensayo en 4 puntos planteado (**Figura 3.19**), del que se han seleccionado los siguientes parámetros de fisuración para el ARM, que son las variables dependientes del modelo:

- Separación media entre fisuras ( $s_{r,m}$ ).
- Ancho medio de fisura ( $w_m$ ).

Para ello, se sigue un proceso iterativo de elaboración del modelo y validación del mismo que se resume a continuación:

- Formulación del modelo. En primer lugar, se propone un modelo que incluye los efectos simples de todos los factores considerados.
- Ajuste y simplificación del modelo. Los factores incluidos en el modelo anterior no tienen la misma importancia relativa en la variable respuesta. Por tanto, el modelo puede ser simplificado omitiendo aquellos factores estadísticamente insignificantes. Para ello, se sigue un proceso iterativo en el que se omiten estos factores y se recalculan los coeficientes de ajuste asociados a cada factor y su significancia. Este proceso es denominado generalmente “regresión paso a paso hacia atrás” o “stepwise regression”.
- Validación del modelo. Se realiza una diagnosis del modelo, centrado en satisfacer las siguientes condiciones:
  - Ajuste a una distribución normal de los residuos.
  - Detección de valores anómalos.
  - Verificación de homocedasticidad de los residuos, esto quiere decir que la varianza de los residuos debe ser independiente del nivel de la variable respuesta
- Modelo final. Se obtiene un modelo que sólo considera los factores estadísticamente significantes. Dicho modelo no considera contribuciones cuadráticas ni interacciones entre las variables explicativas, pues se pretende analizar la importancia relativa de cada una de ellas.

En la **Tabla 3.10** se exponen los datos tomados para el análisis:

**Tabla 3.10.** Datos tomados para el análisis de la fisuración.

Prueba	c (mm)	$\varnothing_s$ (mm)	$C_{mec}$ (mm)	$\rho_{s.ef}$	$f_{R1}$ (MPa)	$S_t$ (mm)	$l_f$ (mm)	Fibras/m <sup>3</sup>	h (mm)	$W_m$ (mm)	$S_{r,m}$ (mm)
1	12	12	26	0.0193	0	1000	0	0	250	0.121	155
2	12	12	26	0.0290	4.7	232	60	96000	250	0.089	81
3	12	12	38	0.0397	2.5	160	48	595000	350	0.039	64
4	16	16	32	0.0279	8	326	60	192000	350	0.058	58
5	16	16	32	0.0419	0	113	0	0	250	0.075	97
6	16	16	48	0.0559	2.3	1000	35	441330	250	0.061	72
7	20	20	38	0.0551	1.1	1000	48	297500	350	0.068	66
8	20	20	38	0.0551	5.2	210	35	882660	250	0.069	88
9	20	20	58	0.0481	0	100	0	0	250	0.109	79
10	24	12	38	0.0198	4.7	116	60	96000	250	0.083	68
11	24	12	38	0.0132	2.5	1000	48	595000	250	0.082	181
12	24	12	50	0.0302	0	308	0	0	350	0.069	67
13	32	16	48	0.0279	5.2	105	35	882660	250	0.078	70
14	32	16	48	0.0279	0	1000	0	0	350	0.104	82

15	32	16	64	0.0279	1.1	194	48	297500	250	0.073	85
16	40	20	58	0.0361	0	200	0	0	250	0.132	120
17	40	20	58	0.0241	2.3	150	35	441330	350	0.073	86
18	40	20	78	0.0537	8	1000	60	192000	250	0.068	60

### 3.5.3.2. Separación media entre fisuras

Se ha planteado un modelo lineal de regresión múltiple que relaciona la separación media entre fisuras con las siguientes variables explicativas (ecuación 3.3):

$$s_{r,m} = \alpha_0 + \alpha_{c_{nom}} \cdot c_{nom} + \alpha_{c_{mec}} \cdot c_{mec} + \alpha_{\phi_s} \cdot \phi_s + \alpha_{\rho_{s,ef}} \cdot \rho_{s,ef} + \alpha_{s_t} \cdot s_t + \alpha_{l_f} \cdot l_f + \alpha_{C_f} \cdot C_f + \alpha_{f_{R1}} \cdot f_{R1} + \alpha_h \cdot h \quad (3.3)$$

Donde  $s_{r,m}$  es la separación media entre fisuras (mm),  $c_{nom}$  es el recubrimiento de hormigón nominal (mm),  $c_{mec}$  es el recubrimiento mecánico (mm),  $\phi_s$  es el diámetro de las barras de acero longitudinales (mm),  $\rho_{s,ef}$  es la cuantía eficaz de armado ( $= A_s/A_{c,ef}$ ),  $s_t$  es la separación entre estribos (mm),  $l_f$  es la longitud de las fibras (mm),  $C_f$  es el contenido en fibras (fibras/m<sup>3</sup>),  $f_{R1}$  es la resistencia residual a flexotracción para  $CMOD=0.5$  mm obtenida del ensayo UNE-EN 14651 (MPa),  $h$  es el alto de la viga (mm).  $\alpha_0$ ,  $\alpha_{c_{nom}}$ ,  $\alpha_{c_{mec}}$ ,  $\alpha_{\phi_s}$ ,  $\alpha_{\rho_{s,ef}}$ ,  $\alpha_{s_t}$ ,  $\alpha_{l_f}$ ,  $\alpha_{C_f}$ ,  $\alpha_{f_{R1}}$  y  $\alpha_h$  son coeficientes de regresión.

Es conveniente indicar que se ha incluido como variable explicativa el recubrimiento mecánico, que es la distancia entre el baricentro de las armaduras de tracción y el borde de la sección, para incluir el efecto del número de capas en el modelo. Generalmente los distintos modelos de fisuración consideran una interacción entre el diámetro de las barras y la cuantía de armado ( $\phi_s/\rho_{s,ef}$ ). Sin embargo, lo anterior no ha sido considerado en el modelo planteado, pues se pretende estudiar la importancia relativa de cada factor.

Los coeficientes de regresión de la ecuación (3.3) son estimados ajustando el modelo planteado a los resultados experimentales observados por mínimos cuadrados, es decir, minimizando la suma de los residuos al cuadrado. Los coeficientes de regresión y las pruebas de significancia son calculados por medio del software STATGRAPHICS Centurion 18, cuyos resultados se exponen en la [Tabla 3.11](#).

**Tabla 3.11.** Estimación de los coeficientes de regresión y prueba de significancia para  $s_{r,m}$  (modelo inicial)

Variable explicativa		Estimación	Error Estándar	Valor-P
Constante	$\alpha_0$	204.56	43.66	-
Recubrimiento	$\alpha_{c_{nom}}$	-0.622877	1.48449	0.6858
Recubrimiento mecánico	$\alpha_{c_{mec}}$	-0.366254	0.866567	0.6837
Diámetro de las barras	$\alpha_{\phi_s}$	4.12813	3.20111	0.2332
Cuantía eficaz de armado	$\alpha_{\rho_{s,ef}}$	-1915.77	813.966	0.0464
Separación entre estribos	$\alpha_{s_t}$	0,0365679	0,0137735	0,0290
Longitud de las fibras	$\alpha_{l_f}$	-0.156712	0.367384	0.6809

Contenido en fibras	$\alpha_{C_f}$	0.0000267	0.0000205232	0.2250
Resistencia residual $f_{RI}$	$\alpha_{f_{RI}}$	-4.23297	3.23477	0.2270
Alto de viga	$\alpha_h$	-0.324684	0.111832	0.0198

El p-valor obtenido para el modelo en su conjunto es de  $0.048 < 0.05$ , lo que indica que existe una relación estadísticamente significativa entre las variables con un nivel de confianza del 95 %. El valor R-Cuadrado del modelo adopta un valor del 79.5 %.

Se observa en la **Tabla 3.11** que distintas variables adoptan un p-valor superior a 0.05, esto indica que tales parámetros tienen menor importancia relativa en la variable respuesta con un nivel de confianza del 95 %. El proceso seguido consiste en eliminar aquellas variables con mayor p-valor del modelo en pasos sucesivos (stepwise regression), hasta obtener el modelo expuesto en la **Tabla 3.12**:

**Tabla 3.12.** Estimación de los coeficientes de regresión y prueba de significancia para  $s_{r,m}$  (modelo final)

Variable explicativas		Estimación	Error estándar	Valor-P
Constante	$\alpha_0$	217.72	35.6317	-
Cuantía eficaz de armado	$\alpha_{\rho_{s,ef}}$	-1246.81	392.024	0.0072
Separación entre estribos	$\alpha_{s_t}$	0.03129	0.0133511	0.0356
Resistencia residual $f_{RI}$	$\alpha_{f_{RI}}$	-4.2811	1.95944	0.0478
Alto de viga	$\alpha_h$	-0.31451	0.109816	0.0133

Finalmente se obtiene un modelo con p-valor del 0.0042 y un R-cuadrado del 66.7 %. El análisis efectuado conduce a una expresión (ecuación 3.4) que relaciona la separación media entre fisuras con los factores estadísticamente significantes con un nivel de confianza del 95%, pues adoptan un p-valor inferior a 0.05.

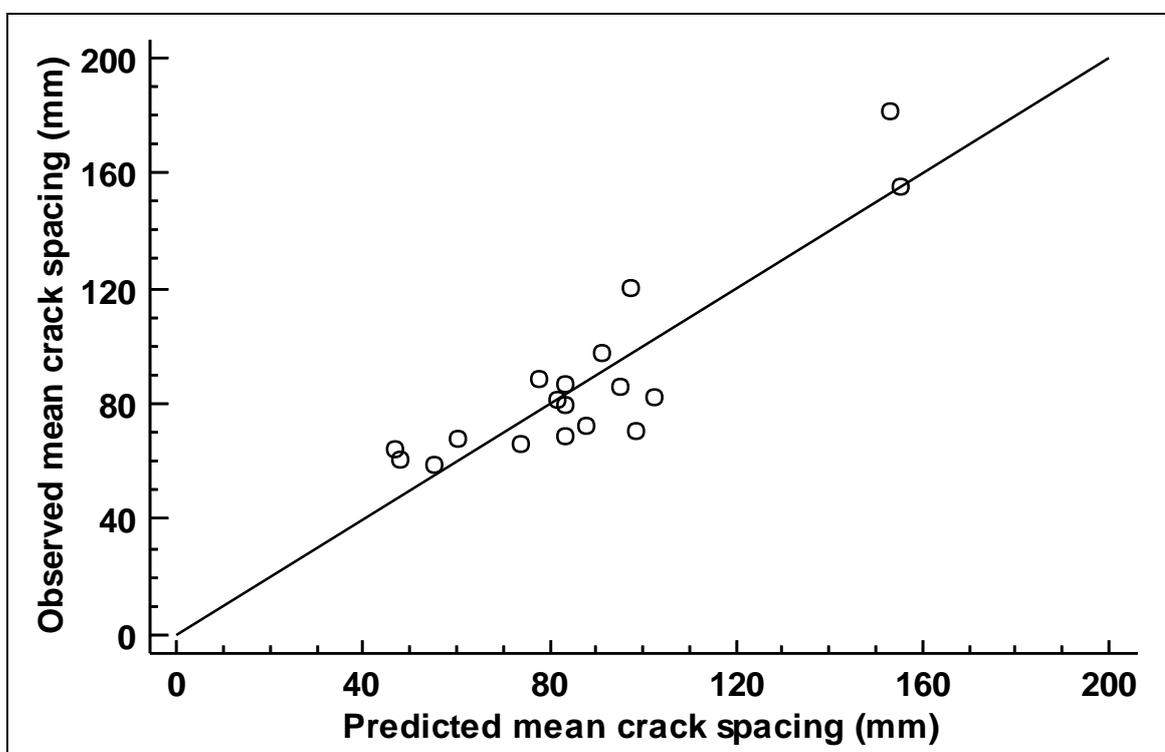
$$s_{r,m} = 217.72 - 1246.81 \cdot \rho_{s,ef} + 0.03129 \cdot s_t - 4.2811 \cdot f_{RI} - 0.31451 \cdot h \quad (3.4)$$

Se ha obtenido un modelo que depende de la cuantía eficaz de armado ( $\rho_{s,ef}$ ), la separación entre estribos ( $s_t$ ), la resistencia residual ( $f_{RI}$ ) y el alto de la viga ( $h$ ). Las siguientes observaciones se extraen de lo anterior:

- La cuantía de armado ( $\rho_{s,ef}$ ) ha resultado el factor más influyente en la separación entre fisuras, con un p-valor  $< 0.01$ . Del mismo modo, el alto de la viga ( $h$ ) ejerce una influencia muy importante, con un p-valor cercano a 0.01. Por tanto, las características mecánicas de la sección tienen mayor influencia en la propagación de fisuras que la resistencia residual aportada por las fibras.
- La separación entre estribos ejerce una influencia significativa en la separación media entre fisuras, aspecto no contemplado en los códigos estructurales.

- La longitud de las fibras y su contenido ejercen una menor importancia relativa en la fisuración que la resistencia residual ( $f_{RI}$ ). Por tanto, el planteamiento del MC2010 resulta adecuado en base a los resultados obtenidos.
- En base a la ecuación (3.4), cuanto mayor sea la cuantía eficaz de armado y la resistencia residual  $f_{RI}$  menor será la separación media entre fisuras. Por el contrario, un incremento de la distancia entre estribos supone un valor mayor de separación media entre fisuras. Lo que resulta lógico desde el punto de vista físico.
- No parece lógico que un incremento del alto de la viga dé lugar a menores separaciones entre fisuras. Es probable que esto se deba a la dependencia que existe entre separación entre estribos y alto de viga.

La **Figura 3.29** muestra los valores predichos frente a los observados experimentalmente de la separación media entre fisuras.



**Figura 3.29.** Valores predichos frente a valores observados de la separación media entre fisuras

La **Figura 3.30** muestra la gráfica de probabilidad normal de los residuos estandarizados, que compara la distribución de los residuos con la distribución normal de media cero y varianza unitaria. Puede observarse que los residuos estandarizados se ajustan a la distribución normal.

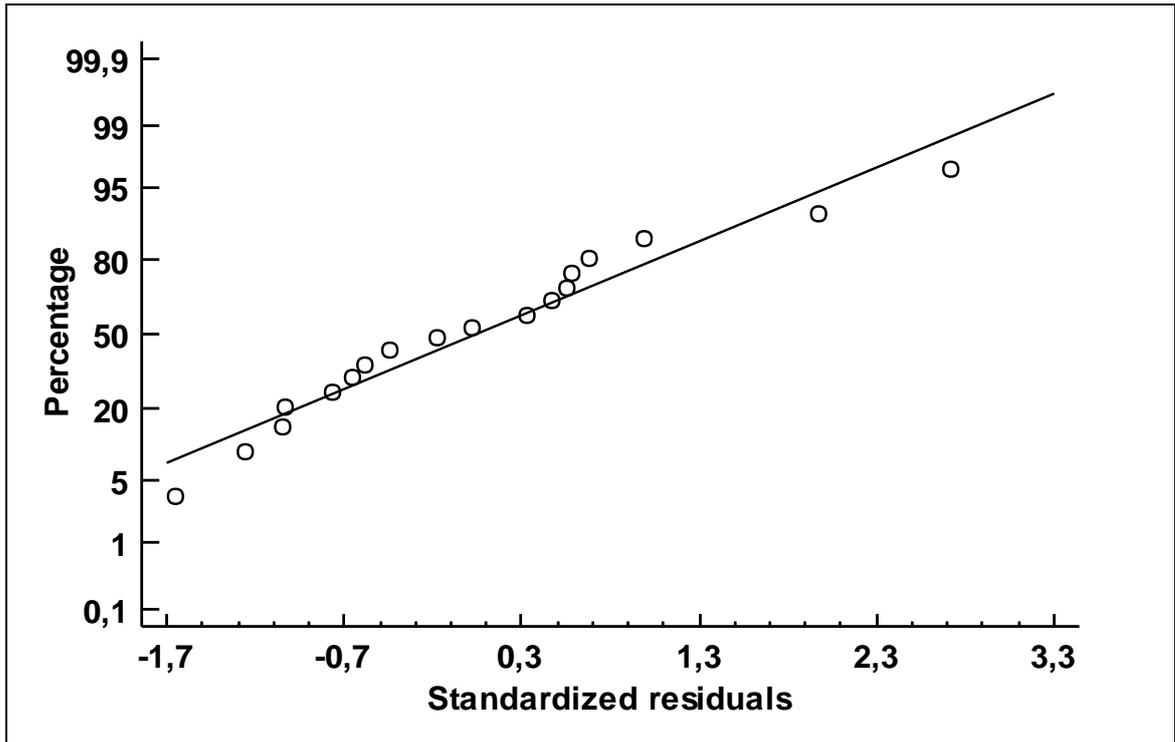


Figura 3.30. Gráfica de probabilidad normal de los residuos para la separación media entre fisuras

La [Figura 3.31](#) relaciona los residuos frente a los valores ajustados de la separación media entre fisuras. Se observa que los residuos forman una dispersión que tiende a ajustarse a una banda horizontal, lo que indica que la varianza es constante (homocedastidad).

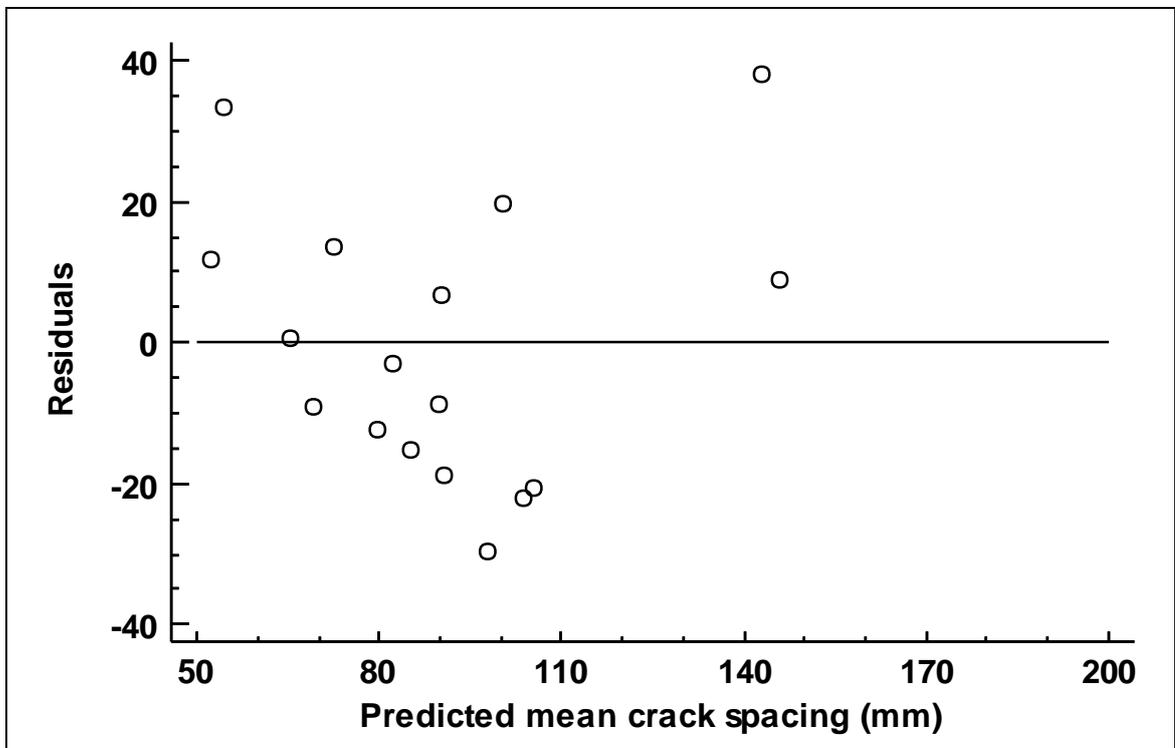


Figura 3.31. Gráfico de residuos frente a valores ajustados de la separación media entre fisuras

### 3.5.3.3. Ancho medio de fisura

El siguiente modelo de regresión múltiple fue planteado para el ancho medio de fisura:

$$w_m = \alpha_0 + \alpha_{\varepsilon_{sm}} \cdot \varepsilon_{sm} + \alpha_{c_{nom}} \cdot c_{nom} + \alpha_{c_{mec}} \cdot c_{mec} + \alpha_{\phi_s} \cdot \phi_s + \alpha_{\rho_{s,ef}} \cdot \rho_{s,ef} + \alpha_{s_t} \cdot s_t + \alpha_{f_{R1}} \cdot f_{R1} + \alpha_h \cdot h \quad (3.5)$$

Donde  $w_m$  es el mencionado ancho medio de fisura (mm),  $\varepsilon_{sm}$  es la deformación media de las barras de acero,  $c_{nom}$  es el recubrimiento de hormigón nominal (mm),  $c_{mec}$  es el recubrimiento mecánico (mm),  $\phi_s$  es el diámetro de las barras de acero longitudinales (mm),  $\rho_{s,ef}$  es la cuantía eficaz de armado ( $= A_s/A_{c,ef}$ ),  $s_t$  es la separación entre estribos (mm),  $f_{R1}$  es la resistencia residual a flexotracción para  $CMOD = 0.5$  mm obtenida del ensayo UNE-EN 14651 (MPa),  $h$  es el alto de la viga (mm).  $\alpha_0$ ,  $\alpha_{\varepsilon_{sm}}$ ,  $\alpha_{c_{nom}}$ ,  $\alpha_{c_{mec}}$ ,  $\alpha_{\phi_s}$ ,  $\alpha_{\rho_{s,ef}}$ ,  $\alpha_{s_t}$ ,  $\alpha_{f_{R1}}$  y  $\alpha_h$  son los coeficientes de regresión del modelo.

Los resultados obtenidos del ajuste por mínimos cuadrados del modelo de regresión planteados en la ecuación (3.5) se exponen en la [Tabla 3.13](#).

**Tabla 3.13.** Estimación de los coeficientes de regresión y prueba de significancia para  $w_m$  (modelo inicial)

Variable explicativa		Estimación	Error estándar	Valor-P
Constante	$\alpha_0$	0.136103	0.0420003	-
Deformación media de las barras de acero	$\alpha_{\varepsilon_{sm}}$	-1.08833	14.5241	0.9419
Recubrimiento	$\alpha_{c_{nom}}$	0.000183999	0.00142727	0.9003
Recubrimiento mecánico	$\alpha_{c_{mec}}$	-0.00036108	0.000832495	0.6747
Diámetro de las barras	$\alpha_{\phi_s}$	0.00399129	0.00277392	0.1840
Cuantía eficaz de armado	$\alpha_{\rho_{s,ef}}$	-0.985878	0.759874	0.2268
Separación entre estribos	$\alpha_{s_t}$	0.00000941353	0.0000118945	0.4491
Resistencia residual $f_{R1}$	$\alpha_{f_{R1}}$	-0.00398357	0.00212164	0.0932
Alto de viga	$\alpha_h$	-0.000228293	0.0000958258	0.0411

El p-valor obtenido para el modelo es de 0.14, al ser superior a 0.05 no existe relación estadísticamente significativa entre las variables con un nivel de confianza del 95 %. El valor R-Cuadrado del modelo adopta un valor del 65.1 %.

Como se observa en la [Tabla 3.13](#) distintas variables presentan un p-valor superior a 0.05, estas variables son excluidas del modelo mediante el proceso iterativo descrito con anterioridad (stepwise regression), obteniendo el modelo expuesto en la [Tabla 3.14](#):

**Tabla 3.14.** Estimación de los coeficientes de regresión y prueba de significancia para  $w_m$  (modelo final)

Variable explicativa		Estimación	Error estándar	Valor-P
Constante	$\alpha_0$	0.132816	0.0309891	-
Diámetro de las barras	$\alpha_{\phi_s}$	0.00335991	0.00153014	0.0469
Cuantía eficaz de armado	$\alpha_{\rho_{s,ef}}$	-0.960498	0.377778	0.0245
Resistencia residual $f_{R1}$	$\alpha_{f_{R1}}$	-0.00410289	0.00148934	0.0164
Alto de viga	$\alpha_h$	-0.000216487	0.0000835023	0.0223

Se obtiene finalmente un modelo con un p-valor del 0.01 y un R-cuadrado del 60.5 %. La ecuación 3.6 relaciona el ancho medio de fisuras con los factores más significantes:

$$w_m = 0.133 + 0.00336 \cdot \varnothing_s - 0.960498 \cdot \rho_{s,ef} - 0.004103 \cdot f_{R1} - 0.000216 \cdot h \quad (3.6)$$

Se ha obtenido un modelo que depende del diámetro de las barras de acero ( $\varnothing_s$ ), la cuantía eficaz de armado ( $\rho_{s,ef}$ ), la resistencia residual ( $f_{R1}$ ) y el alto de la viga ( $h$ ), extrayendo las siguientes observaciones:

- La deformación media de las barras de acero ( $\epsilon_{sm}$ ) ha resultado ser una variable no explicativa del ancho medio de fisura. Esto anterior carece de lógica y se debe a que  $\epsilon_{sm}$  se aproxima al 1.25 ‰ en todos los casos, que fue el criterio de parada del ensayo.
- El diámetro de las barras de acero ( $\varnothing_s$ ) y la cuantía eficaz de armado ( $\rho_{s,ef}$ ) tienen una influencia significativa en el ancho de fisura. La ecuación (3.6) plantea un incremento del ancho de fisura a medida que aumenta el diámetro de las barras; mientras que disminuye al aumentar la cuantía eficaz del armado. Esto se denomina efecto  $\varnothing_s / \rho_{s,ef}$ .
- La resistencia residual  $f_{R1}$  es la variable más significativa en el ancho medio de fisura, con un p-valor cercano a 0.01. El ancho medio de fisura es menor cuando incrementa el valor de  $f_{R1}$ . Por tanto, el planteamiento expuesto en MC2010 resulta coherente a la luz de los resultados obtenidos.
- El alto de la viga ejerce una influencia significativa en el ancho de fisura, siendo ésta menor a medida que aumenta el alto de la viga según el modelo planteado.

La **Figura 3.32** muestra los valores predichos frente a los observados del ancho de fisura.

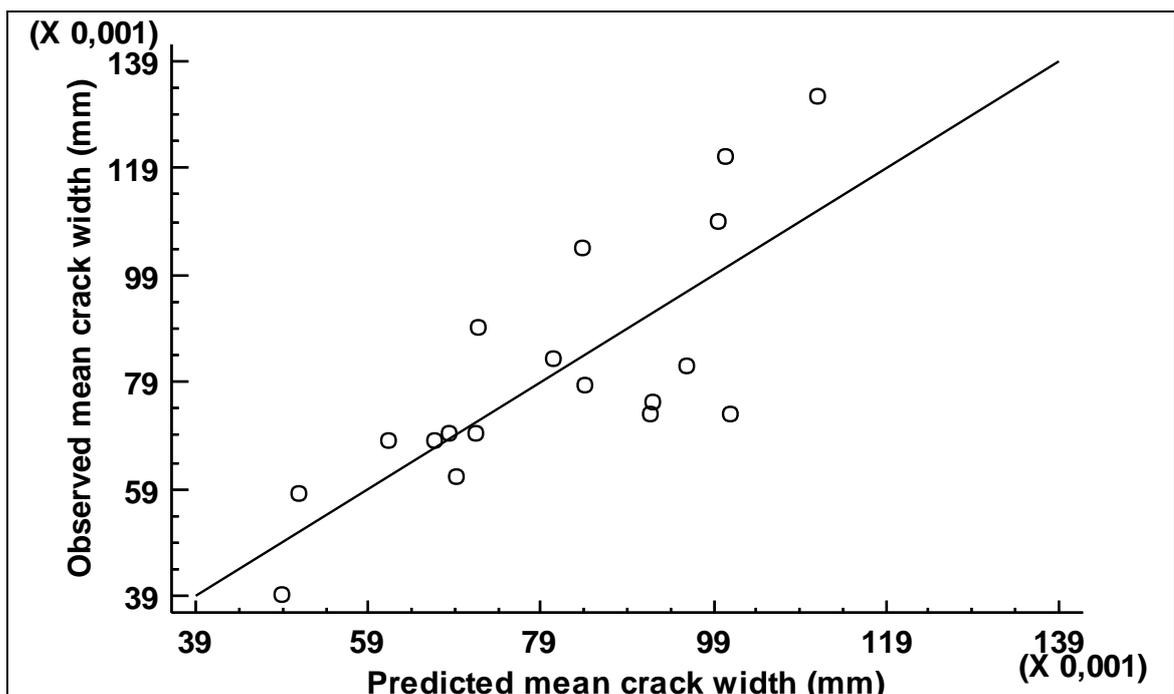


Figura 3.32. Valores predichos frente a valores observados del ancho medio de fisura

En la **Figura 3.33** puede observarse que los residuos estandarizados se ajustan a la distribución normal.

