Tiempo y lugar para el lanzamiento de satélites

Moraño Fernández, José A. (jomofer@mat.upv.es)

Departamento de Matemática Aplicada - ETSID
Universitat Politècnica de València

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Índice general

1 Introducción

Cuando se lanza una nave espacial ésta debe ser insertada en una órbita muy precisa. Para evitar o reducir al máximo las maniobras de cambio de plano que dan acceso a esas órbitas, el lanzamiento se suele hacer a una órbita de párking también muy particular.

Las maniobras de cambio de plano son muy costosas, por ejemplo, realizar un cambio de 24^{o} requiere un Δv equivalente al de impulsar la nave para alcanzar la velocidad de escape de esa trayectoria (un incremento del $41.4\,\%$). Otro ejemplo que muestra lo exigente de esta maniobra es que cambiar 60^{o} el plano de la órbita de una nave requiere duplicar su velocidad (un satélite LEO necesitaría consumir hasta el $80\,\%$ de su masa para realizar esa maniobra con el más eficiente de los propulsores químicos actuales. Este consumo tan elevado hace que los ajustes de plano orbital se intenten hacer en las fases de ascenso cuando la energía está disponible pero hay ciertas limitaciones de tipo geográfico, temporal, etc.

Para acceder a las órbitas de párking más adecuadas el equipo de lanzamiento necesita saber desde qué lugar específico conviene lanzar, en qué instante hay que efectuar el lanzamiento y la dirección idónea de ejecución, intentando así, que el lanzamiento sea correcto y lo menos costoso posible.

Este artículo presenta los métodos que permiten obtener la información necesaria para situar un satélite en una órbita de una inclinación y un nodo ascendente determinados. El desarrollo aquí expuesto es una buena aproximación pero conviene destacar que no se ha tenido en cuenta el tiempo que tarda la nave en alcanzar el punto de inserción en la órbita baja (unos $10\,min$).

Por otra parte, para la aplicación de nuestras ecuaciones vamos a considerar algunas constantes:

- La Tierra no es esférica pero cuando, por aproximación se considere que tiene esa forma, se utiliza como radio terrestre el radio ecuatorial

  $$R_T = 6378\,km.$$

  Además su movimiento de rotación alrededor del eje polar tiene una velocidad angular de

  $$\omega = 7.29217 \cdot 10^{-5}\,rad/s$$

- Los triángulos rectángulos esféricos verifican las fórmulas de Napier[1].

2 Objetivos

Una vez hayas leído con detenimiento este documento **serás capaz de**:

- Conocer las restricciones de latitud de los emplazamientos para insertar en órbitas de inclinaciones determinadas.
- Calcular los azimuts de lanzamiento para acceder a una órbita de determinada inclinación según se lance cerca del nodo ascendente o del descendente.
- Hallar las posibles ventanas temporales de lanzamiento para determinar el instante en el que éste debe realizarse.

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Spherical_trigonometry

3 Inclinaciones accesibles desde una base

En la figura 1 se muestra la geometría de un lanzamiento donde encontramos un triángulo esférico determinado por la inclinación requerida i, la latitud de la base terrestre ϕ, y el azimut Az, con el que se debe efectuar el lanzamiento.

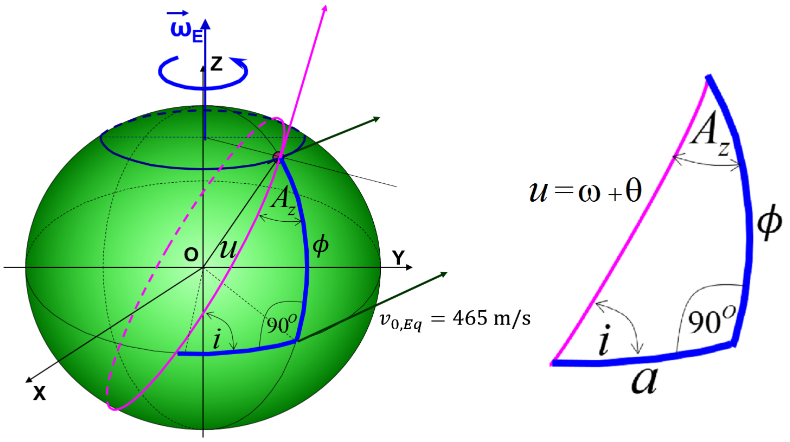

Figura 1: Triángulo esférico que se presenta en la geometría de un lanzamiento.

