



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Dpto. de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente

Análisis de frecuencia no estacionario de las
precipitaciones extremas en España para su predicción en
escenarios de cambio climático

Trabajo Fin de Máster

Máster Universitario en Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente

AUTOR/A: Saynes Puma, Dayan Renán

Tutor/a: Francés García, Félix Ramón

CURSO ACADÉMICO: 2022/2023

Trabajo Fin de Máster

ANÁLISIS DE FRECUENCIA NO ESTACIONARIO DE LAS PRECIPITACIONES EXTREMAS EN ESPAÑA PARA SU PREDICCIÓN EN ESCENARIOS DE CAMBIO CLIMÁTICO

Intensificación:

ANÁLISIS DE SISTEMAS DE RECURSOS HÍDRICOS

Autor:

DAYAN RENÁN SAYNES PUMA

Tutor:

DR. FÉLIX FRANCÉS GARCÍA

SEPTIEMBRE, 2023



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

máster en ingeniería
hidráulica y medio ambiente
mihma



Resumen del Trabajo de Fin de Máster

Datos del proyecto
Título del TFM en español: Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático
Título del TFM en inglés: Non-stationary frequency analysis of extreme precipitation in Spain for its prediction in climate change scenarios
Título del TFM en Valenciano: Anàlisi de freqüència no estacionari de les precipitacions extremes a Espanya per a la seua predicció en escenaris de canvi climàtic
Alumno: Dayan Renán Saynes Puma
Tutor: Dr. Félix Francés García
Cotutor/es:
Director experimental:
Fecha de Lectura: Septiembre, 2023

Resumen
En español (máximo 5000 caracteres)
<p>Los cambios en el sistema climático pueden afectar la magnitud y frecuencia de los eventos extremos hidrológicos, provocando no estacionariedades en su comportamiento. En este estudio se utilizaron series de Precipitaciones Diarias Máximas Anuales (PDMA) extraídas del producto de precipitación grillado más reciente de la Agencia Estatal de Meteorología de España (AEMET), para investigar las componentes no estacionarias de la PDMA sobre España peninsular e islas Baleares, lo cual incluye cambios abruptos y tendencias monótonas. Para la detección de los cambios abruptos se utilizó el test de Pettitt, y para las tendencias se aplicó el test original de Mann-Kendall, así como una variante que considera la influencia de la autocorrelación temporal. La significancia de los resultados de estos test fue evaluada tanto a nivel local como a nivel global. A fin de poder identificar potenciales variables explicativas de la PDMA se llevó a cabo un análisis de teleconexiones con los índices climáticos correspondientes a la Oscilación del Atlántico Norte (NAO), patrón del Atlántico Este (EA), patrón del Atlántico Este-Rusia Occidental (EAWR) y patrón Escandinavo (SCA). El análisis de frecuencia no estacionario de las series de PDMA se realizó bajo el marco de modelación de los Modelos Aditivos Generalizados para Localización, Escala y Forma (GAMLSS), empleando seis distribuciones de probabilidad candidatas. Los resultados de los test de Pettitt y Mann-Kendall sugieren la existencia de puntos de cambio y tendencias significativas en parte del territorio español. La modelación no estacionaria permitió advertir problemas como los de equifinalidad, discordancia en la selección de modelos al usar distintas métricas de desempeño e incertidumbre de las predicciones de PDMA derivada de la extrapolación hacia el futuro, cuando se emplean los índices climáticos proyectados bajo el escenario de cambio climático ssp585. Esto plantea seguir investigando de forma más exhaustiva las no estacionariedades de la PDMA que los test y modelos han sugerido que existen, con el objetivo de encontrar el mecanismo físico de causa-efecto que explica esas no estacionariedades.</p>



En valenciano (máximo 5000 caracteres)

Els canvis en el sistema climàtic poden afectar la magnitud i freqüència dels esdeveniments extrems hidrològics, provocant no estacionariedades en el seu comportament. En aquest estudi es van utilitzar sèries de Precipitacions Diàries Màximes Anuals (PDMA) extrems del producte de precipitació grillado més recent de l'Agència Estatal de Meteorologia d'Espanya (AEMET), per a investigar les components no estacionàries de la PDMA sobre Espanya peninsular i illes Balears, la qual cosa inclou canvis abruptes i tendències monòtones. Per a la detecció dels canvis abruptes es va utilitzar el test de Pettitt, i per a les tendències es va aplicar el test original de Mann-Kendall, així com una variant que considera la influència de l'autocorrelació temporal. La significança dels resultats d'aquests test va ser avaluada tant a nivell local com a nivell global. A fi de poder identificar potencials variables explicatives de la PDMA es va dur a terme una anàlisi de teleconexions amb els índexs climàtics corresponents a l'Oscil·lació de l'Atlàntic Nord (NAO), patró de l'Atlàntic Aquest (EA), patró de l'Atlàntic Aquest-Rússia Occidental (EAWR) i patró Escandinau (SCA). L'anàlisi de freqüència no estacionari de les sèries de PDMA es va realitzar sota el marc de modelatge dels Models Additius Generalitzats per a Localització, Escala i Forma (GAMLSS), emprant sis distribucions de probabilitat candidates. Els resultats dels test de Pettitt i Mann-Kendall suggereixen l'existència de punts de canvi i tendències significatives en part del territori espanyol. El modelatge no estacionari va permetre advertir problemes com els de equifinalidad, discordança en la selecció de models en usar diferents mètriques d'acompliment i incertesa de les prediccions de PDMA derivada de l'extrapolació cap al futur, quan s'empren els índexs climàtics projectats sota l'escenari de canvi climàtic ssp585. Això planteja continuar investigant de forma més exhaustiva les no estacionariedades de la PDMA que els test i models han suggerit que existeixen, amb l'objectiu de trobar el mecanisme físic de causa-efecte que explica aqueixes no estacionariedades.



En inglés (máximo 5000 caracteres)

Changes in the climate system can affect the magnitude and frequency of hydrological extreme events, causing non-stationarities in their behavior. In this study, Maximum Daily Annual Precipitation (MADP) series extracted from the most recent gridded precipitation product of the Spanish State Meteorological Agency (AEMET) were used to investigate the nonstationary components of the MADP over peninsular Spain and the Balearic Islands, which include abrupt changes and monotonic trends. The Pettitt test was used to detect abrupt changes, and the original Mann-Kendall test was applied for trends, as well as a variant that considers the influence of temporal autocorrelation. The significance of the results of these tests was evaluated both locally and globally. In order to identify potential explanatory variables of the PDMA, a teleconnections analysis was carried out with the climate indices corresponding to the North Atlantic Oscillation (NAO), East Atlantic (EA) pattern, East Atlantic-West Russia (EAWR) pattern and Scandinavian (SCA) pattern. The nonstationary frequency analysis of the PDMA series was performed under the Generalized Additive Models for Location, Scale and Shape (GAMLSS) modeling framework, employing six candidate probability distributions. The results of the Pettitt and Mann-Kendall tests suggest the existence of significant change points and trends in part of the Spanish territory. The non-stationary modeling revealed problems such as equifinality, discordance in model selection when using different performance metrics and uncertainty in PDMA predictions derived from extrapolation into the future, when using the climate indices projected under the ssp585 climate change scenario. This raises the question of further investigating PDMA nonstationarities that tests and models have suggested exist, with the goal of finding the physical cause-effect mechanism that explains these nonstationarities.

Palabras clave español (máximo 5): No estacionariedad, GAMLSS, predicción, cambio climático.

Palabras clave valenciano (máximo 5): No estacionariedad, GAMLSS, predicció, canvi climàtic.

Palabras clave inglés (máximo 5): Non-stationarity, GAMLSS, prediction, climate change.

Para mis padres y toda mi familia

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi tutor, Dr. Félix Francés García, por su guía y apoyo durante todo el proceso de desarrollo de este trabajo. Sus comentarios e ideas fueron sumamente valiosos.

Además, deseo agradecer a todas las personas que de algún modo fueron parte de este proceso: profesores, amigos y en especial a mi familia.

También quiero agradecer al gobierno de Perú y PRONABEC por darme la oportunidad de cursar mis estudios de Máster en Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente en la Universidad Politécnica de Valencia, España.

Contenido

1	Introducción	1
1.1	Contexto.....	1
1.2	Motivación.....	2
1.3	Objetivos.....	2
2	Marco teórico	4
2.1	El clima y el sistema climático de la Tierra.....	4
2.2	Cambio climático y variabilidad climática.....	6
2.3	Variabilidad climática y patrones de gran escala	6
2.3.1	Oscilación del Atlántico Norte.....	7
2.3.2	Patrón del Atlántico Este.....	8
2.3.3	Patrón del Atlántico Este-Rusia Occidental	8
2.3.4	Patrón Escandinavo	8
2.4	Funciones aleatorias	11
2.4.1	Funciones aleatorias en un contexto espacial.....	11
2.4.2	Estacionariedad en un contexto espacial.....	13
2.4.2.1	Función aleatoria estacionaria en sentido estricto	13
2.4.2.2	Función aleatoria estacionaria de segundo orden.....	14
2.4.2.3	Función aleatoria intrínsecamente estacionaria.....	15
2.4.3	Funciones aleatorias en un contexto temporal	15
2.4.4	Estacionariedad en un contexto temporal.....	17
2.4.4.1	Proceso estocástico estacionario en sentido estricto.....	17
2.4.4.2	Proceso estocástico estacionario de segundo orden	18
2.4.5	Ergodicidad	19
2.5	Análisis de frecuencia estacionario y no estacionario	21
2.5.1	Supuesto de aleatoriedad.....	22
2.5.2	Supuesto de independencia	23
2.5.3	Supuesto de homogeneidad.....	23
2.5.4	Supuesto de estacionariedad.....	24
2.5.5	Análisis de frecuencia no estacionario	26
2.6	Modelos Aditivos Generalizados para Localización, Escala y Forma	27
3	Métodos.....	29
3.1	Análisis de dependencia espacial	29
3.1.1	El semivariograma experimental.....	29
3.2	Análisis de dependencia temporal	31
3.2.1	Test de Anderson.....	31
3.2.2	Test de Ljung-Box.....	34
3.3	Análisis de puntos de cambio	35
3.3.1	Test de Pettitt.....	36
3.4	Análisis de tendencias	38
3.4.1	Test de Mann-Kendall original	38

3.4.2	Test de Mann-Kendall modificado.....	40
3.4.3	Regresión de Theil-Sen	41
3.5	Análisis de teleconexiones.....	43
3.5.1	Coeficiente de correlación de Pearson	43
3.5.2	Coeficiente de correlación de Kendall	44
3.6	Evaluación de la significancia de campo.....	46
3.6.1	Método de la Tasa de Descubrimiento Falso	46
3.7	Modelación no estacionaria de las frecuencias con GAMLSS.....	47
3.7.1	Estimación de parámetros	47
3.7.2	Funciones de distribución de probabilidad.....	48
3.7.3	Selección de términos aditivos.....	50
3.7.4	Criterio de evaluación de modelos	51
3.7.5	Herramientas de diagnóstico de los modelos	52
4	Área de estudio y datos	54
4.1	Área de estudio	54
4.2	Datos	56
4.2.1	Datos de precipitación.....	56
4.2.2	Datos de índices climáticos	56
5	Resultados y discusión.....	60
5.1	Análisis exploratorio de las series de PDMA sobre toda España.....	60
5.2	Análisis de la dependencia espacial de la PDMA sobre toda España	62
5.3	Evaluación de los supuestos fundamentales del análisis de frecuencia sobre toda España.....	65
5.3.1	Análisis de la dependencia temporal en las series de PDMA	65
5.3.1.1	Test de Anderson.....	66
5.3.1.2	Test de Ljung-Box	67
5.3.2	Análisis de puntos de cambio en las series de PDMA	68
5.3.2.1	Test de Pettitt.....	68
5.3.3	Análisis de tendencias en las series de PDMA	69
5.3.3.1	Test de Mann-Kendall original.....	69
5.3.3.2	Test de Mann-Kendall modificado.....	72
5.3.4	Análisis conjunto de puntos de cambio y tendencias en las series de PDMA ...	73
5.4	Análisis de teleconexiones entre las precipitaciones extremas sobre toda España y los índices climáticos	75
5.4.1	Correlación entre la PDMA y el índice NAO invernal	76
5.4.2	Correlación entre la PDMA y el índice EA invernal	78
5.4.3	Correlación entre la PDMA y el índice EAWR invernal	80
5.4.4	Correlación entre la PDMA y el índice SCA invernal	83
5.5	Modelación no estacionaria de las precipitaciones extremas en puntos representativos	86
5.5.1	Modelación considerando como predictores a los índices climáticos sin retardo	89
5.5.1.1	Análisis exploratorio.....	89

5.5.1.2	Modelos finales.....	94
5.5.2	Modelación considerando como predictores a los índices climáticos originales y sus versiones retardadas.....	111
6	Conclusiones.....	115
6.1	Conclusiones respecto a la evaluación de los supuestos fundamentales del análisis de frecuencia.....	115
6.2	Conclusiones respecto al análisis de teleconexiones.....	117
6.3	Conclusiones respecto a la modelación no estacionaria de la PDMA.....	118
6.4	Conclusión final.....	119
7	Referencias.....	120

Lista de figuras

Figura 1. Esquema de cómo trabaja el sistema climático (natural) de la Tierra (extraído de Ruddiman (2014)).	5
Figura 2. Anomalías de altura geopotencial (ERA5) de enero-marzo (JFM) a 500 hPa y vientos a 10 m para las fases positiva (columna izquierda) y negativa (columna derecha) extrema de los patrones de enero-marzo (JFM) de la NAO (a, b), EA (c, d), SCA (e, f) y EAWR (g, h). El periodo de evaluación corresponde a 1950-2017. La unidad para la altura geopotencial es el metro (m) y para la velocidad del viento m/s (extraído de Craig & Allan (2022)).	9
Figura 3. Anomalías de altura geopotencial (ERA5) de abril-octubre (referido como GS) a 500 hPa y vientos a 10 m para las fases positiva (columna izquierda) y negativa (columna derecha) extrema de los patrones de abril-octubre (GS) de la NAO (a, b), EA (c, d), SCA (e, f) y EAWR (g, h). El periodo de evaluación corresponde a 1950-2017. La unidad para la altura geopotencial es el metro (m) y para la velocidad del viento m/s (extraído de Craig & Allan (2022)).	10
Figura 4. Esquema explicativo de un proceso estocástico (extraído de Serinaldi et al. (2018)). fobs , fi , fj , fk y fl son las FDP empírica de cinco realizaciones del proceso estocástico $X(t)$, fXi , fXj , y fXk son las FDP de las variables aleatorias X_{ti} , X_{tj} y X_{tk} , que describen el estado del proceso en los tiempos ti , tj y tk , respectivamente. fobs representa la FDP de la serie de tiempo observada (la realidad), mientras las otras FDP empíricas se asocian a posibles resultados (series) que no ocurrieron.	21
Figura 7. a) Ejemplo de semivariograma experimental (puntos azules) con su correspondiente histograma (barras rojas) de pares considerados en el cálculo de cada semivarianza (extraído de Mälicke (2022)). b) Región de tolerancia para la búsqueda de pares en el caso de muestreo irregular (extraído de Montero et al. (2015)).	31
Figura 8. Ejemplo ilustrativo del procedimiento FDR. Primero, se realizan N test de hipótesis, resultando N valores de p , los cuales son ordenados de menor a mayor y graficados como una curva negra. Seguidamente, los valores ordenados de p son comparados con la línea de Benjamini-Hochberg, $i/N\alpha G$, indicada por la línea gris. La curva y la recta se intersecan en K . Finalmente, las hipótesis nulas 1, 2, ..., K son rechazadas (extraído de DelSole & Tippett (2022)).	47
Figura 9. Ejemplo ilustrativo de un diagrama de gusano.	53
Figura 5. Área de estudio con elevaciones, contorno de las demarcaciones hidrográficas (líneas blancas), principales ríos (líneas azules) y ubicación de los puntos representativos en los que se realizó la modelación no estacionaria de frecuencias de precipitación.	54
Figura 6. Series invernales históricas observadas y proyectadas de los índices climáticos a) NAO, b) EA, c) EAWR y d) SCA. El periodo de las series observadas comprende 10/1951-9/2020 (69 años hidrológicos), mientras que en el caso de las series proyectadas el periodo es 10/1850-9/2099 (249 años hidrológicos). El mes (10) y año i indicados en los gráficos como término de periodo, corresponden al mes (octubre) que define el inicio del último año hidrológico cuyo término es en septiembre del año i + 1 .	59
Figura 8. Variabilidad espacio-temporal de la PDMA durante el periodo comprendido por los años hidrológicos 2011-2019.	61
Figura 9. Estadísticos descriptivos de la PDMA. a) mediana, b) coeficiente de variación, y c) coeficiente de asimetría.	62
Figura 10. Semivariogramas omnidireccionales experimentales para retardos espaciales h = 7, 14, 17.5, 23.3, 35, 46.7 km , y parámetro de búsqueda $\Delta h = h/2$. Los semivariogramas provienen de campos de PDMA de los años 1951, 1968, 1985, 2002 y 2019.	63
Figura 11. Semivariogramas direccionales experimentales para orientaciones $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ y parámetros de búsqueda h = 17.5 km ($\Delta h = h/2$) y $2\Delta\theta =$	

15°.	Los semivariogramas provienen de campos de PDMA de los años 1951, 1968, 1985, 2002 y 2019. Los ángulos que definen las orientaciones son contados en sentido contrario a las agujas del reloj a partir de una recta este-oeste.	64
Figura 12.	Distribución espacial de la pendiente de Theil-Sen. El punteado resalta las regiones donde la pendiente es estadísticamente significativa.	65
Figura 13.	Distribución espacial del coeficiente de autocorrelación para el primer retardo temporal, empleando las series de PDMA originales (a) y las series resultantes después del proceso de remoción de tendencia (b). El punteado resalta las regiones donde el coeficiente de autocorrelación temporal es estadísticamente significativo.	66
Figura 14.	Distribución espacial del estadístico Q del test de Ljung-Box para el primer retardo temporal, empleando las series de PDMA originales (a, c) y las series resultantes después del proceso de remoción de tendencia (b, d). El punteado resalta las regiones donde la autocorrelación temporal es estadísticamente significativo a nivel local (a, b) y global (c, d).	67
Figura 15.	Distribución espacial del año probable de cambio detectado por el test de Pettitt. El punteado resalta las regiones donde se identifican puntos de cambio estadísticamente significativos a nivel local (a) y global (b) de la PDMA.	69
Figura 16.	Distribución espacial de la pendiente de Theil-Sen. El punteado resalta las regiones donde mediante el test de Mann-Kendall original se detectan tendencias monótonas estadísticamente significativas a nivel local (a) y global (b) de la PDMA.	70
Figura 17.	Distribución espacial de la pendiente de Theil-Sen. El punteado resalta las regiones donde mediante el test de Mann-Kendall modificado por Hamed & Rao (1998) se detectan tendencias monótonas estadísticamente significativas a nivel local (a) y global (b) de la PDMA.	72
Figura 18.	Superposición de resultados de la aplicación de los test de Pettitt y Mann-Kendall original a la PDMA, a nivel local (a) y global (b). Los códigos en la escala de colores identifican los puntos de grilla donde se detectó: simultáneamente un punto de cambio y tendencia significativos (3), solo tendencia significativa (2), y solo punto de cambio significativo (1). El código 0 indica resultados no significativos.	74
Figura 19.	Superposición de resultados de la aplicación de los test de Pettitt y Mann-Kendall modificado por Hamed & Rao (1998) a la PDMA, a nivel local (a) y global (b). Los códigos en la escala de colores identifican los puntos de grilla donde se detectó: simultáneamente un punto de cambio y tendencia significativos (3), solo tendencia significativa (2), y solo punto de cambio significativo (1). El código 0 indica resultados no significativos.	75
Figura 20.	Distribución espacial del coeficiente de correlación de Pearson evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice NAO invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.	76
Figura 21.	Distribución espacial del coeficiente de correlación de Kendall evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice NAO invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.	77
Figura 22.	Distribución espacial del coeficiente de correlación de Pearson evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice EA invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.	79
Figura 23.	Distribución espacial del coeficiente de correlación de Kendall evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice EA invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.	80
Figura 24.	Distribución espacial del coeficiente de correlación de Pearson evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice EAWR invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.	81
Figura 25.	Distribución espacial del coeficiente de correlación de Kendall evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice EAWR invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.	83

Figura 26. Distribución espacial del coeficiente de correlación de Pearson evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice SCA invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.	84
Figura 27. Distribución espacial del coeficiente de correlación de Kendall evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice SCA invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.	85
Figura 28. Ubicación de los 20 puntos representativos elegidos para la modelación no estacionaria de la PDMA. El fondo de color corresponde a la distribución espacial del coeficiente de correlación de Pearson evaluado a nivel local entre la PDMA y los índices climáticos invernales NAO, EA, EAWR y SCA. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa. Las líneas de trazo negro corresponden a los límites de las confederaciones hidrográficas.....	87
Figura 29. Igual que en la Figura 28 pero con un fondo de color asociado al coeficiente de correlación de Kendall.	88
Figura 30. Series de PDMA de los puntos representativos 1 al 5, con los resultados del análisis de puntos de cambio y tendencias superpuestos (columna izquierda). Histogramas y funciones de densidad estimadas por Kernel de la PDMA (columna derecha).....	90
Figura 31. Igual que en la Figura 30 pero para los puntos representativos 6 al 10.....	91
Figura 32. Igual que en la Figura 30 pero para los puntos representativos 11 al 15.....	92
Figura 33. Igual que en la Figura 30 pero para los puntos representativos 16 al 20.....	93
Figura 34. Diagramas de gusano de los residuales de los 6 modelos no estacionarios ajustados para la serie de PDMA en el punto representativo 1.....	96
Figura 35. Histogramas de los residuales de los 6 modelos no estacionarios ajustados para la serie de PDMA en el punto representativo 1.....	96
Figura 36. Gráficos cuantil-cuantil de los residuales de los 6 modelos no estacionarios ajustados para la serie de PDMA en el punto representativo 1.....	97
Figura 37. Diagramas de gusano, histogramas y gráficos cuantil-cuantil de los residuales de los modelos no estacionarios ajustados para las series de PDMA en los puntos representativos 1 al 5. Las líneas discontinuas en los diagramas de gusano representan los límites del intervalo de confianza del 95%.	100
Figura 38. Igual que en la Figura 37 pero para los puntos representativos 6 al 10.....	101
Figura 39. Igual que en la Figura 37 pero para los puntos representativos 11 al 15. Los modelos en los puntos 12 y 15 son estacionarios.	102
Figura 40. Igual que en la Figura 37 pero para los puntos representativos 16 al 20.....	103
Figura 41. Modelos no estacionarios de la PDMA ajustados en los puntos 1 al 10, y predicciones bajo el escenario de cambio climático ssp585. El ajuste se realizó en el periodo 10/1953-9/2020 (67 años hidrológicos), y las predicciones en 10/2020-9/2099 (79 años hidrológicos). La banda de color rojo está delimitada por las medianas de los cuantiles 0.025 y 0.975 de las predicciones de PDMA que se derivan de emplear los índices proyectados de los 24 modelos climáticos considerados, y la línea roja gruesa representa la mediana de los cuantiles 0.5. La banda de color gris se define de forma similar, pero corresponde a los resultados asociados al modelo climático ACCESS-CM2. La banda de color azul corresponde a los resultados del ajuste a partir de las series observadas de los índices climáticos.....	104
Figura 42. Igual que en la Figura 41 pero para los puntos 11 al 20. Los modelos en los puntos 12 y 15 son estacionarios.	105
Figura 43. Diagramas de gusano, histogramas y gráficos cuantil-cuantil de los residuales de los modelos no estacionarios ajustados para las series de PDMA en los puntos representativos 2, 3, 7 y 10, considerando como predictores a los índices climáticos originales y sus versiones retardadas. Las líneas discontinuas en los diagramas de gusano representan los límites del intervalo de confianza del 95%.	112
Figura 44. Modelos no estacionarios de la PDMA ajustados en los puntos 2, 3, 7 y 10, y predicciones bajo el escenario de cambio climático ssp585. El ajuste se realizó en el periodo	

10/1953-9/2020 (67 años hidrológicos), y las predicciones en 10/2020-9/2099 (79 años hidrológicos). La banda de color rojo está delimitada por las medianas de los cuantiles 0.025 y 0.975 de las predicciones de PDMA que se derivan de emplear los índices proyectados de los 24 modelos climáticos considerados, y la línea roja gruesa representa la mediana de los cuantiles 0.5. La banda de color gris se define de forma similar, pero corresponde a los resultados asociados al modelo climático ACCESS-CM2. La banda de color azul corresponde a los resultados del ajuste a partir de las series observadas de los índices climáticos. 113

Lista de tablas

Tabla 1. Resumen de las seis distribuciones consideradas en este trabajo para la modelación de la PDMA.	48
Tabla 2. Funciones de enlace empleadas en los parámetros de las seis distribuciones consideradas en este trabajo para la modelación de la PDMA.	50
Tabla 3. Fuentes de información para la confección de la figura de ubicación del área de estudio.	55
Tabla 4. Lista de modelos CMIP6 a partir de los cuales Cusinato et al. (2021) obtuvieron las proyecciones de los índices climáticos NAO, EA, EAWR y SCA, bajo el escenario ssp585.	57
Tabla 5. Resumen numérico de la superposición de resultados de los test de Pettitt y Mann-Kendall original y modificado.....	75
Tabla 6. Porcentaje de puntos de grilla donde los coeficientes de correlación entre la PDMA y el índice NAO invernal resultaron significativos a nivel local. Los valores sombreados resaltan los retardos en que se justifica la existencia de correlación cruzada.	78
Tabla 7. Porcentaje de puntos de grilla donde los coeficientes de correlación entre la PDMA y el índice EA invernal resultaron significativos a nivel local. Los valores sombreados resaltan el retardo en que se justifica la existencia de correlación cruzada.....	79
Tabla 8. Porcentaje de puntos de grilla donde los coeficientes de correlación entre la PDMA y el índice EAWR invernal resultaron significativos a nivel local. Los valores sombreados resaltan el retardo en que se justifica la existencia de correlación cruzada.	82
Tabla 9. Porcentaje de puntos de grilla donde los coeficientes de correlación entre la PDMA y el índice SCA invernal resultaron significativos a nivel local.	85
Tabla 10. Localización de los puntos representativos elegidos para la modelación no estacionaria; además, correlaciones cruzadas significativas a nivel local, y no estacionariedades detectadas a nivel local (NEL) y global (NEG) para las series de PDMA.....	88
Tabla 11. Resumen de los seis modelos estacionarios y no estacionarios construidos para la serie de PDMA en el punto representativo 1: AIC de los modelos estacionarios (AIC-E), AIC de los modelos no estacionarios (AIC-NE), grados de libertad del ajuste (GL), parámetros (Par.) y estructura de los modelos. El número en negrita resalta el AIC del modelo no estacionario elegido. Los modelos en la tabla están ordenados en función de su AIC-NE, de menor a mayor.	94
Tabla 12. Resumen de los modelos (estacionarios y no estacionarios) adoptados para las series de PDMA en los 20 puntos representativos, considerando como predictores a los índices climáticos sin retardo.	98
Tabla 13. Resumen de los modelos no estacionarios adoptados para las series de PDMA en los puntos representativos 2, 3, 7 y 10, considerando como predictores a los índices climáticos originales y sus versiones retardadas.	111

Capítulo 1

Introducción

1.1 Contexto

La variabilidad climática y el cambio climático vienen impactando varias componentes del ciclo hidrológico en muchas regiones del mundo. Se prevé que las tormentas y las precipitaciones extremas aumenten con el calentamiento. Sin embargo, la asociación entre el calentamiento y los extremos hidroclimáticos no es sencilla; no existe una relación uno a uno entre los aumentos de temperatura, precipitaciones e inundaciones, y los efectos del cambio climático operan en diferentes escalas temporales y espaciales. No obstante, para comprender el efecto que puede tener el calentamiento sobre las lluvias intensas e inundaciones, se puede recurrir a la relación de Clausius-Clapeyron, la cual indica que el aire puede contener un 6%-7% más de humedad por cada grado Celsius de calentamiento. Así, se espera que a medida que la temperatura del aire aumente, la intensidad de las precipitaciones extremas también lo hará (Slater et al., 2021). Por otro lado, los efectos de la variabilidad climática sobre los extremos hidroclimáticos son bien reconocidos. Los periodos ricos y pobres en amenazas en el registro histórico tienden a estar impulsados por las periodicidades espaciales y temporales de múltiples modos climáticos, a veces superpuestos (Slater et al., 2021). Por ejemplo, durante la fase positiva de la Oscilación del Atlántico Norte, los vientos del oeste se hacen más fuertes y generan una mayor actividad de tormentas y precipitaciones en el noroeste de Europa, y durante los inviernos de fase negativa, la trayectoria de las tormentas tiene una orientación zonal que causa un incremento de las precipitaciones al sur de Europa (Craig & Allan, 2022).

Lo expuesto anteriormente muestra que hay cambios en el sistema climático que ya vienen afectando la magnitud y frecuencia de los eventos extremos hidrológicos, induciendo a plantear la pregunta de si aún es válida la hipótesis de estacionariedad que por mucho tiempo ha sido la base para el análisis de frecuencia hidrológico convencional. Por ello es que muchos investigadores comenzaron a evaluar la validez de esta hipótesis en diversas regiones alrededor del mundo, considerando el efecto de la variabilidad climática y el cambio climático

antropogénico (López & Francés, 2013; Tan & Gan, 2015; Villarini, Serinaldi, et al., 2009; Villarini, Smith, et al., 2009; D. Zhang et al., 2015; Q. Zhang et al., 2015). Los resultados de estos estudios han evidenciado la existencia de violaciones al supuesto de estacionariedad.

Es en ese contexto que surge la necesidad de considerar en el análisis de frecuencia la no estacionariedad que las variables hidrometeorológicas vienen mostrando a lo largo del tiempo. En general, el enfoque adoptado para considerar la no estacionariedad es hacer variar los parámetros de la distribución de probabilidad de la variable respuesta como una función de determinadas variables explicativas o covariables. Para lograr ese propósito los Modelos Aditivos Generalizados para Localización, Escala y Forma (del inglés *Generalized Additive Models for Location, Scale and Shape* (GAMLSS)) (Rigby & Stasinopoulos, 2005) son una herramienta muy útil, tal como se verifica, por ejemplo, en los trabajos de Debele et al. (2017), Machado et al. (2015) y Villarini et al. (2012).

1.2 Motivación

En un contexto de clima cambiante, el conocer cómo se vienen comportando y cómo podrían comportarse en el futuro las precipitaciones máximas en España es de mucho interés. La detección de posibles impulsores que expliquen los cambios en las precipitaciones máximas sería posible a través del estudio de su relación con los índices climáticos. Estos impulsores servirían para modelar en un marco no estacionario las precipitaciones máximas, posibilitando con ello la evaluación de su comportamiento en escenarios futuros de cambio climático.

1.3 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es analizar bajo un enfoque no estacionario las frecuencias de las Precipitaciones Diarias Máximas Anuales (PDMA) en España, para sobre ello realizar predicciones en escenarios de cambio climático. A fin de lograr el objetivo principal se formularon los siguientes objetivos específicos:

- Verificar si se cumplen los supuestos del análisis de frecuencia convencional (estacionario), esto es: independencia, homogeneidad y estacionariedad. En los casos que correspondan detectar no estacionariedades, en particular, tendencias o cambios abruptos.
- Evaluar mediante el cálculo de correlaciones cruzadas las teleconexiones que puedan existir entre los índices climáticos y la PDMA.
- Seleccionar un modelo GAMLSS adecuado para la PDMA en veinte puntos representativos; esto es, identificar (en veinte puntos) una función de distribución con

una estructura de predictores o covariables que de forma más parsimoniosa represente mejor el comportamiento de las frecuencias de la PDMA.

- Emplear los modelos GAMLSS seleccionados en el escenario de cambio climático ssp585, considerando índices climáticos proyectados por diferentes modelos climáticos.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1 El clima y el sistema climático de la Tierra

El tiempo y el clima tienen una profunda influencia en la vida en la Tierra. Forman parte de la experiencia diaria de los seres humanos y son esenciales para la salud, la producción de alimentos y el bienestar. La diferencia entre tiempo y clima es una medida de tiempo; así, mientras el tiempo se refiere a las condiciones atmosféricas durante un periodo de tiempo corto, el clima hace referencia al comportamiento de la atmósfera durante un periodo de tiempo extenso (IPCC, 2001).

En sentido estricto, el clima suele definirse como el «tiempo promedio», o más rigurosamente como la descripción estadística en términos de la media y la variabilidad de cantidades relevantes durante un periodo de tiempo que va desde meses hasta miles o millones de años. El periodo clásico para promediar estas variables es de 30 años, tal como lo define la Organización Meteorológica Mundial (OMM). Las cantidades relevantes suelen ser variables superficiales como la temperatura, la precipitación y el viento. El clima en un sentido más amplio es el estado del sistema climático, incluida una descripción estadística (IPCC, 2021). El clima varía de un lugar a otro, dependiendo de la latitud, la distancia al mar, la vegetación, la presencia o ausencia de montañas u otros factores geográficos. Su variación también es temporal; así, puede variar de una estación a otra, de un año a otro, de una década a otra, o en escalas de tiempo mucho más largas, como las Edades de Hielo (IPCC, 2001).

El conocimiento tradicional del tiempo y el clima se centra en aquellas variables que afectan más directamente a la vida diaria: la temperatura media, máxima y mínima, viento cerca de la superficie de la Tierra, precipitación en sus diversas formas, humedad, tipo y cantidad de nubes y radiación solar. Éstas son las variables observadas cada hora por un gran número de estaciones meteorológicas en todo el mundo. Sin embargo, esto es solo una parte de la realidad que determina el tiempo y el clima. Para comprender el clima de nuestro planeta Tierra y sus variaciones, y posiblemente predecir los cambios del clima provocados por las actividades

humanas es necesario comprender al «sistema climático» en sí (IPCC, 2001). El sistema climático es un sistema global que consta de cinco componentes principales: la atmósfera (dinámica y composición), la hidrósfera, la criósfera (cuerpos de hielo y cobertura nival), la litósfera (superficie terrestre y sus atributos) y la biósfera, y las interacciones entre ellos (procesos físicos, químicos y biológicos). El sistema climático cambia con el tiempo bajo la influencia de su propia dinámica interna (interacciones) y debido a forzamientos (factores) externos como erupciones volcánicas, variaciones solares, forzamientos orbitales y forzamientos antropogénicos como la composición cambiante de la atmósfera y el cambio de uso de la tierra (IPCC, 2021). La Figura 1 proporciona una idea de cómo trabaja el sistema climático (natural). El número relativamente pequeño de factores externos que se muestran en la parte izquierda fuerzan (o impulsan) cambios en el sistema climático, y los componentes internos del sistema climático responden cambiando e interactuando de muchas maneras (parte central). El resultado final de todas estas interacciones es una serie de variaciones observadas en el clima (respuesta climática) (Ruddiman, 2014).

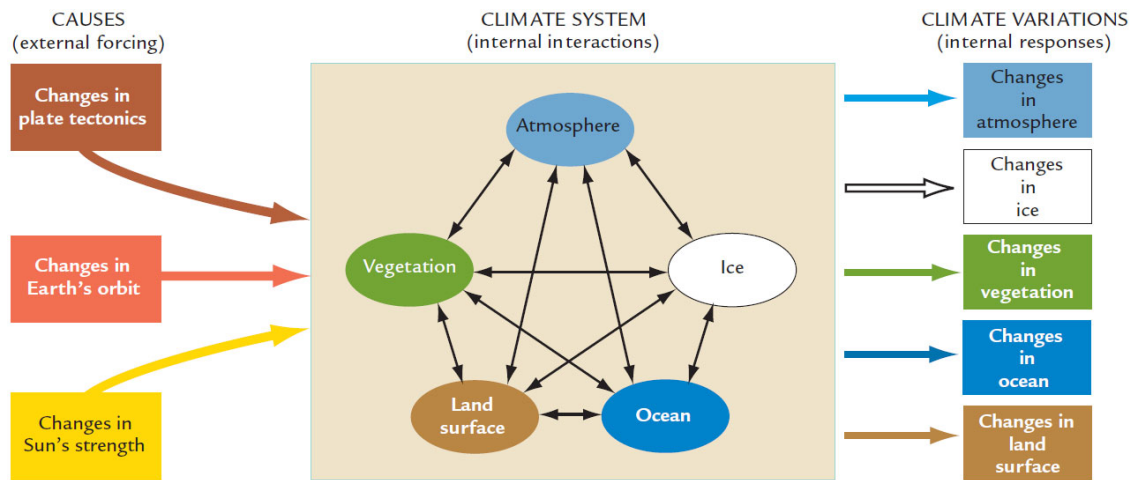


Figura 1. Esquema de cómo trabaja el sistema climático (natural) de la Tierra (extraído de Ruddiman (2014)).

Como se mencionó antes, un cuarto factor capaz de influir en el clima, pero que no forma parte del sistema climático natural en un sentido estricto, es el efecto de los seres humanos sobre el clima, denominado «forzamiento antropogénico». Este forzamiento es un subproducto no deseado de la agricultura, la industria y otras actividades humanas, y se produce a través de alteraciones de la superficie terrestre y mediante la adición de dióxido de carbono y otros gases de efecto invernadero, partículas de sulfato y hollín a la atmósfera (Ruddiman, 2014).

2.2 Cambio climático y variabilidad climática

De acuerdo al IPCC (2021), el cambio climático se define como un cambio en el estado del clima que puede identificarse (p. ej., mediante pruebas estadísticas) por cambios en la media y/o la variabilidad de sus propiedades, y que persiste durante un periodo prolongado, generalmente décadas o más. El cambio climático puede deberse a procesos naturales internos o forzamientos externos, como modulaciones de los ciclos solares, erupciones volcánicas y cambios antropogénicos persistentes en la composición de la atmósfera o en el uso de la tierra (ver Figura 1). Es preciso destacar que la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático (CMNUCC), en su artículo 1, define el cambio climático como: «un cambio de clima que se atribuye directa o indirectamente a la actividad humana que altera la composición de la atmósfera global y que está en adición a la variabilidad natural del clima observada durante periodos de tiempo comparables». De lo anterior, se desprende que hay una distinción entre cambio climático antropogénico (es decir, debido a cambios antropogénicos persistentes en la composición atmosférica o en el uso de la tierra) y la variabilidad climática atribuible a causas naturales.

2.3 Variabilidad climática y patrones de gran escala

El IPCC (2021) define a la variabilidad climática como desviaciones de las variables climáticas de un estado medio dado (incluida la ocurrencia de extremos, etc.), en todas las escalas espaciales y temporales más allá de los eventos meteorológicos individuales. La variabilidad puede ser intrínseca, debido a las fluctuaciones de los procesos internos del sistema climático (variabilidad interna), o extrínseca, debido a las variaciones en el forzamiento externo natural o antropogénico (variabilidad forzada).

Una inspección cercana de la estructura espacial de la variabilidad climática, en particular en escalas de tiempo estacionales y más largas, muestra que ocurre predominantemente en patrones espaciales preferidos a gran escala y anclados geográficamente (pero con amplitud variable a través del tiempo). Tales patrones son el resultado de interacciones entre la circulación atmosférica, la superficie oceánica y la superficie terrestre (IPCC, 2001). Estos patrones son denominados «patrones de teleconexión» y son enlaces que se establecen en la atmósfera entre diferentes centros de acción, normalmente entre zonas de alta y baja presión, separadas por cientos o incluso miles de kilómetros. Estos centros de acción presentan un patrón de comportamiento sincronizado durante largos periodos de tiempo, que pueden ser meses o años. Así, se forma un dipolo que comprende un área de altas presiones y un área de bajas presiones ocupando una región específica del planeta. Las anomalías de presión superficial del

mar positivas en una región están relacionadas con anomalías negativas en otra, y viceversa. En algunos casos se pueden encontrar hasta varios centros de acción comportándose sincrónicamente (Martínez-Artigas et al., 2021).

La influencia de los patrones de teleconexión en la precipitación puede ocurrir de dos maneras. La primera se debe al hecho de que, al estar los centros de acción correlacionados directamente con el régimen pluviométrico de su ubicación geográfica, se esperan correlaciones inversas entre la presión y la precipitación, esto es: a menor presión, mayor precipitación. El otro mecanismo cubre una amplia zona situada entre los centros de acción de la teleconexión. La disposición de estos centros de acción puede favorecer los flujos de viento que transportan humedad a las zonas geográficas de barlovento (Martínez-Artigas et al., 2021).

Los patrones de teleconexión se pueden caracterizar usando índices definidos para una(s) cuadrícula(s) de cierto rango de latitud y longitud, y pueden basarse en un solo parámetro (p. ej., el Índice de Oscilación del Sur se calcula como la diferencia de presión entre Darwin y Tahití) o en una combinación de parámetros como el índice ENSO (proviene de El Niño *Southern Oscillation*) multivariado (AghaKouchak et al., 2013).

Hay una cantidad significativa de patrones (y sus correspondientes índices) de teleconexión que ejercen influencia sobre Europa: ENSO, NAO, EA, EAWR, SCA, AO (*Arctic Oscillation*), POL (*Polar/Eurasian*), SOI (*Southern Oscillation Index*), AMO (*Atlantic Multidecadal Oscillation*), MJO (*Madden-Julian Oscillation*), MO (*Mediterranean Oscillation*), WeMO (*Western Mediterranean Oscillation*), etc. (Ríos-Cornejo et al., 2015). Pero sobre la península Ibérica, entre los patrones que han mostrado influencia sobre las precipitaciones, se tienen a la NAO, WeMO, MO, AO, EA (Martínez-Artigas et al., 2021; Ríos-Cornejo et al., 2015).

En este trabajo, a efectos de lograr el objetivo planteado y considerando que se requieren proyecciones (futuras) disponibles de índices climáticos, se utilizan los índices climáticos que caracterizan la NAO y los patrones EA, EAWR y SCA (ver detalles en la sección 4.2.2).

2.3.1 Oscilación del Atlántico Norte

La Oscilación del Atlántico Norte (NAO, del inglés *North Atlantic Oscillation*) se entiende generalmente como la diferencia de presión a nivel del mar entre las Azores e Islandia. En invierno, la fase positiva (NAO+) se produce cuando el gradiente de presión aumenta debido al fortalecimiento de la Baja islandesa y la Alta de las Azores (anticiclón de las Azores), y la fase negativa (NAO-) se produce cuando el gradiente de presión se reduce debido al debilitamiento de estos centros de acción. Durante la NAO+ los vientos del oeste (*westerlies*) son más fuertes (Figura 2a) con una mayor actividad de tormentas y precipitaciones en el noroeste de Europa,

mientras que durante los inviernos NAO⁻, la trayectoria de las tormentas tiene una orientación zonal que provoca un aumento de las precipitaciones en el sur de Europa. La NAO es más débil en verano (Figura 3a, b) e influye en una región más pequeña que está más al norte que en invierno, pero tiene impactos notables en la precipitación, temperatura y nubosidad en Europa (Craig & Allan, 2022).

2.3.2 Patrón del Atlántico Este

El patrón del Atlántico Este (EA, del inglés *East Atlantic*) está definido por un dipolo a través del Atlántico Norte con un centro de acción en $55^{\circ}N, 20^{\circ} - 35^{\circ}O$ (Figura 2c, d, y Figura 3c, d) y una banda que se extiende por los subtropicos a través del Mar Mediterráneo. El índice EA está asociado con vientos mejorados del oeste desde el Atlántico en la fase positiva (EA⁺) (Figura 2c y Figura 3c) y anomalías del viento del norte sobre Europa occidental en su fase negativa (EA⁻) (Figura 2d y Figura 3d) (Craig & Allan, 2022).

2.3.3 Patrón del Atlántico Este-Rusia Occidental

El patrón del Atlántico Este-Rusia Occidental (EAWR, del inglés *East Atlantic Western Russia*) tiene cuatro centros de acción con dos del mismo signo sobre el Mar del Norte (Figura 2g, h, y Figura 3g, h) y Mongolia, y dos de signo opuesto sobre el Atlántico Norte central y el oeste de Rusia al norte del Mar Caspio. En la fase positiva (EAWR⁺), las anomalías de altura del Mar del Norte y Mongolia son positivas y las anomalías de altura del Atlántico norte y el oeste de Rusia son negativas. Esto corresponde a una circulación meridional sobre el este de Europa con anomalías de viento del sur en invierno (Figura 2g, h), y anomalías de viento del norte entre abril y octubre (Figura 3g, h) (Craig & Allan, 2022).

2.3.4 Patrón Escandinavo

El patrón Escandinavo (SCA) consta de tres centros de acción con una fuerte anomalía positiva de altura sobre Escandinavia y dos anomalías negativas más débiles sobre el este de Rusia y Europa occidental. La fase positiva (SCA⁺) está asociada con una precipitación reducida sobre Escandinavia y un aumento de la precipitación sobre el Atlántico nororiental debido a las correspondientes anomalías anticiclónicas y ciclónicas (Figura 2e, f, y Figura 3e, f) (Craig & Allan, 2022).

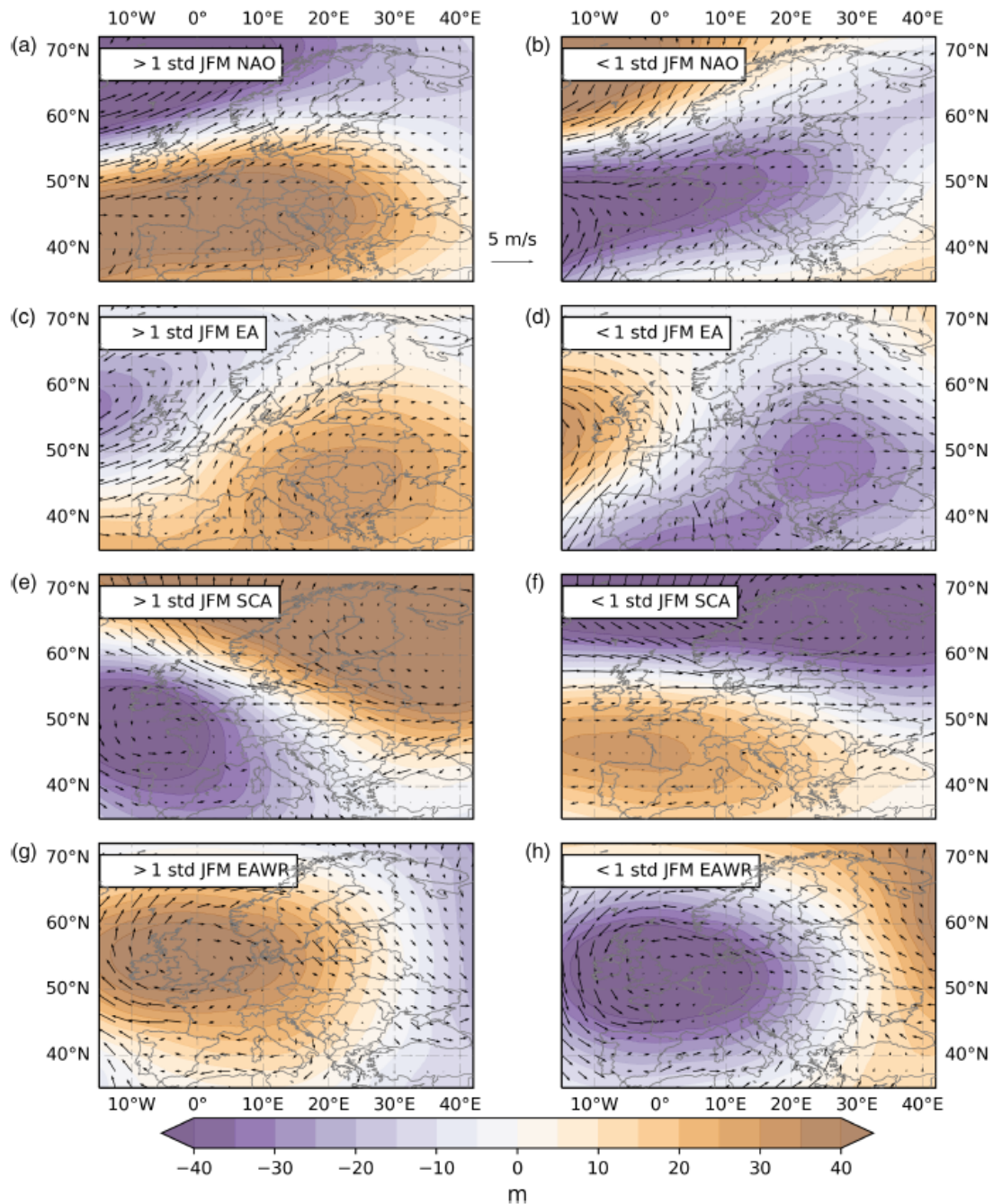


Figura 2. Anomalías de altura geopotencial (ERA5) de enero-marzo (JFM) a 500 hPa y vientos a 10 m para las fases positiva (columna izquierda) y negativa (columna derecha) extrema de los patrones de enero-marzo (JFM) de la NAO (a, b), EA (c, d), SCA (e, f) y EAWR (g, h). El periodo de evaluación corresponde a 1950-2017. La unidad para la altura geopotencial es el metro (m) y para la velocidad del viento m/s (extraído de Craig & Allan (2022)).

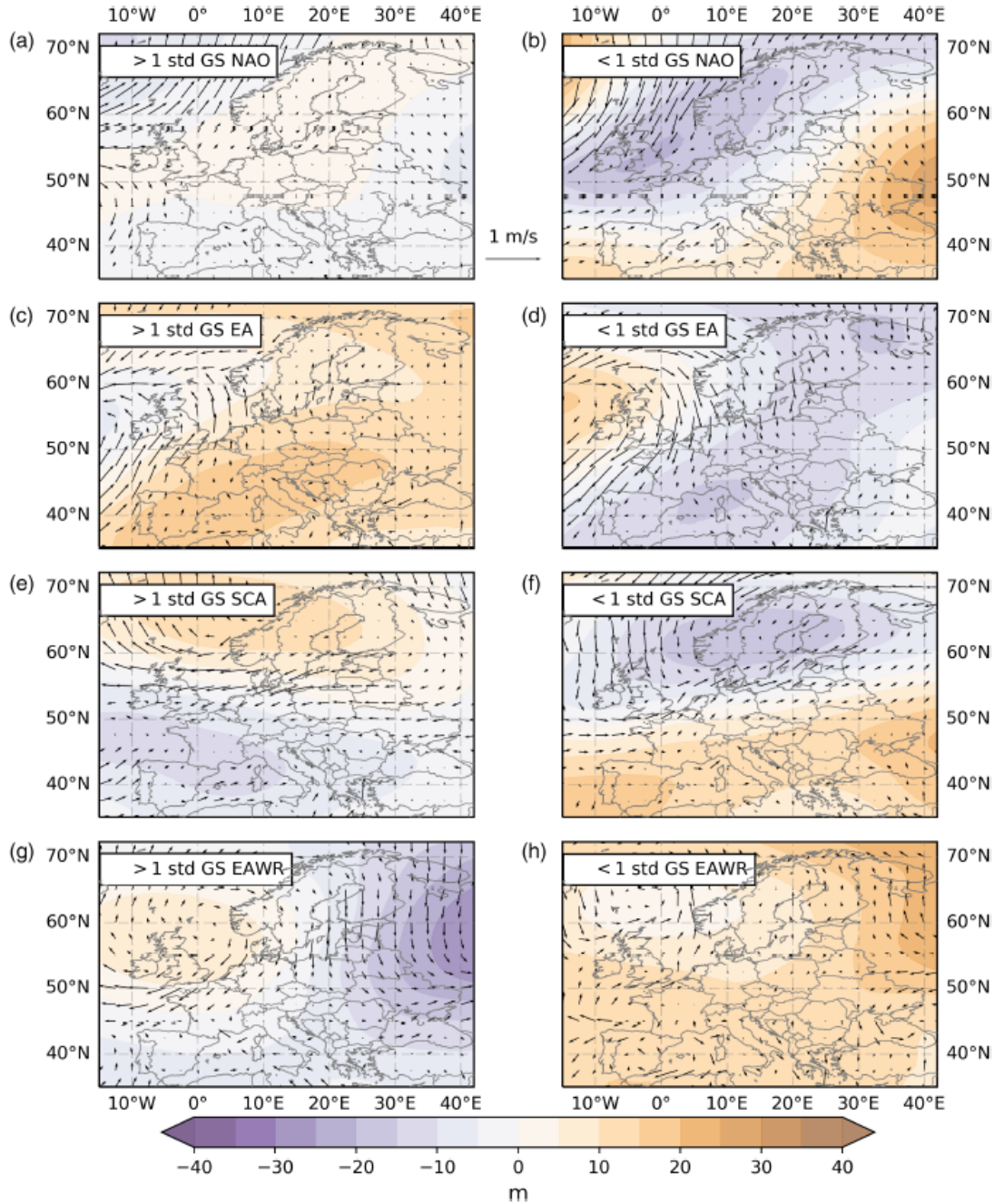


Figura 3. Anomalías de altura geopotencial (ERA5) de abril-octubre (referido como GS) a 500 hPa y vientos a 10 m para las fases positiva (columna izquierda) y negativa (columna derecha) extrema de los patrones de abril-octubre (GS) de la NAO (a, b), EA (c, d), SCA (e, f) y EAWR (g, h). El periodo de evaluación corresponde a 1950-2017. La unidad para la altura geopotencial es el metro (m) y para la velocidad del viento m/s (extraído de Craig & Allan (2022)).