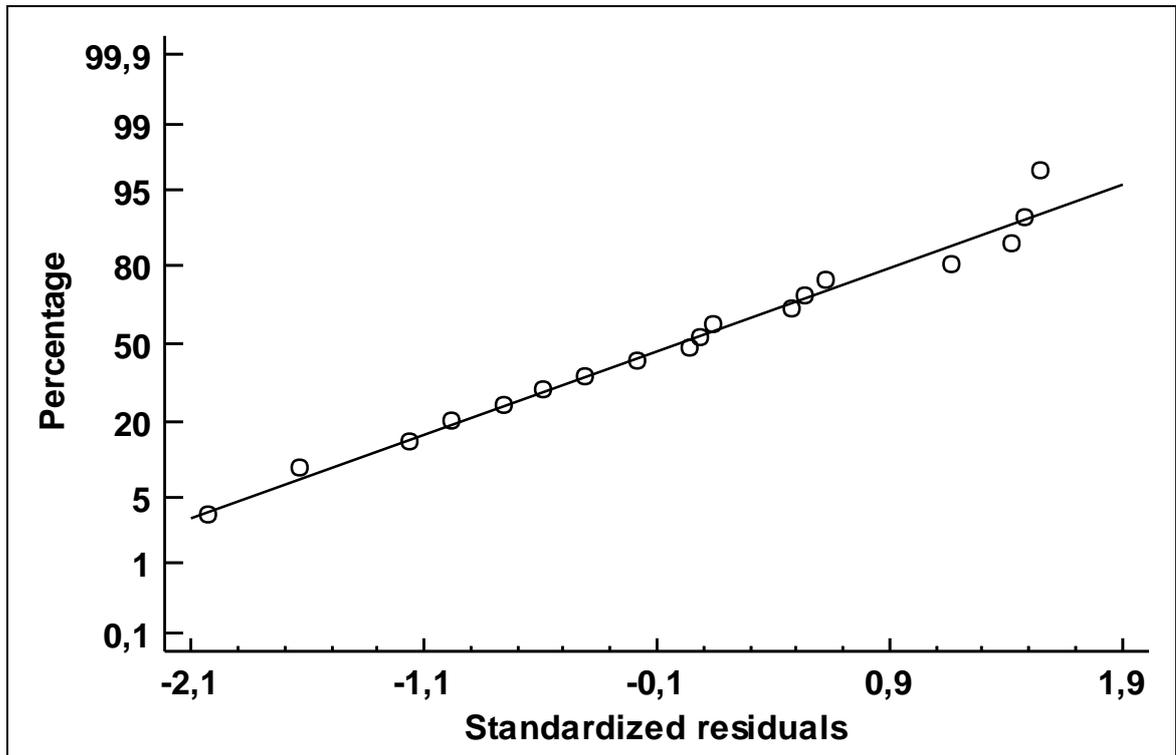


Figura 3.33. Gráfica de probabilidad normal de los residuos para el ancho medio de fisura

Por último, en la **Figura 3.34** se observa que los residuos tienden a ajustarse a una banda horizontal, lo que indica homocedasticidad del modelo.

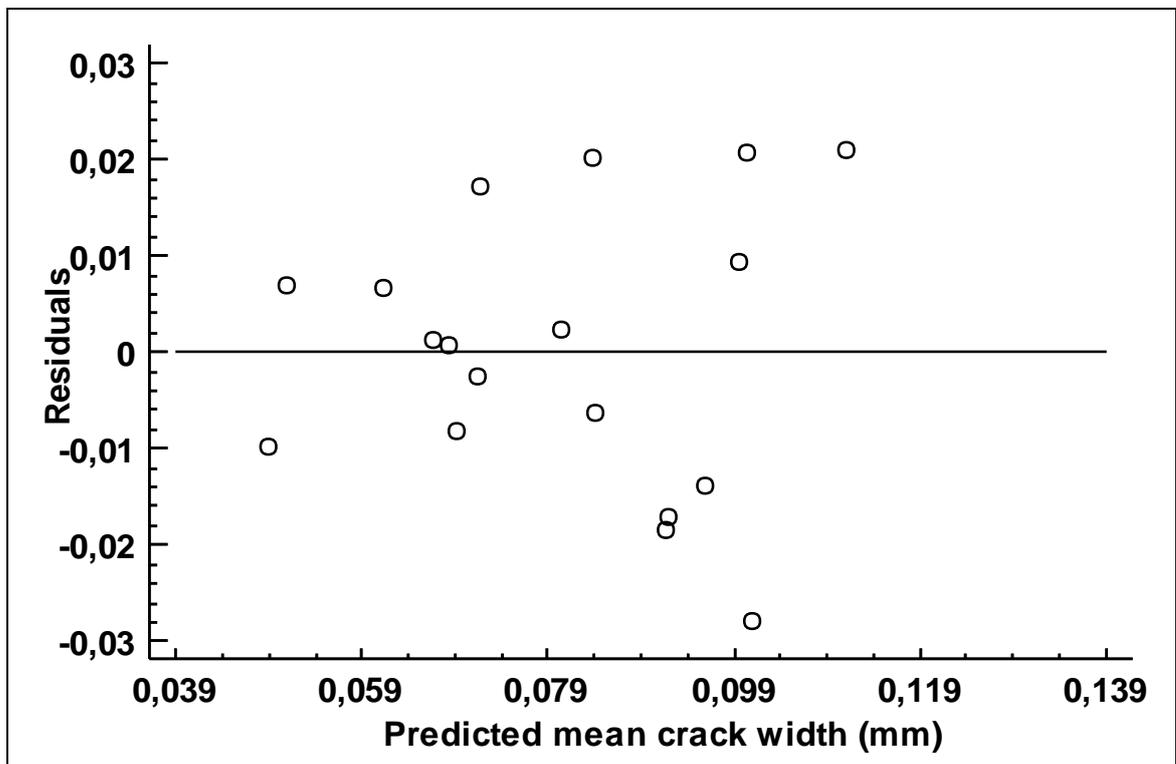


Figura 3.34. Gráfico de residuos frente a valores ajustados del ancho medio de fisura

### 3.5.4. Discusión de la formulación del MC2010 para el ELS de fisuración en HRF

MC2010 plantea la ecuación (3.7) para estimar el ancho medio de fisura, la cual fue expuesta en el apartado 2.5. Dicha formulación introduce la ductilidad del HRF en ELS mediante un factor reductor ( $f_{Ftsm} = 0.45 \cdot f_{RI}$ ) de la longitud de transferencia ( $l_{s,max}$ ).

$$s_{r,m} = 1.17 \cdot \left( k \cdot c + \frac{1}{4} \cdot \frac{(f_{ctm} - f_{Ftsm})}{\tau_{bms}} \cdot \frac{\emptyset_s}{\rho_{s,ef}} \right) \quad (3.7)$$

Adoptando el ancho medio de fisura la siguiente expresión:

$$w_m = 1.17 \cdot \left( k \cdot c + \frac{1}{4} \cdot \frac{(f_{ctm} - f_{Ftsm})}{\tau_{bms}} \cdot \frac{\emptyset_s}{\rho_{s,ef}} \right) \cdot \frac{1}{E_s} \cdot (\sigma_s - \beta \cdot \sigma_{sr} + E_s \cdot \eta_r \cdot \varepsilon_{sh}) \quad (3.8)$$

Estas ecuaciones evidencian el efecto positivo que ejercen las fibras en la fisuración en ELS del hormigón armado, basado en el parámetro postfisuración  $f_{RI}$ . Este enfoque resulta coherente con los resultados obtenidos en este trabajo.

Dichas ecuaciones han sido aplicadas en este trabajo, basándose en los resultados experimentales obtenidos. Se ha asumido un valor del factor  $k = 1$ , se ha adoptado una relación lineal entre la tensión media de adherencia y la resistencia a tracción del hormigón ( $\tau_{bm} = 1.8 \cdot f_{ctm}$ ).

Además, teniendo en cuenta que se han realizado ensayos con un tipo de carga a corto plazo e instantánea, se adoptan unos valores de los coeficientes  $\beta = 0.6$  y  $\eta_r = 0$ . Todo ello basado en la Tabla 7.6-2 del MC2010.

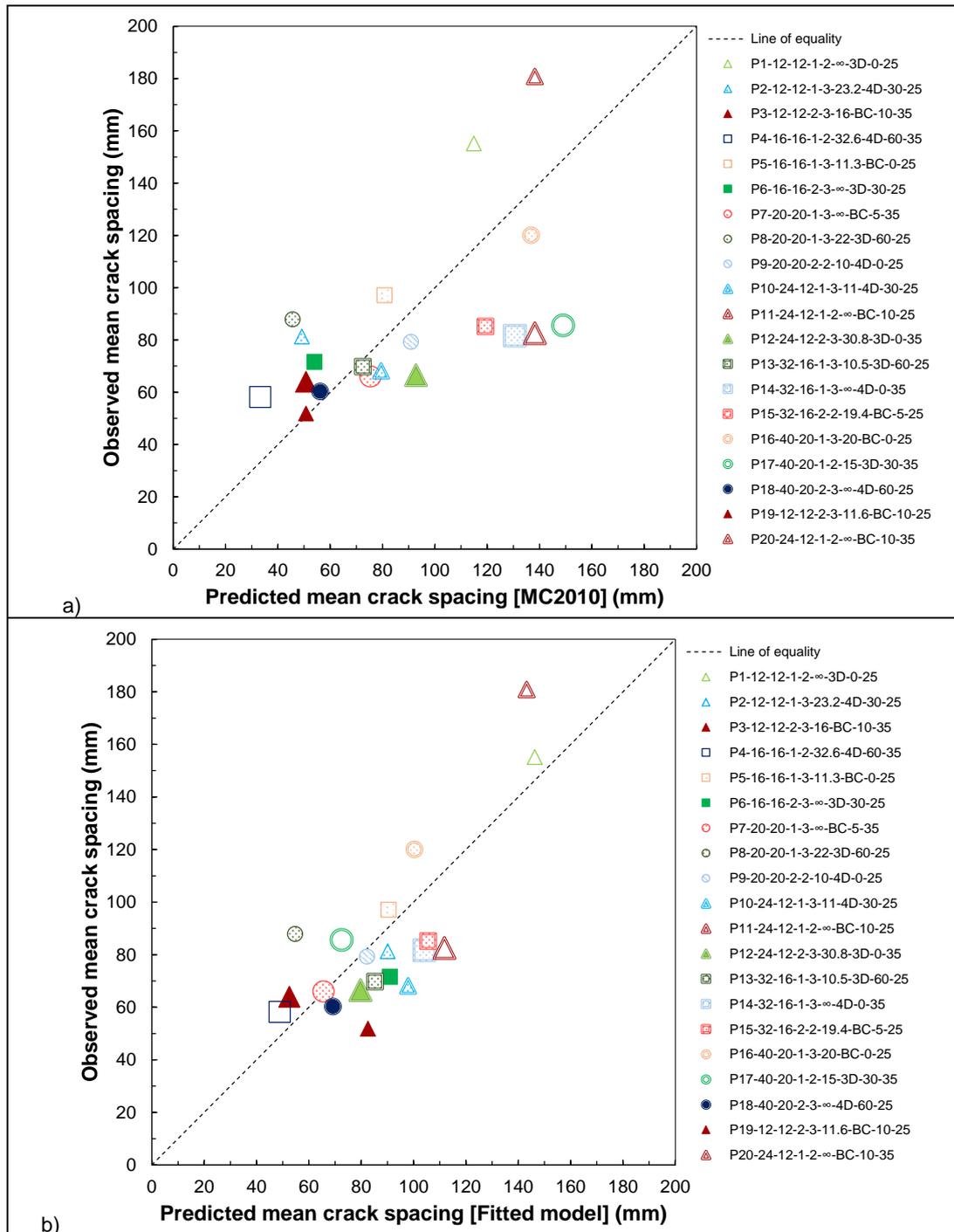
Para el cálculo de la tensión del acero se ha adoptado una hipótesis de deformación plana ( $\sigma_s = \varepsilon_{sm} \cdot E_s$ ), tomando la deformación media de la armadura traccionada registrada durante cada ensayo.

El valor de la resistencia a tracción del hormigón se ha calculado en función de su resistencia a compresión ( $f_{ctm} = 0.30 \cdot f_{cm}^{2/3}$ ), como se expone en la ecuación 5.1-3a del MC2010.

Por tanto, el principal objetivo de este apartado es realizar un análisis comparativo entre los resultados experimentales, los resultados obtenidos de los modelos de regresión múltiple planteados y los obtenidos de aplicar la formulación del MC2010 referente al cálculo del ELS de fisuración de HRF.

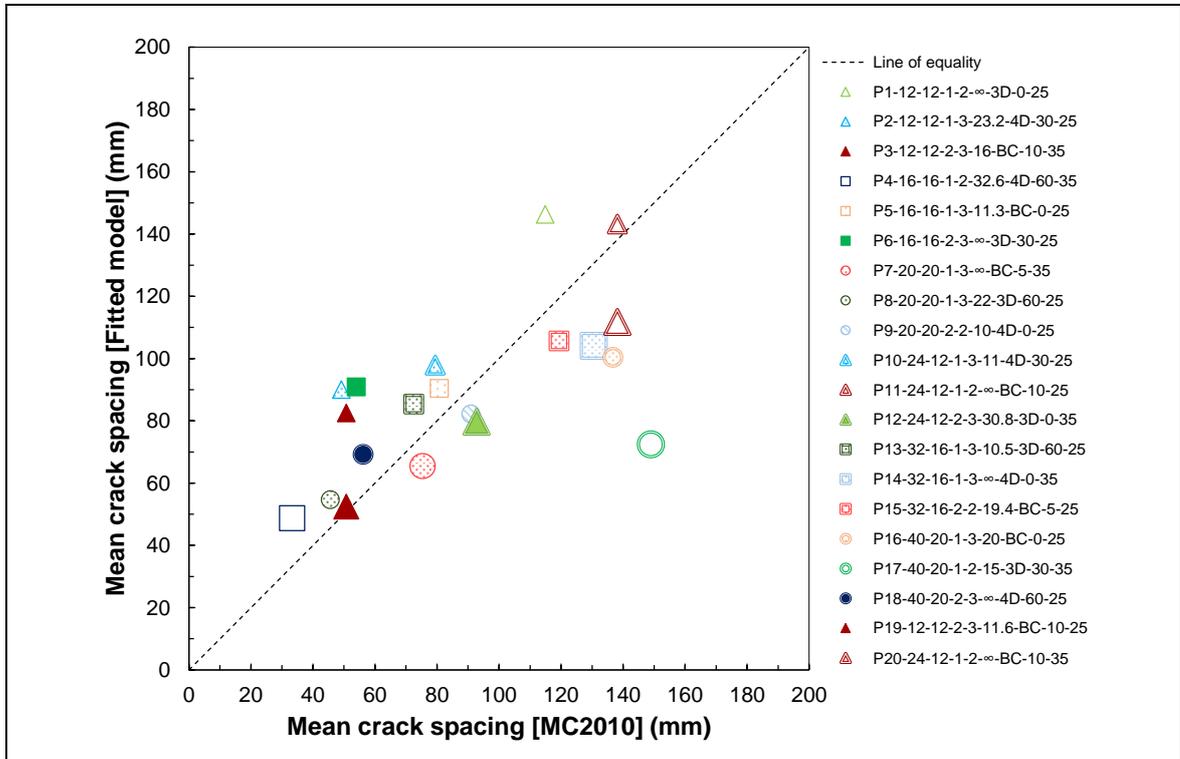
3.5.4.1. Separación media entre fisuras

La **Figura 3.35.a** relaciona las predicciones basadas en la ecuación (3.7) con las separaciones medias entre fisuras observadas experimentalmente. Adicionalmente, se expone en la **Figura 3.35.b** una comparación entre el modelo de regresión múltiple planteado para la separación media entre fisuras (ecuación 3.4) y los valores observados. Como es lógico, el modelo de regresión múltiple se ajusta mejor a los valores experimentales que la formulación planteada en MC2010.



**Figura 3.35.** a) Separación media entre fisuras calculada según MC2010 vs valores observados; b) Separación media entre fisuras según modelo de regresión múltiple vs valores observados

La **Figura 3.36** relaciona la separación media entre fisuras estimada según MC2010 y la obtenida aplicando el modelo de regresión múltiple planteado (ecuación 3.4). Se ha adoptado este enfoque debido a que la predicción del modelo, basado en una técnica de Diseño De Experimentos, puede aceptarse como la tendencia lógica de los resultados de todos los ensayos, disminuyendo su variabilidad.



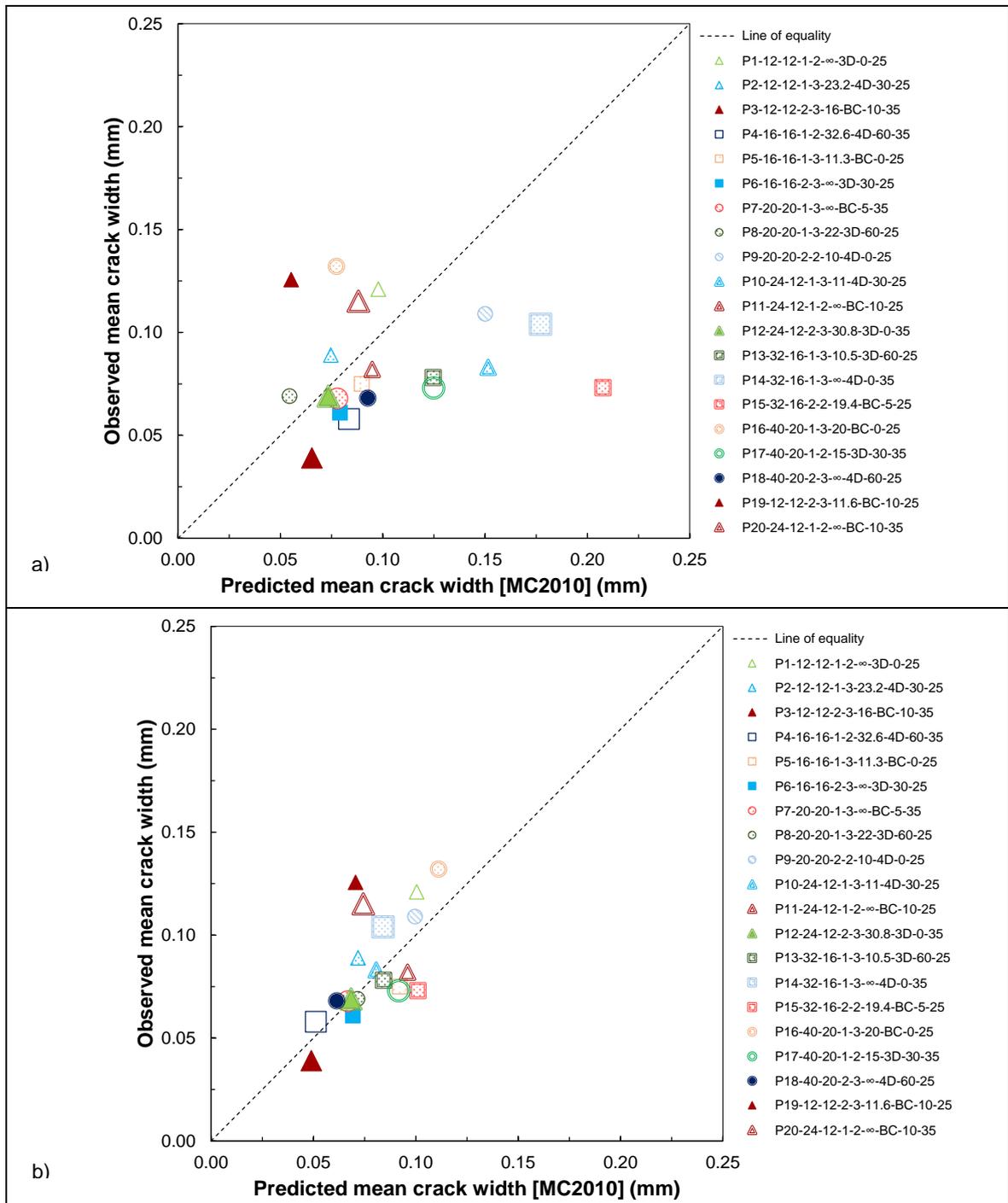
**Figura 3.36.** Separación media entre fisuras según MC2010 vs valores ajustados de la separación media entre fisuras en base al modelo de regresión múltiple

Del análisis de la **Figura 3.36** se extraen las siguientes observaciones:

- Aunque los resultados tienden a ajustarse al modelo de regresión, excepto la viga P17 representa un punto atípico. Probablemente, la presencia de estribos ha tenido un efecto importante.
- Se ha observado que para elementos con valores del parámetro  $f_{r1}$  altos (vigas P2, P4, P8, P13 y P18), superiores a 4.7 MPa, la formulación del MC2010 tiende a sobreestimar el efecto reductor de la separación entre fisuras que producen las fibras. Esto tiende a difuminarse cuando aumenta la cuantía de armado ( $\rho_{s,ef}$ ), obteniendo valores que se aproximan mejor a los estimados por el modelo de regresión múltiple.
- El coeficiente R-cuadrado entre la separación media entre fisuras según MC2010 y la obtenida del modelo de regresión múltiple planteado (ecuación 3.4) adopta un valor del 42.6 %. Puede observarse que los resultados según MC2010 siguen la tendencia marcada por el modelo de regresión múltiple obtenido.

3.5.4.2. Ancho medio de fisura

En la **Figura 3.37.a** se comparan las predicciones del ancho medio de fisura según MC2010 (ecuación 3.8) con los valores observados; mientras que en la **Figura 3.37.b** se relacionan con los valores obtenidos del modelo de regresión múltiple (ecuación 3.6).



**Figura 3.37.** a) Ancho medio de fisura calculado según MC2010 vs valores observados b) Ancho medio de fisura según modelo de regresión múltiple vs valores observados

En la **Figura 3.38** se relacionan el ancho medio de fisura según MC2010 y el valor obtenido según el modelo de regresión múltiple planteado (ecuación 3.6).

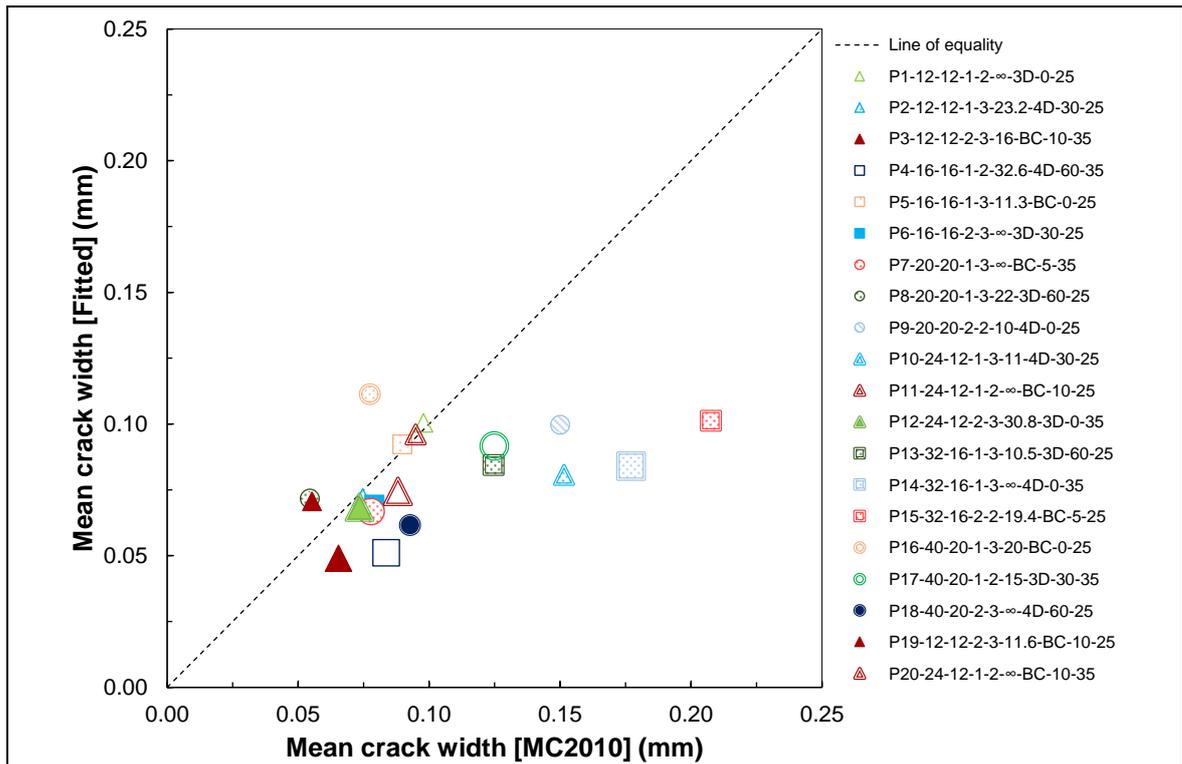


Figura 3.38. Ancho medio de fisura según MC2010 vs valores ajustados del ancho medio de fisura en base al modelo de regresión múltiple

Después de examinar la Figura 3.38 se destacan las siguientes observaciones:

- Los valores del ancho medio de fisura tienden a ser inferiores a los obtenidos según el MC2010. Principalmente en las vigas P15, P14, P10 y P9. A excepción de la viga P14 (con  $f_{Rl} = 4.7$  MPa), presentan valores parámetro  $f_{Rl}$  inferiores a 1.1 MPa, y una cuantía eficaz de armado ( $\rho_{s,ef}$ ) que oscila entre 2.0 y 2.9 %. Ambas variables se relacionan con el ratio entre el valor esperado y el obtenido del ancho de fisura mediante el cociente  $f_{Rl}/\rho_{s,ef}$  (Figura 3.39). Para valores de  $f_{Rl}/\rho_{s,ef}$  inferiores a 50 MPa y superiores a 200 MPa la formulación tiende a dar valores excesivamente inferiores a los esperados.

