



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



FACULTAT DE BELLES
ARTS DE SANT CARLES

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Facultad de Bellas Artes

FRACATALES EN LA NATURALEZA.
ILUSTRACIÓN Y GEOMETRIA

Trabajo Fin de Grado

Grado en Bellas Artes

AUTOR/A: Vilar Jiménez, Paula

Tutor/a: Vidal Alamar, M^a Dolores

CURSO ACADÉMICO: 2022/2023

RESUMEN

Este TFG es el resultado del estudio de la relación que existe entre los fractales y la naturaleza y de qué manera se pueden apreciar patrones establecidos partiendo de su observación, además de la investigación teórica y de los patrones de geometría que indagamos en la materia de las proporciones.

El proyecto *FRACTALES EN LA NATURALEZA* presenta quince ilustraciones de elementos naturales propios del ecosistema terrestre y marino, como son las plantas suculentas, flores, piñas o conchas y estrellas de mar, donde se aúnan la expresión gráfica y artística.

Las ilustraciones se han realizado con la técnica tradicional del lápiz de grafito y programas de dibujo digitales como *Procreate* y *Sketchup*.

Desde nuestra pasión por la geometría y el dibujo, se han creado nuevas estructuras en las que el dibujo técnico y el artístico conviven de manera armónica; se ha estudiado la geometría al servicio de la naturaleza y aplicada a la ilustración. Por otra parte, el trabajo busca llamar a la reflexión al contemplar la naturaleza, despertando una mirada atenta y profunda hacia la belleza del orden que nos lleve a comprenderlo.

El objetivo profesional de este trabajo consiste en diseñar una simulación de una galería de arte de forma virtual, donde se exhiban ilustraciones organizadas por secciones con el propósito de facilitar su difusión.

PALABRAS CLAVE: Fractales; naturaleza; patrones; proporción áurea; dibujo técnico y geometría.

ABSTRACT

This work is the result of a study on the relationship between fractals and nature, exploring how established patterns can be observed through their observation, as well as theoretical research and geometric patterns that delve into the realm of proportions.

The project "FRACTALS IN NATURE" presents fifteen illustrations of natural elements found in terrestrial and marine ecosystems, such as succulent plants, flowers, pinecones, seashells, and starfish, combining graphic and artistic expression.

The illustrations were created using traditional graphite pencil techniques and digital drawing programs such as *Procreate* and *Sketchup*. From our passion for geometry and drawing, new structures have been created where technical and artistic drawing coexist harmoniously. The study focuses on the application of geometry to nature and illustration. Additionally, the project aims to inspire reflection upon contemplating nature, awakening a keen and profound appreciation for the beauty of order that leads to understanding.

The professional objective of this work is to design a simulation of a virtual art gallery, where illustrations are exhibited and organized by sections for the purpose of facilitating their dissemination.

KEYWORDS

Fractals; nature; patterns; golden ratio; technical design and geometry.

A mi padre, mi héroe en cuatro ruedas. Gracias por llevarme y traerme siempre de la facultad a casa, sin importar el cansancio. Tu apoyo incondicional y sacrificio me han llevado lejos. Te quiero montonazos, Cabecilla.

A mi tutora, mi guía incansable. Tu empeño y tu paciencia infinita han moldeado mi camino. Gracias por creer en mí y ayudarme a alcanzar mis metas. Eres una "fuera de serie".

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	6
2. OBJETIVOS.....	7
3. METODOLOGÍA	9
4. MARCO TEÓRICO	10
4.1. ¿QUÉ SON LOS FRACTALES?	10
4.1.1. <i>Definición y características</i>	10
4.1.2. <i>Tipos de fractales</i>	12
4.2. LA PROPORCIÓN ÁUREA Y GEOMETRÍA FRACTAL EN LA NATURALEZA .	14
4.2.1. <i>Patrones en elementos naturales</i>	15
4.3. GEOMETRÍA DE LAS FLORES	18
4.3.1. <i>Simetría floral</i>	18
4.3.2. <i>Patrones de crecimiento</i>	19
4.3.3. <i>Formas y estructuras de los pétalos</i>	20
4.3.4. <i>La belleza del cinco</i>	21
4.4. REFERENTES	22
5. DESARROLLO PRÁCTICO	29
5.1. ARCHIVO FOTOGRÁFICO.....	29
5.2. SELECCIÓN DE ELEMENTOS Y BÚSQUEDA DE GEOMETRÍA	33
5.3. REALIZACIÓN DE LAS ILUSTRACIONES	35
5.3.1. <i>Proceso</i>	35
5.3.2. <i>Técnica</i>	39
5.4. ARTES FINALES	41
5.4.1. <i>Geometría floral</i>	41
5.4.2. <i>Proporción áurea: flores</i>	47
5.4.3. <i>Geometría fractal: elementos vegetales</i>	49
5.4.4. <i>Patrón geométrico: elementos del mar</i>	53
5.5. EXPOSICIÓN VIRTUAL.....	56
5.5.1. <i>Diseño del espacio expositivo</i>	56
5.5.2. <i>Render</i>	58
5.6. FOLLETO EXPOSITIVO.....	61

6. CONCLUSIONES.....	63
7. FUENTES REFERENCIALES	64
8.1. BIBLIOGRAFÍA	64
8.2. WEBGRAFÍA	65
8. ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS.....	66
9. ANEXOS.....	70
9.1. ANEXO I: OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE	70
9.2. ANEXO II: CRONOGRAMA DE TRABAJO	71

1. INTRODUCCIÓN

FRACTALES EN LA NATURALEZA muestra una serie de ilustraciones de elementos naturales y tiene como objetivo explorar y comprender la agrupación fractal y geométrica de los mismos, así como apreciar las características únicas y las adaptaciones de éstos en sus ciclos y procesos de crecimiento. Este proyecto busca y analiza estructuras geométricas donde el dibujo técnico y artístico coexistan de manera armoniosa, estimulando una reflexión sobre una mirada diferente en el observador.

Desde los primeros años de bachillerato hemos sentido fascinación por el dibujo técnico y sus posibilidades de representación; es una herramienta que proporciona información gráfica, facilitándonos el análisis por sus características de objetividad y concreción, y que nos ayudará a elaborar las ilustraciones que se presentan. En ese momento, se tuvo el deseo de ser arquitecta, pero al comenzar los estudios de grado en Bellas Artes la idea maduró y se cambió este objetivo por el de ser profesora de dibujo, pues también nos fascinaba el arte. Desde entonces, en los estudios de grado nos hemos centrado en la geometría de lo que nos rodea, y la implementación de ésta ha estado presente en la mayoría de los proyectos realizados en las asignaturas cursadas. Es por esto que surgió la certeza de que el Trabajo de Fin de Grado (TFG) estaría relacionado con la geometría, especialmente tras la asignatura de *Arte y Naturaleza*, en la que se exploraron ciclos y procesos naturales tomando como referente la ilustración de una *col romanesco*, en la que aplicamos la proporción áurea como patrón de crecimiento. Por tanto, este proyecto se tomó como una oportunidad para profundizar en la geometría que tanto nos ha intrigado, inquietado y motivado en proyectos anteriores.

El proyecto opta por el cálculo manual y una inspiración artística, sin descartar las herramientas de software.

En cuanto a la estructura del trabajo, se ha dividido en las siguientes etapas:

Vamos a iniciar con el marco teórico, con la definición de fractal, sus características y su presencia en la naturaleza a través de ciclos y procesos de crecimiento. A continuación, se realiza un acercamiento a la proporción áurea, su historia y su relevancia para comprender los elementos naturales. Seguidamente, se presentan algunos ejemplos de los elementos de la naturaleza en los que se investiga sobre su geometría fractal.

En el segundo apartado presentamos la propuesta artística; una serie de ilustraciones de elementos naturales. Mostramos quince ilustraciones agrupadas en dos grandes secciones según sean de origen marino o terrestre, y dentro de esta última, en flores y otros elementos vegetales. Las ilustraciones las hemos realizado con técnicas tanto tradicionales como digitales, tales como grafito sobre papel y *Procreate*, respectivamente.

A continuación hemos diseñado la sala de la exposición virtual, organizando las ilustraciones en las secciones nombradas e implementando en cada una de ellas el trazado de la geometría fractal y los patrones que se hallan en su estructura.

Finalmente se exponen las conclusiones y propuestas de mejora y desarrollo del proyecto.

2. OBJETIVOS

El objetivo principal de este TFG es crear una serie de ilustraciones de elementos naturales en base al estudio de la geometría y a la observación de patrones fractales en la naturaleza, presentándolas en una exposición virtual.

2.1. OBJETIVOS GENERALES

- Analizar y estudiar la geometría de la naturaleza aplicada a la ilustración
- Aplicar los conocimientos y capacidades adquiridas durante los estudios de grado, en las diferentes asignaturas donde hemos ido tratando la geometría en trabajos puntuales

- Apreciar la belleza que nos ofrece la naturaleza
- Contemplar los elementos naturales marcados por un patrón geométrico
- Crear ilustraciones en las que el dibujo técnico y el dibujo artístico convivan de forma armónica
- Diseñar un espacio expositivo virtual acorde y coherente con la temática del proyecto
- Investigar acerca de lo fractal y su presencia en la naturaleza
- Respetar el ecosistema marino y terrestre

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analizar y dibujar conchas y flores en base a la proporción áurea
 - Desarrollar habilidades en el software de diseño *Sketchup* y *Procreate*
- Mejorar en la técnica clásica de lápiz grafito

2.3. OBJETIVOS ODS

- Fomentar la conservación y la protección de la vida submarina
- Promover el respeto y la conservación de los ecosistemas terrestres
- Desarrollar hábitos de producción y consumo responsables
- Contribuir a la creación de alternativas para la sostenibilidad de ciudades y comunidades
- Aplicar los conocimientos y habilidades que se han aprendido a lo largo de los estudios de grado, promoviendo la educación de calidad

(Ver ANEXO I)



Figura 1: UN.org (s.f.). Objetivos de desarrollo sostenible 2030

3. METODOLOGÍA

El proyecto se realizó siguiendo una metodología estructurada que incluyó la planificación y distribución del tiempo, tanto para la parte teórica como en la de creación artística. Esta metodología se basó en un cronograma detallado que abarcaba la investigación, la implementación de la geometría y la creación de ilustraciones. Se utilizó un diagrama de *Gantt* (ver ANEXO II) para visualizar y gestionar las tareas, con ajustes y revisiones para mantener un cronograma realista. Se realizó un seguimiento constante y una gestión activa del cronograma para controlar el progreso y hacer ajustes cuando fuera necesario.

El proyecto se basó en el uso de herramientas como la fotografía y el vídeo para seleccionar la perspectiva adecuada con la que presentar la vista idónea de los elementos a ilustrar. Se enfocó en seleccionar elementos naturales que resaltaran la geometría en su estructura de crecimiento, con el objetivo de plasmar el patrón establecido en ese proceso.

El tiempo de realización fue de cuatro meses intensivos, permitiéndonos perfeccionar y ampliar el proyecto, además de crear la memoria correspondiente.

La ejecución del proyecto fue individual, excepto en casos de fotografía subacuática que requerían la compañía de un buceador profesional.

Los espacios físicos utilizados fueron entornos naturales cercanos, a excepción de las inmersiones subacuáticas que implicaban un desplazamiento de 95 km.

En cuanto a la creación de ilustraciones se comenzó con bocetos digitales y anotaciones preliminares, seleccionando a continuación los temas a representar. A partir de estos bocetos se trabajó el arte final con la técnica de lápices de grafito de diferentes durezas, profundizando en la composición, los detalles formales y las texturas visuales. La geometría se implementó utilizando herramientas de precisión, como son la escuadra, el cartabón y el compás. Durante este proceso creativo se realizaron pausas para evaluar y mejorar el trabajo. Para las ilustraciones digitales, se utilizó el software de diseño gráfico *Procreate* y otros programas similares.

La edición de las ilustraciones la llevamos a cabo tanto en el domicilio personal como en la facultad de Bellas Artes. En cuanto a los recursos materiales, se utilizaron cámaras, papel especializado y programas de diseño gráfico y modelado digital. Los recursos financieros ya estaban disponibles, por lo que no representaron un gasto significativo.

Finalmente, la simulación del espacio expositivo la realizamos en el software de diseño *Sketchup*.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. ¿QUÉ SON LOS FRACTALES?

4.1.1. Definición y características

“La práctica totalidad de los patrones comunes en la naturaleza son irregulares. Su aspecto es exquisitamente desigual y fragmentado, no solo más elaborado que la maravillosa geometría antigua de Euclides, sino de una complejidad enormemente superior. Durante siglos, la mera idea de medir la irregularidad fue un sueño vano. Este es uno de los sueños a los que he dedicado toda mi vida científica.”

Benoît Mandelbrot

Estas palabras las escribió en sus memorias **Mandelbrot** (1924 – 2010), matemático que abrió las puertas a la geometría fractal bajo la idea de que la geometría clásica no era suficiente para explicar nuestro mundo. Durante la enseñanza reglada, nos hacen creer que todas las funciones son continuas y diferenciables, que las curvas pueden ser desmenuzadas en pequeños segmentos, que las superficies son lisas. Sin embargo, a la hora de explicar la realidad, se comprueba que estas son la excepción. Si añadimos los procesos en que interviene el azar, entonces aún es mayor la irregularidad que se obtiene.

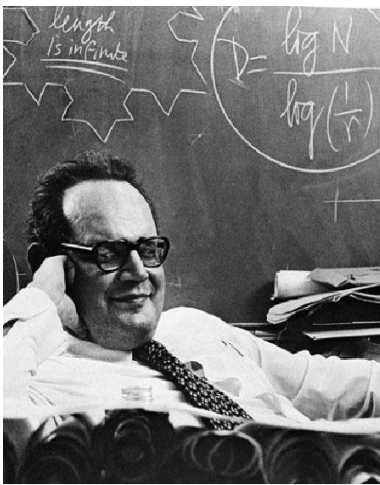


Figura 2: Fotografía de Benoît Mandelbrot. 2010

Euclides fue quien introdujo la geometría en los años 300 a.C. tal y como la conocemos, y desde entonces ha experimentado cambios mínimos. Sin embargo, en 1975, **Benoît B. Mandelbrot** sentó las bases de una nueva rama de la geometría llamada geometría fractal, que está ganando cada vez más relevancia en todas las áreas del conocimiento. La geometría fractal nos permite describir de manera matemática y relativamente sencilla objetos y fenómenos que antes se consideraban extremadamente complejos. Por ejemplo, podemos aplicarla para comprender las formas de ciertos helechos y las superficies de materiales, así como para analizar fenómenos caóticos como el movimiento browniano. Además, nos ayuda a escalar geometrías y propiedades, desde niveles atómicos o dimensiones espaciales hasta las escalas macroscópicas que somos capaces de percibir a través de nuestros sentidos.

Desde finales del siglo XIX empezaron a surgir conjuntos con unas peculiaridades que los hacían inclasificables a los ojos de la geometría clásica. **Benoît Mandelbrot** buscó organizarlos. Para él, son las agrupaciones matemáticas u objetos físicos que cumplen, o bien que sus partes tienen la misma estructura del todo (en su representación, figuras iguales o mínimamente deformadas se repiten a escalas distintas), o bien que su aspecto es enormemente irregular o fragmentado sea cual sea la ampliación a que se someta.

Mandelbrot quiso poner nombre a estos conjuntos, a veces llamados *monstruos*, un término nuevo que no diese lugar a confusión. Para ello, en 1975, acudió al latín y escogió el adjetivo “fractus” que significa “roto”, “quebrado” para formar el sustantivo “fractalcon”, y así denominó a todos esos conjuntos que no abordaban la geometría clásica y cuya irregularidad seguía un cierto patrón de regularidad.

Pero, verdaderamente, ¿qué es un fractal? La respuesta es variada según la fuente a la que nos remitamos. Un modo de definirlo, a la vez vago pero que

recoge las propiedades de los llamados fractales clásicos, es a partir de unas cuantas características. Así, tal y como describen Chaline y Dubois en su libro¹:

- Un conjunto fractal presenta estructuras a distintas escalas organizadas de forma jerárquica. Si son idénticas, hablamos de autosimilitud o invariabilidad en escala.
- Un conjunto fractal tiene una estructura fina como, por ejemplo, detalles a escalas tomadas arbitrariamente pequeñas.
- Un conjunto fractal es demasiado irregular para ser descrito con el lenguaje tradicional tanto local como globalmente.
- Muchas veces, un conjunto fractal presenta una forma de homotecia interna. Generalmente la dimensión fractal de un conjunto fractal definido de un modo u otro es superior a su dimensión topológica
- La mayoría de las veces, un conjunto fractal se define de forma simple pudiendo ser esta recurrente.

A nosotros nos interesan los fractales desde el punto de vista estético, cercano a la naturaleza y fáciles de generar.

4.1.2. Tipos de fractales

Dado que la definición de *conjunto fractal* no es concreta, es de esperar que su clasificación tampoco lo sea. Sin embargo, vamos a recurrir a aquella más útil de cara al desarrollo del trabajo. Atendiendo a la propiedad de **autosimilitud**, es posible establecer tres categorías

- **Autosimilitud exacta:** Este es el tipo más restrictivo de autosimilitud: exige que el fractal parezca idéntico a diferentes escalas. Estos se construyen a partir de una regla geométrica fijada. A menudo la hallamos en fractales definidos por sistemas de funciones iteradas (IFS). Ejemplos: conjunto de Cantor (1883), curva de Peano (1890), copo de nieve de Koch (1904), triángulo de Sierpinski (1919), esponja de Menger (1926).

¹ DUBOIS, J.; CHALINE, J. *Le monde des fractales, La géométrie cachée de la nature*, París: ELLIPSES, 2006

Figura 3: Primeras etapas de la construcción del triángulo de *Sierpinski*. 2017



- **Cuasiautosimilitud:** Exige que el fractal parezca aproximadamente igual a diferentes escalas. Los fractales de este tipo comprenden copias menores y distorsionadas de sí mismos. Los fractales definidos por relaciones de reiteración son habitualmente de este tipo. Como ejemplo tenemos el conjunto de Mandelbrot (1980) o el conjunto de Julia (1980).

Figura 4: Conjunto de Mandelbrot. 2021

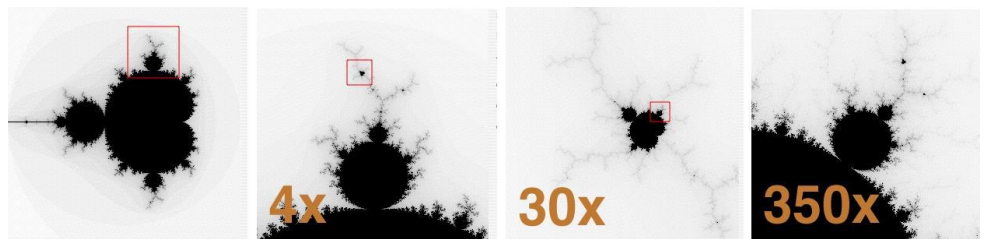
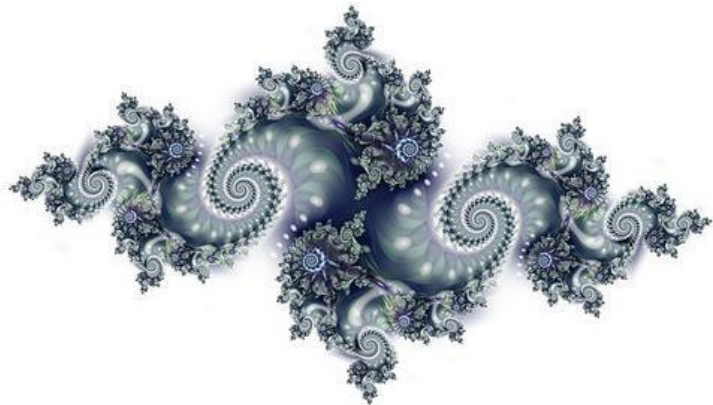


Figura 5: Conjunto de Julia. 2022



- **Autosimilitud estadística:** Es el tipo más débil de autosimilitud, se requiere que el fractal tenga medidas numérica o estadísticamente que se resguarden con el cambio de escala. Los fractales aleatorios son ejemplos de fractales de este tipo.