El triángulo esférico que aparece es rectángulo lo que permite aplicar las leyes de Napier y estableciendo la siguiente relación

$$\cos i = \sin(Az)\cos\phi \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\sin(Az) = \frac{\cos i}{\cos\phi}} \tag{1}$$

Como $|\sin(Az)| \leq 1$ entonces $\begin{cases} \phi \leq i & \text{si} \quad i \leq 90^\circ \\ \phi \leq 180^\circ - i & \text{si} \quad i > 90^\circ \end{cases}$

.

Por tanto, si la latitud del emplazamiento ϕ es mayor que la inclinación deseada i, el lanzamiento no podrá hacerse directamente a la órbita objetivo (ver figura 2a). En este caso será necesario realizar posteriormente alguna maniobra con cambio de plano. En esa misma figura 2 pueden observarse las diferentes situaciones que pueden darse en un lanzamiento según la latitud del lugar y la inclinación de la órbita en la que se quiere hacer la inserción.

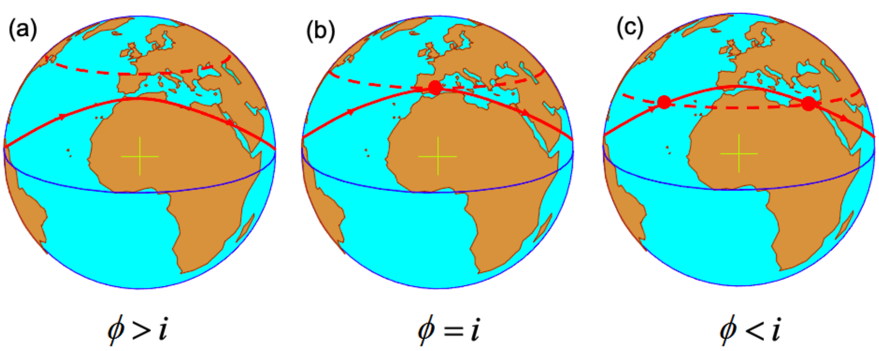

Figura 2: Posibilidades de lanzamiento según la latitud del lugar, ϕ, y de la inclinación de la órbita, i.

Por tanto, como para hacer una inserción directa debe hacerse en un punto que pertenezca a la órbita, si la latitud del punto de ascenso es mayor que la inclinación deseada la inserción directa no es posible (caso a). Si $\phi = i$ la inserción solo se puede hacer en el instante en que ese punto de la órbita alcance esa latitud (caso b). Por último, si $\phi < i$ habrá dos posibilidades de inserción directa, una antes de culminar (más próxima al nodo ascendente) y otra después (próxima al nodo descendente) (caso c).

La dirección del lanzamiento será hacia el Este si se quiere una órbita posígrada o hacia el Oeste si se pretende una retrógrada (en este caso la inserción es posible si $\phi \leq 180^o - i$).

4 Direcciones/azimuts de lanzamiento

Otro factor que debe ser considerado el cualquier lanzamiento es que este se produce desde la superficie terrestre y por tanto es interesante aprovechar lo máximo posible la velocidad rotacional de la Tierra.

En el lanzamiento se aprovechará toda esa velocidad si el lanzamiento se realiza completamente hacia el Este ($Az = 90^o$) pero para ello la latitud del lugar de lanzamiento debe coincidir con la inclinación deseada (figura 2b).