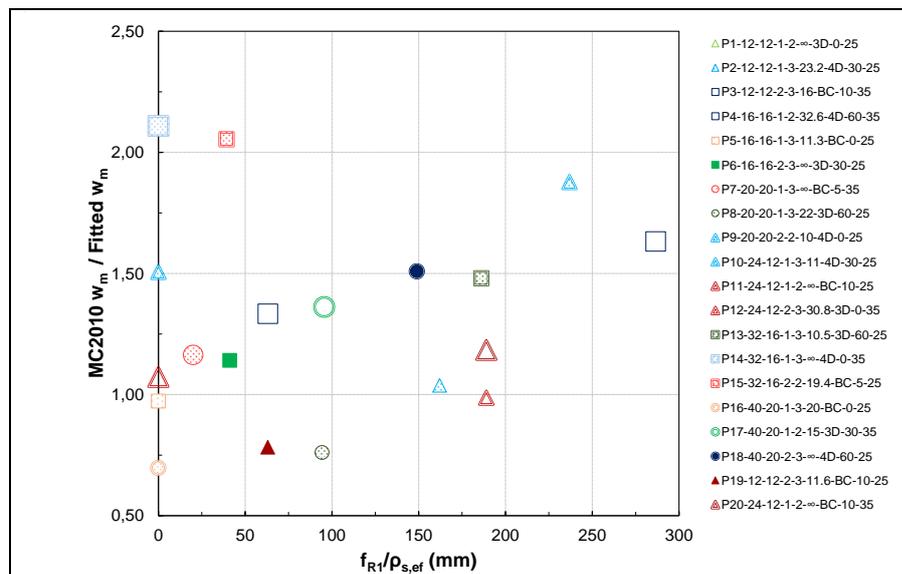


Figura 3.39.  $f_{Rl}/\rho_{s,ef}$  Vs ratio entre valor calculado y esperado del ancho de fisura (MC2010  $w_m$  / Fitted  $w_m$ )

- El coeficiente R-cuadrado entre el valor esperado el ancho de fisura mediante el modelo de regresión múltiple y el obtenido en base al MC2010 es del 24.1 %. Aunque los valores de ancho de fisura calculados según MC2010 no presentan un buen ajuste a los esperados, se obtienen en la mayoría de los casos valores del lado de la seguridad.

### 3.5.5. Relación entre el ancho medio y el ancho característico de fisura

Como fue indicado en apartados anteriores, existe una relación entre el valor característico y el valor medio del ancho de fisura en elementos de hormigón armado, expresada en términos de un factor  $\beta = w_d/w_m$ . Este factor generalmente adopta valores que oscilan entre 1.3 para la etapa de formación de fisuras y 1.7 para la fase de fisuración estabilizada (Borosnyói y Balázs, 2005; MC2010; UNE-EN 1992-1-1). Khorami et al. (2021) indica que este factor puede adoptar valores superiores a 2.0.

En la **Figura 3.40** se muestra un gráfico de dispersión que relaciona el factor  $\beta$  frente a la deformación media en el baricentro de las armaduras de tracción ( $\epsilon_{sm}$ ) para cada viga ensayada. Para el rango de deformaciones medias  $\epsilon_{sm}$  entre 1.0 ‰ y 2.6 ‰ el factor  $\beta$  oscila entre 1.3 y 1.9, adoptando un valor medio de 1.6, valores cercanos a los límites establecidos en los códigos estructurales. Sin embargo, la viga P4-16-16-1-2-32.6-4D-60-35 adopta un valor del factor  $\beta = 2.2$  para una deformación media del 2.6 ‰.

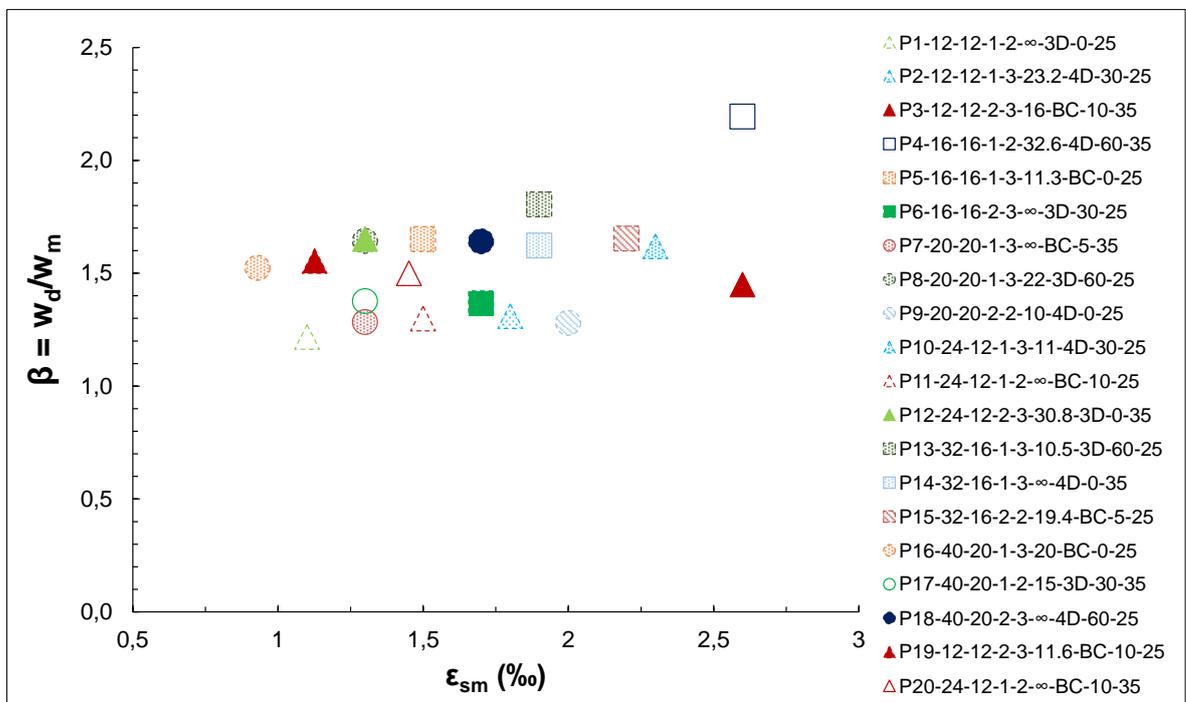


Figura 3.40. Ratio entre el valor de diseño y el valor característico del ancho de fisura de las vigas ensayadas

### 3.6. Conclusiones

El presente estudio experimental se ha centrado en la fisuración en servicio de piezas de hormigón armado sometidas a flexión pura, para las que se han considerado distintos niveles de recubrimiento ( $\emptyset$ ;  $2\emptyset$ ), cuantías de armado ( $\emptyset = 12 - 16 - 20$  mm;  $n^\circ$  de barras por capa = 2 – 3;  $n^\circ$  de capas = 1 – 2), separación entre estribos ( $s_t =$  canto útil;  $s_t = 0.5 \cdot$  canto útil; sin estribos), tipo de fibra (de acero = Dramix 3D y Dramix 4D; sintéticas = Barchip 48), contenido en fibras ( $C_f = 0 - 30 - 60$  kg/m<sup>3</sup> para las de acero;  $C_f = 0 - 5 - 10$  kg/m<sup>3</sup> para las sintéticas) y alto de viga ( $h = 25 - 35$  cm). Estas vigas tenían 18 cm de ancho y 3.70 m de longitud. Además, se fijó una única calidad de hormigón C50/60 (UNE-EN 1992-1-1).

Complementariamente, se han realizado ensayos sobre los materiales para estimar sus propiedades mecánicas.

Los resultados obtenidos de los ensayos de fisuración se han modelizado mediante un Análisis de Regresión Múltiple, con la finalidad de inferir qué parámetros son los más influyentes en el proceso de fisuración del hormigón armado y reforzado con fibras. Adicionalmente, se han comparado los resultados obtenidos del Modelo de Regresión Múltiple con los valores estimados por la formulación propuesta en MC2010 (fib, 2013).

En este apartado se resumen las conclusiones principales obtenidas en cada uno de estos ámbitos de estudio.

#### 3.6.1. Sobre las propiedades mecánicas de los materiales

##### 3.6.1.1. Resistencia a compresión simple (UNE-EN 12390)

- Se ha obtenido un hormigón con resistencia a compresión simple  $f_{cm,cylinder} = 53.0$  MPa y  $f_{cm,cube} = 58.6$  MPa. Estos valores se ajustan a la calidad del hormigón que se había establecido como objetivo para la campaña experimental (C50/60).
- La adición de fibras no produce una variación significativa de la resistencia a compresión del hormigón, aspecto suficientemente estudiado por la comunidad científica (e.g. Bentur & Mindess, 1990).

##### 3.6.1.2. Resistencia a la tracción por flexión (UNE-EN 14651)

- Los valores medios de la resistencia pico ( $f_L$ ), presentan cierta sensibilidad al tipo y contenidos de fibras, presentando un Coeficiente de Variación CV (%) = 14.7. No obstante, esta influencia es mucho más notable para los valores medios de las resistencias residuales ( $f_{R1}$ ,  $f_{R2}$ ,  $f_{R3}$  y  $f_{R4}$ ), obteniendo valores del CV (%) = 62.7 – 53.7.

Esto evidencia que el efecto de las fibras es más notable en la región fisurada del material.

- Todas las mezclas presentaron una relación una relación  $f_{R1}/f_L$  superior a 0.4 (límite fijado por MC2010 para uso estructural), a excepción de BarChip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>), que adoptan una relación  $f_{R1}/f_L = 0.3$ .
- Las fibras Dramix 4D presentaron un mejor comportamiento postfisuración. Por tanto, se pone de manifiesto que el número de ganchos y la longitud de las fibras tienen gran influencia en la fisuración del hormigón reforzado con fibras.
- Las mezclas con fibras Dramix 4D (30 kg/m<sup>3</sup>) y las mezclas Dramix 3D (60 kg/m<sup>3</sup>) presentaron un comportamiento postfisuración similar.
- Las mezclas con fibras Dramix 3D (30 kg/m<sup>3</sup>) y las mezclas BarChip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>) presentan un rendimiento postfisuración asimilable, principalmente en el parámetro  $f_{R1}$ . Para mayores niveles de deformación ( $f_{r2}$ ,  $f_{r3}$  y  $f_{r4}$ ) las mezclas con fibras BarChip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>) registraron valores más altos.
- Las mezclas con fibras BarChip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>) presentan valores bajos del parámetro  $f_{R1}$ , aunque el comportamiento postfisuración mejora a medida que aumenta el nivel de deformación. De este modo, presentan valores de  $f_{r3}$  y  $f_{r4}$  similares a las mezclas con fibras Dramix 3D (30 kg/m<sup>3</sup>).
- Se observa una disminución del Coeficiente de Variación en todos los casos a medida que aumenta el nº de fibras. Esto se debe a la dificultad que supone la correcta y uniforme distribución de fibras en la matriz de hormigón cuando son añadidas en contenidos bajos.

### **3.6.2. Sobre la fisuración de las vigas ensayadas**

#### 3.6.2.1. Relación entre el ancho medio y el ancho característico de fisura

Se ha calculado el cociente entre el ancho medio y el ancho característico de fisura para las vigas ensayadas (factor  $\beta$ ), adoptando un valor  $\beta = 1.6$ . Valor que se adecúa a los incluidos en los códigos estructurales, que oscila entre 1.3 y 1.7 (UNE-EN 1992-1-1; MC2010)

#### 3.6.2.2. Modelos de regresión múltiple de los esquemas de fisuración obtenidos

Los resultados obtenidos de los ensayos de fisuración han sido modelizados mediante un Análisis de Regresión Múltiple para establecer qué factores tienen un mayor efecto en los parámetros de fisuración analizados (ancho medio de fisura y separación media entre fisuras). Adicionalmente, se han planteado unas ecuaciones descriptivas que relacionan tales parámetros con los factores de mayor importancia relativa.

Para la separación media entre fisuras se ha planteado un modelo lineal que incluye las siguientes variables explicativas:

- Recubrimiento de hormigón nominal
- Recubrimiento mecánico
- Diámetro de las barras de refuerzo longitudinales
- Cuantía eficaz de armado
- Separación entre estribos
- Longitud de las fibras
- Contenido en fibras
- Resistencia residual a flexotracción  $f_{RI}$
- Alto de la viga

Finalmente, las variables que resultaron tener mayor efecto en el valor de la separación entre fisuras fueron la cuantía eficaz de armado, la separación entre estribos, la resistencia residual  $f_{RI}$  y el alto de la viga. Se han destacado las siguientes observaciones del modelo obtenido:

- La cuantía de armado es el factor más influyente en la separación entre fisuras, con un p-valor  $< 0.01$ . Del mismo modo, el alto de la viga ejerce una influencia muy importante, con un p-valor cercano a 0.01. Por tanto, las características mecánicas de la sección tienen mayor influencia en la propagación de fisuras que la resistencia residual aportada por las fibras.
- La separación entre estribos ejerce una influencia significativa en la separación media entre fisuras, aspecto no contemplado en los códigos estructurales. Menores distancias entre estribos conducen a un menor espaciado entre las fisuras.
- La longitud de las fibras y su contenido ejercen una menor importancia relativa en la fisuración que la resistencia residual ( $f_{RI}$ ). Esto se adecúa al planteamiento del MC2010 para la estimación del ancho de fisura en hormigones reforzados con fibras.

Para al ancho medio de fisura se planteó un modelo que incluye las siguientes variables:

- Deformación media de las barras de acero
- Recubrimiento de hormigón nominal
- Recubrimiento mecánico
- Diámetro de las barras de refuerzo longitudinales
- Cuantía eficaz de armado
- Resistencia residual a flexotracción  $f_{RI}$
- Alto de la viga

Finalmente, las variables más explicativas del ancho medio de fisura fueron el diámetro de las barras, la cuantía eficaz de armado, la resistencia residual  $f_{Rl}$  y el alto de la viga, extrayendo las siguientes observaciones:

- La deformación media de las barras de acero ( $\epsilon_{sm}$ ) fue una variable no explicativa del ancho medio de fisura. Esto carece de lógica y se debe a que las vigas ensayadas han experimentado un valor de  $\epsilon_{sm}$  que se aproxima al 1.25 ‰ en todos los casos, que fue el criterio de parada del ensayo, no existiendo una variación importante de este factor.
- El diámetro de las barras de acero y la cuantía eficaz de armado ejercen una influencia significativa en el ancho de fisura. El modelo obtenido plantea un incremento del ancho de fisura a medida que aumenta el diámetro de las barras; mientras que disminuye al aumentar la cuantía eficaz del armado. Esto se conoce como el efecto  $\phi_s/\rho_{s,ef}$ .
- La resistencia residual  $f_{Rl}$  es la variable más significativa en el ancho medio de fisura, con un p-valor cercano a 0.01. Según el modelo obtenido, el ancho medio de fisura es menor cuando aumenta su valor. Por tanto, el planteamiento expuesto en MC2010 resulta coherente a la luz de los resultados obtenidos.
- El alto de la viga ejerce una influencia significativa en el ancho de fisura, siendo ésta menor a medida que aumenta el alto de la viga.

### **3.6.2.3. Discusión de la formulación del MC2010 para el ELS de fisuración en HRF**

Se ha efectuado una comparación entre los modelos de regresión múltiple ajustados y la formulación propuesta en MC2010, centrado en los valores medios de separación y ancho de fisura. Se ha adoptado este enfoque debido a que la predicción del modelo, basado en una técnica de Diseño De Experimentos, puede aceptarse como la tendencia lógica de los resultados.

Para la separación media entre fisuras se han destacado las siguientes conclusiones:

- Los resultados de la formulación planteada por MC2010 siguen la tendencia marcada por el modelo de regresión múltiple.
- Para elementos con valores del parámetro  $f_{rl}$  altos, entre 4.7 y 8.0 MPa, la formulación del MC2010 tiende a sobreestimar el efecto reductor de la separación entre fisuras que producen las fibras.

Los valores del ancho medio de fisura calculados según MC2010 no siguen la tendencia marcada por el modelo de regresión múltiple. Los valores calculados según MC2010 presenta valores muy conservadores, especialmente cuando se esperan valores altos del ancho de fisura.

### 3.7. Futuros trabajos

La campaña experimental y el posterior análisis de los resultados han permitido efectuar una amplia investigación de la fisuración de vigas de hormigón armado con distintos tipos y contenidos en fibras. En consecuencia, se ha determinado qué factores presentan mayor influencia en la fisuración de estos elementos mediante técnicas estadísticas. Además, se ha realizado una discusión de la formulación sobre el cálculo del ancho de fisura propuesta en MC2010.

Se proponen las siguientes líneas de investigación en las que orientar futuros trabajos:

- Realizar un análisis más profundo de los modelos de regresión múltiple planteados, analizando la existencia de contribuciones cuadráticas de las variables planteadas o de interacciones entre ellas.
- Considerar en el análisis planteado la inclusión de un factor de orientación que afecte al parámetro de la resistencia residual  $f_{r1}$ . Así como incluir valores de este parámetro obtenidos a través de ensayos distintos al UNE-EN 14651.
- Investigar la aplicación de los modelos planteados a otros tipos de hormigones, como pueden ser los hormigones de ultra alta resistencia (UHPC) y hormigones de ultra alto rendimiento reforzados con fibras (UHPRFC).
- Realizar un análisis similar con cargas de larga duración, con la finalidad de evaluar el efecto de la relajación de la resistencia residual aportada por las fibras.

## Capítulo 4. Aplicación práctica al diseño de vigas prefabricadas para la cubierta de depósitos

### 4.1. Introducción

El objetivo de este capítulo es analizar la utilidad de los hormigones reforzados con fibras estudiados en el Capítulo 3 al diseño de vigas prefabricadas para cubiertas de depósito de aguas municipales. Estos elementos están ubicados en un ambiente agresivo, siendo de vital importancia el control de la fisuración.

La metodología seguida comienza con el cálculo de las vigas que componen la cubierta de un depósito, constituidas de hormigón armado tradicional. Tras ello, se realizará el mismo cálculo considerando el efecto de las fibras que fueron estudiadas en el Capítulo 3. Con ello, se pretende analizar la mejora en rendimiento de estos elementos estructurales para su aplicación práctica por parte de empresas prefabricadoras.

### 4.2. Descripción de la cubierta del depósito

#### 4.2.1. Esquema básico de la cubierta planteada

El esquema básico de la planta consiste en un depósito de 2 cámaras, que tiene un ancho  $B = 15.1$  m y una longitud de vano  $L = 20.0$  m (**Figura 4.1**).

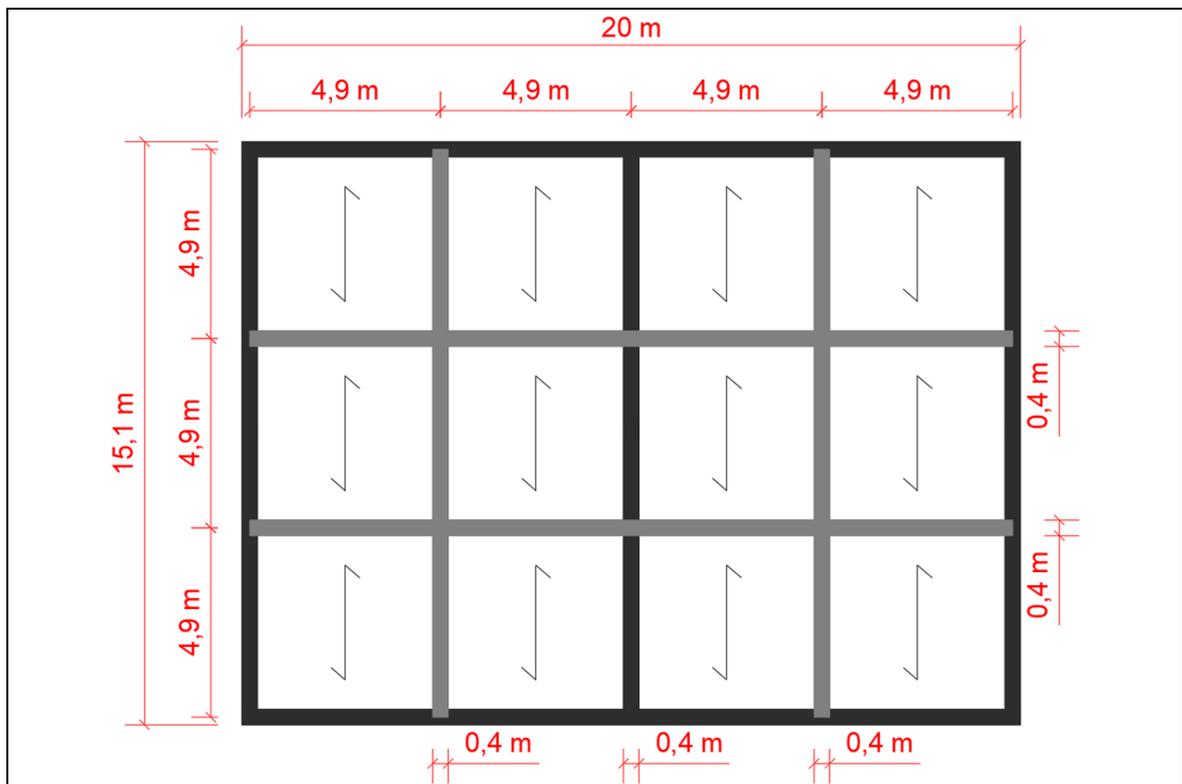


Figura 4.1. Configuración en planta de la cubierta del depósito

La cubierta está formada por un forjado de placas alveolares de 20 cm de espesor sobre el que descansa una capa de compresión de 5 cm. Lo anterior se apoya en pórticos formados por 14 vigas prefabricadas de ancho  $b = 0.4$  m y alto  $h = 0.6$  m, que se encuentran simplemente apoyadas sobre las ménsulas cortas de los muros que conforman las cámaras del depósito y sobre los pilares (Figura 4.2). A efectos de cálculo, se considera que los esfuerzos horizontales son asumidos íntegramente por los muros del depósito. Para el análisis estructural de las vigas se considerará como luz de cálculo la distancia entre ejes de apoyo, que adopta en todos los casos un valor  $l = 4.9$  m.

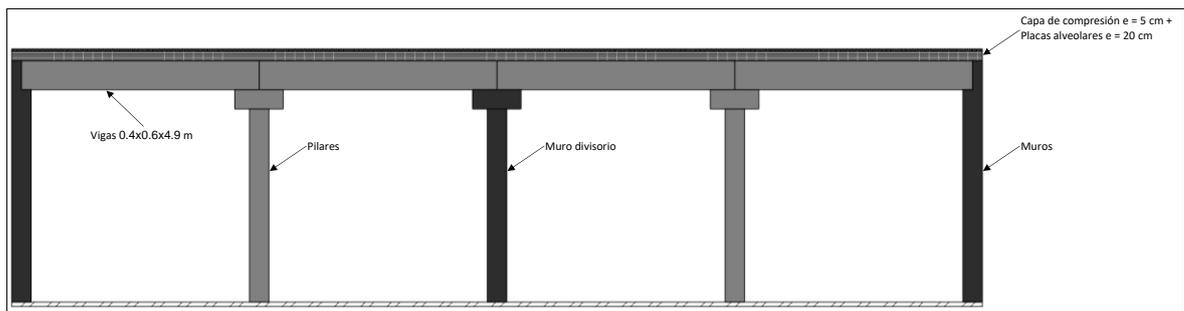


Figura 4.2. Vista transversal de la estructura del depósito

#### 4.2.2. Materiales

Las vigas prefabricadas que conforman la cubierta del depósito se constituyen de hormigón armado, con un hormigón C50/60 y un acero del tipo B500SD.

Posteriormente, se realizarán los cálculos estructurales incluyendo 3 tipos de fibras (Dramix 3D, Dramix 4D y BarChip 48), adoptando los contenidos y propiedades mecánicas obtenidas en la campaña experimental.

##### 4.2.2.1. Resistencias

– Hormigón C50/60

Resistencia característica  $\rightarrow f_{ck} = 50 \text{ MPa}$

Resistencia a compresión  $\rightarrow f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{50}{1.5} = 33.3 \text{ MPa}$

Resistencia media a compresión 28 días  $\rightarrow f_{cm} = f_{ck} + 8 = 38 \text{ MPa}$

Resistencia media a tracción 28 días  $\rightarrow f_{ctm} = 0.30 \cdot f_{ck}^{2/3} = 4.1 \text{ MPa}$

Módulo de Young  $\rightarrow E_c = 8.500 \cdot \sqrt[3]{f_{cm}} = 32.900 \text{ MPa}$

– Acero B500SD

Resistencia característica  $\rightarrow f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

Resistencia a tracción  $\rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434.8 \text{ MPa}$

Resistencia a compresión  $\rightarrow f_{yc,d} = f_{yd} \neq 400 \text{ MPa} \rightarrow f_{yc,d} = 400 \text{ MPa}$

– Fibras

Dramix 3D (30 kg/m<sup>3</sup>)  $\rightarrow f_{R1} = 2.4 \text{ MPa}; f_{R3} = 1.9 \text{ MPa}$

Dramix 3D (60 kg/m<sup>3</sup>)  $\rightarrow f_{R1} = 5.2 \text{ MPa}; f_{R3} = 4.6 \text{ MPa}$

Dramix 4D (30 kg/m<sup>3</sup>)  $\rightarrow f_{R1} = 4.7 \text{ MPa}; f_{R3} = 4.4 \text{ MPa}$

Dramix 4D (60 kg/m<sup>3</sup>)  $\rightarrow f_{R1} = 8.0 \text{ MPa}; f_{R3} = 9.2 \text{ MPa}$

Barchip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>)  $\rightarrow f_{R1} = 1.1 \text{ MPa}; f_{R3} = 1.8 \text{ MPa}$

Barchip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>)  $\rightarrow f_{R1} = 2.5 \text{ MPa}; f_{R3} = 3.8 \text{ MPa}$

#### 4.2.2.2. Recubrimientos

La estructura se constituye de hormigón armado y el ambiente de la zona donde se encuentra la estructura es XD2 (Tabla 4.1 de EC2).

El recubrimiento nominal del hormigón se obtiene mediante la siguiente relación (art. 4.4.1.1 de EC2):

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad (4.1)$$

Clase estructural S6:

Clase estructural referencia para 50 años  $\rightarrow$  S4

Vida útil de 100 años (Tabla 4.3N de EC2)  $\rightarrow$  Subir 2 clases (S6)

Clase resistente C50/58  $\rightarrow$  No modifica (S6)

Por tanto (Tabla 4.4N de EC2):  $c_{min} = 50 \text{ mm}$

Margen de recubrimiento (Anexo Nacional EC2):  $\Delta c_{dev} = 10 \text{ mm}$

De lo anterior resulta:  $c_{nom} = 50 + 10 = 60 \text{ mm}$

#### 4.2.2.3. Armadura longitudinal mínima y máxima

Los requisitos de armadura longitudinal mínima y máxima se han definido según el art. 9.2.1.1 de EC2.

Mínima (art. 9.2.1.1 de EC2):

$$A_{s,min} = \frac{W}{z} \cdot \frac{f_{ctm,fl}}{f_{yd}} = \frac{b \cdot h^2 / 6}{0.8 \cdot h} \cdot \frac{(1.6 - h/1000) \cdot f_{ctm}}{f_{yd}} = 468.2 \text{ mm}^2 \quad (4.2)$$

Máxima (art. 9.2.1.1 de EC2):

$$A_{s,max} = 0,04 \cdot A_{s,max} = 9\,600 \text{ mm}^2 \quad (4.3)$$

### 4.3. Cálculo de acciones

#### 4.3.1. Valores característicos de las acciones

Los valores característicos de las acciones se han definido siguiendo los criterios establecidos en CTE DB SE-AE (Ministerio de Fomento, 2009). Se ha considerado la actuación del peso propio del forjado más la capa de compresión, la sobrecarga de uso y la carga de nieve (Tabla 4.1), todas ellas de sentido gravitatorio.