2.4 Funciones aleatorias

En esta sección se desarrollan los aspectos teóricos más importantes vinculados al concepto de función aleatoria o proceso estocástico, dado que éste subyace a muchos de los métodos utilizados en este trabajo y que se detallan en el Capítulo 3. El propósito es que estos conceptos sirvan de base para comprender los métodos aplicados y sus limitaciones teóricas.

2.4.1 Funciones aleatorias en un contexto espacial

Desde una perspectiva probabilística, los valores observados de muchos fenómenos o procesos naturales (p. ej., la precipitación sobre una región), pueden considerarse el resultado de mecanismos aleatorios. Así, por ejemplo, el valor de la precipitación en cualquier lugar u , denotado por $z(u)$, es uno (una realización) de una infinidad de valores posibles allí, pues se considera que ese lugar tiene asociada una variable aleatoria $Z(u)$. El conjunto de variables aleatorias para todas las localizaciones u , infinitas en cantidad, es lo que se denomina función aleatoria espacial, proceso aleatorio, campo aleatorio o proceso estocástico (aunque esta última denominación es más aplicada cuando u varía en un espacio unidimensional, comúnmente el tiempo, tal como se verá más adelante), denotada también por $Z(u)$. Una función aleatoria no tiene una ecuación que la describa, tal como en un enfoque determinista; pero sí puede poseer una estructura de correlación espacial y/o temporal (Montero et al., 2015; Oliver & Webster, 2015).

No obstante la explicación anterior, en rigor la función aleatoria se define como un conjunto de variables aleatorias $Z(u)$ (comúnmente dependientes), una por cada ubicación u en el área de estudio A , esto es: $\{Z(u), \forall u \in A\}$. Usualmente la definición de función aleatoria se restringe a variables aleatorias referidas al mismo atributo (z , por ejemplo); siendo necesario definir otra función aleatoria para modelar la variabilidad espacial de un segundo atributo, por ejemplo $\{Y(u), \forall u \in A\}$. Así como una variable aleatoria es caracterizada por su Función de Distribución Acumulada (FDA), una función aleatoria es caracterizada por el conjunto de todas sus FDA de N variables (distribuciones conjuntas), para cualquier número N y cualquier elección de las N ubicaciones $u_i, i = 1, \dots, N$, dentro del área de estudio A (Goovaerts, 1997; Journel & Huijbregts, 1978; Montero et al., 2015; Pyrcz & Deutsch, 2014):

$$F(u_1, \dots, u_N; z_1, \dots, z_N) = P\{Z(u_1) \leq z_1, \dots, Z(u_N) \leq z_N\} \quad (2.1)$$

Así como la FDA univariada de la variable aleatoria $Z(u)$ es usada para caracterizar la incertidumbre acerca del valor $z(u)$, la FDA multivariada (ecuación (2.1)) es utilizada para caracterizar la incertidumbre conjunta acerca de los N valores $z(u_1), \dots, z(u_N)$ (Goovaerts,

1997; Pyrcz & Deutsch, 2014). Pero en la práctica el análisis se limita a distribuciones que involucran no más de dos puntos o ubicaciones a la vez ($N = 2$), y sus correspondientes momentos (Goovaerts, 1997; Journel & Huijbregts, 1978; Montero et al., 2015):

- Distribución de un punto (unidimensional):

$$F(u; z) = P\{Z(u) \leq z\} \quad (2.2)$$

- Distribución de dos puntos (bidimensional)

$$F(u_1, u_2; z_1, z_2) = P\{Z(u_1) \leq z_1, Z(u_2) \leq z_2\} \quad (2.3)$$

- El valor esperado de la función aleatoria

Definida como una función de u que coincide en cada punto con la esperanza de la variable aleatoria en ese punto:

$$\mu(u) = E\{Z(u)\} \quad (2.4)$$

- La varianza de la función aleatoria

Definida como una función de u que coincide en cada punto con la varianza de la variable aleatoria en ese punto:

$$Var(u) = Var\{Z(u)\} = E\{[Z(u) - \mu(u)]^2\} \quad (2.5)$$

- La covarianza (de dos puntos) de la función aleatoria

Definida como una función de u_1 y u_2 , tal que para cualquier par de valores (u_1, u_2) coincide con la covarianza entre las variables aleatorias en aquellos dos puntos:

$$C(u_1, u_2) = C\{Z(u_1), Z(u_2)\} = E\{[Z(u_1) - \mu(u_1)][Z(u_2) - \mu(u_2)]\} \quad (2.6)$$

- El variograma de la función aleatoria

Definido como la varianza de las primeras diferencias $[Z(u_1) - Z(u_2)]$ de la función aleatoria:

$$2\gamma(u_1, u_2) = Var\{Z(u_1) - Z(u_2)\} \quad (2.7)$$

La función $\gamma(u_1, u_2)$ es llamada «semivariograma».

Es preciso señalar que la terminología de «un punto» y «dos puntos» empleada antes, hace referencia a que las dos variables aleatorias corresponden al mismo atributo z en dos puntos o ubicaciones diferentes, y no a dos atributos diferentes (Goovaerts, 1997).

2.4.2 Estacionariedad en un contexto espacial

Las distribuciones de uno y dos puntos, y los momentos de la función aleatoria definidos por las expresiones (2.2) a la (2.7) son dependientes de la ubicación, por lo que para su inferencia son necesarias muchas realizaciones en cada ubicación u . Dado que comúnmente no se dispone de mediciones repetidas, la idea es usar todos los pares de mediciones distanciados por un vector h (dentro del área de estudio) como un conjunto de repeticiones; siendo la suposición implícita de ello que sus correspondientes pares de variables aleatorias se originan de la misma distribución de dos puntos. Tal agrupación de pares de datos, independientemente de sus ubicaciones, exige que el fenómeno estudiado sea espacialmente homogéneo dentro del área de estudio; lo que en términos probabilísticos equivale a adoptar la suposición de estacionariedad de la función aleatoria (Goovaerts, 1997).

La estacionariedad es una propiedad del modelo de función aleatoria (necesaria para hacer inferencia), no es una característica del fenómeno estudiado. La estacionariedad es una decisión, y por lo tanto no puede ser probada (incluso los datos podrían mostrar que es una decisión inadecuada) (Goovaerts, 1997; Journel & Huijbregts, 1978; Pyrcz & Deutsch, 2014). Consecuentemente, la decisión de estacionariedad puede cambiar si la escala de estudio cambia o si se cuenta con mayor cantidad de datos (Pyrcz & Deutsch, 2014).

En geoestadística los cuatro grados de estacionariedad más importantes a los que se recurre son la estacionariedad estricta, la estacionariedad de segundo orden, la hipótesis intrínseca y la cuasi-estacionariedad (Chilès & Delfiner, 2012; Journel & Huijbregts, 1978; Montero et al., 2015). A continuación se detallan los tres primeros, por su importancia para entender el concepto de variograma.

2.4.2.1 Función aleatoria estacionaria en sentido estricto

La función aleatoria es estacionaria en sentido estricto o estrictamente estacionaria dentro del área de estudio, si su FDA multivariada (ecuación (2.1)) es invariante bajo traslación. Esto significa que dos vectores cualesquiera de variables aleatorias $\{Z(u_1), \dots, Z(u_N)\}$ y $\{Z(u_1 + h), \dots, Z(u_N + h)\}$ tienen la misma FDA de N variables, cualquiera sea el vector traslación h (Goovaerts, 1997).

$$P\{Z(u_1) \leq z_1, \dots, Z(u_N) \leq z_N\} = P\{Z(u_1 + h) \leq z_1, \dots, Z(u_N + h) \leq z_N\} \quad (2.8)$$

La invarianza bajo traslación de la FDA multivariada implica la invarianza de cualquier FDA de menor orden, incluyendo las FDA univariada y bivariada (Pyrcz & Deutsch, 2014). Lo anterior también implica que todos los momentos sean invariantes bajo traslación, pero puesto

que ello no se puede verificar debido a la escasa cantidad de datos, lo que se hace usualmente es exigir que los dos primeros momentos sean constantes (considerar que en geoestadística lineal solamente son usados los dos primeros momentos de la función aleatoria) (Armstrong, 1998; Journel & Huijbregts, 1978). Este relajamiento de las condiciones estrictas para limitar la estacionariedad a los dos primeros momentos de la función aleatoria es conocido como estacionariedad de segundo orden.

2.4.2.2 Función aleatoria estacionaria de segundo orden

La función aleatoria es estacionaria de segundo orden, débilmente estacionaria o estacionaria en sentido amplio, si se verifica que (Chilès & Delfiner, 2012):

$$E\{Z(u)\} = \mu \quad (2.9)$$

$$C\{Z(u), Z(u+h)\} = E\{[Z(u) - \mu][Z(u+h) - \mu]\} = C(h) \quad (2.10)$$

La media existe y es constante (no depende de la ubicación u); la función de covarianza existe y solamente depende del vector h que une las ubicaciones o puntos u y $(u+h)$.

Si la función de covarianza $C(h)$ es estacionaria, la varianza y el variograma de la función aleatoria también son estacionarios, cumpliéndose las siguientes relaciones (Journel & Huijbregts, 1978; Montero et al., 2015):

$$\text{Var}\{Z(u)\} = E\{[Z(u) - \mu]^2\} = C(0) = \sigma^2 \quad (2.11)$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}\{Z(u+h) - Z(u)\} = \frac{1}{2} E\{[Z(u+h) - Z(u)]^2\} = C(0) - C(h) \quad (2.12)$$

La ecuación (2.12) muestra que, bajo condiciones de estacionariedad de segundo orden, la covarianza y el variograma son herramientas alternativas para caracterizar la autocorrelación espacial. Una tercera herramienta es la función de correlación o correlograma (Journel & Huijbregts, 1978; Montero et al., 2015):

$$\rho(h) = \frac{C(h)}{C(0)} = 1 - \frac{\gamma(h)}{C(0)} \quad (2.13)$$

La estacionariedad de segundo orden puede resultar una suposición estricta en muchos casos, pues implica la existencia de una covarianza, y con ello, de una varianza finita. Existen muchos fenómenos físicos que pueden tener capacidad de variación infinita y ser imposibles de modelar utilizando funciones aleatorias con varianza finita. Sin embargo, su variograma sí puede ser definido, dado que los incrementos o diferencias $Z(u+h) - Z(u)$ tienen varianza finita, y, en consecuencia, son estacionarios de segundo orden. En este contexto, surge la

necesidad de relajar las condiciones de la estacionariedad de segundo orden a lo que se conoce como estacionariedad intrínseca (Journel & Huijbregts, 1978; Montero et al., 2015).

2.4.2.3 Función aleatoria intrínsecamente estacionaria

La función aleatoria es intrínsecamente estacionaria si para cualquier vector h , los incrementos o diferencias de primer orden $Z(u + h) - Z(u)$ son estacionarios de segundo orden, a pesar de que la propia función aleatoria no requiere esta condición. Esta función es caracterizada por las siguientes relaciones (Chilès & Delfiner, 2012; Montero et al., 2015):

$$E\{Z(u + h) - Z(u)\} = \langle a, h \rangle \quad (2.14)$$

$$\text{Var}\{Z(u + h) - Z(u)\} = 2\gamma(h), \quad (2.15)$$

donde $\langle a, h \rangle$ es el desplazamiento lineal de la función aleatoria intrínseca y $\gamma(h)$ es su semivariograma. Si el desplazamiento lineal es cero (media constante), resulta la forma simplificada:

$$E\{Z(u + h) - Z(u)\} = 0 \quad (2.16)$$

$$E\{[Z(u + h) - Z(u)]^2\} = 2\gamma(h) \quad (2.17)$$

2.4.3 Funciones aleatorias en un contexto temporal

Un fenómeno que cambia continuamente con el tiempo se puede llamar «proceso». En ese sentido, si t representa el tiempo, se puede emplear la variable $X(t)$ para cuantificar el estado del proceso. Si el valor de la variable X se puede predecir de manera única para cualquier tiempo t a través de una función determinista del tiempo, entonces el proceso es llamado «proceso determinista». Por otro lado, si el valor de la variable no se puede predecir de forma única, entonces el proceso se denomina «proceso estocástico» o «proceso aleatorio» (Reddy, 2021). El concepto de proceso estocástico fue inventado para describir los cambios irregulares de sistemas naturales complejos, que son imposibles de modelar determinísticamente con todo detalle, o predecir su evolución futura en detalle y con precisión (Koutsoyiannis & Montanari, 2015).

En estricto, un proceso estocástico, proceso aleatorio o función aleatoria (en el contexto espacial denominada función aleatoria espacial) se define como una infinidad incontable de variables aleatorias $X(t)$, una para cada t (Papoulis & Pillai, 2002). Si t adopta valores continuos ($t \in R$), entonces el proceso es llamado «proceso estocástico de tiempo continuo». Por otro lado, si t adopta valores discretos ($t \in Z$) hay dos posibilidades: i) el proceso

subyacente puede existir en tiempo continuo, pero las observaciones se realizan solamente en puntos de tiempo discretos, o son obtenidas de promediar valores sobre un intervalo de tiempo o por cualquier regla que permita seleccionar valores particulares sobre intervalos de tiempo discretos; ii) el proceso puede ser realmente discreto produciendo observaciones solo en puntos discretos del tiempo. Respecto a las variables aleatorias, éstas pueden ser discretas (p. ej., el estado húmedo y seco de un día), con lo cual el proceso es denominado «proceso estocástico de estado discreto»; o pueden ser continuas (p. ej., la altura de precipitación), llamándosele al proceso «proceso estocástico de estado continuo» (Koutsoyiannis, 2022; Reddy, 2021). La mayoría de los procesos hidrológicos son procesos estocásticos de tiempo y estado continuo; sin embargo, por cuestiones prácticas (p. ej., en simulación se requiere una representación en tiempo discreto; las mediciones de procesos naturales se hacen en tiempos discretos), ellos son aproximados como procesos estocásticos de tiempo discreto y estado continuo (Reddy, 2021). No obstante, es importante tener en cuenta que dado que el tiempo natural corre de forma continua, para la representación fiel de un proceso natural es necesario un modelo formulado para un tiempo continuo, para así evitar el riesgo de hacer construcciones artificiales (Koutsoyiannis, 2022).

Una realización $x(t)$ de un proceso estocástico $X(t)$, que es una función (numérica) regular del tiempo t , es conocida como «función de muestra». Una secuencia de valores simulados u observados se denomina «serie de tiempo». Así, una serie de tiempo es una secuencia «finita» de «números», mientras que un proceso estocástico es una familia de variables aleatorias, infinitamente muchas para procesos de tiempo discreto e incontablemente infinitas para procesos de tiempo continuo (Koutsoyiannis, 2022).

Un proceso estocástico es completamente caracterizado por su FDA de orden n (Koutsoyiannis, 2022):

$$F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = P\{X(t_1) \leq x_1, \dots, X(t_n) \leq x_n\}, \quad (2.18)$$

para cualquier n . Los momentos del proceso estocástico son los siguientes:

- El valor esperado del proceso:

$$\mu(t) = E\{X(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x; t) dx \quad (2.19)$$

- La varianza del proceso:

$$Var\{X(t)\} = E\{[X(t) - \mu(t)]^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} [x - \mu(t)]^2 \cdot f(x; t) dx \quad (2.20)$$

- La autocovarianza del proceso

Coincide con la covarianza entre las variables aleatorias $X(t_1)$ y $X(t_2)$:

$$C(t_1, t_2) = Cov\{X(t_1), X(t_2)\} = E\{[X(t_1) - \mu(t_1)][X(t_2) - \mu(t_2)]\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1 - \mu(t_1)][x_2 - \mu(t_2)] \cdot f(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (2.21)$$

- La autocorrelación del proceso

Coincide con el coeficiente de correlación entre las variables aleatorias $X(t_1)$ y $X(t_2)$:

$$\rho(t_1, t_2) = Corr\{X(t_1), X(t_2)\} = \frac{C(t_1, t_2)}{\sqrt{C(t_1, t_1) \cdot C(t_2, t_2)}} \quad (2.22)$$

2.4.4 Estacionariedad en un contexto temporal

En ciencia es fundamental tratar de identificar propiedades invariantes dentro del movimiento y cambio (Koutsoyiannis, 2011). Como explican Koutsoyiannis & Montanari (2015), las leyes de Newton son muestra de ello. Así, de acuerdo a la primera ley de Newton, en ausencia de una fuerza externa, la posición de un cuerpo en movimiento cambia con el tiempo, pero su velocidad se mantiene constante. En el caso de la segunda ley, si una fuerza constante está presente, la velocidad cambia, pero la aceleración es invariante. Por último, si la fuerza cambia —tal como sucede en el movimiento planetario, donde las fuerzas gravitacionales varían debido a las distancias cambiantes entre las masas—, la aceleración ya no se mantiene constante, surgiendo otras propiedades invariantes, como por ejemplo el momento angular. Es precisamente esa búsqueda de propiedades invariantes en sistemas complejos lo que se pretende con el concepto de estacionariedad (Koutsoyiannis, 2011).

2.4.4.1 Proceso estocástico estacionario en sentido estricto

Un proceso estocástico es estacionario en sentido estricto o estrictamente estacionario, si su FDA de orden n (FDA multivariada o distribución conjunta de n variables) (ecuación (2.18)) es invariante bajo traslación temporal, para cualquier colección t_1, t_2, \dots, t_n , y cualquier traslación o desplazamiento τ (DelSole & Tippett, 2022; Reddy, 2021).

$$P\{X(t_1) \leq x_1, \dots, X(t_n) \leq x_n\} = P\{X(t_1 + \tau) \leq x_1, \dots, X(t_n + \tau) \leq x_n\} \quad (2.23)$$

En el caso de tiempo continuo, τ es cualquier número real representando el desplazamiento temporal. En el caso de tiempo discreto τ es cualquier múltiplo integral del intervalo temporal de muestreo. A τ se le denomina retardo temporal (proviene del inglés *time lag*). En otras palabras, la definición indica que la FDA (y en consecuencia su función de densidad) de un proceso en cualquier punto del tiempo es idéntica a la FDA de cualquier otro punto (donde $n =$

1) (ver Figura 4). Además, la distribución conjunta (bivariada) de cualquier par de puntos temporales es idéntica a la distribución conjunta de otro par de puntos, siempre que estén separados por el mismo intervalo temporal τ ; así sucesivamente. En ese sentido, el tiempo absoluto no desempeña ningún rol en dichas distribuciones conjuntas (Reddy, 2021). Informalmente y en un contexto hidrológico también podría decirse que la estacionariedad significa que las variables hidrológicas fluctúan aleatoriamente dentro de una envolvente no cambiante de variabilidad (Bayazit, 2015; Milly et al., 2008).

En la práctica, la condición de estacionariedad estricta no es siempre necesaria, por lo que se puede adoptar una forma de estacionariedad más débil, limitándola solamente a los dos primeros momentos del proceso estocástico (Hipel & McLeod, 1994; Reddy, 2021). De hecho, determinar distribuciones de alto orden (más de dos variables aleatorias) supone dificultades mayores; es por ello que a los hidrólogos les gusta tratar con procesos estacionarios de hasta el segundo orden (Bras & Rodríguez-Iturbe, 1985).

2.4.4.2 Proceso estocástico estacionario de segundo orden

El proceso estocástico es estacionario de segundo orden, débilmente estacionario o estacionario en sentido amplio, si se verifica que (Bras & Rodríguez-Iturbe, 1985; Koutsoyiannis, 2022):

$$E\{X(t)\} = \mu \quad (2.24)$$

$$Cov\{X(t), X(t + \tau)\} = E\{[X(t) - \mu][X(t + \tau) - \mu]\} = C(\tau) \quad (2.25)$$

Lo anterior supone que la media existe y es constante (no depende de t), y que la función de autocovarianza existe y solamente depende de la diferencia temporal τ (retardo temporal) entre los puntos t y $(t + \tau)$.

La estacionariedad de orden inferior no implica la estacionariedad de los órdenes superiores, pero los órdenes superiores siempre dictan las propiedades de orden inferior. Por lo tanto, la estacionariedad de segundo orden implica la estacionariedad de primer orden (estacionariedad en la media o media constante) (Bras & Rodríguez-Iturbe, 1985). Además, es necesario señalar que la estacionariedad en la autocovarianza, conlleva a que la varianza sea estacionaria (independiente del tiempo t) (Bras & Rodríguez-Iturbe, 1985; Salas et al., 1980):

$$Var\{X(t)\} = E\{[X(t) - \mu]^2\} = C(0) = \sigma^2 \quad (2.26)$$

Bajo estacionariedad de segundo orden, el coeficiente de autocorrelación entre dos puntos temporales separados por un intervalo τ es (DelSole & Tippett, 2022; Reddy, 2021):

$$\rho(\tau) = \frac{c(\tau)}{c(0)} = \frac{E\{[X(t)-\mu][X(t+\tau)-\mu]\}}{E\{[X(t)-\mu]^2\}} \quad (2.27)$$

Un caso especial importante de proceso estocástico estacionario es el ruido blanco, cuya función de autocorrelación es:

$$\rho(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{si } \tau = 0 \\ 0 & \text{si } \tau \neq 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

Se dice que un ruido blanco no tiene «memoria», en el sentido de que el valor en el tiempo t no brinda información acerca del valor en otro tiempo. El ruido blanco estacionario es equivalente al supuesto de «independencia y distribución idéntica», IID (DelSole & Tippett, 2022).

2.4.5 Ergodicidad

La ergodicidad está relacionada a la estacionariedad, y su importancia radica en el hecho de que es un requisito para hacer inferencia a partir de los datos, esto es: inducción (tipo de inferencia más débil que la deducción, pero muy útil cuando la deducción no es posible) (Koutsoyiannis, 2022).

Un proceso estocástico es ergódico si el promedio temporal de cualquier función (integrable) $g(X(t))$, es igual a la esperanza verdadera del ensamble (el cual es una colección de todas las posibles realizaciones), a medida que el tiempo tiende a infinito (en otras palabras, a medida que el tamaño de la muestra disponible tiende a infinito). Así, para un proceso de tiempo continuo y discreto, respectivamente, se tiene (Koutsoyiannis, 2022):

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(X(t)) dt = E\{g(X(t))\} \quad (2.29)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{\tau=0}^T g(X_{\tau}) = E\{g(X(t))\} \quad (2.30)$$

El lado derecho de las ecuaciones (2.29) y (2.30) representa el promedio verdadero, conocido también como promedio del ensamble, y el lado izquierdo representa el promedio temporal, para el caso límite de tiempo infinito. Si el lado izquierdo de ambas ecuaciones es una variable aleatoria (por ser una integral o suma de variables aleatorias) que no es función del tiempo; entonces, para que se cumpla la igualdad, el lado derecho tampoco debería ser una función del tiempo, de lo cual se desprende que el proceso debería ser estacionario. Además, el lado derecho es un número, no una variable aleatoria, por lo que, para mantener la validez de las ecuaciones, la variable aleatoria del lado izquierdo debe tener varianza nula. Todo lo anterior son las condiciones que deben cumplirse para que un proceso sea ergódico. Así, es por la ergodicidad que es posible la estimación (o cálculo aproximado) de la propiedad verdadera pero

desconocida $E\{g(X(t))\}$ a partir de su promedio temporal, esto es, en base a los datos disponibles (Koutsoyiannis, 2022).

Un proceso estocástico para el que se puede demostrar que la propiedad (2.29) o (2.30) se cumple, para el caso particular en que $g(X(t)) = X(t)$, y cuya esperanza es la media ($E\{X(t)\} = \mu$), se denomina proceso estocástico ergódico en la media (ergodicidad de primer orden) (Bras & Rodríguez-Iturbe, 1985; Koutsoyiannis, 2022):

$$\mu = E\{X(t)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x; t) dx \quad (2.31)$$

De forma similar, el proceso estocástico sería ergódico en la covarianza si (Bras & Rodríguez-Iturbe, 1985; Reddy, 2021):

$$\begin{aligned} C(\tau) &= Cov\{X(t), X(t + \tau)\} = \\ E\{[X(t) - \mu][X(t + \tau) - \mu]\} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{(T - \tau)} \int_0^{T-\tau} [X(t) - \mu][X(t + \tau) - \mu] dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1 - \mu][x_2 - \mu] \cdot f(x_1, x_2; t, t + \tau) dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Explicado de otro modo y en base a la Figura 4, la ergodicidad permite el uso de la Función de Densidad de Probabilidad (FDP) empírica \hat{f}_{obs} (o \hat{f}_i, \hat{f}_j , etc.) de una realización $x(t)$ como una estimación de las FDP f_{X_i} (f_{X_j} , ...) de las variables aleatorias $X(t_i)$ ($X(t_j), \dots$), que describen el estado del proceso en el tiempo t_i (t_j, \dots). Si un proceso no es ergódico no se permite la inferencia estadística a partir de los datos, pues los promedios, varianzas y las distribuciones muestrales no son representativos de sus contrapartes poblacionales. Además, se debe considerar que la estacionariedad es una condición necesaria para la ergodicidad de los procesos estocásticos (todo proceso ergódico es estacionario, pero no todo proceso estacionario es ergódico). Por lo tanto, un proceso no estacionario no es ergódico, y, en consecuencia, las estimaciones basadas en los datos no son representativas del proceso cuando se afirma la no estacionariedad. De hecho, la no estacionariedad implica que las distribuciones poblacionales f_{X_i} , f_{X_j} , y f_{X_k} en la Figura 4 no son idénticas entre sí, y por lo tanto \hat{f}_{obs} ya no es representativa de ninguna de ellas. Desprendiéndose de ello que, si f_{X_i} , f_{X_j} , y f_{X_k} tienen diferentes momentos (p. ej., media y/o varianza cambiante en el tiempo), los momentos muestrales empíricos tampoco serán representativos de ninguno de los momentos poblacionales locales (Serinaldi et al., 2018).

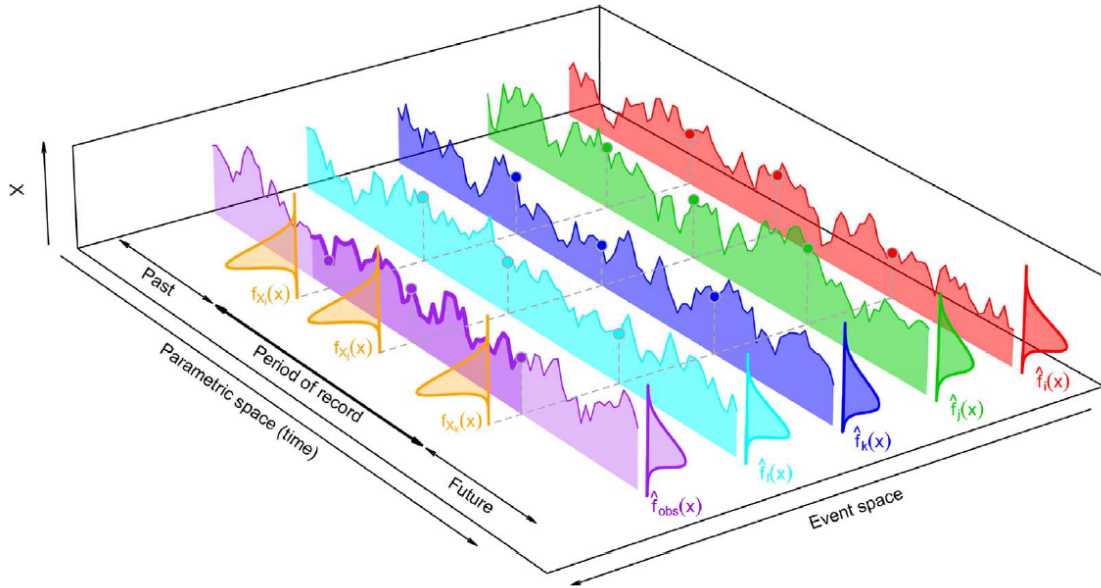


Figura 4. Esquema explicativo de un proceso estocástico (extraído de Serinaldi et al. (2018)). \hat{f}_{obs} , \hat{f}_i , \hat{f}_j , \hat{f}_k y \hat{f}_l son las FDP empíricas de cinco realizaciones del proceso estocástico $\mathbf{X}(t)$, f_{X_i} , f_{X_j} , y f_{X_k} son las FDP de las variables aleatorias $\mathbf{X}(t_i)$, $\mathbf{X}(t_j)$ y $\mathbf{X}(t_k)$, que describen el estado del proceso en los tiempos t_i , t_j y t_k , respectivamente. \hat{f}_{obs} representa la FDP de la serie de tiempo observada (la realidad), mientras las otras FDP empíricas se asocian a posibles resultados (series) que no ocurrieron.

Si bien en esta sección se ha abordado el concepto de ergodicidad en un marco temporal, también se recurre a la ergodicidad en el marco espacial por las mismas razones antes expuestas, esto es, porque permite, por ejemplo, estimar la media de una función aleatoria espacial (campo aleatorio) a partir de una sola realización (un solo conjunto de mediciones distribuidas espacialmente) (Chilès & Delfiner, 2012).

2.5 Análisis de frecuencia estacionario y no estacionario

En esta sección se describen conceptualmente los supuestos fundamentales del análisis de frecuencia convencional (aleatoriedad, independencia, homogeneidad y estacionariedad), lo que sirve de base para comprender el propósito de los test estadísticos que se aplican para su verificación, detallados en las secciones 3.2, 3.3 y 3.4. Además, se describe brevemente en qué consiste el análisis de frecuencia no estacionario y algunos aspectos críticos a tener en cuenta.

El análisis de frecuencia convencional (estacionario) se basa en ciertas premisas que necesitan verificación, entre ellas: i) que las mediciones reflejan los valores verdaderos (en la práctica este supuesto casi nunca se logra debido a la ocurrencia de errores aleatorios y/o

sistemáticos), ii) que los datos son consistentes (no se produjeron cambios en las condiciones internas del sistema durante el periodo de observación: por ejemplo, cambios en la posición del pluviómetro, en el procedimiento de medición, etc.), iii) que las series son lo suficientemente largas (para, por ejemplo, asegurar buena representatividad de los procesos climatológicos), iv) que la serie de datos corresponde a una muestra aleatoria simple (la denominación de «muestra aleatoria» hace referencia a que todos los elementos en una población tienen la misma probabilidad de ser muestreados; mientras que la denominación de «muestra simple» significa que el muestreo de un elemento no influencia la probabilidad de ocurrencia de otro elemento, esto es, que existencia «independencia»), v) que los datos son homogéneos, y vi) que la serie de datos es estacionaria (Meylan et al., 2011). En la medida que las tres primeras premisas pueden hasta cierto punto controlarse con series más largas conforme se van recopilando más datos, así como con mejores instrumentos y protocolos de medición (o de no ser posible su control o eliminación, como el caso de los errores aleatorios, los cuales tendrían que considerarse dentro de las fuentes de incertidumbre), se puede establecer que los supuestos de mayor preocupación o supuestos fundamentales del análisis de frecuencia (hidrológico) convencional o estacionario, son los de aleatoriedad, independencia, homogeneidad y estacionariedad (Naghetini, 2017; Rao & Hamed, 2000; Singh, 1996; Teegavarapu et al., 2019). Cuando estas cuatro condiciones son satisfechas por cualquier serie de observaciones, ésta puede ser considerada como Independiente e Idénticamente Distribuida (IID) (Singh, 1996; Teegavarapu et al., 2019).

2.5.1 Supuesto de aleatoriedad

La aleatoriedad se refiere a la condición de que una muestra sea extraída al azar de la población, con la misma probabilidad de extraer independientemente cada uno de sus elementos, es decir, es una «muestra aleatoria simple», cuyo proceso estocástico subyacente es de tipo aleatorio puro. La no aleatoriedad en una muestra de una variable hidrológica puede surgir de la dependencia estadística entre sus elementos, no homogeneidades y no estacionariedades (Naghetini, 2017). Esto significa que la verificación de las condiciones de independencia, homogeneidad y estacionariedad en la muestra es indicativo de su aleatoriedad (Meylan et al., 2011). Por ejemplo, en el caso de los eventos de lluvia extrema, éstos pueden considerarse aleatorios e independientes, siendo los mayores problemas a abordar la homogeneidad y estacionariedad (Teegavarapu et al., 2019).

2.5.2 Supuesto de independencia

La independencia significa que ningún valor observado en una muestra puede afectar la ocurrencia (o no ocurrencia) y magnitud de cualquier otro elemento de la muestra (Naghetini, 2017; Singh, 1996). Por ejemplo, los almacenamientos naturales de agua en una cuenca (superficiales: lagos, pantanos, glaciares, etc.; subsuperficiales: almacenamientos de agua subterránea) posiblemente pueden determinar la ocurrencia de caudales altos, siguiendo una secuencia de caudales altos, o, por el contrario, caudales bajos persistentes, siguiendo una secuencia de caudales bajos. Sin embargo, esa dependencia estadística será altamente dependiente del intervalo de tiempo que separa las mediciones consecutivas de los flujos. Así, se espera fuerte dependencia cuando el intervalo es diario, pero si el intervalo es estacional o anual, la dependencia será más débil o incluso puede desaparecer (Naghetini, 2017).

En este trabajo el supuesto de independencia es verificado a través de la función de autocorrelación y el test de Anderson, así como con el test de Ljung-Box.

2.5.3 Supuesto de homogeneidad

La homogeneidad se refiere al atributo de que todos los elementos de una muestra provienen de una sola población (Naghetini, 2017; Singh, 1996). Por ejemplo, una muestra de datos de crecida puede componerse de crecidas producidas por lluvias ordinarias, de intensidades y volúmenes moderados, y por crecidas producidas por lluvias extraordinarias, de altas intensidades y volúmenes, asociadas a condiciones hidrometeorológicas particularmente extremas, como el paso de huracanes o tifones sobre la cuenca. Para tal caso hay dos poblaciones diferentes que se distinguen por el mecanismo generador de la crecida, resultando de ello una muestra no homogénea (heterogénea) (Naghetini, 2017). Otro ejemplo en el que se distinguen dos fenómenos es el régimen de caudales de un río en el que confluyen dos cuencas con comportamientos hidrológicos muy distintos (Meylan et al., 2011). Según Bobée y Ashkar (1991), citados por Naghetini (2017), decidir sobre la homogeneidad en muestras de datos extremos —como los datos de crecidas y precipitaciones máximas—, puede resultar una tarea difícil, debido a que su variabilidad, en algunos casos, puede ser muy alta.

Las heterogeneidades también pueden resultar de mediciones de un fenómeno cuyas características cambiaron durante el periodo de medición, es decir, un fenómeno no estacionario (p. ej., variaciones climáticas, cambios en el régimen de descarga debido a la deforestación, construcción de una presa, etc.). Signos de comportamiento aparentemente no estacionario también pueden ser observados si la electrónica integrada en el dispositivo de medición sufre

un cambio temporal, se cambia el observador, o se mueve el dispositivo de lectura. Por tanto, el concepto de homogeneidad implica estacionariedad (Meylan et al., 2011).

En este trabajo el supuesto de homogeneidad se verifica con el test de Pettitt.

2.5.4 Supuesto de estacionariedad

La estacionariedad fue estrictamente definida en la sección 2.4.4.1, pero puede ser explicada de modo más sencillo siguiendo las ideas de Kolmogorov (1931, 1938) y Khintchine (1934) —citados por Koutsoyiannis (2022)—, quienes señalan que un proceso estocástico es estacionario si sus propiedades estadísticas son invariantes a un desplazamiento en el origen del tiempo.

Habiendo detallado con la amplitud necesaria el concepto de proceso estacionario, resulta interesante comprender su contraparte, esto es: el concepto de «proceso no estacionario». Así, de acuerdo a Koutsoyiannis & Montanari (2015) y Serinaldi et al. (2018), un proceso estocástico no estacionario X_t se puede expresar por la siguiente composición:

$$G[X_t] = d_t + G[v_t], \quad (2.33)$$

donde d_t es una función determinista del tiempo ($d_t = d(t)$), v_t es un proceso estocástico estacionario, y $G[\cdot]$ es un operador genérico. Si $G[\cdot]$ es el operador identidad, la ecuación (2.33) describe la descomposición más simple del proceso en sí mismo: $X_t = d_t + v_t$. Si $G[\cdot]$ es la esperanza, entonces la ecuación resulta $E[X_t] = d_t + E[v_t]$, con la cual se describe un proceso no estacionario en la media. Ahora, si $G[\cdot]$ es la varianza, el resultado es la descripción de un proceso cuya varianza depende de una función determinista del tiempo. Con base en la explicación previa, se puede establecer que en un proceso estocástico no estacionario una o más propiedades estadísticas dependen del tiempo. De acuerdo a Koutsoyiannis (2022), la regla general para caracterizar un proceso no estacionario consiste en mostrar que al menos una propiedad estadística específica es una función determinista del tiempo, no pudiéndose inferir ello directamente de una serie temporal. Cabe precisar que una función determinista del tiempo se conoce con precisión y es perfectamente predecible, lo que significa que a una entrada del sistema le corresponde una única respuesta del sistema, en contraste con la dinámica estocástica en la que una sola entrada puede dar lugar a múltiples salidas. Asimismo, dado que la incertidumbre siempre afecta todo análisis inductivo basado en datos observados, no se puede inferir una función determinista solo a partir de los datos, sino que ésta debería resultar de un razonamiento deductivo y ser validada con datos no utilizados en la construcción del modelo (Serinaldi et al., 2018).

En línea con lo anterior, es válido indicar que un proceso estocástico tiene una «tendencia» si una o más de sus propiedades estadísticas varían en el tiempo según una función determinista (del tiempo), la cual puede ser monótona, no monótona, y puede referirse a la media, la varianza u otras propiedades estadísticas del proceso. En ese sentido, no hay diferencia, por ejemplo, entre i) tendencias definidas como cambios suaves de largo alcance en algún momento/parámetro de la distribución variable en el tiempo (como se usa en la modelación con el Modelo Lineal Generalizado (GLM: *Generalized Linear Model*) o el Modelo Aditivo Generalizado (GAM: *Generalized Additive Model*)), ii) tendencias estocásticas capturadas por procesos de tipo camino aleatorio (*random walk*), o iii) tendencias descritas por ecuaciones físicas en procesos que involucran ecuaciones diferenciales estocásticas o diferentes tipos de modelos físico-estadísticos (Serinaldi et al., 2018).

Las tendencias monótonas se asocian a cambios graduales que ocurren en la cuenca; por ejemplo, los que pueden aparecer en los caudales de pequeñas cuencas producto de procesos de urbanización que evolucionan lentamente en el tiempo. Por otro lado, las tendencias no monótonas se relacionan generalmente a fluctuaciones climáticas que operan a escalas interanuales, decadales o multidecadales. Las fluctuaciones climáticas pueden ocurrir en ciclos, como el ciclo de actividad solar de aproximadamente 11 años, con cambios en la radiación solar total y las manchas solares. El ENSO (El Niño-Oscilación del Sur), por ejemplo, es otra oscilación climática que ocurre con una frecuencia casi periódica, y que se repite cada 2 a 7 años, causando cambios sustanciales en los flujos de calor sobre los continentes, los océanos y la atmósfera (Naghetini, 2017). Los cambios abruptos (o saltos) son también otra forma importante de no estacionariedad, y que pueden ser vistos como un caso especial (límite) de las tendencias monótonas (Serinaldi et al., 2018). Un ejemplo de este tipo de cambio se presenta en la regulación del caudal por un gran embalse artificial, el cual puede modificar notablemente las propiedades estadísticas de los caudales naturales (como proceso) e introducir un cambio abrupto en los caudales medios de la estación húmeda, en particular, en el momento en que el embalse inició su operación (Naghetini, 2017).

Llegado a este punto, es importante notar que la estacionariedad y no estacionariedad son propiedades de un proceso, no de una realización o serie de tiempo; una serie de tiempo compuesta de observaciones de un proceso natural no puede ser estacionaria ni no estacionaria (Koutsoyiannis, 2022). Además, ya que un modelo estocástico es una construcción matemática, el uso de modelos estacionarios o no estacionarios son finalmente opciones de modelación (Koutsoyiannis & Montanari, 2015).

2.5.5 Análisis de frecuencia no estacionario

Todo lo expuesto hasta ahora respecto al análisis de frecuencia estacionario se puede resumir en que éste implica que los elementos de la serie hidrometeorológica observada sean realizaciones IID de una variable aleatoria Y con distribución estacionaria $F_Y(y; \theta)$, donde θ es un vector de parámetros. Por otro lado, el análisis de frecuencia no estacionario implica que las observaciones son realizaciones independientes, pero no necesariamente idénticamente distribuidas, extraídas de una distribución no estacionaria $F_Y(y; \theta(X))$, cuyos parámetros θ cambian en función de X (vector de covariables) (Serinaldi & Kilsby, 2015). Serinaldi & Kilsby (2015) plantean algunos aspectos críticos a tener en cuenta respecto al análisis de frecuencia no estacionario:

- En un marco estacionario se ajusta un modelo analítico a los datos con el objetivo de predecir la probabilidad asociada a cierto valor de la variable hidrometeorológica, o para estimar el valor correspondiente a una probabilidad de excedencia dada. Esto conlleva a que el modelo sea usado para extrapolar la ley de probabilidad fuera del rango de los valores y frecuencias observadas (hacia frecuencias más extremas). En un contexto no estacionario, la dependencia de los parámetros sobre t u otras covariables conduce a que adicionalmente se tenga que extrapolar esa ley que vincula parámetros y covariables hacia el futuro. Considerando lo anterior, se desprende que el análisis de frecuencia no estacionario introduce una fuente adicional de incertidumbre que debería tenerse en cuenta cuidadosamente si las relaciones entre los parámetros del modelo y las covariables son definidas por inducción (es decir, mediante el uso directo de las observaciones) y las covariables varían temporalmente de acuerdo a leyes deterministas.
- Otro aspecto que se deriva del primero y que es concordante con lo expuesto en la sección 2.5.4, es que la relación entre los parámetros y las covariables y el patrón temporal de las covariables tienen que ser deterministas para generar modelos verdaderamente no estacionarios, porque las fluctuaciones estocásticas puramente aleatorias o estacionarias de los parámetros o los parámetros que dependen de covariables que varían estocásticamente simplemente generan distribuciones estacionarias compuestas o mixtas. Por lo tanto, la ley de variación de los parámetros debe reflejar mecanismos físicos predecibles razonables para garantizar que los patrones observados en el periodo de registro no sean solo un efecto de fluctuaciones de procesos estacionarios cuya dinámica evoluciona en escalas de tiempo más largas.

- La observación anterior plantea a su vez un tercer aspecto relativo al propio uso de modelos no estacionarios, y que es consistente con lo desarrollado en las secciones 2.4.5 y 2.5.4. Si se considera que la no estacionariedad es una propiedad que caracteriza los procesos y modelos estocásticos, la inferencia inductiva de modelos no estacionarios para un proceso hidrometeorológico a partir de series de observaciones finitas podría ser teóricamente inconsistente y prácticamente no tan fácil debido a la interacción de múltiples factores. De hecho, inferir estadísticas de ensamble a partir de estadísticas temporales implica suponer que el proceso es ergódico; sin embargo, si el proceso no es estacionario, la ergodicidad no puede sostenerse, haciendo teóricamente imposible la inferencia inductiva basada en los datos. Por lo tanto, el uso de modelos no estacionarios puede considerarse como una opción solo si la evolución de la función de distribución puede relacionarse con factores controlables que pueden predecirse en términos deterministas. Esto implica que las relaciones entre los parámetros del modelo y las covariables predecibles (es decir, la estructura del modelo) no pueden resultar de un procedimiento de estimación a partir de los datos, sino que deben definirse a priori en función de las leyes de evolución temporal de los factores y mecanismos físicos mencionados anteriormente. Cuando las covariables tienen un comportamiento estocástico (en el tiempo), la inferencia de la estructura del modelo se justifica ya que el modelo final aún es estacionario (en el tiempo). En este contexto, los diagnósticos diseñados para verificar tendencias monótonas, cambios abruptos o patrones temporales no lineales más complejos, y relaciones entre una variable Y y covariables X , no deben usarse para inferir no estacionariedad, sino como herramientas para identificar posibles mecanismos deterministas predecibles, cuya evolución temporal necesita deducirse mediante metadatos.

2.6 Modelos Aditivos Generalizados para Localización, Escala y Forma

En esta sección se realiza una breve descripción de los modelos GAMLSS utilizados en la modelación no estacionaria de la PDMA; se indican supuestos de partida, formulación general, y simplificaciones para casos particulares. Esto sirve de base para comprender los aspectos más específicos de este marco de modelación, como son el método que se aplica para la estimación de parámetros, las distribuciones de probabilidad que se pueden emplear, el procedimiento para la selección de términos aditivos, el criterio para la evaluación de los modelos y las herramientas de diagnóstico de los modelos, los cuales son detallados en la sección 3.7.

Un modelo GAMLSS asume que las y_i observaciones independientes de una variable aleatoria Y , con $i = 1, 2, 3, \dots, n$, tienen una función de densidad probabilidad $f_Y(y_i|\theta_i)$, donde $\theta_i = (\theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{ip})$ es un vector de p parámetros de distribución que tienen en cuenta la localización, escala y forma. Normalmente, p es menor o igual a cuatro, ya que uno, dos, tres y cuatro parámetros de distribución proporcionan suficiente flexibilidad en la mayoría de aplicaciones. Los parámetros de la distribución de probabilidad se relacionan con las variables explicativas (covariables o predictores) mediante funciones de enlace monótonas $g_k(\cdot)$ para $k = 1, 2, 3, \dots, p$ (p. ej. identidad, logarítmica). Los GAMLSS involucran varios submodelos; en este trabajo se utiliza la formulación para el modelo aditivo semiparamétrico, cuya expresión general es (Rigby & Stasinopoulos, 2005):

$$g_k(\theta_k) = X_k\beta_k + \sum_{j=1}^{m_j} h_{jk}(x_{jk}) \quad (2.34)$$

donde θ_k son vectores de longitud n , X_k es una matriz de variables explicativas de orden $n \times m_j$, β_k es un vector de parámetros de longitud m_j y $h_{jk}(\cdot)$ representa la dependencia funcional de los parámetros de la distribución sobre las variables explicativas x_{jk} . Esta dependencia puede ser lineal o no lineal a través de términos de suavizado. En este trabajo la dependencia no lineal se basó en funciones de suavización tipo *spline* cúbico.

La expresión (2.34) desarrollada para tres parámetros (que es el máximo número de parámetros considerados en este trabajo) es como sigue:

$$\begin{aligned} g_1(\theta_1) &= X_1\beta_1 + \sum_{j=1}^{m_1} h_{j1}(x_{j1}) \\ g_2(\theta_2) &= X_2\beta_2 + \sum_{j=1}^{m_2} h_{j2}(x_{j2}) \\ g_3(\theta_3) &= X_3\beta_3 + \sum_{j=1}^{m_3} h_{j3}(x_{j3}) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Cuando no se tienen términos aditivos de suavizado en ninguno de los parámetros de la distribución de la variable respuesta, la expresión (2.35) se reduce a la formulación del modelo paramétrico lineal:

$$\begin{aligned} g_1(\theta_1) &= X_1\beta_1 \\ g_2(\theta_2) &= X_2\beta_2 \\ g_3(\theta_3) &= X_3\beta_3 \end{aligned} \quad (2.36)$$

Finalmente, si todos los parámetros son independientes de las variables explicativas, la estructura se simplifica a la de un modelo estacionario con parámetros constantes:

$$\begin{aligned} g_1(\theta_1) &= \beta_1 \\ g_2(\theta_2) &= \beta_2 \\ g_3(\theta_3) &= \beta_3 \end{aligned} \quad (2.37)$$

Capítulo 3

Métodos

3.1 Análisis de dependencia espacial

Caracterizar la estructura de la dependencia espacial de los valores observados de cierta variable (p. ej., la precipitación) es un paso fundamental y el primero que se realiza en todo estudio geoestadístico (Journel & Huijbregts, 1978; Montero et al., 2015). La probabilidad de que dos datos cercanos adopten valores similares es mayor que aquella para dos datos muy distantes, lo que supone la existencia de cierta continuidad espacial (Isaaks & Srivastava, 1989). Esta continuidad espacial puede ser cuantificada por tres medidas: el coeficiente de correlación, la covarianza y el momento de inercia; los que al ser calculados para una secuencia de distancias crecientes de separación entre datos comparados (parejas), y graficados en función de esa distancia, pasan a formar la función de correlación (o correlograma), la función de covarianza y el semivariograma, respectivamente (Goovaerts, 1997; Isaaks & Srivastava, 1989). El semivariograma describe la disimilitud promedio entre datos separados por un vector h , en contraposición a la descripción de la similitud que hacen las funciones de correlación y covarianza (Goovaerts, 1997). El semivariograma es la herramienta usada por excelencia para describir la dependencia espacial, fundamentalmente por dos razones: i) una teórica, y que se desprende del hecho de que, al estar la función aleatoria estacionaria de segundo orden incluida en la intrínsecamente estacionaria, el semivariograma se convierte en un instrumento más general que la función de covarianza; y ii) otra práctica, derivada del hecho de que para calcular el semivariograma no se requiere conocer la media de la función aleatoria, mientras que para el cálculo de la covarianza, la media debe ser estimada a partir de los datos, introduciendo sesgo (ver la Sección 2.4.2) (Chilès & Delfiner, 2012; Montero et al., 2015).

