



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Diseño de estrategias de control robusto aplicadas a vehículos aéreos no tripulados tipo quadrotor

Marzo de 2024

Autor: Vicente Balaguer Garín

Directores: Pedro García Gil
Antonio González Sorribes

Agradecimientos

En primer lugar me gustaría dar las gracias a mi familia y amigos por estar siempre ahí, tanto en las buenas como en las malas.

Gracias a Pedro García por permitirme entrar en el laboratorio para mí TFG. Entré con apenas experiencia en control y programación, y ahora he terminado de escribir una tesis doctoral y trabajo de programador en el área de control. Compartí también el laboratorio con muchos compañeros. Desde mis compañeros de doctorado Ricardo Sanz y Alberto Castillo, de los que aprendí mucho hasta todos aquellos compañeros que pasaron temporalmente para la realización de sus TFG/TFM. ¡Cuántas ideas y tan poco tiempo para realizarlas!

Dar gracias otra vez a Pedro García y a Antonio González por permitirme realizar el doctorado. No ha sido una tarea fácil, pero finalmente dará sus frutos. También muchas gracias a Pedro Albertos por todo su apoyo durante la realización del doctorado. Gracias a Pedro Castillo por acogerme durante mi estancia predoctoral en la Université de Technologie de Compiègne en Compiègne, Francia. Gracias a Julio Betancourt por su apoyo durante la estancia, así como las discusiones sobre control. Lástima que me pillase el Covid en medio de la estancia, sino cuantas ideas más hubiese podido desarrollar allí.

Finalmente dar gracias también a la Universitat Politècnica de València. Desde que entre en 2011 hasta día de hoy ha sido mi segundo hogar. Además, sin las ayudas FPI-UPV PAID-01-17 y las ayudas para la movilidad 2019 FPI-UPV no hubiese podido terminar esta tesis.

Moltes gràcies a tots!

Resumen

En los últimos años la popularidad de los quadrotors se ha visto notablemente incrementada debido a la gran variedad de aplicaciones civiles que se encuentran en auge actualmente. Entre los principales nichos de mercado, cabe destacar el elevado potencial en cartografía, agricultura, prevención de incendios, y en general, todas aquellas actividades donde el uso de estos dispositivos pueda suponer una mejora del rendimiento, seguridad del proceso y reducción de costes. En este aspecto, se espera que el uso de los quadrotors se vea incrementado considerablemente en los próximos años. Dicho incremento de popularidad ha hecho que parte de la comunidad científica ponga el foco de atención en ellos para resolver los problemas que presentan actualmente. No obstante, aunque se ha avanzado mucho en los últimos años, existen en la actualidad líneas de investigación y desarrollo encaminadas a la mejora de aspectos importantes tales como la autonomía, la robustez y fiabilidad que permita tanto aumentar la eficiencia energética como incrementar la seguridad ante cualquier posible escenario.

El objetivo de la presente tesis es contribuir al desarrollo de estrategias de control robustas para hacer frente a incertidumbres en el modelo, no linealidades, perturbaciones externas y retardos que puedan afectar al sistema a controlar. Este trabajo se fundamenta en la obtención de una estrategia de control basada en estimaciones de perturbaciones, con un ajuste sencillo y desacoplado del seguimiento de la referencia y rechazo de perturbaciones. A partir las estrategias de control desarrolladas, se presentan además diferentes extensiones que permiten mejorar la robustez del vehículo. La construcción de un observador de la pérdida de eficiencia de los motores, que permita detectar cuando se pro-

duce un fallo crítico y aterrizar el vehículo de forma segura. Conjuntamente, se desarrolla un algoritmo óptimo que permite estabilizar los diferentes lazos de control en el caso que saturen las acciones de control de los motores que no corresponden explícitamente a las salidas de los lazos de control internos. Debido al extendido uso del controlador PID, se obtiene un equivalente entre la estrategia propuesta y los parámetros de un PID de dos grados de libertad, generalizándose para plantas de primer y segundo orden con retardos. Además, para el caso de retardos variables aleatorios en los canales de sensor-controlador y controlador-actuador además de la presencia de perturbaciones, se desarrolla un predictor junto con un observador de perturbaciones para poder controlar dichos sistemas. Todas las estrategias propuestas se han validado de forma satisfactoria en las plataformas experimentales disponibles. Entre otros aspectos, cabe destacar la eficiencia computacional de las leyes de control propuestas, tanto en fase de diseño y ajuste como en la fase de ejecución.

Abstract

In recent years the popularity of quadrotors has increased significantly due to the wide variety of civil applications that are currently booming. Among the main market niches, it is worth the high potential in cartography, agriculture, fire prevention and in general, all those activities where the use of these devices can improve performance, process safety and cost reduction. In this regard, the use of these aircraft is expected to increase considerably in the coming years. This increase in popularity has led part of the scientific community to focus on them to solve the problems they have. However, although much progress has been made in recent years, there are currently lines of research and development aimed at improving important aspects such as autonomy, robustness and reliability to increase energy efficiency and safety against any possible scenario.

The objective of this thesis is to contribute to the development of robust control strategies to deal with model uncertainties, nonlinearities, external disturbances and delays which may affect the controlled system. This work is based on obtaining a control strategy based on disturbance observers, with a simple and decoupled tuning of reference tracking and disturbance rejection. From this developed strategy, different extensions are developed to improve the robustness of the vehicle: the construction of an observer of the loss of efficiency of the motors, which allows to detect when a critical failure occurs and land the vehicle safely; and the development of an optimal algorithm to stabilize the inner control loops in the case that saturate the control actions of the motors, which do not correspond explicitly to the outputs of the inner control loops. Due to the widespread use of the PID controller, an equiva-

lent tuning is obtained between the proposed strategy and the parameters of a PID of two degrees of freedom, generalizing for first and second order plants with delays. Moreover, for the case of random variable delays in the sensor-controller and controller-actuator channels and the presence of disturbances, a predictor together with a disturbance observer is developed in order to control such systems. All the proposed strategies have been successfully validated on the experimental platforms. Among other aspects, it is worth mentioning the computational efficiency of the proposed control laws, both in the design and adjustment phase and in the execution phase.

Resum

En els darrers anys la popularitat dels quadrotors s'ha vist notablement incrementada a causa de la gran varietat d'aplicacions civils que es troben actualment en auge. Entre els principals nínxols de mercat, cal destacar l'elevat potencial en cartografia, agricultura, prevenció d'incendis i, en general, totes aquelles activitats on l'ús d'aquests dispositius supose una millora del rendiment, la seguretat del procés i la reducció de costos. En aquest aspecte, s'espera que l'ús d'aquestes aeronaus s'incrementi considerablement en els pròxims anys. Aquest increment de popularitat ha fet que part de la comunitat científica pose el focus d'atenció per resoldre els problemes que presenten actualment. No obstant això, encara que ha evolucionat molt en els darrers anys, actualment existeixen línies de recerca i desenvolupament encaminades a la millora d'aspectes importants com l'autonomia, la robustesa i fiabilitat que permetisca tant augmentar l'eficiència energètica com incrementar la seguretat davant qualsevol possible escenari.

L'objectiu d'aquesta tesi és contribuir al desenvolupament d'estratègies de control robustes per fer front a incerteses en el model, no linealitats, perturbacions externes i retards que puguin afectar el sistema a controlar. Aquest treball es fonamenta en obtenir una estratègia de control basada en estimacions de perturbacions, amb un ajust senzill i desacoblat del seguiment de la referència i rebutj de perturbacions. A partir d'aquesta estratègia desenvolupada, es presenten diferents extensions que permeten millorar la robustesa del vehicle. La construcció d'un observador de la pèrdua d'eficiència dels motors, que permeti detectar quan es produeix una fallada crítica i aterrar el vehicle de manera segura. Conjuntament, es desenvolupa un algorisme òptim que perme-

ta estabilitzar els diferents bucles de control en cas que saturen les accions de control dels motors que no corresponen explícitament a les eixides dels bucles de control interns. A causa del ampli ús del controlador PID, s'obté un equivalent entre l'estratègia proposada i els paràmetres d'un PID de dos graus de llibertat, generalitzant-se per a plantes de primer i segon ordre amb retards. A més, per al cas de retards variables aleatoris als canals de sensor-controlador i controlador-actuador a més de la presència de pertorbacions, es desenvolupa un predictor juntament amb un observador de pertorbacions per poder controlar aquests sistemes. Totes les estratègies proposades s'han validat de forma satisfactòria amb les plataformes experimentals disponibles. Entre altres aspectes, cal destacar l'eficiència computacional de les lleis de control proposades, tant en fase de disseny i ajustament com en fase d'execució.

Índice general

Agradecimientos	iii
Resumen	v
Índice general	xi
Glosario	xv
1 Introducción	1
1.1 Motivación	2
1.2 Objetivos	4
1.3 Notación empleada	6
1.4 Estructura de la tesis	7
2 Antecedentes	9
2.1 Introducción	10
2.2 Orígenes	12
2.3 Descripción del modelo del quadrotor	14
2.3.1 Obtención del modelo completo	17
2.3.2 Simplificación del modelo	21
2.3.3 Sistema doble integrador	23
2.4 Esquema descentralizado de control	25
2.5 Criterios de desempeño	27
2.6 Estrategias de control aplicadas a quadrotors	28
2.7 Conclusiones	33

3	Plataformas experimentales	35
3.1	Introducción	36
3.2	Consideraciones sobre el hardware	37
3.3	Consideraciones sobre el software	40
3.4	Sistema quadrotor	43
3.5	Descripción de las plataformas experimentales	45
3.5.1	Plataforma Hover 3DOF de Quanser	45
3.5.2	Plataforma Fl-Air	47
3.6	Conclusiones	50
4	Diseño de un control robusto basado en estimación de perturbaciones	51
4.1	Introducción	52
4.2	Planteamiento del problema	53
4.3	Obtención de la estrategia de control	54
4.4	Implementación digital	55
4.5	Diseño del controlador	56
4.6	Diseño de un control robusto tolerante a fallos en los motores	57
4.6.1	Desarrollo de un observador de fallos en los motores	58
4.6.2	Estrategia de control tolerante a fallos en los motores	60
4.7	Diseño de un controlador robusto para maniobras de vuelo agresivas	62
4.7.1	Esquema de control óptimo frente saturaciones de los motores	63
4.7.2	Consideraciones sobre el optimizador	66
4.8	Simulaciones	67
4.8.1	Ejemplo 1: Efecto de las incertidumbres en el modelo	67
4.8.2	Ejemplo 2: Desempeño del observador de fallos	71
4.8.3	Ejemplo 3: Efecto de las saturaciones en los motores	74
4.9	Resultados experimentales	79
4.9.1	Experimento 1: Efecto del viento en el desempeño del vehículo	80
4.9.2	Experimento 2: Desempeño frente un fallo crítico en un motor	83
4.9.3	Experimento 3: Desempeño frente fuertes ráfagas de viento	87
4.10	Conclusiones	92
5	Control PID basado en estimación de incertidumbres y perturbaciones	95
5.1	Introducción	96
5.2	Planteamiento del problema	97
5.3	Descripción de la estrategia de control	98
5.4	Equivalente 2-DOF PID	101
5.5	Diseño del controlador	104
5.6	Consideraciones para el sistema quadrotor	109

5.7	Simulaciones	110
5.7.1	Ejemplo 1: Proceso de primer orden con retardo	110
5.7.2	Ejemplo 2: Proceso de cuarto orden	112
5.7.3	Ejemplo 3: Proceso de segundo orden inestable con retardo	114
5.8	Resultados experimentales	116
5.9	Conclusiones	120
6	Diseño de controladores robustos frente a retardos variables y pérdidas de datos	121
6.1	Introducción	122
6.2	Planteamiento del problema	123
6.3	Consideraciones sobre los retardos variables	125
6.3.1	Obtención del retardo de un paquete	126
6.4	Descripción de la estrategia de control	126
6.4.1	Control por eventos	128
6.5	Modelo en espacio de estados interconectado libre de retardos	129
6.6	Análisis de estabilidad	138
6.7	Diseño del controlador	142
6.7.1	Descripción del algoritmo CCL	143
6.8	Simulaciones	144
6.8.1	Ejemplo 1: Proceso de segundo orden inestable	144
6.8.2	Ejemplo 2: Proceso doble integrador	147
6.9	Resultados experimentales	149
6.10	Conclusiones	152
7	Conclusiones y trabajos futuros	155
7.1	Conclusiones	156
7.2	Futuras líneas de trabajo	158
7.3	Publicaciones	159
	Bibliografía	161

Glosario

DM	Margen de Retardo
DOB	Disturbance Observer
DOBC	Disturbance Observer Based Control
ESO	Extended State Observer
ETC	Event Triggered Control
FTC	Fault Tolerant Control
GM	Margen de Ganancia
IAE	Integral Absolute Error
IMU	Unidad de Medición Inercial
ITAE	Integral of Time-weighted Absolute Error
LMI	Linear Matrix Inequality
LQR	Linear Quadratic Regulator
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
MPC	Model Predictive Control
NCS	Networked Control Systems
PID	Proporcional-Integrador-Derivador
PM	Margen de Fase
RMSE	Root Mean Square Error
RPA	Remotely Piloted Aircraft
RPAS	Remotely Piloted Aircraft System
SISO	Single-Input Single-Output
SOTR	Sistema Operativo en Tiempo Real
SMC	Sliding Mode Control
TV	Tasa de Variación
UAS	Unmanned Aerial System
UAV	Unmanned Aerial Vehicle
UDE	Uncertainty and Disturbance Estimator

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se expone la motivación y objetivos de la presente tesis. Se introduce además la notación y la nomenclatura adoptada en el documento. Finalmente, se añade una breve descripción de cada capítulo.

1.1 Motivación

El presente documento expone las contribuciones realizadas durante la realización de la tesis doctoral "Diseño de estrategias de control robusto aplicadas a vehículos aéreos no tripulados tipo quadrotor" del programa de doctorado en Automática, Robótica e Informática Industrial de la Universitat Politècnica de València durante los años 2018 a 2024. La tesis presenta un enfoque teórico en lo que respecta a los métodos de diseño de las estrategias de control como a los resultados de análisis de estabilidad y desempeño, además de un enfoque práctico en lo concerniente a la validación experimental de los algoritmos de control propuestos. Para ello, en primer lugar, se obtiene el modelo dinámico del vehículo bajo estudio. En segundo lugar, se desarrollan las leyes de control considerando distintas especificaciones y escenarios, y finalmente dichas estrategias se validan experimentalmente con las plataformas experimentales.

En la última década la popularidad de los vehículos aéreos remotamente tripulados (RPAs) se ha visto notablemente incrementada [1]. Entre los principales nichos de mercado, cabe destacar el elevado potencial en aplicaciones de cartografía, agricultura, prevención de incendios, y en general, todas aquellas actividades donde el uso de estos dispositivos pueda suponer una mejora del rendimiento, seguridad del proceso y reducción de costes [2]. En este aspecto, se espera que el uso de estas aeronaves se vea incrementado de forma exponencial en los próximos años [3]. Tal incremento de popularidad ha hecho que parte de la comunidad científica ponga el foco de atención en ellos para resolver los problemas que presentan actualmente. No obstante, aunque se ha avanzado mucho en los últimos años, todavía existe un largo camino en términos de mejora de aspectos críticos, tales como la autonomía y la eficiencia. También cabe destacar otros aspectos como la robustez y la seguridad, especialmente en escenarios donde pueda interactuar con otras aeronaves y/o personas [4].

De entre todos los RPAs, los multirotores y más concretamente los quadrotors [5] se encuentran entre los más usados en el ámbito civil. Estos últimos son los más utilizados, ya que se tratan en general de vehículos pequeños con un alto grado de maniobrabilidad, además de la ejecución vertical del despegue y el aterrizaje, que los hacen apropiados para multitud de aplicaciones tanto civiles como militares [6]. Estos vehículos aéreos están compuestos principalmente por una estructura en forma de cruz donde están dispuestos todos sus elementos, cuatro motores con hélices, una Unidad de Medición Inercial (IMU) para obtener la orientación del aparato, un sensor de posición normalmente tipo GPS y una Unidad de Control donde se ejecuta todo el algoritmo de control. La reducción del precio de dichos componentes en los últimos años también ha

contribuido a su auge [7]. No obstante, el estudio en particular de los quadrotors no resta generalidad a las estrategias diseñadas, permitiendo un estudio pormenorizado de su comportamiento fácilmente extrapolable a todo tipo de RPAs [5].

Numerosas aplicaciones han surgido para los quadrotors, como tareas de vigilancia [8], rescate [9], agrícolas [10] o de prevención de incendios [11], entre otras. En perspectiva de futuro, empresas punteras están trabajando en nuevas aplicaciones a medio plazo, como [12] para la distribución de paquetes a gran escala y [13] para tener una flota de taxis autónomos. Un punto en común en dichas tareas es que el vehículo se mueve en un espacio con obstáculos fijos y móviles que se deben evitar, con presencia de perturbaciones como puede ser el viento mientras que realiza su tarea principal, ya sea la localización de cierto elemento o directamente interactuando con ellos. Todo ello se debe realizar con cierta limitación de tiempo, impuesta por las restricciones de autonomía de las propias fuentes de alimentación (baterías, etc).

Desde el punto de vista científico, los quadrotors son sistemas multivariables excelentes para analizar diferentes estrategias avanzadas de control [14], debido a que su dinámica está gobernada por ecuaciones diferenciales no lineales, de carácter inestable y con un comportamiento dinámico rápido [15]-[17]. Esto permite diseñar y estudiar algoritmos desde numerosos puntos de vista: diseño en espacio de estado, control robusto que permita hacer frente a inexactitudes del modelo teórico, no lineal o presencia de perturbaciones, control tolerante a fallos como rotura de los motores o seguimiento de objetos de forma dinámica [18]-[20]. Más allá del valor práctico de dichas estrategias de control, destacar el elevado interés científico del tema considerado no solo para los quadrotors y otros tipos de vehículos aéreos, sino que con sus debidas modificaciones se pueden adaptar a gran variedad de problemas de control en general [21]. Además del desarrollo en teoría de control, en el diseño de un quadrotor se ven envueltas en mayor o menor disciplinas como la electrónica, mecánica de materiales o aeronáutica.

Con perspectiva que su uso aumente más en el futuro, las autoridades han puesto la vista en dichos vehículos. La Unión Europea los ha definido como un sector estratégico a desarrollar en los ámbitos de movilidad autónoma y desarrollo científico dentro del programa Horizonte Europa [22], destacando el elevado impacto que pueden tener dichos vehículos a medio y largo plazo en diferentes sectores de la actividad socioeconómica. En cuanto a legislación, hasta el momento la normativa en lo referente a vehículos aéreos no considera gran parte de los problemas que han surgido. Gran parte de los países del mundo han desarrollado o están en proceso de desarrollo [23] de la correspondiente

legislación que legisle su uso. En este aspecto, la Unión Europea ha establecido los reglamentos 2019/947 [24] y 2019/945 [25] que reúne toda la legislación a aplicar en todo el territorio correspondiente a los países integrantes de la Unión Europea. En Estados Unidos, Australia, China o Japón se han establecido leyes similares [23]. El marco legislativo regula el uso civil de los vehículos aéreos no tripulados teniendo en cuenta aspectos como la finalidad del uso (recreativa o profesional), la masa de la aeronave (MTOM), modalidad de vuelo (con o sin visión directa con el piloto), necesidad de licencias específicas, inspección técnica, etc.

1.2 Objetivos

El control de un quadrotor se puede dividir entre el control de orientación y el de posición [26]. El primero es crítico en la estabilidad del vehículo ya que la orientación del mismo determina hacia donde actúan la fuerza y par resultante de los motores, mientras que el segundo se superpone al primero y permite al vehículo posicionarse en cierto punto del espacio o el seguimiento de trayectorias. El control de orientación y posición es clave para controladores de más alto nivel como por ejemplo los encargados de generación de trayectorias, seguimiento de objetos o tareas de colaboración.

Los controladores de quadrotors deben ser capaces de rechazar posibles perturbaciones externas, tales como el propio viento, así como el efecto de los retrasos entre los diferentes subsistemas que lo componen ([19], [27]), sin afectar de forma significativa al desempeño del vehículo. Además, deben ser lo suficientemente robustos para que la presencia de incertidumbres en el modelo y perturbaciones externas tengan un impacto lo más reducido posible en las prestaciones y que en última instancia no comprometan la estabilidad. Por ello, las técnicas de control basadas en la estimación de perturbaciones han motivado numerosas líneas de trabajo dentro de la comunidad investigadora en los últimos años [26]. Dichas estrategias basadas en el rechazo de perturbaciones han demostrado resultados experimentales satisfactorios tanto en robustez como en desempeño.

Actualmente los controles más utilizados por los vehículos aéreos comerciales se basan en controladores tipo PID [28]-[30]. Esto es debido principalmente a que este tipo de controladores fue de los primeros en desarrollarse formalmente además de ofrecer un buen desempeño y un ajuste sencillo de sus parámetros, siendo el que actualmente tiene mayor difusión en aplicaciones industriales de control. El controlador PID funciona de forma apropiada siempre que el

sistema no se vea sometido a perturbaciones considerables o maniobras agresivas. Por otro lado, estrategias de control más sofisticadas desarrolladas en la literatura que contemplan escenarios más críticos son de más difícil implementación por suponer situaciones fuertemente acotadas, sensores inviábiles en el mundo industrial o tiempos de computación demasiado elevados para un sistema comercial [31]-[33]. Debido a ello, los controladores PID siguen teniendo una amplia difusión en la actualidad, y por tanto cualquier contribución en la mejora de su diseño es un tema de interés para la comunidad científica.

Las técnicas a desarrollar en la presente tesis se centrarán en el control de orientación y posición, concretamente en la estabilidad del vehículo frente diferentes perturbaciones que se puedan dar y retardos en las comunicaciones. Las técnicas de control a desarrollar tendrán como objetivo, entre otros, unas reglas sencillas de ajuste de sus parámetros y poco tiempo de computo sin reducir el margen de robustez, comparadas con algoritmos de control más complejos. Asimismo se desarrollarán técnicas complementarias al algoritmo de control principal que permitan mantener la estabilidad cuando el sistema falle parcialmente o los actuadores no sean capaces de suministrar toda la potencia necesaria para el correcto funcionamiento. Concretamente, los objetivos de la tesis se pueden resumir en los siguientes puntos:

- Diseñar estrategias de control robustas aplicadas a quadrotors con prestaciones independientes en el seguimiento de referencia y rechazo de perturbaciones.
- Diseñar un observador para detección de fallos en los actuadores del quadrotor.
- Desarrollar una estrategia robusta tolerante a fallos críticos en los actuadores y que permita aterrizar el vehículo de forma segura.
- Desarrollar una estrategia de control sujeta a restricciones de saturación en los actuadores.
- Desarrollar una metodología para ajustar fácilmente los parámetros de un control un PID de dos grados de libertad con prestaciones independientes en el seguimiento de referencia y rechazo de perturbaciones.
- Desarrollar una estrategia de control que permita hacer frente a perturbaciones y retardos variables en los canales de los sensores y actuadores.

1.3 Notación empleada

En este apartado se introduce la notación adoptada en el presente documento:

- Las matrices se representarán en letras mayúsculas. Ejemplos: A , B .
- Parámetros escalares de conceptos que su uso este ampliamente extendido representadas en mayúsculas. Ejemplos: T_s , T .
- Vectores se representarán en negrita y minúsculas. Ejemplos: \mathbf{x} , \mathbf{y} .
- Los parámetros escalares se expresarán en minúsculas, excepto conceptos ampliamente utilizados que se detallarán. Ejemplos: k , a , b .
- Las derivadas (y doble derivadas) se representarán con un punto (dos puntos) sobre la variable a derivar. Ejemplos: $\dot{\mathbf{x}}$, $\ddot{\mathbf{x}}$.
- El subíndice k , $k + 1$, $k + 2$, etc. hará referencia a los instantes actual, siguiente, dos instantes a posteriori, etc. en las ecuaciones discretas. Ejemplos: \mathbf{y}_k , \mathbf{x}_{k+1} .
- La letra s representará la variable compleja en el dominio de Laplace. Ejemplo: $\frac{s}{s+1}$.
- La letra z representará la variable compleja en el dominio de la transformada Z . Ejemplo: $\frac{z-0.75}{z-0.98}$.
- Funciones de transferencia en mayúsculas con (s) o (z). Ejemplos: $G(s)$, $F(z)$.
- Las siglas y acrónimos se usarán generalmente en inglés, a no ser que algún concepto utilizado este ampliamente extendido su uso en español. Ejemplos: $RPAS$, UDE , ESO .

Además, cuando se use por primera vez un término, este se definirá para detallar a que se refiere, tanto físicamente como en unidades y tipología; como las siglas y acrónimos a los que hacen referencia.

1.4 Estructura de la tesis

La tesis se ha organizado de la siguiente manera:

Capítulo 1. Introducción.

Se introduce brevemente el presente trabajo, explicando la motivación y estructura del mismo desglosado por capítulos.

Capítulo 2. Antecedentes.

Se revisan los fundamentos de los quadrotors empezando por los conceptos básicos de los vehículos aéreos no tripulados y sus diferentes tipos centrándose en los quadrotors. Se expone el origen del quadrotor y se obtendrá el modelo dinámico completo, simplificado y la estructura de control que se utilizará. Finalmente se analiza el estado del arte de las técnicas de control más empleadas.

Capítulo 3. Plataformas experimentales.

En este capítulo se presentan las dos plataformas experimentales (FL-Air y Quanser) que se utilizan a lo largo de la tesis. En primer lugar se analizan las consideraciones en el diseño del hardware y software del sistema quadrotor. Luego se especifican los componentes más habituales que lo componen. Finalmente se presentan las plataformas con sus especificaciones técnicas y características particulares.

Capítulo 4. Diseño de un control robusto basado en estimación de perturbaciones.

Se desarrolla una estrategia de control basada en estimaciones de perturbaciones para el control de un quadrotor. Basándose en dichas estimaciones, se construye un observador de pérdida de eficiencia de los motores que permite detectar fallos críticos en los mismos y aterrizar el vehículo de forma segura. Además, debido a que las acciones de control de los motores no están explícitamente relacionadas con las salidas de los bucles internos de control, se desarrolla un algoritmo óptimo que permite limitar las salidas de los lazos de control internos en el caso de saturar las acciones de control de los motores, permitiendo priorizar el control de

unos lazos frente los otros. Todas las propuestas son validadas experimentalmente con la plataforma Fl-Air.

Capítulo 5. Control PID basado en estimación de incertidumbres y perturbaciones.

Se presenta un ajuste de los parámetros de una estructura PID de dos grados de libertad a partir de una estrategia de control basada en estimación de perturbaciones. El ajuste del controlador es realizado mediante la especificación temporal del seguimiento de la referencia y un único parámetro para definir su desempeño en el rechazo de perturbaciones. Dicha estrategia se generaliza para plantas de primer y segundo orden con retardo, dándose pautas para su uso en sistemas más complejos. La propuesta es comparada mediante simulaciones con otras propuestas de la literatura y validada experimentalmente con la plataforma Quanser.

Capítulo 6. Diseño de controladores robustos frente a retardos variables y pérdidas de datos.

En este capítulo se desarrolla un predictor de ganancia planificada para el caso en el que el sistema tenga retardos variables aleatorios en los canales de sensor-controlador y controlador-actuador, además de la presencia de perturbaciones externas. Se demuestra la estabilidad del sistema y su rango de retardos aceptables, lo cual permitirá generar retardos artificiales que permitan ahorrar ancho de banda, pero sin afectar de forma significativa al desempeño. La estrategia propuesta es validada mediante simulaciones y la plataforma experimental Quanser.

Capítulo 7. Conclusiones y trabajos futuros.

En este capítulo se recopilan los resultados obtenidos en los capítulos anteriores y se indican posibles caminos a profundizar partiendo de las ideas desarrolladas.

Capítulo 2

Antecedentes

En este capítulo se revisan los fundamentos de los quadrotors. Se define los conceptos básicos de los vehículos aéreos no tripulados y los diferentes tipo de vehículos aéreos que hay, centrándose en el quadrotor. Se expone brevemente el origen y la historia de los quadrotors. En otro apartado, se describe el modelo dinámico de los quadrotors y el modelo linealizado para régimen de vuelo con ángulos de roll y pitch próximos a cero. Finalmente se analiza el estado del arte de las técnicas de control más empleadas para quadrotors.

2.1 Introducción

En primer lugar se va a revisar la nomenclatura general de los vehículos aéreos remotamente pilotados y la clasificación de las aeronaves para contextualizar los quadrotors en ellos.

El acrónimo RPA (Remotely Piloted Aircraft) define el dispositivo correspondiente a un vehículo aéreo no tripulado pilotado desde estación tierra por un usuario físico. En concreto se refiere solamente al vehículo, y debe haber un usuario que mediante cierto enlace le esté dando órdenes de alto o bajo nivel, por tanto se trata de un vehículo semi-autónomo. Considerando el sistema entero, se tienen los sistemas de aeronave remotamente tripulados llamados RPAS. Es importante diferenciar entre RPAs y RPAS, ya que el primero se refiere al plural de RPA y el segundo al sistema entero de un RPA, con comunicaciones, la estación base y todos los sistemas auxiliares más allá del vehículo. Un UAV es un vehículo aéreo no tripulado, y de forma similar, si se considera el sistema entero se tienen los sistemas de aeronaves no tripuladas denominados como UAS (Unmanned Aerial System). Cabe destacar que un UAV considera que el vehículo puede ser autónomo, por lo que los términos UAV y UAS engloban los términos RPA y RPAS respectivamente ([34], [35]). Los UAVs también se conocen de forma informal como drones. Los trabajos realizados en esta tesis se centrarán predominantemente en la aeronave y el control a bajo nivel, que son los fundamentos para las técnicas de control a más alto nivel que se usan en sistemas semi-autónomos y autónomos.

Por otra parte, los vehículos aéreos o aeronaves se pueden clasificar por su principio de vuelo y propulsión de la manera que se muestra en la Fig. 2.1. En ella, los vehículos se clasifican en primer lugar según su densidad, y luego se dividen entre motorizados y no motorizados. En el caso que trata, dentro de las aeronaves más densas que el aire y motorizadas, se encuentran las principales tipologías que se usan hoy en día. Aquí se encuentran los de ala fija, como los aviones por ejemplo; y los de ala rotatoria como los helicópteros. Los de ala flexible se refieren a los vehículos que tratan de imitar el vuelo de los pájaros o insectos, que se encuentran en un estado inicial de desarrollo [36].

Dentro de las aeronaves de ala rotatoria se encuentran los multirotores. Se tratan de vehículos aéreos mecánicamente simples, produciendo su desplazamiento mediante la variación relativa de las velocidades de los rotores. Poseen la capacidad de realizar despegues verticales y buena estabilidad frente perturbaciones e incertidumbres frente otros tipos de aeronaves [37]. En el caso de tener cuatro rotores se tienen los quadrotors, el cual es el tipo de multirotor más empleado en la actualidad. Este se caracteriza en comparación con otros

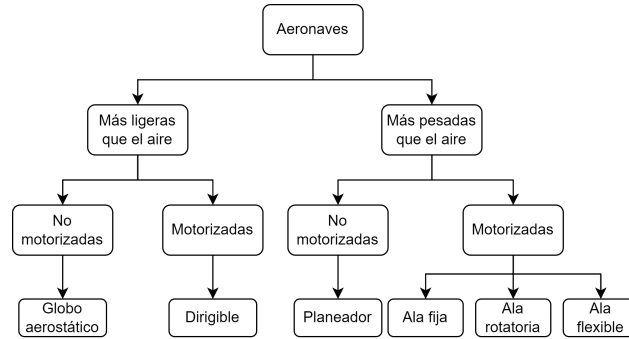


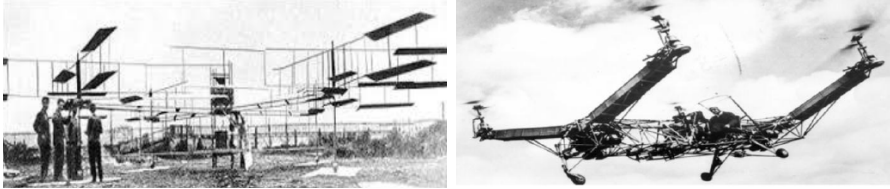
Figura 2.1: Esquema clasificatorio de aeronaves según su principio de propulsión.

	Ala Rotatoria	Ala Fija	Ala Flexible
Maniobrabilidad	A	M	B
Coste	B	M	A
Mantenimiento	B	M	A
Aplicaciones	A	M	A
Consumo	M	B	A
Seguridad	B	A	M
Rango	B	A	M

Tabla 2.1: Comparación de las principales tipologías de aeronaves motorizadas [39]. A: Alto; M: Medio; B: Bajo

multirotores con más número de rotores en su variedad de tamaños (desde gramos hasta decenas de kilogramos de fuerza de empuje), lo cual los hace ideales para multitud de aplicaciones [38]. No obstante, el estudio en particular de los quadrotors no resta generalidad a las estrategias diseñadas, permitiendo un estudio pormenorizado de su comportamiento fácilmente extrapolable a todo tipo de vehículos aéreos. En la Tabla 2.1 [39] se encuentra una comparativa de las principales tipologías de aeronaves, con las ventajas y desventajas de cada una.

Este capítulo se estructura de la siguiente manera. En la Sección 2.2 se revisa la historia de los quadrotors, tanto desde el punto de vista de vehículo aéreo no tripulado como de aeronave. En la Sección 2.3 se obtiene el modelo completo del quadrotor y el simplificado que se usará para los diseños de los controladores. La estructura de control empleada a lo largo de la tesis es presentada en la Sección 2.4. En la Sección 2.5 se exponen los criterios de desempeño y robustez que se usarán más adelante para evaluar las técnicas de control. En



(a) "Gyroplane No. 1" de Richet-Bréguet. (b) "Oemichen No 2" de Etienne Oemichen.

Figura 2.2: Primeros quadrotors desarrollados por el ser humano.

la Sección 2.6 se revisa el estado del arte de control de quadrotors, presentando las alternativas más significativas de la literatura. Finalmente en la Sección 2.7 se presentan las conclusiones del capítulo.

2.2 Orígenes

Para entender los quadrotors tal y como se conocen hoy en día hay que revisar el origen del quadrotor en sus dos ámbitos: como aeronave y como vehículo aéreo no tripulado.

Los primeros quadrotors datan de los inicios de la aviación, cuando aún no había un tipo de aeronave predominante y se estudiaban los posibles diseños eficaces de maquinas voladoras. El primer quadrotor que se tiene constancia de volar con éxito fue el "Gyroplane No. 1" (Fig. 2.2a) diseñado por los ingenieros franceses Charles Richet y Louis Bréguet [40] en 1907. Este vehículo se pilotaba de forma totalmente manual, necesitándose un piloto con gran habilidad para realizar vuelos. En los siguientes años surgieron otros intentos de mejorar el vuelo como el "Flying Octopus" de George de Bothezat o el "Oemichen No. 2" (Fig. 2.2b) de Etienne Oemichen, ambos en 1922 [41]. En la década de los 1950, a partir de estos diseños se intentó la construcción de un quadrotor comercial "Convertawings Model A" [41]. Este quadrotor permitía sustentar una carga de 4,9t, con un peso total de 19t y una velocidad máxima de 278Km/h. No obstante, tubo escaso éxito comercial y no se llegó a comercializar. Debido a la complejidad de control y el desarrollo de aeronaves más sencillas de pilotar como el aeroplano o el helicóptero, los quadrotors quedaron parcialmente en el olvido.

Los vehículos aéreos no tripulados se desarrollaron inicialmente como tecnología militar. El que se considera el primer UAV se desarrolló en la primera guerra mundial por el ejercito Estadounidense [42]. Consistía en una aeronave

de tipo avioneta que permitía preestablecer una determinada trayectoria que era seguida mediante unos primitivos giroscopios. En los años 1920 se desarrolló la primera avioneta remotamente pilotada [43], modificando una avioneta tripulada. En la segunda guerra mundial, cabe destacar el desarrollo de los misiles alemanes V1 y V2 por Wernher Von Braun [44]. Eran capaces de seguir una trayectoria determinada a alta velocidad, recorriendo centenares de kilómetros con poco error. Sin embargo, estas armas tenían carácter experimental, no llegándose a producir en masa. Estos misiles serían los precursores de los cohetes espaciales que llevarían el hombre a la luna [45]. No sería hasta la guerra de Vietnam cuando que estos vehículos serían usados a gran escala por los EEUU [46]. En un inicio las aeronaves tipo avión/torpedo dominaron la aplicación. No obstante, conforme se fue desarrollando la tecnología se vio que otros tipos de aeronaves suponían una ventaja en determinadas situaciones [13] como su tamaño relativo o permanecer inmóvil en vuelo. Sin embargo, el desarrollo hasta el momento tenía costes prohibitivos para su uso comercial, limitándose al ámbito militar [43].

La evolución de la electrónica y la computación junto con la reducción de costes de dichos componentes, permitió que en 1996 apareciese el DraganFlyer radio control. Debido a los avances tecnológicos, se pudo construir un quadrotor de pequeño tamaño que disponía de un control rudimentario que facilitaba su manejo [47]. Debido a los problemas de control que surgieron, el control de quadrotors obtuvo el centro de atención de parte de la comunidad investigadora. Como consecuencia de su éxito, surgieron multitud de proyectos de quadrotors e investigaciones. En los siguientes años se desarrollarían vehículos similares como [48]-[50]. En la década de los 2010, se crearon proyectos Open-Source como ArduPilot [51] y el proyecto Pixhawk [52] que acercaron definitivamente los quadrotors al público en general, permitiendo que cualquier persona con un mínimo conocimiento en ingeniería fuera capaz de construirse uno de forma independiente. Por todo ello, los quadrotors empezaron a usarse para todo tipo de propósitos. Ejemplos de aplicaciones civiles donde se han abierto paso son bomberos, cine, fotografía y envío de mercadería, taxis [8]-[11]. Por ejemplo, empresas punteras como Amazon están considerando su uso para la última etapa de la distribución de la mercancía a sus clientes [12]. Todo ello supuso un desafío como para la seguridad de uso o legislación [23]. Además, son ideales para investigación y aprendizaje debido a la enorme cantidad de disciplinas que envuelve y posibilidades de control ([19], [27]).

2.3 Descripción del modelo del quadrotor

Antes de poder afrontar el control del quadrotor, se debe estudiar el modelo matemático del mismo para poder escoger las estrategias de control que más se puedan adecuar, así como definir posibles simplificaciones que se puedan aplicar al modelo según las condiciones de vuelo de la aeronave. Por ejemplo, si el vehículo no realiza maniobras agresivas, se puede asumir que no habrá grandes variaciones en los ángulos de roll y pitch (definidos en el siguiente párrafo) y esto permite simplificar el modelo.

En la literatura existen diferentes técnicas que se pueden aplicar para obtener el modelo, siendo las más empleadas las de Euler-Lagrange y Newton-Euler [53]. Además, también existen dos principales formas de representar la orientación del vehículo: ángulos de Euler y cuaterniones [54]. En los primeros, la orientación queda fijada con tres rotaciones sucesivas en cada uno de los ejes (primero el eje "X", luego el "Y" y finalmente el "Z") representadas por los ángulos de roll, pitch y yaw respectivamente. Los segundos, utiliza la álgebra de cuaterniones para representar la orientación. Esta última forma tiene la ventaja de evitar discontinuidades que se pueden dar en los puntos singulares pero dificulta bastante el tratamiento del modelo así como su comprensión. Los cuaterniones se suelen emplear principalmente cuando al quadrotor se le exige maniobras agresivas que impliquen pasar por dichos puntos que los ángulos de Euler no pueden tratar de forma nativa [55].

En este trabajo se utilizará la metodología de Euler-Lagrange y los ángulos de Euler. En [53] se puede ver el desarrollo usando otros enfoques, considerando además los efectos aerodinámicos. Una vez obtenidas las ecuaciones generales que describen el comportamiento del vehículo, se procederá a simplificarlas para obtener el modelo lineal simplificado que se usará a lo largo de la tesis.

Se asumen las siguientes hipótesis:

- La estructura es rígida.
- La estructura es simétrica.
- El centro de gravedad es el origen del sistema de referencia ligado al vehículo.
- El empuje de los motores es proporcional al cuadrado de la velocidad de giro.

- La orientación del vehículo se mantiene dentro de la región donde los ángulos de Euler son válidos.

Las fuerzas y los momentos aplicados a una ala uniforme determina la fuerza de empuje, resistencia y un torque. Para un motor i con velocidad angular ω , la velocidad lineal en cada punto de la hélice es proporcional a la distancia radial del rotor, lo que conduce a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} f_{Mi_z} &= C_{Ti} \rho A_p r^3 \omega_i^2, \\ \tau_{Mi} &= C_{Qi} \rho A_p r^3 \omega_i^2, \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde f_{Mi_z} representa el empuje total producido por el motor $i = 1, \dots, 4$, el cual actúa de forma perpendicular al plano del motor. τ_{Mi} representa el torque del motor, r el radio de la hélice, ρ la densidad del aire y A_p la área efectiva de la hélice. C_{Ti} y C_{Qi} son los coeficientes adimensionales del empuje y del torque respectivamente, que se pueden obtener aplicando las leyes de la aerodinámica. En la Figura 2.3 se pueden apreciar las fuerzas y torques resultantes de las hélices.

Es una práctica común considerar los parámetros aerodinámicos de (2.1) como constantes e iguales [56] para todos los motores.

$$\begin{aligned} k_f &= C_T \rho A_p r^3, \\ k_\tau &= C_Q \rho A_p r^3. \end{aligned} \quad (2.2)$$

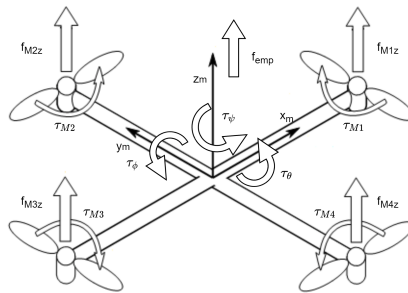


Figura 2.3: Fuerzas y torques generados por el quadrotor.

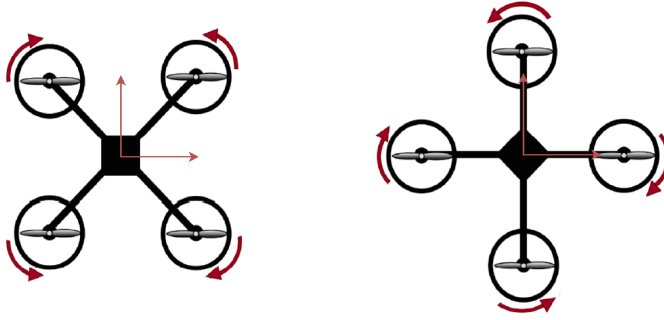


Figura 2.4: Configuración en "equis" (izquierda) y configuración en "cruz" (derecha).

Cabe destacar que no es posible generar empuje negativo ya que los motores por diseño [57] solo pueden girar en un sentido, el cual será el que produzca empuje positivo. Teniendo en cuenta la configuración simétrica del vehículo, l representa la longitud del brazo del quadrotor, las fuerzas de empuje y torques resultantes desde el sistema de referencia móvil son:

$$\mathbf{f}_{emp} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_{emp} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau\theta \\ \tau\phi \\ \tau\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lk_f(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ lk_f(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ k_\tau(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

con $f_{emp} = \sum_{i=1}^4 k_f \omega_i^2$.

Cabe destacar que el control propuesto en esta tesis es control en "cruz" o "+", frente el control en "equis" o "x". La única diferencia entre ambos es que el sistema de referencia del vehículo esta coincide con los brazos del quadrotor en "+". Esto solo afectará a las ecuaciones que relacionan los motores con los controladores y a las inercias del sistema original. En la Fig. 2.4 se muestra ambos sistemas de referencia. Observar como el sistema de referencia móvil coincide con los brazos del quadrotor para la configuración en "cruz".

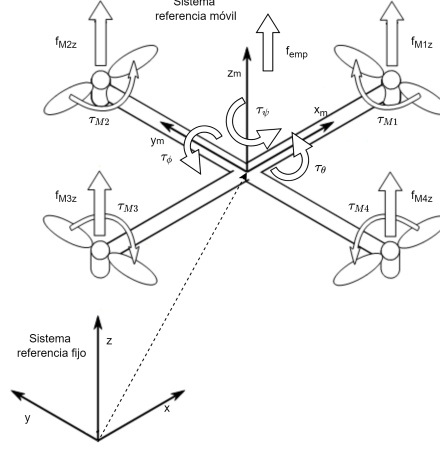


Figura 2.5: Sistema de referencia fijo y móvil del quadrotor.

2.3.1 Obtención del modelo completo

El quadrotor se trata de un objeto rígido moviéndose por un espacio tridimensional debido principalmente a las fuerzas de empuje y los torques, como se representa en la Fig. 2.5.

Se tienen las siguientes coordenadas generalizadas representadas por:

$$\mathbf{p} = (\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) \in \mathbb{R}^6, \quad (2.4)$$

donde $\boldsymbol{\xi} = (x, y, z)$ indica la posición del centro de masas del vehículo relativo al sistema de referencia fijo inercial. La orientación se representa mediante $\boldsymbol{\eta} = (\theta, \phi, \psi)$ que corresponden los ángulos de Euler, siendo ψ el ángulo de yaw representando el giro alrededor del eje Z, θ el ángulo de pitch alrededor del eje Y modificado y ϕ el ángulo de roll el giro respecto al eje X modificado.

El lagrangiano se define como:

$$L(p, \dot{p}) = T_{tras} + T_{rot} - U, \quad (2.5)$$

siendo $T_{tras} = \frac{m}{2} \dot{\boldsymbol{\xi}}^T \dot{\boldsymbol{\xi}}$ la energía cinética de traslación, $T_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\Omega}}^T I \dot{\boldsymbol{\Omega}}$ es la energía cinética de rotación, $U = mgz$ la energía potencial del vehículo. z

representa la altitud, m la masa del quadrotor, I la matriz de inercia y g la aceleración debida a la gravedad. $\boldsymbol{\Omega}$ es el vector de la velocidad angular en el sistema de referencia variable relacionado con las coordenadas generalizadas $\boldsymbol{\Omega} = W_{\boldsymbol{\eta}} \dot{\boldsymbol{\eta}}$. Por tanto, $T_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathbb{J} \dot{\boldsymbol{\eta}}$ con $\mathbb{J} = \mathbb{J}(\boldsymbol{\eta}) = W_{\boldsymbol{\eta}}^T I W_{\boldsymbol{\eta}}$ y

$$W_{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & 0 & 1 \\ \cos\theta \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ \cos\theta \cos\phi & -\sin\phi & 0 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

I_{ii} representando el momento de inercia con respecto el eje i .