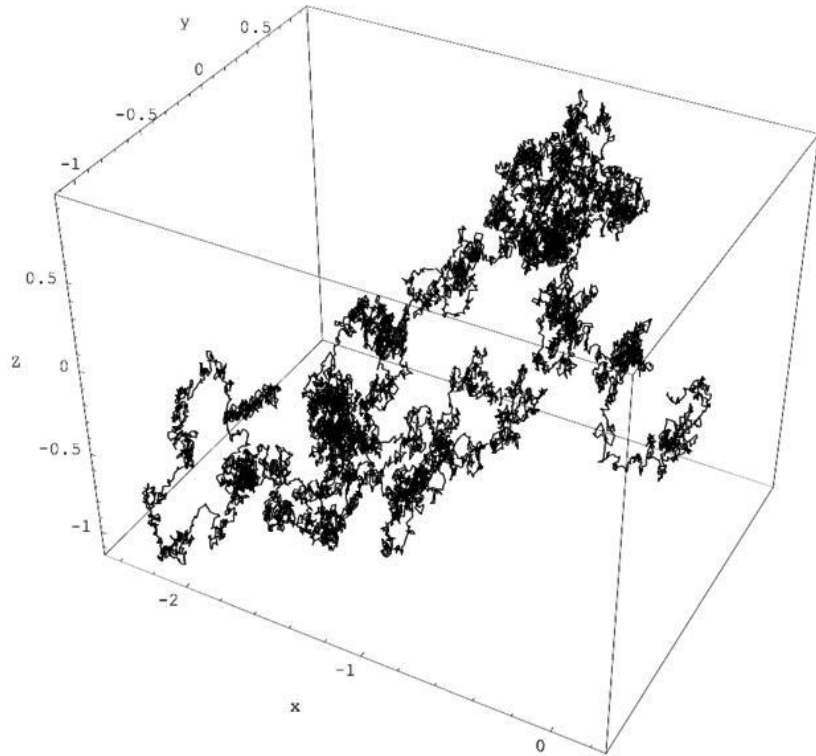


Figura 6: Wikipedia. (s.f.). Gráfica del movimiento browniano.



Figura 7: Pinterest. (s.f.). Espiral áurea en un cactus

4.2. LA PROPORCIÓN ÁUREA Y GEOMETRÍA FRACTAL EN LA NATURALEZA

La proporción áurea juega un importante papel en la geometría fractal, y los fractales —a su vez— en la geometría de la naturaleza.

Un fenómeno interesante que ocurre en fractales que tienden a rellenar el espacio, con un factor de escala igual al número áureo invertido ($1/\Phi$ o ϕ), es que el patrón cubre el espacio disponible sin solaparse y sin dejar huecos. Con factores de escala menores de ϕ , el patrón crece en exceso y deja poco espacio abierto.

En 1854, el psicólogo alemán **Adolf Ziesing** (1810-1876) publicó *Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers* (*Nueva Doctrina de las Proporciones del Cuerpo Humano*), en la que se expresaba su creencia de que

el número áureo² tenía su máxima expresión en la forma humana. Además, argumentaba que este constituía una ley universal que representaba el «ideal» de todas las estructuras y formas de la vida y la materia³, haciéndose eco en la antigua *Teoría de las Formas* de Platón. Según Ziesing, el número áureo ϕ expresaba belleza y completitud tanto en la naturaleza como en el arte, y esta idea suya inspiraría a otros a crear diseños y descubrimientos capaces de cambiar los paradigmas acerca de nuestro mundo.

4.2.1. Patrones en elementos naturales

Los fractales y la geometría están ampliamente presentes en la naturaleza, y su estudio revela patrones sorprendentes en diferentes escalas.

- **Ramificaciones de árboles**

Los árboles exhiben patrones fractales en sus ramificaciones. Las ramas principales se dividen en ramas más pequeñas que, a su vez, se subdividen en ramas aún más pequeñas. Este patrón se repite a diferentes escalas, creando una estructura fractal que se encuentra en muchos árboles y plantas.

- **Formas de las nubes**

Las nubes pueden mostrar estructuras fractales en su apariencia. Cuando observamos las nubes, podemos notar patrones similares a los de los fractales, donde las formas se repiten a diferentes escalas. Esto se debe a la interacción de las fuerzas atmosféricas y la formación de turbulencias en la atmósfera.



Figura 8: Paula Vilar. Ramificaciones de árbol. 2022

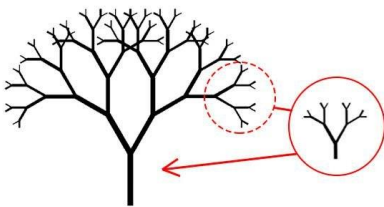


Figura 9: Fractales en ramificaciones de los árboles. 2018

² El número áureo es un número irracional, representado por la letra griega ϕ (ϕ) (en minúscula) o Φ (Φ) (en mayúscula) en honor al escultor griego Fidias. Se le atribuye un carácter estético a los objetos cuyas medidas guardan la proporción áurea

³ PADOVAN, R. *Proportion: Science, Philosophy, Architecture*, Londres: Routledge, 1999, p. 256



Figura 10: Paula Vilar. Fractales en las nubes. 2022

Figura 11: Wordpress. (s.f.).
Fractalidad de la costa

- **Costas y líneas costeras**



Las costas y las líneas costeras a menudo exhiben una geometría fractal conocida como "fractalidad de la costa". Cuando se mide la longitud de una costa en diferentes escalas, los resultados varían, ya que la línea costera se vuelve más detallada a medida que se utiliza una escala de medición más fina.

- **Estructura en las hojas y las plantas**

Las hojas y las plantas pueden mostrar patrones geométricos, como espirales, formas hexagonales y formas ramificadas. Estos patrones se encuentran en las venas de las hojas, las disposiciones de las flores y la organización de las células vegetales. Un ejemplo destacado es el patrón de espiral en las piñas de los pinos.



Figura 12: Patrón en espiral de la piña de los pinos, 2019

- **Formas en los copos de nieve**

Los copos de nieve son famosos por su simetría hexagonal. Cada copo de nieve tiene una estructura única y compleja, pero todos se basan en una simetría hexagonal debido a las condiciones en las que se forman en la atmósfera.



Figura 13: Foto321.com (s.f.). Simetría de un copo de nieve

- **Diseños en corales y organismos marinos**

Los corales y otros organismos marinos pueden mostrar patrones geométricos en sus estructuras. Por ejemplo, los corales forman estructuras ramificadas y simétricas que se repiten a lo largo de su colonia, creando un patrón fractal.



Figura 14: Imer.mx (s.f.). Ramificaciones fractales del coral

Estos serían sólo algunos ejemplos de cómo los fractales y la geometría se manifiesta en la naturaleza. El estudio de estos patrones revela la belleza y la complejidad de la naturaleza, así como la presencia de principios matemáticos y geométricos subyacentes en el mundo natural.

4.3. GEOMETRÍA DE LAS FLORES

El estudio de la geometría de las flores se conoce como la morfología floral, se trata de una rama de la botánica que se centra en la estructura y forma de las flores, las cuales exhiben una asombrosa diversidad de formas y patrones geométricos, lo que ha intrigado a científicos, matemáticos y artistas a lo largo de la historia. La geometría de las flores se puede analizar y estudiar desde diferentes perspectivas.

4.3.1. Simetría floral



Figura 15: Girasol con simetría radial. 2021

La gran mayoría de las flores muestran algún tipo de simetría en sus estructuras. La simetría radial, también conocida como *actinomorfia*, se halla en flores como las margaritas o los girasoles, donde los pétalos se encuentran distribuidos de manera uniforme alrededor del centro. La simetría bilateral, o *zigomorfia*, la cual se observa en flores como las orquídeas o las violetas, en las cuales los pétalos y otras partes de éstas se hallan dispuestos de forma simétrica en relación con un plano central.

4.3.2. Patrones de crecimiento

El crecimiento de las flores posee patrones geométricos definidos. Según la familia considerada, las piezas de la flor se pueden disponer sobre el receptáculo de dos formas diferentes

- **Disposición espiralada**

En el caso de la denominada disposición espiralada, las piezas se insertan consecutivamente y a diferentes niveles, describiendo una

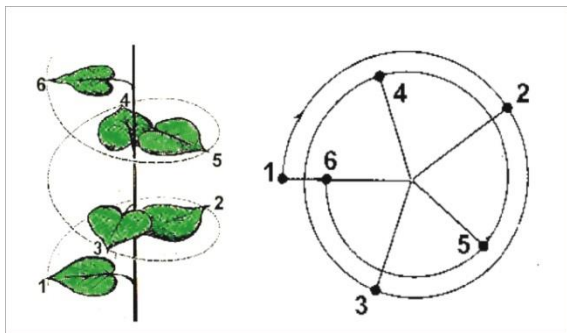


Figura 16: Disposición espiralada

Inspirada en la espiral de Pacioli. 2009

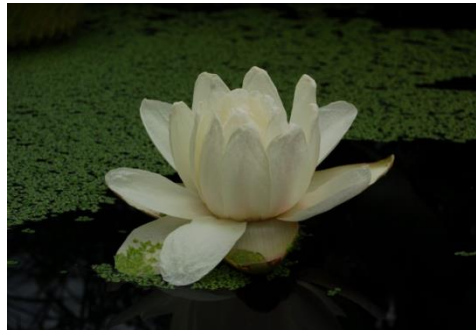


Figura 17: Paula Vilar. *Victoria cruziana*. 2022

espiral sobre el eje del mismo modo al que las hojas se insertan en el tallo. Ejemplo de especie con flor espiralada es la *Victoria cruziana*.

- **Disposición verticalada**

En la situación de la disposición cíclica, las partes se organizan en agrupaciones en forma de ciclos o verticilos, se observa que cada componente floral de un verticilo se intercala con los componentes

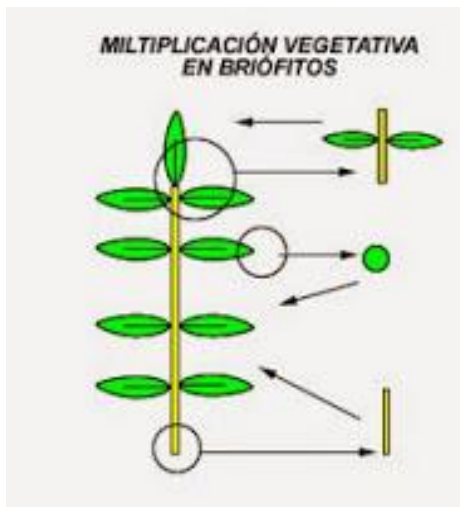


Figura 18: Disposición cíclica y multiplicación vegetativa en briófitos. 2013



Figura 19: Paula Vilar. *Solanum*. 2023

del verticilo siguiente. Por ejemplo, los sépalos se intercalan con los pétalos. Estas flores pueden presentar una variación en el

número de verticilos

dependiendo de la familia a la que pertenezcan. Con frecuencia, las flores tienen cuatro ciclos, lo que se conoce como tetracíclicas. Un ejemplo de

<http://elmodernoprometeo.blogspot.com/2>

esto se encuentra en las solanáceas, como el *Solanum*, donde se puede observar un ciclo de sépalos, un ciclo de pétalos, otro de estambres y un último de carpelos. También es común encontrar



flores pentacíclicas, con cinco ciclos, como las flores de las liliáceas, como el *Lilium*, que muestran dos ciclos de estambres en lugar de uno. Además, existen otros casos en los que las flores presentan múltiples verticilos

Figura 20: Paula Vilar. Lilium. 2023

de estambres, como se puede observar en las rutáceas, como el *Poncirus trifoliata*, donde se encuentran más de cinco ciclos.

4.3.3. Formas y estructuras de los pétalos

Las flores presentan patrones geométricos en su disposición de partes, como pétalos, estambres y carpelos.

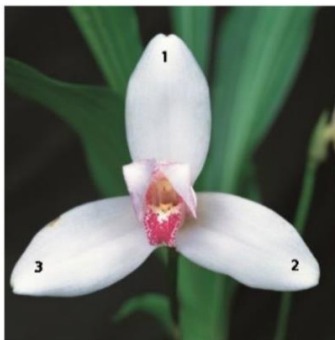


Figura 21: Matemáticas en los pétalos de las flores. 2016

La serie de *Fibonacci*⁴ posee muchas propiedades interesantes y la encontramos en varios fenómenos naturales y estructuras geométricas. Hallamos el patrón de esta serie en las flores y puede atribuirse a la eficiencia en el espacio y el crecimiento de las plantas. Siguiendo este patrón, las partes de la flor están dispuestas de manera que optimizan la captación de luz, polinización y reproducción. Esto permite a las flores maximizar su éxito reproductivo al atraer a polinizadores y asegurar la transferencia de polen de manera eficiente.

4.3.4. La belleza del cinco

El cinco se considera un número muy especial en la geometría y cálculo del número áureo. No sólo hay relación entre el *phi*, el pentágono con sus cinco lados y el pentagrama, sino que, además, este número es el quinto dígito de la serie *Fibonacci*. Mucho después de que los Pitagóricos adoptaran el



Figura 22: FreeDigitalPhotos.net (s.f.). Secciones en forma de estrella de la papaya (arriba), manzana (centro) y carambola (abajo)

pentagrama como símbolo de su escuela, y de que Platón descubriera sus cinco sólidos,

Leonardo da Vinci estudió las violetas de cinco pétalos, observando su estructura pentagonal subyacente. De hecho, muchas de las plantas y flores más comunes y bellas, incluidas aquellas de la familia de la rosa, exhiben esta perfecta simetría áurea.



Figura 23: Leonardo da Vinci. Estudio de la violeta de cinco pétalos, boceto de pentágono en la parte superior izquierda. 1490

⁴ Secuencia matemática que comienza con los números 0 y 1, y cada número posterior se obtiene sumando los dos números anteriores. Por lo tanto, la serie sigue la siguiente pauta: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, y así sucesivamente

Esta simetría de cinco partes puede observarse también en la estructura de frutas como la manzana, la papaya y la bien llamada carambola. Asimismo, el cinco también se encuentra en el mundo animal; el ejemplo más obvio es la estrella de mar y sus parientes, la ofiura y el erizo de mar.

Desde siempre, la belleza y armonía de las formas florales han sido fuente de inspiración para artistas, arquitectos y diseñadores desde los girasoles de Van Gogh hasta los estudios de Escher, pasando por Olos las flores de Mondrian. Por lo que cabe decir que la geometría de las flores es un campo fascinante que busca comprender la estructura de los elementos de la naturaleza.



Figura 25: Vincent van Gogh. Serie *Los Girasoles*. 1988. Óleo sobre lienzo. 93 cm × 72 cm

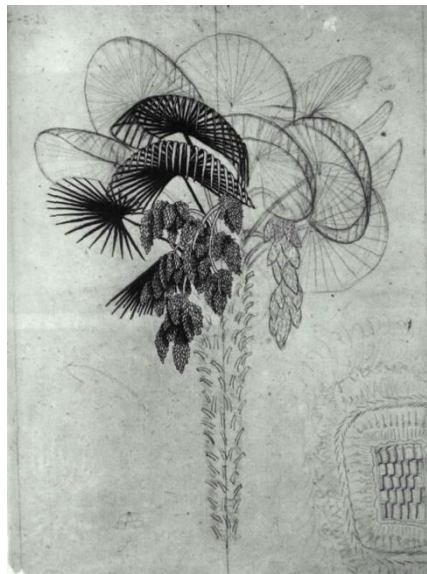


Figura 26: M. C. Escher. *Palm Tree sketch*. 1923. Litografía



Figura 24: Piet Mondrian. *Crysanthemum*. 1907. Lápiz sobre papel

4.4. REFERENTES

En este apartado mencionaremos a los referentes teóricos que han sido fundamentales en el desarrollo conceptual de nuestro proyecto brindando una base sólida de conocimientos que respaldan el enfoque utilizado. Después, nombraremos a los referentes prácticos que han sido fuentes de inspiración y guía, aportando ideas y enfoques de desarrollo y el por qué de esta elección.



Figura 29: Euclides. Diagramas geométricos en un manuscrito árabe. 1237

Luca Pacioli (1447-1517) fue un hombre de diferentes talentos e intereses. Era un fraile franciscano matemático y amigo de **Leonardo da Vinci**, con quien colaboró y el cual se convirtió en su pupilo en matemáticas mientras Pacioli trabajaba en *De Divina Proportione*. Este libro, también conocido como *Sobre la proporción divina* trata sobre matemáticas y fue escrito por Luca Pacioli e ilustrado por Leonardo da Vinci en Milán. Escrito entre 1496 y 1498, y publicado en 1509, este libro conectó las matemáticas con el arte y la arquitectura, explorando los usos y apariciones de *phi* a lo largo de la historia. Su ilustrados no fue otro que el propio da Vinci, que vivió con Pacioli a finales de la década de 1490. Al tratar sobre la proporción matemática, especialmente las matemáticas de la proporción áurea y su aplicación en el arte y la

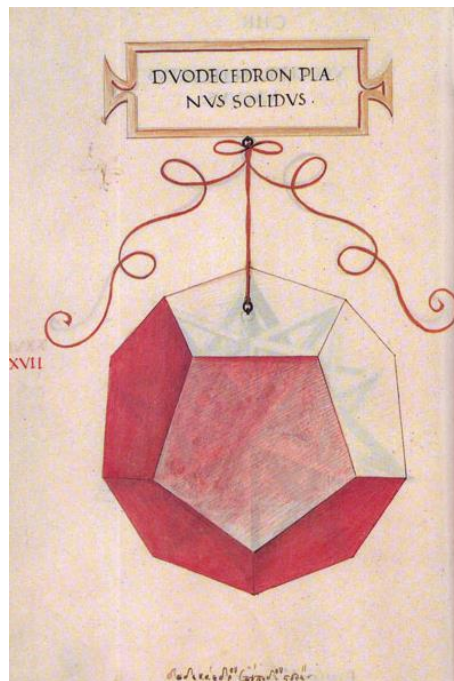


Figura 27: Leonardo da Vinci. *Duodecedron solidus*. Dibujos para el libro *De Divina Proportione* de Pacioli. 1496

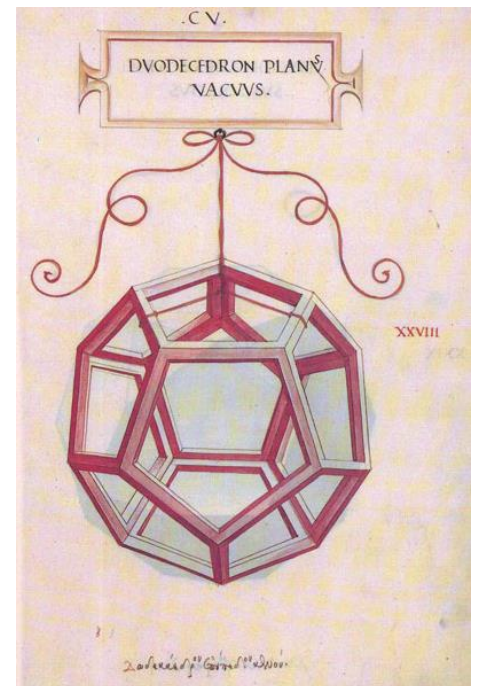


Figura 28: Leonardo da Vinci. *Duodecedron vacuus*. Dibujos para el libro *De Divina Proportione* de Pacioli. 1496

arquitectura, Pacioli quiso instruir al público general acerca de los secretos de las formas armónicas. Algunos sólidos esqueléticos tridimensionales, como dodecaedros e icosaedros, tienen proporciones áureas dentro de sus dimensiones y en las posiciones espaciales de sus intersecciones. Además, él reveló ejemplos de proporciones áureas en las dimensiones de estructuras grecorromanas y pinturas renacentistas.

Las implicaciones teológicas junto con las precisas representaciones de da Vinci de sólidos tridimensionales, popularizaron el estudio de phi y geometría entre artistas, filósofos y otros.

Como ilustrador de *De Divina Proportione* de Pacioli y por su figura central en la trama del bestseller de Fan Brown de 2003 *El código da Vinci*, a Leonardo da Vinci se le ha relacionado siempre con la proporción áurea. Sin embargo, como veremos, la asociación de da Vinci con la razón áurea es más larga y profunda de lo que muchos podemos darnos cuenta.