3.1.1 El semivariograma experimental

La expresión (2.17) representa el variograma de la función aleatoria. En el contexto de la estacionariedad intrínseca, el semivariograma experimental o empírico es aquel que se estima a partir de los datos, usualmente por el método de los momentos de Matheron (1965):

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(u_i + h) - Z(u_i)]^2, \quad (3.1)$$

donde $Z(u_i)$ y $Z(u_i + h)$ son los valores del atributo estudiado en los puntos u_i y $u_i + h$, respectivamente; y $N(h)$ es el número de pares de puntos o ubicaciones separadas por un vector h . Así, para un conjunto finito de módulos del vector h , o retardos espaciales (proviene de su denominación en inglés *spatial lag*) incrementados por pasos, se obtendría un conjunto ordenado de valores (semivarianzas) del semivariograma, tal como se aprecia en la Figura 5a.

En la práctica, el semivariograma experimental usualmente se calcula para vectores h con una longitud inferior a la mitad del diámetro del dominio; ello debido a que el número de pares disminuye mientras mayor es la longitud de h , acarreado con ello estimaciones no confiables (Montero et al., 2015).

Bajo la hipótesis de estacionariedad intrínseca, el semivariograma experimental es un estimador insesgado del semivariograma de la función aleatoria, pues en su determinación no se emplea la media (no conocida) de la función aleatoria (Montero et al., 2015).

Operativamente, el cálculo del semivariograma experimental sobre puntos muestreados en una grilla regular no es complicado, pues las distancias o retardos espaciales serán fijados por el intervalo de muestreo. Las dificultades aparecen cuando el muestreo es irregular (lo cual es común), pues el número de distancias diferentes entre puntos muestreados se incrementará, y habrá pocos pares para cada distancia (o retardo), en especial para grandes distancias (pudiendo suceder que ni siquiera haya dos pares a la misma distancia). Esto no es deseable, dado que se busca que para cada distancia el número de pares o parejas sea lo suficientemente grande como para que los valores estimados del semivariograma experimental sean confiables. Este problema obliga a flexibilizar el enfoque, considerando regiones de búsqueda o tolerancia (ver Figura 5b) que no se superpongan, y que estén basadas en intervalos de distancia (o incrementos de retardo) y un ángulo de tolerancia alrededor de la dirección definida por el vector h . En específico, se debe establecer una tolerancia en el módulo de h ($\pm\Delta|h|$) y en su dirección ($\pm\Delta\theta$). Con base en lo anterior, el semivariograma experimental es calculado considerando todos los pares de puntos cuyo vector de separación h cae dentro de la región de tolerancia, siendo la media de las semidiferencias cuadradas de sus valores, asignada a un vector h que representa todos los vectores incluidos en la región de tolerancia (Montero et al., 2015). Usualmente la elección de la tolerancia lineal $\Delta|h|$ y la angular $\Delta\theta$ se realiza de forma coordinada, de tal modo que cada pareja de puntos sea ubicada en solo una región de búsqueda. La construcción de un semivariograma experimental aceptable requiere mucho juicio, pues si h es corto y $2\Delta|h|$ angosto, se calcularán muchas semivarianzas, cada una obtenida sobre la

base de pocas parejas y sujetas a un gran error (como consecuencia el semivariograma presentará oscilaciones). Por el contrario, si h es grande y $2\Delta|h|$ amplio, se calcularán pocas semivarianzas, lo cual dificultaría que la forma del semivariograma sea revelada (Oliver & Webster, 2014).

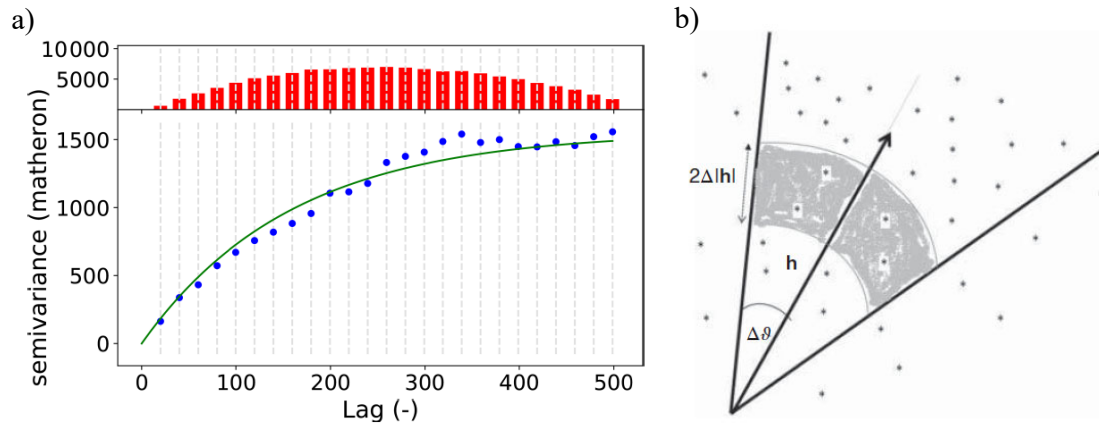


Figura 5. a) Ejemplo de semivariograma experimental (puntos azules) con su correspondiente histograma (barras rojas) de pares considerados en el cálculo de cada semivarianza (extraído de Mälicke (2022)). b) Región de tolerancia para la búsqueda de pares en el caso de muestreo irregular (extraído de Montero et al. (2015)).

En este trabajo todo el análisis variográfico se realizó con el paquete de Python *SciKit-GStat* (Mälicke, 2022).

3.2 Análisis de dependencia temporal

En la sección 2.5.2 se abordó el supuesto de independencia a través de un ejemplo que mostraba la existencia de cierta dependencia entre observaciones consecutivas de caudales. Esa similitud o dependencia puede ser cuantificada por un indicador, siendo usualmente elegido — en el dominio del tiempo— el coeficiente de correlación de Pearson. El cálculo de este coeficiente para una secuencia de retardos (desplazamientos temporales de la serie observada, que en el fondo implica comparar pares de observaciones de la misma variable cada vez más distantes en el tiempo) permite obtener el autocorrelograma muestral, que no es más que una forma de caracterizar (de forma aproximada) la estructura de dependencia temporal del proceso estocástico subyacente a la variable estudiada.

3.2.1 Test de Anderson

Como se indicó en la sección 2.4.4, para un proceso estocástico estacionario la autocovarianza se define por $Cov\{X(t), X(t + \tau)\} = E\{[X(t) - \mu][X(t + \tau) - \mu]\} = C(\tau)$, y

su coeficiente de autocorrelación por $\rho(\tau) = C(\tau)/C(0)$, siendo τ el retardo temporal. Ambas expresiones corresponden a las definiciones teóricas de tales propiedades estadísticas. En la práctica no es posible conocer los valores exactos de estas propiedades poblacionales, por lo que tienen que ser estimados a partir de muestras (series de tiempo observadas). De ese modo, si las observaciones de una serie están igualmente espaciadas en el tiempo, no existen datos perdidos, y el proceso estocástico subyacente es estacionario, un estimador del coeficiente de autocorrelación poblacional es (Chandler & Scott, 2011; Teegavarapu et al., 2019):

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2}, \quad (3.2)$$

donde $\bar{x} = \sum_{t=1}^n x_t/n$ es la media muestral de todas las observaciones, k denota el retardo o número de intervalos de tiempo entre las observaciones que están siendo consideradas (notar que $\tau = k \cdot \Delta t$, donde Δt es la longitud del intervalo de tiempo que puede ser 1 día, 1 mes, 1 año, etc.), y n es el tamaño de la muestra (longitud de la serie). Al coeficiente de autocorrelación muestral así definido también se le conoce como «coeficiente de correlación serial» o «coeficiente de autocorrelación temporal» (dado que también existe el concepto de autocorrelación espacial). El coeficiente de autocorrelación se puede interpretar como una correlación entre la serie original y una versión desplazada k unidades de tiempo. Así, para una longitud n dada, cuanto mayor sea k , los pares de observaciones disponibles para estimar el coeficiente de autocorrelación se reducirán, haciendo cada vez menos confiables las estimaciones (Reddy, 2021). Es por tal razón que el coeficiente de autocorrelación debería estimarse solo para retardos k considerablemente menores que n (Haan, 2002), siendo sugerible adoptar retardos máximos de $n/4$, $n/3$ (Reddy, 2021), o hasta $n/2$ (Wilks, 2019). Al conjunto de todos los coeficientes de autocorrelación muestral se le denomina Función de Autocorrelación (FAC) muestral, mientras que a su representación gráfica para retardos $k \geq 0$ (k en abscisas), se le conoce como autocorrelograma muestral o empírico (en el caso poblacional se le denomina FAC poblacional o teórica). Es importante destacar que cuando $k = 0$, $r_k = 1$; además que $-1 \leq r_k \leq 1$.

Dado que los coeficientes de autocorrelación son calculados a partir de una muestra de datos, ellos no serán exactamente nulos, incluso si el proceso estocástico subyacente fuera independiente (es decir, $\rho_k = 0$ para todo $k \neq 0$, además de $\rho_k = 1$ para $k = 0$). Sin embargo, es posible aún evaluar si los valores no nulos son debidos a la presencia de dependencia temporal o son el resultado de la variabilidad muestral antes referida. Anderson (1942) propuso un test de significancia para el coeficiente de autocorrelación, considerando un proceso

estocástico estacionario e independiente con variables aleatorias normalmente distribuidas. Si estas condiciones se cumplen, entonces el coeficiente de autocorrelación muestral tiene una distribución normal con media $-1/(n-1)$ y varianza $(n-2)/(n-1)^2$. El intervalo de confianza del $(1-\alpha) \times 100\%$ tiene como límites:

$$\frac{-1-Z_{1-\alpha/2}\sqrt{n-2}}{n-1} \leq r_k \leq \frac{-1+Z_{1-\alpha/2}\sqrt{n-2}}{n-1}, \quad (3.3)$$

donde $Z_{1-\alpha/2}$ es la variable normal estándar asociada a una probabilidad de no excedencia $(1-\alpha/2) \times 100\%$, y α es el nivel de significancia. La interpretación es que si al menos el $(1-\alpha) \times 100\%$ de los coeficientes de autocorrelación muestral estimados caen dentro de los límites de Anderson, entonces la hipótesis nula $H_0: \rho_k = 0$ (la hipótesis alternativa es $H_1: \rho_k \neq 0$) no se rechaza a un nivel de significancia α ; o, dicho de otro modo, no se rechaza la hipótesis de que el conjunto de datos analizado es una realización de un proceso estocástico estacionario e independiente (proceso aleatorio puro o ruido blanco). Lo anterior implica que, bajo la hipótesis nula, hay una probabilidad del $\alpha \times 100\%$ que cualquier coeficiente muestral r_k aleatoriamente elegido caiga fuera del intervalo (Duchon & Hale, 2012).

A la hora de interpretar las FAC muestrales se debe tener cuidado con ciertos aspectos. Uno de ellos es que la correlación nula (de Pearson) no implica independencia, pues las variables pueden estar relacionadas de forma no lineal (el coeficiente de Pearson mide el grado de asociación lineal entre dos variables) (Chandler & Scott, 2011; DelSole & Tippett, 2022). Otro aspecto es que la presencia de componentes no estacionarias, como por ejemplo tendencias o cambios abruptos, puede inflar los coeficientes de autocorrelación de la FAC muestral que de otro modo serían pequeños (DelSole & Tippett, 2022; Haan, 2002); esto se explica en el hecho de que la correlación entre dos variables puede surgir debido a que ambas están intrínsecamente relacionadas o porque ambas están siendo influidas por otros factores (Chandler & Scott, 2011). Por ello, estas componentes deberían ser removidas de las series antes de calcular la FAC (DelSole & Tippett, 2022; Haan, 2002).

En este trabajo las FAC muestrales fueron obtenidas a través de la función *statsmodels.tsa.stattools.acf* del módulo de Python *Statsmodels* (Seabold & Perktold, 2010), considerando 20 retardos temporales. Además, dado que —como se señaló previamente— las tendencias pueden inflar los coeficientes de autocorrelación, se calcularon las FAC muestrales tanto de las series originales como de «series modificadas». Las «series modificadas» hacen referencia a las series resultantes después de aplicar un proceso de remoción de tendencia asumiendo un modelo lineal. La remoción de tendencia solo se realizó en aquellos casos donde

la pendiente del modelo lineal fue estadísticamente significativa. Los parámetros del modelo de regresión lineal fueron estimados con el enfoque no paramétrico de Theil-Sen (ver sección 3.4.3), ello dada su robustez ante desviaciones de la normalidad en los residuos. La influencia de los cambios abruptos (o saltos) en la FAC muestral no se abordó, debido a la mayor incertidumbre en la determinación de su magnitud, el cual es un paso previo para lograr su remoción en las series que lo requieran.

3.2.2 Test de Ljung-Box

Es posible hacer una prueba más formal para la autocorrelación al considerar un conjunto de valores r_k como un grupo, en lugar de tratar cada uno por separado, tal como se hace en la FAC muestral. Cuando se observa la gráfica de la FAC para ver si cada coeficiente de autocorrelación muestral calculado está dentro de los límites del intervalo de confianza correspondiente, implícitamente se realizan múltiples pruebas de hipótesis, cada una con una pequeña probabilidad de dar un falso positivo. Al realizar una cantidad suficiente de estas pruebas, es probable que al menos una dé un falso positivo, llevando a la conclusión de que existe alguna autocorrelación, cuando en realidad no es así. A efectos de superar este problema, se prueba si las primeras m autocorrelaciones son significativamente diferentes de lo que se esperaría de un proceso de ruido blanco (a este tipo de test para un grupo de autocorrelaciones se le denomina test de *Portmanteau*) (Hyndman & Athanasopoulos, 2021). Un test para ello es el propuesto por Ljung & Box (1978), cuyo estadístico es:

$$Q = n(n + 2) \sum_{k=1}^m \frac{r_k^2}{n-k}, \quad (3.4)$$

donde r_k es el coeficiente de autocorrelación muestral para el retardo temporal k , m es el número de retardos temporales considerados y n es la longitud de la serie. Bajo la hipótesis nula H_0 : *las autocorrelaciones hasta el retardo m son todas iguales a cero* (la hipótesis alternativa es H_1 : *las autocorrelaciones de uno o más retardos difieren de cero*), el estadístico Q sigue aproximadamente una distribución chi-cuadrado (χ^2) con $(m - P)$ grados de libertad, donde P es el número de parámetros en el modelo (si Q es calculado sobre la serie original, entonces $P = 0$). De ese modo, si $Q < \chi_{1-\alpha, m-P}^2$, no se rechaza la hipótesis nula (con lo cual se evidenciaría la independencia) a un nivel de significancia α , siendo $\chi_{1-\alpha, m-P}^2$ el cuantil de la distribución chi-cuadrado con $(m - P)$ grados de libertad y una probabilidad de no excedencia $(1 - \alpha)$ (se emplea un test de cola derecha porque la preocupación no es observar valores pequeños del coeficiente de autocorrelación, sino valores grandes) (Chandler & Scott, 2011; DelSole & Tippett, 2022; Hyndman & Athanasopoulos, 2021; Maity, 2018). Es preciso

resaltar que este test no debería reemplazar al análisis cuidadoso de la FAC y los coeficientes de autocorrelación individual (Box et al., 2016). Por último, respecto a la cantidad máxima de retardos m que se deben evaluar con el test de Ljung-Box, hay diversas sugerencias. Algunos autores recomiendan adoptar el mínimo entre 10 y $n/5$, cuando se trate de series no estacionales (Hyndman & Athanasopoulos, 2021); otros indican que pueden elegirse valores del rango 15-25 (también para series no estacionales), sin superar $n/4$ (Hipel & McLeod, 1994). Una revisión de las diversas propuestas existentes, así como la evaluación de la influencia que tiene la elección de m sobre los resultados del test se puede encontrar en Hassani & Yeganegi (2020).

En este trabajo el test de Ljung-Box fue aplicado con la ayuda de la función `statsmodels.stats.diagnostic.acorr_ljungbox` del módulo de Python *Statsmodels* (Seabold & Perktold, 2010), considerando como máximo 10 retardos temporales. El test se aplicó en las series originales y en las series que resultaron después del proceso de remoción de tendencia (el procedimiento seguido para obtener estas series fue descrito en la sección 3.2.1). Este test ofrece cierta ventaja sobre el test de Anderson, pues permite obtener valores p , los cuales posibilitaron la evaluación de la significancia de campo de las autocorrelaciones inicialmente estimadas a nivel local, mediante el enfoque de la tasa de descubrimientos falsos (ver los detalles del enfoque en la sección 3.6.1).

3.3 Análisis de puntos de cambio

En la literatura estadística un punto de cambio se define como un punto en el tiempo en el que las propiedades de un proceso cambian abruptamente; lo que puede implicar un cambio repentino en la media, varianza, o incluso en la estructura de autocorrelación (Chandler & Scott, 2011). Esto implica que un punto de cambio es una forma de no estacionariedad (ver sección 2.5.4).

Aún con la existencia de variados métodos para la detección de puntos de cambio (García-Marín et al., 2020; Kundzewicz & Robson, 2004; Ryberg et al., 2020; Zhou et al., 2019), el test no paramétrico de Pettit sigue siendo uno de los más ampliamente aplicados (Slater et al., 2021). De hecho, en un reciente estudio desarrollado por Ryberg et al. (2020) se compararon varios métodos para la detección de puntos de cambio en el parámetro de localización (media o mediana; también incluyeron un método para la detección de puntos de cambio en el parámetro de escala o dispersión) —entre ellos: el test de Pettitt (Pettitt, 1979), el test de Mann-Whitney (Mann & Whitney, 1947), *Pruned Exact Linear Time* (PELT, Killick et al. (2012)), segmentación binaria (Scott & Knott, 1974), análisis Bayesiano (Erdman & Emerson, 2008), Segmentación Binaria Salvaje (proviene del inglés *Wild Binary Segmentation*, Fryzlewicz

(2014)), y PELT no paramétrico (Haynes et al., 2017)—, concluyendo que el test de Pettitt tiene el mejor balance entre la detección de puntos de cambio y la minimización de falsos positivos.

3.3.1 Test de Pettitt

El test de Pettitt (1979) considera que una secuencia de variables aleatorias independientes $\{X_1, X_2, \dots, X_T\}$ tiene un punto de cambio en τ si X_t para $t = 1, 2, \dots, \tau$ tienen una función de distribución común $F_1(x)$ y X_t para $t = \tau + 1, \tau + 2, \dots, T$ tienen una función de distribución común $F_2(x)$, además $F_1(x) \neq F_2(x)$. El test no hace ninguna suposición acerca de la forma funcional de F_1 y F_2 , excepto que ellas son continuas. El test aborda el problema de probar la hipótesis nula de «no cambio» $H_0: F_1(x) = F_2(x)$ (otra forma equivalente es $H_0: \tau = T$) contra la hipótesis alternativa de «cambio» $H_1: F_1(x) \neq F_2(x)$ (o equivalentemente $H_1: 1 \leq \tau < T$). El procedimiento del test es el siguiente. Primero, considera la matriz de elementos:

$$D_{i,j} = \text{sgn}(X_i - X_j), \quad (3.5)$$

donde $\text{sgn}(\cdot)$ es la función signo:

$$\text{sgn}(X_i - X_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } (X_i - X_j) > 0 \\ 0 & \text{si } (X_i - X_j) = 0, \\ -1 & \text{si } (X_i - X_j) < 0 \end{cases}, \quad (3.6)$$

y X_i y X_j son variables aleatorias, con X_j siguiendo a X_i en el tiempo ($j > i$). La suma de los elementos de las submatrices específicas de la matriz D resulta en el siguiente estadístico:

$$U_{t,T} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=t+1}^T D_{i,j}, \quad (3.7)$$

siendo $U_{t,T}$ calculado para $1 \leq t < T$. A fin de probar la hipótesis nula de no cambio contra la alternativa de cambio, el test es de dos colas y el estadístico del test se define por:

$$K_T = \max_{1 \leq t < T} |U_{t,T}|, \quad (3.8)$$

donde un punto de cambio ocurre en el tiempo $t = \tau$ cuando el estadístico K_T es significativamente diferente de cero. También es posible formular un test de una cola de H_0 contra la hipótesis alternativa H_1 : *cambio hacia arriba en X_t* , o H_1 : *cambio hacia abajo en X_t* . Una explicación gráfica del método se puede encontrar en Kropp & Schellnhuber (2011).

El valor de p de la prueba de Pettitt es aproximado por:

$$p \approx 2e^{\frac{-6K_T^2}{T^2 + T^3}}, \quad (3.9)$$

siendo la aproximación buena, con precisión de dos decimales, para $p \leq 0.5$. De este modo, dado un nivel de significancia α , si $p < \alpha$, entonces la hipótesis nula de que las dos

distribuciones son iguales se rechaza; con lo cual la posición del posible punto de cambio es dada por el máximo de los valores absolutos $|U_{t,T}|$.

Algunos aspectos que merecen destacarse respecto al test de Pettitt son: i) su mayor sensibilidad en detectar rupturas ubicadas en el medio de una serie temporal (Mallakpour & Villarini, 2016; Wijngaard et al., 2003), ii) que solo permite identificar un punto de cambio, es decir, un cambio abrupto de la media o mediana¹ (Busuioc & Storch, 1996; Zhou et al., 2019), y iii) que de sospecharse la existencia de varios puntos de cambio, se recomienda un enfoque pragmático consistente en encontrar primero el más visible, dividir la serie temporal en dos subseries temporales en el punto de cambio y repetir el análisis para cada subserie (Busuioc & Storch, 1996); o en todo caso emplear una técnica capaz de identificar múltiples puntos de cambio, como por ejemplo, la Segmentación Binaria Salvaje (proviene del inglés *Wild Binary Segmentation*; Fryzlewicz (2014)) (aunque el método no permite evaluar la significancia estadística de los puntos de cambio). Un estudio de la influencia de diversos factores sobre los resultados del test de Pettitt, tales como el tamaño de la muestra, el punto de inicio y fin de la serie, la magnitud del cambio, entre otros, se puede encontrar en Mallakpour & Villarini (2016) y Zhou et al. (2019). No obstante lo anterior, dos cuestiones críticas que requieren mención especial por sus implicancias, son que el test de Pettitt se sustenta en el supuesto de independencia y la ausencia de componentes no estacionarias como las tendencias; siendo su desempeño sensiblemente dependiente del cumplimiento de estos supuestos (Busuioc & Storch, 1996).

El efecto de la autocorrelación (positiva) en las pruebas diseñadas para datos independientes es un aumento general de la tasa de rechazo de la hipótesis nula (en este caso, «sin cambio» o $H_0: F_1(x) = F_2(x)$) de la prueba estadística, incluso si no hay cambio presente. Este rechazo excesivo se debe a la redundancia de información provocada por la dependencia serial, que hace que el tamaño efectivo de la muestra sea más pequeño que el tamaño observado, lo que implica que la varianza efectiva de los estadísticos del test sea mayor que la proporcionada por los resultados estándar obtenidos bajo la hipótesis de independencia. Este fenómeno es conocido como «inflación de la varianza» (Serinaldi & Kilsby, 2016).

¹ Dada una secuencia de variables aleatorias $\{X_i\}$ con funciones de distribución F_1 y F_2 antes y después del punto de cambio, respectivamente, lo que realmente verifica el test de Pettitt es que una distribución domina estocásticamente a la otra, lo que significa que $H_1: F_1(x) < F_2(x)$ (o $H_1: F_1(x) > F_2(x)$) para cada valor de x . Así, aunque esta hipótesis comúnmente se restringe a un cambio en el parámetro de localización, el test es sensible a todas las condiciones posibles que dan como resultado un «ordenamiento estocástico» (Serinaldi et al., 2018; Serinaldi & Kilsby, 2016).

La presencia de no estacionariedades también supone problemas. Por ejemplo, una tendencia lineal tiene un efecto desastroso en la prueba, ya que hace que la hipótesis nula sea rechazada incorrectamente con demasiada frecuencia (similar al efecto de la autocorrelación). Si solo está presente una tendencia lineal, la remoción de la tendencia reduce la tasa de rechazo de la hipótesis nula a la nominal. El problema se vuelve más complicado si hay una tendencia lineal y uno o más cambios abruptos, porque cada punto de cambio abrupto induce una tendencia artificial. Sin embargo, una remoción de la tendencia (que incluye tanto la tendencia real como la artificial) reduce el poder del test, de tal manera que a veces se vuelve inútil (Busuioic & Storch, 1996).

En este trabajo se aplicó el test de Pettitt con la ayuda de la función *pyhomogeneity.pettitt_test* del paquete de Python *pyHomogeneity* (Hussain et al., 2023). Además, se evaluó la significancia de campo mediante el enfoque de la tasa de descubrimientos falsos (ver los detalles del enfoque en la sección 3.6.1).

3.4 Análisis de tendencias

Una tendencia se puede definir como una variación temporal a largo plazo en las propiedades estadísticas de un proceso, donde el «largo plazo» depende de la aplicación (Chandler & Scott, 2011). Por lo tanto, las tendencias son formas de no estacionariedad (ver sección 2.5.4).

El test no paramétrico de Mann-Kendall es uno de los más frecuentemente utilizados para detectar tendencias monótonas (Bayazit, 2015; Khaliq et al., 2009; Slater et al., 2021). El test evalúa si la tendencia central o mediana² de la variable estudiada cambia en una forma monótona a través del tiempo (Helsel et al., 2020; Slater et al., 2021; Wilks, 2019).

3.4.1 Test de Mann-Kendall original

Sea x_1, x_2, \dots, x_n una secuencia de mediciones sobre el tiempo. De acuerdo al test de Mann-Kendall (Kendall, 1970; Mann, 1945) la hipótesis nula establece que H_0 : *los datos son una muestra de n variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas* (o equivalentemente: H_0 : *no existe una tendencia monótona sobre el tiempo*), mientras que la

² Dada una secuencia de variables aleatorias $\{X_i\}$ con funciones de distribución F_i , lo que realmente verifica el test de Mann-Kendall es que una distribución domina estocásticamente a la otra, lo que significa que, H_1 : $F_i(x) < F_{i+k}(x)$ (o H_1 : $F_i(x) > F_{i+k}(x)$) para cada i , cada x , y cada $k > 0$. Así, aunque esta hipótesis comúnmente se restringe a un cambio en el parámetro de localización, el test es sensible a todas las condiciones posibles que dan como resultado un «ordenamiento estocástico» (Serinaldi et al., 2018; Serinaldi & Kilsby, 2016).

hipótesis alternativa para un test de dos colas es que H_1 : *existe una tendencia monótona sobre el tiempo*. Bajo la hipótesis nula, el estadístico del test de Mann-Kendall se define por:

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{sgn}(x_j - x_i), \quad (3.10)$$

donde x_i y x_j son los datos secuenciales con ($j > i$), n es el número total de datos en la serie, y $\text{sgn}(\cdot)$ es la función signo:

$$\text{sgn}(x_j - x_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } (x_j - x_i) > 0 \\ 0 & \text{si } (x_j - x_i) = 0 \\ -1 & \text{si } (x_j - x_i) < 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

Para $n \geq 10$ el estadístico S es aproximadamente normalmente distribuido con una media $E\{S\} = 0$ y varianza

$$\text{Var}\{S\} = \frac{n(n-1)(2n+5) - \sum_{i=1}^m t_i(t_i-1)(2t_i+5)}{18} \quad (3.12)$$

donde m es el número de grupos de valores repetidos y t_i denota el número de valores repetidos en el i -ésimo grupo. El valor p del test es evaluado usando el estadístico normal estándar:

$$Z = \begin{cases} \frac{S-1}{\sqrt{\text{Var}\{S\}}} & \text{si } S > 0 \\ 0 & \text{si } S = 0 \\ \frac{S+1}{\sqrt{\text{Var}\{S\}}} & \text{si } S < 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

siendo el ± 1 en el numerador de la ecuación (3.13) una corrección por continuidad (S adopta valores discretos separados dos unidades, pero la distribución normal varía en un dominio continuo, por ello la necesidad de una equivalencia o corrección para una mejor aproximación). Valores positivos de S o Z indican tendencias crecientes y valores negativos indican tendencias decrecientes. A un nivel de significancia α , la hipótesis nula de no tendencia se rechaza si $|Z| > Z_{1-\alpha/2}$, siendo $Z_{1-\alpha/2}$ la variable normal estándar asociada a una probabilidad de no excedencia $(1 - \alpha/2) \times 100\%$ (de forma equivalente, H_0 se rechaza si $p < \alpha$). Es posible también formular un test de una cola de H_0 contra la hipótesis alternativa H_1 : *existe una tendencia monótona creciente sobre el tiempo* (test de cola derecha), o H_1 : *existe una tendencia monótona decreciente sobre el tiempo* (test de cola izquierda).

Es preciso indicar que en variables hidrológicas continuas como la precipitación, caudal o nivel de agua subterránea se esperan muy pocos o ningún grupo de valores repetidos, por lo que en la ecuación (3.12) el término $\sum_{i=1}^m t_i(t_i - 1)(2t_i + 5)$ se anularía (Haan, 2002; Maity, 2018).

En este trabajo se aplicó el test de Mann-Kendall en su formulación original con la ayuda de la función `pymannkendall.original_test` del paquete de Python `pyMannKendall` (Hussain &

Mahmud, 2019). Además, se evaluó la significancia de campo mediante el enfoque de la tasa de descubrimientos falsos (ver los detalles del enfoque en la sección 3.6.1).

3.4.2 Test de Mann-Kendall modificado

El supuesto de independencia es inherente a la aplicación de los test de detección de tendencias. Por lo tanto, es importante tener en cuenta el efecto de la correlación serial o autocorrelación temporal para evaluar la significancia de las tendencias, pues de no hacerlo las conclusiones podrían resultar erróneas (Khaliq et al., 2009). En el test de Mann-Kendall la correlación serial positiva conduce a la subestimación de la varianza muestral, resultando en un estadístico Z (ecuación (3.13)) demasiado grande (en valor absoluto) y un valor de p demasiado pequeño, lo que finalmente lleva a rechazar erróneamente la hipótesis nula de «no tendencia» (Wilks, 2019). Se han sugerido varios enfoques para ajustar el test y así evitar el error tipo I causado por los efectos de la autocorrelación, los más utilizados son: i) el preblanqueo (del inglés *pre-whitening* (PW)), ii) preblanqueo sin tendencia (del inglés *trend-free pre-whitening* (TFPW)), iii) corrección de la varianza y iv) técnicas de remuestreo por bloque (Bayazit, 2015; Khaliq et al., 2009; Wilks, 2019).

Se sabe que la varianza de S aumenta (disminuye) a medida que la autocorrelación positiva (negativa) se incrementa (reduce) (esto explica porque al emplear la ecuación (3.12) en presencia de autocorrelación positiva se generan subestimaciones; además esto concuerda con uno de los aspectos críticos referidos al test de Pettitt (sección 3.3.1), que tiene que ver con la redundancia de información que genera una «autocorrelación positiva») (Khaliq et al., 2009; Yue et al., 2002). En relación con lo anterior, Yue & Wang (2002) establecieron que para series con longitud de registro corto ($n \leq 50$) la presencia de autocorrelación positiva incrementa la posibilidad de rechazar la hipótesis nula de «no tendencia», mientras que la autocorrelación negativa reduce la tasa de rechazo. Añadieron también que cuando las series y la magnitud de las tendencias son lo suficientemente grandes, la autocorrelación no influye significativamente el test de Mann-Kendall, siendo mejor aplicarlo en su formulación original.

Hamed & Rao (1998) propusieron un enfoque para corregir la varianza del estadístico S del test de Mann-Kendall, mediante el uso de un tamaño de muestra efectivo (n_s^*) que refleje el efecto que la autocorrelación tiene sobre la varianza de S . La varianza modificada del estadístico del test se define por:

$$Var^*\{S\} = Var\{S\} \cdot \frac{n}{n_s^*}, \quad (3.14)$$

donde $Var\{S\}$ es la varianza del estadístico S para la muestra de datos original (n) y n/n_s^* es el factor de corrección debido a la autocorrelación, definido por:

$$\frac{n}{n_s^*} = 1 + \frac{2}{n(n-1)(n-2)} \sum_{k=1}^{n-1} (n-k)(n-k-1)(n-k-2)r_k^R, \quad (3.15)$$

r_k^R es el coeficiente de autocorrelación entre los órdenes (*ranks*) de las observaciones para el retardo k , donde las autocorrelaciones son evaluadas después de remover de la serie original una tendencia estimada de forma no paramétrica como la que resulta de emplear el método de Theil-Sen (ver sección 3.4.3). Dado que valores no significativos de las autocorrelaciones r_k^R tienen un efecto adverso en la precisión de la varianza estimada de S , solamente se emplean r_k^R significativos.

El procedimiento del test modificado solo se diferencia del test original de Mann-Kendall en la forma de estimar la varianza; así, una vez calculada la varianza $Var^*\{S\}$, se calcula el estadístico normal estándar (ecuación (3.13)) para seguidamente evaluar la significancia.

En este trabajo se aplicó el test de Mann-Kendall modificado por Hamed & Rao (1998) con la ayuda de la función `pymannkendall.hamed_rao_modification_test` del paquete de Python `pyMannKendall` (Hussain & Mahmud, 2019). Por otro lado, siguiendo la sugerencia de Rao et al. (2003), en el cálculo del factor corrector se emplearon solamente los coeficientes de autocorrelación (r_k^R) hasta el tercer retardo. Además, se evaluó la significancia de campo mediante el enfoque de la tasa de descubrimientos falsos (ver los detalles del enfoque en la sección 3.6.1).

3.4.3 Regresión de Theil-Sen

Aunque el test de Mann-Kendall es una herramienta útil en la detección de tendencias monótonas, no retorna entre sus resultados una estimación de la magnitud de tales tendencias. Un enfoque ampliamente utilizado para ello es el de regresión no paramétrica de Theil-Sen (Sen, 1968; Theil, 1950). La línea de Theil-Sen tiene las propiedades deseables de un estimador no paramétrico: es casi tan bueno (eficiente) como el estimador paramétrico (regresión por mínimos cuadrados) cuando se cumplen todos los supuestos de normalidad, y mucho mejor cuando no se cumplen esos supuestos. Asimismo, en comparación con su contraparte de mínimos cuadrados, se ve menos afectada por los problemas comunes de los datos hidrológicos (sesgo, valores atípicos) (Helsel et al., 2020).

El método funciona calculando la mediana de una colección de estimaciones de pendiente. Estas estimaciones son todas las combinaciones por pares de

$$b_{i,j} = \frac{x_j - x_i}{t_j - t_i}, \quad (3.16)$$

donde x_i y x_j son los datos en los tiempos t_i y t_j , con $j > i$, respectivamente. Si hay n valores en la serie, entonces son posibles $N = n(n - 1)/2$ estimaciones de pendiente. Luego, los N valores de $b_{i,j}$ se ordenan de menor a mayor para obtener la pendiente mediana o pendiente de Theil-Sen:

$$b = \text{med}(b_{i,j}) \quad (3.17)$$

Es importante resaltar que la pendiente así obtenida está naturalmente alineada con el test de Mann-Kendall; así, b siempre tendrá el mismo signo que el estadístico S de dicho test (ecuación (3.10)) (Helsel et al., 2020; Wilks, 2019). El intercepto es calculado comúnmente como (Conover, 1999; Haan, 2002; Helsel et al., 2020):

$$a = x_{med} - b \cdot t_{med}, \quad (3.18)$$

donde x_{med} y t_{med} son las medianas de x y t , respectivamente. Esta fórmula asegura que la línea ajustada atraviesa el punto (t_{med}, x_{med}) , análogo a lo que sucede en la regresión por mínimos cuadrados.

La determinación de si la pendiente mediana es estadísticamente diferente de cero puede efectuarse a través de la estimación del intervalo de confianza (de dos colas) de la pendiente mediana b , a una probabilidad del $(1 - \alpha) \times 100\%$, donde α es el nivel de significancia. El procedimiento consiste en calcular primero (Gilbert, 1987; Hollander et al., 2014)

$$C_\alpha = Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\text{Var}\{S\}}, \quad (3.19)$$

donde $\text{Var}\{S\}$ se calcula a partir de la ecuación (3.12) o (3.14) (dependiendo de si existe autocorrelación significativa), y $Z_{1-\alpha/2}$ corresponde a la variable normal estándar asociada a una probabilidad de no excedencia $(1 - \alpha/2) \times 100\%$. Luego, se calcula $M_1 = (N - C_\alpha)/2$ y $M_2 = (N + C_\alpha)/2$. Los límites inferior y superior del intervalo de confianza, $b_{mín}$ y $b_{máx}$, son la M_1 -ésima mayor y $(M_2 + 1)$ -ésima mayor de las N estimaciones de pendientes ordenadas. La pendiente b es estadísticamente distinta de cero (significativa) si los dos límites ($b_{mín}$ y $b_{máx}$) tienen signo similar.

En este trabajo se recurrió a este enfoque en dos momentos: durante la evaluación de la dependencia temporal y en el análisis de tendencias. En la fase de análisis de dependencia temporal fue necesaria la construcción de modelos de tendencia lineal conjuntamente con la evaluación de la significancia estadística de sus pendientes, dado que como fue indicado en las secciones correspondientes, previo a la aplicación de los test de Anderson y Ljung-Box se

efectuó un proceso de remoción de tendencias lineales en los casos donde la pendiente fue significativa. Para lograr los fines anteriores se utilizó la función *scipy.stats.theilslopes* de la librería de Python *SciPy* (Virtanen et al., 2020). Por otro lado, durante el análisis de tendencias, fue requerida la cuantificación de su magnitud (sin evaluar su significancia estadística), para lo cual no tuvo que emplearse una herramienta adicional, y solo usar los resultados proporcionados por las funciones del paquete de Python *pyMannKendall*, dentro de los cuales se encuentra la pendiente estimada de acuerdo al enfoque de Theil-Sen.

3.5 Análisis de teleconexiones

Las teleconexiones son las interrelaciones entre fenómenos meteorológicos que se desarrollan en lugares muy distantes entre sí. Cuando esas interrelaciones ocurren entre variables hidrológicas y variables oceánicas/atmosféricas se las denomina teleconexiones hidroclimáticas (Maity et al., 2007). Un enfoque clásico para investigar las teleconexiones son las correlaciones cruzadas mediante los métodos de Pearson y Kendall, cuyas formulaciones se detallan a continuación:

3.5.1 Coeficiente de correlación de Pearson

El coeficiente de correlación de Pearson es la medida de correlación más comúnmente utilizada y es algunas veces llamada coeficiente de correlación lineal porque mide la asociación lineal entre dos variables, x e y . El coeficiente de correlación de Pearson se define por la proporción entre la covarianza muestral de las dos variables, y el producto de sus desviaciones estándar (Helsel et al., 2020; Wilks, 2019):

$$r = \frac{Cov\{x,y\}}{s_x s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (3.20)$$

donde \bar{x} e \bar{y} son las medias de x e y , respectivamente; y n es el número de observaciones. Una propiedad importante de la correlación de Pearson es que es limitada por -1 y 1 , esto es, $-1 \leq r \leq 1$. Si $r = -1$ significa que hay una asociación lineal negativa perfecta entre x e y ; así, en un diagrama de dispersión de y contra x , todos los puntos caerían sobre una línea recta de pendiente negativa. Si $r = 1$ significa que hay una asociación lineal positiva perfecta entre x e y , cuyos puntos al ser graficados se alinearían en una línea recta con pendiente positiva (Wilks, 2019). Además, $r = 0$ puede significar una de las dos siguientes posibilidades: x e y son estadísticamente independientes; o, la forma funcional que expresa la dependencia de x e y no es lineal (Naghetini, 2017).

La significancia del coeficiente de correlación de Pearson puede ser probada bajo la hipótesis nula de que r no es significativamente diferente de cero (es decir, no hay correlación), esto es: $H_0: r = 0$ (la hipótesis alternativa para un test de dos colas es: $H_1: r \neq 0$). El estadístico del test es calculado con (Helsel et al., 2020; Naghettini, 2017)

$$t_r = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (3.21)$$

A un nivel de significancia α , la hipótesis nula es rechazada si $|t_r| > t_{1-\alpha/2, n-2}$, donde $t_{1-\alpha/2, n-2}$ es el cuantil de la distribución t de Student con $(n - 2)$ grados de libertad y una probabilidad de no excedencia $(1 - \alpha/2) \times 100\%$ (de forma equivalente, H_0 se rechaza si $p < \alpha$). La formulación anterior corresponde a un test de dos colas, pero es posible también formular test de una cola de H_0 contra la hipótesis alternativa $H_1: r > 0$, o $H_1: r < 0$.

En este trabajo el coeficiente de correlación de Pearson y su significancia fueron estimados con ayuda de la función `scipy.stats.pearsonr` de la librería de Python `SciPy` (Virtanen et al., 2020). Además, se evaluó la significancia de campo mediante el enfoque de la tasa de descubrimientos falsos (ver los detalles del enfoque en la sección 3.6.1).

3.5.2 Coeficiente de correlación de Kendall

El coeficiente de correlación de Kendall es un método basado en el rango —y, por tanto, resistente al efecto de los extremos— que mide la fuerza de la asociación monótona entre dos variables, definido por (Helsel et al., 2020; Kendall, 1970; Wilks, 2019):

$$\tau = \frac{S}{n(n-1)/2} \quad (3.22)$$

donde n es el número de observaciones en cada serie y S es el estadístico del test, el cual se determina con (Hollander et al., 2014)

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n Q \left((x_i, y_i), (x_j, y_j) \right) \quad (3.23)$$

donde Q se calcula para los $n(n - 1)/2$ pares, con $1 \leq i < j \leq n$, y es definido por

$$Q \left((x_i, y_i), (x_j, y_j) \right) = \begin{cases} 1 & \text{si } (y_j - y_i)(x_j - x_i) > 0 \\ 0 & \text{si } (y_j - y_i)(x_j - x_i) = 0 \\ -1 & \text{si } (y_j - y_i)(x_j - x_i) < 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

Dado que hay $n(n - 1)/2$ posibles comparaciones entre los n pares de datos, si todas las observaciones de y aumentan junto con las observaciones de x , $S = n(n - 1)/2$ y el τ de Kendall sería igual a 1; mientras que si todas las observaciones de y se reducen al incrementarse x , entonces $S = -n(n - 1)/2$, y el τ de Kendall resultaría igual a -1 . Se desprende entonces

que el coeficiente de correlación de Kendall (τ) siempre varía entre -1 y 1 , tal como el coeficiente de correlación de Pearson. En general, ante asociaciones lineales τ será menor que los valores de r , pero ello no significa que τ sea menos sensible que r , sino simplemente que τ mide la correlación en una escala diferente (Helsel et al., 2020).

Para probar la significancia estadística del coeficiente de correlación de Kendall, S se compara con lo que se esperaría cuando la hipótesis nula es verdadera para un n dado, siendo la hipótesis nula: $H_0: \tau = 0$ (la hipótesis alternativa para un test de dos colas es: $H_1: \tau \neq 0$). Cuando $n \geq 10$ se puede utilizar una aproximación de muestra grande, la cual se basa en la normalidad asintótica del estadístico S , adecuadamente estandarizado (Helsel et al., 2020; Hollander et al., 2014). Bajo la hipótesis nula, la media de S es $E\{S\} = 0$ y su varianza (Hollander et al., 2014; Kendall, 1970)

$$Var\{S\} = \frac{n(n-1)(2n+5) - \sum_{i=1}^g t_i(t_i-1)(2t_i+5) - \sum_{j=1}^h u_j(u_j-1)(2u_j+5)}{18} + \frac{[\sum_{i=1}^g t_i(t_i-1)(t_i-2)][\sum_{j=1}^h u_j(u_j-1)(u_j-2)]}{9n(n-1)(n-2)} + \frac{[\sum_{i=1}^g t_i(t_i-1)][\sum_{j=1}^h u_j(u_j-1)]}{2n(n-1)}, \quad (3.25)$$

donde g es el número de grupos de valores repetidos en x , t_i denota el número de valores repetidos en el i -ésimo grupo, h es el número de grupos de valores repetidos en y , y u_j denota el número de valores repetidos en el j -ésimo grupo. El valor p del test es evaluado usando el estadístico normal estándar:

$$Z = \begin{cases} \frac{S-1}{\sqrt{Var\{S\}}} & \text{si } S > 0 \\ 0 & \text{si } S = 0 \\ \frac{S+1}{\sqrt{Var\{S\}}} & \text{si } S < 0 \end{cases} \quad (3.26)$$

La hipótesis nula se rechaza a un nivel de significancia α si $|Z| > Z_{1-\alpha/2}$, siendo $Z_{1-\alpha/2}$ la variable normal estándar asociada a una probabilidad de no excedencia $(1 - \alpha/2) \times 100\%$ (de forma equivalente, H_0 se rechaza si $p < \alpha$). La anterior formulación corresponde a un test de dos colas, pero también es posible formular un test de una cola de H_0 contra la hipótesis alternativa $H_1: \tau > 0$, o $H_1: \tau < 0$. Es preciso indicar que cuando no existen valores repetidos en x ni en y , la expresión de la varianza en (3.25) se reduce a la expresión usual $Var\{S\} = n(n-1)(2n+5)/18$.

En este trabajo se estimó el coeficiente de correlación de Kendall y su significancia con ayuda de la función `scipy.stats.kendalltau` de la librería de Python `SciPy` (Virtanen et al., 2020). Además, se evaluó la significancia de campo mediante el enfoque de la tasa de descubrimientos falsos (ver los detalles del enfoque en la sección 3.6.1).

3.6 Evaluación de la significancia de campo

La significancia de campo se refiere a la evaluación simultánea de múltiples test de hipótesis (DelSole & Tippett, 2022; Wilks, 2019). Cuando se evalúa la significancia de los resultados de un test estadístico a nivel local o a nivel de punto, el nivel de significancia α_L es la probabilidad de cometer un error tipo I (rechazar la hipótesis nula cuando ésta es cierta); sin embargo, cuando esta evaluación es realizada conjuntamente sobre múltiples puntos (p. ej., un campo espacial), incluso si la hipótesis nula fuera cierta en todos los N puntos estudiados, en promedio $N \cdot \alpha_L$ de ellos serían erróneamente rechazados. En ese contexto es que surge la necesidad de considerar un nivel de significancia global o, en otras palabras, evaluar la significancia de campo (rechazar la hipótesis nula global de que todas las N hipótesis nulas locales son ciertas) (Wilks, 2006).

3.6.1 Método de la Tasa de Descubrimiento Falso

Benjamini & Hochberg (1995) formularon un procedimiento para la evaluación simultánea de múltiples test de hipótesis; este enfoque identifica un conjunto de test significativos mediante el control de la Tasa de Descubrimientos Falsos (del inglés *False Discovery Rate* (FDR)), que es la «proporción esperada» de hipótesis nulas locales rechazadas que en realidad son verdaderas.

El procedimiento FDR asume que los test de hipótesis locales son independientes; sin embargo, Ventura et al. (2004) y Wilks (2006) demostraron mediante experimentos de simulación que el procedimiento es robusto a las correlaciones espaciales. Este método puede usarse en cualquier test estadístico que genere valores de p . Por lo tanto, siempre que se tengan en cuenta adecuadamente los efectos de la autocorrelación temporal de las series de tiempo para evaluar los valores de p en el sitio en una red hidrológica (o punto en un campo espacial), el procedimiento FDR podría aplicarse para el análisis de significancia de campo incluso en presencia de correlaciones cruzadas (Khaliq et al., 2009).

El procedimiento FDR comprende los siguientes pasos: i) realizar los test estadísticos a nivel de punto y obtener los correspondientes valores de p en todas las N ubicaciones o puntos estudiados; ii) ordenar los valores de p de forma ascendente $p_{(1)} \leq p_{(2)} \leq \dots \leq p_{(N)}$; iii) definir k como la i más grande para la cual $p_{(i)} \leq (i/N)\alpha_G$, donde α_G es el nivel de significancia global; por último, iv) rechazar las hipótesis nulas locales en las ubicaciones $i = 1, 2, \dots, k$ (Benjamini & Hochberg, 1995; DelSole & Tippett, 2022; Wilks, 2019). En la Figura 6 se ilustra de forma gráfica el procedimiento FDR.

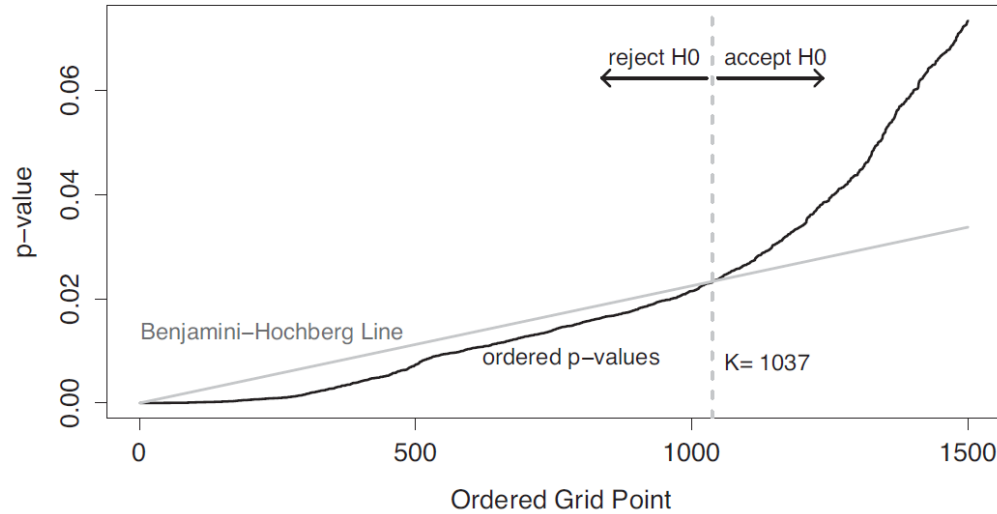


Figura 6. Ejemplo ilustrativo del procedimiento FDR. Primero, se realizan N test de hipótesis, resultando N valores de p , los cuales son ordenados de menor a mayor y graficados como una curva negra. Seguidamente, los valores ordenados de p son comparados con la línea de Benjamini-Hochberg, $(i/N)\alpha_G$, indicada por la línea gris. La curva y la recta se intersecan en K . Finalmente, las hipótesis nulas $1, 2, \dots, K$ son rechazadas (extraído de DelSole & Tippett (2022)).

El procedimiento FDR es bastante simple y tiene la ventaja de que permite identificar las ubicaciones de los test significativos, pero su principal limitación es que no es válido en presencia de alta correlación espacial. En particular, los resultados del procedimiento FDR dependen de la resolución: un campo de alta resolución tendrá muchos puntos vecinos correlacionados (DelSole & Tippett, 2022). Además, otro problema de este enfoque y, en general, de los test de significancia de campo, es que los resultados de estos test dependen de la elección de los límites de la región de estudio (Bombardi & Carvalho, 2017).

3.7 Modelación no estacionaria de las frecuencias con GAMLSS

3.7.1 Estimación de parámetros

Los métodos de estimación en GAMLSS se basan en el principio de máxima verosimilitud. Los modelos paramétricos lineales se ajustan por estimación de la máxima verosimilitud, mientras que los modelos con términos de suavizado son ajustados usando la máxima verosimilitud penalizada. Si el suavizado es expresado como $h(x) = Z\gamma$, donde Z es la matriz base dependiente de valores de x , y γ es un conjunto de coeficientes sujetos a la penalización cuadrática $\gamma^T G(\lambda)\gamma$, siendo λ (parámetro de suavizado) un vector o escalar de hiperparámetros,

entonces para ajustar los modelos para valores fijos de los hiperparámetros λ , el algoritmo usado por GAMLSS maximiza la función de verosimilitud penalizada (Stasinopoulos et al., 2017)

$$l_p = l - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 \sum_{j=1}^{m_k} \gamma_{kj}^T G_{kj}(\lambda_{kj}) \gamma_{kj}, \quad (3.27)$$

donde $l = \sum_{i=1}^n \log f(y_i|\theta_i)$ es la función de log-verosimilitud. GAMLSS utiliza dos algoritmos básicos para ajustar los modelos: RS (Rigby and Stasinopoulos) y CG (Cole and Green). Los detalles de estos algoritmos pueden ser consultados en Stasinopoulos et al. (2017).

