

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

**DEPARTAMENTO DE SISTEMAS
INFORMÁTICOS Y COMPUTACIÓN**



UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA



PaRSys
**Un nuevo modelo deformable interactivo
basado en sistemas de partículas**

TESIS DOCTORAL

**Presentada por:
D. Óscar López Escobar**

**Dirigida por:
Dr. Carlos Monserrat Aranda**

Valencia 2007

AGRADECIMIENTOS

Es cierto que el tiempo pasa muy deprisa. Parece que fue ayer cuando, casi recién terminada la carrera, inicié mi andadura por el MedICLab. Han sido varios años en los que he visto cosas interesantísimas y que me han servido para finalmente presentar esta tesis doctoral. En esos años he conocido a muchísima gente de la que tengo muy gratos recuerdos. De los compañeros del laboratorio, sólo puedo decir palabras buenas. Gente con la que se puede hablar de todo y siempre dispuesta a echar una mano. Me gustaría citar especialmente a las personas con las que mayor relación he tenido estos años. Los “maestros” Lucky y Pepe Gil, excelentes profesores y mejores personas, un placer haberos conocido. El “jefe” Mariano Alcañíz, al frente del grupo tantos años. Los incombustibles Txemi y Pepe Roda, compañeros desde casi el principio y con los que tanto nos hemos reído con sus historias marcianas. Los “becarios” Mario, Irene y David, siempre tan bromistas con los pobres extranjeros que tenían la suerte de caer en su despacho, y su directora Mari Carmen. Mis compañeros de despacho, las personas con los que más horas he pasado, Maria José y Carlitos, y con los que tanto me he reído en los momentos de mayor stress. Y por supuesto no puedo olvidarme de mis compañeros y amigos Juan, Moisés y Eugenio. Junto a ellos he aprendido muchísimo sobre gráficos 3D y C++ desarrollando ese magnífico XSE. Impresionante trabajo chicos.

La simulación quirúrgica ha sido el campo en el que más he trabajado, y por el que surgió esta tesis. La red SINERGIA me dio la oportunidad de conocer a personas de otros grupos y centros, quienes también me han aportado muchísimo.

El GBT, con Enrique Gómez y Francisco del Pozo como cabezas más visibles, y todo su grupo de trabajo. Pablo Lamata, tantas discusiones y alegrías, aún tenemos mucho que compartir. Samuel, un gran tipo que se desvive por ayudarte. Carolina, que a fuerza de pelearnos con los escenarios surgió una gran amistad, y por supuesto María, mi Mafi.

El UVA, con Carlos Alberola al frente. Que buenos momentos con Emma y Vero, aunque las colisiones sean sus peores pesadillas por mi culpa.

A los chicos de canarias, Manolo y Diana, que también tuvieron que sufrirme (ese acento canario me encanta).

Alfonso Oltra del IBV, esos viajes a Cáceres en coche no los podré olvidar, una persona que merece la pena conocer.

He querido dejar a parte a mi director de tesis, Carlos Monserrat. Se merece estas líneas dedicadas para él sólo. Hemos compartido muchas horas desarrollando juntos los proyectos. No hay duda que gracias a él he podido sacar adelante esta tesis doctoral, pues no dejó de animarme y “presionarme” para que no la dejase. Gracias Carlos.

No quiero olvidarme de todos mis amigos, de mi grupo de Torrent, que sin lugar a dudas son un apoyo inestimable. Después de muchos años hemos pasado muchísimos momentos felices y alguno un poco duro, pero que me han demostrado que puedo contar con ellos, aunque se que a veces me cueste compartir mis cosas. Gracias Luís, Pepe, Rosana, Merche, Montañés, Ricardo, Rosario, Victor, Silvia, Victor Anchel y su esposa Ana, Meso, Vanesa, David, Marisa, Vicente, mi enfermera preferida Ana y por supuesto mi Javi, también compañero infatigable de carrera y con el que he vivido tantas noches de magdalenas haciendo las prácticas.

Estas líneas son para mi familia, de la cual me siento tremendamente orgulloso, pues siempre se puede contar con ellos. Sois tantos que sería muy largo escribir vuestros nombres, pero me gustaría dedicar esta tesis especialmente a dos personas de mi familia. Mi abuela, la cual murió durante la fase de realización de la tesis, y muy especialmente a mi prima Silvia, una de las víctimas del accidente del metro de Valencia en Julio de 2006, y que supuso un golpe durísimo que poco a poco intentamos superar. No os olvido.

Y por último me gustaría dedicársela a mis padres, Pedro y Antonia, y a mi novia María, mi Mafi. Mis padres siempre me han apoyado y se que puedo contar con ellos. Realmente tengo mucha suerte con ellos. Y mi chica, ha sido un apoyo constante estos nueve meses que llevamos juntos, y que espero sean sólo el principio de algo para toda la vida.

Sólo me queda decir: ¡Al fin está terminada la tesis!

PALABRAS CLAVE

- Sistemas de modelado.
- Modelos basados en principios físicos.
- Modelos deformables.
- Deformación interactiva.
- Simulación de deformación de tejidos.
- Simulación de deformación de órganos vivos.
- Sistemas de simulación.
- Simulación quirúrgica.
- Entornos virtuales.
- Realidad virtual.
- Cirugía virtual.
- Sistemas de partículas.

RESUMEN

En esta tesis se ha presentado un nuevo modelo deformable (ParSys) que, al igual que otros modelos deformables, permite, de forma simple, la incorporación de elasticidad a los modelos geométricos sintéticos 3D. Este modelo, basado en volúmenes ligados, se ha centrado principalmente en la velocidad por encima de la precisión, aunque no se ha dejado de lado el comportamiento realista basado en parámetros físicos reales.

ParSys ha intentado unir las ventajas de cada uno de los modelos deformables existentes, presentando las siguientes características principales:

- Es un modelo rápido de calcular. Casi tan rápido como los modelos deformables heurísticos más simples basados en el punto muelle.
- Permite la realización de cambios topológicos de forma sencilla.
- Los parámetros que gobiernan la deformación pueden estar basados en parámetros físicos reales, en concreto en el módulo de Young, al igual que los modelos basados en mecánica continua.
- Posee un comportamiento volumétrico, lo que permite un mayor realismo visual ante las deformaciones producidas.
- Puede obtener el sistema de partículas encargado de la deformación sin necesidad de conocer la estructura interna de los objetos.

Estas características invitan a pensar que ParSys es un modelo ideal para su uso en entornos virtuales interactivos y, en particular, en entornos tan complejos como la simulación quirúrgica.

RESUM

En aquesta tesi s'ha presentat un nou model deformable (ParSys) que, a l'igual d'altres models deformables, permet, de manera simple, la incorporació d'elasticitat als models geomètrics sintètics 3D. Aquest model, basat en volums lligats, s'ha centrat principalment en la velocitat per damunt de la precisió, encara que no s'ha deixat de banda el comportament realista basat en paràmetres físics reals.

ParSys presenta les següents característiques principals:

- Es un model ràpid de calcular. Quasi tant com els models deformables heurístics més simples basats en el punt-moll.
- Permet la realització de modificacions topològiques de forma senzilla.
- Els paràmetres que governen la deformació poden estar basats en paràmetres físics reals, en concret en el mòdul de Young, igual que el models basats en mecànica contínua.
- Posseïx un comportament volumètric, la qual cosa permet un major realisme visual davant les deformacions produïdes.
- Pot obtenir el sistema de partícules encarregat de la deformació sense necessitat de conèixer l'estructura interna dels objectes.

Els resultats obtesos han demostrat que ParSys és un model ideal per al seu ús en entorns virtuals interactius i, en particular, en un entorn tan complex com es la simulació quirúrgica.

ABSTRACT

In this Ph.D. thesis a new deformable model (ParSys) has been presented. Like other deformable models, ParSys allow the incorporation of elasticity to the 3D geometric models. ParSys is based on linked volumes. In this model the speed is the most important characteristic over the precision although it has a realistic behaviour because it uses real physical parameters.

ParSys has the following main features:

- ParSys is quick to calculate, almost as fast as the simplest deformable heuristic models based on mass-spring.
- ParSys allows topological changes easily (like incisions).
- The parameters that govern the deformation can be based on real physical parameters (Young modulus), like the models based on continuous mechanics.
- ParSys has a volumetric behavior, which allows a greater visual realism.
- ParSys does not need to know the objects internal structure to obtain the particle system that controls the deformation.

The experimental results in this thesis prove that ParSys is an ideal model for their use in interactive virtual environments, like the surgical simulation.

ÍNDICE

| | |
|--|--------------|
| AGRADECIMIENTOS | I |
| PALABRAS CLAVE | III |
| RESUMEN | V |
| ÍNDICE | XI |
| LISTA DE FIGURAS | XV |
| LISTA DE GRÁFICAS Y TABLAS | XXI |
| ABREVIATURAS Y SÍMBOLOS | XXVII |
| PUBLICACIONES | XV |
| AUTORÍA | XVII |
| ESTRUCTURA DE LA TESIS | XIX |
| CAPÍTULO 1.- INTRODUCCIÓN | 1 |
| 1.1.- La cirugía | 3 |
| 1.2.- Cirugía laparoscópica | 5 |
| 1.2.1.- <i>Introducción</i> | 5 |
| 1.2.2.- <i>Presente y futuro de la cirugía laparoscópica</i> | 9 |
| 1.2.3.- <i>El procedimiento. Ventajas e inconvenientes</i> | 14 |
| 1.3.- La informática médica | 18 |
| 1.3.1.- <i>Introducción</i> | 18 |
| 1.3.2.- <i>Robótica y medicina</i> | 19 |
| 1.3.3.- <i>Realidad virtual y medicina</i> | 20 |
| 1.4.- Los simuladores quirúrgicos | 23 |
| 1.4.1.- <i>Introducción</i> | 23 |
| 1.4.2.- <i>Componentes de un SQ</i> | 25 |
| 1.4.3.- <i>Perspectivas</i> | 27 |
| 1.5.- Objetivos de la tesis | 28 |
| 1.6.- Resumen | 28 |
| CAPÍTULO 2.- ANTECEDENTES Y ESTADO DEL ARTE EN MODELOS DEFORMABLES EN TIEMPO REAL | 31 |
| 2.1.- <i>Introducción</i> | 33 |

| | |
|--|-----------|
| 2.2.- Aproximaciones heurísticas | 35 |
| 2.2.1.- Splines deformables | 35 |
| 2.2.2.- Modelos masa-muelle | 36 |
| 2.2.3.- Volúmenes ligados | 40 |
| 2.2.3.1.- Modelo básico | 40 |
| 2.2.3.2.- Modelo Chain-mail | 41 |
| 2.2.4.- Modelo masa-tensor | 42 |
| 2.3.- Aproximaciones mecánica continua | 44 |
| 2.3.1.- Método Elementos Finitos (FEM) | 44 |
| 2.3.1.1.- Relaciones básicas | 44 |
| 2.3.1.2.- Elementos finitos rápidos (Fast finite elements FFE) | 45 |
| 2.3.1.3.- Sistemas dinámicos | 46 |
| 2.3.1.4.- Precomputación de tensores | 47 |
| 2.3.1.5.- Otras aproximaciones | 48 |
| 2.3.2.- Método de Elementos de Contorno (BEM) | 48 |
| 2.4.- Modelo híbrido | 50 |
| 2.5.- Comparativa | 51 |
| 2.6.- Conclusiones | 53 |
| 2.7.- Resumen | 54 |
| CAPÍTULO 3.- EL MODELO BASADO EN UN SISTEMA DE | |
| PARTÍCULAS | 57 |
| 3.1.- Introducción | 59 |
| 3.2.- Descripción del modelo ParSys | 61 |
| 3.2.1.- Introducción | 61 |
| 3.2.2.- Preproceso | 63 |
| 3.2.3.- Cálculos por frame | 67 |
| 3.2.3.1.- Colisiones y respuesta a colisiones | 67 |
| 3.2.3.2.- Deformación del sistema de partículas | 70 |
| 3.2.3.3.- Deformación del modelo triangular | 71 |
| 3.2.3.4.- Cortes producidos sobre el modelo | 72 |
| 3.3.- Los modelos físicos | 76 |
| 3.3.1.- Introducción | 76 |
| 3.3.2.- Muelles | 76 |
| 3.3.3.- Eslabones | 77 |
| 3.3.4.- Campos potenciales | 80 |
| 3.4.- Resumen | 82 |
| CAPÍTULO 4.- RESULTADOS | 85 |

| | |
|---|------------|
| 4.1.- Introducción | 87 |
| 4.2.- Los modelos de partículas | 88 |
| 4.2.1.- <i>Introducción</i> | 88 |
| 4.2.2.- <i>ParSys: Estudio del coste temporal</i> | 89 |
| 4.2.3.- <i>ParSys: Estudio cualitativo</i> | 91 |
| 4.3.- ParSys vs BEM y T2Mesh | 94 |
| 4.3.1.- <i>Introducción</i> | 94 |
| 4.3.2.- <i>Comparativa del coste temporal de los tres modelos</i> | 94 |
| 4.3.3.- <i>Estudio cualitativo modelos</i> | 95 |
| 4.4.- Conclusiones | 97 |
| CAPÍTULO 5.- RESUMEN Y CONCLUSIONES | 99 |
| 5.1.- Resumen | 101 |
| 5.2.- Contribuciones de la tesis | 102 |
| 5.3.- Desarrollos futuros | 103 |
| ANEXO I.- EL MODELO T2MESH | 105 |
| I.1.- Introducción | 107 |
| I.2.- Las mallas simples tipo 2 | 107 |
| ANEXO II.- EL MODELO BEM | 111 |
| II.1.- Introducción | 113 |
| II.2.- Los BEM | 113 |
| BIBLIOGRAFÍA | 121 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| <i>Fig. 1.1: Ilustración de una sala de operaciones a principios del siglo XIX</i> | 4 |
| <i>Fig. 1.2: Posibles puntos de entrada de la cámara operaciones de laparoscopia..</i> | 14 |
| <i>Fig. 1.3: Principios de la laparoscopia</i> | 16 |
| <i>Fig. 1.4: Colectomía laparoscópica (extracción de vesícula biliar).....</i> | 17 |
| <i>Fig. 1.5: Sistema D'VINCI</i> | 20 |
| <i>Fig. 1.6: Representación de información.....</i> | 21 |
| <i>Fig. 1.7: Diseño: Programa de CAD.....</i> | 21 |
| <i>Fig. 1.8: Usos Informática gráfica.....</i> | 22 |
| <i>Fig. 1.9: Usos Informática gráfica: Videojuegos, uno de los mayores impulsores de la informática gráfica.....</i> | 22 |
| <i>Fig. 1.10: Clasificación de los simuladores quirúrgicos.....</i> | 24 |
| <i>Fig. 1.11: Ciclo cerrado de simulación en los simuladores quirúrgicos.....</i> | 25 |
| <i>Fig. 1.12: Dispositivos hápticos para la simulación de cirugía laparoscópica.....</i> | 26 |
| <i>Fig. 1.13: Ciclo básico de simulación de un simulador quirúrgico.....</i> | 27 |
| <i>Fig. 2.1: Clasificación de modelos deformables para Simulación quirúrgica.....</i> | 35 |
| <i>Fig. 2.2: Tipos de mallas masa-muelle.....</i> | 37 |
| <i>Fig. 2.3: Deformación de una vesícula modelada con un modelo masa-muelle.....</i> | 39 |
| <i>Fig. 2.4: Deformación de un cubo discretizado mediante volúmenes ligados.....</i> | 40 |
| <i>Fig. 2.5: Algoritmo chain mail.....</i> | 41 |
| <i>Fig. 2.6: Deformación de un hígado modelado con el método de elementos de contorno.....</i> | 49 |
| <i>Fig. 2.7: Gráfico comparativo entre los modelos deformables.....</i> | 53 |
| <i>Fig. 3.1: Escenarios de Simulación Quirúrgica.....</i> | 61 |
| <i>Fig. 3.3: Ejemplos de usos de sistemas de partículas.....</i> | 62 |

| | |
|---|----|
| <i>Fig. 3.4: Pasos en la generación de un sistema de partículas a partir de un modelo triangular 3D.....</i> | 64 |
| <i>Fig. 3.5: En 2D, conexiones entre partículas.....</i> | 64 |
| <i>Fig. 3.6: Artificios producidos al mover los vértices de un modelo 3D con una asociación 1 a 1 de un sistema de partículas girado.....</i> | 66 |
| <i>Fig. 3.7: Voxels a partir de un sistema de partículas.....</i> | 67 |
| <i>Fig. 3.8: Creación de una jerarquía de esferas a partir del modelo ParSys, en particular de dos niveles.....</i> | 68 |
| <i>Fig. 3.9: Desplazamiento y propagación de las fuerzas entre partículas, producido por el movimiento del instrumental.....</i> | 69 |
| <i>Fig. 3.10: Cálculo de las distancias iniciales de un vértice (en rojo) a las caras de su correspondiente voxel (en 2D).....</i> | 71 |
| <i>Fig. 3.11: Cálculo de la nueva posición de un vértice a partir del sistema de partículas deformado (2D).....</i> | 72 |
| <i>Fig. 3.12: Casos de cortes realizados sobre un triángulo del modelo de visualización.....</i> | 74 |
| <i>Fig. 3.13: Cortes sobre un triángulo, y triangulación realizada para cada uno de los casos de corte.....</i> | 75 |
| <i>Fig. 3.14: Deformación de una malla de muelles 2D.....</i> | 77 |
| <i>Fig. 3.15: Región de movimiento de una partícula relativo a su vecino izquierdo y su vecino de abajo.....</i> | 78 |
| <i>Fig. 3.16: Deformación de un modelo 2D ChainMail cuando un elemento es movido.....</i> | 79 |
| <i>Fig. 4.1: Ejemplo de Corte producido sobre un modelo de partículas.....</i> | 88 |
| <i>Fig. 4.2: Modelos triangulares y de partículas utilizados en las pruebas.....</i> | 90 |

LISTA DE GRÁFICAS Y TABLAS

| | |
|--|----|
| <i>Tabla 1.1. Ventajas y desventajas de la cirugía laparoscópica.....</i> | 15 |
| <i>Tabla 2.1. Comparativa entre los modelos deformables.....</i> | 52 |
| <i>Tabla 3.1. Características principales de los modelos T2Mesh y BEM.....</i> | 60 |
| <i>Tabla 3.2. Parámetros de un objeto partícula.....</i> | 63 |
| <i>Tabla. 4.1: Coste temporal medido para el modelo de partículas.....</i> | 91 |
| <i>Tabla. 4.2: Evaluación cualitativa de los modelos ParSys.....</i> | 93 |
| <i>Tabla. 4.3: Coste temporal medido para BEM y T2Mesh.....</i> | 94 |
| <i>Tabla. 4.4: Evaluación cualitativa de los modelos ParSys muelles, BEM y T2Mesh.....</i> | 96 |
| <i>Gráfica. 4.1: Comparativa del coste temporal medido para el modelo de partículas para mallas de diferente resolución y con diferentes sistemas de partículas asociados.....</i> | 91 |
| <i>Gráfica. 4.2: Comparativa del coste temporal medido para el modelo de partículas basado en muelles, el modelo BEM y el modelo T2Mesh para mallas de diferente resolución.....</i> | 95 |

ABREVIACIONES Y SIMBOLOS

Existen una serie de palabras clave y abreviaturas utilizadas a lo largo de esta memoria. Dichas palabras clave y abreviaturas son:

1. 2D: abreviación que se utiliza para denotar el espacio bidimensional.
2. 3D: abreviación que se utiliza para denotar el espacio tridimensional.
3. CAD: (*Computer Aided Design*) diseño asistido por computador. Es el uso de un amplio rango de herramientas informáticas que asisten a ingenieros, arquitectos y otros profesionales del diseño en sus respectivas actividades.
4. TAC: (*Tomografía Axial Computerizada*) es una técnica de diagnóstico utilizada en medicina. Es una exploración de rayos X que produce imágenes detalladas de cortes axiales del cuerpo.
5. RM: (*Resonancia magnética*) la resonancia magnética hace uso de las propiedades de resonancia aplicando radiofrecuencias a los átomos o dipolos entre los campos alineados de la muestra y permite estudiar la información estructural o química de una muestra.
6. Renderización: es una adaptación al castellano del vocablo inglés rendering y que define un proceso de cálculo complejo desarrollado por un ordenador destinado a generar una imagen 2D a partir de una escena 3D
7. Animación: acción de dar movimiento y vida a un conjunto de objetos o personajes.
8. FEM: (*Finite Element Method*) método de los elementos finitos. Es un método numérico muy general para la resolución de ecuaciones diferenciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.
9. BEM: (*Boundary Element Method*) modelo basado en FEM que únicamente requiere la discretización de la superficie de los objetos.

PUBLICACIONES

A continuación se citan las publicaciones que han sido desarrolladas durante la fase de realización de la tesis del autor:

P.Lamata, E. Gómez, F. Sanchez-Margallo, O.Lopez, C.Monserrat; *SINERGIA laparoscopic virtual reality simulatos: didactic design and technical development*. Computer Methods and programs in biomedicine, 2007

M. Pithioux, O. López, U. Meier, C. Monserrat, MC. Juan, M. Alcañiz; *ParSys: A new Particle System for the introduction of on-line physical behaviour to three-dimensional synthetic objects*. Computer & Graphics, 2005.

U. Meier, O. López, C. Monserrat, MC. Juan, M. Alcañiz; *Real-Time Deformable models for surgery simulation: A survey*. Computer Methods and programs in biomedicina, 2005.

CR. Gila, P. Lamata, O. López, C. Monserrat, F. Del Pozo, M. Alcañiz, EJ. Gómez; *Diseño de escenarios virtuales para el estudio de la interacción sensorial en cirugía laparoscópica*. CASEIB'2004

Carlos Monserrat, Óscar López, Ullrich Meier, Mariano Alcañiz, Carmen Juan, Vicente Grau *GeRTiSS: A Generis Multi-model Surgery Simulator*. : Lecture Notes in Computer Science, 2003.

O. López, M. Pithioux, C. Monserrat, M. Alcañiz; *ParSys: Un nuevo sistema de partículas para la introducción de comportamiento físico en objetos sintéticos tridimensionales*. CASEIB, 2003.

C. Monserrat, O. López, U. Meier, MC.Juán, V. Grau, JA. Gil, JA. Lozano, M. Alcañiz; *Simulador quirúrgico virtual para el entrenamiento en cirugías mínimamente invasivas*. INFORMED, 2002.

AUTORIA

El trabajo que se muestra en la presente tesis no ha sido previamente presentado para la obtención de alguna titulación o diploma en ésta o cualquier otra institución educativa superior. Por lo que conozco, ninguno de los materiales que aquí se presentan han sido previamente publicados o escritos por otra persona excepto en aquellas partes donde se hacen referencias de manera explícita.

Firmado: Fecha:

ESTRUCTURA DE LA TESIS

Comienza la tesis realizando una introducción a la cirugía, y como la informática ha revolucionado la medicina en los últimos tiempos, comentando como los simuladores quirúrgicos son una opción real para el entrenamiento en cirugía. En el Capítulo 2 se describe el estado del arte de los modelos deformables interactivos en tiempo real, siempre centrándose en su uso en simulación quirúrgica.

Una vez descrito el marco investigador en el que se circunscribe la presente tesis, en el Capítulo 3 se realiza una descripción detallada del modelo ParSys, dividiendo su descripción en el modelo encargado de la gestión del sistema de partículas y los tres modelos físicos implementados para la presente tesis.

El Capítulo 4 muestra un análisis experimental de los tres modelos físicos implementados para Pasys y de los modelos BEM y T2Mesh, principales representantes de las dos aproximaciones en la investigación de modelos deformables: heurísticas y basadas en mecánica continua. Se realiza así mismo un estudio cualitativo entre el mejor de los tres modelos implementados para ParSys y los citados modelos BEM y T2Mesh.

La tesis finaliza en el Capítulo 5 mediante la presentación de un resumen de la misma, las contribuciones realizadas y los trabajos futuros que pueden derivar de ella.

Adicionalmente, esta tesis presenta dos anexos. En ellos se presentan con mayor detalle los modelos deformables T2Mesh y BEM, modelos utilizados en las comparativas con ParSys.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1. La cirugía.

Cirugía: (del griego cheirurgia – “trabajo manual”) parte de la medicina que tiene por objeto curar las enfermedades, ejecutando sobre el cuerpo animal vivo, con ayuda de instrumentos adecuados, diversos actos curativos, como extirpar, amputar, implantar, corregir, coser, etc., órganos, miembros o tejidos.

La cirugía es una rama de las ciencias médicas que dispone de un tratamiento especial. La práctica de la cirugía reclama una preparación científica, además de una gran habilidad manual, sangre fría y decisión. A menudo el cirujano aborda problemas urgentes, como traumatismos con hemorragias graves, en otras extrae cuerpos extraños o parcelas orgánicas lesionadas. En esos momentos, un error del cirujano puede ocasionar daños irreversibles e incluso, en el peor de los casos, la muerte del paciente.

La práctica de la cirugía es tan antigua como la existencia del hombre. La cirugía apareció antes que el cirujano, siendo el acto quirúrgico el más antiguo de los procedimientos terapéuticos. El hombre primitivo, frente a sus heridas, imita la conducta que ha observado en los animales, inmovilizando un miembro lesionado y lamiendo las heridas. Se preocupa de las lesiones externas, visibles o accesibles. El hombre de Neardental parece diferenciar ya entre las enfermedades accidentales y aquellas otras cuya causa permanece oculta y se les escapa (fiebre, dolor, inapetencia,...), interpretándolo como algo de carácter místico o mágico. Este pensamiento ha condicionado gran parte de la historia de la medicina.

La cirugía fue en sus inicios una ciencia empírica, aunque durante siglos se ha considerado a la cirugía más que una ciencia una práctica. Conforme fue avanzando la humanidad, se empezaron a utilizar instrumentos que la ciencia y la tecnología del momento proporcionaba. En los tiempos más remotos, el pedernal, la madera y el hueso. Más adelante, el cobre, el bronce y finalmente el hierro, permitiendo hacer instrumentos cada vez más útiles y elaborados.

Hipócrates, en la Grecia antigua, definió la cirugía como el arte de curar con las manos. Las enfermedades que se trataban eran traumatismos, heridas, fracturas, hemorragias y torceduras, siendo los procesos que durante siglos ha tratado el cirujano.

Galeno de Pérgamo, insigne médico de la antigua Roma que vive en el siglo II d. C., ejerció su actividad y adquirió su prestigio y experiencia como cirujano de los gladiadores del Imperio. Los dieciséis libros de Galeno, conservados en la biblioteca de Alejandría, transmiten sus enseñanzas a lo largo de la Edad Media y preparan el desarrollo de la medicina Árabe, la medicina más desarrollada de la época.

Abulcasis fue uno de los cirujanos de más prestigio de la medicina árabe. En sus libros traducidos en el siglo XII por los traductores de Toledo, recopila los conocimientos de la época. Diseñó numerosos instrumentos, siendo el precursor de la endoscopia y de una manera indirecta de la cirugía laparoscópica.

La cirugía, durante la Edad Media, fue relegada a una actividad marginal, siendo practicada por barberos y charlatanes. La formación, el oficio, se transmitía de padres a hijos. Esto supuso que durante un muy largo periodo se diferenciaron claramente dos actividades relacionadas con la medicina, el médico culto que estudia en las universidades que conoce y se expresa en latín, y el cirujano poco culto, que desarrolla una actividad puramente manual. Esta tendencia se mantuvo hasta mediados del siglo XVI, época en la que aparece Ambrosio Paré. Paré fue un médico militar con experiencia en tratar heridas, las primeras heridas de arma de fuego, siendo el primero que realizó la ligadura arterial en las amputaciones, abandonando el tratamiento clásico por cauterización con hierro caliente. Es considerado como el cirujano más importante del renacimiento y el padre de la cirugía moderna.

Junto a la aparición de Ambrosio Paré, otro hecho importante en la historia de la cirugía, después de casi 300 años de intentos frustrados por los cirujanos de reglamentar su formación universitaria, ocurrió cuando en el año 1540 el rey Enrique VIII de Inglaterra aceptó que los cirujanos barberos de la época pudiesen matricularse en la Facultades de Medicina, adquiriendo así formación universitaria, y por tanto una formación con un mayor rigor científico. Pedro Virgili, médico militar, años más tarde y por encargo de la Armada Española, fundó en Cádiz en 1748 el Real Colegio de Cirujanos, siendo la primera escuela de cirujanos en España.



Fig. 1.1: Ilustración de una sala de operaciones a principios del siglo XIX.

La integración de los cirujanos al saber científico de la medicina incorpora nueva mentalidad e impulso. El pragmatismo quirúrgico de analizar lo que se toca con las manos, contrasta con la teoría imaginativa del médico. Fruto de este pragmatismo es el desarrollo de la Anatomía, la Fisiología o la Anatomía Patológica entre otras. Se estudia mejor el órgano enfermo que se puede ver y tocar y a veces extirpar.

El dolor, la infección y la hemorragia son los tres grandes problemas con los que se enfrenta la cirugía de la segunda mitad del siglo XIX, pero gracias a tres trascendentes descubrimientos, se comienzan a dar solución a estos problemas.

En el primer problema, el dolor, con el uso de la anestesia (1842-1847) se eliminó y, por consiguiente, una gran barrera en el avance de la cirugía.

Para el segundo problema, la infección, fueron cruciales los descubrimientos de Pasteur, químico francés, y Lister, cirujano inglés, al descubrir los microorganismos como causantes de la infección de las heridas. La limpieza en la práctica de la cirugía y el empleo de sustancias antisépticas evitarán la contaminación y el desarrollo de los gérmenes. Se desarrolla el concepto de asepsia y antisepsia.

Para el tercer problema, la hemorragia, también se comienza a ver la luz. Los mejores conocimientos anatómicos permiten una mejor disección de los vasos sanguíneos y su ligadura. Se diseñan nuevos instrumentos quirúrgicos que facilitan la técnica. Además, se comienzan a reponer las pérdidas sanguíneas. El descubrimiento de los grupos de sangre por Landsteiner hace posible la sustitución de la sangre perdida y abre el camino a las grandes operaciones del siglo XX.

Los cien años comprendidos entre 1880 y 1980 se contemplan como los de mayor importancia en el desarrollo de la cirugía rigurosa en sus análisis y científica en sus conocimientos. Cambian el concepto de Hospital en su función y su organización. El trabajo en equipo se entiende ya como necesario. El cirujano desarrolla técnicas que le permite llegar a todos los órganos. Cientos de cirujanos realizan cientos de primeras operaciones y perfeccionan las técnicas ya existentes.

El Profesor Halsted (1852 – 1922), cirujano del hospital americano J. Hopkins, merece una cita especial. Integra los conocimientos científicos de la medicina a la cirugía, sistematizando y organizando el acto quirúrgico en tres principios:

1. División de tejidos.
2. Disección y escisión de órganos.
3. Reparación y aproximación de los mismos.

Por ello, Halsted es considerado por muchos autores como el verdadero fundador de la cirugía moderna.

1.2. La cirugía laparoscópica.

El término laparoscopia se le da a un grupo de operaciones realizadas con la ayuda de una cámara colocada en el abdomen. La cirugía laparoscópica entra dentro de la denominada **cirugía mínimamente invasiva (CMI)**.

1.2.1. Introducción.

Cirugía mínimamente invasiva, o cirugía de mínima agresión, es un término general utilizado para describir cualquier procedimiento quirúrgico que utilice una incisión más pequeña que una intervención convencional. Si nos centramos en el término *agresión*, éste podría definirse como acometer para hacer daño.

En el mundo occidental, la atención médica o quirúrgica del enfermo se rige por el paradigma biomédico. En general el tratamiento quirúrgico ha sido, y continúa siendo en un alto porcentaje de casos, rápido y eficaz. Muchas intervenciones son eficaces y

necesariamente se acompañan de una gran agresión. El paradigma biomédico evoluciona, cada vez más deprisa, a una menor agresión. Esto proporciona no solo una mayor confortabilidad a los pacientes sino también hace, lo que a principios de siglo se llamo la enfermedad postoperatoria, mucho menos agresiva y por ello menos peligrosa.

Actualmente, en la atención al enfermo, existen diversas formas de agresión al paciente: agresión hospitalaria, agresión anestésica, agresión según el procedimiento y agresión biológica.

Agresión hospitalaria

El modelo actual de hospital corresponde a una organización de profesionales, burocratizada y jerarquizada. Este modelo de organización se une con el modelo biomédico en la capacidad tecnológica y la experiencia de profesionales. En los últimos años, la ahora llamada empresa hospital, ha sido un campo de experiencias de nuevos sistemas de administración, gestión, financiación, políticas de personal y otros experimentos. Esta y otras razones hacen que el hospital sea un motivo de agresión y estrés para el paciente. El estar enfermo constituye un cambio de vida y el estar ingresado en el hospital un cambio de vida radical.

El hospital es un lugar extraño para el paciente. Un lugar extraño con una forma de vida absolutamente distinta. El régimen de descanso, comidas, visitas etc. es diferente. Esta demostrado que especialmente el primer ingreso produce un mayor estrés. La organización, la llamada política de camas, mezcla pacientes con diferentes patologías, especialidades, o grados de gravedad en enfermedad. La incertidumbre del pronóstico y la programación de exploraciones y tratamientos es un motivo más de estrés. Los criterios de corta estancia han cambiado el paradigma, el modelo de la hospitalización. Se ha demostrado que el avance de la tecnología, la mejor preparación cultural de las poblaciones, los mejores medios de comunicación y mayor confort domiciliario, ha permitido realizar nuevos tratamiento quirúrgico con los mismos resultados que los métodos tradicionales permaneciendo un menor tiempo hospitalizados.

Agresión anestésica

El invento de la anestesia, es la demostración más evidente del paradigma de la mínima agresión. Hace solo 150 años los pacientes se operaban amarrados a la mesa de operaciones.

El desarrollo de la anestesia es vertiginoso en los últimos años. Nuevos fármacos, nueva tecnología y mejor preparación y experiencia de los profesionales han permitido no solo unos altísimos índices de seguridad sino también elevados grados de confortabilidad. Los clásicos conceptos de analgesia, pérdida de conciencia, relajación muscular y protección neurovegetativa, han permitido en su desarrollo complejas y seguras técnicas anestésicas.

El paradigma de la anestesia moderna ha cambiado en dos vertientes:

- Ha conseguido minimizar la agresión y permitir complejas y largas operaciones quirúrgicas. El desarrollo de fármacos de acciones farmacodinámicas rápidas, bien conocidas y controladas, hace posible postoperatorios inmediatos mejor controlados.
- El paradigma anestésico han cambiado. Los distintos tipos y técnicas anestésicas se adecuan no solo a la complejidad del procedimiento sino también a las condiciones del paciente.

Agresión según el procedimiento

En el capítulo anterior se mencionó a profesor Halsted como el desarrollador del paradigma de la cirugía moderna. Después de su muerte, el año 1922, sus discípulos mantienen y divulgan sus conocimientos. Casi cien años se han mantenido los conceptos que han justificado científicamente muchos procedimientos quirúrgicos. En las dos últimas décadas la teoría de la mínima agresión o cirugía mínimamente invasiva ha cambiado muchos modelos de los procedimientos quirúrgicos.

A lo largo de los últimos años, cirujanos y médicos en general, se plantean dos problemas de gran importancia: diagnóstico de las lesiones por visión directa y causar el menor daño. El esfuerzo de un gran número de profesionales ha mejorado los conocimientos y muy en especial la tecnología. El paradigma de muchas de las decisiones ha debido cambiar necesariamente.

Procedimiento es el método de realizar un tratamiento. El procedimiento quirúrgico se define por dos principios:

- Indicación o concepto de necesidad del tratamiento quirúrgico.
- Técnicas a seguir.

El tratamiento quirúrgico, conceptualmente, se considera cada vez menos el fracaso del tratamiento médico. La cirugía de mínima agresión, de rápida recuperación, permite plantear procedimientos quirúrgicos como primera indicación. Por ejemplo, se puede plantear para un reflujo gastroesofágico las técnicas laparoscópicas antirreflujo como una muy buena alternativa a un largo tratamiento médico.

Muchos paradigmas han cambiado en cuanto al fondo y otros han cambiado en cuanto a la forma. Por ejemplo, el tratamiento del cáncer de mama, bien desarrollado por Halsted y fundado en el desarrollo anatómico del tumor, ha cambiado de una cirugía agresiva en otro modo de hacer más conservador. Éste es un cambio en cuanto al fondo. Una colecistectomía ha pasado a realizarse con mínimas incisiones, para la introducción de trocares o el laparoscopio, en lugar de la gran incisión requerida en la cirugía tradicional. Éste es un cambio en cuanto a la forma.

De una manera vertiginosa se desarrollan nuevas técnicas y conceptos. En la actualidad, es difícil aceptar que un cirujano realice técnicas aprendidas, por ejemplo, hace 20 años, sólo por el hecho de que las practica desde entonces. El pensamiento quirúrgico ha cambiado y debe de seguir cambiando, debe de ser adaptado a los conocimientos, a la tecnología disponible.

En los procedimientos quirúrgicos, se diferencian dos conceptos: el procedimiento en sí y la vía de acceso o vía de abordaje.

A partir del año 1987, con el uso de la videocámara y la utilización de varias vías de actuación, la cirugía laparoscópica ha conseguido procedimientos para operar los enfermos sin necesidad de abrir las distintas cavidades del cuerpo. Los procedimientos relacionados con la videocirugía, son ejemplos de cambios en el paradigma de la vía de abordaje o acceso.

Muchas de las decisiones médicas y técnicas quirúrgicas han debido necesariamente cambiar. Una colecistectomía puede realizarse a través de una incisión mas o menos grande si se realiza mediante la cirugía tradicional, o por mínimas incisiones para la introducción de trocares realizándose mediante cirugía laparoscópica. En la cirugía laparoscópica, el procedimiento en si, la extirpación de la vesícula, es el mismo pero la vía de abordaje es completamente distinta. Se debe de aceptar el concepto de que es la misma intervención por distinta vía de abordaje, pero es más importante considerar que la agresión es mucho menor y, por tanto, las posibilidades de recuperación mucho mejores.

Agresión biológica

Por ejemplo, en la cirugía laparoscópica la ausencia de apertura laparotómica, minimiza el trauma quirúrgico, y evita una gran exposición de los tejidos; de esa manera, serán menores los requerimientos de líquidos intra y postoperatorios. Son de esperar una menor pérdida sanguínea, menor edema tisular y visceral, y la preservación del peristaltismo por menor manipulación del paquete intestinal.

Estas ventajas objetivas de la cirugía laparoscópica, serían el resultado de una serie de ventajas a escala biológica, debido a la minimización de la reacción inflamatoria e inmunitaria.

Profundizar en el conocimiento de estas reacciones biológicas es básico para argumentar las ventajas de la laparoscopia en patologías que pudieran beneficiarse claramente de una menor reacción inflamatoria.