Leonardo da Vinci ha sido uno de los más relevantes referentes debido a

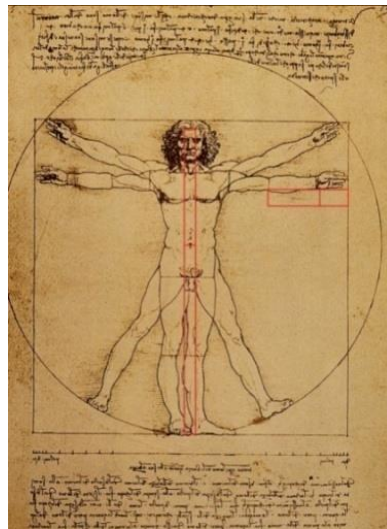


Figura 30: Leonardo da Vinci. *Le Proporzioni del Corpo Umano Secondo Vitruvio* (Las proporciones del cuerpo humano según Vitruvio), 1490

varios motivos, uno de ellos fue el hecho de ser conocido por su profunda observación y estudio de la naturaleza. Sus detallados dibujos y anotaciones de plantas, animales y fenómenos naturales muestran su capacidad para captar los patrones y formas en la naturaleza.

Por otro lado, también aplicó principios geométricos en su arte y diseños, como la proporción áurea y la simetría. Esto indica su interés en la geometría y su relación con los patrones de crecimiento en la naturaleza.

Además, su enfoque multidisciplinario y su habilidad para integrar diferentes áreas del conocimiento sirvieron de inspiración. Da Vinci abordaba temas desde la anatomía hasta la ingeniería, reconociendo las interconexiones entre las diversas disciplinas.

También, su mentalidad innovadora y visionaria, junto a su disposición para explorar conceptos adelantados a su tiempo, pudo motivarnos a buscar nuevas perspectivas y aplicaciones en nuestro proyecto. Esto nos permitirá adentrarnos en ideas vanguardistas y visionarias en relación a la geometría fractal y los patrones de crecimiento en la naturaleza.

Si hablamos de referentes prácticos de los que nos hemos servido en este proyecto, en primer lugar cabe mencionar a **Maurits Cornelis Escher**, conocido como **M. C. Escher**. Fue un reconocido artista gráfico holandés, famoso por sus obras que exploran la representación de patrones geométricos, ilusiones ópticas y conceptos matemáticos. Su enfoque artístico único y su capacidad para fusionar la ciencia y el arte lo han convertido en un referente relevante para nuestro proyecto.

Escher se inspiraba en las matemáticas y la geometría para crear sus ilustraciones, utilizando técnicas como la repetición, la simetría y la transformación para representar patrones complejos. Sus obras, como *Manos dibujando* y *Relatividad*, desafían la percepción visual y exploran conceptos matemáticos como la paradoja y la infinitud. Estas representaciones artísticas únicas y detalladas muestran su habilidad para combinar la precisión técnica con la creatividad visual.

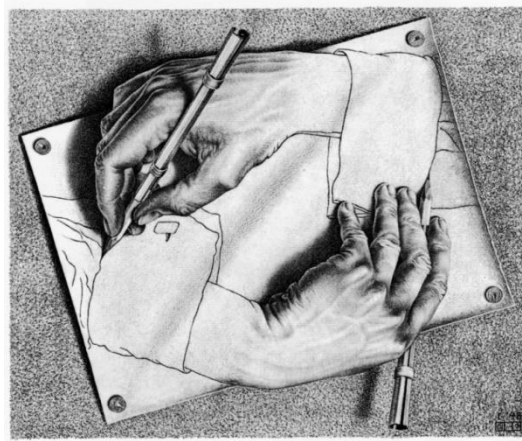


Figura 31: M. C. Escher. *Manos dibujando*, 1948. Litografía

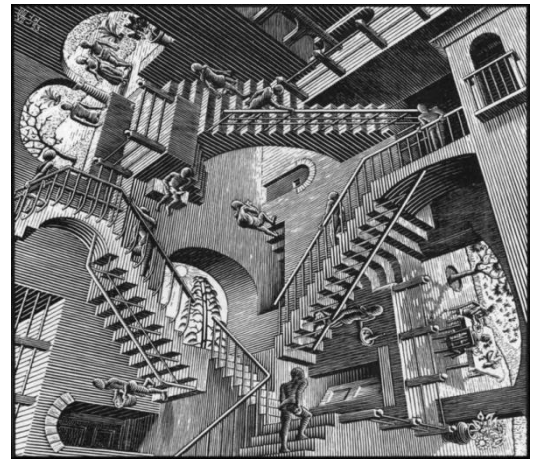


Figura 32: M. C. Escher. *Relatividad*, 1953. Litografía

Pero, ¿qué tiene que ver Escher con los fractales? Desconocemos si alguna vez llegó a manejar estos términos, aunque bien es cierto que desarrolló con frecuencia estructuras matemáticas complejas y avanzadas mientras continuaba pregonando su desconocimiento total sobre esta materia. Parte de su obra incluye elementos relacionados con el infinito. A partir de aquí desarrolló sus propios modelos, aunque mucho tiempo antes ya había coqueteado con esta idea en dibujos como *Más y más pequeño*.

En *Más y más pequeño*, se puede ver cómo un motivo con forma de lagarto (uno de los favoritos de Escher) es sometido a un proceso de reducción hasta hacerse infinitamente pequeño en el centro de la imagen. Escher grabó, con ayuda de una lupa, lagartos de medio milímetro de longitud.

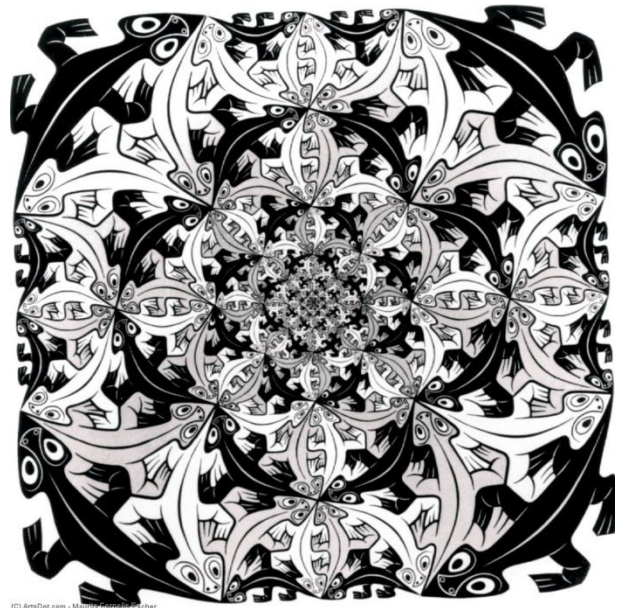


Figura 33: M. C. Escher. *Más y más pequeño*, 1956. Litografía

Otro motivo por el que tomamos a Escher como referente, fue el enfoque meticuloso y detallado de este artista para capturar los patrones naturales en formas gráficas, empleando técnicas de repetición y transformación para recrear estructuras fractales presentes en la naturaleza.

Además, fue fuente de inspiración debido a su habilidad para crear ilusiones ópticas y representaciones visualmente intrigantes. Esto nos permitió explorar cómo los patrones de crecimiento y la geometría fractal pueden generar efectos visuales y sensaciones de profundidad en nuestras ilustraciones, proporcionando una experiencia visual particular y estimulante.

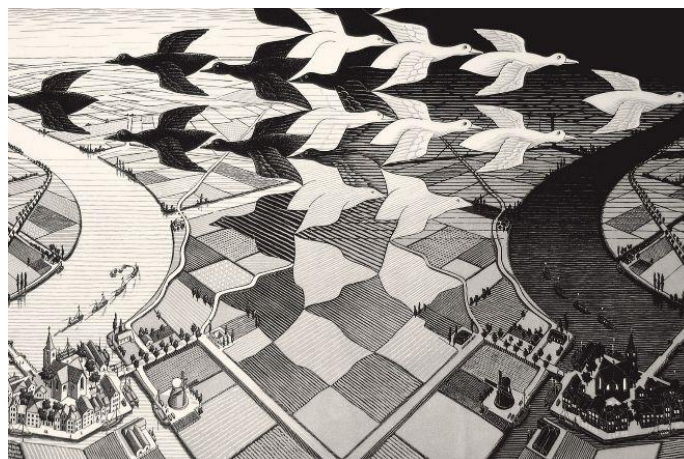


Figura 34: M. C. Escher. *Día y noche*, 1937. Litografía

El último referente de este proyecto es **Rafael Araujo**. Nacido en Caracas en 1957, estudió arquitectura en la Universidad Simón Bolívar, y fue miembro fundador de la Orquesta Nacional Juvenil de su país. Aunque siempre se sintió atraído por el arte, no sería hasta la adolescencia, con el descubrimiento de la perspectiva, que se involucraría de lleno en la geometría descriptiva.

Se puede considerar que *Cálculo* es su serie más famosa; las piezas que componen ésta son creadas en base a operaciones matemáticas, algo similar, expone Araujo, “a asignar valores a las variables de una ecuación algebraica”.



Figura 35: Rafael Araujo. Serie *Cálculos*, 2014. Acuarela y tinta sobre papel, 60 x 60 cm

Sobre los procesos creativos, establece que los números se “echan” el primer día y que, desde ese punto, empieza “un juego rudo de reglas y escuadras, para llevar las plumas de tinta china por los caminos debidos”. (Araujo, 2021)

Además de esto, Araujo posee la capacidad para combinar el arte y las matemáticas, ya que demuestra habilidad en el dominio de la técnica de ambos, logrando una fusión armoniosa.

Esta aptitud le permite presentar una imagen única y magnífica de la naturaleza, equilibrando la objetividad de los números y la subjetividad del arte.

Por otro lado, el uso de la proporción áurea y la geometría fractal a la que se asemeja nuestro proyecto. Desde el inicio, Araujo reconoce la presencia del número de *Fibonacci* en la naturaleza. Sus peculiares composiciones logran un equilibrio entre el dibujo técnico y el artístico, empleando la proporción áurea y la geometría fractal para crear vuelos de mariposas y espirales de caracolas, entre otros elementos naturales.

Otro punto a destacar como referente es su enfoque meticuloso y el dominio técnico que prevalece en cada una de sus ilustraciones, en cada una de ellas emplea alrededor de 100 horas de trabajo. Además del tiempo dedicado a la trigonometría y la perfección de la proporción áurea, Araujo también destaca en la reproducción artística de la belleza natural. Su dominio técnico se combina con su conocimiento científico, creando obras que no solo buscan ser admiradas, sino que también ofrecen soluciones a cuestiones específicas.

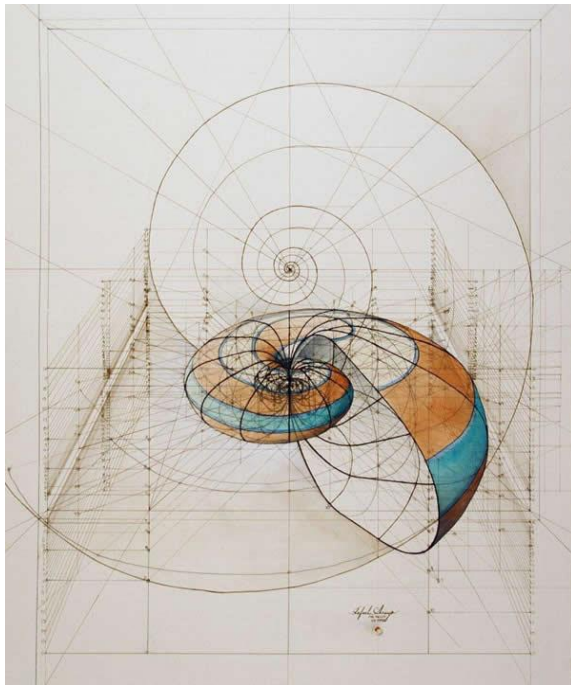


Figura 36: Rafael Araujo: serie *Cálculos*, 2014. Acuarela y tinta sobre papel, 60 x 60 cm

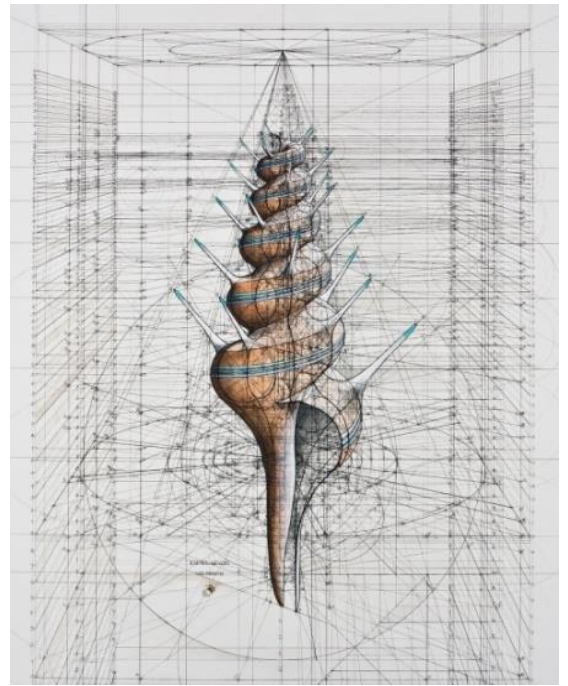


Figura 37: Rafael Araujo: serie *Cálculos*, 2014. Acuarela y tinta sobre papel, 60 x 60 cm

Por último, cabe mencionar su capacidad de ver y representar la naturaleza y lo que la enriquece. Araujo trabaja como un científico, utilizando instrumentos de medición y precisión para capturar sombras lunares, espirales de caracoles y aleteo de mariposas. A través de sus enrevesadas formas naturales, logra transmitir belleza y ofrecer nuevas perspectivas al espectador, acrecentando la experiencia ante la multiplicidad de estímulos de la realidad física.

5. DESARROLLO PRÁCTICO

5.1. ARCHIVO FOTOGRÁFICO

Figura 38: Paula Vilar. *Telmatactis cricoides*. Un género de anémonas marinas de la familia *Isophelliidae*. Fractalidad en sus tentáculos y simetría radial en su forma, 2023.



En este punto describiremos de qué manera y con qué finalidad se ha obtenido la documentación fotográfica para el desarrollo de este proyecto y de qué forma se ha ampliado la información en base a esta documentación.

Ampliamos la exploración más allá de la Comunidad Valenciana, realizando viajes a diferentes lugares con el objetivo de fotografiar una amplia variedad de elementos naturales en los que inspirarnos. Estos viajes permitieron adentrarnos en la belleza de diversos parques naturales nunca antes visitados.



Figura 39: Paula Vilar. *Anémone Viridis*. Fractalidad en sus tentáculos, 2022

Además de las expediciones a la naturaleza, se realizó un curso de buceo con el objetivo de obtener el certificado que nos habilitase para sumergirnos hasta una profundidad de 18 metros.



Figura 40: Paula Vilar. *Felimare picta*, 2023

Con el fin de capturar la vida marina, se utilizó una cámara subacuática con la que creamos un archivo de imágenes propias que documentara la diversidad de criaturas submarinas encontradas en nuestras costas o en nuestro entorno.



Figura 41: Paula Vilar. Inmersión de buceo, 2023



Figura 42: Paula Vilar. Asteroidea, 2022



Figura 43: Paula Vilar. *Hermodice carunculata*, 2023

Para enriquecer esta documentación, recurrimos a diferentes fuentes de información. Así los libros sobre geometría aplicada al estudio de elementos de la naturaleza, proporcionaron una comprensión más profunda de las formas y patrones presentes en el mundo natural. Asimismo, se investigaron artículos web relacionados con el tema tratado en el proyecto, ampliando nuestros conocimientos sobre la conexión existente entre la geometría y los elementos naturales.

A medida que recopilábamos imágenes y documentación, íbamos organizando en diferentes carpetas con el fin de establecer un orden y una división de las mismas y poder remitirnos a ellas sin confusión en cualquier momento del desarrollo del proyecto. Esta sistematización permitió acceder fácilmente a las fotografías capturadas durante los viajes, así como a los recursos de referencia utilizados. Mantener una organización adecuada desde el principio resultó esencial para asegurar que la información estuviera disponible y fácilmente accesible a lo largo de todo el proyecto.



Figura 44: Paula Vilar. *Agave de Faro*, Portugal. Fractales en sus ramificaciones, 2023

Las diferentes fuentes a las que recurrimos para recopilar más información y continuar con la investigación sobre la geometría fractal en la naturaleza, comenzamos visitando la biblioteca de la universidad, pasando por explorar plataformas en línea como *Google Books*, *Amazon* o *Goodreads*, utilizando palabras clave relevantes como "geometría en la naturaleza" o "estructuras geométricas en biología". También se utilizaron motores de búsqueda como *Google* o *Bing*, empleando términos relacionados con el tema y utilizando comillas para buscar frases exactas. Por último, se exploraron en la web lugares especializados en el tema de la geometría y naturaleza, como el *Instituto de Ciencia Interdisciplinaria* y sus secciones sobre geometría en la naturaleza. También blogs académicos o páginas web de profesionales de diversos campos científicos que han investigado en este campo y que surgieron de la matemática fractal como la astronomía, ingeniería, o medicina entre otros, y en lo referente al área artística, en el campo de la música, las artes visuales o la animación. Recopilando información actualizada y enfoques específicos sobre el tema.

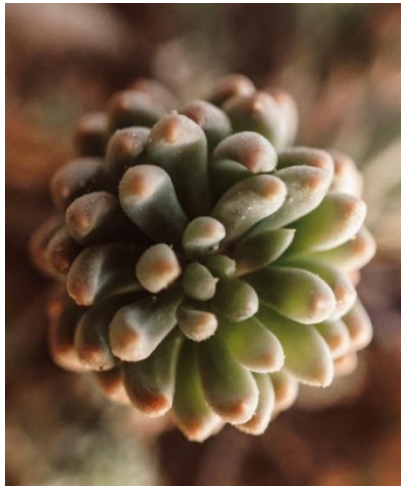


Figura 45: Paula Vilar. Alzado *Sedum sediforme*. Fractales en su patrón de crecimiento, 2023



Figura 46: Paula Vilar. Alzado *Sedum sediforme*. Fractales en su patrón de crecimiento, 2023

También buscamos información sobre naturaleza y arte con el fin de dar una base sólida a nuestro trabajo, estableciendo patrones geométricos y cánones de proporción aurea o una espiral identificada. Este proceso se realizó digitalmente

5.2. SELECCIÓN DE ELEMENTOS Y BÚSQUEDA DE GEOMETRÍA

Cuando disponíamos de suficiente documentación fotográfica, tanto de realización propia como extraída de documentos web anteriormente consultados, procedimos a hacer una selección de los elementos naturales cuya geometría posteriormente íbamos a estudiar antes de ilustrar. Priorizamos aquellos elementos cuya disposición geométrica, simetría o patrón de crecimiento estuviese más marcado o fuese más apreciable.

Fueron 15 los elementos escogidos para las ilustraciones, los cuales se dividieron en 4 grupos distinguidos por sus características:

- **Geometría Flores**

Esta sección está compuesta por un grupo de seis especies de flores que presentan en primera instancia una marcada geometría fractal en su estructura, todas ellas se caracterizan por poseer un patrón de crecimiento y una disposición de sus elementos radial. Las flores que comprenden este grupo son: *Lilium candidum*, *Cosmos bipinnatus*, *Dahlia Honka*, *Coreopsis grandiflora*, *Primula elatior* y *Helianthus annuus*

- **Proporción áurea flores**

En esta sección, se eligieron dos especies de flores que presentan espirales de proporción áurea, éstas fueron: *Orchidaceae* y *Strelitzia reginae*

- **Geometría fractal elementos vegetales**

Para este grupo, se seleccionaron cuatro elementos naturales que presentaban proporción áurea en su patrón de crecimiento, a la vez que simetría radial y geometría fractal. Los elementos que forman este grupo son: *Pinus pinea*, *Aloe brevifolia*, *Mammillaria carnea* y *Brassica oleracea var. Botrytis*

- **Geometría fractal elementos vegetales**

Este último grupo está dedicado a elementos del ecosistema marino, los cuales también presentan un marcado patrón geométrico de crecimiento, a la vez que la simetría radial y la fractalidad que también existe en otros elementos del ecosistema

terrestre. Estos elementos marinos son: *Phorcus lineatus*, *Asteroidea* y *Ranella olearium*

Después de haber establecido los grupos de los elementos escogidos, procedimos a realizar, mediante el programa de modelado 3D *Sketchup*, los modelos tridimensionales de éstos. Este programa permite ver la geometría oculta de cada componente realizado, por lo que se consiguió comprender de una forma más adecuada la geometría de muchos de los elementos.