3.7.2 Funciones de distribución de probabilidad

Dentro del marco GAMLSS se supone que la función de densidad de probabilidad es $f(y|\theta)$, donde θ es un vector de hasta cuatro parámetros. GAMLSS cuenta en su implementación actual con más de 100 distribuciones entre discretas, continuas y mixtas, incluyendo algunas distribuciones altamente sesgadas y kurtóticas (Rigby et al., 2020; Stasinopoulos et al., 2017).

Las distribuciones empleadas en este trabajo fueron seis: Log-Normal (LOGNO), Gamma (GA), Weibull (WEI), Gumbel de asimetría positiva (RG), Logística (LO) y Gamma Generalizada (GG). Todas las distribuciones tienen dos parámetros: posición θ_1 y escala θ_2 , excepto la GG que tiene un tercer parámetro: el de forma θ_3 . El parámetro θ_1 está relacionado a la media, θ_2 a la varianza y θ_3 a la asimetría. En la Tabla 1 se resumen las seis distribuciones consideradas en este trabajo, así como sus correspondientes momentos de acuerdo a su parametrización en el paquete GAMLSS. Además, las respectivas funciones de enlace para cada parámetro de las distribuciones se detallan en la Tabla 2.

Tabla 1. Resumen de las seis distribuciones consideradas en este trabajo para la modelación de la PDMA.

Distrib.	Función de Densidad de Probabilidad	Momentos de la distribución
LOGNO	$f_Y(y \theta_1, \theta_2)$ $= \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta_2^2}} \frac{1}{y} e^{-\frac{(\log(y)-\theta_1)^2}{2\theta_2^2}}$ $y > 0, -\infty < \theta_1 < \infty, \theta_2 > 0$	$E\{Y\} = e^{\theta_1 + \frac{\theta_2^2}{2}}$ $Var\{Y\} = e^{2\theta_1 + \theta_2^2} (e^{\theta_2^2} - 1)$

Distrib.	Función de Densidad de Probabilidad	Momentos de la distribución
GA	$f_Y(y \theta_1, \theta_2) = \frac{y^{\frac{1}{\theta_2^2}-1} e^{-\frac{y}{\theta_1\theta_2^2}}}{(\theta_1\theta_2^2)^{\frac{1}{\theta_2^2}} \Gamma\left(\frac{1}{\theta_2^2}\right)}$ $y > 0, \theta_1 > 0, \theta_2 > 0$	$E\{Y\} = \theta_1$ $Var\{Y\} = \theta_1^2 \theta_2^2$
WEI	$f_Y(y \theta_1, \theta_2) = \frac{\theta_2 y^{\theta_2-1} e^{-\left(\frac{y}{\theta_1}\right)^{\theta_2}}}{\theta_1^{\theta_2}}$ $y > 0, \theta_1 > 0, \theta_2 > 0$	$E\{Y\} = \theta_1 \Gamma\left(\frac{1}{\theta_2} + 1\right)$ $Var\{Y\} = \theta_1^2 \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{\theta_2} + 1\right) - \left[\Gamma\left(\frac{1}{\theta_2} + 1\right) \right]^2 \right\}$
RG	$f_Y(y \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{\theta_2} e^{-\left(\frac{y-\theta_1}{\theta_2}\right)} e^{-\left(\frac{y-\theta_1}{\theta_2}\right)}$ $-\infty < y < \infty, -\infty < \theta_1 < \infty, \theta_2 > 0$	$E\{Y\} = \theta_1 + C \cdot \theta_2 \approx \theta_1 + 0.57722\theta_2$ $Var\{Y\} = \frac{\pi^2}{6} \theta_2^2$
LO	$f_Y(y \theta_1, \theta_2) = \frac{e^{-\left(\frac{y-\theta_1}{\theta_2}\right)}}{\theta_2 \left[1 + e^{-\left(\frac{y-\theta_1}{\theta_2}\right)} \right]^2}$ $-\infty < y < \infty, -\infty < \theta_1 < \infty, \theta_2 > 0$	$E\{Y\} = \theta_1$ $Var\{Y\} = \frac{\pi^2}{3} \theta_2^2$
GG	$f_Y(y \theta_1, \theta_2) = \frac{ \theta_3 \omega^{\omega} z^{\omega} e^{-\omega z}}{y \Gamma(\omega)}$ <p style="margin-left: 20px;">donde $z = (y/\theta_1)^{\theta_3} y$ $\omega = 1/(\theta_2^2 \theta_3^2)$</p>	$E\{Y\} = \begin{cases} \frac{\theta_1 \Gamma\left(\omega + \frac{1}{\theta_3}\right)}{\omega^{\frac{1}{\theta_3}} \Gamma(\omega)} & \text{si } (\theta_3 > 0) \text{ o } (\theta_3 < 0 \text{ y } \theta_2^2 \theta_3 < 1) \\ \infty & \text{si } \theta_3 < 0 \text{ y } \theta_2^2 \theta_3 \geq 1; \omega = 1/(\theta_2^2 \theta_3^2) \end{cases}$

2. Dado el modelo para θ_1 obtenido en el paso 1 y para θ_3 y θ_4 ajustados como constantes, utilizar un procedimiento de selección hacia adelante para elegir un modelo apropiado para θ_2 .
3. Dados los modelos para θ_1 y θ_2 obtenidos en los pasos 1 y 2, respectivamente, y con θ_4 ajustado como constante, utilizar un procedimiento de selección hacia adelante para elegir un modelo apropiado para θ_3 .
4. Dados los modelos para θ_1 , θ_2 y θ_3 obtenidos en los pasos 1, 2 y 3, respectivamente, utilizar un procedimiento de selección hacia adelante para elegir un modelo apropiado para θ_4 .
5. Dados los modelos para θ_1 , θ_2 y θ_4 obtenidos en los pasos 1, 2 y 4, respectivamente, utilizar un procedimiento de selección hacia atrás para elegir el modelo apropiado para θ_3 .
6. Dados los modelos para θ_1 , θ_3 y θ_4 obtenidos en los pasos 1, 5 y 4, respectivamente, utilizar un procedimiento de selección hacia atrás para elegir el modelo apropiado para θ_2 .
7. Dados los modelos para θ_2 , θ_3 y θ_4 obtenidos en los pasos 6, 5 y 4, respectivamente, utilizar un procedimiento de selección hacia atrás para elegir un modelo apropiado para θ_1 y luego detener el proceso.

Al final de estos pasos el modelo final puede contener diferentes subconjuntos de términos o covariables para θ_1 , θ_2 , θ_3 y θ_4 .

3.7.4 Criterio de evaluación de modelos

Una vez que diferentes modelos han sido ajustados —ya sea utilizando diferentes distribuciones y/o términos de suavizado— es necesario emplear un criterio o métrica que permita elegir uno de ellos, por ejemplo, el criterio de información de Akaike generalizado (GAIC, por sus siglas en inglés). Esta métrica se define por (Stasinopoulos et al., 2017)

$$GAIC(\kappa) = -2 \cdot \ln(L) + \kappa \cdot df, \quad (3.28)$$

donde L es el máximo valor de la función de verosimilitud del modelo, df son los grados de libertad efectivos totales usados en el modelo ajustado (es decir, el número de parámetros), y κ es la penalidad por cada grado de libertad usado. El criterio de información de Akaike (*Akaike Information Criterion* (AIC)) (Akaike, 1974) y el criterio de información bayesiana (*Bayesian Information Criterion* (BIC)) (Schwarz, 1978) son casos especiales de $GAIC(\kappa)$,

correspondiendo a $\kappa = 2$ y $\kappa = \ln(n)$ (n es el número de observaciones), respectivamente. Una vez que se adopta un κ , el modelo con el valor más bajo de $GAI C(\kappa)$ es elegido como el mejor.

En este trabajo para la selección de los modelos estadísticos se adoptó la métrica AIC, esto es, $GAI C(2)$.

3.7.5 Herramientas de diagnóstico de los modelos

Tras el ajuste de un modelo GAMLSS es de suma importancia verificar su bondad o calidad de ajuste. Con ese fin, las herramientas de diagnóstico gráficas que en este trabajo se emplearon fueron: histogramas, gráficos cuantil-cuantil y diagramas de gusano. Dado que estas gráficas se construyen a partir de los cuantiles residuales normalizados (aleatorizados), se presenta a continuación una breve explicación.

Sean las observaciones y_i , con $i = 1, 2, \dots, n$, a las cuales se les ha ajustado una distribución $f(y|\theta)$, sus cuantiles residuales normalizados (aleatorizados) se definen por (Dunn & Smyth, 1996)

$$\hat{r}_i = \Phi^{-1}(\hat{u}_i), \quad (3.29)$$

donde $\Phi^{-1}(\cdot)$ es la FDA inversa de la distribución normal estándar, y \hat{u}_i son los cuantiles residuales definidos de forma distinta para variables respuesta discretas y continuas. Por lo tanto, si y es una observación de una variable respuesta continua, su FDA ajustada sería $\hat{u} = F(y|\hat{\theta})$, y el residual ajustado se podría obtener con la expresión

$$\hat{r} = \Phi^{-1}[F(y|\hat{\theta})], \quad (3.30)$$

con \hat{r} siguiendo aproximadamente una distribución normal estándar si el modelo ajustado es correcto.

La principal ventaja de los cuantiles residuales normalizados (aleatorizados) es que, cualquiera que sea la distribución de la variable de respuesta, los residuales verdaderos siempre tienen una distribución normal estándar cuando el modelo supuesto es correcto. Puesto que la verificación de los supuestos del modelo a través de la normalidad de los residuos está bien establecida en la literatura estadística, los cuantiles residuales normalizados (aleatorizados) brindan una forma familiar de verificar la idoneidad de un modelo GAMLSS ajustado (Stasinopoulos et al., 2017).

Por lo antes expuesto, queda claro que la elección o descarte de un modelo depende de cómo se comporten los cuantiles residuales normalizados (aleatorizados), en adelante simplemente referidos como «residuales». En el caso de los histogramas de los residuales, éstos

deben aproximarse a una forma acampanada (simétrica) para validar la idoneidad del modelo del que se derivaron los residuales. En el caso de los gráficos cuantil-cuantil todos los puntos en él deben distribuirse en torno a la línea teórica de la distribución normal, para así también verificar que el modelo es adecuado. Los diagramas de gusano son también otras herramientas de diagnóstico que corresponden a una representación sin tendencia de los gráficos cuantil-cuantil (en el eje de las ordenadas muestra la diferencia entre los cuantiles empíricos y teóricos, y en el eje de las abscisas los cuantiles teóricos), y que permite enfocarse en las desviaciones de los residuales respecto de la distribución normal estándar (ver Figura 7). Mientras más cerca estén los puntos del diagrama de gusano a la línea horizontal trazada desde un valor cero en el eje de las ordenadas, más cerca estará la distribución de los residuales a una distribución normal estándar. Además, si el modelo es correcto, alrededor del 95% de los puntos deben situarse entre las dos curvas elípticas de trazo discontinuo (definen un intervalo de confianza del 95%) y 5% fuera de ellas (Stasinopoulos et al., 2017).

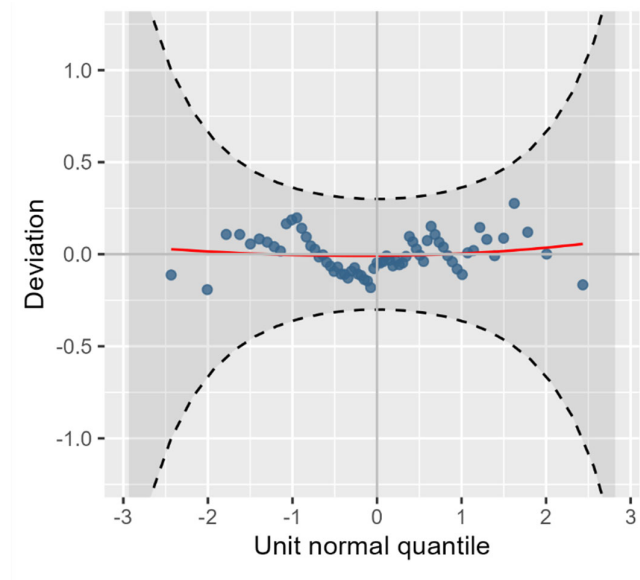


Figura 7. Ejemplo ilustrativo de un diagrama de gusano.

Capítulo 4

Área de estudio y datos

4.1 Área de estudio

El estudio abarca la España peninsular e islas Baleares, en correspondencia con los datos de precipitación puestos a disposición por parte de la Agencia Estatal de Meteorología de España. La Figura 8 muestra el área de estudio, su división hidrológica en confederaciones hidrográficas, sus principales cursos de agua (ríos de primer y segundo orden de acuerdo a la clasificación de Pfafstetter modificado), y los 20 puntos representativos en los que se efectuó la modelación no estacionaria de las precipitaciones. Las fuentes que sirvieron para la confección de la Figura 8 se detallan en la Tabla 3.

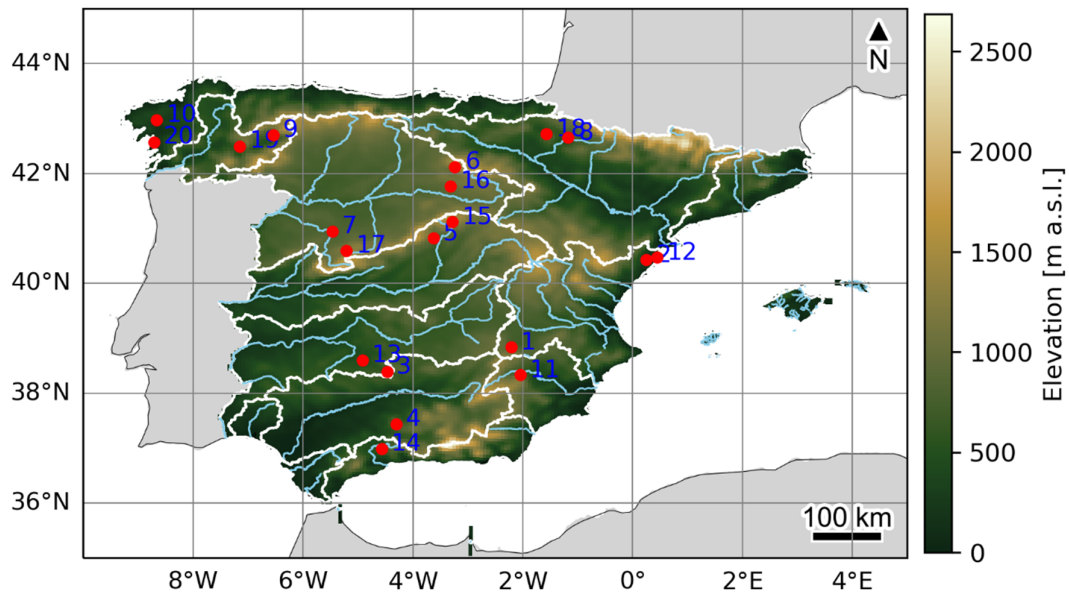


Figura 8. Área de estudio con elevaciones, contorno de las demarcaciones hidrográficas (líneas blancas), principales ríos (líneas azules) y ubicación de los puntos representativos en los que se realizó la modelación no estacionaria de frecuencias de precipitación.

Tabla 3. Fuentes de información para la confección de la figura de ubicación del área de estudio.

Información	Entidad	Enlace web
Elevaciones	AEMET	https://www.aemet.es/es/serviciosclimaticos/cambio_climat/datos_diarios?w=2&w2=0
Demarcaciones hidrográficas	Ministerio para la Transición Ecológica y el Reto Demográfico	https://www.mapama.gob.es/ide/metadatos/srv/spa/catalog.search#/metadata/ea8ca652-1e55-4ac1-b4de-433d39c84304
Cursos de agua	Ministerio para la Transición Ecológica y el Reto Demográfico	https://www.mapama.gob.es/ide/metadatos/srv/spa/catalog.search#/metadata/184323b2-29c9-4404-a9af-a13dcf5ab324

Las precipitaciones en España se caracterizan por una gran variabilidad espacial y temporal, originada principalmente por la ubicación de su territorio entre el Océano Atlántico y el Mar Mediterráneo, así como por su compleja orografía (Lionello et al., 2006; Río et al., 2011). Son cinco los mayores sistemas montañosos que atraviesan el país: la Cordillera Cantábrica, los Pirineos, el Sistema Central, el Sistema Ibérico, y el Sistema Bético. La orientación de estos sistemas influye de forma distinta sobre la precipitación, dependiendo de la dirección del viento. Dado que la mayoría de ellos se desarrolla en dirección de aproximadamente oeste-este, si una masa de aire húmedo se desplaza desde el Atlántico hacia el este, ésta avanzará casi sin restricciones hasta alcanzar las zonas más elevadas de las cuencas; por otro lado, si la dirección de la masa de aire es de aproximadamente sur a norte (transversal a los sistemas montañosos), su bloqueo ocurrirá pronto, forzando el ascenso, enfriamiento, y posterior precipitación de la humedad transportada por el aire (Álvarez-Rodríguez et al., 2017).

La costa este de España peninsular y las islas Baleares son regiones fuertemente influenciadas por la dinámica atmosférica del Mediterráneo. En ellas se han registrado elevadas intensidades de precipitación, debido principalmente a procesos convectivos asociados a movimientos de masas de aire húmedo y caliente, que especialmente ocurren al final del verano (Herrera et al., 2012; Merino et al., 2016; Monjo et al., 2016; Río et al., 2011; Serrano et al., 1999; Serrano-Notivoli, Beguería, et al., 2018; Serrano-Notivoli, Martín-Vide, et al., 2018). En ese contexto también suele ocurrir una perturbación como la *cut-off low* (depresión o baja aislada, por su traducción al español), técnicamente conocida en español como Depresión Aislada en Niveles Altos (DANA), y popularmente denominada en España como Gota Fría (Merino et al., 2016; Monjo et al., 2016). Un ejemplo de las grandes intensidades que pueden alcanzar las precipitaciones de estas zonas es el evento ocurrido el 3 de noviembre de 1987 en Oliva (Valencia), donde se registraron 817 mm, la precipitación más alta en un día de toda España (Herrera et al., 2012; Monjo et al., 2016).

Por otro lado, la región oeste de España peninsular presenta una regularidad pluviométrica interanual, estando los eventos extremos de precipitación vinculados a condiciones ciclónicas del Atlántico (Herrera et al., 2012; Merino et al., 2016; Río et al., 2011; Serrano et al., 1999; Serrano-Notivoli, Beguería, et al., 2018).

4.2 Datos

4.2.1 Datos de precipitación

Las series de Precipitación Diaria Máxima Anual (PDMA) sobre toda el área de estudio fueron conformadas a partir de la segunda versión del producto de precipitación grillado generado por la Agencia Estatal de Meteorología de España (AEMET), teniendo en consideración el año hidrológico español con inicio en octubre y término en septiembre del siguiente año calendario.

El producto de precipitación grillado de AEMET, descargable desde https://www.aemet.es/es/serviciosclimaticos/cambio_climat/datos_diarios?w=2&w2=0, posee una resolución espacial de $0.05^\circ \times 0.05^\circ$ (aproximadamente $5 \text{ km} \times 5 \text{ km}$ en una grilla rotada; en total 16156 puntos de grilla) y contiene las precipitaciones diarias del periodo 1/1/1951-31/12/2020 (siendo el periodo de cobertura ampliado por la AEMET con el transcurso del tiempo) sobre toda España peninsular e islas Baleares. Esta base de datos fue construida mediante interpolación estadística de los datos diarios de precipitación acumulada en 24 horas de 3236 estaciones pluviométricas. En su proceso de generación se consideró la influencia de la orografía, la variación estacional, así como la distribución espacial y variabilidad diaria de la precipitación. Los detalles sobre el proceso de obtención de esta base de datos se encuentran en Peral García et al. (2017).

Son varios los estudios que han empleado este producto de precipitación desde que fue publicada su primera versión (Dhanesh et al., 2020; Gomis-Cebolla et al., 2023; Senent-Aparicio et al., 2018, 2021, 2023); siendo necesario resaltar el trabajo desarrollado por Senent-Aparicio et al. (2023), pues en él se analizaron las tendencias de las precipitaciones diarias máximas anuales del periodo 1951-2019, sobre toda España peninsular.

4.2.2 Datos de índices climáticos

En este trabajo se utilizaron las series invernales de los índices climáticos NAO, EA, EAWR y SCA (ver Figura 9). Cada elemento de la serie invernal fue obtenido tras promediar los índices históricos «observados» de los meses diciembre, enero y febrero. Las series mensuales observadas fueron proporcionadas por el Centro de Predicción del Clima (CPC) de

la NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*) (<https://ftp.cpc.ncep.noaa.gov/wd52dg/data/indices/>), y tienen inicio en enero de 1950.

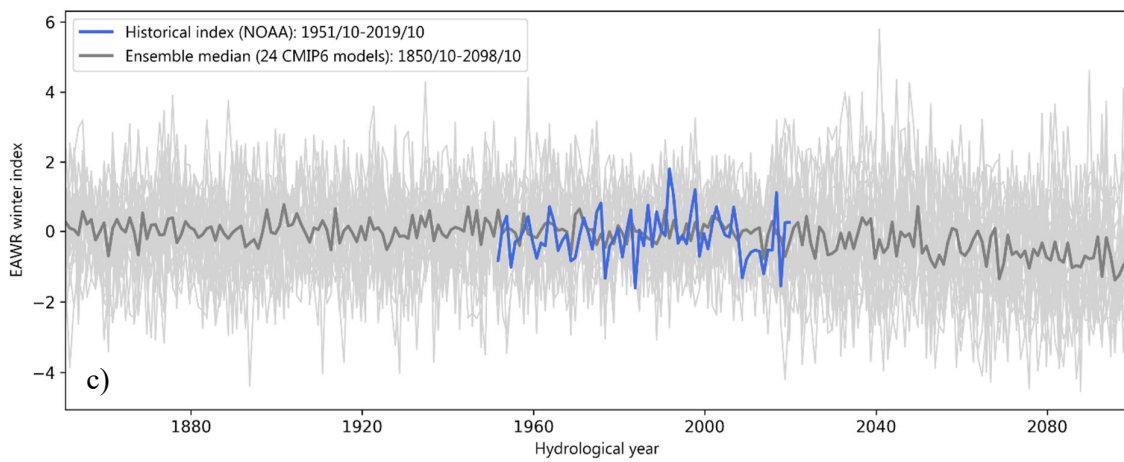
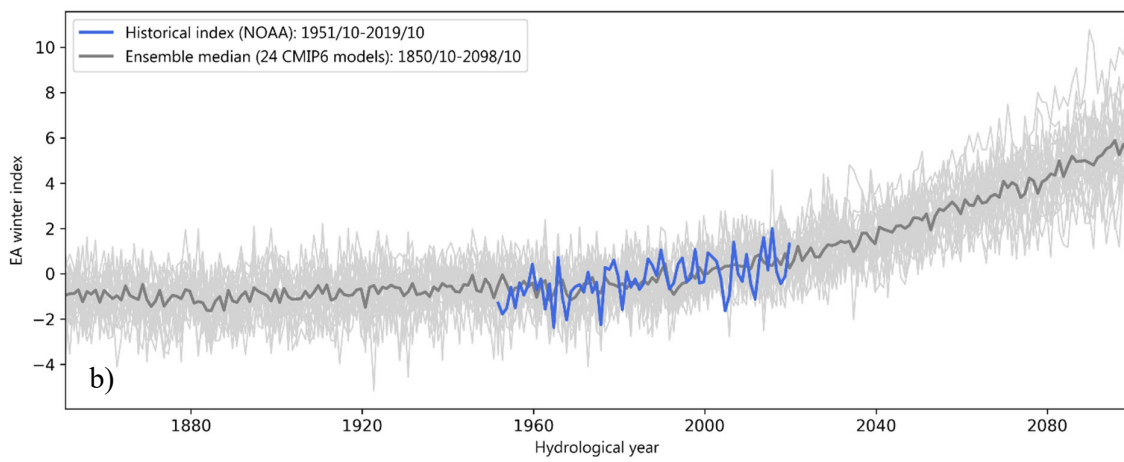
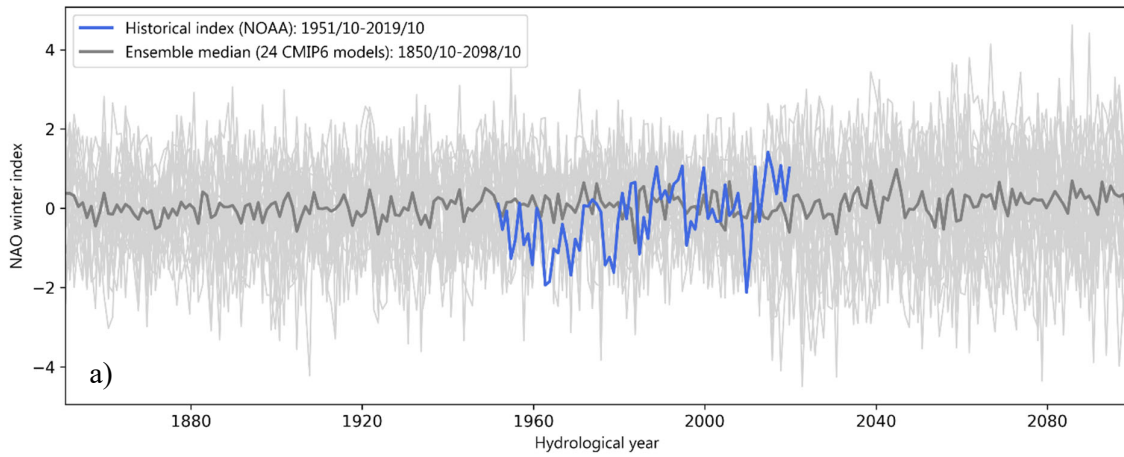
Además de las series observadas se emplearon series invernales proyectadas (ver Figura 9). Estas series son de acceso libre a través del enlace <https://data.mendeley.com/datasets/j8jbt3wwsg/1> y son el resultado del trabajo de Cusinato et al. (2021). Las series abarcan el periodo 1851-2099 (249 años) y fueron obtenidas para 24 modelos climáticos CMIP6 (ver Tabla 4) bajo el escenario futuro de forzamiento antropogénico ssp585 (correspondiente a un desarrollo con un nivel de forzamiento de $8.5 W/m^2$). Para cada patrón de teleconexión (NAO, EA, EAWR y SCA), los índices fueron calculados usando series invernales (cada valor de la serie corresponde al promedio de diciembre a febrero) de anomalías de altura geopotencial a 500 hPa (obtenidas del producto de reanálisis ERA-Interim).

Tabla 4. Lista de modelos CMIP6 a partir de los cuales Cusinato et al. (2021) obtuvieron las proyecciones de los índices climáticos NAO, EA, EAWR y SCA, bajo el escenario ssp585.

Nro.	Institución	Modelo (*)
1	CSIRO (Australia)	ACCESS-CM2 r1i1p1f1
2		ACCESS-ESM1 r1i1p1f1
3	AWI (Alemania)	AWI-CM-1-1-MR r1i1p1f1
4	BCC (Beijing, Asia)	BCC-CSM2-MR r1i1p1f1
5	CAMS (China)	CAMS-CSM1 r1i1p1f1
6	NCAR (Estados Unidos)	CESM2-WACCM r1i1p1f1
7	CMCC (Italia)	CMCC-CM-SR5 r1i1p1f1
8	CCCma (Canadá)	CanESM5 r1i1p1f1
9	EC-Earth-Consortium (Europa)	EC-Earth3 r1i1p1f1
10		EC-Earth3-Veg r1i1p1f1
11	CAS (China)	FGOALS-f3-L r1i1p1f1
12		FGOALS-g3 r1i1p1f1
13	FIO (China)	FIO-ESM2 r1i1p1f1
14	NOAA-GFDL (Estados Unidos)	GFDL-ESM4 r1i1p1f1
15	CCR-IITM (India)	IITM-ESM r1i1p1f1
16	INM (Rusia)	INM-CM4-8 r1i1p1f1
17	IPSL (Francia)	IPSL-CM6A-LR r1i1p1f1
18	MIROC (Japón)	MIROC6 r1i1p1f1
19	MPI (Alemania)	MPI-ESM1-2-HR r1i1p1f1
20		MPI-ESM1-2-LR r1i1p1f1
21	MRI (Japón)	MRI-ESM2-0 r1i1p1f1
22	NCC (Noruega)	NorESM2-LM r1i1p1f1
23		NorESM2-MM r1i1p1f1
24	AS-RCEC (Tailandia)	TAIESM1 r1i1p1f1

(*) La denominación r1i1p1f1 luego del nombre del modelo hace referencia a que las proyecciones empleadas en el presente trabajo son las asociadas a la realización número 1 reportada por estos investigadores (para algunos modelos ellos reportan hasta 3 realizaciones).

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático



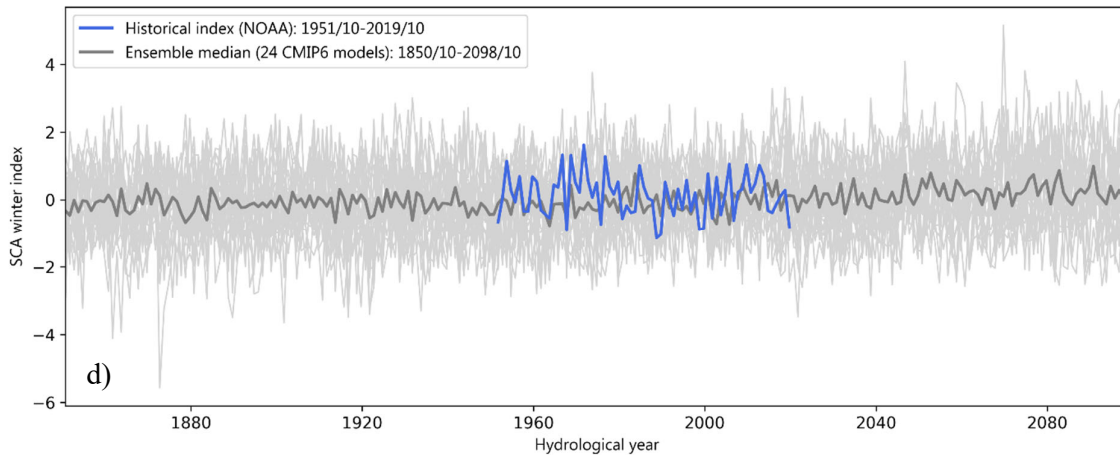


Figura 9. Series invernales históricas observadas y proyectadas de los índices climáticos a) NAO, b) EA, c) EAWR y d) SCA. El periodo de las series observadas comprende 10/1951-9/2020 (69 años hidrológicos), mientras que en el caso de las series proyectadas el periodo es 10/1850-9/2099 (249 años hidrológicos). El mes (10) y año i indicados en los gráficos como término de periodo, corresponden al mes (octubre) que define el inicio del último año hidrológico cuyo término es en septiembre del año $i + 1$.

Capítulo 5

Resultados y discusión

5.1 Análisis exploratorio de las series de PDMA sobre toda España

La Figura 10 muestra como ha ido evolucionando la PDMA entre los años hidrológicos 2011 al 2019. En general, el patrón espacial es similar en cada año, con valores más altos en las regiones montañosas y áreas costeras, especialmente en la costa Mediterránea. De la distribución espacial de la mediana de la PDMA (Figura 11a) se aprecia con claridad la susceptibilidad de las costas (Mediterránea, Cantábrica, Atlántico norte) a la ocurrencia de precipitaciones intensas, siendo la configuración orográfica un factor clave para ello. Este patrón ya ha sido descrito por Merino et al. (2016), y posteriormente con mayor detalle por Serrano-Notivoli et al. (2018), quienes resaltaron la enorme influencia que ejerce la orientación de los sistemas montañosos que atraviesan el territorio español sobre la variabilidad espacial de las precipitaciones de gran intensidad. Así, flujos de aire transportando vapor de agua del Mediterráneo arriban a la costa y al ser bloqueados por las barreras orográficas cercanas y paralelas a la línea de costa, ascienden, se enfrían, condensan y finalmente precipitan sobre la faja costera. En contraste, las áreas interiores del territorio español, como las submesetas sur y norte, tienen menos precipitaciones torrenciales debido principalmente a que se encuentran flanqueadas por barreras orográficas (p. ej., el Sistema Central), sobre las cuales las precipitaciones sí son de gran intensidad. Es interesante notar que, pese a las diferencias en resolución espacial, periodo de cobertura y métodos aplicados en la generación de la información base, el patrón espacial mostrado en la Figura 11a concuerda con los patrones reportados por Herrera et al. (2012) (ver los dos gráficos superiores del panel central en la Figura 10 de su artículo) y Serrano-Notivoli et al. (2018) (ver la Figura 1 de su artículo) para el índice pluviométrico RX1 propuesto por el Equipo de Expertos en Detección de Índices del Cambio Climático (ETCCDI; proviene de la denominación completa en inglés) del Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC, proviene de la denominación completa en inglés). Cabe agregar que dichos patrones espaciales fueron

obtenidos al promediar los índices calculados sobre periodos anuales (enero-diciembre), tanto en puntos de un dominio con información observada, como en un dominio grillado (datos reconstruidos a partir de información observada).

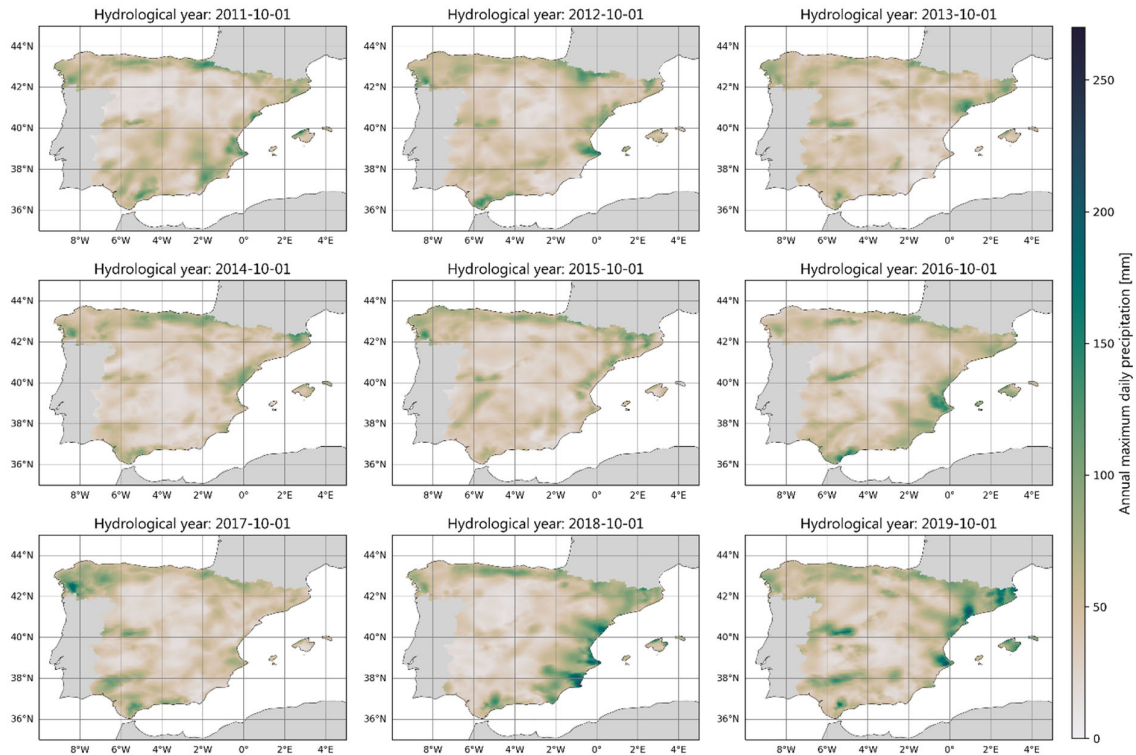


Figura 10. Variabilidad espacio-temporal de la PDMA durante el periodo comprendido por los años hidrológicos 2011-2019.

La Figura 11b muestra la distribución espacial del coeficiente de variación de la PDMA. Hay una clara mayor variabilidad en la costa Mediterránea meridional, en contraste con una menor variabilidad en la costa Cantábrica y la submeseta norte. El patrón general es el de un gradiente noroeste-sureste, similar al que caracteriza a las precipitaciones totales anuales, donde las mayores acumulaciones anuales ocurren al noroeste y las menores al sureste. Esto también es consistente con los resultados de Serrano-Notivoli et al. (2018).

La distribución espacial del coeficiente de asimetría de la PDMA es mostrada en la Figura 11c. Es evidente que la PDMA es una variable de asimetría positiva predominante.

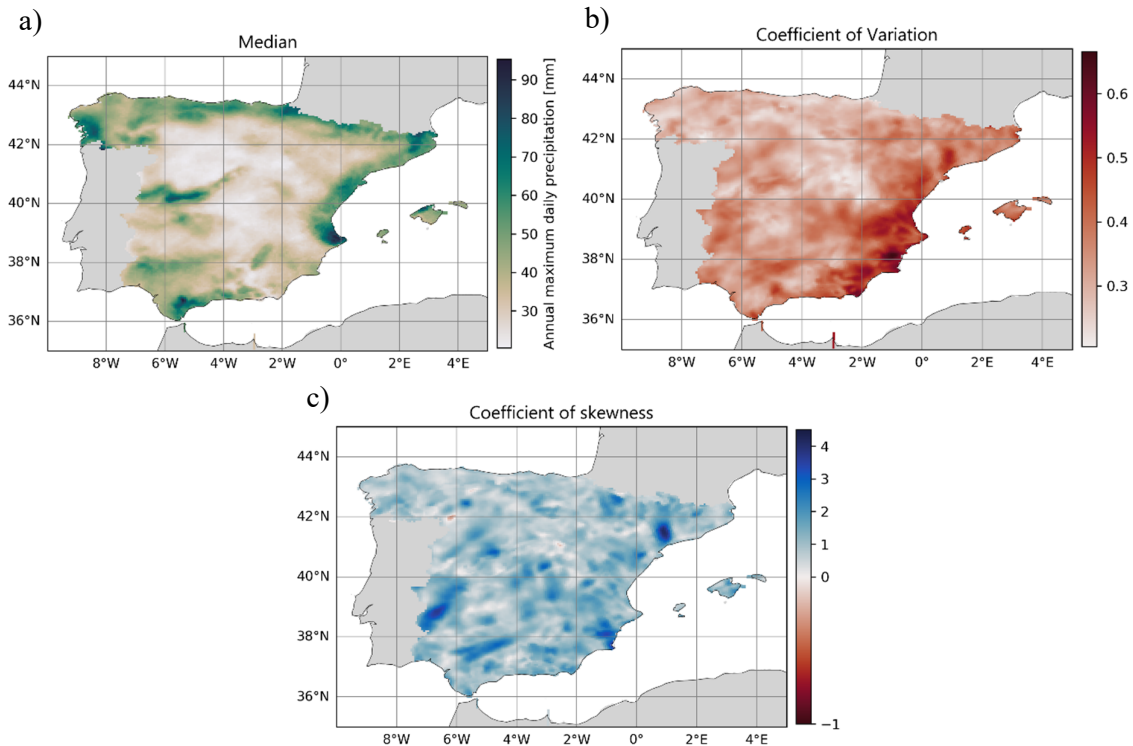


Figura 11. Estadísticos descriptivos de la PDMA. a) mediana, b) coeficiente de variación, y c) coeficiente de asimetría.

5.2 Análisis de la dependencia espacial de la PDMA sobre toda España

La Figura 12 muestra los semivariogramas omnidireccionales experimentales construidos para retardos espaciales $h = 7, 14, 17.5, 23.3, 35, 46.7 \text{ km}$ y parámetro de búsqueda $\Delta h = h/2$ (tolerancia lineal), a partir de los campos de PDMA de los años 1951, 1968, 1985, 2002 y 2019. Estos años fueron elegidos arbitrariamente (pero con una separación temporal constante) con el fin de analizar la evolución temporal de los semivariogramas. Puesto que el objetivo de los semivariogramas omnidireccionales es ayudar a definir el retardo espacial con el que se logre una mejor representación de la estructura de dependencia espacial, se adoptó una decisión de compromiso entre evitar comportamientos erráticos o fluctuaciones en las semivarianzas, y contar con una descripción adecuada en el tramo inicial del semivariograma, de tal modo que permita identificar mejor el alcance o longitud de correlación espacial. El retardo elegido fue $h = 17.5 \text{ km}$.

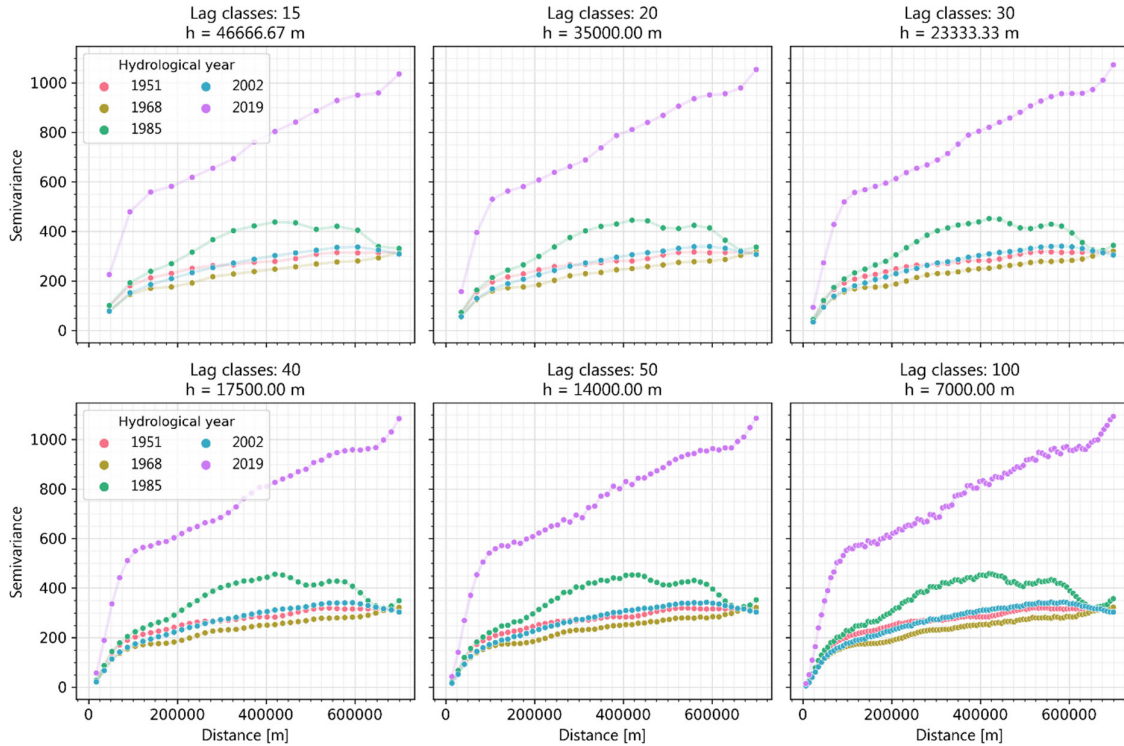


Figura 12. Semivariogramas omnidireccionales experimentales para retardos espaciales $h = 7, 14, 17.5, 23.3, 35, 46.7 \text{ km}$, y parámetro de búsqueda $\Delta h = h/2$. Los semivariogramas provienen de campos de PDMA de los años 1951, 1968, 1985, 2002 y 2019.

Los semivariogramas direccionales experimentales construidos con base en $h = 17.5 \text{ km}$ y parámetros de búsqueda $\Delta h = h/2$ y $2\Delta\theta = 15^\circ$ (tolerancia angular), para las orientaciones o direcciones $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ (los ángulos son contados en sentido contrario a las agujas del reloj a partir de una recta este-oeste), y los años antes indicados, se muestran en la Figura 13. El comportamiento creciente de las semivarianzas en la dirección $\theta = 0^\circ$ y especialmente en $\theta = 30^\circ$ del año 2019, advierte de la posible presencia de una tendencia espacial global (no estacionariedad espacial); sin embargo, al observar su campo de PDMA asociado (Figura 10), tal posibilidad es descartada. Por otro lado, al analizar los tramos iniciales de los semivariogramas direccionales, se aprecian sutiles diferencias en su longitud de correlación espacial, siendo esta mayor en las direcciones $\theta = 0^\circ, 30^\circ$ y $\theta = 150^\circ$, y estimada en $\sim 100 \text{ km}$; mientras que en las otras direcciones se estima en $\sim 75 \text{ km}$. Esta anisotropía es cotejada en los correspondientes patrones espaciales o campos de PDMA (p. ej., ver Figura 10 y Figura 11a). Así, utilizando como referencia la distribución espacial de la mediana de la PDMA (Figura 11a), la mayor continuidad o tendencia a valores de PDMA similares, es predominante en el sentido horizontal o cuasi-horizontal, lo cual es claramente apreciable en

los valores más elevados (regiones de color verde). Esto significa que, por ejemplo, las precipitaciones intensas que ocurren en un punto de la costa Cantábrica están relacionadas con las que ocurren en otro punto de la costa ubicado a 50 km. En lo anterior hay plena coherencia física, pues —como se expuso en la sección 5.1— en la génesis de las precipitaciones intervienen varios factores, entre ellos, la orografía y los flujos atmosféricos. En ese sentido, masas de aire húmedo provenientes del Atlántico que se desplazan hacia el sur se ven impedidas de avanzar al ser bloqueadas por la Cordillera Cantábrica y finalmente precipitan sobre una región de extensión considerable (una banda sobre parte de la costa Cantábrica) (Cortesi et al., 2014; Merino et al., 2016; Serrano-Notivoli, Martín-Vide, et al., 2018).

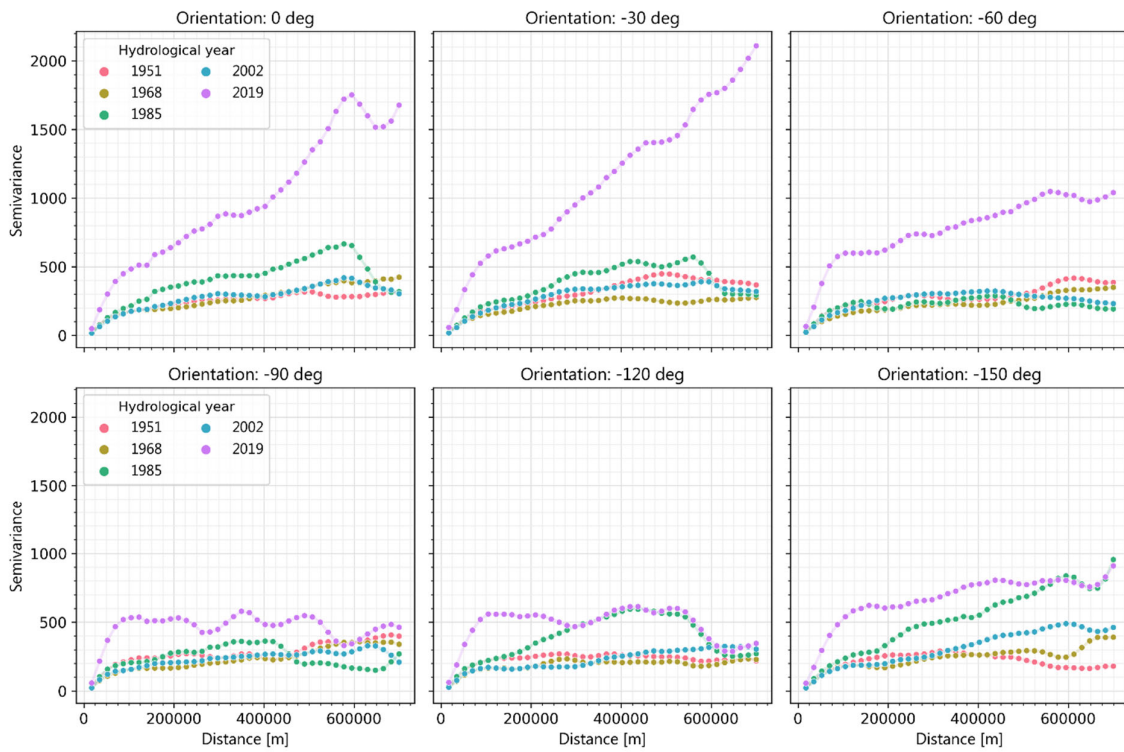


Figura 13. Semivariogramas direccionales experimentales para orientaciones $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ y parámetros de búsqueda $h = 17.5 \text{ km}$ ($\Delta h = h/2$) y $2\Delta\theta = 15^\circ$. Los semivariogramas provienen de campos de PDMA de los años 1951, 1968, 1985, 2002 y 2019. Los ángulos que definen las orientaciones son contados en sentido contrario a las agujas del reloj a partir de una recta este-oeste.

5.3 Evaluación de los supuestos fundamentales del análisis de frecuencia sobre toda España

En esta sección se detallan y discuten los resultados de los test estadísticos aplicados para identificar posibles desviaciones o incumplimientos de los supuestos fundamentales del análisis de frecuencia, esto es: independencia, homogeneidad y estacionariedad. Todos los análisis comprenden el periodo 10/1951-9/2020 (69 años hidrológicos). El nivel de significancia local considerado para todos los test fue de $\alpha_L = 0.05$, con test de dos colas (bilaterales), a excepción del test de Ljung-Box, donde se aplicó un test de cola derecha. Asimismo, el nivel de significancia global fue de $\alpha_G = 0.05$.

5.3.1 Análisis de la dependencia temporal en las series de PDMA

La dependencia temporal fue analizada mediante los test de Anderson y Ljung-Box, pero dado que componentes no estacionarias como las tendencias pueden inflar los coeficientes de autocorrelación, se removieron de las series originales de PDMA las tendencias lineales significativas ($\alpha = 0.05$) estimadas mediante el enfoque no paramétrico de Theil-Sen (ver sección 3.4.3). La Figura 14 muestra la distribución espacial de las pendientes del modelo lineal, resaltándose en punteado aquellos sectores donde dicha pendiente es estadísticamente significativa (diferente de cero). Así, de todo el dominio analizado, 35.51% de los puntos de grilla presentan una pendiente significativa (este es el porcentaje de puntos donde se removió la tendencia), con 34.19% de ellos exhibiendo una pendiente positiva, y 1.32% una pendiente negativa. Las regiones restantes que suman el 64.49% del dominio no presentan una pendiente significativa (pendientes positivas: 49.13%, negativas: 15.31%, nulas: 0.05%).

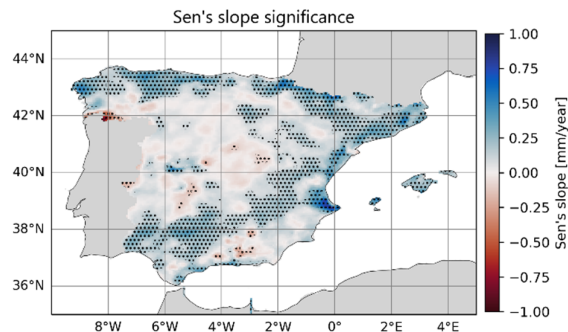


Figura 14. Distribución espacial de la pendiente de Theil-Sen. El punteado resalta las regiones donde la pendiente es estadísticamente significativa.