A partir de la física de Lagrange, la dinámica del quadrotor se representa por:

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{\mathbf{p}}} - \frac{\delta L}{\delta \mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{\xi} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

donde $\mathbf{f}_{\xi} = R \mathbf{f}_{\text{emp}}$; siendo \mathbf{f}_{emp} la fuerza de empuje y $\boldsymbol{\tau}$ el torque definidas en (2.3), y R la matriz de rotación que representa la orientación del vehículo relativa al sistema de referencia fijo inercial.

$$R = \begin{bmatrix} c_{\theta} c_{\psi} & c_{\psi} s_{\theta} s_{\phi} - c_{\phi} s_{\psi} & s_{\phi} s_{\psi} + c_{\phi} c_{\psi} s_{\theta} \\ c_{\theta} s_{\psi} & c_{\phi} c_{\psi} + s_{\psi} s_{\theta} s_{\phi} & c_{\phi} s_{\psi} s_{\theta} - s_{\phi} c_{\psi} \\ -s_{\theta} & c_{\theta} s_{\phi} & c_{\theta} c_{\phi} \end{bmatrix}$$

Desarrollando (2.7), la dinámica para el movimiento de traslación se puede escribir como:

$$m \ddot{\boldsymbol{\xi}} + m \mathbf{g} = \mathbf{f}_{\xi}, \quad (2.8)$$

con $\mathbf{g} = [0, 0, -g]^T$ representando el vector de la aceleración producida por la gravedad, siempre en dirección perpendicular al plano xy del sistema de referencia fijo. Para la rotación se tiene:

$$\mathbb{J} \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \left(\mathbb{J} - \frac{1}{2} \frac{\delta}{\delta \boldsymbol{\eta}} (\dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathbb{J}) \right) \dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\tau}. \quad (2.9)$$

Por tanto, se pueden reescribir las dos ecuaciones anteriores de la siguiente forma:

$$m\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{f}_\xi - m\mathbf{g}, \quad (2.10)$$

$$\mathbb{J}\ddot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\tau} - C(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})\dot{\boldsymbol{\eta}}. \quad (2.11)$$

La matriz $C(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) = \mathbb{J} - \frac{1}{2} \frac{\delta}{\delta \dot{\boldsymbol{\eta}}} (\dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathbb{J})$ es la matriz de Coriolis la cual contiene los efectos giroscópicos y las fuerzas centrífugas. Las matrices de Coriolis y de Inercia se pueden obtener de la dinámica de $\boldsymbol{\eta}$ de (2.7). Reescribiendo la dinámica rotacional, se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \left[\boldsymbol{\Omega}^T I \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta \dot{\boldsymbol{\eta}}} \right] - \boldsymbol{\Omega}^T I \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta \boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\tau}.$$

Por tanto, $\frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta \dot{\boldsymbol{\eta}}} = W_{\boldsymbol{\eta}}$ y $\boldsymbol{\Omega}^T I \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta \dot{\boldsymbol{\eta}}} = [b_1, b_2, b_3]$ con los elementos siguientes:

$$\begin{aligned} b_1 &= -I_{xx}(\dot{\phi}s_\theta - \dot{\psi}s_\theta^2) + I_{yy}(\dot{\theta}c_\theta s_\phi c_\phi + \dot{\psi}c_\theta^2 s_\phi^2) + I_{zz}(\dot{\psi}c_\theta^2 c_\phi^2 - \dot{\theta}c_\theta s_\phi c_\phi), \\ b_2 &= I_{yy}(\dot{\theta}c_\phi^2 + \dot{\psi}c_\theta s_\phi c_\phi) - I_{zz}(\dot{\psi}c_\theta s_\phi c_\phi - \dot{\theta}s_\phi^2), \\ b_3 &= I_{xx}(\dot{\phi} - \dot{\psi}s_\theta), \end{aligned}$$

siendo s_θ y c_θ una representación abreviada de $\sin(\theta)$ y $\cos(\theta)$ respectivamente. Diferenciando $\boldsymbol{\Omega}^T I \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta \dot{\boldsymbol{\eta}}}$ se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{b}_1 &= -I_{xx}(\ddot{\phi}s_\theta + \dot{\phi}\dot{\theta}c_\theta - \ddot{\psi}s_\theta^2 - 2\dot{\psi}\dot{\theta}s_\theta c_\theta) + I_{yy}(\ddot{\theta}c_\theta s_\phi c_\phi - \dot{\theta}^2 s_\theta s_\phi c_\phi - \dot{\theta}\dot{\phi}c_\theta s_\phi^2 \\ &\quad + \dot{\theta}\dot{\phi}c_\theta c_\phi^2 + \ddot{\psi}c_\theta^2 s_\phi^2 - 2\dot{\psi}\dot{\theta}s_\theta c_\theta s_\phi^2 + 2\dot{\psi}\dot{\phi}c_\theta^2 s_\phi c_\phi) + I_{zz}(\ddot{\psi}c_\theta^2 c_\phi^2 - 2\dot{\psi}\dot{\theta}s_\theta c_\theta c_\phi^2 \\ &\quad - 2\dot{\psi}\dot{\phi}c_\theta^2 s_\phi c_\phi - \ddot{\theta}c_\theta s_\phi c_\phi + \dot{\theta}^2 s_\theta s_\phi c_\phi + \dot{\theta}\dot{\phi}c_\theta s_\phi^2 - \dot{\theta}\dot{\phi}c_\theta c_\phi^2), \\ \dot{b}_2 &= I_{yy}(\ddot{\theta}c_\phi^2 - 2\dot{\theta}\dot{\phi}s_\phi c_\phi + \ddot{\psi}c_\theta s_\phi c_\phi - \dot{\psi}\dot{\theta}s_\theta s_\phi c_\phi + \dot{\psi}\dot{\phi}c_\theta c_\phi^2 - \dot{\psi}\dot{\phi}c_\theta s_\phi^2) \\ &\quad - I_{zz}(\ddot{\psi}c_\theta s_\phi c_\phi - \dot{\psi}\dot{\theta}s_\theta s_\phi c_\phi - \dot{\psi}\dot{\phi}c_\theta s_\phi^2 + \dot{\psi}\dot{\phi}c_\theta c_\phi^2 - \ddot{\theta}s_\phi^2 - 2\dot{\theta}\dot{\phi}s_\phi c_\phi), \\ \dot{b}_3 &= I_{xx}(\ddot{\phi} - \ddot{\psi}s_\theta - \dot{\psi}\dot{\theta}c_\theta). \end{aligned}$$

De forma similar se tiene:

$$\frac{\delta\Omega}{\delta\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\psi}c_\theta & 0 \\ 0 & -\dot{\psi}s_\theta s_\phi & -\dot{\theta}s_\phi + \dot{\psi}c_\theta c_\phi \\ 0 & -\dot{\psi}s_\theta c_\phi & -\dot{\psi}c_\theta s_\phi - \dot{\theta}c_\phi \end{bmatrix},$$

y $\boldsymbol{\Omega}^T I \frac{\delta\Omega}{\delta\boldsymbol{\eta}} = [h_1, h_2, h_3]$ donde

$$\begin{aligned} h_1 &= 0, \\ h_2 &= -I_{xx}(\dot{\psi}\dot{\phi}c_\theta - \dot{\psi}^2 s_\theta c_\theta) - I_{yy}(\dot{\psi}\dot{\theta}s_\theta s_\phi c_\phi + \dot{\psi}^2 s_\theta c_\theta s_\phi^2) \\ &\quad - I_{zz}(\dot{\psi}^2 s_\theta c_\theta c_\phi^2 - \dot{\psi}\dot{\theta}s_\theta s_\phi c_\phi), \\ h_3 &= I_{yy}(-\dot{\theta}^2 s_\phi c_\phi - \dot{\psi}\dot{\theta}c_\theta s_\phi^2 + \dot{\psi}\dot{\theta}c_\theta c_\phi^2 + \dot{\psi}^2 c_\theta^2 s_\phi c_\phi) \\ &\quad + I_{zz}(-\dot{\psi}^2 c_\theta^2 s_\phi c_\phi + \dot{\psi}\dot{\theta}c_\theta s_\phi^2 - \dot{\psi}\dot{\theta}c_\theta c_\phi^2 + \dot{\theta}^2 s_\phi c_\phi). \end{aligned}$$

Cabe destacar que

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau\theta \\ \tau\phi \\ \tau\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{b}_1 - h_1 \\ \dot{b}_2 - h_2 \\ \dot{b}_3 - h_3 \end{bmatrix}.$$

Por tanto, agrupando términos y con la ecuación (2.11) sigue

$$\mathbb{J}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} I_{xx}s_\theta^2 + I_{yy}c_\theta^2 s_\phi^2 + I_{zz}c_\theta^2 c_\phi^2 & c_\theta c_\phi s_\phi (I_{yy} - I_{zz}) & -I_{xx}s_\theta \\ c_\theta c_\phi s_\phi (I_{yy} - I_{zz}) & I_{yy}c_\phi^2 + I_{zz}s_\phi^2 & 0 \\ -I_{xx}s_\theta & 0 & I_{xx}, \end{bmatrix}$$

y

$$C(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

siendo sus componentes los siguientes:

$$\begin{aligned}
 c_{11} &= I_{xx}\dot{\theta}s_{\theta}c_{\phi} + I_{yy}(-\dot{\theta}s_{\theta}c_{\theta}s_{\phi}^2 + \dot{\phi}c_{\theta}^2s_{\phi}c_{\phi}) - I_{zz}(\dot{\theta}s_{\theta}c_{\theta}c_{\phi}^2 + \dot{\phi}c_{\theta}^2s_{\phi}c_{\phi}), \\
 c_{12} &= I_{xx}\dot{\psi}s_{\theta}c_{\phi} - I_{yy}(\dot{\theta}s_{\theta}s_{\phi}c_{\phi} + \dot{\phi}c_{\theta}s_{\phi}^2 - \dot{\phi}c_{\theta}c_{\phi}^2 + \dot{\psi}s_{\theta}c_{\theta}s_{\phi}^2) \\
 &\quad + I_{zz}(\dot{\phi}c_{\theta}s_{\phi}^2 - \dot{\phi}c_{\theta}c_{\phi}^2 - \dot{\psi}s_{\theta}c_{\theta}c_{\phi}^2 + \dot{\theta}s_{\theta}s_{\phi}c_{\phi}), \\
 c_{13} &= -I_{xx}\dot{\theta}c_{\phi} + I_{yy}\dot{\psi}c_{\theta}^2s_{\phi}c_{\phi} - I_{zz}\dot{\psi}c_{\theta}^2s_{\phi}c_{\phi}, \\
 c_{21} &= -I_{xx}\dot{\psi}s_{\theta}c_{\phi} + I_{yy}\dot{\psi}s_{\theta}c_{\theta}s_{\phi}^2 + I_{zz}\dot{\psi}s_{\theta}c_{\theta}c_{\phi}^2, \\
 c_{22} &= -I_{yy}\dot{\phi}s_{\phi}c_{\phi} + I_{zz}\dot{\phi}s_{\phi}c_{\phi}, \\
 c_{23} &= I_{xx}\dot{\psi}c_{\phi} + I_{yy}(-\dot{\theta}s_{\phi}c_{\phi} + \dot{\psi}c_{\theta}c_{\phi}^2 - \dot{\psi}c_{\theta}s_{\phi}^2) + I_{zz}(\dot{\psi}c_{\theta}s_{\phi}^2 - \dot{\psi}c_{\theta}c_{\phi}^2 + \dot{\theta}s_{\phi}c_{\phi}), \\
 c_{31} &= -I_{yy}\dot{\psi}c_{\theta}^2s_{\phi}c_{\phi} + I_{zz}\dot{\psi}c_{\theta}^2s_{\phi}c_{\phi}, \\
 c_{32} &= -I_{xx}\dot{\psi}c_{\phi} + I_{yy}(\dot{\theta}s_{\phi}c_{\phi} + \dot{\psi}c_{\theta}s_{\phi}^2 - \dot{\psi}c_{\theta}c_{\phi}^2) - I_{zz}(\dot{\psi}c_{\theta}s_{\phi}^2 - \dot{\psi}c_{\theta}c_{\phi}^2 + \dot{\theta}s_{\phi}c_{\phi}), \\
 c_{33} &= 0.
 \end{aligned}$$

Es importante señalar que para el desarrollo se ha considerado un quadrotor. No obstante, reescribiendo las ecuaciones de fuerza y torque para otra configuración de multirotor el modelo dinámico obtenido sigue siendo válido.

2.3.2 Simplificación del modelo

Como se ha observado en el apartado anterior, el modelo completo del quadrotor es bastante complejo. Una de las primeras simplificaciones que se suelen realizar es despreciar la matriz de Coriolis [53], ya que el factor $C(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})\dot{\boldsymbol{\eta}}$ suele ser bastante pequeño para velocidades angulares pequeñas. Por otra parte, la matriz de inercia \mathbb{J} se suele considerar constante y diagonal. Considerando lo mencionado, un primer modelo simplificado es el que sigue:

$$\begin{cases}
 m\ddot{x} = -f_{emp}(c_{\psi}s_{\theta} - s_{\psi}c_{\theta}s_{\phi}), \\
 m\ddot{y} = f_{emp}(c_{\psi}c_{\theta}s_{\phi} + s_{\psi}s_{\theta}), \\
 m\ddot{z} = f_{emp}c_{\theta}c_{\phi} - mg, \\
 I_{xx}\ddot{\theta} = \tau_{\theta}, \\
 I_{yy}\ddot{\phi} = \tau_{\phi}, \\
 I_{zz}\ddot{\psi} = \tau_{\psi}.
 \end{cases} \quad (2.12)$$

Recordando las expresiones de fuerza y par producido por los motores (2.3) se tiene que $f_{Mi} = k_f\omega_i^2$ y $\tau_{Mi} = k_{\tau}\omega_i^2$ para cada motor $i = 1, \dots, 4$. La acción de control de cada motor se define como u_i . Si se tiene en cuenta la común práctica, ya sea mediante los drivers de los motores o mediante software, de

linealizar la velocidad de giro de la forma $\omega_i = \sqrt{k_u u_i}$; se obtienen las fuerzas y pares en función de las acciones de control de los motores

$$\begin{aligned} f_{Miz} &= k_f k_u u_i, \\ \tau_{Mi} &= k_\tau k_u u_i. \end{aligned}$$

Por otra parte, los ángulos de θ y ϕ en condiciones de vuelo se suelen mantener pequeños, por lo que se puede aproximar $\cos(\alpha) \simeq 0$ y $\sin(\alpha) \simeq \alpha$ [58] si el ángulo esta expresado en radianes. No así el ψ ya que a priori el quadrotor puede encarar en cualquier dirección. Considerando $f_{emp} = k_f k_u \sum_{i=1}^4 u_i = k_f k_u u_t$, el modelo quedaría de la forma siguiente:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -k_f k_u u_t (c_\psi \theta - s_\psi \phi), \\ m\ddot{y} = k_f k_u u_t (c_\psi \phi + s_\psi \theta), \\ m\ddot{z} = k_f k_u u_t - mg, \\ I_{xx} \ddot{\theta} = l k_f k_u (u_1 - u_3), \\ I_{yy} \ddot{\phi} = l k_f k_u (u_2 - u_4), \\ I_{zz} \ddot{\psi} = k_\tau k_u (u_1 - u_2 + u_3 - u_4). \end{cases} \quad (2.13)$$

Si se realizan los cambios de variable $u_\theta = u_1 - u_3$, $u_\phi = u_2 - u_4$, $u_\psi = u_1 - u_2 + u_3 - u_4$ y $u_z = u_t = u_1 + u_2 + u_3 + u_4$; o expresado de forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} u_\theta \\ u_\phi \\ u_\psi \\ u_z \end{bmatrix} = H_{cm} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

El siguiente cambio de variables que corresponde a una rotación respecto el ψ

$$\begin{bmatrix} \theta' \\ \phi' \end{bmatrix} = R' \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Los parámetros del modelo se pueden agrupar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} b_x &= \frac{-k_f k_u u_{t0}}{m}, & b_\theta &= \frac{lk_f k_u}{I_{xx}}, \\ b_y &= \frac{k_f k_u u_{t0}}{m}, & b_\phi &= \frac{lk_f k_u}{I_{yy}}, \\ b_z &= \frac{k_f k_u}{m}, & b_\psi &= \frac{k_\tau k_u}{I_{zz}}, \end{aligned}$$

siendo u_{t0} la acción de control que iguala el peso del vehículo, que también compensa el termino mg . Finalmente, el modelo simplificado lineal es:

$$\begin{cases} \ddot{x} = b_x \theta', \\ \ddot{y} = b_y \phi', \\ \ddot{z} = b_z u_t, \\ \ddot{\theta} = b_\theta u_\theta, \\ \ddot{\phi} = b_\phi u_\phi, \\ \ddot{\psi} = b_\psi u_\psi. \end{cases} \quad (2.16)$$

Cabe destacar que este modelo reduce los parámetros requeridos a solamente seis. Además, al ser el quadrotor simétrico $b_x = -b_y$ y $b_\theta = b_\phi$. Estos parámetros se pueden obtener de las especificaciones de los motores y del diseño mecánico del vehículo. Otra alternativa para la obtención de los parámetros es la identificación experimental con métodos como los propuestos en [15] y [59].

2.3.3 Sistema doble integrador

Como puede apreciarse en (2.16) cada ecuación puede expresarse como un sistema doble integrador, que expresado en función de transferencia sería:

$$G_i(s) = \frac{Y_i(s)}{U_i(s)} = \frac{b_i}{s^2}, \quad (2.17)$$

con $i = \theta, \phi, \psi, x, y, z$, correspondiente a $Y_i = \theta(s), \phi(s), \psi(s), X(s), Y(s), Z(s)$ y $U_i = U_\theta(s), U_\phi(s), U_\psi(s), \theta'(s), \phi'(s), U_t(s)$.

El sistema doble integrador, también se puede representar en espacio de estados

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_i(t) &= A_i \mathbf{x}_i(t) + B_i u_i(t), \\ y_i(t) &= C_i \mathbf{x}_i(t).\end{aligned}\tag{2.18}$$

Con $x_i(t) = [i, \dot{i}]^T$, $y_i(t) = i$ y las matrices expresadas en la forma canónica controlable [60] corresponden a

$$\begin{aligned}A_i &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ b_i \end{bmatrix}, \\ C_i &= [1 \quad 0].\end{aligned}\tag{2.19}$$

Al no depender de ningún parámetro, A_i y C_i se mencionarán como A y C .

Un sistema en espacio de estados en discreto se representa de la siguiente forma:

$$\mathbf{x}_i(k+1) = A_z \mathbf{x}_i(k) + B_{z_i} u_i(k),\tag{2.20}$$

donde $\mathbf{x}_i(k)$ es el estado en el periodo de muestreo k , $\mathbf{x}_i(k+1)$ el estado en el siguiente periodo, A_z y B_{z_i} las matrices del modelo discreto, que se ejecuta con un periodo T_s .

A partir del método de Euler [61], se puede discretizar el sistema si se considera $\dot{\mathbf{x}}_i = \frac{x_i(k+1) - x_i(k)}{T_s}$.

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \frac{x_i(k+1) - x_i(k)}{T_s} = A \mathbf{x}_i(k) + B_i u_i(k)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_i(k+1) - x_i(k) &= T_s (A \mathbf{x}_i(k) + B_i u_i(k)), \\ \mathbf{x}_i(k+1) - x_i(k) &= T_s A \mathbf{x}_i(k) + T_s B_i u_i(k), \\ \mathbf{x}_i(k+1) &= (I + T_s A) \mathbf{x}_i(k) + T_s B_i u_i(k).\end{aligned}$$

Por tanto, el sistema representado en (2.18) se puede discretizar con el método de Euler dando las siguientes matrices del sistema en espacio de estados discretas

$$A_z = \begin{bmatrix} 1 & T_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{z_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ T_s b_i \end{bmatrix}.\tag{2.21}$$

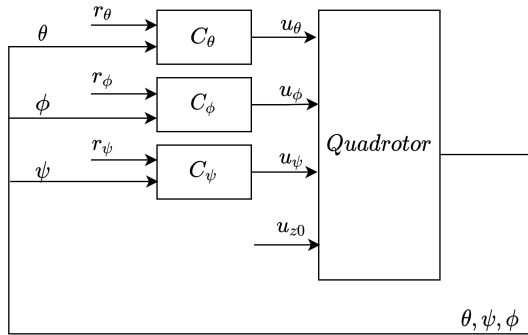


Figura 2.6: Esquema de control descentralizado del control de orientación.

2.4 Esquema descentralizado de control

Se disponen de cuatro actuadores independientes que corresponden a los cuatro motores, pero se tienen seis grados de libertad que son las variables de estado candidatas a controlar. Por tanto, como se tienen más grados de libertad que actuadores no va ser posible controlar todos ellos [62], se trata de un sistema subactuado.

Para la elección de la estructura de control se puede escoger un control centralizado o descentralizado [63]. En el primero, se computa el problema de control como un conjunto, considerando el sistema completo (2.16) procesando todas las señales y obteniendo todas las acciones de control. Este enfoque permite que el controlador tenga la información de todo el modelo así como las interacciones de todas sus variables, pero su diseño y ajuste es más complejo y en caso de fallo suele ser menos robusto. El control descentralizado divide el problema de control en diferentes subproblemas más sencillos, los cuales se encargan solamente de los mismos. Mediante una estructura a definir, se consigue que el sistema global se comporte como se desee. Esta tipología suele ser más robusta frente a fallos, afectando solamente a un subsistema y no al global y simples en el ajuste de los parámetros. En este caso, hay que considerar como se puede dividir el problema, la posibilidad utilizar una estructura de control en cascada, típicamente usado cuando en el sistema hay dinámicas considerablemente más rápidas que otras [64] y evitar las interacciones entre dinámicas no deseadas.

A partir de la ec. (2.16), se divide el control en dos subsistemas, el control de orientación correspondiente a los ángulos θ , ϕ y ψ (dinámica rápida) y el de posición que corresponde a la posición (dinámica lenta) del vehículo en el espacio x , y y z .

Se van a desarrollar las estructuras para un control simple de orientación y para el control conjunto de orientación y posición, que son los que se usarán para la validación de las estrategias propuestas.

En el control de orientación se desea controlar los ángulos de θ , ϕ y ψ , tres grados de libertad, por lo que el control de orientación se trata de un sistema sobreactuado y si se puede controlar todos los grados de libertad. Mediante (2.14) y las salidas de los controladores de los ángulos se obtienen las salidas de los actuadores. En la Fig. 2.6 se puede apreciar la estructura de control de orientación. Siendo $i = \theta, \psi, \phi$; C_i y r_i representan el controlador de dicho lazo de control y la referencia a seguir respectivamente. u_{z0} es la acción de control necesaria para compensar el peso del vehículo en estado estacionario.

El control conjunto de orientación y posición, o simplemente control de posición del quadrotor, se trata de un sistema subactuado. En este caso se decide controlar la posición del vehículo x, y, z y el ángulo de ψ , realizando un control en cascada de x, y a los ángulos θ, ϕ ; considerando la matriz de rotación (2.15). En este caso, de forma indirecta la salida de los controladores de x, y producen la referencia de θ y ϕ . En la Fig.2.7 se representa la estructura de control de la posición. Siendo $i = \theta, \psi, \phi, x, y, z$; C_i y r_i representan el controlador de dicho lazo de control y la referencia a seguir respectivamente. H' es la matriz de rotación (2.15).

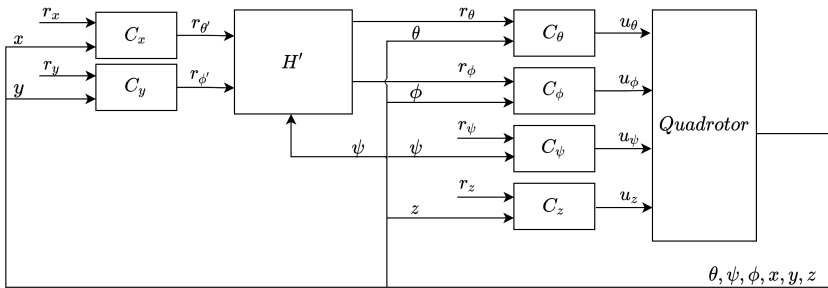


Figura 2.7: Esquema de control de posición del quadrotor.

2.5 Criterios de desempeño

En esta sección se exponen diferentes criterios para evaluar los controladores a diseñar desde el punto de vista de la robustez y desempeño.

El desempeño del sistema se puede evaluar a partir de la integral absoluta del error (IAE) [65], la integral absoluta del error por el tiempo (ITAE) [66] y la raíz cuadrada de la media del error (RMSE) [66]. Los índices mencionados se pueden calcular para el error $|y_r - y|$ atribuido a un cambio de referencia o a una perturbación. Los índices de desempeño se definen como:

$$IAE = \int_0^{\infty} |y_r - y| dt, \quad (2.22)$$

$$ITAE = \int_0^t t |y_r - y| d\tau, \quad (2.23)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t (y_r - y)^2 d\tau}. \quad (2.24)$$

El desempeño de la actuación del controlador puede ser medido mediante la Tasa de Variación (TV) [67]

$$TV = \sum_{i=1}^{i=\infty} |u_{i+1} - u_i|. \quad (2.25)$$

La robustez puede ser evaluada a partir de los márgenes de robustez clásicos [68]: Margen de Ganancia (GM), Margen de fase (PM) y Margen de Retardo (DM), los cuales se definen como:

$$GM = \frac{1}{|G(j\omega_{180^\circ})|},$$

$$PM = 180^\circ - \angle G(j\omega_{cr}),$$

$$DM = \frac{PM}{\omega_{cr}},$$

donde $G(j\omega)$ representa la función de transferencia del sistema en lazo abierto; y $\omega_{cr}, \omega_{180^\circ}$ son frecuencias definidas tal que $|G(j\omega_{cr})| = 1$ y $\angle G(j\omega_{180^\circ}) = 180^\circ$ respectivamente. El significado físico de estos índices se refieren a la ganancia,

desfase y retardo temporal que pueden ser introducidos en el sistema antes de que se vuelva inestable.

2.6 Estrategias de control aplicadas a quadrotors

Las aplicaciones de los quadrotors han centrado la atención de gran parte de la comunidad científica debido a su bajo coste, simplicidad y versatilidad [69]. No obstante, también presentan ciertas desventajas: son sistemas subactuados, inestables, no lineales y fuertemente acoplados. Por tanto, este tipo de vehículo aéreo aún representa un reto considerable para la comunidad científica tanto por sus problemas de control actuales como los nuevos que surgen con las nuevas aplicaciones [70].

El control de vehículos aéreos tipo quadrotors se puede dividir en el control de orientación y el control de posición, tal y como se vio en la Sección 2.4. En el caso del control de orientación se trata de los ángulos de orientación roll, pitch y yaw. En el caso del control de la posición se busca el control de la posición del vehículo en el espacio. Por tanto se trata de un sistema subactuado al tener cuatro actuadores y seis grados de libertad. Al ser un sistema subactuado, las salidas de los controladores de posición y orientación son combinadas (ver Sección 2.4) para obtener las acciones de control necesarias a aplicar a los motores. En los inicios, se controlaba la orientación y con el grado de libertad extra la altura del aparato [71]. Esto funciona de forma correcta para tareas donde el vehículo se controlaba de forma remota y el piloto mantenía contacto visual con el mismo. No obstante, para situaciones más complejas es necesario ser capaz de controlar la posición del vehículo y con el grado extra de libertad se controla el ángulo de yaw [72]. Esta última es clave para aplicaciones donde el vehículo tiene alguna herramienta auxiliar como por ejemplo una cámara que pueda encararla en la dirección apropiada.

En la literatura se han desarrollado numerosas propuestas para el control de quadrotors. El Controlador lineal Proporcional-Integrador-Derivador (PID) es aún uno de los más utilizados en control de procesos debido a su sencillez y robustez [65], [73], [74]. Las principales ventajas del controlador PID es que sus parámetros pueden ser fácilmente ajustables sin necesidad de conocimientos avanzados en el área de control [75] de forma intuitiva para sistemas estables: la acción integral permite eliminar el error en régimen permanente, pero empeora la respuesta del transitorio; la acción derivativa permite obtener un mejor transitorio, pero empeora la respuesta frente perturbaciones y ruido; y la acción proporcional ayuda al desempeño tanto del transitorio como del

régimen permanente. En la comunidad científica se han realizado numerosos trabajos para mejorar el diseño de controladores PID.

Uno de los métodos más conocidos para la obtención de los parámetros de un PID son las reglas de Ziegler-Nichols [76], las cuales tienen la ventaja de considerar una gran cantidad de prototipos de plantas directamente con los parámetros del controlador PID. Las reglas Ziegler-Nichols ofrecen un desempeño notable en rechazo de perturbaciones en sistemas integradores, pero en general ofrecen un pobre desempeño para procesos con retardos significativos [77]. Otros métodos se enfocan en el diseño mediante técnicas de control clásicas como diseño en frecuencia [78] o análisis del lugar de las raíces [79]. Se han desarrollado diferentes extensiones a los controladores PID originales, como PID para plantas no lineales [80], el desarrollo del PID fraccional [81]-[83] para problemas más complejos de control, donde las acciones de control proporcional, integral y derivativa tienen exponentes fraccionales para obtener más grados de libertad en su diseño, a costa de mayor complejidad de diseño, o junto predictores para tratar con retardos [84]. Otros trabajos han desarrollado ajustes de sus parámetros mediante técnicas de optimización numéricas o heurísticas [85]-[87]. Ejemplos de PIDs aplicados a quadrotors son [88] donde se diseña un controlador PID para el control y se discute el proceso entero de diseño, [89] se obtiene un regulador auto-ajutable basado en un controlador tipo PID, y en [90] donde se obtiene un ajuste del controlador mediante *machine learning* a partir de diferentes algoritmos de optimización.

Otros controladores lineales ampliamente usados han sido los controladores basados en el diseño en espacio de estados como la realimentación del estado [91] o los reguladores cuadráticos lineales (LQR) [92]. En estos casos, además de la obtención de los parámetros de la realimentación, si no se tiene acceso al estado de la planta hay que diseñar un observador del estado, sea lineal como el Luenberger o adaptativo como un filtro de Kalman [93]. Como en el caso de los PIDs, la principal ventaja es la facilidad de implementar y *tunar*, con un comportamiento aceptable para la mayoría de situaciones [94]. Ejemplos de uso para quadrotors son [95] donde se obtiene un regulador por realimentación del estado y se estudia como afecta el acelerómetro del vehículo al mismo; y [96] donde se diseña un controlador LQR y un PID para comparar los desempeños. A pesar de ello, cuando se requiere que el vehículo trabaje en zonas fuertemente no lineales o cuando se necesita realizar maniobras agresivas [15], [18], la actuación del vehículo se ve degradada pudiendo incluso alcanzar la inestabilidad y el consiguiente choque del quadrotor. Por tanto, este tipo de técnicas limitan los escenarios a los que se puede enfrentar el vehículo.

Si se requieren escenarios más exigentes para el quadrotor, es necesario considerar técnicas más avanzadas. Estrategias más complejas como el Sliding Mode Control (SMC) se han popularizado en los últimos años, obteniendo muy buen desempeño para una gran cantidad de escenarios de vuelos [97]-[99]. Otras estrategias con gran desarrollo en la literatura son el control H_∞ [100], control predictivo basado en modelos (MPC) [101], BackStepping [102], controladores de dinámica invertida [103] o controladores heurísticos [104]. El uso de cuaterniones para controlar aeronaves se presentó en [105]. El uso de cuaterniones en vez de ángulos de Euler permite resolver los problemas de cómputo de las orientaciones de forma más eficiente [106]. Existen numerosos trabajos que han utilizado la representación de la orientación en cuaterniones para el control de quadrotors. En [107] se presenta un SMC de alto orden para el control de la orientación y posición del vehículo. En [108] se comparan diferentes controladores PD, LQR y backstepping usando cuaterniones para evaluar su desempeño en diferentes escenarios. Un controlador fraccional se presenta en [109] para escenarios de vuelo agresivos. No obstante, la principal desventaja de este tipo de técnicas es su complejidad, tanto para ejecutar el algoritmo en tiempo real en el sistema embebido del vehículo como para tunear los parámetros del control. Como consecuencia, controladores más sencillos son preferidos por la mayoría de usuarios no expertos de quadrotors y que no requieren trabajar en escenarios donde el desempeño se ve fuertemente degradado. Por ello parte de la comunidad científica se ha centrado en mejorar controladores de este tipo añadiendo bloques o módulos en sus estructuras de control para volverlos más robustos y versátiles sin necesidad de aumentar su complejidad de ejecución y ajuste.

Por otra parte, las técnicas de control basadas en observación de perturbaciones (DOBC) están ganando popularidad en tareas donde se requiere más robustez sin añadir demasiado costo de computación al algoritmo [110]. Estas técnicas se basan en tener un controlador principal que puede ser perfectamente cualquiera de los lineales presentados y observar las entradas y salidas de la planta a controlar. A partir del modelo teórico de la planta, las entradas y salidas reales de la misma, se computa la perturbación equivalente que explica todo el comportamiento desconocido del sistema. Esta perturbación reúne desde no linealidades del modelo, incertidumbres en los parámetros, dinámica no modelada hasta perturbaciones externas [110]. En la práctica, el origen de esta perturbación equivalente no es relevante para este tipo de técnicas, y normalmente se mitiga su efecto prealimentando dicha estimación. Cuanto más se parezca la planta real con la teórica considerada mejor se comportará el sistema. Si es muy diferente es posible que el controlador no pueda reaccionar con una acción de control lo suficientemente rápida o dentro de los rangos

del actuador. Entre las técnicas más populares de este estilo se encuentran el observadores de perturbaciones (DOBs) [111] basado en modelos en el dominio de Laplace. El Control Activo de Rechazo de Perturbaciones (ADRC) [112] donde se asume que la planta es una cadena de integradores y todo otro comportamiento se considera perturbación. El observador de estado extendido generalizado (ESO) [113] considera que la perturbación es constante añadiéndola a la dinámica del observador de estado. El observador de perturbaciones e incertidumbres (UDE) [114] se puede utilizar si se tiene acceso al estado completo de la planta. En [115]-[117] se pueden observar aplicaciones prácticas de estas técnicas en diferentes ámbitos no relacionados con los quadrotors. Para el caso de los quadrotors, en [118]-[120] se pueden ver aplicaciones de los controladores basados en estimación de perturbaciones.

Uno de los principales problemas de los quadrotors es el fallo o pérdida de eficiencia de uno de sus motores [121]. Los fallos en los actuadores modifican la dinámica de la aeronave afectando a la estabilidad, fiabilidad y la seguridad durante el vuelo. Solucionar este problema es esencial para poder usarlos en aplicaciones civiles a gran escala o en zonas pobladas. Para afrontar con fallos y la consecuente degradación del sistema, se desarrolló el Control Tolerante a Fallos (FTC) [122]. Estos métodos se usan para prevenir la degradación del control y hacerlo seguro y fiable. Estas técnicas se pueden clasificar en pasivas y activas [123]. En las primeras, el controlador trata de minimizar el efecto de los fallos pero no es capaz de evitar sus efectos. En los segundos, cuando un fallo ocurre el controlador se reconfigura para mantener las especificaciones que el sistema requiere. Para ello, por una parte se tiene el control regular, que es el que se encuentra activo si no se detecta ningún fallo. En paralelo se ejecuta un algoritmo diseñado para detectar los fallos que se puedan dar y luego uno o varios esquemas con su propio ajuste de sus parámetros para cada uno de los casos de fallo [124]-[126]. En los últimos años han surgido numerosos trabajos de FTC para quadrotors. En [127] se introduce un fallo cuando el vehículo se encuentra manteniendo la posición, compensándolo en tiempo real. En [128] se diseña un observador adaptativo para cuando el fallo se produce con el vehículo en movimiento. No obstante, debido a la complejidad del diseño, ajuste de los parámetros e implementación de este tipo de controladores, donde hay que considerar tanto el caso general como cada uno de los posibles fallos, es difícil diseñar controladores para este tipo de situaciones [129].

Para el problema de la saturación de motores, las técnicas antiwindup permiten minimizar el efecto en el desempeño cuando se le pide al actuador acciones de control fuera de rango. En [130] se repasa las principales técnicas de antiwindup empleadas para controladores PID para sistemas SISO. No obstante,

como se vio en el desarrollo del modelo dinámico del quadrotor (ver Subsección 2.3.2), la salida de los controladores no corresponden directamente con las acciones de control de los motores. Debido a ello, si los actuadores saturan no corresponde de forma inmediata a la saturación de uno de los controladores, sino dependiendo de las condiciones particulares de dicho punto podría deberse a uno o a una combinación de las acciones de control. Por tanto no se pueden diseñar saturaciones independientes para cada controlador. En [131] se desarrolla un control predictivo con antiwindup para sistemas MIMO con retardos. Un controlador auxiliar encargado de procesar las referencias de los controladores limitándolas a valores que no hacen saturar los actuadores es presentado en [132]. Sin embargo, el desarrollo de controladores con antiwindup está fuertemente vinculado al problema de control a resolver, debiéndose considerar durante su diseño [133].

Los retardos temporales son otra fuente de degradación de los requerimientos deseados del sistema si no se tienen en cuenta para el diseño del controlador [134]. Para poder paliar los efectos de los retardos, se han desarrollado diferentes técnicas en la literatura [135]. En particular, las estrategias basadas en predictores son de gran interés debido a que transforman la planta original con retardo a otra sin retardo, simplificando el diseño. Por ejemplo, el predictor de Smith [136] considera el efecto a futuro de las acciones de control aplicadas para un retardo constante. Sin embargo, la presencia de retardos variables en el tiempo puede degradar el sistema de control en bucle cerrado de forma considerable, además de añadir complejidad extra si se consideran en el diseño. Algunos estudios [137]-[139] analizan la estabilidad para retardos variables a la entrada y salida del controlador respectivamente. No obstante, estos estudios no consideran la presencia de retardos variables tanto en el canal sensor-controlador como en el controlador-actuador.

El trabajo a realizar en esta tesis utilizará principalmente estrategias de control lineales (realimentación del estado y controladores PID) junto estimadores de perturbaciones y/o predictores de retardos, debido a su sencillez de implementación y facilidad de ajuste de sus parámetros, pero consiguiendo buen desempeño frente incertidumbres y perturbaciones. No obstante, dependiendo del caso a aplicar uno o varios de los criterios cobrará más importancia. Por ejemplo, si el controlador a diseñar se va a ejecutar en un dispositivo con alta capacidad de computo este será menos significativo en la elección de la metodología a utilizar. Es importante destacar que el problema de control discutido en esta tesis es el control a bajo nivel del quadrotor. Una vez resuelto el problema inicial, surgen numerosos problemas de control más enfocados a aplicaciones concretas, como seguimiento de objetos [140] o tareas colaborativas [141]. En

lo referente al modelo usado para el control, en la mayoría de casos se utiliza el modelo simplificado del quadrotor con los parámetros obtenidos del fabricante o identificación de las partes de manera independiente [53]. Sin embargo, en la literatura se pueden encontrar diferentes estudios de identificación del quadrotor mediante técnicas de caja negra [142]. Además, independientemente del control existen multitud de desafíos a superar tanto desde el punto de vista mecánico como del electrónico [143]-[145].

2.7 Conclusiones

En este capítulo se ha repasado el estado del arte de los quadrotors. En primer lugar, se ha definido la nomenclatura general utilizada en los vehículos aéreos no tripulados y las aeronaves en general, situando al quadrotor dentro de ellos. A continuación se ha revisado la historia del quadrotor desde ambos puntos de vista, así como la situación donde se encuentran actualmente. Se ha obtenido las ecuaciones no lineales que modelan el sistema quadrotor, linealizandolas y discretizandolas para los desarrollos de las estrategias de control de los siguientes capítulos. Con las ecuaciones lineales del sistema, se ha discutido sobre la estructura de control que se utilizará para el control de orientación y de posición. Se han presentado los índices de robustez y desempeño que permiten comparar el desempeño de diferentes controladores. Finalmente, se ha estudiado el estado del arte en cuanto a control de quadrotors: técnicas de control empleadas y principales problemáticas que se dan.

La tesis desarrollada se centrará en el diseño de estrategias de control basadas en estimación de perturbaciones. Se construirá un observador de fallos en los motores que permitirá aterrizarlo de forma segura en caso que no se pueda mantener el vuelo, y un optimizador que permitirá reducir el efecto en el desempeño del vehículo en el caso que saturen los motores. Además, se obtendrá un ajuste de un PID de dos grados de libertad basado en un control de estimación de perturbaciones para plantas de primer y segundo orden con retardos. Finalmente, se diseñará un predictor junto con un estimador de perturbaciones que permitirá hacer frente a perturbaciones y a retardos variables en el canal sensor-controlador y controlador-actuador. Todas las estrategias se validarán en las plataformas experimentales presentadas en el siguiente capítulo.

Capítulo 3

Plataformas experimentales

En este capítulo se presentan las dos plataformas experimentales empleadas a lo largo de la tesis. En primer lugar se analizan las consideraciones en el diseño del hardware y software del sistema quadrotor. Luego se especifican los componentes más habituales que componen el sistema. Finalmente se presentan las plataformas con sus especificaciones técnicas y características particulares.

3.1 Introducción

El sistema quadrotor está formado por todo el hardware y software que interviene para realizar las maniobras necesarias. Como puede esperarse, la selección y diseño de ambos están estrechamente relacionados y considerarlos ambos es crítico para el correcto funcionamiento final. En este capítulo se explicarán brevemente ambos componentes y las principales consideraciones para un correcto diseño del vehículo.

Por hardware se entiende el conjunto de los componentes físicos que lo componen [146], [147]. El hardware representa la columna vertebral del aparato, ya que incluye los elementos mecánicos que definen su forma y movimientos, así como los sensores que le permiten percibir su entorno, los actuadores que ejecutan las acciones deseadas, la electrónica que permite interactuar con sus elementos o la unidad de control que coordina todas estas partes. La calidad y eficiencia del diseño de hardware determina su capacidad para llevar a cabo tareas específicas de manera precisa y confiable, mientras que también influye en la autonomía del vehículo, la seguridad y la comunicación con otros dispositivos o sistemas. Todos estos elementos acotan las capacidades del vehículo que podrá alcanzar posteriormente con un correcto desarrollo del software.

El software es entiende toda la lógica que se ejecuta dentro de la unidad de control y coordina todos los componentes de hardware para que el vehículo sea capaz de realizar todas las tareas esperables [148]. El software desempeña un papel crucial en la toma de decisiones en tiempo real, la navegación, el control de vuelo y la interacción con su entorno. Para ello, el software se encarga de procesar los datos de los sensores para interpretar el entorno circundante, permitiendo al control ajustar las acciones del vehículo en consecuencia. Incluye también la comunicación con la estación de tierra, donde se le comandan las órdenes al vehículo. La eficacia y fiabilidad del software son esenciales para garantizar un funcionamiento seguro y eficiente del vehículo en diversas condiciones y escenarios, lo que lo convierte en una parte igualmente importante junto con el hardware en el desarrollo exitoso de vehículos autónomos.

En el caso de los quadrotors y en robótica en general, el diseño del hardware y el software son interdependientes y se deben trabajar en conjunto para lograr un funcionamiento eficiente y seguro del vehículo. En las etapas iniciales de diseño se suelen solapar, hasta conseguir un diseño del hardware cerca del definitivo, lo cual dará comienzo al desarrollo del software adaptado al mismo. Un diseño de hardware sólido proporciona la base sobre la cual se construye un software robusto y efectivo para controlar y dar sentido a las acciones del quadrotor ([18], [149], [150]). Por contra, un diseño del hardware inadecuado puede

resultar en complicar el diseño del software de forma artificial; aumentando los tiempos de desarrollo más de lo esperable, dificultad en el control para las todas las situaciones planeadas y en el peor de los casos la necesidad de realizar una revisión del hardware para intentar solucionar los problemas con el consiguiente gasto extra de tiempo y dinero.

Este capítulo se estructura de la siguiente manera. En la Sección 3.2 se revisan los principales temas que hay que tener en cuenta para diseñar un sistema desde el punto de vista físico. En la Sección 3.3 se presentan las restricciones a considerar en el caso de diseñar sistemas en tiempo real, para asegurar que el controlador y todo el procesamiento de datos se ejecute dentro del periodo de muestreo necesario. El conjunto del sistema quadrotor es presentado en la Sección 3.4. En la Sección 3.5 se exponen las plataformas experimentales que se usarán en los desarrollos: la plataforma Quanser en la Subsección 3.5.1 y la plataforma FI-Air en la Subsección 3.5.2. Finalmente, en la Sección 3.6 se presentan las conclusiones del capítulo.

3.2 Consideraciones sobre el hardware

Como se ha mencionado en el apartado anterior, el hardware está determinado por los componentes físicos del sistema. Dichos elementos limitan las capacidades que tendrá el vehículo en el entorno, por lo que en primer lugar se deben tener claro las especificaciones que se le requerirán al vehículo así como posibles restricciones. Tamaño y peso máximos/mínimos, maniobras que debe realizar, entorno en el que se utilizará o el presupuesto disponible son aspectos que se deben considerar antes del diseño, ya que lo acotarán. Por ejemplo, para un quadrotor de carreras se priorizará la velocidad punta, aceleración y tamaño, mientras que en un quadrotor de filmación se priorizará la estabilidad del vehículo y la autonomía de vuelo.

A continuación se van a sintetizar los principales aspectos a tener en cuenta al diseñar el hardware de un quadrotor, así como la problemática en caso de no tener en consideración dichos aspectos en la fase de diseño [151]-[154].

Mecánica y Cinemática.

La estructura mecánica del vehículo determina el comportamiento que este tendrá en el espacio, para que cumplan las ecuaciones de la dinámica y cinemática obtenidas en la Subsección 2.3.1 respetándose las asunciones que se tomaron en la Sección 2.3. Además, tiene que proporcionar el lugar físico para que todos los otros componentes del vehículo se sitúen

en el mismo de forma fiable y segura. El mismo peso de los elementos podrían alterar el centro de masas, por lo que situar los elementos más pesados cerca del mismo es una buena práctica de diseño. Una estructura que no cumpliera estos criterios modificaría la dinámica, que si las discrepancias son pequeñas el control se puede hacer cargo pero si son significativas imposibilitaría su uso.

Sensores y Actuadores.

Los sensores y actuadores son los elementos que permiten interactuar con el entorno. El diseño de hardware debe incluir la selección de sensores adecuados para percibir el entorno y actuadores dentro de los rangos esperados de funcionamiento para realizar las tareas planificadas. Esto influye en cómo el software procesa la información sensorial y controla los actuadores para lograr los objetivos. También incluye el circuito que permitirá interactuar con ellos a la unidad de control. Un sensor con un rango de medida demasiado amplio resultaría ineficiente debido a que no se aprovecharía todo el rango disponible y la resolución para ese rango en general será menor que un sensor en el que se aproveche mejor. En el caso de un sensor con poco rango, en situaciones de vuelo normales llegaría a saturar e imposibilitaría obtener una medida fiable. De manera similar ocurre con un actuador que tenga demasiada o poca potencia, con el añadido que en el caso de los actuadores el peso de los mismos varía de forma significativa con más potencia, afectando también a la duración de las baterías.

Unidad de Control.

La Unidad de Control es la encargada de interactuar con el entorno mediante los actuadores, los sensores, las comunicaciones y ejecutar toda la lógica necesaria para conseguir que el vehículo se comporte como se desee. Seleccionar la unidad de control es clave para el diseño del software. La Unidad de Control debe ser capaz de ejecutar todo el algoritmo dentro del período de muestreo seleccionado y asegurar que su ejecución estén dentro del mismo. Dependiendo del tipo de sistema escogido se deberá enfocar el diseño desde una perspectiva o otra. En la Sección 3.3 se analizarán con más detalle las posibles alternativas.

Comunicaciones.

Las comunicaciones permiten comunicar los distintos elementos que componen el sistema quadrotor, ya sean los que se encuentran a bordo del mismo, como por ejemplo los sensores y actuadores o los externos como la base de comunicaciones. En cuanto a los primeros, el diseño del circuito electrónico permite la comunicación. En primer lugar hay que tener en cuenta la forma que se obtienen las señales. Una señal analógica es propensa a tener ruidos en la medida, por lo que un diseño adecuado del circuito de filtrado es crítico, para filtrarla de la mejor forma pero sin añadir demasiado retardo a la medida. En el caso de señales digitales, hay que considerar el protocolo utilizado y la frecuencia para su diseño, así como evitar posibles interferencias. Realizar estas tareas en el circuito permitirá obtener una mejor medida y ahorrar recursos de postprocesamiento en el software. En cuanto a las comunicaciones externas, se ha de definir como se van a realizar, como por ejemplo mediante radio o tecnología wifi. Una vez definido el medio, el protocolo a emplear como pudiese comunicación serial. De forma similar, hay que tener en cuenta las distancias, frecuencia y posibles interferencias que se puedan dar.

Seguridad.

El diseño del hardware debe considerar la seguridad, especialmente en sistemas donde un fallo pueda ocasionar un accidente considerable, como es el caso de los vehículos aéreos. Sistemas de seguridad que se suelen emplear son protectores para las hélices de los motores, para que en caso de malfuncionamiento no pueda impactar sobre ninguna persona u objeto de forma directa, sistemas de control del nivel de la batería, que hacen aterrizar el vehículo al pasar cierto umbral o fusibles que permitan evitar un posible sobrecalentamiento si se aumenta de cierto consumo. Estos sistemas se pueden implementar tanto por hardware como por software dependiendo de su finalidad.

Eficiencia Energética.

En los vehículos aéreos la eficiencia energética es un asunto a destacar, ya que la duración de la batería determina el tiempo de operación. El diseño del hardware debe minimizar el consumo de energía ya sea con la

selección de componentes adecuados, más eficientes o minimizar el ratio empuje/peso del vehículo. Al ser la batería uno de los componentes más pesados, alterará dicho ratio, por lo que buscar un compromiso es clave. De forma similar, el software debe aprovechar eficazmente los recursos energéticos disponibles.

Esta tesis se centra en el control de quadrotors y el hardware vendrá dado, pero es importante tener en cuenta que en el sistema quadrotor se relacionan multitud de disciplinas que deben ser consideradas para el correcto desempeño del vehículo. Como se ha visto en los ejemplos mostrados, un correcto diseño de hardware permite simplificar el diseño del software.

3.3 Consideraciones sobre el software

En un sistema de control, cumplir el tiempo del bucle de control es crítico para el desempeño del controlador diseñado. En el caso del quadrotor, el sistema posee una dinámica considerablemente rápida, en general de unidades de milisegundo para mantener el vuelo estable. Un retardo de unos pocos milisegundos podría ser catastrófico para el control y la caída del quadrotor [155]. Por ello, el sistema debe ser capaz de asegurar dichos tiempos de ejecución, lo que se conoce como programación en Tiempo Real (TR).

Existen dos alternativas principales para la ejecución del programa [156], [157] de un quadrotor:

Ejecución directamente en el Firmware del dispositivo.

El código se programa para que se ejecute directamente en el dispositivo. En general las instrucciones se ejecutan a un tiempo proporcional al del oscilador del microcontrolador. El programa directamente maneja la configuración del dispositivo, las comunicaciones con los sensores actuadores y base de tierra y el bucle de control donde se encuentra el algoritmo principal. La programación es a muy bajo nivel, normalmente a nivel registro y la matemática depende de las instrucciones del microcontrolador, pudiendo estar limitada a números de coma fija.

Este tipo de programación da más control sobre los tiempos y las tareas ejecutadas, pero dificultando bastante su desarrollo al tener que programar todos los componentes prácticamente desde cero, lo cual dificulta el desarrollo, solución de errores y mantenimiento del código.

Ejecución en un Sistema Operativo.

El Sistema Operativo (SO) hace de intermediario entre el dispositivo y el programa. Dispone de drivers que permiten trabajar a más alto nivel, pero por contra se sacrifica control sobre los tiempos de ejecución y eficiencia del código. Al trabajar a más alto nivel, los tiempos de desarrollo suelen ser bastante menores y normalmente los SO dan soporte a herramientas de gestión de errores.

En general, la programación directamente en el Firmware se suele emplear en dispositivos de 8 o 16 bits, ya que conforme crece la complejidad y potencia de la plataforma, más difícil resulta desarrollar para ella. Por ello, en dispositivos más potentes las tareas de más bajo nivel se suelen delegar al Sistema Operativo a costa de perder una parte de la potencia total para su gestión, lo que permite desarrollar el código de forma más óptima. Otro aspecto a considerar para la elección de una o otra es el precio. Los dispositivos menos potentes suelen ser más económicos, por lo que si se va a desarrollar un sistema comercial debe estudiarse si el consiguiente tiempo de desarrollo extra del software va a compensar el precio unitario del microcontrolador en comparativa a uno más caro más el posible precio del SO a utilizar.

Como plataforma experimental para la validación algoritmos de control, tener un SO permite más versatilidad para el desarrollo de diferentes algoritmos, la conectividad con diferentes tipos de dispositivos (como cámaras o sensores que requieran una gran capacidad de computo) y un tiempo de desarrollo más parejo a la investigación.

No obstante, no vale cualquier tipo de SO. Un SO se puede considerar como un programa base que gestiona tanto el hardware del dispositivo como el software que se ejecuta. En un SO, el planificador se encarga de decidir que tarea se debe ejecutar en cada momento; para poder ejecutar las tareas tanto necesarias para el correcto funcionamiento del SO como las que el usuario solicite [158]. Permite coordinar todas las tareas que se requieran para dar la sensación de ejecución multitarea, lo cual para los usos de un usuario medio como ofimática o navegación no suele ser ningún problema.

En cuanto a programas que se necesiten ejecutar en los tiempos necesarios para un control correcto, fallan debido en primer lugar a la latencia (tiempo entre que se da la orden de realizar una tarea y el planificador le autoriza a ejecutarla) y en segundo la realización de la tarea sin que una segunda la interrumpa durante su computación. Por tanto, hay que separar los SO en

dos tipos Sistemas Operativos de Propósito General (SOPG) y Sistemas Operativos en Tiempo Real (SOTR). Los SOPG son los descritos anteriormente, y permiten administrar los recursos de forma óptima, son más fluidos y son los más adecuados para la gran mayoría de aplicaciones fuera de los sistemas de control [159]. Los SOTR son SO con los mínimos módulos necesarios para el funcionamiento del sistema (tareas muy críticas necesarias para el correcto funcionamiento del SO), para que interfieran lo menos posible durante la ejecución. Dichos SO poseen un planificador modificado que permite cambiar las prioridades de la tarea, lo cual hace que cierta tarea se ejecute prioritariamente por delante de otra, permitiendo garantizar que la ejecución del bucle de control se realice dentro de los tiempos esperados.