Si la inclinación supera la latitud del lugar de lanzamiento (figura 2c) hay dos posibilidades en las que será necesario determinar el Azimut, Az adecuado para insertar directamente en la órbita sin tener que realizar maniobras de cambio de plano posteriormente. En la sección anterior ya se obtuvo la expresión (1) que permite obtener los dos posibles Azimuts de un lanzamiento:

$$\sin(Az) = \frac{\cos i}{\cos \phi} \tag{2}$$

Ejemplo 4.1 *Determina los Azimuts posibles para lanzar un satélite desde la Universitat Politècnica de València (UPV)*[2] *a:*

a) *la órbita de la ISS* $(i = 51.6^o)$

b) *la órbita del satélite Lageos-1* $(i = 109.8^o)$

Solución: a) Aplicando a la UPV la expresión (1) se tiene

$$\cos 51.6^o = \sin Az \cdot \cos 39.48^o \quad \rightarrow \quad \sin Az = \frac{\cos 51.6^o}{\cos 39.48^o} = 0.8048 \quad \rightarrow \quad Az = \begin{cases} 53.6^o \\ 126.4^o \end{cases}$$

b) En este caso se trata de una órbita retrógrada por lo que el lanzamiento debe realizarse hacia el Oeste lo que obliga a que los azimuts sean mayores de 180^o.

$$\cos 109.8^o = \sin Az \cdot \cos 39.48^o \quad \rightarrow \quad \sin Az = \frac{\cos 109.8^o}{\cos 39.48^o} = -0.439 \quad \rightarrow \quad Az = \begin{cases} 333.97^o \\ 206.03^o \end{cases}$$

[2] $\phi_{\text{UPV}} = 39.48^o$

5 Hora del lanzamiento

Otro dato importante para efectuar un lanzamiento es conocer el instante en el que este se puede realizar. Para alcanzar una inserción directa el lanzamiento debe producirse justo cuando el lugar en el que se produce cruza por debajo del plano orbital. Ese instante se denomina **Hora Sidérea de la Ventana de Lanzamiento, $\boldsymbol{LWST}$**.

Por tanto, para un lugar concreto de lanzamiento deben coincidir su Hora Sidérea Local, LST o TSL, con la hora sidérea de la ventana de lanzamiento, es decir,

$$LST = LWST$$

Cuando **la inclinación y la latitud coinciden, $\boldsymbol{i = \phi}$**:
Sólo hay una ventana de lanzamiento en cada órbita, siendo

$$LWST = \Omega + 90^{\circ}$$

donde Ω es la ascensión recta del nodo ascendente de la órbita.

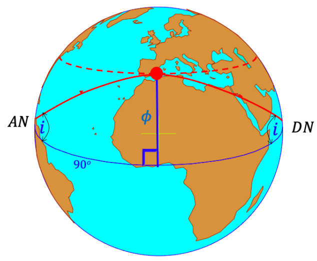

Figura 3: El lanzamiento cuando $\phi = i$ se hace hacia el este cuando $LST = LWST$

En el caso de que la **inclinación supere a la latitud, $\boldsymbol{i > \phi}$**, hay dos posibles ventanas en cada órbita, una cerca de su nodo ascendente y otra cerca del nodo descendente (ver figura 4).

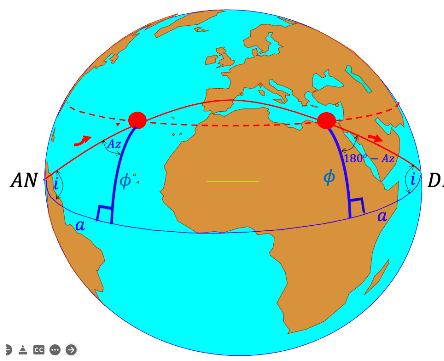

Figura 4: Cuando la latitud es inferior a la inclinación $i > \phi$, hay dos ventanas posibles de lanzamiento, una cerca del nodo ascendente (AN) y otra cerca del descendente (DN).

Para analizar estos casos definimos el **Ángulo de posición de la ventana de lanzamiento $\boldsymbol{a}$**al ángulo, medido sobre el ecuador que está comprendido entre el nodo más próximo y el meridiano del lanzamiento.

- Para lanzamientos cercanos al nodo ascendente (AN) la situación es la que aparece en la figura 5. En este caso el ángulo auxiliar a está comprendido entre el AN y el meridiano.