5.3.1.1 Test de Anderson

En la Figura 15 se muestra la distribución espacial del coeficiente de autocorrelación para el primer retardo temporal (*lag-1*) calculado tanto para las series originales de PDMA como para las series resultantes después del proceso de remoción de tendencia (tener presente que no en todas las series se removieron las tendencias), y se resalta en punteado los sectores donde las autocorrelaciones son significativas (exceden los límites de Anderson). Los resultados muestran que cuando las autocorrelaciones son determinadas sobre la base de las series originales, los puntos de grilla con autocorrelación significativa alcanzan el 10.62%, pero cuando se remueven las tendencias en los casos que correspondan, ese valor se reduce a 4.85%. Esto significa que una cuantificación de la autocorrelación temporal sin previamente remover las tendencias que pudieran estar presentes, podría conducir a conclusiones erradas respecto a su significancia tanto local (a nivel de punto) como espacial (global, sobre todo el dominio). En este caso particular, la conclusión inicial habría sido que existe dependencia temporal de la PDMA en ciertos sectores de España; pero al remover las tendencias la conclusión final es opuesta, esto es: la PDMA es temporalmente independiente. Es importante notar que los pequeños agrupamientos espaciales (*cluster*) de los puntos de grilla con autocorrelación temporal significativa están dentro de lo esperable y no influyen en la conclusión final, pues sus dimensiones no exceden las longitudes de correlación espacial indicadas en la sección 5.2. Así, en el caso más notable, el pequeño agrupamiento espacial ubicado entre los Pirineos y el noreste del valle del Ebro, podría asimilarse a una elipse cuyo eje mayor alineado horizontalmente tiene una longitud de $\sim 100\text{ km}$ y el menor $\sim 25\text{ km}$, valores que no superan la longitud de correlación de $\sim 100\text{ km}$ para $\theta = 0^\circ$ (dirección este-oeste) y $\sim 75\text{ km}$ para $\theta = 90^\circ$ (dirección sur-norte), respectivamente.

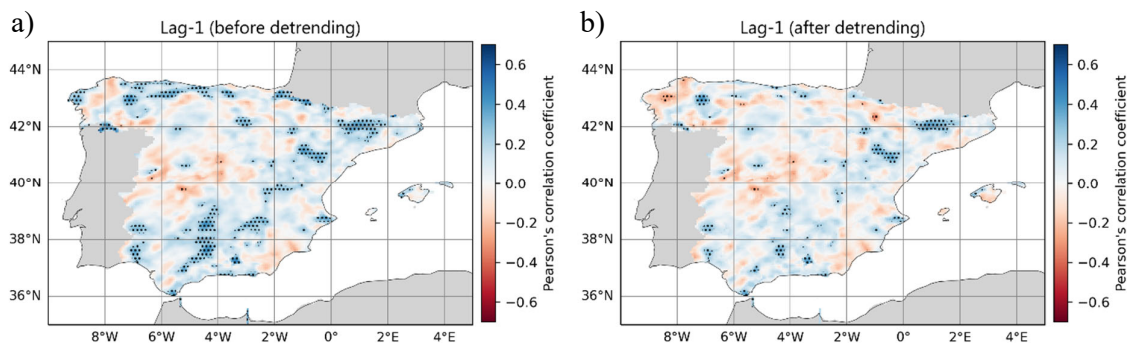


Figura 15. Distribución espacial del coeficiente de autocorrelación para el primer retardo temporal, empleando las series de PDMA originales (a) y las series resultantes después del proceso de remoción de tendencia (b). El punteado resalta las regiones donde el coeficiente de autocorrelación temporal es estadísticamente significativo.

5.3.1.2 Test de Ljung-Box

La distribución espacial del estadístico Q del test de Ljung-Box para el primer retardo temporal ($lag-1$) calculado tanto para las series originales de PDMA como para las series que resultan después del proceso de remoción de tendencia es mostrada en las Figura 16a, b, y se resalta en punteado los sectores donde las autocorrelaciones son significativas ($p < 0.05$). Los resultados son similares a los obtenidos con el test de Anderson. Cuando el test es aplicado directamente a las series originales, los puntos de grilla con autocorrelación significativa representan el 9.59%, pero tras la remoción de tendencias en los casos necesarios, el porcentaje decrece a 4.59%. Esto lleva a la misma conclusión previamente establecida con el test de Anderson: la PDMA es temporalmente independiente sobre toda España.

Los resultados antes descritos se derivan de una evaluación de la significancia a nivel local o a nivel de punto de grilla, pero también se contempló en el análisis una evaluación de la significancia de campo o significancia global de la autocorrelación temporal. Esta evaluación se muestra en las Figura 16c, d. La conclusión es aún más clara, pues los pequeños agrupamientos espaciales que exhibían autocorrelación desaparecen totalmente. Es interesante notar que incluso cuando se emplean las series originales (Figura 16c), la evaluación de la significancia global permite concluir que la PDMA es independiente.

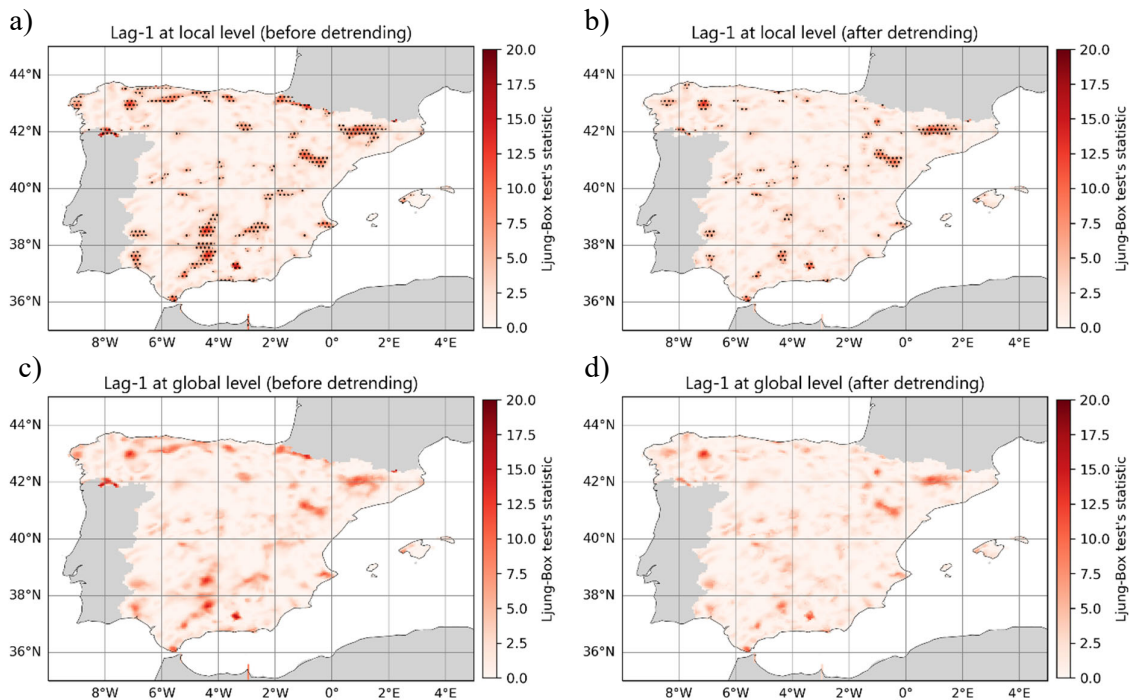


Figura 16. Distribución espacial del estadístico Q del test de Ljung-Box para el primer retardo temporal, empleando las series de PDMA originales (a, c) y las series resultantes después del

proceso de remoción de tendencia (b, d). El punteado resalta las regiones donde la autocorrelación temporal es estadísticamente significativo a nivel local (a, b) y global (c, d).

5.3.2 Análisis de puntos de cambio en las series de PDMA

5.3.2.1 Test de Pettitt

La Figura 17 muestra la distribución espacial del año probable de cambio detectado mediante el test de Pettitt, y en punteado son resaltadas las regiones donde son identificados puntos de cambio significativos ($p < 0.05$) a nivel local y global de la PDMA. La evaluación local permite ver que un 33.38% de los puntos de grilla presentan un punto de cambio significativo, mientras que la evaluación global reduce esa cantidad al 17.05%. A la vista de estos resultados uno podría concluir que, en efecto, en un 17.05% del territorio español existe un cambio abrupto en la PDMA. Sin embargo, arribar a una conclusión como esta no es una tarea trivial. Esto ya se había precisado en la sección 3.3.1, cuando se expuso acerca de dos aspectos críticos en los que se sustenta el test de Pettitt: el supuesto de independencia y la ausencia de tendencias. En lo que concierne al supuesto de independencia, no hay mayor inconveniente, pues los resultados de los test de Anderson y Ljung-Box, así como la evaluación de la significancia global y la consideración de la correlación espacial, han mostrado que la PDMA es temporalmente independiente. Entonces, la cuestión realmente crítica es la presencia de tendencias, cuyo efecto es que se detecten cambios abruptos cuando realmente no los hay. El problema no es sencillo, pues como se detallará en la sección 5.3.4, los cambios abruptos y las tendencias interactúan mutuamente, conduciendo a conclusiones que pueden resultar erróneas. Además, debe tenerse presente que el test de Pettitt solo permite la detección de un punto de cambio, con lo cual, de existir varios de ellos, el problema se complica aún más. Dado que el objetivo de este trabajo es identificar si existen regiones en España donde la PDMA exhibe comportamientos no estacionarios (sin enfocarse en un tipo específico), una evaluación exhaustiva de la cantidad total de puntos de cambio, o si en cada punto de grilla existe una tendencia o un cambio abrupto, es decir, tratar de diferenciarlos, escapa del alcance propuesto.

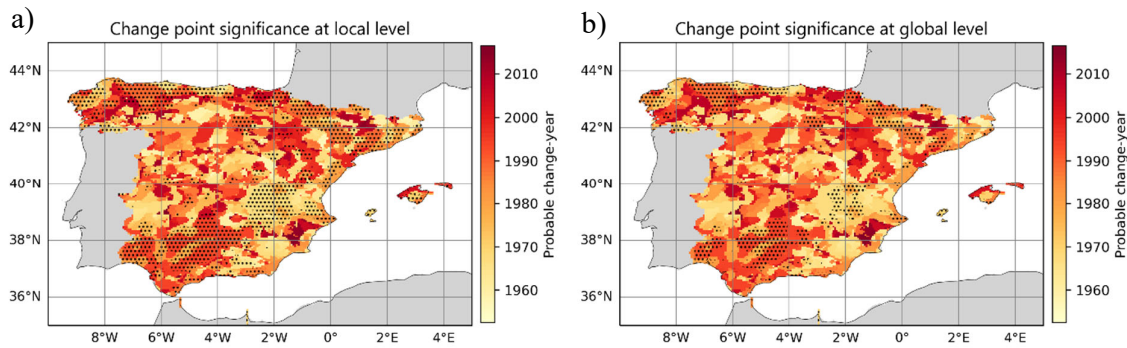


Figura 17. Distribución espacial del año probable de cambio detectado por el test de Pettitt. El punteado resalta las regiones donde se identifican puntos de cambio estadísticamente significativos a nivel local (a) y global (b) de la PDMA.

5.3.3 Análisis de tendencias en las series de PDMA

5.3.3.1 Test de Mann-Kendall original

En la Figura 18 se muestran en punteado las regiones con tendencias monótonas significativas ($p < 0.05$) de la PDMA, detectadas mediante el test de Mann-Kendall original, tanto a nivel local como global; además, el fondo de color representa la distribución espacial de la pendiente de Theil-Sen. Con base en la evaluación local se encuentra que el 35.56% de los puntos de grilla presentan una tendencia significativa, siendo positiva el 34.22% y negativa el 1.34%. Las regiones restantes (con tendencias no significativas) que suman el 64.44%, exhiben una tendencia positiva en el 49.09% del dominio, negativa en el 15.30% y nula en el 0.05%. Por otro lado, cuando la evaluación es hecha de forma global, las regiones con tendencia significativa se reducen al 20.12%, con 19.64% de los puntos de grilla exhibiendo tendencias positivas y 0.48% tendencias negativas. En este caso las regiones con tendencia no significativa (79.88%) presentan en un 63.67% tendencia positiva, en 16.16% tendencia negativa y en 0.05% tendencia nula.

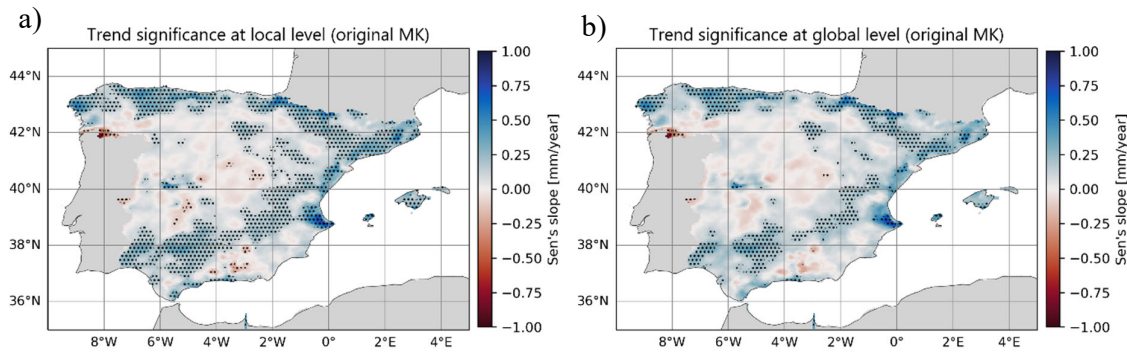


Figura 18. Distribución espacial de la pendiente de Theil-Sen. El punteado resalta las regiones donde mediante el test de Mann-Kendall original se detectan tendencias monótonas estadísticamente significativas a nivel local (a) y global (b) de la PDMA.

Es interesante notar que el patrón espacial de las tendencias significativas detectadas a nivel local junto con los correspondientes porcentajes de tendencias positivas y negativas, sean prácticamente los mismos que los obtenidos con la evaluación de la significancia efectuada sobre las pendientes de Theil-Sen reportada en la sección 5.3.1 (ver Figura 14). Esto brinda robustez a los resultados, dado que empleando dos enfoques distintos de cuantificación de la significancia: intervalo de confianza para la pendiente de Theil-Sen y test de significancia (Mann-Kendall) para tendencias monótonas, se llega a los mismos resultados.

Los resultados encontrados concuerdan con los documentados recientemente por Senent-Aparicio et al., (2023), quienes utilizando la misma base de datos empleada en este trabajo, con periodo de análisis 1951-2019 y un nivel de significancia $\alpha = 0.05$, detectaron tendencias positivas significativas en el 29.47% de los puntos de grilla, mientras que solo el 1.39% presentaban tendencias negativas significativas (considerar que su área de estudio fue solo España peninsular). El patrón espacial de las tendencias significativas (solo muestran las tendencias significativas) encontrado por estos investigadores (ver Figura 8e de su artículo) es similar al obtenido en el presente trabajo, salvo por pequeñas diferencias que se explican principalmente por la variante distinta del test de Mann-Kendall (preblanqueo con corrección de sesgo) aplicada por ellos. Serrano-Notivoli et al. (2018) analizando el índice pluviométrico RX1 (creado por el ETCCDI del IPCC) correspondiente a la precipitación máxima de 1 día (y adoptando un periodo anual comprendido entre los meses de enero a diciembre), y trabajando con la base de datos de precipitación grillada SPREAD (resolución de $5 \text{ km} \times 5 \text{ km}$), cuya cobertura temporal abarca los años 1950-2012 (1971-2012 para las islas Baleares y Canarias), determinaron mediante el test de Mann-Kendall (original) que el 7.80% del territorio español (incluye islas Baleares y Canarias) exhibe una tendencia negativa significativa, y solo el 1.02%

una tendencia positiva significativa (nivel de significancia $\alpha = 0.05$). Si bien esta vez los porcentajes reportados por estos investigadores difiere completamente de los estimados en el presente trabajo, la diferencia no es tan extrema cuando se comparan las distribuciones espaciales de las tendencias (sin considerar su significancia). Así, lo más destacable es la similar predominancia de tendencias positivas en el valle del Guadalquivir (ver Figura 6a). En el resto del territorio la similitud pierde claridad. Por ejemplo, en las submesetas sur y norte los investigadores reportan dominancia de tendencias positivas, pero en el presente trabajo no hay una dominancia clara entre tendencias positivas o negativas. Una explicación a la diferencia en los resultados de significancia de las pendientes se podría encontrar en el hecho de haber empleado tamaños de muestra distintos para evaluar las tendencias. Aunque el periodo de análisis del presente trabajo abarca tan solo 6 años adicionales al considerado por Serrano-Notivoli et al. (2018), es posible que los eventos de precipitación de alta intensidad ocurridos después del año 2012 estén influyendo en el sentido (signo) y significancia estadística de las tendencias (una base de datos sobre todo el territorio español de los eventos de tormenta eléctrica tipo supercelda con ocurrencia confirmada y que comprende desde el año 2011 hasta la actualidad, puede consultarse en arcg.is/1bPe9n; Martín et al. (2021) fueron los creadores). Es sabido que los resultados de una evaluación de significancia estadística son dependientes del tamaño de muestra empleado; así, es más probable detectar una tendencia significativa utilizando una muestra grande, que detectarla a partir de una muestra pequeña (Clarke, 2010; Cox & Hinkley, 1974; Nicholls, 2001). En línea con la afirmación anterior, en un reciente estudio realizado por Gonzalez-Hidalgo et al. (2020), sobre las tendencias de las temperaturas máximas y mínimas anuales medias en España peninsular, y donde se empleó una base de datos de 100 años (MOTEDAS *century*), se encontró que la significancia de las tendencias e incluso su sentido (positivo o negativo) puede cambiar en función de si la tendencia es analizada en una ventana temporal corta (series de longitud corta) o larga; además, se observó que cuando las ventanas superan los 80 años de longitud, siempre se detectan tendencias significativas.

Producto de la confrontación de los resultados encontrados aquí con los de Serrano-Notivoli et al. (2018), y a la luz del trabajo de Gonzalez-Hidalgo et al. (2020), y lo detallado respecto a la influencia del tamaño de muestra en la detección de tendencias significativas, es inevitable cuestionarse si las tendencias detectadas corresponden a un patrón que se sostendrá a largo plazo, y que, por tanto, representa el comportamiento del proceso estocástico (que es lo que al fin y al cabo se pretende identificar). Al respecto, Serinaldi et al. (2018) indican que se debe tener presente que al ser las tendencias una forma de no estacionariedad de los procesos estocásticos, la tarea de intentar detectarlas en series temporales cortas y finitas puede ser

fácilmente no concluyente y/o engañosa, debido a que nuevos datos podrían fácilmente cambiar la naturaleza y forma de la tendencia supuesta. Por tal razón es que se hace necesario un proceso de atribución³ a partir de información externa, el cual no debe realizarse de forma vaga o basado en algún tipo de análisis estadístico afectado por su propia incertidumbre, pues lo que se busca es una relación física causal general que sea válida fuera del periodo en que fueron registrados los datos.

5.3.3.2 Test de Mann-Kendall modificado

La Figura 19 muestra en punteado las regiones con tendencias monótonas significativas ($p < 0.05$) de la PDMA, detectadas mediante el test de Mann-Kendall modificado por Hamed & Rao (1998), tanto a nivel local como global; además, el fondo de color representa la distribución espacial de la pendiente de Theil-Sen. Los resultados de la evaluación local indican que el 35.42% de los puntos de grilla exhiben una tendencia significativa, 34.11% siendo positivos y 1.31% negativos. El 64.58% restante del territorio no presenta tendencia significativa (tendencia positiva: 49.20%, negativa: 15.33%, y nula: 0.05%). La evaluación global, por otro lado, indica que los puntos de grilla con tendencia significativa representan el 20.12%, con 19.75% de ellos exhibiendo tendencias positivas y 0.37% tendencias negativas. Además, las regiones con tendencia no significativa (79.88%) presentan en un 63.57% tendencia positiva, en 16.26% tendencia negativa y en 0.05% tendencia nula.

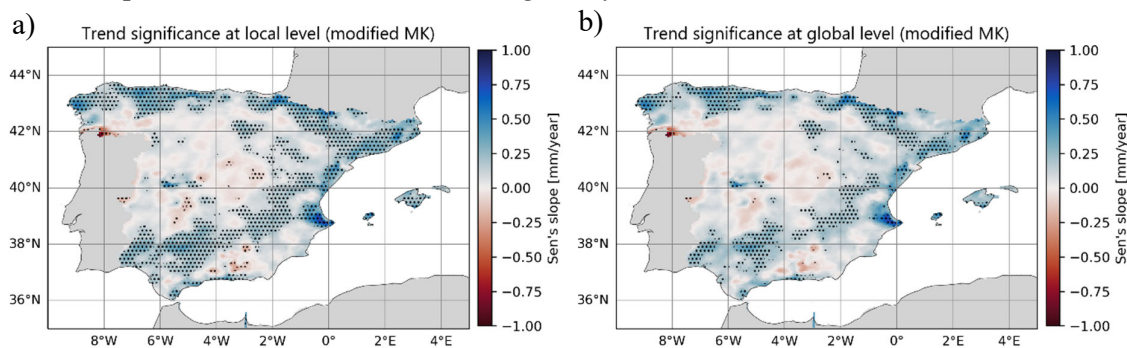


Figura 19. Distribución espacial de la pendiente de Theil-Sen. El punteado resalta las regiones donde mediante el test de Mann-Kendall modificado por Hamed & Rao (1998) se detectan tendencias monótonas estadísticamente significativas a nivel local (a) y global (b) de la PDMA.

³ El término atribución implica una comprensión de las causas o procesos impulsores del cambio. En hidroclimatología el concepto es usado para desentrañar la amplia gama de impulsores de los extremos hidroclimáticos, que incluyen la variabilidad climática, el cambio en la cobertura del suelo y las retroalimentaciones suelo-atmósfera (Slater et al., 2021).

Los resultados encontrados son prácticamente los mismos que los derivados de aplicar el test de Mann-Kendall original, lo que era esperable, pues al no existir una estructura clara de dependencia temporal —de acuerdo a los test de Anderson y Ljung-Box y la evaluación de la significancia de campo—, la varianza del estadístico S del test no se ve alterada ni requiere corrección, volviéndose el enfoque modificado igual al formulado originalmente por Mann-Kendall. Adoptando los resultados de la evaluación de la significancia global, se puede establecer que, en general, las tendencias positivas dominan la mayor parte del territorio español (España peninsular e islas Baleares), abarcando un $\sim 83\%$, pero siendo significativas solamente en $\sim 20\%$. Por su parte, las tendencias negativas que abarcan el $\sim 17\%$ del territorio, prácticamente no son significativas. Las regiones en el entorno de la Cordillera Cantábrica, los Pirineos y el valle del Guadalquivir, son las que exhiben una tendencia positiva significativa en la PDMA.

5.3.4 Análisis conjunto de puntos de cambio y tendencias en las series de PDMA

Diferenciar entre cambios abruptos y tendencias es una labor compleja, por un lado, porque la presencia de una tendencia puede inducir a la detección de un punto de cambio que realmente no existe (Busuioc & Storch, 1996; Guerreiro et al., 2014); y, por otro lado, un punto de cambio puede inducir a la detección de una tendencia igualmente inexistente (Guerreiro et al., 2014; Militino et al., 2020; Villarini, Serinaldi, et al., 2009; Weatherhead et al., 1998). Villarini et al. (2009) sugirieron el enfoque de, cuando se detecten simultáneamente tendencias y cambios abruptos significativos, dividir la serie original en dos a partir del punto de cambio detectado y realizar un análisis de tendencia por cada subserie de forma separada, ello con el fin de eliminar las tendencias espurias que generan los cambios abruptos. Sin embargo, si el mismo procedimiento es aplicado para investigar el efecto de los puntos de cambio no significativos sobre las tendencias detectadas como significativas, la conclusión puede ser contraria a la derivada del análisis sobre la serie completa, esto es: las tendencias en cada subserie resultan no significativas (Guerreiro et al., 2014). Esto permite ver que la identificación del tipo de cambio no es labor sencilla; de hecho, en el caso anterior no es posible indicar con certeza si ese cambio en la conclusión sobre la presencia de una tendencia es debido al punto de cambio (no significativo) o es efecto de la reducción del tamaño de la muestra. Como señalan Guerreiro et al. (2014), la dificultad de diferenciar cuál es el tipo de cambio presente en una serie es debida también a la posible existencia de patrones temporales más complejos que los descritos por una tendencia monótona o un punto de cambio.

Puesto que el alcance del presente trabajo es la identificación de regiones con comportamientos no estacionarios en la PDMA, independientemente de si coexisten tendencias y cambios abruptos (sea uno el efecto del otro, o sean ambos verdaderos/no espurios), se consideró suficiente aplicar los test de Pettitt y Mann-Kendall sobre las series completas en cada punto de grilla (69 años hidrológicos), sin tratar de evaluar cómo cambian las tendencias en subseries cuando se detectaban puntos de cambio significativos. Sin embargo, dada la relevancia de saber dónde se identificó en simultáneo un cambio abrupto y una tendencia significativa ($p < 0.05$), se prepararon las Figura 20 y Figura 21, que son una representación compacta de los resultados mostrados en las Figura 17 y Figura 18, y Figura 17 y Figura 19.

Al superponer los resultados de los test de Pettitt y Mann-Kendall original (modificado por Hamed & Rao (1998)) a nivel global, se encontró que los puntos de grilla donde se identificaron simultáneamente un punto de cambio y tendencia sumaban el 14.30% (13.26%), donde solo se detectó tendencia alcanzaban el 5.82% (6.86%), y donde solo había punto de cambio el 2.75% (3.79%). Este resumen, así como el asociado a la evaluación a nivel local se detallan en la Tabla 5.

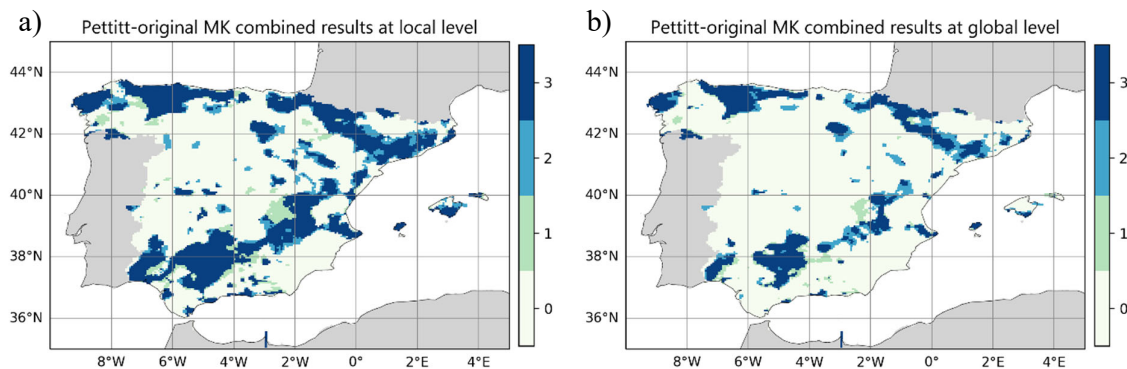


Figura 20. Superposición de resultados de la aplicación de los test de Pettitt y Mann-Kendall original a la PDMA, a nivel local (a) y global (b). Los códigos en la escala de colores identifican los puntos de grilla donde se detectó: simultáneamente un punto de cambio y tendencia significativos (3), solo tendencia significativa (2), y solo punto de cambio significativo (1). El código 0 indica resultados no significativos.

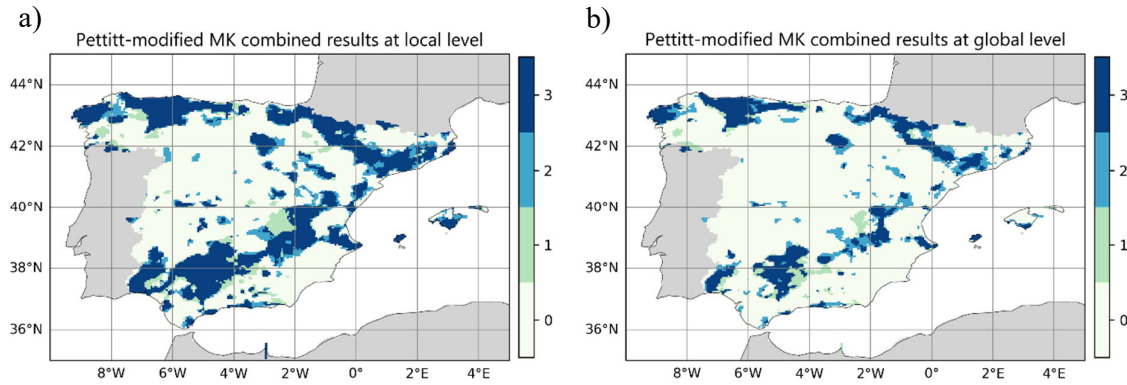


Figura 21. Superposición de resultados de la aplicación de los test de Pettitt y Mann-Kendall modificado por Hamed & Rao (1998) a la PDMA, a nivel local (a) y global (b). Los códigos en la escala de colores identifican los puntos de grilla donde se detectó: simultáneamente un punto de cambio y tendencia significativos (3), solo tendencia significativa (2), y solo punto de cambio significativo (1). El código 0 indica resultados no significativos.

Tabla 5. Resumen numérico de la superposición de resultados de los test de Pettitt y Mann-Kendall original y modificado.

Código (*)	Pettitt-Mann-Kendall original		Pettitt-Mann-Kendall modificado	
	Local [%]	Global [%]	Local [%]	Global [%]
0	59.64	77.13	58.97	76.09
1	4.80	2.75	5.61	3.79
2	6.98	5.82	7.65	6.86
3	28.58	14.30	27.77	13.26

(*) El significado de los códigos es el siguiente: 0: puntos de grilla con resultados no significativos, 1: solo punto de cambio significativo, 2: solo tendencia significativa, 3: punto de cambio y tendencia significativos detectados simultáneamente.

5.4 Análisis de teleconexiones entre las precipitaciones extremas sobre toda España y los índices climáticos

En esta sección se detallan y discuten los resultados del análisis de teleconexiones entre la PDMA y los índices climáticos invernales NAO, EA, EAWR y SCA, realizado mediante el cálculo de correlaciones cruzadas. Todos los análisis se hicieron sobre la base del periodo 10/1951-9/2020 (69 años hidrológicos). Además, se consideró un nivel de significancia local de $\alpha_L = 0.05$ y uno global de $\alpha_G = 0.05$.

Dado que, como se indicó en la sección 3.2.1, los coeficientes de correlación pueden ser inflados por componentes no estacionarias como las tendencias, previo al cálculo de las correlaciones se removieron las tendencias lineales tanto en las series de PDMA como en las

series de índices climáticos, siempre que las pendientes estimadas por el enfoque de Theil-Sen fueran significativas ($\alpha = 0.05$). En los índices se removieron tendencias solo en NAO y EA.

5.4.1 Correlación entre la PDMA y el índice NAO invernal

Las Figura 22 y Figura 23 muestran la distribución espacial de los coeficientes de correlación de Pearson y Kendall, respectivamente, entre la PDMA y el índice climático NAO invernal, y tienen resaltado en punteado las regiones donde tal correlación es significativa ($p < 0.05$) bajo una evaluación a nivel local. En la Tabla 6 se detallan los porcentajes totales que alcanzan las regiones con correlación significativa a nivel local.

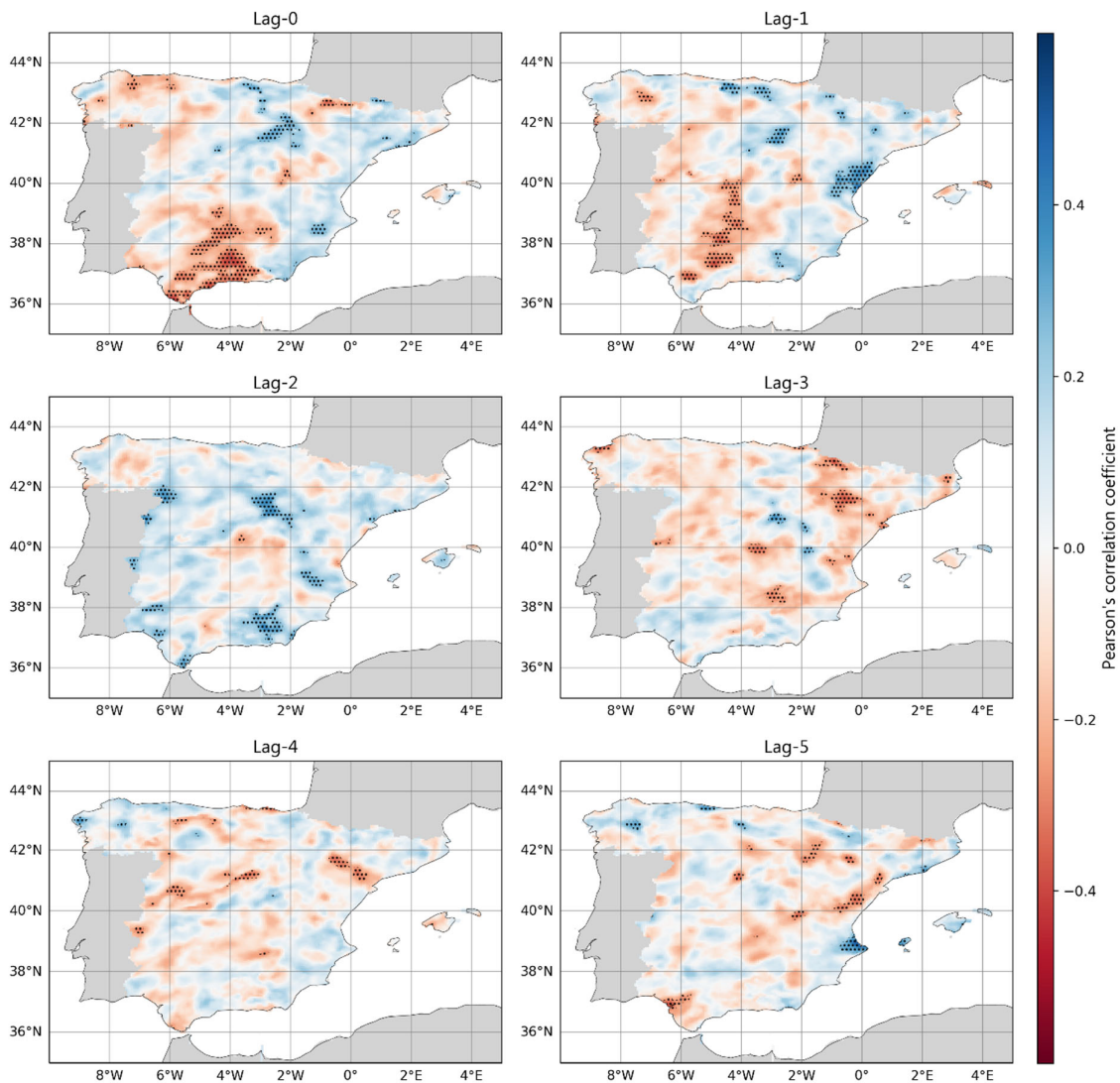


Figura 22. Distribución espacial del coeficiente de correlación de Pearson evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice NAO invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.

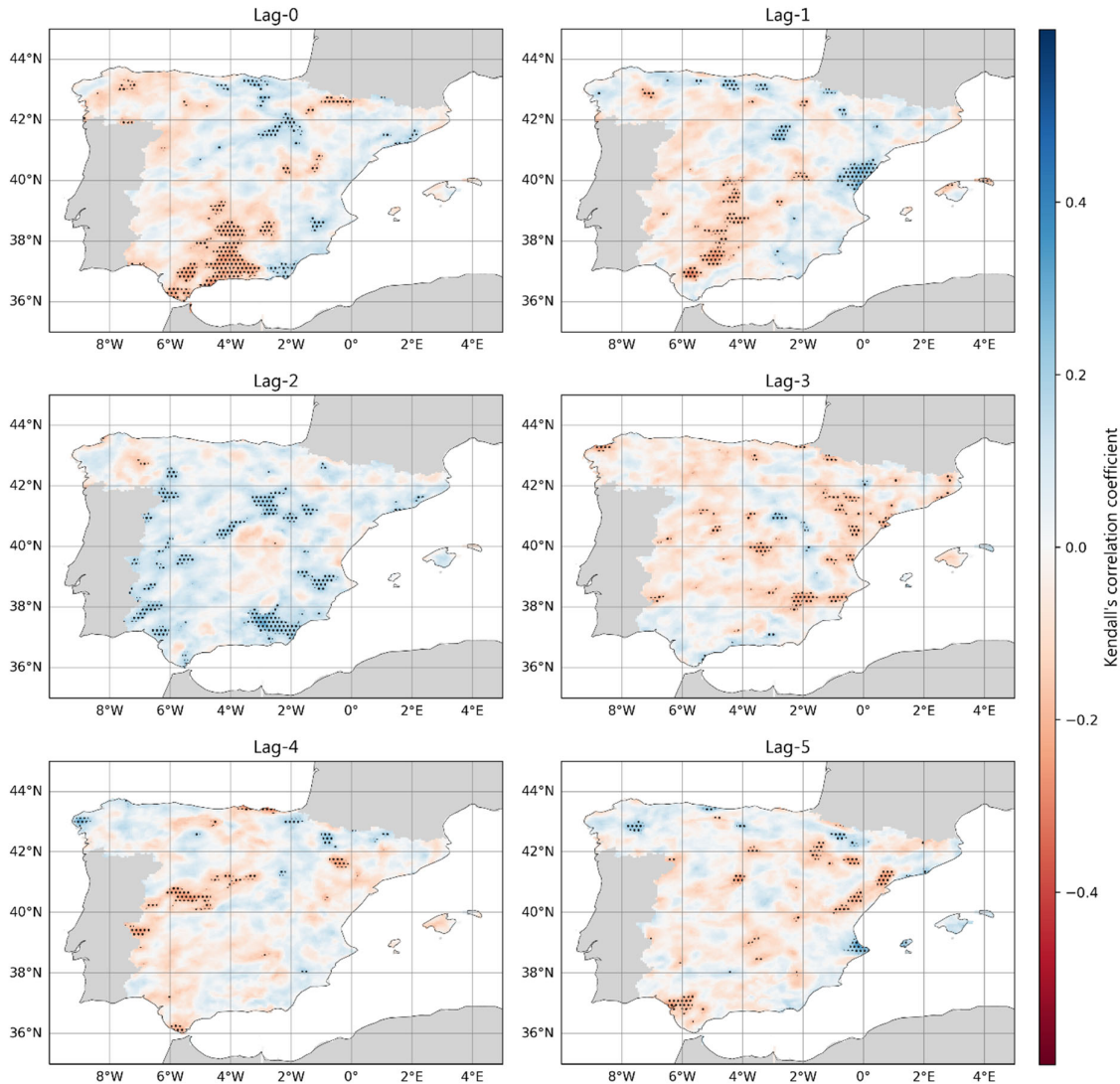


Figura 23. Distribución espacial del coeficiente de correlación de Kendall evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice NAO invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.

Los patrones espaciales de las correlaciones obtenidas por ambos métodos son similares, del mismo modo los agrupamientos espaciales de puntos de grilla con correlación significativa. Sin embargo, estos resultados corresponden a la evaluación local de la significancia. Al evaluar de forma global la significancia, los agrupamientos espaciales significativos desaparecen por completo. Pese a esto, aún no se puede concluir que no existe correlación cruzada, pues los resultados a nivel local muestran que existen agrupamientos espaciales (*cluster*) lo suficientemente grandes que exceden las longitudes de correlación espacial ya conocidas, y que podrían considerarse significativos. Un ejemplo de ello es el agrupamiento de puntos de grilla que se forma en el entorno del valle del Guadalquivir para un retardo 0. Entonces, considerando

los resultados de ambos métodos (Pearson y Kendall) (ver Tabla 6) y lo anteriormente señalado, se puede asumir la existencia de correlación cruzada hasta el retardo 2 (*lag-2*) (aunque en el retardo 2 se pierde claridad sobre esta correlación).

Tabla 6. Porcentaje de puntos de grilla donde los coeficientes de correlación entre la PDMA y el índice NAO invernal resultaron significativos a nivel local. Los valores sombreados resaltan los retardos en que se justifica la existencia de correlación cruzada.

	Retardo 0	Retardo 1	Retardo 2	Retardo 3	Retardo 4	Retardo 5
	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
Pearson	8.15	6.81	4.59	3.21	2.09	3.32
Kendall	8.63	5.64	7.14	4.07	3.39	3.97

5.4.2 Correlación entre la PDMA y el índice EA invernal

La distribución espacial de los coeficientes de correlación de Pearson y Kendall entre la PDMA y el índice climático EA invernal, es mostrada en las Figura 24 y Figura 25, respectivamente; donde además se ha resaltado en punteado las regiones con correlación significativa ($p < 0.05$) bajo una evaluación a nivel local. En la Tabla 7 se detallan los porcentajes totales alcanzados por las regiones con correlación significativa a nivel local.

Por ambos métodos se obtienen patrones espaciales similares de correlación y de significancia de la correlación a nivel local; pero si se evalúa la significancia a nivel global, ésta se pierde completamente, tal como ocurrió con el índice climático NAO invernal. Dado que los resultados a nivel local muestran agrupamientos espaciales de puntos de grilla (con correlación cruzada significativa) de considerable extensión que exceden las longitudes de correlación espacial, descartar la existencia de correlación cruzada no sería justificado. Estos agrupamientos espaciales significativos son los que se forman en el entorno de las submesetas norte y sur para el retardo 0. Entonces, bajo consideración de los resultados de ambos métodos (Pearson y Kendall) (ver Tabla 7) y lo antes señalado, es válido asumir la existencia de correlación cruzada cuando no hay retardo temporal alguno, o, dicho de otro modo, solo en el retardo 0 (*lag-0*).

Tabla 7. Porcentaje de puntos de grilla donde los coeficientes de correlación entre la PDMA y el índice EA invernal resultaron significativos a nivel local. Los valores sombreados resaltan el retardo en que se justifica la existencia de correlación cruzada.

	Retardo 0	Retardo 1	Retardo 2	Retardo 3	Retardo 4	Retardo 5
	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
Pearson	11.34	3.21	9.26	6.03	3.72	3.17
Kendall	9.31	2.36	5.98	3.39	3.47	3.41

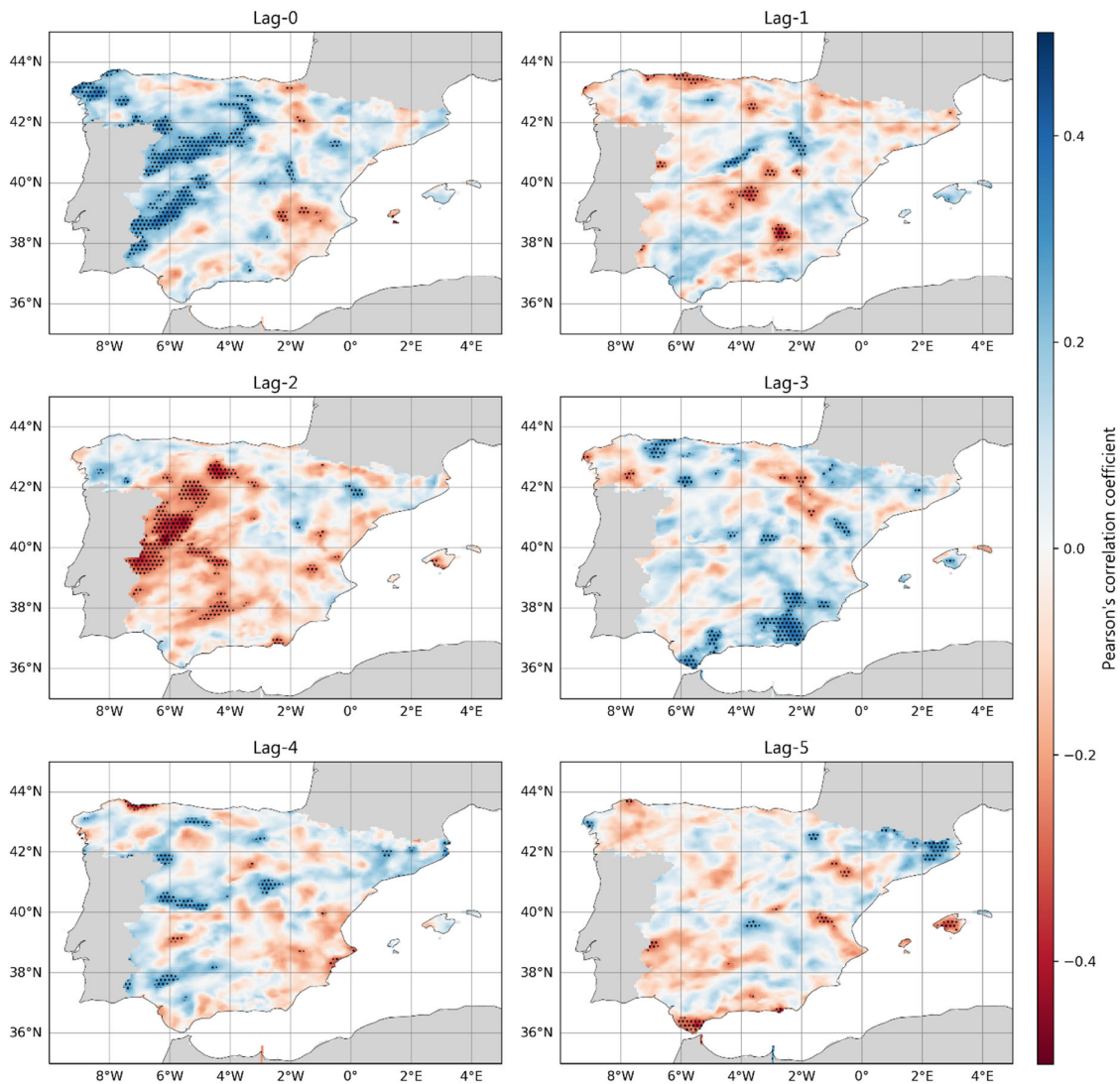


Figura 24. Distribución espacial del coeficiente de correlación de Pearson evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice EA invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.

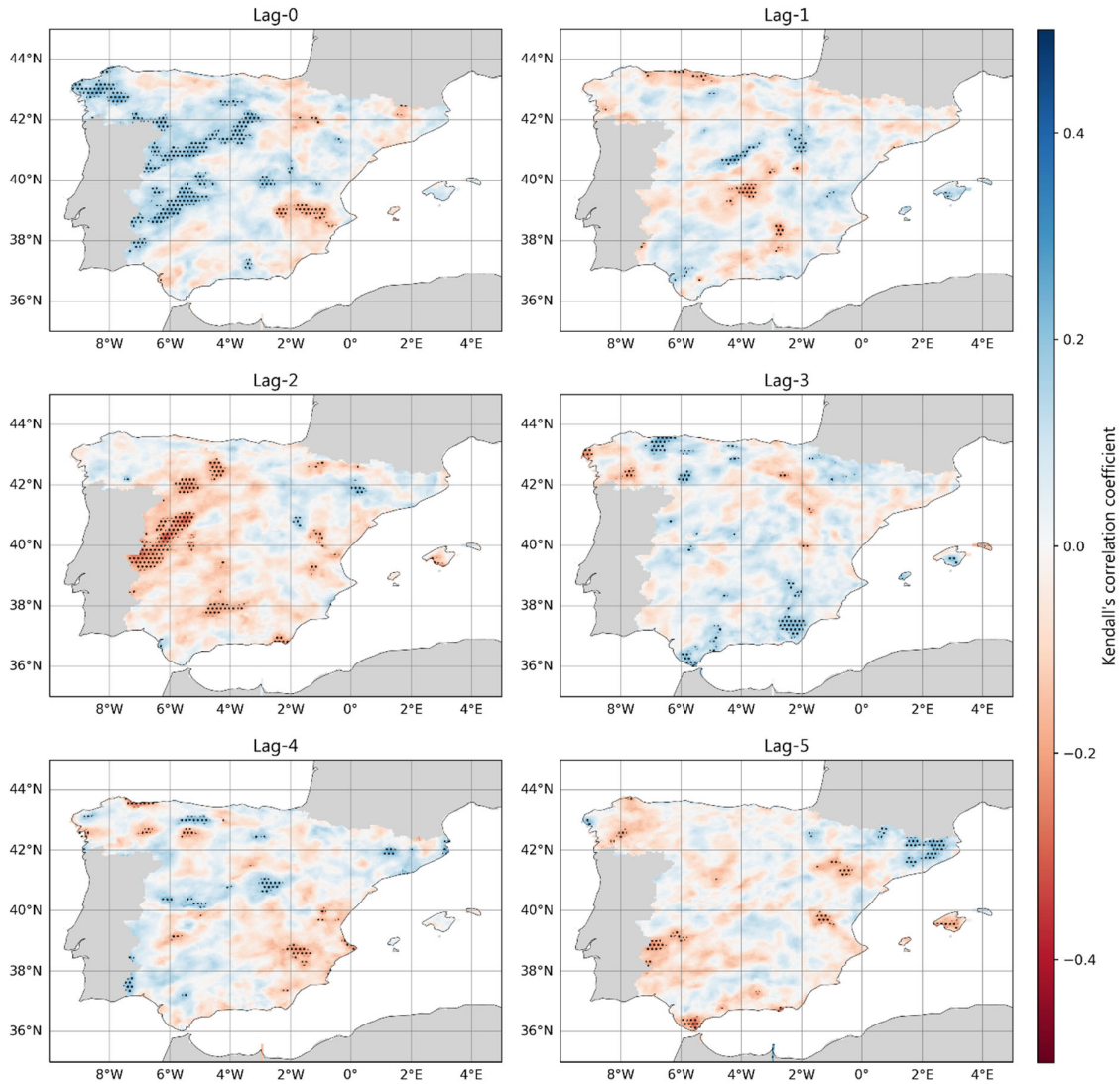


Figura 25. Distribución espacial del coeficiente de correlación de Kendall evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice EA invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.

5.4.3 Correlación entre la PDMA y el índice EAWR invernal

En las Figura 26 y Figura 27 se muestra la distribución espacial de los coeficientes de correlación de Pearson y Kendall, respectivamente, entre la PDMA y el índice climático EAWR invernal, resaltando en punteado las regiones donde la correlación es significativa ($p < 0.05$) bajo una evaluación a nivel local. La Tabla 8 detalla los porcentajes totales que alcanzan las regiones con correlación significativa a nivel local.