Tabla 4.1. Valores característicos de las acciones consideradas

Acción	Carga uniforme (kN/m <sup>2</sup> )	Longitud (m)	Carga lineal (kN/m)
Peso propio forjado <sup>(1)</sup>	3.0	4.9	14.7
Sobrecarga de uso <sup>(2)</sup>	1.0	4.9	4.9
Carga de nieve <sup>(3)</sup>	1.0	4.9	4.9

(1) Placas alveolares + capa de compresión, (2) Cubierta únicamente accesible para conservación con inclinación inferior a 20°, (3) Cubierta plana y altitud inferior a 1 000 m

#### 4.3.2. Valores representativos de las acciones

Para las acciones permanentes (peso propio forjado) se considera un único valor representativo, coincidente con el valor característico ( $G_k$ ). En cuanto a las acciones variables (sobrecarga de uso y carga de nieve), pueden diferenciarse cuatro valores representativos: el valor característico ( $Q_k$ ) cuando actúa aisladamente; el valor de combinación ( $\Psi_0 Q_k$ ) cuando actúa en compañía de alguna otra acción variable, con una pequeña probabilidad de concomitancia; el valor frecuente ( $\Psi_1 Q_k$ ), sobrepasado durante un período de corta duración respecto a la vida útil; y el valor cuasi-permanente ( $\Psi_2 Q_k$ ), sobrepasado durante una gran parte de la vida útil.

Los valores de los coeficientes de concomitancia ( $\Psi_i$ ) se han extraído de la Tabla 4.2 del CTE DB SE-AE (Tabla 4.2).

Tabla 4.2. Coeficientes de simultaneidad de las acciones variables consideradas

Acción	$\Psi_1$	$\Psi_2$	$\Psi_3$
Sobrecarga de uso	0	0	0
Carga de nieve	0.6	0.2	0

### 4.3.3. Valores de cálculo de las acciones

Los valores de cálculo de las acciones son aquellos obtenidos del producto entre el valor representativo de la acción y un determinado coeficiente parcial de seguridad.

Los valores de los coeficientes parciales de seguridad se han obtenido del art. 12.1 de la EHE-08. Los valores considerados para las comprobaciones de los Estados Límite Últimos y de los Estado Límite de Servicio se muestran en la [Tabla 4.3](#).

**Tabla 4.3.** Coeficientes parciales de seguridad considerados

<b>Acción</b>		<b>Estado Límite Último</b>	<b>Estado Límite de Servicio</b>
Peso propio forjado	$\gamma_G$	1.35	1.00
Sobrecarga de uso	$\gamma_{Qu}$	1.50	1.00
Carga de nieve	$\gamma_{Qn}$	1.50	1.00

### 4.3.4. Combinación de acciones

Las combinaciones de las acciones consideradas se realizarán tomando como referencia lo establecido en la EHE-08.

Para las comprobaciones en Estado Límite Último, se ha considerado la situación persistente o transitoria:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,k} \cdot G_{k,j}^* + \gamma_p \cdot P_k + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.4)$$

Donde:

- $G_{k,j}$ : Valor representativo de cada acción permanente
- $G_{k,j}^*$ : Valor representativo de cada acción permanente de valor no constante
- $P_k$ : Valor característico de la acción del pretensado.
- $Q_{k,j}$ : Valor representativo (valor característico) de la acción variable dominante
- $\psi_{0,i} Q_{k,i}$ : Valores representativos (valores de combinación) de las acciones variables concomitantes con la acción variable dominante.

Para las comprobaciones en Estado Límite de Servicio, se ha considerado la situación cuasi-permanente:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,k} \cdot G_{k,j}^* + \gamma_p \cdot P_k + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.5)$$

Finalmente, en la [Tabla 4.4](#) se muestran los valores de cálculo de cada acción y el valor resultado de la combinación de acciones para Estado Límite Último ( $P_{ELU}$ ) y Estado Límite de Servicio ( $P_{ELS}$ ).

Tabla 4.4. Valores de cálculo de las acciones

Acción	Estado Límite Último (kN/m)	Estado Límite de Servicio (kN/m)
Peso propio forjado	19.8	14.7
Sobrecarga de uso	7.4	0
Carga de nieve	4.4	0
	<b>P<sub>ELU</sub> = 31.6</b>	<b>P<sub>ELS</sub> = 14.7</b>

## 4.4. Dimensionamiento de vigas de hormigón tradicional

### 4.4.1. Estado Límite Último de flexión simple

Para la comprobación de la sección en Estado Límite Último de flexión simple se ha adoptado el diagrama rectangular de tensión expuesto en el art. 3.1.7 del EC2 (Figura 4.3).

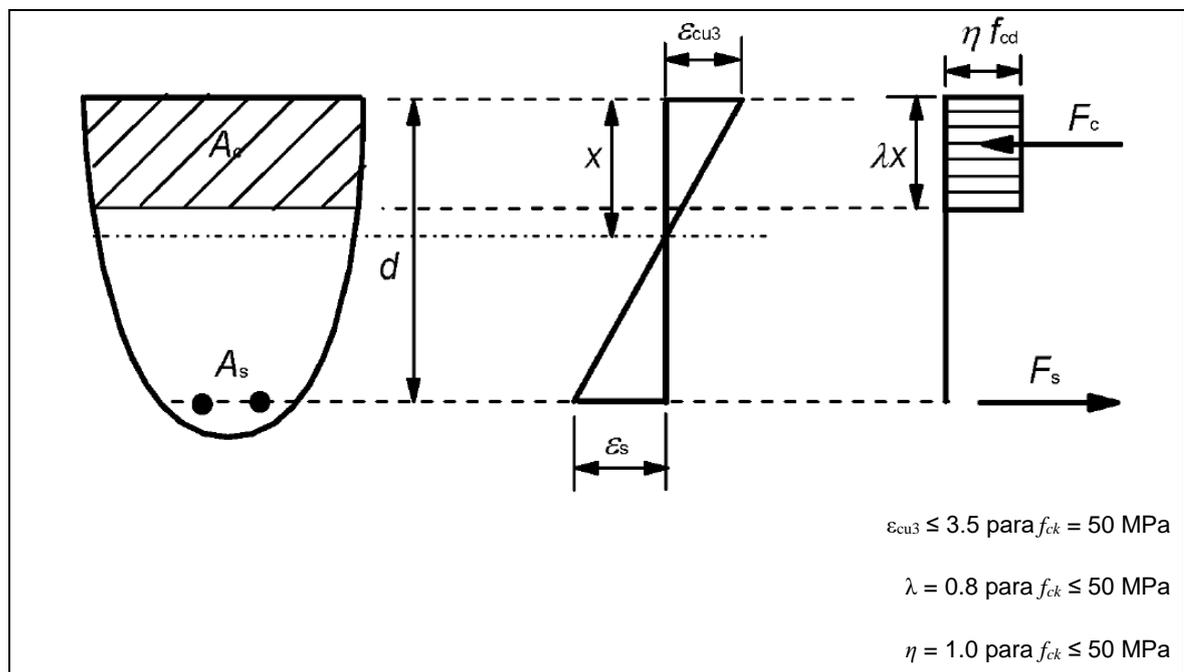


Figura 4.3. Diagrama rectangular de la tensión (Fuente: Figura 3.5 de EC2)

El proceso de cálculo es iterativo, basado en asumir un valor de la curvatura ( $1/r$ ) del perfil de deformaciones, una posición de la fibra neutra ( $x$ ) y un área de armadura traccionada ( $A_s$ ). Resolviendo el equilibrio rotacional y longitudinal se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\epsilon_c = 1/r \cdot x \tag{4.6}$$

$$\epsilon_c = 1/r \cdot (d - x) \tag{4.6}$$

$$\sum F_H = 0 \rightarrow F_s = F_c \rightarrow \sigma_s \cdot A_s = \eta \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot x \tag{4.7}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{int} = M_{Ed} &\rightarrow \sigma_s \cdot A_s \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right) = M_{Ed} \\ &= \eta \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot x \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right) = M_{Ed} \end{aligned} \tag{4.8}$$

El momento flector de cálculo ( $M_{Ed}$ ) adopta la siguiente expresión para una viga simplemente apoyada sometida a una carga uniformemente repartida:

$$M_{Ed} = \frac{P \cdot L^2}{8} = \frac{31.6 \cdot 4.9^2}{8} = 94.85 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (4.9)$$

Los resultados del análisis seccional se exponen en la **Tabla 4.5**.

**Tabla 4.5.** Resultados del análisis seccional para las vigas con hormigón tradicional

Materiales					
	Hormigón C50/60		Acero para armar B500SD		
$f_{ck}$	50	(MPa)	$f_{yk}$	500	(MPa)
$f_{cd}$	33.3	(MPa)	$f_{yd}$	434.8	(MPa)
$E_c$	32902	(MPa)	$E_s$	200000	(MPa)
Datos geométricos					
b	400	(mm)	$\varnothing_{estribos}$	8	(mm)
h	600	(mm)	$\varnothing_s$	16	(mm)
c	60	(mm)	d	524	(mm)
Cálculo y comprobación					
$M_{Ed}$	94.85	(kN·m)			
$A_s$	422.9	(mm <sup>2</sup> )			
$1/r$	2.00E-05	(mm <sup>-1</sup> )			
x	17.2	(mm)			
$\epsilon_c$	0.00034				
$\epsilon_s$	0.01014				
$\sigma_s$	434.8	(MPa)			

Se observa que la sección requiere un armado  $A_s = 442.9 \text{ mm}^2$ .

#### 4.4.2. Estado Límite Último de agotamiento por cortante

Para la comprobación de la resistencia a cortante de las secciones con hormigón armado tradicional se ha seguido lo especificado en el art. 6.2 del EC2.

El valor de diseño del cortante adopta la siguiente expresión, teniendo en cuenta que las vigas se encuentran simplemente apoyadas:

$$V_{Ed} = \frac{P \cdot L}{2} = \frac{31.6 \cdot 4.9}{2} = 77.4 \text{ kN} \quad (4.10)$$

En primer lugar, se calcula la contribución del hormigón y la armadura longitudinal en el esfuerzo cortante resistido por la sección ( $V_{Rd,c}$ ):

$$V_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot [(100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (4.11)$$

Donde:

- $\gamma_c$  es el coeficiente de minoración de la resistencia del hormigón (= 1.5)
- $k = 1 + \sqrt{\frac{d \text{ (mm)}}{200}}$
- $\rho_l$  es la cuantía de armado longitudinal (=  $A_s/b_w \cdot d$ )
- $A_s$  es el área de la armadura longitudinal, se ha tomado el valor mínimo (=  $468.2 \text{ mm}^2$ )
- $b_w$  es el ancho de la viga (=  $400 \text{ mm}$ )
- $d$  es el canto útil (=  $524 \text{ mm}$ )
- $f_{ck}$  es la resistencia característica a compresión (=  $50 \text{ MPa}$ )
- $\sigma_{cp}$  es la tensión de compresión, que se desprecia a efectos de cálculo.

Como  $V_{Ed} < V_{Rd,c}$  la disposición de armadura de cortante no es necesaria. No obstante, se dispone la armadura mínima ( $\rho_{w,min}$ ), definida en el art. 9.2.2 de EC2:

$$\rho_{w,min} = (0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}})/f_{yk} = (0.08 \cdot \sqrt{50})/434.8 = 0,00113 \quad (4.12)$$

Por tanto, la separación longitudinal de la armadura de cortante será:

$$s = \frac{A_{sw}}{\rho_{w,min} \cdot b_w \cdot \sin \alpha} = 222 \text{ mm} \quad (4.13)$$

- $A_{sw} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 8^2}{4} = 100.5 \text{ mm}^2$  (Estribos de 2 ramas de 8mm de diámetro)
- $b_w = 400 \text{ mm}$
- $\sin \alpha = 1$  (Estribos colocados a  $90^\circ$  del eje longitudinal de la viga)

#### 4.4.3. Estado Límite de Servicio de Fisuración

Para la comprobación de la fisuración se ha aplicado la formulación recogida en el apartado 7.6.4.4 de MC2010, que ya fue explicada en el apartado 2.5.1. Código Modelo 2010.

El momento flector de cálculo ( $M_{Ed}$ ) adopta la siguiente expresión:

$$M_{Ed} = \frac{P \cdot L^2}{8} = \frac{14.7 \cdot 4.9^2}{8} = 44.1 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (4.14)$$

Se ha adoptado un valor límite del ancho de fisura  $w_{lim} = 0.20 \text{ mm}$  (Tabla 7.6-1 de MC2010), teniendo en cuenta que los elementos estructurales se encuentran en un ambiente de exposición XD2.

El ancho de diseño de fisura ( $w_d$ ) adopta la siguiente expresión:

$$w_d = 2 \cdot \left( k \cdot c + \frac{1}{4} \cdot \frac{f_{ctm} - f_{Ftsm}}{\tau_{bms}} \cdot \frac{\sigma_s}{\rho_{s,ef}} \right) \cdot \frac{1}{E_s} \cdot (\sigma_s - \beta \cdot \sigma_{sr} + E_s \cdot \eta_r \cdot \varepsilon_{sh}) \quad (4.15)$$

Donde:

- $k = 1$

- $c = 60 \text{ mm}$
- $f_{ctm} = 4.1 \text{ MPa}$
- $\tau_{bms} = 1.8 \cdot f_{ctm} = 7.3 \text{ MPa}$  (Tabla 7.6-2 de MC2010)
- $\varnothing_s = 16 \text{ mm}$
- $\rho_{s,ef} = \frac{A_s}{\min\{2.5 \cdot (h-d) \cdot b; [\frac{h-x}{3} \cdot b]\}} = 0.01056$
- $E_s = 200\,000 \text{ MPa}$
- $\beta = 0.6$  (Tabla 7.6-2 de MC2010)
- $\sigma_s$  se obtiene mediante análisis seccional (**Figura 4.3**)
- $\sigma_{sr} = \frac{f_{ctm} - f_{tstm}}{\rho_{s,ef}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,ef}) = 410.3 \text{ MPa}$
- $\eta_r = 0$  (Tabla 7.6-2 de MC2010)

Conviene indicar que al término de deformaciones de la ecuación (4.15) se le ha añadido la condición  $\leq 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$ , como señala EC2, puesto que se han observado términos de deformaciones que toman valores negativos.

Los cálculos realizados para la comprobación del Estado Límite de Servicio de Fisuración se exponen resumidamente en la (**Tabla 4.6**).

**Tabla 4.6.** Resultados del ELS de fisuración para las vigas con hormigón tradicional

Cálculo y comprobación del ancho de fisura según MC2010				
$M_{Ed}$	44.1	(kN·m)		
$A_s$	802.5	(mm <sup>2</sup> )	$\epsilon_c$	0.00001
$1/r$	1.023E-06	(mm <sup>-1</sup> )	$\epsilon_s$	0.00053
$x$	7.9	(mm)	$\sigma_s$	105.6 (MPa)
$l_{s,max}$	270.5	(mm)		
$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}$	0.00032			
$w_d$	0.2	(mm)		

Para el cumplimiento del ancho de fisura límite se requiere un armado  $A_s = 802.5 \text{ mm}^2$ .

#### 4.4.4. Sección final de las vigas con hormigón armado tradicional

Se han obtenido los siguientes requisitos de armadura longitudinal:

- Armadura mínima:  $A_{s,min} = 468.2 \text{ mm}^2$
- Flexión:  $A_{s,flex} = 442.9 \text{ mm}^2$
- Fisuración:  $A_{s,fis} = 802.5 \text{ mm}^2$

La armadura a disponer debe ser superior al valor máximo:

$$A_s = \{ \max (A_{s,min}; A_{s,flex}; A_{s, fis}) \} = 802.5 \text{ mm}^2$$

Se disponen 4 barras de acero B500 SD de diámetro  $\varnothing_s = 16 \text{ mm}$  ( $4\varnothing 16 \text{ mm}$ ) en la parte traccionada de la viga.

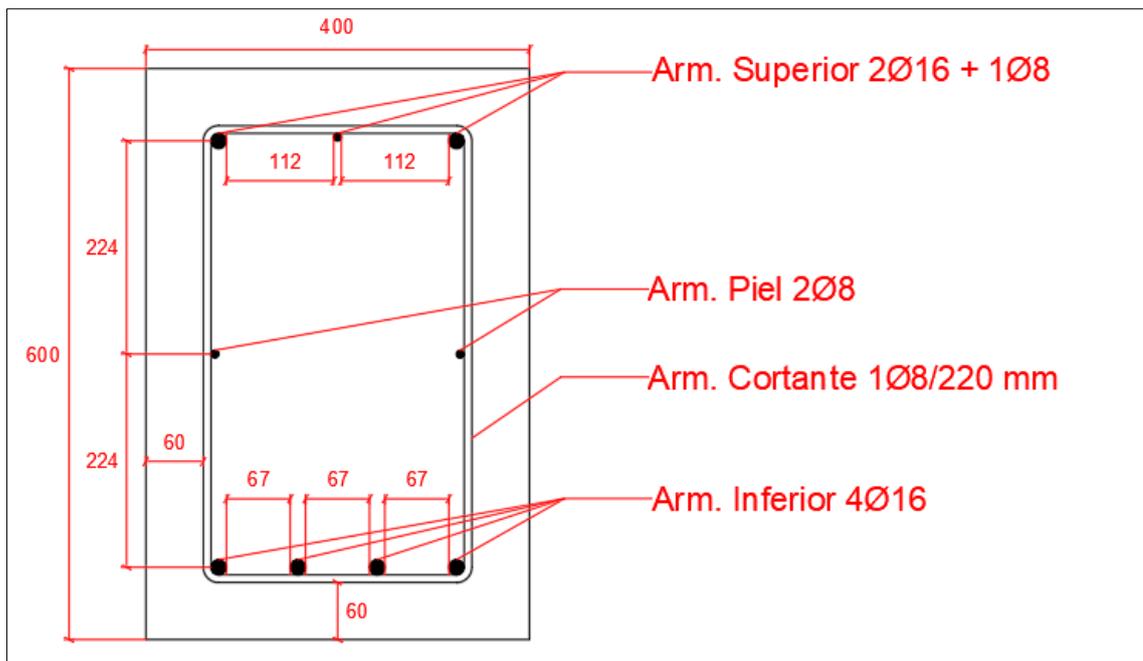
El art. 8.2 del EC2 establece que la distancia libre barras no debe ser menor que el máximo entre:

- Diámetro de la barra ( $\varnothing_s = 16 \text{ mm}$ )
- $1.25 \cdot d_g$ , siendo  $d_g$  el tamaño máximo del árido ( $= 1.25 \cdot 20 = 25 \text{ mm}$ )
- $20 \text{ mm}$

Estas condiciones se cumplen para el armado propuesto, adoptando la separación entre barras un valor de  $67 \text{ mm}$ .

En la parte superior de la viga se ha dispuesto armado que cumpla el criterio de armadura mínima ( $2\varnothing 16 + 1\varnothing 8$ ). Por último, se ha dispuesto una armadura de piel constituida por 2 barras de  $8 \text{ mm}$  de diámetro en la mitad del alto de la viga.

Los detalles de la sección se observan en la **Figura 4.4**.



**Figura 4.4.** Sección para las vigas de hormigón tradicional (cotas en mm)

#### 4.4.2. Estado Límite Último de agotamiento por cortante

### 4.5. Optimización del armado mediante la adición de fibras

En este apartado se plantea una optimización del armado mediante la inclusión de fibras en la sección, ya que aportan una resistencia adicional a la sección en estado fisurado.

### 4.5.1. Flexión simple

La comprobación de las secciones de hormigón armado reforzadas con fibras en Estado Límite Último de flexión simple es análoga a la expuesta para hormigones tradicionales (apartado 4.4.1. Estado Límite Último de flexión simple). Sin embargo, las fibras aportan una resistencia residual a tracción que se considera constante a lo largo de la parte traccionada de la pieza con un valor  $f_{Ftu} = f_{R3}/3$  (apartado 5.6.4 de MC2010). A efectos de cálculo se ha adoptado un diagrama rectangular de tensiones (**Figura 4.5**).

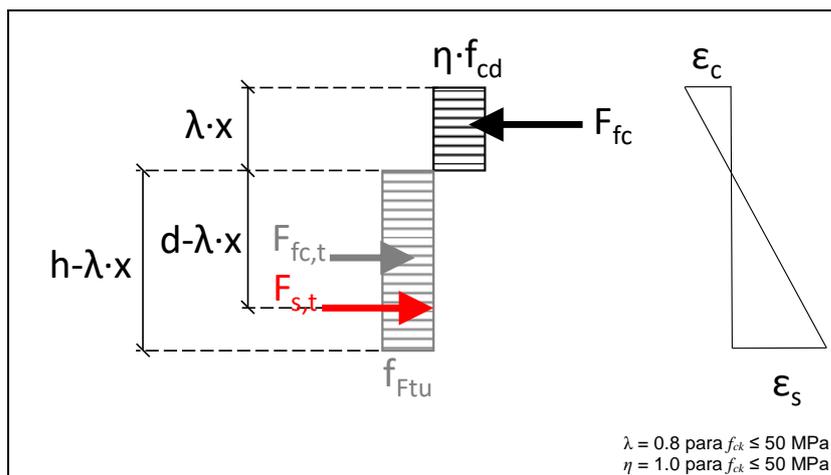


Figura 4.5. Diagrama de tensiones empleado en las secciones con fibras

Resolviendo el anterior equilibrio rotacional y longitudinal mediante un proceso iterativo se llegan a los resultados expuestos en la **Tabla 4.7**.

Tabla 4.7. Resultados del análisis seccional para las vigas con HRF

Cálculo y comprobación del ELU de flexión simple						
$M_{Ed}$ (kN·m)	94.85					
<b>Fibras</b>	<b>Dramix 4D (60 kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Dramix 4D (30 kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Dramix 3D (60 kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Dramix 3D (30 kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Barchip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Barchip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>)</b>
$f_{R3}$ (MPa)	7.9	4.4	4.6	1.9	3.8	1.8
$f_{Ftu}$ (MPa)	2.6	1.5	1.5	0.6	1.3	0.6
<b><math>A_s</math> (mm<sup>2</sup>)</b>	<b>0.0</b>	<b>0.0</b>	<b>0.0</b>	<b>226.3</b>	<b>32.1</b>	<b>236.6</b>
x (mm)	54.9	31.6	33.0	23.0	28.7	22.7
$\epsilon_c$	0.00110	0.00063	0.00066	0.00046	0.00057	0.00045
$\epsilon_s$	0.00938	0.00985	0.00982	0.01002	0.00991	0.01003
$\sigma_s$ (MPa)	434.8	434.8	434.8	434.8	434.8	434.8

Se observa que las secciones con fibras Dramix 4D (60 kg/m<sup>3</sup>), Dramix 4D (30 kg/m<sup>3</sup>) y Dramix 3D (60 kg/m<sup>3</sup>) no requieren armado para resistir los esfuerzos de flexión. Del mismo modo, las secciones con fibras BarChip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>) requerirían únicamente 0.32 mm<sup>2</sup> de armado. Sin embargo, la sustitución total de armaduras por fibras no es una práctica

aconsejable, pues es más eficiente la colocación estratégica de barras longitudinales donde existe concentración de tensiones. En este caso, se ha respetado la armadura mínima calculada según el EC2, favoreciendo la colaboración entre fibras y armado longitudinal.

#### 4.5.2. Estado Límite Último de agotamiento por cortante

Diversos autores han evidenciado la mejora que produce la adición de fibras en la resistencia a cortante de secciones de hormigón armado (e.g. Serna, 1984; Minelli & Plizzari, 2013). El apartado 7.7.3.2 de MC2010 incluye directrices para el cálculo de la resistencia a torsión de elementos de hormigón armado reforzado con fibras.

En el apartado 4.4.2. Estado Límite Último de agotamiento por cortante de este documento se comprobó que la sección no requería armadura de cortante, considerando en el cálculo el valor de la armadura longitudinal mínima. Esta condición se seguirá cumpliendo en este caso, incluso con mayor holgura gracias al efecto de las fibras. Además, la armadura mínima de cortante anteriormente calculada puede omitirse si se cumple la siguiente inequación (apartado 7.7.3.2.4 de MC2010):

$$f_{Ftu} \geq 0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0.08 \cdot \sqrt{50} = 0.6 \text{ MPa} \quad (4.16)$$

Los valores de  $f_{Ftu}$  asociados a los distintos tipos de fibras cumplen esta condición en todos los casos (Tabla 4.7), por lo que puede omitirse el armado mínimo por cortante.

#### 4.5.3. Estado Límite de Servicio de Fisuración

El efecto de las fibras se incorpora a la formulación del MC2010 para el cálculo del ancho de fisura mediante un factor reductor de la longitud de transferencia (apartado 2.5.1. Código Modelo 2010 de este documento), basado en la resistencia residual a tracción que aportan las fibras ( $f_{Fism} = 0.45 \cdot f_{R1}$ ).

Además, las fibras interaccionan con el armado longitudinal, de manera que provocan una disminución de la tensión del acero, y por tanto de la tensión ( $\sigma_s$ ). Este efecto se ha tenido en cuenta aplicando un análisis seccional similar al expuesto en la Figura 4.5, pero sustituyendo la resistencia residual  $f_{Ftu} = f_{R3}/3$  por  $f_{Fism} = 0.45 \cdot f_{R1}$ .

**Tabla 4.8.** Resultados del ELS de fisuración para las vigas con HRF (optimizando  $A_s$ )

Cálculo y comprobación del ELS de fisuración						
$M_{Ed}$ (kN·m)	44.1					
Fibras	Dramix 4D (60 kg/m <sup>3</sup> )	Dramix 4D (30 kg/m <sup>3</sup> )	Dramix 3D (60 kg/m <sup>3</sup> )	Dramix 3D (30 kg/m <sup>3</sup> )	Barchip 48 (10 kg/m <sup>3</sup> )	Barchip 48 (5 kg/m <sup>3</sup> )
$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	59.1	275.9	240.4	461.8	453.9	567.2

Cálculo de la tensión del acero ( $\sigma_s$ )						
1/r	1.02E-06					
x	73.6	47.1	51.2	27.8	28.7	16.4
$\epsilon_c$	0.000075	0.000048	0.000052	0.000028	0.000029	0.000017
$\epsilon_s$	0.00046	0.00049	0.00048	0.00051	0.00051	0.00052
$\sigma_s$ (MPa)	92.1	97.5	96.7	101.5	101.3	103.8
Cálculo del ancho de fisura de diseño según MC2010						
k·c (mm)	60					
$f_{ctm}$ (MPa)	4.1					
$f_{R1}$ (MPa)	8.0	4.7	5.2	2.4	2.5	1.1
$f_{Ftsm}$ (MPa)	3.6	2.1	2.3	1.1	1.1	0.5
$T_{bm}$ (MPa)	7.3					
$\varnothing_s$ (mm)	16					
$h_{ef}$ (mm)	175.5	184.3	182.9	190.0	190.0	190.0
$\rho_{s,ef}$	0.00084	0.00374	0.00329	0.00608	0.00597	0.00746
$\varnothing_s/\rho_{s,ef}$ (mm)	19008.9	4275.5	4869.7	2633.1	2679.2	2143.8
$E_s$ (MPa)	200000					
$\beta$	0.6					
$\alpha_e$	6.1					
$\sigma_{sr}$ (MPa)	563.2	534.7	537.6	510.5	511.3	501.0
$l_{s,max}$ (mm)	365.8	345.4	347.6	328.7	329.3	321.6
$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}$	0.000276	0.000293	0.000290	0.000304	0.000304	0.000311
<b>w<sub>d</sub> (mm)</b>	<b>0.2</b>	<b>0.2</b>	<b>0.2</b>	<b>0.2</b>	<b>0.2</b>	<b>0.2</b>

Se observa una disminución del armado necesario en todos los casos. Además, a excepción de las fibras BarChip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>), todas requieren un armado por fisuración inferior al mínimo calculado según el EC2.