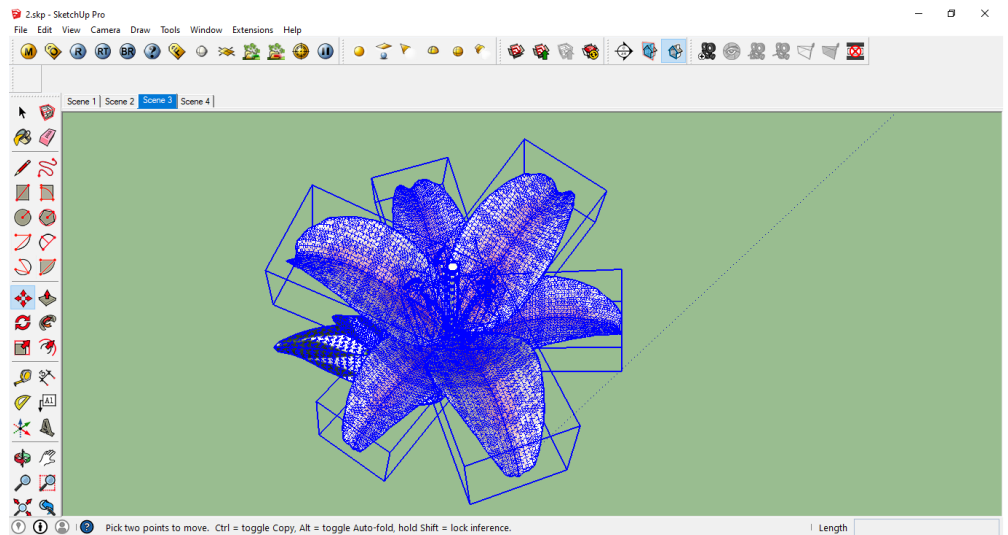


Figura 48: Paula Vilar. *Lilium*, modelo 3D. *Sketchup*, 2023

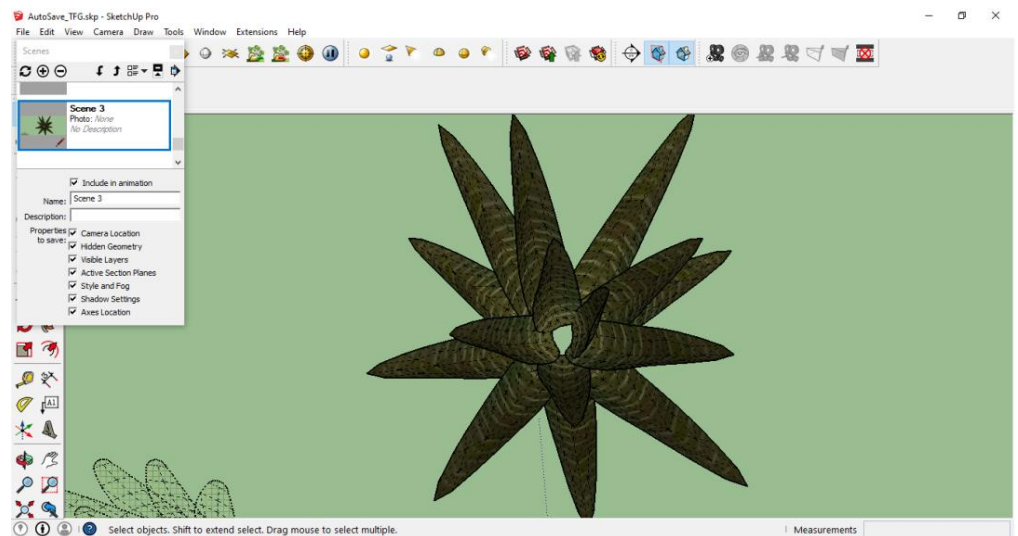


Figura 47: Paula Vilar. *Aloe brevisfolia*, modelo 3D. *Sketchup*, 2023

5.3. REALIZACIÓN DE LAS ILUSTRACIONES

En este apartado del desarrollo práctico, describiremos el proceso y la técnica empleados tanto en las ilustraciones en papel como en las realizadas de forma digital, así como la implementación de la proporción geométrica que les caracteriza.

5.3.1. Proceso

El proceso de creación de las ilustraciones en papel comenzó con una preparación exhaustiva, donde recopilamos referencias visuales del elemento a realizar, como fotografías o dibujos previos, para estudiar sus detalles, forma, textura e iluminación. A partir de ahí, realizamos un boceto preliminar suave y ligero en el papel, estableciendo la composición y la posición del elemento mediante líneas suaves y ligeras para evitar marcas indeseadas en el dibujo final.



Figura 49: Paula Vilar. *Cosmos bipinnatus*, proceso ilustración. Lápiz de grafito sobre papel, 2023. 29.7 cm x 42 cm

A continuación, procedimos a agregar las líneas principales realizando el *line art* y los detalles del elemento utilizando lápices de grafito de diferentes durezas. Se realizaron trazos suaves y precisos para capturar los contornos y formas características, prestando especial atención a los detalles distintivo, como la iluminación, texturas y volúmenes para lograr un aspecto tridimensional. Este procedimiento lo alternamos según la iluminación que pretendíamos dar al elemento, unas veces se realizaba el dibujo por partes diferenciadas del elemento natural, y otras veces desde los tonos más claros hasta los más oscuros. Esto lo describiremos en la técnica empleada.



Figura 50: Paula Vilar. *Cosmos bipinnatus*. Grafito sobre papel, 2023. 29.7 cm x 42 cm

Finalmente, revisamos la ilustración en su conjunto, asegurándonos de que los elementos estuviesen proporcionados y los detalles fuesen precisos, realizando ajustes y retoques necesarios para obtener el resultado deseado, con un trazo preciso y limpio. Esto nos permitió que, a la hora de realizar la fotografía para pasar la ilustración a formato digital, no quedasen restos ni manchas alrededor de la figura.

Como más adelante optamos por realizar las ilustraciones de forma digital en el software de diseño gráfico *Procreate* para agilizar el proceso y obtener el número deseado de elementos ilustrados, seguimos un procedimiento parecido al de las ilustraciones en papel.

Una vez seleccionado el elemento que deseábamos ilustrar, recopilamos

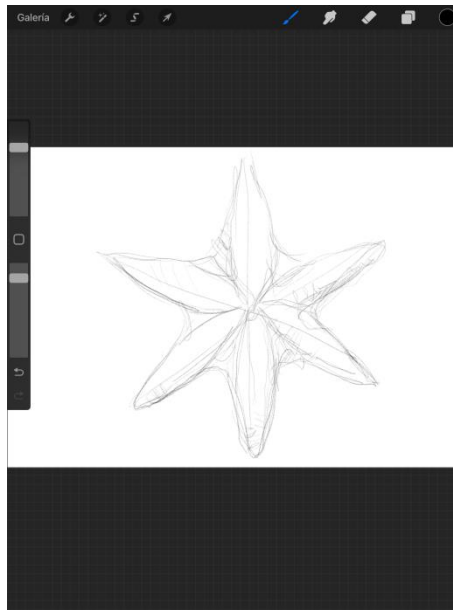


Figura 51: Paula Vilar. Boceto *Asteroidea*. Proceso ilustración digital. *Procreate*

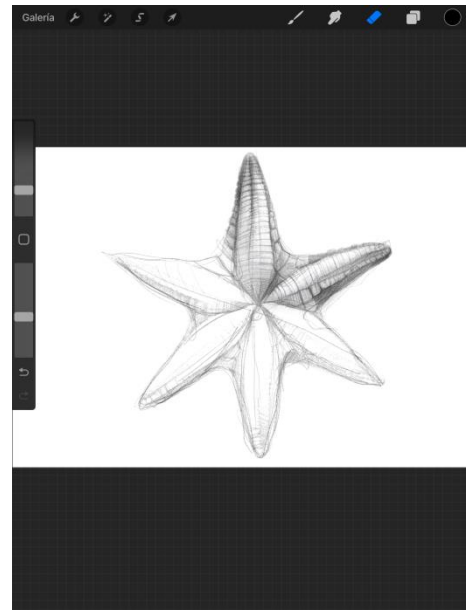


Figura 52: Paula Vilar. *Asteroidea*. Proceso ilustración digital. *Procreate*

referencias visuales para tener una guía durante el proceso. Comenzamos por la creación de un lienzo en blanco dentro del programa, el dibujo del boceto básico lo colocamos en una capa diferente para trabajar encima de éste sin perderlo. Dibujamos las líneas principales y los contornos del elemento a modo de *line art*, prestando atención a los detalles y a las formas características.

Posteriormente, establecimos el sombreado para agregar profundidad y volumen al elemento. En esta parte del proceso, al igual que en la de grafito sobre papel, fuimos alternando y variando el modo de proceder en cuanto al claroscuro, ya que en algunos elementos se comenzó de lo general a lo particular, en cambio en otros, como en el caso de la estrella de mar (FIG), se procedió a dibujar sus partes por separado de forma independiente.

Finalmente, cada vez que dábamos por finalizada una ilustración, realizábamos las revisiones y los ajustes correspondientes, observando la ilustración en su conjunto y efectuando los ajustes necesarios para



Figura 53: Paula Vilar. *Cosmos bipinnatus*. Implementación circunferencia simetría radial en Procreate

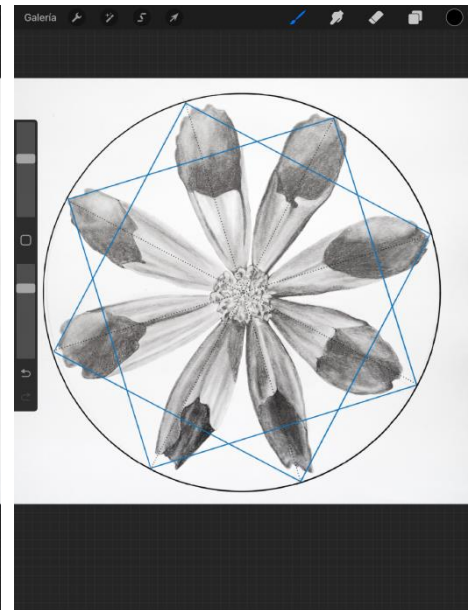


Figura 54: Paula Vilar. *Cosmos bipinnatus*. Implementación cuadrados de geometría fractal en Procreate

asegurarnos de que los elementos estuviesen bien proporcionados y los detalles fuesen precisos. Realizábamos retoques adicionales cuando era necesario.

El modo de proceder para la implementación de los patrones geométricos en los elementos no se realizó hasta que todas las ilustraciones estuviesen terminadas. De este modo, pudimos realizar este proceso de forma conjunta y nos aseguramos el tener un orden concreto para no perder el ritmo de trabajo.

Primeramente, abrimos un lienzo en blanco en Procreate, importamos una de las ilustraciones y la situamos en el centro del lienzo. Basándonos en los bocetos y en la documentación obtenida en los estudios previos, comenzamos realizando la circunferencia radial, los triángulos, cuadrados, pentágonos o hexágonos inscritos en estas circunferencias, según procediese en cada elemento de la naturaleza. En su caso, también hubo elementos en los que en lugar de simetría radial, existía una proporción áurea, por lo que el proceso era

más simple al dibujar en una capa diferente el dibujo geométrico, e implementarlo posteriormente en la ilustración.

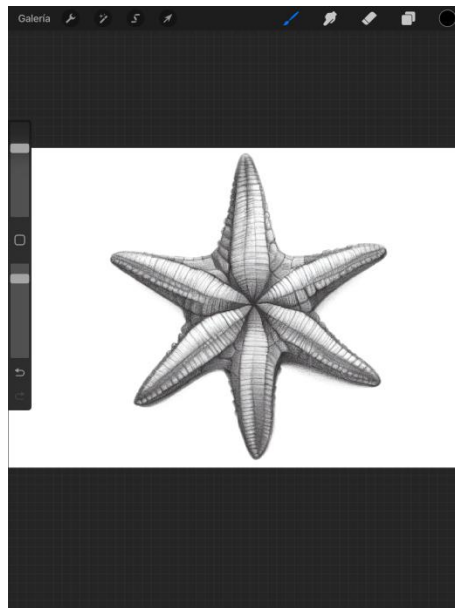


Figura 55: Paula Vilar. *Asteroidea*. Ilustración digital terminada en el programa Procreate

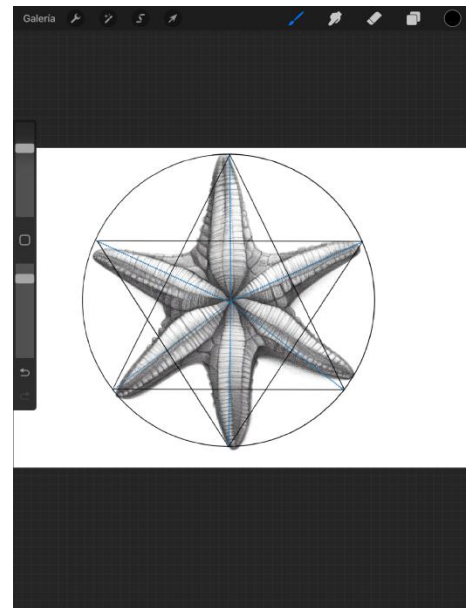


Figura 56: Paula Vilar. *Asteroidea*. Implementación de los triángulos regulares que y la circunferencia de simetría radial en Procreate

5.3.2. Técnica

Para las ilustraciones en papel, optamos por utilizar la técnica del lápiz de grafito para realizar nuestras ilustraciones. Tratando de hacerlo con habilidad y precisión, aplicamos diversas técnicas de sombreado y capas de grafito para capturar la textura, los detalles y los tonos realistas de los elementos

seleccionados.

Figura 57: Paula Vilar. *Coreopsis grandiflora*, proceso ilustración. Lápiz de grafito sobre papel, 2023. 29.7 cm x 42 cm



Utilizamos lápices de grafito de diferentes durezas para lograr una amplia gama de valores tonales y aplicamos trazos suaves y direccionales que seguían la forma y los contornos de cada elemento,

creando así una sensación tridimensional.

Mediante el uso de técnicas de gradación, como el dibumino, logramos transiciones suaves y sutiles entre los tonos y valores, creando un aspecto más realista en nuestras ilustraciones. Con el objetivo de lograr un mayor realismo, se añadieron texturas y detalles distintivos de cada elemento, utilizando lápices más afilados para trazar trazos finos y precisos y goma de borrar cortada y afilada para sacar brillos. Trabajamos con referencias visuales detalladas para asegurarnos de capturar fielmente las características únicas de cada elemento y lograr ilustraciones realistas.

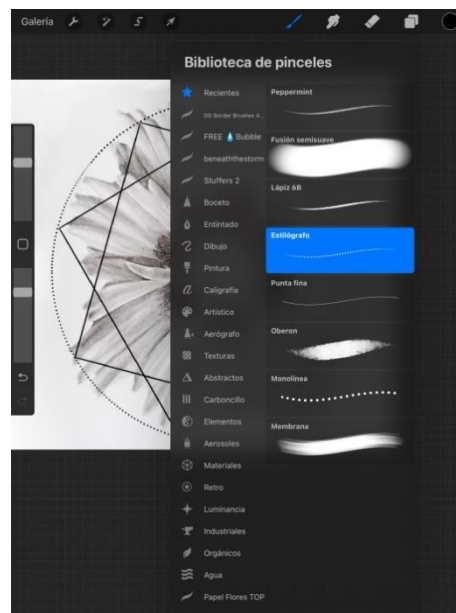


Figura 58: Paula Vilar. *Coreopsis grandiflora*. Pincel estilógrafo para la implementación de la geometría en *Procreate*

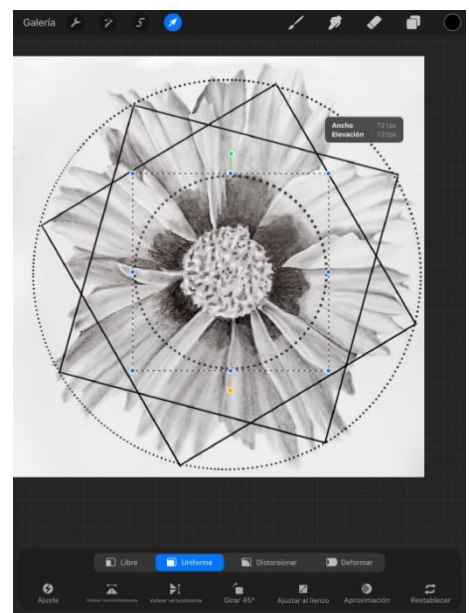


Figura 59: Paula Vilar. *Coreopsis grandiflora*. Medidas circunferencia para establecer la simetría radial en *Procreate*

Para crear las ilustraciones digitales en *Procreate*, comenzamos con un boceto preliminar utilizando las herramientas de dibujo disponibles en la aplicación. Establecimos la composición y la posición del elemento en la ilustración, asegurándonos de capturar su forma y características principales.

A continuación, utilizamos pinceles de tinta o lápices digitales para dibujar las líneas y contornos del elemento. Prestamos especial atención a los detalles, como las texturas y formas características que lo hacen único. Para agregar

profundidad y realismo, experimentamos con diferentes pinceles y técnicas de grafito realizando un sombreado en tonos de gris. Utilizamos trazos suaves y controlados para crear sombras y luces realistas, dando volumen y forma al elemento. Además, agregamos texturas y detalles finos con la herramienta de “goma de borrar” en tamaño pequeño y baja opacidad para añadir vida y realismo a la ilustración, además de herramientas de ajuste y retoque para refinar y precisar estos detalles.

5.4. ARTES FINALES

A continuación, se muestran las ilustraciones finales tal y como se verían expuestas en una galería o espacio físico o virtual. Divididas en las secciones que las conforman.