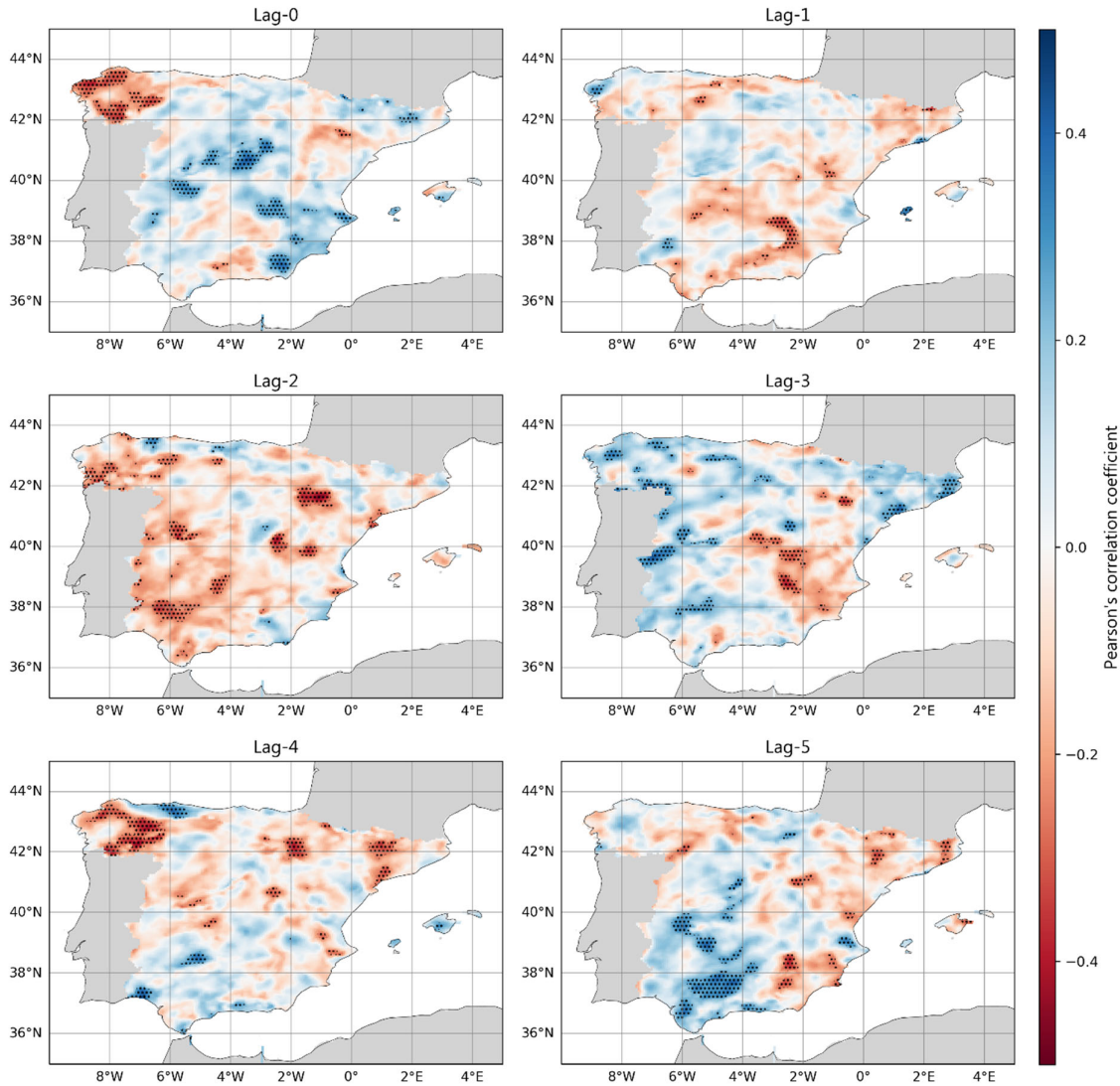


Figura 26. Distribución espacial del coeficiente de correlación de Pearson evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice EAWR invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.

Los patrones espaciales de las correlaciones estimadas por ambos métodos se asemejan, al igual que los agrupamientos espaciales de puntos con correlación significativa evaluada localmente. Tal como ocurrió con los índices NAO y EA invernal, al evaluar de forma global la significancia los agrupamientos espaciales significativos desaparecen en su totalidad; pero ello no puede conducir a concluir que no existe correlación cruzada, ya que los resultados a nivel local muestran la existencia de grandes agrupamientos de puntos (con correlación significativa) que exceden las longitudes de correlación espacial, y que podrían considerarse significativos. Un ejemplo es el agrupamiento que se forma en el extremo noroeste de España peninsular (frente al Atlántico) para un retardo 0. Entonces, considerando los resultados de

ambos métodos (Pearson y Kendall) (ver Tabla 8) y lo previamente señalado, se puede asumir la existencia de correlación cruzada cuando no hay retardo temporal, es decir, solo en el retardo 0 (*lag-0*).

Tabla 8. Porcentaje de puntos de grilla donde los coeficientes de correlación entre la PDMA y el índice EAWR invernal resultaron significativos a nivel local. Los valores sombreados resaltan el retardo en que se justifica la existencia de correlación cruzada.

	Retardo 0	Retardo 1	Retardo 2	Retardo 3	Retardo 4	Retardo 5
	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
Pearson	8.13	2.62	7.13	7.37	6.96	8.06
Kendall	7.98	3.22	7.97	7.97	8.45	5.00

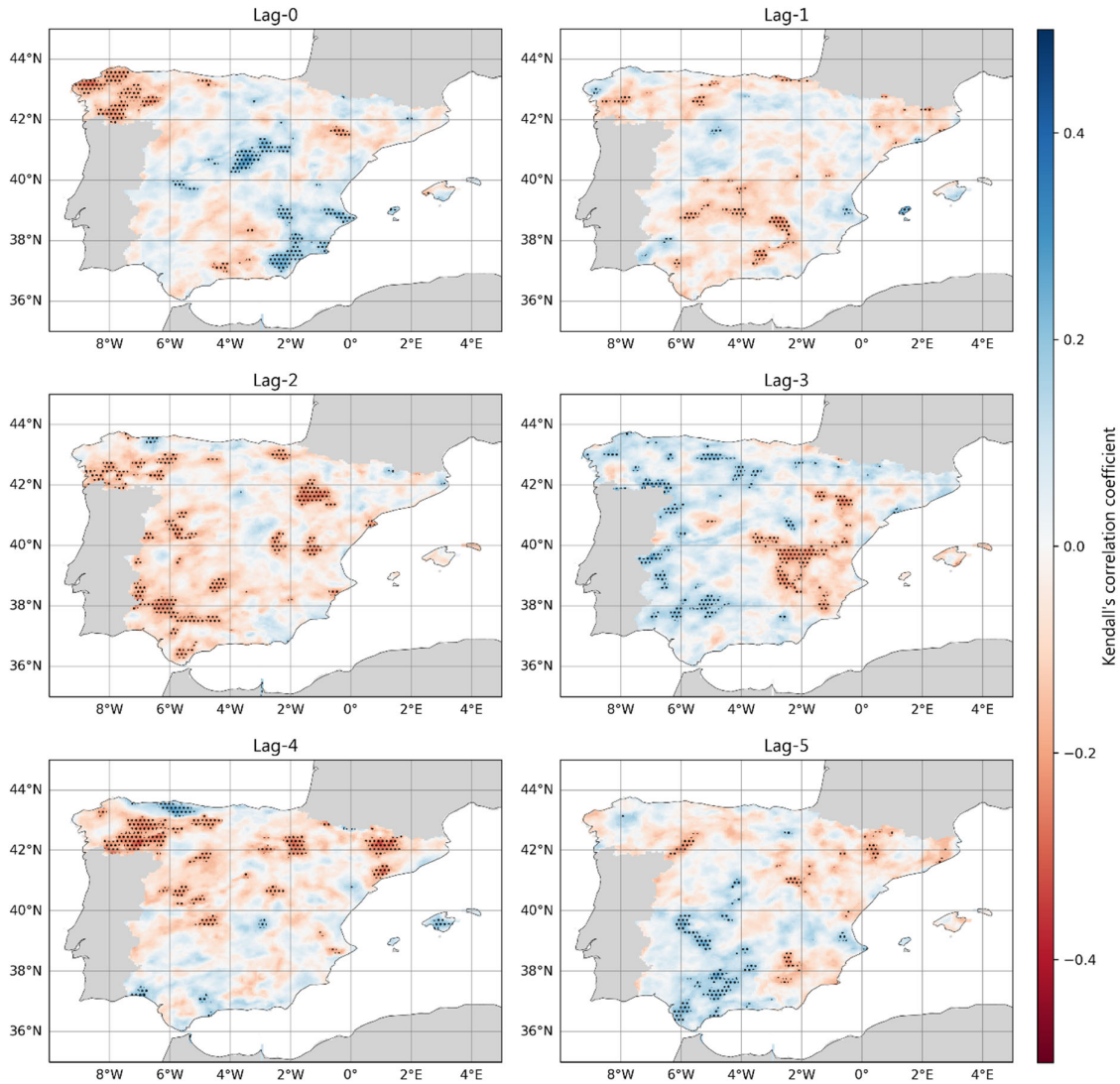


Figura 27. Distribución espacial del coeficiente de correlación de Kendall evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice EAWR invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.

5.4.4 Correlación entre la PDMA y el índice SCA invernal

La distribución espacial de los coeficientes de correlación de Pearson y Kendall entre la PDMA y el índice climático SCA invernal, es mostrada en las Figura 28 y Figura 29, respectivamente; donde además se ha resaltado en punteado las regiones con correlación significativa ($p < 0.05$) a nivel local. En la Tabla 9 se detallan los porcentajes totales alcanzados por las regiones con correlación significativa local. Al evaluar la significancia global las regiones significativas desaparecen.

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

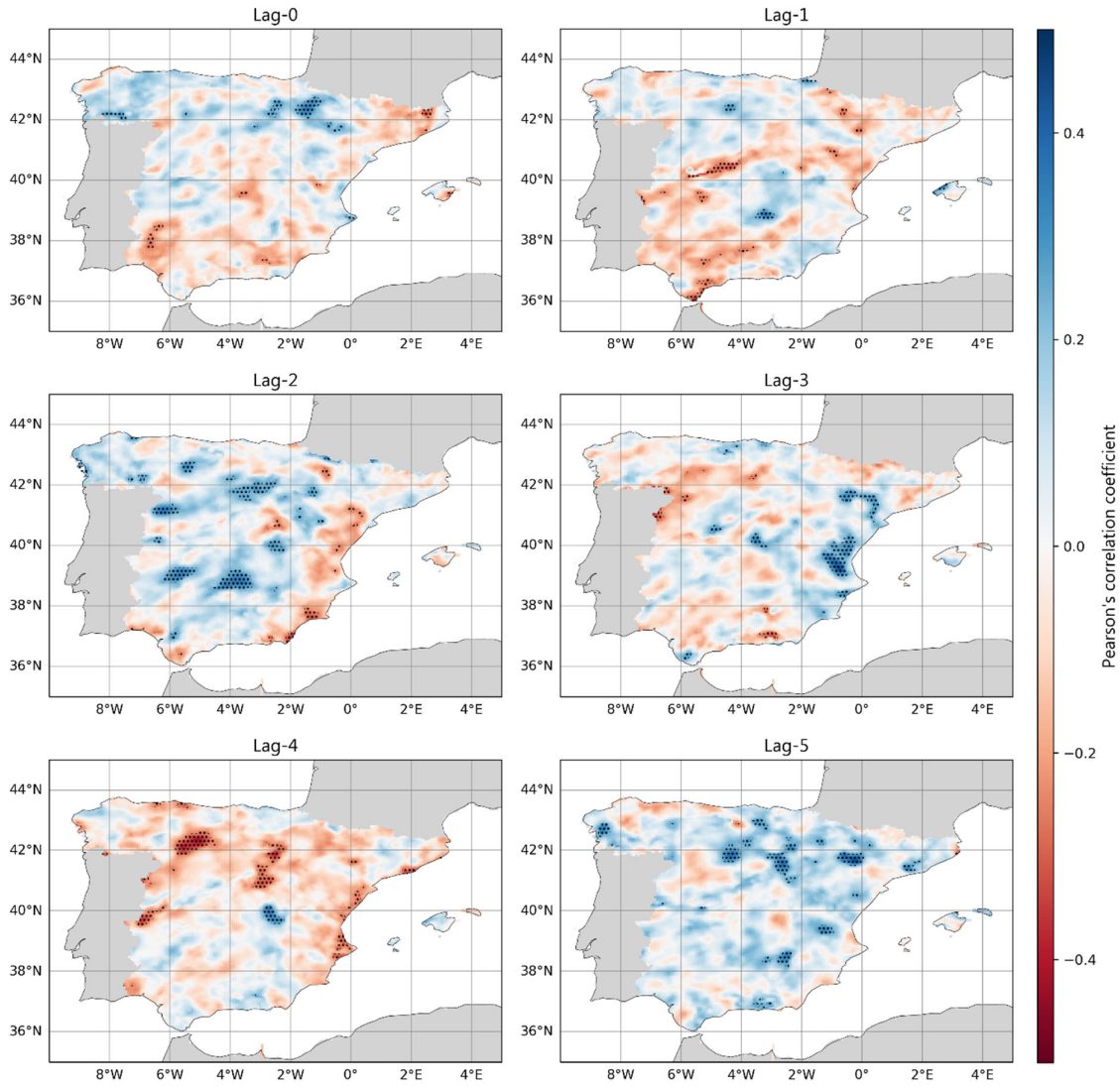


Figura 28. Distribución espacial del coeficiente de correlación de Pearson evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice SCA invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.

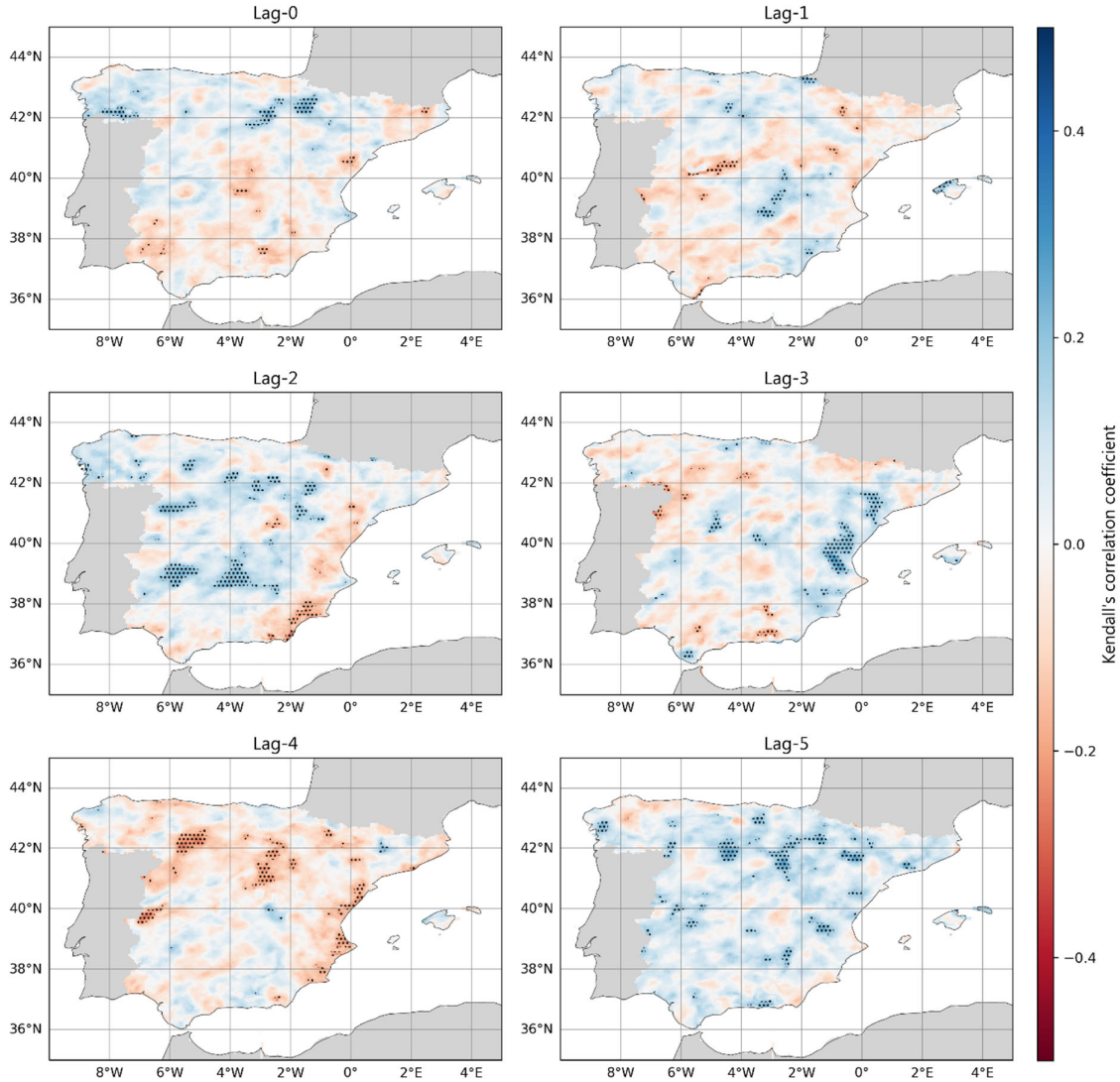


Figura 29. Distribución espacial del coeficiente de correlación de Kendall evaluado a nivel local entre la PDMA y el índice SCA invernal. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa.

Tabla 9. Porcentaje de puntos de grilla donde los coeficientes de correlación entre la PDMA y el índice SCA invernal resultaron significativos a nivel local.

	Retardo 0	Retardo 1	Retardo 2	Retardo 3	Retardo 4	Retardo 5
	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
Pearson	2.08	2.25	5.46	3.58	4.13	3.86
Kendall	2.58	2.29	6.01	4.01	4.24	5.20

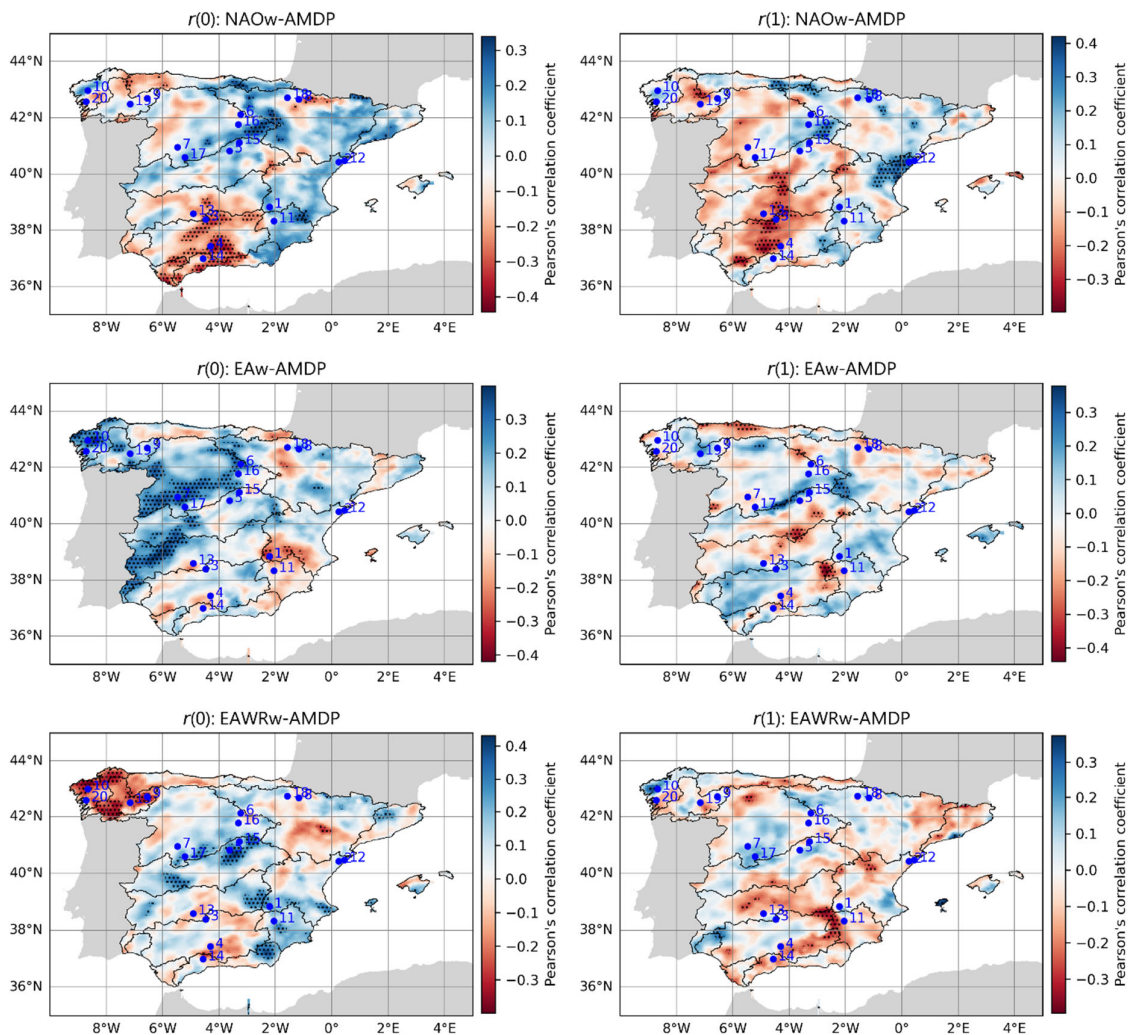
Los resultados obtenidos por ambos métodos muestran claramente que no existe correlación cruzada. Aún si se inspeccionan los patrones espaciales resultantes de la evaluación

local, los agrupamientos de puntos con correlación significativa no logran alcanzar dimensiones suficientes como para considerar la existencia de correlación cruzada.

5.5 Modelación no estacionaria de las precipitaciones extremas en puntos representativos

En esta sección se detallan y discuten los resultados de la modelación no estacionaria en 20 puntos representativos del territorio español. Los puntos elegidos se muestran en las Figura 30 y Figura 31, con fondos de color que corresponden a la distribución espacial del coeficiente de correlación de Pearson y Kendall, respectivamente.

Los puntos representativos del 1 al 10 se eligieron principalmente al interior de regiones espacialmente amplias con correlación cruzada significativa, y donde además se detectaron no estacionariedades significativas (cambios abruptos y/o tendencias). El criterio seguido para la elección de los puntos del 11 al 20 fue su cercanía a los puntos 1 al 10, y que en ellos no se hayan detectado no estacionariedades y correlaciones cruzadas significativas. Ver Tabla 10.



Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

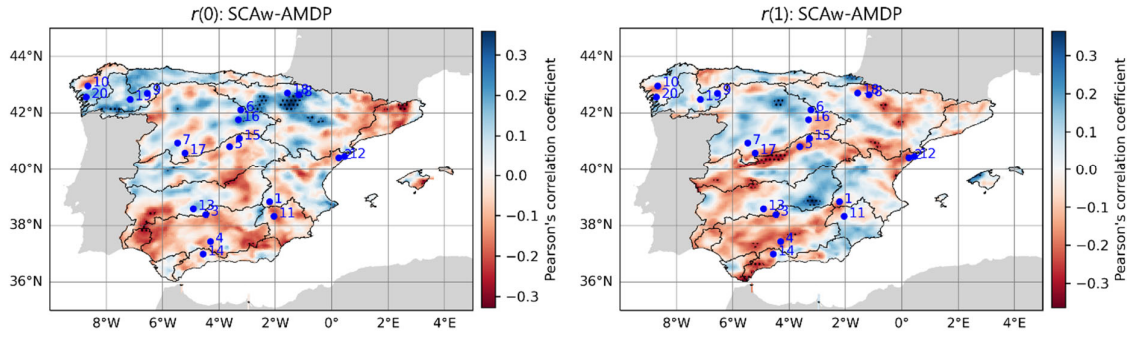
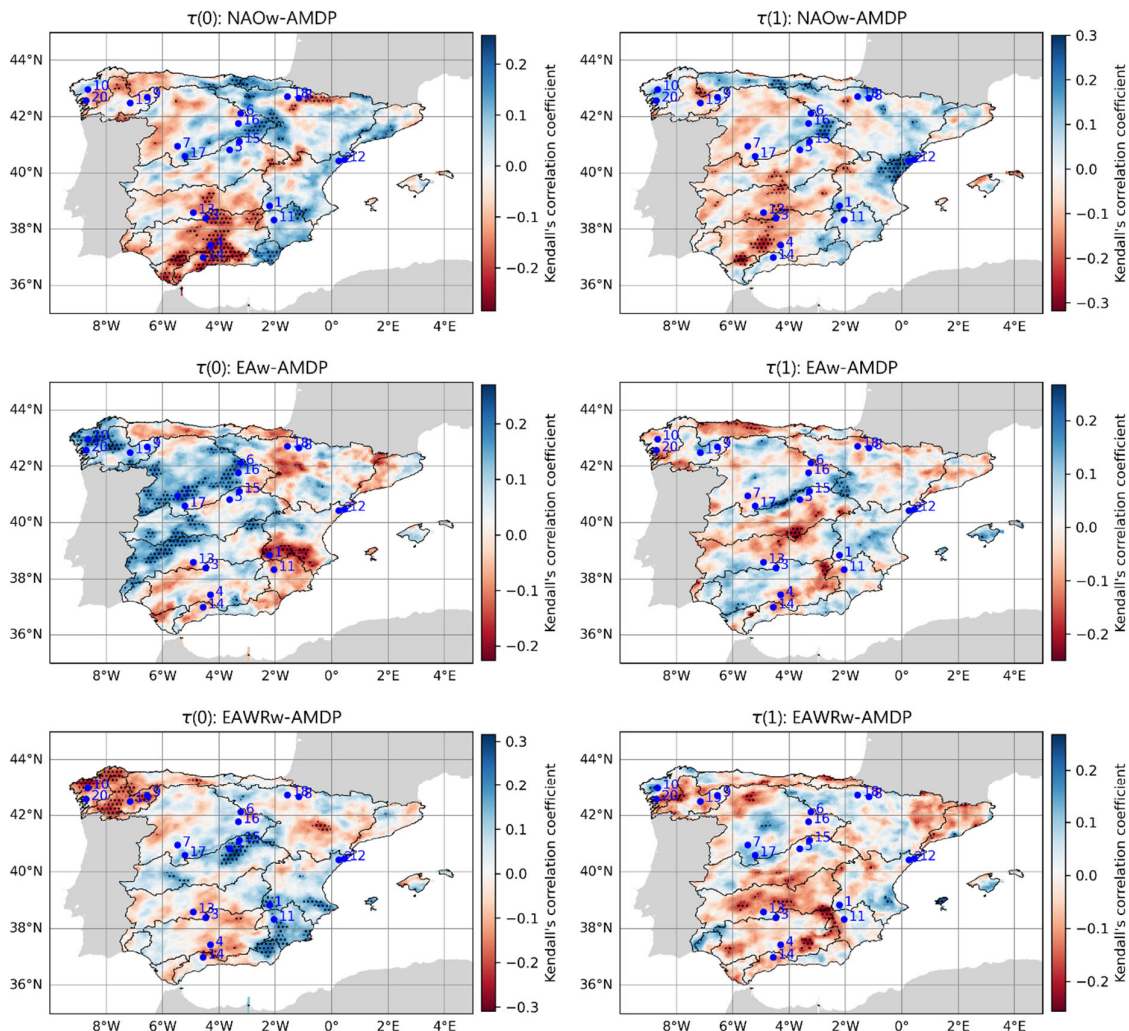


Figura 30. Ubicación de los 20 puntos representativos elegidos para la modelación no estacionaria de la PDMA. El fondo de color corresponde a la distribución espacial del coeficiente de correlación de Pearson evaluado a nivel local entre la PDMA y los índices climáticos invernales NAO, EA, EAWR y SCA. El punteado resalta las regiones donde la correlación es estadísticamente significativa. Las líneas de trazo negro corresponden a los límites de las confederaciones hidrográficas.



Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

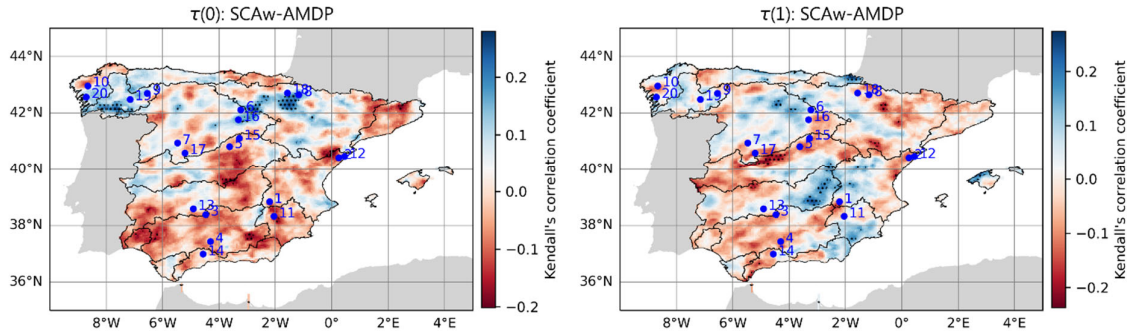


Figura 31. Igual que en la Figura 30 pero con un fondo de color asociado al coeficiente de correlación de Kendall.

Tabla 10. Localización de los puntos representativos elegidos para la modelación no estacionaria; además, correlaciones cruzadas significativas a nivel local, y no estacionariedades detectadas a nivel local (NEL) y global (NEG) para las series de PDMA.

Punto	Lat. [°]	Long. [°]	Confederación Hidrográfica	Pearson (*)		Kendall (*)		NEL (**)	NEG (**)
				Retardo 0	Retardo 1	Retardo 0	Retardo 1		
1	38.84	-2.21	Júcar	8	0	8	0	T	T
2	40.43	0.25	Júcar	0	1	0	1	T	T
3	38.39	-4.47	Guadiana	1	1	1	0	PC-T	PC-T
4	37.44	-4.30	Guadalquivir	1	1	1	0	PC	PC
5	40.83	-3.62	Tajo	3	0	3	0	T	0
6	42.12	-3.24	Duero	2	0	2	0	PC-T	PC-T
7	40.95	-5.47	Duero	2	0	2	0	0	0
8	42.65	-1.17	Ebro	4	0	4	0	PC-T	PC-T
9	42.70	-6.54	Miño-Sil	3	0	3	0	PC-T	PC-T
10	42.97	-8.66	Galicia Costa	8	3	8	3	PC-T	PC-T
11	38.33	-2.05	Segura	0	0	0	0	0	0
12	40.47	0.45	Júcar	0	0	0	0	0	0
13	38.60	-4.91	Guadiana	0	0	0	0	0	0
14	36.99	-4.56	Cuencas Mediterráneas Andaluzas	0	0	0	0	0	0
15	41.12	-3.28	Tajo	0	0	0	0	0	0
16	41.77	-3.32	Duero	0	0	4	0	0	0
17	40.60	-5.21	Duero	0	0	0	0	0	0
18	42.72	-1.58	Ebro	0	0	0	0	0	0
19	42.49	-7.15	Miño-Sil	0	0	0	0	0	0
20	42.57	-8.71	Galicia Costa	0	0	0	0	0	0

(*) Los números significan: 0: no existe correlación significativa, 1: existe correlación significativa con el índice NAO invernal, 2: existe correlación significativa con el índice EA invernal, 3: existe correlación significativa con el índice EAWR invernal, 4: existe correlación significativa con el índice SCA invernal, 8: existe correlación significativa con los índices EA y EAWR invernales. (**) Las letras significan: T: tendencia, PC: punto de cambio, PC-T: punto de cambio y tendencia detectados simultáneamente, 0: no se detectó tendencia ni punto de cambio.

5.5.1 Modelación considerando como predictores a los índices climáticos sin retardo

5.5.1.1 Análisis exploratorio

Las series temporales de PDMA de los 20 puntos representativos son mostradas en las Figura 32, Figura 33, Figura 34 y Figura 35, junto con sus histogramas y funciones de densidad (marginales) estimadas por Kernel. Es importante observar el comportamiento de la PDMA en cada punto de interés, pues a partir de ello ya se puede anticipar o formar una idea del tipo de función de densidad de probabilidad que mejor podría representar el comportamiento local. Las funciones de densidad muestran que, en general, en los puntos evaluados, la PDMA se distribuye bajo una asimetría positiva. Por su parte, las series de tiempo revelan que, en muchos casos, la suposición de una tendencia monótona o punto de cambio puede ser muy limitada, dado el patrón más complejo descrito por las series.

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

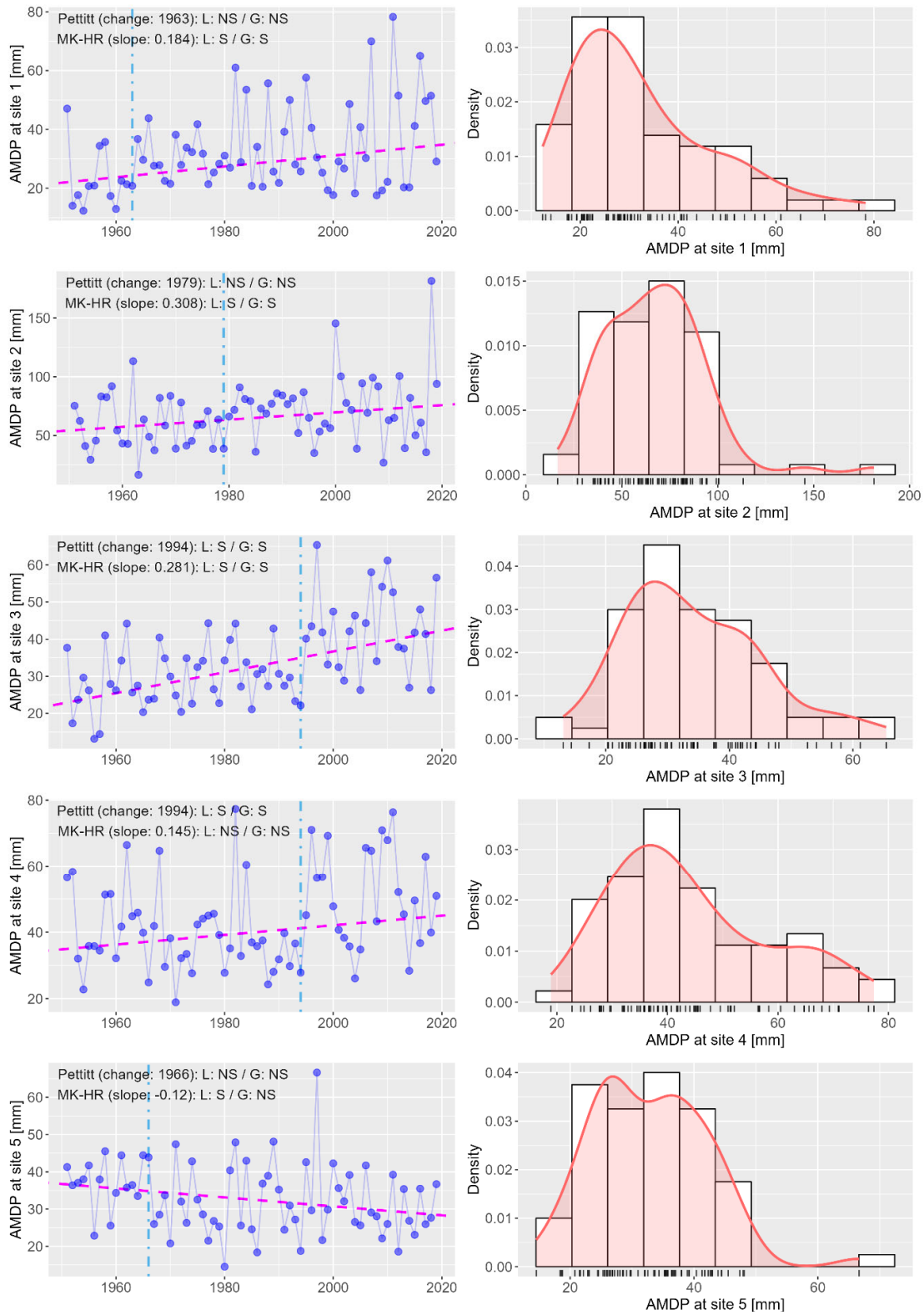


Figura 32. Series de PDMA de los puntos representativos 1 al 5, con los resultados del análisis de puntos de cambio y tendencias superpuestas (columna izquierda). Histogramas y funciones de densidad estimadas por Kernel de la PDMA (columna derecha).

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

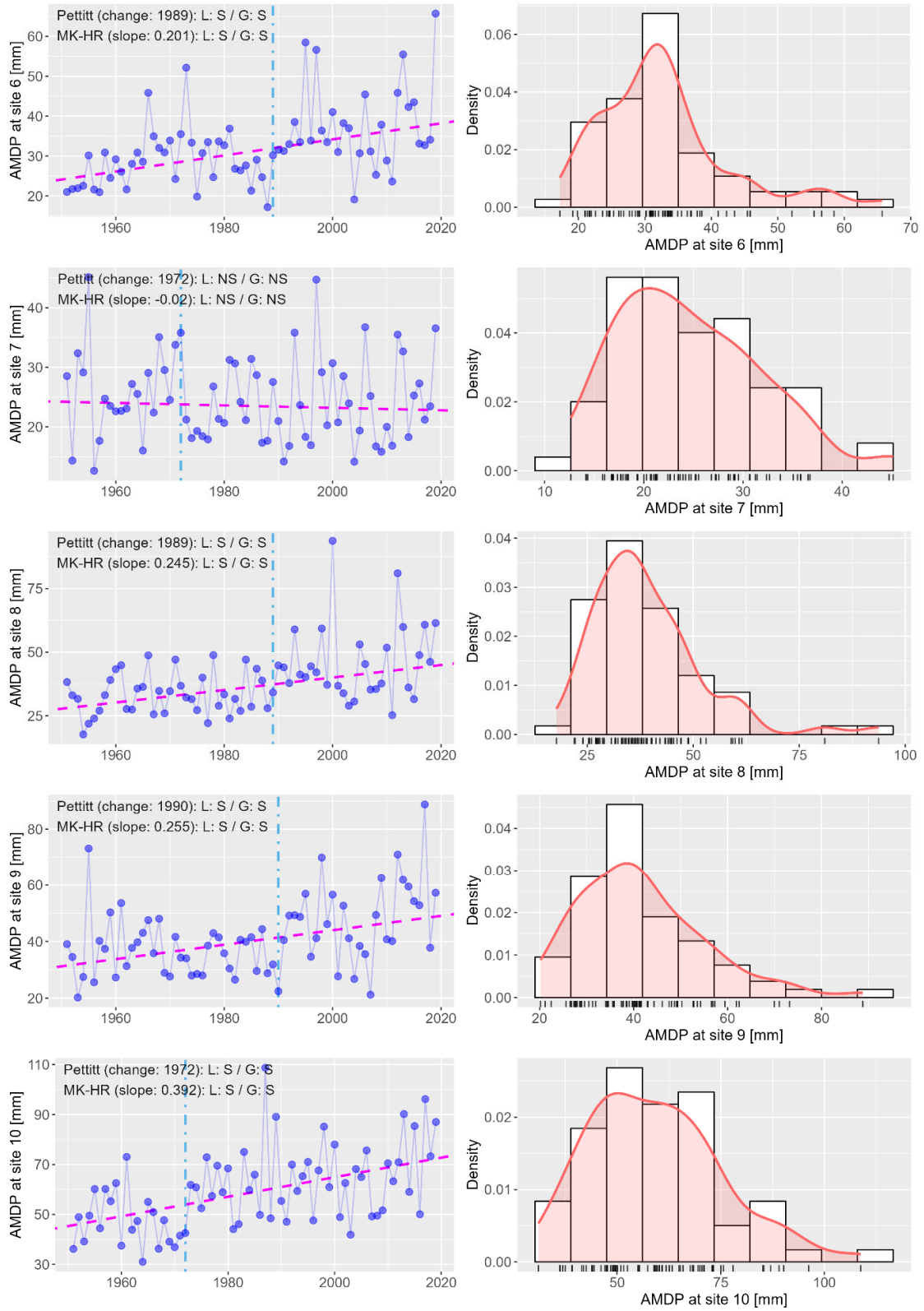


Figura 33. Igual que en la Figura 32 pero para los puntos representativos 6 al 10.

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

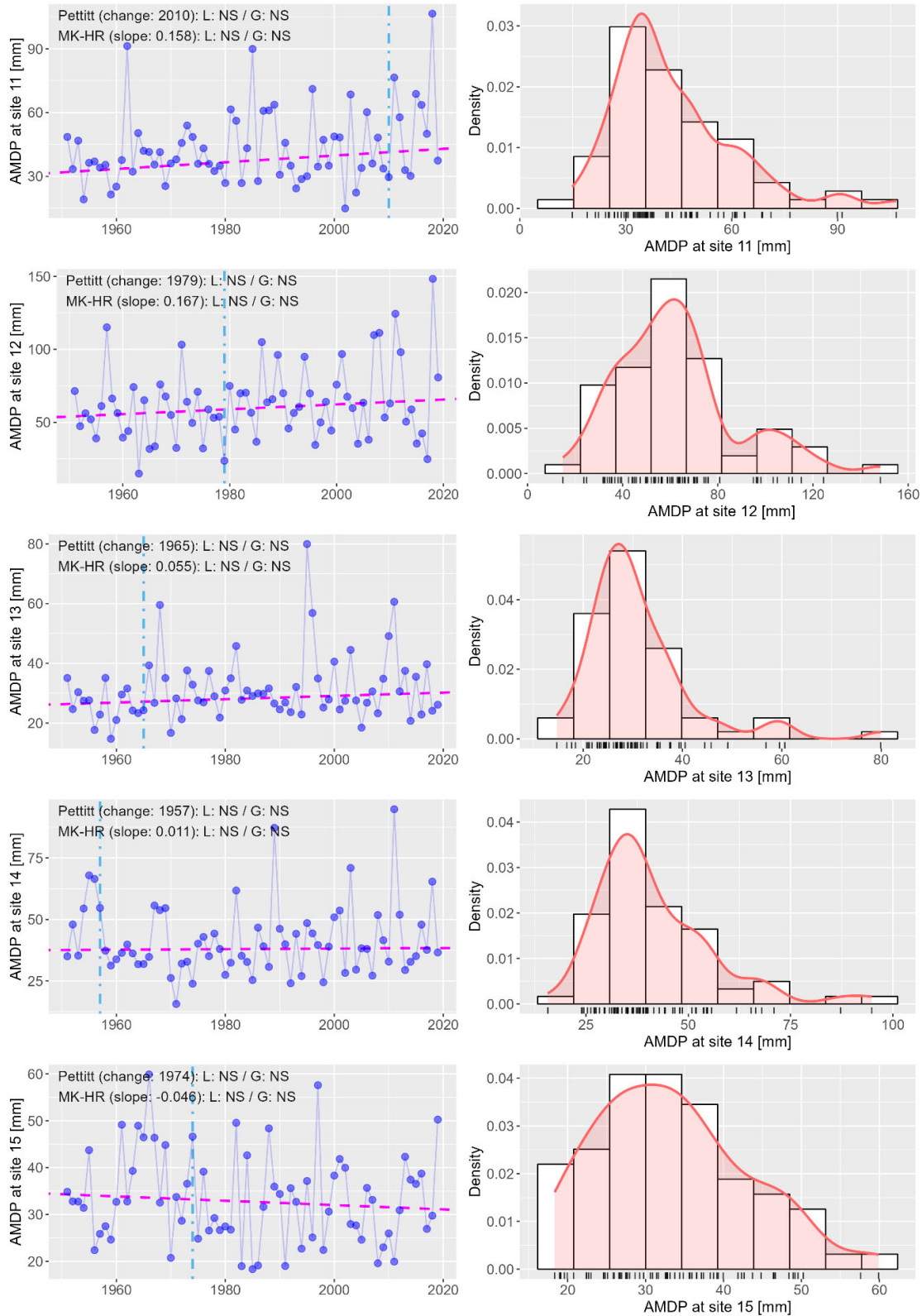


Figura 34. Igual que en la Figura 32 pero para los puntos representativos 11 al 15.

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

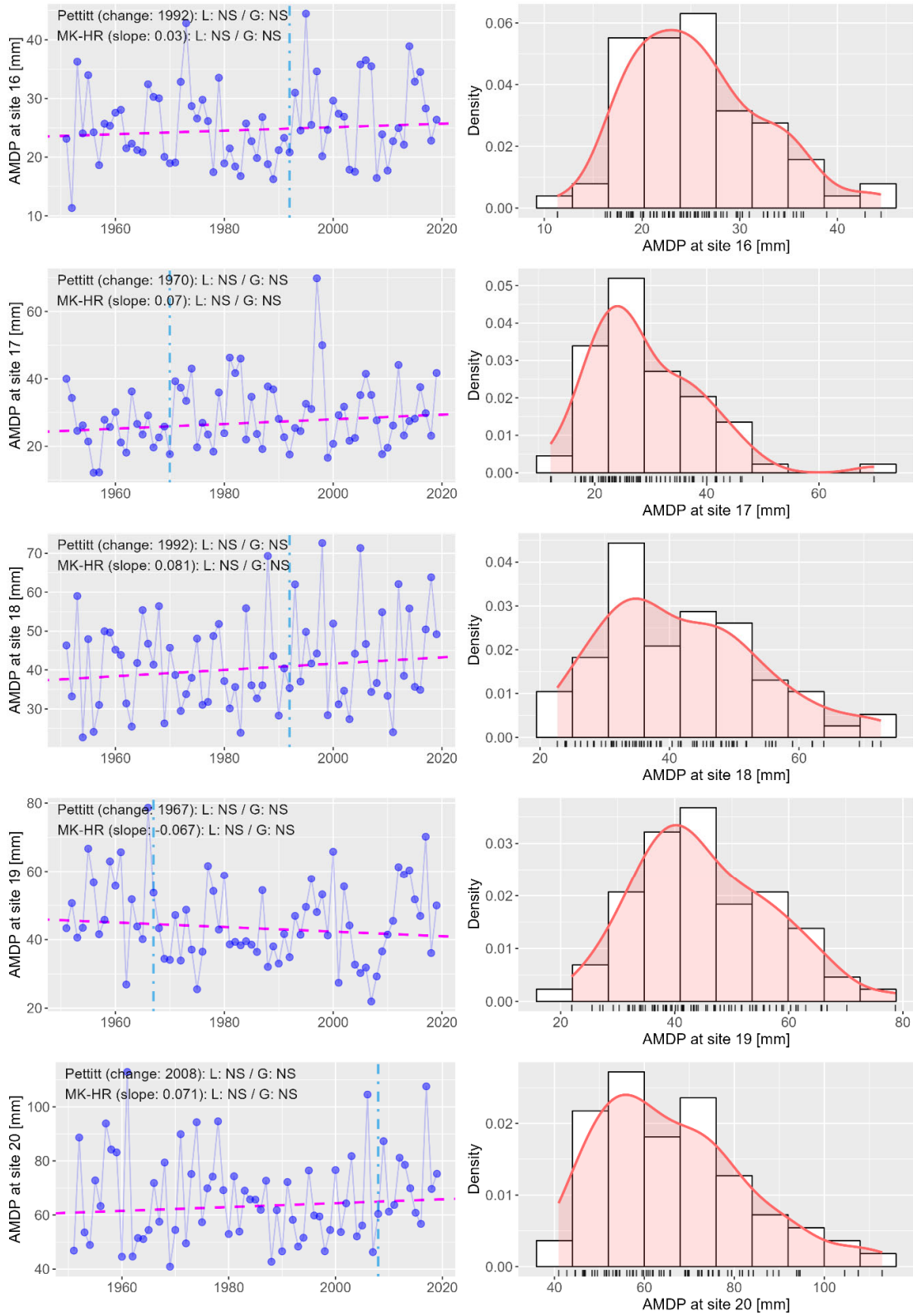


Figura 35. Igual que en la Figura 32 pero para los puntos representativos 16 al 20.

5.5.1.2 Modelos finales

En esta sección se detallan los modelos no estacionarios adoptados para las series de PDMA de los 20 puntos representativos, y que tienen como predictores a los índices climáticos sin retardo. Dado que solo se reportan los modelos finales, se explicará, a modo de ejemplo, el proceso que se siguió para obtener el modelo no estacionario final del punto representativo 1, proceso que fue aplicado de forma similar para los 19 puntos restantes.

Considerando 6 FDP ampliamente usadas en hidrología (Log-Normal (LOGNO), Gamma (GA), Weibull (WEI), Gumbel de asimetría positiva (RG), Logística (LO) y Gamma Generalizada (GG)), se construyeron modelos estacionarios (parámetros constantes) y se calcularon sus correspondientes AIC; seguidamente, partiendo de estos modelos estacionarios y previo planteamiento de un conjunto de términos aditivos (NAO_w , EAW , $EAWR_w$, $SCAW$, $cs(NAO_w)$, $cs(EAW)$, $cs(EAWR_w)$ y $cs(SCAW)$); w significa invernal y cs hace referencia a la función de suavización tipo *spline* cúbico), se realizó un proceso de selección con el fin de encontrar un conjunto de términos aditivos con el que se logre la mayor reducción del AIC. Todo ese proceso se efectuó con la ayuda de la función *stepGAICAll.A* del paquete GAMLSS (ver sección 3.7.3). Es preciso indicar que en los casos donde el término aditivo fue una función de suavización tipo *spline* cúbico (función usada en el presente trabajo, también hay otras), los grados de libertad efectivos empleados fueron los que propone por defecto el paquete GAMLSS, es decir, tres grados de libertad; sin embargo, en algunos casos (de los modelos finales) éstos se optimizaron, intentando simplificar los modelos que contenían aquellos *splines* cúbicos. Los resultados del proceso explicado para el caso de la serie de PDMA del punto representativo 1, se muestran en la Tabla 11.

Tabla 11. Resumen de los seis modelos estacionarios y no estacionarios construidos para la serie de PDMA en el punto representativo 1: AIC de los modelos estacionarios (AIC-E), AIC de los modelos no estacionarios (AIC-NE), grados de libertad del ajuste (GL), parámetros (Par.) y estructura de los modelos. El número en negrita resalta el AIC del modelo no estacionario elegido. Los modelos en la tabla están ordenados en función de su AIC-NE, de menor a mayor.

FDP	AIC-E	AIC-NE	GL	Par.	Estructura del modelo (*)
WEI	542.192	510.778	12	θ_1	$3.559 + 0.214 \cdot NAO_w + 0.222 \cdot EAWR_w + 0.155 \cdot SCAW - 0.057 \cdot EAW$
				θ_2	$1.247 + cs(EAW, 3) - 0.689 \cdot SCAW - 0.452 \cdot NAO_w$
LOGNO	528.421	511.639	6	θ_1	$3.434 + 0.155 \cdot NAO_w + 0.222 \cdot EAWR_w$
				θ_2	$-1.089 + 0.498 \cdot SCAW + 0.308 \cdot NAO_w$

GG	528.920	511.940	11	θ_1	$3.312 + 0.086 \cdot NAO_w + 0.219 \cdot EAWR_w$
				θ_2	$-1.261 + cs(EA_w, 3) + 0.435 \cdot SCA_w + 0.276 \cdot NAO_w$
				θ_3	-1.782
GA	532.574	514.427	7	θ_1	$3.517 + 0.194 \cdot NAO_w + 0.240 \cdot EAWR_w + 0.127 \cdot SCA_w$
				θ_2	$-1.100 + 0.488 \cdot SCA_w + 0.327 \cdot NAO_w$
RG	530.149	515.664	9	θ_1	$25.995 + 5.669 \cdot EAWR_w$
				θ_2	$2.043 + cs(EA_w, 3) + 0.336 \cdot SCA_w + 0.243 \cdot NAO_w$
LO	547.369	528.371	6	θ_1	$32.301 + 4.757 \cdot NAO_w + 5.830 \cdot EAWR_w$
				θ_2	$1.892 + 0.514 \cdot SCA_w + 0.498 \cdot NAO_w$

(*) Los *splines* cúbicos denotados por $cs(\cdot)$ y que aparecen en algunas estructuras regresivas, son funciones de la covariable que tienen como argumento. El número al interior de $cs(\cdot)$ indica los grados de libertad efectivos. El w después del nombre de los índices indica que ellos corresponden a promedios invernales.

