

Mejoramiento de la navegabilidad de un robot móvil considerando el consumo energético de su brazo

Jesús M. García*, José Moncada, Juan Rodríguez

Universidad Nacional Experimental del Táchira, Laboratorio de Prototipos, Av. Universidad, sector Paramillo, San Cristóbal, Venezuela.

To cite this article: García, J. M., Moncada, J., Rodríguez, J. 2023. Improving the Navigability of a Mobile Robot Considering the Energy Consumption of its Arm. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 20, 115-123. <https://doi.org/10.4995/riai.2022.17806>

Resumen

Este artículo describe el desarrollo de una estrategia para mejorar la navegabilidad de un robot móvil Skid Steer cuando se desplaza sobre superficies inclinadas; dicha estrategia se fundamenta en el uso de un brazo acoplado al robot, que utiliza movimientos controlados de manera que generen un menor gasto de energía. Para ello se desarrolló un modelo del consumo energético del brazo con 2 grados de libertad, el cual fue validado mediante el software MSC ADAMS. Luego, se diseñó la estrategia que permite al robot posicionar su brazo con movimientos compensatorios o con el efector final en contacto con el suelo para evitar vuelcos y deslizamientos, además de mantener el direccionamiento, mientras se disminuye el consumo de energía que provoca la maniobra. La estrategia se evaluó mediante simulación y experimentos con el robot real, determinando su efectividad de acuerdo a los parámetros definidos en su diseño e implementación.

Palabras clave: Consumo de energía, Navegabilidad, Robot skid steer, Deslizamiento hacia abajo, Estabilidad al vuelco, Direccionamiento del vehículo.

Improving the Navigability of a Mobile Robot Considering the Energy Consumption of its Arm

Abstract

This article describes the development of a strategy to improve the navigability of a Skid Steer mobile robot when it travels on inclined surfaces; this strategy is based on the use of an arm coupled to the robot, that uses controlled movements in a way that generates less energy expenditure. For this, a model of the energy consumption of the arm with 2 degrees of freedom was developed, which was validated using the MSC ADAMS software. the strategy was designed that allow the robot to position its arm with compensatory movements or with the end effector in contact with the ground to avoid overturning and sliding down, in addition to maintaining the steering, while lowering the energy consumption caused by the maneuver. Next, the strategy was evaluated through simulation and experiments with the real robot, determining its effectiveness according to the parameters defined in its design and implementation.

Keywords: Energy consumption, Navigability, Skid steer robot, Slide-Down, Tip-over stability, Vehicle steerability.

1. Introducción

En los últimos años las aplicaciones que utilizan manipuladores móviles se han diversificado, especialmente en terrenos irregulares; de manera que estos robots se utilizan en tareas de agricultura, minería, búsqueda y rescate, detección y remoción de minas, y recientemente, han alcanzado el hito de la exploración planetaria. En todos estos

casos, los robots están sometidos a múltiples riesgos como la posibilidad de vuelco que, a pesar de múltiples estudios constituye un tema actual de investigación. Al respecto, se han desarrollado varias estrategias para evitar que los robots vuelquen, destacándose aquellas que ejecutan los manipuladores móviles utilizando su brazo acoplado como herramienta multi-tarea: realizan las labores de manipulación (u otra dependiendo del efector final) y sirven para mejorar la estabilidad al vuelco.

En este caso, las estrategias diseñadas consisten básicamente en movimientos compensatorios realizados por el brazo. Cuando estos robots que se desplazan a bajas velocidades, los efectos inerciales pueden ser despreciados, por tanto los movimientos compensatorios se fundamentan principalmente en mantener el Centro de Gravedad (CoG) dentro del polígono de soporte (Choi, Park, & Lee, 2018) o reubicar el CoG para balancear las fuerzas de reacción del robot con el suelo para asegurar la estabilidad al vuelco y mejorar la tracción en el robot (He, 2012). En algunos casos, se plantea la situación crítica de liberar la carga como complemento de los movimientos compensatorios (cuando la inestabilidad es muy fuerte) (Abo-Shanab & Sepehri, 2005).

Ahora, cuando el robot se desplaza a altas velocidades, los efectos inerciales no pueden ser despreciados. En este caso se puede utilizar el punto de momento cero (ZMP) como métrica para estimar la propensión al vuelco e implementar estrategias de movimientos compensatorios que modifican la velocidad y aceleración de las articulaciones del brazo para mantener el ZMP dentro de la zona estable (Kim *et al.*, 2002). Pero, cuando el efector final del brazo debe cumplir una tarea específica como el seguimiento de una trayectoria, el brazo debe ser redundante para llevar a cabo los movimientos compensatorios mientras el efector sigue la trayectoria designada (Ghaffari *et al.*, 2008). Otros investigadores han optado por combinar los movimientos del brazo, con otros realizados por la base móvil que lo transporta, para regular en conjunto los efectos inerciales o de cargas externas que inducen el episodio de inestabilidad (Ding *et al.*, 2019).

Estrategias adicionales se fundamentan en colocar el brazo en contacto con el suelo para crear un punto de apoyo adicional, aumentar el polígono de soporte y evitar el vuelco (García *et al.*, 2015a). En este caso, el brazo puede disponer de elementos rodantes en las articulaciones o en el efector final (Ben-Tzvi, 2010), para mantener el contacto mientras el robot se desplaza. Finalmente, otros investigadores han aprovechado las ventajas de los movimientos compensatorios y el contacto del brazo con el suelo, para crear estrategias híbridas donde el brazo realiza una de estas acciones de acuerdo a la situación (García *et al.*, 2015b).

Ahora, en los trabajos descritos, no se ha reportado la cuantificación del gasto energético en el brazo mientras ejecutan estas tareas. Al respecto, se puede considerar el desarrollo de estrategias que disminuyan el consumo de energía al evitar movimientos innecesarios en las articulaciones del brazo (Beck, Miro, & Dissanayake, 2009); sabiendo que, aunque el consumo energético de la plataforma móvil es mayor al consumo del brazo instalado en los manipuladores móviles (Acosta *et al.*, 2019), la energía en los robots autónomos siempre es limitada, por tanto, la reducción del consumo es de vital importancia.

En este trabajo se describe el desarrollo de una nueva estrategia que utiliza el brazo acoplado a un robot móvil para mejorar la navegabilidad del robot cuando se desplaza sobre un terreno inclinado y con una trayectoria definida. Dicha estrategia se fundamenta en cuatro principios: primero, se utilizan los movimientos compensatorios y el contacto del brazo con el suelo como parte de una misma maniobra; segundo, se busca disminuir el consumo energético del brazo al ejecutar la mínima cantidad de movimientos que garanticen

la seguridad del robot; tercero, como el robot avanza sobre una trayectoria ya definida, no se utiliza la plataforma móvil como herramienta para mejorar la seguridad del robot ni se considera su gasto energético; y cuarto, la estrategia permite asegurar no solo la estabilidad al vuelco sino la navegabilidad, que puede definirse como la habilidad del robot para direccionarse y atravesar un terreno de manera segura (Go, Yin, & Bowling, 2006).

Específicamente, la seguridad al atravesar el entorno se obtiene si el robot se desplaza sin volcamiento (García, Bohórquez, & Valero, 2020) y sin un deslizamiento total o parcial que lo desvíe de su trayectoria. Con base en este concepto, la estrategia diseñada utiliza tres métricas para cuantificar la navegabilidad del robot, estas son: un índice de estabilidad, que mide la propensión al vuelco; un índice de direccionamiento que estima la capacidad del robot para seguir una trayectoria y finalmente, un índice de deslizamiento, que permite estimar la propensión al deslizamiento total por efecto de las inclinaciones del terreno.