5.4.1. Geometría floral

- *Lilium candidum*

Flores aparentes, hermafroditas, actinomorfas, y trímeras; situadas en la terminación del escapo o tallo herbáceo, presentan un periantio de seis tépalos blancos, libres entre sí, provistos de nectarios

Circunferencia de simetría radial. Patrón geométrico formado por dos triángulos regulares



Figura 60: Paula Vilar. *Lilium candidum*, 2023

Figura 61: Paula Vilar. *Lilium candidum*, 2023. Arte final

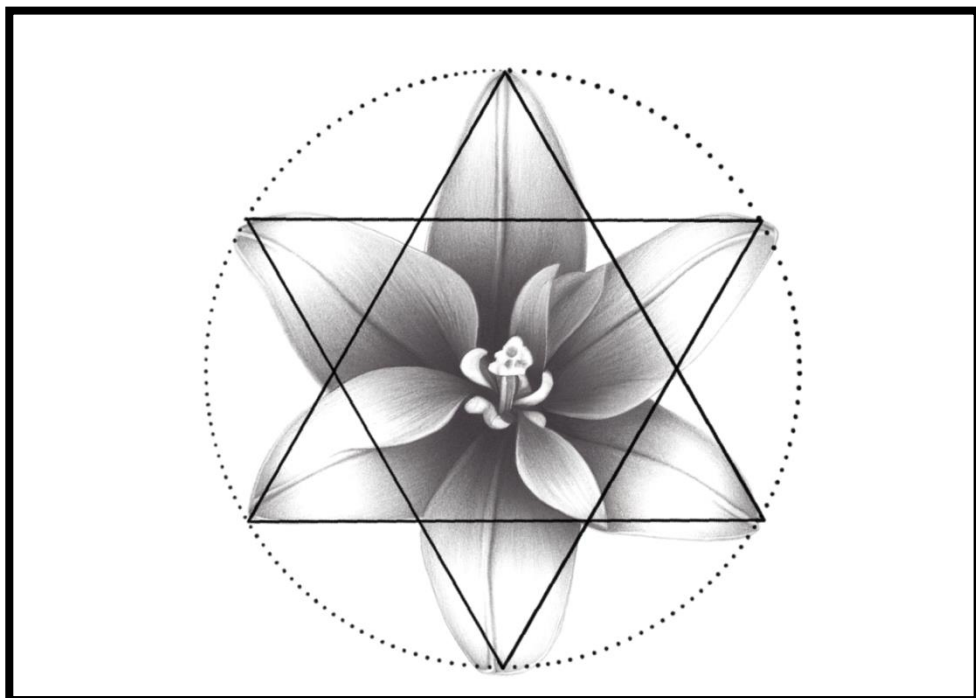




Figura 62: Paula Vilar. *Cosmos bipinnatus*, 2023

- ***Cosmos bipinnatus***

Planta de tallos erectos cuya altura varía entre los 60 y 120 cm. Las hojas bipinnadas están divididas en segmentos filiformes finamente cortados. Las diferentes variedades tienen flores en tonos rosa, púrpura y blanco

Circunferencia de simetría radial. Patrón geométrico formado por dos cuadrados rotados entre sí a 45°

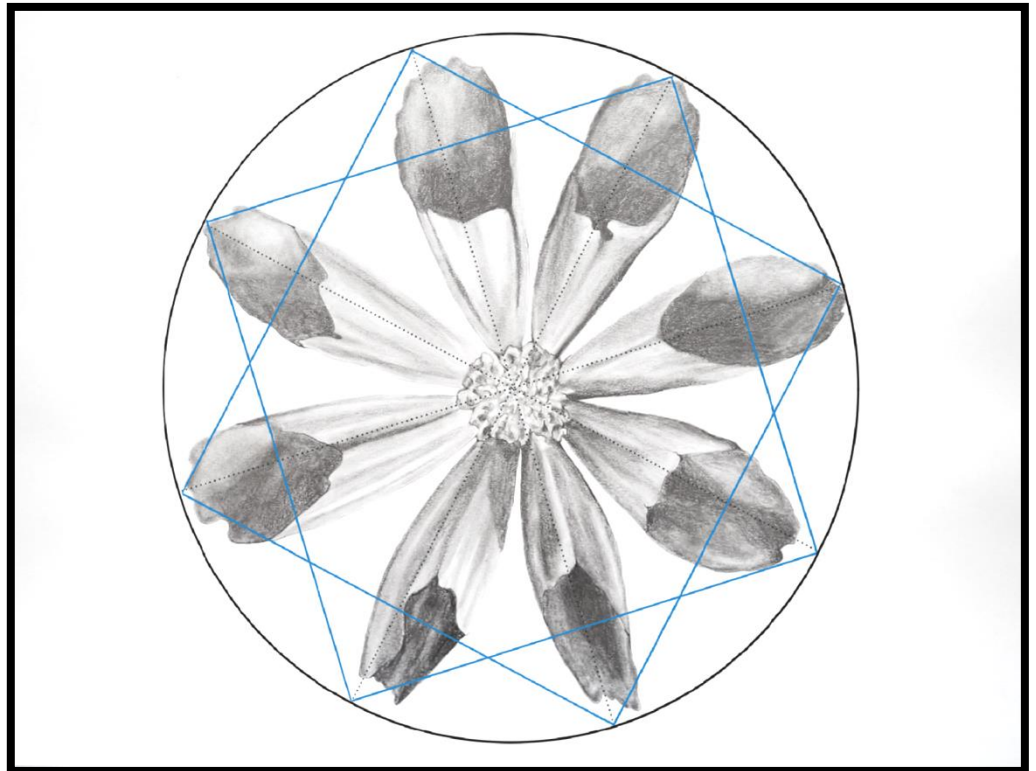


Figura 63: Paula Vilar. *Cosmos bipinnatus*, 2023. Arte final



Figura 64: Paula Vilar. *Dahlia Honka*, 2023

- ***Dahlia Honka***

Esta flor es miembro de las *Orquídeas Dalias*. Las flores de Dalia se abren centradas con un rayo de florecillas que rodea un disco (Orquídea única) o una flor completamente doble que no muestra ningún disco (Orquídea doble)

Circunferencia de simetría radial. Patrón geométrico formado por dos cuadrados rotados entre sí a 45° cuyas líneas diagonales cortan en la circunferencia y el cual se repite de forma paralela en el disco del centro

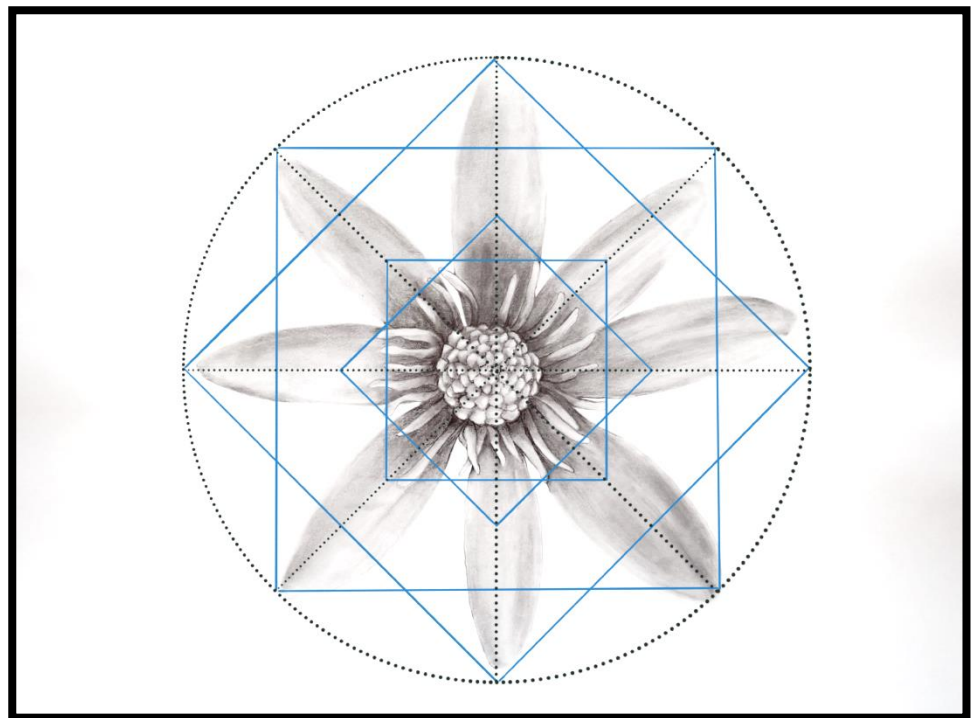


Figura 65: Paula Vilar. *Dahlia Honka*, 2023. Arte final



Figura 66: Paula Vilar. *Coreopsis grandiflora*, 2023

- ***Coreopsis grandiflora***

Es una planta perenne que alcanza un tamaño de 40-60 cm de altura. Nodos aéreos proximales hasta el pedúnculo, los entrenudos superiores de 1 a 3 cm. Hojas caulinares, por lo general irregularmente pinnadas o lobuladas, hojas simples o lóbulos terminales estrechamente lanceoladas a lineales o filiformes, pedúnculos de 8 a 15 cm, brácteas lanceoladas. Corolas del disco entre 3,3 y 4,8 mm, ápice amarillo

Circunferencia de simetría radial. Patrón geométrico formado por dos cuadrados rotados entre sí a 45° cuyas aristas cortan en la circunferencia y el cual se repite de forma paralela en el disco del centro

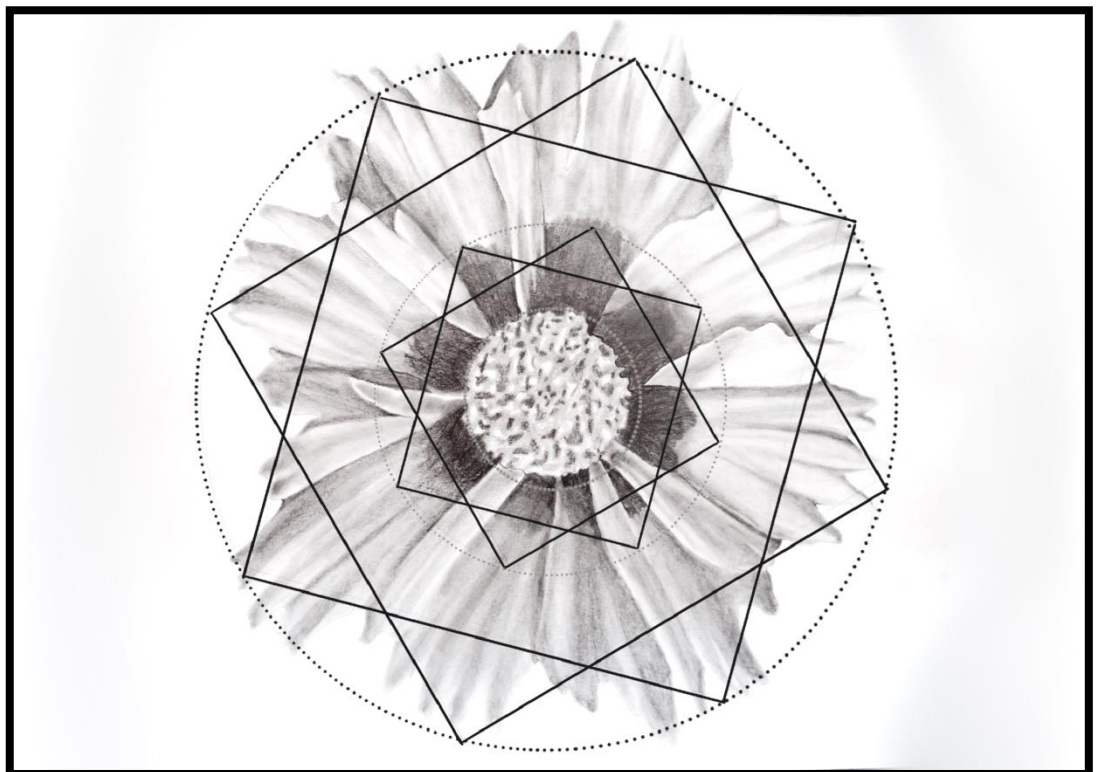


Figura 67: Paula Vilar. *Coreopsis grandiflora*, 2023. Arte final



Figura 68: Paula Vilar. *Primula elatior*, 2023

- ***Primula elatior***

Hierba perenne, escaposa. Tallos de 15-40 cm, pubescentes. Hojas arrosetadas en la base, simples, oblongas, hasta de 30 x 8 cm, crenuladas, pubescentes por ambas caras, gradualmente estrechadas en un pecíolo alado. Flores amarillas, hermafroditas, pentámeras, actinomorfas, dispuestas en umbelas unilaterales

Circunferencia de simetría radial. Patrón geométrico formado por un pentágono regular inscrito en esta circunferencia y cuya unión de aristas forma otro pentágono paralelo y simétrico. Circunferencia en disco que forma el centro de la flor

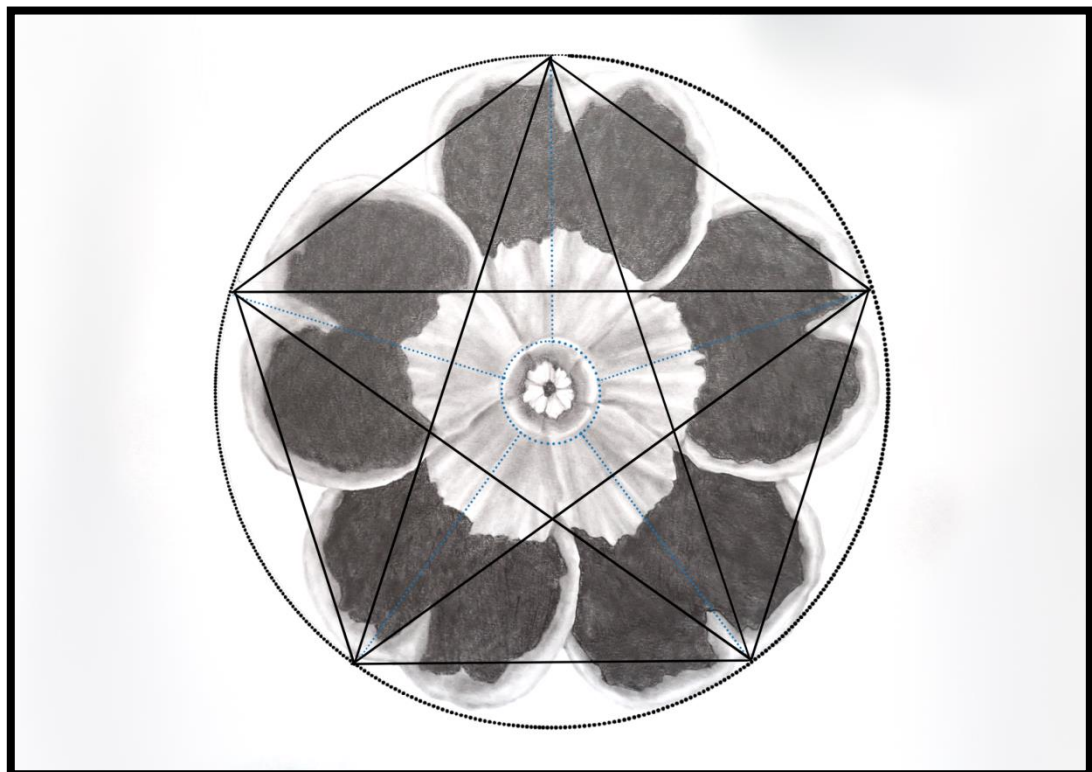


Figura 69: Paula Vilar. *Primula elatior*, 2023. Arte final



Figura 70: Paula Vilar. *Helianthus annuus*, 2023

- ***Helianthus annuus***

Es una planta distintiva con un tallo erecto y robusto que puede alcanzar alturas considerables. En la parte superior del tallo se encuentra una inflorescencia llamativa compuesta por múltiples flores que forman un disco central de color amarillo brillante, rodeado por pétalos largos y estrechos de un intenso tono amarillo

Circunferencia de simetría radial. Patrón geométrico formado por dos cuadrados rotados entre sí a 45° cuyas aristas cortan en la circunferencia y el cual se repite de forma paralela en el disco del centro

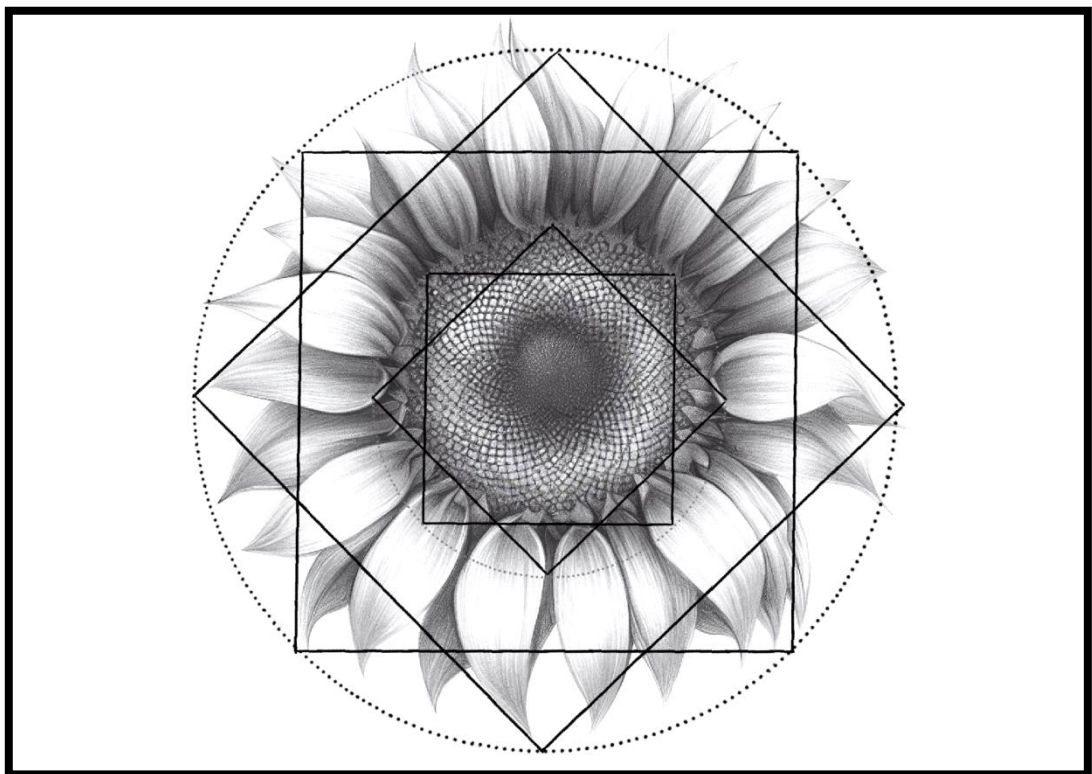


Figura 71: Paula Vilar. *Helianthus annuus*, 2023. Arte final



Figura 72: Paula Vilar. *Orchidaceae*, 2023

5.4.2. Proporción áurea: flores

- ***Orchidaceae***

Presentan una estructura con pétalos y sépalos fusionados formando un labio o espolón. Algunas especies también cuentan con columnas que contienen los órganos reproductores. Las hojas de las orquídeas pueden variar en forma y tamaño, desde grandes y carnosas hasta estrechas y alargadas. Poseen diversidad de colores, patrones y estructuras

Proporción áurea simétrica central

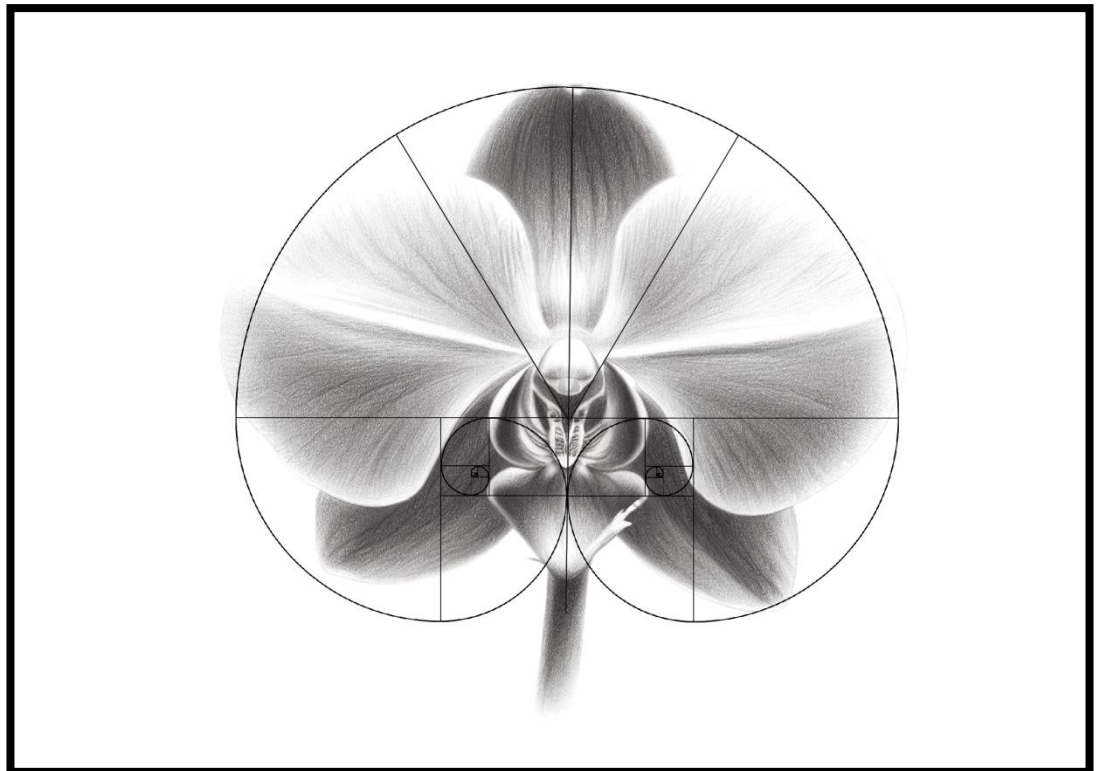


Figura 73: Paula Vilar. *Orchidaceae*, 2023. Arte final



Figura 74: Paula Vilar. *Strelitzia reginae*, 2023

- ***Strelitzia reginae***

También conocida como ave del paraíso, tiene un aspecto distintivo y llamativo. Esta planta presenta hojas grandes y lanceoladas de color verde intenso que emergen de una base. En el extremo de tallos largos, se desarrollan flores exóticas que se asemejan a un ave en vuelo. Las flores tienen pétalos naranjas y azules que se combinan en un patrón llamativo. Su forma y estructura con pétalos puntiagudos y estambres prominentes, la convierten en una planta distintiva