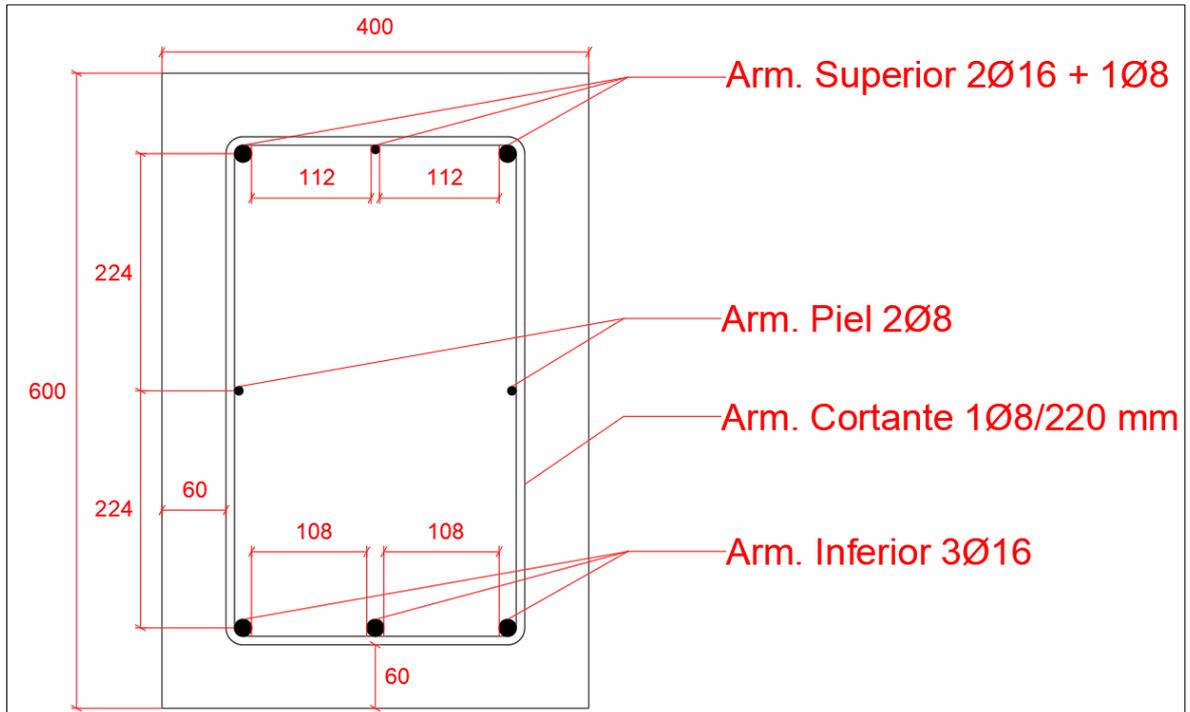
### 4.5.3. Secciones finales

Los requisitos mínimos de armado y la armadura colocada para las secciones de hormigón reforzado con fibras se resumen en la [Tabla 4.9](#).

**Tabla 4.9.** Requisitos de armado longitudinal de las secciones de HRF

Fibras	Dramix 4D (60 kg/m <sup>3</sup> )	Dramix 4D (30 kg/m <sup>3</sup> )	Dramix 3D (60 kg/m <sup>3</sup> )	Dramix 3D (30 kg/m <sup>3</sup> )	Barchip 48 (10 kg/m <sup>3</sup> )	Barchip 48 (5 kg/m <sup>3</sup> )
$A_{s,min}$ (mm <sup>2</sup> )	468,2	468,2	468,2	468,2	468,2	468,2
$A_{s,flex}$ (mm <sup>2</sup> )	0,0	0,0	0,0	226,3	32,1	236,6
$A_{s,fis}$ (mm <sup>2</sup> )	59,1	275,9	240,4	461,8	453,9	567,2
Max ( $A_{s,min}$ ; $A_{s,flex}$ ; $A_{s,fis}$ )	468,2	468,2	468,2	468,2	468,2	567,2

En base a estos resultados, se ha propuesto un armado longitudinal constituido por 3 barras de acero B500SD de 16 mm de diámetro (3Ø16). Los detalles de las distintas secciones se muestran en la [Figura 4.6](#).



**Figura 4.6.** Sección para las vigas de HRF (cotas en mm)

Se observa que la principal ventaja del hormigón reforzado con fibras no radica en la optimización del armado longitudinal, puesto que las secciones con hormigón tradicional únicamente incluyen una barra longitudinal extra. Aunque se ha eliminado la armadura de cortante.

#### 4.6. Mejora de la durabilidad mediante la adición de fibras

En este apartado se adopta un enfoque completamente distinto al apartado anterior. En lugar de optimizar el armado longitudinal considerando el efecto de las fibras, se ha adoptado el necesario sin considerarlas. De modo que en la comprobación del Estado Límite de Servicio de fisuración sí se tendrá en cuenta el efecto de las fibras, obteniendo valores inferiores del ancho de fisura, lo que conduce a una durabilidad estructural mejorada. Los valores obtenidos del cálculo se exponen en la [Tabla 4.10](#).

**Tabla 4.10.** Resultados del ELS de fisuración de las vigas con HRF con durabilidad mejorada

Cálculo y comprobación del ELS de fisuración						
$M_{Ed}$ (kN·m)	44.1					
$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	802.5					
Fibras	Dramix 4D (60 kg/m <sup>3</sup> )	Dramix 4D (30 kg/m <sup>3</sup> )	Dramix 3D (60 kg/m <sup>3</sup> )	Dramix 3D (30 kg/m <sup>3</sup> )	Barchip 48 (10 kg/m <sup>3</sup> )	Barchip 48 (5 kg/m <sup>3</sup> )

Cálculo de la tensión del acero ( $\sigma_s$ )						
1/r (mm <sup>-1</sup> )	1.02E-06					
x (mm)	79.3	51.6	55.9	30.9	31.8	18.6
$\epsilon_c$	0.000081	0.000053	0.000057	0.000032	0.000033	0.000019
$\epsilon_s$	0.00045	0.00048	0.00048	0.00050	0.00050	0.00052
$\sigma_s$ (MPa)	91.0	96.6	95.7	100.9	100.7	103.4
Cálculo del ancho de fisura de diseño según MC2010						
k·c (mm)	60					
f <sub>ctm</sub> (MPa)	4.1					
f <sub>R1</sub> (MPa)	8.0	4.7	5.2	2.4	2.5	1.1
f <sub>Ftsm</sub> (MPa)	3.6	2.1	2.3	1.1	1.1	0.5
T <sub>bm</sub> (MPa)	7.3					
Ø <sub>s</sub> (mm)	16					
h <sub>ef</sub> (mm)	173.6	182.8	181.4	189.7	189.4	190.0
$\rho_{s.ef}$	0.011559	0.010975	0.011063	0.010576	0.010593	0.010559
Ø <sub>s</sub> /ρ <sub>s.ef</sub> (mm)	1384.2	1457.9	1446.3	1512.9	1510.4	1515.2
E <sub>s</sub> (MPa)	200000					
β	0.6					
α <sub>e</sub>	6.1					
σ <sub>sr</sub> (MPa)	43.7	190.2	167.1	301.1	296.1	360.5
l <sub>s.max</sub> (mm)	82.3	157.3	145.4	214.4	211.8	244.9
ε <sub>sm</sub> - ε <sub>cm</sub>	0.000324	0.000290	0.000287	0.000303	0.000302	0.000310
<b>w<sub>d</sub> (mm)</b>	<b>0.05</b>	<b>0.09</b>	<b>0.08</b>	<b>0.13</b>	<b>0.13</b>	<b>0.15</b>

En todos los casos existe una reducción del ancho de fisura con respecto a la sección sin fibras (Tabla 4.6). Esta reducción adquiere un valor del 75% para las fibras Dramix 4D (60 kg/m<sup>3</sup>), 55% para las Dramix 4D (30 kg/m<sup>3</sup>), 60% para las Dramix 3D (60 kg/m<sup>3</sup>), 35% tanto para Dramix 3D (30 kg/m<sup>3</sup>) como BarChip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>) y un 25% para las fibras BarChip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>).

#### 4.7. Aumento de la luz de viga

Otra alternativa es utilizar el margen que aportan las fibras en Estado Límite de Servicio de Fisuración, que es el aspecto que condiciona el diseño de este tipo de estructuras. Los cálculos se reflejan en la Tabla 4.11, donde se ha calculado la flecha que produce un ancho de fisura de 0.2 mm para un armado a tracción A<sub>s</sub> = 802.5 mm<sup>2</sup>.

Tabla 4.11. Resultados del ELS de fisuración de las vigas con HRF con durabilidad mejorada

Cálculo y comprobación del ELS de fisuración						
A <sub>s</sub> (mm <sup>2</sup> )	802.5					
Fibras	Dramix 4D (60 kg/m <sup>3</sup> )	Dramix 4D (30 kg/m <sup>3</sup> )	Dramix 3D (60 kg/m <sup>3</sup> )	Dramix 3D (30 kg/m <sup>3</sup> )	Barchip 48 (10 kg/m <sup>3</sup> )	Barchip 48 (5 kg/m <sup>3</sup> )

Cálculo de la tensión del acero ( $\sigma_s$ )						
L (m)	9.55	8.4	8.55	7.15	7.2	6.2
P (kN/m)	28.65	25.2	25.65	21.45	21.6	18.6
M <sub>Ed</sub> (kN·m)	326.6	222.3	234.4	137.1	140.0	89.4
1/r	3.02E-06	2.24E-06	2.45E-06	1.58E-06	1.60E-06	1.35E-06
x	90.9	59.5	65.0	34.8	35.8	21.0
$\epsilon_c$	0.00027	0.00013	0.00016	0.00005	0.00006	0.00003
$\epsilon_s$	0.00131	0.00104	0.00112	0.0008	0.0008	0.0007
$\sigma_s$ (MPa)	261.9	208.4	224.8	154.3	156.1	135.5

Cálculo del ancho de fisura según MC2010						
k·c (mm)	60					
f <sub>ctm</sub> (MPa)	4.1					
f <sub>R1</sub> (MPa)	8	4.7	5.2	2.4	2.5	1.1
f <sub>Ftsm</sub> (MPa)	3.6	2.1	2.3	1.1	1.1	0.5
T <sub>bm</sub> (MPa)	7.3					
Ø <sub>s</sub> (mm)	16					
h <sub>ef</sub> (mm)	169.7	180.2	178.3	188.4	188.1	190.0
$\rho_{s,ef}$	0.01182	0.01114	0.01125	0.01065	0.01067	0.01056
Ø <sub>s</sub> /ρ <sub>s,ef</sub> (mm)	1353.4	1436.9	1422.2	1502.5	1499.7	1515.2
E <sub>s</sub> (MPa)	200000					
β	0.6					
α <sub>e</sub>	6.1					
σ <sub>sr</sub> (MPa)	42.8	187.6	164.4	299.1	294.1	360.5
l <sub>s,max</sub> (mm)	81.8	155.9	144.0	213.3	210.7	244.9
ε <sub>sm</sub> - ε <sub>cm</sub>	0.00118	0.00062	0.00067	0.00046	0.00047	0.00041
w <sub>d</sub> (mm)	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

De lo anterior se extrae que para el mismo armado y ancho de fisura se obtienen luces incrementadas desde un 95% para las fibras Dramix 4D (60 kg/m<sup>3</sup>) hasta un 27% para las BarChip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>).

#### 4.8. Evaluación económica

Finalmente, se analiza un análisis económico de las secciones obtenidas del cálculo. En la [Tabla 4.12](#) se descompone el coste por metro cúbico de hormigón que supone la ejecución de las secciones planteadas en el apartado 4.5.

**Tabla 4.12.** Coste (€/m<sup>3</sup>) de las distintas secciones planteadas optimizando el armado longitudinal

m <sup>3</sup> de viga de hormigón armado sin fibras				
Unidad	Concepto	Medición	Precio unitario	Importe
m <sup>3</sup>	Hormigón C50/60	1,05	115	120,75
kg	Armadura de cortante	16,9	2,2	37,2
kg	Armadura longitudinal	44,4	1,6	71,0
Total (€/m <sup>3</sup> )	.....			229,0

<b>m<sup>3</sup> de viga de hormigón armado con fibras Dramix 3D (30 kg/m<sup>3</sup>)</b>				
Unidad	Concepto	Medición	Precio unitario	Importe
m <sup>3</sup>	Hormigón C50/60	1,05	115	120,75
kg	Armadura longitudinal	37,8	1,6	60,5
kg	Fibras Dramix 3D	30	1,2	36,0
Total (€/m <sup>3</sup> ) .....				217,3

<b>m<sup>3</sup> de viga de hormigón armado con fibras Dramix 3D (60 kg/m<sup>3</sup>)</b>				
Unidad	Concepto	Medición	Precio unitario	Importe
m <sup>3</sup>	Hormigón C50/60	1,05	115	120,75
kg	Armadura longitudinal	37,8	1,6	60,5
kg	Fibras Dramix 3D	60	1,2	72,0
Total (€/m <sup>3</sup> ) .....				253,3

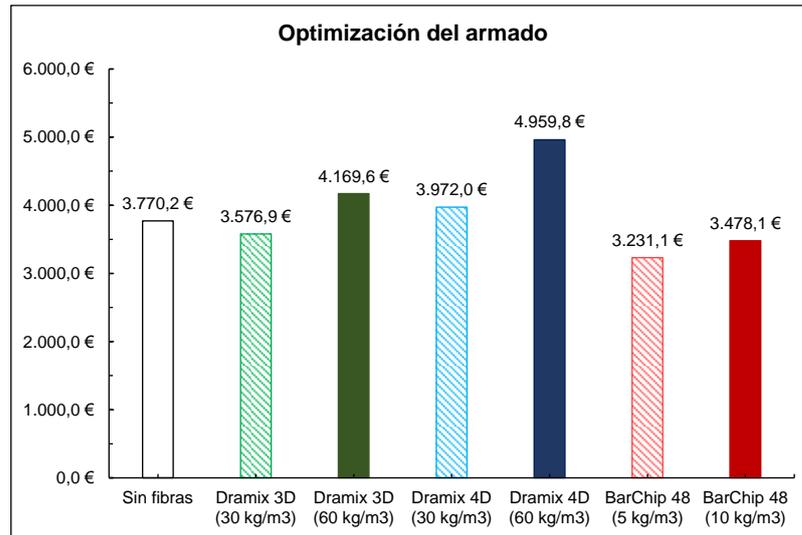
<b>m<sup>3</sup> de viga de hormigón armado con fibras Dramix 4D (30 kg/m<sup>3</sup>)</b>				
Unidad	Concepto	Medición	Precio unitario	Importe
m <sup>3</sup>	Hormigón C50/60	1,05	115	120,75
kg	Armadura longitudinal	37,8	1,6	60,5
kg	Fibras Dramix 4D	30	2	60,0
Total (€/m <sup>3</sup> ) .....				241,3

<b>m<sup>3</sup> de viga de hormigón armado con fibras Dramix 4D (60 kg/m<sup>3</sup>)</b>				
Unidad	Concepto	Medición	Precio unitario	Importe
m <sup>3</sup>	Hormigón C50/60	1,05	115	120,75
kg	Armadura longitudinal	37,8	1,6	60,5
kg	Fibras Dramix 4D	60	2	120,0
Total (€/m <sup>3</sup> ) .....				301,3

<b>m<sup>3</sup> de viga de hormigón armado con fibras BarChip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>)</b>				
Unidad	Concepto	Medición	Precio unitario	Importe
m <sup>3</sup>	Hormigón C50/60	1,05	115	120,75
kg	Armadura longitudinal	37,8	1,6	60,5
kg	Fibras BarChip 48	5	3	15,0
Total (€/m <sup>3</sup> ) .....				196,3

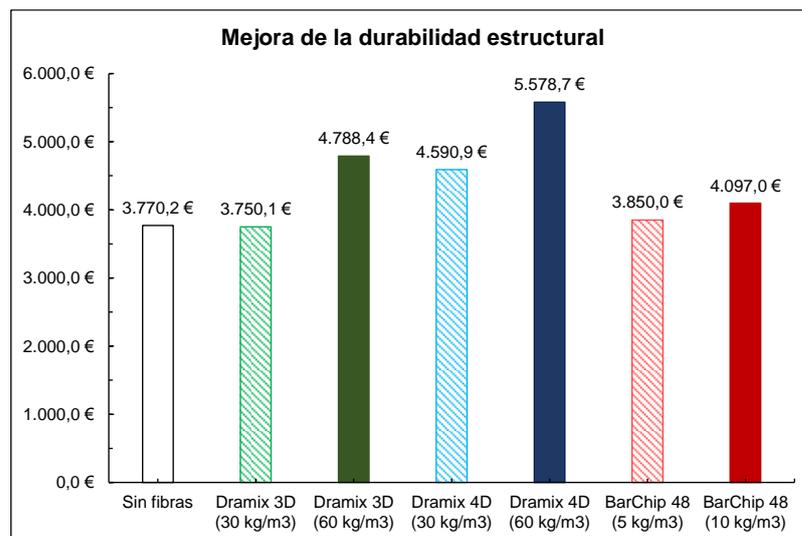
<b>m<sup>3</sup> de viga de hormigón armado con fibras BarChip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>)</b>				
Unidad	Concepto	Medición	Precio unitario	Importe
m <sup>3</sup>	Hormigón C50/60	1,05	115	120,75
kg	Armadura longitudinal	37,8	1,6	60,5
kg	Fibras BarChip 48	10	3	30,0
Total (€/m <sup>3</sup> ) .....				211,3

En la **Figura 4.7** se muestran los costes requeridos para la ejecución de las vigas que componen la cubierta del depósito para cada tipo de fibra. Se observa que para las fibras Dramix 3D (30 kg/m<sup>3</sup>), BarChip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>) y BarChip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>) se obtiene un ahorro económico del 5%, 14.3% y 7.7% respectivamente. Por otro lado, la adición de fibras Dramix 3D (60 kg/m<sup>3</sup>), Dramix 4D (30 kg/m<sup>3</sup>) y Dramix 4D (60 kg/m<sup>3</sup>) origina un sobrecoste del 10.6%, 5.3% y 31.5%.



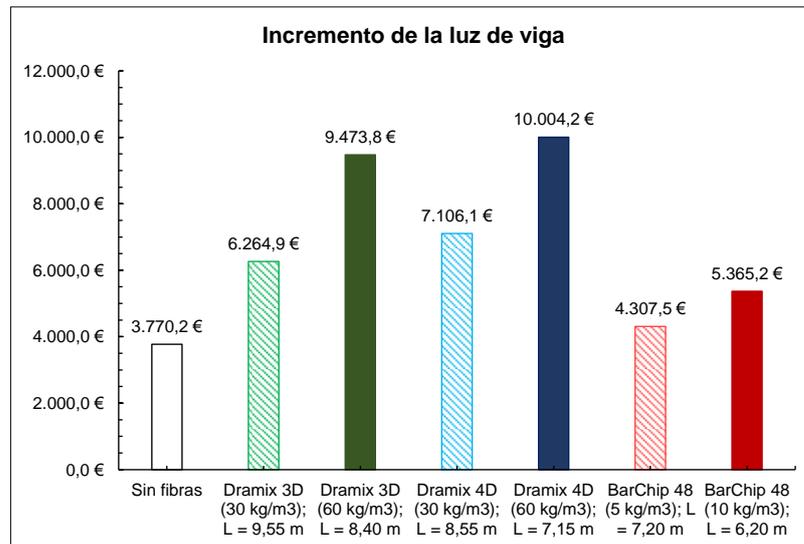
**Figura 4.7.** Coste de ejecución de las vigas que componen la cubierta optimizando el armado mediante la adición de fibras

En la **Figura 4.8** se exponen los costes para las secciones en las que se planteó una mejora de la durabilidad estructural, donde se tuvo en cuenta el efecto de las fibras sin optimizar el armado longitudinal y omitiendo la armadura de cortante. Para las fibras Dramix 3D (30 kg/m<sup>3</sup>) se obtiene un ahorro económico del 0.5%. Para las fibras Dramix 3D (60 kg/m<sup>3</sup>), Dramix 4D (30 kg/m<sup>3</sup>), Dramix 4D (60 kg/m<sup>3</sup>) BarChip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>) y BarChip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>) se obtiene un sobrecoste del 27%, 21.7% 48%, 2.1% y 8.7%, respectivamente



**Figura 4.8.** Coste de ejecución de las vigas que componen la cubierta mejorando la durabilidad estructural mediante la adición de fibras

Por último, en la **Figura 4.9** se muestran los costes resultantes del aumento de luz de viga, los cuales se incrementan, pues la longitud de las vigas es mayor. Sin embargo, la superficie del depósito aumentaría, y consecuentemente su volumen de almacenamiento.



**Figura 4.9.** Coste de ejecución de las vigas que componen la cubierta incrementando la luz de viga mediante la adición de fibras

## Capítulo 5. Conclusiones generales

En este capítulo se resumen las conclusiones más importantes extraídas de este trabajo, tanto de la fase experimental como de la aplicación al caso práctico.

### 5.1. Del estudio experimental previo

Se planteó una campaña experimental de la que se obtuvieron resultados de 20 vigas sometidas a flexión pura relacionados con la fisuración en servicio. Dichos resultados fueron modelizados mediante un Análisis de Regresión Múltiple para determinar qué factores tienen mayor relevancia en el proceso de fisuración. Además, se compararon los resultados experimentales de separación y ancho de fisura con los propugnados en MC2010. Las conclusiones más destacables son las siguientes:

- La cuantía de armado y el alto de la viga son los factores más influyentes en la separación media entre fisuras.
- La separación entre estribos ejerce una influencia significativa en la separación media entre fisuras, aspecto no contemplado en los códigos estructurales.
- La longitud de las fibras y su contenido ejercen una menor importancia relativa en la fisuración que la resistencia residual ( $f_{Rl}$ ). Esto se adecúa al planteamiento del MC2010 para la estimación del ancho de fisura en hormigones reforzados con fibras.
- La resistencia residual  $f_{Rl}$  es la variable más significativa en el ancho medio de fisura.
- El diámetro de las barras de acero, la cuantía de armado y el alto de la viga son los demás factores que han presentado una influencia significativa en el ancho medio de fisura.
- La separación media entre fisuras calculada según MC2010 se ajusta a los valores experimentales, aunque sobreestima el efecto reductor de la separación entre fisuras que producen las fibras, especialmente para valores del parámetro  $f_{Rl}$  altos, entre 4.7 y 8.0 MPa.
- Los valores del ancho medio de fisura calculados según MC2010 no siguen la tendencia marcada por el modelo de regresión múltiple, obteniendo valores que se ubican en el lado de la seguridad, especialmente cuando se esperan anchos de fisura altos.

### 5.2. De la aplicación práctica

Los resultados obtenidos del estudio experimental previo se aplicaron al diseño de vigas prefabricadas para la cubierta de depósitos de aguas municipales, elementos sometidos a condiciones ambientales agresivas que requieren un importante control de fisuración. Todo

ello con la finalidad de evaluar la viabilidad de la adición de fibras desde el punto de vista de una empresa prefabricadora, extrayendo las siguientes conclusiones principales:

- La sustitución de armado por fibras es una práctica económicamente rentable para las fibras Dramix 3D (30 kg/m<sup>3</sup>), Barchip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>) y Barchip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>).
- La acción conjunta del armado longitudinal y las fibras permite obtener reducciones del ancho de fisura que oscilan entre un 25 % y un 75%, según el tipo de fibra. Esto supone una mejora del comportamiento en servicio de las vigas, y por tanto de la durabilidad estructural.
- El margen que aportan las fibras en Estado Límite de Servicio permite incrementar la luz de las vigas desde un 95% hasta un 27%, permitiendo mayor volumen de almacenamiento de los depósitos.

## Referencias

- [1] Abrishami, H. H., & Mitchell, D. (1997). Influence of Steel Fibers on Tension Stiffening. *Structural Journal*, 94(6), 769–776.
- [2] American Society for Testing and Materials. (2016). ASTM A820/A820M-16: Standard Specification for Steel Fibers for Fiber-Reinforced Concrete.
- [3] American Society for Testing and Materials. (2015). ASTM C1399/C1399M: Standard Test Method for Obtaining Average Residual-Strength of Fiber-Reinforced Concrete.
- [4] American Society for Testing and Materials. (2020). ASTM C1550: Standard Test Method for Flexural Toughness of Fiber Reinforced Concrete (Using Centrally Loaded Round Panel).
- [5] American Society for Testing and Materials. (2012). ASTM C1609/C1609M: Standard Test Method for Flexural Performance of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam With Third-Point Loading).
- [6] Amin, A., & Foster, S. J. (2016). Predicting the flexural response of steel fibre reinforced concrete prisms using a sectional model. *Cement and Concrete Composites*, 67, 1–11. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2015.12.007>
- [7] Aryanto, A., & Winata, B. J. (2021). Tension stiffening behavior of polypropylene fiber-reinforced concrete tension members. *Journal of Engineering and Technological Sciences*, 53(2). <https://doi.org/10.5614/j.eng.technol.sci.2021.53.2.9>
- [8] Asociación Española de Normalización y Certificación. (2015). UNE 83516: Fibras para hormigón. Fibras de vidrio resistentes a los álcalis (AR). Definiciones, clasificaciones y especificaciones.
- [9] Balázs, G. L., Bisch, P., Borosnyői, A., Burdet, O., Burns, C., Ceroni, F., Cervenka, V., Chiorino, M. A., Debernardi, P., Eckfeldt, L., El-Badry, M., Fehling, E., Foster, S. J., Ghali, A., Gribniak, V., Guiglia, M., Kaklauskas, G., Lark, R. J., Lenkei, P., ... Vráblík, L. (2013). Design for SLS according to fib Model Code 2010. *Structural Concrete*, 14(2), 99–123. <https://doi.org/10.1002/suco.201200060>
- [10] Base, G. D., Reed, J. B., Beeby, A. W., & Taylor, H. P. J. (1966). An Investigation of the Crack Control Characteristics of Various Types of Bar in Reinforced Concrete Beams. *An Investigation of the Crack Control Characteristics of Various Types of Bar in Reinforced Concrete Beams*, 10(14), 44.
- [11] Bentur, A., & Mindess, S. (1990). *Fibre Reinforced Cementitious Composites (T. & F. Group (ed.))*.

- [12] Bernard, E. S. (2019). Predicting crack widths in FRC/reinforced concrete members using small deformation post-crack parameters. *Structural Concrete*, 20(6), 2138–2149. <https://doi.org/10.1002/suco.201900083>
- [13] Bischoff, P. H. (2003). Tension stiffening and cracking of hybrid fiber-reinforced concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 15(2), 174–182. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0899-1561\(2003\)15:2\(174\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0899-1561(2003)15:2(174))
- [14] Borosnyói, A., & Balázs, G. L. (2005). Models for flexural cracking in concrete: the state of the art. *Structural Concrete*, 6(2), 53–62.
- [15] Caldentey, A. P., Peiretti, H. C., Iribarren, J. P., & Soto, A. G. (2013). Cracking of RC members revisited: influence of cover,  $\emptyset/\rho_{s,ef}$  and stirrup spacing – an experimental and theoretical study. *Structural Concrete*, 14(1), 10.
- [16] Calderon Bello, E. (2009). Estudio experimental de la fisuración en piezas de hormigón armado sometidas a flexión pura. In *Experimental study on cracking in reinforced concrete members subjected to pure bending (Issue 73)*. Universidad Politécnica de Madrid.
- [17] Caratelli, A., Meda, A., Rinaldi, Z., & Romualdi, P. (2011). Structural behaviour of precast tunnel segments in fiber reinforced concrete. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 26(2), 284–291. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2010.10.003>
- [18] Conforti, A., Zerbino, R., & Plizzari, G. A. (2019). Influence of steel, glass and polymer fibers on the cracking behavior of reinforced concrete beams under flexure. *Structural Concrete*, 20(1), 133–143. <https://doi.org/10.1002/suco.201800079>
- [19] De Montaignac, R., Massicotte, B., Charron, J. P., & Nour, A. (2012). Design of SFRC structural elements: Post-cracking tensile strength measurement. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, 45(4), 609–622. <https://doi.org/10.1617/s11527-011-9784-z>
- [20] Deluce, J. R., & Vecchio, F. J. (2013). Cracking behavior of steel fiber-reinforced concrete members containing conventional reinforcement. *ACI Structural Journal*, 110(3), 481–490. <https://doi.org/10.14359/51685605>
- [21] Di Prisco, M., Colombo, M., & Dozio, D. (2013). Fibre-reinforced concrete in fib Model Code 2010: Principles, models and test validation. *Structural Concrete*, 14(4), 342–361. <https://doi.org/10.1002/suco.201300021>
- [22] Domingo Cabo, A., Lázaro Fernández, C., & Serna Ros, P. (2003). Construcción de la JCHYPAR, una lámina delgada de hormigón reforzado con fibras de acero en el Oceanográfico de Valencia. *Hormigón Y Acero*, 54(228).
- [23] European Committee for Standardization. (2008). UNE-EN 14889-2: Fibras para hormigón. Parte 2: Fibras poliméricas. Definiciones, especificaciones y conformidad.