Sobre esta base se presenta este trabajo estructurado de la siguiente manera: en la sección dos, se describe el modelo del gasto energético del brazo; en la sección tres, se cuantifican los criterios para evaluar la navegabilidad a través de tres índices normalizados. La sección cuatro integra el modelo del gasto energético y los índices de navegabilidad para desarrollar la estrategia que utiliza el brazo con el fin de mejorar la navegabilidad del robot. En la sección cinco, se muestran los resultados de la implementación de la estrategia: primero a nivel de simulación y luego a través de la implementación en el robot real. Finalmente, se presentan las conclusiones en la última sección.

Los aportes de este trabajo están relacionados con el desarrollo de una estrategia que no solo toma en cuenta la estabilidad al vuelco, sino considera otros parámetros que pueden influir en la navegabilidad del robot (direccionamiento y deslizamiento); además, se incluye el consumo energético del brazo como elemento novedoso en el diseño de la estrategia, el cual incide en el posicionamiento del brazo garantizando la navegabilidad del robot y el ahorro de energía.

2. Modelo del gasto energético del brazo

Como caso de estudio, se utilizó a Lázaro (Figura 1) (García *et al.*, 2017a), el cual es un robot de cuatro ruedas mediano (pesa 255 N) tipo Skid Steer que posee un brazo articulado con 2 grados de libertad (GDL) y una rueda como efector final, el cual fue diseñado para generar un punto adicional de contacto con el suelo, que puede utilizarse para mejorar su estabilidad al vuelco y para superar obstáculos. Los 2 GDL pertenecientes al brazo de este robot quedan definidos a través de dos articulaciones: la primera rotacional que acopla la base móvil con el primer eslabón del brazo; y la segunda prismática, que despliega el émbolo de un actuador lineal, que da forma al segundo eslabón al que se acopla una rueda como efector final.

Adicionalmente, para controlar la primera articulación del brazo, se utiliza un controlador proporcional con un *bias*, donde la constante de proporcionalidad K_p y el *bias* son variables (no se requiere más debido a la condición de

autobloqueo existente en la primera articulación del brazo producida por un acoplamiento sinfín-corona presente, ver Figura 2). Para la segunda articulación, se utiliza un control selectivo con tres lazos asociados a distintas situaciones relacionadas con los requerimientos de contacto entre el efector final del brazo (rueda) y el suelo. Entre los tres lazos destaca aquel donde se requiere el contacto de la rueda con el suelo, con una magnitud de fuerza específica; en este caso se utiliza un control proporcional con planificación de ganancias, donde K_p se obtiene a través de un sistema de inferencia borroso (García *et al.*, 2017a).

A continuación se modela el gasto energético de cada articulación de este brazo, y en el caso de la primera articulación se consideran los elementos mecánicos presentes, ya que estos producen pérdidas de energía que pueden ser considerables (por ejemplo: acoplamiento sinfín – corona) y que influyen en el desempeño de la articulación. Este modelo se hubiese podido determinar estudiando la potencia eléctrica del actuador instalado, pero de esta manera es difícil cuantificar el gasto energético en las múltiples situaciones que se pueden presentar por efecto de la gravedad, la inclinación del terreno, la posición del brazo y las limitaciones mecánicas originadas en elementos presentes (ejemplo: la condición de autobloqueo en el tornillo sinfín); mientras que haciendo un análisis mecánico, estos factores pueden ser tomados en consideración de manera más efectiva.

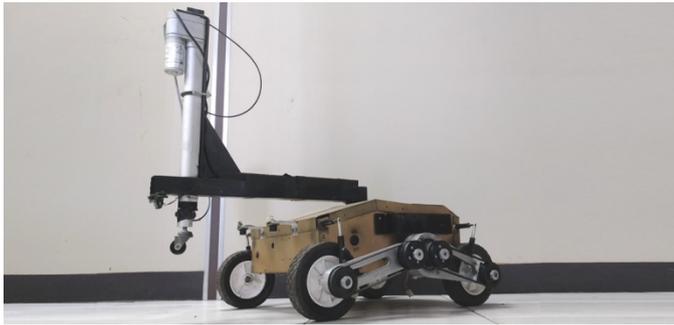


Figura 1. Robot móvil LázarO.

2.1. Primera articulación

El sistema de transmisión de energía del robot lázarO desde el motor hasta el primer eslabón del brazo se muestra en la Figura 2a donde, partiendo del motor, la energía pasa por un sistema de transmisión con una banda de sincronización, un sistema de tornillo sinfín corona, un par de engranes rectos y finalmente, un par de engranes helicoidales cuya corona está acoplada al primer eslabón. La energía mecánica necesaria para mover el motor de esta articulación es:

$$E_{mec} = \int P_{mec} dt = \int T_{mot} \omega_{mot} dt \quad (1)$$

Donde, P_{mec} es la potencia mecánica, T_{mot} es el torque en el motor y ω_{motor} su velocidad angular. Para obtener T_{mot} es necesario calcular el torque T_1 en la corona 1 (2) requerido para mover el primer eslabón y luego ir transmitiéndolo por cada uno de los elementos mecánicos utilizando las relaciones de transmisión hasta llegar al motor.

$$T_1 = (I_1 + I_{brazo})\alpha_1 - T_{grav} + T_{rod} + T_{rueda} \quad (2)$$

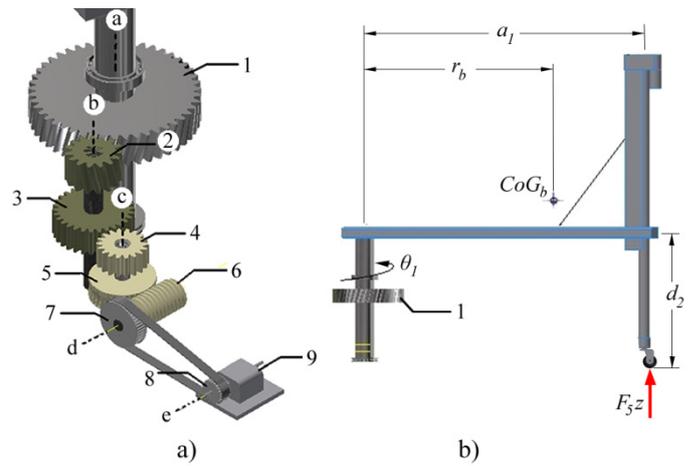


Figura 2. Estructura de la primera articulación del brazo.