Proporción áurea en su patrón formal de crecimiento

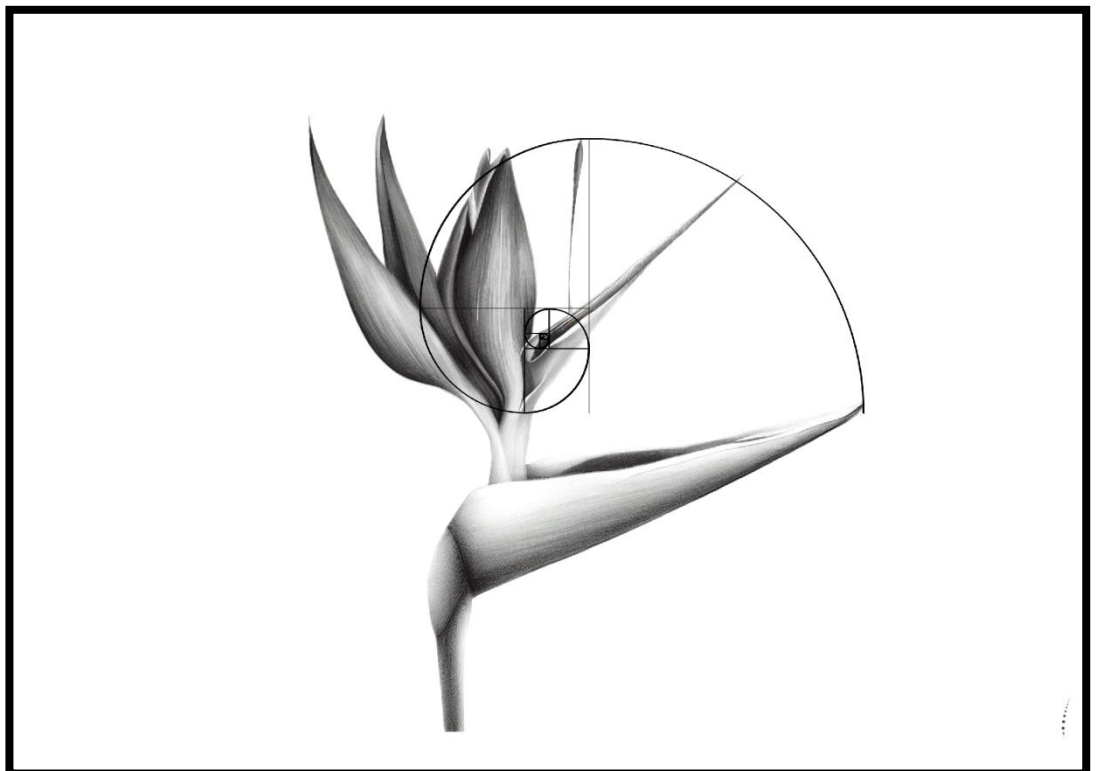


Figura 75: Paula Vilar. *Strelitzia reginae*, 2023. Arte final

5.4.3. Geometría fractal: elementos vegetales



Figura 76: Paula Vilar. *Pinus pinea*, 2023

- ***Pinus pinea***

También conocida como cono de pino, tiene un aspecto formal distintivo. Es una estructura cónica o cilíndrica compuesta por escamas leñosas que se superponen unas a otras. Las escamas suelen ser de color marrón o marrón oscuro y tienen una forma triangular o romboidal. Cada escama está unida a un eje central y se superpone de manera helicoidal alrededor del cono. Las escamas más jóvenes se encuentran en la parte superior del cono, mientras que las más maduras se encuentran en la base

Circunferencia de simetría radial helicoidal. Proporción áurea en el patrón de crecimiento de las escamas

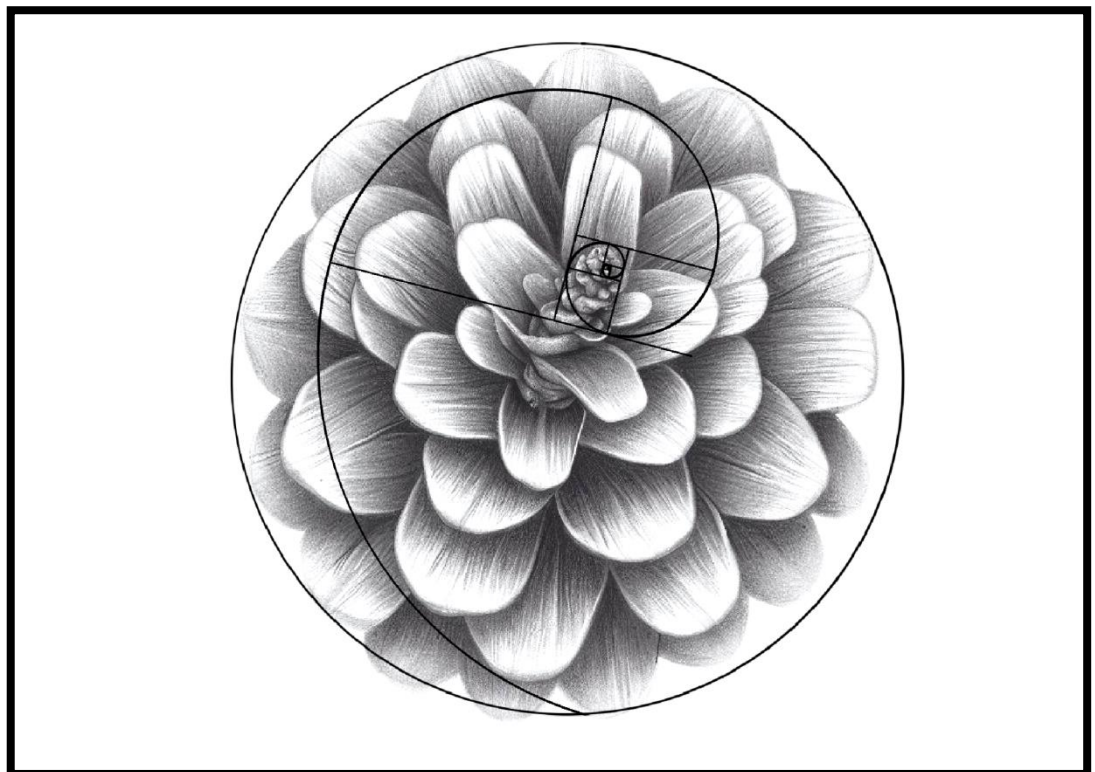


Figura 77: Paula Vilar. *Pinus pinea*, 2023. Arte final



Figura 78: Paula Vilar. *Mammillaria carnea*, 2023

- ***Mammillaria carnea***

Es una planta suculenta de aspecto compacto y estructura esférica. Presenta múltiples tubérculos carnosos que se agrupan formando una roseta de forma redondeada. Estos tubérculos están cubiertos por espinas cortas y afiladas que le brindan protección. En el centro de la roseta, se desarrolla una flor de pequeño tamaño y forma tubular. Tiene un color verde claro o verde azulado, y en algunos ejemplares pueden presentarse pequeñas protuberancias blancas o amarillentas que contienen la lana característica de la especie

Circunferencia de simetría radial. Patrón geométrico formado por dos cuadrados rotados entre sí a 45° cuyas aristas cortan en la circunferencia y el cual se repite de forma paralela en el disco del centro

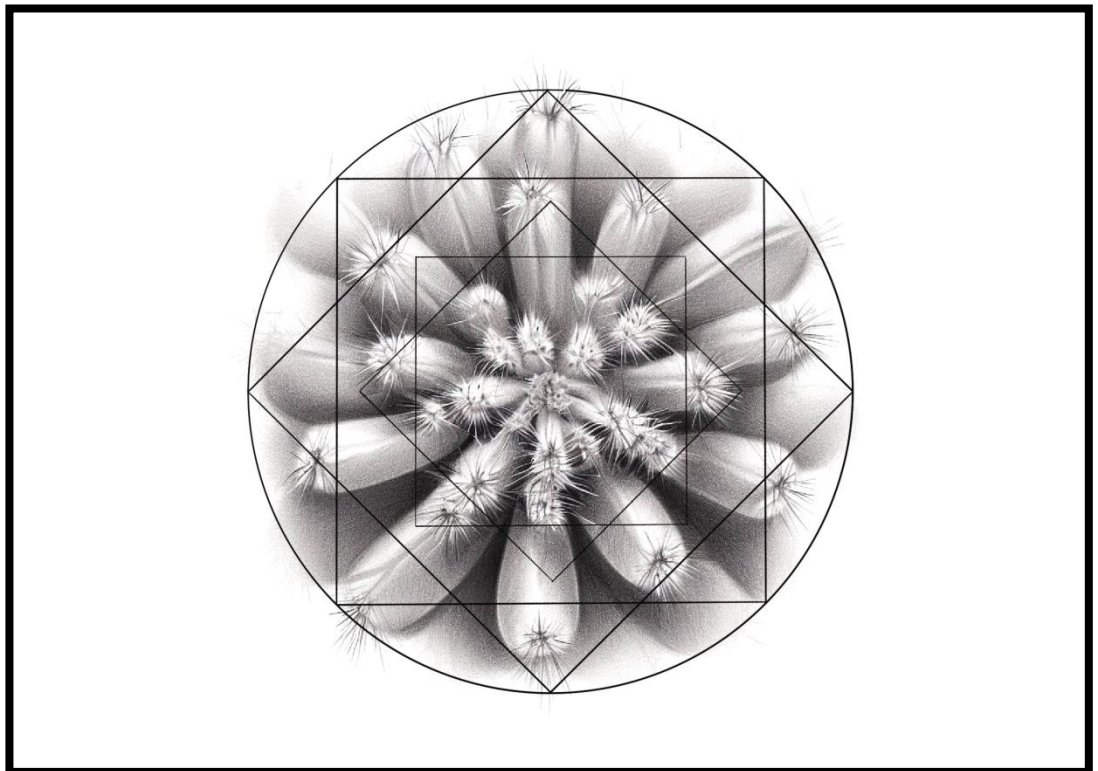


Figura 79: Paula Vilar. *Mammillaria carnea*, 2023. Arte final



Figura 80: Paula Vilar. *Brassica oleracea* var. *Botrytis*, 2023

- ***Brassica oleracea* var. *botrytis***

Esta planta posee una cabeza compacta y redondeada compuesta por múltiples inflorescencias agrupadas de manera apretada. Cada inflorescencia está formada por pequeños racimos de flores no desarrolladas que se conocen como "botones de coliflor". Estos botones tienen forma esférica y están cubiertos por hojas verdes y carnosas. A medida que la coliflor madura, los botones se expanden y se vuelven más grandes, creando una cabeza de mayor tamaño y densidad. La estructura formal de la coliflor es simétrica y ordenada, con una forma redondeada y una textura suave

Circunferencia de simetría radial. Proporciones áureas que se entrelazan entre sí en el centro y establecen el patrón de crecimiento

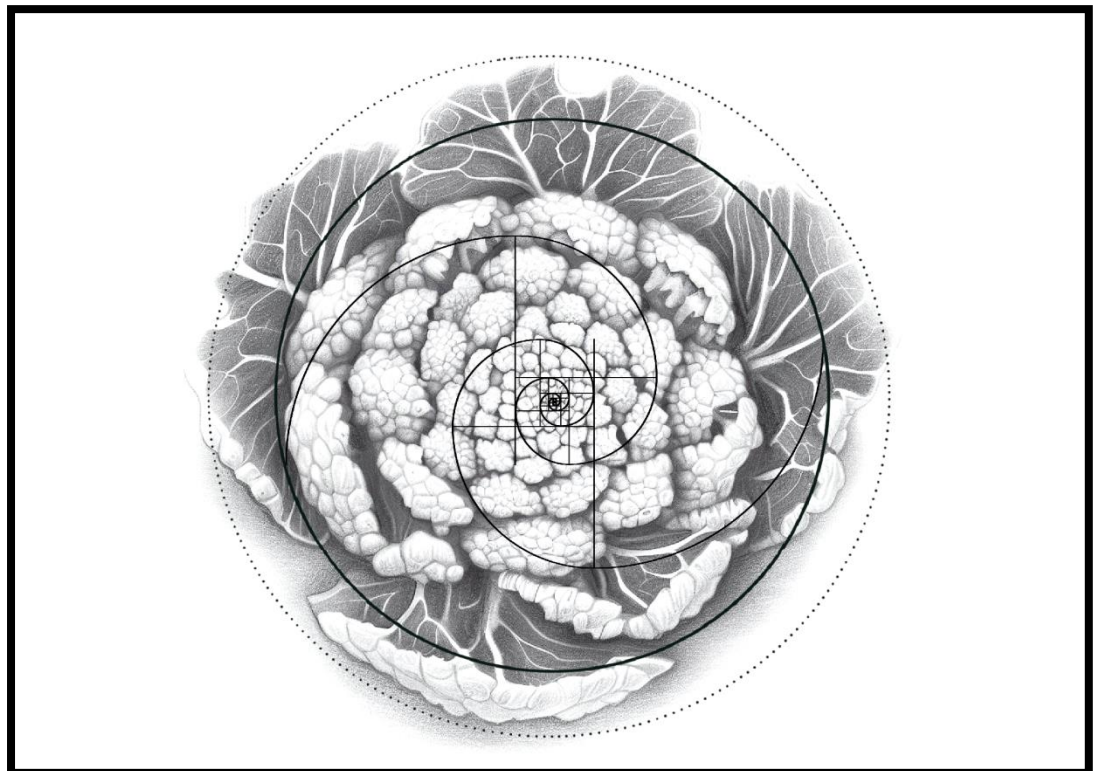


Figura 81: Paula Vilar. *Brassica oleracea* var. *Botrytis*, 2023. Arte final



Figura 82: Paula Vilar. *Aloe brevifolia*, 2023

- ***Aloe brevifolia***

Esta planta suculenta tiene una roseta basal compuesta por hojas carnosas y suculentas de forma lanceolada o triangular. Las hojas son gruesas, cortas y están dispuestas en forma de roseta compacta. En el centro de la roseta se encuentra una inflorescencia erecta que puede alcanzar alturas significativas en relación con la planta. La estructura formal del *Aloe brevifolia* es ordenada y simétrica, con las hojas dispuestas de manera compacta y la inflorescencia elevándose desde el centro de la roseta

Circunferencia de simetría radial. Proporciones áureas que se entrelazan entre sí en el centro y establecen el patrón de crecimiento que, a su vez está formado por dos cuadrados rotados entre sí a 45° cuyas aristas cortan en la circunferencia

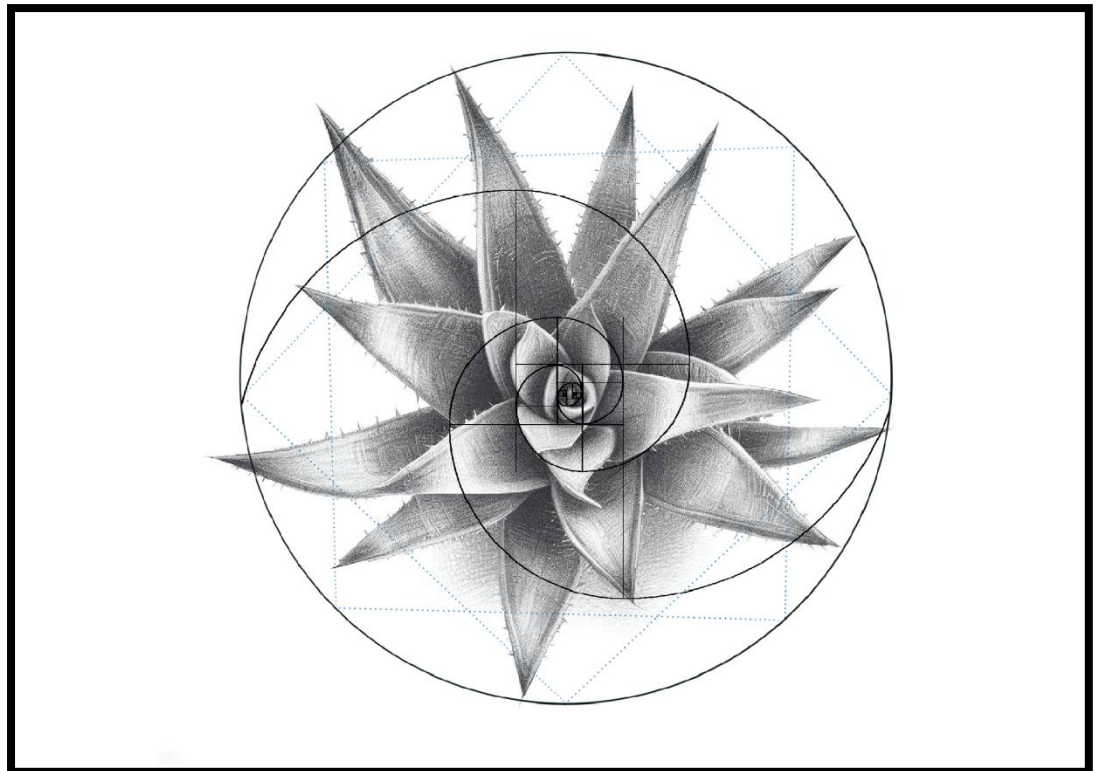


Figura 83: Paula Vilar. *Aloe brevifolia*, 2023. Arte final



Figura 84: Pixabay (s. f.). *Phorcus lineatus*

5.4.4. Patrón geométrico: elementos del mar

- *Phorcus lineatus*

Este caracol marino tiene una concha en forma de espiral alargada y cónica, con estrías longitudinales que le dan su nombre. La concha es de color marrón claro a oscuro, con líneas más claras o más oscuras que recorren su superficie. Tiene una abertura ovalada en la parte inferior de la concha. La estructura de *Phorcus lineatus* muestra una simetría espiral y una forma alargada

Proporción áurea en su patrón formal de crecimiento

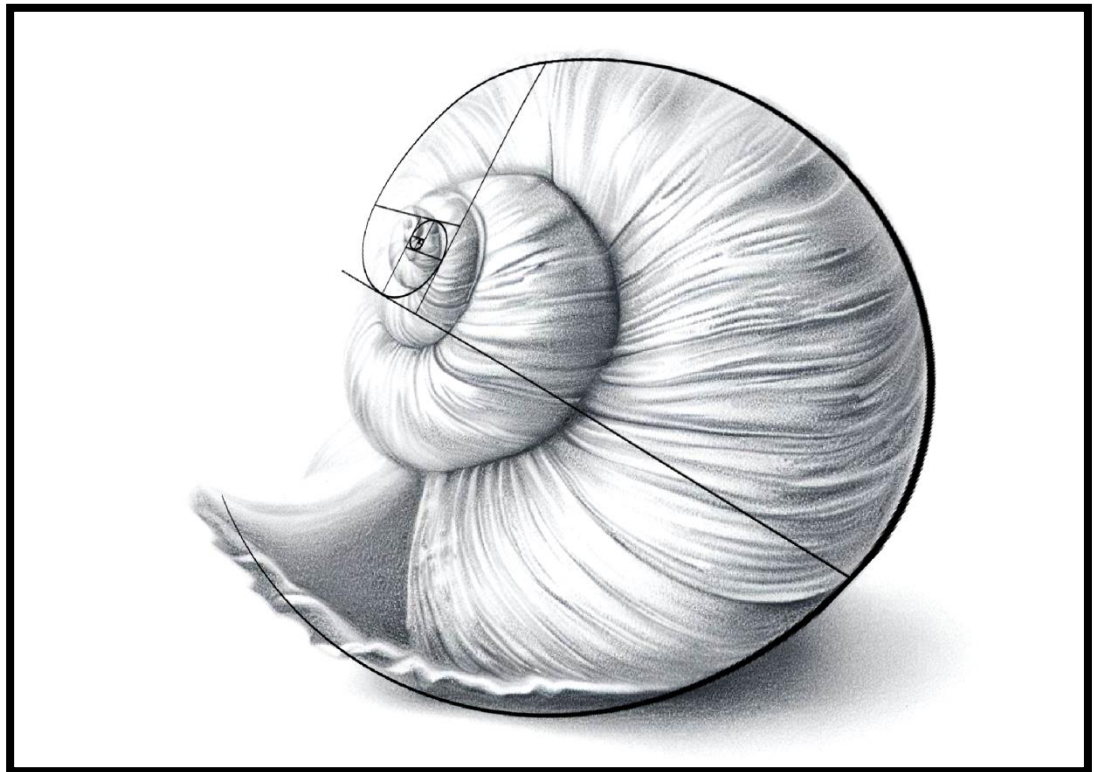


Figura 85: Paula Vilar. *Phorcus lineatus*, 2023. Arte final



Figura 86: Paula Vilar. *Asteroidea*, 2023

- ***Asteroidea***

Tienen una estructura única y característica. Su cuerpo está formado por un disco central llamado disco oral, del cual se extienden múltiples brazos o rayos. El número de brazos varía según la especie, pero generalmente oscila entre cinco y varios más. Cada brazo está compuesto por una serie de segmentos o vértebras articuladas.