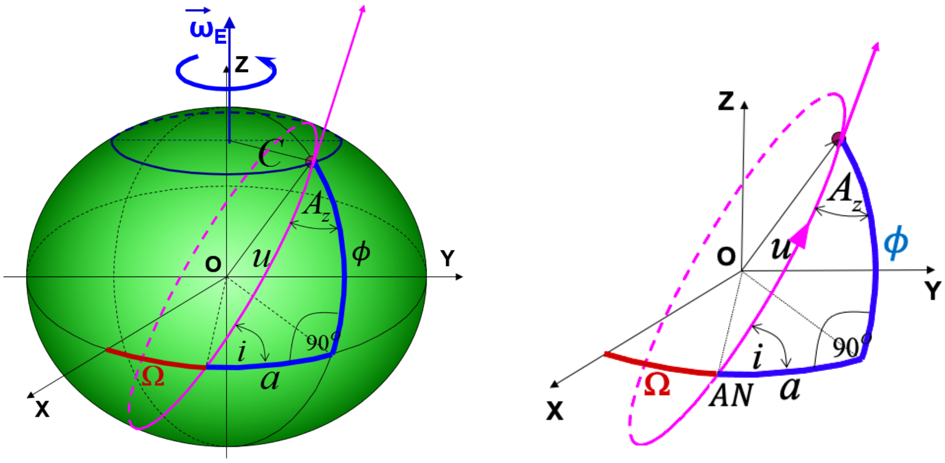

Figura 5: El lanzamiento cerca del nodo ascendente debe realizarse cuando $LST = LWST = \Omega + a$

Utilizando las fórmulas de Napier para triángulos rectángulos esféricos se tienen las siguientes relaciones:

$$\sin(Az) = \frac{\cos i}{\cos \phi} \quad (\text{con } Az < 90^\circ) \qquad \boxed{\cos a = \frac{\cos(Az)}{\sin i}} \tag{3}$$

Y la LST del lugar para lanzar cerca del nodo ascendente debe coincidir con:

$$\boxed{LWST_{AN} = \Omega + a} \tag{4}$$

- Cuando el lanzamiento se realiza cerca del nodo descendente el triángulo a considerar es el de la figura 6. En este caso el ángulo a de la ventana de lanzamiento es el comprendido entre el meridiano y el nodo descendente.

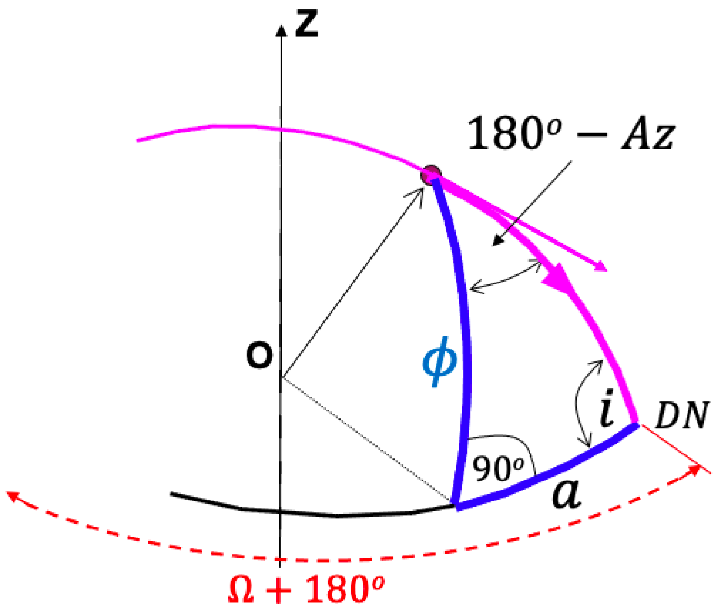

Figura 6: Cerca del nodo descendente debe lanzarse cuando $LST = LWST = \Omega + 180^\circ - a$

De nuevo, considerando las fórmulas de Napier se obtienen

$$\sin(Az) = \sin(180^o - Az) = \frac{\cos i}{\cos\phi} \quad (\text{con } 90^o < Az < 180^o)$$
$$\boxed{\cos a = \frac{\cos(180^o - Az)}{\sin i}} = \frac{-\cos(Az)}{\sin i} \underset{(Az>90^o)}{>} 0$$