Una vez que los modelos no estacionarios son ajustados a partir de los datos (series observadas de PDMA e índices climáticos), es necesario evaluar la calidad del ajuste empleando herramientas de diagnóstico sobre sus residuales, entre ellos: diagramas de gusano, histogramas, gráficos cuantil-cuantil. En las Figura 36, Figura 37 y Figura 38 se muestran estos gráficos para los 6 modelos evaluados en el punto 1. La elección del modelo no estacionario que mejor representa a la serie de PDMA se basó en una decisión de compromiso entre minimizar el AIC (del conjunto de modelos no estacionarios y del mejor ajuste estacionario, es decir, el de menor AIC) y contar con un modelo sencillo en términos de grados de libertad (modelo con menor número de parámetros, en concordancia con el principio de parsimonia), teniendo como respaldo, por supuesto, el satisfactorio comportamiento de los residuales. En línea con lo anterior, el modelo no estacionario elegido en el punto representativo 1 fue el que resulta de emplear la distribución Log-Normal, con $AIC = 511.639$ y 6 grados de libertad totales.

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

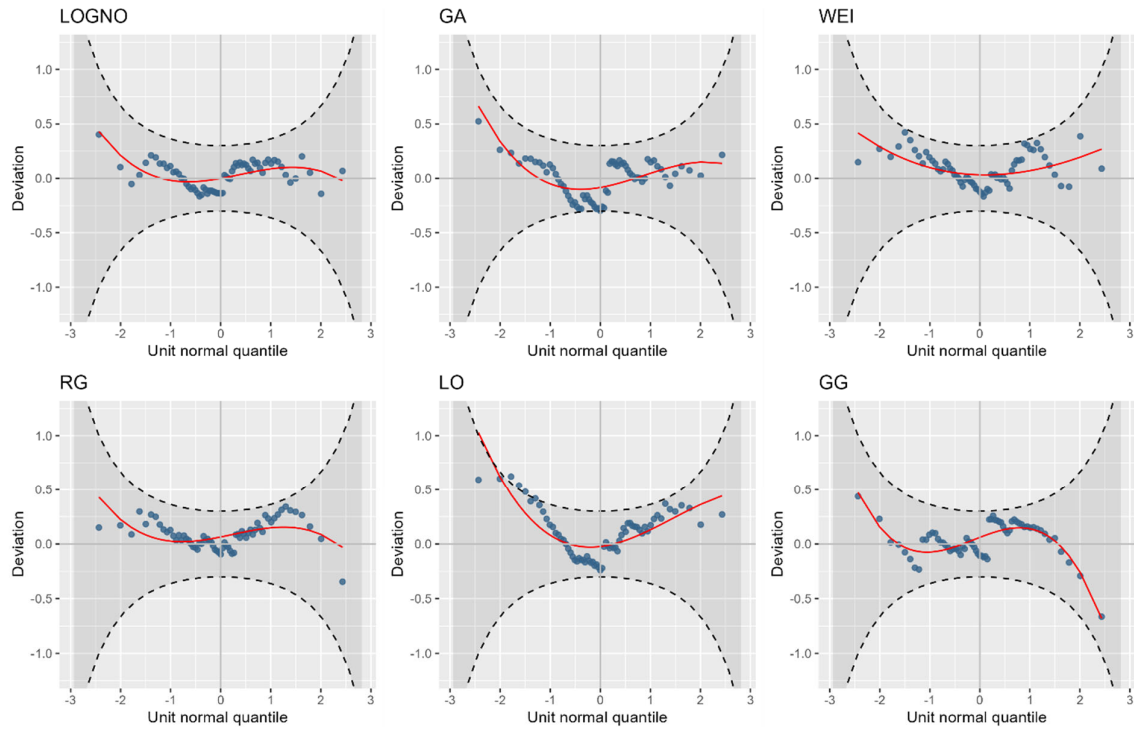


Figura 36. Diagramas de gusano de los residuales de los 6 modelos no estacionarios ajustados para la serie de PDMA en el punto representativo 1.

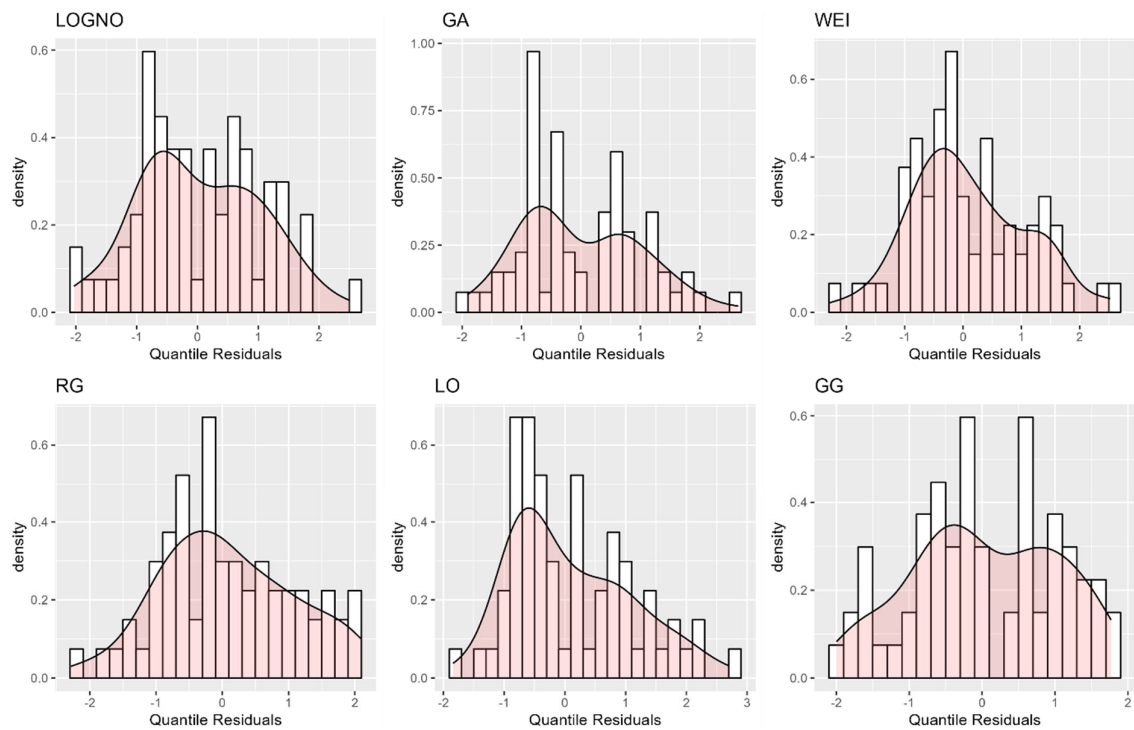


Figura 37. Histogramas de los residuales de los 6 modelos no estacionarios ajustados para la serie de PDMA en el punto representativo 1.

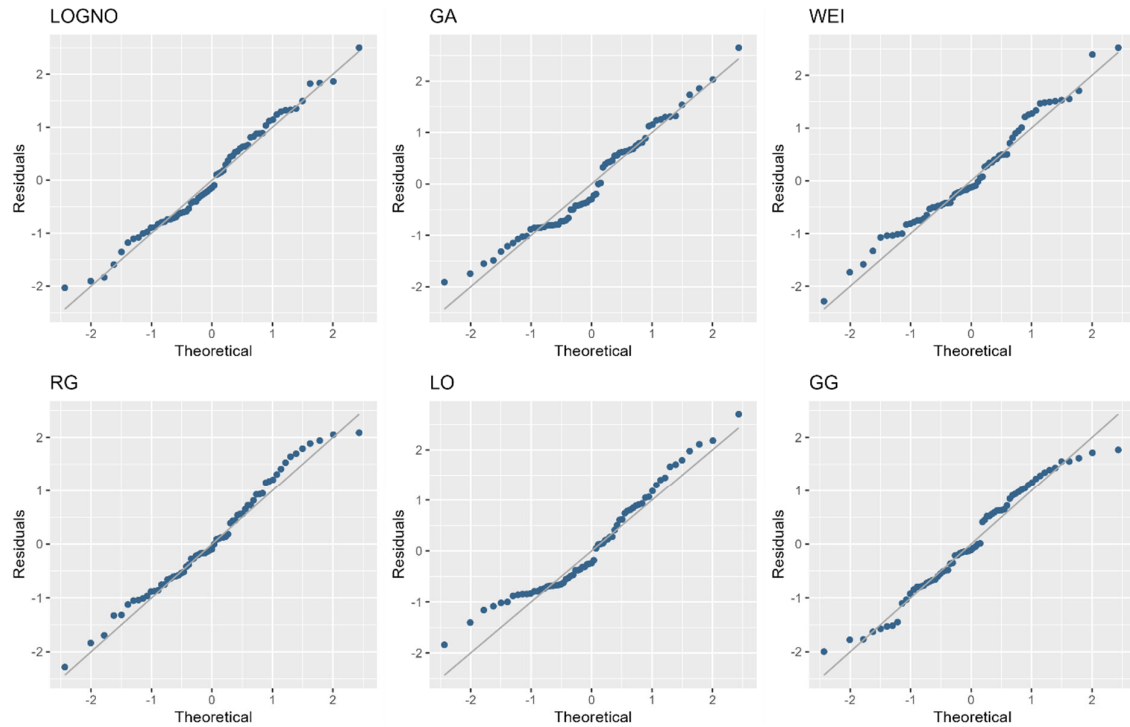


Figura 38. Gráficos cuantil-cuantil de los residuales de los 6 modelos no estacionarios ajustados para la serie de PDMA en el punto representativo 1.

Siguiendo el mismo procedimiento y criterios descritos para elegir el modelo representativo de la PDMA en el punto 1, se obtuvieron los modelos en los 19 puntos restantes (tener presente que, en cada punto, previo a la definición del modelo final, se evaluaron 6 modelos candidatos con sus correspondientes estructuras regresivas, las que se determinaron tras una búsqueda de los mejores términos aditivos lineales y tipo *spline*). El resumen de estos resultados se detalla en la Tabla 12; siendo importante precisar que los ajustes se efectuaron en el periodo 10/1953-9/2020 (67 años hidrológicos). Los diagramas de gusano, histogramas y gráficos cuantil-cuantil de los residuales para cada uno de los modelos finales de los 20 puntos representativos son mostrados en las Figura 39, Figura 40, Figura 41 y Figura 42.

Elegidos los modelos para los 20 puntos representativos, prosiguió su uso en predicción empleando los índices climáticos proyectados por los 24 modelos climáticos considerados (ver Tabla 4). En las Figura 43 y Figura 44, además de los ajustes conseguidos en cada punto representativo, se muestran los resultados de predicción asociados al modelo climático ACCESS-CM2 (elegido a modo de ejemplo para resaltar la variabilidad de las predicciones que pueden presentar cada uno de los modelos), así como a todo el conjunto de modelos (*ensemble*). En este último caso, se muestran las medianas de los cuantiles 0.025, 0.5 y 0.975 de las

predicciones de PDMA que se derivan de emplear los índices proyectados de los 24 modelos climáticos.

Tabla 12. Resumen de los modelos (estacionarios y no estacionarios) adoptados para las series de PDMA en los 20 puntos representativos, considerando como predictores a los índices climáticos sin retardo.

Punto	FDP	AIC-E	AIC-NE	GL	Par.	Estructura del modelo adoptado (**)
1	LOGNO	528.421	511.639	6	θ_1	$3.434 + 0.155 \cdot NAOw + 0.222 \cdot EAWRw$
					θ_2	$-1.089 + 0.498 \cdot SCAw + 0.308 \cdot NAOw$
2	RG	626.705	623.282	3	θ_1	$56.896 + 6.606 \cdot NAOw$
					θ_2	3.027
3	GA	509.627	507.384	3	θ_1	$3.553 + 0.086 \cdot EAw$
					θ_2	-1.180
4	LOGNO	539.202 (*)	522.229	10	θ_1	$3.703 + cs(NAOw, 2)$
					θ_2	$-1.327 + cs(EAw, 3) + 0.277 \cdot NAOw$
5	WEI	494.420 (*)	472.068	11	θ_1	$3.607 + cs(EAw, 3) + 0.193 \cdot EAWRw$
					θ_2	$1.623 + cs(EAWRw, 3)$
6	GG	483.709 (*)	467.206	7	θ_1	$3.443 + 0.155 \cdot EAw$
					θ_2	$-1.518 + cs(SCAw, 2)$
					θ_3	-1.962
7	LOGNO	449.596	447.669	4	θ_1	$3.180 + 0.081 \cdot EAw$
					θ_2	$-1.339 + 0.239 \cdot SCAw$
8	LOGNO	520.824 (*)	500.781	10	θ_1	$3.665 + 0.113 \cdot EAw + 0.163 \cdot SCAw$ $+ 0.091 \cdot NAOw$
					θ_2	$-1.490 - 0.391 \cdot EAWRw + cs(SCAw, 3)$
9	LOGNO	531.261	522.387	10	θ_1	$3.688 + cs(NAOw, 3) + cs(EAWRw, 2)$ $+ 0.078 \cdot EAw$
					θ_2	-1.353
10	GA	557.921 (*)	530.475	5	θ_1	$4.111 + 0.122 \cdot EAw + 0.093 \cdot NAOw$ $- 0.114 \cdot EAWRw$
					θ_2	-1.600
11	LOGNO	560.515	553.091	5	θ_1	3.699
					θ_2	$-1.028 + cs(SCAw, 2)$
12	GA	619.881 (*)	619.881	2	θ_1	4.139
					θ_2	-0.905
13	RG	485.427	468.196	9	θ_1	26.830

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

Punto	FDP	AIC-E	AIC-NE	GL	Par.	Estructura del modelo adoptado (**)
					θ_2	$1.659 + cs(SCAw, 3) + cs(EAw, 2)$
14	LOGNO	534.454 (*)	526.892	7	θ_1	3.688
					θ_2	$-1.218 + 0.310 \cdot NAOw + cs(EAWRw, 3)$
15	LOGNO	493.802	493.802	2	θ_1	3.468
					θ_2	-1.231
16	LOGNO	438.590 (*)	437.043	3	θ_1	$3.209 + 0.089 \cdot SCAw$
					θ_2	-1.424
17	RG	488.416	479.751	9	θ_1	$24.741 + 1.957 \cdot NAOw + 1.275 \cdot EAw$
					θ_2	$1.965 + cs(EAw, 3) + 0.332 \cdot EAWRw$
18	GA	522.729 (*)	508.908	9	θ_1	$3.738 + cs(SCAw, 3)$
					θ_2	$-1.508 + cs(EAw, 1) - 0.302 \cdot EAWRw$
19	GA	522.023	520.479	3	θ_1	$3.799 - 0.091 \cdot EAWRw$
					θ_2	-1.368
20	RG	557.362	550.531	7	θ_1	$59.666 + cs(SCAw, 3) + 3.721 \cdot EAw$
					θ_2	2.403

(*) No corresponde al mínimo AIC entre los 6 modelos estacionarios evaluados. No obstante, el modelo no estacionario elegido tiene un AIC que sí es menor al mínimo AIC de todos los modelos estacionarios. (**) Cuando se emplean *splines* cúbicos dentro de la estructura del modelo, el número al interior de $cs(\cdot)$ indica los grados de libertad efectivos.

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

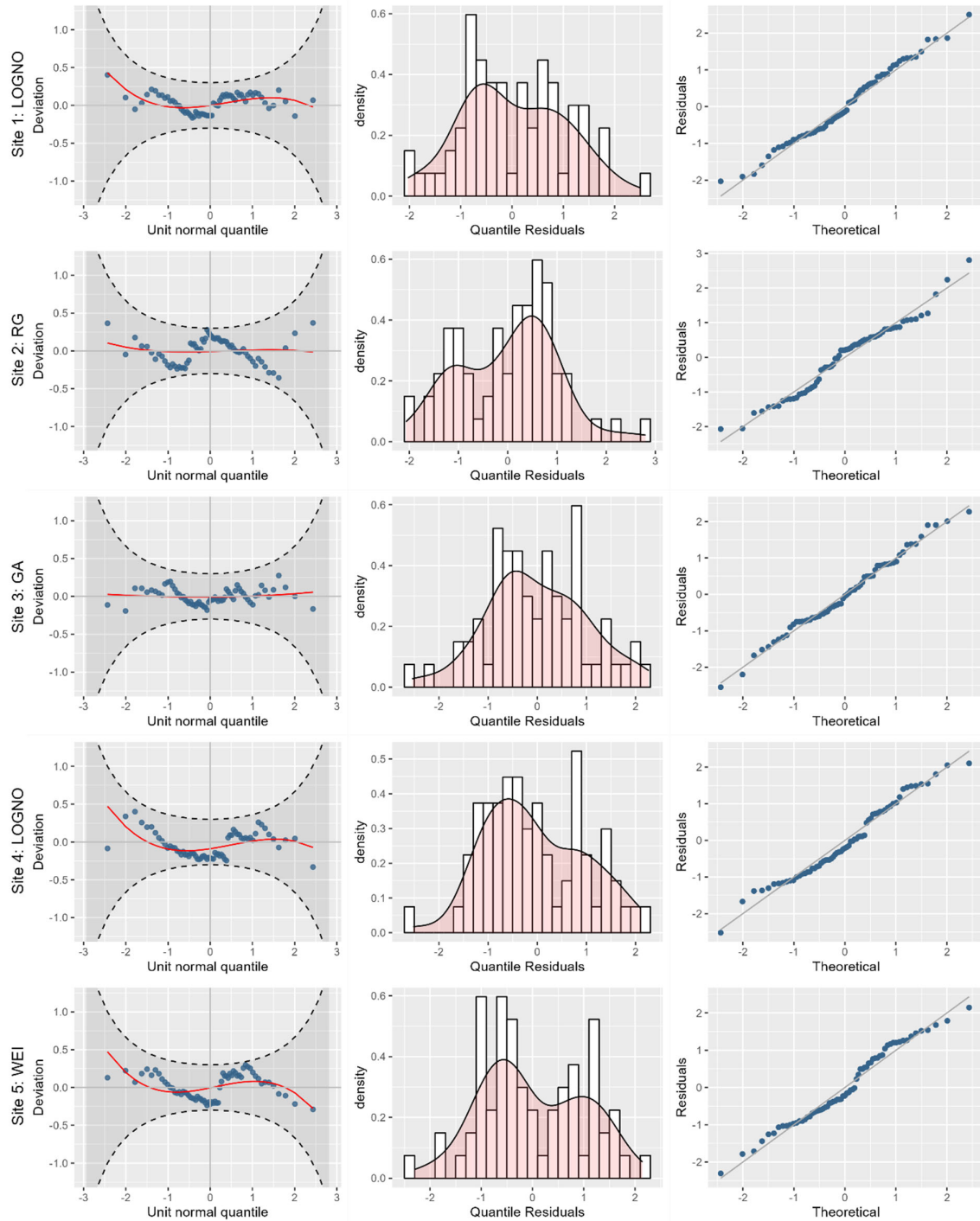


Figura 39. Diagramas de gusano, histogramas y gráficos cuantil-cuantil de los residuales de los modelos no estacionarios ajustados para las series de PDMA en los puntos representativos 1 al 5. Las líneas discontinuas en los diagramas de gusano representan los límites del intervalo de confianza del 95%.

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

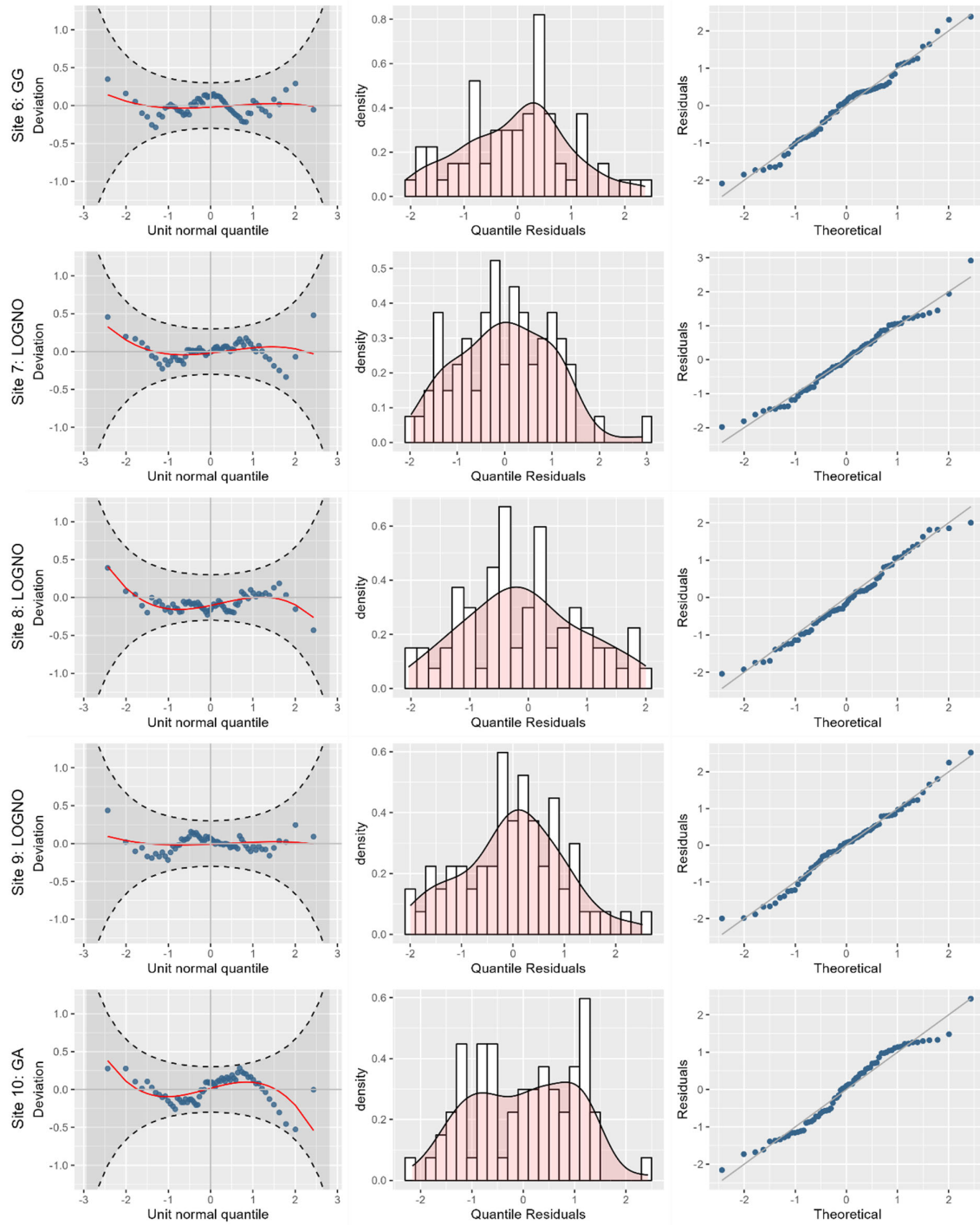


Figura 40. Igual que en la Figura 39 pero para los puntos representativos 6 al 10.

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

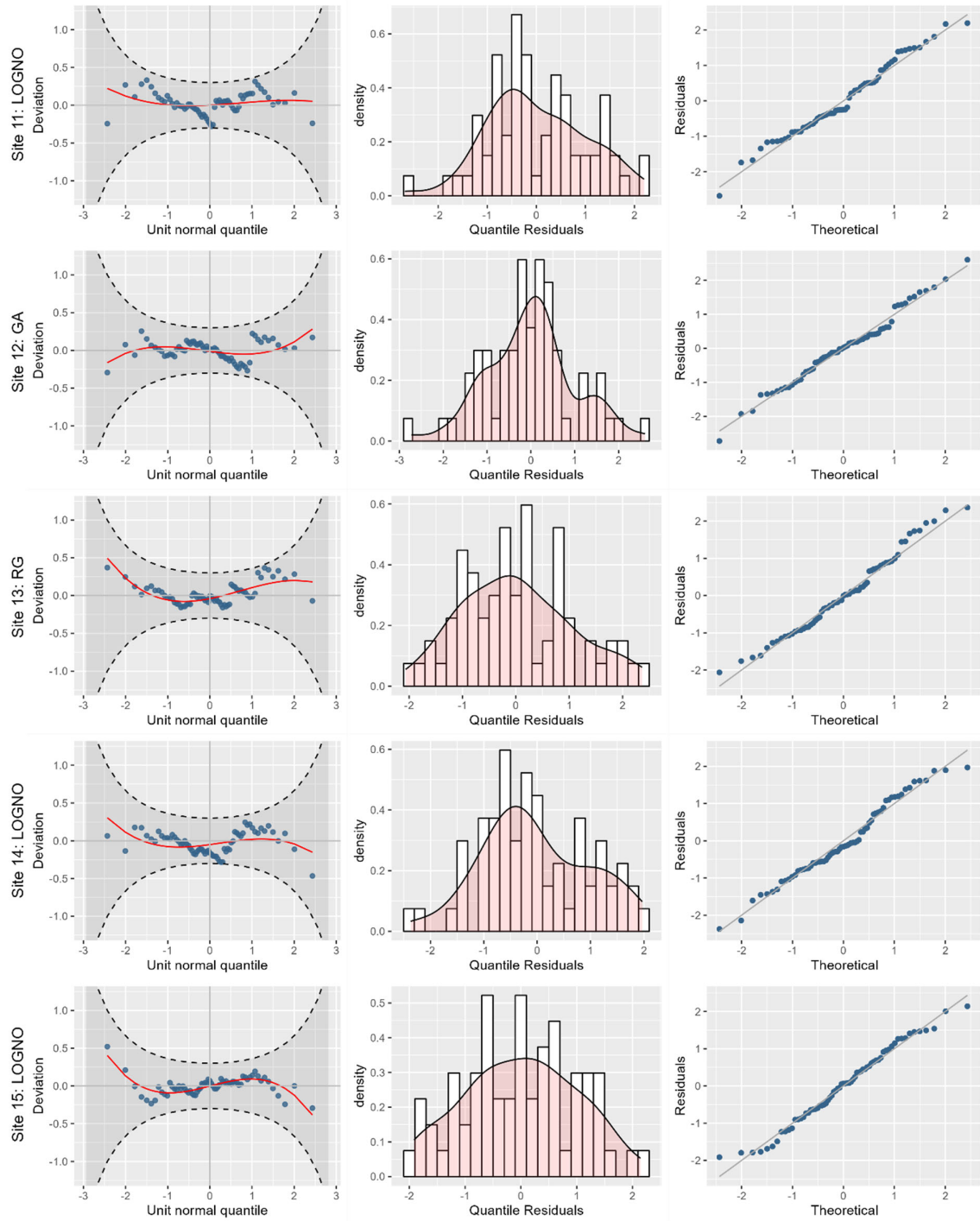


Figura 41. Igual que en la Figura 39 pero para los puntos representativos 11 al 15. Los modelos en los puntos 12 y 15 son estacionarios.

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

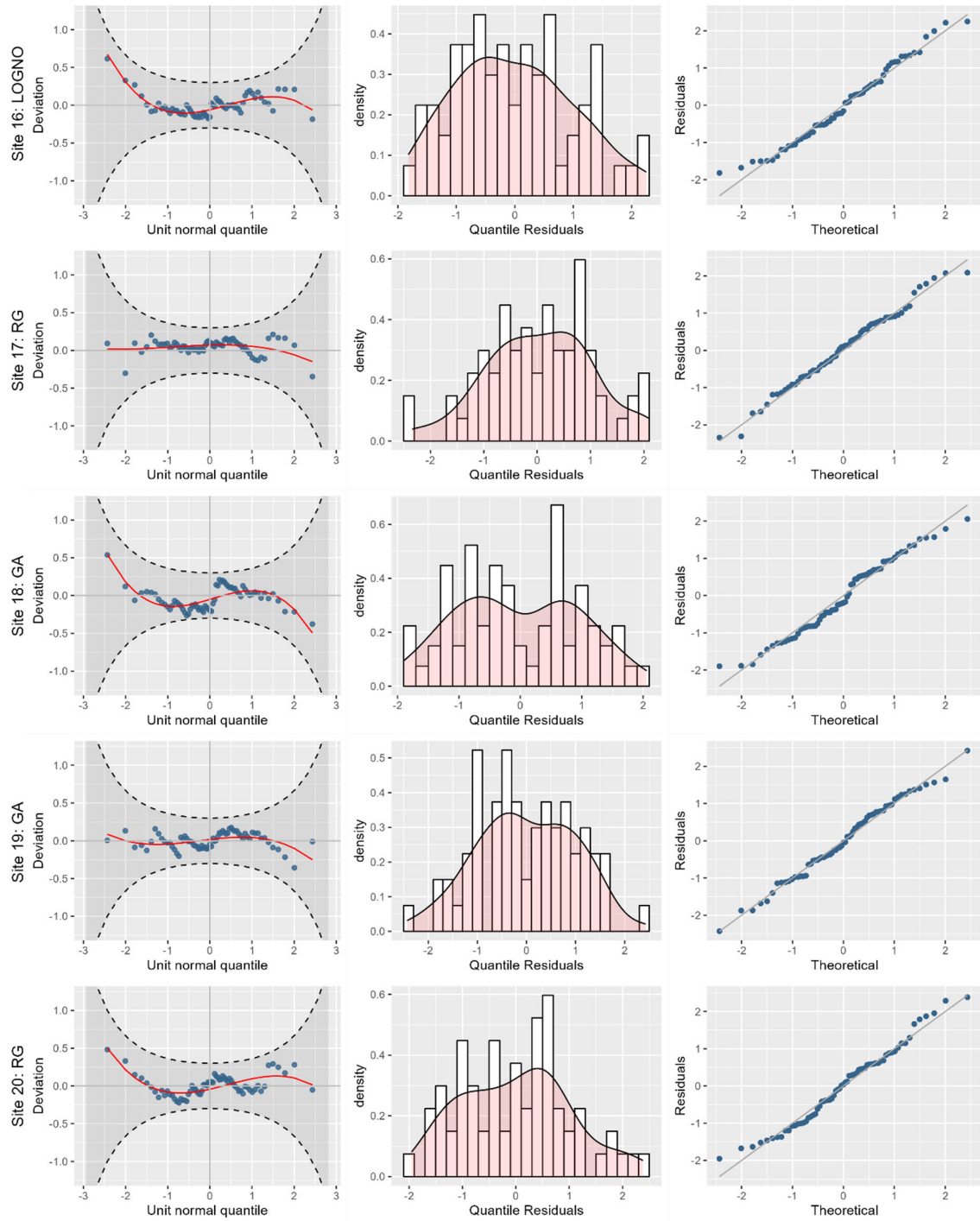


Figura 42. Igual que en la Figura 39 pero para los puntos representativos 16 al 20.

Análisis de frecuencia no estacionario de las precipitaciones extremas en España para su predicción en escenarios de cambio climático

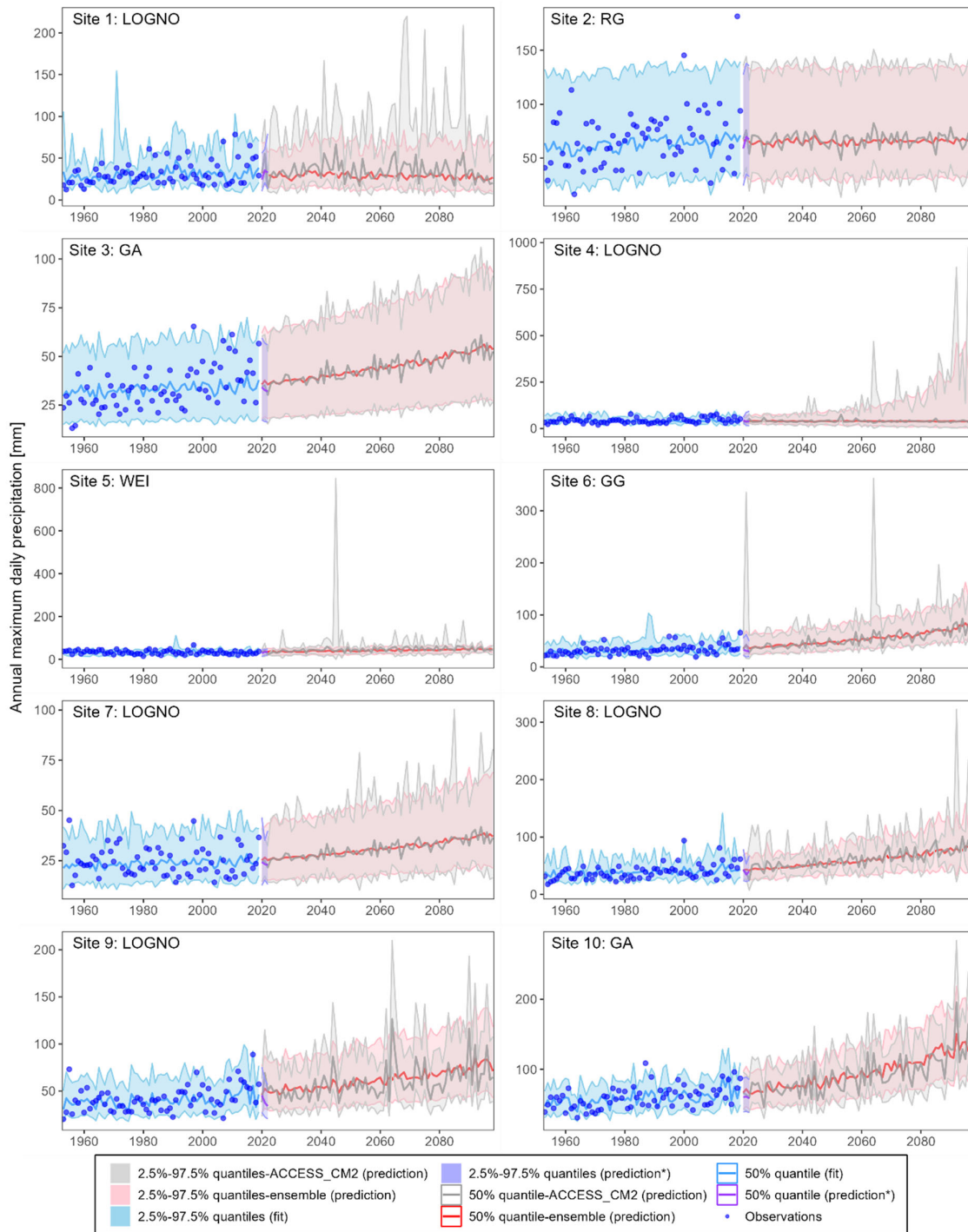


Figura 43. Modelos no estacionarios de la PDMA ajustados en los puntos 1 al 10, y predicciones bajo el escenario de cambio climático ssp585. El ajuste se realizó en el periodo 10/1953-9/2020 (67 años hidrológicos), y las predicciones en 10/2020-9/2099 (79 años hidrológicos). La banda de color rojo está delimitada por las medianas de los cuantiles 0.025 y 0.975 de las predicciones de PDMA que se derivan de emplear los índices proyectados de los 24 modelos climáticos considerados, y la línea roja gruesa representa la mediana de los

cuantiles 0.5. La banda de color gris se define de forma similar, pero corresponde a los resultados asociados al modelo climático ACCESS-CM2. La banda de color azul corresponde a los resultados del ajuste a partir de las series observadas de los índices climáticos.



Figura 44. Igual que en la Figura 43 pero para los puntos 11 al 20. Los modelos en los puntos 12 y 15 son estacionarios.

Son varias las cuestiones a ser discutidas a partir de los resultados encontrados con la modelación no estacionaria. El ejemplo del proceso seguido para elegir el modelo representativo en el punto 1 es un buen punto de partida. El primer aspecto que llama la atención y que era a su vez esperable, es que los predictores considerados en los modelos no estacionarios pueden no coincidir con los predictores identificados mediante correlación cruzada (Pearson y Kendall; ver Tabla 10 y Tabla 12) (p. ej., Chen et al. (2021); Zhang et al. (2015)). Así, en el caso particular del punto 1, donde se encontraron correlaciones significativas de la PDMA con los índices climáticos *EAW* y *EAWRw* (ver Tabla 11), se puede notar que no todos los modelos evaluados incluyen en su estructura al índice *EAW*, pero sí al índice *EAWRw*. Además, otros índices como la *NAOW* y *SCAW* cobran importancia como predictores al aparecer en todas las estructuras regresivas. Esta no coincidencia puede ser explicada en la limitación que tienen los métodos de correlación empleados: solo detectan relaciones monótonas (y en el caso de la correlación de Pearson relaciones lineales), mientras que los modelos GAMLSS son capaces de capturar relaciones más complejas.

Otro aspecto destacable es que la elección de un modelo representativo para la PDMA en un punto no es una tarea sencilla. En el caso del punto 1, si solo se tiene en cuenta la eficiencia del ajuste mediante el AIC (sin observar la bondad del ajuste), el orden de preferencia de los modelos sería tal como se presenta en la Tabla 11, esto es: 1) WEI, 2) LOGNO, 3) GG, 4) GA, 5) RG y 6) LO. Al revisar el comportamiento de los residuales para verificar la bondad de los ajustes (Figura 36, Figura 37 y Figura 38), los modelos LO, GA y GG son descartados, debido a que se desvían mucho de la normalidad (por ejemplo, en el modelo LO los residuales exhiben una clara asimetría positiva que es observable en su histograma, y que a su vez se refleja en el correspondiente gráfico cuantil-cuantil y diagrama de gusano). Por lo tanto, tras considerar la eficiencia de los ajustes basada en el AIC y revisar su calidad a través de histogramas, diagramas de gusano y gráficos cuantil-cuantil los modelos que aún se mantienen como candidatos son los asociados a las distribuciones WEI, LOGNO y RG, cuyos AIC son 510.778, 511.639 y 515.664, respectivamente (ver Tabla 11). La evaluación de estos modelos en base al principio de parsimonia sugeriría que el modelo preferible es LOGNO (de hecho, fue el modelo finalmente elegido), dado que es el que tiene menos grados de libertad (menos parámetros) (ver Tabla 11). Sin embargo, el modelo RG también podría ser una opción aceptable e incluso el modelo WEI, esto considerando las pequeñas diferencias en AIC de los 3 modelos candidatos y que todos son inferiores al mínimo AIC de los modelos estacionarios (el que en este caso es 528.421 para el modelo LOGNO) (Chen et al., 2021; Slater et al., 2021). Surge ahora la pregunta de cuál es

realmente el modelo no estacionario (con su correspondiente estructura y parámetros) que mejor reproduce el comportamiento de la PDMA si los desempeños alcanzados por los modelos candidatos son similares. Este cuestionamiento es relevante y ya ha sido advertido en anteriores trabajos, por ello es que se está empezando a introducir el concepto de «equifinalidad» en el contexto de la modelación estadística (De Luca & Napolitano, 2023; Vidrio-Sahagún & He, 2022). El problema de la equifinalidad, ampliamente conocido en la modelación hidrológica, hace referencia a que diferentes estructuras de modelos y/o conjuntos de parámetros pueden ser igualmente capaces de reproducir un resultado hidrológico similar (no necesariamente idéntico), bajo cierto criterio de desempeño (Beven, 1993; Khatami et al., 2019). Por lo expuesto antes, se desprende que hay una incertidumbre en la selección del modelo no estacionario, a lo que se debe añadir que si la estructura del modelo es complicada, la incertidumbre asociada será mayor, tal como lo demostraron Serinaldi & Kilsby (2015) y recientemente Ouarda et al. (2020).

Otro aspecto a discutir y que tiene relación con el anterior, es que la selección de un modelo puede diferir en función de la métrica de desempeño empleada. Así, en el caso del punto 1 (y en todos los modelos evaluados en cada uno de los 20 puntos representativos), el modelo final LOGNO fue adoptado bajo consideración del AIC, pero de haber considerado otra métrica como por ejemplo el BIC (existen otras, por ejemplo las asociadas a la incertidumbre, tal como el CWI (*Coverage Width Index*), empleado por Vidrio-Sahagún & He (2022)), el modelo finalmente elegido habría sido distinto (Vidrio-Sahagún & He, 2022; Villarini et al., 2010; Villarini & Serinaldi, 2012). Esta discordancia en la selección de modelos al usar diferentes métricas de desempeño, así como el problema de la equifinalidad, sugieren la imposibilidad de establecer un mejor modelo bajo criterios de selección estadística. Esto es mejor entendido si se considera que siempre habrá un modelo (definido por su distribución de probabilidad, estructura regresiva, etc.) no contemplado en el planteamiento inicial (por ejemplo, en este trabajo en cada punto representativo se plantearon 6 distribuciones, para las que tras un proceso de selección de términos aditivos o predictores, se definió una estructura o combinación de predictores) que supere al mejor modelo resultante de ese mismo planteamiento inicial (Serinaldi & Kilsby, 2015).

Habiendo resaltado las dificultades e incertidumbre asociadas al proceso de adoptar un modelo que sea representativo de la PDMA en un punto específico, prosigue la discusión de los modelos finalmente elegidos en los 20 puntos. La Tabla 12 muestra que la distribución Log-Normal fue adoptada en 9 puntos, Gamma en 5, Gumbel de asimetría positiva en 4, Weibull y Gamma Generalizada en 1 cada una, y la distribución Logística no fue adoptada en ningún

punto (lo que era esperable dado que se trata de una distribución de asimetría nula, contrario al comportamiento predominantemente asimétrico positivo de la PDMA). En los puntos del 1 al 10, donde se detectaron no estacionariedades mediante los test de Pettitt y Mann-Kendall (excepto en el punto 7) (ver Tabla 10), los resultados de la modelación con GAMLSS también indican la existencia de no estacionariedad, caracterizada en unos casos mediante relaciones lineales de los parámetros con los índices climáticos invernales (a través de las correspondientes funciones de enlace), y en otros casos mediante relaciones no lineales representadas por los *spline* cúbicos (ver Tabla 12). Por otro lado, en los puntos del 11 al 20, donde los test estadísticos no detectaron comportamientos no estacionarios de la PDMA (ver Tabla 10), la modelación con GAMLSS sí lo hizo, salvo en los puntos 12 y 15, donde los modelos estacionarios se mostraron más idóneos. De forma similar a los 10 primeros puntos, la no estacionariedad estuvo caracterizada por relaciones lineales y no lineales con los índices climáticos (ver Tabla 12). La calidad del ajuste del modelo finalmente elegido en cada uno de los 20 puntos se verifica en las Figura 39, Figura 40, Figura 41 y Figura 42, donde se puede apreciar que en general el comportamiento de los residuales se corresponde con el de un ruido blanco gaussiano. Así, se observa que todos los puntos en los gráficos cuantil-cuantil se distribuyen alrededor de la línea teórica (que corresponde a la distribución normal), con lo cual se infiere que los residuales siguen una distribución normal; lo que también se corrobora en los diagramas de gusano y en los histogramas (aunque con menos claridad). Además, se aprecia que en cada diagrama de gusano todos los puntos se ubican dentro de los límites del intervalo de confianza del 95%, lo cual confirma que los modelos elegidos en cada caso son adecuados.

Las Figura 43 y Figura 44 muestran el ajuste logrado por cada modelo adoptado en los 20 puntos representativos. En general, los modelos elegidos capturan de forma aceptable la variabilidad temporal de la PDMA (casi todas las observaciones están entre los cuantiles 0.025 y 0.975). Sin embargo, hay comportamientos en ciertos modelos que ameritan discusión. Por ejemplo, en el modelo del punto 1 se observa que en el año 1971 (año hidrológico que inicia en 10/1971) hay un extraño incremento de la varianza (que induce valores elevados del cuantil 0.975) que no concuerda con el comportamiento de los datos. Esto también se puede notar en los modelos de los puntos 5, 6 y 8, en los años 1991, 1988 y 2013, respectivamente. Tal incremento se explica en el hecho de que los predictores incluidos en la estructura de modelación del parámetro de escala θ_2 (vinculado a la varianza), adoptaron valores críticos que al combinar sus efectos sobre este parámetro produjeron la maximización de la varianza (la relación del parámetro con la varianza de la variable respuesta depende de la parametrización de la distribución empleada; así, valores altos de θ_2 se pueden corresponder con valores altos

de la varianza, o también, valores bajos de θ_2 pueden asociarse a altas varianzas). Los valores críticos de los predictores a los que se hace referencia usualmente corresponden a valores extremos observados en el periodo de ajuste, esto es, valores muy altos o muy bajos de los índices climáticos invernales en el periodo histórico. Una explicación similar se puede establecer para las reducciones extrañas en la varianza, como las observadas, por ejemplo, en el modelo del punto 13. Este comportamiento anómalo también puede ser observado en los modelos no estacionarios de caudales diarios máximos anuales construidos por Villarini et al. (2012) (ver Figura 5 de su artículo).

En las Figura 43 y Figura 44 también se muestran las predicciones realizadas con los modelos finalmente adoptados en cada punto representativo. Los resultados asociados al modelo climático ACCESS-CM2 sirven para resaltar la variabilidad de los patrones temporales predichos, y que también está presente en las predicciones del resto de modelos climáticos no mostrados. Nuevamente, lo más resaltante de estos resultados (del modelo climático ACCESS-CM2) son los súbitos incrementos y decrementos en la varianza. Por ejemplo, en el modelo del punto 5, en el año 2045, la varianza se incrementa a tal grado que el cuantil 0.975 alcanza un valor superior a 800 mm, más de ocho veces el máximo valor de PDMA registrado. Este extraño comportamiento se puede presentar múltiples veces en las predicciones derivadas de un mismo modelo climático (p. ej., ver predicciones en el punto 6), y en muchos de los puntos representativos (puntos 1, 4, 5, 6, etc.). El incremento en la varianza puede ser tan dramático que los cuantiles 0.975 llegan a adoptar valores tan exorbitantes que carecen de sentido físico (comportamiento observado en las predicciones asociadas a otros modelos climáticos no mostrados). La explicación del porqué ocurre esto es la misma que se expuso cuando se discutieron los resultados del ajuste en el periodo histórico, con la precisión de que los enormes cambios en la varianza resultan de valores de predictores o covariables aún más extremos, es decir, fuera del rango histórico de los índices climáticos invernales.

De acuerdo con lo sugerido por Serinaldi & Kilsby (2015), las proyecciones de los índices climáticos *NAOw*, *EAW*, *EAWRw* y *SCAW*, bajo diferentes modelos climáticos (24) en el escenario ssp585, han permitido analizar la sensibilidad de los modelos no estacionarios ajustados en el periodo histórico 10/1953-9/2020 (67 años hidrológicos). Producto de ello es que se han podido advertir serios problemas en la fase predictiva, los cuales, siendo también identificados en el periodo de ajuste, se mostraron exacerbados en predicción. El origen del problema observado, esto es: los súbitos incrementos (o reducciones) en la varianza de la PDMA (con su consecuente impacto en los cuantiles), radica en la necesidad que tiene el marco de modelación no estacionario de recurrir a la extrapolación hacia el futuro, introduciendo con

ello una fuente adicional de incertidumbre (Rootzén & Katz, 2013; Serinaldi & Kilsby, 2015). Ante esta situación, la reacción inmediata surge en forma de pregunta: ¿las relaciones de dependencia de los parámetros con los predictores o covariables que fueron adoptadas en cada uno de los modelos no estacionarios se van a mantener en el futuro? Responder a esta pregunta es una labor compleja. Para responderla con razonable seguridad es necesario encontrar relaciones deterministas que reflejen mecanismos físicos predecibles; solo así se podría realizar una extrapolación segura (Serinaldi et al., 2018; Serinaldi & Kilsby, 2015).

Los problemas advertidos aquí no vienen más que a reforzar lo declarado por Serinaldi et al. (2018): «[...] una tendencia determinista [...] no se puede inferir únicamente de los datos sin información externa, porque, sin atribución⁴, nuevos datos podrían cambiar fácilmente la naturaleza y la forma de la tendencia supuesta. Por lo tanto, las tendencias no pueden resultar, por ejemplo, del ajuste de curvas paramétricas arbitrarias o de la aplicación de filtros de suavizado a los registros observados. A pesar de la posible bondad del ajuste, estas pseudotendencias podrían generar predicciones completamente dudosas. Esta falta de confiabilidad revela la naturaleza real de tales tendencias basadas en datos, es decir, que se refieren a series temporales y no al proceso subyacente y, por lo tanto, se ven afectadas por la incertidumbre del muestreo y pueden cambiar a medida que se dispone de datos adicionales». Además, a esta problemática que resulta de la aplicación práctica de los modelos no estacionarios, se le debe agregar una teórica, debida al hecho de que no es posible (o si es posible, es teóricamente incorrecto) inferir la estructura de los modelos no estacionarios a partir de procedimientos de estimación directa sobre los datos, dado que la ergodicidad —que es la que posibilita tal inferencia estadística— no se sostiene si el proceso estocástico caracterizado no es estacionario (De Luca & Napolitano, 2023; Serinaldi et al., 2018; Serinaldi & Kilsby, 2015).

Toda la exposición anterior solo conduce a cuestionar la validez de los modelos no estacionarios adoptados en este trabajo. A pesar de ello, los resultados tanto de la modelación no estacionaria como los del análisis de tendencias (test de Mann-Kendall) y puntos de cambio (test de Pettitt) sugieren la ocurrencia de no estacionariedades en la PDMA que deben ser investigadas de forma más exhaustiva, tratando de encontrar el mecanismo físico de causa-efecto que explica tales comportamientos.

Por último, se debe indicar que en trabajos como el de Vidrio-Sahagún & He (2022) ya se vienen explorando alternativas para superar los problemas de equifinalidad, selección

⁴ Ver nota 3 referida en la sección 5.3.3.1.

inconsistente de modelos al usar diferentes métricas de desempeño, y violación de la ergodicidad, a través de un enfoque basado en la descomposición del proceso estocástico no estacionario, el cual, conforme se describió en la sección 2.5.4, se compone de una parte determinista no estacionaria y otra parte estocástica estacionaria.

5.5.2 Modelación considerando como predictores a los índices climáticos originales y sus versiones retardadas

Para la selección de los modelos que se reportan en esta sección se siguió el mismo procedimiento descrito en la sección 5.5.1.2, pero incluyendo (además) en el conjunto de búsqueda de partida los siguientes términos aditivos: $NAOw_1$, EAw_1 , $EAWRw_1$, $SCAw_1$, $cs(NAOw_1)$, $cs(EAw_1)$, $cs(EAWRw_1)$ y $cs(SCAw_1)$, donde el subíndice indica que los predictores empleados son las versiones retardadas en un paso de tiempo (1 año, *lag-1*) de los índices climáticos invernales. Los puntos donde se realizó esta modelación con predictores retardados son aquellos donde se detectaron correlaciones cruzadas significativas (a nivel local) a retardo 1 (puntos representativos 2, 3 y 10; ver la Tabla 10). En el análisis también se incluyó al punto representativo 7, pese a no haberse detectado correlación cruzada con algún índice; esto se hizo con el fin de analizar qué tanto podía mejorar el modelo no estacionario al incorporar predictores retardados. En la Tabla 13 se detallan los modelos adoptados en los 4 puntos antes indicados.

Tabla 13. Resumen de los modelos no estacionarios adoptados para las series de PDMA en los puntos representativos 2, 3, 7 y 10, considerando como predictores a los índices climáticos originales y sus versiones retardadas.