Al programar para SOTRs, hay que tener en cuenta consideraciones extra para un correcto desempeño del programa. Es necesario utilizar lenguajes de programación de bajo nivel como C o C++, que permitirán una mejor optimización del código y aprovechamiento del hardware. Una correcta asignación de las prioridades de las distintas tareas a ejecutar. Cuando se usan recursos del sistema, se deben evitar solapamiento de usos por distintas tareas, como por ejemplo si una tarea utiliza un recurso, se interrumpe para dar paso a una de mayor prioridad y lo usa, el recurso se encuentra en un estado indefinido para la primera tarea. Una solución a este problema es el uso de semáforos, que también se pueden usar para sincronizar tareas. Aunque el código tenga alta prioridad, este no puede consumir el total de recursos disponibles, ya que el SO debe usar un mínimo de recursos para su correcto funcionamiento. Hay tareas que consumen una cantidad de tiempo independientemente de la capacidad de computo. Por ejemplo, el tiempo utilizado por las comunicaciones esta fijado por la cantidad de datos a transmitir, la frecuencia de transmisión y si se trata de una comunicación serie o paralela. Estos tiempos se deben considerar para el bucle de control, ya que en casos de baja frecuencia podrían ser no despreciables frente el total. La escritura en disco también es otra operación que consume mucho tiempo, por lo cual se suele evitar durante la ejecución del control y realizarla posteriormente, almacenando los datos por ejemplo en un buffer o mediante técnicas de compresión de datos. En [160]-[162] se pueden encontrar análisis más detallado de directrices necesarias a seguir para un correcto diseño de software para ejecutar en tiempo real.

3.4 Sistema quadrotor

El sistema quadrotor se puede dividir entre los diferentes elementos de hardware y software que lo componen. A continuación se comentarán las opciones más habituales para cada uno de ellos ([5]-[7]), lo cual no implican que sean las únicas opciones posibles y dependerá de las circunstancias y particularidades del vehículo en cuestión.

Estructura.

Formada por un par de barras en forma de cruz, ortogonales entre si. Los motores se sitúan a los extremos de las barras, y en el centro debidamente fijados, toda la electrónica y componentes necesarios para su funcionamiento. En su parte inferior se sitúa la estructura de aterrizaje, que le permite posarse en el suelo y facilita el despegue y aterrizaje del aparato. El material empleado debe ser resistente, rígido y de poco peso, como por ejemplo el plástico, la fibra de carbono o el aluminio.

Sensor de orientación.

Para la obtención de la orientación, la opción más habitual es usar una Unidad de Medición Inercial (IMU), la cual se compone de un acelerómetro de tres ejes, un giroscopio de tres ejes y dependiendo del modelo de IMU, puede incorporar además un magnetómetro. A partir de las medidas de aceleraciones en crudo pueden generarse las medidas de posición y velocidad angular, normalmente aplicando técnicas de fusión sensorial basadas en el filtro de Kalman [163].

Motores y hélices.

Los cuatro motores encargados de hacer girar las hélices, propulsando el vehículo en el espacio. El tipo de motor más empleado para vehículos de pequeño tamaño son motores de corriente continua, debido a su bajo precio. Para vehículos de mayor tamaño son usados principalmente los motores sin escobillas (tecnología brushless) [57] ya que estos últimos presentan mejores prestaciones en términos de ratio peso/empuje, los cuales mediante un driver permiten transformar la acción de control a un voltaje trifásico alimentado con voltaje continuo.

Unidad de Control.

Se suelen emplear microcomputadores con Sistemas Operativos en Tiempo Real, ya sean de código abierto o cerrado mantenidos por el fabricante del vehículo. En quadrotors para uso recreativo se suelen emplear programas directamente en el Firmware como Pixhawk [52] o Ardupilot [51]. Aquí se ejecutará el bucle de control con los tiempos diseñados, procesarán los sensores, enviarán las acciones de control a los motores y gestionarán las comunicaciones con la estación de tierra.

Estación de tierra.

Para largas distancias se suele utilizar comunicación vía radio, y para cortas tecnología Wifi, por lo que en exteriores se emplea normalmente radio y en interiores Wifi. Dependiendo del sistema quadrotor utilizado se suele utilizar directamente una radiocontroladora, un software compatible con el protocolo de comunicación más empleado, Mavlink [164]; o un software diseñado específicamente para la aplicación. Un PC o Smartphone son las opciones habituales donde se ejecutan.

Sensor de posición.

Para la obtención de la posición, en exteriores se pueden encontrar sensores de tipo GPS o GPS diferenciales cuando se requiere más precisión y para interiores priman las cámaras de visión artificial o sensores láser [165]. Se puede utilizar algoritmos de fusión de diferentes sensores para mejorar la precisión de la medida.

En la Fig. 3.1 se puede apreciar la estructura general de un sistema quadrotor. En la siguiente sección se detallarán los componentes específicos de cada plataforma empleada a lo largo de la tesis. El sentido de las flechas indican flujo de información, y las flechas discontinuas representan que el elemento que conectan es opcional.

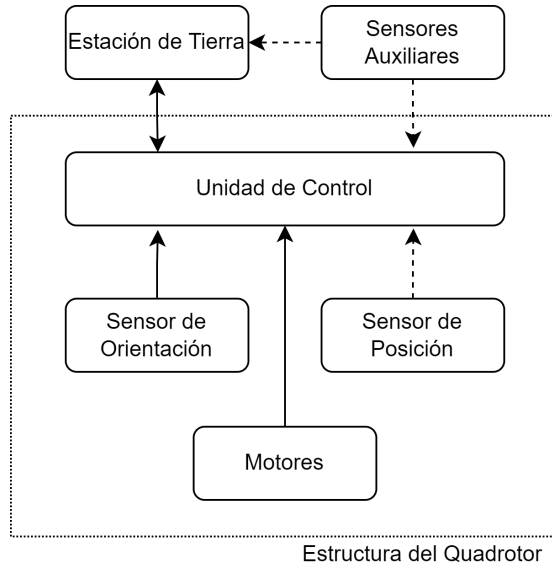


Figura 3.1: Esquema general de un sistema quadrotor.

3.5 Descripción de las plataformas experimentales

En esta sección se explicará en términos generales las plataformas experimentales empleadas para validar los algoritmos de control diseñados a lo largo de toda la tesis.

3.5.1 Plataforma Hover 3DOF de Quanser

La Plataforma Hover 3DOF de Quanser, comercializado por la empresa Quanser [166], es una plataforma experimental orientada a la validación del control de orientación (roll, pitch y yaw) de quadrotors. A la plataforma se le conecta un PC con un SOTR donde se realiza todo el software necesario para su utilización. Debido a su alta precisión y repetitividad, la plataforma es ampliamente utilizada por la comunidad científica para implementar y validar multitud de algoritmos tanto orientados a quadrotors como en general. En [167] se pueden encontrar una lista de trabajos realizados con la plataforma ordenados de forma cronológica. En la Figura 3.2 se puede ver la plataforma utilizada para los experimentos.

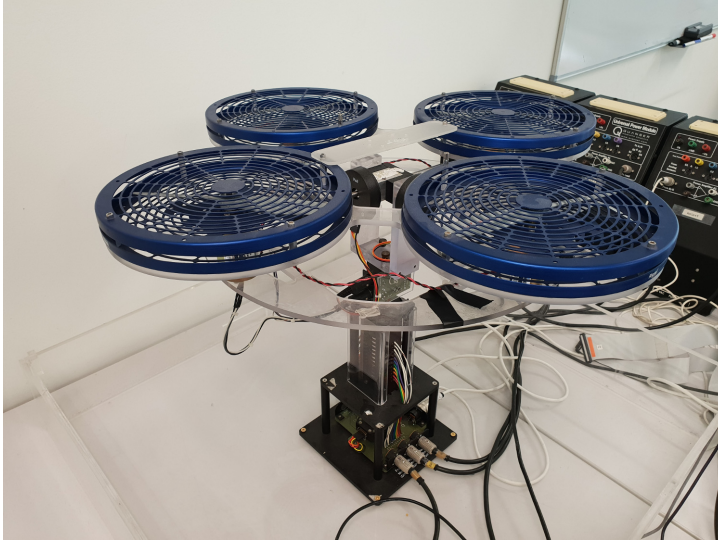


Figura 3.2: Hover 3DOF de Quanser.

El Hover 3DOF de Quanser empleado está formado por un quadrotor montado en una rótula dispuesta en su centro de masas que le permite rotar en orientación, pero le impide moverse en el espacio. Al situarse el punto de rotación en el centro de masas, la dinámica del sistema se ve afectada lo menos posible respecto a la de vuelo libre. Los rotores se componen de cuatro motores de corriente continua con tensiones de alimentación de entre $\pm 10V$, presentando una zona muerta entre $\pm 0.5V$. Para la obtención de la orientación, los ángulos se pueden medir mediante tres encoders ópticos de alta precisión con una resolución de 0.04° o una IMU 3DM-GX2 de alta resolución.

La plataforma se encuentra conectada mediante una placa de adquisición de datos a un PC con un sistema operativo en tiempo real, Pentium 4 a 1.5GHz y 512Mb de RAM. El sistema operativo se compone de la distribución de linux Ubuntu 6.0.3 con el núcleo parcheado con Preempt-RT [168], transformándolo en un SOTR. Los encoders se conectan al PC mediante el convertidor analógico-digital Texas Instruments ADS8900B, con una resolución de 14 bits y un rango de adquisición de hasta 10MSPS. La IMU se conecta mediante i2c al puerto del computador.

La estación base o interfaz se compone de un bucle de control a la frecuencia establecida (configurada a $100Hz$) con acceso a todos los sensores utilizados y escritura a las acciones de los actuadores. La interfaz se trata de un programa

Tabla 3.1: Parámetros del modelo de la plataforma Quanser.

Lazo	b
<i>roll/pitch</i>	0.1
<i>yaw</i>	0.02

por consola que mediante sencillos comandos permite configurar el experimento a realizar. La selección entre el uso de los encoders o de la IMU se realiza previo inicializar el control. Permite la configuración de un patrón de referencias respecto al tiempo, lo cual facilita la comparación de diferentes algoritmos de control. Permite el guardado de datos mediante un buffer, el cual se actualizará cada periodo de muestreo o un submuestreo configurable, guardando finalmente los datos en un archivo de texto para su posterior análisis.

Los parámetros del modelo (ver Sección 2.3) para la plataforma son de 0.1 para el roll y el pitch mientras 0.02 para el yaw. Las unidades del modelo son de radianes (*rad*) para el ángulo y de voltios (*V*) para la acción de control del vehículo. Los valores del modelo de la plataforma Quanser son resumidos en la Tabla 3.1.

3.5.2 Plataforma Fl-Air

La plataforma Fl-Air fue la plataforma utilizada durante la estancia predoctoral en la Université de Technologie de Compiègne (UTC) en Compiègne (Francia) dentro del grupo de investigación Heudiasyc [169].

La plataforma utiliza un AR Drone 2.0 de Parrot [170]. Se trata de uno de los quadrotors comerciales más ampliamente utilizado tanto por aficionados como por la comunidad científica [171]. El vehículo se compone de cuatro motores sin escobillas de hasta 25800rpm a máxima carga de batería, IMU integrada con sensores auxiliares para la obtención de medidas y un procesador 32-bit ARM Cortex A8 de 1GB de memoria interna y 1GB de RAM, permitiendo conexión wifi con la estación de tierra. El microprocesador ejecuta una versión de Linux 2.6.32 con características de tiempo real. El rango de las acciones de control de los motores es de 0 a 1 (adimensional), siendo 0 el mínimo de velocidad que pueden girar y 1 el máxima.

Dentro del vehículo se ejecuta una versión del software de libre distribución *Fl-Air Framework libre AIR*, desarrollado por la UTC [172]. Dicho software permite la integración del quadrotor dentro del ecosistema Fl-Air, permitiendo implementar fácilmente estrategias de control así como la comunicación con

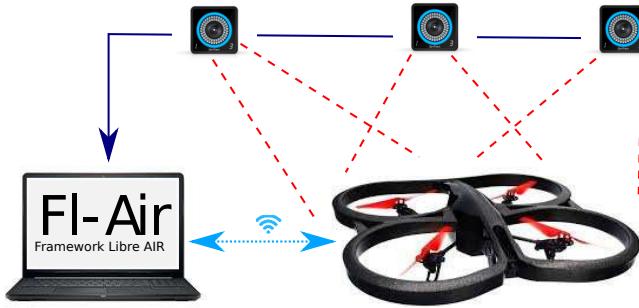


Figura 3.3: Esquema del sistema FI-Air.

el PC de tierra y otros módulos ya programados. El vehículo se conecta a la estación de tierra mediante tecnología Wifi. La interfaz empleada permite modificar los parámetros previamente definidos en código (tuning online), es decir, cambiar los parámetros de control en pleno vuelo sin la necesidad de volver a compilar el programa entero. Admite guardar los datos del experimento en multitud de formatos y frecuencias. Además permite controlar el vehículo mediante un control remoto y la introducción de hasta seis eventos simultáneos en pleno vuelo, como por ejemplo simular un fallo en un motor.

Uno de los módulos empleados es el Optitrack, el cual permite la integración del sistema Optitrack [173] a la plataforma para la obtención de la posición del quadrotor. El Sistema Optitrack es un sistema comercial, ampliamente usado en robótica y cine [174]. El Sistema Optitrack instalado en el laboratorio se compone de 21 cámaras infrarrojas distribuidas a lo largo del laboratorio, orientadas a la zona de vuelo y calibradas conjuntamente. A su vez, el vehículo dispone de una serie de marcadores infrarrojos visibles por las cámaras. Mediante un procesador externo, con la medida de los puntos infrarrojos en todas las cámaras se calcula la posición y orientación del objeto en el espacio, minimizando el error. Dicha medida se envía por red a la estación de tierra que finalmente envía solamente la medida de la posición al vehículo. Las características del objeto e información relevante se configura previamente con el programa Motive.

El esquema general de la plataforma FI-Air se puede apreciar en la Figura 3.3, mientras que en la Figura 3.4 se puede observar la sala donde se realizan los experimentos.



Figura 3.4: Sala de vuelo de la plataforma FI-Air.

Tabla 3.2: Parámetros del modelo de la plataforma FI-Air.

Lazo	b
$roll/pitch$	140
yaw	44
X, Y	10
Z	5

Los parámetros del modelo de orientación (ver Sección 2.3) para la plataforma son de 140 para el roll y el pitch mientras 44 para el yaw. Los ángulos son expresados en radianes (rad) y la acción de control en tanto por uno ($[-]$).

Los parámetros del modelo de posición son de 10 para el eje X e Y mientras 5 para el eje Z. Las unidades del modelo son en metros (m) para las distancias, en radianes (rad) para las salidas del lazo de X y Y; y en tanto por uno ($[-]$) para el lazo de la altura Z. Los valores del modelo de la plataforma FI-Air son resumidos en la Tabla 3.2.

3.6 Conclusiones

En este capítulo se han detallado las plataformas experimentales Quanser y FI-Air que se han empleado para la validación de las estrategias de control propuestas en la tesis. En primer lugar se ha presentado las consideraciones generales para el diseño de un sistema mecatrónico y en particular del quadrotor, haciendo énfasis en que el diseño del hardware y el software son interdependientes y se deben trabajar en conjunto para lograr un funcionamiento eficiente y seguro del vehículo. A continuación se han expuesto los elementos principales de hardware a tener en cuenta en el diseño. Se ha mostrado la importancia de conseguir que el control se ejecute en tiempo real, ya que se debe garantizar que las estrategias de control se ejecuten dentro del tiempo establecido. Para ello, se ha ilustrado las principales alternativas para la ejecución del programa, así como directrices de programación para garantizar que se cumpla el tiempo real en la ejecución. Se han presentado los diferentes componentes que forman un sistema quadrotor. Finalmente se ha detallado desde el punto de vista técnico en las plataformas Quanser y FI-Air que se utilizan a lo largo de la tesis para validar las propuestas.

Diseño de un control robusto basado en estimación de perturbaciones

En este capítulo se desarrolla una estrategia de control basada en estimaciones de perturbaciones para el control de un quadrotor. Basándose en dichas estimaciones, se construye un observador de pérdida de eficiencia de los motores que permite detectar fallos críticos en los mismos y aterrizar el vehículo de forma segura. Además, debido a que las acciones de control de los motores no están explícitamente relacionadas con las salidas de los bucles internos de control, se desarrolla un algoritmo óptimo que permita saturar las salidas de los lazos de control internos en el caso de saturar las acciones de control de los motores, permitiendo priorizar el control de unos lazos de control frente los otros. Todas las propuestas son validadas experimentalmente con la plataforma Fl-Air.

Los resultados de la investigación relacionados con este capítulo se publicaron en [129], [175] y [176].

4.1 Introducción

El ajuste de los parámetros de los controladores para quadrotors es un problema bastante significativo para la mayoría de controladores. Los parámetros obtenidos de forma teórica no se comportan de la forma esperada en la práctica debido a todas las aproximaciones tomadas en el modelo, las incertidumbres del mismo así como todas las perturbaciones externas y restricciones que puedan afectar al sistema. En este capítulo se va a desarrollar un controlador basado en estimación de perturbaciones para quadrotors donde el ajuste de los parámetros minimiza el efecto de todos los factores mencionados.

Un vehículo aéreo necesita un sistema de control lo suficientemente robusto para compensar los efectos adversos de las incertidumbres del modelo, las dinámicas no contempladas y las perturbaciones externas que se puedan dar como el viento o turbulencias [177]. En la práctica, los actuadores tienen restricciones físicas como las revoluciones máximas por minuto que puede dar un motor o la potencia máxima que puede entregar, que normalmente no son consideradas para el diseño del control. Ignorar tales restricciones pueden suponer daños en los dispositivos actuadores o una pérdida de prestaciones en el control del vehículo que puede llegar a comprometer la estabilidad del mismo, con el consiguiente riesgo de colisión o daños estructurales. Diseñar un control que considere estas situaciones y minimice sus efectos es una tarea que se ha considerado en diferentes trabajos [178]-[180], pero en general se suele limitar el rango de las acciones de control sin tener en cuenta todas ellas [181].

En este capítulo se propondrán dos soluciones para tratar con este tipo de restricciones a partir del control basado en estimaciones de perturbaciones desarrollado. Para la pérdida de eficiencia de los actuadores, se propone una solución simple y eficiente al problema de Control Tolerante a Fallos (FTC) cuando se degrada o falla un motor. La arquitectura de control propuesta se compone por el controlador nominal y un observador de pérdida de eficiencia motor a partir de las perturbaciones estimadas. Incluso para fallos agresivos en el motor el controlador nominal no requiere ser reajustado, permitiendo al vehículo aterrizar sin sufrir daños. Para el caso de la saturación de los actuadores, se diseñará un optimizador que contemple la relación implícita entre los lazos control y las salidas de control de los actuadores, permitiendo priorizar el control de unos lazos de control frente los otros.

Este capítulo se estructura de la siguiente manera. En la Sección 4.2 se presenta el problema de control a resolver. En la Sección 4.3 se presenta el desarrollo del controlador basado en estimación de perturbaciones y en la Sección 4.4 su implementación. En la Sección 4.5 se discute sobre el diseño del controlador.

Un observador de fallos en los motores es desarrollado en la Sección 4.6 y un optimizador para evitar situaciones de windup en el caso que saturen los actuadores del vehículo en la Sección 4.7. En la Sección 4.8 se muestran simulaciones de las estrategias propuestas y en la Sección 4.9 se valida experimentalmente con la plataforma Fl-Air. Finalmente en la Sección 4.10 se presentan las conclusiones del capítulo.

4.2 Planteamiento del problema

Cada subsistema a controlar del sistema quadrotor (ver Sección 2.3) se puede expresar en espacio de estado discreto con incertidumbres y perturbaciones de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i(k+1) &= (A_z + \Delta A_z) \mathbf{x}_i(k) + (B_{zi} + \Delta B_{zi}) u_i(k) \\ &+ \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, u_i, k) + \mathbf{d}(k), \end{aligned} \quad (4.1)$$

siendo $\mathbf{x}_i(k)$ y $\mathbf{x}_i(k+1)$ los estados en los instantes discretos k y $k+1$ respectivamente del sistema doble integrador i ; A_z , B_{zi} son las matrices del sistema; definidas en la sección 2.3. $\Delta A_z \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ y $\Delta B_{zi} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ son las matrices con las incertidumbres paramétricas del modelo; $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i, u_i, k) : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^2$ son las no linealidades del modelo, y las perturbaciones externas que puedan afectar al sistema $\mathbf{d}(k) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^2$. Asimismo las no linealidades son compensables, cumpliendo $\frac{\partial[\mathbf{f}(\mathbf{x}_i, u_i) + B u_i]}{\partial u_i} \neq 0$, para cualquier (\mathbf{x}_i, u_i) en todo instante k .

El modelo de referencia para el bucle cerrado deseado es el siguiente:

$$\mathbf{x}_{qi}(k+1) = A_{qi} \mathbf{x}_{qi}(k) + B_{qi} r_{qi}(k) \quad (4.2)$$

donde \mathbf{x}_{qi} es el estado del sistema en bucle cerrado, $A_{qi} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ con estabilidad tipo Schur y $B_{qi} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ son las matrices que expresan el sistema deseado en espacio de estados discreto. La referencia a la planta $r_{qi}(k)$ es delimitada en su ancho a valores que cumplan las premisas expuestas en la obtención del modelo lineal en la Subsección 2.3.2.

La dinámica deseada del sistema (4.1) es dada en términos del modelo de referencia descrito en (4.2). Por tanto, el objetivo de control es conseguir un controlador que consiga que $\mathbf{x}_i \rightarrow \mathbf{x}_{qi}$ donde \mathbf{x}_i es el estado real del sistema y \mathbf{x}_{qi} el del modelo de referencia.

4.3 Obtención de la estrategia de control

El error entre ambos sistemas se define como $\mathbf{e}_i = \mathbf{x}_{qi} - \mathbf{x}_i$. Si se restan las expresiones (4.1) y (4.2)

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{qi}(k+1) - \mathbf{x}_i(k+1) &= A_{qi}\mathbf{x}_{qi}(k) + B_{qi}r_{qi}(k) \\ &- (A_z + \Delta A_z)\mathbf{x}_i(k) - (B_{zi} + \Delta B_{zi})u_i(k) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, u_i, k) - \mathbf{d}(k). \end{aligned} \quad (4.3)$$

Sumando y restando el termino $A_{qi}\mathbf{x}_i$ y reorganizando los términos se obtiene

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_i(k+1) &= A_{qi}\mathbf{e}_i(k) + A_{qi}\mathbf{x}_i(k) + B_{qi}r_{qi}(k) - (A_z + \Delta A_z)\mathbf{x}_i(k) \\ &- (B_{zi} + \Delta B_{zi})u_i(k) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, u_i, k) - \mathbf{d}(k). \end{aligned} \quad (4.4)$$

El objetivo de control deberá ser que el error sea asintóticamente nulo $\mathbf{e}_i(k) \rightarrow 0$. Para ello, u_i se propone que

$$\begin{aligned} B_{zi}u_i(k) &= (A_{qi} - A_z)\mathbf{x}_i(k) + B_{qi}r_{qi}(k) \\ &- \Delta A_z\mathbf{x}_i(k) - \Delta B_{zi}u_i(k) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, u_i, k) - \mathbf{d}(k). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Cabe señalar que (4.5) se puede dividir en dos partes diferenciadas: una correspondiente a la estabilización del modelo nominal, que se va a definir como u_{ci} ; mientras una segunda relacionada con el rechazo de las dinámicas desconocidas y perturbaciones externas que puedan afectar al sistema, que se va a denotar como u_{di} . Con ello, y considerando la matriz pseudoinversa de B como $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$, (4.5) se puede reescribir de la siguiente forma:

$$u_i(k) = u_{ci}(k) + u_{di}(k), \quad (4.6)$$

con

$$u_{ci}(k) = B_{zi}^+ [(A_{qi} - A_z)\mathbf{x}_i + B_{qi}r_{qi}(k)] \quad (4.7)$$

y

$$u_{di}(k) = B_{zi}^+ [-\Delta A_z\mathbf{x}_i(k) - \Delta B_{zi}u_i(k) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, u_i, k) - \mathbf{d}(k)]. \quad (4.8)$$

Por una parte, el control de la parte correspondiente a la estabilización del sistema nominal (4.7) propone una realimentación del estado, de la forma $u_{ci}(k) = K_i \mathbf{x}_i(k) + B_{zi}^+ B_{qi} r_{qi}(k)$. La matriz de realimentación K_i se obtiene a partir del modelo deseado como $K_i = B_{zi}^+ (A_{qi} - A_z)$. Por otra parte, \mathbf{u}_{di} corresponde a la acción de control equivalente a toda la dinámica no explicada por el modelo nominal, incluyendo incertidumbres del modelo, no linealidades y perturbaciones externas al sistema.

No obstante, la expresión de u_{di} esta en función de variables a priori desconocidas ($\Delta A_z \mathbf{x}_i(k)$, ΔB_{zi} , $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i, u_i, k)$, $\mathbf{d}(k)$). A partir de (4.1), (4.8) se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\mathbf{u}_{di}(k) = B_{zi}^+ [A_z \mathbf{x}(k) + B_{zi} u_i(k) - \mathbf{x}_i(k+1)]. \quad (4.9)$$

Cabe destacar que la anterior expresión cumple la estructura de un DOBC, debido a que las incertidumbres del modelo y las perturbaciones se pueden estimar a partir de la dinámica conocida y de la acción de control aplicada al sistema [114].

4.4 Implementación digital

La expresión (4.9) es no causal debido a que es función de términos no conocidos durante el periodo de muestreo en ejecución, pero puede ser aproximada introduciendo un filtro paso bajo de primer orden con ganancia unitaria en las frecuencias de interés, siguiendo las ideas propuestas en [114]. Por tanto, utilizando la transformada Z y teniendo en cuenta que $\mathbf{x}(k+1) = z\mathbf{x}(k)$, se obtiene:

$$u_{di}(z) = \left(\frac{1 - \frac{T_s}{T_{fi}}}{z - \frac{T_s}{T_{fi}}} \right) I B_{zi}^+ [A_z \mathbf{x}(z) + B_{zi} u_i(z) - z\mathbf{x}(z)],$$

donde T_f representa el parámetro del filtro de primer orden, T_s el periodo de muestreo y I la matriz identidad. Reescribiendo para agrupar términos en función de las variables de estado \mathbf{x}_i donde x_{i1} y x_{i2} son el primer y segundo estado de i respectivamente se obtiene:

$$u_{di}(z) = \left(\frac{z-1}{T_s b_i (z - \frac{T_s}{T_{fi}})} \right) x_{i2}(z) - \left(\frac{1 - \frac{T_s}{T_{fi}}}{z - \frac{T_s}{T_{fi}}} \right) u_i(z). \quad (4.10)$$

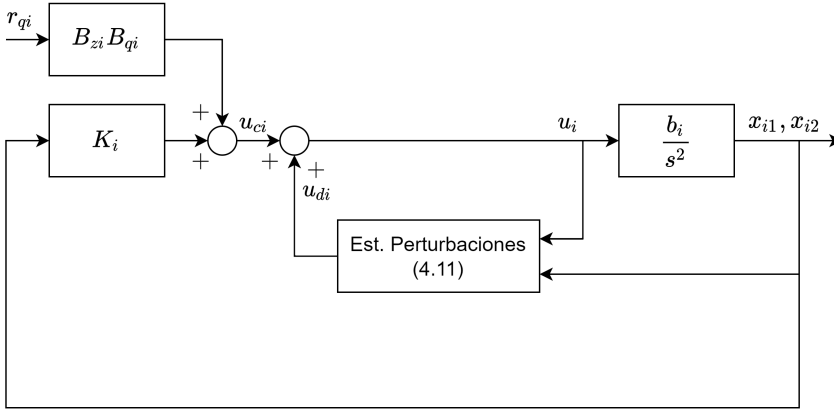


Figura 4.1: Estrategia de control propuesta por lazo de control $i = \theta, \phi, \psi, x, y, z$.

La expresión (4.10) se puede representar también como ecuación en diferencias de la siguiente forma, la cual permite de forma directa su programación en la unidad de control empleada.

$$u_{di}(k) = \left(1 - \frac{T_s}{T_{fi}}\right) u_{di}(k-1) + \frac{T_s}{T_{fi}} \left(\frac{\mathbf{x}_{i2}(k) - \mathbf{x}_{i2}(k-1)}{b_i T_s} - u_i(k-1) \right). \quad (4.11)$$

Es interesante destacar, que para el doble integrador, la componente estimada u_{di} solamente depende de la acción de control aplicada y de la derivada de la salida (x_{i2}).

4.5 Diseño del controlador

La estrategia de control propuesta permite diseñar el seguimiento para el caso nominal de la referencia de forma independiente al rechazo de perturbaciones. El diseño del seguimiento de la referencia se fija mediante el modelo ideal (Ecuación (4.2)) que se requiera que siga el sistema, normalmente obtenido a partir de las especificaciones temporales a cumplir. Para el caso del quadrotor dichas especificaciones vienen acotadas por la dinámica del mismo, concretamente por la capacidad de los motores y la inercia del vehículo [182]. Por

ejemplo, un modelo demasiado rápido podría producir acciones de control fuera del rango de los actuadores. El periodo de muestreo escogido está acotado por la capacidad de procesamiento de la Unidad de Control, la capacidad de adquisición de los sensores y la capacidad de actuación de los motores. Si con las restricciones no fuese posible controlar el sistema, se requeriría un rediseño de los componentes del quadrotor; tal y como se discutió en la Sección 3.1.

El diseño del parámetro T_{fi} del filtro del estimador de perturbaciones se puede diseñar a partir del análisis frecuencial de las perturbaciones que afectan al sistema. Por ejemplo, si se detecta que la zona de vuelo normalmente tiene ráfagas de vientos con frecuencias de cambio menores a $10Hz$, se puede diseñar el filtro para que estime las perturbaciones en dicho rango. Si no se tiene información sobre las posibles perturbaciones que afectan al sistema, se puede ajustar fácilmente de forma experimental a partir del control de seguimiento de referencia y un valor del filtro T_{fi} muy elevado. Con el sistema en vuelo se va bajando el parámetro de forma gradual hasta obtener el grado deseado de rechazo de perturbaciones. En la Sección 5.5 del Capítulo 5 se obtendrá una forma analítica de obtenerlo a partir del desempeño en del índice IAE para el rechazo de perturbaciones.

En el Capítulo 5 se obtendrá una demostración de la estabilidad del sistema mediante LMIs, para el diseño equivalente de un controlador 2DOF-PID con el mismo desempeño. Además, se comparará la estrategia propuesta con diferentes estrategias ampliamente utilizadas en la literatura.

4.6 Diseño de un control robusto tolerante a fallos en los motores

Se desea obtener una estimación de la degradación o fallo de los motores, que puede representar desde la degradación del propio actuador hasta la pérdida de actuación debido a perturbaciones externas como asimetría en las cargas o viento en una determinada dirección.

4.6.1 Desarrollo de un observador de fallos en los motores

Recordando la expresión obtenida previamente (4.6):

$$u_i(k) = u_{ci}(k) + u_{di}(k), \quad (4.12)$$

la acción de control resultante se puede dividir en la parte referente a la estabilización del modelo ideal y seguimiento de la referencia (\mathbf{u}_{ci}) y la parte encargada de rechazar las perturbaciones e incertidumbres (\mathbf{u}_{di}), tal como se detalla con más profundidad en la sección anterior. Por tanto en caso de presentarse fallos en los motores solamente afectarían a la componente de control \mathbf{u}_d . No obstante, si se desea obtener el fallo presente en cada uno de los motores dicho componente debe ser reformulado para expresarse en función de la acción de control y no de los lazos internos del controlador.

Las acciones de control de los motores u_j , con $j = 1, 2, 3, 4$ en un sistema quadrotor son combinaciones (ver Sección 2.3) de las salidas de los controladores u_i para θ , ϕ , ψ y z . Reescribiendo la ecuación (2.14), considerando que $H_{mc} = H_{cm}^T$ se obtiene la siguiente expresión:

$$\mathbf{u}_m = H_{mc} \mathbf{u}_{contr}, \quad (4.13)$$

con

$$\mathbf{u}_m = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{contr} = \begin{bmatrix} u_\theta \\ u_\phi \\ u_\psi \\ u_z \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

$$H_{mc} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & +1 & +1 \\ 0 & +1 & -1 & +1 \\ -1 & 0 & +1 & +1 \\ 0 & -1 & -1 & +1 \end{bmatrix}.$$

Desarrollando (4.13) con (4.12) se obtienen las acciones de los actuadores a aplicar según

$$\begin{aligned}
 u_1 &= u_{c\theta} + u_{d\theta} + u_{c\psi} + u_{d\psi} + u_{cz} + u_{dz} \\
 u_2 &= u_{c\phi} + u_{d\phi} - u_{c\psi} - u_{d\psi} + u_{cz} + u_{dz} \\
 u_3 &= -u_{c\theta} - u_{d\theta} + u_{c\psi} + u_{d\psi} + u_{cz} + u_{dz} \\
 u_4 &= -u_{c\phi} - u_{d\phi} - u_{c\psi} - u_{d\psi} + u_{cz} + u_{dz}.
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Si se tiene en cuenta solamente la parte correspondiente a las perturbaciones, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= +u_{d\theta} + u_{d\psi} + u_{dz} \\
 u_2 &= +u_{d\phi} - u_{d\psi} + u_{dz} \\
 u_3 &= -u_{d\theta} + u_{d\psi} + u_{dz} \\
 u_4 &= -u_{d\phi} - u_{d\psi} + u_{dz}.
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

De (4.16) se puede observar que u_{dz} es común a los cuatro motores por lo que se puede considerar como una perturbación de la altitud o eje z que afecta a la eficiencia de todos los motores al mismo tiempo. Por tanto, su contribución para detectar si un rotor en particular esta perdiendo eficiencia es contraproducente. Sin embargo, se puede destacar de (4.16) que la combinación de los términos u_{dj} para $j : \theta, \phi, \psi$; tiene un impacto significativo para cada rotor. A partir del análisis realizado, se propone el siguiente estimador de fallos en los motores:

$$\begin{aligned}
 \hat{m}_{d1} &= +u_{d\theta} + u_{d\psi} \\
 \hat{m}_{d2} &= +u_{d\phi} - u_{d\psi} \\
 \hat{m}_{d3} &= -u_{d\theta} + u_{d\psi} \\
 \hat{m}_{d4} &= -u_{d\phi} - u_{d\psi} \\
 \hat{m}_{th} &= u_{dz},
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

con \hat{m}_{di} siendo el parámetro de estimación del fallo para cada motor i y \hat{m}_{th} la estimación del fallo común a los cuatro motores.

Es importante destacar que el origen de los fallos estimados de los motores no es realmente importante, ya que tenga un origen u otro en la práctica representa que dicho motor ha perdido desempeño respecto a su comportamiento nominal. Los orígenes pueden ser de diferente índole. Para un fallo estimado de un motor, puede ser producido por ejemplo por incertidumbres en el modelo, asimetrías entre los diferentes modelos, perturbaciones externas que puedan afectarle. La estimación común \hat{m}_{th} puede ser producida por un exceso de masa del vehículo o por el uso de la batería, ya que la potencia de los motores

varía en función de la tensión de alimentación (ver Sección 2.3). En la práctica, dicha observación se podría usar para obtener una estimación del grado de carga de la batería sin requerir ningún sensor adicional. Si la estimación es positiva significa que dicho motor no puede dar toda la potencia esperada, pudiendo llegar a un punto en el que dicho motor no sea capaz de generar la potencia necesaria para mantener el vuelo del vehículo. En el caso que la estimación sea negativa, significará que dicho motor tiene más capacidad de actuación que la esperada nominalmente, por lo que dicha diferencia se compensará directamente mediante la estimación de la perturbación. En la siguiente sección se profundizará sobre la degradación de los motores y como minimizar su efecto durante el vuelo del vehículo.

4.6.2 Estrategia de control tolerante a fallos en los motores

De la ecuación (4.17) según la magnitud y el tipo de fallo detectado para cada elemento se propone dividirlos de la siguiente manera:

1. *Perturbaciones externas y pérdida de eficiencia (LoE) en motores* (vuelos normales). En esta situación los valores de \hat{m}_{di} para $i : 1 : 4$ son relativamente pequeños pero no necesariamente nulos, así como los valores de \hat{m}_{th} . El controlador es capaz de compensarlas sin una notable degradación en el desempeño.
2. *Fallo en un motor*. En esta situación los valores de \hat{m}_{di} para $i : 1 : 4$ se incrementan considerablemente, no permitiendo el correcto funcionamiento del vehículo. En este caso se deberán tomar acciones para garantizar la seguridad del aparato.

Se establecen dos modos de vuelo:

$$\begin{aligned} S_M &: \hat{m}_{di} \leq \epsilon_m, \\ E_M &: \hat{m}_{di} > \epsilon_m, \end{aligned} \tag{4.18}$$

donde S_M y E_M respectivamente indican el modo de vuelo seguro y el modo de emergencia. En el primer caso, el vehículo puede mantenerse en el modo de vuelo seguro, pero en el segundo se deberá asegurar la integridad del aparato y entorno entrando en el modo de emergencia.

De la configuración del vehículo así como de su características físicas, si un parámetro de \hat{m}_{di} alcanza el valor crítico ϵ_m , la ley de control no será capaz de mantener el vehículo estable en posición constante, por lo que será inevitable

que el vehículo termine estrellándose. Dicho valor crítico se escoge de forma que con dicho valor en la acción de control de sustentación (u_z) permita compensar el peso del vehículo (mg), es decir

$$\epsilon_m = \min u_z = mg + \delta, \quad (4.19)$$

con δ siendo una constante pequeña positiva. En la práctica se suele escoger algo mayor para que el vehículo tenga cierta maniobrabilidad. Por contra, si se escoge demasiado grande podría activar el modo de emergencia en situaciones donde el controlador si es capaz de compensarlo sin problemas.

Para el S_M , el controlador utilizado es el expuesto en las Secciones 4.3 y 4.4, donde el compensador de perturbaciones es capaz de compensar las que puedan surgir en dichos rangos sin que la integridad del vehículo se vea afectada.

Para el E_M , se procede a ejecutar el siguiente algoritmo cuando se cumpla la condición (4.18). Se considera que uno de los actuadores no es capaz de controlar correctamente y se perderá la controlabilidad de uno de los grados de libertad. En [123] se demuestra la estabilidad del modo de emergencia.

1. La controlabilidad del ángulo de yaw (ψ) se pierde cuando la estimación de algún rotor excede el valor límite ϵ_m (se deja de realimentar el ψ y compensar la perturbación estimada $u_{d\psi}$, pero no $\dot{\psi}$).
2. El vehículo empieza a girar alrededor del eje z con una velocidad angular del yaw de ($\dot{\psi}$) controlada a altas velocidades para recuperar la estabilidad parcial del vehículo.
3. La estabilidad parcial es recuperada si se consigue alcanzar la altura deseada z_d . Si no se consigue alcanzar rápidamente z_d se procede a aterrizar el vehículo.
4. El quadrotor aterriza y vuelve a activar el modo de vuelo seguro, avisando del motivo de aterrizaje al usuario.

Es importante señalar que este tipo de arquitectura no se suele emplear en control tolerante a fallos (FTC). Sin embargo, el esquema propuesto es capaz de detectar pérdidas de desempeño en los motores y actuar de forma suficientemente veloz para compensarlas sin utilizar las clásicas técnicas de aislamiento del fallo y reconfiguración de la arquitectura de control, incluso si el vehículo se encuentra en pleno vuelo.

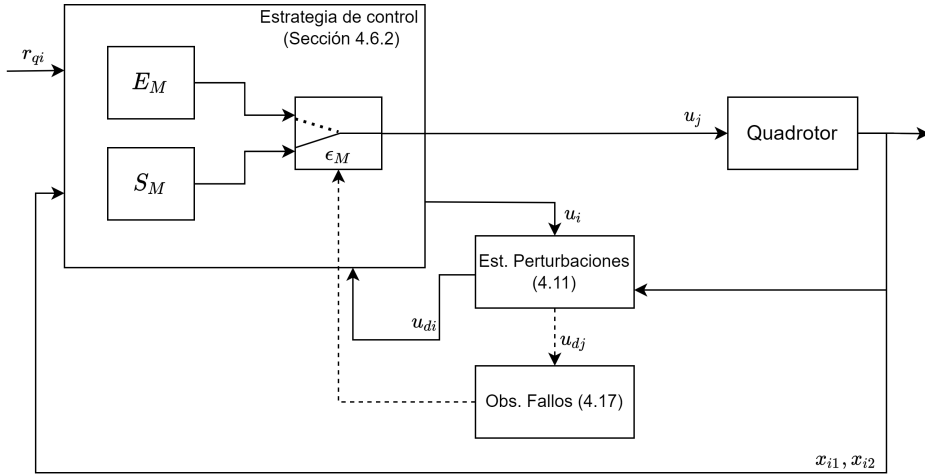


Figura 4.2: Estrategia de Control Tolerante a Fallos propuesta. $i = \theta, \phi, \psi, x, y, z$; $j = \theta, \phi, \psi, z$.

En la Fig. 4.2 se muestra el esquema del control tolerante a fallos propuesto con los dos casos de vuelo considerados.

4.7 Diseño de un controlador robusto para maniobras de vuelo agresivas

En el capítulo anterior se ha considerado el efecto de la pérdida de capacidad de los rotores. No obstante, otra fuente de pérdida de capacidad de los motores, no-lineal y abrupta sucede cuando la acción de control excede el límite que puede suministrar los actuadores. Esto se conoce comúnmente como saturación de los controladores, y para el caso del sistema quadrotor no es trivial tratar con ello.

Recordando las expresiones (4.13) y (4.14), las acciones de control de los controladores no son directamente las aplicadas a los actuadores. La relación entre las mismas son las siguientes:

$$\mathbf{u}_m = H_{mc} \mathbf{u}_{contr} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & +1 & +1 \\ 0 & +1 & -1 & +1 \\ -1 & 0 & +1 & +1 \\ 0 & -1 & -1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\theta \\ u_\phi \\ u_\psi \\ u_z \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

De dicha ecuación, tal como se había comentado, se puede ver que las salidas de control a los motores se puede expresar como una combinación lineal de las acciones de control calculadas \mathbf{u}_{contr} . En general, los motores tienen restricciones físicas que les limita su rango de operación, siendo $\bar{\sigma}_i$ y $\underline{\sigma}_i$ respectivamente el límite superior e inferior de la acción de control del motor i . Esto lleva a que no se puede obtener una solución directa al problema de la saturación de los motores, es decir, cuando saturar los controladores o no. Para explicar mejor el problema, se van a introducir dos posibles casos que se pueden dar en durante el vuelo. Se asume que los valores límites de los motores son $\bar{\sigma}_i = 1$, $\underline{\sigma}_i = 0$.

1. Salidas de los controladores $\mathbf{u}_{contr} = [0.05 \ 0.05 \ 0.10 \ 0.80]^T$ producen acciones de control para el motor de $\mathbf{u}_m = [0.95 \ 0.75 \ 0.85 \ 0.65]^T$.
2. Salidas de los controladores $\mathbf{u}_{contr} = [0.15 \ 0.05 \ 0.10 \ 0.80]^T$ producen acciones de control para el motor de $\mathbf{u}_m = [1.05 \ 0.75 \ 0.75 \ 0.65]^T$.

Cabe destacar que incluso si los valores de \mathbf{u}_{contr} son casi los mismos para los dos casos, no es obvio si los motores van a saturar o no, sino que dependerá del conjunto de los valores para ver si satura o no. La forma más sencilla de enfrentar al problema y más común es limitar cada acción de control \mathbf{u}_{contr} dentro de unos rangos constantes aceptables. No obstante, esta solución no es nada eficiente debido que pueden saturar las acciones de control sin que necesariamente saturen los motores. Por lo que para poder realizar controladores robustos que permitan compensar perturbaciones agresivas que afectan al sistema se deberán aprovechar al máximo la capacidad de los actuadores.

4.7.1 Esquema de control optimo frente saturaciones de los motores

Sea u_i^* la acción de control de los controladores $i = \theta, \phi, \psi, z$ considerando la saturación del motor, siendo u_i la misma sin considerarla. Para los cuatro controladores \mathbf{u}_{contr}^* es la solución al problema de saturaciones del quadrotor, que corresponde a

$$\mathbf{u}_{contr}^* = \Delta_m \mathbf{u}_{contr}, \quad (4.21)$$

donde $\Delta_m = diag(\delta_m)$ es una matriz diagonal formada por el vector de las ponderaciones $\delta_m = [\delta_\theta \ \delta_\phi \ \delta_\psi \ \delta_z]^T$. Cada elemento del vector corresponde a un escalar que contiene las ponderaciones de las acciones de control para que cumplan las restricciones de los motores. Para conseguir obtener las satura-

ciones en los controladores, se propone la resolución del siguiente problema de programación cuadrática [183]

$$\min \frac{1}{2} \delta_m^T \mathbf{Q} \delta_m + \mathbf{c}^T \delta_m \quad (4.22)$$

$$\text{st. } \mathbf{A} \delta_m \leq \mathbf{b}, \quad (4.23)$$

donde \mathbf{Q} , \mathbf{c} , \mathbf{A} , \mathbf{b} son matrices y vectores que serán definidas a continuación. Para obtener los valores de δ_i de la forma que las acciones de control $u_i^* = \delta_i u_i$ en los motores cumplan las restricciones de saturación, en primer lugar se suponen que los mismos no están saturados, es decir, $\delta_i = 1$. Es importante reseñar que de esta forma no afecta a la entrada de control de los motores. Por otra parte, se define la siguiente función de costes o objetivo, que representa la diferencia entre la salida ideal del controlador i con la que se debe aplicar debido a las restricciones de los motores.

$$fo = \sum_{i=1}^4 Q_i (u_i - u_i^*)^2, \quad (4.24)$$

donde Q_i es el peso que penaliza a la acción de control u_i . Desarrollando, se obtiene la siguiente expresión:

$$fo = \sum_{i=1}^4 Q_i (u_i^2 - 2\delta_i u_i^2 + \delta_i^2 u_i^2). \quad (4.25)$$

De (4.25), cabe resaltar que el término constante u_i^2 no afecta al máximo o mínimo del problema de optimización cuadrática, por lo que se puede negligir. Reescribiendo de forma matricial, se tiene que

$$fo = \frac{1}{2} \delta_m^T \mathbf{Q} \delta_m + \mathbf{c}^T \delta_m,$$

con

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_\theta u_\theta^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_\phi u_\phi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_\psi u_\psi^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_z u_z^2 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} -Q_\theta u_\theta^2 \\ -Q_\phi u_\phi^2 \\ -Q_\psi u_\psi^2 \\ -Q_z u_z^2 \end{bmatrix}.$$

A continuación se van a introducir las restricciones de los motores $\underline{\sigma}_i \leq u_i \leq \bar{\sigma}_i$ para el problema de programación cuadrática. Se considera u_{z0} como el punto de equilibrio del controlador de z , que corresponde a la acción de control necesaria para compensar el peso del vehículo. Para el máximo superior $\bar{\sigma}_i$, considerando el caso del motor $u_1 \leq \bar{\sigma}_1$ con la (4.20) se tiene que cumplir la siguiente restricción:

$$\delta_\theta u_\theta + \delta_\psi u_\psi + \delta_z u_z \leq \bar{\sigma}_1 - u_{z0}. \quad (4.26)$$

Por tanto, siguiendo el mismo procedimiento para el resto de los motores y reescribiendo de forma matricial, las restricciones de la forma (4.23) para las cotas superiores está compuesta por:

$$\mathbf{A}_{sup} = \begin{bmatrix} +u_\theta & 0 & +u_\psi & +u_z \\ 0 & +u_\phi & -u_\psi & +u_z \\ -u_\theta & 0 & +u_\psi & +u_z \\ 0 & -u_\phi & -u_\psi & +u_z \end{bmatrix}, \mathbf{b}_{sup} = \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_1 - u_{z0} \\ \bar{\sigma}_2 - u_{z0} \\ \bar{\sigma}_3 - u_{z0} \\ \bar{\sigma}_4 - u_{z0} \end{bmatrix}.$$

Para las cotas inferiores $\underline{\sigma}_i$, considerando el caso del motor 1 $\underline{\sigma}_1 \leq u_1$ con la (4.20) se tiene que cumplir la siguiente restricción:

$$\delta_\theta u_\theta + \delta_\psi u_\psi + \delta_z u_z \geq \underline{\sigma}_1 - u_{z0}. \quad (4.27)$$

No obstante, la inequación (4.27) no está expresado de la misma forma que el problema a resolver. Si se considera que $a \leq b$ es equivalente a $-b \geq -a$, se puede reescribir como

$$-\delta_\theta u_\theta - \delta_\psi u_\psi - \delta_z u_z \leq -\underline{\sigma}_1 + u_{z0}. \quad (4.28)$$

De forma similar, se puede describir matricialmente las restricciones inferiores de la siguiente forma

$$\mathbf{A}_{inf} = \begin{bmatrix} -u_\theta & 0 & -u_\psi & -u_z \\ 0 & -u_\phi & +u_\psi & -u_z \\ +u_\theta & 0 & -u_\psi & -u_z \\ 0 & +u_\phi & +u_\psi & -u_z \end{bmatrix}, \mathbf{b}_{inf} = \begin{bmatrix} -\underline{\sigma}_1 + u_{z0} \\ -\underline{\sigma}_2 + u_{z0} \\ -\underline{\sigma}_3 + u_{z0} \\ -\underline{\sigma}_4 + u_{z0} \end{bmatrix}.$$

Finalmente, las matrices que representan las restricciones de los motores vienen dadas por

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{sup} \\ \mathbf{A}_{inf} \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{sup} \\ \mathbf{b}_{inf} \end{bmatrix}.$$

4.7.2 Consideraciones sobre el optimizador

El problema de programación cuadrática con restricciones presentado no puede resolverse de forma directa para la mayoría de situaciones. Solamente en el caso de que los motores no lleguen a saturar, la solución al problema son las salidas directamente de los lazos de control internos, es decir $\delta_m = [1 \ 1 \ 1]^T$. En el caso de que los motores lleguen a saturar, es necesario usar algún algoritmo iterativo para resolver el problema de minimización planteado. Ejemplos de algoritmos de resolución son el algoritmo del punto interior, el método del set activo, el método de Wolfe, el método del gradiente conjugado o extensiones del algoritmo SIMPLEX [184]. A dichos algoritmos iterativos se les debe introducir una solución inicial, la cual si es cercana a la solución el algoritmo requerirá menos iteraciones para converger a la solución. Por tanto se propone usar la solución en el instante anterior, que para pequeños periodos de muestreo estará lo suficientemente cerca para que el algoritmo converja en pocas iteraciones. En la práctica la mayoría de librerías matemáticas disponen de implementaciones optimizadas para este tipo de problemas por lo que no es necesario implementarlos directamente.

