

Resumen

Dentro del campo del Análisis Numérico, la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones no lineales es uno de los aspectos más relevantes y estudiados. Esto se debe a que gran cantidad de problemas de Matemática Aplicada, como la resolución de ecuaciones diferenciales, ecuaciones en derivadas parciales o ecuaciones integrales entre muchos otros, pueden reducirse a buscar la solución de un sistema no lineal.

Generalmente, es muy difícil obtener la solución analítica de este tipo de problemas y, en muchos casos, aunque es posible llegar a encontrar la solución exacta, es muy complicado trabajar con dicha expresión por su complejidad. Además, con el desarrollo de las nuevas tecnologías, se han hecho grandes avances en el uso de herramientas computacionales, por lo que las dimensiones de algunos de los problemas que se plantean en campos como la Economía, la Ingeniería, la Ciencia de datos, etc. han crecido considerablemente, dando lugar a problemas de grandes dimensiones. Por estos motivos, es de gran utilidad y, en muchos casos, resulta necesario resolver estos problemas no lineales de forma aproximada, por supuesto, con técnicas matemáticamente rigurosas dentro del campo del Análisis Numérico.

Por las razones expuestas, los métodos iterativos para aproximar la solución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones no lineales han constituido a lo largo de los últimos años un importante campo de investigación. La implementación computacional de estos métodos es una importante herramienta dentro de las Ciencias Aplicadas ya que dan solución a problemas que antiguamente eran difíciles de resolver.

La investigación que se lleva a cabo en esta Tesis Doctoral se centra en estudiar, diseñar y aplicar métodos iterativos que mejoren en ciertos aspectos a los esquemas clásicos, como por ejemplo: la velocidad de convergencia, la aplicabilidad a problemas no diferenciales, la accesibilidad o la eficiencia. Buena parte del trabajo desarrollado en esta memoria se centra en el estudio de métodos iterativos para problemas multidimensionales, en especial, nos hemos centrado en el estudio de esquemas libres de derivadas.

Además, uno de los ejes centrales de la presente Tesis Doctoral se enfoca en el estudio de la convergencia local y semilocal de métodos ya desarrollados en la literatura reciente o de nuevos métodos iterativos diseñados en este mismo trabajo. Este estudio garantiza para los métodos analizados la existencia de solución dado un punto de partida, el dominio de convergencia de las soluciones del problema y la unicidad de éstas bajo ciertas condiciones.

Para complementar el estudio de convergencia de los métodos, en algunos capítulos también se realiza un estudio dinámico de los métodos aplicados a ecuaciones no lineales para, posteriormente, extrapolar los resultados al caso multidimensional. Además, como parte de algunos experimentos numéricos, se ha comparado la accesibilidad de distintos métodos numéricos a través de las cuencas de atracción representadas en diferentes planos dinámicos, tanto para el caso unidimensional como el multidimensional.

Finalmente, en la mayor parte de los Capítulos de esta tesis se aplican los métodos iterativos estudiados a la resolución de problemas no lineales de Matemática Aplicada. Estos problemas pueden estar preparados para poner a prueba los algoritmos diseñados o ser problemas reales presentes en algunas Ciencias Aplicadas como la Ingeniería, la Física, la Química, etc.

Los resultados anteriormente descritos forman parte de la presente Tesis Doctoral para la obtención del título de Doctora en Matemáticas.