En la ecuación (2), I_1 e I_{brazo} corresponden a las inercias de la corona 1 y el brazo, α_1 es la aceleración angular en la corona 1 y el brazo; T_{grav} es el torque producto de la gravedad definido en (3), el cual existe cuando el robot se desplaza sobre terrenos inclinados definidos por los ángulos roll (α) y pitch (ϕ); también depende del peso del brazo (W_b), su posición angular (θ_1) y la distancia r_b desde el CoG del brazo hasta el eje de giro de la primera articulación (Figura 2b). La ecuación (2) también toma en consideración el torque producto de la fricción de los rodamientos (T_{rod}) y el torque de fricción T_{rueda} (4), cuando la rueda del efector final toca el suelo, donde μ_r es el coeficiente de fricción por rodadura, a_1 es el alcance horizontal del brazo, F_{5z} es la fuerza normal de reacción entre la rueda y el suelo, y sgn es la función signo.

$$T_{grav} = -W_b r_b (\sin \phi \sin \theta_1 + \cos \phi \sin \alpha \cos \theta_1) \quad (3)$$

$$T_{rueda} = -sgn(\dot{\theta}_1) \mu_r F_{5z} a_1 \quad (4)$$

La transmisión de torque (T_i) a lo largo de la cadena cinemática desde la corona 1 hasta el motor (llamado 9) se puede obtener a través de dos ecuaciones que se utilizan de manera alternada: cuando $i = 2, 4, 6, 8$ se utiliza a (5); y cuando $i = 3, 5, 7, 9$ se utiliza a (6). En la ecuación (5), $z_{i+1,i}$ es la relación de transmisión entre los elementos i e $i+1$; además, $\eta_{i+1,i}$ es la eficiencia de cada transmisión presente: engranajes helicoidales, engranajes rectos (Pedrero, Pleguezuelos, & Muñoz, 2009), tornillo sinfín-corona y bandas de sincronización (Budynas & Nisbett, 2008); el uso de los signos \pm corresponde al sentido de giro de los elementos dentro del acoplamiento considerado ($-$ si giran en sentido contrario y $+$ si giran en igual sentido). Por otra parte, en la ecuación (6), I_i corresponde a la inercia de cada elemento, α_i es la aceleración angular, $I_{eje i}$ es la inercia del eje que aloja al elemento i ; y T_{fric} corresponde al torque por fricción en los apoyos, que pueden ser rodamientos o bujes.

$$T_i = \pm \left(\frac{T_{i+1}}{\eta_{i+1,i} Z_{i+1,i}} \right) \quad (5)$$

$$T_i = (I_i + I_{eje i} + I_{i+1})\alpha_i + T_{fric} + T_{i+1} \quad (6)$$

Utilizando de manera alternada a (5) y (6) se obtuvo el torque en el motor T_{mot} (o T_9) expresado a través de (7), donde, θ_9 es la posición angular del motor, M y O son constantes que agrupan las inercias presentes antes de la transmisión tornillo sinfín-corona y posterior a ella respectivamente. Asimismo, N y P representan las sumatorias de los torques debido a fuerzas no conservativas antes y después de la transmisión en el tornillo sinfín; finalmente, Q es una constante que agrupa las relaciones de transmisión y eficiencias desde la corona I al eje del motor.

$$T_{mot} = M \frac{d^2\theta_9}{dt^2} + N + O \frac{d^2\theta_9}{dt^2} + P - QT_{grav} \quad (7)$$

De acuerdo con (1), también se requiere el cálculo de la velocidad angular del motor (ω_{mot}) para cuantificar la potencia consumida por este. Trabajos previos demostraron que la primera articulación del brazo de Lázaro con su sistema de control pasa de ser sub amortiguado (con picos de mínima amplitud) a sobre amortiguado (García *et al.*, 2017a); por tanto, se consideró que la respuesta críticamente amortiguada es un punto intermedio adecuado. En este caso, la velocidad angular de la primera articulación $\dot{\theta}_1$ esta dada por (8) y su aceleración $\ddot{\theta}_1$ se obtiene a través de (9). Finalmente $\omega_{mot} = \dot{\theta}_9 = z_{91} \dot{\theta}_1$ y $\ddot{\theta}_9 = z_{91} \ddot{\theta}_1$, donde z_{91} se obtiene a través de (10), siendo Z_i la cantidad de dientes del elemento i .

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{1(t)} = \theta_{1f} [\lambda e^{-\lambda t} (C_1 + C_2 t) - e^{-\lambda t} C_2] & \text{si } \theta_{9f} \neq 0 \\ \dot{\theta}_{1(t)} = -\lambda e^{-\lambda t} (C_1 + C_2 t) + e^{-\lambda t} C_2 & \text{si } \theta_{9f} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_{1(t)} = \theta_{9f} [-\lambda^2 e^{-\lambda t} (C_1 + C_2 t) + 2\lambda C_2 e^{-\lambda t}] & \text{si } \theta_{1f} \neq 0 \\ \ddot{\theta}_{1(t)} = -\lambda^2 e^{-\lambda t} (C_1 + C_2 t) + 2\lambda C_2 e^{-\lambda t} & \text{si } \theta_{1f} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$z_{91} = \frac{Z_9 Z_7 Z_5 Z_3 Z_1}{Z_8 Z_6 Z_4 Z_2} \quad (10)$$

Ahora, al sustituir (7) en (1) se obtiene a (11), la cual fue resuelta en tres partes (I, II y III). La parte I, toma en consideración las inercias desde el motor hasta la transmisión del tornillo sinfín, el cual es autobloqueante. Ahora, considerando otros tipos de elementos mecánicos como frenos, cuando no hay alimentación de energía y el frenado actúa, la dinámica del sistema no permite un retorno de energía al motor, por esta razón se considera que el consumo de potencia (P) va desde el arranque hasta la velocidad máxima ($E'_I = \int P_{(0,\omega_{max})} dt$) (Verstraten *et al.*, 2016); pero en el caso de la transmisión por tornillo sinfín cuando el sistema deja de ser alimentado por energía, este acoplamiento automáticamente bloquea el movimiento impidiendo que la inercia pueda impulsar el mecanismo; por tanto, cuando el movimiento alcanza su máxima velocidad y se inicia el proceso de frenado, se debe seguir alimentando el sistema

con energía para lograr que el mecanismo alcance su posición final. Por tanto, se puede afirmar que, la parte I de (11) se puede resolver considerando que $E_I = 2 \int P_{(0,\omega_{max})} dt$ de manera que $E_I = M\omega_{mot max}^2$, donde $\omega_{mot max} = z_{91} \dot{\theta}_{1 max}$, se obtiene de (8), considerando el tiempo t despejado de (9) cuando $\ddot{\theta}_1 = 0$.

$$E_{mec} = E_I + E_{II} + E_{III} = \int \left(\underbrace{M \frac{d^2\theta_9}{dt^2}}_I + \underbrace{N}_{II} + \underbrace{O \frac{d^2\theta_9}{dt^2} + P - QT_{grav}}_{III} \right) \omega_{mot} dt \quad (11)$$

La parte II de (11), depende de las fuerzas no conservativas que están antes de la transmisión tornillo sinfín – corona; para este caso $E_{II} = i_{91} N (\theta_{1f} - \theta_{1i})$. Finalmente, la parte III de (11) corresponde a todo el consumo de energía después de la transmisión del tornillo sinfín. La resolución parcial de esta parte se muestra en (12). En esta ecuación, $E'_{III} > 0$ si el motor impulsa la carga y, $E'_{III} < 0$ si la carga impulsa el motor cuando la inclinación del terreno favorece el movimiento del brazo, pero esta última acción no es posible debido a la condición de autobloqueo del tornillo sinfín; que aún debe ser alimentado por el motor con una potencia suficiente para vencer la fricción en la transmisión y evitar el autobloqueo; por ello, E_{III} queda definida por (13). Finalmente, sabiendo que el motor DC de la primera articulación también posee una eficiencia (η_{mot}), se obtuvo la energía en la primera articulación como $E_1 = E_{mec}/\eta_{mot}$ considerando el valor eficaz de η_{mot} en el rango de torques utilizado por el motor.

$$E'_{III} = O\omega_{mot max}^2 + z_{91} \{ P(\theta_{1f} - \theta_{1i}) + w_b r_b Q [\sin \phi (\cos \theta_{1i} - \cos \theta_{1f}) + \cos \phi \sin \alpha (\sin \theta_{1f} - \sin \theta_{1i})] \} \quad (12)$$

$$E_{III} = \begin{cases} E'_{III} & \text{si } E'_{III} \geq 0 \\ |E'_{III}(1 - \eta_{54})| & \text{si } E'_{III} < 0 \end{cases} \quad (13)$$