Conclusión

El paradigma del hacer quirúrgico de los últimos 100 años está cambiando. Un nuevo paradigma, un nuevo modelo establecido con los criterios de la mínima agresión esta surgiendo. Técnicas y procedimientos solidamente establecidos hace pocos años son abandonados o están en vías de ser modificados.

La colecistectomía laparoscópica (extracción de la vesícula biliar) es el mejor ejemplo de paradigma de cambio. Se introducen nuevos conceptos, no solo por el desarrollo de la cirugía videoendoscópica, sino por otros procedimientos de distintas especialidades. Todos tienen en común una menor agresión en sus conceptos. Lo aprendido durante años es solo el fundamento para continuar progresando. La evaluación final de los nuevos procedimientos realizados hasta el momento es en

general satisfactoria. El vertiginoso avance tecnológico desarrolla cada día nuevas posibilidades, sin embargo hay que ser prudentes. No hay que olvidar que el aprendizaje es siempre difícil. Langebuch, cirujano alemán, realiza el mes de julio del año 1882 la primera colecistectomía con éxito. Ciento tres años más tarde se realizan las primeras colecistectomías laparoscópicas.

La cirugía de mínima agresión representa una nueva forma de hacer cirugía. La cirugía videoendoscópica de hace 10 años muchos la consideraron una locura, hoy es una realidad y en un futuro próximo será una rutina.

1.2.2. Presente y futuro de la cirugía laparoscópica.

La cirugía laparoscópica ha provocado cambios sustanciales en el tratamiento y realización de determinadas intervenciones quirúrgicas. La tendencia a realizar una cirugía mínimamente invasiva ha dado lugar a que los cirujanos comiencen a desarrollar cambios en su forma de abordar la mayor parte de las técnicas quirúrgicas, adoptando la vía laparoscópica en casi todas ellas. La primera colecistectomía laparoscópica fue realizada por Humee en 1985 y dado a conocer en 1986 en el Congreso de la Sociedad Alemana de Cirugía, aunque fue ignorado. A partir de este momento, ocurre una auténtica revolución en el mundo de la cirugía y la rapidez con la que se ha desarrollado está técnica no tiene precedentes en la historia de la cirugía. Si a ello se une la difusión que ha tenido en la prensa y el enorme desarrollo tecnológico emprendido por las empresas, ha hecho que en plazo de diez años, se hayan revolucionado muchas intervenciones, como el caso de la colecistectomía, y a medida que los cirujanos adquieren mayor destreza y surgen nuevos instrumentos, se comienza a usar la laparoscopia para realizar otras intervenciones, desde el esófago hasta el recto, pasando por la pared abdominal. Además, se han desarrollado investigaciones que demuestran los beneficios que de su aplicación resultan. Sin embargo, aun existen intervenciones en las que no son tan claros los beneficios de la laparoscopia. Es por ello, que hay que ser cautos, sabiendo distinguir entre lo "que se puede hacer" y "lo que se debe hacer" por laparoscopia, aunque no cabe duda de que la laparoscopia hoy se debe integrar en los procedimientos del cirujano general, con una adecuada acreditación y entrenamiento previo.

La lista de procedimientos laparoscópicos que la comunidad quirúrgica va aceptando progresivamente necesita de continuas revisiones. No obstante, desde un punto de vista académico, podemos diferenciar varios grupos:

- En primer lugar, aquellos procedimientos que son aceptados como terapias de choque o considerados como una opción razonable. Esta calificación viene dada por el sentido común y por el soporte bibliográfico en numerosas publicaciones.
- En segundo lugar, se incluyen aquellos procedimientos que han demostrado ser técnicamente factibles de realizar, pero sin aceptación amplia por la comunidad quirúrgica.
- En tercer lugar, se incluirían aquellas operaciones no aceptadas actualmente.

Los objetivos que deben cumplirse para ser aceptadas en uno u otro grupo son: que sean técnicas que reproduzcan fielmente los mismos pasos técnicos que las realizadas con la técnica convencional (cirugía abierta); que sean procedimientos fácilmente reproducibles por otros cirujanos y que los resultados obtenidos con esta vía de abordaje sean superponibles a los conseguidos en la cirugía abierta.

Dentro de los procedimientos aceptados se encuentran las siguientes operaciones:

- **Colecistectomía:** fue el primer procedimiento considerado como aceptado, y no se conoce en la historia de la cirugía ninguna otra técnica que haya tenido tanto impacto en la comunidad quirúrgica, dadas las diferencias drásticas en confort postoperatorio, recuperación posquirúrgica, coste y estancia hospitalaria, además de cuestiones estéticas con relación a la cirugía abierta.
- **Laparoscopia diagnóstica:** antecede a la introducción de la colecistectomía y no ha resurgido con fuerza hasta la aparición de la última. Esta técnica evita laparotomías innecesarias en los pacientes que una laparotomía es fuente potencial de morbilidad. Es muy útil en el diagnóstico de muchas patologías abdominales urgentes que, además, pueden resolverse por esta vía y, en manos expertas, puede realizarse de forma rápida, segura y con mínimas secuelas.
- **Resecciones laparoscópicas de colon:** son técnicamente factibles en muchos pacientes tanto en enfermedades benignas como malignas, Las dudas surgen en cuanto a la prudencia en el uso de esta vía como tratamiento definitivo del cáncer.
- **Apendicectomía laparoscópica:** es para muchos cirujanos una técnica de transición entre la laparoscopia diagnóstica y procedimientos avanzados. Sin embargo, los beneficios derivados de esta vía de abordaje no están tan claros en relación a la cirugía abierta.
- **Enfermedad por reflujo gastroesofágico (Nissen):** ha recibido una amplia atención y aceptación, tanto por los cirujanos como también por los pacientes. Las técnicas antirreflujo pueden ser reproducidas de igual forma a lo que se hace en cirugía abierta y, hasta el momento, los resultados clínicos y funcionales son prácticamente iguales a medio-largo plazo. La cuestión ahora estriba en decidir si la terapia médica a corto y medio plazo puede ser sustituida por técnicas laparoscópicas.
- **Hernioplastia inguinal:** es un foco de controversias entre cirujanos. Muchos no aceptan esta vía escudándose en que son procedimientos que pueden ser realizados con anestesia local y de forma ambulatoria. No obstante, parece que tiene su principal indicación en pacientes con hernias inguinales bilaterales o hernias recidivadas en varias ocasiones tratadas inicialmente con un abordaje anterior.

En los procedimientos técnicamente factibles aunque pendientes de ser aceptados, se engloban todas las técnicas que, por razones oncológicas, escaso número de pacientes sometidos a esta técnica, relación coste-beneficio no claramente demostrada o bien por complejidad técnica que limita su aplicación a cualquier cirujano, aún no han sido totalmente aceptadas. Entre otras se encuentran:

- La pancreatemia distal, exploraciones de vía biliar con extracción de cálculos y coledocotomias, operaciones para la úlcera duodenal, resecciones gástricas parciales o totales para neoplasias, etc. son procedimientos que se pueden realizar por técnicas de mínima invasión, pero requieren entrenamiento especializado, y dada la escasa frecuencia de estos casos, hace difícil establecer grandes estudios prospectivos.
- La aplicación de la laparoscopia en el trauma abdominal: mantiene una pugna con otros procedimientos diagnósticos como el lavado peritoneal, la ecografía y/o TAC.
- Tratamiento de la obesidad mórbida mediante el empleo de un sistema hidroneumático, que consiste en la aplicación de una banda de silicona que hace las funciones de gastroplastia anillada, creando un reservorio gástrico adecuando el tamaño y volumen del mismo. Esta opción, que ha levantado gran expectación, necesita ser evaluada a largo plazo desde el punto de vista funcional y de morbilidad.

Otras técnicas más complejas, como la aplicación de by-pass aortoiliaco y tratamiento de aneurismas aórticos deben considerarse, en el momento actual, como meras anécdotas de la cirugía laparoscópica que, aunque se realizan por expertos en este tipo de cirugía, no pasan de ser casos aislados y altamente seleccionados, entrando de lleno en el grupo de procedimientos no aceptados en la actualidad.

El futuro de la cirugía laparoscópica pasa sin lugar a dudas por su utilización segura en cada vez un mayor número de operaciones. En el aspecto técnico, las perspectivas más inmediatas son el desarrollo de nuevos dispositivos para la práctica de la cirugía laparoscópica, abordándose tres principales campos de investigación aplicada:

- Mejora de la imagen ofrecida por las cámaras laparoscópicas.
- Mejora en la exposición del campo operatorio.
- Mejora en la maniobrabilidad operatoria.

En cuanto a la mejora de la imagen, la calidad de la imagen quirúrgica del monitor que podemos apreciar en la actualidad ha permitido avanzar notablemente en la aplicación de la vía endoscópica para la cirugía. Esto ha hecho posible llevar a cabo otros procedimientos que parecían impensables hace pocos años. La introducción de cámaras con 3 chips y digitalizadores han dado un mejor contraste y un perfil más definido de la imagen, al igual que los monitores de alta resolución (HDTV), todo lo cual reduce la tensión de cirujano.

Pero todavía se puede mejorar la imagen, por ejemplo, cambiando la iluminación del campo operatorio variando la posición del foco de luz. Los laparoscopios actuales constan de un tubo que recubre un sistema de fibra de vidrio que transporta la luz procedente de la fuente generadora, y la emiten al campo quirúrgico. Asimismo llevan en su interior un sistema de lentes que transmiten la imagen del campo operatorio a un ocular al cual se acopla la cámara de televisión. Es decir, que la iluminación del campo y la recepción de la imagen se llevan a cabo en el mismo sentido, creando una deficiencia importante de la imagen endoscópica: no hay sombras que permitan componer una imagen tridimensional, que faciliten la disposición de los objetos, unos delante y otros detrás. Esto hace que haya detalles que no se aprecian en la pantalla y que solamente pueden ser sospechados por un cirujano experto. Si consideramos que las acciones de un cirujano se basan principalmente en el sentido de la vista -y la vista humana está lejos de ser la mejor del reino animal- comprenderemos las consecuencias al componer en el cerebro una imagen incompleta, es decir, fraudulenta. Quienquiera puede ser engañado cuanto más convencido está de que lo que percibe es la verdad. Está claro que la iluminación del campo quirúrgico evolucionará en un futuro próximo para facilitar una imagen más real, lo cual facilitará el acto operatorio y redundará en la seguridad para el paciente.

Sobre la capacidad de maniobra operatoria, los principales factores condicionantes en el manejo de los instrumentos a la hora de operar son: el hecho de tener limitada la maniobrabilidad quirúrgica (es decir la comodidad de acceder al foco operatorio) y el diseño del instrumental. A ello hay que sumar la falta de sensibilidad táctil para el cirujano (hasta ahora, la mano ha sido su tercer ojo).

Las nuevas tecnologías están desarrollando instrumentos cada vez más ergonómicos, con posibilidad de movimientos que suplan las articulaciones del brazo humano (angulación, rotación), e incluso con sensibilidad táctil. Pero el fin último del diseño en este campo sería disponer de un pequeño brazo que reprodujera, en el interior de la cavidad abdominal, todos los movimientos que el cirujano pudiera hacer en el exterior. Esto presupone:

- Robotización.
- Equipar los instrumentos con sensores de presión.
- Miniaturización con la introducción de micromotores (nanotecnologías).
- Telepresencia con la capacidad de transmitir las señales que definen los movimientos de estos instrumentos a distancia.

Otro aspecto a considerar es la extracción de órganos sólidos de la cavidad abdominal: o se trituran para ser aspirados o se practica una incisión en la pared abdominal que, aún menor que la que se practicaría para la operación abierta, no deja de aumentar el trauma quirúrgico. La laparoscopia ha demostrado que la respuesta a la agresión quirúrgica es directamente proporcional al tamaño de la incisión abdominal y al tiempo de exposición de la cavidad abdominal durante la operación.

El problema principal todavía no resuelto al trabajar con el abdomen cerrado es la prevención y manejo de las hemorragias. Al no poder usar la mano rápidamente con fines hemostáticos es imprescindible considerar todas las medidas preventivas posibles. La implantación de microsensores de flujo en la punta de los instrumentos podría ser una medida de seguridad a adoptar.

Sin embargo, el cirujano debe ser consciente de las limitaciones de la tecnología, por lo que está obligado a ser muy sistemático y analizar cada movimiento al detalle, con el fin de evitar situaciones difíciles que alarguen la operación o la hagan peligrosa. El cirujano debe:

- Tener suficiente habilidad en ambos tipos de cirugía, la abierta y la endoscópica,
- Tener un buen conocimiento de la anatomía del abdomen.
- Disponer de una imagen con el mejor color y definición en el monitor.
- Disponer de una buena exposición del campo quirúrgico.
- Llevar a cabo una meticulosa disección de los elementos,
- Disponer de suficientes accesos para insertar los instrumentos en el momento oportuno.
- Disponer de los instrumentos necesarios para llevar a cabo la operación.

Sobre el entorno quirúrgico, el personal del quirófano ha adquirido más experiencia en el manejo de nuevos aparatos. Pero hoy día, la aparición de un nuevo aparato en el entorno del paciente es un hecho corriente. De este modo, es fácil encontrar un nuevo cable o un nuevo tubo por el suelo, menos espacio para moverse por la sala y nuevos mandos e interruptores que deben ser controlados.

Al igual que para manejar los nuevos dispositivos de un coche o del televisor doméstico, es necesaria un interface –un mando a distancia- que permita manejar la mesa, la lámpara y todos los aparatos utilizados en la nueva era de la cirugía.

Otros nuevos proyectos de desarrollo tecnológico aplicados al entorno quirúrgico se basan en el uso de la robótica. En la actualidad, existen brazos mecanizados telecomandados, incluso los hay que responden a las órdenes verbales del cirujano, y otros más avanzados, responden a las órdenes de un programa informático prediseñado. Su utilidad para sostener y dirigir el endoscopio u otro instrumento parece clara. De aquí, que la “cirugía en solitario” se muestre como una opción posible de futuro.

Es muy posible que futuros estudios sobre estas tecnologías aplicadas a la cirugía faciliten la implantación de la telepresencia para operar a larga distancia. Pero la cuestión sigue estando en sus indicaciones. Para algunos países desarrollados con gran dispersión de la población y difíciles accesos, resulta interesante.

El uso de la realidad virtual también es un área en expansión, tanto en la enseñanza como en la planificación quirúrgica.

En definitiva, las técnicas quirúrgicas menos invasivas junto con la puesta en marcha de centros de Cirugía Mayor Ambulatoria gracias al uso de estas nuevas tecnologías, permite cada vez atender un número mayor de pacientes. En procedimientos que tradicionalmente han requerido varios días de hospitalización, en el futuro, se harán de forma ambulatoria. Los pacientes podrán reintegrarse a sus actividades más precozmente y, por otra parte, disminuirá el riesgo de contraer infecciones por hospitalizaciones prologadas.

1.2.3. El procedimiento. Ventajas e inconvenientes.

Generalmente, para una intervención laparoscópica sólo se necesitan tres o cuatro minúsculas incisiones para insertar pequeños tubos, conocidos como trócares, a través de los cuales se introducen en el cuerpo del paciente los instrumentos quirúrgicos y una cámara de video para visualizar el tejido.

Mediante la cámara e instrumentos, el cirujano puede practicar la cirugía mayor a través de pequeños orificios sin tener que realizar la tradicional incisión de gran tamaño para lograr el mismo objetivo. Por lo tanto la cirugía laparoscópica es el mismo tipo de tratamiento que la cirugía convencional, sólo que con una diferente vía de abordaje.

El procedimiento generalmente se realiza bajo anestesia general. Se practica una pequeña incisión justo debajo del ombligo (ver *Fig. 1.2*), insertándose una aguja (aguja de Veress) en la incisión por la que se inyecta un gas para elevar la pared abdominal, creando así un espacio más grande para trabajar. Esto permite una visualización y manipulación de los órganos más sencilla. El siguiente paso es introducir un tubo, llamado trocar, a través de la incisión, el cual permite el paso de una pequeña videocámara dentro del abdomen. Esta videocámara, conocida como laparoscopio, permite observar los órganos de las áreas pélvica y abdominal. Así mismo, se hacen otras pequeñas incisiones para introducir los instrumentos que permitan al cirujano manipular los órganos para lograr una visualización más clara, cortar tejido, suturar y grapar las estructuras, con el fin de llevar a cabo el procedimiento de una manera segura y efectiva (ver ejemplo en *Fig. 1.3* y *1.4*).

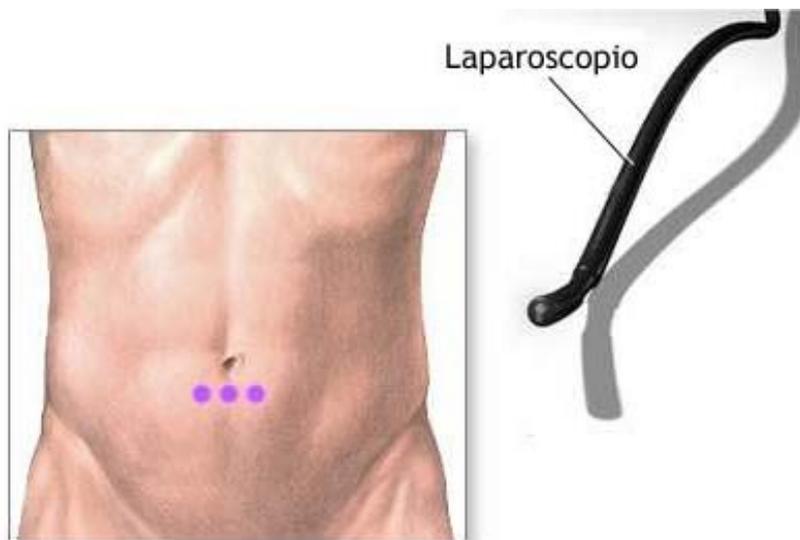


Fig. 1.2: Posibles puntos de entrada de la cámara operaciones de laparoscopia.

Tras la realización de la operación, el laparoscopio es retirado, las incisiones son cerradas mediante suturas y se colocan vendajes.

Los beneficios de la cirugía mínimamente invasiva son muchos e importantes para el paciente (ver *Tabla 1.1*). En primer lugar, la cirugía tradicional generalmente requiere de una estancia hospitalaria prolongada añadiendo, posteriormente, varias semanas de reposo para la total recuperación. A través de la cirugía mínimamente invasiva, estos procedimientos requieren sólo de uno o dos días en el hospital, y el periodo de recuperación para volver a las actividades habituales y de reinsertión laboral es de sólo unos días más. Esta recuperación es posible debido a que tan sólo son requeridas unas pequeñas incisiones, las cuales se cierran con uno o dos puntos en lugar de la típica gran incisión de la cirugía tradicional. Otras grandes ventajas de la CMI son: un menor dolor post operatorio (con la consecuente menor necesidad de analgésicos postoperatorios) y una menor probabilidad de complicaciones de las heridas operatorios (infecciones o hernias), gracias a que las cicatrices son mucho mas pequeñas.

***Ventajas
cirugía laparoscópica***

***Inconvenientes
cirugía laparoscópica***

| | |
|---|--|
| <p><i>Postoperatorio mucho menos doloroso y por tanto más comfortable.</i></p> <p><i>En la Cirugía laparoscópica las heridas son de 1-2 cm. siendo muy poco dolorosas.</i></p> | <p><i>La dotación tecnológica.</i></p> <p><i>Los equipos, la tecnología en general es cara y precisa reposición cada poco tiempo por la rapidez del desarrollo.</i></p> |
| <p><i>La estancia hospitalaria postoperatoria es más corta.</i></p> <p><i>En general en dos o tres días los operados se pueden ir a su casa y continuar allí la convalecencia.</i></p> | <p><i>Preparación y entrenamiento de los profesionales.</i></p> <p><i>Como toda técnica nueva, y esta la es, es necesario su aprendizaje. Esto requiere tiempo y esfuerzo.</i></p> |
| <p><i>La infección de la herida operatoria es muy poco frecuente y si la hubiera mucho más benigna.</i></p> <p><i>En la cirugía abierta y en especial en la cirugía de urgencia, la infección de la herida es una complicación frecuente.</i></p> | <p><i>En el tratamiento de determinadas enfermedades puede haber otras desventajas más técnicas, más especializadas.</i></p> <p><i>El cirujano responsable del tratamiento deberá de informar de éstas al paciente.</i></p> |
| <p><i>Muchas de las heridas infectadas, complicadas de la cirugía abierta terminan originando hernias y que luego hay que volver a operar.</i></p> <p><i>En la Cirugía laparoscópica esta complicación, aunque posible, es muy poco frecuente.</i></p> | |
| <p><i>La reincorporación a la actividad normal, laboral y de la casa, al ser todo mucho más benigno, es mucho más precoz y rápida.</i></p> | |

Tabla 1.1. Ventajas y desventajas de la cirugía laparoscópica.



a) Sala de operaciones de laparoscopia: el cirujano y sus asistentes ven el interior del abdomen a través de la imagen de video proporcionadas por una cámara.



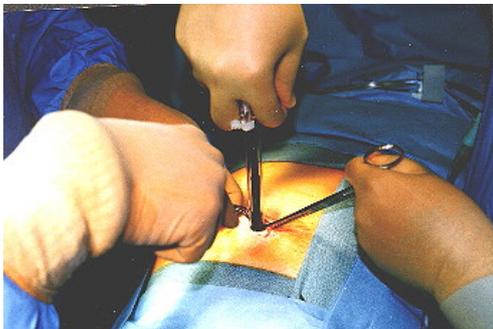
b) Cámara e instrumental utilizado durante la operación



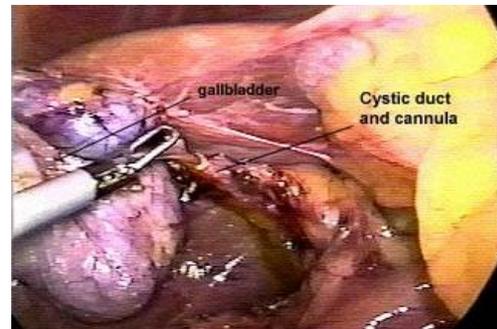
c) Pequeño corte en la piel para operaciones laparoscópicas.



d) Inserción de la aguja de Veress necesaria para inflar el abdomen creando una cavidad mayor para facilitar su exploración.

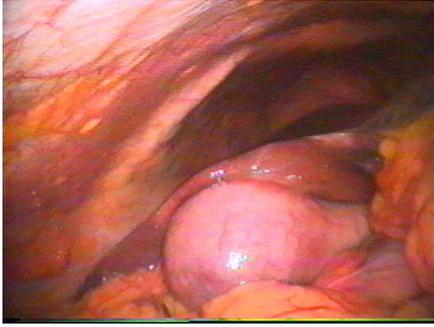


e) Inserción de un trocar (10 mm diámetro o menor), a través del que se introducirá la cámara y el instrumental



f) Vista a través de la cámara de la cavidad abdominal.

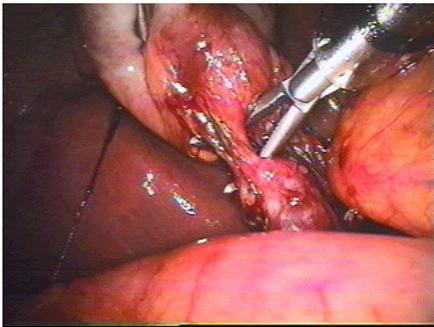
Fig. 1.3: Principios de la laparoscopia [Gan 01]



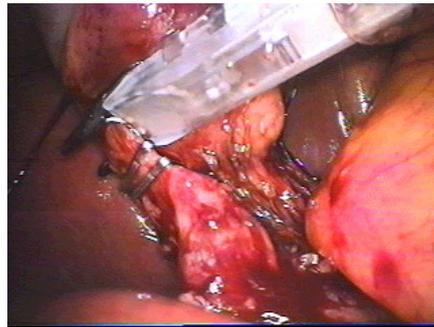
a) Vesícula unida al hígado antes de su extracción.



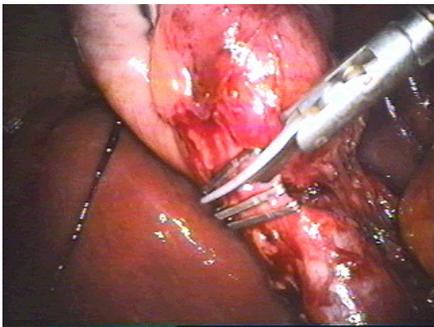
b) Mediante las pinzas, movimiento de la vesícula para exponer el cístico y la arteria.



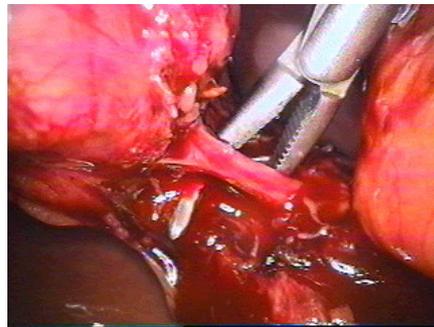
c) Disección del conducto cístico del peritoneo y tejidos grasos mediante el disector.



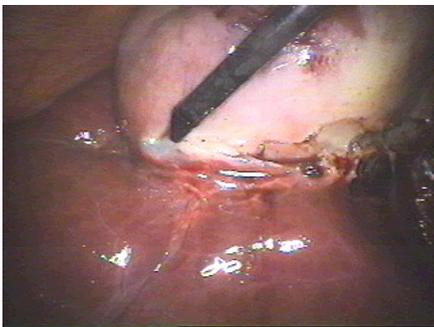
d) Con la grapadora, grapado para el cierre del conducto cístico.



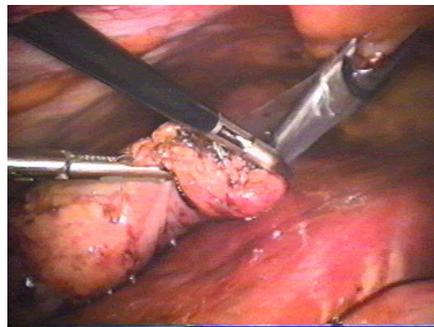
e) Con las tijeras, corte del conducto cístico entre las grapas.



f) Disección, grapado y corte de la arteria cística con la misma técnica.



g) Mediante un gancho, electrocauterización de las adherencias entre la vesícula y el hígado.



h) Extracción final de la vesícula.

Fig. 1.4: Colectomía laparoscópica (extracción de vesícula biliar) [Gan 01]

La cirugía laparoscópica, como cualquier tipo de operación quirúrgica, no queda exenta de algunos problemas (ver *Tabla 1.1*). En este caso, junto a los problemas propios de toda operación, aparecen unos nuevos que repercuten directamente en el hospital y en el cirujano. En primer lugar la cirugía laparoscópica exige de una dotación tecnológica importante y cara. Además, al ser una técnica relativamente nueva, exige un aprendizaje especial. Este aprendizaje requiere tiempo y esfuerzo por parte de los profesionales, habiendo hoy en día diferencias importantes según el desarrollo de cada hospital.

Estos inconvenientes exigen un entrenamiento específico para la cirugía mínimamente invasiva, siendo este aprendizaje largo y costoso.

En la actualidad, el entrenamiento en cirugía laparoscópica se realiza en dos fases. Los cirujanos empiezan aprendiendo la realización de los gestos quirúrgicos en simuladores físicos o inanimados (maniqués o maquetas de modelos anatómicos) o bien en cadáveres humanos. Posteriormente pasan a operar animales vivos o pacientes reales siempre bajo la supervisión de un cirujano experto.

Este entrenamiento no está exento de algunos problemas importantes. El entrenamiento directamente sobre los pacientes, a pesar de realizarse bajo la supervisión de un experto, es un riesgo que debe ser minimizado. Es indudable que es un paso necesario dentro del aprendizaje, pero éste debería realizarse cuando el cirujano domine los gestos y técnicas de la intervención quirúrgica. Otro problema es el uso de animales vivos. El uso de animales en experimentación y entrenamiento es un tema delicado sobre el que se debate y sobre el que cada vez existen más trabas legales. Por último, y no menos importante, está el tema de los costes. El uso de una sala de operaciones, los animales vivos y los cadáveres humanos son realmente muy caros.

En la actualidad se están buscando soluciones al entrenamiento en CMI. Estas soluciones pasan por una reducción de los costes y un mejor entrenamiento de los profesionales, y es aquí donde la informática parece tomar fuerza como una más que posible solución al entrenamiento en CMI. En los siguientes puntos se describen los beneficios que ha aportado la informática a la medicina, y como los simuladores quirúrgicos pueden ser la solución al entrenamiento en CMI.

1.3. La informática médica.

1.3.1. Introducción.

Desde hace unos años, la informática ha ido ocupando un lugar cada vez más importante dentro de la medicina, siendo en la actualidad una herramienta indispensable en la profesión médica. Desde los sistemas más sencillos hasta los extremadamente complejos se desarrollan con el fin de ayudar al profesional de la medicina a mejorar la asistencia sanitaria.

Las aplicaciones de la informática en medicina son múltiples y variadas. Dentro de lo que se podrían considerar como los sistemas más sencillos están el uso de las bases de datos. Con ellas es posible mantener todo el historial médico de los pacientes, o servir de respaldo en búsquedas científicas.

La telemedicina, concepto muy de moda en la actualidad, es otra de las principales aplicaciones de la informática en medicina. Como su propio nombre indica, la telemedicina es la medicina a distancia, abarcando además conceptos como la teleconferencia. Dentro del concepto global de telemedicina pueden distinguirse algunos usos principales, entre los cuales podrían destacarse:

- Teleasistencia: Intercambio de información de expertos de forma online u offline. Por ejemplo, obtener una segunda opinión con un médico especialista que se encuentre en otro hospital, transmisión electrónica de radiografías, ecografías, etc.
- Teleeducación: Ofrecer la transmisión en vivo de cirugías y conferencias.
- Estaciones telemédicas: De enorme utilidad en el cuidado y seguimiento de pacientes crónicos cardiacos, hipertensos, diabéticos, etc. Los datos son transmitidos y evaluados informáticamente archivándose en el historial del paciente. En caso de alteración sobre unos valores prefijados por un médico, es posible que se lancen un aviso comunicando inmediatamente el problema.

1.3.2. Robótica y medicina.

La robótica es otra área en creciente expansión dentro de la medicina. En la última década se han producido enormes avances, siendo el proyecto D'VINCI [Int05] el más conocido. El proyecto D'VINCI (ver *Fig. 1.5*) nace con el objeto de investigar las futuras aplicaciones de la robótica en cirugía. El robot, de momento, no es totalmente autónomo, y debe ser controlado por un equipo de cirujanos que, en una pantalla de televisión, observan las evoluciones del maestro sobre la mesa de operaciones donde descansa el paciente. Gracias a la informática más avanzada, un software sofisticado e instrumentos microquirúrgicos especializados, D'VINCI combina los movimientos manuales que se utilizan en la cirugía abierta tradicional con las técnicas menos traumáticas de la cirugía mínimamente invasiva, combinando lo mejor de ambas. El dato tiene lógica: donde cabe unos microscópicos, bisturís y pinzas, no cabe la mano humana. El sistema quirúrgico D'VINCI está compuesto por dos instrumentos básicos: un terminal de ordenador con pantalla, donde el cirujano supervisa y dirige la operación, y un brazo totalmente articulado que empuña y maneja los instrumentos quirúrgicos que estarán en contacto con el paciente. Las herramientas que están unidas a este brazo, del tamaño de un lápiz, están totalmente articuladas y han sido diseñadas para ofrecer la destreza y la habilidad del antebrazo y la muñeca de un cirujano humano, con la ventaja de que trabajan con incisiones de sólo un centímetro en el paciente. Gracias a D'VINCI, los cirujanos realizan procedimientos sentados frente al ordenador y guían las diferentes actividades gracias a la imagen, en alta resolución y tres dimensiones, del campo de la operación. Sin duda los próximos pasos de la robótica serán añadir capacidad sensorial al robot, es decir, que el mismo robot posea sensores capaces de recoger datos de un determinado sector y transformarlos en señales que se

puedan cuantificar y manipular, con el objetivo de proporcionar al cirujano mayor información de lo que sucede durante la intervención a un paciente.



Sistema D'VINCI

Fig. 1.5: Sistema D'VINCI

1.3.3. Realidad Virtual y medicina.

Dentro de las ciencias de la computación, la informática gráfica es una de las áreas que mayor desarrollo está teniendo en los últimos años. Este desarrollo se ha debido sin lugar a dudas a la multitud de campos en los que se aplica. Éstos podrían englobarse en 3 grandes grupos:

- *Representación, análisis y procesado de información.* Por ejemplo la representación de mapas o imágenes médicas (ver Fig. 1.6).
- *Diseño.* Fundamentalmente para CAD (ver Fig. 1.7).
- *Simulación y entornos virtuales.* Simulador de vehículos, aeronaves, simulación quirúrgica, etc. En este grupo también podrían incluirse los videojuegos, un área de enorme impacto económico aunque a menudo menospreciada en los ambientes académicos (ver Fig. 1.8 y 1.9).

En medicina, el tratamiento de imagen médica fue el pionero, y el gran impulsor del uso de los sistemas gráficos por ordenador en medicina. Las imágenes obtenidas a partir de sistemas de exploración no invasivos (TAC, Resonancia magnética (RM), Rayos X,...), en la actualidad son procesadas por programas informáticos intentando mejorarlas sin ninguna pérdida de información significativa para el médico. Posteriormente es posible aplicar técnicas de segmentación con el objetivo de resaltar zonas o patologías interesantes para su análisis.

A partir de imágenes médicas con información volumétrica (por ejemplo las obtenidas mediante TAC o RM), es posible realizar una reconstrucción 3D de los órganos explorados. Esta reconstrucción 3D permite una visualización, análisis y manipulación de la información de forma mucho más natural y cómoda que el intento de análisis directo de la secuencia de imágenes 2D.

Tanto las imágenes resultantes de los sistemas de exploración, como los objetos 3D generados a partir de esas imágenes, constituyen los elementos esenciales para el desarrollo de lo que se denomina cirugía asistida por ordenador (CAO).

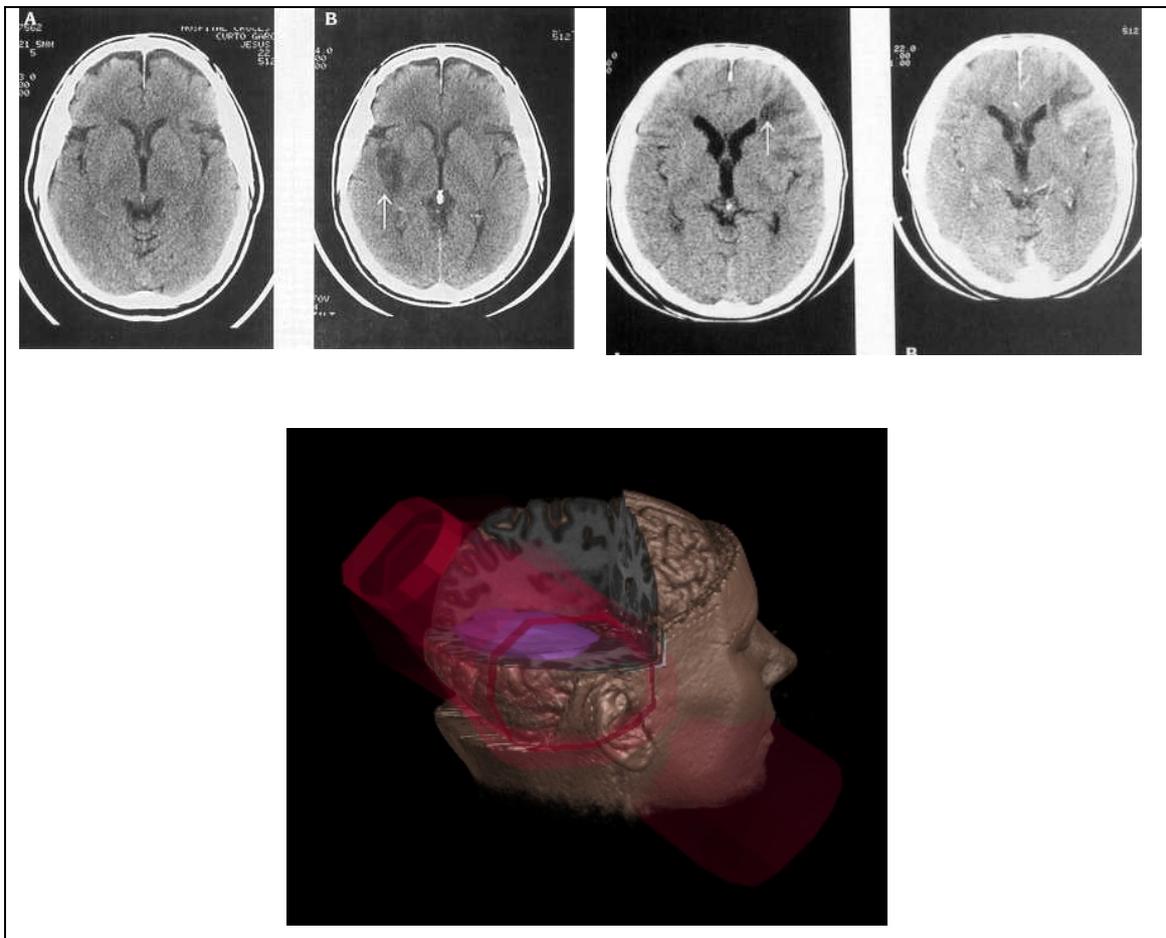


Fig. 1.6: Representación de información: Imágenes de TAC (arriba) y reconstrucción 3D a partir de esas imágenes (abajo)

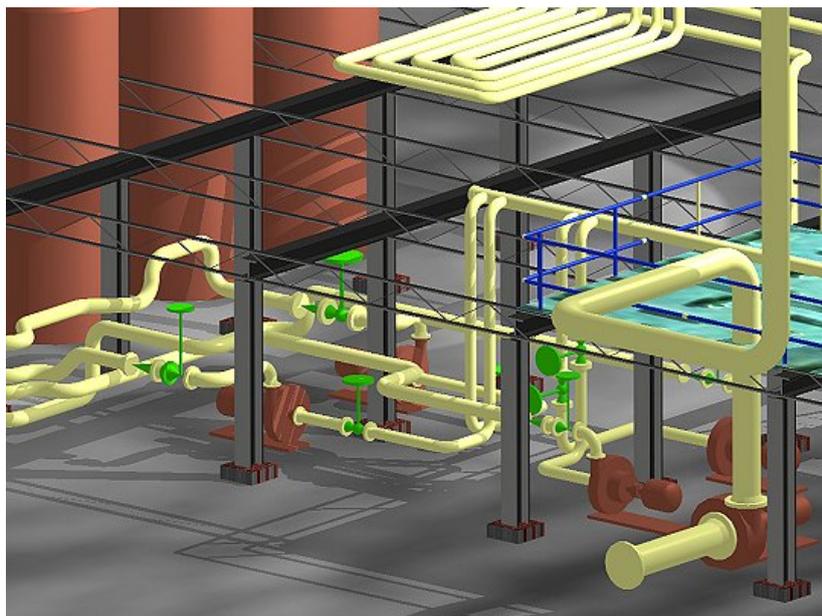


Fig. 1.7: Diseño: Programa de CAD

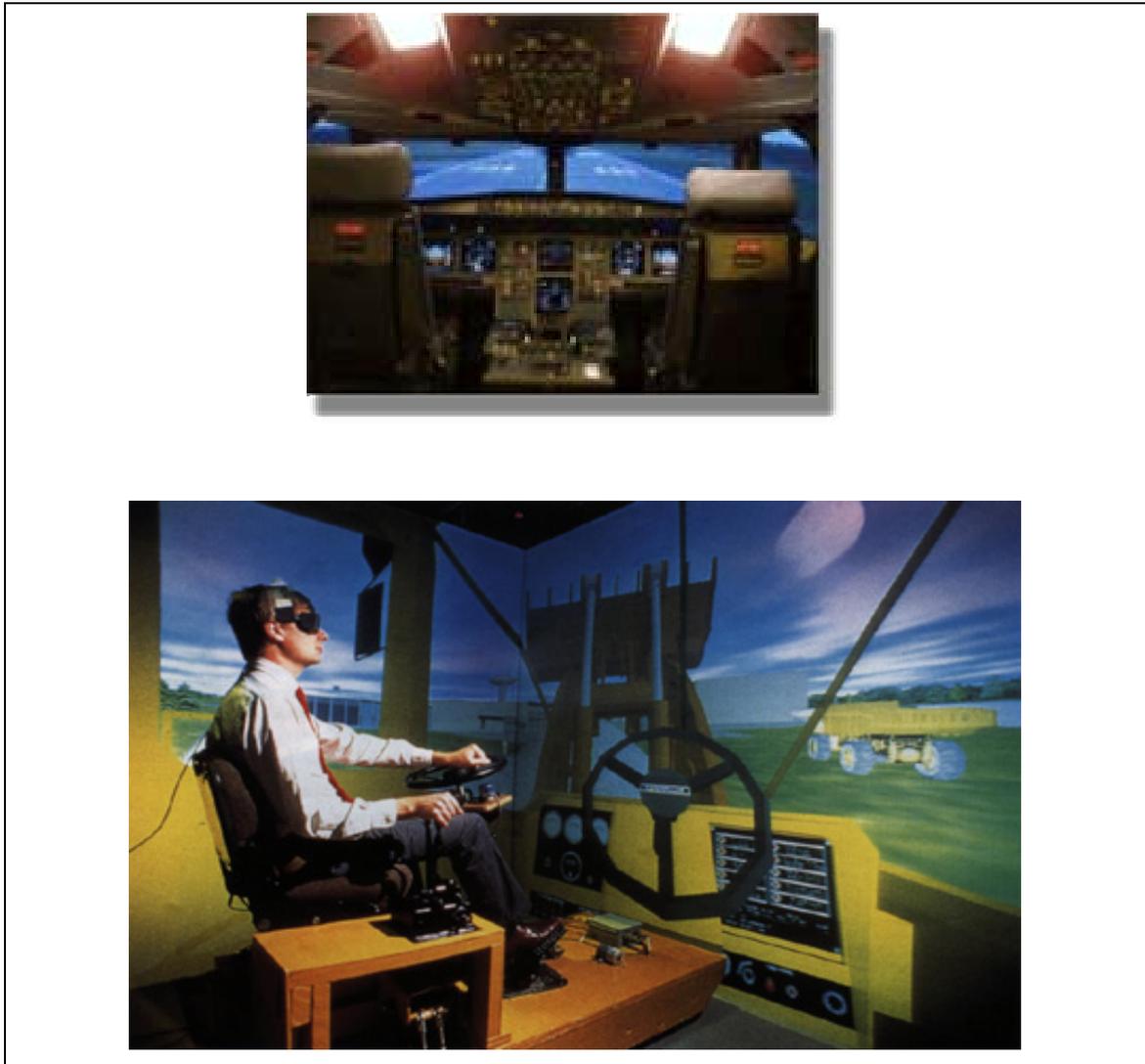


Fig. 1.8: Usos Informática gráfica: Simulador de vuelo (arriba) y simulador de maquinaria industrial (abajo).