- [24] European Committee for Standardization. (2008). UNE-EN 14889-1: Fibras para hormigón. Parte 1: Fibras de acero. Definiciones, especificaciones y conformidad.
- [25] European Committee for Standardization. (2004). UNE-EN 1992: Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1 : General rules and rules for buildings.
- [26] European Committee for Standardization. (2008). UNE-EN 14651: Método de ensayos para hormigones con fibras metálicas. Determinación de la resistencia a la tracción por flexión (límite de proporcionalidad (LOP), resistencia residual).
- [27] Fantilli, A. P., Ferretti, D., Iori, I., & Vallini, P. (1998). Flexural Deformability of Reinforced Concrete Beams. *Journal of Structural Engineering*, 124(9).
- [28] Fausto Minelli, G. T. and G. P. (n.d.). Crack Control in RC Elements with Fiber Reinforcement. *ACI Symposium Publication*, 280. <https://doi.org/10.14359/51683584>
- [29] Fédération internationale du béton. (2013). fib Model Code for Concrete Structures 2010. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/9783433604090>
- [30] Fernández Cánovas, M. (2003). Hormigones con fibras: tecnología y propiedades generales. *Hormigón Y Acero*, 54(228), 167–176.
- [31] Garcia-Taengua, E., Martí-Vargas, J. R., & Serna, P. (2016). Bond of reinforcing bars to steel fiber reinforced concrete. *Construction and Building Materials*, 105, 275–284. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.12.044>
- [32] García-Taengua, E. J. (2013). Bond of reinforcing bars to steel fiber reinforced concrete (SFRC). *Universitat Politècnica de València*.
- [33] Gettu, R., Gardner, D. R., Saldivar, H., & Barragán, B. E. (2005). Study of the distribution and orientation of fibers in SFRC specimens. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, 38(275), 31–37. <https://doi.org/10.1617/14021>
- [34] Grolí, G. (2013). Crack Width Control in Rc Elements With Recycled Steel Fibres and Applications To Integral Structures : Theoretical and Experimental Study. *Polytechnic University of Madrid*.
- [35] Hillerborg, A., Modéer, M., & Petersson, P.-E. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6(6), 773–781.
- [36] Khorami, M., Navarro-Gregori, J., & Serna, P. (2021). Serviceability behaviour of reinforced UHPFRC tensile elements: Assessment of the ratio between maximum and average crack widths. *Construction and Building Materials*, 303(May), 124513. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.124513>
- [37] Llano-Torre, A., & Serna, P. (2021). Recommendation of RILEM TC 261-CCF: test method to determine the flexural creep of fibre reinforced concrete in the cracked state. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, 54(3). <https://doi.org/10.1617/s11527-021-01675-0>

- [38] Löfgren, I. (2007). Calculation of crack width and crack spacing. Nordic Mini-Seminar: "Fibre Reinforced Concrete," 1(12), 1–12.
- [39] Löfgren, I. (2005). Fibre-reinforced concrete for industrial construction - A fracture mechanics approach to material testing and structural analysis. Doktorsavhandlingar Vid Chalmers Tekniska Hogskola, 2378, 1–162.
- [40] Mezquida-Alcaraz, E. J., Navarro-Gregori, J., Martí-Vargas, J. R., & Serna-Ros, P. (2021). Effects of tension stiffening and shrinkage on the flexural behavior of reinforced UHPFRC beams. *Case Studies in Construction Materials*, 15(October). <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2021.e00746>
- [41] Mindess, S., Young, J. F., & Darwin, D. (2003). *Concrete 2nd Edition*.
- [42] Minelli, F., & Plizzari, G. A. (2013). On the Effectiveness of Steel Fibers as Shear Reinforcement. *ACI Structural Journal*, 110(3), 379–25.
- [43] Ministerio de Fomento. (2008). *Instrucción del Hormigón Estructural*.
- [44] Ministerio de Fomento. (2009). *Código Técnico de la Edificación. Documento Básico. Seguridad Estructural. Acciones en la edificación*.
- [45] Ministerio de la Presidencia, R. con las C. y M. D. (2021). *Código Estructural*. In *Boletín Oficial del Estado (Issue 190)*. <https://www.boe.es>
- [46] Monetti, D. H., Llano-Torre, A., Torrijos, M. C., Giaccio, G., Zerbino, R., Martí-Vargas, J. R., & Serna, P. (2019). Long-term behavior of cracked fiber reinforced concrete under service conditions. *Construction and Building Materials*, 196, 649–658. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.10.230>
- [47] Montgomery, D. C., Runger, G. C., & Hubele, N. F. (2009). *Engineering Statistics, Student Study Edition (John Wiley & Sons (ed.))*.
- [48] RILEM TC 162-TDF. (2003).  $\sigma$ - $\epsilon$  - design method - Final Recommendation. *Materials and Structures*, 36(October), 560–567.
- [49] Rizkalla, S. H., & Hwang, L. S. (1984). Crack Prediction for Members in Uniaxial Tension. *Journal Proceedings*, 81(6), 572–579.
- [50] Romualdi, J. P., & Batson, G. B. (1963). Mechanics of Crack Arrest in Concrete. *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, 89(3), 147–168.
- [51] Romualdi, J. P., & Mandel, J. A. (1964). Tensile Strength of Concrete Affected by Uniformly Distributed and Closely Spaced Short Lengths of Wire Reinforcement. *Journal Proceedings*, 61(6), 657–672.
- [52] Ros, P. S., Martí-Vargas, J. R., Bossio, M. E., & Zerbino, R. (2015). Creep and residual properties of cracked macro-synthetic fibre reinforced concretes. *Magazine of Concrete Research*, 68(4), 197–207. <https://doi.org/10.1680/mac.15.00111>
- [53] Rots, J. G., & Blaauwendraad, J. (1989). Crack models for concrete: discrete or smeared? Fixed multi-directional or rotatin? *Heron*, 34(1), 3–59.

- [54] Serna Ros, P. (1984). Método para la formulación de hormigones de fibras metálicas. *Materiales de Construcción*, 34(194), 17–23. <https://doi.org/10.3989/mc.1984.v34.i194.951>
- [55] Shah, S. P., & Rangan, B. V. (1971). Fiber Reinforced Concrete Properties. *Journal Proceedings*, 68(2), 126–137.
- [56] Sorelli, L. G., Meda, A., & Plizzari, G. A. (2006). Steel fiber concrete slabs on ground: A structural matter. *ACI Structural Journal*, 103(4), 551–558. <https://doi.org/10.14359/16431>
- [57] Taguchi, G. (1988). *System of Experimental Design: Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Costs* (Unipub (ed.)).
- [58] Tan, K. H., Paramasivam, P., & Tan, K. C. (1995). Cracking characteristics of reinforced steel fiber concrete beams under short- and long-term loadings. *Advanced Cement Based Materials*, 2(4), 127–137. [https://doi.org/10.1016/1065-7355\(95\)90013-6](https://doi.org/10.1016/1065-7355(95)90013-6)
- [59] Tiberti, G., Germano, F., Mudadu, A., & Plizzari, G. A. (2018). An overview of the flexural post-cracking behavior of steel fiber reinforced concrete. *Structural Concrete*, 19(3), 695–718. <https://doi.org/10.1002/suco.201700068>
- [60] Tiberti, G., Minelli, F., & Plizzari, G. (2014). Reinforcement optimization of fiber reinforced concrete linings for conventional tunnels. *Composites Part B: Engineering*, 58, 199–207. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.10.012>
- [61] Tiberti, G., Trabucchi, I., AlHamaydeh, M., Minelli, F., & Plizzari, G. A. (2019). Crack development in steel-fibre-reinforced concrete members with conventional rebars. *Magazine of Concrete Research*, 71(11), 599–610.
- [62] Vandewalle, L. (2000). Mechanical and Cracking Behavior of Concrete Beams Reinforced With Steel Bars and Short Fibers. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, 33(April), 164–170.
- [63] Zollo, R. F. (1997). Fiber-reinforced concrete: An overview after 30 years of development. *Cement and Concrete Composites*, 19(2), 107–122. [https://doi.org/10.1016/s0958-9465\(96\)00046-7](https://doi.org/10.1016/s0958-9465(96)00046-7)

# Anejos

---

## Anejo 1: Resultados

### A1.1. De los ensayos de resistencia a compresión simple (UNE-EN 12390)

Código	Tipo de probeta	Fecha fabricación	Fecha ensayo	Viga	Probeta	R <sub>c</sub> (MPa)	f <sub>cm</sub> (Mpa)
Sin fibras	Cilíndrica	08/04/2022	06/05/2022	1	1	53,9	54,4
		08/04/2022	06/05/2022	1	2	53,8	
		08/04/2022	06/05/2022	12	3	57,3	
		08/04/2022	06/05/2022	12	4	39,7	
		03/05/2022	31/05/2022	5	1	59,0	
		03/05/2022	31/05/2022	5	2	61,6	
		03/05/2022	31/05/2022	5	3	56,2	
		03/05/2022	31/05/2022	5	4	64,1	
		03/05/2022	31/05/2022	14	5	57,7	
		03/05/2022	31/05/2022	14	6	47,5	
		03/05/2022	31/05/2022	14	7	59,3	
		03/05/2022	31/05/2022	14	8	56,7	
		25/05/2022	22/06/2022	9	9	44,7	
		25/05/2022	22/06/2022	9	10	55,9	
		25/05/2022	22/06/2022	16	11	56,2	
		25/05/2022	22/06/2022	16	12	47,3	
	Cúbica	08/04/2022	06/05/2022	1	1	59,7	59,7
		08/04/2022	06/05/2022	1	2	61,2	
		08/04/2022	06/05/2022	1	3	60,1	
		08/04/2022	06/05/2022	1	4	59,7	
		08/04/2022	06/05/2022	12	5	53,5	
		08/04/2022	06/05/2022	12	6	61,3	
		08/04/2022	06/05/2022	12	7	58,8	
		08/04/2022	06/05/2022	12	8	58,9	
		03/05/2022	31/05/2022	5	9	62,7	
		03/05/2022	31/05/2022	5	10	67,4	
03/05/2022		31/05/2022	5	11	63,0		
03/05/2022		31/05/2022	5	12	66,5		
03/05/2022		31/05/2022	14	13	60,3		
03/05/2022		31/05/2022	14	14	65,9		
03/05/2022	31/05/2022	14	15	63,3			
03/05/2022	31/05/2022	14	16	66,5			
25/05/2022	22/06/2022	9	17	48,9			
25/05/2022	22/06/2022	9	18	46,6			
25/05/2022	22/06/2022	16	19	55,6			
25/05/2022	22/06/2022	16	20	54,2			
Dramix 3D (30 kg/m <sup>3</sup> )	Cilíndrica	10/05/2022	07/06/2022	6	1	54,3	53,4
		10/05/2022	07/06/2022	6	2	54,8	
		10/05/2022	07/06/2022	17	3	49,3	
		10/05/2022	07/06/2022	17	4	55,3	

Anejo 1: Resultados

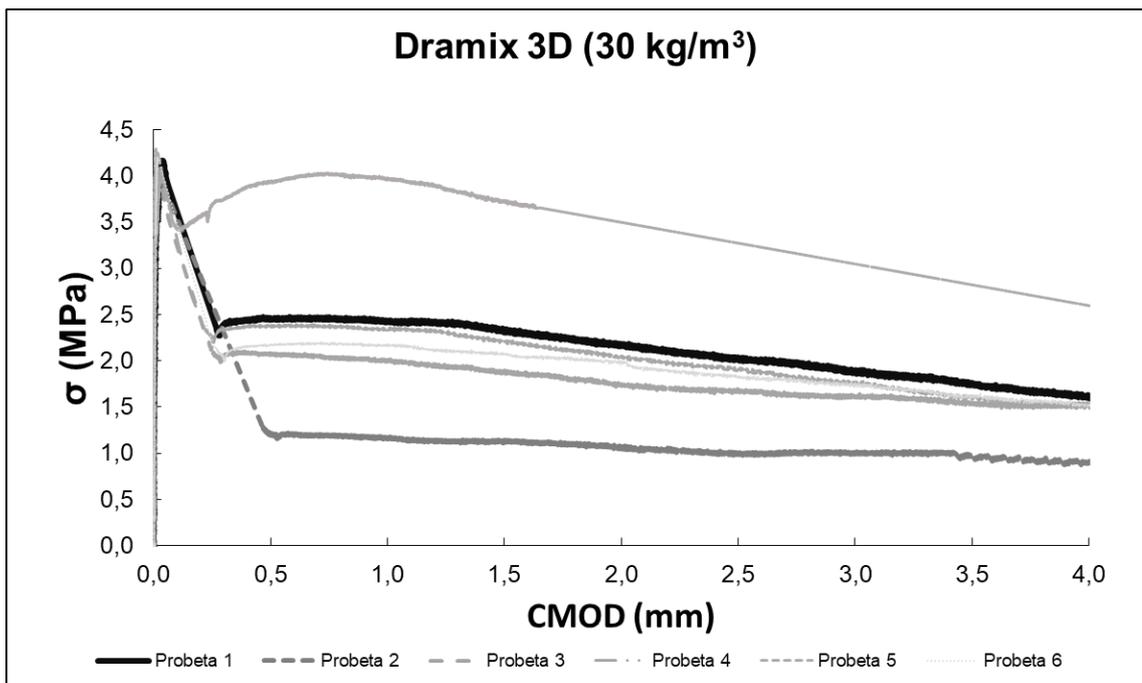
	Cúbica	10/05/2022	07/06/2022	6	1	58,4	60,6
		10/05/2022	07/06/2022	6	2	65,4	
		10/05/2022	07/06/2022	17	3	62,3	
		10/05/2022	07/06/2022	17	4	56,5	
<b>Dramix 3D (60 kg/m<sup>3</sup>)</b>	Cilíndrica	20/05/2022	17/06/2022	8	1	46,9	44,3
		20/05/2022	17/06/2022	8	2	40,8	
		20/05/2022	17/06/2022	13	3	46,9	
		20/05/2022	17/06/2022	13	4	42,6	
	Cúbica	20/05/2022	17/06/2022	8	1	56,1	54,8
		20/05/2022	17/06/2022	8	2	50,2	
		20/05/2022	17/06/2022	13	3	58,0	
		20/05/2022	17/06/2022	13	4	54,8	
<b>Dramix 4D (30 kg/m<sup>3</sup>)</b>	Cilíndrica	24/05/2022	21/06/2022	2	1	61,3	56,7
		24/05/2022	21/06/2022	2	2	55,2	
		24/05/2022	21/06/2022	10	3	55,5	
		24/05/2022	21/06/2022	10	4	54,8	
	Cúbica	24/05/2022	21/06/2022	2	1	55,0	57,6
		24/05/2022	21/06/2022	2	2	60,9	
		24/05/2022	21/06/2022	10	3	53,6	
		24/05/2022	21/06/2022	10	4	60,8	
<b>Dramix 4D (60 kg/m<sup>3</sup>)</b>	Cilíndrica	06/05/2022	03/06/2022	4	1	49,7	53,6
		06/05/2022	03/06/2022	4	2	56,3	
		06/05/2022	03/06/2022	18	3	53,4	
		06/05/2022	03/06/2022	18	4	54,9	
	Cúbica	06/05/2022	03/06/2022	4	1	63,2	63,2
		06/05/2022	03/06/2022	4	2	60,6	
		06/05/2022	03/06/2022	18	3	63,5	
		06/05/2022	03/06/2022	18	4	65,5	
<b>BarChip 48 (5 kg/m<sup>3</sup>)</b>	Cilíndrica	17/05/2022	14/06/2022	7	1	50,5	51,3
		17/05/2022	14/06/2022	7	2	49,7	
		17/05/2022	14/06/2022	15	3	49,5	
		17/05/2022	14/06/2022	15	4	55,5	
	Cúbica	17/05/2022	14/06/2022	7	1	57,3	55,8
		17/05/2022	14/06/2022	7	2	57,9	
		17/05/2022	14/06/2022	15	3	52,8	
		17/05/2022	14/06/2022	15	4	55,2	
<b>BarChip 48 (10 kg/m<sup>3</sup>)</b>	Cilíndrica	13/05/2022	10/06/2022	3	1	52,6	57,0
		13/05/2022	10/06/2022	3	2	50,0	
		13/05/2022	10/06/2022	11	3	63,2	
		13/05/2022	10/06/2022	11	4	62,3	
	Cúbica	13/05/2022	10/06/2022	3	1	55,0	58,5
		13/05/2022	10/06/2022	3	2	57,3	
		13/05/2022	10/06/2022	11	3	62,1	
		13/05/2022	10/06/2022	11	4	59,6	

**A1.2. De los ensayos de resistencia a la tracción por flexión (UNE-EN 14651)**

Hormigón	C50/60
Tipo de fibras	Dramix 3D
Contenido en fibras	30 kg/m <sup>3</sup>
Fecha de fabricación	10/05/2022
Fecha de ensayo	07/06/2022

Probeta	Viga	f <sub>L</sub> (MPa)	f <sub>R1</sub> (MPa)	f <sub>R2</sub> (MPa)	f <sub>R3</sub> (MPa)	f <sub>R4</sub> (MPa)
1	17	4,2	2,5	2,3	2,0	1,8
2	17	4,1	1,2	1,1	1,0	1,0
3	17	4,1	2,1	1,9	1,7	1,5
4	6	4,0	2,4	2,2	1,9	1,6
5	6	4,3	3,9	3,7	3,3	2,8
6	6	4,2	2,2	2,1	1,8	1,6

<b>promedio</b>	4,1	2,4	2,2	1,9	1,7
<b>desv. Est.</b>	0,1	0,9	0,9	0,7	0,6
<b>C.V. (%)</b>	2,3	37,6	38,3	38,1	35,6

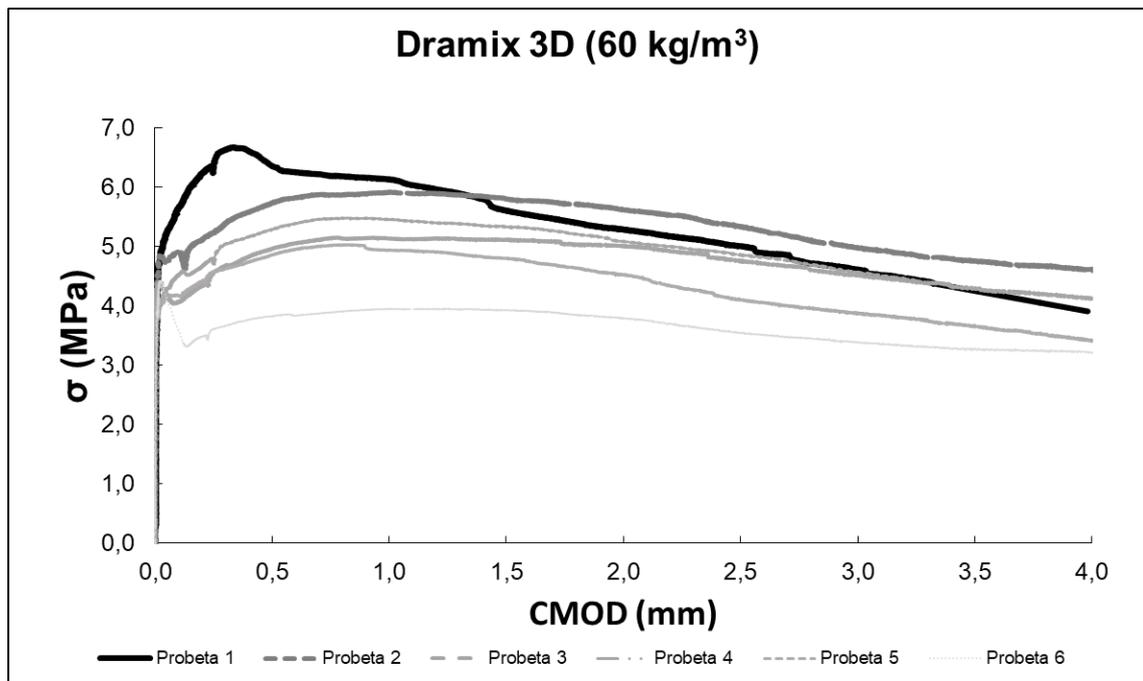


Anejo 1: Resultados

Hormigón	C50/60
Tipo de fibras	Dramix 3D
Contenido en fibras	60 kg/m <sup>3</sup>
Fecha de fabricación	20/05/2022
Fecha de ensayo	16/06/2022

Probeta	Viga	f <sub>L</sub> (MPa)	f <sub>R1</sub> (MPa)	f <sub>R2</sub> (MPa)	f <sub>R3</sub> (MPa)	f <sub>R4</sub> (MPa)
1	13	5,2	6,4	5,6	5,0	-
2	13	4,8	5,7	5,8	5,3	4,8
3	13	4,4	5,0	5,1	4,8	4,3
4	8	4,3	5,3	5,3	4,8	4,3
5	8	4,2	4,9	4,8	4,1	3,6
6	8	4,4	3,8	3,9	3,5	3,3

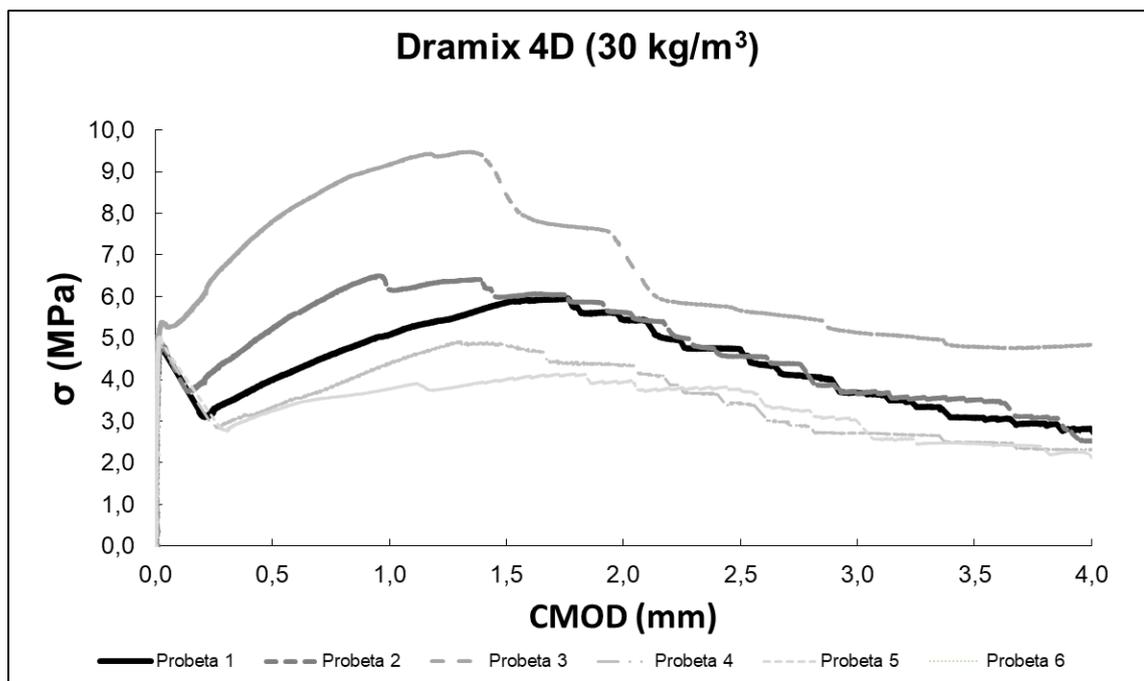
<b>promedio</b>	4,6	5,2	5,1	4,6	4,0
<b>desv. Est.</b>	0,4	0,9	0,7	0,7	0,6
<b>C.V. (%)</b>	8,9	16,5	13,2	14,3	14,6



Hormigón	C50/60
Tipo de fibras	Dramix 4D
Contenido en fibras	30 kg/m <sup>3</sup>
Fecha de fabricación	24/05/2022
Fecha de ensayo	21/06/2022

Probeta	Viga	f <sub>L</sub> (MPa)	f <sub>R1</sub> (MPa)	f <sub>R2</sub> (MPa)	f <sub>R3</sub> (MPa)	f <sub>R4</sub> (MPa)
1	2	4,9	4,0	5,9	4,6	3,1
2	2	4,8	5,2	6,0	4,6	3,5
3	2	5,4	7,8	8,4	5,7	4,8
4	10	4,9	3,3	4,8	3,4	2,5
5	10	5,0	3,3	4,0	3,7	2,5
6	10	-	-	-	-	-

<b>promedio</b>	5,0	4,7	5,8	4,4	3,3
<b>desv. Est.</b>	0,2	1,9	1,7	0,9	1,0
<b>C.V. (%)</b>	4,6	40,1	28,7	20,0	29,2

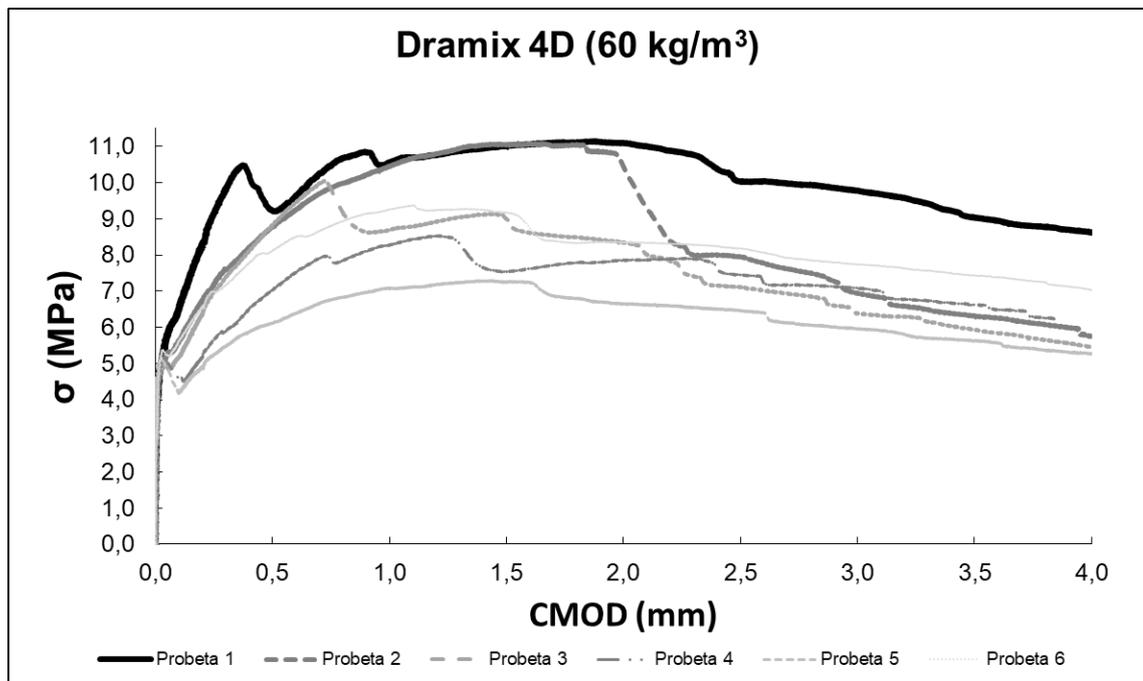


Anejo 1: Resultados

Hormigón	C50/60
Tipo de fibras	Dramix 4D
Contenido en fibras	60 kg/m <sup>3</sup>
Fecha de fabricación	06/05/2022
Fecha de ensayo	06/06/2022