2.2. Segunda articulación

Esta articulación es accionada por un actuador lineal que, por ser un elemento comercial, dispone de curvas de comportamiento, específicamente corriente (I) vs carga (F_{5z} de acuerdo con la Figura 2) para los voltajes de trabajo. Por tanto, el consumo energético (E_2) se modeló con base en esta información, sabiendo que $E_2 = \int P_{elec} dt = \int VI dt$. Ahora, la información contenida en la gráfica permitió modelar el consumo de corriente obteniéndose que $I = \frac{24}{V} (mF_{5z} + I_0)$ donde m es la pendiente de la curva I vs. F_{5z} , e I_0 es la corriente en vacío (movimiento libre del actuador lineal). Utilizando a I se reescribió la ecuación de E_2 obteniendo a (14). Luego, García *et al.* (2017a) señala que el sistema de control en la segunda articulación, cuya variable de control es F_{5z} , se comporta mayormente sin oscilaciones lo cual permite modelar su comportamiento de acuerdo con (15).

$$E_2 = 24m \int F_{5z} dt + 24I_0 \int_0^t dt \quad (14)$$

$$F_{5z}(t) = F_{5zf} - e^{-\lambda t} [F_{5zf} - F_{5zi} + \lambda t (F_{5zf} - F_{5zi})] \quad (15)$$

Para la resolución de (14) se definió un tiempo de establecimiento ($t_s = 5.8335/\lambda$ si $F_{5z} > 0$) que se alcanza cuando la diferencia entre el *setpoint* y el valor actual de la variable es menor al 2%; de manera que, al usar t_s en (14) se obtiene a (16). Finalmente, cuando el actuador se desplaza sin contacto de la rueda con el suelo ($F_{5z} = 0$), $E_2 = 24I_0t$ donde $t = (d_2 - d_{2o})/V_0$ siendo d_2 la distancia variable entre la rueda del actuador y la segunda articulación (Figura 2b); d_{2o} la distancia inicial y V_0 , la velocidad de avance del actuador en vacío (cuya magnitud máxima es provista por el fabricante).

$$E_2 = 24m \left[F_{5zf} t_s + \left(\frac{2e^{-\lambda t_s}}{\lambda} + t_s e^{-\lambda t_s} \right) (F_{5zf} - F_{5zi}) \right] + 24I_0 t_s \quad (16)$$

3. Evaluación de la navegabilidad del robot

La navegabilidad del robot Lázaro al desplazarse sobre superficies inclinadas es evaluada con base en tres métricas. Para su definición, se consideró que la velocidad de desplazamiento de este robot y su brazo es baja; por tanto, los efectos inerciales pueden ser despreciados para considerar que estos son perturbaciones menores (Morales *et al.*, 2013).

3.1. Índice de estabilidad

Esta métrica normalizada (I_t) permite estimar el momento cuando el robot experimenta el vuelco. Para su definición se consideraron las fuerzas de reacción entre las ruedas del robot con el suelo (Hatano & Obara, 2003). Cuando el robot está apoyado sobre sus cuatro ruedas, I_t está definido por (17) siendo $F_{ij} = F_{iz} + F_{jz}$ la suma de las fuerzas normales de reacción de dos ruedas consecutivas (i, j) que forman una línea imaginaria llamada eje de vuelco; F_{5z} es la fuerza de reacción normal entre el efector final del brazo con el suelo y F_{km} la suma de las fuerzas normales en un eje de vuelco cercano a la posición del efector final.

$$I_t = \begin{cases} \frac{\min(\{F_{ij}\} - F_{km}, F_{5z})}{W/2} & \text{si } \exists F_{km} < F_{5z} \\ \frac{\min(F_{ij})}{W/2} & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (17)$$

Las ecuaciones para determinar las fuerzas normales de reacción en el robot Lázaro, están disponibles en (García *et al.*, 2017b). Finalmente, por ser una métrica normalizada adquiere magnitudes entre 0 y 1: 0 cuando está iniciando el proceso de volcamiento y 1 cuando el robot está en la condición de máxima estabilidad.

3.2. Índice de direccionamiento

Esta métrica (I_s) permite estimar la capacidad que tiene el robot para alterar su orientación de manera controlada. Para su definición, también se emplearon las fuerzas de reacción en el robot (Meghdari, Naderi, & Alam, 2005), ya que al tratarse de un robot *Skid Steer*, el direccionamiento será posible siempre que exista fricción entre las ruedas y el terreno; por tanto, considera las sumatorias de las fuerzas que

actúan sobre los ejes de vuelco laterales del robot (Ejes 14 y 23 correspondientes a las ruedas del lado izquierdo y derecho respectivamente). Por ser una métrica normalizada, varía entre 0 y 1 pero en este caso, se ha determinado que para robots *Skid Steer* la respuesta al direccionamiento no se ve afectada cuando $I_s > 0.5$ (García *et al.*, 2017b).

$$I_s = \frac{\min(F_{14}, F_{23})}{W/2} \quad (18)$$

3.3. Índice de deslizamiento

Esta métrica normalizada (I_d) predice la propensión al deslizamiento total debido principalmente a la inclinación del terreno, la cual puede originar una pérdida completa de la trayectoria por deslizamiento hacia abajo o simplemente, impedir el avance del robot. En este caso, el inicio del deslizamiento total se produce en el robot cuando $I_d \approx 0$ (García *et al.*, 2017c). Este índice depende del coeficiente de fricción estático (μ_s) que debe determinarse previamente de acuerdo a los materiales en contacto (rueda – suelo).

$$I_d = \frac{\mu_s |W \cos \phi \cos \alpha - F_{5z}| - |W \sqrt{(\sin \phi)^2 + (\cos \phi)^2 (\sin \alpha)^2}|}{\mu_s |W \cos \phi \cos \alpha - F_{5z}|} \quad (19)$$

4. Estrategia para mejorar la navegabilidad

Se desarrolló una estrategia que utiliza movimientos compensatorios del brazo y contacto del efector final con el suelo, con base en los siguientes requerimientos:

- El menor consumo energético posible en el brazo.
- Mantener I_t por encima de un umbral U_t (definido por el usuario), $I_s \geq 0.5$ e $I_d > 0.1$, de acuerdo con las magnitudes mínimas de I_s y I_d definidas en la sección 3.
- Tiempo de procesamiento menor a 0.1 s, ya que de acuerdo con la arquitectura de control del robot (García *et al.*, 2017a), el ciclo que incluye la adquisición de data desde los sensores y la emisión de comandos para los actuadores se cumple cada 0.1 s, por tanto, la estrategia debe proporcionar consignas para el posicionamiento del brazo por debajo de ese intervalo.
- Uso preferente de la primera articulación del brazo (posee el menor consumo energético)
- Si no se requiere el contacto del brazo con el suelo, mantener la separación entre la rueda y el terreno
- $F_{5z} \leq 40 \text{ N}$, para evitar que el robot quede apoyado solo sobre 2 ruedas y el efector final del brazo.