Simetría pentarradial, pentágono regular que se extiende desde el centro

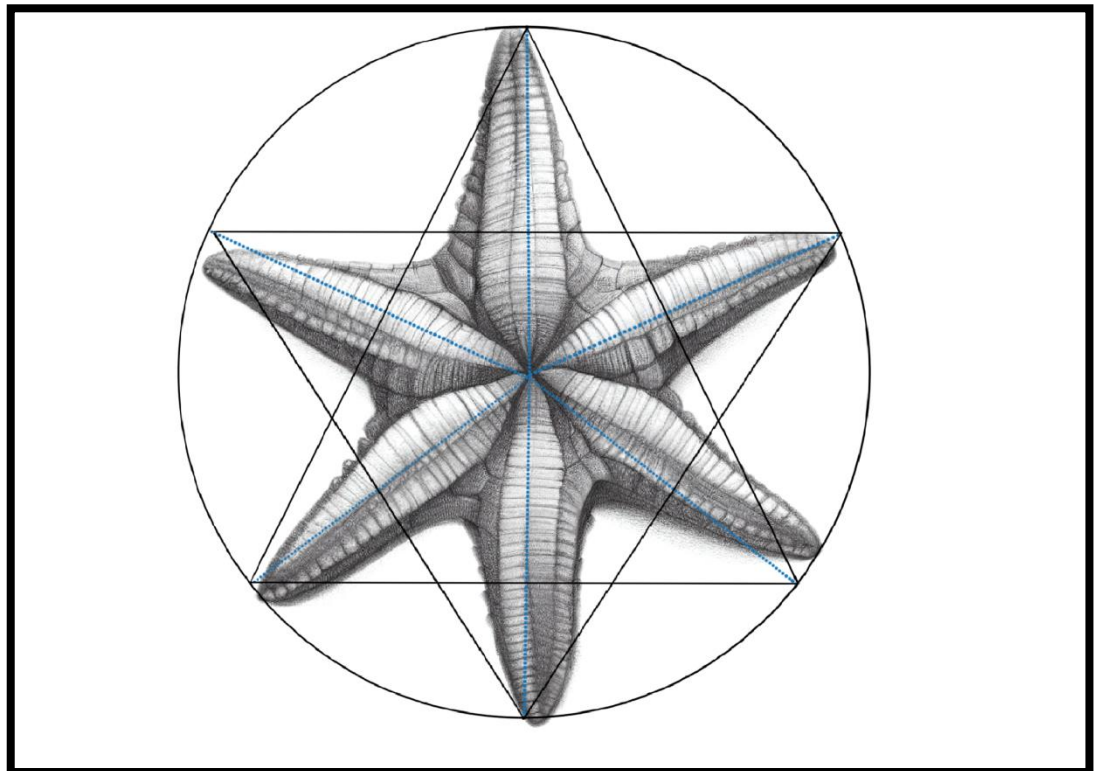


Figura 87: Paula Vilar. *Asteroidea*, 2023. Arte final



- ***Ranella olearium***

Tiene una concha grande y alargada, en forma de espiral, con vueltas pronunciadas y con una abertura en el extremo. En la parte superior se encuentra un caparazón protector, llamado opérculo

Proporción del triángulo áureo en su patrón formal de crecimiento

Figura 88: Montse Durá. *Ranella olearium*, 2022

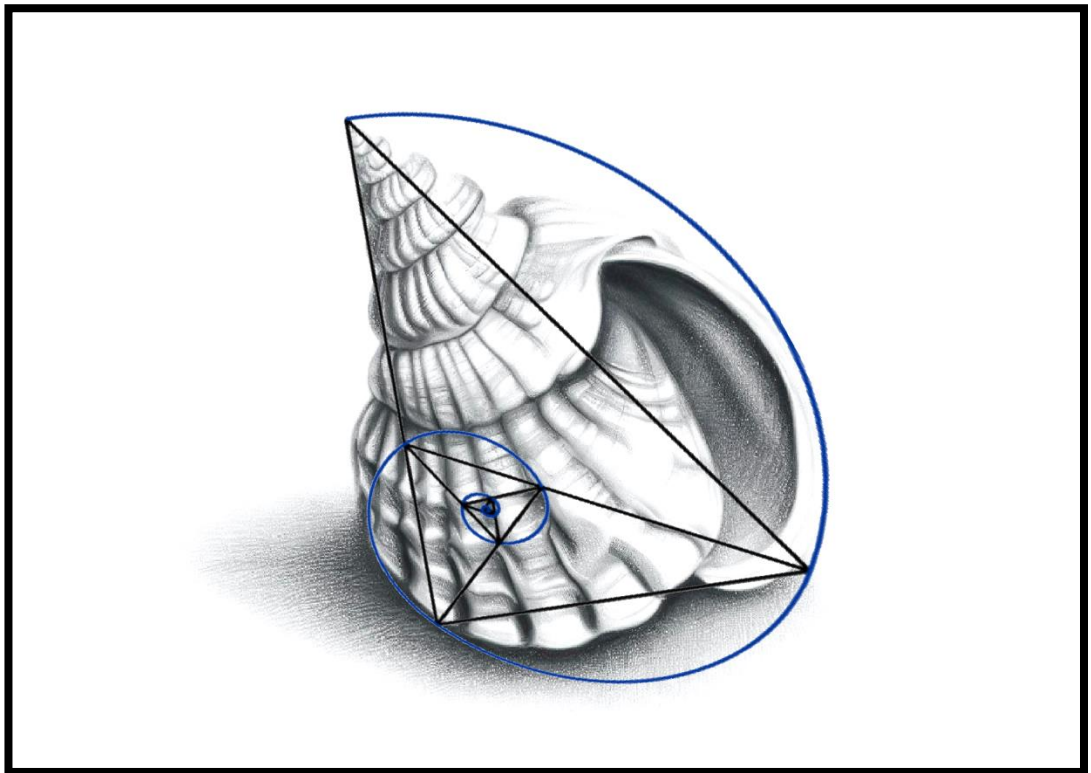


Figura 89: Paula Vilar. *Ranella olearium*, 2023. Arte final

5.5. EXPOSICIÓN VIRTUAL

5.5.1. Diseño del espacio expositivo

El diseño del espacio expositivo se realizó de forma sencilla, de forma que nos permitiese mantener la simplicidad y el orden característico de este proyecto.

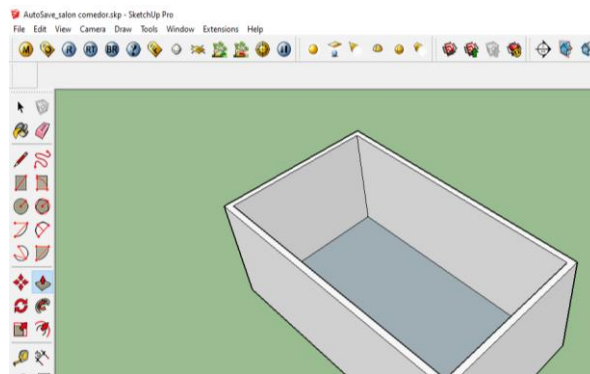


Figura 90: Paula Vilar. Estructura de las paredes de la galería en *Sketchup*

Las paredes fueron dibujadas utilizando la herramienta "Rectangle" en *SketchUp*, asegurándonos de que estuviesen conectadas formando un rectángulo y se ajustaron al grosor deseado. Se procedió a

agregar una ventana en una de las paredes mediante la creación de un rectángulo y utilizando la herramienta "Push/Pull" para extruir el hueco donde se incorporaría una ventana, previamente creada y guardada como "componente" para su reutilización. Se añadió una puerta corredera exterior de cristal mediante este mismo proceso.

Para incorporar el ventanal que abarca una de las paredes, se dibujó otro rectángulo en dicha pared y se utilizó de nuevo la herramienta "Push/Pull" para crear el espacio del ventanal. El suelo de madera se estableció dibujando un rectángulo en el suelo y extruyéndolo hacia arriba para formar el piso. Finalmente, se aplicó un material de madera a la superficie del piso.

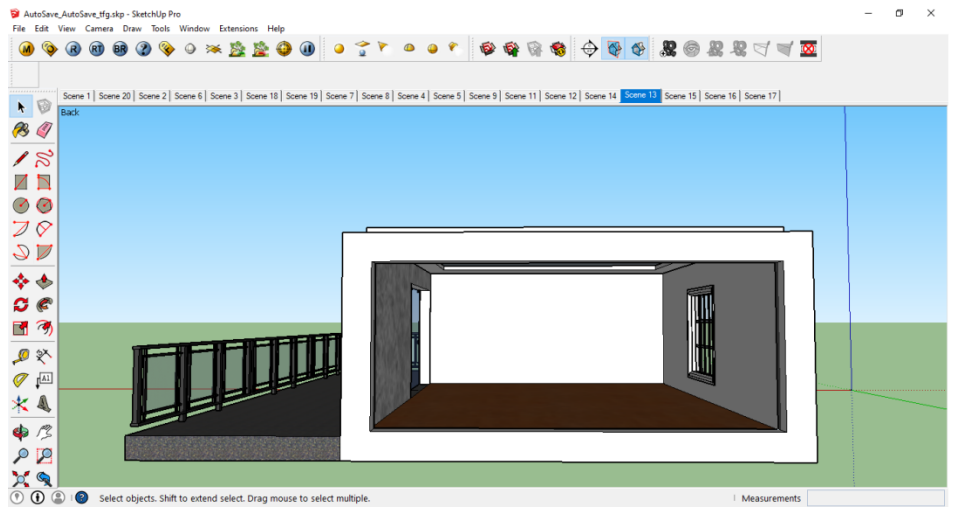


Figura 91: Paula Vilar. Espacio expositivo en *Sketchup*

Además, se creó un pequeño espacio exterior con barandillas dibujando otro rectángulo en el exterior de la sala y extruyéndolo hacia afuera para crear una plataforma. Las barandillas se incluyeron mediante el mismo proceso que la ventana y la puerta corredera.

Una vez creado el espacio, se agregaron los detalles adicionales, como iluminación, mobiliario y cuadros en las paredes empleando las herramientas correspondientes disponibles en *SketchUp*. La implementación de las ilustraciones y las portadas de los libros se realizó a través de la creación de nuevos materiales y texturas, estas nos permitieron “rellenar” las superficies con la imagen deseada.

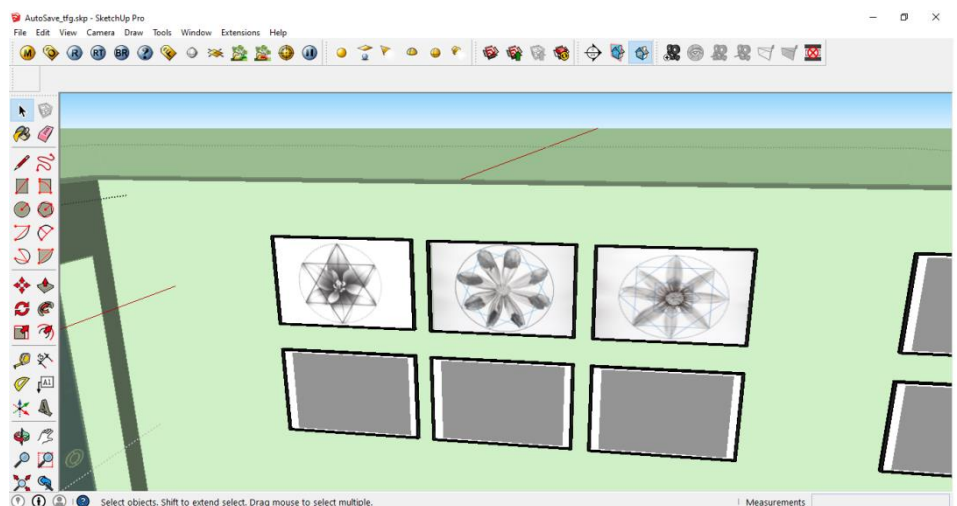


Figura 92: Paula Vilar. Proceso de añadir las ilustraciones en las paredes de la galería. *Sketchup*

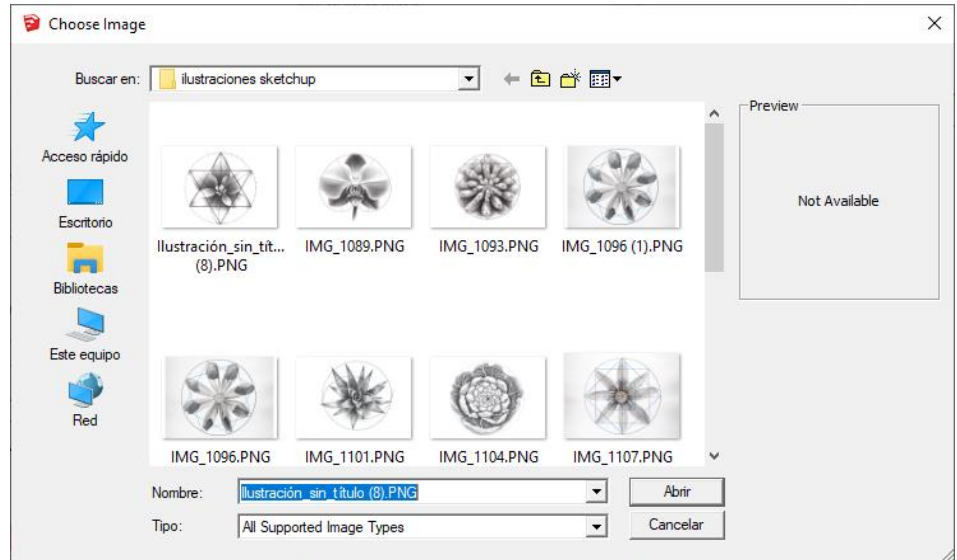


Figura 93: Paula Vilar. Carpeta ilustraciones, artes finales. Importación en Sketchup

5.5.2. Render

El renderizado en *SketchUp* corresponde a la fase en la cual se producen representaciones visuales de alta calidad a partir de un modelo tridimensional. Este proceso posibilita la simulación de aspectos como la iluminación, los materiales, las sombras y otros efectos visuales, con el propósito de obtener un resultado final más realista y verosímil.

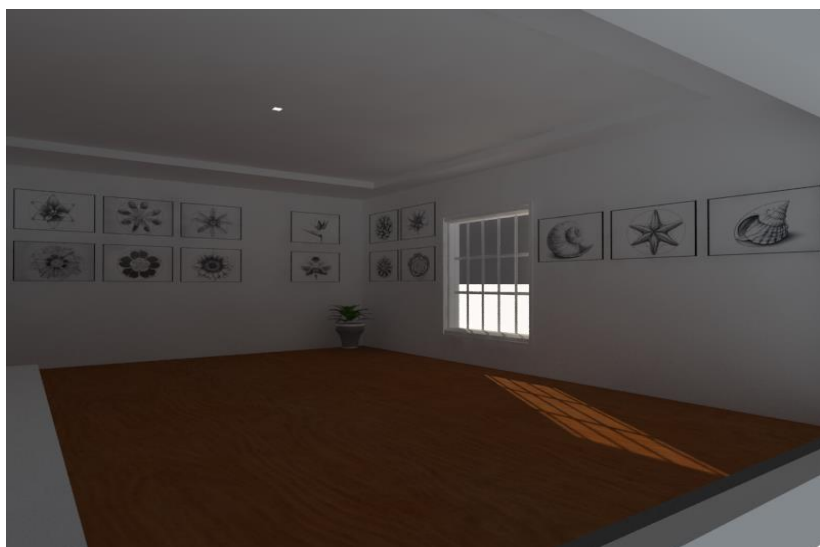


Figura 94: Paula Vilar. Primer render en Sketchup del espacio expositivo, error en parámetros de iluminación

Este proceso involucró varias etapas clave para obtener imágenes fotorrealistas de la galería simulada. En primer lugar, se preparó el modelo de *SketchUp*, asegurándonos de que estuviese completo y optimizado, incluyendo la asignación adecuada de materiales, texturas y la configuración de las luces de la escena. Se tuvo en cuenta el tiempo de margen de error, ya que se realizaron varios render sin éxito por problemas de iluminación.



Figura 95: Paula Vilar. Render Definitivo 1. Modelo 3D *Sketchup*



Figura 96: Paula Vilar. Render definitivo 2. Modelo 3D *Sketchup*

A continuación, se realizó la configuración del render, seleccionando el motor de renderizado y ajustando parámetros como la calidad de imagen, la resolución y los efectos deseados. Se llevó a cabo el ajuste de materiales y luces, configurando los materiales de los objetos, asignando texturas y

ajustando propiedades físicas como brillo, reflectividad y transparencia. Posteriormente, se procedió al proceso de renderizado, que demandó un tiempo considerable (alrededor de una hora cada render), generando las imágenes fotorrealistas basadas en los parámetros y la configuración establecida. Finalmente, se realizó la postproducción utilizando programas de edición de imágenes, donde se ajustó el contraste, la exposición y las iluminaciones y se retocaron detalles para obtener el resultado final deseado.



Figura 97: Paula Vilar. Detalle de mobiliario, vitrina de la exposición. Render *Sketchup*



Figura 98: Paula Vilar. Detalle de mobiliario. Render *Sketchup*

5.6. FOLLETO EXPOSITIVO

Como aportación adicional a este proyecto, hemos realizado un tríptico en el que queda visualizado un compendio de los objetivos visuales expositivos de éste. En este folleto encontramos imágenes del espacio expositivo diseñado previamente y el vídeo de la exposición virtual incrustado, al que podemos acceder mediante el siguiente enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=-vrZtmT0TUA>. La idea y el enfoque de este folleto otorga al proyecto un carácter divulgativo, ya que, gracias la opción de poder ser difundido virtualmente, la posibilidad de tener un mayor alcance de personas que tengan la oportunidad de ver la exposición aumenta.

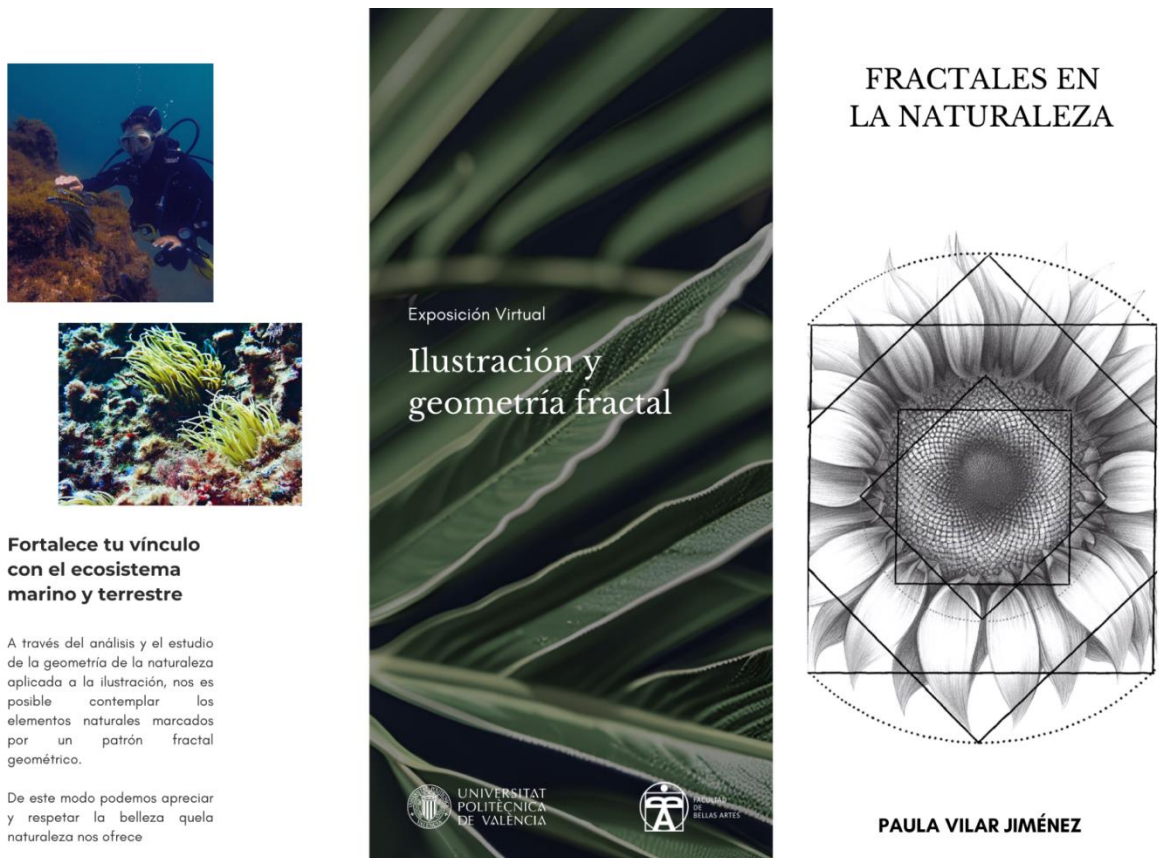


Figura 99: Paula Vilar. Anverso tríptico exposición virtual *FRACTALES EN LA NATURALEZA*, 2023. Plantilla de folleto



La geometría fractal

Los fractales y la geometría están ampliamente presentes en la naturaleza y en los elementos que ésta nos ofrece

El estudio de la geometría fractal de estos elementos revela patrones sorprendentes a diferentes escalas



[Ver vídeo](#)

En esta sala expositiva se presentan ilustraciones de 15 elementos de la naturaleza en los que se encuentra implementado el patrón geométrico fractal que le caracteriza a cada uno de ellos

Encontramos cuatro grupos de elementos naturales distribuidos en secciones dentro del espacio expositivo: flores con simetría radial, flores con proporción áurea, elementos vegetales con patrones de crecimiento y elementos marinos con geometría establecida

Todas las ilustraciones se encuentran supeditadas por un término que las define y las engloba: FRACTAL

"Aprende a mirar donde ya miraste y trata de ver lo que aún no viste"

Saturnino De la Torre

Figura 100: Paula Vilar. Reverso tríptico exposición virtual *FRACTALES EN LA NATURALEZA*, 2023. Plantilla de folleto

6. CONCLUSIONES

En este proyecto, hemos ampliado nuestros conocimientos sobre el estudio y la observación de la naturaleza, explorando la implementación de conjuntos fractales, el número *phi* y los patrones geométricos que encontramos en elementos naturales. Esta nueva perspectiva nos ha permitido comprender la relación entre la geometría, el arte y la naturaleza, abriéndonos puertas a futuros proyectos de investigación y desarrollo. Aunque hemos logrado cumplir con los tiempos establecidos, hemos encontrado limitaciones a la hora de realizar inmersiones en el mar, debido a la falta de recursos para desplazarnos y, en alguna ocasión, a las condiciones meteorológicas adversas.