Fig. 1.9: Usos Informática gráfica: Videojuegos, uno de los mayores impulsores de la informática gráfica (imágenes Half-Life 2, compañía Valve)

Los sistemas CAO permiten la planificación de la intervención quirúrgica de un paciente, sirviendo como sistema guía para los médicos durante la intervención [Alc00]. Normalmente todos los sistemas CAO conllevan una serie de pasos comunes:

- *Fase de adquisición:* En esta fase se adquiere toda la información relevante al objeto a emitir un adecuado diagnóstico, implicando normalmente estudios de TAC o RM. Estas imágenes adquiridas pueden ser procesadas mediante técnicas de tratamiento digital de imagen.
- *Fase de planificación:* En esta fase el cirujano planifica la intervención quirúrgica a efectuar posteriormente. Esto es posible gracias a herramientas informáticas que permitan la visualización de imágenes médicas, su segmentación (reconocer y marcar en las imágenes estructuras o tejidos relevantes), su fusión (superponer información complementaria) y visualización 3D de la imagen médica.
- *Fase de intervención:* En esta fase el subsistema CAO puede disponer de un navegador quirúrgico, que marque en cada momento la zona que el médico está tratando.

Por otro lado, los grandes avances que se han producido en la informática gráfica han abierto una nueva dimensión en la docencia y entrenamiento en multitud de disciplinas. Concretamente los entornos virtuales interactivos ya han sido utilizados con éxito en multitud de disciplinas (ver *Fig. 1.7* y *1.8*). En el mundo de la medicina se vienen utilizando, desde hace tiempo, herramientas gráficas como ayuda para la diagnosis y el tratamiento de enfermedades con gran éxito (ver *Fig. 1.6*). Esta exitosa experiencia en el uso de la informática gráfica en medicina, y la probada utilidad de los simuladores en otras disciplinas, invita a pensar que, los entornos virtuales interactivos, en concreto los simuladores quirúrgicos, pueden llegar a ser la solución a los problemas del entrenamiento en cirugías avanzadas como la cirugía laparoscópica.

1.4.- Los simuladores quirúrgicos.

1.4.1. Introducción.

Un simulador quirúrgico es un entorno virtual para el entrenamiento de cirujanos en cirugías complejas, evitando, para ello, el uso de animales vivos y phantomas. Estos entornos virtuales requieren:

- Visualización realista.
- Comportamiento biomecánico realista.
- Respuesta física y fisiológica a las acciones de los cirujanos (cortes, cauterizaciones,...).

Las primeras aproximaciones de simuladores quirúrgicos aparecen a finales de los años 80, inspirados por la experiencia positiva con el uso de los simuladores de

vuelo para el entrenamiento de los pilotos [Daw 98] [Sat 98]. Sin embargo, un piloto sólo interactúa de forma indirecta con el entorno visible, sirviendo este de mera orientación o como objetivos a evitar. Por el contrario, un médico desea, normalmente, tocar y palpar todo lo que ve. Aunque con las modernas técnicas quirúrgicas la visión, vía cámaras y monitores, y el contacto, mediante instrumentos específicos, son indirectos, este contacto y visión siguen siendo inmediatos. En los simuladores quirúrgicos, por lo tanto, en lugar de presentar sólo objetos desde diferentes ángulos y distancias, los objetos deben ser deformables, ofrecer una realimentación de fuerzas, y lo que es más importante, permitir modificaciones estructurales al ser cauterizados, cortados o suturados. Es necesario, por lo tanto, el uso de modelos deformables para simular las deformaciones que se pueden producir durante la interacción con los órganos. Los modelos deformables deben responder de la forma más realista posible a las acciones que, mediante los instrumentos quirúrgicos, se realicen sobre los órganos. Los modelos deformables, por lo tanto, añaden una importante complejidad de cálculo que no suele estar presente en otros entornos virtuales interactivos, en los que suele ser suficiente con la simulación física de objetos rígidos.

Dependiendo de los avances aplicados en su desarrollo, los simuladores quirúrgicos se pueden clasificar en tres generaciones. Los simuladores de primera generación consideran únicamente la naturaleza geométrica de la anatomía humana [Gei95] [Hon95][Zie95]. Los simuladores de segunda generación, añaden a los anteriores la interactividad física con las estructuras anatómicas, sin embargo éstos se restringen a unos entornos muy específicos con solamente una pequeña gama de las interacciones posibles, y con un realismo limitado [Bro 98b][Küh 00][McC 98][Mon 00a][Sch 99][Szé 99][Tse 98]. Los simuladores de tercera generación consideran la naturaleza funcional de los órganos humanos [Avi 99][Sat 96] (ver Fig. 1.10).

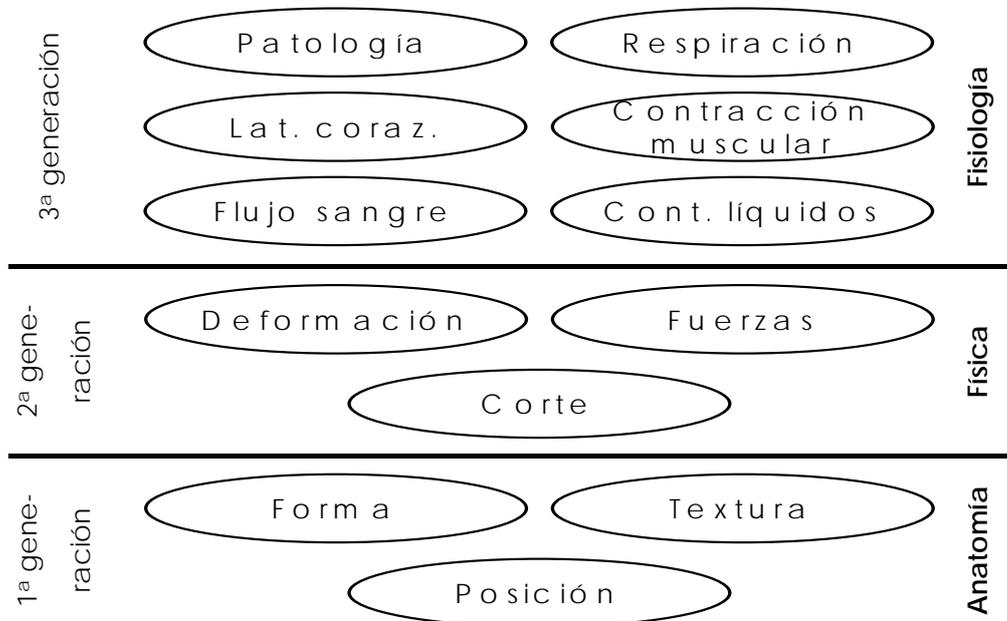


Fig. 1.10: Clasificación de los simuladores quirúrgicos.

En la actualidad, no existen simuladores de tercera generación debido a la enorme dificultad de simular la fisiología de la anatomía humana. Sin embargo, existen

varios simuladores, alguno de ellos comerciales, que entrarían en el grupo de los de segunda generación. Dentro del grupo de simuladores de segunda generación, pueden distinguirse cuatro niveles dependiendo de su complejidad [Sat98]:

- Simuladores de aguja para objetos visuales simples y un solo dispositivo háptico (inserciones intravenosas de la aguja, colocaciones de un catéter en vena o biopsias de hígado) [Imm02a] [Kat01].
- Simuladores de catéter con una imagen que varía dependiendo del movimiento del dispositivo de control (una endoscopia) o del catéter (una angioplastia) [Bau98] [Imm02b].
- Simuladores orientados a una tarea con uno o dos instrumentos (sutura, disección,...) [Bro01] [Bos02] [Sch99].
- Simuladores completamente operativos, por ejemplo de laparoscopia [Dow98] [Mon00b] [Tse98], endoscopia ginecológica [Küh00] [Szé99], artroscopia [McC98], o cirugía intraocular [Sag96].

1.4.2. Componentes de un Simulador Quirúrgico.

La realidad virtual se basa en la presentación a un usuario de estímulos sensoriales más o menos idénticos a los estímulos percibidos en un ambiente real. El grado de inmersión de un entorno virtual depende directamente de su realismo, es decir, la semejanza alcanzada entre las sensaciones y la experiencia del usuario. Esto también incluye el grado de interactividad, significando esto como y cuanto un usuario puede influir en los eventos del entorno virtual.

Los cirujanos básicamente confían en dos de sus sentidos: la vista y el tacto. Esto implica que los simuladores quirúrgicos se deben basar en la realimentación visual y háptica, formando un ciclo cerrado con el usuario vía las interfaces adecuadas (ver *Fig. 1.11*).

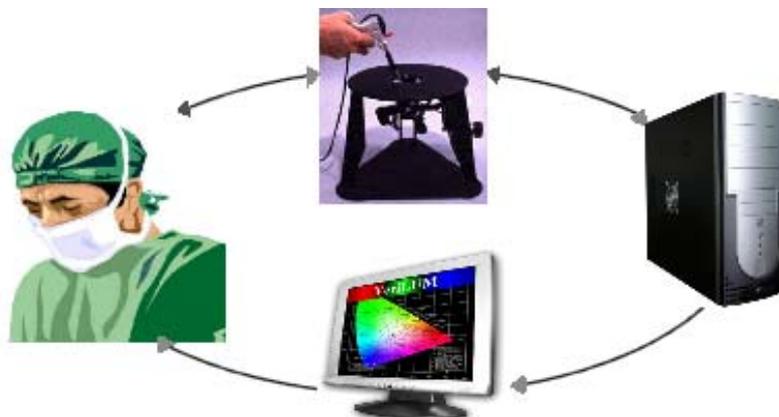


Fig. 1.11: Ciclo cerrado de simulación en los simuladores quirúrgicos..

Para una inmersión aceptable en un entorno virtual, es esencial que las realimentaciones sean en tiempo real, es decir, presentar a los ojos y al tacto sensaciones aparentemente continuas. Para un realismo visual, es necesario un refresco entre 30 y 60Hz para las imágenes computadas. Para el tacto es necesario un refresco mucho mayor, entre 300 y 1000Hz [Del98].

Las interfaces requeridas para la simulación dependen en su totalidad del tipo de cirugía que se desee simular. Obviamente, la cirugía clásica abierta es la que presenta mayor número de dificultades, dado que en este caso la vista y el tacto son directos, es decir, la visión es tridimensional (estereoscópico) y las características táctiles de los tejidos perceptibles incluyen, entre otras, textura, temperatura y resistencia mecánica. Debido a esas dificultades, los simuladores quirúrgicos, como dispositivos de entrenamiento, se dirigen en general hacia técnicas modernas mínimamente invasivas, técnicas que además requieren un mayor entrenamiento. Estos métodos se caracterizan por permitir sólo una visión indirecta (a través de una cámara y un monitor), y la manipulación de los tejidos a través de instrumental específico.

Para la realimentación visual del entorno virtual, simplemente se sustituye la pantalla de video por un monitor de ordenador. El papel que ejerce la videocámara es asumido por el ordenador y las tarjetas gráficas, encargadas de representar la escena como un conjunto de polígonos 3D.

Para la realimentación táctil, son necesarios unos componentes que simultáneamente permitan la entrada de datos (movimientos realizados por el cirujano), y que a su vez puedan devolver las sensaciones táctiles. Poco a poco van apareciendo dispositivos específicamente diseñados para la simulación de algunas intervenciones quirúrgicas. Por ejemplo, la compañía Immersion[®] ha desarrollado diferentes dispositivos para la simulación de diversos procedimientos mínimamente invasivos [Imm06] (ver *Fig. 1.12*).



a) Immersion Laparoscopic Surgical Workstation

b) Immersion Virtual Laparoscopic Interface

Fig. 1.12: Dispositivos hápticos para la simulación de cirugía laparoscópica

. Con realimentación táctil (a) y sin realimentación táctil (b)

Junto a las interfaces requeridas para la realimentación táctil y visual, está lo que sería el corazón de todo simulador, el algoritmo encargado de, a partir de los movimientos registrados por los dispositivos de entrada (hápticos), calcular la respuesta de todos los componentes que aparecen en el entorno virtual. Este algoritmo debe calcular la deformación de los órganos, los cambios topológicos, la posición de todos los objetos del escenario y finalmente mostrar por pantalla el renderizado de la nueva escena, todo esto manteniendo las restricciones arriba comentadas de tiempos de refresco. Este algoritmo se repite constantemente mientras dure la simulación (ver *Fig. 1.13*).

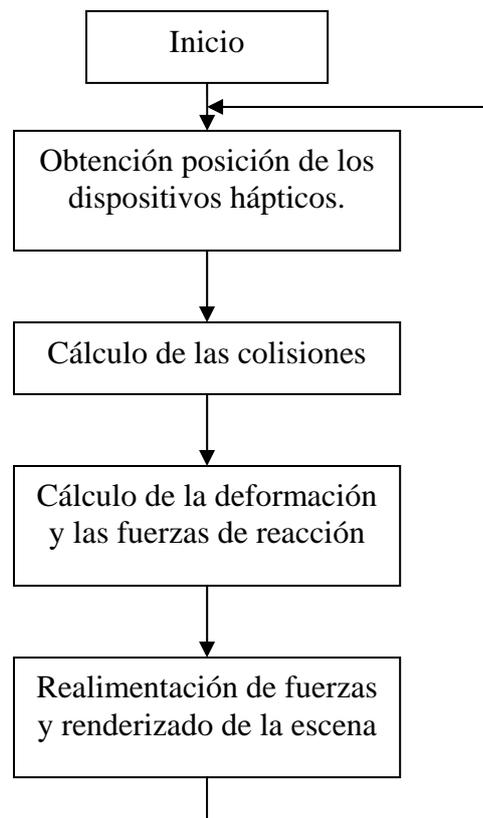


Fig. 1.13: Ciclo básico de simulación de un simulador quirúrgico.

1.4.3. Perspectivas.

Por una parte, el rápido progreso que se ha producido estos últimos años tanto en el hardware de cómputo como en el hardware gráfico y, por otra, los avances producidos en los algoritmos de simulación, hacen que los simuladores quirúrgicos comiencen a verse factibles, con un realismo razonablemente alto, a medio y corto plazo. La mayor motivación es, sin lugar a dudas, la posibilidad de mejora en el entrenamiento para la cirugía en general. Así, el entrenamiento podrá ser más constante y podrá uniformizarse, según lo indicado por las primeras evaluaciones [Gil97] [Gor99] [Sch02] [Taf98]. Muchos residentes podrán utilizarlo, pudiendo practicar y repetir una

operación específica las veces que sea necesario con las mismas complicaciones seleccionadas, siempre sin poner a pacientes en riesgo o matar animales. Todo esto invita a pensar que el futuro del entrenamiento pasa inevitablemente por la simulación quirúrgica.

1.5. Objetivos de la tesis.

El objetivo de esta tesis es aportar un nuevo modelo deformable que permita la incorporación de objetos elástico-deformables en entornos interactivos 3D, y en concreto en simuladores quirúrgicos. El modelo se espera que sea robusto y rápido, además de tener un comportamiento lo suficientemente realista para ser utilizado en el entrenamiento de los cirujanos en cirugías mínimamente invasivas.

En resumen, en el ámbito de los gráficos por ordenador y, en concreto, en las líneas de investigación orientadas a los modelos deformables en tiempo real, se pretende, como posibles contribuciones:

- Presentar un estudio del estado del arte y una clasificación de los modelos deformables interactivos en tiempo real.
- Implementar y validar el nuevo modelo de partículas con tres variantes para el cálculo de las fuerzas internas.
- Presentar un estudio comparativo entre el nuevo modelo de partículas (en sus tres variantes) y los dos modelos (BEM [Mon 01] y T2Mesh [Del 94a]) ya utilizados y probados en un simulador quirúrgico, GerTiSS [Mon 03].

Pero sin lugar a dudas, la mayor contribución que pretende aportar esta tesis es el desarrollo del nuevo modelo deformable de completa funcionalidad para su uso en entornos virtuales interactivos, en concreto, en simuladores quirúrgicos.

1.6. Resumen.

La cirugía es una rama de las ciencias médicas que dispone de un tratamiento especial. La práctica de la cirugía reclama una preparación científica, además de una gran habilidad manual, sangre fría y decisión. Durante una intervención quirúrgica, un error del cirujano puede ocasionar daños irreversibles e incluso, en el peor de los casos, la muerte del paciente.

La cirugía ha ido evolucionado a lo largo de la historia, produciéndose los mayores avances desde finales del siglo XIX, y sobretodo durante todo el siglo XX. Las técnicas quirúrgicas de mínima invasión representan uno de los más importantes avances en cirugía, debido principalmente a las ventajas que aportan al paciente en cuanto a una más rápida recuperación y un menor riesgo de infecciones. Sin embargo estas técnicas no están exentas de problemas. En este caso, junto a los problemas propios de toda operación, aparecen unos nuevos que repercuten directamente en el

hospital y en el cirujano. En primer lugar la cirugía laparoscópica exige de una dotación tecnológica importante y cara. Además, al ser una técnica relativamente nueva, exige un aprendizaje especial. Este aprendizaje requiere tiempo y esfuerzo por parte de los profesionales, habiendo hoy en día diferencias importantes según el desarrollo de cada hospital. Estos inconvenientes exigen un entrenamiento específico para la cirugía mínimamente invasiva, siendo este aprendizaje largo y costoso.

En la actualidad, el entrenamiento en cirugía laparoscópica se realiza en dos fases. Los cirujanos empiezan aprendiendo la realización de los gestos quirúrgicos en simuladores físicos o inanimados, o bien en cadáveres humanos. Posteriormente pasan a operar animales vivos o pacientes reales, siempre bajo la supervisión de un cirujano experto.

Este entrenamiento tiene algunos problemas importantes. El entrenamiento directamente sobre los pacientes es un paso necesario dentro del aprendizaje, pero éste debería realizarse cuando el cirujano domine los gestos y técnicas de la intervención quirúrgica. El uso de animales en experimentación y entrenamiento es un tema delicado sobre el que se debate y sobre el que cada vez existen más trabas legales. Por último, y no menos importante, está el tema de los costes. El uso de una sala de operaciones, los animales vivos y los cadáveres humanos son realmente muy caros.

En la actualidad se están buscando soluciones al entrenamiento en CMI. Estas soluciones pasan por una reducción de los costes y un mejor entrenamiento de los profesionales, y es aquí donde la informática parece tomar fuerza como una más que posible solución al entrenamiento en CMI.

Desde hace unos años, la informática ha ido ocupando un lugar cada vez más importante dentro de la medicina, siendo en la actualidad una herramienta indispensable en la profesión médica. Desde los sistemas más sencillos hasta los extremadamente complejos se desarrollan con el fin de ayudar al profesional de la medicina a mejorar la asistencia sanitaria. En otras disciplinas, además, se han venido utilizando con éxito los entornos virtuales interactivos como medio de entrenamiento. El rápido progreso que se ha producido estos últimos años tanto en el hardware de cómputo como en el hardware gráfico y, por otra, los avances producidos en los algoritmos de simulación, hacen que los simuladores quirúrgicos comiencen a verse factibles, con un realismo razonablemente alto, a medio y corto plazo, siendo la mayor motivación, sin lugar a dudas, la posibilidad de mejora en el entrenamiento para la cirugía en general. Esto invita a pensar que los simuladores quirúrgicos pueden llegar a ser la solución a los problemas del entrenamiento en cirugías avanzadas como la cirugía laparoscópica.

CAPÍTULO 2

ANTECEDENTES Y ESTADO DEL ARTE DE MODELOS DEFORMABLES EN TIEMPO REAL

2.1. Introducción.

Hasta hace sólo dos décadas, la evolución de los modelos geométricos en informática gráfica sólo tenía en cuenta la representación de objetos rígidos. En 1986, se presentó un primer método de deformación libre que permitía deformar objetos arbitrarios distorsionando el espacio en el que eran contenidos [Sed 86]. Un año después, Terzopoulos [Ter 87] fue el primero en incorporar propiedades físicas directamente al objeto gráfico, creando con ello el término de *modelo deformable*.

Los modelos deformables pueden definirse en una dimensión (líneas y curvas), dos dimensiones (superficies), o tres dimensiones (objetos sólidos). Esencialmente, los modelos deformables se aplican principalmente en tres campos de investigación:

- En el campo del modelado de objetos para animaciones precomputadas [Coq 90][Coq 91][Hsu 92].
- En el campo de la segmentación de imágenes. Por ejemplo, para una interpretación automática de las imágenes 2D proporcionadas por una cámara que supervisa una línea de producción automática, o para la reconstrucción 3D de huesos y órganos a partir de exploraciones médicas de MRI o CT [Alg 95][Ser 01][Gau 94][Gra 94][Lei 91][Mil 91][Nev 94].
- En el campo de las simulaciones mecánicas interactivas, es decir, emular el comportamiento de objetos flexibles debido a las influencias externas, pudiendo ser utilizado tanto en aplicaciones en diferido, como la planificación quirúrgica (por ejemplo la simulación del resultado de la cirugía craneofacial) [Bro 95][Del 94b][Kee 96]], como en aplicaciones en tiempo real. Estas aplicaciones en tiempo real incluye la cirugía guiada por imagen [Szq 01], mínimamente invasiva o telecirugía [Szq 01][Fis 97][Suz 98], y la simulación quirúrgica [Ter 87][Bro 96][Gou 91][Lee 95][Mon 97].

Debido al gran número de aplicaciones en las que pueden ser utilizados los modelos deformables, es obvio que no existe un solo modelo deformable apropiado para todos los problemas mencionados. Existen una gran variedad de métodos optimizados de diferentes formas para las necesidades específicas de cada aplicación.

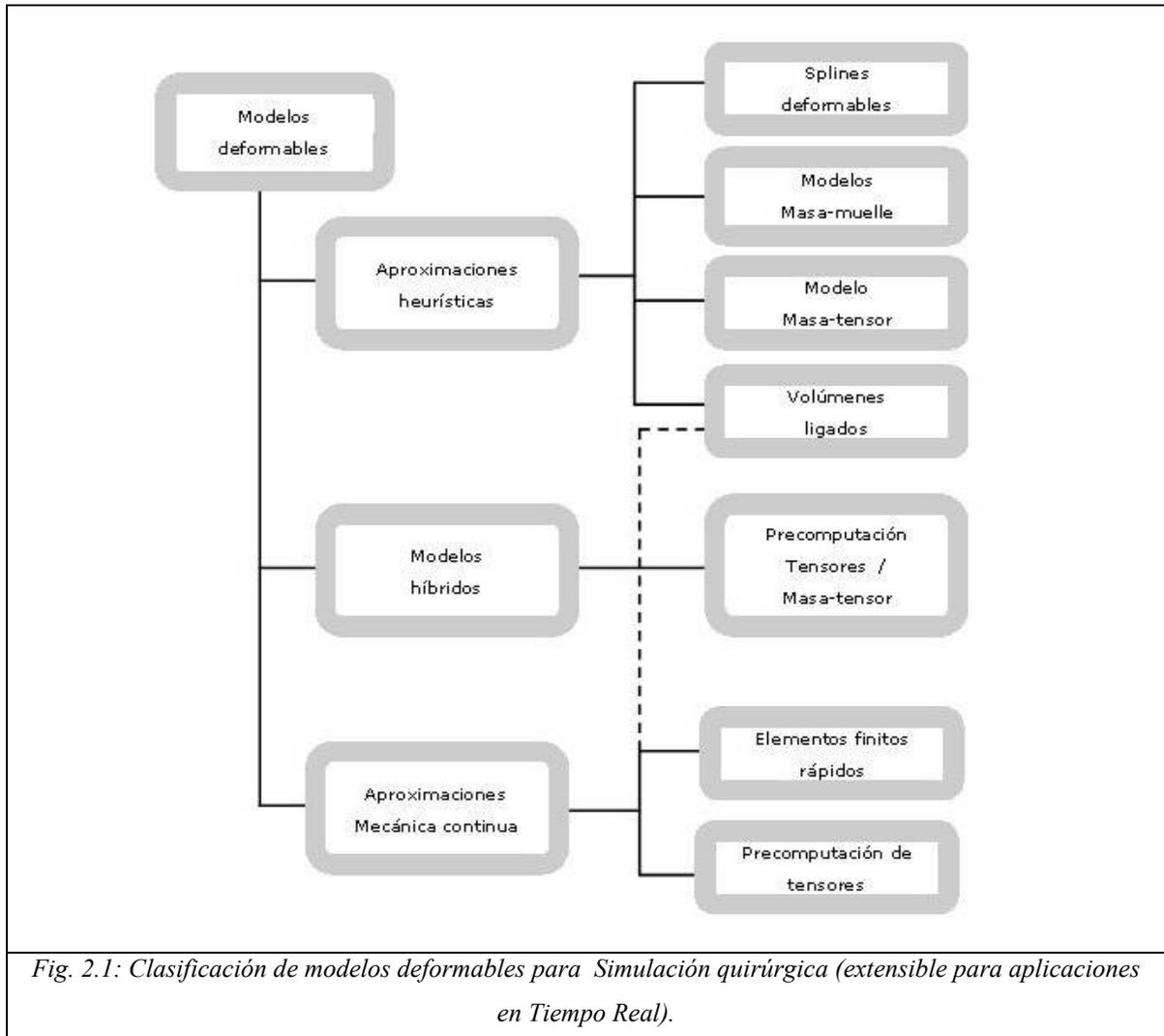
Aun cuando los usos de los modelos deformables en aplicaciones de realidad virtual son cada vez más frecuentes, en la mayoría de casos para la simulación de deformaciones mecánicas se ha buscado la interactividad en lugar de la precisión. Además, muchos de los objetos modelados, como la ropa o los tejidos blandos, no poseen características fácilmente descriptibles. Por ello, los métodos exactos no pueden aplicarse generalmente como modelos deformables, por lo que deben buscarse otras aproximaciones [Bro 98a].

Gracias a la aparición y desarrollo de la simulación quirúrgica, se han producido grandes avances en el campo de los modelos deformables, siendo una de las primeras contribuciones la proporcionada por Cover [Cov 93]. Estos avances se producen por los requisitos extremos de la simulación quirúrgica en cuanto a tiempo de computación, a

las propiedades complejas de la simulación de tejidos blandos, y la cantidad de interacciones que pueden realizarse mediante el instrumental quirúrgico. De hecho, ha habido diversos puntos de partida en la investigación de modelos deformables adecuados, enfocándose en anatomías y técnicas quirúrgicas muy diferentes unas de otras como la cirugía ocular [Cai 01][Sag 96], la artroscopia de rodilla [Gib 97b][McC 98] o la cirugía hepática [Mon 97][Cot 99a]. Los modelos deformables desarrollados en estos contextos pueden dividirse en tres áreas principales: los métodos ad hoc heurísticos; las técnicas basadas en la simplificación de los modelos de mecánica continua; y los modelos híbridos como combinación de los dos anteriores (*ver Fig. 2.1*).

El primer grupo, las aproximaciones heurísticas, se basa en la hipótesis que los métodos clásicos de cómputo relativamente exacto, como los métodos de elementos finitos (FEM), son demasiado complejos para su funcionamiento en aplicaciones en tiempo real. Los modelos de este grupo derivan de otra alternativa, el uso de esquemas de modelado directo a partir de la geometría de los objetos deformables, teniendo en cuenta la inclusión de las propiedades elásticas. El hecho de que en simulación quirúrgica la representación visual y la interacción básica mediante interfaces hápticas estén restringidas a la superficie de los objetos, permitió que apareciese una primera aproximación en este grupo de modelos deformables mediante la creación de las splines deformables. Éstas se plantearon como una extensión de la técnica gráfica ampliamente utilizada para la representación de superficies o líneas curvas [Ter 87]. Posteriormente, se desarrollaron los modelos interactivos basados en el sistema masa-muelle [Küh 94a][Kuh 96]. El manejo de objetos sólidos como elementos vacíos puede reducir la dimensión del problema tratado en más de una centésima parte de su tamaño original [De 99]. Sin embargo, esta simplificación trae intrínsecamente un realismo limitado, en concreto con respecto a la conservación del volumen. Como consecuencia de esto, han aparecido extensiones volumétricas de los modelos masa-muelle, como el algoritmo basado en voxels de volúmenes ligados [Gib 97a] o el modelo masa-tensor, los cuales se basan en relaciones lineales y no lineales derivadas de la mecánica continua para elementos tetraédricos [Cot 98][Pic 00].

El segundo grupo de modelos deformables, bastante más joven, también parte de la hipótesis de que la correspondiente mecánica continua para simular el comportamiento biomecánico de tejidos es demasiado compleja y, por tanto, demasiado lenta para ser aplicada de forma escrupulosa dada la potencia de los ordenadores actuales. Sin embargo, este grupo opta por una simplificación adecuada de las hipótesis del comportamiento mecánico de los objetos. Con estas simplificaciones es posible simular en la actualidad, y con cierto realismo, el comportamiento de los objetos. Dado el continuo crecimiento de la potencia de cálculo de los ordenadores, se podrán asumir, de forma progresiva, hipótesis más complejas de las propiedades mecánicas de los objetos que se desean modelar. Hasta ahora, la mayoría de los modelos deformables pertenecientes a este grupo están basados en el método de los elementos finitos, que requiere la discretización del volumen completo del objeto deformable [Bro 96][Ber 99][Cot 96]. También existe un modelo deformable basado en el método de elementos de contorno (BEM), el cual ofrece la ventaja intrínseca de trasladar los cálculos del interior del objeto a su superficie, requiriendo así sólo una discretización de la superficie [Mei 01].



Finalmente, existen algunos métodos híbridos que intentan combinar las ventajas de ambas aproximaciones. Estos métodos se caracterizan por dividir la superficie del objeto en diferentes secciones de acuerdo a las interacciones esperadas en cada una de ellas, modelando cada una de esas secciones con el modelo apropiado.

2.2. Aproximaciones heurísticas.

2.2.1. Splines deformables.

En general, las splines sirven para obtener curvas suaves, superficies, o volúmenes que se ajustan a una serie de puntos de control. Moviendo esos puntos de control es posible cambiar la forma de la curva, superficie o volumen. Entre las diferentes técnicas existentes destacan las curvas de Bezier y las NURBS. Las splines deformables, también conocidas como contornos activos, fueron el primer modelo deformable (en el sentido estricto de la palabra) que fue desarrollado [Ter 87][Ter 88a][Ter 88b][Ter 88c], siendo además el primer modelo en aplicarse en el campo de la simulación quirúrgica [Cov 93]. Como punto de partida, se emplearon splines clásicas

para el modelado del objeto 3D (o su superficie). Con los teoremas fundamentales de la geometría diferencial con respecto a la equivalencia de formas, las splines deformables definen una energía potencial proporcional al grado de deformación elástica. Utilizando la aproximación de Lagrange, esta energía es finalmente minimizada con respecto al desplazamiento producido en los puntos de control, obteniendo así el correspondiente estado de deformación.

El elevado número de parámetros que utilizan estos modelos otorga un sustancial nivel de control sobre la forma y las propiedades físicas de la malla. Sin embargo, estos parámetros sólo pueden escogerse de forma arbitraria siendo difíciles de obtener de forma empírica. Además, la representación de un objeto como una superficie suavizada no coincide con los algoritmos de renderizado de las tarjetas gráficas modernas, las cuales están orientadas al procesado de polígonos planos. Así se requiere un paso de procesado posterior. Aunque incluso sin ese procesado posterior, las splines deformables ya tienen un alto coste computacional. Esta es la razón por la cual los objetos sólidos tienen que ser modelados como objetos huecos, con el detrimento en el realismo, particularmente en la conservación del volumen.

En conjunto, las splines deformables son más complejas y computacionalmente más costosas que los modelos basados en sistemas masa-muelle, sin ofrecer realmente un mejor realismo. Esta es la razón por la cual no se emplean desde hace tiempo.

2.2.2. Modelo masa-muelle.

Como su propio nombre indica, los modelos masa-muelle están basados en mallas compuestas por muelles y puntos de masa discretos. En general, un modelo masa-muelle está definido por una serie de muelles sin masa distribuidos sobre la superficie del objeto modelado, unidos a puntos o nodos a los que se les atribuye una masa discreta. De esta manera, el contorno del objeto puede ser discretizado en parches triangulares [Kee 96][Lee 95][Bro 00][Dow 98][Mor 97], en los que los muelles representan los ejes de la malla poligonal superficial, correspondiéndose los nodos de masa con los vértices de la malla poligonal (ver *Fig 2.2a*). También puede discretizarse en T_1 -mallas (T_1 -meshes), caracterizadas porque cada uno de los vértices está conectado con un número constante $i+1$ de vértices [Del 94a][Del 94b][Mon 96]. En este tipo de discretización se suelen utilizar mallas T_2 , donde cada nodo está conectado con sus tres vecinos más cercanos (ver *Fig 2.2b*). Debido a su dualidad con las mallas triangulares, las mallas T_2 pueden explotar de la mejor forma posible el hecho de que las tarjetas gráficas están optimizadas para mallas superficiales triangulares poniendo los nodos en el centro de los elementos (ver *Fig 2.2c*).

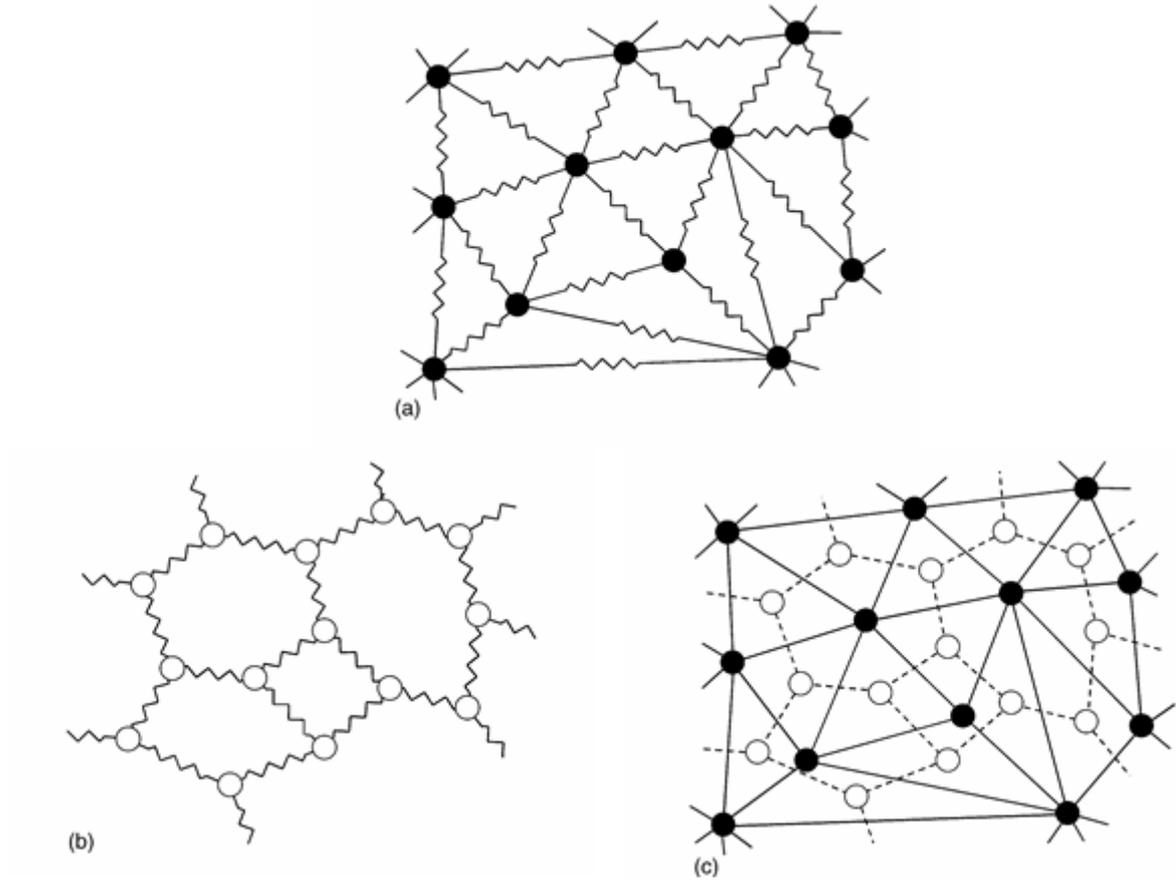


Fig. 2.2: Tipos de mallas masa-muelle: (a) Malla triangular: los muelles forman los elementos triangulares; (b) Malla T_2 : cada nodo esta conectado con tres de sus vecinos; (c) Dualidad entre las dos: nodos de la malla T_2 (nodos blancos) posicionados en el centro de los elementos de la malla triangular (nodos negros).