Resulta fácil deducir de la figura 6 que para hacer el lanzamiento cerca del nodo descendente la hora sidérea local LST debe coincidir con la de la ventana de lanzamiento

$$\boxed{LWST_{DN} = \Omega + 180^o - a} \tag{5}$$

Nota: Para el hemisferio sur el proceso de análisis es similar resultando:

$$\begin{aligned} LWST_{AN} &= \Omega - a \qquad &\text{con} \quad Az < 90^o \\ LWST_{DN} &= \Omega + 180^o + a \qquad &\text{con} \quad Az > 90^o. \end{aligned}$$

Ejemplo 5.1 *Se desea hacer el lanzamiento de un satélite desde la base espacial de El Arenosillo en Huelva ($37^o06'N6^o44'W$) para alcanzar una órbita baja de ascensión recta del nodo ascendente $\Omega = 200^o$ y de inclinación $i = 50^o$. Si la hora sidérea local actual es $LST = 16:00$*

a) ¿Cúal debe ser el azimut de lanzamiento?
b) ¿Cuánto tiempo falta para la próxima ventana de lanzamiento?

Solución: a) El azimut del lanzamiento se obtiene a partir de la expresión (1)

$$\sin(Az) = \frac{\cos i}{\cos\phi} = 0.806 \quad \rightarrow \quad Az = \arcsin(0.806) = \begin{cases} 53.7^o \\ 126.3^o \end{cases}$$

b) Estos azimuts permiten aplicar ahora la igualdad (3) se tiene

$$\cos a = \frac{\cos(Az)}{\sin i} = 0.921 \quad \rightarrow \quad a = \arccos(0.921) = 39.39^o$$

lo que permite obtener las ventanas de lanzamiento con las expresiones (4) y (5)

$$LWST_{AN} = \Omega + a = 200 + 39.39 = 239.39^o \quad \rightarrow \quad LWST_{AN} = 239.39/15 = 15.96\,hr$$
$$LWST_{DN} = \Omega + 180^o - a = 200 + 180 - 39.39 = 340.61^o \quad \rightarrow \quad LWST_{DN} = 22.71\,hr$$

Como la hora actual de la base es mayor que la ventana cerca del nodo ascendente $LST = 16.0 > 15.96 = LWST_{AN}$, la siguiente ventana será la que hay cerca del nodo descendente. En consecuencia, el tiempo de espera será

$$LWST_{DN} - LST = 22.71 - 16 = 6.71\,hr = 6\,hr\;42\,min\;26\,s$$

y el azimut será 126.3^o.

6 Cierre

En este artículo se han mostrado las inclinaciones que son accesibles con un lanzamiento directo para una determinada latitud.

Hay una sección donde se explica el proceso de obtención de los azimuts posibles para que el lanzamiento resulte con una inclinación determinada.

También se ha presentado el método que permite hallar las ventanas de lanzamiento posibles para insertar en una órbita con una inclinación y una ascensión recta del nodo ascendente conocidas.

Estos contenidos han sido apoyados con ejemplos que muestran su aplicación a posibles situaciones reales.

Referencias

[1] Sellers, Jerry J. ,*Understanding space, an introduction to astronautics. Third Edition*, Space Technology Series, McGraw-Hill Higher Education, 2005.

[2] Curtis, Howard D. ,*Orbital Mechanics for Engieering Students*, tercera edición, Elsevier aerospace engineering series, Kidlington: ButterWorth-Heinemann, 2014.

[3] Bate, Roger R. et al. ,*Fundamental of Astrodynamics*, Dover Publications, New York, 1971.

[4] Brown, Charles D. ,*Spacecraft Mission Design. Second Edition*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., Virginia, 1998.

[5] Prussing, John E. and Conway, Bruce A. ,*Orbital Mechanics*, Oxford University Press, New York, 1993.

[6] Chobotov, Vladimir A. ,*Orbital Mechanics Third Edition*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., Virginia, 2002.