El peso Q_i definido en (4.24) establece la importancia relativa del lazo de control i frente los otros lazos que intervienen. Cuanto más grande sea frente a los otros pesos más penalizará reducir el valor de la acción de control $u_i^* = \delta_i u_i$. Como para la obtención del modelo lineal se consideró $\cos(\alpha) \simeq 0$ y $\sin(\alpha) \simeq \alpha$ (ver Subsección 2.3.2), se propone priorizar los lazos de control de la orientación frente a la altura Z para evitar las no linealidades del modelo. No obstante, dependiendo de la aplicación puede ser interesante priorizar otros. En el Ejemplo 4.8.3 se profundizará sobre el impacto de los pesos en el desempeño del sistema.

En la Fig. 4.3 se representa el diagrama de la estructura de control propuesta junto al optimizador.

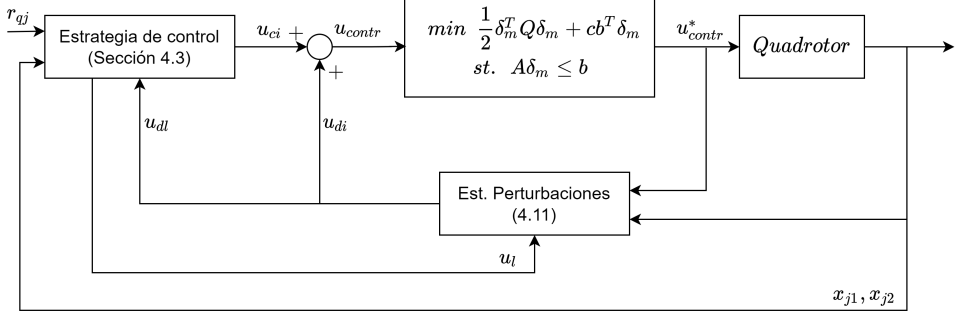


Figura 4.3: Estrategia de control propuesta tolerante a saturaciones en los motores. $i = \theta, \phi, \psi, x, y, z$; $j = \theta, \phi, \psi, z$; $l = x, y$.

4.8 Simulaciones

A continuación se presentan tres ejemplos conceptuales de cada uno de las propuestas presentadas: rechazo de perturbaciones, estimador de fallos de los motores y ajuste del control en caso de saturación de los motores. Una vez estudiados los elementos clave de cada propuesta mediante las simulaciones se realizarán tres experimentos donde se usarán con la plataforma experimental Fl-Air presentada en la Subsección 3.5.2. Tanto para las simulaciones como para los experimentos se usarán los parámetros de la Tabla 4.1. El parámetro T_{fi} es elegido $0 < T_{fi} < 1$ para que el filtro sea estable. k_{pi} y k_{di} se diseñan para estabilizar el sistema en bucle cerrado, a partir de las especificaciones a_{q1_i} y a_{q2_i} , que corresponde a las siguientes matrices del sistema en espacio de estados discreto

$$A_{q_i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{q1_i} & -a_{q2_i} \end{bmatrix}, B_{q_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_{q_i} \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

4.8.1 Ejemplo 1: Efecto de las incertidumbres en el modelo

En este primer ejemplo didáctico se van a mostrar las ventajas del observador de perturbaciones empleado y su efecto en el control. Para ello, se va a utilizar solamente el lazo de control del roll con $b_\theta = 140$ (Tabla 4.1), con los parámetros del controlador correspondientes de dicha tabla. Dicho caso será el considerado Nominal. Además, para estudiar el efecto del controlador propuesto frente incertidumbres en la planta se considerará el caso I con

Tabla 4.1: Parámetros de control de la plataforma FI-Air. El subíndice i hace referencia a la variable de la cual corresponde el parámetro siendo $i = \theta, \phi, \psi, x, y, z$.

Parámetro	ϕ, θ	ψ	x, y	z
k_{p_i}	0.8	0.6	0.17	0.3
k_{d_i}	0.1	0.2	0.13	0.1
b_i	140	44	10	5
T_{f_i}	0.1	0.5	0.5	0.3
a_{q1_i}	112	26.4	1.7	1.5
a_{q2_i}	14	8.8	1.3	0.5
b_{q_i}	112	26.4	1.7	1.5

Tabla 4.2: Valores de b considerados para los procesos del Ejemplo 1.

Controlador	b
<i>Nominal</i>	140
<i>Caso I</i>	105
<i>Caso II</i>	70

$b_{caso\ I} = 0.75b_\theta$ y el caso II con $b_{caso\ II} = 0.5b_\theta$, todos ellos con el mismo controlador correspondiente al Nominal.

Se van a considerar los siguientes escenarios:

- Escenario (i). Control sin compensación de la perturbación
- Escenario (ii). Control con compensación de la perturbación.

En ambos escenarios de simulación, se introduce un cambio en la señal de referencia de 0° a 5° en el instante inicial (referencia tipo escalón).

En la Fig. 4.4 se muestra la evolución temporal del ángulo y de la acción de control para el Escenario (i). Como puede observarse, conforme la planta real difiere de la teórica, la dinámica del sistema se ve degradada respecto la Nominal.

En la Fig. 4.5 se representa la evolución del ángulo y de la acción de control para el Escenario (ii). En este segundo escenario se puede ver como la acción de control compensa la diferente dinámica entre la planta teórica (considerada para el diseño del controlador) y la real, haciendo que el comportamiento de los Casos I y II tienda al comportamiento nominal. En la Fig. 4.6 se muestra la evolución temporal de la estimación de la perturbación para el Escenario (ii).

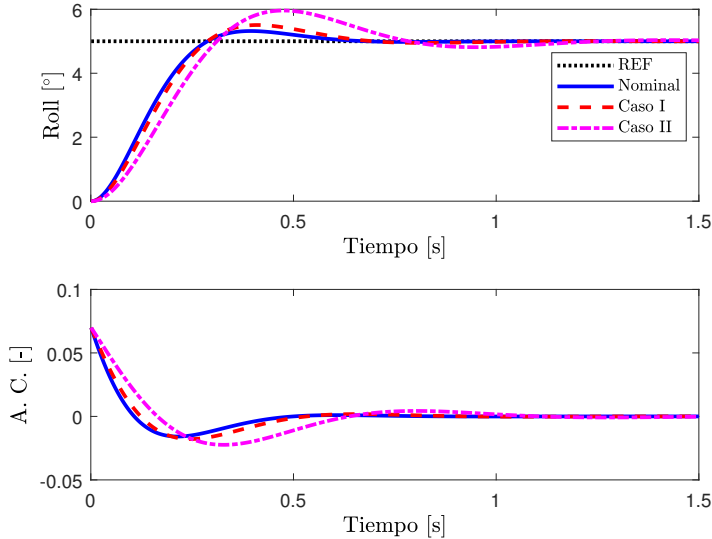


Figura 4.4: Ejemplo 1: Ángulo de roll y acción de control (A.C.) correspondiente sin considerar perturbaciones (Escenario (i)). Unidades de la A.C. [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

Como puede observarse, en el caso Nominal la perturbación estimada es nula debido a que el comportamiento de la planta corresponde con el esperado, por lo que el observador no ve ninguna dinámica no esperada a la cual atribuirle el comportamiento de la perturbación. En el Caso I y II, conforme más se diferencia el comportamiento teórico al real se estima una perturbación equivalente que explica dicha diferencia, la cual prealimentándola permite compensarla y hacer que la planta se comporte lo más parecido posible a la real. En el caso hipotético de un filtro con ganancia unitaria en todo el espectro (imposible, debido al problema de realización del controlador resultante, ver sección 4.4) permitiría compensarla totalmente y hacer que se comporte como la Nominal.

Además, cuanto más diferente es la planta teórica de la real, mayores serán las acciones de control necesarias para compensarlas; pudiendo ser físicamente no aplicables al sistema. Por ello, las estrategias desarrolladas en la Sección 4.6 para hacer frente a la degradación de los motores o en la Sección 4.7 para el caso que saturan las acciones de control a aplicar a los motores serán de utilidad junto a la estrategia base de estimación de perturbaciones.

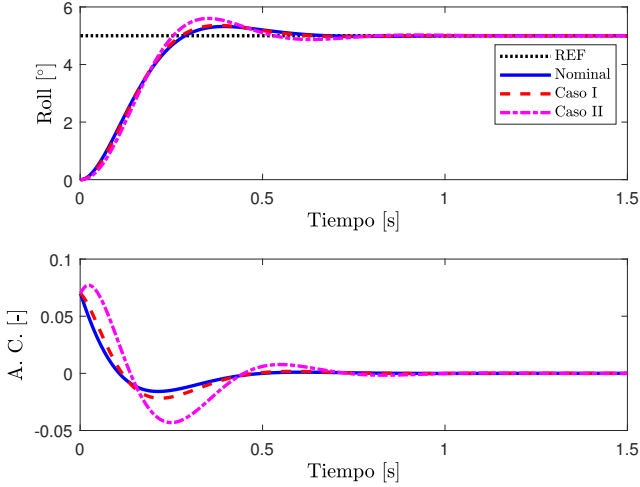


Figura 4.5: Ejemplo 1: Ángulo de roll y acción de control (A.C.) correspondiente considerando la estimación de la perturbación (Escenario (ii)). Unidades de la A.C. [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

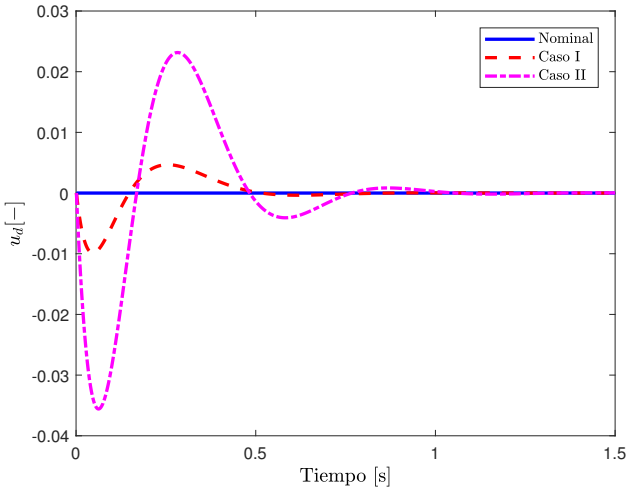


Figura 4.6: Ejemplo 1: Perturbaciones estimadas para el Escenario (ii). Unidades [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

4.8.2 Ejemplo 2: Desempeño del observador de fallos

En este segundo ejemplo, se va a ilustrar el funcionamiento del observador de los fallos de los motores. Para ello, se va a introducir un fallo a cada uno de los motores de forma independiente y se observará la evolución del sistema: de 1s a 4s se introduce un fallo de 0.1 al motor 1, de 7s a 10s se introduce un fallo de 0.1 al motor 2, de 13s a 16s se introduce un fallo de 0.1 al motor 3 y de 19s a 22s se introduce un fallo de 0.1 al motor 4. Las referencias de todas las variables a controlar se mantendrán a cero. Debido a que los fallos inyectados son pequeños, el modo de vuelo se mantendrá para todo el ejemplo en modo de vuelo seguro (S_M).

La evolución de los ángulos de roll, pitch y yaw junto sus acciones de control correspondiente para este ejemplo puede verse representada en la Fig. 4.7. Como se observa de la gráfica, el controlador permite compensar el fallo del motor sin problema. Es importante destacar que el ángulo de yaw tarda más tiempo a compensarse, ya que posee una dinámica más lenta y su modelo de referencia es más lento que en los otros ángulos como se ve en la Tabla 4.1.

En la Fig. 4.8 se muestran las perturbaciones estimadas de los lazos de roll, pitch y yaw, las cuales se usan para la obtención de la estimación de fallo de los

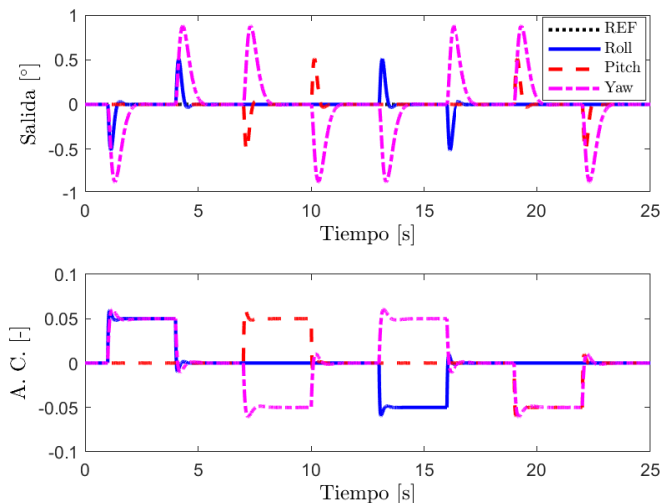


Figura 4.7: Ejemplo 2: Ángulos controlados y sus respectivas acciones de control (A.C.). Unidades de la A.C. [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

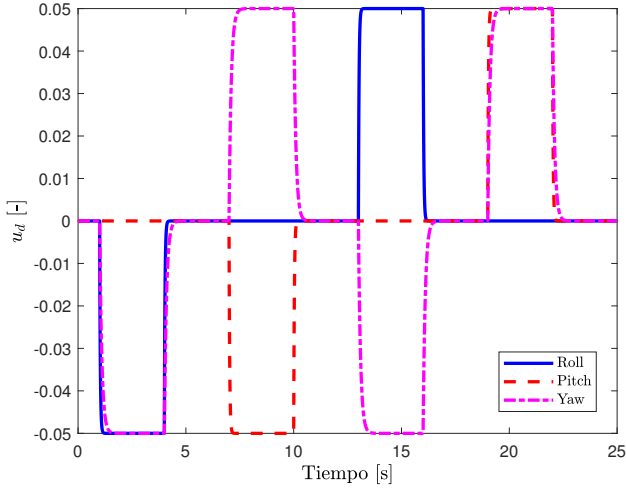


Figura 4.8: Ejemplo 2: Perturbaciones estimadas para el control de los tres ángulos. Unidades [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

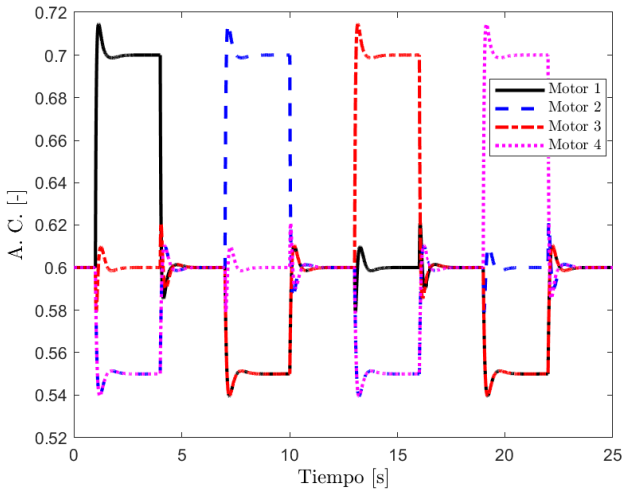


Figura 4.9: Ejemplo 2: Acciones de control (A.C.) de los motores. Unidades [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

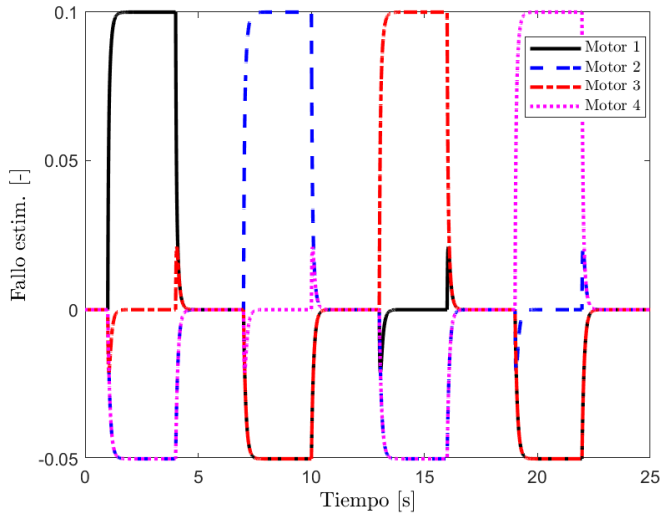


Figura 4.10: Ejemplo 2: Fallo estimado de cada motor. Unidades [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

motores con la expresión (4.17). En la Fig. 4.9 se puede observar las acciones de control enviadas a cada uno de los motores. En los instantes en los que se introduce el fallo a cada motor, puede verse que la acción de control enviada a dicho motor es incrementada en las mismas unidades para compensarla, evidenciando que la compensación del fallo se efectúa correctamente.

Las estimaciones de los fallos de cada uno de los motores mediante el observador propuesto puede observarse en la Fig. 4.10. Como puede verse, en los instantes que se introducen los fallos el observador estima correctamente los fallos de 0.1 unidades. Además, como puede apreciarse en los otros motores aparecen "fallos estimados" de signo negativo. Esto es debido, como puede deducirse de la expresión del observador (4.17), a que los términos cruzados de las estimaciones de los ángulos aparecen en la estimación de más de un motor. No obstante, para el caso de interés, solo interesan los fallos positivos ya que son estos los que se traducen como una degradación en el desempeño del motor, ya que una estimación negativa resultaría en que el motor tiene más potencia que la teórica considerada (lo cual no supone ninguna restricción para la estabilidad del controlador).

Tabla 4.3: Índice TV para el Ejemplo 3.

Escenario	Controlador	TV
(iii)	Sin opt.	10.58
	Con opt.	3.94
(iv)	Prior. Z	4.91
	Prior. Roll/Pitch	4.67

4.8.3 Ejemplo 3: Efecto de las saturaciones en los motores

En este ejemplo se va a estudiar el efecto de la saturación de un motor en el desempeño del control de un quadrotor. Para ello se van a considerar los siguientes escenarios:

- Escenario (iii). Comparación del controlador con y sin optimizador para hacer frente a las pérdidas de prestaciones debido a la saturación.
- Escenario (iv). Comparación de diferentes valores del peso Q de los diferentes lazos de control.

En el Escenario (iii) en el instante 1s a 1.1s se introduce una ráfaga de viento al sistema de 100km/h. Debido a esto, el sistema tendrá que generar fuertes acciones de control para compensar la perturbación puntual, produciendo el efecto de saturación de los motores que se desea estudiar. La perturbación introducida se ha seleccionado para que el controlador que no la considera vea su desempeño considerablemente degradado pero sin volverlo inestable, para conseguir analizar mejor el comportamiento. Las referencias de las diferentes variables de control se mantienen en cero. La ráfaga se ha introducido en la dirección del ángulo de roll, por lo que para el análisis se centrará en dicho ángulo. Para el caso que utiliza el optimizador, los pesos para el mismo son: $Q_\theta = 1$, $Q_\phi = 1$, $Q_\psi = 1$ y $Q_z = 1$.

La evolución del sistema para el Escenario (iii) junto las acciones de control correspondientes puede observarse en la Fig. 4.11. Como se ve en la gráfica, el sistema con el optimizador propuesto compensa más rápidamente y sin apenas sobreoscilaciones la ráfaga introducida. Además, la acción de control se ve limitado por el algoritmo, mientras que en el caso que no la considera el controlador envía una acción de control bastante más grande que los límites de los motores. En la Fig. 4.12 se representa la perturbación estimada en el lazo del roll. En el caso de la propuesta con optimizador, la perturbación estimada es bastante menor que sin optimizador, ya que recibe la información

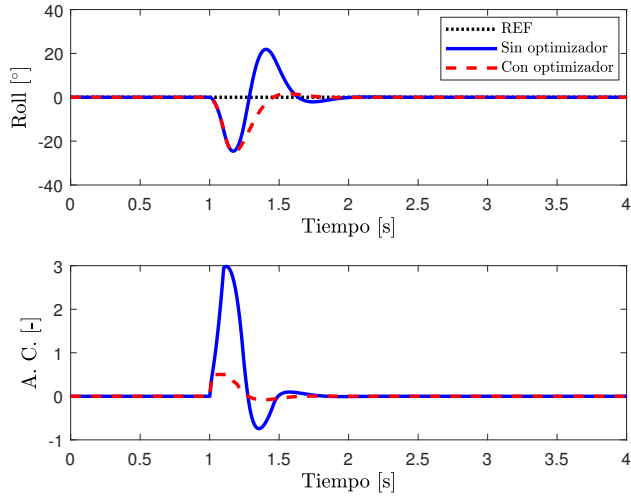


Figura 4.11: Ejemplo 3: Evolución del roll y su acción de control (A.C.) para el Escenario (iii). Unidades de la A.C. [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

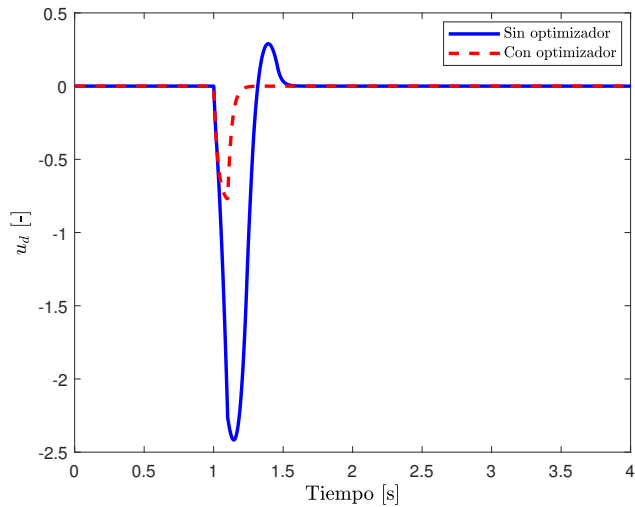


Figura 4.12: Ejemplo 3: Perturbación estimada en el lazo de control del roll para el Escenario (iii). Unidades [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

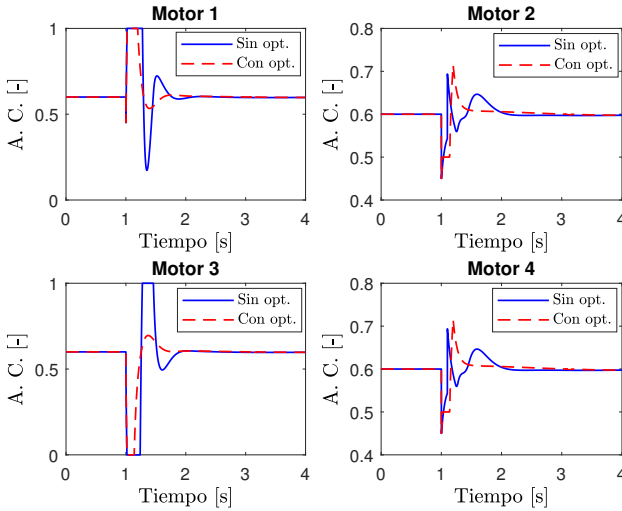


Figura 4.13: Ejemplo 3: Acciones de control (A.C.) de los motores para el Escenario (iii). Unidades [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

de la acción de control corregida a las saturaciones, mientras que sin considerarla, el algoritmo considera que esta aplicando dicha acción de control pero no produce el efecto que espera, aumentándola para compensarla. Este efecto se conoce como windup, siendo un fenómeno ampliamente estudiado en la teoría de control y concretamente en el caso de los controladores PID, con la conocida solución del PID con antiwindup, que evita que la acción integral acumule valores cuando se satura. En la Tabla 4.3 se muestra la TV promedio (ver Sección 2.5) donde se observa como la acción de control es más suave con el caso que utiliza el optimizador. Como puede observarse en la Fig. 4.13 donde se representan las cuatro acciones de control enviadas a los motores, con la correspondiente saturación en caso de sobrepasar los rangos del actuador; la acción de los motores para el caso del optimizador se satura en pocos instantes, mientras que en el caso sin el optimizador el control entra en una dinámica de windup que llevaría a la larga al sistema a volverse inestable si se ve sometido a perturbaciones agresivas.

En el Escenario (iv), en el instante 0.5s se realiza un cambio de referencia tipo escalón de 0m a 0.25m en la variable Z . Las referencias de las variables restantes permanecen en cero para toda la simulación. Además, en los instantes 1.5s a 1.6s se introduce una ráfaga de viento al sistema de 150km/h en la dirección del ángulo de roll. Con ello se pretende estudiar el efecto de los

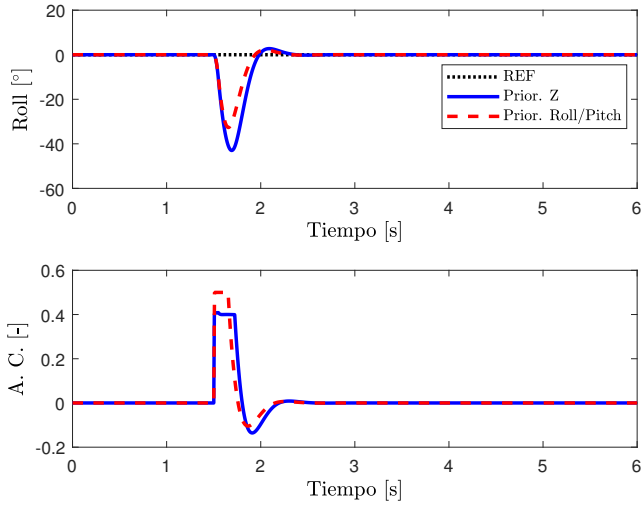


Figura 4.14: Ejemplo 3: Evolución del roll y su acción de control (A.C.) para el Escenario (iv). Unidades de la A.C. [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

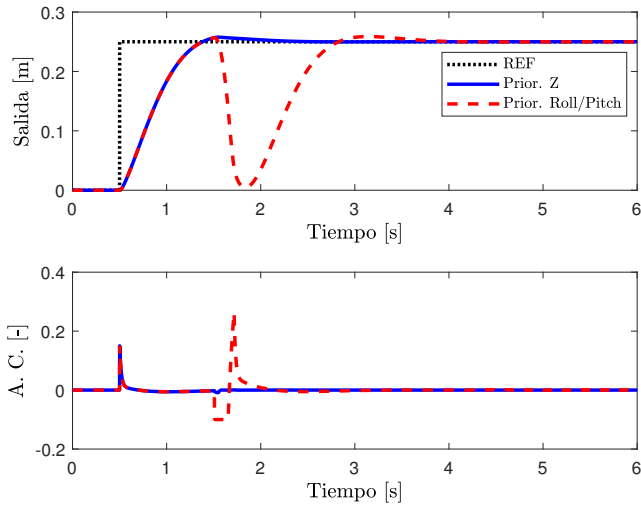


Figura 4.15: Ejemplo 3: Evolución de la Z y su acción de control (A.C.) para el Escenario (iv). Unidades de la A.C. [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

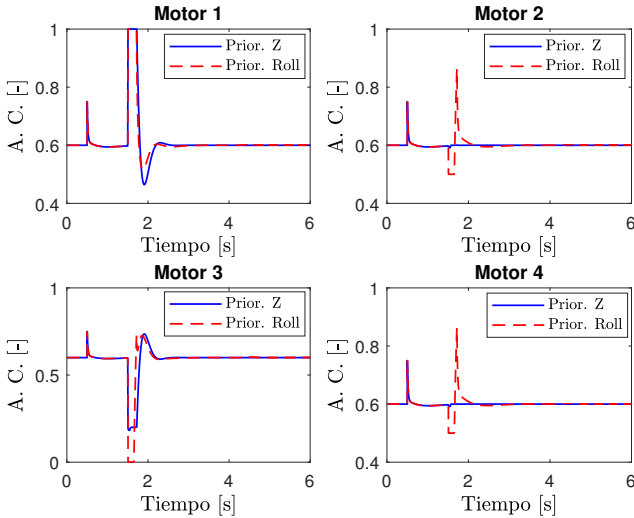


Figura 4.16: Ejemplo 3: Acciones de control (A.C.) de los motores para el Escenario (iv). Unidades [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

pesos del optimizador al desempeño global del sistema. Se consideran dos controladores, uno priorizando la variable Z y otro priorizando los ángulos de *roll/pitch*. El primero (Prior. Z) utiliza los siguientes pesos: $Q_\theta = 1$, $Q_\phi = 1$, $Q_\psi = 1$ y $Q_z = 100$. El segundo (Prior. roll/pitch) con los pesos: $Q_\theta = 100$, $Q_\phi = 100$, $Q_\psi = 100$ y $Q_z = 1$.

En la Fig. 4.14 se muestra el ángulo de roll y su acción de control correspondiente y en la Fig. 4.15 la evolución de la Z y la acción de control de su lazo de control para el Escenario (iv). Como puede esperarse, en el caso de Prior. Z la variable Z apenas se ve afectada cuando la perturbación es introducida, mientras que en el caso de Prior. roll/pitch baja considerablemente unos 0.25m. En el caso del roll, en el momento de la perturbación llega a un valor de 28° estabilizándose más rápidamente. En el caso de Prior. Z llega hasta los 45° , tardando más tiempo a estabilizarse. Es importante destacar que las aproximaciones realizadas para la obtención del modelo lineal simplificado se considera que los ángulos son pequeños (ver Sección 2.3), por lo que interesa priorizar dichos ángulos para que el modelo sea lo más certero posible incluso para cuando se den perturbaciones agresivas.

En la Fig. 4.16 se observan las acciones de control enviadas a cada uno de los motores. En la Tabla 4.3 se muestra la TV para este cuarto escenario.



Figura 4.17: Setup para el Experimento 1.

Tabla 4.4: Índice TV y IAE frente perturbaciones para el Experimento 1.

Controlador	TV	IAE
SCP	42.57	3059.41
CCP	51.36	129.53

Como puede verse es de un orden similar para ambos ya que se consideran las saturaciones y los estimadores de perturbaciones no acumulan perturbación cuando saturan los motores. Es ligeramente menor en el caso Prior. roll/pitch ya que los ángulos se estabilizan en menor tiempo, mientras que en el caso de Prior. Z los ángulos se estabilizan con más tiempo y por tanto la acción de control necesaria a lo largo del tiempo se incrementa.

4.9 Resultados experimentales

Para la realización de los experimentos se ha utilizado la plataforma Fl-Air descrita en la Sección 3.5.2. Dicha plataforma permite implementar el control completo de un quadrotor, asegurando el tiempo real y el guardado de todas las variables de interés. Para los experimentos se han utilizado los mismos parámetros que en las simulaciones, resumidos en la Tabla 4.1. Los experimentos a realizar consistirán en mantener el control frente a un ráfaga de viento constante, un fallo en uno de los motores que no permita al vehículo continuar con el vuelo y mantener la estabilidad frente fuertes ráfagas intermitentes de viento.

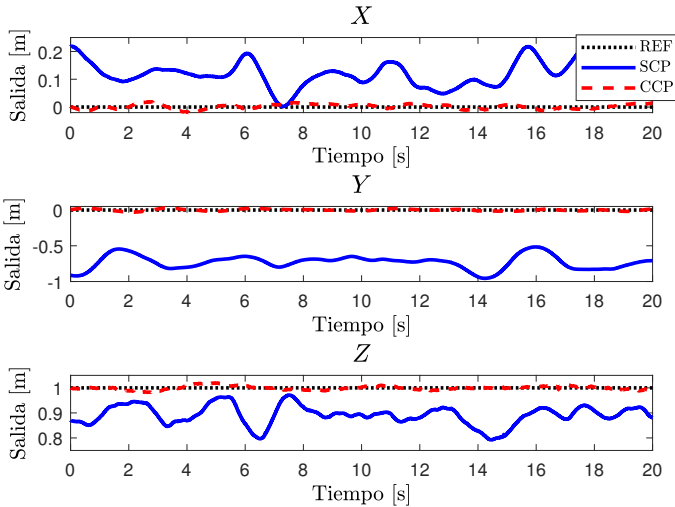


Figura 4.18: Experimento 1: Evolución temporal de la posición del vehículo.

4.9.1 Experimento 1: Efecto del viento en el desempeño del vehículo

En este primer experimento se considera un escenario de vuelo en entorno libre donde el vehículo aéreo está sometido a un viento constante considerable, debiendo el quadrotor mantener la posición deseada independientemente de la presencia de dicha perturbación. Para ello, se han utilizado tres ventiladores enfocando a la referencia a mantener por el vehículo: $x_{ref} = 0\text{m}$, $y_{ref} = 0\text{m}$, $z_{ref} = 1\text{m}$. La referencia del ángulo de yaw se mantiene constante. En la Fig. 4.17 se puede observar el setup empleado para el experimento, el cual consiste en tres ventiladores al máximo de su potencia apuntando a la posición a mantener por el vehículo. El viento se encuentra actuando sobre el quadrotor durante todo el experimento. Se consideran dos casos a comparar: Sin Compensación de la Perturbación (SCP) y Con Compensación de la Perturbación (CCP).

En la Fig. 4.18 se muestra la evolución temporal de la posición del vehículo a lo largo del experimento para ambos casos. Como puede observarse, el desempeño del seguimiento de la referencia para SCP se ve gravemente degradado al estar en presencia de la perturbación, mientras CCP permite compensar de manera correcta el efecto de la perturbación en los tres lazos de control. En la Tabla

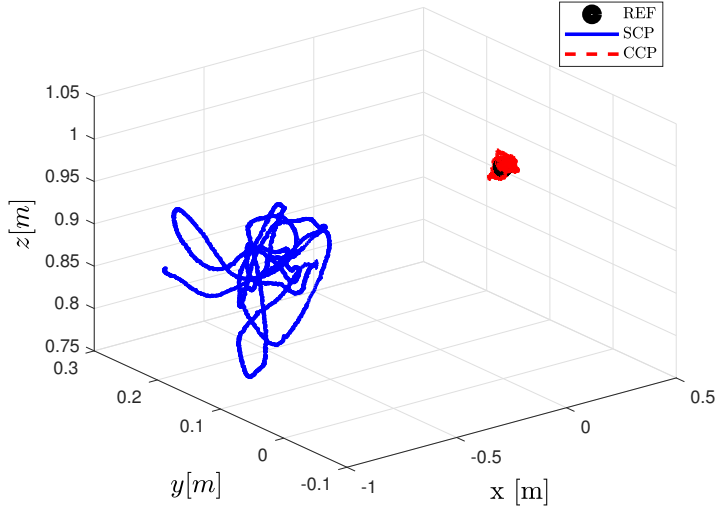


Figura 4.19: Experimento 1: Evolución tridimensional de la posición del quadrotor.

4.4 se muestran los índices TV y IAE promedios, donde puede verse que la agresividad del CCP frente al SCP apenas se ve incrementada, pero la compensación de la perturbación justifica su uso en control. En la Fig. 4.19 se puede ver la evolución de la posición en el gráfico tridimensional, donde puede apreciarse que el CCP además de compensar la perturbación, acota la región de fluctuación de la posición en una esfera de radio bastante menor centrada en la referencia.

En la Fig. 4.20 se muestra las acciones de control de los lazos de X , Y , Z . Cabe destacar de la estructura en cascada utilizada (ver Sección 2.4) las salidas de los lazos de X e Y son las referencias de los lazos de control de roll y pitch rotados yaw ángulos (en este experimento se mantiene a cero), por lo que se puede interpretar como el ángulo de inclinación necesario para que el vehículo se quede fijo en su posición, que como puede deducirse si este se ve sometido a un viento lateral se deberá inclinar para poder compensar dicha fuerza.

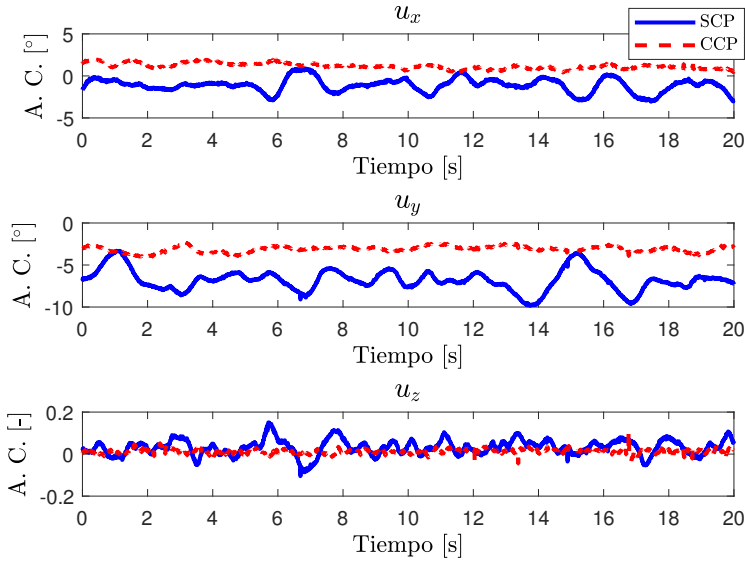


Figura 4.20: Experimento 1: Acciones de control (A.C.) de los lazos de X, Y, Z. Unidades $[\circ]$ para los lazos de X, Y y $[-]$ adimensionales para Z (ver Subsección 3.5.2 y Sección 2.4).

Fallo	ϵ_m	δ	Fallo	Completo	Sin yaw
No crítico	0.72	0.4	0.1	CN	-
	0.62	0.3	0.2	CN	-
	0.52	0.2	0.3	CN	-
	0.42	0.1	0.4	CN	-
Crítico	0.32	-0.1	0.5	ICN	CN
	0.22	-0.2	0.6	ICN	CN
	-	-	0.7	ICN	CN
	-	-	0.8	ICN	CN
	-	-	0.9	ICN	CN

Tabla 4.5: Controlabilidad del quadrotor frente diferentes fallos en los motores. CN: controlable, ICN: inestable. [123]

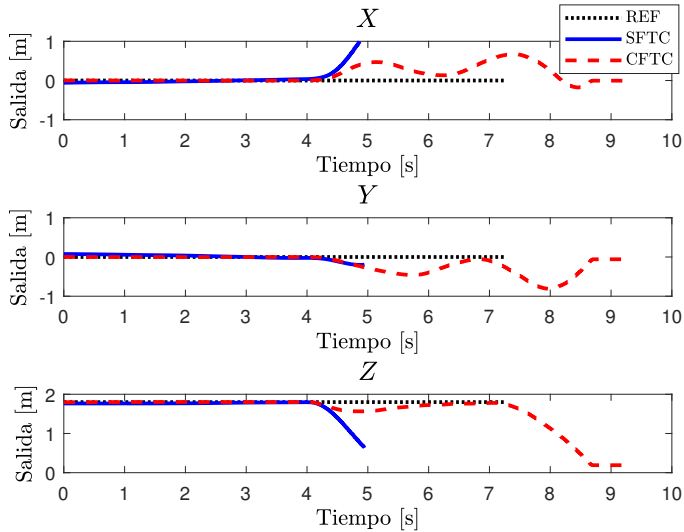


Figura 4.21: Experimento 2: Evolución temporal de la posición del vehículo.

4.9.2 Experimento 2: Desempeño frente un fallo crítico en un motor

En este segundo experimento se va a estudiar el desempeño del observador de fallos en los motores y la transición entre modo de vuelo seguro a modo de emergencia, junto al aterrizaje de emergencia. Para ello, se va introducir un fallo crítico en uno de los motores y se estudiará el desempeño del controlador sin la estrategia de control tolerante a fallos (SFTC) y considerando la observación del fallo y activando el modo de emergencia (CFTC).

En [123], se estudio experimentalmente el efecto de diferentes fallos aplicados a los motores y como afectan a la controlabilidad del sistema para el control completo de quadrotor como para el control sin considerar el ángulo de yaw para la plataforma experimental utilizada. En la Tabla 4.5 se resumen las conclusiones de dicho artículo, de lo cual se extrae que a partir de una LoE de 50% se considera crítica para el vuelo regular del vehículo. Por tanto, para provocar entrar en el modo de emergencia y forzar un aterrizaje se introducirá en el instante 3.9s un fallo en el motor 1 de valor 60%. El vehículo esta configurado para mantener la posición en $x_{ref} = 0\text{m}$, $y_{ref} = 0\text{m}$, $z_{ref} = 1.8\text{m}$.

Como puede verse en la Fig. 4.21, el SFTC que no considera la observación de fallos el desempeño se ve degradado en pocos milisegundos haciendo que el control de sustentación aérea del vehículo pueda verse comprometido sin dar posibilidad a recuperarlo de forma manual. En cambio, el CFTC lo detecta en el instante 4.1s cuando la observación atraviesa el umbral establecido, tal y como se ve en la Fig. 4.22. El controlador envía la orden de entrar en el modo de emergencia, el cual provoca la pérdida del control de yaw y empieza a girar sobre su eje Z . En cuanto recupera el control de Z sobre el instante 7s, el controlador empieza el aterrizaje de emergencia que concluye en el segundo 8.7s con el vehículo a salvo en el suelo.

En la Fig. 4.23 se muestra las acciones de control de los cuatro motores. Es interesante resaltar que en el instante en que se introduce el fallo en el motor 1, el motor 4 se para durante unos breves instantes para compensar la falta de potencia del motor 1. También los motores 2 y 3 aumentan su potencia para compensar la pérdida de fuerza de impulso para recuperar la altura perdida. Como puede observarse, en el modo de emergencia es probable que los motores saturen por lo que usar esta estrategia junto a la propuesta en la Sección 4.7 mejorará el desempeño final del quadrotor.

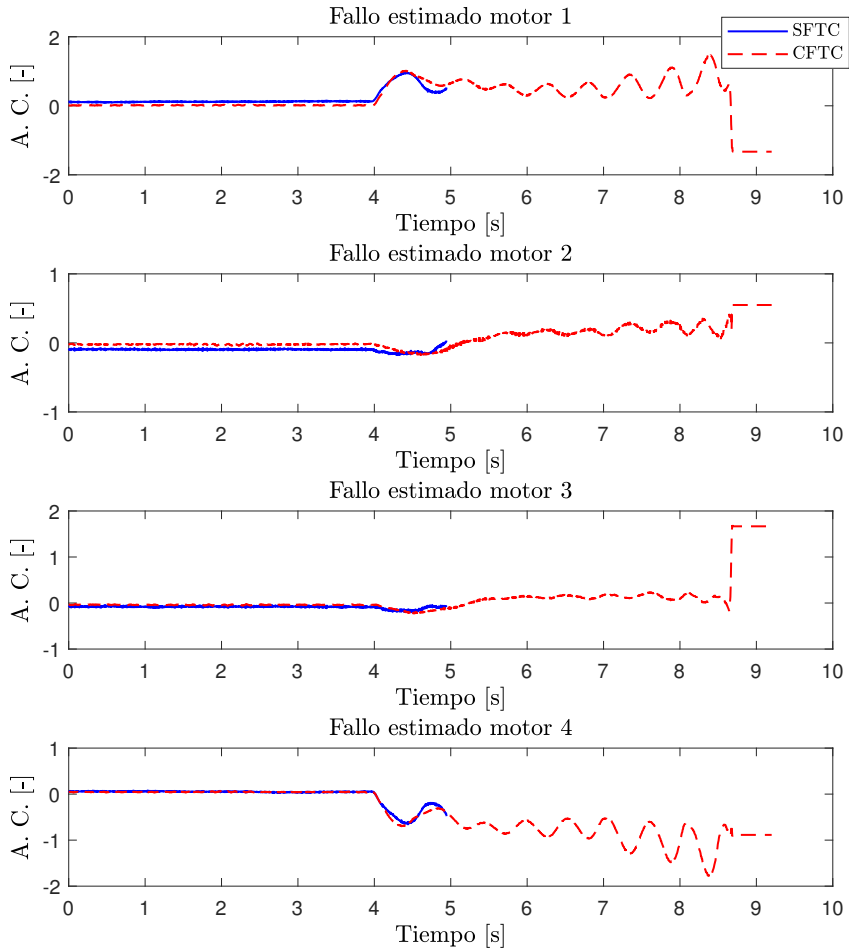


Figura 4.22: Experimento 2: Estimación de los fallos de las acciones de control (A.C.) de los motores. Unidades [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

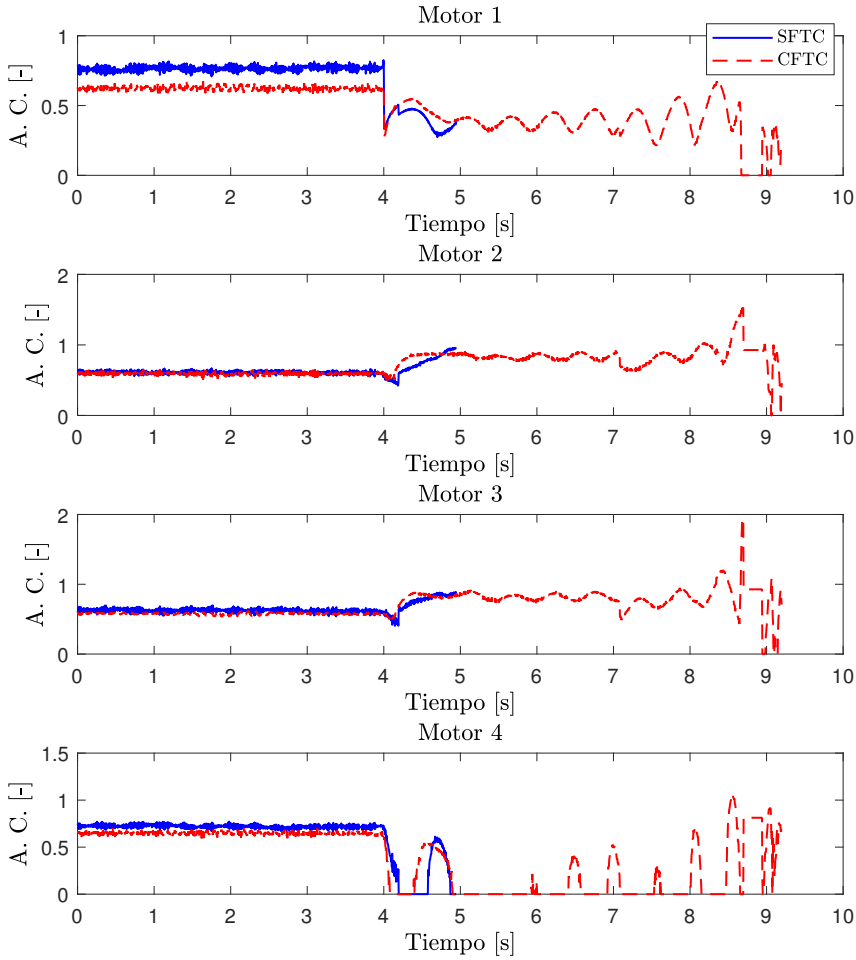


Figura 4.23: Experimento 2: Acción de control (A.C.) de los cuatro motores. Unidades [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).



Figura 4.24: Setup del Experimento 3

Tabla 4.6: Índices TV y IAE frente perturbaciones para el Experimento 3.

Controlador	TV	IAE
<i>Sin opt.</i>	503.54	213.14
<i>Con opt.</i>	71.36	42.82

4.9.3 Experimento 3: Desempeño frente fuertes ráfagas de viento

A continuación se va a validar el algoritmo optimizador para saturaciones de los motores. El escenario a emular consiste en mientras se esta realizando un vuelo en el exterior, manteniendo una posición, de repente el quadrotor se ve sometido a una serie de ráfagas fuertes de viento. Para ello, se va a utilizar un soplador de hojas para simularlas. El soplador se sitúa a 1.5m de la posición a mantener por el vehículo, lo cual emula una ráfaga de viento de unos 60Km/h. La ráfaga se introduce en los instantes de 10s a 20s, de 30s a 40s y de 50s a 60s. El vehículo esta configurado para mantener la posición en $x_{ref} = 0m$, $y_{ref} = 0m$, $z_{ref} = 1m$. El setup empleado puede observarse en la Figura 4.24. Se van a considerar dos casos a estudio: control sin usar el optimizador desarrollado (Sin opt.) y control con el optimizador propuesto para saturar los lazos del control si saturan las acciones de control de los motores (Con opt.). Para este segundo caso los pesos del optimizador son los siguientes: $Q_\theta = 100$, $Q_\phi = 100$, $Q_\psi = 100$ y $Q_z = 1$.

La evolución de la posición para ambos casos puede observarse en la Fig. 4.25, en la Fig. 4.26 la posición tridimensional y en la Tabla 4.6 los índices de desempeño promedios del experimento. Como puede observarse, el sistema con el optimizador propuesto compensa más rápidamente y con menor error (IAE

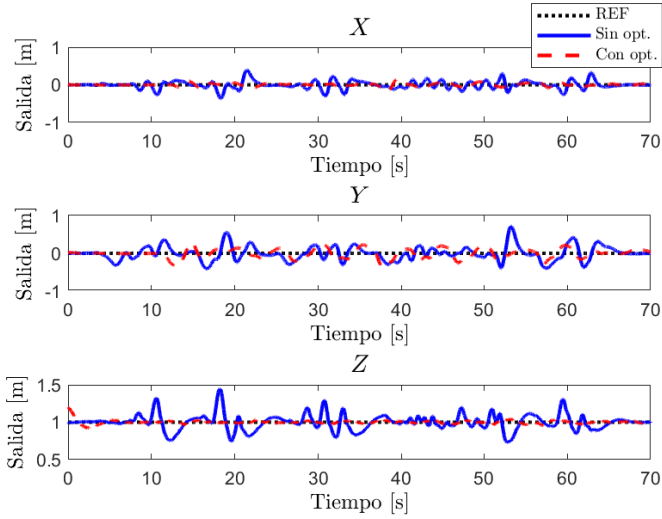


Figura 4.25: Experimento 3: Evolución de la posición del experimento.