Utilizando la ley del movimiento de Newton, la fuerza de equilibrio en cada nodo i de la malla puede establecerse como:

$$m^i \frac{d^2 r^i}{dt^2} + \gamma \frac{dr^i}{dt} + f_{\text{int}}^i = f_{\text{ext}}^i \quad (2.1)$$

donde m^i es la masa del nodo i , r^i es la posición actual del nodo i , γ es el coeficiente de rozamiento viscoso de los muelles, f_{int}^i la fuerza interna que actúa sobre el nodo i encargada de mantener la posición inicial del nodo con respecto a los nodos con los que se encuentra conectado vía los muelles, y f_{ext}^i es la fuerza externa aplicada al nodo i .

La fuerza interna f_{int}^i , la cual se opone a las deformaciones causadas por las fuerzas externas, es determinada por el grado de deformación de los muelles. En general,

$$f_{\text{int}}^i = \sum_{j \in N_i} k_j^i \frac{|r^j - r^i| - |r^j - r^i|^0}{|r^j - r^i|} (r^j - r^i) \quad (2.2)$$

donde N_i es el grupo de nodos con los que el nodo i está conectado mediante muelles, k_j^i indica la rigidez del muelle entre los nodos i y j , $|r^j - r^i|$ y $|r^j - r^i|^0$ indican la distancia actual y la distancia inicial, respectivamente.

Finalmente, el grupo de ecuaciones diferenciales (1) definido por cada nodo se suele resolver mediante una discretización en el tiempo en intervalos Δt , normalmente mediante el método de diferencias finitas de Euler [Kee 96][Kuh 96][Dow 98][Mon 99]. Cuanto más rígido se desea que sea el objeto simulado, más pequeño debe ser el Δt para converger [Del 98].

Se han propuesto nuevas y más sofisticadas técnicas de discretización como la de Runge-Kutta. En general, éste es un método mucho más estable que el método de Euler, y por lo tanto, éste permite la selección de incrementos de tiempo Δt mayores. Estos incrementos se compensan parcialmente, requiriendo unas evaluaciones más frecuentes de las fuerzas internas.

La mayor ventaja de este modelo masa-muelle básico es la simplicidad de su malla. Es ideal para un renderizado directo, y el sistema de ecuaciones resultante es fácil de obtener y programar. De hecho, la malla tiene una estructura marcadamente local puesto que cada nodo sólo depende de sus vecinos directos.

Este modelo permite incluso la representación de grandes deformaciones con un alto realismo. Junto a esto, cualquier cambio topológico, como los cortes, pueden representarse de forma sencilla. No obstante, cuando se realizan cortes en objetos volumétricos es necesario crear la superficie de relleno [Lin 99].

Sin embargo, este modelo tiene desventajas. La estructura local de las mallas masa-muelle impide la rápida propagación global de las deformaciones, por ejemplo, en un paso de la iteración el desplazamiento de un nodo sólo es propagado al siguiente nivel de nodos adyacentes. Además el ser una malla superficial causa una visión limitada de un comportamiento volumétrico. Un objeto modelado de esta forma no suele mantener un volumen constante y, cuando se actúa sobre uno de sus lados, el lado opuesto sólo reacciona tras un retardo notable. Este efecto es más visible cuanto mas suave es el objeto y cuanto más grandes son las deformaciones (ver *Fig 2.3*).

Otro problema importante con respecto al realismo de los modelos deformables masa-muelle es su predisposición a oscilar, derivado de su estructura iterativa. Como se ha comentado antes, la convergencia de la solución depende principalmente de la elección de un incremento de tiempo adecuado y de los parámetros de la malla. Por lo tanto, estos deben ser determinados de forma experimental para cada caso. Un escenario con incisiones es el peor caso posible, deben eliminarse varios muelles añadiendo otros. Así, no sólo existe la dificultad de establecer los nuevos parámetros de esos muelles (especialmente la longitud inicial de los nuevos muelles), sino que la convergencia de todos los sistemas de ecuaciones puede verse afectada como consecuencia de los parámetros elegidos.

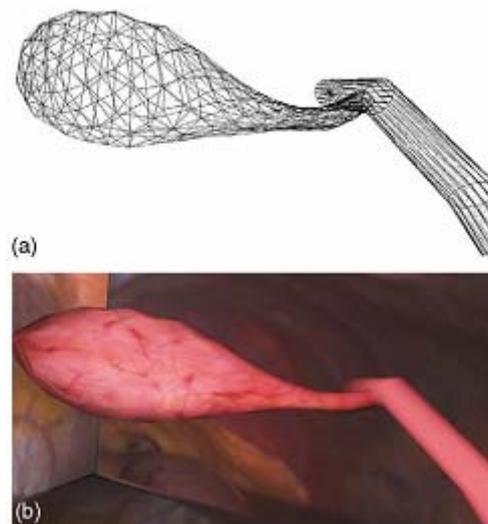


Fig. 2.3: Deformación de una vesícula modelada con un modelo masa-muelle: (a) Vista en alámbrico de una vesícula sin deformación; (b) Vista texturizada y sombreada de la misma vesícula deformada.

A pesar de estos problemas, los modelos masa-muelle son, actualmente, los modelos deformables más ampliamente utilizados y no sólo en simulación quirúrgica. Por lo que respecta a los tipos de interacción implementados, no hay otro modelo deformable tan avanzado como este [Bro 00][Küh 00], debido, sin lugar a dudas, a la estructura simple de la malla y, en consecuencia, a la fácil programación de cualquiera de las interacciones posibles. Para modelos volumétricos como los órganos, el realismo físico que es posible obtener es muy limitado. Y, como la evolución de este modelo ya ha alcanzado prácticamente su tope, no es seguro que pueda mantener su posición en un futuro cuando otros modelos deformables, con un realismo físico más alto, puedan simular una gama similar de interacciones.

En conclusión, varios métodos han sido propuestos para compensar la superficialidad del modelo básico masa-muelle. El más simple es introducir nodos internos en la malla que conecten los lados opuestos de un objeto [Kuh 96][Bro 00][Küh 94b]. Una mayor conectividad de los nodos (especialmente con nodos distantes) deteriora en gran parte la simplicidad del sistema de ecuaciones, incrementándose en consecuencia el tiempo para alcanzar la solución. La selección de las posiciones y parámetros de los muelles y nodos interiores es arbitraria y ad hoc, siendo el proceso de posicionado laborioso y simplemente estocástico [Deu 95]. El principal problema se presenta al cortar estos modelos masa-muelle modificados. Lo primero, los muelles interiores que deben ser cortados no es posible determinarlos fácilmente, pues los algoritmos de corte se dirigen normalmente hacia la malla superficial triangular. En segundo lugar, todas las optimizaciones de las posiciones de los muelles interiores son eliminadas al cortar.

Por lo tanto, una completa discretización de todo el interior parece ser lo más apropiado para la simulación del comportamiento volumétrico. Así, dependiendo del método utilizado, las alternativas son la técnica de los volúmenes ligados o el modelo masa-tensor.

2.2.3. Volúmenes ligados.

2.2.3.1. Modelo básico.

Una posible extensión volumétrica del modelo básico masa-muelle está basada en la discretización de todo el volumen del objeto deformable en espacios equidistantes (ver *Fig 2.4a*). La aproximación más directa es posicionar las correspondientes masas en el centro de cada uno de esos espacios, interconectando los vecinos mediante muelles [Gib 97b][Gib 99][Jan 02].

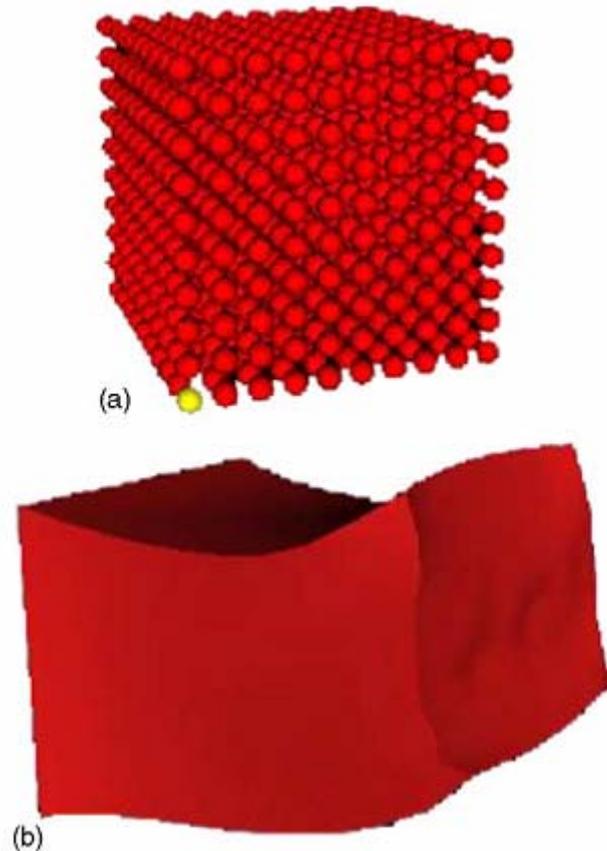


Fig. 2.4: Deformación de un cubo discretizado mediante volúmenes ligados: (a) Representación del sistema sin deformar; (b) Sistema deformado, renderizado con la ayuda de una representación adicional del contorno de la superficie.

Computacionalmente, la única diferencia con respecto al modelo básico masa-muelle es el considerable aumento del número de nodos y la mayor conectividad. Así, el funcionamiento general es igual, incluyendo la estabilidad crítica, mientras que el tamaño creciente del problema limita perceptiblemente la resolución de la discretización, ya que los ordenadores actuales pueden procesar del orden de pocos miles de elementos en tiempo real.

En este modelo cualquier interacción compleja como corte, cosido o cauterización puede representarse fácilmente mediante la eliminación o adición de las uniones entre los elementos. Sin embargo, para conseguir un realismo visual aceptable, es inevitable recurrir a una superficie auxiliar del contorno del modelo discretizado (ver

Fig 2.4b), algo que incrementa el coste computacional. Aunque la resolución del modelo no es crucial para el realismo visual debido a la superficie auxiliar del contorno del objeto, si es crucial para el realismo del comportamiento mecánico, pues cada elemento del volumen en si mismo es rígido e invisible, no habiéndose desarrollado aun técnicas de refinamiento local. Además, un gran número de elementos baja la velocidad de propagación de las deformaciones. Por lo tanto, el comportamiento de esta aproximación, específicamente el comportamiento volumétrico, mejora hasta cierto punto el modelo básico masa-muelle.

2.2.3.2. Modelo Chain-mail.

Mientras que la técnica básica de volúmenes ligados es una mera extensión 3D del modelo masa-muelle, el algoritmo *chain mail* utiliza una aproximación ligeramente diferente [Gib 97a][Gib 97b][Gib 98][Gib 99]. Éste usa la misma discretización volumétrica, pero en lugar de conectar los diferentes elementos mediante muelles, éstos se interconectan como los eslabones de una cadena. Es decir, hasta un cierto límite, cada elemento puede moverse libremente sin influir en sus vecinos, mientras que desplazamientos mayores son propagados de forma directa a los elementos adyacentes (ver *Fig 2.5*).

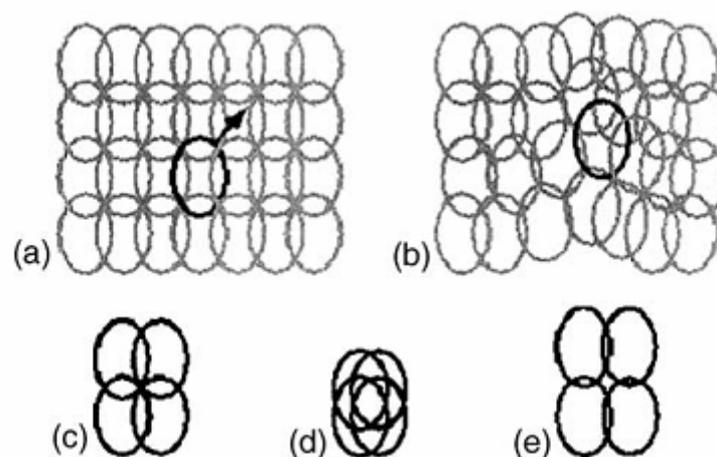


Fig. 2.5: Algoritmo chain mail [Gib 97a]: Deformación de una malla 2D cuando se mueve un elemento en la dirección de la flecha: (a) estado inicial; (b) estado deformado: los elementos vecinos se han desplazado para mantener las restricciones de distancias mínimas y máximas. Límites de los links: (c) estado inicial; (d) máxima compresión; (e) máximo estiramiento.

Para conseguir un comportamiento elástico, el algoritmo *chain mail* recurre a una relajación de la energía de deformación acumulada en el sistema siempre que quede capacidad de cálculo libre. Como los modelos masa-muelle, la energía interna es proporcional al desplazamiento entre los elementos. Y, como el modelo básico de volúmenes ligados, esta energía es minimizada de forma iterativa hasta la convergencia. Sin embargo, no hay fuerzas asociadas a los elementos, por esta razón, la fuerza de respuesta se asume que es proporcional a la profundidad de la penetración, es decir, al elemento desplazado más profundo. Esta profundidad es calculada con ayuda de un mapa de distancias, donde todas las distancias iniciales de cada uno de los elementos con respecto a la superficie están almacenadas. Como el modelo básico de volúmenes ligados, el modelo *chain mail* necesita de una superficie adicional para ser renderizado.

Al igual que el modelo masa-muelle, la gran ventaja del modelo chain mail es su simplicidad. Así, el comportamiento volumétrico, incluyendo una rápida propagación de la deformación y la preservación del volumen, están garantizados por la propia estructura del modelo, siendo capaz de emular un comportamiento cuasi-viscoso o plástico. Junto al comportamiento lineal y no lineal, casi cualquier comportamiento mecánico puede ser simulado. Lo que es más, incluso interacciones complejas (p.e. cortar, coser, grapar o cauterizar) pueden ser representadas de manera sencilla mediante la eliminación o adición de las correspondientes uniones entre los elementos.

De nuevo, y al igual que el modelo de volúmenes ligados simple, es la resolución de la discretización el aspecto más crítico de este modelo. Hasta ahora, el modelo chain mail sólo ha sido utilizado con éxito, para aplicaciones en tiempo real, con objetos 3D consistentes en muy pocos elementos [Gib 99].

Como el resto de modelos heurísticos, el modelo chain mail tiene un problema en la elección arbitraria de los parámetros de deformación, los que afectan de forma crítica a la estabilidad del sistema. En este caso, el margen de movimiento libre que proporciona este modelo entre los links tiene un importante efecto de amortiguación. De esta forma, el comportamiento mecánico complejo todavía se simula de forma algo aleatoria y no puede ser controlado directamente por los parámetros [Gib 99]. Otro problema se produce con los cálculos de la propagación de los desplazamientos de varios puntos de contacto simultáneos, los cuales sólo puede calcularse a un alto coste computacional adicional. El tratar con tejidos finos no homogéneos es otro problema, ya que para estos la realimentación de fuerzas no es proporcional a la profundidad de la penetración. Finalmente, al no existir tensiones asociadas a los distintos elementos, en el caso de querer simular el rasgado de un tejido, éste ocurrirá en sitios al azar más que en las zonas con tensión máxima.

Resumiendo, el atractivo de los volúmenes ligados proviene de la simplicidad de su malla y sus cálculos, además de la simplicidad con la que es posible realizar interacciones complejas. Sin embargo, mientras que mejora el carácter volumétrico y permite un comportamiento mecánico más complejo que el modelo básico masa-muelle, se paga un alto precio para alcanzar este comportamiento volumétrico, que sigue estando aun lejos de ser exacto, debido a la cantidad excesiva de datos a procesar. Esta es la razón por la que este modelo deformable no está todavía muy extendido.

2.2.4. Modelo masa-tensor.

Otra extensión volumétrica del modelo básico masa-muelle está basada en la discretización del interior del objeto deformable en tetraedros. En la aproximación directa, los puntos con masa y los muelles son posicionados en los vértices y ejes respectivos de los tetraedros [Bou 99]. El rendimiento de este modelo es comparable al modelo de volúmenes ligados básico. Mediante esta técnica diferente de discretización, no es necesaria una malla superficial adicional para renderizado. Sin embargo, la malla de tetraedros es mucho más difícil de crear y de gestionar al simular incisiones. Aun cuando se intente minimizar el número de nuevos tetraedros al cortar, el correspondiente incremento de nodos acaba siendo significativo, agravando el uso de la memoria y el tiempo de resolución del sistema [Mor 00]. Finalmente, aunque el

rendimiento del modelo no depende del reparto estocástico de los muelles internos, aunque si depende algo de la resolución de la malla, persiste el problema de la elección arbitraria de los parámetros y de las inestabilidades del sistema ocasionadas por una mala elección de éstos.

De hecho, el modelo masa-tensor proviene de las limitaciones encontradas en el desarrollo de los modelos deformables basados en elementos finitos (ver punto 2.3), discretizando el objeto deformable 3D en tetraedros [Cot 98]. Utilizando también la mecánica continua, establece algunas simplificaciones en las relaciones lineales que describen el comportamiento ante la deformación de los diferentes tetraedros: los tensores. La rigidez de cada uno de estos elementos sustituye ahora a los muelles, y son estos con los cuales se determinan las fuerzas internas f_{int}^i , que actúan en los diversos nodos oponiéndose a las deformaciones causadas por influencias externas.

En lugar de derivar una compleja descripción simultánea de correlaciones globales como lo obtenido con FEM, el modelo masa-tensor usa las mismas técnicas que los modelos masa-muelle uniendo masas en un punto y resolviendo de forma iterativa la ley del movimiento de Newton (2.1) como la ecuación que gobierna la deformación (ver punto 2.4). Por lo tanto, aun cuando se calculan con cierto rigor científico, los tensores de rigidez todavía constituyen una influencia importante en la estabilidad del sistema, es decir, en el tiempo máximo de paso para que la iteración converja. Este paso de tiempo se convierte en muy pequeño para materiales no compresibles (como los tejidos humanos). Esta es la razón por la cual una reciente mejora del modelo heurístico introduce una fuerza interna adicional, penalizando más adelante cualquier variación de los volúmenes tetraédricos durante las deformaciones [Pic 00].

El resultado es un modelo deformable que no depende de la topología de la malla, aunque si de su resolución. Exhibe un comportamiento volumétrico significativamente mejor que cualquiera de los modelos masa-muelle, así como esencialmente respeta la incompresibilidad de los tejidos y propaga las deformaciones mucho más rápidamente. Asimismo, muchos parámetros de los materiales pueden obtenerse de forma empírica, y las inhomogeneidades pueden ser consideradas fácilmente asignando diferentes parámetros a cada tetraedro. Como el relativamente costoso cómputo de los tensores se realiza antes de comenzar una simulación real, la única forma de simular el proceso de corte en tiempo real es eliminar directamente los tetraedros de la malla.

Sin embargo, en el modelo masa-tensor, las hipótesis subyacentes de elasticidad lineal, las cuales son necesarias para obtener ecuaciones simples y fácilmente resolubles, limitan el realismo físico a pequeñas deformaciones del orden del 10% del tamaño del objeto. Para mayores deformaciones (materiales hiperelásticos), la variación producida al rotar el modelo llega a ser obvia, es decir, al girar un objeto o sólo una parte de él, éste se retuerce en la dirección de rotación aumentando su volumen. Esta importante desventaja se compensa utilizando un modelo de grandes deformaciones con un tensor de tracción que sea una función cuadrática del gradiente de la deformación, por ejemplo el tensor de tracción Green-St.Venant. Sin embargo, esta mejora añade un incremento importante al coste computacional (alrededor de seis veces el tiempo de computación requerido para una malla con unos 6300 tetraedros) [Pic 00]. Para

solucionar esto, las deformaciones se calculan linealmente repitiendo los cálculos de forma no lineal sólo en las partes del órgano que son deformadas más de un cierto umbral. Así, el tiempo total de cálculo se reduce, aunque sigue siendo considerablemente alto y, por lo tanto, más lento que la aproximación puramente lineal.

2.3. Aproximaciones mecánica continua.

Una forma completamente diferente de abordar el problema de los modelos deformables consiste en basarlo directamente en las leyes de la mecánica continua, aunque estas leyes deben ser simplificadas de forma significativa para conseguir realizar sus cálculos en tiempo real. De hecho, las simplificaciones en las relaciones se obtienen asumiendo una elasticidad lineal del material con unas deformaciones pequeñas, lentas y con unas fuerzas internas despreciables como la fuerza de la gravedad. Bajo estas circunstancias, la ecuación diferencial resultante es la ecuación de Navier de segundo orden:

$$(\lambda + \mu)\text{grad}(\text{div}\mathbf{u}) + \mu\Delta\mathbf{u} = 0 \quad (2.3)$$

donde λ y μ son las constantes de Lamé del material, y \mathbf{u} es el vector desplazamiento para cada punto de objeto con respecto a su posición inicial.

No existe una solución analítica general para (2.3), por consiguiente se requiere un esquema de solución numérico, siendo las dos mejores aproximaciones conocidas el método de elementos finitos y el método de elementos de contorno.

2.3.1. Método de elementos finitos (*Finite Element method FEM*)

2.3.1.1. Relaciones básicas.

Originalmente, FEM fue desarrollado para resolver ecuaciones diferenciales para un cierto dominio dadas algunas condiciones de contorno. Para llevar a cabo esto, el dominio entero, es decir, los objetos deformables, son discretizados en un número finito de subdominios o elementos. Después, el desplazamiento, se aproxima con ecuaciones polinómicas sobre cada elemento, representándose como una función de los valores sobre los correspondientes puntos de control o nodos. Cuando se obliga a esta cantidad a ser continua sobre los elementos de contorno, una solución aproximada puede obtenerse minimizando el error inherentemente introducido sobre el contorno del dominio.

En el caso más simple, el caso lineal, el sistema de ecuaciones resultante es de la forma:

$$KU = F \quad (2.4)$$

Donde U y F son los vectores de desplazamiento y fuerza de los nodos respectivamente, y donde K es la matriz simétrica dispersa de rigidez. Esto, a su vez, se agrupa con un adecuado esquema de enumeración para los elementos finitos.

Durante la simulación, muchos nodos son libres y, por lo tanto, tienen una fuerza nula preestablecida y un desplazamiento desconocido. Los nodos que virtualmente están en contacto con un instrumento, a su vez, tienen su desplazamiento preestablecido, mientras que la fuerza resultante es desconocida. Así, F está formada casi exclusivamente de ceros, con la excepción de algunos valores desconocidos para los nodos en contacto. U , por lo tanto, está mayoritariamente formada por valores desconocidos con sólo unos pocos valores preestablecidos conocidos, aunque variables. Como consecuencia, (2.4) debe reordenarse cada vez que un conjunto de nodos cambia para agrupar todos los valores conocidos y desconocidos, de forma que U contenga el vector de valores desconocidos y F el vector de valores conocidos.

Las propiedades de K constituyen un sistema (2.4) que es relativamente sencillo de resolver. Sin embargo, el tiempo actual de resolución depende en gran medida del algoritmo empleado. Además, una aplicación en tiempo real sólo es factible con un sistema demasiado pequeño para una aplicación directa de la ecuación anterior [Bro 96][Bro 98a] en el mejor de los casos. Esta dificultad demuestra la importancia de las sustanciales simplificaciones que hay que realizar con respecto a las hipótesis acerca del comportamiento mecánico de los objetos modelados.

2.3.1.2. Elementos finitos rápidos (*Fast finite elements FFE*).

Aunque numéricamente no es lo mejor, la manera más rápida de resolver (2.4) repetidamente para el vector de valores desconocidos U y el vector de valores conocidos F , es la inversión preliminar de K antes de simular cualquier deformación, es decir, cuando el tiempo aun no es el factor que gobierna la ecuación [Bro 98a]. De esta forma, para cada vector de entrada F , sólo es necesario realizar una simple multiplicación matriz-vector

$$U = K^{-1}F \quad (2.5)$$

Sin embargo, K^{-1} ya no es dispersa. Es más, la discretización requerida del volumen entero también implica la creación de muchos nodos en el interior del objeto modelado. Aunque éstos contribuyen al comportamiento volumétrico del modelo, no tienen interés para la representación gráfica ni para la interacción mecánica. Por ello, (2.5) es mucho más grande de lo que realmente se requiere, por lo que puede realizarse una condensación del sistema a los nodos de la superficie [Bro 96].

Esta forma de resolver las ecuaciones de Navier (2.3) se denomina elementos finitos rápidos (*Fast Finite Elements FFE*) [Bro 96]. Este método es lo suficientemente rápido para permitir las simulaciones en tiempo real de un tamaño razonable, aunque requiere un precálculo de varias horas. En lo referente al realismo físico, los FFE cumplen con precisión las hipótesis preliminares del comportamiento mecánico en el que se basan. Sin embargo, estas asunciones deben ser muy restrictivas para conseguir una relación lineal. Por consiguiente, no pueden representarse correctamente deformaciones grandes o rápidas ni el comportamiento de tejidos parcialmente viscosos.

La condensación preliminar inevitablemente requiere que permanezca constante la matriz de rigidez, debido a que su modificación resulta demasiado costosa para llevarse a cabo en tiempo real. Esto implica, sin embargo, que la malla de elementos

finitos debe ser estática y que el tipo de cada nodo (desplazamiento o fuerza) es fijo durante toda la simulación. En otras palabras, cambios topológicos, como el corte, ni modificaciones sobre el área de contacto (el grupo de nodos en contacto) pueden ser considerados. Por ello, FFE realmente no es aplicable para simulación quirúrgica.

2.3.1.3. Sistemas dinámicos.

La adición de un comportamiento más dinámico con inercia de masa y disipación de energía también se ha propuesto, aunque de una manera aproximada para no alterar la simplicidad de (2.3). Para ello, la ley Newtoniana de movimiento (2.1) se vuelve a utilizar resolviéndola mediante un método de Euler implícito o semi-implícito. Sin embargo, el sistema se convierte en

$$M\ddot{U} + D\dot{U} + KU = F \quad (2.6)$$

donde los puntos indican las derivadas con respecto al tiempo, y M y D son las matrices diagonales de masa y amortiguamiento. En cuanto a los coeficientes de amortiguamiento, se supone que éstos son proporcionales a las correspondientes masas de los nodos, es decir, $D = \alpha M$.

A la hora de resolver (2.6), se han propuesto dos formas de aplicar el método de Euler para discretizar el tiempo [Bro 98a]. La aproximación explícita produce los desplazamientos de los nodos $U_{t+\Delta t}$ en el instante $t + \Delta t$, que se obtiene directamente de los anteriores como

$$U_{t+\Delta t} = \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{\Delta t} \right)^{-1} \left\{ \frac{2}{\Delta t} U_t + \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{\Delta t} \right) U_{t-\Delta t} - M^{-1} \Delta t [KU_t - F_t] \right\} \quad (2.7)$$

Este método simplemente requiere la evaluación de KU_t en el instante anterior al paso de computación actual. Este método es simple y rápido de calcular, incluso para una matriz de rigidez dispersa K . Sin embargo, los sistemas dinámicos poseen los mismos inconvenientes que los modelos masa-muelle, excepto en el hecho que los nodos interiores mejoran el comportamiento volumétrico, y el comportamiento global de los objetos modelados ya no depende de la arbitrariedad de la discretización.

En cuanto al método semi-implícito de Euler para resolver (2.6), el producto KU se evalúa en el momento $t + \Delta t$ en lugar de en el momento t . Con esto, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\hat{K}U_{t+\Delta t} = \hat{F}_t \quad (2.8)$$

donde

$$\hat{K} = K + \left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\alpha}{2\Delta t} \right) M \quad (2.9)$$

y

$$\hat{F}_t = F_t + \frac{2}{\Delta t^2} MU_t + \left(\frac{\alpha}{2\Delta t} - \frac{1}{\Delta t^2} \right) MU_{t-\Delta t} \quad (2.10)$$

Éste no es un sistema explícito como (2.7), aunque es bastante similar al sistema dinámico (2.4) el cual puede comprimirse y resolverse mediante una inversión preliminar de \hat{K} , aunque con las mismas reservas en lo referente a su viabilidad. Sin embargo, cuando el sistema dinámico no es implícito, éste puede oscilar. Así, su estabilidad depende en gran medida de la elección de un paso de tiempo Δt adecuado.

2.3.1.4. Precomputación de tensores.

Los modelos deformables más avanzados basados en FEM son mucho más flexibles que los comentados anteriormente, ofreciendo al mismo tiempo muchas de las ventajas de los otros sistemas. Estos modelos están basados en el principio de superposición [Cot 99a]. Cuando se expone un cuerpo linealmente elástico a una carga, la reacción del cuerpo (es decir, su deformación y la fuerza resultante en el punto donde se aplica la carga) se asume que es proporcional a la carga. Además, la reacción ante la aplicación de varias cargas simultáneas se asume que es idéntica a la suma de las reacciones de las correspondientes cargas individuales.

Entonces, asumiendo como consecuencia de una carga un desplazamiento unitario de cada nodo de la superficie de forma separada para las tres direcciones básicas, todas las posibles reacciones de todos los nodos de la superficie de (2.4) pueden ser precalculadas de forma progresiva. Los resultados son guardados como tensores de desplazamiento $T_{i,k}^U \in R^{3 \times 3}$, $i \neq k$ y tensores de fuerza $T_k^F \in R^{3 \times 3}$, donde $T_{i,k}^U$ expresa los desplazamientos del nodo i producidos por los desplazamientos unitarios de un único nodo restringido, k , y T_k^F expresa la reacción correspondiente al propio nodo k .

Si en cualquier momento durante una simulación, se impone un desplazamiento $\bar{U}_k \in R^3$ a un solo nodo k de la superficie, el correspondiente desplazamiento y tensor de fuerza deben ser multiplicados por \bar{U}_k para obtener los desplazamientos de los otros nodos, así como la fuerza de reacción \mathbf{P}_k al propio nodo k .

En la técnica de los tensores, la restricción de los nodos superficiales es trivial, no requiriendo una condensación adicional. Además, finalmente es posible una adaptación dinámica del tipo de cada nodo cuando hay un grupo variable de nodos de contacto. Esto puede ocurrir cuando, por ejemplo, un nuevo instrumento entra en contacto con el órgano simulado y desliza sobre la superficie. También pueden controlarse fácilmente contactos múltiples siempre y cuando no haya demasiados.

Estas ventajas hacen de este método el más práctico de las técnicas basadas en FEM propuestas hasta ahora [Cot 98]. Sin embargo, este método está basado en hipótesis de linealidad elástica. Por consiguiente, su realismo está muy limitado para

deformaciones grandes o rápidas. Lo que es más, cambios topológicos como los producidos al cortar, no pueden representarse en tiempo real dado que los tensores deben ser recalculados, lo que significa un importante coste computacional. Esto es por lo que la aplicación del principio de superposición podría ser conveniente para aplicaciones donde la geometría de los tejidos simulados no es modificada, por ejemplo en una simulación de endoscopia. Sin embargo, no es adecuado para la mayoría de las aplicaciones de simulación quirúrgica.

2.3.1.5. Otras aproximaciones.

Hasta ahora se han propuesto otros modelos deformables basados en FEM. Sin embargo, algunos no estaban enfocados a cálculos en tiempo real al haber sido diseñados para planificación preoperatoria (por ejemplo, [Kee 96]). Otros sólo varían ligeramente las aproximaciones presentadas anteriormente en el número de precálculos que realizan, siendo en general menos eficaces [Cai 01][Ber 99]. Otra aproximación sólo discretiza la superficie de los tejidos modelados, tratando éstos como una delgada membrana rellena de líquido [De 99]. Con esto, el tamaño del problema se reduce enormemente. Sin embargo, para lograr un comportamiento relativamente realista las hipótesis mecánicas no lineales son tan complejas, que el tiempo ahorrado con la reducción del tamaño del problema se pierde en el cálculo de estas nuevas hipótesis. No se conocen simulaciones en tiempo real utilizando este método.

Mientras los métodos deformables de tipo FEM intrínsecamente deben estar basados en las hipótesis lineales para lograr calcularse en tiempo real, hay algunos trabajos que han incluido características no lineales como la anisotropía de una manera aproximada. Estos cálculos deben llevarse a cabo una vez realizados los cálculos lineales, utilizando para ello curvas características [Cot 99a]. Finalmente, varias aproximaciones han trabajado en aspectos geométricos como el corte en mallas 3D utilizando modelos basados en FEM [Ser 01][Mor 00][Nie 01]. Estos modelos se concentran en el problema de cómo ajustar una típica malla de tetraedros sobre un corte arbitrario producido por unas tijeras o un bisturí. Sin embargo, a pesar de los progresos en esta área, ninguna de estas aproximaciones es apta para simulaciones en tiempo real. Esto es debido a las características intrínsecas de los modelos de tipo FEM, las cuales complican enormemente los cambios topológicos arbitrarios durante la simulación.

2.3.2. Método de elementos de contorno (Boundary Element Methods BEM).

El último modelo deformable independiente está basado en un método mucho menos conocido, el método de elementos de contorno (Boundary Element Methods BEM) [Mon 97][Mei 01][Mon 01]. Como FEM, estos métodos se desarrollaron para resolver de forma aproximada ecuaciones diferenciales. Sin embargo, estos métodos usan las soluciones fundamentales que cumplen la correspondiente ecuación diferencial dentro del dominio. Así, se reducen los problemas de valor de contorno a precisamente el límite de estos dominios. A efectos prácticos, esto significa que sólo la superficie de un objeto debe ser discretizada en parches o elementos de contorno. De esta forma, el modelo automáticamente coincide con los algoritmos de renderizado más comunes, los cuales utilizan mallas superficiales triangulares de los cuerpos geométricos a representar (ver Fig. 2.6). Con ello, no se requiere de ninguna representación adicional del

contorno, ni es necesaria una compleja discretización del interior del cuerpo. Además, la dimensión del problema se reduce en uno. Sin embargo, la descripción matemática es mucho más compleja, y cada nodo de la malla del contorno tiene una influencia directa sobre el resto de nodos.

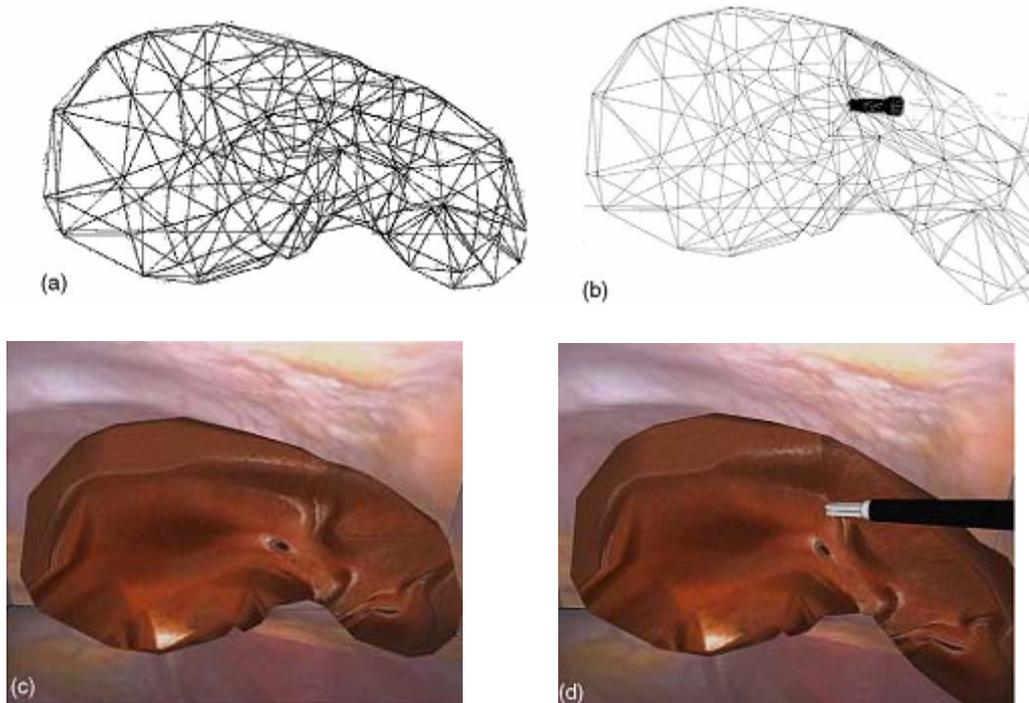


Fig. 2.6: Deformación de un hígado modelado con el método de elementos de contorno (aproximadamente 250 nodos): (a) Vista del modelo en alámbrico del hígado en reposo; (b) Vista del hígado deformado en alámbrico; (c) Renderizado del hígado sin deformar; (d) Renderizado del hígado deformado.

En el caso más simple, el caso lineal, se obtiene,

$$\mathbf{HU}=\mathbf{GP} \quad (2.11)$$

como el sistema de ecuaciones resultante, dónde las matrices de influencia \mathbf{H} y \mathbf{G} son mucho más pequeñas que la matriz de rigidez \mathbf{K} en el caso de los FEM. Sin embargo, en general, son matrices densas y no poseen una propiedad favorable como la simetría, que podría tomarse como una ventaja para dar una solución más simple. \mathbf{U} y \mathbf{P} , a su vez, son los vectores de desplazamiento y tracción (o fuerza de la superficie) respectivamente. Al igual que antes, \mathbf{U} principalmente está formada por valores desconocidos salvo los nodos de contacto, para los que se define un desplazamiento \mathbf{U}^* . \mathbf{P} , por el contrario, mayoritariamente está formada por ceros, con la excepción de los valores desconocidos en los nodos de contacto. Esto significa que (2.11) tiene que ser reordenado cada vez que el grupo de nodos de contacto (con desplazamiento \mathbf{U}^* definido) cambia, con el fin de agrupar los valores conocidos y desconocidos.