Probeta	Viga	f <sub>L</sub> (MPa)	f <sub>R1</sub> (MPa)	f <sub>R2</sub> (MPa)	f <sub>R3</sub> (MPa)	f <sub>R4</sub> (MPa)
1	18	5,8	9,2	11,0	10,0	9,0
2	18	5,3	8,8	11,0	7,9	6,3
3	18	4,9	8,8	9,0	7,1	5,9
4	4	5,0	7,0	7,5	7,4	6,6
5	4	5,1	6,1	7,3	6,5	5,6
6	4	5,4	8,1	9,2	8,2	7,4

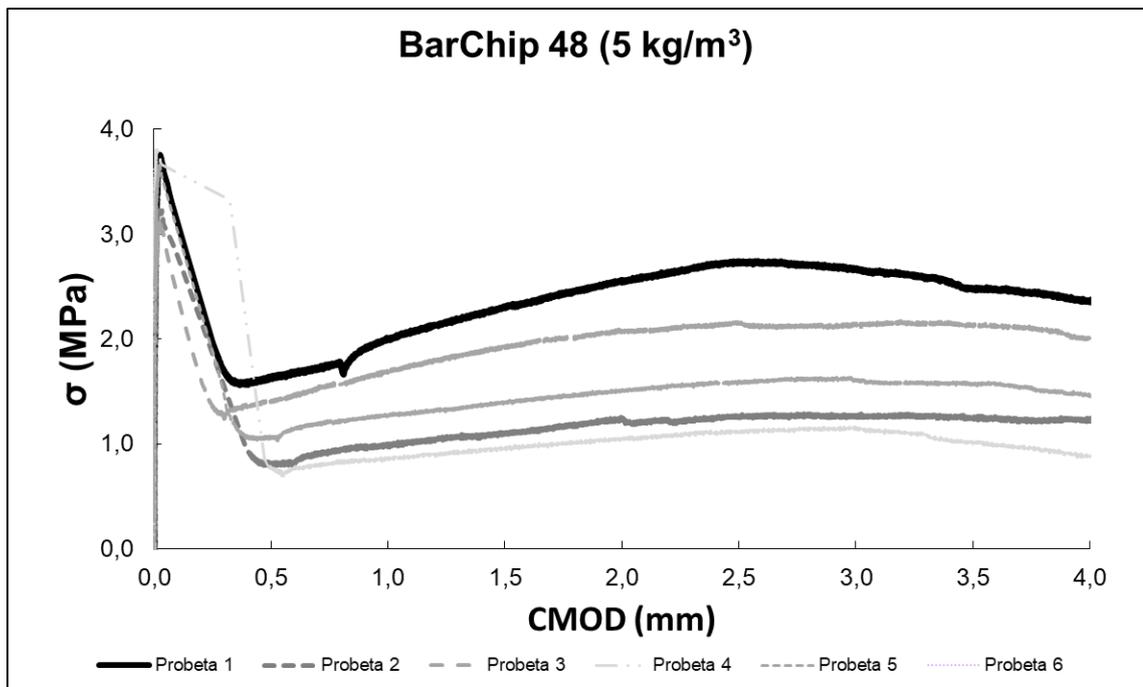
<b>promedio</b>	5,3	8,0	9,2	7,9	6,8
<b>desv. Est.</b>	0,3	1,2	1,6	1,2	1,2
<b>C.V. (%)</b>	6,0	15,1	17,8	15,6	18,2



Hormigón	C50/60
Tipo de fibras	BarChip 48
Contenido en fibras	5 kg/m <sup>3</sup>
Fecha de fabricación	17/05/2022
Fecha de ensayo	14/06/2022

Probeta	Viga	f <sub>L</sub> (MPa)	f <sub>R1</sub> (MPa)	f <sub>R2</sub> (MPa)	f <sub>R3</sub> (MPa)	f <sub>R4</sub> (MPa)
1	18	3,8	1,6	2,3	2,7	2,5
2	18	3,2	0,8	1,1	1,3	1,2
3	18	3,1	1,4	1,9	2,2	2,1
4	4	3,8	0,8	1,0	1,1	1,0
5	4	3,7	1,1	1,4	1,6	1,6
6	4	-	-	-	-	-

<b>promedio</b>	3,5	1,1	1,5	1,8	1,7
<b>desv. Est.</b>	0,3	0,4	0,6	0,7	0,6
<b>C.V. (%)</b>	9,1	32,9	36,9	37,9	36,1

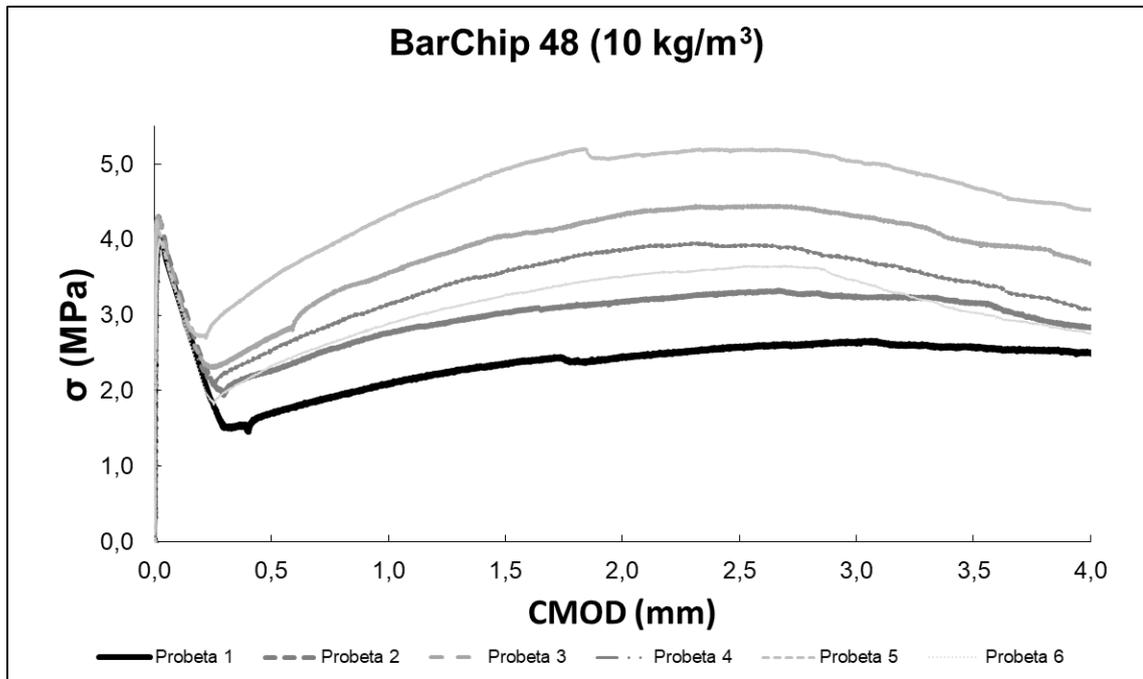


Anejo 1: Resultados

Hormigón	C50/60
Tipo de fibras	BarChip 48
Contenido en fibras	10 kg/m <sup>3</sup>
Fecha de fabricación	13/05/2022
Fecha de ensayo	10/06/2022

Probeta	Viga	f <sub>L</sub> (MPa)	f <sub>R1</sub> (MPa)	f <sub>R2</sub> (MPa)	f <sub>R3</sub> (MPa)	f <sub>R4</sub> (MPa)
1	11	4,0	1,7	2,4	2,6	2,6
2	11	4,3	2,3	3,0	3,3	3,2
3	11	4,3	2,7	4,0	4,4	4,0
4	3	4,0	2,5	3,6	3,9	3,4
5	3	4,3	3,5	4,9	5,2	4,7
6	3	4,0	2,3	3,3	3,6	3,0

<b>promedio</b>	4,2	2,5	3,5	3,8	3,5
<b>desv. Est.</b>	0,1	0,6	0,9	0,9	0,8
<b>C.V. (%)</b>	3,6	23,5	25,0	23,7	21,6



**A1.3. De los ensayos de fisuración**

Prueba	Viga 1						
Carga (Tn)	2,4						
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)	
	[1]	[2]	[3]	Promedio			
1	0,12	0,11	0,11	0,11	-	19,7	
2	0,08	0,07	0,07	0,07	5,5	15,5	
3	0,14	0,14	0,15	0,14	14,9	21,2	
4	0,14	0,11	0,09	0,12	18,2	21,6	
5	0,14	0,16	0,13	0,14	19,4	21,0	
6	0,14	0,15	0,13	0,14	20,6	17,8	
7	0,13	0,13	0,12	0,13	14,5	14,3	
				<b>Máximo</b>	0,16	20,6	21,6
				<b>Media</b>	0,12	15,5	18,7
				<b>Mínimo</b>	0,07	5,5	14,3

Prueba	Viga 2						
Carga (Tn)	5						
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)	
	[1]	[2]	[3]	Promedio			
1	0,10	0,08	0,09	0,09	-	16,3	
2	0,11	0,11	0,12	0,11	7	15,4	
3	0,11	0,12	0,11	0,11	9,2	14,3	
4	0,06	0,07	0,09	0,07	8	16,5	
5	0,09	0,10	0,10	0,10	8,2	5,0	
6	0,09	0,07	0,08	0,08	9,8	17,7	
7	0,09	0,13	0,10	0,11	5,5	10,5	
8	0,03	0,04	0,04	0,04	6,5	15,5	
9	0,07	0,05	0,07	0,06	10	16,0	
10	0,11	0,12	0,11	0,11	6	16,1	
11	0,14	0,10	0,11	0,12	12,1	16,2	
12	0,07	0,07	0,06	0,07	6,5	5,0	
13	0,12	0,11	0,10	0,11	5,5	17,3	
14	0,06	0,08	0,08	0,08	11,4	15,3	
				<b>Máximo</b>	0,14	12,1	17,7
				<b>Media</b>	0,09	8,1	14,1
				<b>Mínimo</b>	0,03	5,5	5,0

Anejo 1: Resultados

Prueba		Viga 3				
Carga (Tn)		11,8				
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)
	[1]	[2]	[3]	Promedio		
1	0,05	0,06	0,07	0,06	-	20,7
2	0,05	0,06	0,05	0,05	6,6	11,7
3	0,04	0,03	0,03	0,04	7,1	8,4
4	0,06	0,06	0,05	0,05	5	21,8
5	0,03	0,03	0,03	0,03	8	19,0
6	0,03	0,03	0,03	0,03	3,5	3,0
7	0,06	0,05	0,04	0,05	5,6	20,2
8	0,04	0,04	0,03	0,04	9	13,4
9	0,03	0,04	0,04	0,03	7,9	20,0
10	0,02	0,03	0,03	0,02	8	9,5
11	0,03	0,04	0,03	0,03	7,9	19,7
12	0,05	0,04	0,04	0,04	8	20,7
13	0,04	0,04	0,04	0,04	7	18,6
14	0,03	0,04	0,04	0,04	4,6	5,9
15	0,03	0,04	0,05	0,04	5,6	20,3
16	0,03	0,03	0,03	0,03	3,8	4,8
17	0,04	0,05	0,04	0,04	4,8	21,6
<b>Máximo</b>				0,07	9,0	21,8
<b>Media</b>				0,04	6,4	15,3
<b>Mínimo</b>				0,02	3,5	3,0

Prueba		Viga 4				
Carga (Tn)		11,4				
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)
	[1]	[2]	[3]	Promedio		
1	0,05	0,05	0,05	0,05	-	22,3
2	0,05	0,04	0,05	0,05	3	5,6
3	0,08	0,07	0,05	0,06	7	17,1
4	0,16	0,17	0,16	0,16	12,1	19,1
5	0,04	0,04	0,04	0,04	7,4	10,5
6	0,09	0,10	0,08	0,09	13	17,7
7	0,05	0,06	0,06	0,06	7,2	17,0
8	0,09	0,08	0,08	0,09	4,3	14,1
9	0,04	0,05	0,04	0,04	5,3	19,0
10	0,04	0,05	0,03	0,04	8,6	6,6
11	0,06	0,05	0,05	0,05	2,6	17,7
12	0,04	0,04	0,03	0,04	5,5	21,6
13	0,02	0,01	0,02	0,02	7,2	4,9

14	0,11	0,11	0,12	0,11	4	22,2	
15	0,02	0,01	0,02	0,02	3,6	4,7	
16	0,06	0,06	0,06	0,06	4	20,0	
17	0,03	0,02	0,01	0,02	3	3,5	
18	0,02	0,01	0,01	0,02	2,5	4,3	
19	0,10	0,10	0,06	0,09	4,5	17,1	
				<b>Máximo</b>	0,17	13,0	22,3
				<b>Media</b>	0,06	5,8	13,9
				<b>Mínimo</b>	0,01	2,5	3,5

Prueba	Viga 5						
Carga (Tn)	6						
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)	
	[1]	[2]	[3]	Promedio			
1	0,13	0,11	0,08	0,11	-	18,0	
2	0,03	0,05	0,05	0,04	14,1	16,3	
3	0,08	0,07	0,04	0,06	11,6	16,1	
4	0,09	0,15	0,10	0,11	11,2	14,1	
5	0,11	0,09	0,06	0,09	11	16,6	
6	0,02	0,02	0,03	0,02	6,8	6,8	
7	0,08	0,09	0,09	0,09	6,9	16,9	
8	0,11	0,10	0,05	0,09	10,8	15,5	
9	0,10	0,01	0,11	0,07	11,6	13,2	
10	0,09	0,07	0,09	0,08	7,9	15,7	
11	0,02	0,03	0,04	0,03	6,8	5,5	
12	0,08	0,10	0,12	0,10	8,1	17,2	
				<b>Máximo</b>	0,15	14,1	18,0
				<b>Media</b>	0,08	9,7	14,3
				<b>Mínimo</b>	0,02	6,8	5,5

Prueba	Viga 6					
Carga (Tn)	11,4					
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)
	[1]	[2]	[3]	Promedio		
1	0,08	0,08	0,08	0,08	-	17,0
2	0,07	0,06	0,06	0,06	5,5	11,2
3	0,06	0,06	0,05	0,06	6,2	15,3
4	0,08	0,08	0,07	0,08	8,8	15,7
5	0,06	0,06	0,06	0,06	8,5	16,1
6	0,04	0,05	0,04	0,05	6	14,8
7	0,06	0,05	0,05	0,05	4,1	15,5

Anejo 1: Resultados

8	0,06	0,06	0,06	0,06	8	17,1	
9	0,07	0,06	0,07	0,07	7,4	16,5	
10	0,07	0,08	0,06	0,07	7,3	15,8	
11	0,06	0,06	0,06	0,06	11,1	13,3	
12	0,06	0,05	0,05	0,05	6,4	14,4	
13	0,04	0,04	0,03	0,04	7,2	8,8	
14	0,09	0,09	0,08	0,09	6,5	17,3	
				<b>Máximo</b>	0,09	11,1	17,3
				<b>Media</b>	0,06	7,2	14,9
				<b>Mínimo</b>	0,03	4,1	8,8

Prueba		Viga 7					
Carga (Tn)		14					
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)	
	[1]	[2]	[3]	Promedio			
1	0,08	0,09	0,08	0,08	-	15,9	
2	0,08	0,06	0,07	0,07	5,7	22,6	
3	0,06	0,05	0,07	0,06	6	4,4	
4	0,06	0,06	0,07	0,06	6	21,1	
5	0,06	0,07	0,07	0,07	6,5	19,0	
6	0,05	0,05	0,06	0,05	9,6	22,3	
7	0,07	0,07	0,06	0,07	7	15,6	
8	0,06	0,05	0,05	0,05	9,7	23,4	
9	0,05	0,06	0,05	0,05	2,5	13,5	
10	0,09	0,09	0,08	0,08	4,5	10,1	
11	0,05	0,06	0,04	0,05	6,5	8,5	
12	0,07	0,07	0,06	0,07	4	21,9	
13	0,08	0,08	0,08	0,08	8	10,0	
14	0,09	0,09	0,09	0,09	6,1	21,3	
15	0,08	0,08	0,07	0,07	10	19,2	
16	0,07	0,07	0,08	0,08	7	24,3	
				<b>Máximo</b>	0,09	10,0	24,3
				<b>Media</b>	0,07	6,6	17,1
				<b>Mínimo</b>	0,04	2,5	4,4

Prueba		Viga 8				
Carga (Tn)		10,8				
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)
	[1]	[2]	[3]	Promedio		
1	0,048	0,055	0,046	0,050	-	11,0
2	0,053	0,058	0,058	0,056	5,5	14,6

3	0,045	0,057	0,048	0,050	6,6	9,9	
4	0,060	0,056	0,056	0,057	6,5	14,3	
5	0,083	0,114	0,076	0,091	7,4	15,2	
6	0,105	0,080	0,086	0,090	13,4	13,4	
7	0,054	0,066	0,053	0,058	10,9	14,6	
8	0,062	0,054	0,068	0,061	10,8	14,7	
9	0,070	0,064	0,063	0,066	2,7	7,3	
10	0,070	0,069	0,078	0,072	11,0	14,5	
11	0,088	0,058	0,088	0,078	7,9	12,4	
12	0,073	0,067	0,064	0,068	10,3	13,0	
13	0,118	0,081	0,114	0,104	12,4	14,3	
				<b>Máximo</b>	0,118	13,4	15,2
				<b>Media</b>	0,069	8,8	13,0
				<b>Mínimo</b>	0,045	2,7	7,3

Prueba		Viga 9					
Carga (Tn)		10,6					
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)	
	[1]	[2]	[3]	Promedio			
1	0,110	0,105	0,085	0,100	-	14,5	
2	0,119	0,115	0,104	0,113	4	16,2	
3	0,101	0,100	0,116	0,106	6,1	11,2	
4	0,128	0,101	0,102	0,110	5,8	14,4	
5	0,130	0,107	0,101	0,113	11,5	14,9	
6	0,090	0,091	0,090	0,090	10,7	14,8	
7	0,130	0,107	0,112	0,116	4,1	13,9	
8	0,161	0,111	0,138	0,137	10,4	14,1	
9	0,128	0,131	0,102	0,120	11,7	16,1	
10	0,080	0,075	0,079	0,078	7,5	11,0	
11	0,104	0,110	0,101	0,105	4,2	15,1	
12	0,110	0,120	0,154	0,128	9,7	17,1	
13	0,100	0,112	0,093	0,102	9,4	15,7	
				<b>Máximo</b>	0,161	11,7	17,1
				<b>Media</b>	0,109	7,9	14,5
				<b>Mínimo</b>	0,075	4,0	11,0

Prueba		Viga 10				
Carga (Tn)		5				
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)
	[1]	[2]	[3]	Promedio		
1	0,15	0,14	0,14	0,14	-	18,5

Anejo 1: Resultados

2	0,10	0,09	0,09	0,10	7	18,1	
3	0,07	0,06	0,06	0,06	13,9	12,7	
4	0,06	0,05	0,06	0,06	3,7	16,0	
5	0,07	0,07	0,08	0,07	4,9	17,3	
6	0,09	0,09	0,12	0,10	2,9	18,4	
7	0,09	0,09	0,08	0,09	3,1	8,7	
8	0,10	0,08	0,08	0,09	10,5	16,8	
9	0,08	0,09	0,08	0,08	4,2	16,9	
10	0,08	0,08	0,07	0,08	10,7	16,7	
11	0,07	0,07	0,06	0,07	2,6	16,6	
12	0,08	0,09	0,09	0,09	5,2	17,1	
13	0,04	0,04	0,03	0,04	10,7	7,6	
14	0,09	0,08	0,08	0,08	2,8	18,1	
15	0,14	0,11	0,10	0,12	13,2	18,1	
				<b>Máximo</b>	0,15	13,9	18,5
				<b>Media</b>	0,08	6,8	15,8
				<b>Mínimo</b>	0,03	2,6	7,6

<b>Prueba</b>	Viga 11
<b>Carga (Tn)</b>	3

Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)	
	[1]	[2]	[3]	Promedio			
1	0,10	0,11	0,10	0,10	-	16,8	
2	0,07	0,07	0,07	0,07	23,2	15,3	
3	0,09	0,10	0,09	0,09	16,1	17,5	
4	0,10	0,10	0,11	0,10	15,5	18,6	
5	0,11	0,06	0,03	0,07	19,1	16,1	
6	0,07	0,06	0,05	0,06	16,5	17,5	
				<b>Máximo</b>	0,11	23,2	18,6
				<b>Media</b>	0,08	18,1	17,0
				<b>Mínimo</b>	0,03	15,5	15,3

<b>Prueba</b>	Viga 12
<b>Carga (Tn)</b>	9,2

Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)
	[1]	[2]	[3]	Promedio		
1	0,07	0,06	0,07	0,07	-	11,6
2	0,07	0,07	0,07	0,07	4,4	4,4
3	0,03	0,02	0,03	0,03	7,5	16,3
4	0,07	0,07	0,07	0,07	3	22,1
5	0,06	0,05	0,06	0,06	3,1	21,7

6	0,09	0,08	0,09	0,09	7,3	14,0	
7	0,05	0,04	0,05	0,05	7,4	11,2	
8	0,07	0,06	0,06	0,07	9,8	21,3	
9	0,08	0,08	0,05	0,07	4,1	7,9	
10	0,05	0,05	0,05	0,05	7,5	20,7	
11	0,09	0,08	0,10	0,09	3,5	10,9	
12	0,04	0,04	0,05	0,04	7,5	21,9	
13	0,06	0,07	0,06	0,06	6	9,9	
14	0,09	0,11	0,10	0,10	8,5	21,8	
15	0,11	0,10	0,11	0,11	10,5	11,1	
16	0,12	0,12	0,12	0,12	6	22,9	
17	0,07	0,05	0,04	0,05	10,3		
				<b>Máximo</b>	0,12	10,5	22,9
				<b>Media</b>	0,07	6,7	15,6
				<b>Mínimo</b>	0,02	3,0	4,4

Prueba		Viga 13					
Carga (Tn)		7,6					
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)	
	[1]	[2]	[3]	Promedio			
1	0,12	0,13	0,13	0,13	-	14,9	
2	0,06	0,08	0,08	0,07	10,5	14,5	
3	0,09	0,12	0,08	0,10	3,2	13,7	
4	0,11	0,12	0,12	0,11	13,7	14,8	
5	0,03	0,03	0,04	0,03	1,8	2,8	
6	0,07	0,07	0,05	0,06	7,8	12,7	
7	0,07	0,07	0,05	0,06	7,5	14,6	
8	0,05	0,05	0,07	0,06	4,8	14,8	
9	0,07	0,06	0,06	0,06	3,3	10,0	
10	0,08	0,09	0,08	0,08	10,3	11,4	
11	0,09	0,08	0,08	0,08	2	14,4	
12	0,05	0,04	0,03	0,04	6,9	13,5	
13	0,17	0,14	0,17	0,16	11	14,9	
14	0,05	0,05	0,04	0,04	7,2	12,4	
15	0,08	0,07	0,07	0,07	7,6	15,6	
				<b>Máximo</b>	0,17	13,7	15,6
				<b>Media</b>	0,08	7,0	13,0
				<b>Mínimo</b>	0,03	1,8	2,8

Anejo 1: Resultados

Prueba	Viga 14						
Carga (Tn)	8,4						
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)	
	[1]	[2]	[3]	Promedio			
1	0,19	0,15	0,13	0,16	-	24,4	
2	0,06	0,06	0,05	0,06	9	9,1	
3	0,13	0,12	0,12	0,12	6,3	23,3	
4	0,08	0,09	0,07	0,08	7,3	13,2	
5	0,07	0,05	0,05	0,06	9,1	4,4	
6	0,16	0,17	0,17	0,17	4,7	24,8	
7	0,11	0,12	0,12	0,11	15,2	23,6	
8	0,14	0,15	0,14	0,14	6,1	9,3	
9	0,07	0,05	0,05	0,06	9,6	24,2	
10	0,06	0,061	0,049	0,06	15,3	8,5	
11	0,12	0,12	0,12	0,12	2,3	26,1	
12	0,12	0,12	0,11	0,12	4,9	15,0	
				<b>Máximo</b>	0,19	15,3	26,1
				<b>Media</b>	0,10	8,2	17,2
				<b>Mínimo</b>	0,05	2,3	4,4

Prueba	Viga 15						
Carga (Tn)	7						
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)	
	[1]	[2]	[3]	Promedio			
1	0,03	0,03	0,04	0,03	-	14,1	
2	0,12	0,10	0,08	0,10	6,5	10,8	
3	0,06	0,06	0,08	0,07	10,3	13,6	
4	0,04	0,05	0,03	0,04	8,4	11,5	
5	0,03	0,09	0,08	0,06	4,8	13,7	
6	0,04	0,05	0,03	0,04	6,8	12,4	
7	0,07	0,08	0,08	0,07	5,4	13,1	
8	0,12	0,18	0,04	0,11	9,8	6,1	
9	0,06	0,09	0,08	0,08	12,7	14,7	
10	0,09	0,09	0,10	0,09	7,9	5,2	
11	0,08	0,08	0,09	0,08	9,6	4,0	
12	0,10	0,10	0,12	0,11	11,4	5,3	
13	0,06	0,08	0,07	0,07	8,5	5,7	
				<b>Máximo</b>	0,18	12,7	14,7
				<b>Media</b>	0,07	8,5	10,0
				<b>Mínimo</b>	0,03	4,8	4,0

Prueba	Viga 16						
Carga (Tn)	8						
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)	
	[1]	[2]	[3]	Promedio			
1	0,12	0,10	0,11	0,11	-	17,8	
2	0,12	0,10	0,10	0,11	8,7	16	
3	0,19	0,12	0,12	0,14	13	15,9	
4	0,07	0,06	0,06	0,06	7,9	14	
5	0,16	0,21	0,18	0,18	13,3	16,8	
6	0,14	0,15	0,14	0,14	12,6	17,4	
7	0,13	0,12	0,15	0,14	14,7	15,8	
8	0,14	0,15	0,13	0,14	14,8	15,6	
9	0,12	0,11	0,06	0,09	11	15,7	
10	0,20	0,20	0,20	0,20	12	16,9	
				<b>Máximo</b>	0,21	14,8	17,8
				<b>Media</b>	0,13	12,0	16,2
				<b>Mínimo</b>	0,06	7,9	14,0

Prueba	Viga 17						
Carga (Tn)	10,4						
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)	
	[1]	[2]	[3]	Promedio			
1	0,08	0,09	0,06	0,08	-	18,0	
2	0,06	0,06	0,06	0,06	8,6	11,0	
3	0,11	0,12	0,09	0,11	7,2	19,2	
4	0,08	0,10	0,04	0,07	7	12,5	
5	0,06	0,06	0,07	0,06	12,6	18,6	
6	0,07	0,08	0,07	0,07	5	11,9	
7	0,08	0,06	0,07	0,07	11,5	16,9	
8	0,06	0,08	0,07	0,07	5	6,5	
9	0,08	0,08	0,10	0,08	10,3	18,9	
10	0,05	0,08	0,05	0,06	6,2	4,4	
11	0,10	0,08	0,07	0,08	12,5	18,5	
12	0,05	0,05	0,06	0,05	6,4	15,0	
13	0,09	0,09	0,08	0,08	10,4	19,4	
				<b>Máximo</b>	0,12	12,6	19,4
				<b>Media</b>	0,07	8,6	14,7
				<b>Mínimo</b>	0,04	5,0	4,4

