

Resumen:

El cálculo fraccionario es una extensión del cálculo clásico, donde el orden de las derivadas o integrales es un número real. Hoy en día, el cálculo fraccionario tiene numerosas aplicaciones en ciencias e ingeniería. La principal razón es el mayor grado de libertad de las herramientas del cálculo fraccionario en comparación con las herramientas del cálculo clásico. Muchos problemas reales se modelan por medio de ecuaciones diferenciales fraccionarias no lineales cuyo sistema de ecuaciones es no lineal, y por tanto, es conveniente que se adapten procedimientos iterativos para resolver problemas no lineales con el uso de derivadas fraccionarias, y observar cuál es la consecuencia en la convergencia de dicho método.

En esta Tesis Doctoral diseñamos nuevos procedimientos iterativos con derivadas fraccionarias (o su aproximación) que al menos igualen a los métodos clásicos en términos de orden de convergencia, mediante la introducción de las derivadas fraccionarias de Riemann-Liouville, de Caputo y conformable (o sus aproximaciones). También, proponemos estudiar la estabilidad de estos esquemas con el uso de planos de convergencia, y planos dinámicos en algunos casos. Finalmente, pretendemos diseñar una técnica que nos permita obtener la versión fraccionaria conformable (o versión con derivada conformable o su aproximación) de cualquier procedimiento iterativo clásico para problemas no lineales.

En el Capítulo 2 se exponen los conceptos previos que serán necesarios para el desarrollo de los siguientes capítulos: Se presentan los conceptos básicos relacionados con métodos de punto fijo, se muestran los esquemas clásicos que trataremos en esta memoria, y finalmente se introducen las herramientas del cálculo fraccionario que serán necesarias para el diseño de procedimientos iterativos fraccionarios.

En el Capítulo 3 se diseñan métodos fraccionarios (o esquemas con derivadas fraccionarias) de tipo Newton-Raphson escalares con las derivadas de Caputo, de Riemann Liouville y la conformable. También diseñamos esquemas fraccionarios de Newton-Raphson escalares de mayor orden. Finalmente, realizamos el análisis de convergencia de dichos procedimientos y estudiamos su estabilidad.

En el Capítulo 4 se diseña la versión vectorial del método de Newton-Raphson conformable visto en el Capítulo 3. Antes, es necesario definir nuevos conceptos y establecer nuevos resultados que serán necesarios para el desarrollo de este esquema. Finalmente, realizamos el análisis de convergencia y estudiamos su estabilidad.

En el Capítulo 5 se diseñan procedimientos fraccionarios de tipo Traub escalares con derivadas de Caputo y de Riemann-Liouville. También se diseña una técnica general para obtener la versión fraccionaria conformable escalar de cualquier método clásico, y se usa esta técnica para diseñar algunos esquemas conformables multipunto escalares: de tipos Traub, Chun-Kim, Ostrowski y Chun. Por último, se realiza el análisis de convergencia y se estudia la estabilidad de tales procedimientos.

En el Capítulo 6 se diseñan métodos fraccionarios libres de derivadas escalares de tipos Steffensen y Secante (el cual tiene memoria), donde es necesario la aproximación de derivadas conformables. Aquí se usa la técnica general propuesta en el Capítulo 5 para obtener la versión conformable de cada esquema. Finalmente, realizamos el análisis de convergencia y se estudia la estabilidad de dichos procedimientos. En el Capítulo 7 se presentan las conclusiones y líneas futuras de investigación.