Como en el caso de los FEM, la manera más rápida de resolver la ecuación anterior repetidamente para un vector de valores conocidos \mathbf{U}' y un vector variable, \mathbf{U}^* conocido, es mediante la inversión preliminar de la matriz reordenada \mathbf{H}' antes de la simulación actual, por consiguiente:

$$\mathbf{U}' = \mathbf{H}'^{-1} \mathbf{U}^* \quad (2.12)$$

En general, esta ecuación es comparable al sistema comprimido obtenido con la aproximación de los elementos finitos rápidos descritos con anterioridad. Por consiguiente, la aproximación BEM es tan robusta y rápida como FEM. Además, ambas técnicas provienen de las mismas hipótesis elásticas, por lo que su realismo está igualmente limitado para deformaciones grandes y rápidas.

Sin embargo, BEM tiende a dar resultados más exactos aún que FEM, en particular para los picos de fuerza como los creados por las puntas del instrumental quirúrgicos. La mayor diferencia con respecto a FEM es el hecho que \mathbf{H}' se ha obtenido de \mathbf{H} y \mathbf{G} simplemente por el intercambio de columnas, y no por complejos algoritmos de condensación o precomputación de tensores. Así, siempre que cambia el grupo de nodos restringidos, sólo se modifican algunas columnas de \mathbf{H}' , y la adaptación de \mathbf{H}'^{-1} es posible en tiempo real con la ayuda de la formula de Woodbury [Pre 92]. Lo mismo ocurre ante cambios topológicos, en este caso la matriz debe ser ampliada para considerar los nuevos nodos adicionales. Así, pueden representarte las incisiones locales con un esfuerzo computacional razonable.

Finalmente, se logra un comportamiento cuasi-viscoso manipulando el estado de deformación estático calculado como el estado objetivo. Las posiciones actuales de los nodos r_t^i son determinadas como una interpolación entre las posiciones anteriores $r_{t-\Delta t}^i$ y la posición objetivo \tilde{r}_t^i como

$$r_t^i = r_{t-\Delta t}^i + (\tilde{r}_t^i - r_{t-\Delta t}^i) e^{-\alpha(d^i/\Delta t)} \quad (2.13)$$

donde d^i es la distancia al nodo de contacto más cercano, para el cual su desplazamiento está definido, y Δt es el tiempo transcurrido desde la última vez que se calculó el estado de deformación. El parámetro heurístico α determina la velocidad con la que el objeto deformable llega al estado destino. Así, los nodos de contacto alcanzan inmediatamente sus posiciones destino, mientras que los otros nodos requieren de más tiempo para alcanzar el estado destino. Esta extensión heurística de elementos de contorno estáticos obtiene resultados satisfactorios en cuanto a velocidad y al realismo mecánico. Sin embargo, estos resultados son satisfactorios sólo si los objetos modelados no son cóncavos. En el caso de ser cóncavos, el cómputo de las distancias d^i debe recalcularse cada vez que el grupo de nodos en contacto cambia, algo bastante laborioso.

2.4. Modelo híbrido.

El último modelo deformable desarrollado hasta la fecha realmente no es un método independiente, sino una combinación de dos de los modelos presentados anteriormente. Hace uso del hecho que el modelo masa-tensor se desarrolló comenzando desde una aproximación de los elementos finitos, es decir, de los mismos tipos de malla de tetraedros [Cot 98][Cot 99b]. Así, mientras que las técnicas basadas en

FEM se caracterizan por su velocidad y robustez, aunque también por su falta de flexibilidad topológica y falta de realismo ante grandes deformaciones, el modelo masa tensor, a su vez, es más lento y menos estable pero permite un comportamiento no lineal, e incluso es posible cortar, aunque sólo eliminando elementos completos.

Por consiguiente, al limitar el área donde puede esperarse un corte en un órgano durante una simulación, esta parte puede ser modelada mediante un modelo masa-tensor que tolera este tipo de intervención. El resto del órgano puede ser modelado con la aproximación de precomputación de tensores para optimizar el tiempo de cómputo. La interfaz entre ambos modelos se diseña para cumplir el hecho que, el método basado en FEM sólo soporta desplazamientos como condiciones de contorno. Los desplazamientos de los nodos compartidos por ambos modelos se imponen por el modelo masa-tensor que, a su vez, recibe las fuerzas resultantes como entrada.

Mientras que las propiedades generales de cada técnica se conservan, el rendimiento computacional global de esta aproximación es comparable a un modelo masa-tensor acelerado. Para ser eficaz, sin embargo, la región asociada al modelo FEM debe ser más de la mitad del órgano. Así, la preselección de las secciones donde se realizarán y no se realizarán los cortes debe ser repetida para cada escenario. Lo que es más, hoy en día la preselección debe realizarse a mano por los nodos interiores. En resumen, en la práctica esta aproximación es ineficiente.

2.5. Comparativa.

Ninguno de los modelos deformables presentados posee simultáneamente todas las características requeridas en simulación quirúrgica. Estas características son la velocidad, la robustez, el realismo fisiológico y la flexibilidad topológica. En este punto se realiza una comparativa más profunda, aunque ésta es una tarea difícil, dado que sólo se han publicado datos limitados sobre el rendimiento de cada modelo.

Para realizar una comparativa más sistemática, primero se detallará una lista con las características a ser consideradas, así como su respectiva importancia. En lo que a computación se refiere, la velocidad y la robustez son las características más importantes. Además, se considerará la cantidad de datos manejados por cada modelo, es decir, la dimensión del sistema de ecuaciones y el incremento de los datos por posibles precálculos.

El aspecto topológico más importante de un modelo deformable es su capacidad de respuesta ante modificaciones de la malla como las que se producen al cortar. Además, la velocidad del modelo se ve afectada por el renderizado de la malla y por sus dimensiones. También se considerará el esfuerzo de creación de la malla del objeto a simular, dado que no hay ninguna técnica totalmente automática para crear una malla para todos los tipos de estructuras anatómicas a partir de las imágenes médicas, y la creación de una malla apropiada requiere aún de una cantidad de esfuerzo considerable.

El realismo biomecánico comprende una serie de aspectos generales de las deformaciones, por ejemplo, consistencia ante los movimientos del instrumental, inmediatez de la respuesta, y globalidad de la reacción. Por ello, incompresibilidad,

posibilidad de representar grandes deformaciones y comportamiento dinámico (viscoelasticidad) se han tenido en cuenta. Para finalizar, el número de parámetros que controlan el comportamiento de la deformación es importante, así como la manera en la que éstos se determinan y si influyen en la estabilidad del sistema de ecuaciones.

| | Peso | Splines Deformables | Masa- Muelle | Volúmenes Ligados | Masa- Tensor | Modelo híbrido | PreComp. Tensores | BEM |
|-------------------------------|-----------|------------------------|-----------------|----------------------|-----------------|-------------------|----------------------|-----------|
| Computación | | | | | | | | |
| Velocidad | 7 | 3 | 6 | 6 | 3 | 4 | 7 | 5 |
| Robustez | 5 | 3 | 2 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| Precálculos | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Dimensión Sist. Eq. | 1 | 0 | 1 | 1 | 0.5 | 0.5 | 1 | 1 |
| Total | 15 | 8 | 11 | 13 | 8.5 | 9.5 | 13 | 11 |
| Topología | | | | | | | | |
| Flexibilidad (cortes) | 6 | 3 | 5 | 5 | 3 | 2 | 0 | 4 |
| Renderizado | 5 | 3 | 5 | 3 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Dimensión Malla | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| Adquisición datos malla | 2 | 1 | 2 | 1.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 2 |
| Total | 15 | 8 | 14 | 10.5 | 9.5 | 8.5 | 6.5 | 13 |
| Realismo | | | | | | | | |
| Biomecánico | | | | | | | | |
| Comportamiento deformación | 4 | 1.5 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| Mantenimiento Volumen | 4 | 3 | 3 | 4 | 4 | 3 | 0 | 1 |
| Grandes deformaciones | 3 | 0 | 0 | 3 | 4 | 3 | 2 | 2 |
| Dinámicas | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 |
| Determinación parámetros | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 |
| Total | 15 | 5.5 | 8 | 12 | 14 | 11 | 7 | 9 |
| TOTAL | 45 | 21.5 | 33 | 35.5 | 32 | 29 | 26.5 | 33 |

Tabla 2.1. Comparativa entre los modelos deformables.

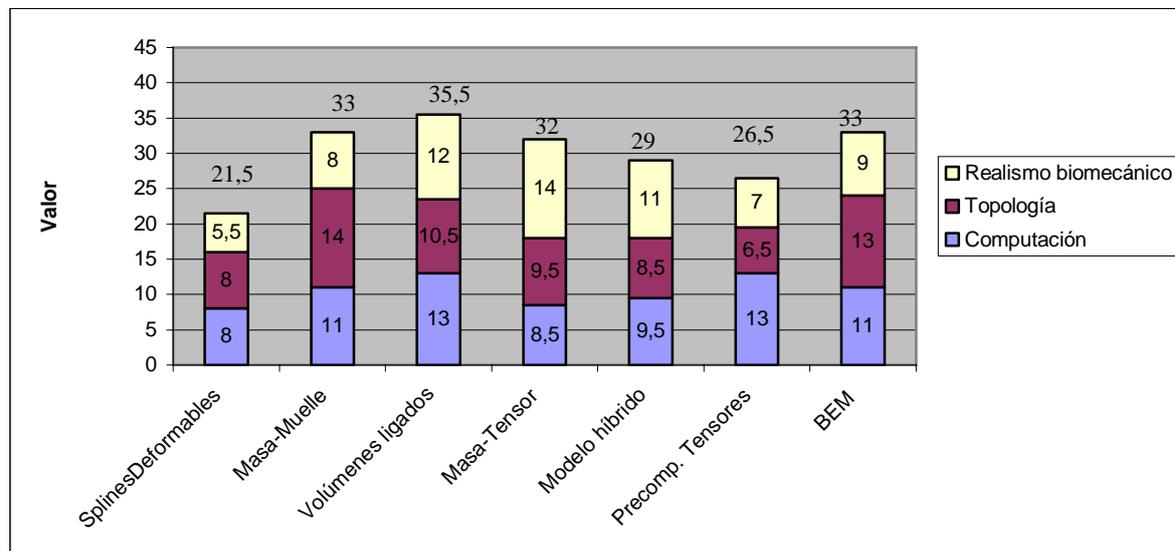


Fig. 2.7: Gráfico comparativo entre los modelos deformables

De la comparativa presentada en la *Tabla 2.1*, que puede verse representada gráficamente en la *Fig. 2.7*, parece claro que no hay un modelo mucho mejor que el resto, aunque hay cuatro modelos que destacan y cuyos resultados globales pueden ser comparables. Dependiendo del rasgo sobre el que se quiera enfatizar, un modelo puede ser preferible a otro. Por ejemplo, el modelo Masa-muelle ofrece la mejor flexibilidad topológica y simplicidad de renderizado. El modelo masa-tensor combina un buen comportamiento volumétrico y un gran realismo ante grandes deformaciones. Aunque quizás si podría decirse que el modelo basado en volúmenes ligados es el más compensado sin ser el mejor en todos los parámetros medidos.

Sin embargo, esta comparativa no refleja la complejidad de los diferentes modelos. Por ejemplo, la superficie triangular requerida por los modelos BEM y Masa-muelle es relativamente fácil de crear y modificar, mientras que el modelo Masa-tensor requiere una compleja malla de tetraedros. En cuanto al sistema de ecuaciones, el sistema del modelo Masa-muelle es el más sencillo de crear, mientras que el modelo BEM requiere unos precálculos más complejos.

2.6. Conclusiones.

En la actualidad, aun no existe un modelo deformable óptimo que cumpla con todos los requisitos de la simulación quirúrgica. Los modelos existentes dan énfasis a un aspecto en detrimento de los otros. Así, básicamente, la simplicidad y el pequeño tamaño de la malla de los modelos Masa-muelle y su correspondiente sistema de ecuaciones, hacen de este modelo deformable el más ampliamente utilizado en las

aplicaciones de simulación quirúrgica. Este modelo ha tenido éxito incluso en el modelado de interacciones complejas por su simplicidad a la hora de implementarse.

Sin embargo, la comparativa anterior está basada en el rendimiento que se obtiene con las configuraciones hardware disponibles en la actualidad. En el futuro se espera que la potencia de cálculo de los ordenadores, al igual que la memoria de éstos, se incremente enormemente. Esta capacidad adicional no sólo se utilizará para incrementar la complejidad de los escenarios quirúrgicos, también servirá para incrementar el realismo de los modelos deformables. Sin embargo, los modelos que actualmente se consideran los mejores no tienen un gran margen de mejora. El modelo Masa-muelle prácticamente ha llegado a su máxima capacidad. La técnica de volúmenes ligados tiene grandes posibilidades de convertirse en la aproximación más ampliamente utilizada dado que ofrece grandes posibilidades de mejorar su comportamiento volumétrico.

Igualmente, técnicas más complejas como el modelo Masa-tensor o las aproximaciones de mecánica continua, deberán ofrecer un mejor rendimiento que el modelo Masa-muelle o el modelo basado en volúmenes ligados para que el esfuerzo extra requerido merezca realmente la pena. Probablemente, el mayor potencial esté en el modelo basado en BEM, dado que la malla que requiere es tan simple como la requerida por el modelo Masa-muelle. Sin embargo, su futuro depende enormemente de su capacidad para superar la actual restricción de linealidad, la cual afecta al realismo ante grandes deformaciones. A la larga, sin embargo, se espera que los métodos basados en mecánica continua puedan simular de forma precisa la deformación del tejido humano en simulación quirúrgica.

2.7. Resumen.

Uno de los objetivos actuales de los gráficos por computador es la incorporación de comportamiento dinámico a los objetos virtuales añadiéndoles propiedades físicas. Dentro de los posibles campos de aplicación son los sistemas de realidad virtual, principalmente en sistemas de simulación quirúrgica. En gráficos por computador, los modelos utilizados para la construcción de objetos con comportamiento deformable se conocen como *modelos deformables*. Éstos poseen dos características en conflicto: interactividad y comportamiento realista. En los diferentes modelos deformables desarrollados hasta la fecha se hace hincapié en una de esas características (normalmente la interactividad) en detrimento de la otra (realismo biomecánico). Los modelos deformables pueden clasificarse en dos grupos principales: aproximaciones heurísticas y aproximaciones basadas en mecánica continua.

Las aproximaciones heurísticas se basan en la hipótesis que los métodos clásicos de cómputo relativamente exacto, como los métodos de elementos finitos, son demasiado complejos para su funcionamiento en aplicaciones en tiempo real.

Las aproximaciones basadas en mecánica continua, aunque asumen que simular el comportamiento biomecánico de tejidos es demasiado complejo y, por tanto, demasiado lento para ser aplicada de forma escrupulosa dada la potencia de cálculo de

los ordenadores actuales, optan por una simplificación adecuada de las hipótesis del comportamiento mecánico de los objetos.

Sin embargo, en la actualidad aun no existe un modelo deformable óptimo que cumpla con todos los requisitos de la simulación quirúrgica.

CAPÍTULO 3

EL MODELO BASADO EN UN SISTEMA DE PARTÍCULAS

3.1. Introducción.

Dentro del grupo de investigación MedICLab se lleva trabajando desde hace varios años en el desarrollo de un simulador quirúrgico para el entrenamiento en cirugía laparoscópica: GeRTiSS, *Generic Real Time Surgery Simulator* [Mon 03] (ver *Fig. 3.1*). El simulador dispone de una serie de ejercicios básicos. Con estos ejercicios, los médicos se familiarizan con el uso del instrumental quirúrgico específico de laparoscopia. Tras esos escenarios básicos el médico se enfrenta a unos escenarios complejos, en los que se simula una operación real: la colecistectomía laparoscópica (extracción de la vesícula biliar). Para simular el manejo del instrumental utilizado en la cirugía laparoscópica, GeRTiSS dispone de unas interfaces hápticas con las que se pueden simular los movimientos que realiza el instrumental dentro del cuerpo humano. Estas interfaces están disponibles con realimentación de fuerzas (sensación táctil) o sin ella (ver *Fig. 1.12*).

El simulador quirúrgico desarrollado por el MedICLab dispone de dos modelos deformables implementados. El primer modelo es un modelo heurístico Masa-Muelle, en concreto el algoritmo basado en mallas simples tipo 2 (o T2Mesh) [Del 94a]. El segundo modelo pertenece a los métodos de mecánica continua, en concreto es un método de elementos de contorno (BEM) [Mon 01]. Como se ha comentado en el capítulo anterior, estos dos modelos parten de dos filosofías opuestas. El modelo T2Mesh es un modelo superficial que busca la simplicidad y rapidez de cálculo en lugar de un comportamiento realista. Por el contrario, el modelo BEM es un modelo volumétrico que busca un comportamiento realista a costa de un mayor coste de cálculo.

Como se comenta en el punto 2.2.2, el modelo T2Mesh, al ser un modelo masa-muelle, define una serie de puntos (nodos) en la superficie de un objeto, a los cuales se asignan masas. Estos nodos se conectan con muelles lineales que sirven como almacén de energía, oponiéndose, de este modo, a las deformaciones. El sistema de ecuaciones resultante es relativamente pequeño y, por lo tanto, rápido de solucionar. No obstante, también es iterativo y, como consecuencia, oscilante dependiendo de los períodos de tiempo y los parámetros elegidos para las masas y los muelles. Además, estos parámetros, al ser heurísticos, son difíciles de determinar directamente dada la pequeña relación entre modelo y realidad.

Por el contrario, como se comenta más a fondo en el punto 2.3.2, el modelo BEM pertenece a los tradicionales métodos mecánicos, aunque es algo menos conocido. Matemáticamente, los métodos de elementos de contorno (BEM) son semejantes a los FEM. De hecho, bajo algunas hipótesis, produce un resultado prácticamente idéntico al de los modelos basados en FEM. Sin embargo, los BEM transfieren la influencia del interior de un objeto a su superficie, por lo que se evita una discretización del interior y una condensación posterior como la que se realiza con los FEM. Sin embargo al igual que los FEM tiene un mayor coste computacional que los modelos masa-muelle.

Las pruebas realizadas con los dos modelos implementados confirman, en general, lo comentado en la comparativa del punto 2.5. En la *Tabla 3.1* pueden verse resumidos los pros y contras de ambos modelos.

| | Pros | Contras |
|---------------|--|--|
| T2Mesh | <ul style="list-style-type: none"> - Rápido de calcular. - Cambios topológicos fácilmente realizables. | <ul style="list-style-type: none"> - Parámetros deformación sin correspondencia directa con las características físicas del objeto. - Algo inestable dependiendo de los parámetros de deformación. - Propagación de la deformación lenta (efecto chicle). - Modelo no volumétrico. |
| BEM | <ul style="list-style-type: none"> - Basado en parámetros físicos reales. - Con un comportamiento similar a FEM, aunque más rápido al considerar sólo la superficie del objeto. - Comportamiento volumétrico. - No requiere discretización del volumen del objeto, sólo la superficie. | <ul style="list-style-type: none"> - Más lento que T2Mesh. - Cambios topológicos, aunque realizables en teoría, difíciles en la práctica. |

Tabla 3.1. Características principales de los modelos T2Mesh y BEM..

Partiendo de este estado del simulador, se meditó qué se podría hacer para mejorar su comportamiento general. Aunque con ambos modelos se pueden obtener buenos resultados (dependiendo del tipo de escenario, un modelo u otro es el más adecuado), ambos tienen carencias importantes. Por ello se decidió implementar un nuevo modelo que intente paliar, en la medida de lo posible, las carencias de los modelos ya implementados, intentando unir sus ventajas. En esta tesis se ha desarrollado un nuevo modelo deformable: ParSys. El elegido es un modelo deformable basado en sistemas de partículas. Los sistemas de partículas entran dentro de la categoría de los modelos deformables basados en volúmenes ligados. Aunque en un principio estos modelos están catalogados dentro de los métodos heurísticos, veremos que es posible (dependiendo del método utilizado para el cálculo de la fuerza interna del objeto) utilizar parámetros físicos reales del objeto.

En esta tesis se definieron una serie de propiedades que debía poseer el modelo:

1. El modelo tendrá un comportamiento volumétrico.
2. La velocidad de cálculo primordial, por encima de la precisión.
3. El modelo permitirá realizar cambios topológicos, en concreto el corte.
4. El modelo utilizará una malla triangular superficial de visualización, sin información sobre su estructura interior. A partir de esa malla se generará el sistema de partículas encargado de su deformación.

En los siguientes puntos se presenta más a fondo el funcionamiento general del nuevo modelo deformable ParSys.

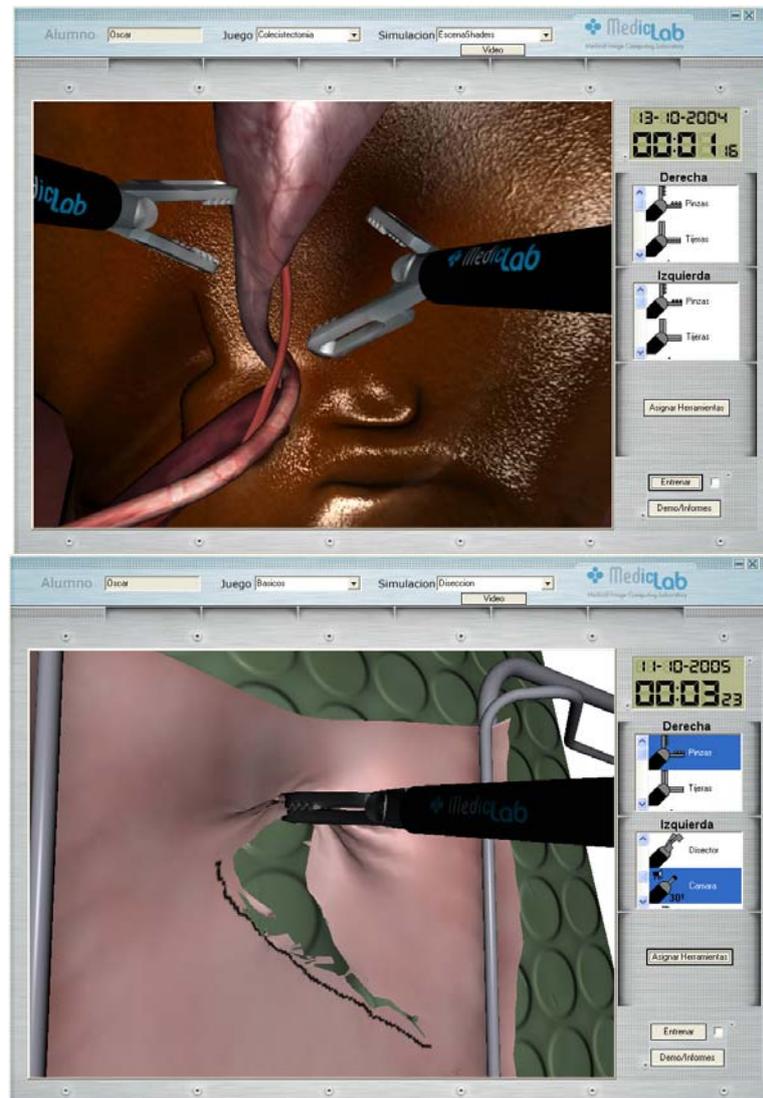


Fig. 3.1: Escenarios de Simulación Quirúrgica: Escenario complejo de colecistectomía (arriba) y Escenario simple (abajo).

3.2. Descripción del modelo ParSys.

3.2.1. Introducción.

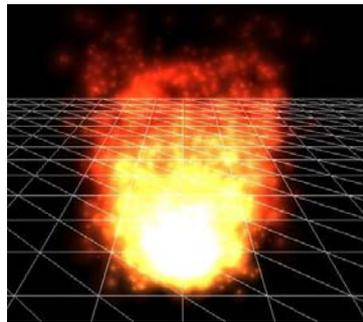
Normalmente, el término sistemas de partículas, dentro del ámbito de la informática gráfica, se aplica a una técnica que permite la simulación de ciertos fenómenos que de otra forma son difícilmente reproducibles mediante técnicas de renderizado convencional. Ejemplos de fenómenos que son normalmente realizados con sistemas de partículas son el fuego, las explosiones o el humo. En la Fig. 3.3 pueden verse algunos ejemplos de sistemas de partículas.



(a)



(b)



(c)

Fig. 3.3: Ejemplos de usos de sistemas de partículas: a) Simulación de fluidos; b) Simulación de humo; c) Simulación fuego.

En estos sistemas de partículas no suelen existir relaciones entre las propias partículas, siendo consideradas como elementos individuales que son afectados por una serie de fuerzas externas. En el caso del sistema de partículas de ParSys, sí existe una relación entre las partículas del sistema, por lo que hay necesidad de crear conexiones entre las mismas. Estas relaciones determinan las fuerzas internas que deberán aplicarse al modelo y son las que permitirán al modelo recuperar su forma original.

En ParSys, una partícula es una estructura bastante simple que tan sólo contiene una serie de parámetros necesarios para los distintos cálculos a realizar por frame. Los parámetros de un objeto partícula quedan reflejados en la *Tabla 3.2*.

El funcionamiento general de ParSys puede dividirse en dos fases principales: Preproceso y cálculos por frame.

Los cálculos dentro de la fase de preproceso en Parsys consisten principalmente en dos, la generación del sistema de partículas y la asociación de los vértices de la malla de visualización con el sistema de partículas generado. Esta asociación permite deformar la malla triangular tal y como se deforma el sistema de partículas.

Los cálculos por frame, principalmente, son cuatro:

- Calcular restricciones debidas a las colisiones con el modelo deformable.
- Calcular las fuerzas que actúan sobre cada partícula (Fuerzas internas + Fuerzas externas).
- Deformar el modelo según las fuerzas calculadas.
- Mover la malla triangular tal y como se lo indique la deformación del modelo.

| <i>Partícula</i> | |
|------------------------------|--|
| <i>Parámetro</i> | <i>Descripción</i> |
| <i>Posición</i> | Coordenadas x,y,z con la posición espacial de la partícula. |
| <i>Posición anterior</i> | Coordenadas x,y,z con la posición espacial de la partícula en el frame anterior. |
| <i>Velocidad</i> | Velocidad calculada de la partícula. |
| <i>Fuerza</i> | Fuerzas que actúan sobre la partícula. |
| <i>Masa</i> | Masa de la partícula. |
| <i>Radio</i> | Radio de la partícula. |
| <i>Partículas conectadas</i> | Lista de partículas con las que se encuentra conectada la partícula. |

Tabla 3.2. Parámetros de un objeto partícula.

3.2.2. Preproceso.

Los cálculos de preproceso en ParSys son bastante sencillos. ParSys recibe como entrada un modelo 3D, en la forma de una malla superficial triangular. El modelo debe poseer toda la información por vértice necesaria para una mejor visualización (coordenadas UV, Tangentes, Normales, etc.), ya que ParSys se encargará de mantener esa información actualizada cuando se produzcan cambios topológicos. Junto a esa información de malla, es necesario incluir tres valores que definen la resolución máxima que podrá tener el sistema de partículas. Con esta información el sistema se guarda todos los datos de la malla y genera el sistema de partículas encargado de gobernar la deformación. El proceso es sencillo y rápido. El primer paso consiste en obtener una caja que envuelva el modelo 3D. Para ello simplemente hay que obtener las coordenadas máximas en X, Y, Z del modelo. Una vez obtenida la caja el siguiente paso consiste en subdividir esa caja en tantos cubos como la resolución máxima deseada. El centro de cada uno de esos cubos será la posición inicial de una posible partícula que puede contener el sistema. Para cada uno de esos pequeños cubos se comprueba si su centro se encuentra dentro del modelo 3D. En caso afirmativo, esa partícula es activada y formará parte del sistema de partículas. Este proceso inicial se explica de forma mucho más gráfica en la Fig. 3.4.

Una vez creadas todas las partículas, el siguiente paso es crear las conexiones entre ellas. Las conexiones se crean para cada partícula y sus vecinos más cercanos. En 2D (ver Fig. 3.5) cada partícula se conectaría con sus vecinos izquierdo, derecho, arriba y abajo, así como con sus 4 vecinos diagonales. En 3D además se conectan con las nueve partículas traseras y nueve delanteras más cercanas. En total se crean 26 conexiones para cada partícula,.

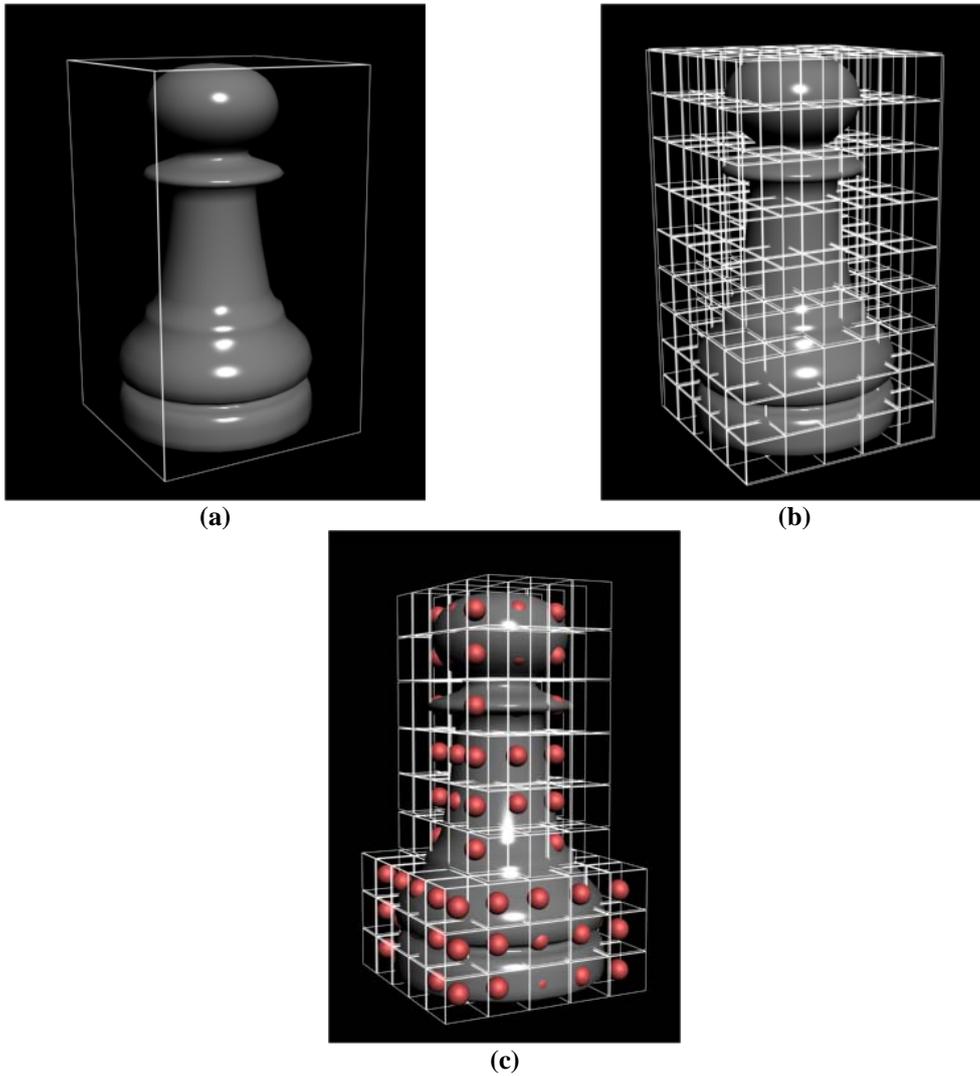


Fig. 3.4: Pasos en la generación de un sistema de partículas a partir de un modelo triangular 3D: a) Caja que engloba el modelo 3D a procesar; b) Subdivisión de la caja según la resolución deseada; c) Partículas obtenidas

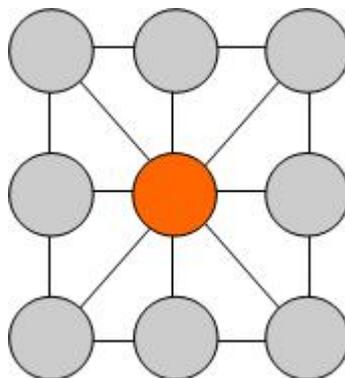


Fig. 3.5: En 2D, conexiones entre partículas.

Otro de los procesos que se realiza dentro de los precálculos consiste en asociar cada uno de los vértices del modelo 3D al sistema de partículas, para así poder deformar la malla correctamente. Se probaron diversos métodos para conseguir esa asociación.

Inicialmente se intentaron unas asociaciones 1 a 1 (partícula-vértice) y 1 a muchos (1 vértice-varias partículas ponderando por distancia), aunque se vio que ambos métodos tenían algunos problemas importantes. La asociación 1 a 1 se genera de forma directa buscando la partícula más cercana a cada uno de los vértices, desplazando los vértices con el mismo vector desplazamiento que sus correspondientes partículas. Aunque este método es realmente muy rápido de calcular, tiene principalmente dos problemas. El primer problema es que la deformación, a veces, no es suave, apareciendo algunos picos debido a que dependen solamente del movimiento de una partícula. El segundo problema es bastante más grave: al sólo tener en cuenta el vector desplazamiento de la partícula, no se consideran las posibles rotaciones sufridas por el sistema de partículas, es decir, si el sistema gira, el movimiento de los vértices no tiene en cuenta ese giro, sino simplemente el desplazamiento de las correspondientes partículas, produciéndose artificios en el modelo 3D deformado (ver *Fig. 3.6*).

La asociación 1 a muchos mejora sustancialmente la visión del modelo 3D deformado, al depender la posición de cada uno de los vértices del desplazamiento ponderado de varias partículas. Sin embargo el segundo problema, el problema del giro, persiste. Además este proceso es algo más lento, dependiendo del número de partículas de las que depende cada vértice.

En vista de los inconvenientes de ambas soluciones se buscó un nuevo enfoque al problema. La solución se encontró finalmente en la generación de un conjunto de voxels, que vienen definidos por las propias partículas del sistema. Esto es, el sistema se subdivide en voxels formados por ocho partículas vecinas, formando pequeños cubos (ver *Fig. 3.7*). Una vez generados esos voxels, cada vértice es asociado al voxel más cercano. La posición del vértice tras la deformación del modelo se calcula con respecto a la posición y orientación del voxel correspondiente. En el siguiente punto se explica más a fondo todo este proceso.

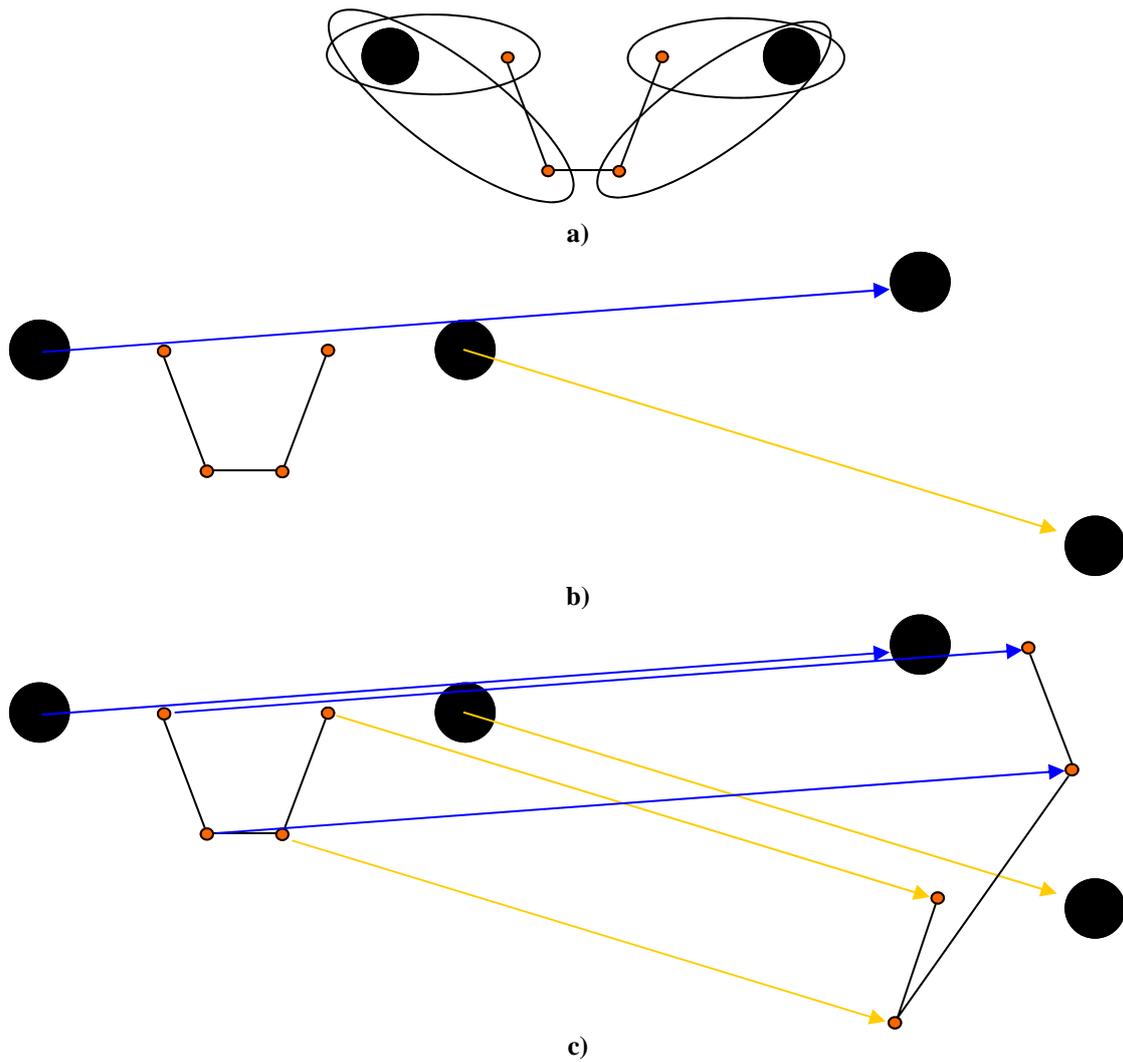


Fig. 3.6: Artificios producidos al mover los vértices de un modelo 3D con una asociación 1 a 1 de un sistema de partículas girado: a) Partículas (en negro) y vértices (rojo) asociados a cada partícula; b) Movimiento producido en las partículas; c) Resultado de mover los vértices siguiendo el vector de movimiento de las partículas.