La estrategia toma como datos de entrada las siguientes variables provistas por los sensores del robot: θ_1 , F_{5z} , d_2 , α y ϕ . Como parámetros de salida, debe entregar las magnitudes requeridas de θ_{1sp} y F_{5zsp} (*setpoints*) que son enviados al sistema de control del robot para posicionar el brazo de acuerdo a esta dupla. Si $F_{5zsp} = 0$, entonces la consigna de control en la segunda articulación es $|d_{2sp}| = 242.5 \text{ mm}$. La estrategia desarrollada consta de 4 etapas que son:

Etapas. *Evaluación del estado inicial:* para el estado del robot en un instante t , se evalúa que $I_t \geq U_t$, $I_s \geq 0.5$ e $I_d > 0.1$, si esto se cumple, no se requiere ninguna acción

adicional hasta el siguiente instante de tiempo evaluado, en caso contrario, se activa la siguiente etapa.

Etap 1. Definición del espacio de búsqueda: A partir de la posición actual de la primera articulación (θ_{1i}) se construyen dos vectores con las posibles posiciones de θ_1 (izquierda y derecha de θ_{1i}). Estos vectores son $C_1 = \{\theta_{1i} \leq \theta_1 \leq 180^\circ\}$ y $C_2 = \{-180^\circ \leq \theta_1 \leq \theta_{1i}\}$, organizados a partir de θ_{1i} . Para la segunda articulación, también se definieron dos vectores desde la magnitud de fuerza actual (F_{5zi}): $F_1 = \{0 \leq F_{5z} \leq F_{5zi}\}$ y $F_2 = \{F_{5zi} \leq F_{5z} \leq 40\}$.

Etap 2. Búsqueda de la mejor posición del brazo: A partir de θ_{1i} se realiza una búsqueda de θ_1 en C_1 y C_2 tal que se satisfagan los requerimientos de navegabilidad ($I_t \geq U_t$, $I_s \geq 0.5$ e $I_d > 0.1$) y se produzca el menor consumo energético. Específicamente esta búsqueda de tipo heurística, consigue para C_1 y C_2 las dos posiciones de θ_1 más cercanas a θ_{1i} que satisfacen los requerimientos de navegabilidad, entendiendo que mientras más cercano sea θ_1 de θ_{1i} , menor es el consumo energético (asumiendo desplazamientos cortos). Luego, se selecciona el θ_1 entre los dos encontrados (perteneciente a C_1 y C_2) que origine el menor consumo. Cabe destacar que esta búsqueda se realiza inicialmente considerando solo a θ_1 ya que, previamente se ha establecido que esta articulación es la que posee el menor consumo energético al activarse.

Finalmente, si en la búsqueda se recorre todo C_1 y C_2 y no se satisfacen los requerimientos de navegabilidad, se repite la búsqueda incluyendo a F_{5z} y los vectores F_1 y F_2 (más detalles mostrados en el Algoritmo 1) hasta alcanzar los requerimientos solicitados; a la salida se entrega la dupla (θ_{1sp} , F_{5zsp}). Si después de la búsqueda no se satisfacen los requerimientos de navegabilidad para ninguna combinación de θ_1 y F_{5z} , se activa la Etapa 3

Etap 3. Maximización de los índices de navegabilidad: se realiza una búsqueda de θ_{1sp} , F_{5zsp} que garantice el máximo I_t ; además considerando que: $0.1 < I_t < U_t$, $I_s > 0.1$ e $I_d > 0.1$ para mantener la navegabilidad mínima sin considerar el gasto energético.

5. Resultados

5.1. Validación del modelo del gasto energético

Para realizar esta validación, se utilizó el software MSC. ADAMS, para modelar el robot y el brazo con todas sus partes, incluyendo elementos mecánicos sometidos a fricción (Figura 3); Además, se adicionó un sistema de control desarrollado en SIMULINK para controlar el movimiento del brazo. Luego, se realizaron pruebas en Co-simulación (MSC. ADAMS – SIMULINK) donde el brazo se movía de manera controlada a partir de los torques T_9 y $T_{act 2}$ correspondientes a los actuadores de la primera y segunda articulación respectivamente (Figura 4), mientras el robot estaba posicionado sobre terrenos de diferente inclinación dada por α y ϕ ; esto para determinar el consumo energético en cada articulación del brazo (E_1 y E_2) y compararlo con el modelo

teórico. La Figura 5 muestra el consumo energético E_1 en la primera articulación para distintos θ_1 (partiendo de $\theta_{1i} = 0^\circ$) mientras que la Figura 6 muestra resultados correspondientes a la segunda articulación (E_2) partiendo de $F_{5zi} = 0 N$.

Algoritmo 1: Etapa 2

Input: $\theta_{1i}, F_{5zi}, d_2, \alpha, \phi, U_t, C_1, C_2, F_1, F_2$
Output: θ_{1sp}, F_{5zsp}

- 1: **For** $j=\{C_1, C_2\}$
- 2: **For** $\theta_1 \in C_1$ o C_2
- 3: Evaluar $I_t, I_s, I_d(\theta_1, F_{5zi})$
- 4: **If** $I_t \geq U_t \wedge I_s \geq 0.5 \wedge I_d > 0.1$
- 5: Calcular consumo de energía: $E(\theta_1, F_{5zi})$
- 6: Guardar $(\theta_{1j} = \theta_1, E_j = E)$
- 7: **Break**
- 8: **End If**
- 9: **End For**
- 10: **End For**
- 11: Asignar $\theta_{1sp} = \theta_{1j}$ y $F_{5zsp} = F_{5zi} \in \min(\forall E_j)$
- 12: **If** $\theta_{1sp} \notin$
- 13: **For** $j=\{C_1, C_2\}$
- 14: **For** $\theta_1 \in C_1$ o C_2
- 15: **For** $k = \{F_1, F_2\}$
- 16: **For** $F_{5z} \in F_1$ o F_2
- 17: Evaluar $I_t, I_s, I_d(\theta_1, F_{5z})$
- 18: **If** $I_t \geq U_t \wedge I_s \geq 0.5 \wedge I_d > 0.1$
- 19: Calcular consumo energía: $E(\theta_1, F_{5z})$
- 20: Guardar $\theta_{1jk} = \theta_1, F_{5zjk} = F_{5z}, E_{jk} = E$
- 21: **Break**
- 22: **End If**
- 23: **End For**
- 24: **End For**
- 25: **End For**
- 26: **End For**
- 27: Asignar $\theta_{1sp} = \theta_{1jk}$ y $F_{5zsp} = F_{5zjk} \in \min(\forall E_{jk})$

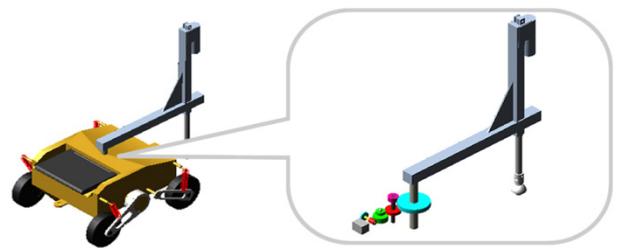


Figura 3. Modelo del robot Lávaro en MSC. ADAMS.

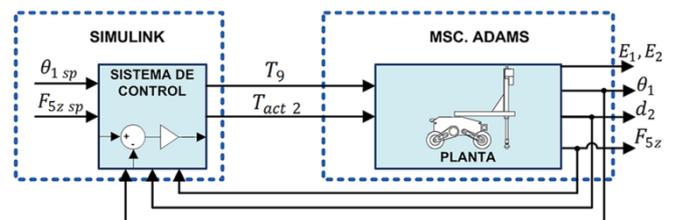


Figura 4. Esquema de Co-simulación MSC. ADAMS - SIMULINK

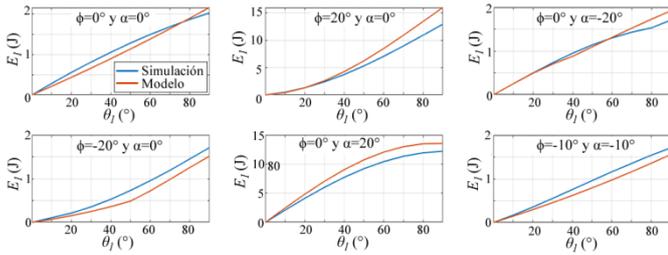


Figura 5. Consumo energético de la primera articulación (E_1).