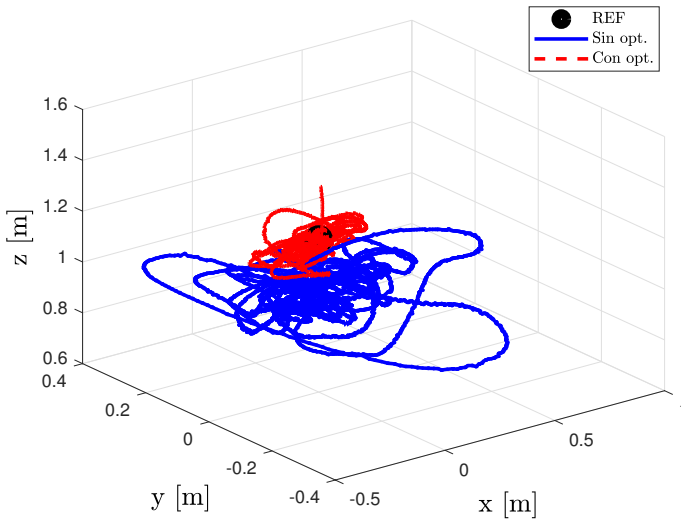


Figura 4.26: Experimento 3: Posición tridimensional del vehículo para ambos casos.

considerablemente menor) producido por las ráfagas introducidas. Debido a que el peso de Z en el optimizador es menor que en los ángulos, esta se ve más afectado en presencia de la perturbación. Como se aprecia en la Fig. 4.27, en el Con opt. la acción de control de los lazos de control de los ángulos y Z se ve limitada por el algoritmo, mientras que en el Sin opt. que no considera las saturaciones el controlador envía una acción de control bastante más grande que los límites de los motores. Como puede observarse en la Fig. 4.28 donde se representan las cuatro acciones de control enviadas a los motores, en el Sin opt. se llega a superar los rangos de los motores, por lo que el controlador al no considerarla no puede estimar de forma correcta las perturbaciones y entra en dinámica de windup. En el Con opt., llega a saturar en menos ocasiones, y al considerarlas el controlador puede calcular correctamente las saturaciones y estabilizar el sistema de forma más rápida y con menos pico de error.

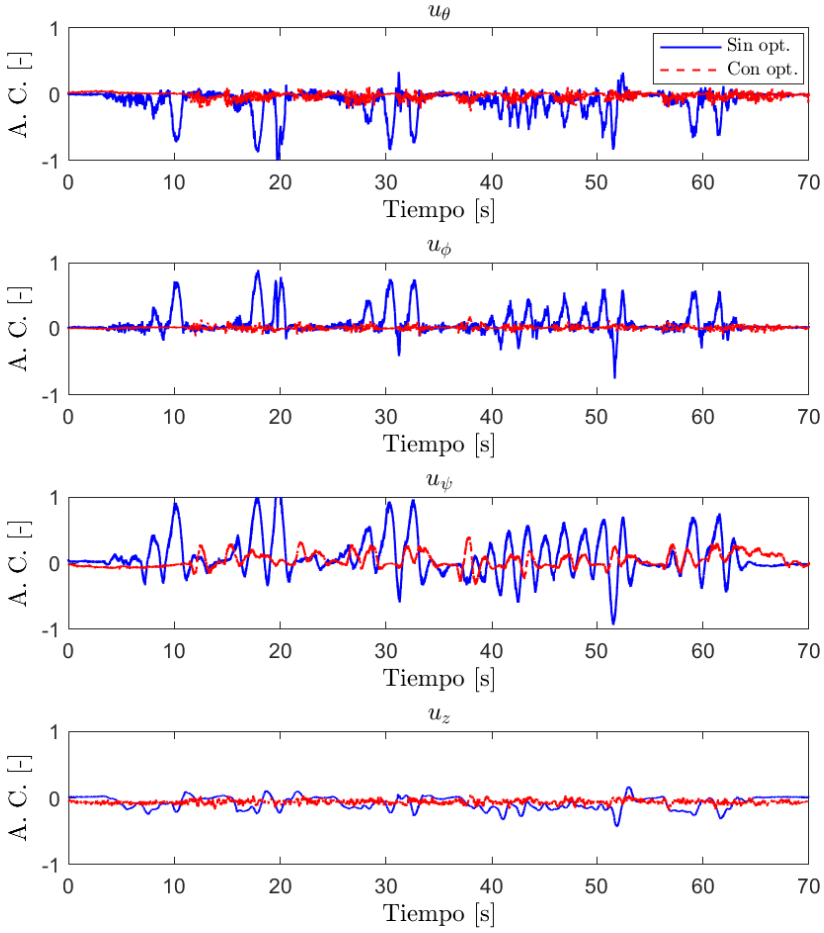


Figura 4.27: Experimento 3: Acciones de control (A.C.) de $u_\theta, u_\psi, u_\phi, u_z$. Unidades [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

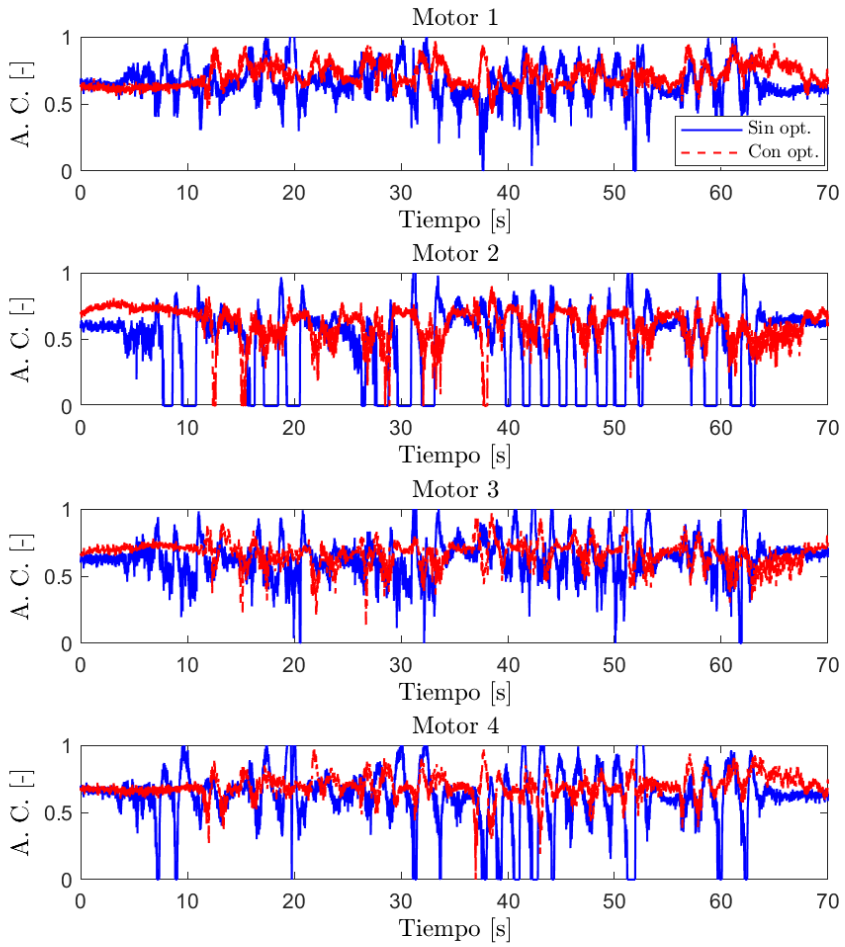


Figura 4.28: Experimento 3: Acciones de control (A.C.) de los motores. Unidades [-] adimensionales (ver Subsección 3.5.2).

4.10 Conclusiones

En este capítulo se ha diseñado un controlador para quadrotors basado en estimación de perturbaciones. Dicha estrategia de control permite el diseño desacoplado del seguimiento de la referencia y rechazo de perturbaciones. A partir de las estimaciones de las perturbaciones, se ha construido un observador de fallos de los motores. Con dichas estimaciones se distingue entre dos casos de vuelo: modo de vuelo seguro y modo de emergencia. En el primero, el valor de las estimaciones en los motores es lo suficientemente pequeño para poder manejar el vehículo de forma segura. El segundo, permite recuperar el control del vehículo y aterrizarlo de forma segura sin afectar a la integridad física del vehículo y su entorno. Además, se ha diseñado un algoritmo óptimo para saturar las acciones de control de los lazos internos en el caso de que los motores del quadrotor saturen. Dicho optimizador permite mejorar el desempeño del vehículo frente grandes perturbaciones como ráfagas de viento.

Tres ejemplos conceptuales se han simulado para ilustrar el desempeño del estimador de perturbaciones frente el caso nominal, las estimaciones de los fallos de los motores para fallos inyectados en cada uno de los motores y el desempeño del optimizador frente fuertes perturbaciones intermitentes. En el primero se vio como la estrategia basada en estimación de perturbaciones permite atenuar el efecto de las incertidumbres del modelo, haciendo que el desempeño de la planta tienda al considerado nominal. En el segundo, se ilustra como el observador de fallos en los motores permite estimar de forma correcta los fallos inyectados en cada uno de los motores. En el tercero, el primer escenario considerado se estudia la ventaja de utilizar el optimizador frente a la estrategia base, compensando las perturbaciones en menor tiempo y minimizando el tiempo que los motores se encuentran saturados. En el segundo escenario, se discute sobre el efecto en el desempeño global del vehículo de diferentes valores del peso del optimizador, mostrando que es más interesante priorizar el control de los lazos de control del roll y pitch frente al de la altura.

Las estrategias diseñadas se han validado experimentalmente en la plataforma Fl-Air. El primer experimento demuestra la capacidad de la estrategia frente vientos constantes, permitiendo al vehículo compensarlos totalmente. En el segundo experimento, se muestra el desempeño del observador de fallos en los motores y el correcto funcionamiento del modo de vuelo seguro. Para ello, se compara el desempeño del vehículo sin cambiar al modo de vuelo seguro que termina en el vehículo estrellándose mientras que con el modo seguro permite aterrizarlo de forma segura. Finalmente, en el tercer experimento el quadrotor se le disparan ráfagas de viento lo suficientemente fuertes para hacen saturar

los motores. Se ve como la estrategia con optimizador permite mantener el vehículo en una región más estrecha en el espacio, mientras la estrategia sin optimizador la región por la que se mueve al ser disparado es bastante más amplia produciendo acciones de control más agresivas y los motores encontrándose saturados durante mayor tiempo.

Control PID basado en estimación de incertidumbres y perturbaciones

En este capítulo se desarrolla un ajuste de los parámetros de una estructura PID de dos grados de libertad a partir de una estrategia de control basada en estimaciones de perturbaciones. El ajuste del controlador se lleva a cabo mediante su seguimiento de la referencia y un único parámetro para definir su desempeño en el rechazo de perturbaciones. Dicha estrategia se generaliza para plantas de primer y segundo orden con retardo, dándose pautas para su uso en sistemas más complejos. La propuesta es comparada mediante simulaciones con otras propuestas de la literatura y validada experimentalmente con la plataforma Quanser.

Los resultados de la investigación relacionados con este capítulo se publicaron en [185] y [186].

5.1 Introducción

El controlador Proporcional-Integrador-Derivador o PID se considera el tipo de controlador más extendido en la industria [69]. Esto es debido principalmente a que fue de los primeros controladores a desarrollarse formalmente, lo cual unido a su correcto desempeño para gran parte de sistemas y su relativa sencillez de ajuste de sus parámetros lo hace accesible tanto para operarios de sistemas de control como para gran parte de la comunidad. El controlador PID funciona de modo apropiado siempre que el sistema no se vea sometido a perturbaciones considerables o maniobras agresivas. Por ello, el estudio de los controladores PID es un tema de gran interés en la comunidad científica [70].

En este capítulo se propone un ajuste de parámetros para un controlador PID de dos grados de libertad (2-DOF PID) a partir del controlador basado en estimación de perturbaciones desarrollado en el capítulo anterior. Por tanto, se obtiene un método simple con ajuste desacoplado del seguimiento de referencia y rechazo de perturbaciones. Además, se generaliza la estrategia propuesta para plantas de primer y segundo orden con retardos, analizando la estabilidad del bucle cerrado y la obtención de los parámetros de control para determinado índice de desempeño. Finalmente, se discute la utilización de las mejoras de robustez para la estimación de pérdida de eficiencia de los motores y las saturaciones de los actuadores expuestas en la Sección 4.6 y Sección 4.7 respectivamente.

Este capítulo se estructura de la siguiente manera. En la Sección 5.2 se plantea el problema de control a resolver. En la Sección 5.3 se desarrolla el controlador y en la Sección 5.4 se presenta el equivalente entre la estrategia de control basada en estimación de perturbaciones y el 2DOF-PID. En la Sección 5.5 se estudia el efecto de los parámetros al desempeño del sistema y se prueba la estabilidad mediante LMIs. En la Sección 5.6 se discute sobre la implementación del observador de fallos de los motores y de la saturación de los motores para el 2-DOF PID obtenido. En la Sección 5.7 se muestran simulaciones de las propuestas comparándolas con estrategias de la literatura y en la Sección 5.8 se valida experimentalmente con la plataforma experimental Quanser. Finalmente en la Sección 5.9 se presentan las conclusiones del capítulo.

5.2 Planteamiento del problema

Se considera el siguiente sistema dinámico SISO expresado en el dominio de Laplace con retardo:

$$Y(s) = G(s)e^{-Ls}U(s), \quad (5.1)$$

donde $G(s) = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0}$ es la función de transferencia de la planta a controlar, $L \geq 0$ es un retardo de orden positivo, $U(s)$ es la acción de control.

La planta $G(s)$ puede ser representada en espacio de estado en su forma canónica como

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & I_{n-1} \\ -a_0 & -a_1 \cdots -a_{n-1} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \end{bmatrix}, \\ C &= [1 \quad b_1/b_0 \quad \cdots \quad b_{n-1}/b_0]. \end{aligned} \quad (5.2)$$

El objetivo es controlar el estado $x(t)$ del bucle cerrado con la acción de control $u(t)$ de la forma que asintóticamente siga el estado del modelo de referencia dado por el modelo

$$\dot{\mathbf{x}}_q(t) = A_q \mathbf{x}_q(t) + B_q r(t), \quad (5.3)$$

donde $r(t) \in \mathcal{R}$ es la referencia deseada con las matrices representadas en la forma canónica

$$\begin{aligned} A_q &= \begin{bmatrix} 0 & I_{n-1} \\ -a_{0q} & -a_{1q} \cdots -a_{nq} \end{bmatrix}, \\ B_q &= \begin{bmatrix} 0 \\ a_{0q} \end{bmatrix}, \quad C_q = C \end{aligned} \quad (5.4)$$

siendo A_q una matriz estable tipo Hurwitz.

Se quiere demostrar que el esquema propuesto de control basado en rechazo de perturbaciones se puede expresar como un sistema de dos grados de libertad de la forma

$$U(s) = C_r(s)R(s) - C_y(s)Y(s). \quad (5.5)$$

Concretamente para plantas de primer y segundo orden se puede obtener equivalencia con un 2-DOF PID. Por tanto, el objetivo es encontrar un criterio simple para diseñar controladores de tipo 2-DOF PID donde la dinámica de seguimiento de la referencia dadas por los parámetros a_{iq} , $i = 0, 1, \dots, n$ en (5.3) y el desempeño para rechazar perturbaciones (dado por un solo parámetro que se introducirá más adelante) puedan ser diseñados de forma independiente.

5.3 Descripción de la estrategia de control

En esta sección se va a obtener una equivalencia entre un controlador diseñado a partir del UDE y un controlador de dos grados de libertad de tipo PID (2-DOF PID). Para ello se desarrollará el esquema general del UDE para plantas de primer y segundo orden y se obtendrá el tuning del 2-DOF PID para las mismas.

El modelo de la planta considerando las incertidumbres de la misma, no linealidades y posibles perturbaciones externas que pueden afectarle viene dado en espacio de estados como

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= (A + \Delta A) \mathbf{x}(t) + (B + \Delta B) u(t) \\ &+ \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, t) + \mathbf{d}(t), \end{aligned} \quad (5.6)$$

siendo $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, u $u(t) \in \mathbb{R}$ son el estado y la acción de control, $\mathbf{f}(\mathbf{x}, u, t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ son las no linealidades de la planta y $\mathbf{d}(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ representa la perturbación que afecta al sistema, a priori desconocida. Las matrices del sistema están divididas con la parte conocida, definida en (5.2) (A y B) y las incertidumbres paramétricas $\Delta A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $\Delta B \in \mathbb{R}^n$. Además, las no linealidades pueden compensarse con la acción de control: $\frac{\partial[\mathbf{f}(\mathbf{x}, u) + \mathbf{B}u]}{\partial u} \neq 0$, para todo $(\mathbf{x}, u) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$.

Se define el error de seguimiento de la referencia:

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}_q(t) - \mathbf{x}(t). \quad (5.7)$$

Diferenciando (5.7), y teniendo en cuenta (5.6) y (5.3), se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) &= A_q \mathbf{x}_q(t) + B_q r(t) - (A + \Delta A) \mathbf{x}(t) \\ &- (B + \Delta B) u(t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, t) - \mathbf{d}(t). \end{aligned}$$

Para representar la dinámica del error, se suma y resta el término $A_q \mathbf{x}(t)$, obteniendo

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) = & A_q \mathbf{e}(t) + B_q r(t) + (A_q - A - \Delta A) \mathbf{x}(t) \\ & - (B + \Delta B) u(t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, t) - \mathbf{d}(t). \end{aligned}$$

En su equivalente en el dominio de Laplace:

$$\begin{aligned} \dot{E}(s) = & A_q E(s) + B_q R(s) + (A_q - A - \Delta A) X(s) \\ & - (B + \Delta B) U(s) - F(\mathbf{x}, u, s) - D(s). \end{aligned}$$

Se define como la perturbación equivalente d_{eq} a los efectos de todas las incertidumbres y perturbaciones externas que puedan afectar al modelo $d_{eq}(t) = \Delta A \mathbf{x}(t) + \Delta B u(t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, t) + \mathbf{d}(t)$. Sea $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$ la matriz pseudoinversa de B , cumpliendo $B^+ B = 1$ y $B B^+ = \begin{bmatrix} 0_{n-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. De la definición de las matrices A, A_q, B, B_q en (5.2), (5.4), y del hecho que la matriz A_q es Hurwitz, se puede ver que el error de $e(t)$ en (5.8) será asintóticamente estable teniendo en cuenta que la respuesta en bucle cerrado es dada por los valores propios de A_q si se define $U(s)$ como:

$$U(s) = B^+ [(A_q - A) X(s) + B_q R(s) - D_{eq}(s)]. \quad (5.8)$$

Se debe destacar que $U(s)$ no es realizable debido a que $D_{eq}(s)$ es desconocido y tampoco se puede medir. Sin embargo, $D_{eq}(s)$ puede ser aproximada a partir de la expresión (5.6) mediante el uso de un filtro paso bajo de primer orden $Q(s)$ con ganancia unitaria de la siguiente forma:

$$\hat{D}_{eq}(s) = Q(s) B^+ [(sI_n - A) X(s) - B U(s)], \quad (5.9)$$

donde $Q(s) = 1/(Ts + 1)$ es el filtro y T es el parámetro que permite ajustar el ancho de banda del filtro. Dicho parámetro es un escalar que permitirá ajustar fácilmente el compromiso entre robustez y el rechazo de perturbaciones sin afectar al seguimiento de la referencia. Por tanto, el esquema de control implementable se puede derivar de (5.8) como:

$$U(s) = B^+ [(A_q - A) X(s) + B_q R(s)] - \hat{D}_{eq}(s). \quad (5.10)$$

Sustituyendo (5.9) en (5.10) se obtiene:

$$U(s) = \frac{1}{1 - Q(s)} B^+ \left((A_q - A)X(s) - Q(s)(sI_n - A)X(s) + B_q R(s) \right). \quad (5.11)$$

Se puede deducir de la representación en espacio de estados dada en (5.2) que $Y(s) = b_0 X_1(s) + b_1 s X_2(s) + \dots + b_{n-1} s^{n-1} X_n(s)$. Por tanto, se tiene la siguiente equivalencia:

$$X(s) = \frac{b_0 \mathcal{W}_{n-1}(s)}{b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0} Y(s) \quad (5.12)$$

donde $\mathcal{W}_{n-1}(s) = [1 \quad s \quad s^2 \quad \dots \quad s^{n-1}]^T$. Reemplazando $X(s)$ en (5.11) y reagrupando, la acción de control $U(s)$ puede ser expresada como un sistema de dos grados de libertad como

$$U(s) = C_r(s)R(s) - C_y(s)Y(s), \quad (5.13)$$

el cual se encuentra representado como diagrama de bloques en la Fig. 5.1, donde las expresiones de los controladores son

$$C_r(s) = \frac{a_{0q}(Ts + 1)}{b_0 Ts}, \quad (5.14)$$

$$C_y(s) = \frac{(v_1 + T v_2) \mathcal{W}_n(s)}{Ts (b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0)}$$

siendo $\mathcal{W}_n(s) = [1 \quad s \quad s^2 \quad \dots \quad s^n]^T$ y

$$v_1 = [a_{0,q} \quad a_{1,q} \quad \dots \quad a_{n-1,q} \quad 1], \quad (5.15)$$

$$v_2 = [0 \quad (a_{0,q} - a_0) \quad \dots \quad (a_{n-1,q} - a_{n-1})].$$

Considerando la planta a controlar (5.1) con el controlador de las expresiones (5.13)-(5.14), las siguientes funciones de transferencia pueden ser obtenidas:

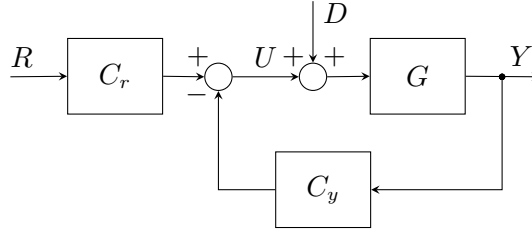


Figura 5.1: Diagrama de bloques para la estructura de 2-DOF propuesta.

$$G_{yr}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)C_r(s)}{1 + G(s)C_y(s)} = G_m(s)e^{-Ls}, \quad (5.16)$$

$$G_{yd}(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)C_y(s)} = \frac{Ts}{Ts + 1}G_q(s)e^{-Ls},$$

donde $G_{yr}(s)$ y $G_{yd}(s)$ son las funciones de transferencia que relacionan el comportamiento entre la referencia y las perturbaciones respectivamente.

Cabe destacar de $G_{yr}(s)$ que el transitorio no depende de la elección del parámetro del filtro T , sino solamente de los parámetros del modelo de referencia $a_{iq}, i = 0, \dots, n - 1$. De $G_{yd}(s)$, se puede ver que la capacidad de rechazo de perturbaciones se puede incrementar escogiendo T tan pequeña como sea posible sin afectar al seguimiento de la referencia, lo cual es una de las principales ventajas de la metodología propuesta. No obstante, pequeños valores de T pueden hacer que el sistema se vuelva inestable en presencia de incertidumbres en el modelo. En la Sección 5.5 se obtendrá un criterio basado en LMIs para garantizar que el sistema será estable en presencia de incertidumbres para los valores de T .

5.4 Equivalente 2-DOF PID

Se considera el siguiente esquema de control 2-DOF PID en cascada con un filtro lead-lag:

$$U(s) = PID_r(s)R(s) - PID_y(s)F(s)Y(s), \quad (5.17)$$

donde

Tabla 5.1: Equivalencia de parámetros para plantas de primer y segundo orden.

Model	K_p	T_d	T_i	β	τ	α
$\frac{b_0}{s+a_0}$	$\frac{a_{0q}-a_0+1/T}{b_0}$	—	$\frac{K_p T b_0}{a_{0q}}$	$\frac{a_{0q}}{b_0 K_p}$	—	—
$\frac{b_0}{s+a_0} e^{-Ls}$	$\frac{a_{0q}-a_0+1/T+La_{0q}/T}{b_0}$	$(a_{0q}-a_0+1/T)L$	$\frac{K_p T b_0}{a_{0q}}$	$\frac{a_{0q}}{b_0 K_p}$	—	—
$\frac{b_1 s+b_0}{s^2+a_1 s+a_0}$	$\frac{a_{0q}-a_0+a_{1q}/T}{b_0}$	$\frac{a_{1q}-a_1+1/T}{b_0 K_p}$	$\frac{K_p T b_0}{a_{0q}}$	$\frac{a_{0q}}{b_0 K_p}$	$\frac{b_1}{b_0}$	—
$\frac{b_1 s+b_0}{s^2+a_1 s+a_0} e^{-Ls}$	$\frac{a_{0q}-a_0+a_{1q}/T}{b_0}$	$\frac{a_{1q}-a_1+1/T}{b_0 K_p}$	$\frac{K_p T b_0}{a_{0q}}$	$\frac{a_{0q}}{b_0 K_p}$	$\frac{b_1}{b_0}$	L

$$\begin{aligned}
 PID_r(s) &= K_p \left(\beta + \frac{1}{T_i s} + \gamma T_d s \right), \\
 PID_y(s) &= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right), \\
 F(s) &= \frac{\alpha s + 1}{\tau s + 1}.
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

$R(s) \in \mathbb{R}$ es la señal de referencia. Los parámetros K_p , T_d y T_i son respectivamente la ganancia proporcional, el tiempo derivativo y el tiempo integral. α y τ son los parámetros del filtro lead-lag. β y γ son los pesos de la ganancia proporcional y tiempo derivativo que solo afectan al seguimiento de la referencia. Cabe destacar que (5.17) se puede simplificar a un controlador 1-DOF PID estableciendo $\beta = \gamma = 1$. Sin embargo, una práctica común en control es establecer $\gamma = 0$ cuando se diseña un controlador 2-DOF PID para evitar valores grandes en la acción de control cuando se utilizan referencias que no cambian suavemente [187], como por ejemplo un cambio de tipo escalón.

De (5.13)-(5.14) y (5.17) con $\gamma = 0$, la siguiente equivalencia puede ser obtenida imponiendo $PID_r(s)$ a $C_r(s)$:

$$K_p \left(\beta + \frac{1}{T_i s} \right) = \frac{a_{0q}(Ts + 1)}{b_0 Ts}. \tag{5.19}$$

Igualando los coeficientes de los polinomios, las expresiones para los parámetros del PID T_i y β dados en la Tabla 5.1 se pueden deducir como función de los parámetros del sistema y $T, a_{im}, i = 0, 1$, los cuales son independientes del orden del sistema y del retardo L . De forma similar, el resto de los parámetros

K_p, T_d, τ y α se pueden obtener de las equivalencias mostradas a continuación, las cuales son obtenidas imponiendo $PID_y(s)$ a $C_y(s)$ (o $PID_y(s)F(s)$ a $C_y(s)$) con el retardo aproximado como una dinámica de la forma $e^{-sL} \approx 1/(1 + Ls)$. Para sistemas de primer y segundo orden, las siguientes equivalencias son obtenidas:

- Planta de primer orden ($T_d = 0, \tau = 0, \alpha = 0$):

$$K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = \frac{a_{0q} + s(1 + T(a_{0q} - a_0))}{Tb_0 s} \quad (5.20)$$

- Planta de primer orden con retardo ($\tau = 0, \alpha = 0$):

$$\begin{aligned} K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) & \quad (5.21) \\ & = \frac{(a_{0q} + s(1 + T(a_{0q} - a_0))) (1 + Ls)}{Tb_0 s} \end{aligned}$$

- Planta de segundo orden ($\alpha = 0$):

$$\begin{aligned} K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \left(\frac{1}{\tau s + 1}\right) & \quad (5.22) \\ & = \frac{a_{0q} + s(a_{1q} + T(a_{0q} - a_0))}{Tb_1 s^2 + Tb_0 s} \end{aligned}$$

$$+ \frac{s^2(1 + T(a_{1m} - a_1))}{Tb_1 s^2 + Tb_0 s} \quad (5.23)$$

- Planta de segundo orden con retardo:

$$\begin{aligned} K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \left(\frac{\alpha s + 1}{\tau s + 1}\right) & \quad (5.24) \\ & = \frac{a_{0q} + s(a_{1q} + T(a_{0q} - a_0))}{Tb_1 s^2 + Tb_0 s} \end{aligned}$$

$$+ \frac{s^2(1 + T(a_{1q} - a_1)) (1 + Ls)}{Tb_1 s^2 + Tb_0 s} \quad (5.25)$$

La Tabla 5.1 resume el tuning equivalente obtenido para cada parámetro del PID y los valores de diseño de la estrategia basada en el UDE para las plantas más representativas.

Nota 5.4.1 *Para procesos de fase no mínima, es decir, con ceros positivos en la planta controlada, el método propuesto no puede ser directamente aplicado. Para ello, se propone aproximar la dinámica de fase no mínima a un retardo [188] o simplemente despreciarla y que sea considerado parte de la perturbación estimada.*

Nota 5.4.2 *A pesar que solamente se consideran plantas de primer y segundo orden para las equivalencias obtenidas en la Tabla 5.1, se pueden considerar también procesos de orden más elevado aplicando métodos para la reducción de modelos. Esta práctica es bastante común en ingeniería de control [189], donde la mayoría de procesos son identificados como un proceso de primer o segundo orden directamente [190] o aproximados en el rango de frecuencias de interés [191]. Por otra parte, el retardo L en (5.1) hace posible utilizar el retardo como aproximación de la dinámica extra aproximando mediante la técnica de Padé [188] además de incluir los retardos en la entrada y salida de la planta considerada.*

Nota 5.4.3 *Cabe destacar que la metodología propuesta obtiene un ajuste de los parámetros para un esquema de control 2-DOF PID, donde el seguimiento de la referencia solo depende de los coeficientes a_{qi} fijando los valores propios de la matriz A_q en (5.4). Por tanto, el parámetro del filtro T puede ser usado para ajustar el compromiso entre el rechazo de perturbaciones y la robustez sin afectar al seguimiento de la referencia.*

5.5 Diseño del controlador

A continuación se va a discutir como determinar el valor del filtro del UDE T para conseguir alcanzar un compromiso entre rechazo de perturbaciones y robustez frente incertidumbres del modelo.

Por una parte, se debe recordar el error integral absoluto (IAE), definido en la Sección 2.5 como $\text{IAE} = \int_0^\infty |e(t)| dt$ respecto cualquier entrada al sistema. En concreto, para evaluar la capacidad de rechazo de perturbaciones del sistema, interesa la expresión del IAE para un escalón de la perturbación, manteniendo la referencia nula $r(t) = 0$:

$$\text{IAE}_d = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} G_{yd}(s) = \frac{T_i}{K_p} = \frac{b_0 T}{a_{0q}}, \quad (5.26)$$

asumiendo que la respuesta de G_{yd} es sobreamortiguada (se garantiza si los polos de $G_q(s)$ son reales, los cuales son criterio de diseño) o presenta una pequeña subamortiguación. De (5.26), se obtiene que T debe ser escogida tan pequeña como sea posible para maximizar el rechazo de perturbaciones. En el caso ideal se estimaría la perturbación instantáneamente y se podría compensar totalmente. No obstante, como se discutirá más adelante no es posible en la práctica escoger un $T \rightarrow 0$.

Por otra parte, con el objetivo de evaluar la robustez en bucle cerrado del sistema frente incertidumbres paramétricas del modelo del sistema, se debe considerar la siguiente representación en espacio de estados de la planta $G(s)$ definida en (5.1):

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (A + \Delta A(t))x(t) + (B + \Delta B(t))(u(t) + d(t)), \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{5.27}$$

donde $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $B \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ y $C \in \mathcal{R}^{1 \times n}$ son matrices del sistema de la forma que $G(s) \frac{1}{Ls+1} = C(sI_n - A)^{-1}B$ donde $G(s)$ es definida en (5.1), y todas las posibles incertidumbres variables en el tiempo del sistema (incluyendo la aproximación del retardo $e^{-Ls} \approx 1/(Ls+1)$) son descritas por la clásica norma acotada [192]:

$$(\Delta A(t), \Delta B(t)) = \mu G \Delta(t) (H_A, H_B)\tag{5.28}$$

donde G, H_A, H_B son matrices constantes en el tiempo de dimensiones apropiadas, $\Delta(t)$ es una matriz desconocida variable en el tiempo que satisface $\Delta(t)^T \Delta(t) \leq I$, $\forall t \geq 0$ y $\mu \geq 0$ es un escalar que determina el tamaño de las incertidumbres. La realización en espacio de estados de $PID_y(s) = C_y(s)$ (mirar (5.14)) puede ser expresada como:

$$\begin{aligned}\dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c y(t), \\ u(t) &= C_c x_c(t) + D_c y(t)\end{aligned}\tag{5.29}$$

donde $A_c \in \mathcal{R}^{n_c \times n_c}$, $B \in \mathcal{R}^{n_c \times 1}$ y $C \in \mathcal{R}^{1 \times n_c}$ son cualquier sistema matricial de la forma que se cumpla $PID_y(s) = C_y(s) = C_c (sI_{n_c} - A_c)^{-1} B_c + D_c$ donde $C_y(s) = PID_y(s)$ es el esquema de control PID propuesto, y n_c es el orden del controlador. De (5.27), (5.13) y (5.29), el bucle cerrado del sistema con $r(t) = 0$ lleva a:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}(t) &= \bar{A}(t)\bar{x}(t) + \bar{B}(t)d(t), \\ y(t) &= \bar{C}\bar{x}(t)\end{aligned}\tag{5.30}$$

donde $\bar{A}(t) = \bar{A} + \mu\bar{G}\Delta(t)\bar{H}$, $\bar{B}(t) = \bar{B} + \mu\bar{G}\Delta(t)H_B$, $\bar{C} = [C \quad 0]$, y

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \begin{bmatrix} A - BD_cC & -BC_c \\ B_cC & A_c \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{G} &= \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{H} = [H_A - H_BD_cC \quad -H_BC_c].\end{aligned}\tag{5.31}$$

El siguiente teorema proporciona una condición suficiente basada en cálculo de LMIs [193] para afirmar la estabilidad exponencial de la robustez del resultante sistema en bucle cerrado, garantizando la norma H_∞ del rechazo de perturbaciones frente la salida controlada $y(t)$ y cualquier señal de perturbación $d(t)$ debidamente acotada. Es decir, $\int_0^t y^T(s)y(s)ds \leq \delta^2 \int_0^t d^T(s)d(s)ds, \forall t > 0$, donde δ es la norma L_2 de la ganancia inducida de $d(t)$ a $y(t)$. Es interesante destacar que la LMIs puede ser fácilmente resuelta usando software matemático específico [193]. Además, se disponen de diferentes algoritmos que permiten resolverla en tiempos polinomiales (por ejemplo algoritmo del punto interior [194]) en las librerías estándar comerciales como la LMI Control Toolbox [195] y la SEDUMI [196].

Teorema 5.5.1 *Dado un nivel deseado de la norma H_∞ del rechazo de perturbaciones δ , el bucle cerrado (5.30) es exponencialmente estable de forma robusta frente todas las posibles incertidumbres paramétricas variables en el tiempo de la forma (5.28) si existe una matriz simétrica $P = P^T \in \mathcal{R}^{n+n_c} > 0$ y ciertos parámetros escalares $\varepsilon > 0$, $\rho > 0$ tal que se verifique la siguiente LMI:*

$$\begin{bmatrix} \bar{A}^T P + P\bar{A} & P\bar{B} & P\bar{G} & \bar{H}^T & \varepsilon\bar{C}^T \\ (*) & \varepsilon\delta^2 I & 0 & H_B^T & 0 \\ (*) & (*) & -\rho I & 0 & 0 \\ (*) & (*) & (*) & -I & 0 \\ (*) & (*) & (*) & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0.\tag{5.32}$$

Además, el tamaño de las incertidumbres definida en (5.28) se puede obtener como $\mu = \rho^{-1/2}$.

Prueba 5.5.1 *Se considera la siguiente candidata a función de Lyapunov cuadrática $V(t) = \bar{x}^T(t)P\bar{x}(t)$. La dinámica del sistema en bucle cerrado (5.30)*

será exponencialmente estable de forma robusta garantizando la norma H_∞ del rechazo de perturbaciones de $y(t)$ a $d(t)$ si $\dot{V}(t) + y^T(t)y(t) - \delta^2 d^T(t)d(t) < 0$, lo cual lleva a la siguiente condición:

$$\begin{aligned}
 & \dot{V}(t) + y^T(t)y(t) - \delta^2 d^T(t)d(t) \\
 &= \dot{\bar{x}}^T(t)P\bar{x}(t) + \bar{x}^T(t)P\dot{\bar{x}}(t) \\
 &= \bar{x}^T(t) (\bar{A}^T(t)P + P\bar{A}(t) + \bar{C}^T\bar{C}) \bar{x}(t) \\
 &+ \bar{x}^T(t)P\bar{B}(t)d(t) + d^T(t)\bar{B}^T(t)P\bar{x}(t) - \delta^2 d^T(t)d(t) \\
 & \begin{bmatrix} \bar{x}^T(t) \\ d^T(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{A}^T(t)P + P\bar{A}(t) + \bar{C}^T\bar{C} & P\bar{B}(t) \\ (*) & -\delta^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ d(t) \end{bmatrix} \\
 &< 0
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

La condición (5.33) es verdadera si y solo si

$$\begin{bmatrix} \bar{A}^T(t)P + P\bar{A}(t) + \bar{C}^T\bar{C} & P\bar{B}(t) \\ (*) & -\delta^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad \forall t \geq 0.$$

Teniendo en cuenta que $\bar{A}(t) = \bar{A} + \mu\bar{G}\Delta(t)\bar{H}$ y $\bar{B}(t) = \bar{B} + \mu\bar{G}\Delta(t)H_B$, lleva a la siguiente desigualdad matricial:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \bar{A}^T P + P\bar{A} + \bar{C}^T\bar{C} & P\bar{B} \\ (*) & -\delta^2 I \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \mu P\bar{G} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta(t) \begin{bmatrix} \bar{H} & H_B \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \bar{H}^T \\ H_B^T \end{bmatrix} \Delta^T(t) \begin{bmatrix} \mu\bar{G}^T P & 0 \end{bmatrix} < 0.
 \end{aligned} \tag{5.34}$$

Considerando la desigualdad de Petersen [197], $\forall \Delta(t)$ satisfaciendo $\Delta(t)^T \Delta(t) \leq I$ se obtiene:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mu P\bar{G} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta(t) \begin{bmatrix} \bar{H} & H_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{H}^T \\ H_B^T \end{bmatrix} \Delta^T(t) \begin{bmatrix} \mu\bar{G}^T P & 0 \end{bmatrix} \\
 &\leq \varepsilon \begin{bmatrix} \mu P\bar{G} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu\bar{G}^T P & 0 \end{bmatrix} + \varepsilon^{-1} \begin{bmatrix} \bar{H}^T \\ H_B^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H} & H_B \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

Substituyendo (5.35) en (5.34)

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \bar{A}^T P + P\bar{A} + \bar{C}^T \bar{C} & P\bar{B} \\ (*) & -\delta^2 I \end{bmatrix} \\ & + \varepsilon \begin{bmatrix} \mu P \bar{G} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \bar{G}^T P & 0 \end{bmatrix} + \varepsilon^{-1} \begin{bmatrix} \bar{H}^T \\ H_B^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H} & H_B \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (5.36)$$

Si se aplica el complemento Schur tres veces [198], la inecuación (5.36) es verdadera si la siguiente desigualdad matricial se cumple:

$$\begin{bmatrix} \bar{A}^T P + P\bar{A} & P\bar{B} & \mu P \bar{G} & \bar{H}^T & \bar{C}^T \\ (*) & -\delta^2 I & 0 & H_B^T & 0 \\ (*) & (*) & -\varepsilon^{-1} I & 0 & 0 \\ (*) & (*) & (*) & -\varepsilon I & 0 \\ (*) & (*) & (*) & (*) & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (5.37)$$

Si se pre-multiplica y post-multiplica (5.37) por $\text{diag}(I, I, \mu^{-1}I, \varepsilon^{-1}I, I)$ y definiendo $\tilde{P} = \varepsilon P$, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^{-1} \bar{A}^T \tilde{P} & \varepsilon^{-1} \tilde{P} \bar{B} & \varepsilon^{-1} \tilde{P} \bar{G} & \varepsilon^{-1} \bar{H}^T & \bar{C}^T \\ +\varepsilon^{-1} \tilde{P} \bar{A} & \varepsilon^{-1} \tilde{P} \bar{B} & \varepsilon^{-1} \tilde{P} \bar{G} & \varepsilon^{-1} \bar{H}^T & \bar{C}^T \\ (*) & -\delta^2 I & 0 & \varepsilon^{-1} H_B^T & 0 \\ (*) & (*) & -\varepsilon^{-1} \mu^{-2} I & 0 & 0 \\ (*) & (*) & (*) & -\varepsilon^{-1} I & 0 \\ (*) & (*) & (*) & (*) & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (5.38)$$

Por último, pre- y post-multiplicando la desigualdad matricial anterior por $\text{diag}(\varepsilon^{1/2}I, \varepsilon^{1/2}I, \varepsilon^{1/2}I, \varepsilon^{1/2}I, \varepsilon^{1/2}I)$ y haciendo el cambio de variable $P = \tilde{P}$, $\rho = \mu^{-2}$, la expresión se demuestra que es equivalente a la LMI (5.32), finalizando la demostración.

Nota 5.5.1 Dada un valor de la norma H_∞ del rechazo de perturbaciones δ , la máxima tolerancia frente a incertidumbres del modelo puede ser fácilmente determinada resolviendo el problema de optimización convexa $\bar{\rho} = \min \rho$ s.t LMI (5.32), donde $\bar{\mu} = \bar{\rho}^{-1/2}$. El resultado puede ser utilizado como índice de evaluación para comparar la capacidad de rechazo de perturbaciones de di-

ferentes controladores, incluyendo los obtenidos con metodologías diferentes a la desarrollada.

Nota 5.5.2 *Una de las ventajas del método propuesto es que el compromiso de entre el rechazo de perturbaciones y la robustez del control puede ser fácilmente ajustada con solamente un parámetro escalar que corresponde al filtro del UDE T . Para ello se debe tener en cuenta los índices correspondientes al rechazo de perturbaciones IAE_d y δ , y a los evaluadores de robustez definidos arriba y en la Sección 2.5: $\bar{\mu}$, GM , PM or DM . En particular, dado un valor de la norma H_∞ del rechazo de perturbaciones δ , el problema de optimización convexa descrito en la Nota 3.3.4 y el Teorema 3.3.1, se puede combinar de forma dinámica con la búsqueda de un valor de T que maximice $\bar{\mu}$ la tolerancia del modelo frente variaciones temporales de las incertidumbres del mismo.*

5.6 Consideraciones para el sistema quadrotor

A lo largo del capítulo se ha obtenido un control de 2-DOF PID para sistemas de primer y segundo orden con retardo. Por tanto, si se utiliza el sistema doble integrador que define cada uno de los lazos de control de un quadrotor (ver Subsección 2.3.3 y Subsección 2.4) se puede diseñar un sistema de 2-DOF PID equivalente al controlador basado en estimación de perturbaciones desarrollado en el Capítulo 4. Los sistemas serán equivalentes si las especificaciones temporales del seguimiento de la referencia son la misma y el parámetro del filtro cumple la expresión $T = -T_s / \ln(\frac{T_s}{T_f})$, siendo T_s el periodo de muestreo del controlador y T_f el parámetro del filtro obtenidos en la Sección 4.4.

Además, cabe destacar que las estrategias propuestas en la Sección 4.6 y la Sección 4.7 para detectar fallos en los motores y saturar los lazo de control internos en el caso de saturar las acciones de control aplicadas a los motores pueden ser utilizadas con la estrategia 2-DOF PID propuesta. Para el caso del detector de fallos de los motores, el observador se puede construir de forma independiente al control. Para ello, se utilizará la estimación u_d de cada lazo involucrado pero sin usarla para compensar la perturbación, ya que el PID se encarga de forma indirecta de ello mediante la acción integral. Con dichas estimaciones se puede construir directamente el observador (4.17) e implementar los dos modos de vuelos propuestos. Para el caso de la saturación de los controladores al saturar los motores, con la acción de control de los controladores de roll, pitch, yaw y Z se construye el optimizador propuesto, pero en el caso de saturar los controladores PID no actualizan la acción integral, tal y como se implementa con un controlador PID con antiwindup.

5.7 Simulaciones

En esta sección el PID de dos grados de libertad diseñado se comparará mediante tres ejemplos con otros métodos de ajuste de PIDs existentes en la comunidad. Para ello, se han seleccionado tres diferentes tipos de plantas: primer orden con retardo dominante, planta de cuarto orden y de segundo orden inestable con pequeño retardo. En los resultados experimentales se profundizará con el sistema doble integrador.

Es importante señalar que $C_r(s)$ en (5.14) tiene siempre una estructura tipo PI, por lo que es realizable. Sin embargo, $C_y(s)$ para la mayoría de situaciones tiene una estructura PID completa. Por ello, para hacer $PID_y(s)$ realizable se ha utilizado la siguiente estructura PID con filtro en la derivada N :

$$PID(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{NT_d s + 1} \right). \quad (5.39)$$

5.7.1 Ejemplo 1: Proceso de primer orden con retardo

Se considera la siguiente planta de primer orden con retardo dominante, la cual modela un tanque esférico [199]:

$$G(s) = \frac{3.6215}{330.46s + 1} e^{-11.7s}.$$

En primer lugar, se aplica la aproximación de $e^{-11.7s} \approx 1/(11.7s + 1)$, con lo que el tanque esférico se aproxima a un sistema de segundo orden sin retardo con las siguientes matrices representado en espacio de estados (5.27)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.00026 & -0.0885 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.00094 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0]$$

y las incertidumbres del modelo son descritas por (5.28) mediante las matrices $G = \mu \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $H_A = [1 \quad 1]$ y $H_B = 1$. Dichas matrices permitirán comparar la robustez de los diferentes controladores mediante el Teorema 5.5.1 y la Nota 5.5.1 maximizando el tamaño de las incertidumbres μ .

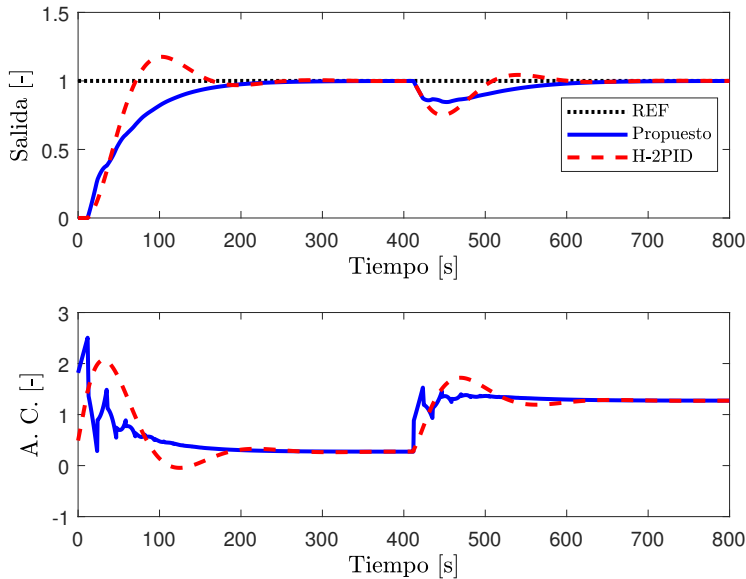


Figura 5.2: Salida y acción de control (A.C.) del Ejemplo 1. Unidades de la salida y la A.C. [-] adimensionales.

A partir de la metodología heurística propuesta en [199] se obtiene un 2-DOF PID con los siguientes parámetros: $K_p = 3.067$, $T_d = 0.48$, $T_i = 37$, $\beta = 0.16$ y $\gamma = 0.11$. Ambos controladores PID usarán un filtro derivativo de $N = 0.1$.

Con la metodología propuesta, para poder comparar en igualdad de condiciones se escoge un tiempo de establecimiento similar (sobre 200s), que corresponde con los parámetros $a_{0q} = b_{0q} = 0.02$. El parámetro del filtro T se obtiene para garantizar el mismo grado de rechazo de perturbaciones que el PID a comparar. Con ello se obtiene que $T = 30.91$. A partir de la tabla 5.1, con la planta simplificada que corresponde a segundo orden sin retardo, se obtienen los siguientes parámetros del PID: $K_p = 5.17$, $T_d = 10.14$, $T_i = 87.98$, $\beta = 0.35$ y $\gamma = 0$.

En la Tabla 5.3 se muestra el índice IAE_d de (5.26) obtenido a partir de las simulaciones (nombrado IAE_d^*), para la norma H_∞ de rechazo de perturbaciones $\delta = 1$. Es importante destacar que el valor no es exactamente $IAE_d = 17$ debido a las aproximaciones del modelo, como la utilizada con el retardo. En las Tablas 5.2 y 5.3 se resumen todos los índices de robustez y desempeños

definidos en la Sección 2.5 para ambos controladores: $\bar{\mu}$, PM , GM , $ITAE$, $RMSE$ y TV .

Las condiciones de simulación para ambos controladores son las siguientes. En el instante inicial se ha realizado un cambio de la referencia tipo escalón a $r(t) = 1$. Asimismo, en el instante $t = 400s$ se ha introducido una perturbación tipo escalón de $d(t) = -1$. En la Fig. 5.2 se puede observar la simulación de ambos controladores para las condiciones expuestas. De la simulación se puede apreciar que el tiempo de establecimiento del bucle cerrado de ambos es similar, tal y como se estableció en las condiciones de diseño. No obstante, la estrategia propuesta presenta un transitorio más suave sin sobreoscilaciones, así como en el rechazo de la perturbación introducida. Este hecho muestra que el control propuesto es más robusta frente las incertidumbres del modelo introducidas en la aproximación del retardo $e^{-11.7s}$.

5.7.2 Ejemplo 2: Proceso de cuarto orden

El siguiente modelo con dinámica equilibrada de retardo y adelanto propuesto [200] se representa mediante el sistema de cuarto orden:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^4},$$

Utilizando la metodología presentada en detalle en [67] para reducir sistemas, se puede aproximar al siguiente sistema de segundo orden con retardo:

$$G_2(s) = \frac{0.67}{s^2 + 1.67s + 0.67} e^{-1.5s},$$

A partir del método AMIGO desarrollado en [200], se obtiene un controlador 2-DOF PID con los parámetros $K_p = 1.12$, $T_d = 0.71$, $T_i = 2.40$, $\beta = 0$ y $\gamma = 0$. Como en el ejemplo anterior, el seguimiento de la referencia y el desempeño a rechazo de perturbaciones se escoge similar al obtenido con el AMIGO, lo cual corresponde a un tiempo de establecimiento de $10s$ y $IAE_d = 2.35$. Con ello, se obtiene $T = 0.85$. La planta a controlar simplificada corresponde a un sistema de segundo orden con retardo, por lo que a partir de la Tabla 5.1 se obtiene un controlador 2-DOF PID con los siguientes parámetros: $K_p = 1.37$, $T_d = 0.996$, $T_i = 3.21$, $\beta = 0.175$, $\alpha = 1.5$ y $\tau = 0$. Ambos controladores se emplea un filtro de la derivada de $N = 0.01$.