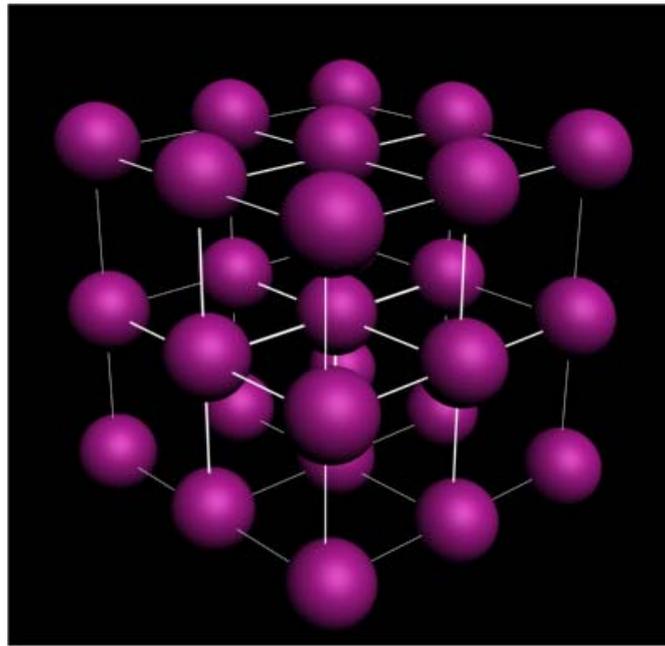


Fig. 3.7: Voxels a partir de un sistema de partículas.

3.2.3. Cálculos por frame.

Una vez inicializado el sistema, el modelo deformable ya está listo para responder a las interacciones producidas por la acción de fuerzas externas, en este caso particular, por el instrumental del simulador quirúrgico. Cada frame, el modelo deformable recibe la información con las colisiones que se han producido contra él. A partir de esas colisiones, el modelo calcula las partículas que se ven afectadas y las mueve en respuesta a esas colisiones, aplicándoles una restricción de movimiento en la dirección contraria a la superficie que produjo la colisión. En ese momento se pueden realizar los cálculos de fuerzas que se aplican sobre cada una de las partículas. Además, las partículas pueden tener asociadas una serie de restricciones que deben satisfacerse en todo momento como, por ejemplo, las restricciones de movimiento impuestas por las colisiones. El siguiente paso consiste en calcular la deformación del modelo a partir de las fuerzas calculadas y las velocidades que las propias partículas llevan acumuladas. El último paso consiste en mover los vértices del modelo triangular a partir de las deformaciones producidas en el sistema de partículas.

3.2.3.1. Colisiones y respuesta a colisiones.

El cálculo de las colisiones entre objetos 3D es un campo complejo y que bien valdría la realización de una tesis completa sobre él. Los modelos deformables, normalmente, no se encargan de calcular las colisiones, y reciben los datos de la colisión de un módulo especialmente diseñado para ello. Genéricamente, el módulo de colisiones suele dar información de triángulos o vértices del modelo colisionados y, en algunos casos, puede además dar información sobre la forma de la superficie que ha penetrado el objeto deformable. Dado que dentro de los objetivos de esta tesis no se incluye implementar un modelo de detección de colisiones, se decidió simplemente ampliar el cálculo de colisiones ya implementado en el simulador quirúrgico GeRTiSS.

GeRTiSS dispone de un cálculo de colisiones entre primitivas, en concreto cajas orientadas (OBB Oriented Bounding Box) para el instrumental quirúrgico, y las propias mallas triangulares de los objetos deformables. Como respuesta a las colisiones daba información sobre triángulos y vértices colisionados del modelo deformable, así como el vector movimiento y la forma del objeto que colisionó contra la malla. Aunque este módulo de colisiones era posible utilizarlo directamente con ParSys, éste no era el más óptimo. Utilizar este sistema exigía hacer corresponder las colisiones de los distintos vértices y triángulos del modelo triangular con las partículas del modelo deformable. Por ello se optó por extender el sistema de detección de colisiones. Se implementaron esferas como nuevas primitivas con las que definir el instrumental quirúrgico, manteniendo las ya existentes cajas orientadas. Para el modelo deformable se añadió la posibilidad de ser definido como una jerarquía de esferas [Dou 04], siendo el máximo nivel de refinamiento de las esferas, en el caso de ParSys, las propias partículas del modelo deformable (ver *Fig. 3.8*). Este nuevo sistema es mucho más eficiente computacionalmente que la colisión contra una malla triangular y además, para el caso particular de ParSys, las colisiones indican directamente las partículas implicadas.

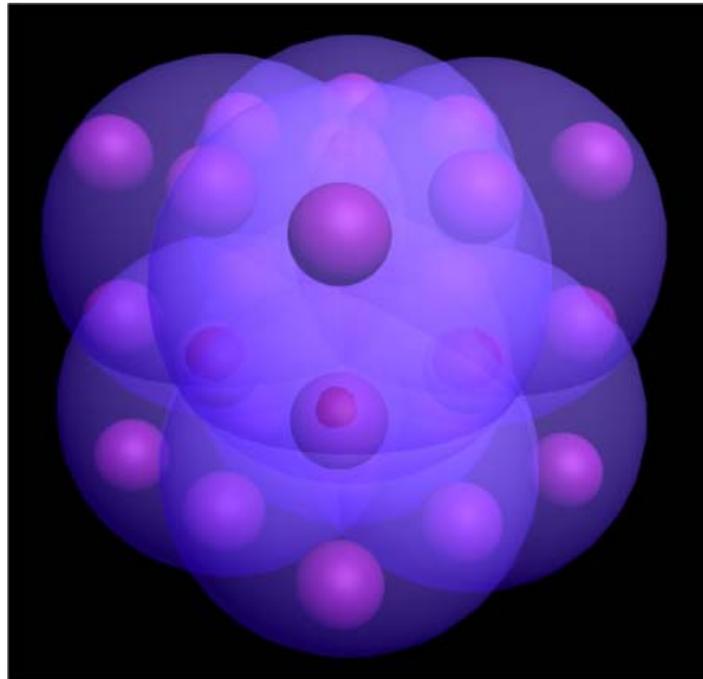
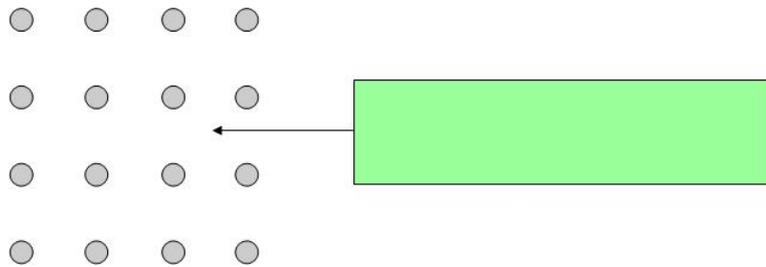


Fig. 3.8: Creación de una jerarquía de esferas a partir del modelo ParSys, en particular de dos niveles: en azul el primer nivel de la jerarquía, que incluye ocho partículas cada una; en rosa las propias partículas como segundo nivel.

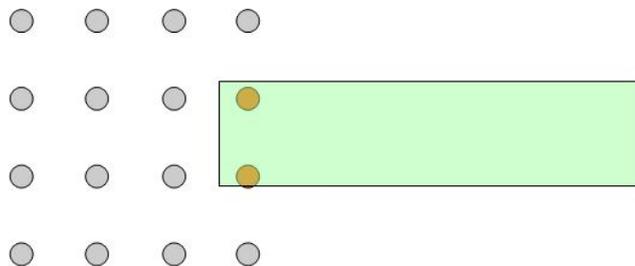
Una vez calculadas las colisiones, se crean unas estructuras con la información necesaria para poder tratar esas colisiones. En estas estructuras se almacena la información del objeto que ha ocasionado la colisión (el instrumento que la originó), una restricción en el movimiento para la partícula colisionada y un vector con la dirección de movimiento que siguió el instrumento. La restricción de movimiento puede ser un plano en el caso de haber colisionado contra una caja, o bien una esfera definida por un centro y un radio.

Con esta información proporcionada por las colisiones, el modelo deformable

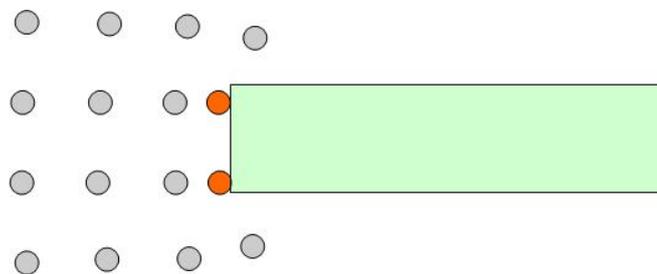
desplazará las partículas de forma que queden fuera del instrumento, tomando como referencia el vector con la dirección de movimiento del instrumental (ver Fig. 3.9). La restricción de movimiento se añade como una restricción que se aplicará sobre la partícula afectada. Esta restricción se utiliza cuando se calcula la dinámica del sistema de partículas, al calcular el desplazamiento de la partícula a partir de las fuerzas por las que se ve afectada.



a) Movimiento de una herramienta contra un sistema de partículas



b) Partículas atravesadas al moverse el instrumental



c) Desplazamiento de las partículas

Fig. 3.9: Desplazamiento y propagación de las fuerzas entre partículas, producido por el movimiento del instrumental.

3.2.3.2. Deformación del sistema de partículas.

La deformación del sistema de partículas, al igual que cualquier otro modelo deformable, se produce al actuar una serie de fuerzas sobre el modelo. Según la teoría de los sistemas de partículas, todas las fuerzas que actúan en una partícula pueden dividirse en dos: fuerzas internas y fuerzas externas. Las fuerzas internas son producidas

por la interacción con otras partículas del sistema y son las que permiten al objeto recuperar la forma original una vez desaparecen las fuerzas. Por otro lado, las fuerzas externas son producidas por su interacción con el medio donde se encuentran y son las causantes de la deformación de los objetos. Es decir, las fuerzas internas se oponen a las externas en su intento de deformación de los objetos, por lo que cualquier estado estable de deformación se caracterizará porque la suma total de fuerzas, internas y externas, es nulo. Las fuerzas internas del sistema son las producidas por la interacción de una partícula con sus partículas vecinas. Las fuerzas internas serán tratadas en profundidad en el punto 3.3.

Como fuerzas externas que actúan en todo momento sobre el sistema se consideran la gravedad y las colisiones. En el caso de ParSys las colisiones han sido tratadas por separado y, en lugar de crear fuerzas que afecten a las partículas a partir de la colisiones, los desplazamientos son aplicados directamente sobre la partícula. Por ello, como fuerzas externas simplemente queda la fuerza de la gravedad. Aunque se puede utilizar un modelo de fuerzas gravitacionales detallado, normalmente es suficiente considerar que hay una fuerza de gravedad uniforme, donde sólo una masa es la fuente del campo gravitacional:

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}} \quad (3.1)$$

donde G es la constante gravitacional, m_1 y m_2 son las masas de las partículas, y r_{12} es la distancia entre ellas.

Además de la fuerza de la gravedad, es posible definir otro tipo de fuerzas simplemente añadiendo su resultado a la suma total de fuerzas externas. Por ejemplo una fuerza constante en una dirección para simular viento.

Para calcular la dinámica del sistema de partículas, la fuerza total resultante que actúa sobre una partícula i , será la suma de sus respectivas fuerzas internas y externas. Esto queda reflejado en (3.2).

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{i,int} + \vec{F}_{i,ext} \quad (3.2)$$

donde $\vec{F}_{i,int}$ es la suma de todas las fuerzas internas que actúan sobre la partícula, mientras que $\vec{F}_{i,ext}$ es la suma de todas las fuerzas externas que actúa sobre i .

Con el conjunto de fuerzas calculado, para el cálculo de la nueva posición de las partículas se ha utilizado la integración de Verlet [Ver 67]. Este tipo de integración es muy utilizado en simulación dinámica molecular, siendo particularmente estable y rápido. La ecuación quedará de la forma:

$$x_i(t_{i+1}) = x_i(t_i) - x_i(t_{i-1}) + a_i(t_{i+1} - t_i)^2 \quad (3.3)$$

donde $x_i(t_{i+1})$ es la nueva posición para la partícula i , $x_i(t_i)$ es la posición actual de la

partícula i , $x_i(t_{i-1})$ es la posición de la partícula en el instante t_{i-1} , a_i es la aceleración obtenida para la partícula i , calculada como:

$$a_i = \frac{\vec{F}_i}{m_i} \tag{3.4}$$

donde \vec{F}_i es la fuerza final aplicada sobre la partícula i , y m_i es la masa de la partícula i .

3.2.3.3. Deformación del modelo triangular.

Como se ha comentado anteriormente, cada vértice del modelo triangular está asociado a un voxel. Mediante este método es posible reflejar los giros que sufren las partículas en los vértices del modelo triangular. Para conseguir esto, cada vértice tiene almacenadas las distancias iniciales a las caras de su correspondiente voxel (ver Fig. 3.10). Cuando se deforma el sistema de partículas, en lugar de aplicarle desplazamientos relativos a los vértices, cada vértice es posicionado en el espacio con respecto a su voxel manteniendo las proporciones de las distancias iniciales a sus caras. El proceso puede verse de forma mucho más gráfica en la Fig. 3.11.

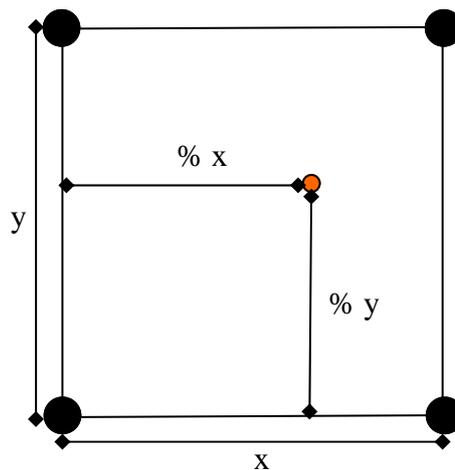


Fig. 3.10: Cálculo de las distancias iniciales de un vértice (en rojo) a las caras de su correspondiente voxel (en 2D)

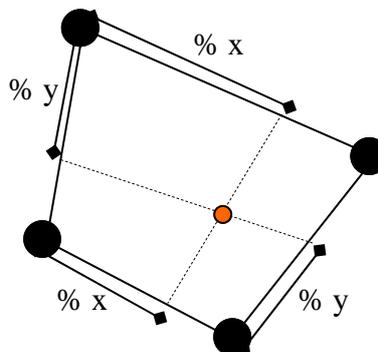


Fig. 3.11: Cálculo de la nueva posición de un vértice a partir del sistema de partículas deformado (2D).

3.2.3.4. Cortes producidos sobre el modelo.

Una de las características que obligatoriamente debía poseer ParSys era la posibilidad de realizar cortes en el modelo. El corte es uno de los procedimientos más habituales en cirugía, y uno de los que más entrenamiento requiere por parte de los profesionales médicos. Una de las características principales de los volúmenes ligados es la simplicidad con la que pueden ser representadas interacciones complejas como el corte, simplemente eliminando conexiones entre los elementos volumétricos. ParSys, al estar basado en la técnica de volúmenes ligados, comparte esa ventaja. Resulta extremadamente sencillo representar cortes en el sistema de partículas, simplemente eliminando las conexiones entre partículas. Sin embargo, al tener que mantener la dualidad entre el sistema de partículas y el modelo de visualización, el corte debe ser representado también sobre este modelo, complicando el procedimiento.

Para calcular un corte, ParSys recibe como entrada una superficie. Esta superficie de corte se genera a partir del movimiento realizado por el instrumental quirúrgico, por ejemplo, al cerrarse las hojas de unas tijeras o bien por el movimiento de un bisturí. La precisión de esa superficie de corte, con respecto al movimiento realizado por el instrumental, dependerá del muestreo que se realice de sus posiciones.

Una vez está definida la superficie de corte, el sistema calcula si realmente esa superficie atraviesa el modelo y, por lo tanto, si realmente hay que calcular el corte. Tras esa comprobación, el sistema elimina las conexiones que son atravesadas por esa superficie. Para ello, el sistema elimina la referencia que cada una de las partículas afectadas por el corte tiene de su vecina. Además, y debido a que los voxels utilizados en la deformación de la malla de visualización utilizan algunas conexiones ente partículas como aristas, si esa conexión era una de las aristas de un voxel, ese voxel es desactivado. Con estos pasos, el sistema de partículas ya ha sido correctamente cortado. Sin embargo aun falta representar el corte en la malla de visualización.

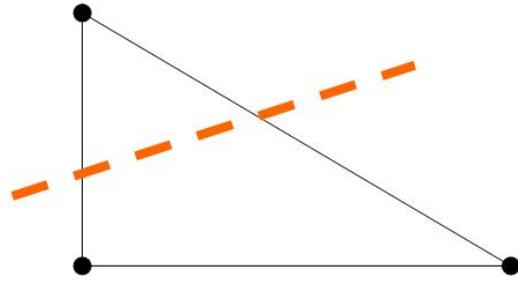
En la malla de visualización, para cada uno de sus triángulos, debe comprobarse si éstos han sido completamente cortados. En concreto pueden darse cuatro casos de corte (ver *Fig. 3.12*):

1. La superficie de corte pasa por dos aristas del triángulo.
2. La superficie de corte pasa por una arista y un vértice.
3. La superficie de corte pasa justo por un vértice.
4. La superficie de corte pasa justo por una arista.

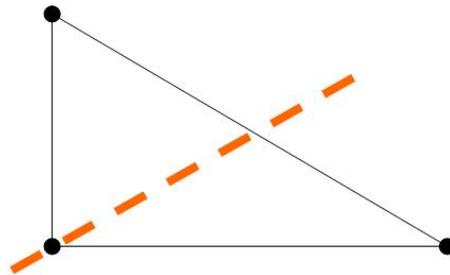
Mientras se comprueba si un triángulo es cortado, se van reasignando a nuevos voxels los vértices asociados a voxels que han sido desactivados. El proceso es similar al realizado en el precálculo, incluido el cálculo de las distancias a las caras del voxel. La única diferencia se encuentra en que en este caso, tanto el vértice como el voxel a asignar, deben cumplir que se encuentren en el mismo lado de la superficie de corte.

Con los triángulos marcados para ser cortados, se procede a modificar esos

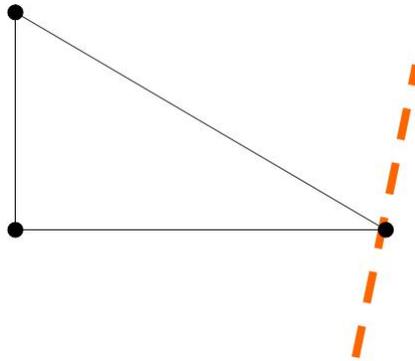
triángulos de forma adecuada, dependiendo del caso de corte detectado. Se crean los nuevos vértices necesarios junto a toda la información por vértice requerida (normales, coordenadas uv, tangentes, etc.). Tras esto, el modelo reindexa los vértices teniendo en cuenta los nuevos triángulos generados. Todo el proceso, así como los distintos casos de corte, puede verse de forma más gráfica en la *Fig. 3.13*.



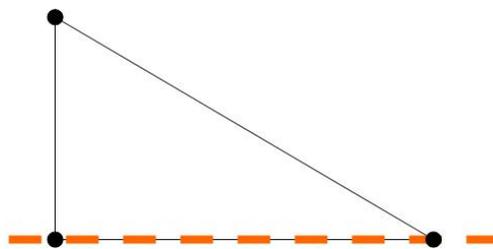
1) Corte entre dos aristas del triángulo



2) Corte entre una arista del triángulo y un vértice



3) Corte por un vértice del triángulo



4) Corte por una arista del triángulo

Fig. 3.12: Casos de cortes realizados sobre un triángulo del modelo de visualización.

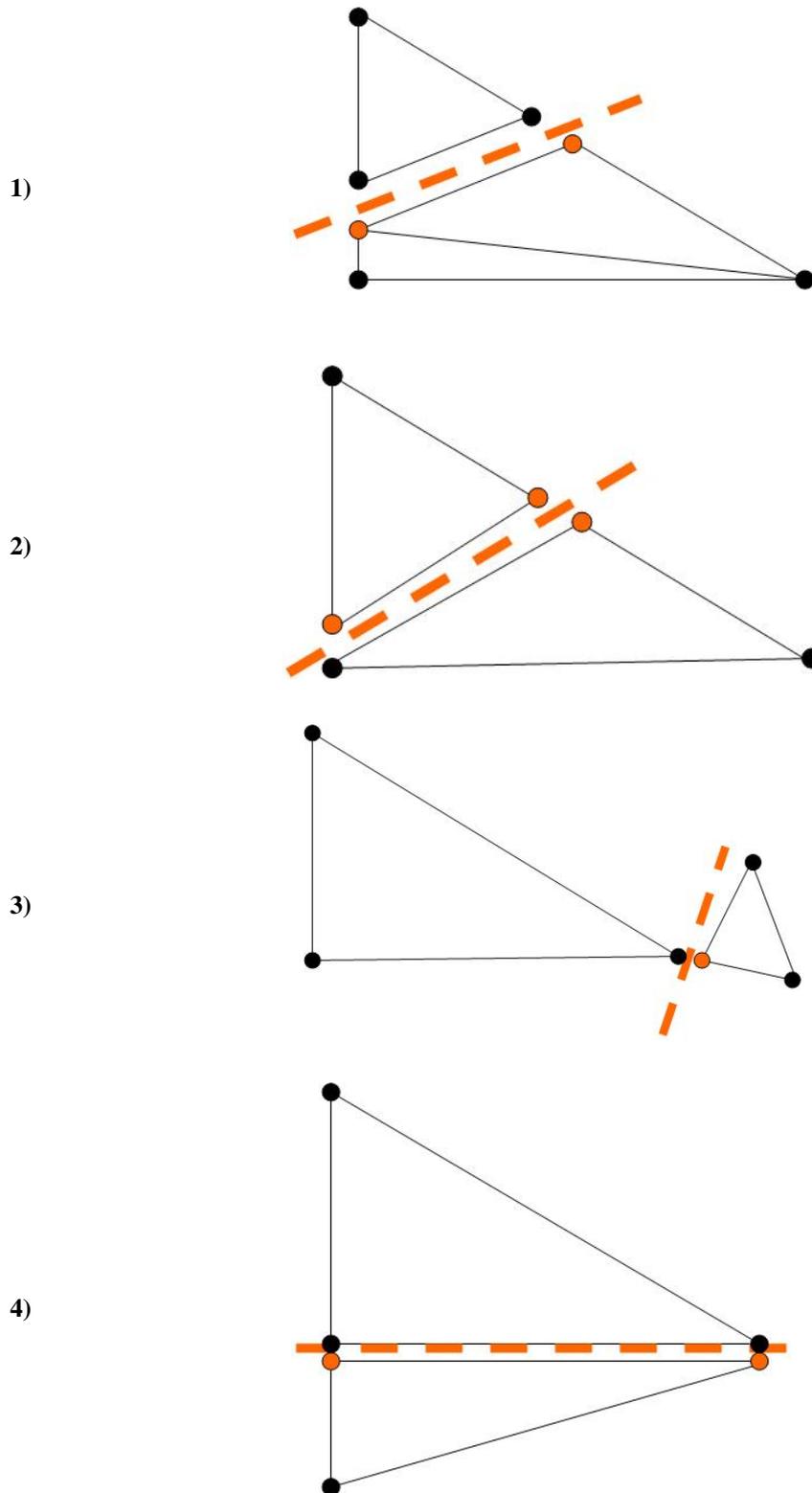


Fig. 3.13: Cortes sobre un triángulo, y triangulación realizada para cada uno de los casos de corte. En color se muestran los nuevos vértices generados.

3.3. Los modelos físicos.

3.3.1. Introducción.

En el punto anterior se ha descrito el funcionamiento del modelo ParSys genérico. Las partículas se deforman a partir de una serie de fuerzas que actúan sobre ellas. Las fuerzas internas, las que se comentan en este punto, son las que permiten al modelo recuperar su forma original oponiéndose a la acción de las fuerzas externas. Éstas fuerzas vienen determinadas por las conexiones entre las partículas, pudiendo ser representadas por diversos tipos de modelos físicos: muelles, campos potenciales, eslabones, campos caloríficos, etc. En esta tesis se han implementado tres de esos posibles tipos de modelos: muelles, eslabones y campos potenciales. Los modelos de muelles y eslabones están basados en los artículos de Jansson [Jan 02] y Gibson [Gib 97a] respectivamente, aunque sólo en el cálculo de las fuerzas internas, dado que el modelo de gestión del deformable, lo que se ha denominado modelo ParSys, es diferente. Por el contrario, el tercer modelo, el modelo de campos potenciales, se creó exclusivamente para esta tesis como una novedad en el ámbito de los modelos deformables interactivos en tiempo real. Los desarrollos y resultados preliminares de esa nueva aproximación fueron publicados en el artículo [Pit 05], completándose desde entonces para la realización de esta tesis.

En los siguientes puntos se procederá a explicar a fondo el funcionamiento de cada uno de estos modelos físicos, así como las ecuaciones utilizadas para el cálculo de las fuerzas.

3.3.2. Muelles.

El modelo presentado por Jansson para el cálculo de las fuerzas internas utilizando muelles es muy sencillo, siendo muy similar a los modelos deformables basados en el sistema “*punto-muelle*”. En los sistemas “*punto-muelle*” la superficie del objeto a modelar en 3D se considera recubierta por una malla de muelles unidos mediante soldaduras [Del 94a], basándose la construcción del modelo físico en esa red de muelles. Las soldaduras sirven para unir los diferentes muelles que recubren la superficie del objeto. En el caso del sistema de partículas las soldaduras se corresponden con las propias partículas, siendo los muelles las uniones entre ellas. En cualquier caso, los muelles se entienden como elementos elásticos lineales unidimensionales con una serie de propiedades:

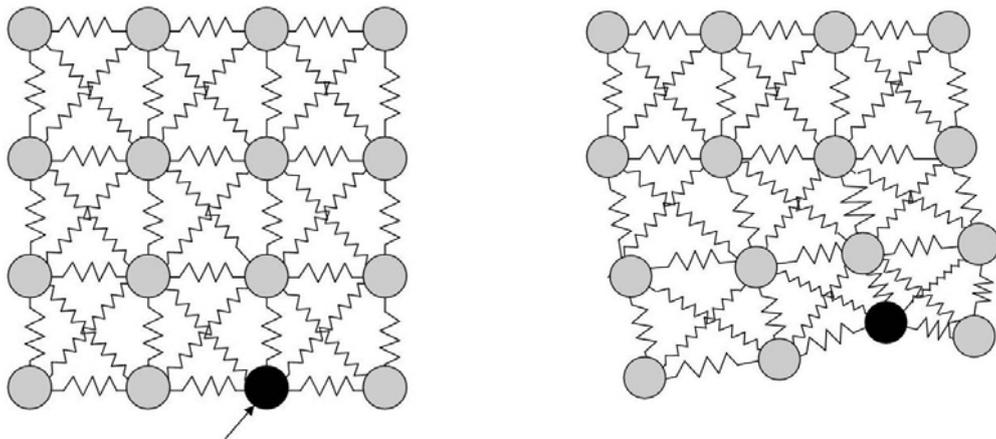
- No pueden ser curvados.
- La energía interna es nula cuando su longitud actual coincide con la original. La variación de la longitud original provocará el incremento de dicha energía interna, que se opondrá a la deformación y tenderá a recuperar la forma original.
- Su torsión no provocará variaciones sobre su energía interna.

En la Fig. 3.14 puede verse un ejemplo de cómo se deformaría una malla de muelles en un caso 2D.

Tomando como referencia las ecuaciones propuestas por Jansson en su artículo, se utilizaron, como fuerzas internas, las fuerzas ocasionadas por los muelles utilizados para conectar las partículas. El cálculo de estas fuerzas \vec{F}_b se realiza sumando las fuerzas ocasionadas por todas las partículas j conectadas a una partícula i , quedando la ecuación de la forma:

$$\vec{F}_b = \sum_{j=0}^{|C_i|} -k_c \left(|\vec{p}_i - \vec{p}_j| - l_c \right) \frac{\vec{p}_i - \vec{p}_j}{|\vec{p}_i - \vec{p}_j|} \quad (3.5)$$

donde $|C_i|$ es el número de partículas conectadas a la partícula i , k_c es la constante de Hooke para ese muelle, \vec{p}_i y \vec{p}_j son las posiciones de las partículas i y j respectivamente, y l_c es la longitud inicial del muelle entre las partículas i y j .



Malla sin deformar sobre la que se aplicará una fuerza a la partícula marcada.

Malla deformada al aplicarle la fuerza a la partícula marcada.

Fig. 3.14: Deformación de una malla de muelles 2D.

3.3.3. Eslabones.

Para este modelo físico, se implementó el algoritmo propuesto por Gibson: ChainMail. Este modelo no se basa en parámetros físicos, por lo que es un modelo totalmente heurístico. El proceso se realiza básicamente en dos pasos:

1. El algoritmo ChainMail actuará cuando una partícula se mueva por la acción de las fuerzas externas.
2. Tras mover las partículas mediante el algoritmo ChainMail, se utilizará un algoritmo de relajación elástica. Este algoritmo se encarga de ajustar la posición relativa de las partículas minimizando la energía interna del sistema

El algoritmo ChainMail es muy sencillo, pero para su mejor comprensión se explicará su funcionamiento para objetos 2D. Sin embargo, su extensión a 3D es inmediata.

La idea del algoritmo ChainMail es que el movimiento de una partícula (en este caso una partícula es como un eslabón) depende únicamente de las posiciones de las partículas vecinas, permitiendo una propagación rápida de la deformación. Una partícula tiene libertad de movimiento hasta una cierta distancia de sus vecinas, propagándose el movimiento a las partículas vecinas al superar un cierto umbral. Los límites de la deformación vienen definidos de la siguiente forma: cada elemento debe encontrarse entre el rango horizontal minDx y maxDx de sus vecinos izquierdo y derecho, y entre el rango vertical minDy y maxDy de sus vecinos arriba y abajo. Estos límites controlan las capacidades de estiramiento y contracción del material. Además, cada elemento debe estar en el rango $\pm \text{maxHorizDy}$ con respecto a sus vecinos izquierdo y derecho, y entre $\pm \text{maxVertDx}$ con respecto a sus vecinos arriba y abajo. Estos rangos controlan la cantidad máxima de desplazamiento transversal entre partículas que permite el material. Estos límites quedan ilustrados en la *Fig. 3.15*. En la *Fig. 3.16* puede verse un ejemplo de deformación de una malla de eslabones al mover uno de sus elementos.

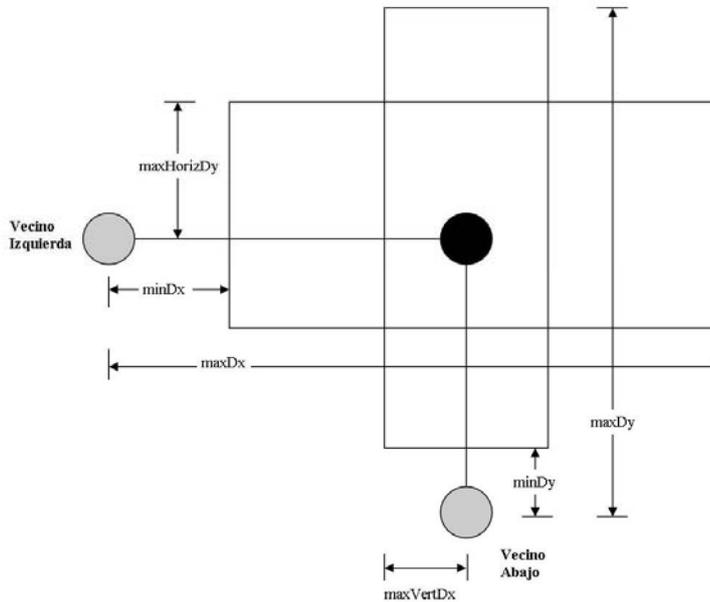


Fig. 3.15: Región de movimiento de una partícula relativo a su vecino izquierdo y su vecino de abajo.

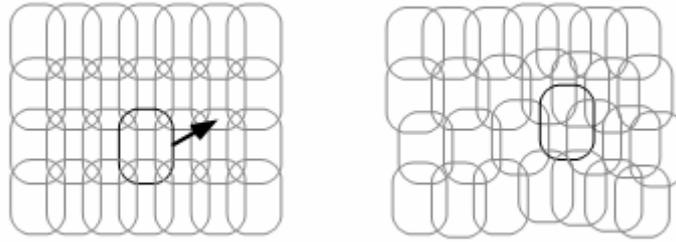


Fig. 3.16: Deformación de un modelo 2D ChainMail cuando un elemento es movido.

En el caso 2D cada partícula tiene cuatro vecinos directos: arriba, abajo, izquierda y derecha. El algoritmo ChainMail consta de cinco pasos:

1. Al mover una partícula, la partícula y su posición anterior se añaden a una lista de elementos movidos, su posición (x,y) se actualiza, además esta partícula “excita” a sus cuatro vecinos, añadiéndolos a cuatro listas de candidatos para ser movidos (lista_izquierda, lista_derecha, lista_arriba y lista_abajo).
2. Las listas de candidatos se procesan en orden hasta que las listas se vacían o el sistema no permite el movimiento. Las listas se procesan en el orden: lista_derecha, lista_izquierda, lista_arriba, lista_abajo.
3. La lista de candidatos lista_derecha, por ejemplo, se procesa de la siguiente forma: comenzando con el primer elemento de la lista, se comprueban las restricciones de extensión y compresión entre los elementos de la lista y la partícula que ha provocado la “excitación”, en este caso su vecina izquierda. Si se viola la restricción, el elemento se mueve la distancia mínima hasta que esa restricción se vuelva a cumplir. La nueva posición se calcula tal y como se muestra a continuación:

$$\text{if}(x - x_{left}) < \min Dx$$

$$x = x_{left} + \min Dx;$$

$$\text{elseif}(x - x_{left}) > \max Dx$$

$$x = x_{left} + \max Dx;$$

$$\text{if}(y - y_{left}) < -\max HorizDy$$

$$y = y_{left} - \max HorizDy;$$

$$\text{elseif}(y - y_{left}) > \max HorizDy$$

$$y = y_{left} + \max HorizDy;$$

Si el elemento se mueve, sus vecinos de arriba, derecha y abajo se añaden las listas respectivas de elementos candidatos a ser movidos. Tras esto el elemento es eliminado de la lista y se continúa con el resto de elementos de la lista de candidatos lista_derecha, procesándose en orden hasta quedar la lista vacía.

4. Se procesa lista_izquierda de forma similar, excepto que los elementos que se muevan añadirán como nuevos candidatos a las listas respectivas a sus vecinos abajo, izquierdo y arriba. Nótese que no se añade la partícula vecina derecha, dado que ya se ha movido al procesar la lista_derecha.
5. Las listas lista_arriba y lista_abajo se procesan de forma similar. En este caso las partículas que se muevan añadirán como candidatos a las únicas partículas que quedarán por propagar, sus vecinos de arriba y abajo.

Para su extensión 3D simplemente habría que considerar dos vecinos más para cada partícula, los vecinos delantero y trasero, siendo el funcionamiento del algoritmo similar.

3.3.4. Campos potenciales.

El uso de campos potenciales en el ámbito de los modelos deformables no está muy extendido. Si se restringe al campo de modelos deformables interactivos en tiempo real prácticamente no existen referencias, limitándose a pequeños trabajos o experimentos. El artículo [Pit 05] es una de las primeras aportaciones en las que se trata la creación de un modelo deformable interactivo completo para aplicaciones en tiempo real. En ese artículo se implementó una de las primeras aproximaciones de ParSys, siendo rediseñada completamente para esta tesis. Por lo tanto, en esta tesis sólo se hace referencia a las ecuaciones descritas en el artículo como fuerzas internas.

Con el objetivo de obtener el modelo de campo potencial más adecuado para la simulación del comportamiento de objetos volumétricos, se estudiaron diferentes modelos de campos potenciales: Sutherland, Murrell, Morse, Lombardo y Puech y, por último, el de Lennard Jones [Len 37]. El principal problema que posee el potencial de Sutherland es que presenta discontinuidades en el punto de equilibrio y, para distancias entre partículas inferiores a la distancia de equilibrio, la intensidad es infinita. El potencial de Murrell, por otro lado, presenta muchos mínimos locales y es inestable en la posición de equilibrio. Tanto los campos de potencial de Morse como los de Lombardo y Puech, aunque presentan un buen comportamiento, en sus formulaciones aparecen exponenciales los cuales resultan computacionalmente costosos de resolver para su aplicación en sistema de tiempo real, objetivo principal del modelo deformable que se pretende desarrollar. Finalmente, las pruebas realizadas con sistemas de partículas cuyo comportamiento estaba gobernado por los campos potenciales de Lennard Jones mostraban que éste era el más adecuado para los requerimientos de estabilidad y velocidad. En concreto, el potencial de Lennard Jones proporciona las siguientes ventajas:

- No utiliza funciones exponenciales.
- Las ecuaciones permiten separar comportamientos (atracción/repulsión, amplitud, equilibrio).
- Aplica repulsión importante (pero no infinita) cuando hay interpenetración

- La fuerza de atracción entre partículas que presenta este campo potencial decrece y se convierte en casi nula cuando la distancia entre estas supera un determinado umbral. Esto permite limitar las partículas a considerar, a la hora de realizar los cálculos de energía interna acumulada, a un determinado número de partículas vecinas, con el consiguiente ahorro de cálculos en las ecuaciones de deformación.

Las fuerzas internas totales que afectan a una partícula serán la suma de cada una de las fuerzas generadas entre esa partícula y sus vecinas. Éstas estarán gobernadas por las ecuaciones del potencial de Lennard-Jones.

$$\Theta(r) = \frac{A}{r^k} - \frac{B}{r^l} \quad (3.6)$$

donde A y B son constantes, $k=12$ y $l=6$ [Len 37].

Siendo r_0 la distancia entre partículas en estado de reposo, y $\Theta(r_0) = \varepsilon$, el potencial de Lennard-Jones puede reescribirse como:

$$\Theta(r) = \frac{-\varepsilon}{k-l} \left(l \left(\frac{r_0}{r} \right)^k - k \left(\frac{r_0}{r} \right)^l \right) \quad (3.7)$$

$$\vec{f}(\vec{r}) = -\frac{d}{dr} (\Theta(r)) \frac{\vec{r}}{r} = \frac{-lk\varepsilon}{(k-l)r_0} \left(\left(\frac{r_0}{r} \right)^{k+1} - \left(\frac{r_0}{r} \right)^{l+1} \right) \frac{\vec{r}}{r} \quad (3.8)$$

donde $r = \|\vec{r}\|$ es la distancia actual entre las partículas.