Punto	FDP	AIC-E	AIC-NE	GL	Par.	Estructura del modelo adoptado (**)
2	RG	626.705	615.604	4	θ_1	$59.761 + 11.321 \cdot NAOw_1 + 5.937 \cdot EAWRw$
					θ_2	2.956
3	GA	509.627	500.219	10	θ_1	$3.550 + 0.096 \cdot EAw_1 - 0.176 \cdot SCaw_1$ $+ cs(NAOw_1, 3)$
					θ_2	$-1.367 - 0.355 \cdot NAOw_1 + 0.242 \cdot EAw$
7	LOGNO	449.596	445.722	4	θ_1	$3.170 + 0.077 \cdot EAw$
					θ_2	$-1.378 - 0.223 \cdot EAw_1$
10	GA	557.921 (*)	516.951	14	θ_1	$4.118 + 0.129 \cdot EAw + 0.056 \cdot NAOw$ $- 0.094 \cdot EAWRw + 0.154$ $\cdot EAWRw_1$
					θ_2	$-1.900 + cs(EAWRw, 3) + cs(NAOw, 3)$

(*) No corresponde al mínimo AIC entre los 6 modelos estacionarios evaluados. No obstante, el modelo no estacionario elegido tiene un AIC que sí es menor al mínimo AIC de todos los modelos estacionarios. (**) Cuando se emplean *splines* cúbicos dentro de la estructura del modelo, el número al interior de $cs(\cdot)$ indica los grados de libertad efectivos.

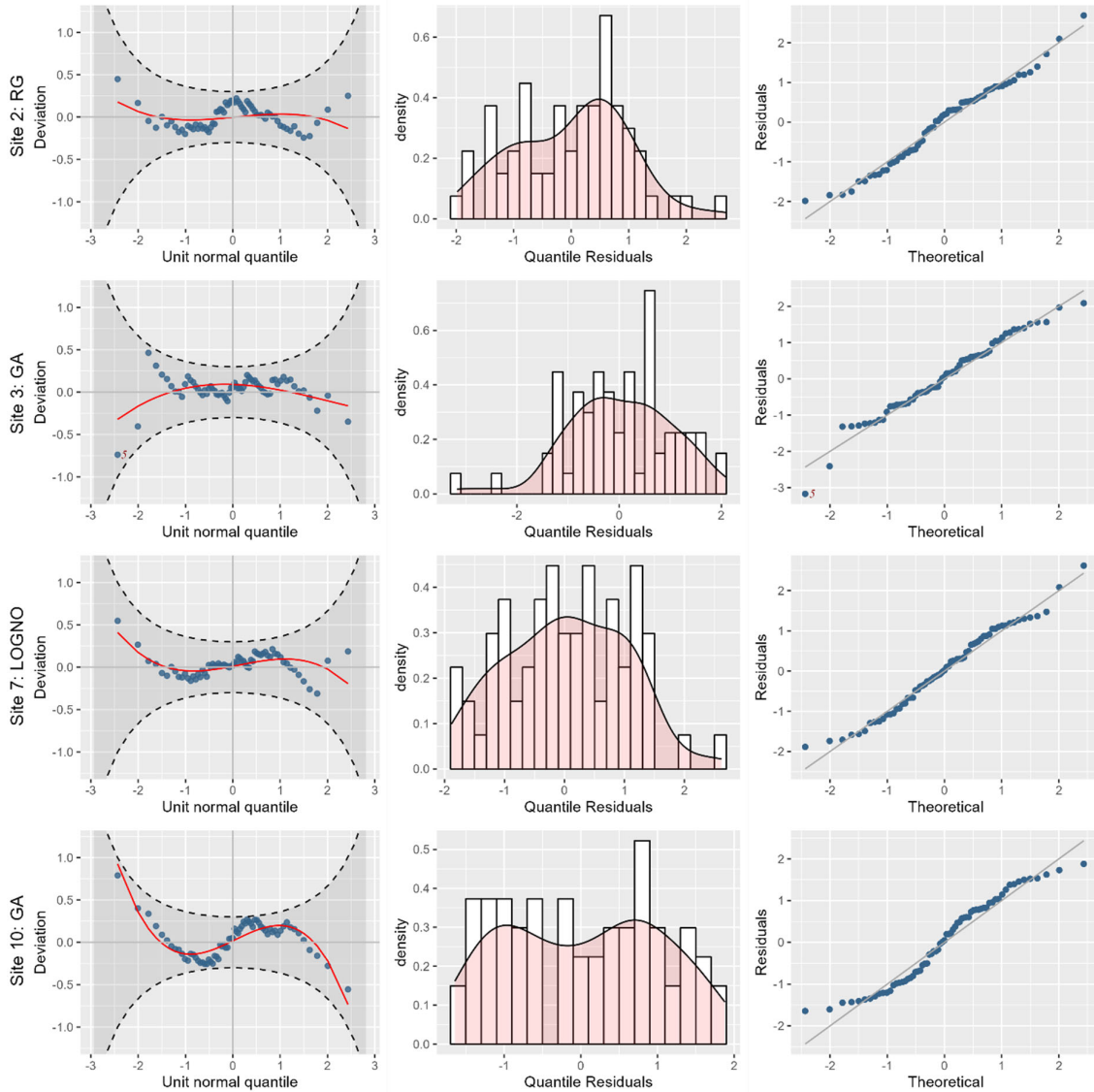


Figura 45. Diagramas de gusano, histogramas y gráficos cuantil-cuantil de los residuales de los modelos no estacionarios ajustados para las series de PDMA en los puntos representativos 2, 3, 7 y 10, considerando como predictores a los índices climáticos originales y sus versiones retardadas. Las líneas discontinuas en los diagramas de gusano representan los límites del intervalo de confianza del 95%.

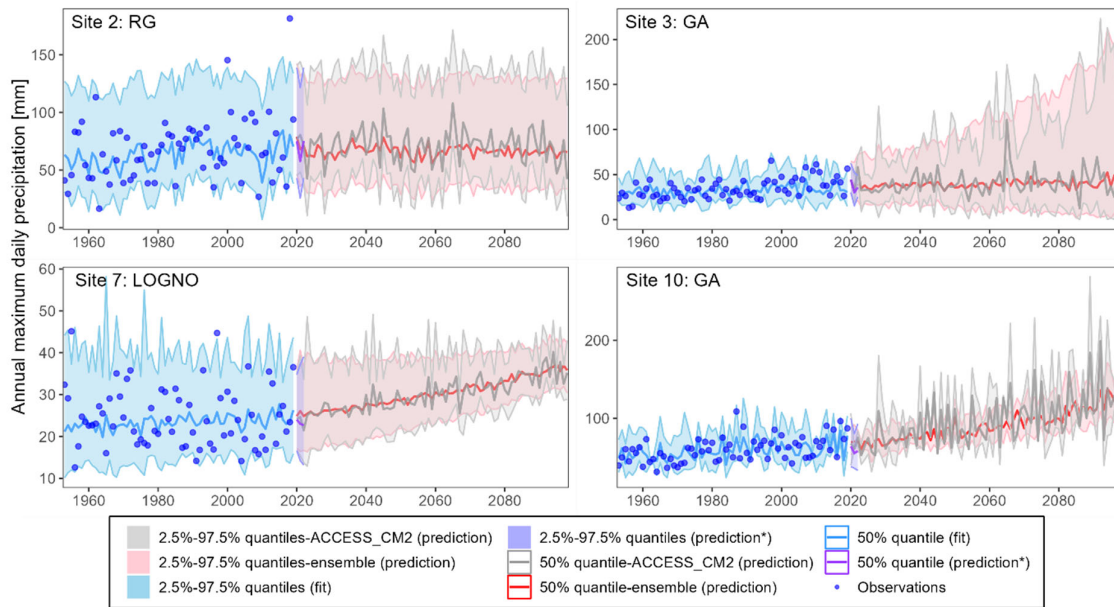


Figura 46. Modelos no estacionarios de la PDMA ajustados en los puntos 2, 3, 7 y 10, y predicciones bajo el escenario de cambio climático ssp585. El ajuste se realizó en el periodo 10/1953-9/2020 (67 años hidrológicos), y las predicciones en 10/2020-9/2099 (79 años hidrológicos). La banda de color rojo está delimitada por las medianas de los cuantiles 0.025 y 0.975 de las predicciones de PDMA que se derivan de emplear los índices proyectados de los 24 modelos climáticos considerados, y la línea roja gruesa representa la mediana de los cuantiles 0.5. La banda de color gris se define de forma similar, pero corresponde a los resultados asociados al modelo climático ACCESS-CM2. La banda de color azul corresponde a los resultados del ajuste a partir de las series observadas de los índices climáticos.

Al comparar los resultados de las Tabla 13 y Tabla 12 se aprecia que los modelos con predictores retardados de los puntos 2, 3 y 10, superan en desempeño (en términos de AIC) a los modelos que no incorporan predictores retardados, pero con el costo de incrementar su complejidad (mayor cantidad de grados de libertad). En el caso del punto 7, el AIC del modelo con predictor retardado se reduce en 1.95 unidades comparado con el modelo que no incluye predictor retardado, manteniendo la misma cantidad de grados de libertad (es decir, 4).

En la Figura 45 se muestran los gráficos para verificar la calidad de los ajustes logrados con los modelos adoptados. Hubieron mejores ajustes (con mayor aproximación a la normalidad de sus residuales), pero con el costo de una estructura regresiva más compleja, salvo en el caso del modelo adoptado en el punto 10 (donde claramente hay deficiencias en el ajuste), donde con otra distribución y la misma cantidad de grados de libertad totales, se logró un mejor desempeño en términos del AIC; sin embargo, el criterio final de elección se basó en mantener

las mismas distribuciones de los modelos que no incorporaban en su estructura las versiones retardadas de las covariables. Al margen de las deficiencias en el modelo del punto 10, se puede observar que el comportamiento de los residuales se aproxima bastante al normal.

Los resultados del ajuste de cada modelo, así como sus correspondientes predicciones son mostrados en la Figura 46. Sin duda, lo que más llama la atención es la enorme sensibilidad de los modelos en fase predictiva. Por ejemplo, en el modelo del punto 7, donde el único cambio (significativo) se produjo en el parámetro de escala al reemplazar el predictor $SCAw$ por EAW_1 (con su correspondiente coeficiente), las predicciones se modifican notablemente. Así, la banda delimitada por los cuantiles 0.025 y 0.975, pasa de una tendencia de ensanchamiento hacia el futuro en el modelo sin predictor retardado (ver Figura 43), a una tendencia de estrechamiento en el modelo que incorpora un predictor retardado (EAW_1); y esto sucede tras haber elegido el nuevo modelo por una pequeña reducción (1.95 unidades) en el AIC. En este punto es preciso lo expresado por Serinaldi et al. (2018): «Sin respaldar la elección no estacionaria con argumentos deductivos (de arriba hacia abajo) que identifiquen el mecanismo que genera el comportamiento dependiente del tiempo del proceso, el procedimiento de modelación se reduce a un ejercicio numérico mecanicista que intenta minimizar algún criterio de desempeño con el objetivo de seguir patrones locales de conjuntos de datos de ajuste. Como se mencionó anteriormente, este enfoque produce modelos que revelan la debilidad de su derivación y justificación cuando las predicciones se comparan con nuevas observaciones (futuras) en conjuntos de datos de validación».

Los resultados antes descritos nuevamente recuerdan la necesidad de investigar con más profundidad las no estacionariedades detectadas en este trabajo. Encontrar las causas físicas que explican esos comportamientos es fundamental para poder realizar predicciones razonablemente seguras.

Capítulo 6

Conclusiones

Las conclusiones de este trabajo son divididas en función de las principales etapas que se siguieron hasta lograr el objetivo principal, que es el análisis de frecuencias de la PDMA bajo un enfoque no estacionario.

6.1 Conclusiones respecto a la evaluación de los supuestos fundamentales del análisis de frecuencia

En un intento de comprender y verificar el impacto que tienen las componentes no estacionarias como las tendencias en los coeficientes de autocorrelación, funciones de autocorrelación y, consecuentemente, en las conclusiones acerca de la dependencia temporal de una variable de interés, se estimaron las autocorrelaciones de Pearson a partir de las series originales de PDMA, y en series modificadas que resultaron de remover las tendencias lineales significativas ($\alpha = 0.05$) determinadas mediante el enfoque no paramétrico de Theil-Sen. Los resultados tras aplicar los test de Anderson y Ljung-Box mostraron que las conclusiones cambian completamente. Así, en el caso del test de Anderson, cuando éste es aplicado directamente sobre las series originales, los puntos de grilla con autocorrelación significativa (a retardo temporal 1, *lag-1*) representan el 10.62% del dominio espacial (España peninsular e islas Baleares), implicando la existencia de dependencia temporal donde se agrupan tales puntos; mientras que cuando el test se aplica sobre las series modificadas el porcentaje se reduce a 4.85%, lo cual conduce a concluir que no existe dependencia temporal de la PDMA. Similar a esto, cuando se aplica el test de Ljung-Box también ocurre un cambio en conclusiones, esto es: de establecer la existencia de dependencia temporal se pasa a concluir que no existe tal dependencia en la PDMA. Esta conclusión de independencia fue reafirmada al evaluar la significancia de campo (mediante el método de la Tasa de Descubrimiento Falso) de las autocorrelaciones inicialmente estimadas a nivel local. Se debe precisar que, si bien se discutieron los resultados asociados al primer retardo, la evaluación consideró los primeros 20

retardos en el caso del test de Anderson y los 10 primeros retardos en el caso del test de Ljung-Box.

Los resultados del análisis de puntos de cambio (o saltos) en la serie temporal de PDMA mostraron que bajo una evaluación a nivel local mediante el test de Pettitt, los puntos de grilla que exhiben un punto de cambio significativo ($\alpha = 0.05$) alcanzan el 33.38% del dominio, mientras que bajo una evaluación global o significancia de campo ese porcentaje se reduce a 17.05%, pudiendo llevar a concluir que en el 17.05% del territorio español existe al menos un cambio abrupto en la serie de PDMA. Sin embargo, dado que las tendencias pueden inducir a la detección de un punto de cambio que realmente no existe (y viceversa, un punto de cambio puede inducir a la detección de una tendencia inexistente), una conclusión como la anterior sería errónea. Ante la detección simultánea de tendencias y puntos de cambio, el enfoque recomendado es dividir la serie original en dos a partir del punto de cambio significativo detectado y efectuar un nuevo análisis de tendencias en cada subserie, buscando con ello eliminar las tendencias espurias que generan los cambios abruptos. Este procedimiento tendría que ser aplicado las veces que sean necesarias si es que se sospecha de la presencia de múltiples puntos cambio. Puesto que el alcance del presente trabajo fue la identificación de regiones con comportamientos no estacionarios en la PDMA, con independencia de si coexisten tendencias y cambios abruptos (sea uno el efecto del otro, o sean ambos verdaderos/no espurios), se consideró suficiente aplicar los test de Pettitt y Mann-Kendall sobre las series completas, sin procedimientos posteriores tratando de diferenciar cuál es realmente el tipo de cambio presente, o si existe más de un punto de cambio. No obstante, lo que sí se hizo, dada su importancia, fue determinar en qué porcentaje del dominio (y dónde) se detectaron simultáneamente tendencias y puntos de cambio significativos; éste resultó en un valor de 14.30%, considerando los resultados a nivel global del test de Pettitt y Mann-Kendall en su versión original. Adicionalmente, solo se detectaron puntos de cambio en el 2.75% de los puntos de grilla y en el 5.82% solo tendencias.

Respecto del análisis de tendencias con el test de Mann-Kendall original, los resultados de la evaluación a nivel local (global) mostraron que el 34.22% (19.64%) de los puntos de grilla presentan una tendencia positiva significativa ($\alpha = 0.05$), mientras que el 1.34% (0.48%) exhibe tendencia negativa significativa. De forma complementaria también se aplicó la versión modificada del test de Mann-Kendall de Hamed & Rao (1998), la cual considera la influencia de la autocorrelación temporal en la detección de tendencias; los resultados fueron prácticamente iguales a los encontrados con la versión original del test, lo que era esperable, ya que por los test de Anderson y Ljung-Box (y la evaluación de la significancia de campo) la

posible dependencia temporal de la PDMA había sido descartada. Estos resultados concuerdan en distribución espacial y en términos porcentuales con los documentados recientemente por Senent-Aparicio et al. (2023), quienes empleando la misma base de datos, periodo de análisis 1951-2019 y el mismo nivel de significancia, detectaron tendencias positivas significativas en el 29.47% de los puntos de grilla, y tendencias negativas significativas en 1.39%, bajo un área de estudio restringida a España peninsular (no incluye islas Baleares). Sin embargo, sabiendo que los resultados de una evaluación de significancia estadística son dependientes del tamaño de muestra empleado, los resultados encontrados aquí deben ser tomados con cautela, pues las tendencias identificadas como no significativas pueden pasar a serlo (y viceversa), o incluso pueden cambiar su signo, tal como han reportado, por ejemplo, Gonzalez-Hidalgo et al. (2020), al analizar las tendencias de las temperaturas máximas y mínimas anuales medias en España peninsular sobre una base de datos de 100 años. En este punto, la pregunta que aún subyace es si las tendencias detectadas se sostendrán a largo plazo, es decir, si corresponden al comportamiento del proceso estocástico. Para responder con razonable seguridad y partiendo de los resultados preliminares de este trabajo, es necesaria una investigación más profunda a fin de encontrar las causas físicas que expliquen las tendencias detectadas, es decir, el siguiente paso es lo que en la literatura se denomina atribución⁵.

6.2 Conclusiones respecto al análisis de teleconexiones

Las teleconexiones entre la PDMA y los índices climáticos invernales NAO, EA, EAWR y SCA, fueron analizadas a través de correlaciones cruzadas con los métodos de Pearson y Kendall. Los resultados de la evaluación a nivel global (significancia de campo) sugirieron la ausencia de correlación cruzada con todos los índices y en la totalidad de retardos evaluados (hasta el quinto); sin embargo, dado que a nivel local parte de los agrupamientos de puntos de grilla (*clusters*) con correlación significativa ($\alpha = 0.05$) con los índices NAO, EA y EAWR a retardo 0 (sin retardo temporal) tenían dimensiones que superaban las longitudes de correlación espacial (~ 100 km para $\theta = 0^\circ$ (dirección este-oeste) y ~ 75 km para $\theta = 90^\circ$ (dirección sur-norte)), se concluyó que éstos realmente eran significativos. Adicionalmente, esta misma situación se presentó con las correlaciones con el índice NAO a retardo 1 y 2 (*lag-1*, *lag-2*) (aunque en el retardo 2 con menor claridad), con lo cual también se concluyó en favor de la existencia de correlación cruzada bajo esos retardos. Los porcentajes de puntos de grilla con correlación significativa a retardo 0 identificados con el método de Pearson (Kendall) fueron

⁵ Ver nota 3 referida en la sección 5.3.3.1.

los siguientes: i) NAO: 8.15% (8.63%), ii) EA: 11.34% (9.31%) y iii) EAWR: 8.13% (7.98%). Respecto al índice climático SCA, no hubo evidencia que indujera a sospechar de la existencia de correlación cruzada.

6.3 Conclusiones respecto a la modelación no estacionaria de la PDMA

La modelación no estacionaria permitió advertir serios problemas que cuestionaron la confiabilidad de los modelos adoptados. El primer problema observado fue uno que es ampliamente conocido en la modelación hidrológica, el de la equifinalidad. Así, en el proceso de adoptar un modelo final en un punto de estudio (fueron 20) hubo casos en que se tuvieron por lo menos 2 modelos candidatos (con diferentes estructuras y parámetros) produciendo eficiencias de ajuste (AIC) similares, planteando con ello dificultades en la elección de un modelo no estacionario representativo. Esto significa que, en el marco de modelación no estacionario, tal como se ha venido trabajando, subsiste un problema de incertidumbre en la selección de modelos.

El segundo problema advertido fue el de la discordancia en la selección de modelos al usar diferentes métricas de desempeño. Aunque en este trabajo los modelos fueron adoptados (y reportados) en base al AIC, sin construir otros modelos a partir de una métrica distinta (p. ej., BIC), el problema se pudo observar en cada conjunto de 6 modelos candidatos (planteados en cada uno de los 20 puntos de estudio) cuyas estructuras previamente se definieron tras un proceso de búsqueda de mejores términos aditivos y de predictores/covariables basado en el AIC. Así, para cada modelo de los 6 candidatos se calculó su BIC, notando que al adoptar esa métrica el modelo preferido final podría ser diferente al que sugería el AIC.

El tercer problema se observó tanto en el proceso de ajuste como en la fase predictiva. En el ajuste se advirtieron súbitos incrementos y decrementos en la varianza de la PDMA que no se correspondían con el comportamiento de los datos. Estos drásticos cambios se explicaban en el hecho de que los predictores (los índices climáticos invernales) incluidos en la estructura de modelación del parámetro de escala (relacionado a la varianza), adoptaron valores en los extremos de su rango histórico que al combinar sus efectos sobre este parámetro produjeron la maximización/minimización de la varianza. Los índices climáticos proyectados (bajo el escenario ssp585 y 24 modelos climáticos CMIP6) invernales NAO, EA, EAWR y SCA, posibilitaron efectuar un análisis de sensibilidad de los modelos no estacionarios adoptados. Lo más resaltante nuevamente fueron los anómalos incrementos y reducciones de la varianza, que esta vez llegaban a ser tan dramáticos que los cuantiles altos (en este trabajo se mostraron los cuantiles 0.025, 0.5 y 0.975) adoptaban valores tan exorbitantes que carecían de sentido físico

(esto fue observado en las predicciones asociadas a modelos climáticos no mostrados, pero en los resultados mostrados también es posible notar tal comportamiento). La explicación de la causa de estos extraños cambios en la varianza es la misma antes expuesta; pero esta vez los cambios eran aún más pronunciados, debido a que los valores de los predictores fueron aún más extremos, esto es, fuera del rango histórico. El origen de este problema con la varianza subyace en la misma necesidad que tiene el marco de modelación no estacionario de recurrir a la extrapolación hacia el futuro, introduciendo así una fuente adicional de incertidumbre. En ese sentido, a fin de poder realizar predicciones razonablemente seguras y confiables es necesario encontrar relaciones deterministas que reflejen mecanismos físicos predecibles, no siendo suficiente el empleo de datos para definir tales relaciones, pues de hacerlo así, conforme los datos aumenten, la forma (funcional) de estas relaciones podría cambiar.

En adición a la problemática detallada, se debe tener presente que teóricamente no es posible (o si es posible, es teóricamente incorrecto) inferir la estructura de los modelos no estacionarios a partir de los datos, puesto que la ergodicidad no se sostiene si el proceso estocástico no es estacionario.

6.4 Conclusión final

En resumen, integrando las conclusiones de la modelación no estacionaria con los del análisis de tendencias y puntos de cambio, la conclusión final plantea seguir investigando de forma más exhaustiva las no estacionariedades en la PDMA que los test y modelos han sugerido que existen. Todo ello manteniendo el objetivo, como fue indicado antes, de encontrar el mecanismo físico de causa-efecto que explique esas no estacionariedades y que ha de permitir hacer proyecciones hacia el futuro de forma más robusta.

Referencias

- AghaKouchak, A., Easterling, D., Hsu, K., Schubert, S., & Sorooshian, S. (2013). *Extremes in a Changing Climate: Detection, Analysis and Uncertainty* (Vol. 65). Springer.
- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716-723. <https://doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705>
- Álvarez-Rodríguez, J., Llasat, M. C., & Estrela, T. (2017). Analysis of geographic and orographic influence in Spanish monthly precipitation. *International Journal of Climatology*, 37(S1), 350-362. <https://doi.org/10.1002/joc.5007>
- Anderson, R. L. (1942). Distribution of the Serial Correlation Coefficient. *The Annals of Mathematical Statistics*, 13(1), 1-13. <https://doi.org/10.1214/aoms/1177731638>
- Armstrong, M. (1998). *Basic Linear Geostatistics*. Springer-Verlag.
- Bayazit, M. (2015). Nonstationarity of Hydrological Records and Recent Trends in Trend Analysis: A State-of-the-art Review. *Environmental Processes*, 2(3), 527-542. <https://doi.org/10.1007/s40710-015-0081-7>
- Benjamini, Y., & Hochberg, Y. (1995). Controlling the False Discovery Rate: A Practical and Powerful Approach to Multiple Testing. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 57(1), 289-300.
- Beven, K. (1993). Prophecy, reality and uncertainty in distributed hydrological modelling. *Advances in Water Resources*, 16(1), 41-51. [https://doi.org/10.1016/0309-1708\(93\)90028-E](https://doi.org/10.1016/0309-1708(93)90028-E)
- Bombardi, R. J., & Carvalho, L. M. V. D. (2017). Práticas Simples em Análises Climatológicas: Uma Revisão. *Revista Brasileira de Meteorologia*, 32(3), 311-320. <https://doi.org/10.1590/0102-77863230001>

- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2016). *Time Series Analysis: Forecasting and Control* (5th ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Bras, R. L., & Rodríguez-Iturbe, I. (1985). *Random Functions and Hydrology*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Busuioc, A., & Storch, H. V. (1996). Changes in the winter precipitation in Romania and its relation to the large-scale circulation. *Tellus A*, 48(4), 538-552.
<https://doi.org/10.1034/j.1600-0870.1996.t01-3-00004.x>
- Chandler, R. E., & Scott, E. M. (2011). *Statistical Methods for Trend Detection and Analysis in the Environmental Sciences*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Chen, M., Papadikis, K., & Jun, C. (2021). An investigation on the non-stationarity of flood frequency across the UK. *Journal of Hydrology*, 597, 126309.
<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2021.126309>
- Chilès, J.-P., & Delfiner, P. (2012). *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty* (2nd ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Clarke, R. T. (2010). On the (mis)use of statistical methods in hydro-climatological research. *Hydrological Sciences Journal*, 55(2), 139-144.
<https://doi.org/10.1080/026266661003616819>
- Conover, W. J. (1999). *Practical Nonparametric Statistics* (3rd ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Cortesi, N., Gonzalez-Hidalgo, J. C., Trigo, R. M., & Ramos, A. M. (2014). Weather types and spatial variability of precipitation in the Iberian Peninsula. *International Journal of Climatology*, 34(8), 2661-2677. <https://doi.org/10.1002/joc.3866>
- Cox, D. R., & Hinkley, D. V. (1974). *Theoretical Statistics*. CRC Press.
- Craig, P. M., & Allan, R. P. (2022). The role of teleconnection patterns in the variability and trends of growing season indices across Europe. *International Journal of Climatology*, 42(2), 1072-1091. <https://doi.org/10.1002/joc.7290>

- Cusinato, E., Rubino, A., & Zanchettin, D. (2021). Winter Euro-Atlantic Climate Modes: Future Scenarios From a CMIP6 Multi-Model Ensemble. *Geophysical Research Letters*, 48(19), e2021GL094532. <https://doi.org/10.1029/2021GL094532>
- De Luca, D. L., & Napolitano, F. (2023). A user-friendly software for modelling extreme values: EXTRASTAR (EXTRemes Abacus for STATistical Regionalization). *Environmental Modelling & Software*, 161, 105622. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2023.105622>
- Debele, S. E., Bogdanowicz, E., & Strupczewski, W. G. (2017). Around and about an application of the GAMLSS package to non-stationary flood frequency analysis. *Acta Geophysica*, 65(4), 885-892. <https://doi.org/10.1007/s11600-017-0072-3>
- DelSole, T. M., & Tippet, M. K. (2022). *Statistical Methods for Climate Scientists*. Cambridge University Press.
- Dhanesh, Y., Bindhu, V. M., Senent-Aparicio, J., Brighenti, T. M., Ayana, E., Smitha, P. S., Fei, C., & Srinivasan, R. (2020). A Comparative Evaluation of the Performance of CHIRPS and CFSR Data for Different Climate Zones Using the SWAT Model. *Remote Sensing*, 12(18), Article 18. <https://doi.org/10.3390/rs12183088>
- Duchon, C., & Hale, R. (2012). *Time Series Analysis in Meteorology and Climatology: An Introduction*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Dunn, P. K., & Smyth, G. K. (1996). Randomized Quantile Residuals. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 5(3), 236-244. <https://doi.org/10.2307/1390802>
- Erdman, C., & Emerson, J. W. (2008). A fast Bayesian change point analysis for the segmentation of microarray data. *Bioinformatics*, 24(19), 2143-2148. <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/btn404>

- Fryzlewicz, P. (2014). Wild binary segmentation for multiple change-point detection. *The Annals of Statistics*, 42(6), 2243-2281. <https://doi.org/10.1214/14-AOS1245>
- García-Marín, A. P., Estévez, J., Morbidelli, R., Saltalippi, C., Ayuso-Muñoz, J. L., & Flammini, A. (2020). Assessing Inhomogeneities in Extreme Annual Rainfall Data Series by Multifractal Approach. *Water*, 12(4), Article 4. <https://doi.org/10.3390/w12041030>
- Gilbert, R. O. (1987). *Statistical Methods for Environmental Pollution Monitoring*. Van Nostrand Reinhold Company Inc.
- Gomis-Cebolla, J., Rattayova, V., Salazar-Galán, S., & Francés, F. (2023). Evaluation of ERA5 and ERA5-Land reanalysis precipitation datasets over Spain (1951–2020). *Atmospheric Research*, 284, 106606. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2023.106606>
- Gonzalez-Hidalgo, J. C., Peña-Angulo, D., Beguería, S., & Brunetti, M. (2020). MOTEDAS century: A new high-resolution secular monthly maximum and minimum temperature grid for the Spanish mainland (1916–2015). *International Journal of Climatology*, 40(12), 5308-5328. <https://doi.org/10.1002/joc.6520>
- Goovaerts, P. (1997). *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. Oxford University Press.
- Guerreiro, S. B., Kilsby, C. G., & Serinaldi, F. (2014). Analysis of time variation of rainfall in transnational basins in Iberia: Abrupt changes or trends? *International Journal of Climatology*, 34(1), 114-133. <https://doi.org/10.1002/joc.3669>
- Haan, C. T. (2002). *Statistical Methods in Hydrology* (2nd ed.). Iowa State Press.
- Hamed, K. H., & Rao, A. R. (1998). A modified Mann-Kendall trend test for autocorrelated data. *Journal of Hydrology*, 204(1), 182-196. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(97\)00125-X](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(97)00125-X)

- Hassani, H., & Yeganegi, M. R. (2020). Selecting optimal lag order in Ljung–Box test. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 541, 123700. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.123700>
- Haynes, K., Fearnhead, P., & Eckley, I. A. (2017). A computationally efficient nonparametric approach for changepoint detection. *Statistics and Computing*, 27(5), 1293-1305. <https://doi.org/10.1007/s11222-016-9687-5>
- Helsel, D. R., Hirsch, R. M., Ryberg, K. R., Archfield, S. A., & Gilroy, E. J. (2020). Statistical methods in water resources. En *Statistical methods in water resources* (USGS Numbered Series 4-A3; Techniques and Methods, Vols. 4-A3, p. 484). U.S. Geological Survey. <https://doi.org/10.3133/tm4A3>
- Herrera, S., Gutiérrez, J. M., Ancell, R., Pons, M. R., Frías, M. D., & Fernández, J. (2012). Development and analysis of a 50-year high-resolution daily gridded precipitation dataset over Spain (Spain02). *International Journal of Climatology*, 32(1), 74-85. <https://doi.org/10.1002/joc.2256>
- Hipel, K. W., & McLeod, A. I. (1994). *Time Series Modelling of Water Resources and Environmental Systems*. Elsevier Science.
- Hollander, M., Wolfe, D. A., & Chicken, E. (2014). *Nonparametric Statistical Methods* (3rd ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Hussain, M. M., & Mahmud, I. (2019). pyMannKendall: A python package for non parametric Mann Kendall family of trend tests. *Journal of Open Source Software*, 4(39), 1556. <https://doi.org/10.21105/joss.01556>
- Hussain, M. M., Mahmud, I., & Bari, S. H. (2023). *pyHomogeneity: A Python Package for Homogeneity Test of Time Series Data* (1). 11(1), Article 1. <https://doi.org/10.5334/jors.427>

Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice* (3rd ed.).

OTexts.

IPCC. (2001). *Climate Change 2001: The Scientific Basis* (p. 881). Cambridge University Press.

IPCC. (2021). *Climate Change 2021: The Physical Science Basis* (p. 2391). Cambridge University Press.

Isaaks, E. H., & Srivastava, R. M. (1989). *Applied Geostatistics*. Oxford University Press.

Journel, A. G., & Huijbregts, C. J. (1978). *Mining Geostatistics*. Academic Press.

Kendall, M. G. (1970). *Rank Correlation Methods* (4th ed.). Griffin.

Khaliq, M. N., Ouarda, T. B. M. J., Gachon, P., Sushama, L., & St-Hilaire, A. (2009).

Identification of hydrological trends in the presence of serial and cross correlations: A review of selected methods and their application to annual flow regimes of Canadian rivers. *Journal of Hydrology*, 368(1), 117-130.

<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2009.01.035>

Khatami, S., Peel, M. C., Peterson, T. J., & Western, A. W. (2019). Equifinality and Flux Mapping: A New Approach to Model Evaluation and Process Representation Under Uncertainty. *Water Resources Research*, 55(11), 8922-8941.

<https://doi.org/10.1029/2018WR023750>

Killick, R., Fearnhead, P., & Eckley, I. A. (2012). Optimal Detection of Changepoints With a Linear Computational Cost. *Journal of the American Statistical Association*, 107(500), 1590-1598. <https://doi.org/10.1080/01621459.2012.737745>

Koutsoyiannis, D. (2011). Hurst-Kolmogorov Dynamics and Uncertainty. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 47(3), 481-495.

<https://doi.org/10.1111/j.1752-1688.2011.00543.x>

- Koutsoyiannis, D. (2022). *Stochastics of Hydroclimatic Extremes—A Cool Look at Risk* (2nd ed.). Kallipos, Open Academic Editions.
- Koutsoyiannis, D., & Montanari, A. (2015). Negligent killing of scientific concepts: The stationarity case. *Hydrological Sciences Journal*, *60*(7-8), 1174-1183. <https://doi.org/10.1080/02626667.2014.959959>
- Kropp, J. P., & Schellnhuber, H. J. (2011). *In Extremis: Disruptive Events and Trends in Climate and Hydrology*. Springer.
- Kundzewicz, Z. W., & Robson, A. J. (2004). Change detection in hydrological records—A review of the methodology. *Hydrological Sciences Journal*, *49*(1), 7-19. <https://doi.org/10.1623/hysj.49.1.7.53993>
- Lionello, P., Malanotte-Rizzoli, P., & Boscolo, R. (2006). *Mediterranean Climate Variability* (1st ed., Vol. 4). Elsevier.
- Ljung, G. M., & Box, G. E. P. (1978). On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models. *Biometrika*, *65*(2), 297-303. <https://doi.org/10.2307/2335207>
- López, J., & Francés, F. (2013). Non-stationary flood frequency analysis in continental Spanish rivers, using climate and reservoir indices as external covariates. *Hydrology and Earth System Sciences*, *17*(8), 3189-3203. <https://doi.org/10.5194/hess-17-3189-2013>
- Machado, M. J., Botero, B. A., López, J., Francés, F., Díez-Herrero, A., & Benito, G. (2015). Flood frequency analysis of historical flood data under stationary and non-stationary modelling. *Hydrology and Earth System Sciences*, *19*(6), 2561-2576. <https://doi.org/10.5194/hess-19-2561-2015>
- Maity, R. (2018). *Statistical Methods in Hydrology and Hydroclimatology*. Springer.
- Maity, R., Kumar, D. N., & Nanjundiah, R. S. (2007). Review of hydroclimatic teleconnection between hydrologic variables and large-scale atmospheric circulation indices with Indian perspective. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, *13*(1), Article 1.

- Mälicke, M. (2022). SciKit-GStat 1.0: A SciPy-flavored geostatistical variogram estimation toolbox written in Python. *Geoscientific Model Development*, 15(6), 2505-2532. <https://doi.org/10.5194/gmd-15-2505-2022>
- Mallakpour, I., & Villarini, G. (2016). A simulation study to examine the sensitivity of the Pettitt test to detect abrupt changes in mean. *Hydrological Sciences Journal*, 61(2), 245-254. <https://doi.org/10.1080/02626667.2015.1008482>
- Mann, H. B. (1945). Nonparametric Tests Against Trend. *Econometrica*, 13(3), 245-259. <https://doi.org/10.2307/1907187>
- Mann, H. B., & Whitney, D. R. (1947). On a Test of Whether one of Two Random Variables is Stochastically Larger than the Other. *The Annals of Mathematical Statistics*, 18(1), 50-60. <https://doi.org/10.1214/aoms/1177730491>
- Martín, Y., Cívica, M., & Pham, E. (2021). Constructing a Supercell Database in Spain Using Publicly Available Two-Dimensional Radar Images and Citizen Science. *Annals of the American Association of Geographers*, 111(5), 1346-1366. <https://doi.org/10.1080/24694452.2020.1812371>
- Martinez-Artigas, J., Lemus-Canovas, M., & Lopez-Bustins, J. A. (2021). Precipitation in peninsular Spain: Influence of teleconnection indices and spatial regionalisation. *International Journal of Climatology*, 41(S1), E1320-E1335. <https://doi.org/10.1002/joc.6770>
- Matheron, G. (1965). *Les variables régionalisées et leur estimation*. Masson.
- Merino, A., Fernández-Vaquero, M., López, L., Fernández-González, S., Hermida, L., Sánchez, J. L., García-Ortega, E., & Gascón, E. (2016). Large-scale patterns of daily precipitation extremes on the Iberian Peninsula. *International Journal of Climatology*, 36(11), 3873-3891. <https://doi.org/10.1002/joc.4601>

- Meylan, P., Favre, A.-C., & Musy, A. (2011). *Predictive Hydrology: A Frequency Analysis Approach*. Taylor and Francis Group.
- Militino, A. F., Moradi, M., & Ugarte, M. D. (2020). On the Performances of Trend and Change-Point Detection Methods for Remote Sensing Data. *Remote Sensing*, *12*(6), Article 6. <https://doi.org/10.3390/rs12061008>
- Milly, P. C. D., Betancourt, J., Falkenmark, M., Hirsch, R. M., Kundzewicz, Z. W., Lettenmaier, D. P., & Stouffer, R. J. (2008). Stationarity Is Dead: Whither Water Management? *Science*, *319*(5863), 573-574. <https://doi.org/10.1126/science.1151915>
- Monjo, R., Gaitán, E., Pórtoles, J., Ribalaygua, J., & Torres, L. (2016). Changes in extreme precipitation over Spain using statistical downscaling of CMIP5 projections. *International Journal of Climatology*, *36*(2), 757-769. <https://doi.org/10.1002/joc.4380>
- Montero, J.-M., Fernández-Avilés, G., & Mateu, J. (2015). *Spatial and Spatio-Temporal Geostatistical Modeling and Kriging* (1st ed.). John Wiley & Sons, Ltd.
- Naghetini, M. (2017). *Fundamentals of Statistical Hydrology*. Springer.
- Nicholls, N. (2001). The Insignificance of Significance Testing. *Bulletin of the American Meteorological Society*, *82*(5), 981-986. [https://doi.org/10.1175/1520-0477\(2001\)082<0981:CAATIO>2.3.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0477(2001)082<0981:CAATIO>2.3.CO;2)
- Oliver, M. A., & Webster, R. (2014). A tutorial guide to geostatistics: Computing and modelling variograms and kriging. *CATENA*, *113*, 56-69. <https://doi.org/10.1016/j.catena.2013.09.006>
- Oliver, M. A., & Webster, R. (2015). *Basic Steps in Geostatistics: The Variogram and Kriging*. Springer.
- Ouarda, T. B. M. J., Charron, C., & St-Hilaire, A. (2020). Uncertainty of stationary and nonstationary models for rainfall frequency analysis. *International Journal of Climatology*, *40*(4), 2373-2392. <https://doi.org/10.1002/joc.6339>

- Papoulis, A., & Pillai, S. U. (2002). *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes* (4th ed.). McGraw-Hill.
- Peral García, C., Navascués Fernández-Victorio, B., & Ramos Calzado, P. (2017). *Serie de precipitación diaria en rejilla con fines climáticos*. Agencia Estatal de Meteorología. <https://doi.org/10.31978/014-17-009-5>
- Pettitt, A. N. (1979). A Non-Parametric Approach to the Change-Point Problem. *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, 28(2), 126-135. <https://doi.org/10.2307/2346729>
- Pyrz, M. J., & Deutsch, C. V. (2014). *Geostatistical Reservoir Modeling* (2nd ed.). Oxford University Press.
- Ramires, T. G., Nakamura, L. R., Righetto, A. J., Pescim, R. R., Mazucheli, J., Rigby, R. A., & Stasinopoulos, D. M. (2021). Validation of Stepwise-Based Procedure in GAMLSS. *Journal of Data Science*, 19(1), 96-110. <https://doi.org/10.6339/21-JDS1003>
- Rao, A. R., & Hamed, K. H. (2000). *Flood Frequency Analysis*. CRC Press.
- Rao, A. R., Hamed, K. H., & Chen, H.-L. (2003). *Nonstationarities in Hydrologic and Environmental Time Series* (Vol. 45). Springer Science+Business Media.
- Reddy, J. (2021). *Stochastic Hydrology*. Laxmi Publications Pvt., Ltd.
- Rigby, R. A., & Stasinopoulos, D. M. (2005). Generalized Additive Models for Location, Scale and Shape. *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, 54(3), 507-554.
- Rigby, R. A., Stasinopoulos, M. D., Heller, G. Z., & De Bastiani, F. (2020). *Distributions for Modeling Location, Scale, and Shape: Using GAMLSS in R*. CRC Press.
- Río, S. del, Herrero, L., Fraile, R., & Penas, A. (2011). Spatial distribution of recent rainfall trends in Spain (1961–2006). *International Journal of Climatology*, 31(5), 656-667. <https://doi.org/10.1002/joc.2111>

- Ríos-Cornejo, D., Penas, Á., Álvarez-Esteban, R., & del Río, S. (2015). Links between teleconnection patterns and precipitation in Spain. *Atmospheric Research*, 156, 14-28. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2014.12.012>
- Rootzén, H., & Katz, R. W. (2013). Design Life Level: Quantifying risk in a changing climate. *Water Resources Research*, 49(9), 5964-5972. <https://doi.org/10.1002/wrcr.20425>
- Ruddiman, W. F. (2014). *Earth's Climate: Past and Future* (3rd ed.). W. H. Freeman and Company.
- Ryberg, K. R., Hodgkins, G. A., & Dudley, R. W. (2020). Change points in annual peak streamflows: Method comparisons and historical change points in the United States. *Journal of Hydrology*, 583, 124307. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.124307>
- Salas, J. D., Delleur, J. W., Yevjevich, V., & Lane, W. L. (1980). *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*. Water Resources Publications.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, 6(2), 461-464.
- Scott, A. J., & Knott, M. (1974). A Cluster Analysis Method for Grouping Means in the Analysis of Variance. *Biometrics*, 30(3), 507-512. <https://doi.org/10.2307/2529204>
- Seabold, S., & Perktold, J. (2010). *Statsmodels: Econometric and Statistical Modeling with Python*. 92-96. <https://doi.org/10.25080/Majora-92bf1922-011>
- Sen, P. K. (1968). Estimates of the Regression Coefficient Based on Kendall's Tau. *Journal of the American Statistical Association*, 63(324), 1379-1389. <https://doi.org/10.2307/2285891>
- Senent-Aparicio, J., Jimeno-Sáez, P., López-Ballesteros, A., Giménez, J. G., Pérez-Sánchez, J., Cecilia, J. M., & Srinivasan, R. (2021). Impacts of swat weather generator statistics from high-resolution datasets on monthly streamflow simulation over Peninsular Spain.

- Journal of Hydrology: Regional Studies*, 35, 100826.
<https://doi.org/10.1016/j.ejrh.2021.100826>
- Senent-Aparicio, J., López-Ballesteros, A., Jimeno-Sáez, P., & Pérez-Sánchez, J. (2023). Recent precipitation trends in Peninsular Spain and implications for water infrastructure design. *Journal of Hydrology: Regional Studies*, 45, 101308.
<https://doi.org/10.1016/j.ejrh.2022.101308>
- Senent-Aparicio, J., López-Ballesteros, A., Pérez-Sánchez, J., Segura-Méndez, F. J., & Pulido-Velazquez, D. (2018). Using Multiple Monthly Water Balance Models to Evaluate Gridded Precipitation Products over Peninsular Spain. *Remote Sensing*, 10(6), Article 6. <https://doi.org/10.3390/rs10060922>
- Serinaldi, F., & Kilsby, C. G. (2015). Stationarity is undead: Uncertainty dominates the distribution of extremes. *Advances in Water Resources*, 77, 17-36.
<https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2014.12.013>
- Serinaldi, F., & Kilsby, C. G. (2016). The importance of prewhitening in change point analysis under persistence. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 30(2), 763-777. <https://doi.org/10.1007/s00477-015-1041-5>
- Serinaldi, F., Kilsby, C. G., & Lombardo, F. (2018). Untenable nonstationarity: An assessment of the fitness for purpose of trend tests in hydrology. *Advances in Water Resources*, 111, 132-155. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2017.10.015>
- Serrano, A., García, J., Mateos, V. L., Cancillo, M. L., & Garrido, J. (1999). Monthly Modes of Variation of Precipitation over the Iberian Peninsula. *Journal of Climate*, 12(9), 2894-2919. [https://doi.org/10.1175/1520-0442\(1999\)012<2894:MMOVOP>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0442(1999)012<2894:MMOVOP>2.0.CO;2)
- Serrano-Notivol, R., Beguería, S., Saz, M. Á., & de Luis, M. (2018). Recent trends reveal decreasing intensity of daily precipitation in Spain. *International Journal of Climatology*, 38(11), 4211-4224. <https://doi.org/10.1002/joc.5562>

- Serrano-Notivoli, R., Martín-Vide, J., Saz, M. A., Longares, L. A., Beguería, S., Sarricolea, P., Meseguer-Ruiz, O., & de Luis, M. (2018). Spatio-temporal variability of daily precipitation concentration in Spain based on a high-resolution gridded data set. *International Journal of Climatology*, 38(S1), e518-e530. <https://doi.org/10.1002/joc.5387>
- Singh, V. P. (1996). *Hydrology of disasters*. Springer Science+Business Media.
- Slater, L. J., Anderson, B., Buechel, M., Dadson, S., Han, S., Harrigan, S., Kelder, T., Kowal, K., Lees, T., Matthews, T., Murphy, C., & Wilby, R. L. (2021). Nonstationary weather and water extremes: A review of methods for their detection, attribution, and management. *Hydrology and Earth System Sciences*, 25(7), 3897-3935. <https://doi.org/10.5194/hess-25-3897-2021>
- Stasinopoulos, M. D., Rigby, R. A., Heller, G. Z., Voudouris, V., & De Bastiani, F. (2017). *Flexible Regression and Smoothing: Using GAMLSS in R*. CRC Press.
- Tan, X., & Gan, T. Y. (2015). Nonstationary Analysis of Annual Maximum Streamflow of Canada. *Journal of Climate*, 28(5), 1788-1805. <https://doi.org/10.1175/JCLI-D-14-00538.1>
- Teegavarapu, R. S. V., Salas, J. D., & Stedinger, J. R. (2019). *Statistical Analysis of Hydrologic Variables: Methods and Applications*. American Society of Civil Engineers.
- Theil, H. (1950). A Rank-Invariant Method of Linear and Polynomial Regression Analysis. En B. Raj & J. Koerts (Eds.), *Henri Theil's Contributions to Economics and Econometrics* (Vol. 23, pp. 345-381). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-011-2546-8_20
- Ventura, V., Paciorek, C. J., & Risbey, J. S. (2004). Controlling the Proportion of Falsely Rejected Hypotheses when Conducting Multiple Tests with Climatological Data. *Journal of Climate*, 17(22), 4343-4356. <https://doi.org/10.1175/3199.1>

- Vidrio-Sahagún, C. T., & He, J. (2022). The decomposition-based nonstationary flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, 612, 128186. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2022.128186>
- Villarini, G., & Serinaldi, F. (2012). Development of statistical models for at-site probabilistic seasonal rainfall forecast. *International Journal of Climatology*, 32(14), 2197-2212. <https://doi.org/10.1002/joc.3393>
- Villarini, G., Serinaldi, F., Smith, J. A., & Krajewski, W. F. (2009). On the stationarity of annual flood peaks in the continental United States during the 20th century. *Water Resources Research*, 45(8). <https://doi.org/10.1029/2008WR007645>
- Villarini, G., Smith, J. A., Serinaldi, F., Bales, J., Bates, P. D., & Krajewski, W. F. (2009). Flood frequency analysis for nonstationary annual peak records in an urban drainage basin. *Advances in Water Resources*, 32(8), 1255-1266. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2009.05.003>
- Villarini, G., Smith, J. A., Serinaldi, F., Ntelekos, A. A., & Schwarz, U. (2012). Analyses of extreme flooding in Austria over the period 1951–2006. *International Journal of Climatology*, 32(8), 1178-1192. <https://doi.org/10.1002/joc.2331>
- Villarini, G., Vecchi, G. A., & Smith, J. A. (2010). Modeling the Dependence of Tropical Storm Counts in the North Atlantic Basin on Climate Indices. *Monthly Weather Review*, 138(7), 2681-2705. <https://doi.org/10.1175/2010MWR3315.1>
- Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E., Haberland, M., Reddy, T., Cournapeau, D., Burovski, E., Peterson, P., Weckesser, W., Bright, J., van der Walt, S. J., Brett, M., Wilson, J., Millman, K. J., Mayorov, N., Nelson, A. R. J., Jones, E., Kern, R., Larson, E., ... van Mulbregt, P. (2020). SciPy 1.0: Fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*, 17(3), Article 3. <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>

- Weatherhead, E. C., Reinsel, G. C., Tiao, G. C., Meng, X.-L., Choi, D., Cheang, W.-K., Keller, T., DeLuisi, J., Wuebbles, D. J., Kerr, J. B., Miller, A. J., Oltmans, S. J., & Frederick, J. E. (1998). Factors affecting the detection of trends: Statistical considerations and applications to environmental data. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, *103*(D14), 17149-17161. <https://doi.org/10.1029/98JD00995>
- Wijngaard, J. B., Klein Tank, A. M. G., & Können, G. P. (2003). Homogeneity of 20th century European daily temperature and precipitation series. *International Journal of Climatology*, *23*(6), 679-692. <https://doi.org/10.1002/joc.906>
- Wilks, D. S. (2006). On “Field Significance” and the False Discovery Rate. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, *45*(9), 1181-1189. <https://doi.org/10.1175/JAM2404.1>
- Wilks, D. S. (2019). *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences* (4th ed.). Elsevier.
- Yue, S., Pilon, P., Phinney, B., & Cavadias, G. (2002). The influence of autocorrelation on the ability to detect trend in hydrological series. *Hydrological Processes*, *16*(9), 1807-1829. <https://doi.org/10.1002/hyp.1095>
- Yue, S., & Wang, C. Y. (2002). Applicability of prewhitening to eliminate the influence of serial correlation on the Mann-Kendall test. *Water Resources Research*, *38*(6), 4-1-4-7. <https://doi.org/10.1029/2001WR000861>
- Zhang, D., Yan, D., Wang, Y.-C., Lu, F., & Liu, S. (2015). GAMLSS-based nonstationary modeling of extreme precipitation in Beijing–Tianjin–Hebei region of China. *Natural Hazards*, *77*(2), 1037-1053. <https://doi.org/10.1007/s11069-015-1638-5>
- Zhang, Q., Gu, X., Singh, V. P., Xiao, M., & Chen, X. (2015). Evaluation of flood frequency under non-stationarity resulting from climate indices and reservoir indices in the East River basin, China. *Journal of Hydrology*, *527*, 565-575. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.05.029>

Zhou, C., van Nooijen, R., Kolechkina, A., & Hrachowitz, M. (2019). Comparative analysis of nonparametric change-point detectors commonly used in hydrology. *Hydrological Sciences Journal*, 64(14), 1690-1710. <https://doi.org/10.1080/02626667.2019.1669792>