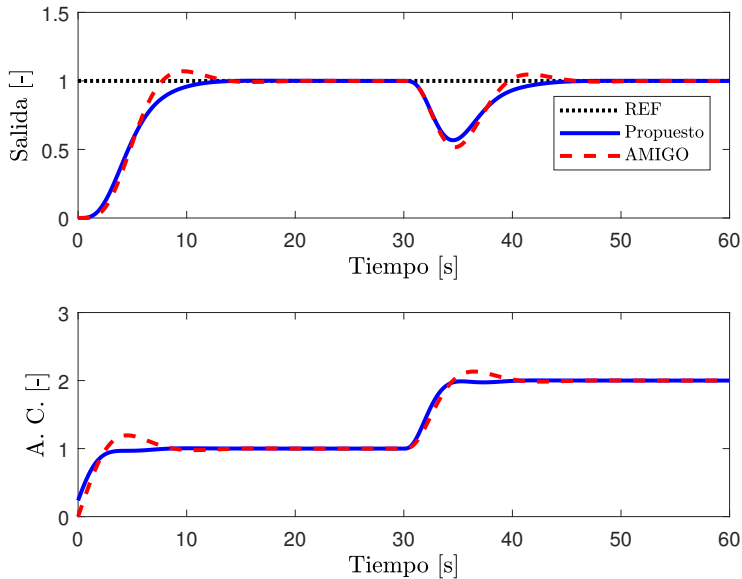


Figura 5.3: Salida y acción de control (A.C.) del Ejemplo 2. Unidades de la salida y la A.C. [-] adimensionales.

En la Fig. 5.3 se muestran las simulaciones de ambos controladores. En el instante inicial se introduce un cambio escalón unitario de la referencia, y en el instante 30s una perturbación tipo escalón de valor -1 . Como se puede apreciar en la figura, tal y como pasaba en el ejemplo anterior se obtiene con la estrategia propuesta un transitorio más suave y sin sobreoscilaciones.

En las Tablas 5.2 y 5.3 se muestran los índices de desempeño y robustez para ambos controladores, y para la norma H_∞ con un índice de rechazo de perturbaciones de $\delta = 1$. Como en el ejemplo anterior, la estrategia diseñada demuestra una mejor tolerancia a las incertidumbres del modelo tanto para la fase como para el retardo.

5.7.3 Ejemplo 3: Proceso de segundo orden inestable con retardo

En este ejemplo, se considera la siguiente planta inestable con retardo de segundo orden analizada en [201]

$$G_3(s) = \frac{1.5}{(0.5s + 1)(s - 1)} e^{-0.3s}$$

En [201], se propone un diseño óptimo para PID basado en LQR para sistemas de segundo orden con retardos. Para la planta presentada, se obtienen los parámetros del PID $K_p = 1.22$, $T_d = 0.47$, $T_i = 7.20$, $\beta = 1$ y $\gamma = 1$. Como en los ejemplos anteriores, el desempeño del seguimiento de la referencia y rechazo de perturbaciones se escoge similar al controlador a comparar. El tiempo de establecimiento del bucle cerrado se fija en $10s$ y un $IAE_d = 5.9$, que corresponde a $T = 0.64$. A partir de la Tabla 5.1 para un sistema de segundo orden con retardo se obtienen los parámetros $K_p = 1.37$, $T_d = 0.41$,

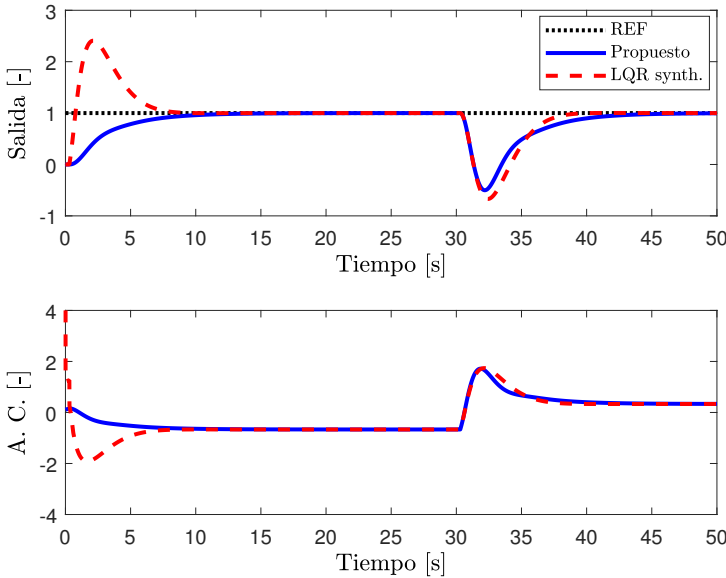


Figura 5.4: Salida y acción de control (A.C.) del Ejemplo 3. Unidades de la salida y la A.C. [-] adimensionales.

Tabla 5.2: Índices de robustez de los Ejemplos 1, 2 y 3.

Controlador	$\bar{\mu}$	GM	$PM(^{\circ})$	DM	TV
<i>Ejemplo 1</i>					
<i>H - 2PID</i>	0.0037	3.59	34.17	14.84	6.25
<i>Propuesto</i>	0.0105	1.62	75.18	21.03	9.45
<i>Ejemplo 2</i>					
<i>AMIGO</i>	0.0215	5.70	54	2.29	2.73
<i>Propuesto</i>	0.0695	5.63	70	2.79	1.81
<i>Ejemplo 3</i>					
<i>LQR synth.</i>	0.0909	0.55	22	0.25	12.20
<i>Propuesto</i>	0.2016	0.55	24.35	0.30	4.64

$T_i = 8.10$, $\beta = 0.08$, $\alpha = 0.3$ y $\tau = 0$. El filtro de la derivada se establece en $N = 0.01$ para ambos controladores.

Los índices comparativos de este ejemplo se muestran en las Tablas 5.2 y 5.3, y también la norma H_{∞} para rechazo de perturbaciones con $\delta = 3$. De forma similar a los anteriores ejemplos, para realizar la comparación se propone un cambio de la referencia unitario de tipo escalón en el instante inicial, y en el instante 30s una perturbación de valor -1 de tipo escalón. En la Fig. 5.4 se muestra la evolución temporal de ambos controladores para las condiciones propuestas. Cuando se introduce el cambio de referencia, el controlador basado en LQR, a diferencia del propuesto, presenta una sobreoscilación considerable, con un incremento considerable de la acción de control. Esto es debido a que el valor de γ no es nulo, produciendo el efecto que se conoce como "patada derivativa". En cuanto al rechazo de perturbaciones, la estrategia propuesta presenta una respuesta ligeramente más suave, con un pico menor en la acción de control.

Tabla 5.3: Índices de desempeño de los Ejemplos 1, 2 y 3.

Controlador	Referencia			Perturbación		
	IAE	$ITAE$	$RMSE$	IAE_d^*	$ITAE$	$RMSE$
<i>Ejemplo 1</i>						
$H - 2PID$	54.4	3221	2.94	17.05	1566	0.18
<i>Propuesto</i>	61.7	2575	2.92	16.50	1253	0.24
<i>Ejemplo 2</i>						
$AMIGO$	5.06	15.7	2.55	2.35	13.9	0.43
<i>Propuesto</i>	5.02	15.6	2.52	2.32	13.2	0.39
<i>Ejemplo 3</i>						
$LQR synth.$	5.06	14.2	2.51	5.94	24.3	1.70
<i>Propuesto</i>	3.51	10.4	2.39	5.91	19.5	1.48

5.8 Resultados experimentales

La estrategia de control desarrollada se ha validado experimentalmente con la plataforma "Hover 3DOF" de Quanser, presentada en la Sección 3.5.1. Para los ángulos de roll y pitch, el sistema se puede aproximar a un doble integrador más un retardo que simula el tiempo de reacción de los actuadores y sensores:

$$G(s) = \frac{0.1}{s^2} e^{-0.12s},$$

donde la entrada esta expresada en voltios (V) y la salida en radianes (rad). De forma análoga a los anteriores ejemplos, el retardo se aproxima a $e^{-0.12s} \approx 1/(0.12s + 1)$. La representación en espacio de estados de la planta $G(s)$ viene dada por las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -8.33 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.833 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

y las incertidumbres del modelo son descritas mediante (5.28) con las matrices $G = \mu [1 \quad 1 \quad 1]^T$, $H_A = [1 \quad 1 \quad 1]$ y $H_B = 1$. Dicha representación en espacio de estados se usará para comparar la robustez de los controladores

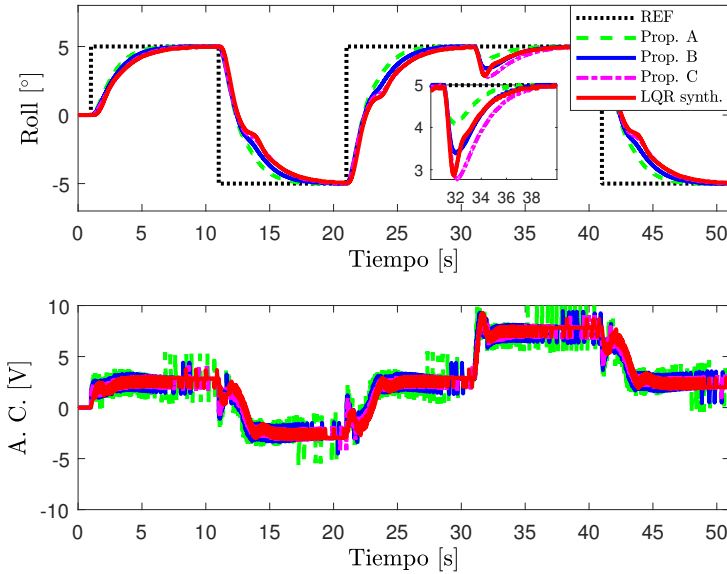


Figura 5.5: Resultados experimentales para las propuestas de control descritas en la Tabla 5.4. Evolución del ángulo de roll y su acción de control (A.C.).

a partir del Teorema 5.5.1 y la Nota 5.5.1 maximizando el tamaño de las incertidumbres μ ($\bar{\mu}$ en la Tabla 5.5).

En [202] los autores proponen una extensión del trabajo [201] utilizado en el Ejemplo 3, para tratar con diferentes sistemas integradores con retardos. Al contrario de [199]-[201], esta metodología explícitamente incluye el sistema doble integrador como caso particular, por lo cual es usado para obtener una comparativa más justa. Siguiendo la metodología desarrollada en [202] para la plataforma Quanser, se obtiene un controlador PID con los parámetros $K_p = 113.7$, $T_d = 0.32$, $T_i = 1.84$, $\beta = 0$ y $\gamma = 0$. Como en los ejemplos de las simulaciones, se elige un tiempo de establecimiento similar al controlador a comparar. El parámetro del filtro T se obtiene para garantizar el mismo índice de rechazo de perturbación IAE_d , el cual es dado por $IAE_d = 0.015$. Dicho IAE_d , mediante la expresión (5.26) corresponde a $T = 0.26$. Por tanto, a partir de la Tabla 5.1 para un sistema de segundo orden con retardos, los parámetros de diseño del controlador 2-DOF PID son $K_p = 117.8$, $T_d = 0.55$, $T_i = 1.77$, $\beta = 0.15$, $\alpha = 0.12$ y $\tau = 0$.

Para mostrar el efecto del parámetro T en el bucle cerrado resultante, se establecen dos propuestas adicionales, resultando en las propuestas A, B, C con $T = 0.13$, $T = 0.26$ y $T = 0.39$ respectivamente. Cabe destacar que la propuesta similar al controlador a comparar es la B. La propuesta A llevará a una estrategia de control más agresiva frente perturbaciones y la propuesta C a un control más laxo. Todos ellos conservan las mismas especificaciones para el tiempo de establecimiento, además de la norma H_∞ para rechazo de perturbaciones con $\delta = 1$ y un filtro de la derivada para la implementación del PID de $N = 0.1$. Todos los parámetros de los PIDs resultantes se resumen en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4: Parámetros de los PIDs utilizados en los resultados experimentales.

Controlador	IAE_d	K_p	T_d	T_i	β	α
<i>LQR synth.</i>	0.015	113.7	0.32	1.84	0	–
<i>Prop. B</i>	0.015	117.8	0.55	1.77	0.15	0.12
<i>Prop. A</i>	0.0075	217.8	0.47	1.63	0.08	0.12
<i>Prop. C</i>	0.0225	84.4	0.61	1.90	0.21	0.12

Para la realización del experimento se establecen diferentes cambios de referencias en forma de escalón para el ángulo de roll: cambio de referencia a 5 grados en los instantes 1s y 21s, un cambio de referencia negativo de -5 grados en los instantes 11s y 41s. Además, en el instante 31s se introduce una perturbación tipo escalón de $-5V$. En la Fig. 5.5 se muestra la evolución temporal de todos los controladores propuestos. En las Tablas 5.5 y 5.6 se resumen todos los índices de robustez y desempeño de los controladores. Cabe destacar que la magnitud de salida del experimento es en radianes, pero para facilitar la lectura se han transformado a grados en la Fig. 5.5 y en la Tabla 5.5.

En las propuestas a comparar: B y LQR synth., se puede observar que la propuesta B ($T = 0.26$) tiene una respuesta ligeramente más suave tanto en el seguimiento de referencias como en el rechazo de perturbaciones. Los índices de desempeño demuestran que la propuesta puede afrontar con una mayor variedad de incertidumbre en cuanto a retardo de fase y retardos temporales, así como en presencia de perturbaciones externas.

Las propuestas A, B y C, tal y como se había establecido en el diseño (3s de tiempo de establecimiento), demuestran un desempeño similar en cuanto al seguimiento de la referencia. No obstante, existen ligeras diferencias entre ellos debido a que la propuesta A tiene una mayor capacidad de rechazo de

Tabla 5.5: Índices de robustez para los resultados experimentales.

Controlador	$\bar{\mu}$	GM	$PM(^{\circ})$	DM	TV
<i>LQR synth.</i>	0.0063	0.149	51	0.20	141
<i>Prop. B</i>	0.0064	0.082	74	0.20	158
<i>Prop. A</i>	0.0032	0.060	78	0.13	239
<i>Prop. C</i>	0.0090	0.11	72	0.24	133

Tabla 5.6: Índices de desempeño para los resultados experimentales.

Controlador	Referencia			Perturbación		
	IAE	$ITAE$	$RMSE$	IAE_d^*	$ITAE$	$RMSE$
<i>LQR synth.</i>	59.1	2058	6.46	4.68	10.8	2.29
<i>Prop. B</i>	50.1	1734	6.02	4.36	9.48	1.98
<i>Prop. A</i>	43.7	1442	5.76	2.19	4.25	1.16
<i>Prop. C</i>	56.2	2023	6.23	6.48	15.6	2.64

perturbaciones (tanto externas como incertidumbres del modelo), siguiendo mejor la referencia teórica, a costa de mayor agresividad. Como consecuencia, el caso B tiene un comportamiento intermedio entre la propuesta A y C. En cuanto a la acción de control, el peor caso (mayor TV) se obtiene para la propuesta A, ya que al tener mayor capacidad de rechazo de perturbaciones las acciones de control resultantes son más grandes. Este comportamiento demuestra el compromiso del control en cuanto a rechazo de perturbaciones y robustez, mostrado de forma explícita con los índices IAE_d y TV . Para el rechazo de perturbaciones dichos índices solo dependen del parámetro T . Es importante destacar de la Tabla 5.6 que el IAE_d obtenido experimentalmente (IAE_d^*) es aproximadamente proporcional a T , tal y como se deduce de la expresión (5.26). También es interesante reseñar que de las Tablas 5.5 y 5.6 se puede deducir el compromiso entre el rechazo de perturbaciones y robustez, donde para los casos A, B, C se ve que los más agresivos rechazan mejor las perturbaciones (menor IAE_d^*) pero son menos robustos.

5.9 Conclusiones

En este capítulo se ha desarrollado un ajuste de los parámetros para PIDs de dos grados de libertad basado en estimación de perturbaciones para plantas de primer y segundo orden con retardos. Dicho ajuste permite diseñar el seguimiento de la referencia y el desempeño de rechazo de perturbaciones de forma independiente. El seguimiento de la referencia es fijado mediante las especificaciones temporales que se deseen; y el rechazo de perturbaciones se determina mediante un único parámetro proporcional al índice IAE_d . Con dichas especificaciones, se ha obtenido una tabla que permite obtener directamente los valores de los parámetros del PID para las diferentes plantas consideradas. Asimismo, se ha discutido de la implementación de las mejoras del observador de fallos y optimizador presentados en el capítulo anterior, las cuales son fácilmente implementables con la propuesta de este capítulo. Finalmente, se ha demostrado la estabilidad del sistema mediante LMIs y los índices de desempeño y robustez resultantes.

La estrategia de ajuste presentada se ha comparado con otras estrategias PIDs de la literatura mediante tres ejemplos simulados y un caso experimental. En el primer ejemplo se ha considerado sistema de primer orden con retardo dominante, en el segundo ejemplo una planta de cuarto orden que se ha simplificado a una de segundo orden con retardo y en el tercer ejemplo un sistema de segundo orden inestable con retardo; en el caso experimental se ha empleado la plataforma Quanser. La estrategia propuesta ha demostrado un buen desempeño en los tres ejemplos considerados y el caso experimental, con transitorios tanto en seguimiento de la referencia como en rechazo de perturbaciones más suaves que las estrategias de la literatura, para índices de desempeño y robustez similares. Además, en el experimento se ha comprobado el efecto del parámetro único para el ajuste del rechazo de perturbaciones, demostrándose como el índice IAE_d es proporcional al mismo.

Diseño de controladores robustos frente a retardos variables y pérdidas de datos

En este capítulo se desarrolla un predictor de ganancia planificada para el caso en el que el sistema tenga retardos variables aleatorios en los canales de sensor-controlador y controlador-actuador, además de la presencia de perturbaciones externas. Se demuestra la estabilidad del sistema y su rango de retardos aceptables, lo cual permite generar retardos artificiales que permitan ahorrar ancho de banda, pero sin afectar de forma significativa al desempeño. La estrategia propuesta es validada mediante simulaciones y la plataforma experimental Quanser.

Los resultados de la investigación relacionados con este capítulo se publicaron en [203] y [204].

6.1 Introducción

Paralelamente a las perturbaciones que pueden afectar a un sistema que se han estudiado en los anteriores capítulos, la planta a controlar también puede ser afectada por retardos temporales. Los retardos pueden causar degradación en el desempeño e incluso inestabilidad si no son considerados en el diseño del controlador. El origen de los retardos pueden ser desde intrínsecos en la dinámica del sistema hasta externos producidos por las comunicaciones o por el procesamiento de los datos. En el caso de los quadrotors, pueden deberse por ejemplo a los sensores internos (procesamiento), comunicaciones con el exterior como otros vehículos o sensores externos como GPS diferenciales o el sistema Optitrack.

Los sistemas de control distribuidos o Networked Control Systems (NCS) se caracterizan por tener comunicación entre componentes dentro del periodo de ejecución del algoritmo. Esto es, por ejemplo, que las medidas de los sensores o las señales de actuación deben recibirse o enviarse dentro del mismo. En realidad, esto ocurre en la mayoría de situaciones, desde en sistemas embebidos donde estos tiempos se pueden considerar negligibles hasta con sistemas de producción donde los componentes no están siquiera en el mismo lugar y pueden compartir bus de datos. El reto de estas técnicas se encuentra en cuanto los retardos presentes son lo suficiente significativos para afectar la actuación del control. Dichos retardos pueden originarse por pérdidas de información en el bus, retardos en sí, desorden en los datos o restricciones en el ancho de banda del bus. Este tipo de técnicas se suelen emplear junto a técnicas de activación por evento o event-triggered control (ETC) que permiten ahorrar ancho de banda en las comunicaciones y considerarlo parte del retardo variable.

En este capítulo se desarrollará un predictor de ganancia planificada para el caso en el que el sistema tenga retardos variables aleatorios en los canales de sensor-controlador y controlador-actuador, además de la presencia de perturbaciones externas. En particular, se desarrollará un predictor basado en realimentación de estado que permita transformar el sistema con retardos a un sistema libre de retardos equivalente lo cual permite simplificar el diseño. Se analizará la estabilidad del sistema resultante y la tolerancia máxima de retardos variables que garanticen la estabilidad. Junto al predictor, se desarrollará un estimador de perturbaciones que permita compensar las incertidumbres del modelo y perturbaciones externas que puedan afectarle.

Este capítulo se estructura de la siguiente manera. En la Sección 6.2 se plantea el problema de control a resolver y en la Sección 6.3 se discute sobre los retardos variables. En la Sección 6.4 se desarrolla la estrategia de control. En

la Sección 6.5 se presenta el modelo interconectado libre de retardos y en la Sección 6.6 se analiza la estabilidad del sistema. En la Sección 6.7 se estudia la obtención de los parámetros del controlador. En la Sección 6.8 se presentan simulaciones de la propuesta y en la Sección 6.9 se valida experimentalmente con la plataforma experimental Quanser. Finalmente en la Sección 6.10 se presentan las conclusiones del capítulo.

6.2 Planteamiento del problema

Se considera el siguiente modelo discreto de la planta a controlar sujeta a retardos variables tanto en el canal de entrada como en el de salida:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = A\mathbf{x}_k + B\mathbf{u}_{k-d_k^{CA}} + F\mathbf{w}_k, \\ \mathbf{y}_k = C\mathbf{x}_k, \quad \mathbf{y}_{s,k} = C_s\mathbf{x}_k, \end{cases} \quad (6.1)$$

donde $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$, $F \in \mathcal{R}^{n \times q}$, $C \in \mathcal{R}^{p \times n}$ y $C_s \in \mathcal{R}^{p_s \times n}$ son las matrices del sistema, $\mathbf{x}_k \in \mathcal{R}^n$ es el estado del mismo, $\mathbf{u}_{k-d_k^{CA}} \in \mathcal{R}^m$ es la acción de control retardada d_k^{CA} muestras, $\mathbf{w}_k \in \mathcal{R}^q$ es una perturbación externa a priori desconocida, $\mathbf{y}_k \in \mathcal{R}^p$ es la salida medida, y $\mathbf{y}_{s,k} \in \mathcal{R}^{p_s}$ es la salida que se desea controlar.

Por otra parte, se considera el siguiente controlador por realimentación de la salida: $\mathbf{u}_k = \mathcal{F}_u(\mathbf{y}_{k-d_k^{SC}})$, donde $\mathcal{F}_u(\cdot) : \mathcal{R}^p \rightarrow \mathcal{R}^m$ es el esquema de control que se diseñará y $\mathbf{y}_{k-d_k^{SC}}$ es la salida medida sujeta a d_k^{SC} muestras de retardo.

El sensor y el actuador están localizados cerca de la planta e interaccionan de forma remota con el controlador mediante la conexión sensor-a-controlador (SC) para poder leer la salida y mediante la conexión controlador-a-actuador (CA) para poder aplicar las acciones de control.

A lo largo de todo el desarrollo de la propuesta de control, se consideran las siguientes proposiciones:

Proposición 6.2.1 *El controlador está implementado digitalmente con un periodo de muestreo T_s y las acciones de control son aplicadas en los instantes en que los paquetes que las contienen son recibidos, aplicándose a la planta mediante un retenedor de orden cero (ZOH).*

Proposición 6.2.2 *Tanto en remoto como en local se dispone de un buffer conectado a la interfaz de transmisión correspondiente para almacenar la información transmitida. En el caso de que un paquete se pierda, el último correctamente recibido lo sustituye.*

Proposición 6.2.3 *Los retardos de la salida y la entrada al sistema d_k^{CA} , d_k^{SC} se consideran desconocidos y variables, y satisfacen los siguientes límites:*

$$\begin{aligned} h_1^{CA} &\leq d_k^{CA} \leq h_2^{CA}, \\ h_1^{SC} &\leq d_k^{SC} \leq h_2^{SC}, \end{aligned} \quad (6.2)$$

donde cada par de límites (h_1^{CA}, h_2^{CA}) y (h_1^{SC}, h_2^{SC}) son conocidos.

Proposición 6.2.4 *La perturbación externa $w_k \in \mathcal{R}^q$ en (6.1) [205] puede ser modelada como $w_k = \omega_{u,k} + \omega_k$, donde $\omega_{u,k} \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$ es una señal desconocida pero finitamente acotada que representa la dinámica no modelada de los componentes de la perturbación, y ω_k es el componente de la perturbación exógeno al sistema.*

$$\chi_{k+1} = A_w \chi_k, \quad \omega_k = C_w \chi_k \quad (6.3)$$

donde $\chi_k \in \mathcal{R}^r$ es el vector generador con condiciones iniciales desconocidas χ_0 , y $A_w \in \mathcal{R}^r$, $C_w \in \mathcal{R}^{q \times r}$ son matrices conocidas (del sistema exógeno), donde el radio espectral de A_w es menor o igual a 1.

Proposición 6.2.5 *Existe $K \in \mathcal{R}^{m \times n}$ y $\mathcal{L} \in \mathcal{R}^{(n+q) \times p}$ que hagan que las matrices $(A + BK)$ y $(A - \mathcal{L}C)$ sean Schur estables, donde*

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} A & FC_w \\ 0_{p \times n} & A_w \end{bmatrix}, \quad C = [C \quad 0_{p \times q}]. \quad (6.4)$$

Proposición 6.2.6 *Existe sincronización entre los relojes de los procesadores del sensor, del actuador y del controlador. Además, el sensor y actuador se suponen estar localizados cerca de la planta y gobernados por el mismo reloj. Por otra parte, el controlador si esta situado a priori alejado de la planta, por lo que para conseguir dicha sincronización de relojes un protocolo de sincronización [206] puede ser usado para conseguirla.*

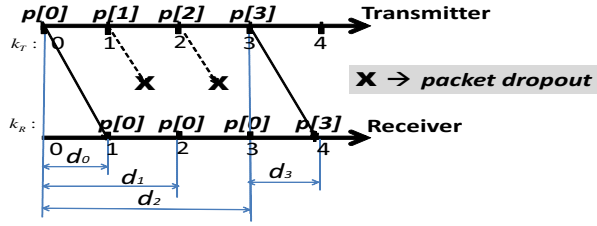


Figura 6.1: Representación de como se incrementa el retardo de forma monótona $d_k = \{d_0, d_1, d_2, d_3\} = \{1, 2, 3, 1\}$ causado por pérdidas de paquetes consecutivos ($p[1]$ y $p[2]$).

6.3 Consideraciones sobre los retardos variables

A continuación se va a demostrar que las pérdidas de paquetes de datos y el desorden de los mismos se pueden tratar como si fueran retardos variables. Por ejemplo, si se pierden unos paquetes de forma consecutiva hace que el retardo se vaya incrementando de forma monótona si cada vez que se pierde uno se procesa el anterior paquete recibido correctamente (mirar Fig. 6.1), tal como se enuncia en la Proposición 6.2.2.

El desorden de los paquetes puede ser fácilmente detectado comparando cuando fue generado el paquete. Si fue generado anteriormente al último almacenado en el buffer, significa que ha habido desorden de los paquetes, descartándose el paquete con información vieja [207]. Por tanto, el desorden de los paquetes puede ser tratado como pérdidas de paquetes, que tal como se ha visto puede ser considerado como un retardo variable.

Para explicar lo anteriormente expuesto, se considera el ejemplo dado en la Fig. 6.2, donde los paquetes $p[1]$, $p[4]$ se pierden, y $p[2]$, $p[3]$ se ven desordenados. Es interesante destacar de la Fig. 6.2 que el paquete recibido $p[2]$ es más viejo que el disponible en ese instante $p[3]$ en el buffer local. Por tanto, el paquete $p[2]$ es descartado, contando como una pérdida de paquete. Por tanto, como puede ser deducido de la Fig. 6.2 este fenómeno produce retardos variables d_k : $\{d_0, d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6\} = \{1, 2, 3, 1, 2, 3, 2\}$. Es decir, para d_k^{SC} , d_k^{CA} , a parte de los retardos por comunicación implícitos en el sistema hay que añadir los que se producen por pérdidas de paquete como de desorden de los mismos. Se denota N^{CA} y \tilde{h}_2^{CA} el número máximo posible de paquetes consecutivos perdidos y el peor caso de retardo entre el enlace CA, respectivamente. Se forma similar se define N^{SC} y \tilde{h}_2^{SC} para el enlace SC. Por tanto, se obtienen las siguientes equivalencias:

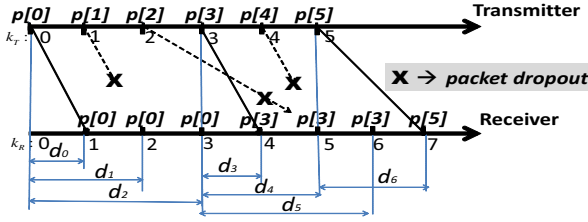


Figura 6.2: Representación de los retardos variables $d_k = \{d_0, d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6\} = \{1, 2, 3, 1, 2, 3, 2\}$ producidos por pérdidas de paquetes ($p[1]$ y $p[4]$) y por desorden de los paquetes recibidos $p[2]$ y $p[3]$.

$$h_2^{CA} = N^{CA} + \tilde{h}_2^{CA}, \quad h_2^{SC} = N^{SC} + \tilde{h}_2^{SC} \quad (6.5)$$

donde h_2^{CA}, h_2^{SC} son los límites superiores para el retardo de entrada y salida dados en la Proposición 6.2.3.

6.3.1 Obtención del retardo de un paquete

Sea $k_T = 0, 1, 2, \dots$ y $k_R = 0, 1, 2, \dots$ el valor de cada reloj local correspondiente respectivamente a los dispositivos de transmisión y recepción, los cuales se asumen estar sincronizados (Proposición 6.2.6). Utilizando la misma notación que la Fig. 6.2, el tiempo asignado $T_{k_T} = k_T$ a cada uno de los paquetes transmitidos, denotado como $p[T_{k_T}]$. Por tanto, el retardo total causado por los retardos de transmisión, pérdidas de paquetes y desorden de paquete pueden ser medidas de forma inmediata haciendo la diferencia entre el tiempo actual y el de generación del paquete $k_R - T_{k_T}$, donde T_{k_T} se obtiene directamente del paquete recibido.

6.4 Descripción de la estrategia de control

Dados los parámetros del controlador K, K_w , que se diseñarán más tarde, se define la acción de control \tilde{u}_k como

$$\tilde{u}_k = K_z \hat{z}_k + K_w \hat{\omega}_k, \quad (6.6)$$

donde

$$K_z = 2K \left(A^{-h_1^{CA}} + A^{-h_2^{CA}} \right)^{-1}, \quad (6.7)$$

y $\hat{\omega}_k, \hat{z}_k$ son los estados del sistema observados, los cuales respectivamente corresponden al componente de la perturbación ω_k y a la siguiente transformación de estado de Arstein z_k con retardos h_1^{CA} y h_2^{CA} :

$$z_k = x_k + \Phi_k(h_1^{CA}) + \Phi_k(h_2^{CA}), \quad (6.8)$$

donde

$$\Phi_k(h_i^{CA}) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{h_i^{CA}-1} A^{-i-1} B u_{k-h_i^{CA}+i}. \quad i = 1, 2. \quad (6.9)$$

Los estados observados $\hat{z}_k, \hat{\omega}_k$ se obtienen a partir de un predictor de ganancia programada basado en el ESO:

$$\hat{z}_{k+1} = \mathcal{A} \hat{z}_k + \tilde{B} u_k + \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{L} e_k, \quad (6.10)$$

donde \mathcal{L} es la ganancia del observador a ser diseñada y

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} \tilde{B} \\ 0_{q \times m} \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \frac{1}{2} \left(A^{-h_1^{CA}} + A^{-h_2^{CA}} \right) B, \quad (6.11)$$

siendo $\hat{z}_k = [\hat{z}_k^T \quad \hat{\omega}_k^T]^T$ y e_k el error del observador, definido como:

$$\begin{aligned} e_k &= \tilde{y}_{k-d_k^{SC}} - \mathcal{C} \mathcal{A}^{-d_k^{SC}} \hat{z}_k \\ &+ \mathcal{C} \mathcal{A}^{-d_k^{SC}} \left(\Phi_k(h_1^{CA}) + \Phi_k(h_2^{CA}) + \Omega_k(d_k^{SC}) \right), \end{aligned} \quad (6.12)$$

donde

$$\Omega_k(d_k^{SC}) = \sum_{i=0}^{d_k^{SC}-1} A^{d_k^{SC}-i-1} B u_{k-d_k^{SC}+i-d_k^{CA}}. \quad (6.13)$$

Nota 6.4.1 El esquema de control planteado sin compensación de retardos se puede formular sustituyendo K_z y \hat{z}_k por K y $\hat{\mathbf{x}}_k$ en (6.6), respectivamente

$$\tilde{\mathbf{u}}_k = K\hat{\mathbf{x}}_k + K_w\hat{\omega}_k, \quad (6.14)$$

donde $\hat{\mathbf{x}}_k$ es el estado observado de la planta, obtenido del siguiente ESO construido:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathcal{A}\hat{\mathbf{x}}_k + \mathcal{B}\mathbf{u}_k + \mathcal{L} \left(\tilde{\mathbf{y}}_{k-d^{SC}} - \mathcal{C}\hat{\mathbf{x}}_k \right), \\ \mathcal{B} &= [B^T \quad 0_{m \times q}]^T, \end{aligned} \quad (6.15)$$

donde $\hat{\mathbf{x}}_k^T = [\hat{\mathbf{x}}_k^T \quad \hat{\omega}_k^T]$. Cabe destacar que (6.14) y (6.15) se pueden obtener respectivamente de (6.6) y (6.10) imponiendo $h_1^{CA} = h_2^{CA} = h_1^{SC} = h_2^{SC} = 0$. Por tanto, en ausencia de retardos, las expresiones (6.6), (6.10) y (6.14), (6.15) son equivalentes. El anterior esquema de control sin compensación de retardos será utilizado para ilustrar los beneficios de utilizar la estrategia propuesta en la Sección 6.8 y en los resultados experimentales en la Sección 6.9.

6.4.1 Control por eventos

Se presenta la siguiente estrategia de control por eventos para el sistema (6.1):

$$\mathbf{u}_k = \begin{cases} \tilde{\mathbf{u}}_k & \text{si (6.17) es verdadero} \\ \mathbf{u}_{k-1} & \text{en caso contrario,} \end{cases} \quad (6.16)$$

donde $\tilde{\mathbf{u}}_k$ es definida en (6.6) y la condición de activación del evento (6.17) es utilizada para decidir si la acción de control \mathbf{u}_k debe ser enviada al actuador:

$$(\tilde{\mathbf{u}}_k - \mathbf{u}_{k-1})^T \Omega_u (\tilde{\mathbf{u}}_k - \mathbf{u}_{k-1}) > \sigma_u \tilde{\mathbf{u}}_k^T \Omega_u \tilde{\mathbf{u}}_k, \quad (6.17)$$

siendo $\Omega_u \in \mathcal{R}^m$ y σ_u un escalar positivo, los cuales serán parámetros de diseño.

De forma análoga a (6.16), la salida medida con retardo \tilde{y}_k en (6.12) transmitida por el sensor al controlador es definida aplicando la siguiente estrategia de envío:

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \begin{cases} \mathbf{y}_k & \text{Si (6.19) es verdadero} \\ \tilde{\mathbf{y}}_{k-1} & \text{en caso contrario,} \end{cases} \quad (6.18)$$

donde \mathbf{y}_k es la salida medida dada por (6.1) y la condición de activación del evento en el sensor se define como sigue:

$$(\mathbf{y}_k - \tilde{\mathbf{y}}_{k-1})^T \Omega_y (\mathbf{y}_k - \tilde{\mathbf{y}}_{k-1}) > \sigma_y \mathbf{y}_k^T \Omega_y \mathbf{y}_k, \quad (6.19)$$

siendo $\Omega_y \in \mathcal{R}^p$ y el escalar positivo σ_y parámetros a diseñar. Por tanto, la medida será enviada desde el sensor al controlador remoto si la condición (6.19) se cumple.

Es interesante destacar que la ganancia del controlador y del observador K_w , K y \mathcal{L} definidos respectivamente en (6.6), (6.7) y (6.10), junto con los parámetros de activación de evento Ω_u , σ_u , Ω_y , σ_y definidos en (6.17) y (6.19), se diseñan no solo para estabilizar el sistema en bucle cerrado, sino también para reducir el uso de banda tanto como sea posible mientras se cumple con diferentes criterios de desempeño: atenuación máxima de perturbación según la norma H_∞ , rechazo de perturbaciones en régimen permanente según la dinámica conocida y robustez contra retardos temporales variables.

Nota 6.4.2 Cabe destacar que imponiendo $\sigma_u = 0$ y $\sigma_y = 0$ en (6.17) y (6.19), se obtiene una estrategia de envío de datos cada periodo de muestreo T_s . Por tanto, un mínimo periodo de muestreo de T_s está garantizado, evitando el denominado "Zeno behaviour" [208]. Esta estrategia de control sin eventos será utilizada para ilustrar el controlador propuesto hace frente a retardos variables en la Sección 6.8 y en los resultados experimentales en la Sección 6.9.

6.5 Modelo en espacio de estados interconectado libre de retardos

A continuación se va a mostrar que el bucle de control en lazo cerrado formado por el sistema en (6.1) y la ley de control (6.16) pueden ser expresadas de forma equivalente como un modelo interconectado libre de retardos (ver Lema 6.5.2). Este resultado será utilizado para garantizar la estabilidad del bucle cerrado en la Sección 6.6.

Lema 6.5.1 Dado una señal discreta cualquiera \mathbf{u}_k , se define $\mathbf{u}_{d,k} = \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}$ y $\mathbf{w}_{d,k}$ como:

$$\mathbf{w}_{d,k} = \frac{2}{\tau_{CA}} \left(\mathbf{u}_{k-d_k^{CA}} - \frac{1}{2} \left(\mathbf{u}_{k-h_1^{CA}} + \mathbf{u}_{k-h_2^{CA}} \right) \right), \quad (6.20)$$

donde $\tau_{CA} = h_2^{CA} - h_1^{CA}$. Entonces, el operador variante en el tiempo $\Delta_d : \mathbf{u}_d \rightarrow \mathbf{w}_d$ proyecta $\mathbf{w}_{d,k} = \frac{1}{\tau_{CA}} \sum_{i=k-h_2^{CA}}^{k-h_1^{CA}-1} \phi(i) \mathbf{u}_{d,i}$, donde

$$\phi(i) = \begin{cases} 1 & \text{si } i < k - d_k^{CA} - 1, \\ -1 & \text{en caso contrario,} \end{cases} \quad (6.21)$$

y satisface $\|X\Delta_d X^{-1}\|_\infty \leq 1$ para cualquier matriz invertible X , donde el símbolo $\|\cdot\|_\infty$ denota la más grande posible norma inducida \mathcal{L}_2 de un operador genérico.

Prueba 6.5.1 La prueba es una adaptación del Lema 2 [209] para sistemas continuos en el tiempo.

Se define $S = X^T X$, considerando la norma \mathcal{L}_2 de $\mathbf{w}_{d,k}$ y $\mathbf{u}_{d,k}$:

$$\|\mathbf{w}_d\|_{l_2} = \left(\sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{w}_{d,j}^T S \mathbf{w}_{d,j} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \|\mathbf{u}_d\|_{l_2} = \left(\sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{u}_{d,j}^T S \mathbf{u}_{d,j} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (6.22)$$

Aplicando la desigualdad de Jensen y reemplazando $\mathbf{w}_{d,j} = \frac{1}{\tau_{CA}} \sum_{i=j-h_2^{CA}}^{j-h_1^{CA}-1} \phi(i) \mathbf{u}_{d,i}$ en $\|\mathbf{w}_d\|_{l_2}$ se obtiene:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{w}_d\|_{l_2}^2 &= \frac{1}{\tau_{CA}^2} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\sum_{i=j-h_2^{CA}}^{j-h_1^{CA}-1} \phi(i) \mathbf{u}_{d,i} \right)^T S \left(\sum_{i=j-h_2^{CA}}^{j-h_1^{CA}-1} \phi(i) \mathbf{u}_{d,i} \right) \\ &\leq \frac{1}{\tau_{CA}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=j-h_2^{CA}}^{j-h_1^{CA}-1} \phi^2(i) \mathbf{u}_{d,i}^T S \mathbf{u}_{d,i} = \frac{1}{\tau_{CA}} \sum_{i=j-h_2^{CA}}^{j-h_1^{CA}-1} \underbrace{\sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{u}_{d,i}^T S \mathbf{u}_{d,i}}_{\|\mathbf{u}_d\|_{l_2}^2}. \end{aligned} \quad (6.23)$$

Entonces, se tiene $\|\mathbf{w}_d\|_{l_2}^2 \leq \|\mathbf{u}_d\|_{l_2}^2$ para cualquier matriz invertible X .

Lema 6.5.2 *El sistema en lazo cerrado (6.1) con la ley de control (6.16) se puede modelar como el sistema interconectado del modelo libre de retardos M_S y el sistema incierto Δ :*

$$M_S : \begin{cases} \xi_{k+1} = \bar{A}_k \xi_k + \bar{G}_k \bar{w}_k + \bar{F} w_k, \\ \bar{y}_k = \bar{H} \xi_k + \bar{D} \bar{w}_k + \bar{J} w_k \end{cases}, \quad (6.24)$$

$$\Delta : \begin{cases} \bar{w}_k = \bar{\Delta}_k \bar{y}_k, \end{cases},$$

donde $\bar{\Delta}_k$ es un operador variable en el tiempo desconocido teniendo estructura de matriz diagonal a bloques: $\bar{\Delta}_k = \text{diag}(\Delta_d, \Delta_\eta, \Delta_\rho^*, \Delta_\nu)$ con $\Delta_d \in \mathcal{R}^m$, $\Delta_\eta \in \mathcal{R}^m$, $\Delta_\rho^* \in \mathcal{R}^p$, $\Delta_\nu \in \mathcal{R}^{n \times m}$, y satisface $\|T_1 \bar{\Delta} T_2^{-1}\|_\infty \leq 1$, donde los factores de escala T_1 y T_2 se definen como sigue:

$$T_1 = \text{diag}(X, X_u, X_y, I_n), \quad (6.25)$$

$$T_2 = \text{diag}(X, X_u, X_y, I_m),$$

$$X_u^T X_u = \Omega_u, \quad X_y^T X_y = \Omega_y$$

y

$$\xi_k^T = [z_k^T \quad u_{k-1}^T \quad \bar{e}_k^T], \quad \bar{e}_k = \bar{z}_k - \hat{z}_k, \quad \mathcal{K} = [K_z \quad K_w] \quad (6.26)$$

$$\bar{A}_k = \begin{bmatrix} A + \tilde{B}K_z & 0 & -\tilde{B}\mathcal{K} \\ K_z & 0 & -\mathcal{K} \\ 0 & 0 & \mathcal{A} - \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{L} \mathcal{C} \mathcal{A}^{-d_k^{SC}} \end{bmatrix},$$

$$\bar{G}_k = \begin{bmatrix} G & \sqrt{\sigma_u} \tilde{B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{G} & 0 & -\tau_{SC} \sqrt{\sigma_y} \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{L} & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{F} = \begin{bmatrix} F + \tilde{B}K_w \\ K_w \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} K_z & -I_m & -\mathcal{K} \\ K_z & 0 & -\mathcal{K} \\ C & C\Gamma_1 & 0 \\ K_z & -I_m & -\mathcal{K} \end{bmatrix}, \quad \bar{D} = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{\sigma_u} I_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu C \\ 0 & \sqrt{\sigma_u} I_m & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}\bar{J}^T &= [K_w^T \quad K_w^T \quad 0 \quad K_w^T], \\ \Gamma_1 &= \left(\sum_{j=0}^{h_1^{CA}-1} A^{-j-1} + \sum_{j=0}^{h_2^{CA}-1} A^{-j-1} \right) \frac{B}{2}, \\ \mu &= \left\| \sum_{r=1}^2 \sum_{j=0}^{h_r^{CA}-1} \sum_{f=1}^{h_r^{CA}-j-1} A^{-j-1} \frac{B}{2} z^{-f} \right\|_{\infty},\end{aligned}$$

donde \tilde{B} y K_z son definidas respectivamente en (6.11) y (6.7). El símbolo z dado en la expresión de la definición de μ corresponde al operador de tiempo discreto.

Prueba 6.5.2 Se define $\bar{x}_k^T = [x_k^T \quad \omega_k^T]$. A partir de (6.3) y el sistema (6.1) con $\omega_{u,k} = 0$, se puede expresar como en espacio de estados ampliado como

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathcal{A}\bar{\mathbf{x}}_k + \mathcal{B}\mathbf{u}_{k-d_k^{CA}}, \quad (6.27)$$

donde \mathcal{A} y \mathcal{B} son definidas en (6.4) y (6.15) respectivamente. Entonces se tiene la predicción del estado en el h -instante de $\bar{\mathbf{x}}_k$:

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+h} = \mathcal{A}^h \bar{\mathbf{x}}_k + \bar{\Omega}_{k+h}(h), \quad (6.28)$$

donde

$$\bar{\Omega}_k(h) = \sum_{i=0}^{h-1} \mathcal{A}^{h-i-1} \mathcal{B}\mathbf{u}_{k-h+i-d_{k-h+i}^{CA}}. \quad (6.29)$$

De la definición de \mathcal{A} y \mathcal{B} en las ecuaciones (6.4) y (6.27), lo cual conlleva a $\bar{\Omega}_{k+h}(h) = [\Omega_{k+h}^T(h) \quad 0_{m \times q}]^T$, siendo

$$\Omega_k(h) = \sum_{i=0}^{h-1} A^{h-i-1} B\mathbf{u}_{k-h+i-d_{k-h+i}^{CA}}. \quad (6.30)$$

El estado h -instante anterior a (6.28) lleva a

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \mathcal{A}^h \bar{\mathbf{x}}_{k-h} + \bar{\Omega}_k(h). \quad (6.31)$$

Multiplicando ambos lados de (6.31) por \mathcal{CA}^{-h} se obtiene

$$\mathcal{CA}^{-h} \bar{\mathbf{x}}_k = \mathcal{C} \bar{\mathbf{x}}_{k-h} + \mathcal{CA}^{-h} \bar{\Omega}_k(h). \quad (6.32)$$

De la definición de \mathcal{A} , \mathcal{C} en (6.4), se obtiene que (6.32) es equivalente a

$$\mathcal{CA}^{-h} \bar{\mathbf{x}}_k = \mathcal{C} \mathbf{x}_{k-h} + \mathcal{CA}^{-h} \Omega_k(h). \quad (6.33)$$

Sustituyendo h por d_k^{SC} en la expresión anterior se obtiene

$$\mathcal{CA}^{-d_k^{SC}} \bar{\mathbf{x}}_k = \underbrace{\mathcal{C} \mathbf{x}_{k-d_k^{SC}}}_{\tilde{\mathbf{y}}_{k-d_k^{SC}}} + \mathcal{CA}^{-d_k^{SC}} \Omega_k(d_k^{SC}), \quad (6.34)$$

lo cual lleva a

$$\tilde{\mathbf{y}}_{k-ad_k^{SC}} = \mathcal{CA}^{-d_k^{SC}} \bar{\mathbf{x}}_k - \mathcal{CA}^{-d_k^{SC}} \Omega_k(d_k^{SC}). \quad (6.35)$$

Por otra parte, de (6.10) y definiendo

$$\rho_k = \frac{1}{\sqrt{\sigma_y}} (\mathbf{y}_k - \tilde{\mathbf{y}}_k), \quad (6.36)$$

se obtiene

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}_{k+1} &= \mathcal{A} \hat{\mathbf{z}}_k + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{u}_k + \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{L} \tilde{\mathbf{y}}_{k-d_k^{SC}} + \sqrt{\sigma_y} \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{L} \rho_{k-d_k^{SC}} \\ &+ \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{L} \mathcal{CA}^{-d_k^{SC}} (\Phi_k(h_1^{CA}) + \Phi_k(h_2^{CA}) + \Omega_k(d_k^{SC})) \\ &- \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{L} \mathcal{CA}^{-d_k^{SC}} \hat{\mathbf{z}}_k. \end{aligned} \quad (6.37)$$

Sustituyendo el término $\tilde{\mathbf{y}}_{k-d_k^{SC}}$ de (6.35) en la expresión (6.37) y reorganizando términos, se obtiene

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{\mathbf{z}}}_{k+1} &= \mathcal{A}\hat{\tilde{\mathbf{z}}}_k + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}_k \\ &+ \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{LCA}^{-d_k^{SC}} (\Phi_k(h_1^{CA}) + \Phi_k(h_2^{CA})) \\ &+ \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{LCA}^{-d_k^{SC}} (\bar{\mathbf{x}}_k - \hat{\tilde{\mathbf{z}}}_k) + \sqrt{\sigma_y} \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{L} \rho_{k-d_k^{SC}}.\end{aligned}\quad (6.38)$$

Considerando (6.8), $\bar{\mathbf{x}}_k^T = (x_k^T, \omega_k^T)$ y $\mathbf{x}_k = \mathbf{z}_k - \Phi_k(h_1^{CA}) - \Phi_k(h_2^{CA})$ se obtiene que $\bar{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{z}}_k - \bar{\Phi}_k(h_1^{CA}) - \bar{\Phi}_k(h_2^{CA})$, donde $\bar{\Phi}_k(h_i^{CA}) = [\Phi_k^T(h_i^{CA}) \quad 0_{m \times q}]^T$ $i = 1, 2$ y $\bar{\mathbf{z}}_k^T = [z_k^T, \omega_k^T]$. Por tanto, sustituyendo $\bar{\mathbf{x}}_k$ por $\bar{\mathbf{z}}_k - \bar{\Phi}_k(h_1^{CA}) - \bar{\Phi}_k(h_2^{CA})$ en (6.38), y teniendo en consideración que $\mathcal{CA}^{-d_k^{SC}} \bar{\Phi}_k(h_i^{CA}) = CA^{-d_k^{SC}} \Phi_k(h_i^{CA})$, $i = 1, 2$ se obtiene

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{\mathbf{z}}}_{k+1} &= \mathcal{A}\hat{\tilde{\mathbf{z}}}_k + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}_k + \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{LCA}^{-d_k^{SC}} (\bar{\mathbf{z}}_k - \hat{\tilde{\mathbf{z}}}_k) \\ &+ \sqrt{\sigma_y} \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{L} \rho_{k-d_k^{SC}}.\end{aligned}\quad (6.39)$$

Se define el error como $\bar{\mathbf{e}}_k = \bar{\mathbf{z}}_k - \hat{\tilde{\mathbf{z}}}_k$. Entonces, se puede reescribir $\tilde{\mathbf{u}}_k = \mathcal{K}\hat{\tilde{\mathbf{z}}}_k$ como

$$\tilde{\mathbf{u}}_k = \mathcal{K}\bar{\mathbf{z}}_k - \mathcal{K}\bar{\mathbf{e}}_k \quad (6.40)$$

El estado en el siguiente instante \mathbf{z}_{k+1} y el error $\bar{\mathbf{e}}_{k+1}$ conlleva

$$\begin{aligned}\mathbf{z}_{k+1} &= A\mathbf{z}_k + \tilde{B}(\tilde{\mathbf{u}}_k + \sqrt{\sigma_u}\eta_k) + G\mathbf{w}_{d,k} + F\mathbf{w}_k, \\ \bar{\mathbf{e}}_{k+1} &= \left(\mathcal{A} - \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{LCA}^{-d_k^{SC}} \right) \bar{\mathbf{e}}_k \\ &+ G\mathbf{w}_{d,k} - \sqrt{\sigma_y} \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{L} \rho_{k-d_k^{SC}}\end{aligned}\quad (6.41)$$

donde

$$\eta_k = \frac{1}{\sqrt{\sigma_u}} (\mathbf{u}_k - \tilde{\mathbf{u}}_k). \quad (6.42)$$

Teniendo en cuenta las expresiones anteriores, el modelo en espacio de estado ampliado se representa como

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{k+1} \\ \mathbf{u}_k \\ \tilde{\mathbf{e}}_{k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A + \tilde{B}K_z & 0 & -\tilde{B}\mathcal{K} \\ K_z & 0 & -\mathcal{K} \\ 0 & 0 & \mathcal{A} - \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{L} \mathcal{C} \mathcal{A}^{-d_k^{SC}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_k \\ \mathbf{u}_{k-1} \\ \tilde{\mathbf{e}}_k \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} G \\ 0 \\ \mathcal{G} \end{bmatrix} \mathbf{w}_{d,k} + \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_u} \tilde{B} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \eta_k - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (\tau_{SC} + 1) \sqrt{\sigma_y} \mathcal{A}^{d_k^{SC}} \mathcal{L} \end{bmatrix} \tilde{\rho}_k \\
 &+ \begin{bmatrix} F + \tilde{B}K_w \\ K_w \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{w}_k,
 \end{aligned} \tag{6.43}$$

donde $\tilde{\rho}_k = \left(\frac{1}{\tau_{SC} + 1} \right) \rho_{k-d_k^{SC}}$.