Además, la ecuación (3.8) cumple que en el estado de reposo:

$$\vec{f}(r_0) = 0 \quad (3.9)$$

para todo \vec{r} con $\|\vec{r}\| = r_0$

Si se añade una fuerza de fricción entre pares de partículas (i, j) a la ecuación (3.8), se obtiene:

$$\vec{f} = \left[\frac{-lk\varepsilon}{(k-l)r_0} \left(\left(\frac{r_0}{r} \right)^{k+1} - \left(\frac{r_0}{r} \right)^{l+1} \right) - \left(k_d (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \frac{\vec{r}}{r} \right) \right] \frac{\vec{r}}{r} \quad (3.10)$$

donde k_d es el coeficiente de fricción y \vec{v}_i y \vec{v}_j son las velocidades de las partículas i y j respectivamente.

Alrededor de r_0 la fuerza de Lennard-Jones es casi lineal, como la de un muelle. Esta propiedad permite un paralelismo con un muelle de la forma:

$$E_{LJ} = r_0 f'(r_0) = lk\varepsilon \quad (3.11)$$

siendo E_{LJ} el módulo de Young del potencial de Lennard-Jones.

3.4. Resumen

El grupo de investigación MedICLab lleva años desarrollando un simulador quirúrgico para el entrenamiento en cirugía laparoscópica: GeRTiSS. El simulador disponía de dos modelos deformables implementados, un modelo heurístico masa-muelle (T2Mesh) y un modelo basado en mecánica continua, en concreto en el método basado en elementos de contorno (BEM). Ambos modelos poseen una serie de desventajas importantes, por lo que se decidió desarrollar un nuevo modelo deformable, en concreto un modelo basado en sistema de partículas: ParSys. Este modelo posee una serie de características que lo hacen especialmente interesante para su uso en simulación quirúrgica. Estas características son:

- Comportamiento volumétrico.
- Velocidad de cálculo.
- Posibilidad de realizar cambios topológicos.
- Uso de una malla triangular para su visualización, lo que incrementa el realismo gráfico.

En Parsys, existen relaciones entre las diferentes partículas del sistema, generándose conexiones entre ellas. Estas relaciones determinan las fuerzas internas, las que permiten al modelo recuperar su forma original. El funcionamiento de ParSys puede dividirse en dos fases: preproceso y cálculos por frame.

Durante el preproceso se genera el sistema de partículas encargado de gobernar la deformación del modelo triangular, creándose asociaciones entre las partículas y los vértices del modelo triangular.

Cada frame Parsys calcula las restricciones ocasionadas por las colisiones producidas contra el modelo, a partir de ellas se calculan la suma de fuerzas que actúan sobre cada partícula deformando el modelo según esas fuerzas. Finalmente se mueven

los vértices del modelo triangular tomando como referencia la deformación del sistema de partículas.

Sobre la base de gestión del modelo deformable Parsys, se han implementado tres modelos físicos: muelles, eslabones y campos potenciales. Se busca elegir el mejor modelo posible para la simulación de tejidos en tiempo real.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

4.1. Introducción.

El modelo ParSys nació con un conjunto de importantes requisitos a cumplir:

- Velocidad de cálculo.
- Comportamiento volumétrico.
- Estabilidad.
- Propagación rápida de la deformación.
- Realización de cambios topológicos en el modelo.

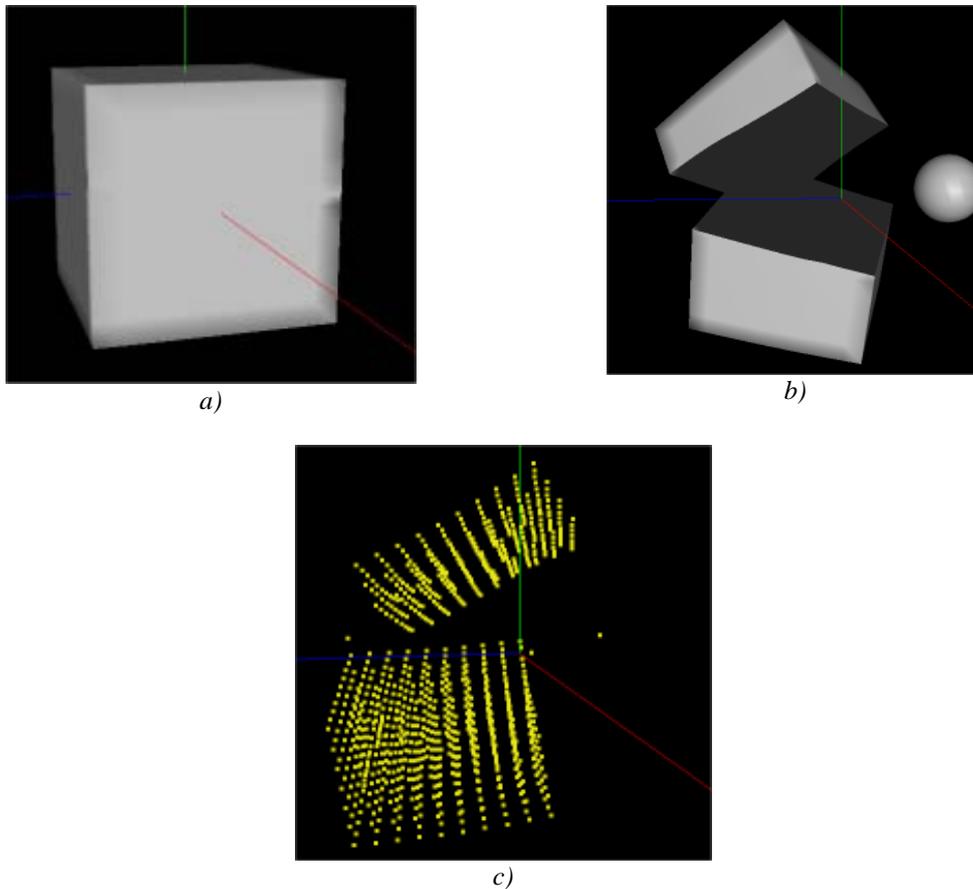
Para comprobar tanto el funcionamiento del modelo como su rendimiento, se generaron una serie de pruebas con el objetivo de verificar además si los modelos implementados cumplían los requisitos deseados. En la *Fig. 4.1* puede verse como el último de los requisitos, la posibilidad de realizar cambios topológicos sobre el modelo, se ha conseguido.

Junto a estas pruebas se realizó una comparativa cualitativa para los tres métodos en cuestión. En esta comparativa se tomaron en cuenta los diez atributos más característicos de los modelos deformables en su aplicación para la simulación de tejidos elásticos en tiempo real. Estos atributos se explican con detalle en el punto 4.2.3 y son:

- *Robustez.*
- *Sencillez.*
- *Interactividad.*
- *Rapidez.*
- *Realismo.*
- *Manejo de objetos sólidos.*
- *Completitud.*
- *Fácil obtención de parámetros.*
- *Nº de parámetros a determinar.*
- *Coste espacial.*
- *Nº de nodos manejados en tiempo real.*

A partir de esta comparativa, el mejor de los métodos implementados será comparado con los modelos BEM y T2Mesh. Con esta comparativa se comprobará si

las hipótesis de partida con las que se creó ParSys son correctas, superando el modelo ParSys a ambos, todo ello con el objetivo de ser incorporado en el simulador quirúrgico GeRTiSS.



*Fig. 4.1: Ejemplo de Corte producido sobre un modelo de partículas:
a) Vista del modelo triangular.
b) Vista del modelo triangular cortado.
c) Vista de las Partículas separadas.*

4.2. Los modelos de partículas.

4.2.1. Introducción.

En este punto se procederá a realizar un estudio de los modelos de partículas implementados. En primer lugar se analizará el coste temporal del modelo ParSys implementado con el modelo basado en muelles. Posteriormente se analizarán y compararán entre sí, de forma cualitativa, los tres modelos de partículas implementados.

El PC utilizado en todas las pruebas posee las siguientes características técnicas:

| | |
|--------------------|------------------------|
| Procesador: | AMD Athlon 64 3000+ |
| Memoria: | 1024 MB |
| Tarjeta gráfica: | nVidia GeForce 7600 GT |
| Sistema Operativo: | Windows XP Sp2 |

Para la realización de las pruebas se crearon tres cubos con mallas de diferente resolución (12, 108 y 1200 triángulos). Cada una de las mallas se asoció con dos sistemas de partículas, de 125 y 1000 partículas. Los modelos de pruebas quedan reflejados en la *Fig 4.2*.

4.2.2. ParSys: Estudio del coste temporal.

Tras un estudio del coste temporal para las ecuaciones utilizadas en los tres métodos implementados en ParSys (muelles, potenciales, ChainMail), los resultados obtenidos fueron muy similares desde el punto de vista computacional, por lo que una comparativa directa entre los tres métodos no proporcionaría información relevante. Por lo tanto se descartó realizar pruebas de rendimiento separadas para cada uno de los métodos implementados. En concreto los resultados de estas pruebas son los obtenidos por el método basado en muelles, siendo los tiempos obtenidos para los otros dos métodos similares.

Los resultados de la ejecución del modelo ParSys se muestran en la *Tabla 4.1* y en la *Gráfica 4.1*. Los tiempos representan el cálculo de una iteración del sistema de partículas. Los tiempos se han dividido en dos:

- *Partículas*: Indica el tiempo que tarda el sistema en calcular las ecuaciones para el movimiento de las partículas. En el caso de las pruebas se contabilizó el cálculo de las fuerzas internas (ver ecuación 3.5) y una fuerza externa, en concreto la fuerza de la gravedad.
- *Vértices*: En este caso indica el tiempo que cuesta posicionar los vértices a partir de las deformaciones producidas en el sistema de partículas.

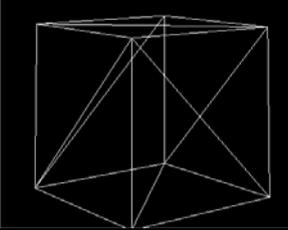
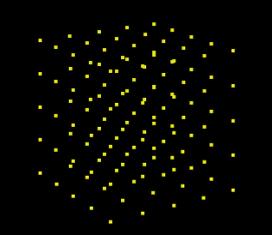
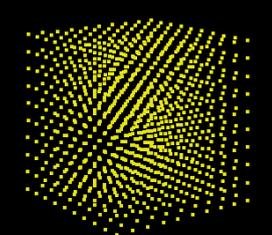
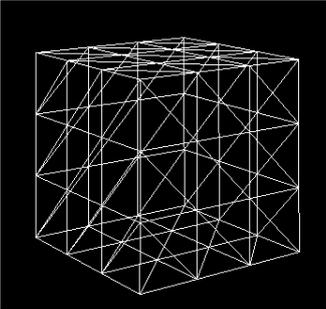
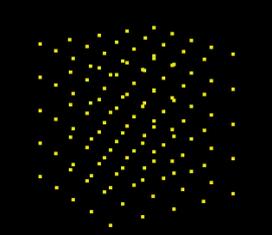
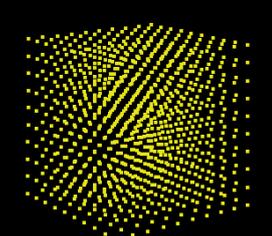
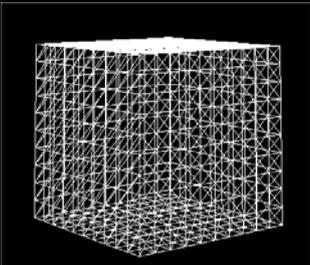
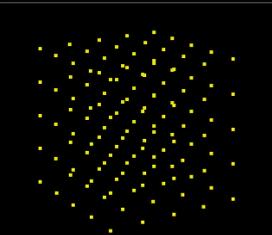
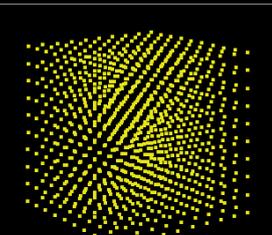
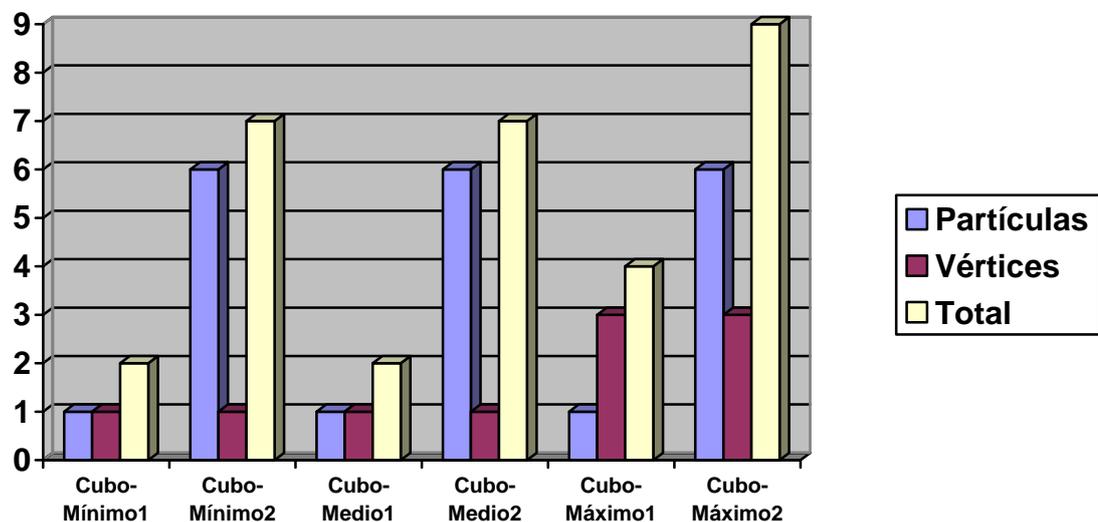
| Modelo | Polígonos | Partículas | Imagen modelo alámbrico | Imagen modelo partículas |
|--------------|-----------|------------|--|---|
| Cubo-mínimo1 | 12 | 125 |  |  |
| Cubo-mínimo2 | 12 | 1000 | |  |
| Cubo-medio1 | 108 | 125 |  |  |
| Cubo-medio2 | 108 | 1000 | |  |
| Cubo-máximo1 | 1200 | 125 |  |  |
| Cubo-máximo2 | 1200 | 1000 | |  |

Fig. 4.2: Modelos triangulares y de partículas utilizados en las pruebas.

| | Partículas | Vértices | Total |
|--------------|------------|----------|-------|
| Cubo-Mínimo1 | 1 ms | 1 ms | 2 ms |
| Cubo-Mínimo2 | 6 ms | 1 ms | 7 ms |
| Cubo-Medio1 | 1 ms | 1 ms | 2 ms |
| Cubo-Medio2 | 6 ms | 1 ms | 7 ms |
| Cubo-Máximo1 | 1 ms | 3 ms | 4 ms |
| Cubo-Máximo2 | 6 ms | 3 ms | 9 ms |

Tabla. 4.1: Coste temporal medido para el modelo de partículas.



Gráfica. 4.1: Comparativa del coste temporal medido para el modelo de partículas para mallas de diferente resolución y con diferentes sistemas de partículas asociados.

4.2.3. ParSys: Estudio cualitativo.

Para el estudio cualitativo de los tres métodos implementados en ParSys, se ha recurrido a la evaluación de diez de los atributos más característicos de los modelos deformables en su aplicación para la simulación de tejido elástico en tiempo real:

- *Robustez*: estabilidad del modelo frente a variaciones del medio o de los parámetros de entrada.
- *Sencillez*: la facilidad de implementación del modelo deformable.
- *Interactividad*: facilidad con la que se pueden desarrollar algoritmos que controlen la interacción con la superficie del objeto elástico, es decir, la

detección de colisiones o puntos de aplicación de fuerzas sobre dicha superficie.

- *Rapidez*: velocidad con la que los modelos deformables pueden calcular la deformación de los objetos elásticos.
- *Realismo*: capacidad de los modelos deformables para simular el comportamiento real de los objetos.
- *Manejo de objetos sólidos*: indica si el modelo deformable permite simular la deformación de los objetos como si fuesen cuerpos sólidos (no están huecos por dentro).
- *Completitud*: capacidad del modelo deformable para simular o aproximar diferentes tipos de deformación. Por tipo de deformación se entiende el modo con el que los tejidos elásticos pueden llegar a deformarse, que pueden ser: elástico, viscoelástico, viscoso y plástico.
- *Fácil obtención de parámetros*: facilidad con la que se pueden obtener los parámetros que gobiernan la deformación de la malla con el objetivo de simular o aproximar el comportamiento de un determinado tipo de tejido.
- *Nº de parámetros a determinar*: cuántos parámetros se han de fijar para poder llevar a cabo la simulación.
- *Nº de nodos manejados en tiempo real*: número de elementos deformables que pueden manejarse a una frecuencia de cálculo mayor a 15 veces por segundo (15 frames/segundo).

Los resultados obtenidos en base a estos atributos se presentan en la *Tabla 4.2*.

| | Muelles | Potenciales | ChainMail |
|---|----------------|--------------------|------------------|
| Robustez | ++ | ++ | ++ |
| Sencillez | + | + | + |
| Interactividad | ++ | ++ | ++ |
| Rapidez | ++ | ++ | ++ |
| Realismo | ++ | + | + |
| Manejo de objetos sólidos | SI | SI | SI |
| Complejidad | ++ | ++ | ++ |
| Facilidad obtención parámetros | ++ | ++ | - |
| Nº parámetros a determinar | 1 | 1 | 1 |
| Nº Nodos manejados en tiempo real (15Hz) | 5000* | 5000* | 5000* |
| ++ Alta + Media - Baja | | | |
| * Sólo se contabiliza el tiempo necesario para el cálculo del sistema de partículas, no el tiempo de deformación de la malla triangular | | | |

Tabla. 4.2: Evaluación cualitativa de los modelos ParSys.

Basándose en los resultados obtenidos y mostrados en la *Tabla 4.2*, se puede observar que el modelo basado en muelles es superior en realismo a los otros dos métodos, siendo además superior al método ChainMail en la facilidad de obtención de parámetros.

Con respecto al realismo, el problema del método basado en potenciales se produce ante grandes deformaciones [Pit 05]. Mientras la distancia entre las partículas se mantenga dentro de un cierto rango, el funcionamiento del modelo es más realista que el conseguido con el método de muelles, sin embargo ese problema le resta puntos a la hora de su uso en escenarios interactivos. Con respecto al modelo ChainMail, el

modelo queda limitado a las pocas variaciones que permiten una mayor o menor permisividad en las distancias entre partículas.

Con respecto a la facilidad en la obtención de los parámetros, en el caso de los campos potenciales sólo es necesario obtener el módulo de Young, parámetro fácil de obtener de forma experimental. En el caso de los muelles, la rigidez del muelle puede ser obtenida a partir del módulo de elasticidad, también obtenible de forma experimental. Por el contrario, el modelo ChainMail no responde a parámetros físicos reales, por lo que la obtención de un comportamiento parecido a la realidad es difícil de obtener.

4.3. ParSys comparado con BEM y T2Mesh.

4.3.1. Introducción.

Una vez determinado que el método basado en muelles para ParSys obtenía los mejores resultados, el siguiente paso es comparar este modelo con los dos modelos ya existentes en el simulador quirúrgico: BEM y T2Mesh.

En este caso se analizarán los costes temporales de ambos modelos comparados con los costes calculados para el modelo ParSys. Tras esta comparativa se procederá a una nueva comparativa cualitativa atendiendo a los diez parámetros especificados en el punto 4.2.3.

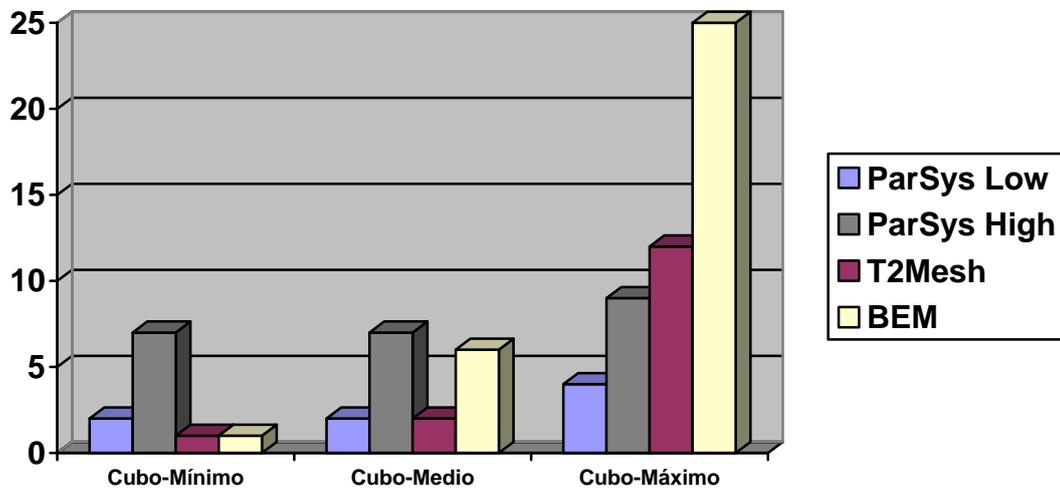
4.3.2. Comparativa del coste temporal de los tres modelos.

Los cálculos de tiempos se realizaron con la misma máquina utilizada en la comparativa de los tres métodos de ParSys. Se utilizaron así mismo los tres modelos triangulares de cubo creados para la anterior comparativa. En la comparativa, para el modelo ParSys, se ha tomado en cuenta los tiempos obtenidos con el sistema de partículas de mayor resolución.

En la *Tabla 4.3* se muestran los resultados de tiempos para BEM y T2Mesh. En la *Gráfica 4.2* se muestra una comparativa de los tiempos entre ParSys (con las dos versiones del sistema de partículas), BEM y T2Mesh.

| | BEM | T2Mesh |
|--------------------|------------|---------------|
| Cubo-Mínimo | 1 ms | 1 ms |
| Cubo-Medio | 6 ms | 2 ms |
| Cubo-Máximo | 25 ms | 12 ms |

Tabla. 4.3: Coste temporal medido para BEM y T2Mesh.



Gráfica. 4.2: Comparativa del coste temporal medido para el modelo de partículas basado en muelles, el modelo BEM y el modelo T2Mesh para mallas de diferente resolución.

En la *Gráfica 4.2* se puede ver claramente como ParSys permanece mucho más constante ante aumentos de resolución, bien sea en la malla o bien en el sistema de partículas. En todos los casos tanto ParSys como T2Mesh pueden ser calculados en tiempo real, mientras que el coste temporal para el modelo BEM se dispara para el número de nodos mayor.

4.3.3. Estudio cualitativo modelos.

Para este estudio se han vuelto a utilizar los mismos diez parámetros definidos para las pruebas entre los métodos de ParSys.

A la vista de los resultados obtenidos y presentados en la *Tabla 4.4*, ParSys se muestra claramente como el vencedor en esta comparativa.

| | ParSys | BEM | T2Mesh |
|---|---------------|------------|---------------|
| Robustez | ++ | ++ | - |
| Sencillez | + | - | ++ |
| Interactividad | ++ | ++ | + |
| Rapidez | ++ | - | ++ |
| Realismo | ++ | ++ | + |
| Manejo de objetos sólidos | SI | SI | NO |
| Completitud | ++ | + | ++ |
| Facilidad obtención parámetros | ++ | ++ | + |
| Nº parámetros a determinar | 1 | 2 | 3 |
| Nº Nodos manejados en tiempo real (15Hz) | 5000* | 1000 | 2000 |
| ++ Alta + Media - Baja | | | |
| * Sólo se contabiliza el tiempo necesario para el cálculo del sistema de partículas, no el tiempo de deformación de la malla triangular | | | |

Tabla. 4.4: Evaluación cualitativa de los modelos ParSys muelles, BEM y T2Mesh.

4.4. Conclusiones.

Del estudio de estos resultados se han extraído las siguientes conclusiones:

- A la vista de las comparativas, ParSys se presenta como el modelo más completo y adecuado para llevar a cabo la simulación de deformidad de tejidos elásticos con comportamiento volumétrico en tiempo real. Este modelo se ha mostrado como el más rápido y el que mejor comportamiento global ha obtenido. La puntuación más baja de ParSys la obtiene en el parámetro *Sencillez*. Esto no es debido a las ecuaciones del sistema de partículas (muy sencillo de implementar y calcular), sino al manejo de la malla triangular, tanto por el movimiento de los vértices a partir de la deformación del sistema de partículas, como por los cálculos para la representación de los cortes. Estos cálculos añaden una complejidad de la que se ve exenta el modelo T2Mesh.
- El modelo T2Mesh, aunque rápido de calcular, penaliza en el realismo de comportamiento, mucho más agravado si se trata de simular objetos con volumen. Junto a eso, la determinación de los parámetros del modelo es complicada, así como la inestabilidad que una incorrecta elección de ellos produce en el modelo. Sin embargo, este modelo sigue siendo una buena alternativa en la simulación de tejidos planos sin volumen.
- El modelo BEM, al igual que sus parientes los modelos basados en FEM, probablemente sean el futuro cuando el tiempo de procesamiento siga mejorando y no sea el principal obstáculo que es en la actualidad. Junto a ese problema, el modelo BEM tiene un grave problema con la realización de cambios topológicos. Aunque simplifica su ejecución con respecto a los modelos basados en FEM, sigue siendo un proceso complicado y excesivamente costoso para ser realizado en tiempo real cuando el número de nodos es importante. Este modelo además es complicado de implementar (al igual que los modelos FEM) al requerir complejos sistemas de resolución de ecuaciones.

CAPÍTULO 5

RESUMEN Y CONCLUSIONES

5.1. Resumen.

Los grandes avances producidos en la medicina en los últimos años han conseguido que se puedan tratar cada vez un mayor número de enfermedades de forma sencilla y eficiente. El campo de la cirugía también ha experimentado grandes avances, sobretodo en los últimos años. A principios del siglo XX con la aparición de la anestesia, el descubrimiento de los microorganismos como causantes de las infecciones, y los mejores conocimientos anatómicos para evitar las hemorragias fueron sin lugar a dudas los grandes impulsores de la cirugía en este siglo. La cirugía ha seguido evolucionando hacia la consecución de una menor agresión en el cuerpo del paciente, siendo la cirugía mínimamente invasiva la gran impulsora de esta evolución. Este tipo de cirugías tienen unas grandes ventajas para el paciente, entre otras, un postoperatorio mucho más corto y menos doloroso, así como un menor riesgo de infección en las heridas operatorias. Sin embargo, esta cirugía supone un problema para los profesionales médicos y los hospitales, en cuanto a una necesidad de una mayor dotación tecnológica (en el caso de los hospitales), y una mayor dificultad de aprendizaje de las técnicas por parte de los cirujanos.

Los simuladores quirúrgicos, como entornos virtuales interactivos para el entrenamiento de cirujanos en cirugías complejas, se ven como el futuro en el aprendizaje de técnicas quirúrgicas. Sin embargo, los simuladores quirúrgicos tienen una serie de problemas importantes. Prácticamente cualquier objeto representado en ellos es deformable, siendo además las propiedades físicas de los tejidos vivos demasiado complejas de simular con simples animaciones. Por ello, la única solución es el empleo de los modelos deformables interactivos. La simulación quirúrgica ha permitido que se produzcan grandes avances en el campo de los modelos deformables, debido a los complejos requisitos de los tejidos vivos. En este desarrollo han aparecido dos vertientes principales: las aproximaciones heurísticas y las aproximaciones basadas en mecánica continua. Ambos métodos tienen sus ventajas e inconvenientes, debiendo elegirse uno u otro en función de los requisitos deseados, principalmente, velocidad o precisión.

En esta tesis se ha presentado un nuevo modelo deformable (ParSys) que, al igual que otros modelos deformables, permite, de forma simple, la incorporación de elasticidad a los modelos geométricos sintéticos 3D. Este modelo, basado en volúmenes ligados, aunque se ha centrado principalmente en la velocidad por encima de la precisión, no se ha dejado de lado el comportamiento realista basado en parámetros físicos reales.

ParSys ha intentado unir las ventajas de cada uno de los modelos deformables existentes, presentando las siguientes características principales:

- Es un modelo rápido de calcular. Casi tan rápido como los modelos deformables heurísticos más simples basados en sistemas masa-muelle.
- Permite la realización de cambios topológicos de forma sencilla.

- Los parámetros que gobiernan la deformación pueden estar basados en parámetros físicos reales, en concreto en el módulo de Young, al igual que los modelos basados en mecánica continua.
- Posee un comportamiento volumétrico, lo que permite un mayor realismo visual ante las deformaciones producidas.
- Puede obtener el sistema de partículas encargado de la deformación sin necesidad de conocer la estructura interna de los objetos.

Estas características invitan a pensar que ParSys es un modelo ideal para su uso en entornos virtuales interactivos y, en particular, en entornos tan complejos como la simulación quirúrgica.

5.2. Contribuciones de la tesis.

Como sea ha mencionado con anterioridad, esta tesis presenta un nuevo modelo deformable que permite la incorporación de objetos elásticos-deformables a entornos virtuales interactivos. El modelo es robusto, rápido y fiable, pudiendo por ello ser incorporado a sistema de simulación quirúrgica, con el fin de servir de entrenamiento de las diferentes técnicas quirúrgicas a los profesionales de la salud.

De este modo, las aportaciones de esta tesis en el ámbito de los gráficos por ordenador y, en concreto, a las líneas de investigación de simulación y modelos deformables, pueden resumirse en los siguientes puntos:

- Aporta un NUEVO modelo deformable basado en volúmenes ligados para simular la deformación de tejidos elásticos en tiempo real.
- Presenta un estudio del estado del arte de los modelos deformables interactivos en tiempo real.
- Realiza tres implementaciones diferentes para el cálculo de las fuerzas internas del modelo (muelles, eslabones y campos potenciales), para su estudio y evaluación.
- Realiza un estudio cualitativo con respecto a dos modelos deformables ya implementados (T2Mesh y BEM), excelentes representantes de cada una de las dos vertientes principales (heurísticos y mecánica continua respectivamente) [Mon 99]
- Realiza, así mismo, un estudio cuantitativo con respecto a esos dos modelos (T2Mesh y BEM).

5.3. Desarrollos futuros.

Como cualquier investigación, esta Tesis Doctoral constituye un primer paso dentro de su área y, por tanto, resulta ampliable en diversos aspectos. Se está trabajando en algunas ampliaciones del modelo para mejorar algunos aspectos:

- Permitir un comportamiento no homogéneo del tejido con el modelado.
- Permitir un comportamiento anisotrópico.
- Mejora en el sistema de detección de las colisiones.
- Permitir la sutura.
- Validar su uso en un simulador quirúrgico (GeRTiSS) en un entorno hospitalario real.

ANEXO I

EL MODELO T2MESH

I.1. Introducción.

El modelo T2Mesh (algoritmo basado en mallas simples tipo 2 [Del 94a]), es probablemente el modelo más representativo de los modelos heurísticos basados en el sistema punto-muelle. Este modelo minimiza y hace constante la conectividad entre los vértices de la malla. Estas propiedades permiten simplificar enormemente las ecuaciones deformables que gobiernan el comportamiento elástico de los tejidos, confiriéndoles una mayor rapidez en el cálculo de la deformación que al resto de algoritmos basados en el sistema “punto-muelle”.

I.2. Las mallas simples tipo 2.

En general, una *Ti-Mesh* presenta una conectividad constante $i+1$ (por tanto, cada vértice de la malla estará conectado exactamente con $i+1$ vértices vecinos). Formalmente, una *Tk-Mesh* M en \mathfrak{R}^d se define como un par $(V(M), N(M))$ tal que:

- $V(M) = \{P_i \in \mathfrak{R}^d : i = 1, \dots, n\}$ (I.1)

- $N(M) = \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}^{k+1}$ (I.2)

$$i \rightarrow (N_1(i), N_2(i), \dots, N_{k+1}(i)), N_j(i) \in \{1, \dots, n\}, j = 1, \dots, k+1, \\ i \in \{1, \dots, n\}$$
 (I.3)

- $\forall i \in \{1, \dots, n\}, \forall j \in \{1, \dots, k+1\}, \forall l \in \{1, \dots, k+1\}, l \neq j$ (I.4)

$$N_j(i) \neq i$$
 (I.5)

$$N_l(i) \neq N_j(i)$$
 (I.6)

en donde $V(M)$ es el conjunto de vértices de M y $N(M)$ es la función de conectividad asociada. Las condiciones (I.4)-(I.6) permiten asegurar la no aparición de bucles o aristas dobles en la rejilla. Dentro de las *Ti-Mesh*, la T2-Mesh es la malla que, con una mínima conectividad, permite representar cualquier tipo de superficie tridimensional.

La naturaleza topológica de la T2-Mesh está representada mediante la función de conectividad $N(M)$ y la naturaleza geométrica mediante la posición de los vértices $V(M)$. El hecho de que la T2-Mesh presente una topología de conectividad constante en todo vértice de la malla, permite representar la relación de cada vértice de la malla con respecto a sus vecinos inmediatos de una forma muy simple:

$$P_i = \varepsilon_{1i} P_{N_1(i)} + \varepsilon_{2i} P_{N_2(i)} + \varepsilon_{3i} P_{N_3(i)} + L(r_i, d_i, \rho_i) \bar{N}_i$$
 (I.7)

en donde:

- $N(i)$ representa el conjunto de índices de los vecinos inmediatos del vértice i (que como sabemos son tres, al ser esta malla una T2-Mesh), y, por tanto, por cada i tendremos tres elementos en el conjunto $N(i) = \{N_1(i), N_2(i), N_3(i)\}$.
- P_i representa al punto i de la malla.
- Los valores $\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}$ y ε_{3i} son constantes que cumplen $\varepsilon_{ji} > 0, \varepsilon_{1i} + \varepsilon_{2i} + \varepsilon_{3i} = 1$ y:

$$F_i = \varepsilon_{1i} P_{N_1(i)} + \varepsilon_{2i} P_{N_2(i)} + \varepsilon_{3i} P_{N_3(i)} \quad (I.8)$$

donde F_i es la proyección del punto P_i sobre el plano $\overline{P_{N_1(i)} P_{N_2(i)} P_{N_3(i)}}$ (ver Fig. I.1).

- $L(r_i, d_i, \rho_i)$ la distancia de F_i a P_i .
- \vec{N}_i representa la normal al plano definido por los tres vecinos inmediatos de P_i

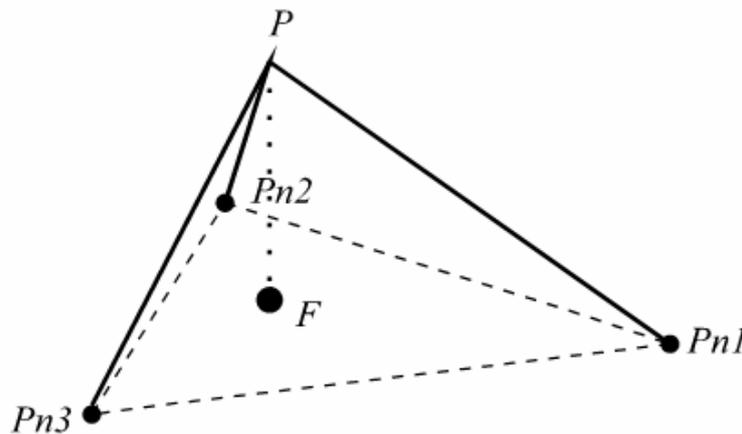


Fig. I.1: Esquema de la relación entre los nodos de una malla simple tipo 2.

Este esquema permite construir de forma sencilla las fórmulas que gobiernan la deformabilidad de la malla. Esta simplicidad cumple un objetivo fundamental: la creación de un algoritmo simple y rápido de control de la malla deformable.

La T2-Mesh de la superficie del objeto elástico se obtiene a partir del mallado triangular de la misma. Esto es posible gracias a las propiedades de la dualidad *Malla simple – Triangulación*:

El grafo dual de una T2-Mesh es el grafo de una triangulación. Por tanto, una T2-Mesh puede ser obtenida a partir de una triangulación y viceversa.

En la Fig I.2 se puede observar la dualidad que existe entre la T2-Mesh y la triangulación. En esta se puede observar que a cada vértice de la triangulación le corresponde una cara en la T2-Mesh y a cada vértice de la T2-Mesh le corresponde una cara en la triangulación.

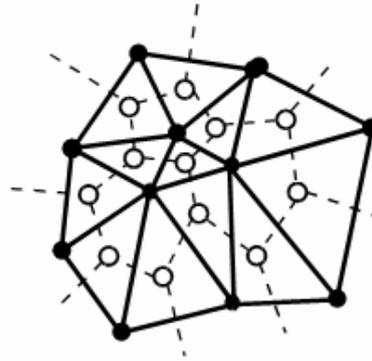


Fig. I.2: Dualidad entre la T2-Mesh (nodos blancos y aristas discontinuas) y la triangulación (nodos negros y aristas continuas).

Todo objeto definido mediante un modelo deformable posee una energía interna que es nula cuando se encuentra en estado de reposo o estado de deformación nulo. Cuando dicho objeto es sometido a un conjunto de fuerzas externas, éstas provocarán la deformación del objeto y, por tanto, incrementarán la energía interna del mismo. La ecuación que, basada en la teoría física de elasticidad, normalmente se utiliza para gobernar la deformación de la malla es:

$$\mu \frac{d^2 P_i}{dt^2} + \gamma \frac{dP_i}{dt} + \vec{F}_{\text{int}} = \vec{F}_{\text{ext}} \quad (\text{I.9})$$

en donde γ es el coeficiente de rozamiento viscoso y μ es la masa de un nodo de la malla. \vec{F}_{int} representa a las fuerzas internas que intentan oponerse a la deformación del objeto, y \vec{F}_{ext} representa a la fuerza externa que se aplica sobre un determinado punto.

En el caso de las T2-Mesh, las fuerzas internas que afectan a un determinado nodo P_i en el instante de tiempo t viene dada por:

$$\vec{F}_{\text{int}} = \alpha_i \left(\varepsilon_{1i} \overline{P_i P_{N_1(i)}} + \varepsilon_{2i} \overline{P_i P_{N_2(i)}} + \varepsilon_{3i} \overline{P_i P_{N_3(i)}} + L(r_i, d_i, \rho_i) \vec{N}_i \right) \quad (\text{I.10})$$

donde $\varepsilon_{1i} + \varepsilon_{2i} + \varepsilon_{3i} = 1$, siendo $\varepsilon_{ji} \in [0,1] \forall j$.

ANEXO II

EL MODELO BEM

II.1. Introducción.

El modelo basado en BEM, dentro de la línea de investigación basada en FEM, presenta dos ventajas:

- Únicamente requiere la discretización de la superficie de los objetos, mientras que los FEM, en general, requieren la discretización de todo el volumen. La discretización de la superficie es relativamente sencilla, mientras que la discretización del volumen puede ser extremadamente difícil para determinados objetos complejos.
- Permite una mayor flexibilidad en la representación de la malla ya que no precisa que ésta sea continua.

II.2. Los BEM.