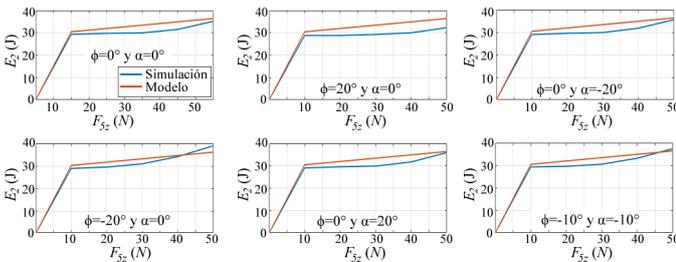


Figura 6. Consumo energético en la segunda articulación (E_2).

Al analizar los resultados de 54 simulaciones se encontró que para la primera articulación, el Error Porcentual Absoluto Medio (*MAPE*) entre el modelo y las simulaciones alcanzó un máximo de 15 % (con una media de 14.8%), por lo que se puede afirmar que el modelo entrega un buen pronóstico ya que $MAPE < 20\%$ (Montaño *et al.*, 2013). Por otra parte, para la segunda articulación el *MAPE* máximo fue de 6 % (con una media de 3.6 %) lo cual indica que el pronóstico entregado por el modelo es de alta precisión ($MAPE < 10\%$). Por último, al comparar las Figura 5 y 6 se comprobó que el consumo energético en la segunda articulación es mucho mayor que en la primera, lo cual limitó su accionamiento al definir los requerimientos de la estrategia diseñada.

5.2. Efectividad de la estrategia diseñada

Se realizó un estudio preliminar donde se determinó el gasto energético requerido para llevar el brazo a múltiples posiciones definidas por θ_1 y F_{5z} cuando el robot está colocado sobre suelo inclinado (definido por α y ϕ), partiendo de una posición inicial $\theta_{1i} = 0^\circ$ y $F_{5zi} = 0$ N (Figura 7). Las superficies graficadas corresponden solo a las posiciones que satisfacen los requerimientos de navegabilidad (para I_t se consideró $U_t = 0.7$). Posteriormente, se utilizó la estrategia descrita en la sección 4 para buscar la dupla (θ_1, F_{5z}) que genera el mínimo gasto partiendo de la posición $\theta_{1i} = 0^\circ$ y $F_{5zi} = 0$ N; esta posición del brazo debería coincidir o estar muy cerca a la correspondiente con el mínimo consumo de energía de acuerdo con las superficies graficadas en la Figura 7. Las pruebas realizadas permitieron constatar que la estrategia es capaz de conseguir la dupla (θ_1, F_{5z}) que ocasiona el mínimo gasto energético en el brazo (punto rojo en la Figura 7).

Posteriormente se hicieron pruebas sobre un modelo en SIMULINK donde el robot se desplazaba sobre una superficie modelada en MSC. ADAMS (Figura 8) cuya inclinación está dada por α y ϕ (Figura 9a). Se evaluó la navegabilidad utilizando diferentes $U_t = \{0.6 - 0.9\}$; aunque estos umbrales son altos considerando que el robot vuelca

cuando $I_t \approx 0$, se hizo necesario para observar el efecto de la estrategia sobre el robot Lázaro que posee buena estabilidad asociada a su gran polígono de soporte y centro de gravedad bajo. La Figura 9b muestra θ_{1sp} para cada U_t y se visualiza como aumenta la cantidad de movimiento requerido en θ_1 para lograr mayores I_t , haciendo que la estrategia sea más exigente mientras los requerimientos (U_t) sean mayores. A continuación, la Figura 9c muestra F_{5zsp} que solo es requerida para $U_t = 0.9$, ya que el diseño de la estrategia prioriza la movilización de la primera articulación para lograr un mayor ahorro energético.

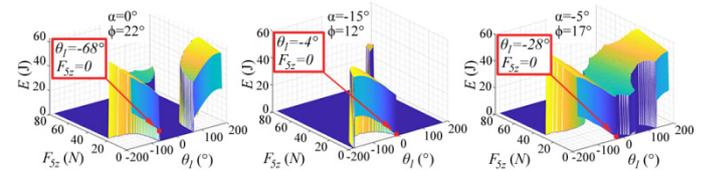


Figura 7. Consumo de energía en el brazo considerando $U_t = 0.7$.

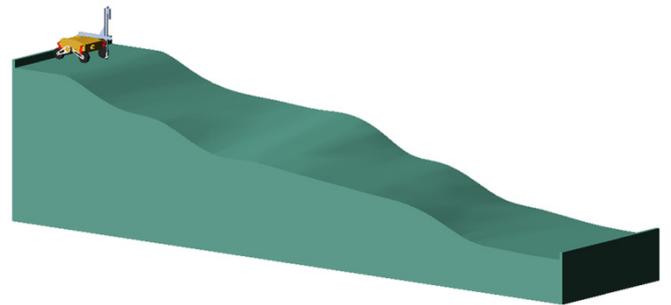


Figura 8. Superficie de pruebas en MSC. ADAMS para simular robot.

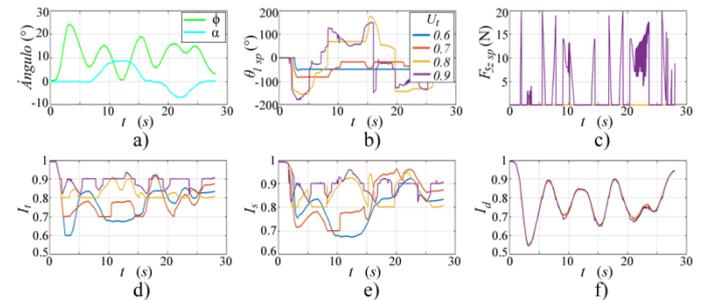


Figura 9. Evaluación de la navegabilidad con θ_{1sp} y F_{5zsp} .

Luego, en la Figura 9d-f, se muestran los índices de navegabilidad cuando el brazo está posicionado de acuerdo con θ_{1sp} y F_{5zsp} . Se visualiza cómo I_t mejora para U_t mayores. Asimismo, I_s también mejora aunque en la estrategia se espera que $I_s > 0.5$; respecto a I_d , no se producen mayores cambios ya que de acuerdo con (19), este índice es independiente de θ_1 , solo podría cambiar por modificaciones en F_{5z} . Ahora, la Figura 10 muestra estos resultados cuando se incluye la dinámica del brazo y su sistema de control, la cual influye para que θ_1 y F_{5z} no coincidan con θ_{1sp} y F_{5zsp} instantáneamente en el tiempo.

Se evidencia que por la dinámica real del sistema, los parámetros θ_1 y F_{5z} no alcanzan el *setpoint* definido por la estrategia de manera instantánea; por tanto, I_t no siempre alcanza el requerimiento dado por U_t , pero a pesar de ello, se

observa un mejoramiento en I_t en la medida que U_t es mayor. Esto se puede observar en la Tabla 1, donde el mínimo I_t alcanzado en la prueba puede estar por debajo de U_t , aunque en promedio I_t supera el umbral requerido. Adicionalmente, en la Figura 10a y en la Tabla 1 se muestra el consumo energético para esta prueba, como se espera es mayor en la medida que U_t aumenta ya que se requiere mayores movimientos en el brazo.