De (6.16), (6.17), (6.18), y (6.19), se puede deducir que las siguientes condiciones de cumplirán siempre

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{u}_k - \tilde{\mathbf{u}}_k)^T \Omega_u (\mathbf{u}_k - \tilde{\mathbf{u}}_k) &\leq \sigma_u \tilde{\mathbf{u}}_k^T \Omega_u \tilde{\mathbf{u}}_k, \\
 (\mathbf{y}_k - \tilde{\mathbf{y}}_k)^T \Omega_y (\mathbf{y}_k - \tilde{\mathbf{y}}_k) &\leq \sigma_y \tilde{\mathbf{y}}_k^T \Omega_y \tilde{\mathbf{y}}_k.
 \end{aligned} \tag{6.44}$$

De (6.36) y (6.42), se puede representar de como

$$\eta_k = \Delta_{\eta,k} \tilde{\mathbf{u}}_k, \quad \rho_k = \Delta_{\rho,k} \tilde{\mathbf{y}}_k, \tag{6.45}$$

donde $\Delta_\eta : \tilde{\mathbf{u}} \rightarrow \eta$ y $\Delta_\rho : \tilde{\mathbf{y}} \rightarrow \rho$ son los operadores variantes en el tiempo que satisfacen respectivamente

$$\|\mathbf{X}_u \Delta_\eta \mathbf{X}_u^{-1}\|_\infty \leq 1, \quad \|\mathbf{X}_y \Delta_\rho \mathbf{X}_y^{-1}\|_\infty \leq 1, \tag{6.46}$$

donde $\mathbf{X}_u^T \mathbf{X}_u = \Omega_u$ y $\mathbf{X}_y^T \mathbf{X}_y = \Omega_y$. Junto con $\Delta_d : u_d \rightarrow w_d$ (definido en el Lema 6.5.1), y Δ_η, Δ_ρ , el siguiente operador variante en el tiempo normalizado $\Delta_{\rho,d}$ es introducido

$$\begin{aligned}
 \Delta_{\rho,d} : \rho &\rightarrow \tilde{\rho}, \\
 \Delta_\rho^* &= \Delta_\rho \Delta_{\rho,d} : \tilde{\mathbf{y}} \rightarrow \tilde{\rho},
 \end{aligned} \tag{6.47}$$

donde $\tilde{\rho}_k = \Delta_{\rho,k}^* \rho_k = \left(\frac{1}{\tau_{SC}+1}\right) \rho_{k-d_k^{SC}}$. Si se considera que $\|\Delta_\rho\|_\infty \leq 1$, $\|\Delta_{\rho,d}\|_\infty \leq 1$, se obtiene $\|\Delta_\rho^*\|_\infty \leq 1$. Por tanto, del Lema 6.5.1 y (6.45) se tiene

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_{d,k} \\ \eta_k \\ \tilde{\rho}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_d & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_\eta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_\rho^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{d,k} \\ \tilde{u}_k \\ \tilde{\mathbf{y}}_k \end{bmatrix}, \quad (6.48)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{d,k} &= \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1} \\ &= [K_z \quad -I_m \quad -\mathcal{K}] \xi_k + \sqrt{\sigma_u} \eta_k + K_w \mathbf{w}_k, \\ \tilde{\mathbf{u}}_k &= \mathcal{K} (\bar{\mathbf{z}}_k - \bar{\mathbf{e}}_k) = [K_z \quad 0 \quad -\mathcal{K}] \xi_k + K_w \mathbf{w}_k, \\ \tilde{\mathbf{y}}_k &= C \mathbf{x}_k = C \mathbf{z}_k - C (\Phi_k(h_1^{CA}) + \Phi_k(h_2^{CA})). \end{aligned} \quad (6.49)$$

Se destaca que la siguiente expresión se satisface

$$\Phi_k(h_1^{CA}) + \Phi_k(h_2^{CA}) = \Gamma_1 \mathbf{u}_{k-1} - \Pi_k, \quad (6.50)$$

donde Γ_1 es definida en (6.26) y

$$\begin{aligned} \Pi_k &= \sum_{j=0}^{h_1^{CA}-1} \sum_{f=1}^{h_1^{CA}-j-1} A^{-j-1} \frac{B}{2} \mathbf{u}_{d,k-f} \\ &+ \sum_{j=0}^{h_2^{CA}-1} \sum_{f=1}^{h_2^{CA}-j-1} A^{-j-1} \frac{B}{2} \mathbf{u}_{d,k-f}. \end{aligned} \quad (6.51)$$

La expresión $\tilde{\mathbf{y}}_k$ de (6.49) también se puede expresar como:

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = [C \quad C\Gamma_1 \quad 0] \xi_k - \mu C \nu_k, \quad \nu_k = \Delta_\nu \mathbf{u}_{d,k}, \quad (6.52)$$

donde $\xi_k^T = [\mathbf{z}_k^T \quad \mathbf{u}_{k-1}^T \quad \bar{\mathbf{e}}_k^T]$, y el parámetro escalar μ es la norma H_∞ del operador $\Pi_k : \mathbf{u}_d \rightarrow \nu$, el cual es definido en (6.26).

A continuación, se introducen los siguientes vectores:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{w}}_k^T &= [\mathbf{w}_{d,k}^T & \eta_k^T & \tilde{\rho}_k^T & \nu_k^T], \\ \bar{\mathbf{y}}_k^T &= [\mathbf{u}_{d,k}^T & \tilde{\mathbf{u}}_k^T & \tilde{\mathbf{y}}_k^T & \mathbf{u}_{d,k}^T].\end{aligned}\quad (6.53)$$

Considerando también (6.48), se reescribe

$$\bar{\mathbf{w}}_k = \bar{\Delta} \bar{\mathbf{y}}_k, \quad \bar{\Delta} = \text{diag}(\Delta_d, \Delta_\eta, \Delta_\rho^*, \Delta_\nu). \quad (6.54)$$

Es importante destacar de la estructura de $\bar{\Delta}$ en (6.54) que $T_2 \bar{\Delta} = \bar{\Delta} T_1$, donde T_1, T_2 son definidos (6.25). Por tanto $\|T_1 \bar{\Delta} T_2^{-1}\|_\infty \leq 1$. Finalmente, de (6.54), el modelo interconectado es obtenido (6.24), finalizando la prueba del Lema.

El siguiente corolario muestra que los polos de bucle cerrado del sistema son equivalentes a los valores propios de \bar{A}_k en (6.26), los cuales son independientes de los valores de los retardos tomados en los instantes de control d_k^{SC} y d_k^{CA} , siendo equivalentes a los valores propios de $(A + BK)$ y $(A - \mathcal{L}C)$.

Corolario 6.5.1 *La matriz variante en el tiempo \bar{A}_k definida en (6.26) tiene m valores propios en 0, y el resto de los valores propios son los mismos de las matrices $(A + BK)$ y $(A - \mathcal{L}C)$, $\forall k \geq 0$.*

Prueba 6.5.3 *Dividiendo la matriz \bar{A}_k con la siguiente estructura triangular a bloques:*

$$\bar{A}_k = \left[\begin{array}{cc|cc} A + \tilde{B}K_z & 0 & -\tilde{B}\tilde{K} & \\ K_z & 0_m & -\tilde{K} & \\ \hline 0 & 0 & A - \mathcal{A}_k^{d_k^{SC}} \mathcal{L}C \mathcal{A}^{-d_k^{SC}} & \end{array} \right],$$

se puede obtener fácilmente que sus valores propios son los valores propios de las matrices \bar{A}_1 y $\bar{A}_{2,k}$, donde:

$$\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} A + \tilde{B}K_z & 0 \\ K_z & 0_m \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_{2,k} = A - \mathcal{A}_k^{d_k^{SC}} \mathcal{L}C \mathcal{A}^{-d_k^{SC}}.$$

Cabe destacar que la matriz \bar{A}_1 tiene m valores propios iguales a 0, y el resto de los valores propios son los de la matriz $(A + BK_z)$. Finalmente, si se tiene en cuenta lo siguiente para la prueba:

- (i) Los valores propios de $(A + BK)$ son los mismos que $\Xi_2(A + BK)\Xi_2^{-1}$ para cualquier matriz Ξ_2 . Por tanto, eligiendo

$$\Xi_2 = 0.5 \left(A^{-h_1^{CA}} + A^{-h_2^{CA}} \right),$$

se obtiene que $\Xi_2 A \Xi_2^{-1} = A$. También, teniendo en cuenta de (6.11) y (6.7) se tiene que $\tilde{B} = \Xi_2 B$ y $K_z = K \Xi_2^{-1}$. Por tanto, se puede deducir que $(A + \tilde{B}K_z)$ tiene los mismos valores propios que $(A + BK)$.

- (ii) Los valores propios de $(\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C})$ son los mismos que $\Xi_1(\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C})\Xi_1^{-1}$ para cualquier matriz Ξ_1 . Por tanto, escogiendo $\Xi_1 = \mathcal{A}^{d_k^{SC}}$, se obtiene que $\bar{A}_{2,k}$ tiene los valores propios de $(\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C})$ para cualquier retardo d_k^{SC} .

Nota 6.5.1 Cabe destacar que los retardos medidos actuales y pasados d_k^{SC} , d_k^{CA} incluyendo los generados por las pérdidas de paquetes y el desorden de los mismos, son utilizados para actualizar el esquema de control durante la ejecución del control mediante una ley de control por planificación de ganancia dada en (6.10), (6.12) y (6.13). El Corolario 6.5.1 muestra que el comportamiento en bucle cerrado tiende al caso nominal sin retardos al tener los mismos valores propios. Por tanto, se demuestra que la ley de control propuesta con planificación de ganancia y predictor permite controlar el sistema como el equivalente sin retardos.

6.6 Análisis de estabilidad

El siguiente teorema permite demostrar que la estabilidad exponencial con decremento de $0 < \beta \leq 1$ del sistema en lazo cerrado (6.1) con la ley de control (6.16) y el esquema predictor-observador (6.10), para cualquier retardo d_k^{SC}, d_k^{CA} .

Teorema 6.6.1 Dadas las ganancias del controlador y observador \mathcal{K}, \mathcal{L} respectivamente, y los escalares $\sigma_u, \sigma_y, h_1^{SC}, h_2^{SC}, h_1^{CA}, h_2^{CA} > 0$, el sistema en lazo cerrado (6.1) con la ley de control (6.16) y el esquema predictor-observador (6.10) es robustamente exponencialmente estable con decaimiento exponencial

garantizado β si existen las siguientes matrices simétricas $P \in \mathcal{R}^{2n+m+q} > 0$, $\tilde{S} \in \mathcal{R}^m > 0$, $\tilde{\Omega}_u \in \mathcal{R}^m > 0$, $\tilde{\Omega}_y \in \mathcal{R}^p > 0$ y un escalar $\rho > 0$, tal que existe una solución factible que cumpla las siguientes desigualdades matriciales lineales: $\forall i = 1, \dots, h_2^{SC} - h_1^{SC} + 1$:

$$\hat{\Gamma}_i < 0, \quad (6.55)$$

donde

$$\hat{\Gamma}_i = \begin{bmatrix} -\beta^2 P & 0 & 0 & P \hat{A}_i^T & P \bar{H}^T & P \bar{C}_s^T \\ (*) & -\mathcal{W}_1 & 0 & \mathcal{W}_1 \hat{G}_i^T & \mathcal{W}_1 \bar{D}_s^T & \mathcal{W}_1 \bar{D}_s^T \\ (*) & (*) & -\rho I_q & \bar{F}^T & \bar{J}^T & 0 \\ (*) & (*) & (*) & -P & 0 & 0 \\ (*) & (*) & (*) & (*) & -\mathcal{W}_2 & 0 \\ (*) & (*) & (*) & (*) & (*) & -I_{p_s} \end{bmatrix}, \quad (6.56)$$

y

$$\hat{A}_i = \begin{bmatrix} A + \tilde{B}K_z & 0 & -\tilde{B}\mathcal{K} \\ K_z & 0 & -\mathcal{K} \\ 0 & 0 & \mathcal{A} - \mathcal{A}^{d_i} \mathcal{L} \mathcal{C} \mathcal{A}^{-d_i} \end{bmatrix}, \quad (6.57)$$

$$\hat{G}_i = \begin{bmatrix} G & \sqrt{\sigma_u} \tilde{B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{G} & 0 & -\tau_{SC} \sqrt{\sigma_y} \mathcal{A}^{d_i} \mathcal{L} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{W}_1 = \text{diag} \left(\tilde{S}, \tilde{\Omega}_u, \tilde{\Omega}_y, I_m \right),$$

$$\mathcal{W}_2 = \text{diag} \left(\tilde{S}, \tilde{\Omega}_u, \tilde{\Omega}_y, I_n \right),$$

$$\bar{C}_s = [C_s \quad C_s \Gamma_1 \quad 0], \quad \bar{D}_s = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \mu C_s],$$

$$\rho = \gamma^2, \quad \tau_{SC} = h_2^{SC} - h_1^{SC}, \quad \tau_{CA} = h_2^{CA} - h_1^{CA}.$$

donde $d_i = h_1^{SC} + i - 1$, $\bar{F}, \bar{H}, \bar{D}, \bar{J}, \Gamma_1$ y μ son definidas en (6.26). Asimismo, los umbrales de las funciones de activación de los eventos para envío de las acciones de control y las medidas Ω_u, Ω_y respectivamente, son obtenidos como $\Omega_u = \tilde{\Omega}_u^{-1}$, $\Omega_y = \tilde{\Omega}_y^{-1}$.

Prueba 6.6.1 Considera la siguiente función de Lyapunov $V_k = \xi_k^T P^{-1} \xi_k$, donde $P > 0$ y ξ_k^T se han definido en (6.24). el sistema M_S en (6.24) la estabilidad asintótica de forma exponencial garantizado β , con $\|\xi_k\| \leq \Omega \|\xi_0\|^{-\beta}$, $\forall k \geq 0$ para un $\Omega > 0$ arbitrario y cualquier condición inicial ξ_0 , si la siguiente condición se cumple:

$$\Delta_\beta V_k = V_{k+1} - \beta^2 V_k < 0. \quad (6.58)$$

Por otra parte, la salida controlada $y_{s,k}$ en (6.1) se puede representar como:

$$\mathbf{y}_{s,k} = \bar{C}_s \xi_k + \bar{D}_s \bar{\mathbf{w}}_k, \quad (6.59)$$

donde \bar{C}_s y \bar{D}_s son definidas en (6.57).

La siguiente condición (M_S):

$$\Delta_\beta V_k + \bar{\mathbf{y}}_k^T \mathcal{W}_2^{-1} \bar{\mathbf{y}}_k - \bar{\mathbf{w}}_k^T \mathcal{W}_1^{-1} \bar{\mathbf{w}}_k + \mathbf{y}_{s,k}^T \mathbf{y}_{s,k} - \gamma^2 \mathbf{w}_k^T \mathbf{w}_k < 0, \quad (6.60)$$

implica que $\|T_2 M_S T_1^{-1}\|_\infty \leq 1$ y $\|\mathbf{y}_s\|^2 \leq \gamma^2 \|\bar{\mathbf{w}}\|^2$, donde T_1, T_2 se definen en (6.25) y $\mathcal{W}_1^{-1} = T_1^T T_1$, $\mathcal{W}_2^{-1} = T_2^T T_2$.

De (6.24) y (6.59), la expresión (6.60) permite obtener:

$$\begin{aligned} & \xi_k^T (\bar{A}_k^T P^{-1} \bar{A}_k - \beta^2 P^{-1} + \bar{H}^T \mathcal{W}_2^{-1} \bar{H} + \bar{C}_s^T \bar{C}_s) \xi_k \\ & + 2\xi_k^T \bar{A}_k^T P \bar{G}_k \bar{\mathbf{w}}_k + 2\xi_k^T \bar{C}_s^T \bar{D}_s \mathbf{w}_k \\ & + 2\xi_k^T \bar{A}_k^T P \bar{F} \mathbf{w}_k + \bar{\mathbf{w}}_k^T (\bar{G}_k^T P \bar{G}_k - \mathcal{W}_1^{-1}) \bar{\mathbf{w}}_k \\ & + 2\bar{\mathbf{w}}_k^T \bar{G}_k^T P \bar{F} \mathbf{w}_k + \mathbf{w}_k^T (\bar{D}_s^T \bar{D}_s - \gamma^2 I_q) \mathbf{w}_k < 0. \end{aligned} \quad (6.61)$$

Si se aplica el complemento Schur, la siguiente inecuación es obtenida:

$$\hat{\Gamma}_i = \begin{bmatrix} -\beta^2 P^{-1} & 0 & 0 & \hat{A}_i^T & \bar{H}^T & \bar{C}_s^T \\ (*) & -\mathcal{W}_1^{-1} & 0 & \hat{G}_i^T & \bar{D}^T & \bar{D}_s^T \\ (*) & (*) & -\gamma^2 I_q & \bar{F}^T & \bar{J}^T & 0 \\ (*) & (*) & (*) & -P & 0 & 0 \\ (*) & (*) & (*) & (*) & -\mathcal{W}_2 & 0 \\ (*) & (*) & (*) & (*) & (*) & -I_{p_s} \end{bmatrix}. \quad (6.62)$$

Pre-multiplicando y post-multiplicando la anterior inecuación por

$$\text{diag}(P, \mathcal{W}_1, I, I, I, I), \quad (6.63)$$

y con

$$(\bar{A}_k, \bar{G}_k) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(d_k^{SC}) (\hat{A}_i, \hat{G}_i), \quad (6.64)$$

donde $r = h_2^{SC} - h_1^{SC} + 1$, siendo \hat{A}_i, \hat{G}_i es definido en (6.57), y

$$\lambda_i(d_k^{SC}) = \begin{cases} 1 & \text{si } d_k^{SC} - h_1^{SC} + 1 = i \\ 0 & \text{en caso contrario,} \end{cases} \quad (6.65)$$

la inecuación (6.61) es equivalente a:

$$\sum_{i=1}^r \lambda_i(d_k^{SC}) \tilde{\Gamma}_i < 0, \quad (6.66)$$

donde $\tilde{\Gamma}_i$ se define en (6.56). Teniendo en cuenta que las funciones escalares $\lambda_i(\cdot)$ en (6.65) cumplen las propiedades de suma convexa: $\sum_{i=1}^r \lambda_i(\cdot) = 1$, $0 \leq \lambda_i(\cdot) \leq 1$, una condición suficiente para (6.66) se da en (6.55).

Nota 6.6.1 La norma H_∞ del índice de rechazo de perturbaciones $\gamma = \sqrt{\rho}$ puede ser obtenido del Teorema 6.6.1 resolviendo el siguiente problema de optimización convexa:

$$\min \rho \text{ s.t. LMIs (6.55)}. \quad (6.67)$$

6.7 Diseño del controlador

Si las ganancias del controlador K y observador \mathcal{L} son variables a definir por la LMI, entonces (6.55) es no lineal. Por tanto, el problema de obtención de los parámetros de control expresado en el Teorema (6.6.1) o (6.67) da lugar a un problema no convexo, el cual no puede resolverse de forma eficiente con técnicas de programación semidefinida. En esta sección, se propone un algoritmo complementario de linealización de cono (CCL) para buscar valores de K y \mathcal{L} que conduzcan a ciertos criterios de diseño: retardos máximos a permitir τ_{SC} , τ_{CA} , ancho de banda de la comunicación mediante σ_u, σ_y , el ratio de decrecimiento β , o la norma H_∞ del rechazo de perturbaciones γ correspondiente a la función de transferencia entre la perturbación \mathbf{w}_k y la salida controlada $\mathbf{y}_{s,k}$.

A destacar si se denota $Q = P^{-1}$ y $\mathcal{X}_y = \Omega_y^{-1}$ en (6.62), y la pre y post multiplicación por $\text{diag}(I, \tilde{\mathcal{W}}_1, I, I, I, I)$ (donde $\tilde{\mathcal{W}}_1$ es definida más adelante), se obtiene:

$$\hat{\Gamma}_i^* = \begin{bmatrix} -\beta^2 Q & 0 & 0 & \hat{A}_i^T & \bar{H}^T & \bar{C}_s^T \\ (*) & -\tilde{\mathcal{X}}_1 & 0 & \tilde{\mathcal{W}}_1 \hat{G}_i^T & \tilde{\mathcal{W}}_1 \bar{D}^T & \tilde{\mathcal{W}}_1 \bar{D}_s^T \\ (*) & (*) & -\gamma^2 I_q & \bar{F}^T & \bar{J}^T & 0 \\ (*) & (*) & (*) & -P & 0 & 0 \\ (*) & (*) & (*) & (*) & -\mathcal{W}_2 & 0 \\ (*) & (*) & (*) & (*) & (*) & -I_{p_s} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathcal{W}}_1 = \text{diag}(S, \Omega_u, I_p, I), \quad (6.68)$$

$$\tilde{\mathcal{X}}_1 = \text{diag}(S, \Omega_u, \mathcal{X}_y, I)$$

También, se introduce las condiciones de la LMI para relajar las restricciones de igualdad $PQ = I$ y $\Omega_y \mathcal{X}_y = I$ para el algoritmo CCL:

$$\begin{bmatrix} P & I \\ I & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} \Omega_y & I \\ I & \mathcal{X}_y \end{bmatrix} \geq 0, \quad (6.69)$$

junto la siguiente función objetivo a minimizar:

$$\min(\text{trace}(PQ + QP + \Omega_y \mathcal{X}_y + \mathcal{X}_y \Omega_y)). \quad (6.70)$$

6.7.1 Descripción del algoritmo CCL

Sean σ_u , σ_y , β y γ los índices de evaluación a ser mejorados por el diseño del controlador, y sean δ_σ^u , δ_σ^y , δ_β y δ_γ sus respectivos valores incrementales de cada iteración. Por tanto, si solo es de interés uno de ellos, por ejemplo maximizar σ_y tanto como sea posible, su incremento δ_σ^y debe ser definido tan estrictamente como sea posible, y los del resto de parámetros nulos. El algoritmo se describe a continuación:

- Paso (i): Diseñar K y \mathcal{L} de la forma que $A + BK$ y $\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C}$ sean estables Schur, y K_w para conseguir un error nulo en régimen permanente debido a la perturbación externa w_k .
- Paso (ii): Resolver el problema de optimización convexa (6.67) eligiendo valores suficientemente pequeños para $\sigma_u = \sigma_u^0$, $\sigma_y = \sigma_y^0$, y $\beta = \beta^0$ para obtener una solución factible. Elegir $q = 0$, $P_0 = P$, $Q_0 = P^{-1}$, $\Omega_{y,0} = \Omega_y$, $\mathcal{X}_{y,0} = \Omega_y^{-1}$ y $\gamma^0 = \sqrt{\rho}$.
- Paso (iii): Resolver el problema de optimización convexa $\min(\text{trace}(P_q Q + Q_q P + \Omega_{y,q} \mathcal{X}_y + \mathcal{X}_{y,q} \Omega_y))$ sujeto a la LMI (6.69) y $\hat{\Gamma}_i^* < 0$, $i = 1, \dots, h_2^{SC} - h_1^{SC} + 1$, donde $\hat{\Gamma}_i^*$ es definido en (6.68), considerando $\sigma_u = \sigma_u^q + \delta_\sigma^u$, $\sigma_y = \sigma_y^q + \delta_\sigma^y$, $\beta = \beta^q - \delta_\beta$ y $\gamma = \gamma^q + \delta_\gamma$, donde $\hat{\Gamma}_i^*$ es definido en (6.68), y $P, Q, S, \Omega_u, \Omega_y > 0, K, K_w, \mathcal{L}$ son variables de decisión.
- Paso (iv): Si se encuentra una solución factible, ir al paso (v), sino poner $\delta_\sigma^u = \delta_\sigma^u/h$, $\delta_\sigma^y = \delta_\sigma^y/h$, $\delta_\beta = \delta_\beta/h$ y $\delta_\gamma = \delta_\gamma/h$, para $h > 1$, hasta que se encuentre una solución factible (iii).
- Paso (v): Comprobar si (6.55) se mantiene con los valores obtenidos en el Paso(iv) con $P = m_1 P^* + (1 - m_1) (Q^*)^{-1}$ y $\Omega_y = m_2 \Omega_y^* + (1 - m_2) (\mathcal{X}_y^*)^{-1}$, para $0 \leq m_i \leq 1$, $i = 1, 2$, donde P^* , Q^* , Ω_y^* y \mathcal{X}_y^* son las soluciones factibles obtenidas en el Paso(iii). Si se cumplen las inecuaciones (6.55), ir al Paso(vi). Sino, poner $\delta_\sigma^u = \delta_\sigma^u/h$, $\delta_\sigma^y = \delta_\sigma^y/h$, $\delta_\beta = \delta_\beta/h$ y $\delta_\gamma = \delta_\gamma/h$, para $h > 1$, y ejecutar los Pasos (iii), (iv) y (v) hasta obtener una solución factible.
- Paso (vi): Si después de un número máximo de iteraciones aún no se alcanza, poner $q = q + 1$, $P_q = P_{q-1}$, $Q_q = P_{q-1}^{-1}$, $\sigma_u^q = \sigma_u^{q-1}$, $\sigma_y^q = \sigma_y^{q-1}$, $\epsilon_\beta^q = \epsilon_\beta^{q-1}$, $\epsilon_\gamma^q = \epsilon_\gamma^{q-1}$ e ir al Paso (iii). En caso de alcanzarlo, se finaliza el algoritmo.

6.8 Simulaciones

Para demostrar la eficacia de la estrategia de control diseñada se van a simular dos ejemplos. El primero muestra para una planta inestable de segundo orden, con perturbación en un canal diferente al de la acción de control. En el segundo ejemplo se considera el sistema doble integrador, el cual se validará en los resultados experimentales. Los retardos para ambos ejemplos se han obtenido a partir de la función "randi()" de Matlab para el rango deseado. La semilla usada para el canal sensor-controlador ha sido 111 y la empleada para el canal controlador-actuador ha sido 555.

6.8.1 Ejemplo 1: Proceso de segundo orden inestable

Se considera la planta de segundo orden inestable estudiada en [210], donde para rechazar las perturbaciones la estrategia desarrollada utiliza un Observador de Estado Extendido (ESO) de ganancia planificada (frente a un ESO estándar utilizado en [210]). El tiempo de muestreo es de $T_s = 0.1s$. El sistema discreto a la planta en espacio de estados (6.1) corresponde a:

$$A = \begin{bmatrix} 1.0101 & 0.0600 \\ 0 & 0.9900 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.1035 \\ 0.0995 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 1]. \quad (6.71)$$

Para la simulación, se introduce la siguiente perturbación w_k , donde el elemento ω_k con la dinámica conocida se asume de la siguiente forma:

$$\omega_k = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 9s \text{ || } t > 27s \\ -0.2 & \text{en caso contrario.} \end{cases} \quad (6.72)$$

y la dinámica desconocida $w_{u,k}$ se considera aleatoria con un máximo de amplitud de la señal de valor 0.05.

Se tiene $F = B$, $C_s = [0, 1]$. Además de (6.72) se deduce que ω_k puede ser modelado usando (6.3) con $A_w = 1$, $C_w = 1$. Por tanto, se considera que la estrategia propuesta por eventos (6.16)-(6.19) con K y \mathcal{L} , de la forma que $A + BK$ y $\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C}$ son matrices estables tipo Schur:

$$\begin{aligned}
K &= [-0.2951 \quad -0.4439], \\
\mathcal{L} &= [83.8702 \quad -81.3701 \quad 21.9998]^T, \quad K_w = -1.1511, \\
\sigma_u &= 3 \cdot 10^{-4}, \quad \sigma_y = 3 \cdot 10^{-5}, \quad \Omega_u = \Omega_y = 1,
\end{aligned} \tag{6.73}$$

donde K_w ha sido diseñado para obtener un rechazo de la perturbación en régimen permanente para cualquier perturbación desconocida w_k de tipo escalón. A partir del Teorema 5.5.1, se prueba que el bucle cerrado del sistema con K, K_w y \mathcal{L} dado en (6.73) es estable hasta $\sigma_u = 3 \cdot 10^{-4}$, $\sigma_y = 3 \cdot 10^{-5}$ con una norma H_∞ de $\gamma = 38.6275$, con $\beta = 0.996$ y $d_k^{SC} = d_k^{CA} = 2$.

Con el objetivo de reducir el uso del ancho de banda y mejorar la norma H_∞ , se usará el algoritmo presentado en la sección 6.7.1 para obtener un ajuste nuevo de las ganancias del control y observador. Debido a que $A + BK$ y $\mathcal{A} - \mathcal{L}\mathcal{C}$ son matrices estables Schur, el Corolario 6.5.1 asegura que el lazo cerrado será estable para cualquier retardo constante. Por tanto, se ha utilizado K, K_w y \mathcal{L} en (6.73) como valores iniciales para el paso (i) en el algoritmo CCL. Una vez finalizado, se obtienen las siguientes ganancias para el control y observador:

$$\begin{aligned}
K &= [-0.2771 \quad -0.4728], \\
\mathcal{L} &= [84.8702 \quad -83.3701 \quad 19.9998]^T, \quad K_w = -1.1529, \\
\sigma_u &= 0.9 \cdot 10^{-2}, \quad \sigma_y = 2.4 \cdot 10^{-3}, \quad \Omega_u = \Omega_y = 1,
\end{aligned} \tag{6.74}$$

donde ha sido obtenido un desempeño H_∞ de $\gamma = 11.59$, mejor del obtenido inicialmente con (6.73). Además, se tiene que $\beta = 0.996$ y $d_k^{SC} = d_k^{CA} = 2$.

En la Fig. 6.3 se muestra los resultados de la simulación para ambas propuestas con $d_k^{SC} = d_k^{CA} = 2$. En la Tabla 6.1 muestra el ancho de banda tanto para el canal sensor-controlador como el controlador-actuador para las propuestas. Se puede apreciar que el desempeño presentado por el Caso II es mejor que el Caso I, lo cual conforma la eficiencia del algoritmo CCL presentado. Es

Controlador	CA(%)	SC(%)
Caso I (6.73)	99.34	98.66
Caso II (6.74)	64.44	92.00

Tabla 6.1: Comparación del uso del ancho de banda para los canales SC y CA (%) para el Ejemplo 1 con $d_k^{SC} = 2$, $d_k^{CA} = 2$.

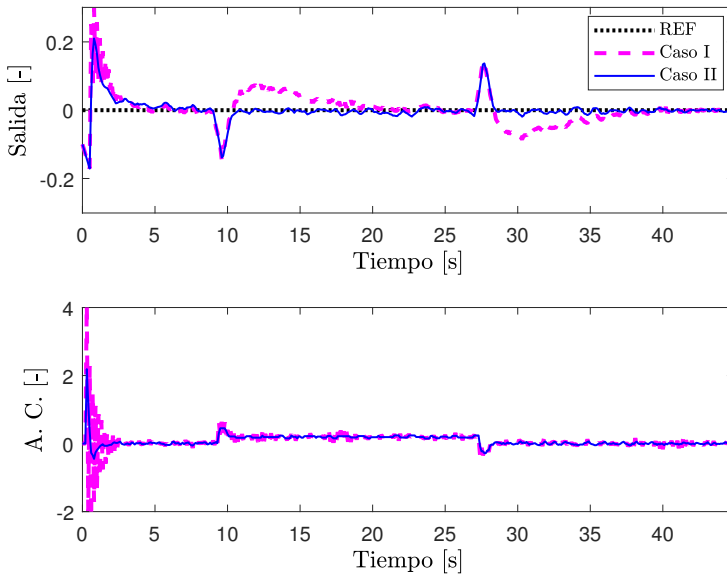


Figura 6.3: Ejemplo 1 simulado para $d_k^{SC} = 2$, $d_k^{CA} = 2$. Evolución de la salida y su acción de control (A.C.). Unidades de la salida y la A.C. [-] adimensionales.

importante también destacar que la perturbación w_k definida en (6.72) es rechazada totalmente en régimen permanente (no se aprecia su efecto en $y_{s,k}$), confirmando también el correcto desempeño del ESO implementado.

A continuación, se establece que $1 \leq d_k^{SC} \leq 3$. Con estas nuevas condiciones, se obtienen las simulaciones representadas en la Fig. 6.4 y los resultados en cuanto uso del ancho de banda en la Tabla 6.2. Aquí se ilustra claramente que el Caso II (6.74) consigue controlar de forma eficaz a diferencia del Caso I que el efecto de los retardos variables se aprecian considerablemente en el desempeño de la variable a controlar. Para una simulación justa, se ha utilizado el mismo patrón de retardos aleatorios para ambas propuestas, así como de la perturbación desconocida $\omega_{u,k}$.

A destacar que en los dos casos se ha conseguido reducir el uso del ancho de banda de los canales. El porcentaje de datos enviados respecto a los generados por el controlador se muestran en las Tablas 6.1 y 6.2 para los retardos constante y retardos variables respectivamente.

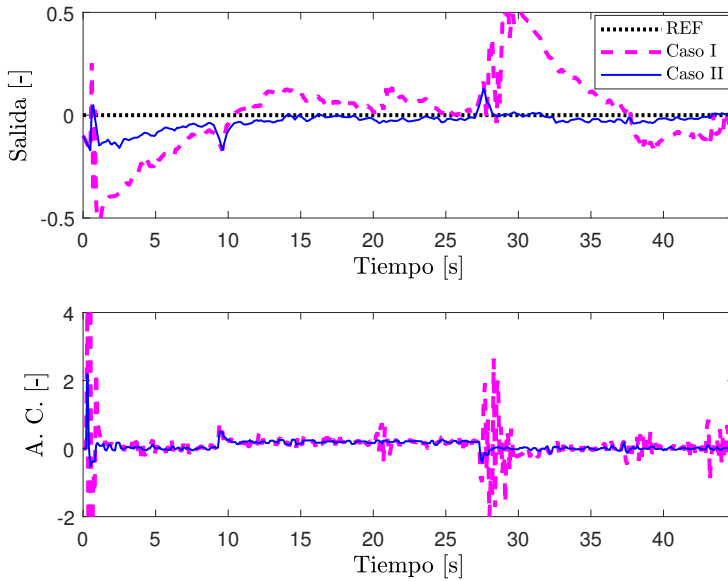


Figura 6.4: Ejemplo 1 simulado para $1 \leq d_k^{SC} \leq 3$, $d_k^{CA} = 2$. Evolución de la salida y su acción de control (A.C.). Unidades de la salida y la A.C. [-] adimensionales.

6.8.2 Ejemplo 2: Proceso doble integrador

Se considera el sistema doble integrador, que se utilizará más tarde en los resultados experimentales, descrito en espacio de estados de la forma (6.1), con las siguientes matrices discretizadas para $T_s = 0.01s$:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.001 \end{bmatrix}, \quad (6.75)$$

$$C = C_s = [1 \quad 0].$$

Controlador	CA(%)	SC(%)
Caso I (6.73)	97.81	99.11
Caso II (6.74)	63.34	87.52

Tabla 6.2: Comparación del uso del ancho de banda para los canales SC y CA (%) para el Ejemplo 1 con $1 \leq d_k^{SC} \leq 3$, $d_k^{CA} = 2$.

Controlador	SC(%)	CA(%)
Nominal	17.45%	22.55%
ESO sin predictor	89.43%	72.53%
Propuesto	17.73%	34.30%

Tabla 6.3: Comparación del uso del ancho de banda para los canales SC y CA (%) para el Ejemplo 2 con $1 \leq d_k^{SC} \leq 17$, $1 \leq d_k^{CA} \leq 17$.

En primer lugar, se tiene los siguientes K y \mathcal{L} diseñados para controlar la planta sin considerar ningún tipo de retardos:

$$K = - [50 \quad 45], \quad \mathcal{L}^T = [0.57 \quad 3.62 \quad 60], \quad K_w = -1.9540, \quad (6.76)$$

donde K_w se ha diseñado para permitir el rechazo total de la perturbación en régimen permanente para cualquier perturbación w_k tipo escalón.

Para realizar la simulación se introduce una perturbación en la entrada de $w_k = \omega_k$, donde ω_k se define como:

$$\omega_k = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 30s \\ -2.5 & \text{en caso contrario,} \end{cases} \quad (6.77)$$

En la Fig. 6.5 se puede observar los resultados de la simulación para el caso sin retardo con los parámetros (6.76) (Nominal), para retardos variables con la mismos parámetros de control (ESO sin predictor) y considerando los retardos variables con la estrategia propuesta en (6.16)-(6.19). Los retardos escogidos son de $1 \leq d_k^{SC} \leq 17$, $1 \leq d_k^{CA} \leq 17$ debido a que son el límite de la estabilidad para el caso de control sin considerarlos. Los parámetros de los eventos de envío de paquete para los tres casos son $\sigma_u = 1 \cdot 10^{-2}$, $\Omega_u = 1$ y $\sigma_y = 1 \cdot 10^{-5}$, $\Omega_y = 1$. En la Tabla 6.3 se muestra el porcentaje de envío de los paquetes para los canales SC y CA. Se puede apreciar que para el caso sin retardos y para el caso con retardos con la estrategia propuesta se consiguen usos similares del ancho de banda, mientras que si en la presencia de retardos no se consideran para su diseño el uso se ve incrementado notablemente. Esto es debido a el control permite estabilizar el sistema y reducir el error en un tiempo similar y sin sobreoscilaciones, lo cual hace que los eventos de enviar paquetes ((6.17) y (6.19)) se activen lo menos posible. Para una comparación justa, se han usado los mismos patrones de retardos aleatorios para todas las dos simulaciones con retardos.

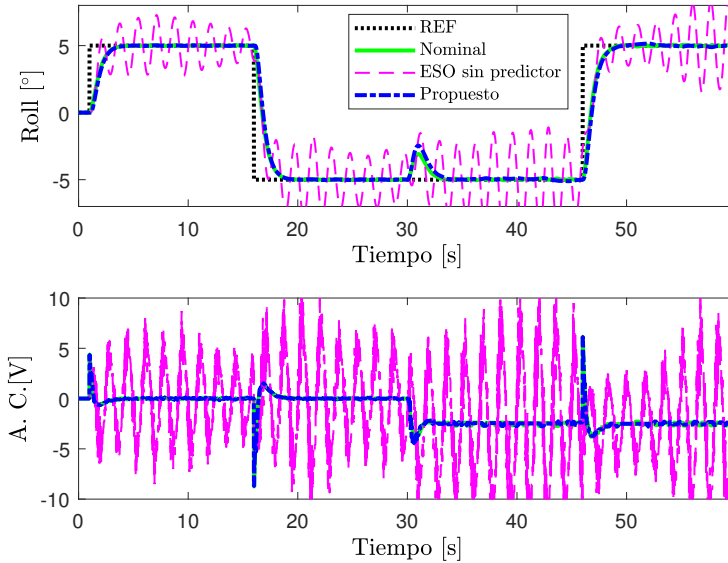


Figura 6.5: Ejemplo 2 simulado para $1 \leq d_k^{SC} \leq 17$, $1 \leq d_k^{CA} \leq 17$. Evolución de ángulo de roll y su acción de control (A.C.).

6.9 Resultados experimentales

La estrategia de control desarrollada se ha validado experimentalmente con la plataforma "Hover 3DOF" de Quanser, presentada en la Sección 3.5.1. Para los ángulos de roll y pitch, el sistema se puede aproximar a un doble integrador:

$$G(s) = \frac{0.1}{s^2},$$

donde la entrada esta expresada en voltios (V) y la salida en radianes (rad).

El modelo discreto con un periodo de muestreo de $T_s = 0.01s$ es el mostrado en el Ejemplo 2, siendo las matrices del sistema (6.75). Además, las ganancias del control y observador son dadas en (6.76). Los retardos generados se han obtenido a partir de la función "randi()" de Matlab para el rango deseado. La semilla usada para el canal sensor-controlador ha sido 111 y la empleada para el canal controlador-actuador ha sido 555. Luego los retardos obtenidos se han cargado en la plataforma.

Controlador	σ_u	σ_y	SC(%)	CA(%)
Caso A	0.001	10^{-6}	10.33%	35.88%
Caso B	0.01	10^{-5}	10.16%	17.72%
Caso C	0.1	10^{-4}	10.02%	12.11%

Tabla 6.4: Comparación del uso del ancho de banda para los canales SC y CA (%) para el Experimento (ii).

Se han propuesto dos experimentos para validar y mostrar las ventajas de la estrategia propuesta:

- Experimento (i). Comparación con el desempeño sin retardos, con retardos sin considerarlos y con retardos a partir del control desarrollado.
- Experimento (ii). Comparación entre diferentes valores de σ_y y σ_u con la estrategia propuesta, para ilustrar el compromiso entre desempeño y uso del ancho de banda.

Para una comparación justa de las diferentes propuestas, se han usado los mismos patrones de retardos, con $1 \leq d_k^O \leq 11$ y $1 \leq d_k^I \leq 10$. Dichos retardos, generados por software para ilustrar la eficacia de la estrategia propuesta, simulan el efecto de las transmisiones entre los actuadores y sensores al controlador, que pueden ser altos e inciertos para sistemas con altas transmisiones de datos entre elementos o por los protocolos usados. En el caso de quadrotors, también podrían darse mediante la comunicación de dos vehículos para su coordinación. Los retardos variables se han escogido menores que en el Ejemplo 2 ya que en la plataforma experimental el caso sin considerar los retardos se vuelve inestable a partir de dichos rangos, debido a que la plataforma experimental tiene incertidumbres no consideradas que lo limitan. Se han establecido cambios de la referencia de +5 grados en los instantes 1s, de -10 grados en 16s y de +10 grados en 46s. Con el objetivos de demostrar la efectividad del ESO empleado, una perturbación $w(t)$ de tipo escalón es introducida vía software:

$$\omega_k = \begin{cases} 0 V & \text{si } t < 30s \\ -2.5 V & \text{en caso contrario.} \end{cases} \quad (6.78)$$

En la Fig. 6.6 se muestran los resultados del Experimento (i) para los tres casos considerados. Con estos resultados, muy parecidos a los simulados en el Ejemplo 2, se valida las conclusiones obtenidas. En el caso del experimento, el caso sin considerar retardos (ESO sin predictor) se corta una vez mostrado que

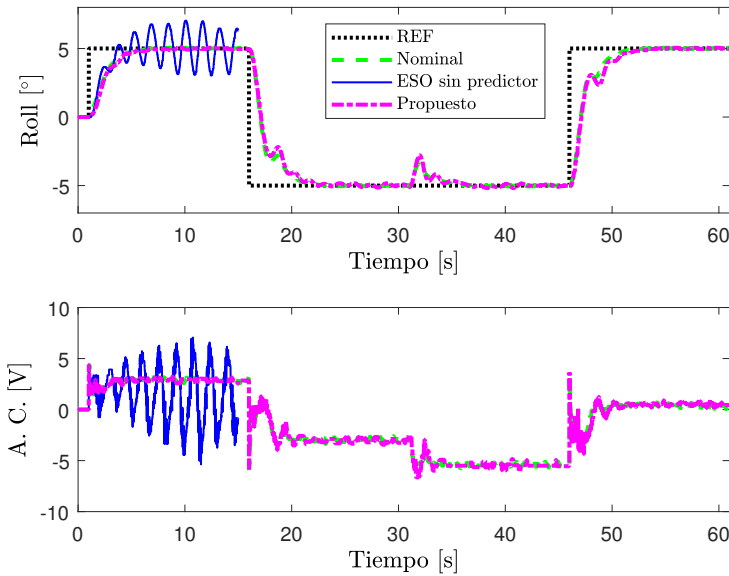


Figura 6.6: Experimento (i): Resultados para el caso sin retardos, con retardos sin considerar y con la estrategia de control propuesta ($\sigma_y = 1e-5$, $\sigma_u = 0.01$). Evolución de ángulo de roll y su acción de control (A.C.).

tiene comportamiento inestable para garantizar la integridad de la plataforma experimental.

Los resultados del Experimento (ii) se gráficán en la Fig. 6.7. En la Tabla 6.4 se muestra los porcentajes de uso de ancho de banda para los tres casos considerados para los canales de SC y CA junto con los parámetros de cada caso probado. Es importante destacar que la considerable reducción del uso del ancho de banda respecto al Ejemplo 2 es debido a que el rango de retardos es menor en los experimentos, y debido a eso permite controlar mejor el roll y como consecuencia hace falta enviar menos paquetes para corregirla. A partir de los resultados se puede observar que se ha ahorrado un porcentaje considerable de ancho de banda (90% para el canal de SC) y de 65% a casi un 90% para el canal de CA, con pequeño impacto en el desempeño del control. No obstante, el caso más agresivo en cuanto ahorro de ancho de banda (Caso C) no permite enviar la pequeña señal de acción necesaria para compensar la perturbación en el momento de aplicarla (35s–45s), pero permite compensarla una vez aplicado el siguiente cambio de referencia.

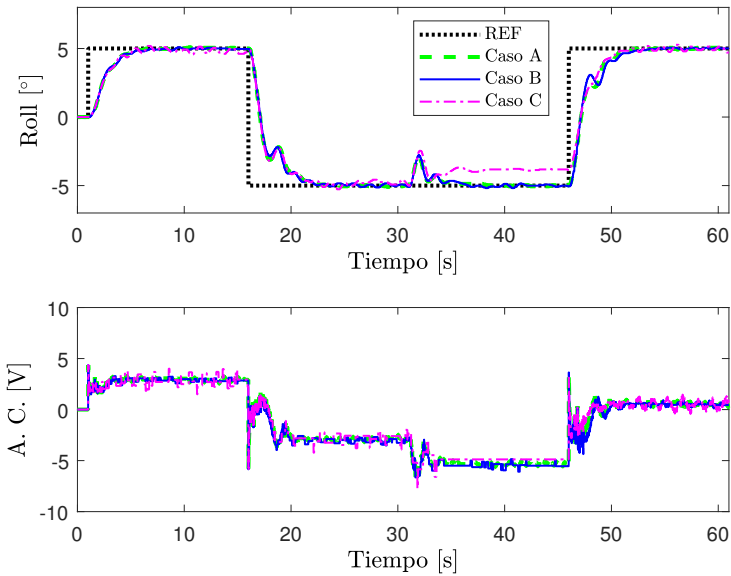


Figura 6.7: Experimento (ii): Comparativa entre diferentes valores de σ_y y σ_u . Evolución de ángulo de roll y su acción de control (A.C.).

6.10 Conclusiones

En este capítulo se ha desarrollado una estrategia basada en un predictor y un estimador de perturbaciones que permite hacer frente a perturbaciones y a retardos variables tanto en el canal sensor-controlador como en el de controlador-actuador. Dichos retardos pueden ocasionarse por diferentes motivos, como por ejemplo a la comunicación entre los diferentes componentes, a pérdidas de paquetes de datos, o la propia dinámica del sistema. Además, se propone una estrategia de control por eventos que permite ahorrar ancho de banda en las comunicaciones añadiendo retardos que no afecten al desempeño global del sistema. La estabilidad del sistema en lazo cerrado es demostrada mediante análisis de LMIs.

La estrategia propuesta se ha validado mediante simulaciones y de forma experimental con la plataforma Quanser. En el primer ejemplo se ha utilizado una planta de segundo orden inestable donde se ha simulado un primer caso para retardos constantes en el canal sensor-controlador y controlador-actuador (caso donde el máximo y mínimo del rango del retardo son iguales), compa-

rando el comportamiento nominal sin retardos, la estrategia sin el predictor y la propuesta. De forma similar, en este primer ejemplo se ha simulado un segundo caso con retardos variables en el canal sensor-controlador. En el segundo ejemplo se ha utilizado el sistema doble integrador que representa uno de los lazos de control del quadrotor, el cual modela también a la plataforma empleada. En el segundo ejemplo, se ha simulado para el máximo rango de retardos que permite la estrategia sin el predictor sin volverse inestable. Este caso se ha validado en la plataforma experimental, donde el rango máximo tolerable por la estrategia sin predictor se ha visto menguado debido a las no linealidades, incertidumbres en su modelo, y limitaciones de la plataforma frente el modelo teórico. En todos los casos expuestos, la estrategia propuesta permite compensar los retardos introducidos haciendo que su comportamiento tienda al nominal sin retardos, mientras que la estrategia sin predictor empeora considerablemente el desempeño del sistema volviéndolo casi inestable. Finalmente, se ha estudiado un segundo caso experimental para ilustrar el efecto en el ahorro de ancho de banda debido a la estrategia por eventos propuesta y como el desempeño del sistema se ve poco afectado.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajos futuros

En este capítulo se exponen las conclusiones de todo el trabajo presentado a lo largo de la tesis doctoral. Se muestran diferentes ideas de trabajos futuros partiendo de las ideas desarrolladas y finalmente se listan todos los artículos de revista y congreso en los que se basa el trabajo realizado en la tesis.