La ecuación que gobierna la deformación de la malla en los modelos deformables BEM se deriva de la ecuación de elasticidad:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} + b_1 &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} + b_2 &= 0 \quad x = (x_1, x_2, x_3) \in \Omega \\ \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} + b_3 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II.1})$$

en donde Ω representa el dominio del objeto, σ_{ij} son los componentes del tensor de tensiones en un punto dentro del dominio, b_i representa a las componentes de las fuerzas que afectan al objeto, tales como la gravedad o las fuerzas que aparecen en termoelasticidad y cada x_j representa cada una de las tres posibles direcciones que indican los ejes de coordenadas principales. Al objeto de simplificar las expresiones se va a utilizar la notación a base de índices, de modo que la ecuación (II.1) quedaría de la siguiente forma:

$$\sigma_{kj,j} + b_k = 0 \quad x \in \Omega, k, j = 1, 2, 3 \quad (\text{II.2})$$

en donde el índice j variará primero para posteriormente realizar la variación el índice k .

La ecuación anterior tiene la siguiente ecuación equivalente de Navier:

$$\frac{1}{1-2\nu} u_{j,kj} + u_{k,jj} + \frac{1}{\mu} b_k = 0 \quad x \in \Omega, k, j = 1, 2, 3 \quad (\text{II.3})$$

en donde $u = (u_1, u_2, u_3)$ representa a los desplazamientos debidos a la deformación del objeto, ν representa el ratio de Poisson y $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ en donde E representa el módulo de Young.

Además, se supone que sobre las ecuaciones anteriores se pueden fijar las siguientes condiciones de contorno:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{u}_k = \overline{u}_k \text{ en } \Gamma_1 \\ p_k = \overline{p}_k \text{ en } \Gamma_2 \end{array} \right\} \text{ para } \Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 \quad (\text{II.4})$$

en donde \overline{u}_k y \overline{p}_k son los valores preestablecidos de desplazamiento y tracción en el contorno Γ del dominio Ω y p_k representa las tracciones o intensidades de fuerza de superficie del objeto. Estas vendrían dadas por:

$$p_k = \mu \left(\frac{2\nu}{1-2\nu} \delta_{kj} u_{m,m} + u_{k,j} + u_{j,k} \right) n_j \quad (\text{II.5})$$

en donde δ_{kj} es la delta de Kroneker y $n = (n_1, n_2, n_3)$ representa la normal al contorno del dominio.

Como para dominios Ω no se puede obtener una solución analítica para u , el valor u_k debe ser aproximado de la siguiente forma:

$$u_k \approx \alpha_1 \phi_1 + \alpha_2 \phi_2 + \dots + \alpha_N \phi_N \quad (\text{II.6})$$

en donde las α_j son los coeficientes desconocidos y las ϕ_j son un conjunto de funciones linealmente independientes. Para obtener coeficientes con un significado claramente físico, son seleccionados N puntos del dominio (también llamados nodos) y los valores u_k de estos nodos, es decir los u_k^l , reemplazarán a los coeficientes α_j :

$$u_k \approx u_k^1 \phi_1 + u_k^2 \phi_2 + \dots + u_k^N \phi_N \quad (\text{II.7})$$

Con esto, excepto para los casos donde la solución exacta puede ser expresada en términos de las funciones ϕ_j , u_k no satisfará la ecuación diferencial inicial (II.3) de acuerdo con las condiciones de contorno (II.4). En su lugar, se tendrán que evaluar los valores residuales R_Ω , R_{Γ_1} y R_{Γ_2} , los cuales, por lo general, no serán cero:

$$R_\Omega = \frac{1}{1-2\nu} u_{j,kj} + u_{k,jj} + \frac{1}{\mu} b_k \quad x \in \Omega \quad (\text{II.8})$$

$$R_{\Gamma_1} = u_k - \overline{u_k} \quad x \in \Gamma_1 \quad (\text{II.9})$$

$$R_{\Gamma_2} = p_k - \overline{p_k} = \mu \left(\frac{2\nu}{1-2\nu} \delta_{kj} u_{m,m} + u_{k,j} + u_{j,k} \right) n_j - \overline{p_k} \quad x \in \Gamma_2 \quad (\text{II.10})$$

Dependiendo de la aproximación elegida para u_k , se pueden distinguir tres tipos de aproximaciones: la del *método del dominio* que intenta satisfacer todas las condiciones de contorno pero no la ecuación que gobierna en el dominio (es decir, $R_\Omega \neq 0$, $R_{\Gamma_1} = 0$ y $R_{\Gamma_2} = 0$); la del *método del contorno*, que intenta satisfacer la ecuación que gobierna en el dominio (es decir, $R_\Omega = 0$, $R_{\Gamma_1} \neq 0$ y $R_{\Gamma_2} \neq 0$); y el *método mixto* que no satisface ninguna de estas ecuaciones (es decir $R_\Omega \neq 0$, $R_{\Gamma_1} \neq 0$ y $R_{\Gamma_2} \neq 0$).

Todos los métodos numéricos tratan de minimizar sus respectivos errores residuales aplicando diferentes técnicas. Para ello, el error debe ser forzado a ser cero en ciertos puntos, regiones, ... Independientemente del método de distribución de error que se escoja, normalmente todos fuerzan a ser cero la integral residual ponderado mediante una cierta función. Estas son conocidas como *técnicas residuales ponderadas*:

$$\int_{\Omega} R \psi_j d\Omega = 0 \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (\text{II.11})$$

en donde las ψ_j son un conjunto de funciones peso linealmente independientes. Con el objetivo de facilitar la notación, se introduce una función peso asociada w como:

$$w = \beta_1 \psi_1 + \beta_2 \psi_2 + \dots + \beta_N \psi_N = \sum_{j=1}^N \beta_j \psi_j \quad (\text{II.12})$$

donde las β_j son coeficientes arbitrarios. De este modo, (II.11) puede ser escrita como:

$$\int_{\Omega} R w d\Omega = 0 \quad (\text{II.13})$$

Diferentes tipos de funciones de peso w definirán diferentes métodos de aproximación.

Si se aplica la técnica residual ponderada a la ecuación (II.1) se obtiene que:

$$\int_{\Omega} (\alpha_{kj,j} + b_k) w d\Omega = 0 \quad (\text{II.14})$$

Integrando esta expresión por partes se obtiene:

$$-\int_{\Omega} \alpha_{kj} w_j d\Omega + \int_{\Gamma} \alpha_{kj} w n_j d\Gamma + \int_{\Omega} b_k w d\Omega = 0 \quad (\text{II.15})$$

Teniendo en cuenta que $p_k = \alpha_{kj} n_j$ en Γ se obtiene:

$$-\int_{\Omega} \alpha_{kj} w_j d\Omega + \int_{\Omega} b_k w d\Omega = -\int_{\Gamma} p_k w d\Gamma = -\int_{\Gamma_1} p_k w d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \overline{p_k} w d\Gamma \quad (\text{II.16})$$

La sustitución de la expresión (37) sobre la ecuación anterior da lugar a la ecuación:

$$-\mu \int_{\Omega} \left(\frac{2\nu}{1-2\nu} \delta_{kj} u_{m,m} + u_{k,j} + u_{j,k} \right) w_{,j} d\Omega + \int_{\Omega} b_k w d\Omega = -\int_{\Gamma} p_k w d\Gamma \quad (\text{II.17})$$

A partir de la ecuación (II.17) y mediante la aplicación de la integración por partes propuesta por C.A. Brebbia y J. Domínguez en [Bre 89] se obtiene la expresión:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} u_k w_{,jm} d\Omega + \int_{\Omega} b_k w d\Omega &= \int_{\Gamma} u_k w_{,j} d\Gamma - \int_{\Gamma} p_k w d\Gamma = \\ &= \int_{\Gamma_1} \overline{u_k} w_{,j} d\Gamma + \int_{\Gamma_2} u_k w_{,j} d\Gamma - \int_{\Gamma_1} p_k w d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \overline{p_k} w d\Gamma \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Teniendo en cuenta el método del contorno y que, por tanto, se ha de satisfacer que el residual del dominio (II.8) ha de ser cero $R_{\Omega} = 0$, se puede deducir, de formas sencilla, que a partir de la ecuación (II.18) la siguiente igualdad [Chi 96]:

$$c_{lk}^i u_k^i + \int_{\Gamma} p_{lk}^* u_k d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{lk}^* p_k d\Gamma + \int_{\Omega} u_{lk}^* b_k d\Omega \quad (\text{II.19})$$

en donde el valor c_{lk}^i depende de las propiedades de la superficie de contorno en el punto i , u_k^i es el vector de desplazamiento nodal en el nodo i y p_{lk}^* y u_{lk}^* son conocidas como soluciones fundamentales. El valor de estas últimas viene dado por:

$$u_{lk}^* = \frac{1}{16\pi\mu(1-\nu)\rho} \left[(3-4\nu)\delta_{lk} + \rho_l^0 \rho_k^0 \right] \quad (\text{II.20})$$

$$p_{lk}^* = \frac{1}{8\pi(1-\nu)\rho^2} \left\{ \frac{\partial \rho}{\partial n} \left[(1-2\nu)\delta_{lk} + 3\rho_l^0 \rho_k^0 \right] + (1-2\nu)(n_l \rho_k^0 - n_k \rho_l^0) \right\} \quad (\text{II.21})$$

en donde $\rho_j^0 = \rho_j / \rho$, siendo $\rho = (\rho_1, \rho_2, \rho_3)$ el vector posición del punto de la superficie considerado, siendo n la normal unitaria a la superficie en dicho punto.

La ecuación (II.19) se puede escribir de forma matricial del siguiente modo:

$$c^i u^i + \int_{\Gamma} p^* u \, d\Gamma = \int_{\Gamma} u^* p \, d\Gamma + \int_{\Omega} u^* b \, d\Omega \quad (\text{II.22})$$

en donde las matrices de las soluciones fundamentales u^* y p^* están definidas como:

$$u^* = \begin{pmatrix} u_{11}^* & u_{12}^* & u_{13}^* \\ u_{21}^* & u_{22}^* & u_{23}^* \\ u_{31}^* & u_{32}^* & u_{33}^* \end{pmatrix} \quad (\text{II.23})$$

$$p^* = \begin{pmatrix} p_{11}^* & p_{12}^* & p_{13}^* \\ p_{21}^* & p_{22}^* & p_{23}^* \\ p_{31}^* & p_{32}^* & p_{33}^* \end{pmatrix} \quad (\text{II.24})$$

Discretización.

Los *elementos finitos*, en general, consisten en definir un número finito de puntos (o nodos) dentro de un dominio para discretizarlo, posteriormente, en un número finito de subdominios (o elementos) conectados a través de estos puntos de control. De esta forma, cualquier función continua puede ser aproximada en cada subdominio a través de su respectiva ecuación polinómica. Esta ecuación se encontrará definida en función de los valores de desplazamiento nodal y las restricciones de continuidad fijadas entre las zonas límite, entendidas como los límites de los subdominios. En el caso de los BEM la discretización consistirá en la descomposición de la superficie del objeto complejo en una malla de triángulos o cuadrángulos unidos a través de los nodos control.

Por tanto, dado que la superficie Γ estará discretizada en n_{el} elementos Γ_j , se puede aproximar la ecuación (II.22) del siguiente modo:

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^{n_{el}} \left\{ \int_{\Gamma_j} p^* \Phi \, d\Gamma \right\} u^j = \sum_{j=1}^{n_{el}} \left\{ \int_{\Gamma_j} u^* \Phi \, d\Gamma \right\} p^j + \sum_{s=1}^M \left\{ \int_{\Omega_s} u^* b \, d\Omega \right\} \quad (\text{II.25})$$

en donde u^j y p^j son los desplazamientos y tracciones nodales y que para integrar las fuerzas del cuerpo b el dominio Ω ha sido dividido en M elementos Ω_s . Φ no es más que la matriz de interpolación nodal.

Dado que la discretización del contorno conduce a la creación de n_n nodos, la ecuación puede también ser reescrita de la siguiente forma:

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^{n_n} \tilde{H}^{ij} u^j = \sum_{j=1}^{n_n} G^{ij} p^j + \sum_{s=1}^M B^{is} \quad (\text{II.26})$$

en donde \tilde{H}^{ij} y G^{ij} son las matrices de influencia y B^{is} es el vector de influencia de fuerza del cuerpo. Estos estarán definidos como:

$$\tilde{H}^{ij} = \sum_{t=1}^{n_{el}} \int_{\Gamma_t} p^* \Phi_{h(j,t)} d\Gamma \quad (\text{II.27})$$

j-esimo nodo
del elemento t

$$G^{ij} = \sum_{t=1}^{n_{el}} \int_{\Gamma_t} u^* \Phi_{h(j,t)} d\Gamma \quad (\text{II.28})$$

j-esimo nodo
del elemento t

$$B^{is} = \int_{\Omega_s} u^* b d\Omega \quad (\text{II.29})$$

en donde las sumas se extienden a todos los elementos a los cuales pertenece el nodo j y $h(j,t)$ es el número de orden del nodo j dentro del elemento t .

Si se define:

$$H^{ij} = \begin{cases} \tilde{H}^{ij} & \text{para } i \neq j \\ \tilde{H}^{ij} + c^i & \text{para } i=j \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

se podrá reescribir la función (II.26) de la siguiente forma:

$$\sum_{j=1}^{n_n} H^{ij} u^j = \sum_{j=1}^{n_n} G^{ij} p^j + \sum_{s=1}^M B^{is} \quad (\text{II.31})$$

La expresión anterior corresponde a un nodo particular i . Si se ensamblan las contribuciones de los n_n nodos, se obtiene un sistema de ecuaciones global, el cual, en forma matricial aparece como:

$$HU = GP + B \quad (\text{II.32})$$

en donde H y G son las matrices globales de influencia y U , P y B son los vectores de desplazamiento global, tracción y fuerza del cuerpo respectivamente.

Reordenamiento del sistema de ecuaciones.

Con el objetivo de poder ser determinado, un sistema de ecuaciones ha de contener tantas ecuaciones como incógnitas. En el caso del sistema (II.32), esto significa que para todos los nodos del contorno y en cada una de las tres direcciones básicas x_1 , x_2 y x_3 o los desplazamientos u_k o las tracciones p_k deben estar preestablecidos. Estas condiciones de contorno son entonces insertadas en los vectores

globales de desplazamiento y tracción U y P . Respectivamente, algunas de las columnas de H estarán multiplicadas por valores desconocidos de u_k , mientras que exactamente las columnas complementarias de G estarán multiplicadas por valores desconocidos de p_k . Por tanto, estas columnas pueden ser ensambladas en una única matriz mediante el intercambio de las columnas de H y G y los respectivos elementos de U y P , dando como resultado:

$$AX = \bar{A}\bar{X} + B \quad (\text{II.33})$$

en donde A y \bar{A} son la *matriz del sistema* y la *matriz complementaria del sistema*, respectivamente, resultantes del reordenamiento de H y G ; X es el *vector solución* que contiene las tracciones y desplazamientos desconocidos; \bar{X} es el *vector del sistema complementario* que contendrá las tracciones y desplazamientos conocidos y B es el ya conocido vector global de fuerza del cuerpo.

Dado que \bar{A} , \bar{X} y B son conocidos en el momento del cálculo de la deformación, se puede obtener:

$$F = \bar{A}\bar{X} + B \quad (\text{II.34})$$

que sustituyendo en (II.33) quedaría como:

$$AX = F \quad (\text{II.35})$$

A este vector F se le denomina vector mano derecha. Como se puede observar, el resultado es un sistema de ecuaciones lineal en donde el vector X contiene las incógnitas cuyo valor se desea obtener.

BIBLIOGRAFÍA

- [Alc00] Alcañiz, M.; Grau, V.; Monserrat, C.; Juan, M.C., Sistema de neurocirugía asistida por ordenador mediante computación de altas prestaciones. Desarrollo y validación clínica. *Actas XII congreso internacional de ingeniería gráfica (ISBN: 84-8448-008-9)*
- [Alg 95] M.-E. Algorri, F. Schmitt, *Deformable models for reconstructing 3D data*, in: N. Ayache (Ed.), Proceedings of the Computer Vision and Robotics in Medicine (CVRMed:1), Lecture Notes in Computer Science, vol. 905, Springer, Berlin, 1995.
- [Bau 98] C. Baur, D. Guzzoni, O. Georg, *Virgy: A Virtual Reality and Force Feedback Based Endoscopic Surgery Simulator*, Proc. Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 6), J.D. Westwood et al. (eds.), Studies in Health Technology and Informatics, 50, pp. 111-116, IOS Press, Amsterdam, 1998
- [Ber 99] J. Berkley, S. Weghorst, H. Gladstone, G. Raugi, D. Berg, M. Ganter, *Fast Finite Element Modelling for Surgical Simulation*, in: J.D. Westwood, et al. (Eds.), Proceedings of the Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 7), Studies in Health Technology and Informatics, vol.62, IOS Press, Amsterdam, pp. 55-61, 1999
- [Bho 99] O.S. Bholat et al., *Defining the Role of Haptic Feedback in Minimally Invasive Surgery*, Proc. Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 7), J.D. Westwood et al. (eds.), Studies in Health Technology and Informatics 62, pp. 62-66, IOS Press, Amsterdam, 1999
- [Bos 02] Boston Dynamics, http://www.bdi.com/Virtual_Surgery.html, Cambridge, 2002
- [Bou 99] F. Boux de Casson, C. Laugier, *Modelling the dynamics of a human liver for a minimally invasive surgery simulator*, in: C. Taylor, LA. Colchester (Eds.), Proceedings of the Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI: 2), Lecture Notes in Computer Science, vol. 1679, Springer, Berlin, pp. 1166-1174, 1999
- [Bre 89] C.A. Brebbia, J. Domínguez, *Boundary Elements, An Introductory Course*, Computational Mechanics Publications, Southampton, McGraw-Hill Book Company, New York, 1989
- [Bro 95] M. Bro-Nielsen, *Modelling elasticity in solids using active cube, application to simulated operations*, in: N. Ayache (Ed.), Proceedings of the Computer Vision, Virtual Reality and Robotics in Medicine (CVRMed: 1), Lecture Notes in Computer Science, vol. 905, Springer, Berlin, pp. 535-541, 1995
- [Bro 96] M. Bro-Nielsen, *Surgery simulation using fast finite elements*, in: K.H. Bohme, R. Kikinis (Eds.), Proceedings of the Visualization in Biomedical Computing (VBC: 4), Lecture Notes in Computer Science, vol.1131, Springer, Berlin, pp. 529-534, 1996
- [Bro 98a] M. Bro-Nielsen, *Finite Element Modelling in Surgical Simulation*, Proc. IEEE 86 (3) 490-503, 1998
- [Bro 98b] M. Bro-Nielsen, D. Helfrick et al., *VR Simulation of Abdominal Trauma Surgery*, Proc. Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 6), J.D. Westwood et al. (eds.), Studies in Health Technology and Informatics, 50, pp. 117-123, IOS Press, Amsterdam, 1998
- [Bro 00] J. Brown, S. Sorkin, J.-C. Latombe, K. Montgomery, M. Stephanides, *Algorithmic tools for real-time microsurgery simulation*, Med. Image Anal. 6, 289-300, 2000
- [Bro 01] J. Brown, K. Montgomery, J.-C. Latombe, M. Stephanides, *A Microsurgery Simulation System*, Proc. Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI: 4), W.J. Niessen, M. Viergever (eds.), Lecture Notes in Computer Science, 2208, pp. 137-144, Springer, Berlin, 2001

- [Cai 01] Y. Cai, C.-K. Chui, Y. Wang, Z. Wang, J.H. Anderson, *Parametric Eyeball Model for Interactive Simulation of Ophthalmologic Surgery*, in: W.J. Niessen, M. Viergever (Eds.), Proceedings of the Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI: 4), Lecture Notes in Computer Science, vol. 2208, Springer, Berlin, pp. 465-472, 2001
- [Chi 96] F. Chinesta, O. Fernando, P. Arnaud, R. Torres, *Mecánica de los Medios continuos*, Ed.: Universidad Politécnica de Valencia, 1996
- [Coq 90] S. Coquillart, *Extended free-form deformation: a sculpturing tool for 3D geometric modeling*, Comput. Graph. 24 (4) 187-196, 1990
- [Coq 91] S. Coquillart, P. Jancene, *Animated free-form deformation: an interactive animation technique*, Comput. Graph. 25 (4) 23-26, 1991
- [Cot 96] S. Cotin, H. Delingette, N. Ayache, *Real time volumetric deformable models for surgery simulation*, in: K.H. Bohme, R. Kikinis (Eds.), Proceedings of the Visualization in Biomedical Computing (VBC:4), Lecture Notes in Computer Science, vol. 1131, Springer, Berlin, pp. 535-540, 1996
- [Cot 98] S. Cotin, H. Delingette, N. Ayache, *Efficient Linear Elastic Models of Soft Tissues for Real-Time Surgery Simulation*, INRIA Technical Report RR-3510, <http://www.inria.fr/RRRT/RR-3510.html>, 1998
- [Cot 99a] S. Cotin, H. Delingette, N. Ayache, *Real-time elastic deformations of soft tissues for surgery simulation*, IEEE Trans. Visualization Comput. Graph. 5 (1) 62-73, 1999
- [Cot 99b] S. Cotin, H. Delingette, N. Ayache, et al., *Efficient linear elastic models of soft tissues for real-time surgery simulation*, in: J.D. Westwood (Ed.), Proceedings of the Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 7), Studies in Health Technology and Informatics, vol. 62, IOS Press, Amsterdam, pp. 100-101, 1999
- [Cov93] S.A. Cover, N.F. Ezquerra, J.F. O'Brian, R. Rowe, T. Gadacz, E. Palm, *Interactively deformable models for surgery simulation*, IEEE Computer Graphics & Applications, pp. 68-75, Nov. 1993
- [Daw 98] S.L. Dawson, J.A. Kaufman, *The Imperative for Medical Simulation*, Proc. IEEE, 86 (3), pp. 479-483, 1998
- [Dow 98] M. Downes et al., *Virtual Environments for Training Critical Skills in Laparoscopic Surgery*, Proc. Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 6), J.D. Westwood et al. (eds.), Studies in Health Technology and Informatics, 50, pp. 316-322, IOS Press, Amsterdam, 1998
- [De 99] S. De, M.A. Srinivasan, *Thin Walled Models for Haptic and Graphical Rendering of Soft Tissues in Surgical Simulations*, in: J.D. Westwood, et al. (Eds.), Proceedings of the Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 7), Studies in Health Technology and Informatics, vol.62, IOS Press, Amsterdam, pp. 94-99, 1999
- [Del 94a] Delingette, H.; *Simplex Meshes: A General Representation for 3D Shape Reconstruction*, INRIA, Research Report RR2214, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-2214.html>, 1994
- [Del 94b] H. Delingette, G. Subsol, J. Pignon, *A Cranofacial Surgery Simulation Testbed*, INRIA, Research Report RR2199, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-2199.html> 1994
- [Del 94c] H. Delingette, *Simplex Meshes: A General Representation for 3D Shape Reconstruction*, INRIA, Research Report RR2214, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-2214.html>, 1994

- [Del 98] H. Delingette, *Toward Realistic Soft-Tissue Modelling in Medical Simulation*, Proc. IEEE, 86 (3), pp. 512-523, 1998
- [Deu 95] O. Deussen, L. Kobbelt, P. Tücke, *Using simulated annealing to obtain good approximations of deformable bodies*, in: D. Terzopoulos, D. Thalmann (Eds.), Proceedings of the EuroGraphics Workshop Computer Animation and Simulation, Springer, Berlin, 1995.
- [Dou 04] Doug, L. James, Dinesh K. Pai, *BD-Tree : Output-Sensitive Collision Detection for Reduced Deformable models*, ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH), 23(3), 2004.
- [Fis 97] H. Fischer, *Sensor-Aktorsysteme für den Einsatz in der laparoskopischen Chirurgie*, Scientific Report FZKA 5898, Forschungszentrum Karlsruhe, Karlsruhe, 1997.
- [Gan 01] A. Gandsas, <http://www.laparoscopy.com/>, 2001
- [Gau 94] J.M. Gauch, *Hybrid boundary-based and region-based deformable models for biomedical image segmentation*, SPIE 2299 72-83, 1994
- [Gei 95] B. Geiger, R. Kikinis, *Simulation of Endoscopy*, Proc. Computer Vision and Robotics in Medicine (CVRMed), N. Ayache et al. (eds.), pp. 277-281, Berlin, 1995
- [Gib 97a] S.F.F. Gibson, *3D chainmail: a fast algorithm for deforming volumetric objects*, Proceedings of the symposium on interactive 3D graphics, ACM SIGGRAPH, pp. 149-154, 1997
- [Gib 97b] S.F.F. Gibson, et al., *Simulating arthroscopic knee surgery using volumetric object representations, real-time volume rendering and haptic feedback*, in: J. Troccaz, E. Grimson, R. Mosges (Eds.), Proceedings of the CVRMed-MRCAS'97, Lecture Notes in Computer Science, vol. 1205, Springer, Berlin, pp. 369-378, 1997
- [Gib 98] S.F.F. Gibson, *Volumetric object modelling for surgical simulation*, Med. Image Anal. 2 (2), 121-132, 1998
- [Gib 99] S.F.F. Gibson, *Using linked volumes to model object collisions, deformation, cutting, carving, and joining*, IEEE Trans. Visualization Comput. Graph. 5 (4) 333-348, 1999
- [Gil 97] S. Gillner et al., *VR Simulation of a Laparoscopic Gall Bladder Removal: Evaluation for Surgical Training*, Proc. Computer Aided Radiology and Surgery (CAR: 11), H.U. Lemke et al. (eds.), Excerpta Medica, Intl. Congress Series, 1134, pp. 565-568, Elsevier Science, Amsterdam, 1997.
- [Gor 99] P.J. Gorman et al., *Evaluation of Skill Acquisition Using a Force Feedback, Virtual Reality Based Surgical Trainer*, Proc. Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 7), J.D. Westwood et al. (eds.), Studies in Health Technology and Informatics, 62, pp. 121-123, IOS Press, Amsterdam, 1999
- [Gou 91] J.P. Gourret, N. Magnenat-Thalmann, D. Thalmann, *Modeling of contact deformations between a synthetic human and its environment*, Comput.AidedDes.23(7) 514-520, 1991
- [Gra 01] V. Grau, *Interpretación Automática de Imágenes Médicas mediante Técnicas Multiescala*, Ph.D. Thesis, Universidad Politecnica de Valencia, 2001.
- [Hon 95] L. Hong et al., *3D Virtual Colonoscopy*, Proc. Biomedical Visualization, M. Loew et al. (eds.), pp. 26-32, IEEE Computer Society Press, 1995

- [Hsu 92] W.H. Hsu, *Direct manipulation of free-form deformations*, Comput. Graph. 26 (2) 177-184, 1992
- [Imm 02a] Immersion Corp., CathSim® Vasular Access Trainer, <http://www.immersion.com/>, San Jose, 2002
- [Imm 02b] Immersion Corp., AccuTouch® Endovascular Trainer, <http://www.immersion.com/>, San Jose, 2002
- [Imm 02c] Immersion Corp., Laparoscopic Impulse Engine®, <http://www.immersion.com/>, San Jose, 2002
- [Imm06] Immersion Corp., Simulation products, <http://www.immersion.com/medical/products>, San Jose, 2006
- [Int05] Intuitive Surgical, Inc.
http://www.intuitivesurgical.com/products/davinci_surgicalsystem/index.aspx
- [Jan 02] Jansson, J.; Vergeest, JSM.; *A discrete mechanics model for deformable bodies*, Computer v 34, pp. 913-28, 2002
- [Kat 01] H. Kataoka, T. Washio, M. Audette, K. Mizuhara, *A Model for Relations between Needle Deflection, Force, and Thickness on Needle Penetration*, Proc. Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI: 4), Lecture Notes in Computer Science, 2208, pp. 966-974, Springer, Berlin, 2001
- [Kee 96] E.Keeve, S.Girod, B.Girod, *Cranofacial surgery simulation*, in: K.H. Bohme, R. Kikinis (Eds.), Proceedings of the Visualization in Biomedical Computing (VBC: 4), Lecture Notes in Computer Science, vol. 1131, Springer, Berlin, pp. 541-546, 1996
- [Küh 94a] U. Kühnapfel, C. Kuhn, M. Hubner, H.G. Krumm, B. Neisius, *CAD-based Simulation and Modelling for Endoscopic Surgery*, Proc. Med. Tech., SMIT'94 Berlin 1994.
- [Küh 94b] U. Kühnapfel, B. Neisius, *Real-time graphical computer simulation for endoscopic surgery*, in: Proceedings of the Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 2), San Diego, 1994.
- [Kuh 96] C. Kuhn, U. Kühnapfel, H.-G. Krumm, B. Neisius, *A 'Virtual Reality' Based Training System for Minimally Invasive Surgery*, in: H.U. Lemke, et al. (Eds.), Proceedings of the Computer Assisted Radiology (CAR: 10), Elsevier Science, Amsterdam, pp. 764-769, 1996
- [Küh 00] U. Kühnapfel, H.K. Çakmak, H. Maaß, *Endoscopic Surgery Training Using Virtual Reality and Deformable Tissue Simulation*, Computers & Graphics, 24, pp. 671-682, 2000
- [Lee 95] Y. Lee, D. Terzopoulos, K. Waters, *Realistic modeling for facial animation*, Comput. Graph. 29 (1) 55-62, 1995
- [Lei 91] F. Leitner, P. Cinquin, *Complex topology 3D-objects segmentation*, SPIE 1609 16-26, 1991
- [Len 37] Lennard-Jones, JE., *Physica*, 4, pp. 941-956, 1937.

- [Lin 99] W. Lin, R.A. Robb, *Dynamic volume texture mapping and model deformation for visually realistic surgical simulation*, in: J.D. Westwood, et al. (Eds.), *Proceedings of the Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 7)*, Studies in Health Technology and Informatics, vol.62, IOS Press, Amsterdam, pp. 198-204, 1999
- [McC 98] A.D. McCarthy, R.J. Hollands, *A Commercially Viable Virtual Reality Knee Arthroscopy Training System*, Proc. Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 6), J.D. Westwood et al. (eds.), Studies in Health Technology and Informatics, 50, pp. 302-308, IOS Press, Amsterdam, 1998
- [Mei 01] U.Meier, C.Monserrat, N.-C.Parr, F.J.García, J.A.Gil, *Real-Time Simulation of Minimally-Invasive Surgery with Cutting Based on Boundary Element Methods*, in: W.J. Niessen, M. Viergever(Eds.), *Proceedings of the Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI: 4)*, Lecture Notes in Computer Science, vol.2208, Springer, Berlin, pp. 1263-1264, 2001
- [Mil 91] J.V. Miller, et al., *Geometrically deformed models: a method for extracting closed geometric models from volume data*, *Comput. Graph.* 25 (4), 1991
- [Mon 96] C. Monserrat, et al., *Aproximación mediante Modelos Deformables a la Reconstrucción 3D de la Anatomía Dental*, in: *Proceedings of the Congreso Español de Ingeniería Gráfica (CEIG: 6)*, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, 1996.
- [Mon 97] C. Monserrat, U. Meier, F. Chinesta, M. Alcaniz, V. Grau, *A fast real time tissue deformation algorithm for surgery simulation*, in: H.U.Lemke et al. (Eds.), *Proceedings of the Computer Aided Radiology and Surgery(CARS:11)*, Elsevier, Amsterdam, 1997.
- [Mon 99] C. Monserrat, *Modelos Deformables de Tejidos Elásticos en Tiempo Real*, Ph.D. Thesis, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, 1999.
- [Mon 00a] C. Monserrat, M. Alcañiz, U. Meier, J.L. Poza, M.C. Juan, V. Grau, *Simulador para el Entrenamiento en Cirugías Avanzadas*, Proc. Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica (INGEGRAF: 12), CD ROM, Secretaría del XII Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica, Valladolid, 2000
- [Mon 00b] C. Monserrat, J.L. Poza, U. Meier, M.C. Juan, M. Alcañiz, V. Grau, *Sistema de Laparoscopia Virtual para el Entrenamiento de Cirujanos*, Proc. Congreso Español de Ingeniería Gráfica (CEIG: 10), R.J. Arinyo et al. (eds.), pp. 327-339, Castellón, 2000
[Rho93] Rhodes, M.L.. . IEEE Computer Graphics and Applications, November 1993.
- [Mon 01] Monserrat, C.; Meier, U.; Alcañiz, M.; Chinesta, F.; Juan, M.C.; *A new approach for the real-time simulation of tissue deformation in surgery simulation*, *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, v. 64, pp. 77-85, 2001.
- [Mon 03] Monserrat, M.; López, O.; Meier, U.; Alcañiz, M.; Juan, MC.; Grau, V.; *Gertiss: A generic multi-model surgery simulator*, IS4TM, Surgery simulation and soft tissue modeling, Lecture notes in computer science, Springer, ISBN: 3-540-40439-2, pp. 59-66, June 2003
- [Mor 97] K. Mori, Y. Seki, J.-I. Hasegawa, J.-I. Toriwaki, H. Anno, K. Katada, *A method for shape deformation of organ and its application to virtualized endoscope systems*, in: H.U. Lemke, et al. (Eds.), *Proceedings of the Computer Aided Radiology and Surgery(CAR:11)*, Excerpta Medica, International Congress Series, vol. 1134, Elsevier Science, Amsterdam, pp. 189-194, 1997
- [Mor 00] A.B. Mor, T. Kanade, *Modifying soft tissue models: progressive cutting with minimal new element creation*, in: S.L. Delp, A.M. DiGivita, B. Jaramaz (Eds.), *Proceedings of the Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI: 3)*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 1935, Springer, Berlin, pp. 598-607, 2000

- [Nev 94] M. Neveu, D. Faudot, B. Derdouri, *Recovery of 3D deformable models from echocardiographic images*, SPIE2299 367-376, 1994
- [Nie 01] H.-W. Nienhuys, A.F. van der Stappen, *A surgery simulation supporting cuts and finite element deformation*, in: Proceedings of the Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI: 4), Lecture Notes in Computer Science, vol. 2208, Springer, Berlin, pp. 145-152, 2001
- [Pic 00] G. Picinbono, H. Delingette, N. Ayache, *Real-time large displacement elasticity for surgery simulation: non-linear tensor-mass model*, in: S.L. Delp, A.M. DiGivita, B. Jaramaz (Eds.), Proceedings of the Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI: 3), Lecture Notes in Computer Science, vol. 1935, Springer, Berlin, pp. 643-652, 2000
- [Pit 05] Pithious, M.; López, O.;Meier, U.;Monserrat, M.; *ParSys: a new particle system for the introduction of on-line physical behaviour to three-dimensional synthetic objects*, Computer & Graphics, v. 29, pp. 135-144, 2005
- [Pre 92] W.H.Press, et al., *Numerical Recipes in C*, second ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1992
- [Rho97] Rhodes, M.L.. *IEEE Computer Graphics and Applications*, January-February 1997.
- [Sag 96] M.A. Sagar, D. Bullivant et al., *A Virtual Environment and Model of the Eye for Surgical Simulation*, Proc. SIGGRAPH, pp. 205-212, 1996 [Sat 96] R.M. Satava, *Health Care in the Information Age*, Medical Virtual Reality, chapter 12, pp. 100-106, IOS Press and Ohmsa, 1996
- [Sat 98] R.M. Satava, S.B. Jones, *Current and Future Applications of Virtual Reality for Medicine*, Proc. IEEE, 86 (3), pp. 484-489, 1998
- [Sch 99] M.A. Schill, C. Wagner, M. Hennen, H.-J. Bender, R. Männer, *Eye-Si – A Simulator for Intra-ocular Surgery*, Proc. Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI: 2), C. Taylor, A. Colchester (eds.), Lecture Notes in Computer Science, 1679, pp. 1166-1174, Springer, Berlin, 1999
- [Sch 02] M. Schijven, J. Jakimowicz, *Face-, expert, and referent validity of the Xitact LS500 Laparoscopy Simulator*, Surgical Endoscopy, <http://link.springer.com/link/service/journals/00464/contents/01/9229/index.html>, Springer, New York, 2002
- [Sed 86] T.W. Sederberg, S.R. Parry, *Free-form deformation of solid geometric models*, Comput. Graph. 20 (4) 151-160. 1986
- [Ser 01] D. Serby, M. Harders, G. Szekely, *A new approach to cutting into finite element models*, in: Proceedings of the Medical image computing and computer-assisted intervention (MICCAI: 4), Lecture Notes in Computer Science, vol. 2208, Springer, Berlin, pp. 425-433, 2001
- [Suz 98] N. Suzuki, et al., *Simulator for virtual surgery using deformable organ models and force feedback system*, in: J.D. Westwood, et al. (Eds.), Proceedings of the Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 6), Studies in Health Technology and Informatics, vol. 50, IOS Press, Amsterdam, pp. 227-233, 1998
- [Szé 99] G. Székely et al., *Virtual Based Surgery Simulation for Endoscopic Gynaecology*, Proc. Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 7), J.D. Westwood et al. (eds.), Studies in Health Technology and Informatics, 62, pp. 351-357, IOS Press, Amsterdam, 1999

- [Szq 01] G.Szekely, J.Duncan, *Soft Tissue Deformation*. Medical Image Analysis, 5, editorial, p. 229, 2001
- [Taf 98] N. Taffinder et al., Validation of Virtual Reality to Teach and Assess Psychomotor Skills in Laparoscopic Surgery: Results from Randomised Controlled Studies Using the MIST VR Laparoscopic Simulator, Proc. Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 6), J.D. Westwood et al. (eds.), Studies in Health Technology and Informatics, 50, pp. 124-130, IOS Press, Amsterdam, 1998
- [Ter 87] D.Terzopoulos, et al, *Elastically deformable models*, Comput. Graph. 21 (4) 205-214, 1987
- [Ter 88a] D.Terzopoulos, K.Fleischer: *Deformable Models*, The Visual Computer, Springer, Berlin, pp. 306-331, 1988
- [Ter 88b] D. Terzopoulos, A. Witkin, *Physically based models with rigid and deformable components*, IEEEComp. Graph.Appl. 8 (6) 41-51, 1988
- [Ter 88c] D. Terzopoulos, A. Witkin, M. Kass, *Constraints on deformable models: recovering 3D shape and nonrigid motion*, Artif. Intell. 36 91-123, 1988
- [Tse 98] C.S. Tseng et al., *A PC-Based Surgical Simulator for Laparoscopic Surgery*, Proc. Medicine Meets Virtual Reality (MMVR: 6), J.D. Westwood et al. (eds.), Studies in Health Technology and Informatics, 50, pp. 155-160, IOS Press, Amsterdam, 1998
- [Ver 67] Verlet, L., *Computer experiments on classical fluids. I. Thermodynamical properties of Lennard-Jones molecules*, Phys. Rev., 159, pp. 98-103, 1967.
- [Zie 95] R. Ziegler et al., *A Virtual Reality Medical Training System*, Proc. Computer Vision and Robotics in Medicine (CVRMed), N. Ayache (ed.), Lecture Notes in Computer Science, 905, pp. 282-286, Springer, Berlin, 1995