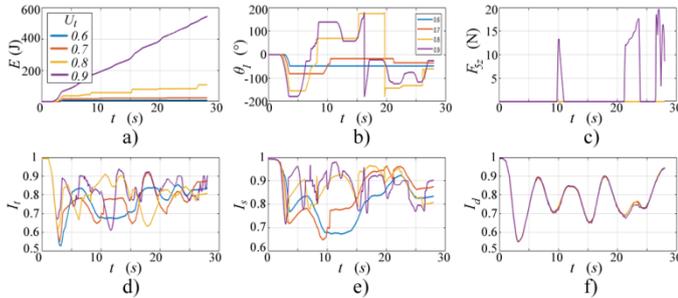


Figura 10. Evaluación de navegabilidad con modelo en Simulink.

Por último, la estrategia desarrollada fue comparada con otra para evaluar su efectividad. Al respecto, se estudió la estrategia desarrollada por García *et al.* (2015b) donde se buscaba la maximización de I_t , con $I_s > 0.1$, sin tomar en consideración el consumo energético. Los resultados al simular el robot desplazándose sobre la misma superficie de las pruebas anteriores se muestra en la Figura 11. En este caso, se vislumbra un excesivo uso de la segunda articulación (denotado por $F_{5z} > 0$, ver Figura 11c) lo cual se traduce en un consumo energético muy alto (571.40 J para esta prueba, ver Tabla 1).

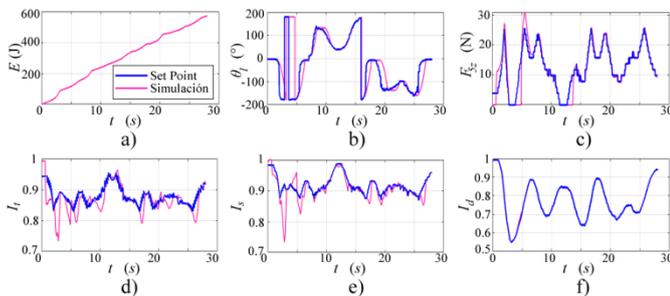


Figura 11. Resultados de la estrategia desarrollada por García *et al.* (2015b)

Tabla 1: Comparación entre la estrategia desarrollada con otro estudio

| U_t | I_t | | I_s | | I_d | | E (J) |
|---------------|-------|------|-------|------|-------|------|------------|
| | min | prom | min | prom | min | prom | |
| 0.6 | 0.53 | 0.71 | 0.67 | 0.84 | 0.55 | 0.72 | 8.13 |
| 0.7 | 0.55 | 0.74 | 0.65 | 0.84 | 0.55 | 0.75 | 23.79 |
| 0.8 | 0.62 | 0.80 | 0.72 | 0.86 | 0.55 | 0.79 | 107.35 |
| 0.9 | 0.61 | 0.85 | 0.72 | 0.89 | 0.55 | 0.75 | 543.88 |
| Max(I_t)* | 0.73 | 0.87 | 0.73 | 0.92 | 0.55 | 0.82 | 571.40 |

* García *et al.* (2015b)

Si se compara con la estrategia propuesta en el presente trabajo (ver Figura 10a y Tabla 1), se observa que el consumo energético es mucho menor cuando $U_t \leq 0.8$ (por debajo de 107.35 J) lo cual es evidencia de la efectividad de la estrategia; y esto considerando umbrales altos (U_t entre 0.6 y

0.8), los cuales fueron utilizados en este caso para observar el desempeño de la estrategia, ya que el robot Lázaro es bastante estable por su gran polígono de soporte y centro de gravedad bajo. Pero, en general, se pueden utilizar umbrales entre $0.3 \leq U_t \leq 0.5$ (considerando que cualquier robot está en riesgo de vuelco si $I_t \approx 0$) que se traducen en una cantidad mucho menor de movimientos en el brazo, con un consumo energético pequeño.

5.3. Implementación

Finalmente, la estrategia ha sido implementada como un comportamiento reactivo dentro de la arquitectura de Lázaro, donde las variables requeridas (α , ϕ , θ_1 , F_{5z} , d_2) se obtienen en tiempo real a partir de los sensores del robot con una frecuencia de muestreo de 100 ms. Se hicieron pruebas con el robot desplazándose sobre una superficie de concreto de 20 m de longitud, que posee múltiples inclinaciones (Figura 12) mientras que $U_t = \{0.6 - 0.9\}$. La Figura 13 muestra los resultados de estas pruebas: se evidencia de nuevo el incremento en la movilidad de θ_1 en la medida que U_t aumenta y el uso de F_{5z} solo cuando $U_t = 0.9$. También se observa el mejoramiento de I_t e I_s cuando U_t es mayor, aunque la mejora no es tan grande como la obtenida cuando las articulaciones del brazo se ubican exactamente sobre los dictados del *setpoint*, debido a la dinámica propia del brazo y el sistema de control que impide el posicionamiento de θ_1 y F_{5z} de manera instantánea siguiendo las magnitudes de θ_{1sp} y F_{5zsp} . Por último, respecto a F_{5z} , aunque fue requerida cuando $U_t = 0.9$, no fue registrada por el sensor ya que, por la discontinuidad en F_{5zsp} , la rueda no alcanzaba a tocar el suelo cuando F_{5zsp} volvía a 0.

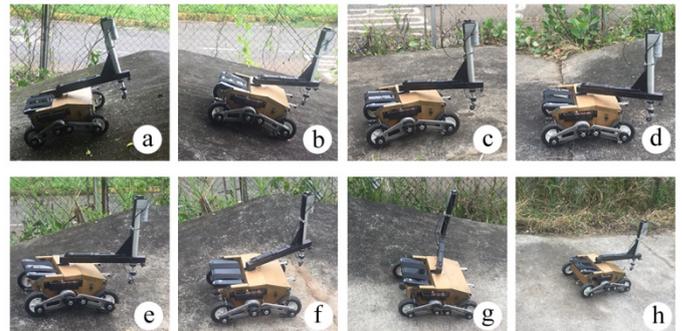


Figura 12. Prueba con el robot Lázaro sobre pista de concreto.

6. Conclusiones

Se diseñó una estrategia que permite mejorar la navegabilidad (estabilidad al vuelco, direccionamiento y deslizamiento) de un robot móvil con brazo articulado utilizando una combinación de movimientos compensatorios y en menor medida, contacto del efector final con el suelo; esto mientras se minimiza el consumo energético en el brazo. Adicionalmente, la estrategia diseñada permite la configuración del nivel de seguridad en cuanto el riesgo de vuelco, esto utilizando un umbral $0 < U_t \leq 1$, el cual en la medida que se acerca a la unidad proveerá mayor seguridad

ante el vuelco, aunque en este caso, existirá mayor consumo energético en el brazo debido a la ejecución de más movimientos para compensar los riesgos presentes.

Se evaluó la estrategia en distintas situaciones y se encontró que es efectiva, es decir, garantiza una navegabilidad adecuada, ya que los tres índices cuantitativos que la evalúan (estabilidad, direccionamiento y deslizamiento) satisfacen los requerimientos exigidos en la estrategia mientras que, se efectúa una mínima cantidad de movimientos del brazo, lo cual garantiza un menor consumo energético. Los trabajos futuros están dirigidos a incorporar componentes predictivos o deliberativos que permitan al robot colocar el brazo en la posición requerida de manera más eficiente, para satisfacer los requerimientos exigidos en la estrategia.