7.1 Conclusiones

A lo largo de la tesis realizada se han desarrollado estrategias de control aplicadas a quadrotors que mejoran la robustez del sistema en presencia de incertidumbres, perturbaciones externas y retardos temporales. Las técnicas empleadas se basan en estimadores de perturbaciones, y se caracterizan por ser sencillas en su implementación, tener computacionalmente un bajo costo y su simplicidad en el ajuste de los parámetros del controlador. Todas las propuestas expuestas han sido validadas con éxito en las plataformas experimentales presentadas.

En el Capítulo 4 se diseñó un controlador para quadrotor basado en estimación de perturbaciones. Dicha estrategia de control permite el diseño desacoplado del seguimiento de la referencia y rechazo de perturbaciones. A partir de las estimaciones de las perturbaciones, se construyó un observador de pérdida de eficiencia de los motores que permitía distinguir entre dos casos de vuelo: modo de vuelo seguro y modo de emergencia, el cual permite recuperar el control del vehículo y aterrizarlo de forma segura. Además, se diseñó un algoritmo óptimo para saturar las acciones de control de los lazos internos en el caso de que los motores del quadrotor saturen, debido a que no están directamente relacionados. Dichas estrategias de mejora de robustez son fácilmente extrapolables a otras estructuras de control, debido que el observador se puede construir independientemente de que sus estimaciones se usen para el control o en el caso de saturar las acciones de control se actualicen las medidas correspondientes a la acción de control, como es la acción integral en un controlador PID. Las propuestas se han validado mediante simulaciones y experimentalmente con la plataforma Fl-Air, mostrando su correcto desempeño para situaciones donde las perturbaciones son pequeñas y el vehículo puede volar compensando todas las perturbaciones, situaciones donde uno de los motores falla de forma crítica y en el caso de que el sistema se ve afectado por perturbaciones agresivas que hagan saturar las acciones de control de los motores.

Debido al extendido uso del controlador PID, en el Capítulo 5 se desarrolló un equivalente entre el controlador basado en estimación de perturbaciones propuesto en el capítulo anterior y un controlador PID de dos grados de libertad. Se ha obtenido los parámetros del PID para plantas de primer y segundo orden con retardo, independientemente de su estabilidad. Se demuestra la estabilidad del sistema mediante LMIs y los índices de desempeño y robustez resultantes, los cuales se pueden desacoplar debido al diseño independiente de los lazos de seguimiento de la referencia y rechazos de perturbaciones; característicos de las estrategias basadas en rechazo de perturbaciones. La estrategia es comparada

con otras estrategias de diseño de la literatura mediante simulaciones y con la plataforma experimental Quanser, concluyendo que con pocos parámetros de diseño se obtiene un controlador robusto y con un simple parámetro permite ajustar el compromiso entre desempeño y robustez.

Si el sistema se ve sometido tanto a perturbaciones externas como a retardos no despreciables variables en el tiempo de forma aleatoria tanto en el canal de entrada como en el de salida; en el Capítulo 6 se desarrolló una estrategia de control basada en un predictor y un estimador de perturbaciones para hacer frente a ellas. La estabilidad del sistema en lazo cerrado es demostrada mediante análisis de LMIs. A partir de la estrategia por eventos, permite ahorrar ancho de banda de comunicaciones, considerando los paquetes no enviados como parte de los retardos, sin afectar significativamente el desempeño global del sistema. Finalmente se ha validado mediante simulaciones y la plataforma experimental Quanser, mostrando su correcto desempeño comparándolo con la misma planta sin presencia de retardos.

En cuanto a su utilidad práctica, las estrategias de control desarrolladas ofrecen una solución sencilla en implementación, pero con demostrado buen desempeño para problemáticas actuales que presentan los quadrotors. Las técnicas desarrolladas en el Capítulo 4 permiten volar de forma segura al vehículo pudiendo hacer frente a perturbaciones fuertes, como por ejemplo ráfagas de viento, así como a fallos en los motores. En el caso de que la seguridad del vuelo se viera comprometida, la estrategia desarrollada en la Subsección 4.6 permite aterrizar el vehículo de forma segura sin dañar al mismo ni al entorno. En el Capítulo 5 se obtiene una equivalencia entre la estrategia del capítulo anterior y un 2-DOF PID, la cual es empleada por la mayoría de quadrotors, por lo fácilmente se podrían añadir las extensiones desarrolladas en las Subsecciones 4.6 y 4.7 sin demasiadas modificaciones en el software. Finalmente, el desarrollo del Capítulo 6 permite hacer frente a retardos variables tanto en el canal de sensor-controlador como controlador-actuador, lo cual es clave en comunicaciones y tareas colaborativas que son necesarias para poder utilizar los quadrotors a gran escala.

7.2 Futuras líneas de trabajo

A continuación se proponen diversos posibles trabajos futuros a realizar partiendo de las ideas desarrolladas en la presente tesis doctoral:

- Se propone el desarrollo de un controlador basado en perturbaciones similar al trabajado en el Capítulo 4 con los ángulos expresados en cuaterniones. Aunque se pierda parte de la sencillez de la estrategia propuesta, es interesante estudiar si mediante el uso de cuaterniones se puede obtener un controlador similar que permita maniobras acrobáticas sin los problemas de los ángulos de Euler.
- A lo largo de la tesis se ha propuesto utilizar el algoritmo óptimo obtenido en la Sección 4.7 para estrategias de control diferentes a la propuesta. Como posible trabajo se propone extender las ideas para su utilización en sistemas con controladores PID o SMC y estudiar el desempeño para los mismos.
- Para sistemas de bajas prestaciones puede que el algoritmo que se encarga de obtener la solución óptima del problema diseñado en la Sección 4.7 sea demasiado costoso computacionalmente. Se propone obtener un algoritmo reducido, que aunque no garantice la solución óptima siempre permita obtener una aproximación lo suficiente buena a bajo costo computacional.
- Como se ha visto a lo largo de la tesis, las estrategias basadas en estimación de perturbaciones minimizan el efecto de las incertidumbres en el modelo nominal. No obstante, cuanto mejor sea el modelo inicial más desempeño potencial se puede obtener del control (ver Subsección 4.8.1). El estudio de algoritmos de identificación de sistemas en bucle cerrado permitiría obtener un mejor modelo nominal y mejorar el desempeño global del sistema.
- A partir de la estrategia de identificación de la idea anterior, realizar un controlador auto-ajustable que con los parámetros del modelo obtenido mediante el método presentado en el Capítulo 5 se obtenga un controlador PID de dos grados de libertad estable y funcional.
- Elaborar un controlador con ganancia planificada que a partir de un índice de rechazo de perturbaciones dado, se autoajuste en tiempo real con las ideas presentadas en el Capítulo 5.

- A partir de las técnicas presentadas a lo largo de toda la tesis, usarlas para desarrollar un control a más alto nivel para seguimiento de referencias más complejas, tareas más elaboradas o colaborativas entre diferentes vehículos.
- La colaboración entre diferentes vehículos aéreos es un tema de gran actualidad. Para ello, se propone utilizar la metodología desarrollada en el Capítulo 6 para retardos variables, debido que la comunicación entre diferentes quadrotors en pleno vuelo se puede considerar no determinista. Problemas como la sincronización de los paquetes de los diferentes vehículos pueden ser interesantes para un posible nuevo trabajo.

7.3 Publicaciones

A continuación se muestran todos los trabajos publicados en los cuales se fundamenta la tesis realizada. En las introducciones de los capítulos se detallan que publicaciones corresponden a cada capítulo.

Publicaciones de revista:

- A. Gonzalez, V. Balaguer, P. Garcia y A. Cuenca, "Gain-scheduled predictive extended state observer for time-varying delays systems with mismatched disturbances", *ISA transactions*, vol. 84, págs. 206-213, 2019.
- A. González, A. Cuenca, V. Balaguer y P. García, "Event-triggered predictor-based control with gain-scheduling and extended state observer for networked control systems", *Information Sciences*, vol. 491, págs. 90-108, 2019.
- V. Balaguer, A. González, P. García y F. Blanes, "Enhanced 2-DOF PID Controller Tuning Based on an Uncertainty and Disturbance Estimator With Experimental Validation", *IEEE Access*, vol. 9, págs. 99 092-99 102, 2021.
- J Betancourt, V Balaguer, P Castillo, P García y R Lozano, "Robust control scheme based on an Uncertainty and Disturbance Estimator for a quadrotor with motor failures", *Journal of Field Robotics*, 2023.
- J Betancourt, P Castillo, P Garcia, V Balaguer y R Lozano, "Robust bounded control scheme for quadrotor vehicles under high dynamic disturbances", *Autonomous Robots*, págs. 1-10, 2023.

Publicaciones de congreso:

- V. Balaguer, R. Sanz, P. Garcia y P. Albertos, "Two-degree-of-freedom PID tuning based on an uncertainty and disturbance estimator", en 2018 *7th International Conference on Systems and Control (ICSC)*, IEEE, 2018, págs. 424-429.
- J. Betancourt, V. Balaguer, P. Castillo, P. García y R. Lozano, "Robust linear control scheme for nonlinear aerial systems: an experimental study on disturbance rejection", en 2020 *IEEE 23rd International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, IEEE, 2020, págs. 1-6.

Bibliografía

- [1] S. Chen, D. F. Laefer y E. Mangina, “State of technology review of civilian UAVs,” *Recent Patents on Engineering*, vol. 10, n° 3, págs. 160-174, 2016.
- [2] S. A. H. Mohsan, M. A. Khan, F. Noor, I. Ullah y M. H. Alsharif, “Towards the unmanned aerial vehicles (UAVs): A comprehensive review,” *Drones*, vol. 6, n° 6, pág. 147, 2022.
- [3] N. Elmeseiry, N. Alshaer y T. Ismail, “A detailed survey and future directions of unmanned aerial vehicles (UAVs) with potential applications,” *Aerospace*, vol. 8, n° 12, pág. 363, 2021.
- [4] A. Gupta, T. Afrin, E. Scully y N. Yodo, “Advances of UAVs toward future transportation: The state-of-the-art, challenges, and opportunities,” *Future transportation*, vol. 1, n° 2, págs. 326-350, 2021.
- [5] M. Idrissi, M. Salami y F. Annaz, “A review of quadrotor unmanned aerial vehicles: applications, architectural design and control algorithms,” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 104, n° 2, pág. 22, 2022.
- [6] S. Bouabdallah, P. Murrieri y R. Siegwart, “Design and control of an indoor micro quadrotor,” en *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004*, IEEE, vol. 5, 2004, págs. 4393-4398.

- [7] S. Gupte, P. I. T. Mohandas y J. M. Conrad, “A survey of quadrotor unmanned aerial vehicles,” *2012 Proceedings of IEEE Southeastcon*, págs. 1-6, 2012.
- [8] P. S. Gohari, H. Mohammadi y S. Taghvaei, “Using chaotic maps for 3D boundary surveillance by quadrotor robot,” *Applied Soft Computing*, vol. 76, págs. 68-77, 2019.
- [9] G. A. Cardona, J. Ramirez-Rugeles, E. Mojica-Nava y J. M. Calderon, “Visual victim detection and quadrotor-swarm coordination control in search and rescue environment,” *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 11, n° 3, pág. 2079, 2021.
- [10] Q. Guo, Y. Zhu, Y. Tang y col., “CFD simulation and experimental verification of the spatial and temporal distributions of the downwash airflow of a quad-rotor agricultural UAV in hover,” *Computers and Electronics in Agriculture*, vol. 172, pág. 105 343, 2020.
- [11] A. I. N. Alshbatat, “Fire extinguishing system for high-rise buildings and rugged mountainous terrains utilizing quadrotor unmanned aerial vehicle,” *International Journal of Image, Graphics and Signal Processing*, vol. 12, n° 1, pág. 23, 2018.
- [12] S. Jung y H. Kim, “Analysis of amazon prime air uav delivery service,” *Journal of Knowledge Information Technology and Systems*, vol. 12, n° 2, págs. 253-266, 2017.
- [13] R. Kellermann, T. Biehle y L. Fischer, “Drones for parcel and passenger transportation: A literature review,” *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives*, vol. 4, pág. 100 088, 2020.
- [14] M. Maaruf, M. S. Mahmoud y A. Maarif, “A survey of control methods for quadrotor uav,” *International Journal of Robotics and Control Systems*, vol. 2, n° 4, págs. 652-665, 2022.
- [15] X. Zhang, X. Li, K. Wang, Y. Lu y col., “A survey of modelling and identification of quadrotor robot,” en *Abstract and Applied Analysis*, Hindawi, vol. 2014, 2014.

-
- [16] H. Liu, J. Xi e Y. Zhong, “Robust attitude stabilization for nonlinear quadrotor systems with uncertainties and delays,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, n° 7, págs. 5585-5594, 2017.
- [17] Y. Liu, X. Li, T. Wang, Y. Zhang y P. Mei, “Quantitative stability of quadrotor unmanned aerial vehicles,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 87, págs. 1819-1833, 2017.
- [18] F. Sabatino, *Quadrotor control: modeling, nonlinear control design, and simulation*, 2015.
- [19] S. Waslander y C. Wang, “Wind disturbance estimation and rejection for quadrotor position control,” en *AIAA Infotech@ Aerospace conference and AIAA unmanned... Unlimited conference*, 2009, pág. 1983.
- [20] F. Nan, S. Sun, P. Foehn y D. Scaramuzza, “Nonlinear MPC for quadrotor fault-tolerant control,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 7, n° 2, págs. 5047-5054, 2022.
- [21] R. Amin, L. Aijun y S. Shamshirband, “A review of quadrotor UAV: control methodologies and performance evaluation,” *International Journal of Automation and Control*, vol. 10, n° 2, págs. 87-103, 2016.
- [22] U. Europea, *Programa Horizonte Europa*, <https://www.horizonteeuropa.es/> [Accedido: (3 de Diciembre 2023)], 2023.
- [23] C. Stöcker, R. Bennett, F. Nex, M. Gerke y J. Zevenbergen, “Review of the current state of UAV regulations,” *Remote sensing*, vol. 9, n° 5, pág. 459, 2017.
- [24] D. O. de la U. Europea, *Reglamento de Ejecucion 2019/947*, <https://www.boe.es/doue/2019/152/L00045-00071.pdf> [Accedido: (3 de Diciembre 2023)], 2019.
- [25] D. O. de la U. Europea, *Reglamento Delegado 2019/945*, <https://www.boe.es/doue/2019/152/L00001-00040.pdf> [Accedido: (3 de Diciembre 2023)], 2023.

- [26] C. Dikmen, A. Arisoy y H. Temeltas, "Attitude control of a quadrotor," en *2009 4th International Conference on Recent Advances in Space Technologies*, Ieee, 2009, págs. 722-727.
- [27] B. Han, Y. Zhou, K. K. Deveerasetty y C. Hu, "A review of control algorithms for quadrotor," en *2018 IEEE international conference on information and automation (ICIA)*, IEEE, 2018, págs. 951-956.
- [28] I. Lopez-Sanchez y J. Moreno-Valenzuela, "PID control of quadrotor UAVs: A survey," *Annual Reviews in Control*, vol. 56, pág. 100 900, 2023.
- [29] A. L. Salih, M. Moghavvemi, H. A. Mohamed y K. S. Gaeid, "Flight PID controller design for a UAV quadrotor," *Scientific research and essays*, vol. 5, n° 23, págs. 3660-3667, 2010.
- [30] H. Oersted e Y. Ma, "Review of PID Controller Applications for UAVs," *arXiv preprint arXiv:2311.06809*, 2023.
- [31] R. Istepanian y J. F. Whidborne, *Digital controller implementation and fragility: A modern perspective*. Springer Science & Business Media, 2001.
- [32] V. D. Blondel y J. N. Tsitsiklis, "A survey of computational complexity results in systems and control," *Automatica*, vol. 36, n° 9, págs. 1249-1274, 2000.
- [33] R. C. Dorf, *Systems, controls, embedded systems, energy, and machines*. CRC press, 2017.
- [34] G. Umiles, *Diferencias entre RPAS, UAVs y UAS*. <https://umilesgroup.com/rpas-uas-uav-diferencias/> [Accedido: (4 de Diciembre 2023)], 2023.
- [35] AESA, *Requisitos de RPAS*, <https://www.seguridadaerea.gob.es/es/ambitos/drones> [Accedido: (4 de Diciembre 2023)], 2023.

-
- [36] K. Telli, O. Kraa, Y. Himeur y col., “A Comprehensive Review of Recent Research Trends on Unmanned Aerial Vehicles (UAVs),” *Systems*, vol. 11, n° 8, pág. 400, 2023.
- [37] M. Sabour, P Jafary y S Nematian, “Applications and classifications of unmanned aerial vehicles: A literature review with focus on multi-rotors,” *The Aeronautical Journal*, vol. 127, n° 1309, págs. 466-490, 2023.
- [38] H. M. Omar, R. Akram, S. M. Mukras y A. A. Mahvouz, “Recent advances and challenges in controlling quadrotors with suspended loads,” *Alexandria Engineering Journal*, vol. 63, págs. 253-270, 2023.
- [39] S. N. Ghazbi, Y. Aghli, M Alimohammadi y A. A. Akbari, “Quadrotors unmanned aerial vehicles: A review,” *International journal on smart sensing and Intelligent Systems*, vol. 9, n° 1, págs. 309-333, 2016.
- [40] J. G. Leishman, “The breguet-richet quad-rotor helicopter of 1907,” *Vertiflite*, vol. 47, n° 3, págs. 58-60, 2002.
- [41] C. Gablehouse, *Helicopters and autogiros: a history of rotating-wing and V/STOL aviation*. Lippincott, 1969.
- [42] P. E. Coletta, *Patrick NL Bellinger and US Naval Aviation*. University Press of America, 1987.
- [43] J. F. Keane y S. S. Carr, “A brief history of early unmanned aircraft,” *Johns Hopkins APL technical digest*, vol. 32, n° 3, págs. 558-571, 2013.
- [44] M. F. Kinstle y R. M. Kinstle, “Propulsion Characteristics of the German V-2 Rocket: Investigation through a STEM Project,” en *2018 AIAA SPACE and Astronautics Forum and Exposition*, 2018, pág. 5156.
- [45] A. Roland, “Science with a Vengeance: How the Military Created the US Space Sciences After World War II,” *Science*, vol. 260, n° 5108, págs. 703-705, 1993.
- [46] I. G. Shaw, “Scorched atmospheres: The violent geographies of the Vietnam War and the rise of drone warfare,” *Annals of the American Association of Geographers*, vol. 106, n° 3, págs. 688-704, 2016.

- [47] P. McKerrow, “Modelling the Draganflyer four-rotor helicopter,” en *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004*, IEEE, vol. 4, 2004, págs. 3596-3601.
- [48] P. Pounds, R. Mahony, P. Hynes y J. M. Roberts, “Design of a four-rotor aerial robot,” en *The Australian Conference on Robotics and Automation (ACRA 2002)*, 2002, págs. 145-150.
- [49] E. Altug, J. P. Ostrowski y R. Mahony, “Control of a quadrotor helicopter using visual feedback,” en *Proceedings 2002 IEEE international conference on robotics and automation (Cat. No. 02CH37292)*, IEEE, vol. 1, 2002, págs. 72-77.
- [50] P. Castillo, A. Dzul y R. Lozano, “Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft,” *IEEE Transactions on control systems technology*, vol. 12, n° 4, págs. 510-516, 2004.
- [51] A. Community, *ArduPilot official website*. <https://ardupilot.org/> [Accedido: (4 de Diciembre 2023)], 2023.
- [52] P. Community, *Pixhawk project website*. <https://pixhawk.org/> [Accedido: (4 de Diciembre 2023)], 2023.
- [53] T. Bresciani, “Modelling, identification and control of a quadrotor helicopter,” *MSc theses*, 2008.
- [54] E. Reyes-Valeria, R. Enriquez-Caldera, S. Camacho-Lara y J. Guichard, “LQR control for a quadrotor using unit quaternions: Modeling and simulation,” en *CONIELECOMP 2013, 23rd International Conference on Electronics, Communications and Computing*, IEEE, 2013, págs. 172-178.
- [55] H. Abaunza y P. Castillo, “Quadrotor aggressive deployment, using a quaternion-based spherical chattering-free sliding-mode controller,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 56, n° 3, págs. 1979-1991, 2019.
- [56] P. Pounds, R. Mahony y P. Corke, “Modelling and control of a large quadrotor robot,” *Control Engineering Practice*, vol. 18, n° 7, págs. 691-699, 2010.

-
- [57] P. Yedamale, “Brushless DC (BLDC) motor fundamentals,” *Microchip Technology Inc*, vol. 20, n° 1, págs. 3-15, 2003.
- [58] J. Bissell, “Proof of the small angle approximation $\sin A$ equal to A using the geometry and motion of a simple pendulum,” *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, págs. 1-7, 2023.
- [59] A. Noormohammadi Asl, O. Esrafilian, M. A. Arzati y H. D. Taghirad, “System identification and Hinf-based control of quadrotor attitude,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 135, pág. 106 358, 2020.
- [60] N. Karcanias y D. Vafiadis, “Canonical forms for state space descriptions,” *Control Systems, Robotics and Automation*, vol. 5, págs. 361-380, 2002.
- [61] C. Y. Kaya y J. Martínez, “Euler discretization and inexact restoration for optimal control,” *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 134, págs. 191-206, 2007.
- [62] B. He, S. Wang e Y. Liu, “Underactuated robotics: a review,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 16, n° 4, pág. 1 729 881 419 862 164, 2019.
- [63] D. D. Siljak, *Decentralized control of complex systems*. Courier Corporation, 2011.
- [64] P. R. Krishnaswamy, G. P. Rangaiah, R. K. Jha y P. B. Deshpande, “When to use cascade control,” *Industrial & engineering chemistry research*, vol. 29, n° 10, págs. 2163-2166, 1990.
- [65] K. J. Åström, T. Hägglund y K. J. Astrom, *Advanced PID control*. ISA-The Instrumentation, Systems, y Automation Society, 2006, vol. 461.
- [66] W. Wei, W. Xue y D. Li, “On disturbance rejection in magnetic levitation,” *Control Engineering Practice*, vol. 82, págs. 24-35, 2019.
- [67] S. Skogestad, “Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning,” *Journal of process control*, vol. 13, n° 4, págs. 291-309, 2003.

- [68] K. Ogata, *Modern control engineering*. Prentice hall, 2010.
- [69] S. Bennett, “The past of PID controllers,” *Annual Reviews in Control*, vol. 25, págs. 43-53, 2001.
- [70] R. P. Borase, D. Maghade, S. Sondkar y S. Pawar, “A review of PID control, tuning methods and applications,” *International Journal of Dynamics and Control*, vol. 9, págs. 818-827, 2021.
- [71] J. Kim, S. A. Gadsden y S. A. Wilkerson, “A comprehensive survey of control strategies for autonomous quadrotors,” *Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 43, n° 1, págs. 3-16, 2019.
- [72] A. Khalid, Z. Mushtaq, S. Arif, K. Zeb, M. A. Khan y S. Bakshi, “Control schemes for quadrotor UAV: taxonomy and survey,” *ACM Computing Surveys*, vol. 56, n° 5, págs. 1-32, 2023.
- [73] T. L. Blevins, “PID advances in industrial control,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 45, n° 3, págs. 23-28, 2012.
- [74] T. Samad, “A survey on industry impact and challenges thereof [technical activities],” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 37, n° 1, págs. 17-18, 2017.
- [75] Y. Li, K. H. Ang y G. C. Chong, “PID control system analysis and design,” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 26, n° 1, págs. 32-41, 2006.
- [76] J. G. Ziegler y N. B. Nichols, “Optimum settings for automatic controllers,” *trans. ASME*, vol. 64, n° 11, 1942.
- [77] B. D. Tyreus y W. L. Luyben, “Tuning PI controllers for integrator/dead time processes,” *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 31, n° 11, págs. 2625-2628, 1992.
- [78] M. R. Mataušek y T. B. Šekara, “PID controller frequency-domain tuning for stable, integrating and unstable processes, including dead-time,” *Journal of Process Control*, vol. 21, n° 1, págs. 17-27, 2011.

-
- [79] S. Das, K. Halder y A. Gupta, "Delay Handling Method in Dominant Pole Placement based PID Controller Design," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019.
- [80] M. Cetin y S. Iplikci, "A novel auto-tuning PID control mechanism for nonlinear systems," *ISA Transactions*, vol. 58, págs. 292-308, 2015.
- [81] K. Bingi, R. Ibrahim, M. N. Karsiti y S. M. Hassan, "Fractional order set-point weighted PID controller for pH neutralization process using accelerated PSO algorithm," *Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 43, n° 6, págs. 2687-2701, 2018.
- [82] K. Bingi, R. Ibrahim, M. N. Karsiti, S. M. Hassan y V. R. Harindran, "Real-time control of pressure plant using 2DOF fractional-order PID controller," *Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 44, n° 3, págs. 2091-2102, 2019.
- [83] K. Bingi, R. Ibrahim, M. N. Karsiti, S. M. Hassan y V. R. Harindran, "Fractional-order Set-Point Weighted Controllers," *Fractional-order Systems and PID Controllers*, págs. 9-100, 2020.
- [84] R. Hotchi, H. Chibana, T. Iwai y R. Kubo, "Active Queue Management Supporting TCP Flows Using Disturbance Observer and Smith Predictor," *IEEE Access*, vol. 8, págs. 173 401-173 413, 2020.
- [85] Z. Chen, Y. Yuan, X. Yuan, Y. Huang, X. Li y W. Li, "Application of multi-objective controller to optimal tuning of PID gains for a hydraulic turbine regulating system using adaptive grid particle swarm optimization," *ISA Transactions*, vol. 56, págs. 173-187, 2015.
- [86] A. Maitra, A. Senapati, S. Chatterjee y col., "Observing the effect of Particle Swarm Optimization Algorithm Based PID Controller," *Journal of Mechanics of Continua and Mathematical Sciences*, vol. 13, n° 2, págs. 126-137, 2018.
- [87] M Pazooki y A. Mazinan, "Hybrid fuzzy-based sliding-mode control approach, optimized by genetic algorithm for quadrotor unmanned aerial vehicles," *Complex & Intelligent Systems*, vol. 4, págs. 79-93, 2018.

- [88] L. E. Romero, D. F. Pozo y J. A. Rosales, “Quadcopter stabilization by using PID controllers,” *Maskana*, vol. 5, págs. 175-186, 2014.
- [89] D. Gautam y C. Ha, “Control of a quadrotor using a smart self-tuning fuzzy PID controller,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 10, n° 11, pág. 380, 2013.
- [90] L. Zhou, A. Pljonkin y P. K. Singh, “Modeling and PID control of quadrotor UAV based on machine learning,” *Journal of Intelligent Systems*, vol. 31, n° 1, págs. 1112-1122, 2022.
- [91] A. Mokhtari y A. Benallegue, “Dynamic feedback controller of Euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle,” en *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA'04. 2004*, IEEE, vol. 3, 2004, págs. 2359-2366.
- [92] E. Kuantama, I. Tarca y R. Tarca, “Feedback linearization LQR control for quadcopter position tracking,” en *2018 5th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, IEEE, 2018, págs. 204-209.
- [93] W. You, F. Li, L. Liao y M. Huang, “Data fusion of UWB and IMU based on unscented Kalman filter for indoor localization of quadrotor UAV,” *Ieee Access*, vol. 8, págs. 64971-64981, 2020.
- [94] G. Farid, M. Hongwei, S. M. Ali y Q. Liwei, “A review on linear and nonlinear control techniques for position and attitude control of a quadrotor,” *Control and Intelligent Systems*, vol. 45, n° 1, págs. 43-57, 2017.
- [95] P. Martin y E. Salaün, “The true role of accelerometer feedback in quadrotor control,” en *2010 IEEE international conference on robotics and automation*, IEEE, 2010, págs. 1623-1629.
- [96] S. Khatoon, D. Gupta y L. Das, “PID & LQR control for a quadrotor: Modeling and simulation,” en *2014 international conference on advances in computing, communications and informatics (ICACCI)*, IEEE, 2014, págs. 796-802.

-
- [97] E.-H. Zheng, J.-J. Xiong y J.-L. Luo, "Second order sliding mode control for a quadrotor UAV," *ISA transactions*, vol. 53, n° 4, págs. 1350-1356, 2014.
- [98] X. Shao, G. Sun, W. Yao, J. Liu y L. Wu, "Adaptive sliding mode control for quadrotor UAVs with input saturation," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 27, n° 3, págs. 1498-1509, 2021.
- [99] J. Baek y M. Kang, "A synthesized sliding-mode control for attitude trajectory tracking of quadrotor uav systems," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2023.
- [100] C. Massé, O. Gougeon, D.-T. NGUYEN y D. Saussié, "Modeling and control of a quadcopter flying in a wind field: A comparison between LQR and structured Hinf control techniques," en *2018 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, IEEE, 2018, págs. 1408-1411.
- [101] A. Romero, S. Sun, P. Foehn y D. Scaramuzza, "Model predictive contouring control for time-optimal quadrotor flight," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 38, n° 6, págs. 3340-3356, 2022.
- [102] N Koksál, H An y B Fidan, "Backstepping-based adaptive control of a quadrotor UAV with guaranteed tracking performance," *ISA transactions*, vol. 105, págs. 98-110, 2020.
- [103] A. Das, K. Subbarao y F. Lewis, "Dynamic inversion with zero-dynamics stabilisation for quadrotor control," *IET control theory & applications*, vol. 3, n° 3, págs. 303-314, 2009.
- [104] T. Dierks y S. Jagannathan, "Output feedback control of a quadrotor UAV using neural networks," *IEEE transactions on neural networks*, vol. 21, n° 1, págs. 50-66, 2009.
- [105] B. Ickes, "A new method for performing digital control system attitude computations using quaternions," *AIAA journal*, vol. 8, n° 1, págs. 13-17, 1970.
- [106] J. Diebel y col., "Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors," *Matrix*, vol. 58, n° 15-16, págs. 1-35, 2006.

- [107] C. Pukdeboon, A. S. Zinober y M.-W. L. Thein, “Quasi-continuous higher order sliding-mode controllers for spacecraft-attitude-tracking maneuvers,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, n° 4, págs. 1436-1444, 2009.
- [108] A. Chovancová, T. Fico, P. Hubinský y F Duchoň, “Comparison of various quaternion-based control methods applied to quadrotor with disturbance observer and position estimator,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 79, págs. 87-98, 2016.
- [109] C. Izaguirre-Espinosa, A. J. Muñoz-Vázquez, A. Sánchez-Orta, V. Parra-Vega y P. Castillo, “Attitude control of quadrotors based on fractional sliding modes: theory and experiments,” *IET Control Theory & Applications*, vol. 10, n° 7, págs. 825-832, 2016.
- [110] L. Guo y S. Cao, “Anti-disturbance control theory for systems with multiple disturbances: A survey,” *ISA transactions*, vol. 53, n° 4, págs. 846-849, 2014.
- [111] S. Zhao, J. Yuh y S. K. Choi, “Adaptive DOB control for AUVs,” en *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA'04. 2004*, IEEE, vol. 5, 2004, págs. 4899-4904.
- [112] J. Han, “From PID to active disturbance rejection control,” *IEEE transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, n° 3, págs. 900-906, 2009.
- [113] S. Li, J. Yang, W.-H. Chen y X. Chen, “Generalized extended state observer based control for systems with mismatched uncertainties,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, n° 12, págs. 4792-4802, 2011.
- [114] Q.-C. Zhong y D. Rees, “Control of uncertain LTI systems based on an uncertainty and disturbance estimator,” *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, vol. 126, n° 4, págs. 905-910, 2004.
- [115] Q. Zheng y Z. Gao, “Active disturbance rejection control: some recent experimental and industrial case studies,” *Control Theory and Technology*, vol. 16, págs. 301-313, 2018.

-
- [116] E. Canuto, C. P. Montenegro, L. Colangelo y M. Lotufo, "Active disturbance rejection control and embedded model control: a case study comparison," en *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*, IEEE, 2014, págs. 3697-3702.
- [117] R.-C. Roman, R.-E. Precup y E. M. Petriu, "Hybrid data-driven fuzzy active disturbance rejection control for tower crane systems," *European Journal of Control*, vol. 58, págs. 373-387, 2021.
- [118] Q. Lu, B. Ren y S. Parameswaran, "Uncertainty and disturbance estimator-based global trajectory tracking control for a quadrotor," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 25, n° 3, págs. 1519-1530, 2020.
- [119] S. Wang, J. Chen y X. He, "An adaptive composite disturbance rejection for attitude control of the agricultural quadrotor UAV," *ISA transactions*, vol. 129, págs. 564-579, 2022.
- [120] K. Guo, J. Jia, X. Yu, L. Guo y L. Xie, "Multiple observers based anti-disturbance control for a quadrotor UAV against payload and wind disturbances," *Control Engineering Practice*, vol. 102, pág. 104560, 2020.
- [121] S. J. Lee, I. Jang y H. J. Kim, "Fail-safe flight of a fully-actuated quadrotor in a single motor failure," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 5, n° 4, págs. 6403-6410, 2020.
- [122] S. Yin, B. Xiao, S. X. Ding y D. Zhou, "A review on recent development of spacecraft attitude fault tolerant control system," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, n° 5, págs. 3311-3320, 2016.
- [123] G. Ortiz-Torres, P. Castillo, F. D. Sorcia-Vázquez y col., "Fault estimation and fault tolerant control strategies applied to VTOL aerial vehicles with soft and aggressive actuator faults," *IEEE Access*, vol. 8, págs. 10 649-10 661, 2020.
- [124] J. Lunze y J. H. Richter, "Reconfigurable fault-tolerant control: A tutorial introduction," *European journal of control*, vol. 14, n° 5, págs. 359-386, 2008.

- [125] H Safaeipour, M Forouzanfar y A. Casavola, “A survey and classification of incipient fault diagnosis approaches,” *Journal of Process Control*, vol. 97, págs. 1-16, 2021.
- [126] M. Arıcı y T. Kara, “Robust adaptive fault tolerant control for a process with actuator faults,” *Journal of Process Control*, vol. 92, págs. 169-184, 2020.
- [127] A.-R. Merheb y H. Noura, “Active fault-tolerant control of quadrotor uavs based on passive controller bank,” en *Mechanism, Machine, Robotics and Mechatronics Sciences*, Springer, 2019, págs. 231-241.
- [128] R. C. Avram, X. Zhang y J. Muse, “Quadrotor actuator fault diagnosis and accommodation using nonlinear adaptive estimators,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 25, n° 6, págs. 2219-2226, 2017.
- [129] J. Betancourt, P. Castillo, P. Garcia, V. Balaguer y R. Lozano, “Robust bounded control scheme for quadrotor vehicles under high dynamic disturbances,” *Autonomous Robots*, págs. 1-10, 2023.
- [130] Y. Peng, D. Vrancic y R. Hanus, “Anti-windup, bumpless, and conditioned transfer techniques for PID controllers,” *IEEE Control systems magazine*, vol. 16, n° 4, págs. 48-57, 1996.
- [131] T. L. Santos, T. S. Franklin y B. C. Torrico, “Anti-windup strategy for processes with multiple delays: A predictor-based approach,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 358, n° 3, págs. 1812-1838, 2021.
- [132] P. Hippe, “Windup prevention for stable and unstable MIMO systems,” *International Journal of Systems Science*, vol. 37, n° 2, págs. 67-78, 2006.
- [133] A. T. Azar y F. E. Serrano, “Design and modeling of anti wind up PID controllers,” en *Complex system modelling and control through intelligent soft computations*, Springer, 2014, págs. 1-44.
- [134] J. E. Normey-Rico y E. F. Camacho, *Control of dead-time processes*. Springer, 2007, vol. 462.

-
- [135] J. E. Normey-Rico y E. F. Camacho, "Dead-time compensators: A survey," *Control engineering practice*, vol. 16, n° 4, págs. 407-428, 2008.
- [136] A. Mirzal, "Delay compensation using the smith predictor: A brief review with numerical examples," *International Journal of Computer-aided Mechanical Design and Implementation*, vol. 3, n° 1, págs. 1-8, 2017.
- [137] A. González, A. Sala y R. Sanchis, "LK stability analysis of predictor-based controllers for discrete-time systems with time-varying actuator delay," *Systems & Control Letters*, vol. 62, n° 9, págs. 764-769, 2013.
- [138] I. Karafyllis y M. Krstic, "Robust predictor feedback for discrete-time systems with input delays," *International Journal of Control*, vol. 86, n° 9, págs. 1652-1663, 2013.
- [139] A Gonzalez, P. Garcia, P. Albertos, P Castillo y R Lozano, "Robustness of a discrete-time predictor-based controller for time-varying measurement delay," *Control Engineering Practice*, vol. 20, n° 2, págs. 102-110, 2012.
- [140] C.-T. Dang, H.-T. Pham, T.-B. Pham y N.-V. Truong, "Vision based ground object tracking using AR. Drone quadrotor," en *2013 International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS)*, IEEE, 2013, págs. 146-151.
- [141] Y. Ping, M. Wang, J. Qi, C. Wu y J. Guo, "Collaborative Control Based on Payload-leading for the Multi-quadrotor Transportation Systems," en *2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, IEEE, 2023, págs. 5304-5309.
- [142] I. Stanculeanu y T. Borangiu, "Quadrotor black-box system identification," *World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 5, págs. 276-279, 2011.
- [143] F. Ahmad, A. Bhandari, P. Kumar y P. P. Patil, "Modeling and Mechanical Vibration characteristics analysis of a Quadcopter Propeller using FEA," en *IOP conference series: materials science and engineering*, IOP Publishing, vol. 577, 2019, pág. 012022.

- [144] S. C. De Silva, M. Phlernjai, S. Rianmora y P. Ratsamee, “Inverted docking station: A conceptual design for a battery-swapping platform for quadrotor UAVs,” *Drones*, vol. 6, n° 3, pág. 56, 2022.
- [145] R. Singh, R. Kumar, A. Mishra y A. Agarwal, “Structural analysis of quadcopter frame,” *Materials Today: Proceedings*, vol. 22, págs. 3320-3329, 2020.
- [146] K. Janschek, *Mechatronic systems design: methods, models, concepts*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [147] B. Wilamowski y J. D. Irwin, *Control and mechatronics*. CRC press, 2018.
- [148] G. Buttazzo, “Real-time issues in advanced robotics applications,” en *Proceedings of the Eighth Euromicro Workshop on Real-Time Systems*, IEEE, 1996, págs. 133-138.
- [149] S. Badr, O. Mehrez y A. Kabeel, “A novel modification for a quadrotor design,” en *2016 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, IEEE, 2016, págs. 702-710.
- [150] S. Bouabdallah y R. Siegwart, “Design and control of a miniature quadrotor,” en *Advances in Unmanned Aerial Vehicles: State of the Art and the Road to Autonomy*, Springer, 2007, págs. 171-210.
- [151] P. E. I. Pounds y col., “Design, construction and control of a large quadrotor micro air vehicle,” 2007.
- [152] S. T. Smith y R. M. Seugling, “Sensor and actuator considerations for precision, small machines,” *Precision engineering*, vol. 30, n° 3, págs. 245-264, 2006.
- [153] J. Wang, J. Liu y N. Kato, “Networking and communications in autonomous driving: A survey,” *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 21, n° 2, págs. 1243-1274, 2018.
- [154] F. Yacef, N. Rizoug, O. Bouhali y M. Hamerlain, “Optimization of energy consumption for quadrotor UAV,” en *Proceedings of the Interna-*

-
- tional Micro Air Vehicle Conference and Flight Competition (IMAV), Toulouse, France, 2017, págs. 18-21.*
- [155] J. H. Park, T. H. Lee, Y. Liu y J. Chen, *Dynamic systems with time delays: Stability and control*. Springer, 2019, vol. 4.
- [156] G. Biggs y B. MacDonald, “A survey of robot programming systems,” en *Proceedings of the Australasian conference on robotics and automation*, vol. 1, 2003, págs. 1-3.
- [157] P. Hambarde, R. Varma y S. Jha, “The survey of real time operating system: RTOS,” en *2014 International Conference on Electronic Systems, Signal Processing and Computing Technologies*, IEEE, 2014, págs. 34-39.
- [158] J. A. Stankovic y R. Rajkumar, “Real-time operating systems,” *Real-Time Systems*, vol. 28, n° 2-3, págs. 237-253, 2004.
- [159] R. V. Aroca, G. Caurin y S. Carlos-SP-Brasil, “A real time operating systems (RTOS) comparison,” en *WSO-Workshop de Sistemas Operacionais*, vol. 12, 2009.
- [160] A. Burns y A. J. Wellings, *Real-time systems and programming languages: Ada 95, real-time Java, and real-time POSIX*. Pearson Education, 2001.
- [161] D. M. Auslander, *Real-time software for control: program examples in C*. Prentice-Hall, Inc., 1990.
- [162] S. M. Kuo, B. H. Lee y W. Tian, *Real-time digital signal processing: fundamentals, implementations and applications*. John Wiley & Sons, 2013.
- [163] J.-J. Xiong y E.-H. Zheng, “Optimal kalman filter for state estimation of a quadrotor UAV,” *Optik*, vol. 126, n° 21, págs. 2862-2868, 2015.
- [164] A. Koubâa, A. Allouch, M. Alajlan, Y. Javed, A. Belghith y M. Khalgui, “Micro air vehicle link (mavlink) in a nutshell: A survey,” *IEEE Access*, vol. 7, págs. 87 658-87 680, 2019.

- [165] G Angeletti, J. P. Valente, L Iocchi y D Nardi, “Autonomous indoor hovering with a quadrotor,” en *Workshop Proc. SIMPAR*, Citeseer, 2008, págs. 472-481.
- [166] C. Quanser, *3 DOF Hover de Quanser*, <https://www.quanser.com/products/3-dof-hover/> [Accedido: (4 de Diciembre 2023)], 2023.
- [167] C. Quanser, *Research papers of 3 DOF Hover de Quanser*, https://www.quanser.com/quanser-community/research-papers/?fwpr_research_papers_related_products=1697 [Accedido: (4 de Diciembre 2023)], 2023.
- [168] K. Patch, *RT-Linux*, <https://www.windriver.com/products/linux> [Accedido: (8 de Diciembre 2023)], 2023.
- [169] G. Heudiasyc, *Heudiasyc research group website*, <https://www.hds.utc.fr/en.html> [Accedido: (4 de Diciembre 2023)], 2023.
- [170] S. Parrot, *Parror AR Drone 2.0*, <http://ardrone.parrot.com> [Accedido: (4 de Diciembre 2023)], 2013.
- [171] T. Sharma, B. Acharya, H. Daga y col., “An insight on UAV/drone autonomous navigation methods and applications: a review,” *International Journal of Social and Humanistic Computing*, vol. 3, n° 3-4, págs. 245-269, 2020.
- [172] Heudiasyc, *FL-AIR - Framework libre AIR*, <https://devel.hds.utc.fr/software/flair> [Accedido: (4 de Diciembre 2023)], 2023.
- [173] Optitrack, *OptiTrack - Motion Capture Systems*, <https://optitrack.com/> [Accedido: (4 de Diciembre 2023)], 2023.
- [174] S. Optitrack, *OptiTrack - Applications*, <https://optitrack.com/applications/> [Accedido: (4 de Diciembre 2023)], 2023.
- [175] J. Betancourt, V. Balaguer, P. Castillo, P. García y R. Lozano, “Robust linear control scheme for nonlinear aerial systems: an experimental study on disturbance rejection,” en *2020 IEEE 23rd International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, IEEE, 2020, págs. 1-6.

-
- [176] J. Betancourt, V. Balaguer, P. Castillo, P. García y R. Lozano, “Robust control scheme based on an Uncertainty and Disturbance Estimator for a quadrotor with motor failures,” *Journal of Field Robotics*, 2023.
- [177] L. Luque-Vega, B. Castillo-Toledo y A. G. Loukianov, “Robust block second order sliding mode control for a quadrotor,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, n° 2, págs. 719 -739, 2012, *Advances in Guidance and Control of Aerospace Vehicles using Sliding Mode Control and Observation Techniques*, ISSN: 0016-0032.
- [178] P. Castillo, A. Dzul y R. Lozano, “Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 12, n° 4, págs. 510-516, 2004, ISSN: 10636536.
- [179] D. Cabecinhas, R. Cunha y C. Silvestre, “Saturated output feedback control of a quadrotor aircraft,” en *2012 American Control Conference (ACC)*, 2012, págs. 4667-4602.
- [180] D. Li y T. Wang, “Algorithm for Autonomous Navigation of Mobile Robot Measurements Based on Beidou / Laser Radar,” págs. 305-309, 2017.
- [181] J. Li e Y. Li, “Dynamic analysis and PID control for a quadrotor,” en *2011 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, IEEE, 2011, págs. 573-578.
- [182] G. Hoffmann, H. Huang, S. Waslander y C. Tomlin, “Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment,” en *AIAA guidance, navigation and control conference and exhibit*, 2007, pág. 6461.
- [183] J. Nocedal y S. J. Wright, “Quadratic programming,” *Numerical optimization*, págs. 448-492, 2006.
- [184] C. A. Floudas y V. Visweswaran, “Quadratic optimization,” *Handbook of global optimization*, págs. 217-269, 1995.
- [185] V. Balaguer, R. Sanz, P. Garcia y P. Albertos, “Two-degree-of-freedom PID tuning based on an Uncertainty and Disturbance Estimator,” en

- 2018 7th International Conference on Systems and Control (ICSC), IEEE, 2018, págs. 424-429.
- [186] V. Balaguer, A. González, P. García y F. Blanes, “Enhanced 2-DOF PID Controller Tuning Based on an Uncertainty and Disturbance Estimator With Experimental Validation,” *IEEE Access*, vol. 9, págs. 99 092-99 102, 2021.
- [187] V. M. Alfaro, R. Vilanova y O. Arrieta, “Considerations on set-point weight choice for 2-DOF PID controllers,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 42, n° 11, págs. 721-726, 2009.
- [188] Y Shamash, “Model reduction using the Routh stability criterion and the Padé approximation technique,” *International Journal of Control*, vol. 21, n° 3, págs. 475-484, 1975.
- [189] S. Das, I. Pan, S. Das y A. Gupta, “Improved model reduction and tuning of fractional-order $PI\lambda D\mu$ controllers for analytical rule extraction with genetic programming,” *ISA Transactions*, vol. 51, n° 2, págs. 237-261, 2012.
- [190] Q.-G. Wang, X. Guo e Y. Zhang, “Direct identification of continuous time delay systems from step responses,” *Journal of Process Control*, vol. 11, n° 5, págs. 531-542, 2001.
- [191] M. A. Akbar, A. A. S. Ali, A. Amira y col., “An empirical study for PCA-and LDA-based feature reduction for gas identification,” *IEEE Sensors Journal*, vol. 16, n° 14, págs. 5734-5746, 2016.
- [192] Q.-L. Han y K. Gu, “On robust stability of time-delay systems with norm-bounded uncertainty,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, n° 9, págs. 1426-1431, 2001.
- [193] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron y V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*. Siam, 1994, vol. 15.
- [194] Y. Nesterov y A. Nemirovskii, “Interior-point polynomial methods in convex programming,” *Philadelphia, P.A: SIAM, 1994*, 1994.

-
- [195] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. Laub y M. Chilali, “LMI control toolbox,” *The MathWorks Inc. 1995*, 1995.
- [196] Y. Labit, D. Peaucelle y D. Henrion, “SeDuMi interface 1.02: a tool for solving LMI problems with SeDuMi,” en *IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design*, 2002, págs. 272-277.
- [197] I. R. Petersen, “A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems,” *Systems & Control Letters*, vol. 8, n° 4, págs. 351-357, 1987.
- [198] P. Gahinet y P. Apkarian, “A linear matrix inequality approach to H_∞ control,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 4, n° 4, págs. 421-448, 1994.
- [199] K. Sundaravadivu, S. Sivakumar y N. Hariprasad, “2-DOF PID controller design for a class of FOPTD Models—An analysis with heuristic algorithms,” *Procedia Computer Science*, vol. 48, págs. 90-95, 2015.
- [200] K. J. Åström y T. Hägglund, “Revisiting the Ziegler–Nichols step response method for PID control,” *Journal of process control*, vol. 14, n° 6, págs. 635-650, 2004.
- [201] S. Srivastava, A. Misra, S. Thakur y V. Pandit, “An optimal PID controller via LQR for standard second order plus time delay systems,” *ISA Transactions*, vol. 60, págs. 244-253, 2016.
- [202] S. Srivastava y V. Pandit, “A 2-Dof LQR based PID controller for integrating processes considering robustness/performance tradeoff,” *ISA transactions*, vol. 71, págs. 426-439, 2017.
- [203] A. Gonzalez, V. Balaguer, P. Garcia y A. Cuenca, “Gain-scheduled predictive extended state observer for time-varying delays systems with mismatched disturbances,” *ISA transactions*, vol. 84, págs. 206-213, 2019.
- [204] A. González, A. Cuenca, V. Balaguer y P. García, “Event-triggered predictor-based control with gain-scheduling and extended state observer for networked control systems,” *Information Sciences*, vol. 491, págs. 90-108, 2019.

- [205] R. Sanz, P. Garcia, E. Fridman y P. Albertos, “Rejection of mismatched disturbances for systems with input delay via a predictive extended state observer,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 28, n° 6, págs. 2457-2467, 2018.
- [206] E. Garone, A. Gasparri y F. Lamonaca, “Clock synchronization protocol for wireless sensor networks with bounded communication delays,” *Automatica*, vol. 59, págs. 60-72, 2015.
- [207] A. Cuenca, P. García, P. Albertos y J. Salt, “A non-uniform predictor-observer for a networked control system,” *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 9, n° 6, págs. 1194-1202, 2011.
- [208] H. Yu y T. Chen, “On Zeno behavior in event-triggered finite-time consensus of multiagent systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 66, n° 10, págs. 4700-4714, 2020.
- [209] L. Zhao, H. Gao y P. Shi, “Stability and stabilization of TS fuzzy systems with time-varying delay: An input-output approach,” en *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011*, IEEE, 2011, págs. 8285-8290.
- [210] D. Liu y G. H. Yang, “Robust event-triggered control for networked control systems,” *Information Sciences*, vol. 459, págs. 186-197, 2018.