A pesar de los condicionamientos negativos, hemos adquirido nuevas habilidades en el manejo de programas como *Procreate* y *Sketchup*, lo que nos permitió crear ilustraciones digitales y realizar una simulación virtual de una galería expositiva. Este proyecto nos ha proporcionado una nueva perspectiva y se convertirá en un diseño personal que seguirá en continuo desarrollo, impulsado por nuestro interés y pasión por la exploración y el respeto hacia los ecosistemas marinos y terrestres. Además de apreciar la belleza del mundo que nos rodea, hemos aprendido a valorar la diversidad y a preservar nuestro entorno natural todavía más.

Cabe decir que estamos muy satisfechos y orgullosos de que este proyecto haya alcanzado los resultados esperados en relación con los objetivos establecidos, habiendo demostrado coherencia en su planteamiento. Se ha fortalecido nuestro respeto por los ecosistemas marinos y terrestres.

Este proyecto ha resultado ser para nosotros como un punto de partida, han aparecido nuevas inquietudes en nosotros. Es por ello que, como vía de desarrollo, seguiremos ampliando nuestra mirada y explorando la belleza que la naturaleza nos ofrece, siempre desde la amabilidad y el respeto para con nuestros ecosistemas naturales.

7. FUENTES REFERENCIALES

8.1. BIBLIOGRAFÍA

- BATTISTA ALBERTI, L. (1987). *The Ten Books on Architecture*. Nueva York. Editorial Dover Publications Inc.; New ed of 1755 ed edición. ISBN 0486252396
- CORBALÁN, F. (2014). *La proporción áurea. El lenguaje matemático de la belleza*. Barcelona. Editorial National Geographic/RBA, El mundo es matemático. ISBN 9788447377305
- DUBOIS, J.; CHALINE, J. (2006). *Le monde des fractales, la géométrie cachée de la nature*. París. Editorial ELLIPSES. ISBN 9782729827823
- ESCHER, M. C. (2011). *Desplegando a Escher*. Madrid. Editorial ILUSBOOKS. ISBN 9788415227069
- FRAME, M. L.; MANDELBROT, B. B. (2002). *Fractals, Graphics, and Mathematics Education*. Volumen 58 de Mathematical Association of America Notes. Cambridge. Editorial Cambridge University Press. ISBN 9780883851692
- IMPELLUSO, L. (2003). *LA NATURALEZA Y SUS SIMBOLOS: PLANTAS, FLORES Y ANIMALES*. Madrid. Editorial ELECTA. ISBN 9788481563597
- LIVIO, M. (2018). *La proporción áurea: La historia de phi, el número más sorprendente del mundo*. Barcelona. Editorial Planeta. ISBN 9788408196525
- LÓPEZ DE SILANES VALGAÑÓN, F. J. I. (2021). *Arte y matemática. Elementos de geometría sagrada*. Madrid. Editorial Tusquets Editores. ISBN 9788418808036
- MANDELBROT, B. (2021). *La geometría fractal de la naturaleza*. Barcelona. Editorial Planeta. ISBN 9788490669136
- MEISNER, G. B. (2019). *LA PROPORCIÓN ÁUREA: LA DIVINA BELLEZA DE LAS MATEMÁTICAS*. Madrid. Editorial LIBRERO. ISBN 9789463591447
- PADOVAN, R. (2015). *Proportion: Science, Philosophy, Architecture*. Reino Unido. Editorial Taylor & Francis. ISBN 1138133175
- VIDAL ALAMAR, M. D.; GIMÉNEZ MORELL, R. V. (2007). *PERSPECTIVA ARTÍSTICA*. Valencia. Editorial Universitat Politècnica de València. ISBN 9788483631812

WALKER, W. G.; SCHATTSCHNEIDER, D. (2022). *M. C. Escher. Calidociclos*. Madrid. Editorial TASCHEN. ISBN 9783836583718

8.2. WEBGRAFÍA

ACADEMIA PLAY (2016). *El número de Oro en el arte*.
<<https://academiaplay.es/el-numero-de-oro-en-el-arte/>> [Consulta: 4 de marzo de 2023]

ALZOGARAY, I (2007). *Geometría fractal y arquitectura: ¿Un vínculo consistente?*
< <http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/BA2007/sym09.pdf>> [Consulta: 30 de abril de 2023]

CLASSICS.MIT.EDU (2003). *Timaeus by Plato*.
< <http://classics.mit.edu/Plato/timaeus.html>> [Consulta: 25 de marzo de 2023]

CROMPTON, A. (2004). *The fractal nature of everyday space*.
<<http://www.cromp.com/download/pdfdocs/Madrid.PDF>> [Consulta: 30 de abril de 2023]

ECOOSFERA (2015). *Matemática divina: la secuencia de Fibonacci en la naturaleza*.
<<https://ecoosfera.com/medio-ambiente/matematica-divina-la-secuencia-de-fibonacci-en-la-naturaleza-fotos/>> [Consulta: 28 de febrero de 2023]

ECOOSFERA (2017). *¿Las matemáticas son el lenguaje de la naturaleza?*
<<https://ecoosfera.com/medio-ambiente/las-matematicas-son-el-lenguaje-de-la-naturaleza/>> [Consulta: 14 de marzo de 2023]

PLATAFORMA ARQUITECTURA (2021). *Rafael Araujo sobre geometría en la naturaleza: "Cada dibujo es un algoritmo estricto"*.
<<https://www.plataformaarquitectura.cl/cl/960033/rafael-araujo-sobre-geometria-en-la-naturaleza-cada-dibujo-es-un-algoritmo-estricto>> [Consulta: 25 de febrero de 2023]

8. ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS

Figura 1: UN.org (s.f.). Objetivos de desarrollo sostenible 2030	8
Figura 2: Fotografía de Benoît Mandelbrot. 2010.....	10
Figura 3: Primeras etapas de la construcción del triángulo de <i>Sierpinski</i> . 2017	13
Figura 4: Conjunto de Mandelbrot. 2021	13
Figura 5: Conjunto de Julia. 2022	13
Figura 6: Wikipedia. (s.f.). Gráfica del movimiento browniano.....	14
Figura 7: Pinterest. (s.f.). Espiral áurea en un cactus	14
Figura 8: Paula Vilar. Ramificaciones de árbol. 2022	15
Figura 9: Fractales en ramificaciones de los árboles. 2018.....	15
Figura 10: Paula Vilar. Fractales en las nubes. 2022.....	16
Figura 11: Wordpress. (s.f.). Fractalidad de la costa	16
Figura 12: Patrón en espiral de la piña de los pinos, 2019	16
Figura 13: Foto321.com (s.f.). Simetría de un copo de nieve.....	17
Figura 14: Imer.mx (s.f.). Ramificaciones fractales del coral.....	17
Figura 15: Girasol con simetría radial. 2021	18
Figura 16: Disposición espiralada	19
Figura 17: Paula Vilar. <i>Victoria cruziana</i> . 2022	19
Figura 18: Disposición cíclica y multiplicación vegetativa en briófitos. 2013....	19
Figura 19: Paula Vilar. <i>Solanum</i> . 2023	19
Figura 20: Paula Vilar. <i>Lilium</i> . 2023	20
Figura 21: Matemáticas en los pétalos de las flores. 2016.....	20
Figura 22: FreeDigitalPhotos.net (s.f.). Secciones en forma de estrella de la papaya (arriba), manzana (centro) y carambola (abajo)	21
Figura 23: Leonardo da Vinci. Estudio de la violeta de cinco pétalos, boceto de pentágono en la parte superior izquierda. 1490.....	21
Figura 24: Piet Mondrian. <i>Crysanthemum</i> . 1907. Lápiz sobre papel.....	22
Figura 25: Vincent van Gogh. Serie <i>Los Girasoles</i> . 1988. Óleo sobre lienzo. 93 cm × 72 cm.....	22
Figura 26: M. C. Escher. <i>Palm Tree sketch</i> . 1923. Litografía.....	22
Figura 27: Leonardo da Vinci. <i>Duodecedron solidus</i> . Dibujos para el libro <i>De Divina Proportione de Pacioli</i> . 1496.....	23
Figura 28: Leonardo da Vinci. <i>Duodecedron vacuus</i> . Dibujos para el libro <i>De Divina Proportione de Pacioli</i> . 1496.....	23
Figura 29: Euclides. Diagramas geométricos en un manuscrito árabe. 1237....	23
Figura 30: Leonardo da Vinci. <i>Le Proporzioni del Corpo Umano Secondo Vitruvio</i> (Las proporciones del cuerpo humano según Vitruvio), 1490.....	24
Figura 31: M. C. Escher. <i>Manos dibujando</i> , 1948. Litografía	25
Figura 32: M. C. Escher. <i>Relatividad</i> , 1953. Litografía	25
Figura 33: M. C. Escher. <i>Más y más pequeño</i> , 1956. Litografía	26

Figura 34: M. C. Escher. *Día y noche*, 1937. Litografía 26

Figura 35: Rafael Araujo. Serie *Cálculos*, 2014. Acuarela y tinta sobre papel, 60 x 60 cm..... 27

Figura 36: Rafael Araujo: serie *Cálculos*, 2014. Acuarela y tinta sobre papel, 60 x 60 cm 28

Figura 37: Rafael Araujo: serie *Cálculos*, 2014. Acuarela y tinta sobre papel, 60 x 60 cm 28

Figura 38: Paula Vilar. *Telmatactis cricoides*. Un género de anémonas marinas de la familia *Isophelliidae*. Fractalidad en sus tentáculos y simetría radial en su forma, 2023. 29

Figura 39: Paula Vilar. *Anémone Viridis*. Fractalidad en sus tentáculos, 2022.. 29

Figura 40: Paula Vilar. *Felimare picta*, 2023 29

Figura 41: Paula Vilar. Inmersión de buceo, 2023 30

Figura 42: Paula Vilar. *Asteroidea*, 2022..... 30

Figura 43: Paula Vilar. *Hermodice carunculata*, 2023..... 31

Figura 44: Paula Vilar. *Agave* de Faro, Portugal. Fractales en sus ramificaciones, 2023 31

Figura 45: Paula Vilar. Alzado *Sedum sediforme*. Fractales en su patrón de crecimiento, 2023 32

Figura 46: Paula Vilar. Alzado *Sedum sediforme*. Fractales en su patrón de crecimiento, 2023 32

Figura 47: Paula Vilar. *Aloe brevifolia*, modelo 3D. *Sketchup*, 2023..... 34

Figura 48: Paula Vilar. *Lilium*, modelo 3D. *Sketchup*, 2023 34

Figura 49: Paula Vilar. *Cosmos bipinnatus*, proceso ilustración. Lápiz de grafito sobre papel, 2023. 29.7 cm x 42 cm 35

Figura 50: Paula Vilar. *Cosmos bipinnatus*. Grafito sobre papel, 2023. 29.7 cm x 42 cm 36

Figura 51: Paula Vilar. Boceto *Asteroidea*. Proceso ilustración digital. *Procreate* 37

Figura 52: Paula Vilar. *Asteroidea*. Proceso ilustración digital. *Procreate*..... 37

Figura 53: Paula Vilar. *Cosmos bipinnatus*. Implementación circunferencia simetría radial en *Procreate* 38

Figura 54: Paula Vilar. *Cosmos bipinnatus*. Implementación cuadrados de geometría fractal en *Procreate*..... 38

Figura 55: Paula Vilar. *Asteroidea*. Ilustración digital terminada en el programa *Procreate* 39

Figura 56: Paula Vilar. *Asteroidea*. Implementación de los triángulos regulares que y la circunferencia de simetría radial en *Procreate* 39

Figura 57: Paula Vilar. *Coreopsis grandiflora*, proceso ilustración. Lápiz de grafito sobre papel, 2023. 29.7 cm x 42 cm 39

Figura 58: Paula Vilar. *Coreopsis grandiflora*. Pincel estilógrafo para la implementación de la geometría en *Procreate* 40

Figura 59: Paula Vilar. *Coreopsis grandiflora*. Medidas circunferencia para establecer la simetría radial en *Procreate* 40

Figura 60: Paula Vilar. *Lilium candidum*, 2023..... 41

Figura 61: Paula Vilar. *Lilium candidum*, 2023. Arte final..... 41

Figura 62: Paula Vilar. *Cosmos bipinnatus*, 2023..... 42

Figura 63: Paula Vilar. *Cosmos bipinnatus*, 2023. Arte final..... 42

Figura 64: Paula Vilar. *Dahlia Honka*, 2023 43

Figura 65: Paula Vilar. *Dahlia Honka*, 2023. Arte final..... 43

Figura 66: Paula Vilar. *Coreopsis grandiflora*, 2023..... 44

Figura 67: Paula Vilar. *Coreopsis grandiflora*, 2023. Arte final..... 44

Figura 68: Paula Vilar. *Primula elatior*, 2023 45

Figura 69: Paula Vilar. *Primula elatior*, 2023. Arte final 45

Figura 70: Paula Vilar. *Helianthus annuus*, 2023 46

Figura 71: Paula Vilar. *Helianthus annuus*, 2023. Arte final 46

Figura 72: Paula Vilar. *Orchidaceae*, 2023 47

Figura 73: Paula Vilar. *Orchidaceae*, 2023. Arte final 47

Figura 74: Paula Vilar. *Strelitzia reginae*, 2023 48

Figura 75: Paula Vilar. *Strelitzia reginae*, 2023. Arte final 48

Figura 76: Paula Vilar. *Pinus pinea*, 2023..... 49

Figura 77: Paula Vilar. *Pinus pinea*, 2023. Arte final..... 49

Figura 78: Paula Vilar. *Mammillaria carnea*, 2023 50

Figura 79: Paula Vilar. *Mammillaria carnea*, 2023. Arte final 50

Figura 80: Paula Vilar. *Brassica oleracea var. Botrytis*, 2023..... 51

Figura 81: Paula Vilar. *Brassica oleracea var. Botrytis*, 2023. Arte final..... 51

Figura 82: Paula Vilar. *Aloe brevifolia*, 2023 52

Figura 83: Paula Vilar. *Aloe brevifolia*, 2023. Arte final 52

Figura 84: Pixabay (s. f.). *Phorcus lineatus* 53

Figura 85: Paula Vilar. *Phorcus lineatus*, 2023. Arte final..... 53

Figura 86: Paula Vilar. *Asteroidea*, 2023..... 54

Figura 87: Paula Vilar. *Asteroidea*, 2023. Arte final..... 54

Figura 88: Montse Durá. *Ranella olearium*, 2022 55

Figura 89: Paula Vilar. *Ranella olearium*, 2023. Arte final 55

Figura 90: Paula Vilar. Estructura de las paredes de la galería en *Sketchup* 56

Figura 91: Paula Vilar. Espacio expositivo en *Sketchup* 57

Figura 92: Paula Vilar. Proceso de añadir las ilustraciones en las paredes de la galería. *Sketchup*..... 57

Figura 93: Paula Vilar. Carpeta ilustraciones, artes finales. Importación en *Sketchup*..... 58

Figura 94: Paula Vilar. Primer render en *Sketchup* del espacio expositivo, error en los parámetros de iluminación 58

Figura 95: Paula Vilar. Render Definitivo 1. Modelo 3D *Sketchup* 59

Figura 96: Paula Vilar. Render definitivo 2. Modelo 3D *Sketchup*..... 59

Figura 97: Paula Vilar. Detalle de mobiliario, vitrina de la exposición. Render *Sketchup*..... 60

Figura 98: Paula Vilar. Detalle de mobiliario. Render *Sketchup* 60

Figura 99: Paula Vilar. Anverso tríptico exposición virtual *FRACTALES EN LA NATURALEZA*, 2023. Plantilla de folleto 61

Figura 100: Paula Vilar. Reverso tríptico exposición virtual *FRACTALES EN LA NATURALEZA*, 2023. Plantilla de folleto 62

Figura 101: Paula Vilar. ODS y *FRACTALES EN LA NATURALEZA*, 2023..... 70

Tabla 1: Cronograma del proyecto *FRACTALES EN LA NATURALEZA*. 2023 71

9. ANEXOS

9.1. ANEXO I: OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE



Figura 101: Paula Vilar. ODS y FRACTALES EN LA NATURALEZA, 2023

9.2. ANEXO II: CRONOGRAMA DE TRABAJO

DIAGRAMA PROYECTO



Fractales en la naturaleza

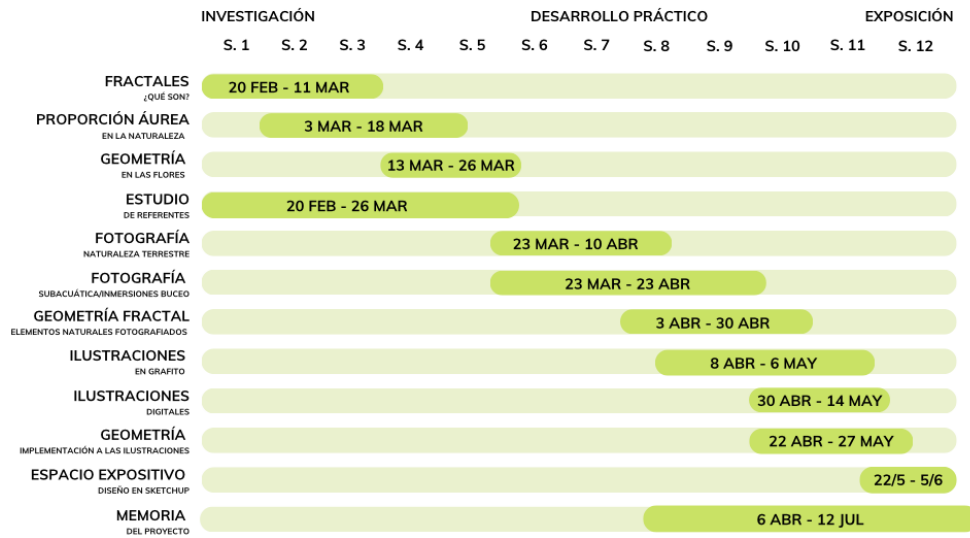


Tabla 1: Cronograma del proyecto *FRACTALES EN LA NATURALEZA*. 2023