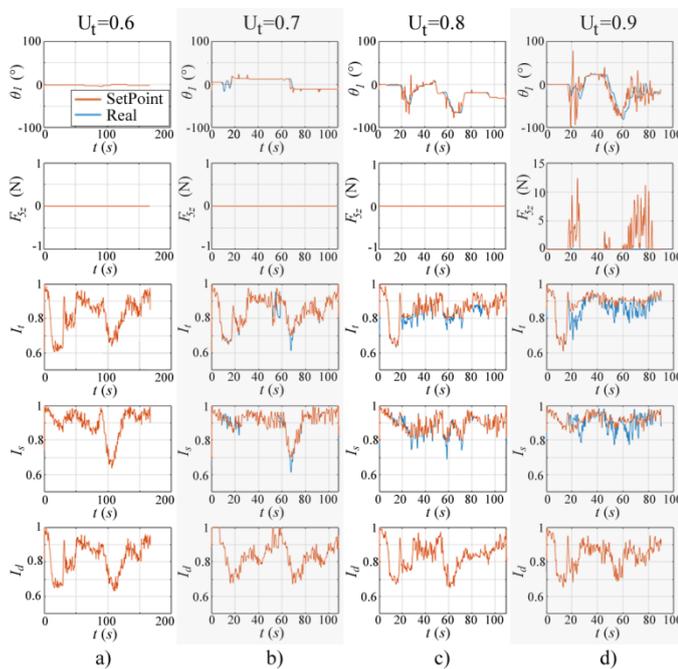


Figura 13. Evaluación de navegabilidad en pruebas reales

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado parcialmente gracias al apoyo del Decanato de Investigación de la Universidad Nacional Experimental del Táchira bajo los proyectos No. 01-025-2016 y 01-03-2020.

Referencias

Abo-Shanab, R., & Sepelri, N. (2005). Tip-over stability of manipulator-like mobile hydraulic machines. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, *127* (2), 295-301. DOI: 10.1115/1.1898239.

Acosta, J., Andaluz, V., González-de-Rivera, G., & Garrido, J. (2019). Energy-saver mobile manipulator based on numerical methods. *Electronics*, *8* (1100), 1-26. DOI:10.3390/electronics8101100.

Beck, C., Miro, J., & Dissanayake, G. (2009). Trajectory optimisation for increased stability of mobile robots operating in uneven terrains. *IEEE International Conference on Control and Automation*, (págs. 1913-1919). Christchurch. DOI: 10.1109/ICCA.2009.5410513.

Ben-Tzvi, P. (2010). Experimental validation and field performance metrics of a hybrid mobile robot mechanism. *Journal of Field Robotics*, *27* (3), 250–267. DOI: 10.1002/rob.20337.

Budynas, R., & Nisbett, K. (2008). *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley* (8va edición ed.). México: McGraw-Hill/Interamericana Editores.

Choi, B., Park, G., & Lee, Y. (2018). Practical control of a rescue robot while maneuvering on uneven terrain. *Journal of Mechanical Science and Technology*, *32* (5), 2021-2028. DOI: 10.1007/s12206-018-0410-7.

Ding, X., Liu, Y., Hou, J., & Ma, Q. (2019). Online dynamic tip-over avoidance for a wheeled mobile manipulator with an improved tip-over moment stability criterion. *IEEE Access*, *7*, 67632 - 67645. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2915115.

García, J. M., Bohórquez, A., & Valero, A. (2020). Suspension effect in tip-over stability and steerability of robots moving on sloping terrains. *IEEE Latin America Transactions*, *18* (8), 1381-1389. DOI: 10.1109/TLA.2020.9111673.

García, J. M., Martínez, J. L., Mandow, A., & García-Cerezo, A. (2017b). Caster-leg aided maneuver for negotiating surface discontinuities with a wheeled skid-steer mobile robot. *Robotics and Autonomous Systems*, *91*, 25-37. DOI: 10.1016/j.robot.2016.12.007.

García, J. M., Martínez, J. L., Mandow, A., & García-Cerezo, A. (2017c). Slide-Down Prevention for Wheeled Mobile Robots on Slopes. *3rd International Conference on Mechatronics and Robotics Engineering*, (págs. 1-6). Paris. DOI: 10.1145/3068796.3068820.

García, J. M., Martínez, J. L., Mandow, A., & García-Cerezo, A. (2015b). Steerability analysis on slopes of a mobile robot with a ground contact arm. *Proc. 23rd Mediterranean Conference on Control and Automation*, (págs. 267-272). Torremolinos. DOI: 10.1109/MED.2015.7158761.

García, J. M., Medina, I., Cerezo, A. G., & Linares, A. (2015a). Improving the static stability of a mobile manipulator using its end effector in contact with the ground. *IEEE Latin American Transactions*, *13* (10), 3228-3234. DOI: 10.1109/TLA.2015.7387226.

García, J. M., Medina, I., Martínez, J. L., Linares, A., & Porras, C. (2017a). Lázar: Robot Móvil dotado de Brazo para Contacto con el Suelo. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, *14*, 174–183. DOI: 10.1016/j.riai.2016.09.012.

Ghaffari, A., Meghdari, A., Naderi, D., & Eslami, S. (2008). Tipover stability enhancement of wheeled mobile manipulators using an adaptive neuro-fuzzy inference controller system. *World academy of science, engineering and technology*, (págs. 241-247).

Go, Y., Yin, X., & Bowling, A. (2006). Navigability of multi-legged robots. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, *11* (1), 1-8. DOI: 10.1109/TMECH.2005.863361.

Hatano, M., & Obara, H. (2003). Stability evaluation for mobile manipulators using criteria based on reaction. *SICE Annual Conference*, (págs. 2050-2055). Fukui.

He, L. (2012). Tip-over avoidance algorithm for modular mobile manipulator. *First International Conference on Innovative Engineering Systems*, (págs. 115-120). Alexandria. DOI: 10.1109/ICIES.2012.6530855.

Kim, J., Chung, W., Youm, Y., & Lee, B. (2002). Real-time ZMP compensation method using null motion for mobile manipulators. *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, (págs. 1967-1972). Washington. DOI: 10.1109/ROBOT.2002.1014829.

Meghdari, A., Naderi, D., & Alam, M. (2005). Neural-network-based observer for real-time tipover estimation. *Mechatronics*, *15*, 989-1004.

Montaño, J., Palmer, A., Sesé, A., & Cajal, B. (2013). Using the R-MAPE index as a resistant measure of forecast accuracy. *Psicothema*, *25* (4), 500-506. DOI: 10.7334/psicothema2013.23.

Morales, J., Martínez, J. L., Mandow, A., Serón, J., & García-Cerezo, A. (2013). Static tip-over stability analysis for a robotic vehicle with a single-axle trailer on slopes based on altered supporting polygons. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, *18* (2), 697-705. DOI: 10.1109/TMECH.2011.2181955.

Pedrero, J., Pleguezuelos, M., & Muñoz, M. (2009). Simplified calculation method for the efficiency of involute spur gears. *ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, (págs. 131-138). San Diego. DOI: 10.1115/DETC2009-87179.

Verstraten, T., Furnémont, R., Mathijssen, G., Vanderborght, B., & Lefeber, D. (2016). Energy consumption of geared DC motors in dynamic applications: comparing modeling approaches. *IEEE Robotics and Automation Letters*, *1* (1), 524 - 530. DOI: 10.1109/LRA.2016.2517820.