Anejo 1: Resultados

Prueba	Viga 18					
Carga (Tn)	16,2					
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)
	[1]	[2]	[3]	Promedio		
1	0,05	0,06	0,04	0,05	-	16,0
2	0,05	0,05	0,04	0,05	3	8,1
3	0,09	0,08	0,08	0,08	4	14,3
4	0,04	0,05	0,05	0,04	2,9	14,2
5	0,09	0,10	0,07	0,09	8,2	14,5
6	0,11	0,11	0,13	0,12	9,9	14,9
7	0,04	0,05	0,05	0,04	3,3	4,4
8	0,05	0,04	0,04	0,04	6,9	17,1
9	0,07	0,09	0,09	0,08	3,5	14,5
10	0,08	0,07	0,08	0,07	7,6	16,5
11	0,12	0,11	0,08	0,10	6,6	16,6
12	0,06	0,06	0,05	0,05	10	14,3
13	0,06	0,06	0,06	0,06	4,3	12,9
14	0,07	0,06	0,05	0,06	5,4	8,9
15	0,06	0,05	0,05	0,05	6,8	16,1
16	0,06	0,07	0,06	0,06	6,4	14,2
17	0,09	0,09	0,09	0,09	7,5	15,5
			<b>Máximo</b>	0,13	10,0	17,1
			<b>Media</b>	0,07	6,0	13,7
			<b>Mínimo</b>	0,04	2,9	4,4

Prueba	Viga 19					
Carga (Tn)	8,5					
Fisura	Ancho de fisura (mm)				Distancia fisuras (cm)	Profundidad fisuras (cm)
	[1]	[2]	[3]	Promedio		
1	0,16	0,17	0,16	0,16	-	18,1
2	0,21	0,18	0,18	0,19	6,5	15
3	0,19	0,16	0,17	0,17	7,2	17,1
4	0,15	0,14	0,14	0,14	7	15
5	0,15	0,15	0,16	0,15	6,8	14,7
6	0,10	0,12	0,09	0,10	3,8	14,1
7	0,14	0,18	0,15	0,16	4,5	16,5
8	0,07	0,07	0,07	0,07	5	8,7
9	0,14	0,16	0,14	0,15	3,5	16,1
10	0,15	0,09	0,11	0,12	4,8	18,6
11	0,13	0,12	0,10	0,12	3	17,1
12	0,09	0,09	0,08	0,09	4	4,2
13	0,19	0,19	0,20	0,19	4,5	17,4

14	0,08	0,09	0,10	0,09	6	14,8	
15	0,14	0,11	0,12	0,12	4,2	18,6	
16	0,04	0,07	0,08	0,07	5,5	17	
17	0,17	0,21	0,20	0,19	5,8	18,9	
18	0,08	0,06	0,08	0,07	7,9	16,6	
19	0,07	0,08	0,08	0,08	4	16,1	
20	0,08	0,08	0,09	0,08	4,5	15,6	
				<b>Máximo</b>	0,21	7,9	18,9
				<b>Media</b>	0,13	5,2	15,5
				<b>Mínimo</b>	0,04	3,0	4,2

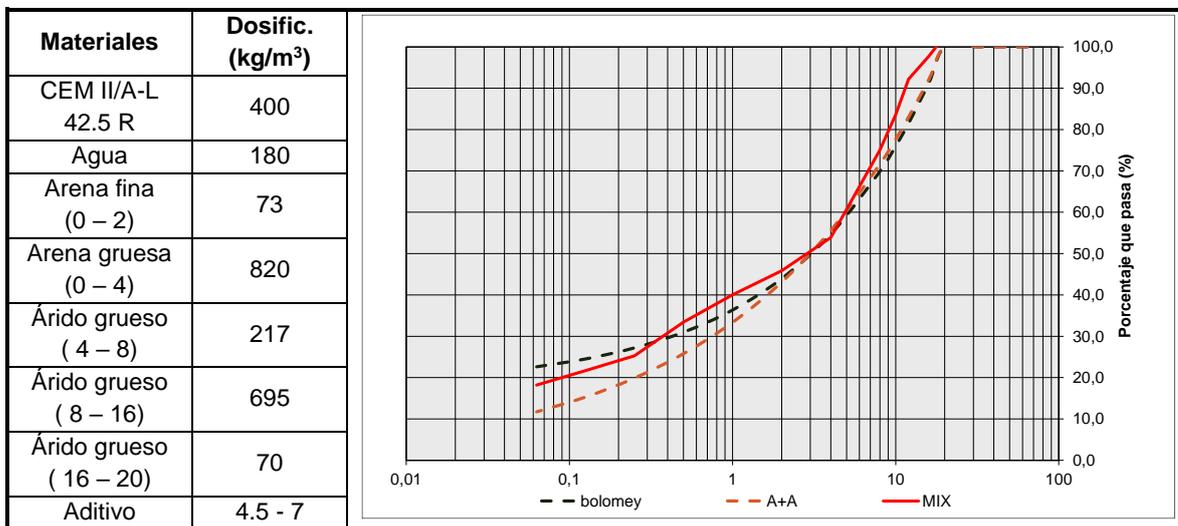
<b>Prueba</b>	Viga 20						
<b>Carga (Tn)</b>	6						
<b>Fisura</b>	<b>Ancho de fisura (mm)</b>				<b>Distancia fisuras (cm)</b>	<b>Profundidad fisuras (cm)</b>	
	<b>[1]</b>	<b>[2]</b>	<b>[3]</b>	<b>Promedio</b>			
1	0,138	0,140	0,155	0,144	-	25,7	
2	0,117	0,127	0,115	0,120	9,8	25,4	
3	0,062	0,061	0,057	0,060	2,9	5,2	
4	0,156	0,160	0,152	0,156	12,6	25,7	
5	0,051	0,052	0,042	0,048	5,5	7,2	
6	0,088	0,077	0,063	0,076	11,0	13,5	
7	0,124	0,113	0,128	0,122	2,0	24,7	
8	0,083	0,094	0,095	0,091	9,8	25	
9	0,108	0,117	0,110	0,112	2,6	19,9	
10	0,029	0,032	0,029	0,030	10,5	6,7	
11	0,173	0,181	0,179	0,178	3,3	25,2	
12	0,164	0,165	0,167	0,165	11,2	23,5	
13	0,162	0,164	0,161	0,162	16,5	25	
14	0,148	0,147	0,150	0,148	9,6	25,9	
				<b>Máximo</b>	0,181	16,5	25,9
				<b>Media</b>	0,115	8,3	19,9
				<b>Mínimo</b>	0,029	2,0	5,2

## Anejo 2: Materiales

### A2.1. Áridos

Suministrador	Pardo Ballester			Almela	Guerola /Ontinyent
	Árido grueso 16/20	Árido grueso 8-16	Árido grueso 4-8	Arena gruesa 0-4	Arena fina 0 - 2
64	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
32	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
20	89,0	100,0	100,0	100,0	100,0
16	18,0	92,0	100,0	100,0	100,0
12	6,0	76,0	100,0	100,0	100,0
10	1,0	50,0	100,0	100,0	100,0
8	0,0	24,0	99,0	100,0	100,0
4	0,0	0,0	19,0	86,0	100,0
2	0,0	0,0	1,0	70,0	96,0
1	0,0	0,0	0,6	56,0	84,0
0,5	0,0	0,0	0,0	40,0	70,0
0,25	0,0	0,0	0,0	20,0	55,0
0,125	0,0	0,0	0,0	12,0	39,0
0,063	0,0	0,0	0,0	4,0	26,0

### A2.2. Dosificación del hormigón



### A2.3. Acero para armaduras

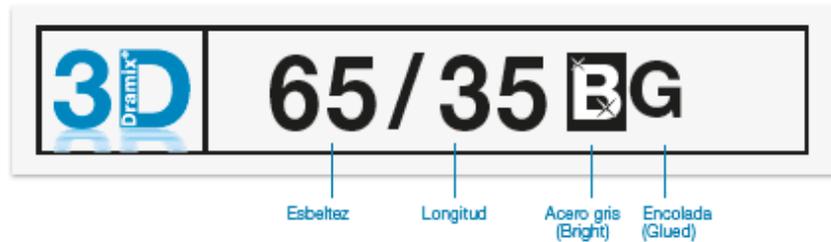
<b>Acero empleado en armado longitudinal y transversal: B500SD</b>
Límite elástico ( $f_y$ ) $\geq$ 500MPa.
Carga unitaria de rotura ( $f_s$ ) $\geq$ 575MPa.

## A2.4. Fibras empleadas

### A.2.4.1. Fibras de acero Dramix 3D 65/35 BG



Dramix®



### FICHA TÉCNICA

#### Características

##### Propiedades del material

Resistencia Nominal a la tracción:	1.345 (N/mm <sup>2</sup> )
Módulo de Young:	200.000 (N/mm <sup>2</sup> )
Deformación máxima en tracción:	0,8 %

##### Geometría

Gama de fibras	3D	
Longitud (l)	35 mm	
Diámetro (d)	0,55 mm	
Ratio de esbeltez (l/d)	65	

**Mínima dosificación según EN 14889-1**  
15 kg/m<sup>3</sup>

##### Red de fibras

8.032 m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup> por 15 kg/m<sup>3</sup>  
14.711 fibras/kg

##### Gama Dramix®

3D Aplicaciones estándar HRFA  
4D Elevado control en servicio  
5D Aplicaciones estructurales avanzadas

	5D	4D	3D
Resistencia a tracción	██████████	██████████	██████████
Ductilidad del alambre	██████████	██████████	██████████
Resistencia de anclaje	██████████	██████████	██████████

#### Certificados del producto \*



\* Los certificados del producto son específicos de las plantas de producción.

#### Conformidad del producto

Dramix® cumple con las normas técnicas ASTM A820, EN 14889-1 e ISO 13270 clase A.

#### Certificados del sistema



Todas las plantas industriales Dramix® cuentan con el certificado ISO 9001 e ISO 14001.

#### Embalaje



#### Manipulación



#### DRA MIX® 3D 65/35BG

**El anclaje original**  
Dramix® 3D es una fibra altamente rentable ideal para estructuras hiperestáticas estándar de hormigón sometidos a cargas estáticas habituales, de fatiga y a cargas dinámicas.

**Tecnología encolada para refuerzo tridimensional**  
Las fibras de acero Dramix® están unidas con cola soluble en agua. La cola ayuda a evitar la formación de bolas de fibras durante el amasado y garantiza una distribución homogénea de las fibras en toda la mezcla de hormigón.

**Bekaert Soporte técnico Bekaert**  
Puede contar con nuestro equipo de soporte para cada fase de su proyecto, desde el anteproyecto hasta durante la ejecución. Nuestros servicios incluyen recomendaciones sobre diseño de pavimentos, detalles de constructivos, optimización del hormigón y procedimientos automáticos de control de calidad. También nos complace compartir nuestros conocimientos con usted y su equipo. No dude en solicitarnos un seminario o formación sobre el refuerzo de fibras de acero en sus oficinas.

Para recomendaciones sobre manejo, dosificación y mezcla visite [www.bekaert.com/dosingdramix](http://www.bekaert.com/dosingdramix). Cualquier otro documento específico o certificado se puede encontrar en [www.bekaert.com/dramix/downloads](http://www.bekaert.com/dramix/downloads).

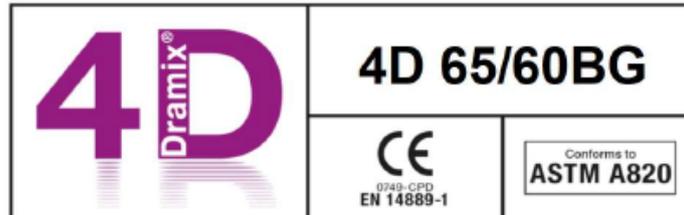
A.2.4.2. Fibras de acero Dramix 4D 65/60 BG

**Dramix®**

**BEKAERT**

better together

## Technical Data Sheet



Dramix® 4D 65/60BG es una fibra trefilada al frío, de acero brillante, con anclajes en los extremos para un óptimo y eficiente en costo, refuerzo del concreto, mortero o lechada. Está encolada en fajos para fácil dosificación.

**Geometría**

longitud de fibra l 60 mm  
diámetro de fibra d 0.9 mm  
relación de aspecto l/d 65

**Red de Fibras**

número de fibras por kg 3,200  
dosis mínima CE 15 kg/m<sup>3</sup>  
longitud de alambre para 2.9 km

**Propiedades de Material**

resist. a tensión R<sub>m, nom</sub> 1,600 N/mm<sup>2</sup>  
módulo de Young 210,000 N/mm<sup>2</sup>

**Estándares de Calidad**

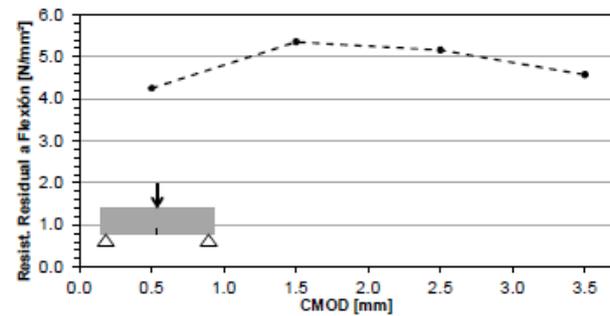
EN 14889-1, sistema '1', uso estructural  
ISO 9001, ISO 14001



Cliente	Prof. Pedro Serna, UPV
ubicación	Valencia
Proyecto	Programa experimental UPV
ubicación	Valencia
observación	-
Fecha	25/03/2022

**Resistencia Residual a Flexión\***

30 kg/m<sup>3</sup> Dramix 4D 65/60BG in C40/50



Resist. residual a flexión promedio  $f_{R,m}$  de según EN 14651.\*  
Sólo válida para la combinación mencionada de tipo de fibra, dosis y resistencia a compresión del concreto.

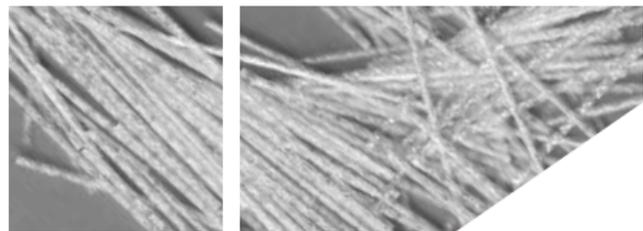
tipo de fibra	Dramix®	4D 65/60BG
dosis	30 kg/m <sup>3</sup>	
concreto	C40/50	
CMOD 0,5mm	$f_{R1,m} =$	4.3 N/mm <sup>2</sup>
CMOD 1,5mm	$f_{R2,m} =$	5.4 N/mm <sup>2</sup>
CMOD 2,5mm	$f_{R3,m} =$	5.2 N/mm <sup>2</sup>
CMOD 3,5mm	$f_{R4,m} =$	4.6 N/mm <sup>2</sup>

A.2.4.3. Fibras sintéticas BarChip 48



BarChip 48 is a high performance structural synthetic fibre concrete reinforcement, optimised for pavements, industrial floors and precast elements.

Work with BarChip and together we'll unlock the full potential of your concrete mix.



Packaged in mulchable paper bags and big bags for automated dosing. Safely stacked 3 pallets high on recyclable HDPE pallets.



**Benefits**

- Comprehensive design and technical support
- Redistributes load - increased ductility / toughness
- Eliminates corrosion - long term durability
- Eliminates set-up of steel mesh
- Improves precast production speeds up to 50%
- Increases abrasion and impact protection
- 70% reduction in carbon footprint compared to steel
- Safer and lighter to handle than steel
- Reduced wear on concrete pumps and hoses
- BarChip fibre is UV stabilised to resist solar deterioration
- Weather proof packaging on multi-stack HDPE pallets

**Product Features** (see SDS for more details)

Characteristic	BarChip 48	Standard
Fibre Class II	For structural use in concrete, mortar and grout	EN 14889-2
Tensile Strength	640 MPa	JIS L 1013/ISO 2062
Young's Modulus	12 GPa	JIS L 1013/ISO 2062
Length	48 mm	
Anchorage	Continuous Embossing	
Base Material	Virgin Polypropylene	
Alkali Resistance	Excellent	
CE Certification		1029-CPR-GB19/964030
ISO 9001:2015 Certification		0044943

**Dosage**

BarChip 48 has a regular dosage rate of 2.5 kg to 5 kg per cubic metre. Dosage rate should be determined based on performance requirements. Regular dose rates may reduce measured slump.

**Mixing**

BarChip 48 is added "Bags and All" to the mixer with initial batch water. Follow with dry materials and mix at high speed for the required revolutions. Alternative batching techniques can be applied.

Undertake mix optimisation with BarChip specialists to ensure you're getting optimal output from your concrete mix. For more information view BarChip's batching and mixing guide.

**Pumping**

BarChip 48 can be pumped through 50 mm rubber hoses without difficulty. Precautions should be taken to ensure the fibres can pass freely through the hopper grate.

**Handling and Storage**

BarChip 48 is packed in 2.5 kg mulchable paper bags (440 kg per pallet) and supplied on durable, recyclable plastic pallets with a fitted rain hood to allow storage outdoors. Bags stored individually must be protected from water damage.

For more information contact your nearest BarChip representative.

**Conformity**

Conforms to ASTM C 1116 - Type III  
Conforms to EN 14889 - 2





**Flexural Performance - ASTM C 1609 / C 1609 M**

Residual Strength at 0.75 mm Displacement  $f_{600}^{150}$  [MPa]

f'c [MPa]	Dosage Rate [kg/m <sup>3</sup> ]					
	2.5	3	3.5	4	5	6
25	1.10	1.35	1.60	1.85	2.35	2.85
32	1.30	1.55	1.80	2.10	2.60	3.15
40	1.50	1.80	2.05	2.35	2.90	3.50

Residual Strength at 3.0 mm Displacement  $f_{150}^{150}$  [MPa]

f'c [MPa]	Dosage Rate [kg/m <sup>3</sup> ]					
	2.5	3	3.5	4	5	6
25	0.80	1.00	1.15	1.35	1.75	2.20
32	0.90	1.10	1.30	1.50	1.95	2.40
40	1.05	1.25	1.45	1.65	2.10	2.60

**Flexural Performance - EN 14651, RILEM**

Residual Strength at CMOD 0.5 mm  $f_{R1}$  [MPa]

Concrete Class	Dosage Rate [kg/m <sup>3</sup> ]				
	2.5	3	4	5	6
C25/30	1.30	1.55	1.90	2.20	2.60
C30/37	1.35	1.55	1.95	2.30	2.70
C35/45	1.40	1.60	2.05	2.35	2.80
C40/50	1.45	1.65	2.05	2.45	2.90

Residual Strength at CMOD 1.5 mm  $f_{R2}$  [MPa]

Concrete Class	Dosage Rate [kg/m <sup>3</sup> ]				
	2.5	3	4	5	6
C25/30	1.35	1.60	2.05	2.55	3.15
C30/37	1.35	1.60	2.15	2.80	3.40
C35/45	1.40	1.65	2.20	3.00	3.50
C40/50	1.45	1.75	2.30	3.05	3.60

Residual Strength at CMOD 2.5 mm  $f_{R3}$  [MPa]

Concrete Class	Dosage Rate [kg/m <sup>3</sup> ]				
	2.5	3	4	5	6
C25/30	1.45	1.65	2.10	2.70	3.55
C30/37	1.45	1.65	2.35	3.15	3.70
C35/45	1.50	1.70	2.40	3.20	3.80
C40/50	1.50	1.80	2.55	3.30	3.90

Residual Strength at CMOD 3.5 mm  $f_{R4}$  [MPa]

Concrete Class	Dosage Rate [kg/m <sup>3</sup> ]				
	2.5	3	4	5	6
C25/30	1.30	1.50	2.05	2.65	3.20
C30/37	1.30	1.55	2.15	2.80	3.45
C35/45	1.35	1.60	2.25	2.95	3.50
C40/50	1.35	1.70	2.40	3.05	3.75

These results are mean values based on samples cast and tested at 28 days of age in NATA and EMI TUV SUD certified laboratories.

**Note:** The values presented here are a proposal based on the experience of test results worldwide. The tables give an indication of expected performance and need to be verified in-situ by appropriate testing. The performance of FRC is achieved by the composite matrix and not only by the fibres. An ideal mix and application technology has to be applied in order to optimise the results. BarChip specialists are available to provide support.

BarChip Inc. EMEA: +353 (0) 1 469 3197  
 info@barchip.com Asia: +65 6835 7716  
 N. America: +1 704 843 8401 S. America: +56 2 2703 1563  
 Australia: +61 1300 131 158 Brazil: +55 19 2121 5417

Distributors are located in other regions. For contact details visit [www.barchip.com](http://www.barchip.com).



Disclaimer: This information has been provided as a guide to performance only, for specific and supervised conditions. The user is advised to undertake their own evaluation and use the services of professionals to determine the product suitability for any particular project or application prior to commercial use. ISO 9001:2015 © BarChip 2021. PS48\_2021\_2.

[www.barchip.com](http://www.barchip.com)

### Anejo 3. Reportaje fotográfico de los ensayos de fisuración

P1-12-12-1-2-∞-3D-0-25



P2-12-12-1-3-23.2-4D-30-25



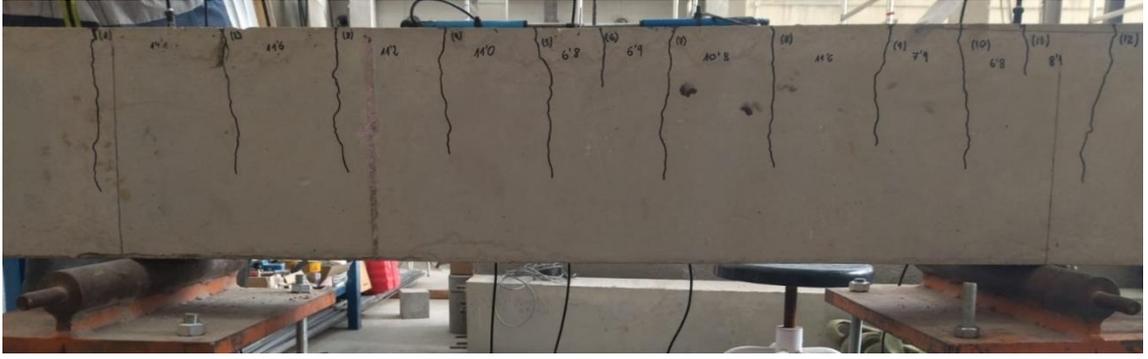
P3-12-12-2-3-16-BC-10-35



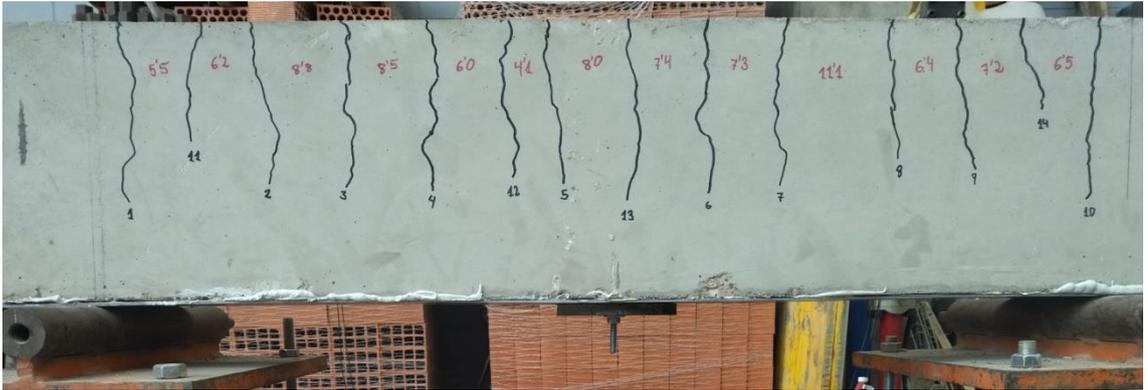
P4-16-16-1-2-32.6-4D-60-35



P5-16-16-1-3-11.3-BC-0-25



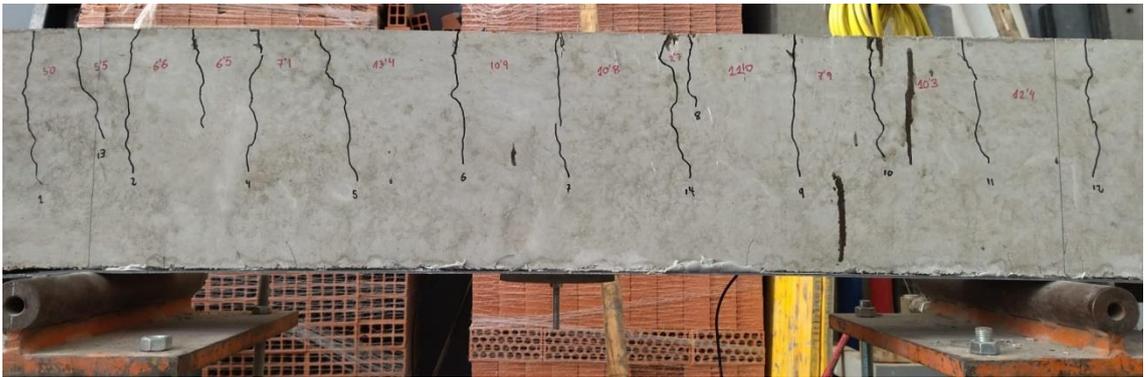
P6-16-16-2-3-∞-3D-30-25



P7-20-20-1-3-∞-BC-5-35



P8-20-20-1-3-22-3D-60-25



P9-20-20-2-2-10-4D-0-25



P10-24-12-1-3-11-4D-30-25



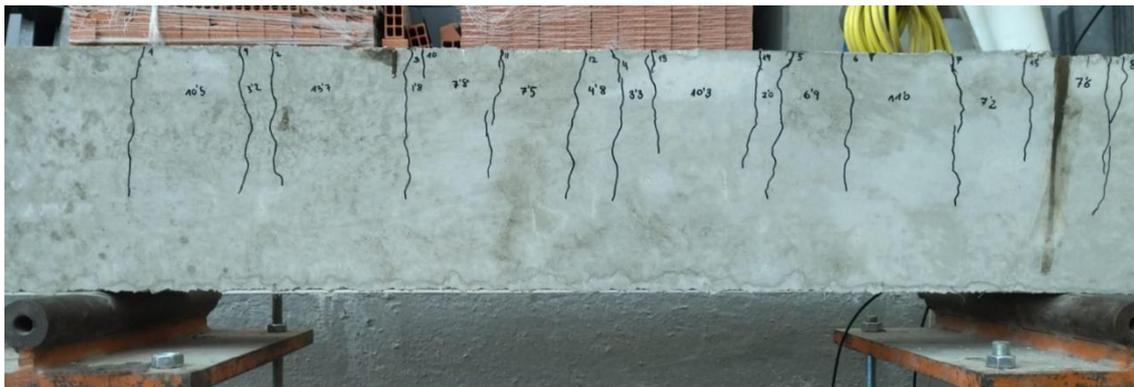
P11-24-12-1-2-∞-BC-10-25



P12-24-12-2-3-30.8-3D-0-35



P13-32-16-1-3-10.5-3D-60-25



P14-32-16-1-3-∞-4D-0-35



P15-32-16-2-2-19.4-BC-5-25



P16-40-20-1-3-20-BC-0-25



P17-40-20-1-2-15-3D-30-35



P18-40-20-2-3-∞-4D-60-25



P19-12-12-2-3-11.6-BC-10-25



P20-24-12-1-2-∞-BC-10-35

